

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E ADMINISTRAÇÃO  
DE LISBOA



ISCAL

ASSIMETRIA NA VOLATILIDADE – O  
IMPACTO DAS MÁS NOTÍCIAS NAS  
RENDIBILIDADES DO PSI 20

---

Débora Sofia Pereira Henriques

Lisboa, dezembro de 2015



INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E ADMINISTRAÇÃO  
DE LISBOA

ASSIMETRIA NA VOLATILIDADE – O  
IMPACTO DAS MÁS NOTÍCIAS NAS  
RENDIBILIDADES DO PSI 20

---

Débora Sofia Pereira Henriques (20120950)

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Contabilidade e Gestão das Instituições Financeiras, realizada sob a orientação científica da Professora Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes.

Constituição do Júri:

Presidente: Doutora Ana Maria de Sotomayor

Arguente: Doutor Luís Melo Gonçalves

Vogal: Doutora Sónia Ricardo Bentes

Lisboa, dezembro de 2015

## **Agradecimentos**

Aos meus pais que sempre me acompanharam ao longo de toda a minha vida, tanto profissional como pessoal, e mais uma vez tornaram possível concluir uma fase bastante importante para o meu futuro.

Ao meu namorado, por todo o apoio, incentivo e muita paciência, estando sempre ao meu lado nos momentos de fraqueza, nunca me deixando desanimar e tendo sempre uma palavra de conforto.

À Íris Pereira Lopes, amiga e colega de mestrado, que me acompanhou neste desafio, compreendendo melhor que ninguém os momentos mais desanimadores.

A todos os que contribuíram de algum modo para a realização desta dissertação, direta ou indiretamente.

Por fim, mas com toda a importância, agradeço à professora Sónia Bentes por ter aceitado orientar-me nesta investigação, motivando e ajudando sempre que necessário

## Resumo

Este trabalho incide sobre a temática da volatilidade aplicada ao mercado bolsista português, visto ser uma medida de dispersão dos retornos de um título ou índice de mercado.

Foi recolhida uma amostra do índice *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015 e com base nos resultados que foram obtidos, verificou-se a presença muito evidente de *clusters* na evolução das rendibilidades do índice e também de *fat tails*.

Posteriormente, é necessário proceder à verificação dos pressupostos do modelo *ARCH*: estacionariedade a partir dos testes *ADF* e *KPSS*; autocorrelação através dos testes de *Ljung-Box* e de *Breusch-Godfrey*; e heteroscedasticidade condicionada pelo teste *ARCH-LM*.

Através da utilização de variantes do modelo *ARCH* original, procuram-se evidências do efeito assimétrico na volatilidade das séries de retornos do *PSI 20*.

Todavia, não existe um modelo que seja completamente adequado para todas as situações, devido às propriedades das séries financeiras serem distintas quanto à volatilidade, e a volatilidade de uma mesma série poder-se alterar ao longo do tempo.

Deste modo, procedeu-se à captação dos efeitos da assimetria através dos modelos *GARCH*, *EGARCH* e *GJR-GARCH*, onde os resultados obtidos permitiram mostrar que existe uma maior influência de eventos negativos do que positivos, ou seja, as “más notícias” têm maior impacto na volatilidade das rendibilidades das séries em análise comparativamente às “boas notícias”.

Palavras-chave:

Assimetria, Volatilidade, Índices Bolsistas, Modelos de tipo *ARCH*

## *Abstract*

The purpose of this master's degree dissertation is to investigate the effects of bad news on the volatility of the Portuguese main index, PSI 20. Knowing that volatility is a measure of dispersion of security and market index returns.

A sample of the PSI 20 index data was collected between the periods of 03/01/2000 to 28/08/2015, with the obtained results it was verified a clear presence of clusters in the evolution of the index profitability and fat tails.

Later, it was needed to verify the assumptions of the ARCH model: the stationarity using ADF and KPSS TESTS; autocorrelation through Ljung-Box and Breush-Godfrey; heteroskedasticity conditioned by ARCH-LM test.

Using variants of the ARCH original model, evidence of the asymmetric effect is searched on the volatility of PSI 20 series returns.

However, there isn't a model completely suitable for every situation due to financial series properties being different regarding volatility, also, the volatility of the same series may alter through the course of time.

The effects of asymmetry were captured using GARCH, EGARCH and GJR-GARCH models, where the obtained results allowed to demonstrate a bigger influence on negative effects rather than the positive ones, in other words, "bad news" have a larger impact on the volatility of series returns in comparison to "good news".

Key words:

Asymmetry, Volatility, Stock Markets Indexes, ARCH type models

# Índice

Índice de Quadros e Tabelas.....	ix
Índice de Figuras.....	xi
Lista de Abreviaturas.....	xii
I. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Relevância do tema proposto.....	1
1.2 Objeto de estudo.....	1
1.3 Objetivos da investigação.....	2
1.4 Estrutura do trabalho.....	3
II. REVISÃO DE LITERATURA.....	4
2.1 Conceito e tipos de volatilidade.....	4
2.1.1 Volatilidade histórica ou estatística.....	6
2.1.2 Volatilidade implícita.....	7
2.1.3 Volatilidade futura ou previsional.....	7
2.2 Os sorrisos da volatilidade.....	8
2.3 Sentimento do mercado e os seus indicadores.....	11
2.3.1 Índice de volatilidade implícita.....	12
2.3.2 Rácio <i>Put/Call</i> ( <i>PCR</i> ).....	14
2.3.3 Rácio <i>Bull/Bear</i> ( <i>BBR</i> ).....	16
2.4 Assimetria na volatilidade.....	17
2.5 Heteroscedasticidade.....	21
2.6 Metodologias: Modelação da volatilidade condicionada.....	22
2.6.1 Modelo <i>ARCH</i> .....	23
2.6.2 Modelo <i>GARCH</i> .....	24
2.6.3 Modelo <i>EGARCH</i> .....	28
2.6.4 Modelo <i>GJR-GARCH</i> .....	29

2.7 Síntese do capítulo.....	30
III. DESCRIÇÃO DOS DADOS E EVIDÊNCIA EMPÍRICA.....	31
3.1 Definição e características de um índice bolsista.....	31
3.2 Descrição da amostra.....	34
3.3 Estudo das rendibilidades do <i>PSI 20</i> .....	36
3.4 Análise estatística do índice.....	38
3.5 Estimação do modelo da volatilidade condicionada.....	40
3.5.1 Verificação dos pressupostos.....	40
3.5.2 Análise dos resíduos do modelo <i>AR(p)</i> .....	50
3.5.3 Estimação dos modelos do tipo <i>ARCH</i> : <i>AR(4)-GARCH(1,1)</i> , <i>AR(4)-EGARCH(1,1)</i> e <i>AR(4)-GJR-GARCH(1,1)</i> .....	54
3.5.4 Síntese do capítulo.....	63
IV. CONCLUSÃO.....	64
V. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	66

## Índice de Quadros e Tabelas

Quadro 2.1 Posição do valor intrínseco de uma opção.....	8
Quadro 2.2 Níveis de sentimentos no mercado.....	14
Tabela 3.1 Estatísticas descritivas.....	38
Tabela 3.2 Testes de estacionariedade (ou de raízes unitárias).....	45
Tabela 3.3 Correlograma das rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	46
Tabela 3.4 Teste de autocorrelação <i>BG</i> aplicado às rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	47
Tabela 3.5 Teste <i>ARCH-LM</i> aplicado às rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	48
Tabela 3.6 Correlograma do quadrado dos resíduos para as rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	49
Tabela 3.7 Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo <i>AR(4)</i> para as rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	52
Tabela 3.8 Correlograma dos resíduos do modelo <i>AR(4)</i> para as rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	53
Tabela 3.9 Teste de autocorrelação <i>BG</i> para os resíduos do modelo <i>AR(4)</i> aplicado às rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	54
Tabela 3.10 Estimativas dos modelos <i>AR(4)-GARCH(1,1)</i> , <i>AR(4)-EGARCH(1,1)</i> e <i>AR(4)-GJR-GARCH(1,1)</i> quanto às rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	55
Tabela 3.11 Teste <i>ARCH-LM</i> aos resíduos dos modelos <i>AR(4)-GARCH(1,1)</i> , <i>AR(4)-EGARCH(1,1)</i> e <i>AR(4)-GJR-GARCH(1,1)</i> quanto às rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	56
Tabela 3.12 Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo <i>AR(4)-GARCH(1,1)</i> quanto às rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	57

Tabela 3.13 Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo $AR(4)-EGARCH(1,1)$ quanto às rendibilidades do $PSI$ 20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	58
Tabela 3.14 Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo $AR(4)-GJR-GARCH(1,1)$ quanto às rendibilidades do $PSI$ 20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	59
Tabela 3.15 Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo $AR(4)-GARCH(1,1)$ quanto às rendibilidades do $PSI$ 20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	60
Tabela 3.16 Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo $AR(4)-EGARCH(1,1)$ quanto às rendibilidades do $PSI$ 20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	61
Tabela 3.17 Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo $AR(4)-GJR-GARCH(1,1)$ quanto às rendibilidades do $PSI$ 20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	62

## Índice de Figuras

Figura 2.1 Os diferentes níveis de volatilidade.....	5
Figura 2.2 Efeito do sorriso puro e franco.....	9
Figura 2.3 Efeito do sorriso amarelo ou forçado.....	10
Figura 2.4 Efeito do sorriso trombudo.....	11
Figura 2.5 Rácio <i>put/call</i> (níveis de otimismo e pessimismo).....	15
Figura 2.6 Simetria na volatilidade.....	19
Figura 2.7 Assimetria na volatilidade.....	20
Figura 2.8 Processo de heteroscedasticidade.....	22
Figura 2.9 Efeito <i>leverage</i> .....	27
Figura 3.1 Evolução dos preços do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	34
Figura 3.2 Evolução das rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	37
Figura 3.3 Histograma das rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	40
Figura 3.4 Histograma dos resíduos do modelo <i>AR(4)</i> para as rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	52
Figura 3.5 Histograma dos resíduos do modelo <i>AR(4)-GARCH(1,1)</i> para as rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	60
Figura 3.6 Histograma dos resíduos do modelo <i>AR(4)-EGARCH(1,1)</i> para as rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	61
Figura 3.7 Histograma dos resíduos do modelo <i>AR(4)-GJR-GARCH(1,1)</i> para as rendibilidades do <i>PSI 20</i> no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.....	62

## Lista de Abreviaturas

ADF – *Augmented Dickey Fuller*

AIC – *Akaike Information Criterion*

AR – *Autoregressive Model*

ARCH – *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

BBR – *Rácio Bull/Bear*

BG – *Breush-Godfrey*

CAPM – *Capital Asset Pricing Model*

EGARCH – *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

GJR-GARCH – *Glosten-Jagannathan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

JB – *Jarque-Bera*

KPSS – *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin*

MA – *Moving Average*

PCR – *Rácio Put/Call*

PSI 20 – *Portuguese Stock Index*

SETAR – *Self Exciting Threshold Autoregressive*

SIC – *Schwartz's Bayesian Information Criterion*

TSP – *Trend Stationary Process*

# I. INTRODUÇÃO

## 1.1 Relevância do tema proposto

A presente dissertação baseia-se no tema da volatilidade, que é considerado, por muitos, um dos temas fulcrais no que diz respeito às finanças, exercendo um papel central em atividades tal como a análise de risco. Deste modo, modelar e prever a volatilidade tem-se vindo a demonstrar um importante objeto de investigação empírica e teórica na área financeira, devido ao facto de a possibilidade de antecipar o comportamento futuro da volatilidade de ativos se verificar uma enorme ajuda na formulação de estratégias de investimento. Quanto mais inconstante se apresentar o mercado, em relação a crises ou outros factos exógenos, maior é a variação dos preços e maior a variância dos retornos, o que implica possibilidades de grandes ganhos ou grandes perdas.

Os investidores financeiros procurarão sempre selecionar ativos que apresentem o maior grau de retorno e, complementarmente, um menor grau de risco. Os retornos de ativos financeiros não são corretamente representados por um processo independente e identicamente distribuído, pelo que Mandelbrot (1963) verificou a existência de mudanças na volatilidade ao longo do tempo e, desta forma, tornou-se necessário e relevante o desenvolvimento de modelos que incorporassem essa característica que é comum nas séries financeiras.

## 1.2 Objeto de estudo

Este trabalho apresenta como objeto de estudo a assimetria na volatilidade aplicada ao mercado de ações português, com o intuito de perceber se as volatilidades das rendibilidades do PSI 20 são ou não simétricas. Pelo que, no seu desenvolvimento será analisado o padrão da volatilidade do índice *PSI 20 (Portuguese Stock Index)* através de um total de 4.085 observações que foram selecionadas no período de tempo de 03/01/2000 a 28/08/2015.

### 1.3 Objetivos da investigação

Em termos gerais, o que se pretende com este trabalho é referenciar teoricamente os modelos do tipo *ARCH* - *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (Heteroscedasticidade Condicional Autorregressiva) e a sua estimação para o índice *PSI 20*, de modo a verificar a existência de *clusters* na volatilidade.

A nova classe de modelos denominada *ARCH* foi proposta por Engle (1982) e é admitido que uma série temporal seja gerada por um processo estocástico com uma volatilidade variável no tempo.

Posteriormente, Bollerslev (1986) desenvolveu o modelo *GARCH* - *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* que agrega a própria variância condicional, observada no passado, através do modelo *ARCH*.

Devido ao facto de haver um grande interesse de investigadores quanto ao melhoramento da modelagem da variância condicional das séries temporais financeiras, surgiram outras variações baseadas nos modelos *ARCH* e *GARCH*. Assim, foi constatado por Black (1976) que os preços das ações têm tendência a ser negativamente correlacionados com variações na volatilidade, ou seja, quando se verificam períodos de descida nos preços, estes são frequentemente sucedidos por períodos de grande volatilidade, enquanto que quando são verificados períodos de subida nos preços, a volatilidade não é tão intensa. A este efeito denomina-se de efeito assimétrico ou *leverage* (efeito de alavanca).

Apesar destes dois modelos permitirem capturar determinadas características das séries financeiras, como por exemplo, os agrupamentos de volatilidade, não solucionam o problema da assimetria da sua distribuição, levando à possibilidade das previsões do modelo *GARCH* serem enviesadas nas séries temporais assimétricas.

Desta forma, foram desenvolvidas algumas extensões que incorporam esse problema, o facto da distribuição ser assimétrica. O modelo *EGARCH* - *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* foi um dos primeiros modelos *GARCH* assimétricos, proposto por Nelson (1991). Posteriormente, foi ainda desenvolvido o modelo *GJR-GARCH* - *Glosten-Jagannathan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993).

## **1.4 Estrutura do trabalho**

Este trabalho encontra-se dividido em quatro capítulos, incluindo este capítulo introdutório, onde é apresentado o tema a que se propõe, o objeto de estudo e os objetivos da investigação.

No próximo capítulo é apresentada a revisão de literatura, onde é tratado o conceito de volatilidade e efetuado um referencial teórico quanto ao modelo *ARCH* original e às suas extensões.

Em relação ao terceiro capítulo, este é dedicado à amostra de dados que foi recolhida do índice *PSI 20*, incluindo ainda a demonstração da análise estatística e efetuada a estimação do modelo de volatilidade condicionada para as séries diárias desse mesmo índice.

E no quarto e último capítulo, são descritas as principais conclusões a serem retiradas ao longo do desenvolvimento de toda esta dissertação.

## II. REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo apresenta o conceito de volatilidade, sendo a base da investigação para esta dissertação, e podendo ser classificada segundo três tipos: histórica ou estatística, implícita e futura ou previsional. Deste modo, é este o foco da primeira secção.

Quanto à secção 2.2, são apresentados os sorrisos da volatilidade, que se traduzem através de comportamentos que variam conforme os preços de exercícios, os ativos subjacentes, o tempo e a época de análise.

Na secção 2.3 apresenta-se o sentimento do mercado e os indicadores que exercem influência sobre o mesmo.

A assimetria na volatilidade é o tema tratado na quarta secção deste capítulo.

Relativamente à secção 2.5, é onde se encontra abordado o processo de heteroscedasticidade.

A modelação da volatilidade condicionada explica o comportamento da volatilidade e é apresentada na secção 2.6, em conjunto com os respetivos modelos de volatilidade heteroscedástica.

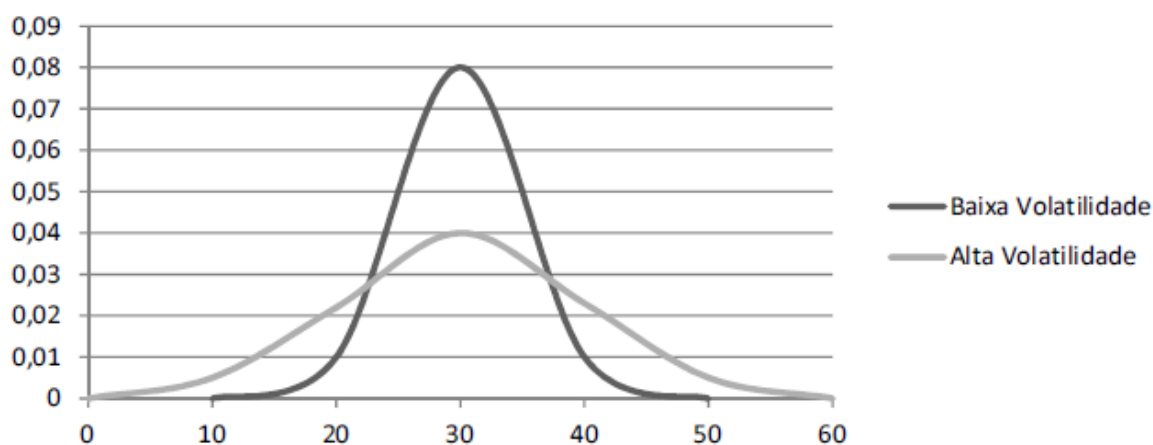
Por fim, este capítulo é concluído pela secção 2.7.

### 2.1 Conceito e tipos de volatilidade

A volatilidade consiste numa medida de dispersão dos preços dos ativos subjacentes, durante um intervalo de tempo, em relação à sua média. Ou seja, a volatilidade de um ativo financeiro mede, regra geral, a variabilidade (mas não a direção) das suas cotações durante um determinado período de tempo. Segundo Ross (1989), a volatilidade resulta do fluxo de informação entre várias entidades, enquanto Kendall (1953) concluiu que a volatilidade comporta um movimento aleatório. Algumas investigações posteriores evidenciaram que na maioria dos casos, as cotações não refletem o valor fundamental da empresa, destacando assim a influência da componente estocástica no comportamento dos mercados, como foram demonstrando Shiller (1979, 1981a e 1981b), Grossman e Shiller (1981), Porteba e Summers (1986), e Marsh e Merton (1986). Deve ainda salientar-se Tobin *et al.*

(1992), que refere o estudo da volatilidade com importância para o fornecimento de pistas aos investidores e aforradores na aplicação eficiente dos seus excedentes de capital.

É muito complexo encontrar um modelo que defina a evolução da volatilidade, no entanto este conceito prevê-se como uma técnica muito útil de apoio à decisão. Na Figura 2.1 que é apresentada de seguida, é possível verificar a diferença entre baixa volatilidade e alta volatilidade.



**Figura 2.1** Os diferentes níveis de volatilidade

**Fonte:** Ferreira (2009:352)

Geralmente, o cálculo desta medida é efetuado através da variância ou desvio-padrão anualizado da variação percentual (ou das taxas de rentabilidade geométrica) das cotações diárias, semanais, mensais ou até mesmo dos dados de alta frequência, sendo expressa sob a forma de percentagem. Frequentemente, este cálculo prende-se com a utilização do logaritmo natural do rácio entre duas cotações sucessivas  $\ln(P_t/P_{t-1})$ , ao contrário das observações originais. A volatilidade é maior quanto maiores forem os valores encontrados e, conseqüentemente, maior será a incerteza e mais elevado será o valor do tempo.

O cálculo da volatilidade é dado pela seguinte expressão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

onde,

$\sigma$  = desvio-padrão;

$X_t$  = logaritmo natural do quociente entre duas cotações sucessivas  $\ln(P_t/P_{t-1})$ ;

$\bar{X}$  = média aritmética de  $X_t$ ;

$n$  = número de observações.

Através do resultado encontrado, é possível proceder ao cálculo da volatilidade para outros períodos de tempo, tendo em consideração a base de calendário utilizada. Isto é, se os dados disponíveis forem diários, por exemplo, e se para efeitos de cálculo for utilizado o ano comercial, a volatilidade anual será  $\sigma\sqrt{360}$ , caso seja utilizado o ano civil, será  $\sigma\sqrt{365}$ , e por fim, se for utilizado o ano real, será  $\sigma\sqrt{366}$  ou  $\sigma\sqrt{365}$ , conforme se trate de um ano bissexto ou não-bissexto, respetivamente.

A volatilidade pode ser classificada em três tipos: histórica ou estatística, implícita e futura ou previsional.

### 2.1.1 Volatilidade histórica ou estatística

A volatilidade histórica ou estatística mede as flutuações nos preços que ocorreram no passado e, regra geral, é utilizada como medida de risco total num determinado ativo financeiro. O seu cálculo é efetuado através da variância dos resultados ou desvio-padrão das variações dos logaritmos, em que é utilizado um período histórico imediatamente anterior com uma duração semelhante ao período em análise, como se pode verificar abaixo:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

A maior desvantagem para a utilização da volatilidade histórica na previsão da volatilidade é o facto de dificilmente os valores históricos se repetirem. No entanto, existe a vantagem desta poder prever valores futuros, contribuindo desta forma para a formação das expectativas, pois é frequente verificar-se empiricamente que duas séries temporais estão em correlação.

### **2.1.2 Volatilidade implícita**

A volatilidade implícita apenas é aplicada em relação aos contratos de opções e fornece informações específicas sobre o estado do mercado num determinado momento em conformidade com a volatilidade das opções em análise. O cálculo da volatilidade implícita é efetuado através da igualdade entre o preço teórico e o preço real da opção, e utilizando o modelo *Black-Scholes*, que prevê, para um mercado eficiente, a constituição de uma previsão da volatilidade futura, contendo em si toda a informação que o mercado apresenta. Este modelo é resolvido em ordem à variável que representa a volatilidade, sendo que o prémio da opção passa a ser uma variável explicativa.

Quando estamos perante uma comparação dos preços das opções para preços de exercício e para maturidades diferentes, é a este tipo de volatilidade que devemos recorrer. No entanto, a sua maior utilização não se verifica na cobertura do risco, mas sim para executar estratégias e avaliações de opções, pois é um conceito próprio de um modelo de avaliação de opções, não sendo essencial à opção em si.

### **2.1.3 Volatilidade futura ou previsional**

Este tipo de volatilidade é o mais difícil de estimar, pelo que tem sido uma das maiores lutas para os especialistas. Deste modo, têm sido propostos vários métodos na literatura, geralmente, extensões dos modelos *ARCH* e *GARCH*, pois não existe um único como o mais correto, sendo que estes modelos serão abordados posteriormente.

Visto que o futuro é uma incógnita, para uma boa gestão de carteira é necessário prever o que vai acontecer, e para isso são utilizados valores de volatilidade passada e presente, obtendo-se desta forma o começo para análises futuras. Se o mercado se encontrar num estado de incerteza, devido a crises ou a outros fatores exógenos, a variabilidade dos preços será maior, e conseqüentemente, maior será também a variância dos rendimentos, originando desta forma maiores ganhos ou perdas.

## 2.2 Os sorrisos da volatilidade

Os sorrisos da volatilidade são demonstrados através de gráficos que resultam da observação de que a volatilidade implícita de opções com a mesma data de vencimento e com diferentes preços de exercício varia, de acordo com as cotações das opções que se podem observar no mercado, e gerando deste modo uma curva em forma de “U”, sendo que só é possível alcançar a respetiva representação gráfica, após ter sido determinada a volatilidade implícita para cada preço de exercício.

São várias as publicações científicas existentes que evidenciam a presença do efeito sorriso, pelo que passo a mencionar Heynen *et al.* (1994), Taylor e Xu (1994), Duque e Paxson (1994), Gemmill (1996), Dumas *et al.* (1998), Viana (1998) e Duque e Viana (1999).

Os comportamentos obtidos da volatilidade implícita variam consoante os diferentes preços de exercícios, os ativos subjacentes, o tempo e a época em que as análises são efetuadas. No caso da volatilidade implícita das matérias-primas e mercadorias, o comportamento desta difere das ações, dos índices sobre as ações, dos produtos de câmbio, bem como das taxas de juro. É através deste comportamento ou desvio dos modelos de avaliação de opções que se traduzem os sorrisos da volatilidade.

Como referido anteriormente, o gráfico dos sorrisos da volatilidade é apresentado em forma de “U”, e mostra desta forma, que em relação às opções *in-the-money* e *out-of-the-money*, a volatilidade implícita é elevada, e relativamente às opções *at-the-money*, a volatilidade implícita é baixa. Estas três situações enunciadas dizem respeito às posições em que o valor intrínseco de uma opção de compra ou de venda se pode encontrar, em conformidade com o seu valor de mercado, que poderá ser igual, menor ou maior que o preço de exercício, como se pode verificar no Quadro 2.1 que é apresentado abaixo:

**Quadro 2.1** Posição do valor intrínseco de uma opção

	<i>In-the-money</i>	<i>At-the-money</i>	<i>Out-of-the-money</i>
<i>Call Option</i>	$S > X$	$S = X$	$S < X$
<i>Put Option</i>	$S < X$	$S = X$	$S > X$

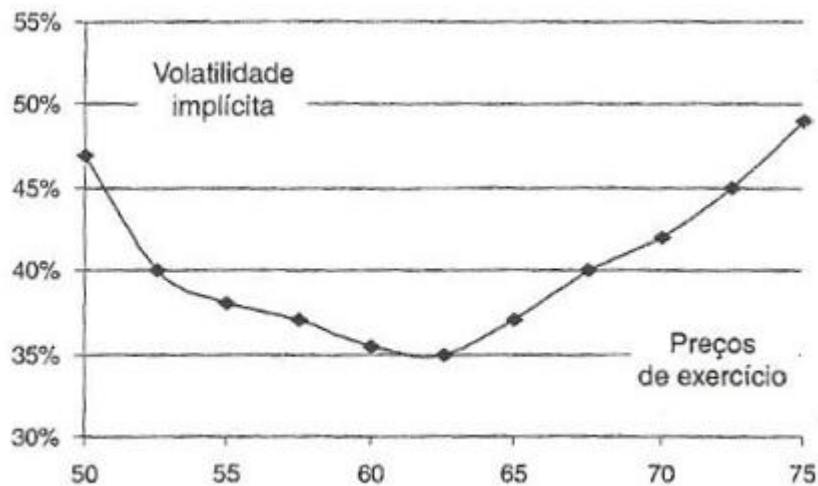
**Fonte:** Ferreira (2009:71)

No Quadro 2.1 verifica-se que  $S$  representa o preço de mercado e que  $X$  diz respeito ao preço de exercício.

Deste modo, derivam três tipos de sorrisos, que são os padrões mais comuns apresentados através da volatilidade implícita:

1. Sorriso puro e franco – *smile*;
2. Sorriso amarelo ou forçado – *skew*, *smirk* ou *sneer*;
3. Sorriso trombudo – *frown*.

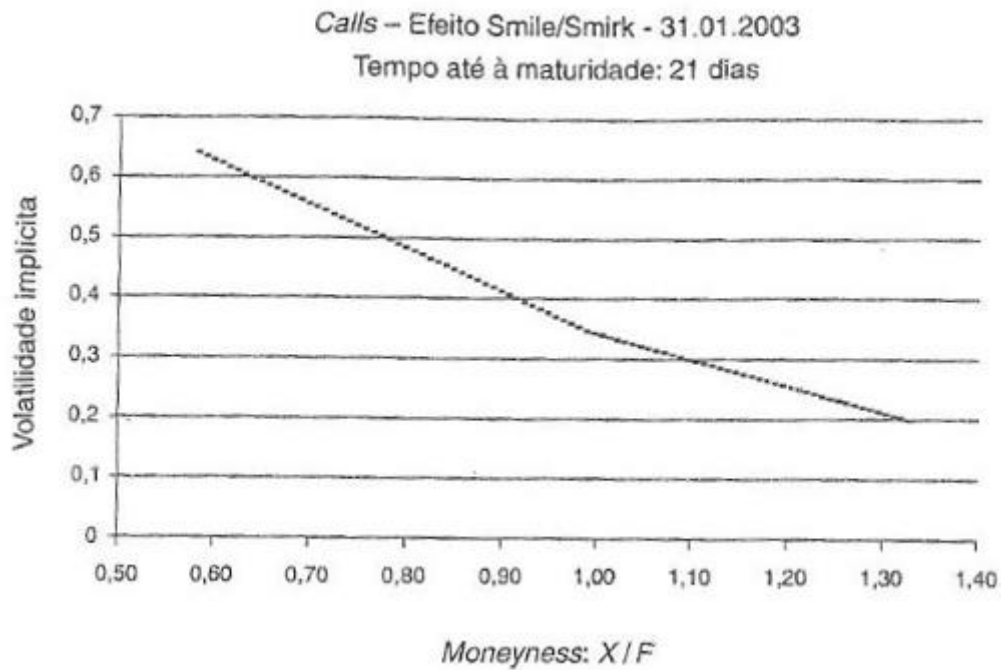
Entenda-se por sorriso da volatilidade a relação que se verifica entre o preço de exercício e a volatilidade implícita.



**Figura 2.2** Efeito do sorriso puro e franco

**Fonte:** Ferreira (2005:300)

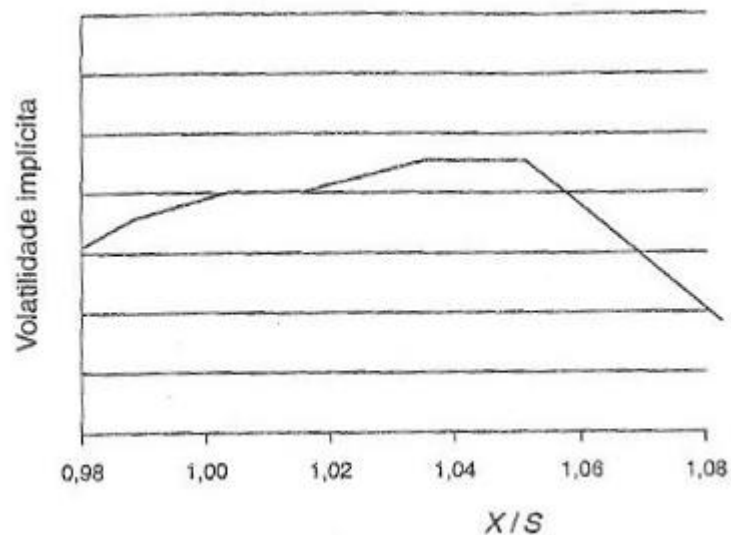
Na Figura 2.2 é possível verificar a volatilidade para opções com a mesma data de vencimento mas com diferentes preços de exercício. Quando estamos perante uma opção de compra, se o preço de mercado ( $S$ ) for superior ao preço de exercício ( $X$ ), a opção está *in-the-money*, pelo que a volatilidade implícita é superior. Quando se trata de uma opção de venda, se o preço de mercado ( $S$ ) for superior ao preço de exercício ( $X$ ), a opção está *out-of-the-money*, e neste caso a volatilidade implícita é também superior.



**Figura 2.3** Efeito do sorriso amarelo ou forçado

**Fonte:** Ferreira (2005:301)

A Figura 2.3 demonstra o sorriso amarelo ou forçado da volatilidade em que as opções de compra *in-the-money* e opções de venda *out-of-the-money* são mais caras do que o previsto pelo modelo *Black-Scholes*, enquanto as opções de compra *out-of-the-money* e as opções de venda *in-the-money* são mais baratas. Este tipo de sorriso possibilita verificar que os vendedores de opções acreditam que existe uma maior probabilidade na ocorrência de perdas da venda de opções de *puts out-of-the-money* do que de *calls out-of-the-money*.



**Figura 2.4** Efeito do sorriso trombudo

**Fonte:** Ferreira (2005:302)

Em relação à Figura 2.4 respeitante ao sorriso trombudo, verifica-se uma curvatura inversa à do sorriso puro (Figura 2.2).

### 2.3 Sentimento do mercado e os seus indicadores

O sentimento do mercado tem sido vastamente debatido na literatura por vários autores. Na análise deste tema, é colocada uma questão respeitante à relação existente entre sentimento e volatilidade e ao eventual sentido dessa causalidade, pelo que surgiram duas correntes perfeitamente distintas.

Quanto à primeira corrente, esta baseia-se na existência de uma relação de causa-efeito entre sentimento e volatilidade, possibilitando assim prever as rendibilidades futuras, como defendem De Long *et al.* (1990), que construíram um modelo na tentativa de explicar o modo como os investidores percecionam o risco, tendo chegado à conclusão que é o sentimento de incerteza que influencia as tendências evolutivas do mercado e não o inverso.

Relativamente à segunda corrente, a mesma baseia-se exatamente no fenómeno contrário ao da primeira corrente.

No entanto, não foi possível identificar concretamente a maneira exata como a volatilidade é afetada pelo sentimento de mercado, pelo que podem ocorrer várias situações. No

mercado podem existir, por um lado, investidores com muita sensibilidade quanto a alterações no seu sentimento, e conseqüentemente reagem de forma imediata, e por outro lado, investidores com menos sensibilidade, que em consequência só atuam em caso de um forte sentimento (*feeling*), relativamente à evolução no mercado.

Alguns autores defendem que o sentimento de mercado pode ser uma ferramenta utilizada para a previsão da volatilidade e, conseqüentemente, das rendibilidades do período imediatamente seguinte, como é o caso de Neal e Wheatley (1998), Wang (2001) e Simon e Wiggins (2001).

Por outro lado, com opiniões contrárias, Solt e Statman (1988), Brown e Cliff (2004) e Wang *et al.* (2006), interrogaram em relação à maneira que seria gerado o sentimento, procurando desta forma evidenciar que o sentimento fosse gerado pelo comportamento da volatilidade dos mercados financeiros.

Ficher e Statman (2000) encontraram evidências que os levaram a concluir que a causalidade entre o sentimento e a volatilidade pode ser relevante nos dois sentidos, pelo que é reforçada a ideia da significância e relevância do estudo do sentimento, devendo este ser analisado por se tratar de uma variável que persiste no tempo, sendo que o otimismo ou o pessimismo se propaga cada vez mais consoante as pessoas vão aderindo à tendência. Um outro fator a acrescer à importância do estudo do sentimento de mercado deve-se à arbitragem ter a capacidade de eliminar estratégias lucrativas de curto prazo, mas o mesmo não acontecer quando se tratam de desvios de longo prazo.

Desta forma, e apesar da dificuldade em quantificar o sentimento de mercado, tornou-se necessário encontrar, de certa forma, uma medida que permitisse determinar o seu valor. São vários os instrumentos a que se recorre com esse objetivo, dando-se ênfase aos mais usuais: Índice de Volatilidade Implícita, Rácio *Put/Call* (*PCR*) e Rácio *Bull/Bear* (*BBR*).

### **2.3.1 Índice de volatilidade implícita**

O índice de volatilidade implícita é o primeiro indicador a ser tratado e tem «como principal objectivo avaliar as condições, sentimentos e os níveis de confiança vividos nos mercados», segundo Ferreira (2005:305). Ou seja, este método pressupõe o agrupamento em intervalos dos valores da volatilidade implícita, que foram calculados anteriormente, para que posteriormente se faça corresponder a cada um deles um determinado nível de

sentimento, que se enquadrará numa escala que vai desde a inexistência de ansiedade até ao pânico extremo.

A escala de níveis de sentimento acima referida demonstra ser a grande vantagem deste indicador, pois é o classificador dos diferentes graus do sentimento do mercado consoante a variação da sua intensidade. Os níveis de volatilidade implícita apresentam uma tendência contrária relativamente aos níveis do mercado, pelo que quando existe um aumento nos níveis de volatilidade implícita, ocorre uma queda nas cotações, conduzindo eventualmente a um sentimento de pânico. Por outro lado, quando se verifica uma subida nas cotações, os níveis de volatilidade implícita vêm-se reduzidos, diminuindo desta forma a ansiedade do mercado e aumentando a satisfação.

Em síntese, quando se está perante um índice de volatilidade implícita elevado, existe maior instabilidade e maior receio dos mercados, e quando o índice de volatilidade implícita se encontra reduzido, advém maior estabilidade e maior confiança dos investidores.

O Quadro 2.2 abaixo apresentado indica os tipos de sentimentos do mercado em relação aos diferentes níveis de volatilidade implícita, de acordo com Domingos (2005):

**Quadro 2.2** Níveis de sentimentos no mercado

<b>Níveis de volatilidade implícita</b>	<b>Sentimentos no Mercado</b>
05-10	Não existe ansiedade; satisfação extrema
10-15	Alguma ansiedade, mas muito pouca; grande satisfação ainda
15-20	Pouca ansiedade; satisfação moderada
20-25	Ansiedade moderada; pouca satisfação
25-30	Ansiedade moderada mas em crescimento
30-35	Ansiedade elevada
35-40	Ansiedade muito elevada
40-45	Ansiedade extrema
45-50	Início de pânico
50-55	Pânico moderado
55-60	Pânico instalado
60-65	Pânico intenso
+ 65	Pânico extremo

**Fonte:** Ferreira (2005:306)

Segundo o mesmo autor, os valores que se apresentam com maior frequência para a média do índice situam-se entre 20 e 30, correspondendo a um sentimento de ansiedade moderada. A graduação é precisamente a grande vantagem deste indicador, pois permite que os diferentes graus do sentimento do mercado sejam classificados conforme a intensidade dos mesmos.

### **2.3.2 Rácio *Put/Call* (PCR)**

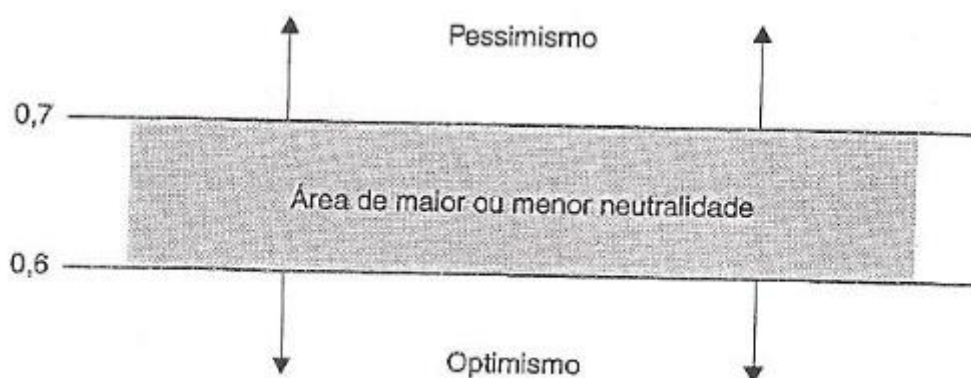
Seguidamente, o rácio *put/call* é outro dos indicadores que permite avaliar e medir o sentimento do mercado, especificamente a futura direção do mercado, sendo que o seu cálculo é efetuado através da seguinte expressão:

$$\text{Rácio } put/call = \frac{\text{Volume das Op es de Venda (Puts)}}{\text{Volume das Op es de Compra (Calls)}}$$

Este instrumento trata-se de uma medida “ao contrário”, pois as *calls* encontram-se associadas a subidas no mercado, enquanto as *puts* se encontram associadas a descidas no mercado. Quando se verifica que a expectativa dominante no mercado   de descida, essa situa o leva a um aumento de procura de *puts*, de forma a proteger as posi es longas ou a especula o negativa das cota es. Por outro lado, quando se verifica que a expectativa dominante no mercado   de subida, verifica-se uma maior aquisi o de *calls*, com o objetivo de proteger as posi es curtas ou especular com o aumento dos preços.

Como enunciado por Ferreira (2005:312), verifica-se que «quando o rácio *put/call*   baixo, o sentimento   otimista e o mercado tenderá a apresentar cota es mais elevadas», por outro lado, quando o «rácio *put/call*   alto, o sentimento   pessimista e o mercado tenderá a apresentar cota es mais baixas». Ou seja, o sentimento otimista verifica-se quando o volume de *calls* for superior ao de *puts* e o sentimento pessimista confirma-se quando o volume de *puts* exceder o volume de *calls*, e neste caso a tendência   procurar refúgio em mercados alternativos, como por exemplo o segmento obrigacionista, e abandonar o mercado acionista.

Pode-se verificar na Figura 2.5 apresentada que são considerados dois níveis como referência base para o rácio *put/call*:



**Figura 2.5** Rácio *put/call* (níveis de otimismo e pessimismo)

**Fonte:** Ferreira (2005:316)

Quando se está abaixo do nível de 0,60, o sentimento torna-se otimista, sendo que quando se está acima do nível de 0,70, o sentimento é pessimista. Apesar de alguns autores só considerarem que se está numa situação de pessimismo perante valores superiores à unidade, é usual tomar o valor de 0,70 como o limite de partida em que o sentimento começa a ter uma conotação negativa.

Especificamente, quando este indicador apresentar um valor unitário, verifica-se que as expectativas positivas são exatamente iguais às expectativas negativas.

Este indicador deverá ser utilizado em paralelo com outros indicadores, de maneira a confirmar os resultados obtidos.

### **2.3.3 Rácio *Bull/Bear* (BBR)**

Por último, e não menos importante, o rácio *bull/bear* traduz-se numa consulta semanal a uma amostra de investidores com o intuito de auscultar a orientação do mercado: otimista, neutra ou pessimista. Este índice foi publicado pelo *Investor's Intelligence – New Rochelle, New York* e a sua avaliação é feita através do seguinte quociente:

$$\text{Rácio } \textit{bull/bear} = \frac{\text{Número de Investidores Optimistas (Bullish)}}{\text{Número de Investidores Pessimistas (Bearish)}}$$

Quando este indicador apresenta níveis elevados (superiores à unidade), estamos perante uma orientação do mercado otimista, caso contrário, quando se verificam níveis reduzidos (inferiores à unidade), a orientação do mercado demonstra-se pessimista. Sendo que é nesta altura, quando o mercado está com um sentimento de descida (*bearish*), que se devem tomar posições longas ou de compra, e não quando o mercado está com sentimento de subida (*bullish*), devendo-se nesse caso tomar uma posição de venda, aproveitando ao máximo a diferença entre o preço de aquisição e o preço de alienação. Valores extremos no cálculo do rácio coincidem com altos (*tops*) e baixos (*bottoms*) no mercado. No caso específico do valor do índice igualar a unidade, significa que o número de investidores que acredita que o mercado vai subir (*bullish*) é igual ao número de investidores que acredita que o mercado vai descer (*bearish*).

É referido por Ferreira (2005:321) que o «índice IIS – *Investors Intelligence Sentiment Survey* foi lançado em Janeiro de 1963 pelo lendário analista e fundador da Chartcraft A. W. Cohen», tendo atualmente ainda um impacto muito forte no mercado.

Salienta-se novamente que deverão ser tomados em consideração outros indicadores, por forma a comparar e confirmar os resultados obtidos.

## **2.4 Assimetria na volatilidade**

A assimetria na volatilidade consiste no facto da volatilidade se verificar maior quando existem descidas inesperadas no preço dos ativos, do que quando existem subidas no preço dos ativos de igual dimensão. Ou seja, após acontecimentos negativos, no comportamento de algumas sucessões cronológicas financeiras, o risco inerente a uma ação ou carteira de ações é normalmente maior, do que após acontecimentos positivos, verificando-se desta forma a assimetria na volatilidade.

Black (1976) e Christie (1982) foram os primeiros autores a perceber esta relação, explicando assim a assimetria através do efeito de alavanca, o que quer dizer que uma queda no valor das ações, faz com que o efeito de alavanca financeira aumente, e conseqüentemente, aumente o risco das ações e a volatilidade. Posteriormente, também outros autores confirmaram essa relação, tal como, French *et al.* (1987), Schwert (1989), Nelson (1991), LeBaron (1992), Campbell e Hentschel (1992) e Glosten *et al.* (1993). Os vários investigadores elaboraram um estudo que se centrava em duas vertentes (ou fontes) que causavam as assimetrias, enquanto tentavam explicar a variação temporal da rendibilidade dos ativos. Verificava-se que, em algumas situações, os preços das ações não refletiam da melhor forma os riscos previsíveis quando se estava perante “más notícias”, por outro lado, a seguir às “más notícias” os padrões de rendibilidade tendiam a reverter mais rapidamente do que a seguir às “boas notícias”.

Deste modo, são considerados dois tipos de assimetria normalmente encontrados em sucessões cronológicas financeiras: a assimetria das perturbações e o efeito de alavanca. A assimetria das perturbações é utilizada para considerar um dos factos estilizados de que as perdas têm distribuição com cauda mais pesada do que os ganhos. O efeito de alavanca considera que as perdas têm maior influência na volatilidade do que os ganhos.

A assimetria na volatilidade não é só documentada na literatura pelo efeito de alavanca financeira, mas também pelo efeito da existência de um prêmio de risco variável, como confirmam Pindyck (1984) e Engle *et al.* (1987), explicando assim os impactos na rendibilidade pelas alterações na volatilidade. Outros investigadores afirmam que a teoria descrita não esclarece o comportamento do mercado de ações, como é o caso de Bekaert e Wu (2000).

Estudos mais recentes de Bansal e Yaron (2004) e Drechsler e Yaron (2009), em que são utilizados modelos de risco de longo prazo, demonstram que a variação dos preços das ações é largamente explicada através das flutuações nas taxas de crescimento esperado e prêmio de risco, implicando que estas variações tenham que ser consideradas.

O investigador Yamamoto (2009) efetuou também um estudo de pesquisa incidente na existência de *clusters* e na assimetria na volatilidade. Através desse estudo, verificou-se que quando são restringidos os empréstimos, os investidores esperam para vender as suas ações, o que conduzirá a uma maior pressão no aumento das vendas e a uma menor pressão relativamente à compra no mercado. Sendo que estamos perante uma economia em que a correlação dos agentes está presente, e em que estes possuam empréstimos limitados, como consequência verificar-se-á uma maior propensão a vender, o que levará à existência da intensificação da queda dos preços ou à redução do seu aumento. Deste modo, a volatilidade tende a ser mais elevada quanto à diminuição de preços do que para o seu aumento. Em conclusão, quando o efeito de restrição dos empréstimos é combinado com o comportamento de limitação dos investidores, leva à intensificação da assimetria na volatilidade, por outro lado, se não existir limitação às estratégias de venda, então não existe correlação e, consequentemente, não existe assimetria na volatilidade.

O investimento em ações tem como imposição um grau de risco associado à volatilidade dos preços dos ativos, estando esse risco identificado em dois tipos: o risco “sistemático” e o risco “não-sistemático”.

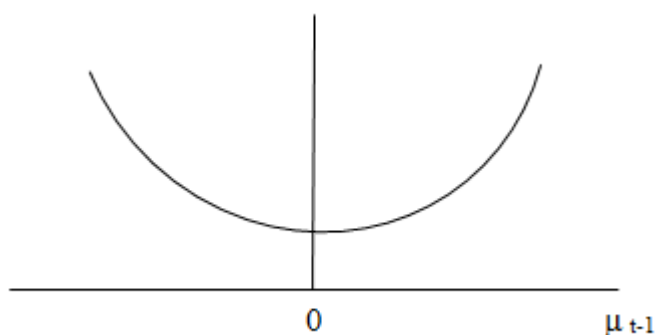
O risco “sistemático” concerne nas variações aleatórias observadas no comportamento da economia e é captado pela volatilidade da rendibilidade de um ativo relativamente ao seu valor médio.

O risco “não-sistemático” verifica-se na atividade da empresa, nas características do mercado onde a empresa se enquadra, nas condições de financiamento das suas atividades, entre outros.

A conjugação dos dois tipos de risco referidos constitui o risco total do investimento em ações, em que quanto maior for a volatilidade, menor será o grau de confiança do investidor, e conseqüentemente, serão realizados menos investimentos, ou seja, a confiança do investidor apresenta relação inversa com o risco total do investimento.

Deste modo, pode-se concluir que a maior parte dos modelos assumem distribuições normais na sua formulação, sendo que a característica dominante é a assimetria, como se verifica no modelo *Black-Scholes* ou no *CAPM – Capital Asset Pricing Model*.

Importa referir ainda que o desvio-padrão é uma média simétrica onde o impacto dos “choques positivos” e dos “choques negativos” são tratados de forma indiferenciada e em que a volatilidade depende apenas da magnitude de  $\mu_{t-1}$ , como é possível observar na Figura 2.6.



**Figura 2.6** Simetria na volatilidade

**Fonte:** Ferreira (2009:436)

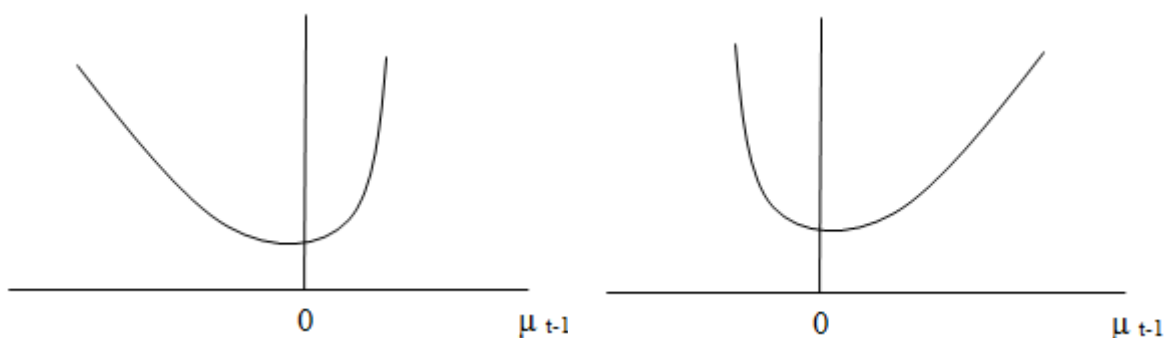
O facto de o efeito assimétrico não existir é uma das limitações do modelo *GARCH*, como referencia Nelson (1991). Uma outra limitação é a imposição de que os parâmetros do modelo sejam positivos. A existência de uma estrutura assimétrica para a volatilidade faz com que haja distribuições enviesadas e com efeito sorriso – *skewed distributions* – para os preços previsionais.

Nos mercados financeiros são observados com frequência períodos de intensa volatilidade, segundo Santos e Silva *et al.* (2005), após períodos de queda de preços, ao contrário de períodos elevados nos preços, em que não se verifica a volatilidade com tanta intensidade,

pelo que se pode constatar que, em geral, os efeitos sobre a volatilidade diferem conforme os “choques” sejam positivos ou negativos.

O estudo destas assimetrias foi abordado pela primeira vez por Fisher Black (1976) e as mesmas são denominadas de efeito de alavanca ou de efeito do prêmio de risco, como já foi referido anteriormente, sendo que podem ser capturadas por duas variantes do modelo *GARCH*: os modelos *GJR-GARCH* e *EGARCH*, apresentados por Zakoian (1994) e por Nelson (1991) e que serão abordados posteriormente.

De uma forma mais clara, existe um efeito assimétrico na volatilidade, quando se verifica um decréscimo nos rendimentos, ao mesmo tempo que existe um aumento na volatilidade superior à volatilidade induzida por um acréscimo nos rendimentos. Deste modo, torna-se importante a representação na Figura 2.7 do efeito de assimetria em resposta ao sinal de  $\mu_{t-1}$ .



**Figura 2.7** Assimetria na volatilidade

**Fonte:** Ferreira (2009:436)

Na figura acima, é possível visualizar que no gráfico do lado esquerdo a influência na volatilidade é mais forte quando  $\mu_{t-1}$  é positivo, ao contrário do que se verifica no gráfico do lado direito, em que a influência na volatilidade é mais forte quando  $\mu_{t-1}$  é negativo. É ainda possível observar que em ambos os gráficos está presente o efeito de alavanca e que qualquer informação adicional levará ao aumento do nível de volatilidade. No entanto, a ocorrência de uma “má notícia” conduz a um maior impacto na volatilidade contrariamente à ocorrência de uma “boa notícia”.

A estabilidade dos mercados e a neutralização do efeito de alavanca é possível através da introdução de opções, como defendem os investigadores Haddad e Voorheis (1991) e

Figlewski e Webb (1993), pelo que se reflete positivamente no nível de volatilidade do ativo subjacente. Merton *et al.* (1978, 1982) apresentou outros estudos acerca das implicações da adoção de estratégias combinadas de opções e ações. Os vários autores concluíram que dessa forma verifica-se uma significativa diminuição da exposição ao risco que se faz acompanhar por uma redução da rendibilidade esperada, o que se reflete nas distribuições assimétricas.

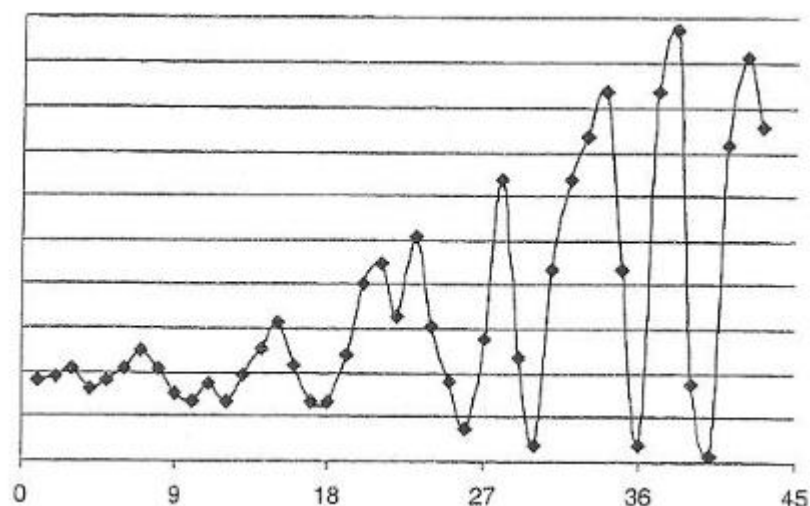
Em conclusão, a medição da assimetria da volatilidade dos ativos financeiros especulativos tornou-se ao longo dos últimos tempos num determinante tópico na literatura financeira. Devido ao efeito de alavanca poder assumir um papel fundamental, torna-se necessário proceder-se ao estudo de modelos que permitam verificar o efeito assimétrico na volatilidade, como é o caso dos modelos *GJR-GARCH* e *EGARCH*, sendo que existem outros modelos que poderão ser aplicados conforme seja o objetivo do estudo.

## **2.5 Heteroscedasticidade**

O conceito de heteroscedasticidade é significativo no desenvolvimento deste trabalho, pois é relevante nas finanças, particularmente nas opções, visto que os rendimentos dos ativos financeiros e também de algumas matérias-primas e mercadorias possuem esta característica, como é indicado por Ferreira (2005:305). Este mesmo autor defende ainda que «a heteroscedasticidade pode apresentar duas formas: condicional e incondicional. No primeiro caso, os desvios-padrão condicionais  $\sigma_{t|t-1}$  não são constantes; no segundo, os desvios-padrão incondicionais  $\sigma_t$  não são constantes».

Os rendimentos de ativos financeiros, ações ou obrigações demonstram tendência para apresentar heteroscedasticidade condicional, sendo que existem períodos em que ocorre maior ou menor volatilidade que podem ser antecipados, mesmo que nos preços se verifique volatilidade não constante.

Na Figura 2.8 está representado o processo de heteroscedasticidade, como se visualiza abaixo:



**Figura 2.8** Processo de heteroscedasticidade

Fonte: Ferreira (2009:304)

## 2.6 Metodologias: Modelação da volatilidade condicionada

A modelação da volatilidade surgiu através de um estudo de Engle (1982) com o intuito de explicar o comportamento da volatilidade, através de modelos de heteroscedasticidade condicionada, pois têm-se verificado ao longo do tempo várias tentativas com o objetivo de modelar a volatilidade dos mercados.

Segundo Ferreira (2005), o objetivo dos modelos de volatilidade heteroscedástica é serem capazes de «possibilitar a sua previsão, capturando e reflectindo os factos mais relevantes e que incidem sobre a volatilidade dos rendimentos, designadamente, persistência, reversão à média, impacto assimétrico das boas e das más notícias e a influência de variáveis exógenas». Assim, para cada um dos modelos de heteroscedasticidade condicionada é possível encontrar na literatura as suas vantagens e desvantagens, adiantando antes de mais que foi Engle (1982) que desenvolveu uma nova classe de modelos denominada de *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (Heteroscedasticidade Condicional Autorregressiva), abreviadamente *ARCH*, partindo-se do pressuposto que uma série temporal seja gerada por um processo estocástico com uma volatilidade variável no tempo.

Posteriormente, Bollerslev (1986) prosseguiu com o desenvolvimento do modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (*GARCH*), que adiciona ao modelo *ARCH* a própria variância condicional.

Foram desenvolvidas ainda outras extensões do modelo *ARCH*, por forma a modelar um leque de fenómenos específicos condicionantes da volatilidade, e que sejam utilizados em conformidade com o objetivo do investidor ou com a situação que se verifique, possibilitando prever fiavelmente o comportamento dos mercados. Um dos primeiros modelos *GARCH* assimétricos foi o *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (EGARCH)*, estudado por Nelson (1991), e mais tarde Glosten *et al.* (1993) e Zakoian (1994) propuseram o modelo *Glosten-Jagannathan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GJR-GARCH)*.

Os últimos três modelos enunciados - *GARCH*, *EGARCH* e *GJR-GARCH* - têm particular utilização para períodos de análise longos.

### 2.6.1 Modelo *ARCH*

O modelo *ARCH* serve, regra geral, para captar as oscilações da volatilidade em séries financeiras, como é o caso dos índices de ações, e ainda «permite captar factos estilizados tradicionalmente associados a dados de natureza económica e financeira, como sejam, a presença de caudas pesadas na distribuição empírica das rendibilidades, o fenómeno dos *clusters* de volatilidade ou da não linearidade do seu comportamento e as alterações na capacidade de previsão», segundo Bentes (2011:36).

Por outras palavras, o modelo *ARCH* prende-se com o facto de os retornos que compõe a série temporal, serem não-correlacionados serialmente, sendo que a sua volatilidade condicional depende dos retornos passados que respeitam uma função quadrática, ou seja, os retornos de séries financeiras não têm variância constante no tempo, e deste modo formam-se grupos com graus de volatilidade diferentes e com média constante.

Sabendo que, para este modelo, a variância condicional é uma função linear do quadrado das inovações passadas, temos que o modelo *ARCH* (*q*) apresenta a sua fórmula através da seguinte expressão:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-1}^2,$$

em que,

$$u_t = \varepsilon_t \sigma_t;$$

$$E[\varepsilon_t] = 0;$$

$$Var[\varepsilon_t] = 1;$$

$$Cov[\varepsilon_t; u_{t-i}] = 0;$$

com,  $\varepsilon_t$ : *i.i.d.*<sup>1</sup> e independente de  $u_{t-i}$  ( $i \in Z$ );

$\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, q$ ): a soma de todos os parâmetros tem de ser inferior à unidade, para que seja cumprida a condição de estacionariedade fraca.

O processo *ARCH* ( $q$ ) é representado por  $\sigma_t^2$  que consiste na variância do erro de previsão condicionada pela informação passada. Em relação à variável  $q$ , quanto maior for o seu valor, mais longos são os episódios de volatilidade, segundo Bera e Higgins (1993).

Este modelo apresenta algumas desvantagens, como enumerado por Ferreira (2005):

- Os seus pressupostos estão orientados para rendimentos de sucessões cronológicas e as decisões financeiras são dependentes de outras variáveis;
- Parte-se do pressuposto que existem meios envolventes bastante estáveis e que não se prendem com acontecimentos associados com turbulência, como é o caso de fusões, aquisições, reestruturações, “boas e más notícias”, entre outros;
- A evolução dos preços é definida através do conhecimento comum verificando-se os preços passados, e não do foro particular de alguns intervenientes.

Uma outra limitação do modelo *ARCH* apontada por Bollerslev *et al.* (1992) prende-se com a tendência para a sobreavaliação dos efeitos da persistência nas observações, revelando-se ainda incapaz de captar uma das mais importantes características nas rendibilidades – o efeito de alavanca. Este modelo e os seus derivados são modelos estatísticos e algo complexos, e não económico-financeiros, o que faz com que também seja uma desvantagem na sua utilização, pois poderão não ser apropriados em determinadas situações.

### 2.6.2 Modelo *GARCH*

Inicialmente, a ideia do modelo *ARCH* provocou vários debates e alguns aperfeiçoamentos por parte dos investigadores, o que levou Bollerslev (1986) a desenvolver uma

---

<sup>1</sup> *i.i.d.* – independent and identical distribution

generalização do modelo *ARCH*, chegando assim ao modelo *GARCH* na qual a variância condicional é também função dos seus próprios valores passados, e não só das inovações quadráticas passadas, ou seja, como referido por Ferreira (2005:328), «baseia-se no pressuposto que as previsões nas variações da variância no tempo dependem da variância passada dos activos financeiros».

Como no modelo *ARCH* se verifica uma dificuldade acrescida para que seja possível estimar os coeficientes, devido à frequente necessidade de uma ordem  $q$  elevada, então o modelo *GARCH* adiciona a dependência da variância relativamente à variância passada.

Esta extensão do modelo *ARCH* permite uma memória mais longa e uma estrutura de defasagens para a variância mais flexível, podendo ainda ser utilizado de forma a entender a relação existente entre a volatilidade e os retornos esperados. Este modelo permite ainda a existência de componentes autorregressivos e de médias móveis na variância heteroscedástica dos ativos financeiros.

O modelo *GARCH* ( $p,q$ ) é representado da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

onde,

$p$  = grau do processo *GARCH*;

$q$  = grau do processo *ARCH*;

$u_t = \varepsilon_t \sigma_t$ .

No caso de  $p = 0$ , o modelo *GARCH* ( $0, q$ ) é equivalente ao modelo *ARCH* ( $q$ ).

Para que neste modelo se verifique uma covariância estacionária e, conseqüentemente, uma variância incondicional ou uma tendência de convergência, é necessário que as seguintes condições ocorram:

$\alpha_0 > 0$ ;

$\alpha_i \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, q$ );

$\beta_j \geq 0$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ );

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1.$$

A versão deste modelo mais utilizada em séries de finanças é também a mais simples, ou seja, o modelo *GARCH* (1,1). Partindo do princípio que os erros são normalmente distribuídos, verificamos a variância através da expressão seguinte:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \alpha_{t-1}^2,$$

em que, o coeficiente  $\alpha_1$  mede a extensão em que um choque no retorno verificado num determinado dia pode afetar a volatilidade do retorno do dia seguinte e a soma  $(\alpha_1 + \beta_1)$  demonstra a medida de persistência da volatilidade, por outras palavras, a taxa que reflete como o impacto de um choque no retorno verificado num determinado dia se propaga ao longo do tempo, sobre a volatilidade dos retornos futuros, demonstrando que a alta persistência do choque irá enfraquecendo de forma lenta.

No caso de  $p = 0$ , o modelo *GARCH* (0,  $q$ ) é equivalente ao modelo *ARCH* ( $q$ ), pelo que a variância condicionada é representada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + A(L)u_t^2 + B(L)\sigma_t^2,$$

onde, os polinómios no operador de desfasamento – *backshift operator* –  $L$  se verificam da seguinte forma:

$$A(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots + \alpha_q L^q,$$

$$B(L) = \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_p L^p,$$

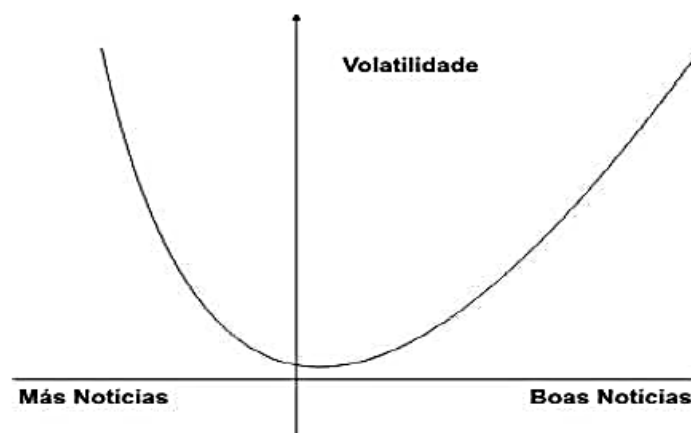
Um modelo *GARCH* ( $p, q$ ) é um modelo *ARCH* ( $\infty$ ) em que,

$$\alpha_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^p \beta_i} + \sum_{i=1}^{\infty} \eta_i u_{t-i}^2$$

Este modelo possui também algumas limitações que devem ser referidas, segundo Nwogugu (2006):

- Existência de sensibilidade nas estimativas do modelo relativamente à duração do período da previsão, à magnitude do desvio-padrão e à distribuição que é utilizada;
- O facto de os resultados não serem exatos quando se verifica uma distribuição dos resíduos que não é Gaussiana;
- Os efeitos de persistência da volatilidade serem sobreavaliados, como tinha já sido identificado por Brooks *et al.* (2000);
- Inexistência de capacidade de modelação do efeito de assimetria, ocorrendo quando a magnitude dos efeitos positivos não é idêntica à dos negativos.

O modelo *GARCH* não resolve o problema da assimetria da sua distribuição, devido ao facto do erro observado  $\varepsilon_{t-1}$  entrar sempre no modelo ao quadrado, fazendo com que não haja distinção entre os “choques positivos” e os “choques negativos”, o que pode levar a que o modelo *GARCH* padrão (simétrico), neste contexto, produza estimativas duvidosas dos parâmetros. Como já foi referido anteriormente, tal acontecimento é denominado de efeito de alavanca (*leverage*), representado na Figura 2.9, no qual a volatilidade se apresenta superior após “choques negativos” do que após “choques positivos” da mesma magnitude, pelo que esta característica pode ser capturada através de duas extensões do modelo *ARCH*: o modelo *EGARCH* e o modelo *GJR-GARCH*.



**Figura 2.9** Efeito *leverage*

**Fonte:** Enders (2004:142)

### 2.6.3 Modelo EGARCH

Os modelos descritos anteriormente apresentam duas limitações relevantes: não lhes ser possível captar a influência assimétrica dos retornos, na modelação das séries financeiras, e a condição de que os coeficientes do modelo não se devem apresentar negativos, permitindo assim que a formulação da variância se verifique não negativa com probabilidade igual à unidade.

Para colmatar estas fraquezas, Nelson (1991) desenvolveu o modelo EGARCH, através da logaritmização da variância condicionada, que deriva do facto do efeito de “choques” ser exponencial e não quadrático. Neste modelo, é possível verificar uma correlação entre os retornos das ações e as alterações na sua volatilidade negativa, pois a volatilidade é superior quando ocorrem “más notícias” do que quando ocorrem “boas notícias”.

Este modelo é expresso pela seguinte expressão, em que a variância condicionada,  $\sigma_t^2$ , é uma função assimétrica dos valores passados de  $\mu_t S$ :

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln \sigma_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left( \frac{|\mu_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{i=1}^p \gamma_i \left( \frac{|\mu_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} \right)$$

onde,

$\sigma_t^2$  = a variância condicionada em  $t$ ;

$\alpha_0$  = valor constante;

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  = parâmetros do modelo;

$\mu_{t-i}$  = erro observado em  $t - i$ ;

$\sigma_{t-i}$  = desvio-padrão observado em  $t - i$ .

Posto isto, é possível constatar que a variância condicionada é uma função exponencial das variáveis e que assegura que os seus valores sejam positivos. A natureza exponencial desta função leva a que os choques externos inesperados possam vir a ter um forte efeito na volatilidade esperada.

Também neste modelo se verifica a presença do efeito de alavanca, dado pelo seu valor negativo, sendo o efeito assimétrico indicado pelo valor diferente de zero de  $\gamma$ . Deste modo,

as “más notícias” podem demonstrar um impacto diferente na volatilidade futura, em comparação com as “boas notícias”. No caso de  $\gamma = 0$ , verificar-se-á que um “choque positivo” conduzirá a um efeito semelhante na volatilidade relativamente a um “choque negativo” de amplitude igual. Para  $\gamma < 0$ , um “choque positivo” exercerá um efeito de diminuição no nível da volatilidade, enquanto para  $\gamma > 0$ , um “choque positivo” originará um efeito de aumento na volatilidade do mercado.

Uma das vantagens deste modelo, segundo Alexander (2005), é o mesmo não precisar de adotar a restrição de não negatividade dos parâmetros com o objetivo de evitar a geração de variâncias negativas, devido a ser considerada a variância condicional em termos logarítmicos.

#### 2.6.4 Modelo GJR-GARCH

Como referido anteriormente, Glosten *et al.* (1993) e Zakoian (1994) propuseram o modelo GJR-GARCH, que também permite detetar a assimetria na volatilidade e consiste no impacto sobre a volatilidade ser superior quando se trata de “más notícias” comparativamente com as “boas notícias”, se o coeficiente for positivo, como se pode verificar na Figura 2.9. apresentada anteriormente.

Neste modelo, a especificação da variância condicionada é representada pela seguinte expressão:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \mu_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^r \delta_{t-k} \gamma_k \mu_{t-k}^2$$

em que,

$\delta_{t-k}$  é uma variável *dummy*, que assume o valor da unidade quando  $\mu_t > 0$  e se anula quando  $\mu_t \leq 0$ .

Esta variante do modelo ARCH conduz a efeitos diferentes na variância condicionada consoante se verifica uma “boa notícia” ( $\mu_t > 0$ ) ou uma “má notícia” ( $\mu_t < 0$ ), pois quando se está perante uma “boa notícia”, o impacto é direto em  $\alpha$ , enquanto que quando se está perante uma “má notícia”, o impacto é igual a  $(\alpha + \gamma)$ .

Quando  $\gamma > 0$ , é originado o efeito de alavanca, e quando  $\gamma \neq 0$ , conduz a um efeito assimétrico pelo impacto da divulgação de novas notícias.

## **2.7 Síntese do capítulo**

No decorrer deste capítulo foram apresentadas as questões principais quanto ao conceito da volatilidade dos mercados financeiros, pelo que foram classificadas as diferentes modalidades que pode apresentar. Foram também apresentados os aspetos mais relevantes no que diz respeito à estimação da volatilidade, assim como os respetivos mecanismos que são necessários para o efeito.

A abordagem dos modelos de volatilidade heteroscedástica verificou-se muito importante no desenvolvimento deste capítulo, pelo que foram apresentadas algumas vantagens e desvantagens para cada um dos seguintes modelos do tipo *ARCH*: *GARCH*, *EGARCH* e *GJR-GARCH*.

### III. DESCRIÇÃO DOS DADOS E EVIDÊNCIA EMPÍRICA

Neste capítulo apresenta-se a análise prática da temática em que incide este estudo. Numa fase inicial, será apresentada a definição de índice bolsista e as características que devem ser tidas em conta na sua construção.

Na secção 3.2 será apresentado o índice de ações escolhido – *PSI 20* – e o respetivo processo de recolha de dados de séries cronológicas relativamente às cotações de fecho desse mesmo índice.

Posteriormente, na secção 3.3, é efetuado o estudo das rendibilidades do *PSI 20* e comentada a sua evolução no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.

Relativamente à secção 3.4, é realizada a análise estatística do *PSI 20* através do teste *Jarque-Bera*.

E por fim, mas não menos importante, serão estimados os modelos da volatilidade condicionada na secção 3.5.

#### 3.1 Definição e características de um índice bolsista

É necessário perceber o significado da palavra “índice”, que é sinónimo de “indicação”, o que leva a perceber que o objetivo de um índice bolsista é exatamente indicar aos agentes económicos o comportamento evolutivo das cotações do mercado de Bolsa sobre o qual é incidente. Assim, um índice é definido como um cabaz de emissões de títulos (ações, obrigações, mercadorias ou outro tipo de ativos que sejam transacionados) que pretende representar a forma como se comporta o mercado como um todo, apresentando a vantagem de permitir que seja feita uma avaliação rápida e global da evolução das cotações. O índice deverá incluir todos os títulos que compõem o mercado, por forma a indicar o comportamento do mercado o mais fielmente possível. No entanto, devido à dificuldade existente em acompanhar os títulos que compõem o mercado e dimensão deste, opta-se por elaborar um cabaz que represente o mercado como um todo.

Em relação à finalidade e forma de construção, é possível dividir os índices em dois tipos: os índices gerais, que abrangem a totalidade das emissões que foram admitidas à negociação num determinado mercado ou segmento de mercado e, regra geral, são de carácter informativo; e os índices de seleção ou amostrais, que apenas compreendem partes de segmentos de mercado, refletindo assim o modo como evoluem os preços e as rendibilidades dum número fixo de títulos.

Existem dois outros tipos de critérios para a classificação dos índices: o sistema de ponderação e a média. Em relação ao sistema de ponderação, este pode ser do valor de mercado ou dos valores de capitalização bolsista; do preço; ou de proporção igual. Relativamente à média, a mesma pode variar entre aritmética ou geométrica.

Os índices podem também ser classificados consoante a categoria dos títulos, que podem ser ações, obrigações, mercadorias ou outro tipo de ativos, sendo que, como já foi referido anteriormente, nesta dissertação o índice que será estudado está enquadrado na categoria de índices globais de ações.

Um índice é particularmente importante no que diz respeito à análise da volatilidade do mercado, pelo que lhe são atribuídas as potencialidades abaixo descritas:

- Existência de possibilidade de comparação histórica em relação a rendibilidades de diferentes mercados (ações, obrigações, etc.);
- Ser um referencial de mercado útil na confrontação do desempenho de vários mercados, por exemplo, comparar a *performance* dos fundos de investimento;
- Permite indicar o nível de atividade económica, pois as cotações podem ser entendidas como o espelho das expectativas do mercado relativamente à sua evolução;
- Agir como um barómetro das oscilações do mercado, particularmente em relação a *crashes* e bolhas especulativas.

No decorrer da construção de um índice bolsista é necessário ter em atenção alguns critérios fundamentais para que, por natureza, seja mantida a neutralidade do índice na avaliação do comportamento do mercado, não distorcendo de forma alguma a imagem da evolução real das Bolsas. Os critérios a ter em conta são os seguintes:

- Representatividade – um índice deverá incorporar o maior número de empresas possível do mercado-alvo, para que seja representativo. No entanto, a

representatividade descrita tem como limitação o número de empresas cotadas em Bolsa, pois as outras empresas não são consideradas na sua construção;

- Ponderação – é necessário determinar a ponderação das empresas selecionadas no valor global do índice. Apesar de existirem várias formas de o fazer, no caso de índices de ações, as mais frequentes são:
  - Capitalização bolsista – em relação a este primeiro critério, o cálculo do peso de cada empresa é efetuado em função da sua capitalização bolsista. Deste modo, quanto maior se verificar o seu valor de mercado, maior será a ponderação que lhe é atribuída. Porém, como se verificam alguns casos em que existe uma forte concentração de capital, atualmente, a tendência é de considerar para efeitos de cálculo apenas os títulos que circulam livremente no mercado e que são normalmente designados por *free-float*.
  - Cotação – relativamente a este segundo critério, as ponderações relativas provêm de forma direta da cotação individual de cada ação.
- Momento de referência – não menos importante, é impreterível delimitar a data para o início da contagem do índice, sendo que geralmente se faz corresponder a essa mesma data um determinado número de pontos, designado habitualmente por base do índice, e que possibilita posteriormente o apuramento das alterações que possam vir a ocorrer.

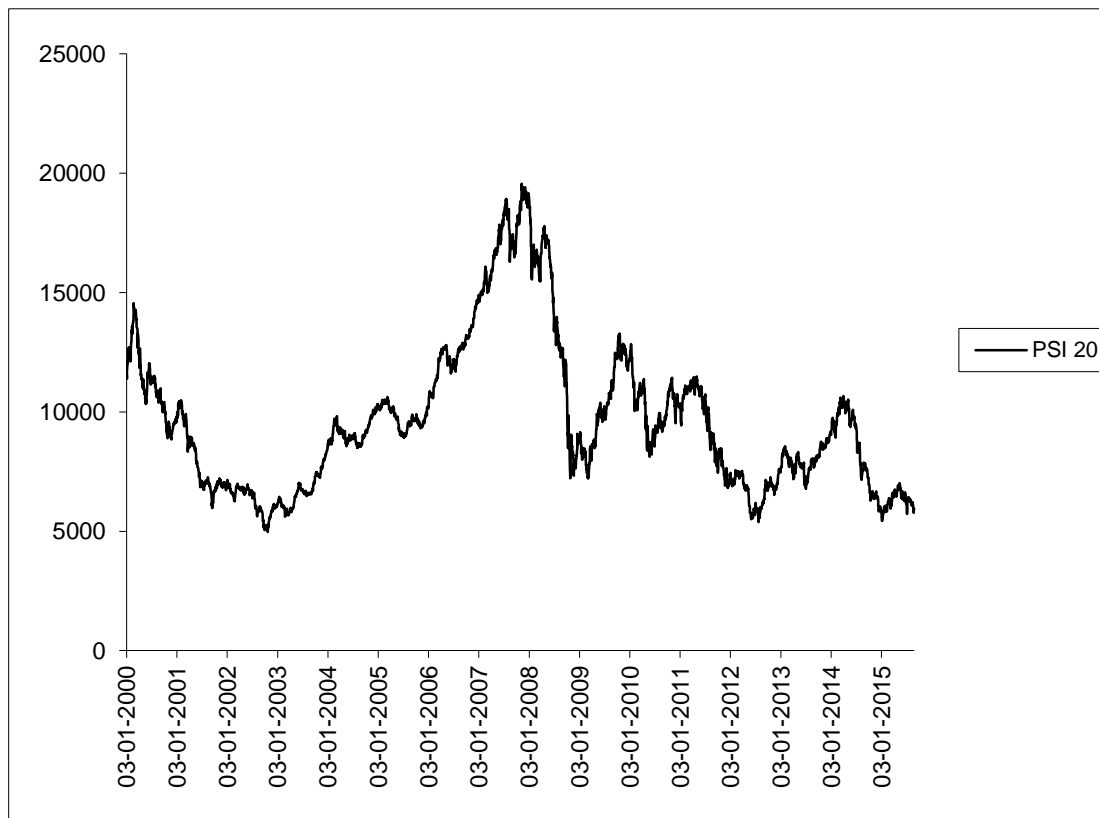
Os índices não representam valores em moeda, pois são medidos em pontos, e permitem verificar se em média os preços das ações estão a subir ou a descer. Ou seja, poderão existir flutuações de subida e descida em conformidade com as expectativas dos agentes financeiros, pelo que estas expectativas, que podem ser positivas ou negativas, são influenciadas por alguns fatores, quer políticos, quer macroeconómicos e empresariais, como por exemplo os anúncios de resultados.

Assim, é possível concluir que um índice de ações consiste num indicador estatístico que espelha o valor combinado dos mercados subjacentes que o compõem, pelo que sempre que existir alguma variação em algum desses mercados, essa variação apresentar-se-á refletida no índice.

### 3.2 Descrição da amostra

A escolha para a análise do comportamento da volatilidade recaiu sobre o *PSI 20* (*Portuguese Stock Index*), visto tratar-se do índice de referência do mercado português. Este índice remonta a 31 de Dezembro de 1992, com um valor base de 3000 pontos, e foi criado com o intuito de servir de indicador quanto à evolução do mercado de ações português e também de suporte em relação à negociação de contratos de futuros e de opções. Deste modo, demonstra a evolução dos preços das 20 emissões de ações que apresentam uma maior dimensão e liquidez presentes no universo das empresas que estão admitidas à negociação no Mercado de Cotações Oficiais.

Para o desenvolvimento desta análise, os preços diários foram recolhidos através da base de dados *DataStream*, num total de 4.085 observações, decorridas no intervalo de tempo de 03/01/2000 a 28/08/2015, e tendo sido analisadas recorrendo ao *software EViews*. A base de dados enunciada apresenta os 5 dias úteis semanais, incluindo feriados, sendo que nestes a sua cotação não se altera em relação à do dia anterior, de forma a manter as 5 observações que estão relacionadas com uma semana de trabalho.



**Figura 3.1** Evolução dos preços do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

A economia portuguesa, sendo ela de pequena dimensão, está bastante exposta à conjuntura económica internacional, pelo que a evolução dos preços do *PSI 20* coincide com fatores políticos e macroeconómicos internacionais. Deste modo, proceder-se-á à interpretação da Figura 3.1.

No período de 2000 a 2003, foram vários os acontecimentos externos que motivaram a uma sucessiva queda do índice *PSI 20*, tais como a introdução do Euro e a sua consequente desvalorização face ao Dólar, a subida do preço do petróleo e a instabilidade política internacional gerada pelos atentados de 11 de Setembro de 2001 nos Estados Unidos da América.

Quanto ao ano de 2004, foi um ano em que se verificou uma forte consolidação dos mercados financeiros a nível internacional. Em Portugal, o aumento das exportações e o crescimento da procura interna levaram ao desempenho positivo do *PSI 20* até ao ano de 2007.

Entre 2007 e 2008, ocorreu nos Estados Unidos da América a crise do *subprime* que se alastrou até à Europa, originando uma enorme recessão a nível global e onde Portugal foi bastante afetado, verificando-se uma queda acentuada até ao ano de 2009.

No final do ano de 2009 a insustentabilidade das dívidas públicas na Europa, incluindo Portugal, levou à existência de uma forte volatilidade no *PSI 20* no período de 2009 a 2012. Após resgate e consequentes medidas de austeridade, houve um aumento da confiança e, consequentemente, a uma subida do índice entre os períodos de 2012 e 2014.

Em 2014 a desvalorização do sector bancário, juntamente com a descida do preço do petróleo têm vindo a provocar sucessivas descidas no *PSI 20* até à atualidade. Esta situação deve-se ao facto de várias empresas do *PSI 20* se encontrarem dependentes de economias exportadoras de Petróleo, por exemplo, Angola.

Nos dias de hoje, o *PSI 20* tem vindo a sofrer descidas devido ao arrefecimento de economias como a da China e do Brasil. Visto Portugal estar dependente a nível do investimento dessas economias, um abrandamento nas mesmas tem influência nos resultados do índice bolsista português.

### 3.3 Estudo das rendibilidades do *PSI 20*

Neste ponto, e por forma a aprofundar a assimetria na volatilidade do *PSI 20*, será apresentada a análise das rendibilidades da amostra escolhida.

O estudo das rendibilidades permite compreender com mais facilidade o comportamento dos ativos para a série cronológica que foi selecionada, sendo que no seu desenvolvimento a medida mais utilizada é a volatilidade histórica, representada pelo desvio-padrão das variações dos logaritmos, e a sua expressão é dada por:

$$R_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})]$$

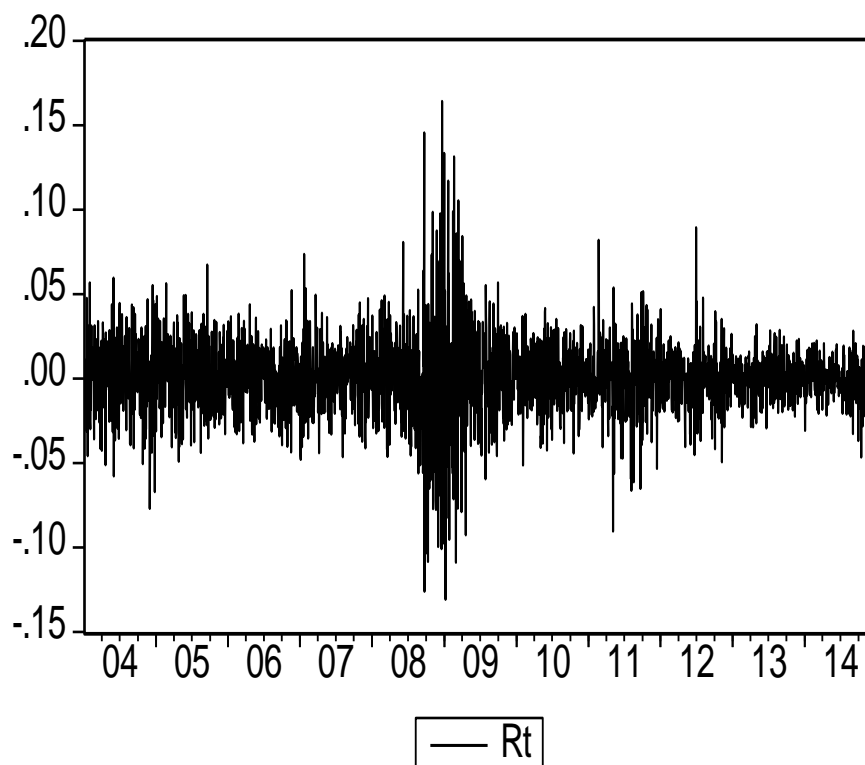
em que,

$t$  = período da série temporal financeira (03/01/2000 a 28/08/2015);

$P_t$  = preço do ativo ou cotação de fecho do *PSI 20* ajustado do dia, no período  $t$ ;

$P_{t-1}$  = preço do ativo ou cotação de fecho do *PSI 20* ajustado do dia anterior, no período  $t$ .

A análise presente neste trabalho incidirá sobre o estudo das rendibilidades, e não sobre os preços originais, pois como irá ser demonstrado posteriormente, as rendibilidades apresentam-se estacionárias, prendendo-se este facto com um dos pressupostos dos modelos tipo *GARCH*.



**Figura 3.2** Evolução das rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Na Figura 3.2 é muito evidente a existência de *clusters*, o que indica que a variabilidade da série não é homogênea. O primeiro *cluster* a ser observado é de grande volatilidade e situa-se em meados de 2008, prolongando-se até ao início de 2009, existindo de seguida outro de baixa volatilidade. Em 2011, é verificado novamente um *cluster* de alta volatilidade, surgindo imediatamente a seguir um de baixa volatilidade. Posteriormente, é possível observar em 2012 mais um *cluster* de alta volatilidade, sendo que a partir daí se segue um período de baixa volatilidade nas rendibilidades do *PSI 20*.

Ao efetuar uma comparação entre a Figura 3.2, que demonstra a evolução das rendibilidades, e a Figura 3.1, em que se pode visualizar a evolução dos preços, é possível constatar que aos picos de alta volatilidade correspondem a subidas dos preços, e contrariamente, quando existem picos de baixa volatilidade, verificam-se descidas nos preços. Ou seja, a evolução dos preços e a evolução das rendibilidades estão em consonância uma com a outra.

### 3.4 Análise estatística do índice

No desenvolvimento da análise do comportamento das taxas diárias de rendibilidade, é necessário proceder ao cálculo das medidas de estatística descritiva dos dados encontrados, que se encontram apresentadas na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1** Estatísticas descritivas

Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste <i>Jarque-Bera</i>
-0,000172	0,014197	-0,204663	9,184749	6539,177**

**Nota:** \*\*Denota um nível de significância de 1%

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Em primeiro lugar, observa-se que a média e o desvio-padrão apresentam valores perto de zero, no entanto a média é demasiado baixa relativamente ao desvio-padrão.

Posteriormente, e por forma a complementar a análise da distribuição, analisar-se-á a assimetria e a curtose, sendo que esta última pode também ser denominada de medida de achatamento. A assimetria apresenta um valor negativo e a curtose é superior 3, pelo que se pode concluir que os dados não seguem uma distribuição normal, pois numa distribuição normal a assimetria apresenta um valor nulo e o coeficiente de curtose é igual a 3. No entanto, as duas medidas são independentes e não se influenciam mutuamente. Neste caso, é possível verificar que a distribuição se manifesta como leptocúrtica (alongada) através do Índice Momento de Curtose, devido à curtose ser superior a 3. Se o coeficiente de curtose fosse igual a 3, a distribuição seria mesocúrtica, e se fosse inferior a 3, apresentaria uma distribuição platicúrtica.

Devido ao facto da média e da assimetria serem negativas é permitido constatar que no período considerado também as rendibilidades foram negativas.

Em último lugar, e de modo a confirmar a tendência do afastamento das distribuições de rendimentos relativamente a uma distribuição normal, recorre-se ao teste à normalidade de *Jarque-Bera (JB)*, confirmando assim as análises anteriores. Este teste baseia-se nas diferenças entre os coeficientes de assimetria e curtose, possibilitando desta forma testar a hipótese nula de que a amostra foi retirada de uma distribuição normal. O teste *JB* é verificado através da seguinte expressão:

$$JB = n \left( \frac{s^2}{6} + \frac{(k - 3)^2}{24} \right)$$

onde,

$n$  = número de observações da série financeira (4.085);

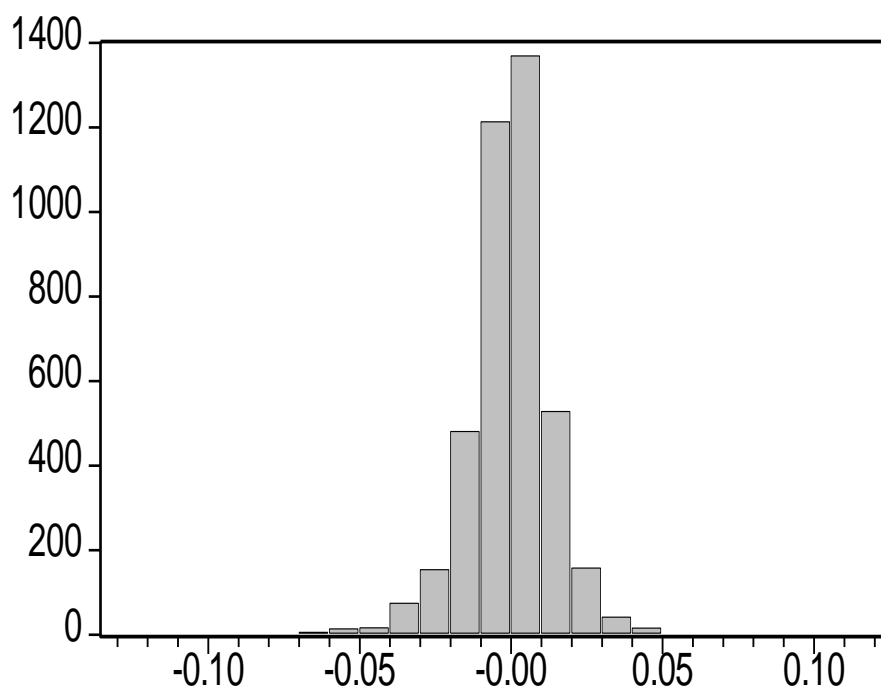
$s$  = coeficiente de assimetria;

$k$  = coeficiente de curtose.

Após efetuado o teste  $JB$ , verifica-se que se o valor for muito baixo, não pode ser rejeitada a hipótese nula de normalidade da distribuição dos resíduos ou erros aleatórios. Caso contrário, se o valor for muito elevado, é rejeitada a hipótese de que os erros aleatórios se comportam como uma distribuição normal.

Pelo que, no caso em estudo, e em conformidade com os resultados obtidos do teste *Jarque-Bera* associado às medidas de curtose e assimetria, verifica-se que a hipótese nula de normalidade da distribuição dos resíduos ou erros aleatórios é rejeitada, num nível de significância a 1%.

Assim, é possível concluir que as distribuições de rendimentos demonstram uma tendência de afastamento relativamente a uma distribuição normal, verificando-se a presença de curtose (*fat tails*), como se pode comprovar através da Figura 3.3, abaixo apresentada, que nos permite ainda visualizar a não-normalidade dos dados.



**Figura 3.3** Histograma das rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

### 3.5 Estimação do modelo da volatilidade condicionada

Antes de se proceder à estimação propriamente dita dos modelos de volatilidade é necessário que se verifique primeiramente os pressupostos fundamentais, pois apenas a partir dos mesmos serão apresentados resultados fiáveis em relação ao estudo que está a ser desenvolvido, ou seja, o estudo da assimetria na volatilidade do *PSI 20*.

Os pressupostos fundamentais são estacionariedade, inexistência de autocorrelação e heteroscedasticidade. Em relação ao último pressuposto, é importante verificar a hipótese da heteroscedasticidade condicionada (teste *ARCH-LM*), visto os modelos a serem aplicados se tratarem de modelos heteroscedásticos.

#### 3.5.1 Verificação dos pressupostos

- *Estacionariedade*

A análise da estacionariedade das sucessões cronológicas da amostra é o primeiro dos pressupostos a ser tratado, pois pode influenciar significativamente as análises estatísticas

subsequentes, pelo que enquanto alterações esperadas ou não esperadas nas sucessões cronológicas estacionárias desaparecem com o avançar do tempo, numa situação oposta essas oscilações apresentam tendência para se manterem, ou até poderão proliferar-se por um período temporal indeterminado, segundo Brooks (2002).

Este pressuposto é considerado um dos mais relevantes, sendo um dos princípios essenciais de muitos modelos econométricos que foram desenvolvidos até à década de 70 do século passado. Desta forma, é muito importante verificar se a propriedade da estacionariedade está ou não presente nos dados, pois se existir algum incumprimento no seu estudo implicará o surgimento de várias limitações, o que poderá levar à ineficiência dos testes.

A verificação da modelação da estacionariedade pode ser efetuada através de vários testes, dos quais os de aceitação mais generalizada são o teste *Augmented Dickey Fuller (ADF)* e o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)*. Estes dois testes são, regra geral, denominados de testes de não estacionariedade ou testes de raiz unitária e serão os testes utilizados para esta análise.

Em relação ao teste *ADF*, a regressão para a variável  $y_t$  é apresentada com a seguinte expressão:

$$\Delta y_t = \omega + \delta t + (\rho - 1)y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$$

em que,

$\omega + \delta t$  = tendência determinística;

$\rho$  = coeficiente de auto-regressão da variável  $y_t$ ;

$\lambda_i$  = conjunto dos coeficientes das diferenças desfasadas de  $\Delta y_t$ ;

$\varepsilon_t$  = perturbação aleatória com o número de desfasamentos escolhido de forma a que  $\varepsilon_t \sim i. i. d. (0, \sigma^2)$ .

Relativamente aos desfasamentos, estes são selecionados, na prática, através de um dos seguintes critérios: *Schwartz's Bayesian Information Criterion (SIC)* ou *Akaike Information Criterion (AIC)*. No desenvolvimento deste estudo, foi escolhido o critério *SIC*, por ser o mais adequado em termos de moderação.

É ainda importante salientar que, em relação à regressão para a variável  $y_t$  acima representada, a expressão  $(\rho - 1)y_{t-1}$  é utilizada para a verificação da estacionariedade ou da não estacionariedade do processo, partindo do habitual teste à Hipótese Nula  $-\rho = 1$ , determinando a existência de uma raiz unitária para a variável em níveis ( $y_t$ ) e em primeiras diferenças ( $\Delta y_t$ ) – contrariamente ao teste da Hipótese Alternativa  $-\rho < 1$  (estacionariedade). Por outras palavras, e em geral, a Hipótese Nula verifica se existe uma tendência estocástica ou não estacionária, enquanto a Hipótese Alternativa verifica a existência de uma tendência determinística ou estacionária. Por forma a recolher os valores críticos de MacKinnon (1991, 1996), pode-se recorrer a vários programas informáticos em que esses mesmos valores são *output standard*.

Uma outra característica que permite a distinção, e que deve ser mencionada, é o facto de ser possível considerar na sua formulação a existência de uma constante mais uma tendência linear ( $\tau_\tau$ ), só de uma constante ( $\tau_\omega$ ) ou de nenhuma ( $\tau$ ). Deste modo, podem existir três resultados diferentes:  $|\rho| < 1$ , indicando que o processo é estacionário;  $|\rho| = 1$ , em que a sucessão é não estacionária de raiz unitária; e  $|\rho| > 1$ , dando a indicação de que o processo é não estacionário explosivo.

Apesar de existirem dois testes distintos propostos por Dickey e Fuller (1979, 1981) para o estudo das hipóteses acima descritos, apenas irá ser apresentado o teste que se sustenta na distribuição da estatística  $T(\rho - 1)$ , onde  $T$  diz respeito à dimensão da amostra. Salienta-se ainda que  $\tau_\tau < \tau_\omega < \tau$  e, para a estatística  $\tau$ , os valores críticos que provêm do teste *ADF* são muito idênticos aos valores críticos provenientes da distribuição normal estandardizada.

Assim, se este processo for utilizado incorretamente, poderá levar à existência de uma sobre-rejeição da Hipótese Nula, sendo que o problema aumentaria em conformidade com o aumento de mais componentes determinísticas no modelo.

Através dos testes de Dickey e Fuller chegou-se a uma importante conclusão de que a distribuição assintótica da estatística  $\tau_\tau$  é independente do número de defasamentos das primeiras diferenças que se encontram compreendidos na regressão *ADF*. No entanto, os defasamentos descritos são essenciais na eliminação de qualquer autocorrelação de ordem superior remanescente na variável residual e, conseqüentemente, possibilitam a validação do pressuposto de resíduos  $\varepsilon_t \sim i.i.d.$  que se encontra assente no uso do método dos mínimos quadrados. De qualquer das maneiras, a validade assintótica do teste *ADF* não é alterada por se incluir no modelo uma componente de médias móveis (*Moving Average* –

MA) com um número adequado de desfasamentos das primeiras diferenças (Said e Dickey, 1984 *apud* Bentes, 2011)<sup>2</sup>.

Embora tenha sido um modelo com grande popularidade entre os investigadores, foi também alvo de críticas por assentar num processo de inferência estatística que tem por base o julgamento da Hipótese Nula, sendo que, por si só, esta poderá estar sujeita a incorreções ou erros. Assim, a tendência do teste *ADF* é a de sobre-rejeitar a Hipótese Nula da não estacionariedade.

Por outro lado, e como referido anteriormente, a verificação da modelação da estacionariedade pode ser também efetuada através do teste *KPSS*, desenvolvido por Kwiatkowski *et al.* (1992), e que consiste na inversão das hipóteses em análise. Ou seja, para a Hipótese Nula ( $H_0$ ), a sucessão cronológica é estacionária, pelo que não tem raiz unitária, contrariamente à Hipótese Alternativa ( $H_a$ ), em que a sucessão cronológica apresenta não-estacionariedade.

O teste *KPSS* é um teste de multiplicadores de *Lagrange* (*LM*) que se baseia na representação em componentes da sucessão cronológica e em que o processo gerador de dados é representado através do seguinte modelo:

$$y_t = \mu t + z_t + u_t$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde,

$x_t$  = soma de uma tendência determinística ( $\mu t$ ), de um caminho aleatório ( $z_t$ ) e de uma variável residual estacionária ( $u_t$ ), onde  $\varepsilon_t \sim i. i. d. (0, \sigma^2_\varepsilon)$ .

A Hipótese Nula da estacionariedade da sucessão cronológica é representada por  $\sigma^2_\varepsilon = 0$  e onde se verifica que o valor inicial  $z_0$  é uma constante. Como referido,  $u_t$  é uma variável residual estacionária, logo  $y_t$  é um processo *TSP* (*Trend Stationary Process*), ou seja, é um processo estacionário em tendência puro. Pelo que, como a Hipótese Nula  $\sigma^2_\varepsilon = 0$ , os erros  $\varepsilon_t$  têm de se verificar todos nulos, então  $z_t = z_{t-1}, \forall t$ , concluindo-se que é uma

---

<sup>2</sup> Said, S. e D. Dickey - Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika* 71:3 (1984) 599-607

constante. Por todas estas condições referidas, a primeira equação acima descrita representa um processo estacionário em tendência.

Para o mesmo modelo, e se  $\mu = 0$ , verifica-se um caso particular em que  $x_t$  é um processo estacionário em torno de um nível, que podemos designar por  $z_0$ , em vez de uma tendência. Neste caso específico, a estatística do teste *KPSS* verifica-se através da expressão abaixo apresentada:

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\sigma_u^2}$$

em que,

$S_t = \sum_{r=1}^t \hat{u}_r$  = soma dos resíduos da regressão de  $x_t$  sobre uma constante e uma tendência determinística, ou seja, significa que  $\hat{u}_t = x_t - \mu t - z_0$ ;

$\sigma^2 u$  = estimador da variância dos resíduos  $\mu t$ .

É importante destacar que a distribuição da estatística referente ao teste *KPSS* é dependente do facto do modelo apresentar ou não uma tendência determinística, todavia a expressão deste mesmo teste mantém-se validada para  $\mu = 0$  ou  $\mu \neq 0$ .

De modo a demonstrar confiança e segurança nos resultados obtidos, perante o estudo da estacionariedade de sucessões cronológicas, é aconselhável a utilização da estratégia “análise de dados confirmatória”, que se baseia no uso de testes onde se verifica a Hipótese Nula em condições opostas, como é o caso dos testes *ADF* e *KPSS*.

Na Tabela 3.2 são apresentados os valores resultantes de aplicação dos testes *ADF* e *KPSS*.

**Tabela 3.2** Testes de estacionariedade (ou de raízes unitárias)

	<i>ADF</i> <sup>a</sup>	<i>KPSS</i> <sup>b</sup>
Constante + Tendência	-59,35161**	0,123861

**Notas:** <sup>a</sup>Valores críticos de MacKinnon (1996) para a constante mais tendência determinística linear de -3,960241 (1%) e -3,410883 (5%); número de *lags* em ambos os casos: 0. <sup>b</sup>Valores críticos de Kwiatkowski *et al.* (1992) para a constante mais tendência determinística linear de -0,216 (1%) e -0,146 (5%). \*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Através do teste *ADF*, na Hipótese Nula ( $H_0$ ) a série é não estacionária, isto é, tem raízes unitárias, considerando que os valores do teste são estatisticamente significativos a um nível de significância de 1%. Ou seja, as sucessões cronológicas são estacionárias visto que se rejeita  $H_0$ .

Por outro lado, e possibilitando a confirmação dos resultados de estacionariedade, a análise através do teste *KPSS* processa-se de forma contrária, pelo que na Hipótese Nula ( $H_0$ ) a série é estacionária. Desta forma, aceita-se  $H_0$  e é confirmado o teste anterior, transmitindo maior segurança relativamente aos dados.

Em conclusão ao pressuposto da estacionariedade, é possível aplicar os modelos econométricos uma vez que a série é estacionária, mas de qualquer das maneiras serão apresentados os outros dois pressupostos fundamentais da volatilidade condicionada.





















- ***Autocorrelação***

A autocorrelação é o segundo pressuposto a ser abordado e que ajuda a esclarecer qualquer dúvida que possa surgir em relação às conclusões anteriores.

A verificação deste pressuposto é efetuada testando a dependência linear das séries cronológicas, podendo-se recorrer a dois diferentes testes: o teste de *Ljung-Box* ( $Q$ ), em que a sua aplicação permite testar a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de que não existe autocorrelação, sendo que  $Q$  segue uma distribuição assintótica do Qui-quadrado; e o teste *Breusch-Godfrey* ( $BG$ ) que origina do multiplicador de *Lagrange*, e onde também o teste à Hipótese Nula ( $H_0$ ) verifica a não existência de autocorrelação.

A Tabela 3.3 permite observar o correlograma dos resultados obtidos relativos ao teste de *Ljung-Box* da autocorrelação na coluna *Q-Statistics*.

**Tabela 3.3** Correlograma das rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.074	0.074	22.086	0.000
		2	-0.010	-0.015	22.464	0.000
		3	-0.015	-0.013	23.387	0.000
		4	0.031	0.033	27.202	0.000
		5	-0.012	-0.017	27.763	0.000
		6	-0.030	-0.027	31.381	0.000
		7	0.030	0.035	35.134	0.000
		8	0.037	0.030	40.704	0.000
		9	-0.033	-0.037	45.046	0.000
		10	-0.022	-0.013	47.034	0.000

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Após análise da Tabela 3.3, verifica-se que é rejeitada a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de que não existe autocorrelação, pois a probabilidade de não haver é zero para todos os casos, como demonstram os valores acima. Deste modo, e como os valores são estatisticamente significativos a um nível de significância de 1%, aponta-se que existe autocorrelação. Isto quer dizer que os rendimentos estão correlacionados, possibilitando chegar à conclusão que se verifica uma relação entre o quadrado dos rendimentos de um período  $t$  em conjunto com o quadrado dos rendimentos dos períodos anteriores, pelo que existe uma dependência na volatilidade.

Apresenta-se na Tabela 3.4 os resultados obtidos relativamente ao teste *Breusch-Godfrey*, que permite confirmar os resultados do teste anterior. Importa referir que para este teste as rendibilidades não apresentam dependência linear, porque constituem um processo de ruído branco (sequência de observações *i.i.d.*).

**Tabela 3.4** Teste de autocorrelação *BG* aplicado às rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	Estatística <i>F</i>	Estatística $\chi^2$
Teste <i>Breusch-Godfrey</i>	4,775477**	47,32893**

**Notas:** Para calcular o valor do teste *BG* foram considerados dez defasamentos que resultam em graus de liberdade. \*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Conclusivamente, ambos os testes conduzem à existência de autocorrelação, porém um dos princípios dos modelos *ARCH* é a sua inexistência, pelo que o pressuposto da autocorrelação não se verifica. Por forma a eliminar e ultrapassar esta situação, é preciso encontrar a dependência linear através de um modelo diferente, que será referido mais à frente.

- ***Heteroscedasticidade***

O terceiro e último pressuposto fundamental da volatilidade é a heteroscedasticidade. A sua utilização só faz sentido se as séries dos dados tiverem a presença da heteroscedasticidade, visto que os modelos *ARCH* são heteroscedásticos.

A verificação da heteroscedasticidade é efectuada através do teste *ARCH-LM* de Engle (1982), em que a sua aplicação permite testar a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de que não existe heteroscedasticidade condicionada.

Na Tabela 3.5 são apresentados os dados obtidos em relação ao teste referido.

**Tabela 3.5** Teste *ARCH-LM* aplicado às rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	Estatística $F$	Estatística $\chi^2$
Teste <i>ARCH-LM</i>	65,22277**	563,5495**

**Notas:** Para calcular o valor do teste *ARCH-LM* foram considerados dez defasamentos.

\*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Após análise aos resultados obtidos na Tabela 3.5, é possível verificar que os valores são estatisticamente significativos a um nível de 1%, pelo que é rejeitada a Hipótese Nula da inexistência de heteroscedasticidade e, por isso, existe heteroscedasticidade condicionada.

Não obstante, é necessária a confirmação deste resultado, pelo que se recorreu a dois testes adicionais: o teste de McLeod e Li (1983) e o teste de *Ljung-Box* ( $Q$ ) aplicado ao quadrado dos resíduos, que já foi utilizado anteriormente.

Segundo o teste de *Ljung-Box*, é considerado que não se verificam efeitos *ARCH* nos resíduos, se os coeficientes de autocorrelação estimados não se apresentarem estatisticamente significativos, e em simultâneo, a estatística  $Q$  não for significativa.

Na Tabela 3.6 encontram-se apresentados os resultados da aplicação do teste de McLeod e Li (1983).

**Tabela 3.6** Correlograma do quadrado dos resíduos para as rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.154	0.154	96.476	0.000
		2	0.175	0.155	221.80	0.000
		3	0.195	0.155	376.69	0.000
		4	0.217	0.160	569.08	0.000
		5	0.248	0.176	820.54	0.000
		6	0.156	0.055	920.76	0.000
		7	0.156	0.044	1019.9	0.000
		8	0.151	0.032	1112.8	0.000
		9	0.220	0.111	1311.4	0.000
		10	0.139	0.017	1391.1	0.000
		11	0.174	0.065	1515.1	0.000
		12	0.223	0.117	1718.5	0.000
		13	0.123	-0.008	1780.8	0.000
		14	0.104	-0.043	1825.3	0.000
		15	0.148	0.026	1915.0	0.000
		16	0.164	0.041	2025.8	0.000
		17	0.201	0.089	2191.3	0.000
		18	0.109	-0.005	2240.5	0.000
		19	0.122	0.012	2301.3	0.000
		20	0.082	-0.057	2329.1	0.000
		21	0.161	0.028	2435.2	0.000
		22	0.077	-0.046	2459.3	0.000
		23	0.126	0.036	2524.5	0.000
		24	0.045	-0.071	2532.6	0.000
		25	0.087	0.004	2563.7	0.000
		26	0.064	-0.042	2580.4	0.000
		27	0.069	-0.010	2599.9	0.000
		28	0.133	0.051	2672.2	0.000
		29	0.062	-0.001	2688.0	0.000
		30	0.082	0.013	2715.5	0.000
		31	0.059	0.005	2730.0	0.000
		32	0.070	-0.011	2750.0	0.000
		33	0.088	0.014	2782.0	0.000
		34	0.044	-0.028	2789.9	0.000
		35	0.113	0.076	2842.8	0.000
		36	0.053	0.004	2854.3	0.000

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Analisando o correlograma da Tabela 3.6, visualiza-se que as barras das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, para os desfasamentos que foram considerados, manifestam-se bastante. Os resultados ao teste de *Ljung-Box* dados pela coluna *Q-Statistics* do correlograma são estatisticamente significativos a um nível de 1%, rejeitando deste modo a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de que não existe heteroscedasticidade, e os valores apresentam-se positivos ao longo das 36 *lags*.

Neste caso, é possível concluir que por haver heteroscedasticidade na série cronológica em estudo, é exequível empregar os modelos do tipo *ARCH* na modelação do comportamento da volatilidade das rendibilidades do *PSI 20*.

### 3.5.2 Análise dos resíduos do modelo *AR* (*p*)

Partindo da análise efetuada na anterior subsecção do capítulo, em que os testes conduziram à existência de autocorrelação, transgredindo assim o princípio da não dependência temporal, é necessário assim ultrapassar a situação.

O problema é solucionado através do ajuste de um modelo autoregressivo, isto é, o modelo *AR* (*p*) – *Autoregressive Model*, com o objetivo de eliminar qualquer tipo de autocorrelação que exista.

Por análise às funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, e com base na Tabela 3.2, é selecionado um modelo *AR*(4) para capturar a autocorrelação que se encontra nos dados. Tal acontece devido aos modelos se caracterizarem principalmente pelo facto da variável  $y_t$  ser dependente dos valores imediatamente antecedentes acrescidos da componente do erro, segundo Bentes (2011), como se apresenta na equação abaixo:

$$y_t = \omega + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t$$

em que,

$\omega$  = constante;

$\varepsilon_t$  = erro que se presume ser um processo de *i.i.d.*.

Ou seja,  $E(\varepsilon_t) = 0$ ,  $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$  e  $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ , para  $t \neq s$ . Partindo da equação anterior, com base no operador de desfasamento  $L$ , tal que  $L^i y_t = y_{t-i}$  e partindo do princípio que  $y_t$  é desfasada em  $i$  lags, advém a seguinte expressão:

$$y_t = \omega + \sum_{i=1}^p \phi_i L^i y_t + \varepsilon_t$$

que se pode reduzir da seguinte forma:

$$\phi(L)y_t = \omega + \varepsilon_t$$

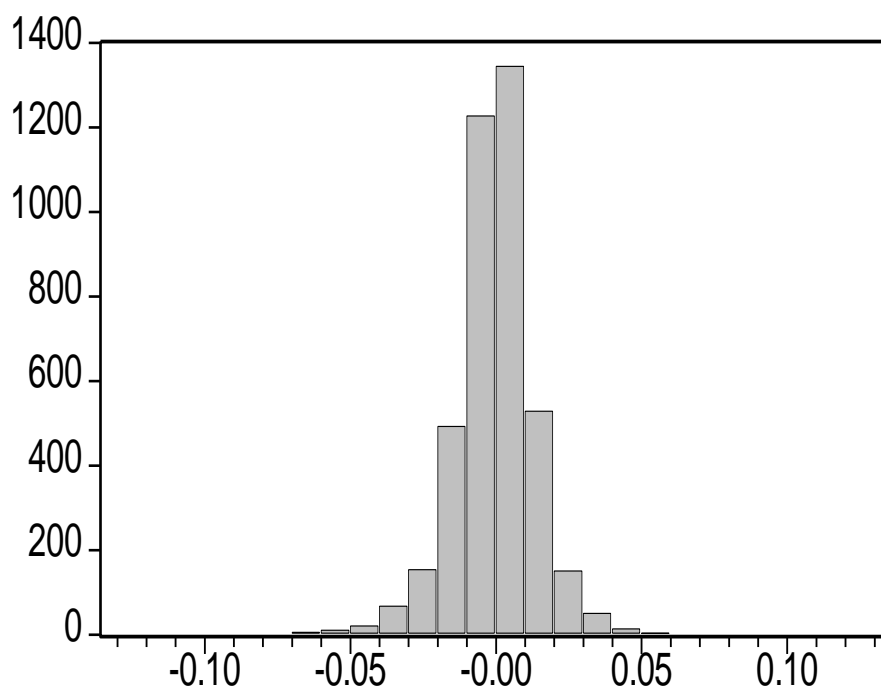
onde,

$$\phi(L)y_t = (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p).$$

Para o caso que está a ser estudado, e devido ao facto do modelo escolhido ter sido o  $AR(4)$ , é adoptada a equação que se apresenta abaixo para as rendibilidades do *PSI 20*:

$$AR(4) \rightarrow y_t = \omega + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} + \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t$$

Deste modo, e aplicando o modelo apresentado, demonstra-se na Figura 3.4 o respetivo histograma dos resíduos, assim como as estatísticas descritivas dos resíduos do modelo  $AR(4)$  na Tabela 3.7.



**Figura 3.4** Histograma dos resíduos do modelo *AR* (4) para as rendibilidades do *PSI* 20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

**Tabela 3.7** Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo *AR*(4) para as rendibilidades do *PSI* 20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste <i>Jarque-Bera</i>
Resíduos do modelo <i>AR</i> (4)	-6,80E-21	0,014135	-0,12195	9,302422	6764,259**

**Nota:** \*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Por observação à Tabela 3.7, verifica-se que tanto a média como o desvio-padrão se apresentam muito reduzidos e próximos de zero, no entanto, e comparando as duas medidas, a média dos resíduos do modelo *AR*(4) é muito mais baixa que o desvio-padrão.

Quanto à análise das outras duas medidas que se seguem, existem indícios de que estamos perante uma distribuição dos resíduos do modelo *AR*(4) que não é normal, derivado do facto da assimetria se apresentar negativa e a curtose ser superior a 3. Relembrando, para a distribuição ser normal, a assimetria é zero e a curtose é 3.

Para comprovar, recorreu-se ao teste *Jarque-Bera*, que rejeita a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de normalidade com 1% de significância, pelo facto de que, como referido anteriormente, quando o valor é muito elevado, é rejeitada a hipótese de que os resíduos se comportam como uma distribuição normal.

Também através do histograma da Figura 3.4, é possível visualizar facilmente que os resíduos não seguem uma distribuição normal.

É ainda importante referir que a média e a assimetria se manifestam negativas nos resíduos do modelo *AR(4)* para as rendibilidades do *PSI 20*.

Posto isto, e de modo a ser possível validar se o modelo *AR(4)* foi suficiente para averiguar a existência de autocorrelação presente nos dados, é necessário verificar se após a estimação do modelo ainda existe autocorrelação nos seus resíduos, sendo que, se a situação se mantiver, significa que existe uma inadequação do modelo. Para a verificação, utilizar-se-á novamente o teste de *Ljung-Box (Q)* e de *Breusch-Godfrey (BG)*.

A Tabela 3.8 apresenta o correlograma dos resultados do teste de *Ljung-Box (Q)*.

**Tabela 3.8** Correlograma dos resíduos do modelo *AR(4)* para as rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.000	0.000	7.E-05	0.993
		2 0.000	0.000	7.E-05	1.000
		3 -0.001	-0.001	0.0031	1.000
		4 0.002	0.002	0.0184	1.000
		5 -0.013	-0.013	0.7353	0.981
		6 -0.031	-0.031	4.5672	0.600
		7 0.031	0.031	8.4073	0.298
		8 0.036	0.036	13.655	0.091

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

O teste de *Ljung-Box (Q)* permite testar a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de que não existe autocorrelação, sendo que  $Q$  segue uma distribuição assintótica do Qui-quadrado. Como se verificam probabilidades elevadas na Tabela 3.8 e as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial não apresentam coeficientes estimados estatisticamente significativos, é perceptível que a  $H_0$  de não autocorrelação não é rejeitada, pelo que o modelo *AR(4)* captou a dependência linear na média.

Posteriormente, apresenta-se o teste *Breusch-Godfrey*, que possibilita confirmar os resultados do teste anterior, e os seus resultados são apresentados na Tabela 3.9.

**Tabela 3.9** Teste de autocorrelação *BG* para os resíduos do modelo *AR(4)* aplicado às rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	Estatística <i>F</i>	Estatística $\chi^2$
Teste <i>Breusch-Godfrey</i>	0,8343691	0,688446

**Notas:** Para calcular o valor do teste *Breusch-Godfrey* foram considerados dez defasamentos.

\*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

O teste de *Breusch-Godfrey (BG)*, à semelhança do teste anterior, permite testar a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de que não existe autocorrelação, e como se verifica pelos valores obtidos que não são estatisticamente significativos na Tabela 3.9, não é rejeitada a  $H_0$  de inexistência de autocorrelação.

Em conclusão, ambos os testes conduzem à inexistência de autocorrelação, mostrando que o modelo *AR(4)* foi suficiente para capturar esta característica dos dados, e possibilitando assim estimar os modelos *ARCH*.

Relativamente ao pressuposto da heteroscedasticidade, como foi verificada a sua existência nos dados iniciais, não se torna relevante voltar a testar novamente.

Partindo dos resultados que se obtiveram nos vários testes, foi tomada a opção de modelar a dependência da volatilidade das rendibilidades através dos modelos do tipo *ARCH*, como já tinha sido referido *a priori*.

### 3.5.3 Estimação dos modelos do tipo *ARCH*: *AR(4)-GARCH(1,1)*, *AR(4)-EGARCH(1,1)* e *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)*

No desenvolvimento desta subsecção de capítulo, irão ser estimados os modelos *AR(4)-GARCH(1,1)*, *AR(4)-EGARCH(1,1)* e *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)* com o objectivo de modelar a volatilidade das rendibilidades do *PSI 20*. O modelo *ARCH* original não será

considerado, pois as suas limitações são, na generalidade, ultrapassadas pelo modelo *GARCH*.

No decorrer da modelação referida, optou-se pela distribuição *t* de *Student* devido ao facto de haver evidência de que os dados seguem uma distribuição de não-normalidade com *fat tails*, conforme demonstrado anteriormente.

Para cada um dos modelos do tipo *ARCH* apresentados, foram estimados os parâmetros que lhes são inerentes, ou seja, para o modelo *AR(4)-GARCH(1,1)* foram calculados os parâmetros  $\hat{\omega}$ ,  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$ , e, adicionalmente, para os modelos *AR(4)-EGARCH(1,1)* e *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)*, houve necessidade de calcular ainda o parâmetro  $\hat{\gamma}$ . Os resultados relativos ao cálculo dos parâmetros enunciados apresentam-se na Tabela 3.10.

**Tabela 3.10** Estimativas dos modelos *AR(4)-GARCH(1,1)*, *AR(4)-EGARCH(1,1)* e *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)* quanto às rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	<i>t</i> de <i>Student</i>
<i>GARCH</i>	1,68E-06**	0,080979**	0,913121**	-	7,805016**
<i>EGARCH</i>	-0,311242**	0,155935**	0,978456**	-0,076169**	9,040308**
<i>GJR-GARCH</i>	2,37E-06**	0,028651**	0,911693**	0,091642**	8,777022**

**Nota:** \*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Em análise à tabela acima, é possível verificar que todos os coeficientes são estatisticamente significativos a 1%. No que diz respeito à distribuição *t* de *Student*, a sua significância estatística permite constatar que a mesma é adequada para capturar o comportamento estatístico quanto às rendibilidades do índice em estudo – o *PSI 20*.

Relativamente ao modelo simétrico *AR(4)-GARCH(1,1)*, todos os parâmetros se apresentam positivos, o que juntamente com a sua característica de significância estatística, demonstra a existência de *clusters* na volatilidade das rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015. Todavia, para este modelo, apenas são considerados efeitos simétricos na volatilidade das rendibilidades referidas.

Por outro lado, e observando os resultados do parâmetro  $\hat{\gamma}$  nos modelos  $AR(4)-EGARCH(1,1)$  e  $AR(4)-GJR-GARCH(1,1)$ , estes revelam a existência de efeitos assimétricos na volatilidade, pelo facto de  $\hat{\gamma}$  se apresentar negativo no modelo  $AR(4)-EGARCH(1,1)$  e positivo no modelo  $AR(4)-GJR-GARCH(1,1)$ . Deste modo, é possível chegar à conclusão que o efeito das “más notícias” é superior ao das “boas notícias”.

Contudo, e de maneira a verificar se os modelos acima descritos apreenderam os efeitos  $ARCH$ , são apresentados abaixo na Tabela 3.11 os resultados do teste  $ARCH-LM$  aos resíduos das rendibilidades do  $PSI 20$ .

**Tabela 3.11** Teste  $ARCH-LM$  aos resíduos dos modelos  $AR(4)-GARCH(1,1)$ ,  $AR(4)-EGARCH(1,1)$  e  $AR(4)-GJR-GARCH(1,1)$  quanto às rendibilidades do  $PSI 20$  no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	$AR(4)-GARCH(1,1)$	$AR(4)-EGARCH(1,1)$	$AR(4)-GJR-GARCH(1,1)$
Estatística $F$	1,21836	0,443766	0,395204
Estatística $\chi^2$	12,18006	4,444829	3,958897

**Notas:** Para calcular o valor do teste  $ARCH-LM$  foram considerados dez desfasamentos.

\*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

Através da análise da Tabela 3.11, e sabendo que a verificação da heteroscedasticidade, efetuada através do teste  $ARCH-LM$ , permite testar a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de que não existe heteroscedasticidade condicionada, constata-se que não se rejeita  $H_0$ . Assim, a inexistência deste fenómeno é revelada a partir de todos os modelos, pelo que se justifica a necessidade de utilização de modelos heteroscedásticos de volatilidade condicionada.

Nos correlogramas do quadrado dos resíduos que se seguem nas Tabelas 3.12, 3.13 e 3.14, para os modelos  $AR(4)-GARCH(1,1)$ ,  $AR(4)-EGARCH(1,1)$  e  $AR(4)-GJR-GARCH(1,1)$ , respetivamente, é também possível verificar a rejeição da  $H_0$ , pelo que não existe heteroscedasticidade condicionada nos resíduos.

**Tabela 3.12** Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo  $AR(4)-GARCH(1,1)$  quanto às rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.026	0.026	2.8114	0.094
		2	0.003	0.002	2.8406	0.242
		3	0.024	0.024	5.2854	0.152
		4	0.018	0.016	6.5406	0.162
		5	0.019	0.018	8.0197	0.155
		6	-0.013	-0.014	8.6617	0.194
		7	-0.014	-0.014	9.4838	0.220
		8	-0.016	-0.016	10.524	0.230
		9	0.017	0.018	11.671	0.233
		10	-0.011	-0.011	12.176	0.273
		11	0.021	0.023	13.908	0.238
		12	-0.016	-0.018	15.016	0.241
		13	-0.019	-0.018	16.429	0.227
		14	-0.007	-0.008	16.634	0.276
		15	-0.000	0.001	16.634	0.341
		16	0.001	0.002	16.638	0.409
		17	-0.010	-0.008	17.069	0.450
		18	-0.017	-0.017	18.311	0.435
		19	-0.006	-0.005	18.460	0.492
		20	-0.021	-0.022	20.199	0.446
		21	0.026	0.029	22.954	0.346
		22	-0.008	-0.009	23.247	0.388
		23	-0.010	-0.007	23.650	0.423
		24	-0.006	-0.007	23.804	0.473
		25	0.007	0.007	24.027	0.518
		26	-0.012	-0.015	24.650	0.539
		27	-0.011	-0.010	25.167	0.565
		28	-0.010	-0.010	25.609	0.595
		29	-0.015	-0.013	26.590	0.594
		30	-0.005	-0.007	26.702	0.639
		31	-0.037	-0.035	32.281	0.403
		32	-0.035	-0.034	37.246	0.240
		33	-0.003	-0.000	37.287	0.278
		34	-0.018	-0.016	38.590	0.270
		35	0.013	0.016	39.257	0.285
		36	-0.018	-0.018	40.542	0.277

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

**Tabela 3.13** Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo  $AR(4)$ - $EGARCH(1,1)$  quanto às rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.010	0.010	0.3699	0.543
		2	-0.001	-0.001	0.3765	0.828
		3	0.012	0.012	0.9456	0.814
		4	0.007	0.007	1.1451	0.887
		5	0.019	0.019	2.6913	0.747
		6	-0.003	-0.003	2.7225	0.843
		7	-0.008	-0.008	2.9853	0.886
		8	-0.013	-0.013	3.6570	0.887
		9	0.013	0.013	4.3756	0.885
		10	-0.004	-0.004	4.4285	0.926
		11	0.020	0.021	6.1300	0.865
		12	-0.014	-0.014	6.8926	0.865
		13	-0.010	-0.009	7.3029	0.886
		14	-0.006	-0.007	7.4552	0.916
		15	-0.001	-0.000	7.4563	0.944
		16	0.008	0.008	7.7497	0.956
		17	0.004	0.005	7.8237	0.970
		18	-0.013	-0.013	8.5104	0.970
		19	-0.001	-0.001	8.5183	0.981
		20	-0.016	-0.017	9.5139	0.976
		21	0.030	0.031	13.212	0.901
		22	0.007	0.006	13.417	0.921
		23	0.007	0.009	13.633	0.937
		24	-0.003	-0.004	13.682	0.954
		25	0.021	0.021	15.468	0.930
		26	-0.002	-0.005	15.493	0.948
		27	-0.014	-0.014	16.269	0.948
		28	-0.003	-0.004	16.312	0.961
		29	-0.012	-0.010	16.886	0.964
		30	0.001	-0.000	16.889	0.974
		31	-0.026	-0.025	19.765	0.941
		32	-0.023	-0.024	21.925	0.909
		33	0.006	0.007	22.066	0.926
		34	-0.016	-0.016	23.085	0.922
		35	0.019	0.022	24.644	0.904
		36	-0.013	-0.013	25.309	0.908

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

**Tabela 3.14** Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo  $AR(4)$ - $GJR$ - $GARCH(1,1)$  quanto às rendibilidades do  $PSI$  20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.007	0.007	0.2056	0.650
		2	-0.007	-0.007	0.3853	0.825
		3	0.010	0.010	0.8091	0.847
		4	0.006	0.006	0.9459	0.918
		5	0.014	0.014	1.7194	0.886
		6	-0.004	-0.005	1.7941	0.938
		7	-0.009	-0.009	2.1546	0.951
		8	-0.018	-0.019	3.5229	0.897
		9	0.007	0.007	3.7232	0.929
		10	-0.006	-0.006	3.8648	0.953
		11	0.021	0.021	5.5995	0.899
		12	-0.018	-0.019	6.9875	0.858
		13	-0.015	-0.013	7.8504	0.853
		14	-0.004	-0.005	7.9185	0.894
		15	-0.004	-0.004	7.9937	0.924
		16	0.006	0.005	8.1243	0.945
		17	-0.002	-0.001	8.1361	0.964
		18	-0.014	-0.014	8.9852	0.960
		19	-0.005	-0.004	9.0802	0.972
		20	-0.019	-0.020	10.555	0.957
		21	0.029	0.029	13.910	0.873
		22	-0.000	-0.001	13.910	0.905
		23	-0.001	0.001	13.914	0.929
		24	-0.005	-0.005	14.006	0.947
		25	0.017	0.017	15.254	0.935
		26	-0.009	-0.011	15.591	0.946
		27	-0.012	-0.012	16.146	0.950
		28	-0.006	-0.007	16.293	0.961
		29	-0.012	-0.010	16.846	0.965
		30	-0.002	-0.003	16.861	0.974
		31	-0.031	-0.030	20.798	0.917
		32	-0.028	-0.029	23.916	0.847
		33	0.000	0.001	23.916	0.876
		34	-0.017	-0.017	25.096	0.866
		35	0.014	0.016	25.922	0.867
		36	-0.013	-0.013	26.567	0.874

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.

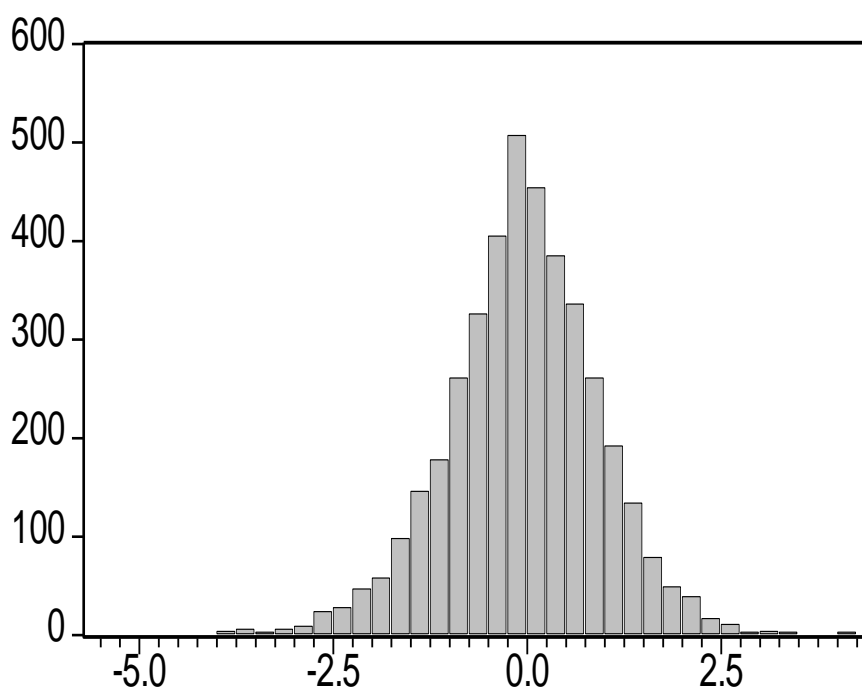
Como complemento ao estudo, serão ainda apresentadas as estatísticas descritivas dos resíduos para cada um dos modelos, assim como os respectivos histogramas dos resíduos relativamente às rendibilidades do  $PSI$  20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015.

**Tabela 3.15** Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo  $AR(4)$ - $GARCH(1,1)$  quanto às rendibilidades do  $PSI$  20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste <i>Jarque-Bera</i>
Resíduos do modelo $AR(4)$ - $GARCH(1,1)$	-0,046145	0,998244	-0,244302	4,263480	312,0460**

**Nota:** \*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.



**Figura 3.5** Histograma dos resíduos do modelo  $AR(4)$ - $GARCH(1,1)$  para as rendibilidades do  $PSI$  20 no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Na Tabela 3.15, relativa às estatísticas descritivas do modelo  $AR(4)$ - $GARCH(1,1)$ , observa-se que a média e o desvio-padrão apresentam-se reduzidos e perto de zero, mas é de salientar que a média é negativa e muito mais baixa em relação ao desvio-padrão, sendo que estas duas medidas exibem valores mais elevados face aos valores iniciais.

A assimetria apresenta-se negativa e a curtose é superior a 3, o que indicia que os dados não seguem uma distribuição normal.

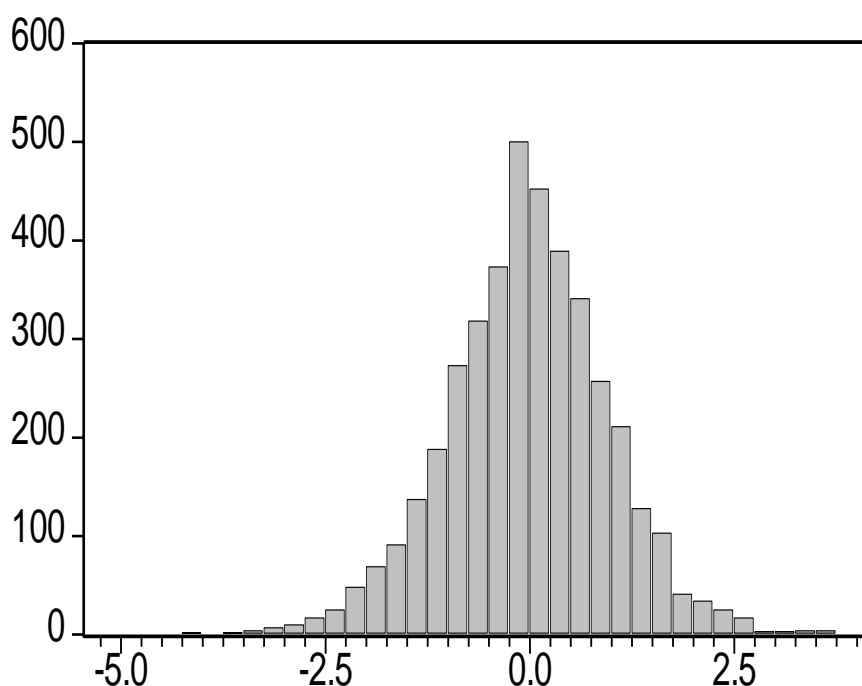
Da aplicação do teste de normalidade *Jarque-Bera*, que rejeita a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de normalidade com 1% de significância, e por observação da Figura 3.5, verifica-se que os resíduos não seguem uma distribuição normal, indo de encontro às conclusões anteriores.

**Tabela 3.16** Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo  $AR(4)-EGARCH(1,1)$  quanto às rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste <i>Jarque-Bera</i>
Resíduos do modelo $AR(4)-EGARCH(1,1)$	-0,022367	0,999458	-0,162293	3,990149	184,6229**

**Nota:** \*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.



**Figura 3.6** Histograma dos resíduos do modelo  $AR(4)-EGARCH(1,1)$  para as rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Quanto às estatísticas descritivas do modelo  $AR(4)-EGARCH(1,1)$ , apresentadas na Tabela 3.16, é possível observar que a média e o desvio-padrão apresentam valores baixos e próximos de zero, mas é de salientar, também para este modelo, que a média é negativa e mais reduzida em relação ao desvio-padrão, sendo que estas duas medidas exibem valores mais elevados face aos valores iniciais.

Mais uma vez, não estamos perante uma distribuição normal, pois a assimetria apresenta-se negativa e a curtose maior que 3.

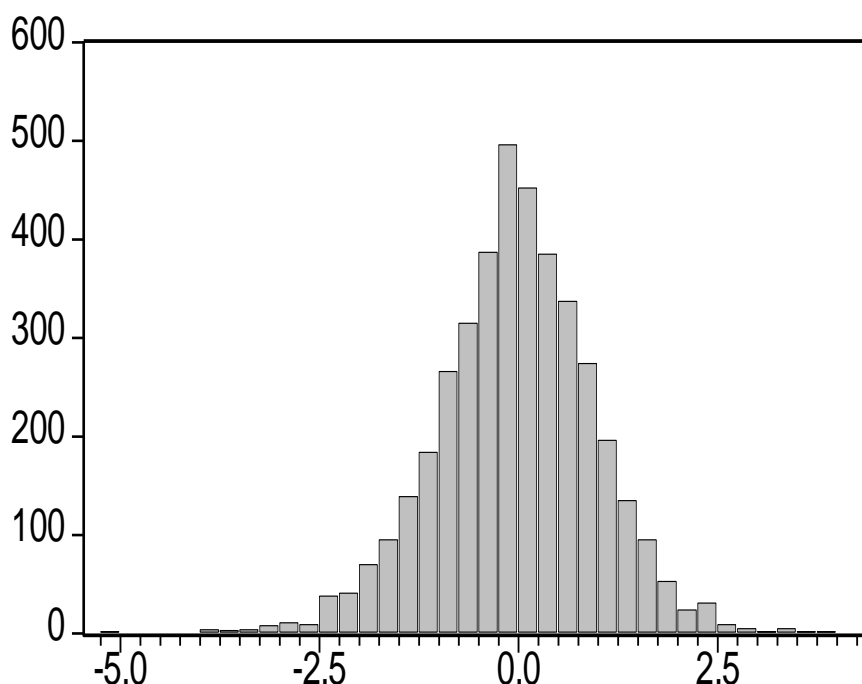
Quanto ao teste de normalidade *JB*, observando a Figura 3.6, é rejeitada a Hipótese Nula ( $H_0$ ) de normalidade com 1% de significância, pelo que os resíduos não seguem uma distribuição normal, consistindo com o que anteriormente foi concluído.

**Tabela 3.17** Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)* quanto às rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

	Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste <i>Jarque-Bera</i>
Resíduos do modelo <i>AR(4)-GJR-GARCH(1,1)</i>	-0,026197	0,999785	-0,192078	4,082806	224,4625**

**Nota:** \*\*Denota um nível de significância de 1%.

**Fonte:** Resultados obtidos através do *software EViews*.



**Figura 3.7** Histograma dos resíduos do modelo *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)* para as rendibilidades do *PSI 20* no período de 03/01/2000 a 28/08/2015

Por fim, analisando as estatísticas descritivas do modelo *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)*, acima apresentadas na Tabela 3.17, e à semelhança dos dois modelos anteriores, verifica-se que a média e o desvio-padrão exibem valores baixos e próximos de zero, todavia a média é negativa e bastante inferior relativamente ao desvio-padrão, mas também neste modelo apresentam valores superiores aos apresentados inicialmente.

A distribuição normal continua ausente neste modelo, devido ao facto da assimetria ser negativa e a curtose apresentar um valor maior que 3.

A Figura 3.7, em conformidade com o teste de normalidade *Jarque-Bera*, demonstra a rejeição da Hipótese Nula ( $H_0$ ) de normalidade com 1% de significância e, por isso, os resíduos não seguem uma distribuição de normalidade, como constatado previamente.

#### 3.5.4 Síntese do capítulo

Neste capítulo começou-se por definir e caracterizar um índice bolsista, na generalidade, abordando tipos de índices que existem, os tipos de critérios para a classificação dos mesmos, as suas potencialidades e os critérios fundamentais que devem constar na sua construção.

Numa segunda fase, foi apresentado o índice sobre o qual incide esta dissertação, assim como os dados que foram recolhidos, e a situação económica financeira mundial que influencia a conjuntura portuguesa no período em causa.

Quanto à terceira secção do capítulo, é efetuado o estudo e a análise das rendibilidades do *PSI 20*.

Posteriormente, procedeu-se à análise estatística do índice baseada nas seguintes medidas: média, desvio-padrão, assimetria e curtose, sendo que adicionalmente foi utilizado o teste *Jarque-Bera* de modo a confirmar os dados obtidos pelas medidas mencionadas.

Na quinta e última secção do capítulo, referente à estimação da volatilidade condicionada, foram verificados os pressupostos fundamentais da mesma, através de vários testes, tais como o teste *ADF* e o *KPSS* quanto à estacionariedade das sucessões cronológicas da amostra, o teste de *Ljung-Box* e o teste *Breusch-Godfrey* quanto à autocorrelação, e o teste *ARCH-LM* para a heteroscedasticidade. Posteriormente foram analisados os resíduos do modelo *AR(4)* e estimados os modelos *AR(4)-GARCH(1,1)*, *AR(4)-EGARCH(1,1)* e *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)*, permitindo concluir que os resíduos não seguem uma distribuição normal.

## IV. CONCLUSÃO

A volatilidade mede a dispersão dos retornos das ações, pelo que representa um instrumento muito importante na análise de risco e no apoio à decisão. A modelação do seu comportamento é muito relevante e determinante na análise dos factos estilizados que a podem caracterizar, pelo que o seu estudo se tornou num tópico central na literatura económica financeira nos últimos anos.

Esta medida representa a variação dos preços de um ativo em relação à sua média, para um determinado período de tempo e está, geralmente, no caso das ações, associada a fatores relacionados com o desempenho das respetivas empresas e mercados.

Apesar de serem várias as características que se podem observar na volatilidade, no desenvolvimento deste estudo é dado especial ênfase à assimetria, procurando-se evidenciar a existência de efeitos assimétricos na volatilidade das séries do índice de ações de Portugal – o *PSI 20*.

Porém, na fase inicial do estudo procedeu-se à análise estatística dos dados recolhidos, onde foi possível concluir que as rendibilidades do índice em causa apresentam uma tendência de afastamento em relação a uma distribuição normal, o que se verifica através da existência de curtose e *fat tails*.

Antes de se avançar para a modelação da volatilidade condicionada, foram efetuados testes para captar a estacionariedade das sucessões cronológicas, a autocorrelação dos resíduos e a heteroscedastidade condicionada. Quanto ao primeiro pressuposto, recorreu-se aos testes *ADF* e *KPSS*. No segundo caso, para a autocorrelação foi utilizado o teste *Ljung-Box* e também o teste *Breusch-Godfrey*, visto que este permite uma confirmação dos resultados obtidos pelo teste anterior. E em terceiro lugar, relativamente à heteroscedasticidade, a sua verificação é efetivada através do teste *ARCH-LM*.

Contudo, o pressuposto da autocorrelação não foi validado, pelo que foi necessário recorrer à análise dos resíduos através do modelo *AR(4)*, de maneira a solucionar este problema e encontrar a dependência linear, possibilitando assim estimar os modelos *ARCH*.

Com o intuito de modelar a volatilidade do *PSI 20*, foram então testados três modelos de volatilidade condicionada de tipo *ARCH*: os modelos *GARCH*, *EGARCH* e *GJR-GARCH*, permitindo concluir que os resíduos não seguem uma distribuição normal.

Os resultados que foram obtidos possibilitam chegar à conclusão de que o *PSI 20* expõe evidências de assimetria das suas rendibilidades, ou seja, as “más notícias” apresentam um maior impacto do que as “boas notícias”. Estes resultados indiciam que o incremento de volatilidade demonstra-se superior após “choques positivos” do que após “choques negativos”, de mesma intensidade, em relação aos retornos das ações. Estes “choques” da volatilidade apresentam uma característica de persistência, pelo que podem demorar vários períodos até se dispersarem, no entanto as “más notícias” influenciam mais significativamente o mercado do que as “boas notícias”.

## V. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, C. – Modelos de mercados: um guia para a análise de informações financeiras. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.
- BANSAL, R. e A. YARON – Risks for the long run: A potential resolution of asset pricing puzzles. The Journal of Finance 59:4 (2004).
- BEKAERT, Geert; WU, Guojun – Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets. The Review of Financial Studies Spring. The Society for Financial Studies. ISSN 08939454. 13:1 (2000) 1-42.
- BENTES, Sónia – Sobre a Medição da Volatilidade nos Mercados Bolsistas Internacionais: Evidência dos Países do G7. Lisboa: Edições Colibri/Instituto Politécnico de Lisboa, 2011. ISBN 978-989-689-124-4.
- BERA, A. e M. HIGGINS – ARCH Models: properties, estimation and testing. Journal of Economic Surveys 7 (1993) 305-366.
- BLACK, F. – Studies of stock market volatility changes. Proceedings of The American Statistical Association. Business and Economic Statistics Section (1976) 177-181.
- BOLLERSLEV, T. – Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics 31 (1986) 307-327.
- BOLLERSLEV, Tim, Ray CHOU e Keneth KRONER – ARCH Modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. Journal of Econometrics. ISSN 03044076. 52:1 (1992) 5-59
- BROOKS, C., A. D. CLARE e G. PERSAND – A word of caution on calculating market-based minimum capital risk requirements. Journal of Banking and Finance 24 (2000) 1557-1574.
- BROOKS, C. – Introductory Econometrics for Finance. Cambridge: Cambridge University Press (2002).
- BROWN, G. W. e M. T. CLIFF – Investor sentiment and the near-term stock market. Journal of Empirical Finance 11 (2004) 1-27.

CAMPBELL, J. Y. e L. HENTSCHEL – No news is good news: an asymmetric model of changing volatility in stock returns. Journal of Financial Economics 31 (1992) 281-318.

CHRISTIE, A. – The stochastic behaviour of common stocks variances: value, leverage and interest rate effects. Journal of Financial Economics 10 (1982) 407-432.

DE LONG, J. B., A. SHLEIFER, L. H. SUMMERS e R. J. WALDMANN – Noise trader risk in financial markets. Journal of Political Economy 98 (1990) 703-738.

DICKEY, D. A. e W. A. FULLER – Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. Journal of the American Statistical Association 74 (1979) 427-431.

DICKEY, D. A. e W. A. FULLER – Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. Econometrica 49 (1981) 1057-1072.

DUMAS, B., FLEMING, J., WHALEY, R. – Implied volatility functions: Empirical tests. The Journal of Finance. ISSN 0022-1082. 53:6 (1998) 2059-2106.

DUQUE, J. e D. PAXSON – Implied volatility and dynamic hedging. The Review of Futures Markets 13:2 (1994) 381-421.

ENDERS, W. – Applied Econometric Time Series. Nova York: Wiley, 2004.

ENGLE, R. F. – Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. Econometrica 50: 4 (1982) 987-1007.

ENGLE, R. F., D. M. LILIEN e R. P. ROBINS – Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. Econometrica 55:2 (1987) 391-407.

FERREIRA, Domingos – Opções Financeiras - Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem. Lisboa: Edições Sílabo, 2005. ISBN 972-618-384-7.

FERREIRA, Domingos – Opções Financeiras – Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem. Lisboa: Edições Sílabo, 2009. ISBN 978-972-618-519-2.

FIGLEWSKI, S. e G. WEBB – Options, short sales and market completeness. Journal of Finance XLVIII (1993) 761-778.

FISHER, K. L. e M. STATMAN – Investor sentiment and stock returns. Financial Analysts Journal 56 (2000) 16-23.

FRENCH, K.R., G. W. SCHWERT e R. F. STAMBAUGH – Expected stock returns and volatility. Journal of Financial Econometrics 19 (1987) 13-29.

GEMMILL, G. – Did option traders anticipate the crash? Evidence from volatility smiles in the U. K. with U. S. comparisons. The Journal of Futures Markets 16:8 (1996) 881-897.

GLOSTEN, L.R., R. JAGANNATHAN e D. RUNKLE – On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. Journal of Finance 48 (1993) 1779-1801.

GROSSMAN, S. J. e R. J. SHILLER – The determinants of the variability of stock prices. American Economic Review 71 (1981) 222-227.

HADDAD, M. e F. VOORHEIS – Initial option trading and security risk and return. Journal of Business Finance & Accounting 18 (1991) 903-913.

HEYNEN, R., A. KEMMA e T. VORST – Analysis of the term structure of implied volatilities. Journal of Financial and Quantitative Analysis 29:1 (1994) 31-56.

KENDALL, M. G. – The Analysis of economic time series, Part I: Prices. Journal of the Royal Statistical Society 96 (1953) 11-25.

KWIATKOWSKI, D., P. C. B. PHILLIPS, P. SCHMIDT e Y. SHIN – Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of a unit root. Journal of Econometrics 54 (1992) 159-178.

LEBARON, B. – Some relations between volatility and serial correlations in stock market returns. Journal of Business 65 (1992) 199-219.

MANDELROT, B. – The variation of certain speculative prices. Journal of Business 36 (1963) 394-419.

MARSH, T. e R. MERTON – Dividend variability and variance bounds tests for the rationality of stock market prices. American Economic Review 76 (1986) 483-498.

MCLEOD, A. I. e W. K. LI – Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations. Journal of Time Series Analysis 4:4 (1983) 269-273.

MERTON, R., M. SCHOLEES e M. GLADSTEIN – The returns and risk of alternative call option portfolio investment strategies. Journal of Business 51 (1978) 183-242.

MERTON, R., M. SCHOLEES e M. GLADSTEIN – The returns and risk of alternative put option portfolio investment strategies. Journal of Business 55 (1982) 1-55.

NEAL, R. e S. M. WHEATLEY – Do measures of sentiment predict returns?. Journal of Financial and Quantitative Analysis 33:4 (1998) 523-547.

- NELSON, D. B. – Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica* 59 (1991) 347-370.
- NWOGUGU, M., 2006 – Further critique of GARCH/ARMA/VAR/EVT Stochastic-Volatility models and related approaches. *Applied Mathematics and Computation* 182 (2006) 1735-1748.
- PINDYCK, R. S. – Risk inflation and the stock market. *American Economic Review* 74:3 (1984) 335-351.
- PORTEBA, J. e L. SUMMERS – The persistence of volatility and stock market fluctuations. *American Economic Review* 10 (1986) 1142-1151.
- ROSS, S. A. – Information and volatility: The no-arbitrage martingale approach to timing and resolution irrelevancy. *Journal of Finance* 54 (1989) 1-17.
- SCHWERT, G. W. – Why does stock market volatility change over time?. *Journal of Finance* 44 (1989) 1115-1153.
- SHILLER, R. J. – The volatility of long term interest rates and expectation models of the term structure. *Journal of Political Economy* 87 (1979) 1190-1219.
- SHILLER, R. J. – Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends?. *American Economic Review* 71 (1981a) 421-436.
- SHILLER, R. J. – The use of volatility measures in assessing market efficiency. *Journal of Finance* 36 (1981b) 290-304.
- SIMON, D. P. e R. A. III WIGGINS – S&P futures markets and contrary sentiment indicators. *Journal of Futures Markets* 21 (2001) 447-462.
- SOLT, M. E. e M. STATMAN – How useful is the sentiment index?. *Financial Analysts Journal* 44 (1988) 45-55.
- TOBIN, J., W. GRAMM, M. SATO, S. TIMBERS, M. MILLER, R. SHILLER e R. ROLL – Volatility in US and Japanese stock markets. *Journal of Applied Corporate Finance* 5 (1992) 4-35.
- WANG, C. – Investor sentiment and return predictability in agricultural future markets. *Journal of Futures Markets* 21 (2001) 929-952.
- WANG, Y-H., A. KESWANI e S. J. TAYLOR – The relationships between sentiment, returns and volatility. *International Journal of Forecasting* 22 (2006) 109-123.

XU, X. e S. J. TAYLOR – The term structure of volatility implied by foreign exchange options. The Journal of Financial and Quantitative Analysis 29:1 (1994) 57-74.

YAMAMOTO, Y. – A limit characterization of belief-free equilibrium payoffs in repeated games. Journal of Economic Theory 144:2 (2009) 802-824.

ZAKOIAN, J. M. – Threshold heteroskedasticity models. Journal of Economic Dynamics and Control 18 (1994) 931-955.