

## **Avaliação de Capacidades e Competências: Contributos para uma educação matemática de qualidade**

***Ricardo Machado***

Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Unidade de Investigação  
Educação e Desenvolvimento

[ricardojrmachado@gmail.com](mailto:ricardojrmachado@gmail.com)

***Margarida César***

Universidade de Lisboa, Instituto de Educação

[macesar@ie.ul.pt](mailto:macesar@ie.ul.pt)

***José Manuel Matos***

Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Unidade de Investigação

[jmm@fct.unl.pt](mailto:jmm@fct.unl.pt)

### **Resumo:**

O insucesso académico em Matemática é elevado. Documentos de política educativa realçam as vantagens do trabalho em grupo e do recurso a tarefas diversificadas. Estudos sobre desempenhos matemáticos iluminam a importância das interações sociais nas aprendizagens. Mas é preciso conhecer as capacidades e competências dos alunos desde a primeira semana de aulas, para adequar as tarefas às características, necessidades e interesses da turma. Elaborámos, no projecto *Interação e Conhecimento*, um instrumento de avaliação de capacidades e competências (IACC) para ser utilizado por professores. Este estudo de caso intrínseco, inserido no paradigma interpretativo, analisa o IACC, iluminando o processo de elaboração, utilização, padrões de desempenho e impactes nas práticas, incluindo a formação. Os participantes principais são os alunos (cerca de 600 turmas). O instrumento de recolha de dados privilegiado é a recolha documental. O tratamento e análise de dados baseou-se numa análise de conteúdo, emergindo categorias indutivas. Os resultados iluminam os padrões de desempenho e os contributos do IACC para a promoção de uma educação matemática de qualidade, intercultural e inclusiva.

**Palavras-chave:** Avaliação, capacidades e competências, Matemática.

### **Abstract:**

Underachievement in Mathematics is high. Educational policy documents stress the advantages of group work and diversified tasks. Studies regarding mathematical performances illuminate the importance of social interactions in learning. We need to know students' abilities and competencies since the first week of classes to adequate the tasks to the characteristics, needs and interests of a class. In the *Interaction and Knowledge* project we elaborated an instrument to evaluate students' abilities and competencies (IACC) and to be used by teachers. This intrinsic case study, developed in an interpretative paradigm, analyses the IACC illuminating its elaboration process, use, students' patterns of performances, and its impacts upon practices, including teachers' education. The main participants are the students (around 600 classes). The main data-collecting instrument is the documents. The data treatment and analysis was based in a content analysis, from which inductive categories emerged. The results illuminate students' patterns of performance and the contributions of IACC to the promotion of a quality intercultural and inclusive mathematics education.

**Keywords:** Evaluation, abilities and competencies, Mathematics.

### **Quadro de referência teórico**

#### *Aprendizagens matemáticas e trabalho colaborativo*

A Matemática é apreciada por uns e odiada por muitos mais, deixando poucos indiferentes (Machado, 2008; Machado & César, 2012, 2013). Para além disso, sendo o insucesso académico elevado e tratando-se de uma das disciplinas mais selectivas em termos de percurso escolar futuro, entrar num círculo vicioso de insucesso repetido pode ser extremamente penalizante para os alunos, traduzindo-se em representações sociais negativas e, em alguns casos, em abandonos escolares precoces (César, 2009).

Marková (2005) sustenta que as representações sociais que se constroem são dinâmicas e dialógicas, pelo que podem mudar ao longo do tempo. Por outro lado, influenciam os desempenhos dos alunos na disciplina de Matemática (César, 2009; Machado, 2008; Machado & César, 2012, 2013), pelo que é importante conhecê-las e desenvolver práticas, em aula, que facilitem a mudança nessas representações sociais, quando estas são negativas, para que os alunos consigam realizar aprendizagens

matemáticas atribuindo-lhes sentidos. Isso facilita que mobilizem esses conhecimentos (matemáticos) em novos contextos, cenários ou situações.

Em Portugal, desde a década de 80, do século XX, que diversos documentos de política educativa realçam as vantagens dos trabalhos de grupo e de confrontar os alunos com tarefas de natureza diversificada (Abrantes, 1994; Matos, 2006), colocando em acção princípios de uma educação (mais) inclusiva e onde exista equidade, em que todos tenham tempo e espaço para apropriarem conhecimentos (matemáticos) e desenvolverem capacidades e competências, através do diálogo e do confronto de formas de pensamento diversificadas, ou seja, através das interações sociais e dialógicas que se estabelecem entre pares (César, 2009, 2013).

A importância das interações sociais nos processos de ensino e de aprendizagem é realçada em diversos estudos, muitos deles centrados nos desempenhos matemáticos (Baucal, Arcidiacono, & Budevac, 2011; César, 2013; César & Kumpulainen, 2009; Roth & Radford, 2011). Ao assumirmos a aprendizagem como situada e dialógica, as interações sociais que se estabelecem quando se desenvolvem práticas colaborativas, em cenários de educação formal, actuam como uma componente indissociável da aprendizagem matemática.

Desenvolver práticas de aprendizagem que se baseiam no trabalho colaborativo tem subjacente que os alunos assumem um papel mais activo nos processos de aprendizagem, tornando-se mais responsáveis e aprendendo de uma forma mais autónoma (para mais detalhes sobre trabalho colaborativo, ver César, 2009, 2013; Machado, 2013). Assim, consideramos a aprendizagem como historico-culturalmente situada (César, 2009, 2013; Roth & Radford, 2011; Vygotsky, 1934/1962), na medida em que os fenómenos que ocorrem são sociais, culturais e o conhecimento é construído e partilhado pelos vários elementos envolvidos nesses processos. É necessário negociar um contrato didáctico coerente com essas práticas, bem como realizar tarefas matemáticas de elevada exigência cognitiva (Boston & Wolf, 2006), que promovam argumentações sustentadas, colocando em confronto diversas formas de pensamento matemático. Também é essencial pôr em prática uma avaliação que promova a melhoria nas aprendizagens dos alunos, ou seja, o que Fernandes (2005,

2008) designa por avaliação formativa alternativa ou Santos e seus colaboradores (2010) por auto-avaliação regulada.

Este tipo de práticas colaborativas facilita que se trabalhe na zona de desenvolvimento proximal (ZDP) de cada aluno (Vygotsky, 1934/1962), permitindo que eles consigam desenvolver capacidades e competências (matemáticas) essenciais numa sociedade em constante mudança e cada vez mais exigente. Mas, continuava a existir uma questão que permanecia em aberto: como conhecer as capacidades e competências dos alunos, desde a primeira semana de aulas, permitindo ajustar as tarefas propostas e as instruções de trabalho às características, necessidades e interesses de uma turma específica? Foi para responder a esta questão que a equipa do projecto *Interação e Conhecimento* (IC) elaborou um instrumento de avaliação de capacidades e competências (IACC), que analisamos nesta comunicação.

#### *Avaliação de capacidades e competências*

A avaliação é um elemento intrínseco de qualquer processo de ensino e de aprendizagem. Fernandes (2011) afirma que a avaliação “pode [e deve] contribuir para ajudar os alunos a melhorar as suas aprendizagens” (p. 131), pelo que avaliar as capacidades e competências que os alunos conseguem mobilizar e quais as que precisam de desenvolver, ao longo do ano lectivo, assume especial importância, quando se pretende proporcionar uma educação matemática de elevada qualidade.

Os conceitos de capacidade e competência são muitas vezes confundidos ou mesmo utilizados como sinónimos. Concebemos as competências como conhecimentos em acção, que se mobilizam em diferentes situações, cenários ou contextos, na resolução de um determinado problema. Ao considerarmos que as competências mobilizam conhecimentos, implicitamente estamos a assumir que, para que as competências se manifestem, é necessário existirem transições, ou seja, que os indivíduos sejam capazes de usar o que aprenderam noutros contextos, cenários ou situações. Esta posição teórica é também assumida por outros autores (Abrantes, 1994; Perrenoud, 1999; Roldão, 2003). A capacidade resulta da actualização de uma potencialidade. Por

exemplo, os seres humanos têm a capacidade de memorizar, de atenção, mas também de falar uma língua oral, ou seja, de articular sons, que constituem palavras. É de realçar que as competências têm subjacente a utilização de capacidades, pois só se conseguem mobilizar competências linguísticas quando já se desenvolveu a capacidade de emitir sons e reconhecer letras ou outros símbolos.

Quando se avaliam capacidades e competências podemos utilizar dois tipos de instrumentos, de acordo com os princípios teóricos subjacentes à sua elaboração e utilização: psicométricos ou desenvolvimentistas. Os instrumentos que seguem uma perspectiva psicométrica baseiam-se numa concepção de que as capacidades e competências se mantêm constantes ao longo da vida e são susceptíveis de serem medidas rigorosamente. Assim, pretendem medir quantitativamente essas capacidades e competências, de forma objectiva, para depois as comparar com as de outros sujeitos ou até mesmo com uma população (Lourenço, 2010). São exemplos deste tipo de instrumentos a escala de inteligência de Binet-Simon, a escala de inteligência para crianças de Weschler (WISC) ou as Matrizes Progressivas de Raven (Anastasi, 2003). Por seu turno, os instrumentos desenvolvimentistas baseiam-se na concepção de que as capacidades e competências se desenvolvem ao longo da vida, se constroem, pelo que não se pretende medi-las quantitativamente, mas sim avaliá-las qualitativamente, de forma situada, ou seja, num determinado espaço e tempo. Estes instrumentos podem ser respondidos por sujeitos de idades e níveis de desenvolvimento variados, permitindo traçar padrões de desenvolvimento através da análise dos desempenhos. Este tipo de instrumentos têm subjacente a teoria elaborada por Piaget (1923) como, por exemplo, acontece com as provas Piagetianas. Nesta investigação assumimos uma perspectiva desenvolvimentista.

### **Metodologia**

Esta investigação analisa parte do *corpus* empírico do projecto IC, que teve a duração formal de 12 anos (1994/95 a 2005/06), incluindo 10 anos de *follow up*, e cujo principal objectivo era estudar e promover o trabalho colaborativo em cenários de educação formal, para melhorar os desempenhos académicos dos alunos e

desenvolver capacidades e competências sócio-cognitivas e emocionais. O IC recorreu a três *designs* de investigação: (1) estudos *quasi* experimentais; (2) projectos de investigação-acção; e (3) estudos de caso (para mais detalhes, ver César, 2009, 2013; Machado, 2013; Ventura, 2012). Era no *Design 2*, ou seja, nos projectos de investigação-acção, que o IACC era respondido pelos alunos na primeira semana de aulas, pelo que é nos resultados destes projectos que nos focamos. Neste estudo assumimos uma abordagem interpretativa (Denzin, 2002) e desenvolvemos um estudo de caso intrínseco (Stake, 1995), pois procurámos obter um conhecimento mais aprofundado sobre um caso particular: o IACC.

O principal objectivo desta investigação consistiu em estudar e compreender as potencialidades e os contributos de um instrumento de avaliação de capacidades e competências (IACC), construído no âmbito do projecto *Interacção e Conhecimento* (IC). Abordaremos duas das questões de investigação: (1) Como são analisados os desempenhos dos alunos quando se utiliza este instrumento, de acordo com os princípios do projecto IC?; e (2) Como contribui o IACC para práticas pedagógicas, em aula, nomeadamente para a formação das primeiras díades?.

Os participantes são os alunos das turmas que participaram no projecto IC, desde o 5.º ao 12.º anos de escolaridade, de norte a sul de Portugal Continental (cerca de 600 turmas), Açores (3 turmas), Cabo Verde (6 turmas) e Escola Europeia de Bruxelas (4 turmas). Foram também considerados como participantes, os 69 professores/investigadores que leccionavam a essas turmas Matemática ou disciplinas afins, investigadores e outros significativos (famílias e outros agentes educativos).

Em relação aos instrumentos de recolha de dados, foram considerados dois grupos. O primeiro grupo – recolha documental – é constituído pelo *corpus* empírico do IC, ou seja, os instrumentos utilizados para recolher dados durante os 12 anos de duração formal desse projecto, nomeadamente: o IACC, questionários (Q), tarefas de inspiração projectiva (TIP), entrevistas (E), conversas informais (CI), protocolos dos alunos (PA) e outros documentos (D) do IC. Ao segundo grupo pertencem os

instrumentos de recolha de dados que foram utilizados especificamente para esta investigação e que complementam os dados recolhidos durante a vigência do IC, como o diário de bordo do investigador (DB) e conversas informais (CI) (para mais detalhes ver Machado, 2013).

Quanto aos procedimentos, começámos por organizar os dados provenientes dos 12 anos de existência formal do projecto IC, nomeadamente no que respeita às respostas dos alunos ao IACC, procurando encontrar padrões de desempenho que permitissem caracterizar o nível de desenvolvimento dos alunos e, simultaneamente, as capacidades e competências que já conseguiam mobilizar. Posteriormente, o tratamento e análise de dados referente às respostas ao IACC e demais instrumentos de recolha de dados considerados baseou-se numa análise de conteúdo, de tipo narrativo (Clandinin & Connelly, 1998), sistemática e sucessiva, passando dum leitura flutuante ao reconhecimento de padrões, fazendo emergir categorias indutivas de análise (César, 2009).

## **Resultados**

O IACC é um instrumento que apresenta características que o tornam singular no panorama educativo português: (1) é um instrumento baseado numa perspectiva desenvolvimentista e não psicométrica, pelo que se baseou na noção de prova (*épreuve*) da teoria piagetiana; (2) avalia capacidades e competências e não conhecimentos como, por exemplo, acontece nos testes de diagnóstico, habitualmente respondidos pelos alunos, no início do ano lectivo; (3) como não avalia conhecimentos matemáticos específicos de um determinado ano de escolaridade, pode ser respondido por alunos desde o 5.º ao 12.º anos de escolaridade, iluminando, desta forma, a evolução dessas capacidades e competências ao longo do processo de desenvolvimento; e (4) pode ser utilizado, de forma autónoma, pelos professores, desde que, previamente, tenham realizado formação nesse sentido, através de cursos ou acções de formação específicos.

O IACC é composto por cinco tarefas que visam identificar quais as capacidades e competências que os alunos já conseguem mobilizar e as que ainda precisam de desenvolver. Cada tarefa permite analisar uma ou mais capacidades e competências, de acordo com as que um grupo alargado de professores (N=1011), que tinha diferentes anos de experiência e que leccionava anos de escolaridade distintos, indicou como as mais essenciais a serem conhecidas no início do ano lectivo para promover uma educação de qualidade e o acesso dos alunos ao sucesso escolar. O processo de elaboração de cada tarefa resultou de um trabalho colaborativo entre professores e investigadores do ensino universitário, psicólogos e professores do ensino básico e secundário. Por isso, o IACC não só se destina a potenciar o desenvolvimento de práticas colaborativas, em aula, mas foi ele próprio fruto de um trabalho colaborativo, que caracterizava a equipa central do IC.

É fundamental que os alunos e professores percebam a importância de explicarem as estratégias de resolução utilizadas podendo, para tal, recorrer a diversos tipos de explicitação, como as composições matemáticas, ou de estratégias de resolução, como as representações gráficas (onde se incluem esquemas e/ou desenhos), ou as estratégias aritméticas, que incluem as operações básicas, fórmulas, entre outras (Machado, 2008, 2013; Ventura, 2012). Essa explicitação permite ao professor adaptar, de forma mais adequada, as práticas, em aula, uma vez que consegue inferir os processos de raciocínio utilizados, iluminando quais as capacidades e competências envolvidas, facilitando a constituição de díades assimétricas, cujos elementos consigam mobilizar capacidades e competências complementares, facilitando que os alunos consigam trabalhar na ZDP de cada um deles, ou seja, possibilitando que o que hoje ainda não faz parte do nível de desenvolvimento real, que os sujeitos conseguem utilizar autonomamente, dele venha a ser parte integrante no futuro (César, 2009, 2013; Vygotsky, 1934/1962).

A Tarefa A permite avaliar se o aluno consegue mobilizar sentido crítico em relação a uma notícia que contém informação matemática. No exemplo da Figura 1, o Aluno C.P.1. refere que a notícia está incorrecta, uma vez que não existiu um decréscimo no

número de assaltos mas sim um aumento, elaborando uma composição matemática como forma de explicitação da sua estratégia de resolução, que é aritmética.

A. Comenta, do ponto de vista matemático, a seguinte notícia de Jornal:

**Decréscimo nos assaltos a residências**

Do nosso correspondente em Fractopolis:

A polícia anunciou que, no último ano, em Fractopolis, 1 em cada 25 casas tinha sido assaltada. Este ano, o número de residências assaltadas passou para 1 em cada 20. Verificou-se assim um substancial decréscimo mas, mesmo assim, 20% é ainda um número muito elevado. Esperamos que a polícia de Fractopolis desenvolva as acções necessárias para aumentar a segurança dos cidadãos.

*Esta notícia foi mal redigida.  $\frac{1}{25} = 4\%$  de casas assaltadas no último ano,  $\frac{1}{20} = 5\%$  de residências assaltadas no presente ano. Em primeiro lugar  $5\% \neq 20\%$ , e depois  $4\% < 5\%$ , logo o número de assaltos aumentou.*

Figura 1 – Desempenho do Aluno C.P.1. na Tarefa A (10.º ano de escolaridade, Viseu)

Este desempenho ilumina que ele conseguiu mobilizar o sentido crítico face a uma notícia de um jornal que contém dados matemáticos. Para além disso, revela mobilizar competências matemáticas, associadas a conhecimentos como o conceito de fracção e suas representações. Também revela capacidade de comunicação escrita e matemática, que sustentam competências linguísticas (ortografia, sintaxe, riqueza vocabular), bem como outras competências tais como as que lhe permitem interpretar o enunciado, estabelecer conexões entre conhecimentos matemáticos, utilizar raciocínio matemático e verificar os resultados obtidos com a estratégia de resolução pela qual optou.

Em relação à Tarefa B, esta pretende avaliar se o aluno evidencia intuição matemática, criatividade ou persistência na tarefa.

B. A senhora Isaura foi à leitaria do senhor Timóteo para comprar um litro de leite. O senhor Timóteo só tem duas medidas, uma de 3 litros e outra de 5 litros. Como deve o senhor Timóteo fazer para satisfazer o pedido da sua cliente?

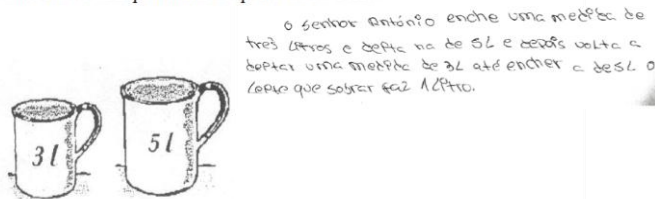


Figura 2 – Desempenho do Aluno C.T.1. na Tarefa B (8.º ano de escolaridade, Lisboa)

Na Figura 2, podemos observar um exemplo de desempenho desta tarefa, no qual o Aluno C.T.1. mobiliza a intuição matemática, recorrendo a uma pequena composição matemática como forma de explicitação da estratégia de resolução que utilizou. Este desempenho revela a mobilização das capacidades como o pensamento divergente e a intuição matemática. Para além disso recorre a competências linguísticas, presentes na clareza da composição matemática que elabora, bem como ao raciocínio matemático presente nos mecanismos de verificação da intuição matemática, que lhe permitem mostrar que, seguindo aqueles passos, consegue obter o litro de leite pedido no enunciado da tarefa. Assim, também revela competências relacionadas com a interpretação de enunciados.

A Tarefa C permite avaliar se o aluno mobiliza o raciocínio concreto ou o raciocínio abstracto (ver Figura 3).

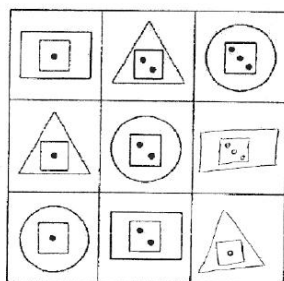


Figura 3 – Desempenho do Aluno E.M.4. na Tarefa C (10.º ano de escolaridade, Cabo Verde)

Através da análise do desempenho do Aluno E.M.4. podemos afirmar que ele conseguiu compreender duas informações desta figura complexa: (1) a existência de um elemento invariante – o quadrado central – pois aparece em qualquer das figuras que se considere; e (2) segundo cada linha, não existe repetição do elemento exterior, ou seja, este deverá ser rectângulo e triângulo. Contudo, não consegue compreender, na última figura que desenha, a informação respeitante ao número de pintas, pelo que considera existir apenas uma pinta. Assim, revela competências matemáticas relacionadas com conhecimentos de geometria como o reconhecimento de figuras geométricas e a identificação de padrões. Este tipo de desempenho pode evidenciar que este aluno se encontra na transição do raciocínio concreto para o abstracto, ou seja, que revela capacidades relacionadas com o raciocínio concreto, mas não com o raciocínio abstracto. Atendendo a que se encontra no 10.º ano de escolaridade e que o início dos conteúdos matemáticos apela à mobilização do raciocínio abstracto, o professor deverá ter especial cuidado na elaboração, adaptação ou selecção das primeiras tarefas propostas, uma vez que precisa que este aluno desenvolva o raciocínio abstracto. Para além disso, como não explicita o que o levou a optar por aquelas figuras, não revela capacidades muito desenvolvidas de memorização e atenção concentrada.

A Tarefa D pretende avaliar o tipo de raciocínio preferencial na abordagem de um problema (analítico ou geométrico), no qual os alunos devem determinar a área da parte pintada do mosaico, sabendo que este tem de dimensões 15 cm por 10 cm. Na Figura 4, o Aluno C.R.3. tem preferência por um raciocínio geométrico, na medida em que estão envolvidos processos de raciocínio referentes à decomposição da figura. Assim, revela competências matemáticas relacionadas com a noção de área de um polígono, incluindo a sua fórmula, bem como com a decomposição de figuras geométricas. A estratégia de resolução utilizada – representação gráfica – ilumina que este aluno vai associando cada parte a negro à respectiva parte em branco, preenchendo metade do mosaico. No entanto, para determinar a área da parte

pintada divide as duas dimensões de mosaico por dois, obtendo um resultado desadequado ao problema e apresentando um desempenho típico de quem mobiliza raciocínio concreto e não o raciocínio abstracto.



Figura 4 – Desempenho do Aluno C.R.3. na Tarefa D (9.º ano de escolaridade, Lisboa)

Por fim, a Tarefa E tem como finalidade avaliar que abordagem um aluno adopta (global ou passo-a-passo), num problema relacionado com uma situação da vida quotidiana – a compra e venda de um artigo. O Aluno J.C.3. recorre a uma estratégia de resolução que ilumina uma preferência por uma abordagem passo-a-passo, pois analisa o que acontece em cada transacção (ver Figura 5).

- E. Um negociante de arte comprou uma obra por 300 euros e, logo em seguida, vendeu-a por 400 euros. Mais tarde arrependeu-se e voltou a comprar a mesma obra por 500 euros, vendendo-a depois por 600. Nestes negócios, ele teve lucro, prejuízo, ou ficou na mesma? Porquê? Se teve lucro ou prejuízo, de quanto foi?
- O negociante teve lucro de 200 euros porque se tinha um obra de 300 e vendeu a 400 lucrava 100 depois comprou a mesma obra por 500 e voltou a vende-la por 600 lucrando mais 100 euros.

Figura 5 – Desempenho do Aluno J.C.3. na Tarefa E (12.º ano de escolaridade, Faro)

Este aluno opta por recorrer a uma composição matemática como forma de explicitação da estratégia de resolução aritmética a que recorreu, em que explica o que aconteceu e o lucro obtido, no final das duas transacções. Assim, revela capacidade de comunicação e competências linguísticas. Observamos também capacidades como a selecção de dados do enunciado, organização e argumentação, associadas a competências matemáticas, tais como o recurso às operações básicas para calcular o lucro obtido, tendo em consideração a situação descrita. Este desempenho ilustra ainda competências como as conexões entre a vida real e a Matemática, ou a verificação das estratégias de resolução utilizadas.

*Um exemplo de utilização nas aulas de Matemática*

A análise do IACC, conjugada com a dos outros instrumentos que os alunos respondem na primeira semana de aulas – TIP1 e Q1 – e a observação realizada permitem desenvolver práticas mais adaptadas às características, necessidades e interesses de uma determinada turma. As informações a que estes instrumentos permitem ter acesso são essenciais para a constituição das primeiras díades, bem como para a escolha da natureza das tarefas propostas nas primeiras aulas.

Na Figura 6, podemos observar um exemplo de uma díade de uma turma de 9.º ano de escolaridade, que se encontrava a trabalhar colaborativamente, pela primeira vez, ou seja, numa turma que anteriormente não tinha sido leccionada por este professor/investigador.

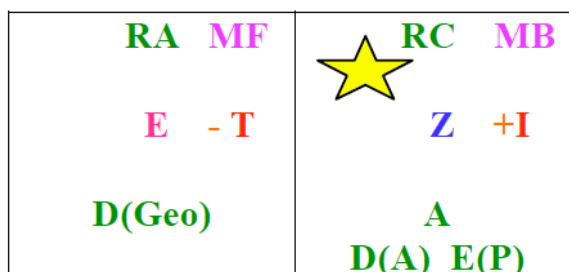


Figura 6 – Exemplo de uma díade (9.º ano de escolaridade, Lisboa)

A díade formada pelos Alunos E e Z é constituída por um elemento do género masculino (Z, azul) e por um do feminino (E, rosa). O Aluno Z mobiliza o raciocínio concreto (RC, verde) e a Aluna E o raciocínio abstracto (RA, verde), observáveis através dos desempenhos na Tarefa C. Se repararmos, o aluno que mobiliza RC é o que se considera muito bom (MB, lilás) a Matemática e que obtinha, habitualmente, Nível 5 nessa disciplina, nos anos lectivos anteriores, enquanto o aluno que mobilizava o RA era o que se considerava muito fraco (MF, lilás) e que tinha transitado de ano com nível inferior a 3 a Matemática.

Quanto à representação social que estes alunos construíram acerca da matemática, no Aluno Z esta é positiva (+, vermelho) e inovadora (I, vermelho), enquanto que na Aluna E esta é negativa (-, vermelho) e tradicional (T, vermelho), iluminando que estes alunos têm representações sociais de matemática e deles próprios, enquanto aprendentes de Matemática que são complementares. Esta informação é importante, na medida em que pode indiciar que esta díade pode estabelecer interacções dialógicas produtivas, evitando, por exemplo, que ambos desistam de realizar alguma das tarefas propostas em aula.

No que respeita à análise dos desempenhos destes alunos no IACC, podemos afirmar que a Aluna E tem preferência por raciocínios geométricos – D(Geo, verde) – e o Aluno Z por analíticos – D(A, verde). Ambos percebem que a área da parte pintada corresponde a metade da área do mosaico, embora a Aluna E não determine esse valor, como pedido no enunciado da tarefa. Assim, para esta díade, as tarefas matemáticas devem apelar, simultaneamente, ao recurso a estratégias de resolução associadas a raciocínios analíticos e a raciocínios geométricos, para que estes dois alunos possam mobilizá-los e ambos desenvolvam aquilo que necessitam ao trabalharem na ZDP de cada um deles (Vygotsky, 1934/1962). Isso também permite que cada um deles possa actuar como par mais competente, alternadamente, em função do tipo de raciocínio usado na resolução de uma tarefa matemática.

O Aluno Z revelou capacidade de observação e sentido crítico em relação a notícias com conteúdos matemáticos (Tarefa A, verde), enquanto a Aluna E não respondeu a esta tarefa. Assim, no que se refere ao sentido crítico, o Aluno Z pode actuar como par mais competente (Vygotsky, 1934/1962). Na Tarefa B, nenhum revela intuição matemática, nem criatividade. Como tal, estas capacidades terão de vir a ser desenvolvidas durante as discussões gerais ou, posteriormente, com outros pares, quando as díades forem reorganizadas, algo que acontece periodicamente. Quanto à Tarefa E, o Aluno Z resolve-a de forma completa, preferindo uma abordagem passo-a-passo, enquanto a Aluna E indica um lucro de 100 euros, mostrando que o seu desempenho se encontra na transição entre o raciocínio concreto e o raciocínio abstracto, que mobilizou na Tarefa C, mais associado a raciocínios geométricos, que ela prefere. Na Tarefa E, que apelava a raciocínios analíticos, preferenciais para o Aluno Z, ela já não consegue mobilizar o raciocínio abstracto. É frequente os alunos que se encontram na transição entre o RC e o RA só conseguirem mobilizar o RA na forma preferencial de raciocínio: analítico ou geométrico (Machado, 2013).

As tarefas matemáticas propostas durante o ano lectivo devem proporcionar o confronto de diferentes estratégias de resolução, bem como formas de pensamento e processos de raciocínio entre os alunos de cada díade e no grupo turma. Mas, para que tal aconteça, as tarefas deverão ser de elevado nível de exigência cognitiva (Boston & Wolf, 2006), promovendo espaços e tempos nos quais a argumentação e a comunicação matemática ganham especial relevo (César, 2009, 2013).

### **Considerações finais**

A promoção de uma educação matemática de qualidade está relacionada com as opções de cada professor em termos das formas de actuação, das práticas desenvolvidas em aula, bem como dos instrumentos que utiliza quando pretende conhecer os alunos, no início do ano lectivo. Começar a seleccionar, adaptar ou elaborar tarefas matemáticas desconhecendo as capacidades e competências que os diversos alunos de uma determinada turma já conseguem mobilizar, bem como as que precisam de desenvolver, significa que não se promovem oportunidades desses

mesmos alunos trabalhem na ZDP, aspecto que Vygotsky (1932/1964) realça ser essencial para que as aprendizagens contribuam para o desenvolvimento. Porém, muitos são os professores que, quando questionados sobre as capacidades e competências mobilizadas pelos alunos das turmas que leccionam, não as conseguem identificar, nem conseguem explicitar as capacidades e competências que as tarefas matemáticas que propõem permitem desenvolver. O IACC é um instrumento que permite ao professor ter acesso às capacidades e competências que os alunos já conseguem mobilizar, para poder adaptar as práticas em aula às características, necessidade e interesses de cada turma. Essa avaliação permite operacionalizar práticas colaborativas, fomentando o desenvolvimento do pensamento (matemático), da argumentação sustentada, da responsabilização e da autonomia, aspectos essenciais no desenvolvimento de cada aluno e à participação activa e crítica, enquanto cidadão informado e capaz de decidir.

#### AGRADECIMENTOS

O projecto *Interacção e Conhecimento* foi parcialmente subsidiado pelo IIE, em 1996/97 e em 1997/98, medida SIQE 2 (projecto n.º 7/96), e pelo CIEFCUL, desde 1996. Agradecemos a todos os participantes que tornaram este trabalho possível, principalmente aos alunos, professores/ investigadores e investigadores, que mais horas de trabalho colaborativo e reflexão lhe dedicaram.

**Nota:** Por vontade expressa dos autores este artigo não utiliza o novo acordo ortográfico.

Utilizámos Matemática (com maiúscula) apenas quando nos referimos à disciplina de Matemática, no ensino básico ou secundário.

#### Referências bibliográficas

- Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a matemática: A experiência do projecto MAT789*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM). [Tese de doutoramento, apresentada na Universidade de Lisboa (UL)]
- Anastasi, A. (2003). *Testes psicológicos*. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária.

Baucal, A., Arcidiacono, F., & Budevac, N. (Eds.) (2011). *Studying interactions in different contexts: A qualitative view*. Belgrade: Institute of Psychology Belgrade.

Boston, M., & Wolf, M. K. (2006). *Assessing academic rigor in mathematics instruction: The development of the instructional quality assessment toolkit. CSE Technical Report 672* (No. 672). Los Angeles, CA: National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST).

César, M. (2009). Listening to different voices: Collaborative work in multicultural maths classes. In M. César, & K. Kumpulainen (Eds.), *Social interactions in multicultural settings* (pp. 203-233). Rotterdam: Sense Publishers.

César, M. (2013). Collaborative work, dialogical self and inter-/intra-empowerment mechanisms: (Re)constructing life trajectories of participation. In M. B. Ligorio, & M. César (Eds.), *Interplays between dialogical learning and dialogical self* (pp. 151-192). Charlotte, NC: Information Age Publishing (IAP).

César, M., & Kumpulainen, K. (Eds.) (2009). *Social interactions in multicultural settings*. Rotterdam: Sense Publishers.

Clandinin, D. J., & Connelly, F. M. (1998). Personal experience methods. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp. 150-178). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Denzin, N. K. (2002). The interpretative process. In A. Haberman, & M. Miles (Eds.), *The qualitative researchers companion* (pp. 349-366). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Fernandes, D. (2005). *Avaliação das aprendizagens: Desafios às teorias, práticas e políticas*. Lisboa: Texto Editora.

Fernandes, D. (2008). Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens. *Estudos em Avaliação Educacional*, 19(41), 347-372.

Fernandes, D. (2011). Articulação da aprendizagem, da avaliação e do ensino: Questões teóricas, práticas e metodológicas. In M. P. Alves, & J.-M. De Ketele (Eds.), *Do currículo à avaliação, da avaliação ao currículo* (pp. 131-142). Porto: Porto Editora.

Lourenço, O. (2010). *Psicologia de desenvolvimento cognitivo: Teoria, dados e implicações* (2.ª ed.). Coimbra: Edições Almedina.

Machado, R. (2008). *Brócolos e matemática: Representações sociais da matemática de alunos do 8.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado,

apresentada no Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (DEFCUL)]

Machado, R. (2013). *Trabalho colaborativo e matemática: Um estudo de caso sobre o instrumento de avaliação de capacidades e competências do projeto Interação e Conhecimento* (Tese de doutoramento, documento policopiado). Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCTUNL), Almada.

Machado, R., & César, M. (2012). Trabalho colaborativo e representações sociais: Contributos para a promoção de sucesso escolar em matemática. *Interações*, 8(20), 98-140. [On-line: <http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/issue/archive>]

Machado, R., & César, M. (2013). Contributos das representações sociais e do trabalho colaborativo para o acesso às ferramentas culturais da matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática/International Journal for Studies in Mathematics Education*, 6(1), 96-146. [On-line: <http://periodicos.uniban.br/index.php?journal=JIEEM>]

Marková, I. (2005). *Dialogicality and social representations: The dynamics of mind* (2.<sup>a</sup> ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Matos, J. M. (2006). História do ensino da matemática em Portugal: Constituição de um campo de investigação. *Revista Diálogo Educacional* (6)18, 11-18. Recuperado em Abril 1, 2011, de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=189116273002>

Perrenoud, P. (1999). *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: ArtMed Editora.

Piaget, J. (1923). *Le langage et la pensée chez l'enfant*. Neuchâtel, Paris: Delachaux et Niestlé.

Roldão, M. C. (2003). *Gestão do currículo e avaliação de competências: As questões dos professores*. Lisboa: Editorial Presença.

Roth, W.-M., & Radford, L. (2011). *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning*. Rotterdam: Sense Publishers.

Santos, L. (Ed.), Pinto, J., Rio, F., Pinto, F., Varandas, J. M., Moreirinha, O. ... Bondoso, T. (2010). *Avaliar para aprender: Relatos de experiências de sala de aula do pré-escolar ao ensino secundário*. Porto: Porto Editora.

Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Thousands Oaks: Sage Publications.

Ventura, C. (2012). *Interação e Conhecimento: Um estudo de caso que analisa a história de um projecto*. Lisboa: APM. [Tese de doutoramento, apresentada na FCTUNL]

Vygotsky, L. S. (1934/1962). *Thought and language*. (Myshlenie I rech', Trad.). Cambridge MA: MIT Press. [Original publicado em russo, em 1934; edição revista por Alex Kozulin]