

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

A ASSIMETRIA NA VOLATILIDADE
DAS RENDIBILIDADES DO PREÇO
DO CRUDE

Elisete Alexandra Coelho Ascenso
(20130207)

Lisboa, Janeiro de 2016

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

A ASSIMETRIA NA VOLATILIDADE
DAS RENDIBILIDADES DO PREÇO
DO CRUDE

Elisete Alexandra Coelho Ascenso
(20130207)

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Contabilidade e Análise Financeira, realizada sob a orientação científica da Professora Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes, com grau de Doutor em Métodos Quantitativos e Professora Adjunta na área de finanças.

Constituição do Júri:

Presidente _____	Doutor Joaquim Martins Ferrão
Arguente _____	Doutor António Saragga Seabra
Vogal _____	Doutora Sónia Ricardo Bentes

Lisboa, Janeiro de 2016

Declaro ser a autora desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas.

Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência ao seu autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

Dedico esta dissertação à memória do meu querido pai

Agradecimentos

Esta investigação só foi possível com o apoio e insistência de algumas pessoas, pois sozinha a mesma não se teria concretizado.

Assim, não poderia deixar de agradecer ao meu pai, que apesar de ter partido à poucos meses, ele sempre me motivou nestas causas, e sempre se mostrou orgulhoso do esforço da menina dele, e por isso a ele lhe dedico este trabalho.

Ao meu marido, Bruno Barros, que sempre insistiu para a conclusão desta investigação e esteve do meu lado nestes meses tão difíceis, e não me deixou desistir.

Ao meu filho, Rafael, que está para chegar e que me empurrou para frente no meio disto tudo e me impôs um prazo, pela sua chegada.

À minha família: mãe, mano, tias, tios, primos, primas, cunhado e cunhadas, que estiveram comigo e me incentivaram a esforçar-me «só mais um pouquinho».

Todo este apoio não seria suficiente, se a minha coordenadora Sónia Bentes não me desse a força, e a motivação que me deu, pelo que, academicamente, agradeço-lhe de coração, pois sem ela não teria sido possível.

Quero também agradecer aos meus colegas de mestrado, pela ótima turma que constituímos, e que fez com que o 1º ano fosse muito mais agradável; quero apenas agradecer a uma colega em especial, Ana Galinha, pela companhia, incomparável, de estudos, e atualmente amiga, que se revelou.

Resumo

Volatilidade refere-se às oscilações de uma determinada variável ao longo do tempo. Assim, facilmente se associa volatilidade aos conceitos de risco e de incerteza e, por conseguinte, ao *trade-off* entre risco e rendibilidade.

Por sua vez, assimetria na volatilidade permite-nos concluir que o efeito de uma má notícia é maior que o efeito de uma boa notícia, dado que para variações nos rendimentos do ativo subjacente, é particularmente improvável que choques, positivos ou negativos, tenham o mesmo impacto na volatilidade.

Analisando a evolução dos preços do crude assistimos a uma grande variação de preços no período 2004-2014; com o apoio dos modelos ARCH, mais precisamente, os modelos EGARCH e TGARCH, avaliamos a assimetria na volatilidade, e assistimos ao facto que as más notícias exercem maior impacto sobre a volatilidade, do que as boas notícias, verificando-se assim assimetria na volatilidade no período 2004-2014 no crude.

Palavras-chave: Petróleo, Preços do Crude, Volatilidade, Assimetria, EGARCH, TGARCH

Abstract

Volatility refers to oscillations of a particular variable over time. Thus easily associated volatility to the concepts of risk and uncertainty and therefore the trade-off between risk and return.

In turn, tail to volatility allows us to conclude that the effect of a bad new is greater than the effect of a good news, since for variations in the underlying asset yields, it is especially unlikely that positive or negative shocks have the same impact in volatility.

Analysing the evolution of oil prices witnessed a wide range of prices for the period 2004-2014; with the support of ARCH models, more precisely, the EGARCH and TGARCH models, we evaluate the asymmetry in volatility, and witnessed the fact that the bad news exert greater impact on volatility than the good news, verifying thus asymmetry in volatility in the period 2004-2014 in crude.

Keywords: Oil, Crude Prices, Volatility, Asymmetry, EGARCH, TGARCH

Índice

1. Introdução	1
1.1. Objeto	2
1.2. Objetivos	2
1.3. Estrutura da investigação	2
2. Enquadramento Teórico	3
2.1. Volatilidade	3
2.1.1. Volatilidade Histórica	5
2.1.2. Volatilidade Implícita	6
2.1.3. Volatilidade Futura ou Previsional	8
2.2. Modelos de Volatilidade	9
2.2.1. Modelos ARCH e GARCH	9
2.2.2. Modelo EGARCH	13
2.2.3. Modelo TGARCH	14
2.3. Estimação dos modelos	15
2.4. Factos estilizados no comportamento da volatilidade	17
2.4.1. <i>Clusters</i>	17
2.4.2. <i>Fat tails</i>	19
2.4.3. Assimetria e o efeito alavanca na Volatilidade	22
2.4.4. Memória Longa	25
2.4.5. Movimentos conjuntos (<i>co-movements</i>)	26
2.4.6. Evidência de Caos	27
2.5. Sentimento do mercado	29
2.5.1. Índice de Volatilidade Implícita	30
2.5.2. Rácio <i>Put/Call</i> (PCR)	31
2.5.3. Rácio <i>Bull/Bear</i> (BBR)	32
2.6. Síntese	34
3. O Petróleo	36
3.1. Os grandes «choques» petrolíferos	38
3.2. Produção de energia em Portugal	42
3.3. Consumo de energia em Portugal	46
3.4. Síntese	47
4. Análise Empírica	48
4.1. Amostra	49

4.1.1.	Descrição da Amostra	49
4.2.	Rendibilidades	50
4.3.	Estatísticas descritivas	53
4.4.	Estimação do modelo.....	57
4.4.1.	Verificação dos pressupostos	57
4.4.1.1.	Estacionariedade	57
4.4.1.1.1.	Teste Estacionariedade	61
4.4.1.2.	Autocorrelação	62
4.4.1.3.	Heterocedasticidade	64
4.4.2.	Análise dos resíduos do modelo $AR(p)$	66
4.4.3.	Estimação dos modelos $AR(5)$ -GARCH(1,1), $AR(5)$ -EGARCH(1,1) e $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1).....	69
4.5.	Síntese	76
5.	Cobertura de Risco	78
6.	Conclusões	79
	Bibliografia	82

Índice de Figuras

Figura 2.1 Níveis de Volatilidade	5
Figura 2.2 Sorriso Puro e Franco	7
Figura 2.3 Sorriso Amarelo ou Forçado	7
Figura 2.4 Sorriso Trombudo	8
Figura 2.5 Processo com Homocedasticidade	10
Figura 2.6 Processo Com Heterocedasticidade	10
Figura 2.7 Exemplo de <i>Fat Tails</i>	19
Figura 2.8 Efeito Alavanca / Assimetria	22
Figura 2.9 Efeito Simétrico	23
Figura 2.10 Níveis de Otimismo e de Pessimismo	32
Figura 3.1 Produção e Consumo de Petróleo 1989 – 2014	37
Figura 3.2 Preço Petróleo 1861-2014	40
Figura 3.3 Estrutura do consumo de energia primária em Portugal entre 1960 – 2008	42
Figura 3.4 Estrutura do consumo de energia primária por país entre 1960 – 2008	43
Figura 3.5 Dependência energética entre 1960 – 2008	44
Figura 3.6 Estrutura do consumo de energia em Portugal entre 1960 – 2008	45
Figura 3.7 Estrutura do consumo de energia em por país entre 1960 – 2008	45
Figura 3.8 Fornecedores de energias 1967 – 2008	46
Figura 4.1 Evolução dos preços do petróleo no período 12/1/2004 a 19/12/2014	49
Figura 4.2 Evolução das rendibilidades do petróleo no período 12/1/2004 a 19/12/2014	51
Figura 4.3 Exemplificação de curtose.	54
Figura 4.4 Histograma das rendibilidades do petróleo no período 12/1/2004 a 19/12/2014	55
Figura 4.5 Correlograma das Rendibilidades	62
Figura 4.6 Correlograma do quadrado dos resíduos	65
Figura 4.7 Histograma dos resíduos do modelo $AR(5)$	67

Figura 4.8 Correlograma dos resíduos do modelo $AR(5)$	68
Figura 4.9 Histograma dos resíduos do modelo $AR(5)$ -GARCH(1,1)	71
Figura 4.10 Histograma dos resíduos do modelo $AR(5)$ -EGARCH(1,1)	73
Figura 4.11 Histograma dos resíduos do modelo $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)	75

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 Resumo dos principais estudos empíricos sobre a assimetria na volatilidade	24
Tabela 2.2 Níveis de sentimento de Mercado	31
Tabela 4.1 Medidas de estatística descritiva das rendibilidades diárias no período de 12 de Janeiro de 2004 a 19 de Dezembro de 2014	53
Tabela 4.2 Estacionariedade	61
Tabela 4.1 Teste de Autocorrelação BG aplicado às rendibilidades	63
Tabela 4.4. Resultados do teste de ARCH-LM aplicado às rendibilidades	64
Tabela 4.5 Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo $AR(5)$	67
Tabela 4.6 Teste de autocorrelação BG aplicado ao modelo $AR(5)$	68
Tabela 4.7 Estimativas dos modelos $AR(5)$ -GARCH(1,1), $AR(5)$ -EGARCH(1,1) e $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)	69
Tabela 4.8 Teste ARCH-LM aos resíduos dos modelos $AR(5)$ -GARCH(1,1), $AR(5)$ -EGARCH(1,1) e $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)	70
Tabela 4.9 Tabela dos resíduos do modelo $AR(5)$ -GARCH(1,1)	71
Tabela 4.10 Tabela dos resíduos do modelo $AR(5)$ -EGARCH(1,1)	72
Tabela 4.11 Tabela dos resíduos do modelo $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)	73
Tabela 4.12 Tabela Resumo dos resíduos dos modelos $AR(5)$ -GARCH(1,1) $AR(5)$ -EGARCH(1,1) $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)	74

Lista de Siglas e Abreviaturas

ADF	<i>Augmented Dickey Fuller</i>
AIC	<i>Akaike Information Criterion</i>
APT	<i>Arbitrage Pricing Model</i>
AR	<i>Autoregressive Model</i>
ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
ARMA	<i>Autoregressive Moving Average</i>
BBR	Rácio <i>Bull/ Bear</i>
BG	<i>Breusch-Godfrey</i>
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
EGARCH	<i>Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
EPD	<i>Exponential Power distribution</i>
GARCH	<i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
GED	<i>General Error Distribution</i>
Ha	Hipótese Alternativa
H0	Hipótese Nula
i.i.d.	<i>independent and identical distribution</i>
JB	Jarque-Bera
KPSS	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin
LM	Multiplicadores de Lagrange
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MMV	Método da Máxima Verosimilhança
PCR	Rácio <i>Put/ Call</i>
SIC	<i>Schwartz's Bayesian Information Criterion</i>
TGARCH	<i>Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
TSP	<i>Trend Stationary Process</i>
WTI	<i>West Texas Intermediate</i>

1. Introdução

Nos últimos 20-30 anos, o petróleo tornou-se o maior *commodity* negociado no mundo. Os quatro principais *benchmarks* no mundo do comércio internacional são: *West Texas Intermediate* (WTI), o crude de referência para os EUA; Brent, o petróleo de referência para o Mar do Norte; Dubai, o crude de referência para o Médio e Extremo Oriente; e Tapis, o crude de referência para a região Ásia-Pacífico (Chang *et al.* 2010).

Os mercados atuais revelam-se, cada vez mais instáveis, seja pela existência de crises, sejam elas financeiras, políticas ou de qualquer outra origem acabam por influenciar ou serem influenciadas pelo preço do petróleo, e tendo em conta, também, que o que aconteceu ontem não significa de forma alguma que acontecerá amanhã, tornando os mercados voláteis.

Como é praticamente impossível conhecer, hoje, os preços exatos no futuro, procura-se, através de métodos estatísticos e regressões, estimar a volatilidade futura do respetivo ativo subjacente.

Isto obriga ao desenvolvimento de instrumentos eficazes na medição e previsão da volatilidade, pois revelam-se fundamentais nas estratégias de negócios, na gestão de risco, assim como na valorização de instrumentos derivados, técnicas de cobertura de risco para a aplicação eficaz dos recursos financeiros.

Desde dos anos 70 vários foram os autores que se debruçaram sobre esta matéria, desenvolvendo assim modelos de sucessões cronológicas que foram inicialmente utilizados para análise descritiva ou para controlo dinâmico e que, mais tarde, começaram a ser utilizados nas áreas financeiras.

Assim surgiram os modelos ARCH auto regressivos e heteroscedástico (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) que pretendem responder à constatação de que a volatilidade não é constante nos dados financeiros, e são baseados no pressuposto que a componente aleatória apresenta variações na variabilidade.

Brooks (2002) defende que um modelo de volatilidade deve ser capaz de prever, captar e refletir os factos mais importantes sobre os rendimentos dos preços, assim como a persistência, o impacto assimétrico das boas e más notícias.

Assim, com a presente investigação tentaremos entender de que forma podemos avaliar a volatilidade, neste caso específico, das rendibilidades do preço do crude, e ganhar mais conhecimento das ferramentas econométricas disponíveis.

1.1. Objeto

O objeto da investigação centra-se em testar a existência da assimetria volatilidade das rendibilidades do preço do crude, no período compreendido entre 2004 e 2014, através dos modelos ARCH, mais precisamente, EGARCH e TGARCH.

1.2. Objetivos

O objetivo principal desta investigação passa por contribuir para o conhecimento sobre a possível assimetria na volatilidade das rendibilidades do preço do crude, avaliando as flutuações do preço do crude ao longo de 10 anos (2004 e 2014).

Para alcançar o objetivo proposto serão aplicados os modelos econométricos adequados, pretendendo-se demonstrar se o crude apresenta assimetria na volatilidade, quer isto dizer, queremos validar qual a influência das más notícias e das boas notícias no *commodity* escolhido.

1.3. Estrutura da investigação

A presente investigação foi pensada com a seguinte estrutura: inicialmente será exposto o conceito de volatilidade, de forma que se consiga transmitir a relevância e os principais conceitos da mesma; numa segunda etapa pretende-se abordar os modelos existentes para avaliação da volatilidade; entrando em aspetos mais específicos da volatilidade serão abordados os factos estilizados no comportamento da volatilidade, assim como os sentimentos do mercado.

Passando à fase seguinte, será feito um enquadramento do petróleo, onde se pretenderá evidenciar a sua importância passando a mensagem do porquê incidir esta investigação sobre o mesmo.

Terminando esta investigação com a abordagem empírica, onde através dos dados recolhidos, conseguiremos aplicar a abordagem teórica exposta.

2. Enquadramento Teórico

Neste capítulo pretende-se, de forma clara, apresentar o tema volatilidade (volatilidade relacionada com os mercados financeiros) e as principais questões relacionadas com a mesma.

Assim, este capítulo está organizado da seguinte forma, do ponto 2.1.1. a 2.1.4. serão expostos os principais conceitos de volatilidade para permitir o enquadramento do tema desta investigação.

Sendo de seguida, nos pontos 2.2.1. a 2.2.3. abordados os modelos de volatilidade selecionados para a presente investigação, com o intuito, também, de enquadrar e justificar a seleção dos mesmos possibilitando uma análise clara aos dados e resultados.

No ponto 2.3. será feita uma abordagem da estimação dos modelos anteriormente referidos.

O ponto 2.4. explicará o que são os factos estilizados no comportamento da volatilidade, e os sentimentos do mercados serão explicados no ponto 2.5.

O objetivo geral do capítulo será fornecer os fundamentos teóricos indispensáveis à sua posterior interpretação, permitindo assim a compreensão do objetivo desta investigação e a importância e o entendimento da seleção deste tema.

O capítulo termina com a exposição das principais conclusões a reter.

2.1. Volatilidade

Desde há algumas décadas que o tema da volatilidade se tem revelado central para a compreensão da dinâmica dos mercados, em especial no que se refere à sua vertente financeira.

A volatilidade é vista como um conceito importante das finanças na medida em que a alteração dos preços, facto causador de risco / rentabilidade são fatores importantes mas difíceis de prever.

Bentes (2011) refere que embora o tema tenha provocado sempre interesse, verificou-se um interesse acrescido a partir do momento em que Shiller (1981) demonstrou de forma independente que a volatilidade no mercado de capitais era demasiado elevada para ser explicada simplesmente pela chegada de nova informação acerca do valor fundamental das empresas.

Como se pode compreender para investidores avessos ao risco um aumento da volatilidade acarreta efeitos substancialmente negativos quer ao nível do investimento, quer do consumo, quer até mesmo de outras variáveis como o ciclo de vida das empresas. Assim, o aumento continuado da volatilidade pode contribuir para que entidades reguladoras e instituições financeiras adotem políticas específicas no sentido de incentivar as empresas a investirem montantes avultados de capital anteriormente aplicados em fundos de tesouraria, quando tal não se mostre adequado às suas necessidades, o que é manifestamente contrário à repartição eficiente dos recursos.

De acordo com a generalidade dos autores (Hsu e Murray, 2007; Vilder e Visser, 2007) o termo volatilidade utiliza-se normalmente para designar o grau de oscilação de uma determinada variável ao longo do tempo. Nesse sentido, quanto maior for a sua variação maior será a volatilidade que lhe está associada.

Volatilidade encontra-se, também, associada aos conceitos de risco e de incerteza e, por conseguinte, ao *trade-off* entre risco e rendibilidade que constitui um dos pilares da Moderna Teoria das Finanças em que assentam modelos como o *Capital Asset Pricing Model – CAPM*, o *Arbitrage Pricing Model – APT*, a teoria da carteira e até mesmo os modelos de avaliação de opções, cujo exemplo mais paradigmático é o proposto por Black e Scholes (1973).

Ferreira (2009) define volatilidade como «medida de dispersão dos preços dos ativos subjacentes em relação à sua média e durante um intervalo de tempo». Considera ainda que é um aspeto muito relevante na área das opções devido à dificuldade de delinear o seu comportamento e sendo fundamental para a valorização das mesmas.

É possível calcular a volatilidade através do cálculo do desvio-padrão (σ):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (2.1)$$

Em que,

σ = Desvio-padrão

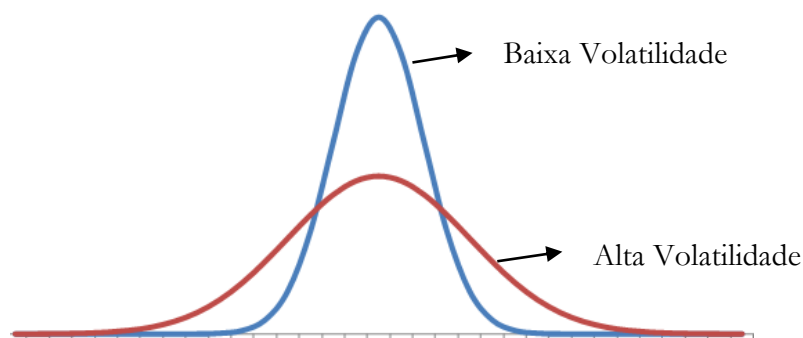
n = Número de observações

X_t = Logaritmo do quociente entre duas corações sucessivas, $\text{Ln}(P_t / P_{t-1})$

\bar{X} = Média aritmética de X_t

A partir do resultado encontrado é sempre possível calcular a volatilidade para outros períodos de tempo, havendo apenas que tomar em consideração a base de calendário utilizada. Assim, se os dados disponíveis forem diários e, assumindo-se para efeitos de cálculo o ano comercial, a volatilidade anual será $\sigma\sqrt{360}$; para o ano civil obtém-se $\sigma\sqrt{365}$ e, para o real virá $\sigma\sqrt{366}$ ou $\sigma\sqrt{365}$ consoante se trate dum ano bissexto ou não-bissexto.

Em efeitos gráficos a volatilidade poderia ser vista da seguinte forma (Figura 2.1):



Fonte: Adaptado de Ferreira (2009)

Figura 2.1 Níveis de Volatilidade

De acordo com Pinho *et al.* (2011) a volatilidade é geralmente usada para quantificar o risco de deter determinado ativo, ou seja, a volatilidade refere-se à variabilidade da rentabilidade de um ativo durante o período em que é detido.

Referem ainda que a volatilidade demonstra persistência, na medida em que quando a mesma é reduzida assim será a sua tendência durante um longo período de tempo, assim como também se verifica o oposto, ou seja, quando a mesma é elevada assim será a sua tendência durante um determinado período. Volatilidades baixas estarão associadas a mercados calmos e, por outro lado, volatilidades elevadas estarão associadas a mercados agitados.

2.1.1. Volatilidade Histórica

A volatilidade histórica consiste na variabilidade das cotações de um determinado ativo num determinado período de tempo ocorrido no passado.

O método mais simples de estimarmos a volatilidade histórica consiste em calcular o desvio-padrão do rendimento periódico dos ativos, durante um período anterior àquele para o qual se pretende prever a volatilidade.

Quanto maior for a volatilidade maior será a incerteza, não esquecendo que a volatilidade será sempre um indicador e não uma direção, pois o facto de tal variabilidade ter acontecido não implica que o mesmo comportamento se repita.

Normalmente alguns problemas que os analistas se deparam com este cálculo:

Quando falamos de volatilidade histórica falamos de acontecimentos passados, partindo do princípio que o que aconteceu no passado não terá, necessariamente, de acontecer no futuro, que dados devemos considerar como mais relevantes? Os acontecidos no início do período em análise, os do final do período em análise ou serão todos da mesma relevância?

Ou seja, a volatilidade histórica pode ser um dado importante para o conhecimento do comportamento de determinado ativo de modo a ser uma pista de um futuro.

2.1.2. Volatilidade Implícita

A volatilidade implícita é a volatilidade incorporada no preço dos ativos, ou seja, é o que o mercado pensa sobre determinado ativo no momento.

A volatilidade implícita é um conceito que se aplica apenas aos contratos de opções, é calculada tomando como *input* o preço de mercado da opção e como *output* a volatilidade implícita, ou seja, determina-se o seu valor resolvendo o modelo de Black e Scholes em ordem à variável que representa a volatilidade, passando o prémio da opção a ser uma variável explicativa. Normalmente é utilizado um preço das opções no fecho, no entanto, a utilização de um valor médio dos preços *bid* e *ask* torna-se mais rigorosa.

A volatilidade implícita está em mudança permanente, e apresenta uma forte relação com o preço das opções, na medida em que, se a mesma sobe o preço da opção sobe também, assim como acontece em caso contrário.

A volatilidade implícita revela-se ser informação imprescindível, na medida em que através da mesma podemos saber o que o mercado pensa num determinado momento sobre determinado ativo.

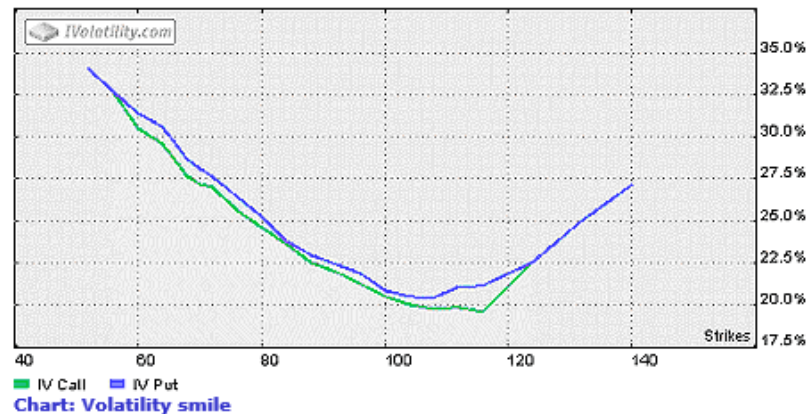
É, também, importante conhecer os valores da volatilidade implícita e da volatilidade histórica, pois com isso pode-se realizar estratégias com base nos diferenciais de prémios, na medida em que, este tipo de abordagem é normalmente levada a cabo para efetuar estratégias com opções e não por motivos de cobertura de risco, sendo um conceito que tem significado apenas no contexto dum modelo de avaliação de opções, uma vez que não é intrínseco à opção em si.

2.1.2.1. Os sorrisos da volatilidade

Os sorrisos da volatilidade são representações gráficas resultantes de observações da volatilidade implícita de opções com a mesma data de vencimento e diferentes preços de exercício.

Os padrões mais comuns da volatilidade implícita são:

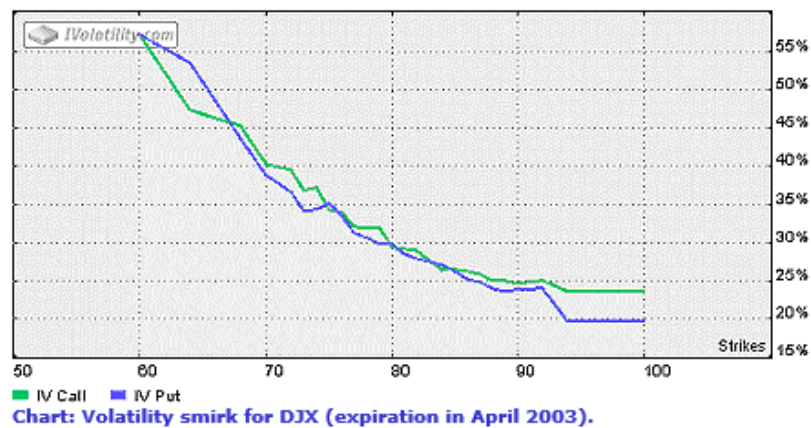
- O sorriso puro e franco (Figura 2.2) retrata a volatilidade para opções com a mesma data de vencimento mas diferentes preços de exercício.



Fonte: Ivolatility.com

Figura 2.2 Sorriso Puro e Franco

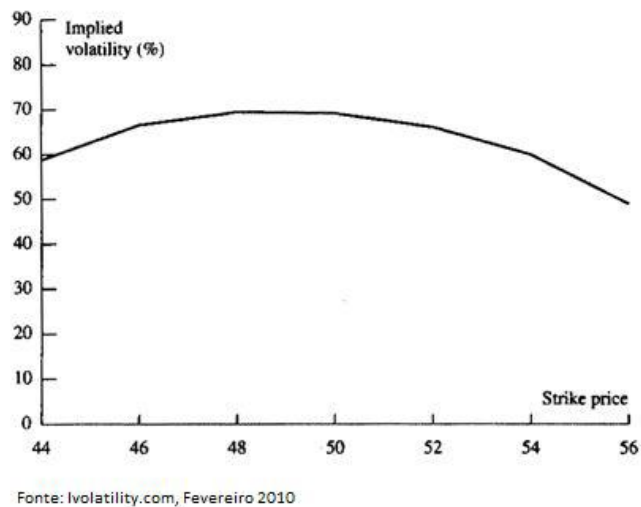
- O sorriso amarelo ou forçado (Figura 2.3.) retrata a expectativa de perda na venda de opções de *puts* do que em *calls* sentida pelos investidores.



Fonte: Ivolatility.com

Figura 2.3 Sorriso Amarelo ou Forçado

- O sorriso trombudo (Figura 2.4) retrata o efeito inverso do sorriso puro (Figura 2.2), este comportamento tende a verificar-se em mercados mais tranquilos.



Fonte: Ivolatility.com

Figura 2.4 Sorriso Trombudo

2.1.3. Volatilidade Futura ou Previsional

Tendo em conta a incerteza do futuro, a volatilidade futura tem sido uma questão de muito interesse por parte dos analistas financeiros.

A eficiente gestão de uma carteira de ativos exige uma boa capacidade de «previsão» de determinados comportamentos do mercado; um mercado agitado exigirá maior previsão de volatilidade do que um mercado calmo.

Assim sendo, para obtenção de um ponto de partida para a estimação da volatilidade futura, poderá passar pela conjugação do conhecimento da volatilidade histórica e da volatilidade implícita.

São vários os métodos propostos para determinar o valor da volatilidade. Em geral, são utilizados variantes aos modelos ARCH/GARCH que serão objeto de estudo.

2.2. Modelos de Volatilidade

Neste ponto serão abordados teoricamente os modelos de volatilidade que serão aplicados na presente investigação, ou seja, os modelos abordados não são únicos havendo mais variantes de modelos ARCH.

De acordo com Pinho *et al.* (2011) a volatilidade representa uma característica fundamental nos mercados financeiros, como por exemplo, a análise de taxas de rendibilidade de ativos, a gestão de risco dos ativos financeiros, entre outros. Daí o interesse dos investigadores em encontrar modelos de volatilidade para serem usados em modelação e previsão de volatilidade.

A volatilidade não é diretamente observável no mercado, podendo apenas ser estimada. Brooks (2002) defende que um modelo de volatilidade deve ser capaz de prever, captar e refletir os factos mais importantes sobre os rendimentos dos preços, assim como a persistência, o impacto assimétrico das boas e más notícias.

2.2.1. Modelos ARCH e GARCH

Os modelos de sucessões cronológicas foram inicialmente utilizados para análise descritiva ou para controlo dinâmico. Nos anos 70 os modelos ARMA (*Autoregressive Moving Average*) começaram a ser utilizados nas áreas financeiras. Rapidamente se verificou que os mesmos demonstravam dificuldades em descrever corretamente as características dos dados financeiros.

Partindo do pressuposto de que a volatilidade depende do factor tempo e de que é previsível, Engle (1982) construiu um dos modelos mais marcantes na descrição da variância de sucessões cronológicas, a que deu o nome de *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model* (ARCH).

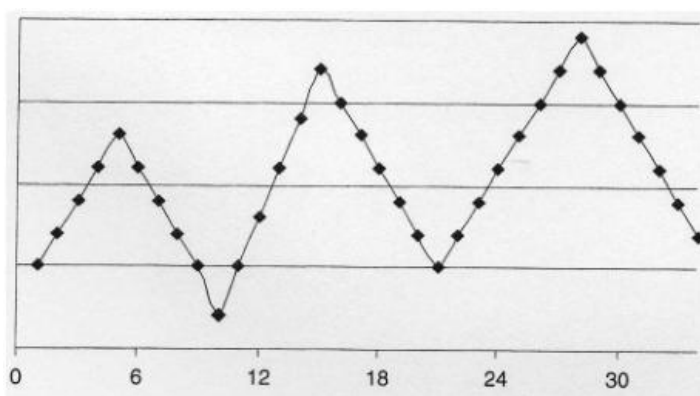
Os modelos ARCH auto regressivos e heteroscedástico (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) pretendem responder à constatação de que a volatilidade não é constante nos dados financeiros, e são baseados no pressuposto que a componente aleatória apresenta variações na variabilidade.

Bentes (2011) afirma que o seu sucesso foi tal que é praticamente impossível fornecer com segurança uma revisão. Esse facto é ilustrado pelas inúmeras aplicações de que foi alvo e que, no domínio das finanças, vão desde a estrutura temporal das taxas de juro ao comportamento do mercado cambial, do prémio dos contratos de opções à definição de estratégias de *hedging* e da análise de modelos de avaliação de ações como, o CAPM e seus derivados ou o APT, a testes sobre a hipótese da eficiência dos mercados.

O termo auto regressivo refere-se à persistência da volatilidade; e a referência heteroscedasticidade pode ser condicionada – a sua variância depende do seu passado – ou não condicionada – não depende do seu passado, podendo assim variar ao longo dos tempos.

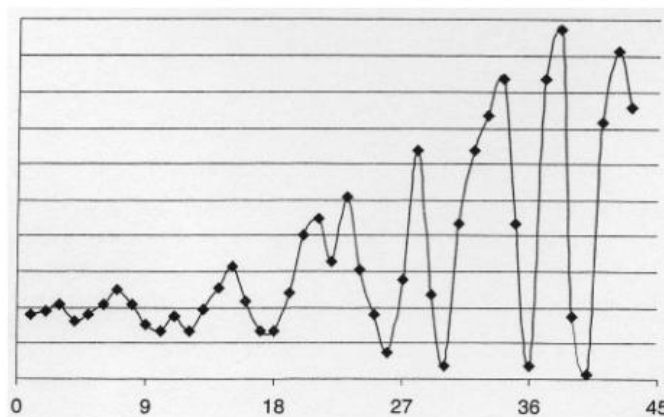
Um modelo de volatilidade heteroscedástico deverá ser capaz de possibilitar a sua previsão, refletindo os factos mais relevantes que incidem sobre a volatilidade dos rendimentos, designadamente, persistência, reversão à média, impacto assimétrico das boas e más notícias e a influência das variáveis exógenas.

Conforme figuras abaixo (Figuras 2.5 e 2.6) podemos visualizar as diferenças entre os modelos homocedástico e heteroscedástico:



Fonte: Ferreira (2009)

Figura 2.5 Processo com Homocedasticidade



Fonte: Ferreira (2009)

Figura 2.6 Processo Com Heterocedasticidade

O modelo ARCH pode ser representado como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 \quad (2.3)$$

Onde,

$$u_t = \varepsilon_t \sigma_t,$$

$$E[\varepsilon_t] = 0$$

$$Var[\varepsilon_t] = 1$$

$$Cov[\varepsilon_t; u_{t-i}] = 0$$

Com, ε_t : i.i.d¹ e independente de u_{t-1} ($i \in \mathbb{Z}$)

A ordem do processo (q) determina a extensão em termos temporais durante a qual um choque pode persistir condicionando a variância dos erros nos próximos períodos. Assim σ_t^2 segue um processo tipo ARCH (q). De acordo com Bera-Higgins (1993) quando maior for q mais longos tenderão a ser os episódios de volatilidade.

Este modelo apresenta no entanto algumas limitações, nomeadamente: estão orientados para rendimentos de sucessões cronológicas e as decisões financeiras dependem de outras variáveis; assume a existência de meios envolventes bastante estáveis e não capturam acontecimentos associados com turbulência (fusões, aquisições, reestruturações, boas e más notícias). A evolução dos preços é modelada com base no conhecimento comum incorporando preços passados, mas não levando em conta informações do foro particular de alguns intervenientes.

Bollerslev (1986) propôs o modelo GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) baseado em extensões consideradas fundamentais e eficientes para caracterizarem as mudanças de variâncias nas séries temporais financeiras. Os modelos de volatilidade podem ser usados para estimar a volatilidade futura de ativos financeiros, tanto com o objetivo de especulação como com o objetivo de cobertura de risco (*hedge*).

Demonstrou-se que os modelos GARCH podem proporcionar estimativas corretas para os parâmetros na amostra se o instrumento de medida de volatilidade for adequado, conduzindo a boas estimativas de volatilidade.

¹ i.i.d. (*independent and identical distribution*)

No modelo GARCH a variância condicionada é parametrizada como uma função linear dos quadrados dos erros passados e das variâncias condicionadas passadas. O modelo GARCH pode ser apresentado da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.4)$$

Onde,

p – grau de processo GARCH

q – grau de processo ARCH

$$u_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$

$$\beta_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, p)$$

As restrições de desigualdade garantem que a variância condicionada é não negativa. Em virtude de ser considerada a variabilidade dos rendimentos no período corrente em função da volatilidade dos períodos anteriores, a variabilidade é considerada condicionada.

Daí que o nível da volatilidade atual esteja positivamente correlacionado com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente anteriores (Brooks, 2002).

A versatilidade deste tipo de modelos permite captar factos estilizados tradicionalmente associados a dados de natureza económica e financeira, como sejam, a presença de *fat tails* na distribuição empírica das rendibilidades, o fenómeno dos *clusters* de volatilidade ou da não linearidade do seu comportamento e as alterações na capacidade de previsão.

O termo *fat tails* designa distribuições com caudas fortemente leptocúrticas.

O fenómeno *clusters* de volatilidade caracteriza-se pelo facto de períodos de grande volatilidade se seguirem a outros períodos de igualmente grandes oscilações, do mesmo modo que pequenas alterações nos preços são consecutivamente seguidas por modificações de reduzida dimensão nos mesmos (Campbell *et al.*, 1997).

Estes conceitos serão abordados com mais detalhe no ponto 2.4. da presente investigação.

A principal desvantagem do modelo GARCH é a sua não capacidade para modelar o efeito de assimetria, que é observado com grande frequência, quando diferentes volatilidades são observadas nos casos de «boas notícias» e no caso de más notícias. Nelson (1991) assume como limitações do modelo GARCH a não existência do efeito assimétrico, assim como a imposição que os parâmetros do modelo sejam não negativos.

Pinho *et al.* (2011) referem como vantagem dos modelos GARCH o facto de os mesmos permitirem na gestão de risco uma previsão de um dia para a variância, ou seja, esta é dada diretamente pelo modelo como σ_{t+1}^2 ; possibilitando assim, através de um raciocínio análogo, para a previsão de k dias mais à frente, usando somente a informação disponível no final do dia atual.

Um modelo GARCH é uma extensão do modelo ARCH, na medida em que permite uma memória mais longa, e uma estrutura de desfasamento para a variância mais flexível.

2.2.2. Modelo EGARCH

Com a intenção de inclusão dos efeitos assimétricos nos modelos GARCH foram utilizados outros modelos GARCH – EGARCH e TGARCH.

O modelo EGARCH (*Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*) aparece com Nelson (1991). Este modelo é visto com a capacidade de descrição das diferentes respostas da taxa de rendibilidade aos choques positivos e negativos, sem necessidade de qualquer restrição paramétrica.

Este modelo é uma função assimétrica dos valores passados de μ, s ou seja:

$$\text{LN } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \text{LN } \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \frac{|\mu_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \frac{\mu_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \quad (2.5)$$

Onde,

α_0 – Valor constante

$\beta_i, \alpha_i, \gamma_i$ – Parâmetros do modelo

μ_{t-i} – Erro observado em $t - i$

σ_{t-i} – Desvio-padrão observado em $t - i$

Pinho *et al.* (2011) refere que sendo γ o parâmetro referente à assimetria, quando:

- $\gamma < 0$ um choque negativo aumentaria a volatilidade das rendibilidades
- $\gamma > 0$ um choque positivo diminuiria a volatilidade das rendibilidades
- $\gamma = 0$ um choque positivo terá um efeito semelhante na volatilidade das rendibilidades ao de um choque negativo da mesma amplitude.

O modelo EGARCH tem a vantagem garantir que a variância será sempre positiva, por ser apresentado em logaritmos. Mas apresenta como desvantagem de que a variância futura esperada para além de um período não pode ser calculada analiticamente.

2.2.3. Modelo TGARCH

O modelo TGARCH (*Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*) foi desenvolvido por Glosten *et al.* (1993) e Zakoian (1994) e pretende demonstrar que boas notícias e más notícias podem provocar diferentes episódios de volatilidade.

Este modelo é dado pela seguinte expressão:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \mu_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j} + \sum_{k=1}^r \partial_{t-k} \gamma_k \mu_{t-k}^2 \quad (2.6)$$

Onde ∂_{t-k} é uma variável *dummy*, que toma o valor de 1 se os erros no tempo $(t - k)$ forem negativos, ou será zero nas restantes situações.

Este modelo diz-nos que as boas notícias no tempo t têm um impacto na volatilidade na data $t + 1$, por intermédio do impacto em α ; por sua vez as más notícias têm um impacto em $\alpha + \gamma$.

Verificamos assim que se $\gamma > 0$ existe o efeito alavanca, e quando $\gamma \neq 0$ o impacto das novas notícias têm um efeito assimétrico.

2.3. Estimação dos modelos

Tendo em conta o que foi referido relativamente aos modelos *ARCH* e *GARCH*, é ainda essencial compreender como é possível aplicar e estimar estes modelos.

Para estimar os modelos de regressão com termos de erro como são os modelos *ARCH* e *GARCH*, é possível empregar o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) onde os estimadores são lineares.

Por outro lado, apresenta-se também o Método da Máxima Verosimilhança (MMV) que se trata de um estimador não linear, mas é mais eficiente visto que pode ser utilizado para grandes amostras.

Segundo Bentes (2011) o modelo *ARCH* apresenta uma particularidade que o distingue pelo facto de permitir detetar a presença nos resíduos de heterocedasticidade condicionada antes de ser necessário estimar o próprio modelo em si.

Desta forma, através do teste desenvolvido por Engle (1982) *ARCH-LM – ARCH – Lagrange Multiplier* e a partir deste multiplicador *Lagrange*, ao considerar-se a equação que define os erros de um modelo dinâmico de regressão linear com a variável dependente Y_t tem-se:

$$Y_t = x_t \xi + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.7)$$

onde x_t é um vector de $k \times 1$ variáveis aleatórias que poderá incluir os valores desfasados da variável dependente, e por sua vez ξ representa o vector $k \times 1$ dos respectivos parâmetros de regressão. Através do erro estocástico ε_t que é condicionado pelos valores passados do conjunto de variáveis $\Psi_{t-1} = \{y_{t-1}, x_{t-1}, y_{t-2}, x_{t-2}, \dots\}$.

Para o MMQ ou *Ordinary Least Squares (OLS)*, é possível testar a presença de *ARCH* considerando as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : a_1 = a_2 = \dots = a_q = 0 \\ H_a : \exists a_j > 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Em que a sua estatística é $\lambda_{LM} = TR^2$, onde T representa o número de observações e R^2 é o coeficiente de correlação múltipla da regressão ε_t^2 sobre uma constante e sobre os resíduos $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$ da equação (2.7).

Perante isto, segundo Bentes (2011) é fundamental apresentar duas situações possíveis de acontecer:

- Em primeiro lugar, caso a Hipótese Nula for verdadeira, a estatística tem uma distribuição assíntótica $\chi^2(q)$;
- Por outro lado, se a Hipótese Nula for declinada pode concluir-se que existem efeitos *ARCH*.

Importa ainda referir que qualquer que seja o caso, a regra base é rejeitar H_0 se a estatística do teste for maior do que o valor crítico da distribuição $\chi^2(q)$.

Quanto ao MMV ou *Maximum Likelihood Estimator (MLE)* recomendado pelos autores Engle (1982), Bollerslev (1986) e Hamilton (1994) afirmam que este é o método mais adequado na estimação dos modelos.

Ainda segundo Bera e Higgins (1993) uma das principais vantagens do modelo consiste no facto da volatilidade poder ser previsível, dependendo essencialmente do comportamento endógeno do modelo, visto que a variância é modelada como uma função estocástica dos erros passados.

Partindo de uma equação de regressão dada pelo modelo *ARCH* como a seguinte:

$$Y_t = \mu X_t + \varepsilon_t \quad (2.9)$$

onde μ_t trata-se de um vector de variáveis explicativas predeterminadas, que incluem ou não termos dasfasados de Y. E que o termo de erro ε_t decompõe-se da seguinte forma:

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma^2_t} \times V_t \quad (2.10)$$

onde V_t representa uma sequência distribuída estatisticamente *i.i.d.* com média zero e variância unitária, isto, é, V_t apresenta as seguintes características:

$$E(V_t) = 0 \quad \text{e} \quad E(V_t^2) = 1 \quad (2.11)$$

2.4. Factos estilizados no comportamento da volatilidade

Neste ponto serão abordados os factos estilizados no comportamento da volatilidade, que poderemos observar alguns deles no ponto 4 da presente investigação, nomeadamente, os *clusters*, *fat tails* e assimetria na volatilidade.

Segundo Cont (2001) as variações aparentemente aleatórias dos preços dos ativos compartilham algumas propriedades estatísticas não muito vulgares, propriedades tais que são comuns em diversos instrumentos e mercados em determinados períodos de tempo.

Estes comportamentos são denominados por factos estilizados, que podem ser obtidos através de um denominador comum entre as propriedades observadas nos diferentes mercados e/ou instrumentos.

Os factos estilizados mais estudados são os *clusters* de volatilidade, as caudas pesadas (*fat tails*) na distribuição das rendibilidades, a assimetria e o efeito alavanca, a memória longa (*long memory*) das sucessões cronológicas financeiras, a existência de movimentos conjuntos (*co-movements*) na volatilidade dos mercados e a evidência de caos.

2.4.1. *Clusters*

Começamos pela abordagem dos *clusters*: Mandelbrot (1963) afirmou que «*large changes tend to be followed by larges changes [...] and small changes tend to be followed by small changes*» surgindo assim a ideia de *cluster*.

Campbell *et al.* (1997) refere que existem períodos de grande volatilidade que serão seguidos por outros períodos de iguais ou idênticas oscilações e, por outro lado, os períodos de menores oscilações são seguidos por períodos também de baixa volatilidade.

Brooks (2002) afirma ainda que o nível de volatilidade existente na atualidade tem tendência a apresentar uma correlação positiva com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente que a antecedem.

Bentes (2008) realizou uma investigação onde é possível observar diversas situações e estudos onde está presente o comportamento de *clusters* na volatilidade. Alguns exemplos, passa pela evidência de Haan e Spear (1998) e Siklos e Skoczylas (2002) que presenciaram a existência de *clusters* na volatilidade das taxas de juro reais.

Por outro lado, Santis e Imrohorglu (1997) observaram *clusters* nos índices bolsistas e mercados que pertenciam à Europa/Médio Oriente (Grécia, Turquia), na Ásia (Índia, Coreia, China, Tailândia) e também na América do Sul (Brasil, Argentina, Chile, Venezuela).

Embora este fenómeno estivesse associado a mercados mais desenvolvidos, este estudo revelou que o grau de volatilidade nestes países é bastante superior quando comparada com os mercados mais maduros.

Segundo Granger e Machina (2006) existem alguns mecanismos gerais e alguns exemplos específicos de como um sistema modelado por ARCH sujeito a *i.i.d.* pode demonstrar os *clusters* na volatilidade nas suas variáveis dependentes.

Desta forma, os autores afirmam que os *clusters* de volatilidade surgem de duas possíveis formas:

1. Interação Multiplicativa

$$Y_t = Z_t \check{\epsilon}_t, \quad (2.12)$$

onde $\{\check{\epsilon}_t\}_{t=1,2,\dots}$ e $\{\tilde{\eta}_t\}_{t=1,2,\dots}$ em que a variável Z_t , é ou não uma estacionária *drift variable* qualquer, com um termo homocedástico $\tilde{\eta}_t$, tal que

$$Z_t = \sum_{\tau=1}^t \tilde{\eta}_\tau \quad \text{ou} \quad Z_t = \rho Z_{t-1} + \tilde{\eta}_t \quad \text{ou} \quad Z_t = \tilde{\eta}_t + \gamma \tilde{\eta}_{t-1} \quad (2.13)$$

ou ainda alguma combinação utilizando estas expressões.

Assumindo que para esta formulação tem-se em conta os valores passados da variável dependente Y_t e a variável Z_t são diretamente observáveis e compõem parte da informação I_t .

Por outro lado, os valores passados de $\check{\epsilon}_t$ e $\tilde{\eta}_t$ não são diretamente observáveis, embora em certos casos ser possível estimar ou inferir algebricamente através dos dados da amostra. O processo definido por Y_t é denominado por *drifting coefficient process*, em que a média e a variância condicionada da informação de I_t são dadas, respetivamente, por

$$E [Y_t | I_t] = E [Z_t \check{\epsilon}_t | I_t] = E [Z_t | I_t] E [\check{\epsilon}_t | I_t] = 0, \quad (2.14)$$

$$\text{Var} [Y_t | I_t] = E [Z_t^2 \check{\epsilon}_t^2 | I_t] = E [Z_t^2 | I_t] E [\check{\epsilon}_t^2 | I_t] = [(E[Z_t | I_t])^2 + \sigma^2 \tilde{\eta}] \sigma^2 \check{\epsilon}$$

2. A influência da variável Z_t é não linear na variável dependente Y_t através da relação estrutural explícita ou implícita dada pela fórmula

$$Y_t = g(Z_t) \quad \text{ou} \quad b(Y_t) = Z_t \quad (2.15)$$

Tal pode ser denominado por *drifting input* (ou *drifting implicit input*) process. Para os pequenos valores de $\sigma^2\tilde{\eta}$ a média e a variância condicionada de Y_t da função $Y_t = g(Z_t)$ pode ser representada aproximadamente por:

$$E[Y_t | I_t] \approx g(E[Z_t | I_t]), \quad (2.16)$$

$$\text{Var}[Y_t | I_t] \approx g'(E[Z_t | I_t])^2 \sigma^2\tilde{\eta}.$$

O modelo estrutural pode ser simultaneamente apresentado pelos *clusters* de volatilidade tanto devido ao *drifting coefficient* como ao *drifting input effects*. Em que,

$$Y_t = f(Z_t, \tilde{\xi}_t) \quad (2.17)$$

Para os pequenos valores de $\sigma^2\tilde{\eta}$ e $\sigma^2\tilde{\xi}$, a média e a variância condicionada de Y_t pode ser representado aproximadamente por:

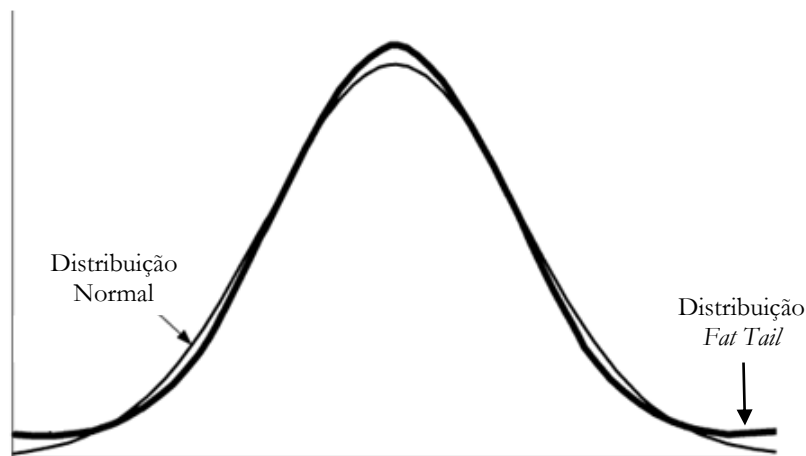
$$E[Y_t | I_t] \approx f(E[Z_t | I_t], E[\tilde{\xi}_t | I_t]) = f(E[Z_t | I_t], 0), \quad (2.18)$$

$$\text{Var}[Y_t | I_t] \approx f_Z(E[Z_t | I_t], 0)^2 \sigma^2\tilde{\eta} + f_\xi(E[Z_t | I_t], 0)^2 \sigma^2\tilde{\xi}.$$

2.4.2. Fat tails

As *fat tails* são, também, um facto estilizado e manifestam-se quando as caudas da distribuição das rendibilidades dum determinado ativo são mais espessas do que as da distribuição normal. Este fenómeno é também conhecido como excesso de curtose.

Para melhor visualização, segue a Figura 2.7 exemplificativa de *Fat tails*:



Fonte: Elaboração Própria

Figura 2.7 Exemplo de *Fat Tails*

Os primeiros autores que identificaram *fat tails* foram Mandelbrot (1963) e Fama (1963, 1965). Mais tarde outros estudos vieram comprovar esta evidência (Masoliver *et al.*, 2000, Bai e Perron, 2003 e Verhoven e McAleer, 2004).

O não ajustamento da distribuição normal em muitas das sucessões cronológicas de dados financeiros coloca em causa o pressuposto de que as rendibilidades são *i.i.d.* (independentes e identicamente distribuídas).

De acordo com Peters (1996) uma das explicações para a existência destas caudas é o facto de a informação surgir de forma aglomerada e não de modo contínuo e linear.

Como a distribuição da informação é leptocúrtica (conceito abordado mais à frente), a distribuição das rendibilidades também o é. Segundo Cont (2001) e McCauley (2004) a existência deste tipo de caudas levou à procura de modelos alternativos.

De entre eles destaca-se o modelo de Mandelbrot (1963), segundo o qual as distribuições seguem uma distribuição simétrica de Pareto. Esta distribuição caracteriza-se por um processo estocástico que obedece ao teorema do limite central assumindo-se ainda que as variáveis aleatórias subjacentes são independentes e estáveis.

A distribuição simétrica de Pareto tem sido bastante criticada por muitos autores com o argumento da violação do princípio de que o expoente característico desta distribuição se mantém constante perante a agregação temporal, verificando-se que aquele expoente sofre um incremento gradual relativo à forma como são agregados os dados, o que se traduz numa clara violação da suposta estabilidade desta distribuição.

As distribuições EPD (*Exponential Power distribution*) foram propostas por Hsu (1982) e caracterizam-se por uma curtose e moda superiores aos da distribuição normal.

No seguimento deste estudo surge o trabalho de Kon (1984) que propôs o modelo probabilístico *Compound Normal Model* que resulta da mistura de várias funções de densidade normais, demonstrando que os seus resultados apresentam maior ajustamento que a distribuição normal, *t* de *Student* ou Pareto.

Merton (1976) propôs um modelo análogo denominado de *Mixed Diffusion Jump Model*, onde é misturado um número infinito de funções de densidade normal segundo um processo de Poisson, sendo este modelo considerado mais adequado que os anteriormente apresentados quanto ao ajustamento à realidade.

A averiguação da existência de eventuais *fat tails* reveste-se de especial importância para o estudo da volatilidade dos mercados financeiros, conforme posterior análise.

Resumidamente, distribuições com caudas mais espessas que a normal são um indicador de que a probabilidade de ocorrência de eventos extremos, assim como de movimentos violentos, é maior que a apresentada pela distribuição normal. Estes valores extremos, longe de serem considerados meros *outliers* e, por isso ignorados nos estudos, são agora um dos principais alvos da atenção dos investigadores.

2.4.3. Assimetria e o efeito alavanca na Volatilidade

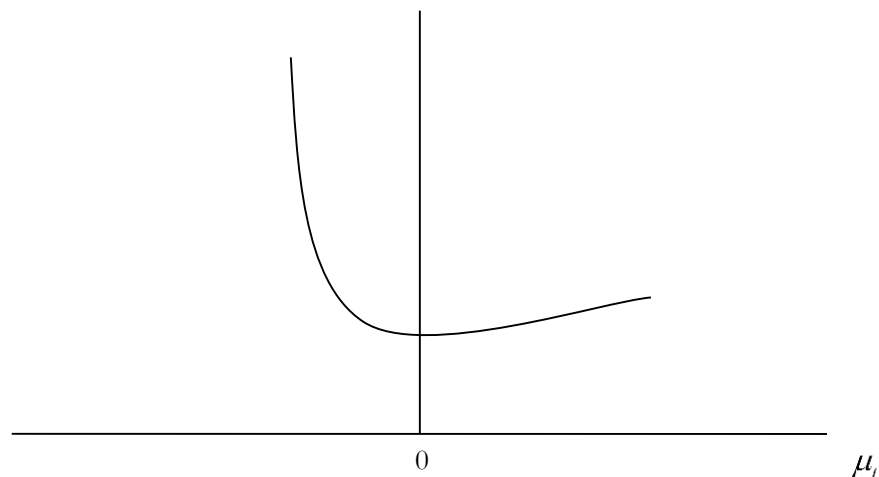
Como terceiro facto estilizado será apresentado a assimetria na volatilidade, principal facto a ser explorado na presente investigação.

A assimetria na volatilidade tem sido um fenómeno do comportamento de muitas sucessões cronológicas financeiras, na medida em que descidas inesperadas do preço de determinados ativos causam geralmente grandes efeitos a nível da volatilidade desse ativo, do que subidas de igual dimensão.

Por exemplo, o risco que está associado a uma ação é maior após um acontecimento negativo, do que após um acontecimento positivo, ou seja, existe uma assimetria de volatilidade.

Assim como, os preços das ações em muitos casos parecem não refletir adequadamente os riscos previsíveis quando envolviam más notícias, assim como os padrões de rendibilidade tendiam a reverter mais rapidamente a seguir a más notícias, do que a seguir a boas notícias, esta situação ficou conhecida como efeito alavanca.

A figura 2.8 demonstra o efeito alavanca, onde μ_t representa a nova informação:



Fonte: Adaptado Ferreira (2009)

Figura 2.8 Efeito Alavanca / Assimetria

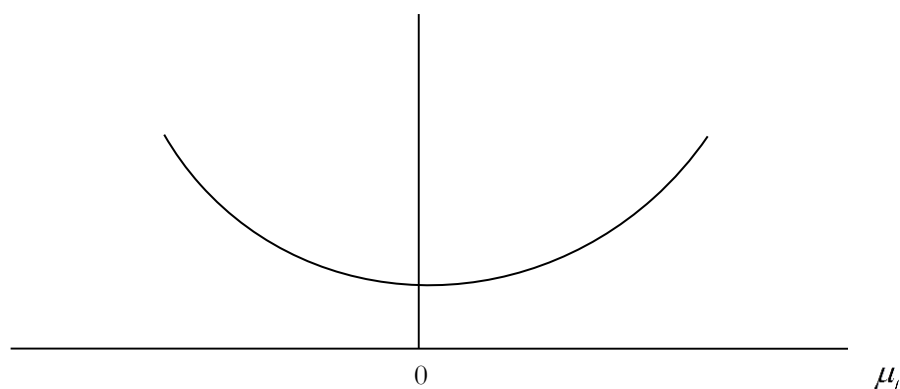
Assim é possível visualizar que o efeito de uma má notícia é maior que o efeito de uma boa notícia, dado que para variações nos rendimentos do ativo subjacente, é particularmente improvável que choques, positivos ou negativos, tenham o mesmo impacto na volatilidade.

De acordo com Silva *et al.* (2005), são frequentemente observados nos mercados financeiros períodos de intensa volatilidade, após períodos de queda de preços, enquanto a volatilidade não

é tão intensa quando são observados períodos elevados nos preços. Em geral, os choques positivos e negativos tendem a gerar efeitos diferentes sobre a volatilidade.

A literatura financeira tem demonstrado que a maior parte dos modelos, como por exemplo, *CAPM – Capital Asset Pricing Model* ou o modelo de Black e Scholes, assumem na sua formulação distribuições normais cuja característica dominante é a simetria.

Por outro lado, o desvio-padrão, medida tradicionalmente usada em finanças para medir a volatilidade, é uma medida simétrica onde o impacto dos choques positivos e negativos é tratado de forma indiferenciada. A Figura 2.9 representa precisamente a simetria referida.



Fonte: Adaptado Ferreira (2009)

Figura 2.9 Efeito Simétrico

Segundo Nelson (1991) a não existência do efeito assimétrico é uma das limitações dos modelos GARCH. Ao impor que os parâmetros do modelo sejam positivos conduz a outra limitação.

A Tabela 2.1. retrata uma amostra de estudos dos autores Bakaert e Wu (2000) sobre a relação existente entre a rendibilidade e a volatilidade.

Os estudos de volatilidade condicional (*Conditional volatility*) usam normalmente modelos GARCH para medir a volatilidade. Os estudos de volatilidade bruta (*Gross volatility*) normalmente referem-se ao desvio padrão das rendibilidades diárias que são calculadas ao longo do mês. Todos estes estudos tiveram por base a carteira de ações (*Stocks, portfolios*) ou índices (*Index*). O rótulo de não especificada (*Unspecified*) na coluna explicação significa dúvida sobre o modelo aplicado na pesquisa porque não especificou a causa dada da assimetria. Os outros estudos concluíram a hipótese de alavanca (*Leverage hypothesis*) ou a teoria do prémio de risco variável com o tempo (*Time-varying risk premium theory*).

Tabela 2.1 Resumo dos principais estudos empíricos sobre a assimetria na volatilidade

Study	Volatility measure	Presence of asymmetry	Explanation
Black (1976)	Gross volatility	Stocks, portfolios	Leverage hypothesis
Christie (1982)	Gross volatility	Stocks, portfolios	Leverage hypothesis
French, Schwert and Stambaugh (1987)	Conditional volatility	Index	Time-varying risk premium theory
Schwert (1990)	Conditional volatility	Index	Leverage hypothesis
Nelson (1991)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Campbell and Hentschel (1992)	Conditional volatility	Index	Time-varying risk premium theory
Cheung and Ng (1992)	Conditional volatility	Stocks	Unspecified
Engle and Ng (1993)	Conditional volatility	Index (Japan Topix)	Unspecified
Glosten, Jagannathan and Runkle (1993)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Bae and Karolyi (1994)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Braun, Nelson and Sunier (1995)	Conditional volatility	Index and stocks	Unspecified
Duffee (1995)	Gross volatility	Stocks	Leverage hypothesis
Ng (1996)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Bekaert and Harvey (1997)	Conditional volatility	Index (Emerging Markets)	Unspecified

Fonte: Bakaert e Wu (2000)

Algumas investigações demonstram que a introdução de opções pode ter reflexos positivos no nível de volatilidade do ativo subjacente contribuindo para a estabilidade dos mercados e neutralizando, de certa forma, o efeito de alavanca. As oportunidades de investimento proporcionadas pelas opções prendem-se, sobretudo, com as peculiares distribuições de rendibilidade e as consequentes combinações risco-rendibilidade. Para tais situações, os autores concluem que ambas permitem uma efetiva diminuição da exposição ao risco acompanhada dum diminuição da rendibilidade esperada, elementos que se encontram refletidos nas distribuições assimétricas.

Assim podemos verificar que a medição da assimetria da volatilidade dos ativos financeiros se tornou um assunto de relevância financeira.

Como medida de risco, a averiguação do efeito assimétrico numa distribuição de rendibilidades, revela-se de importância vital para os investigadores no sentido de tentar captar a natureza própria da volatilidade.

Tendo em conta o que o efeito alavanca pode significar torna-se relevante o estudo de modelos que permitam captar o efeito assimétrico na volatilidade como sejam, por exemplo, os modelos TGARCH, EGARCH, os designados, modelos de volatilidade estocástica, aplicados na presente investigação.

2.4.4. Memória Longa

O quarto facto estilizado a ser abordado é memória longa.

Bentes (2011) afirma que o estudo dos efeitos de memória de longo prazo na volatilidade dos mercados financeiros constitui um dos principais campos de análise no domínio das finanças.

Do ponto de vista empírico, a memória longa está relacionada com um elevado grau de persistência nas observações.

Em termos econométricos, costuma-se normalmente associá-la a processos de raízes unitárias (Banerjee e Urga, 2005). Contudo, os efeitos da elevada persistência de longo prazo nos dados foram detetados, pela primeira vez, em observações de natureza não-financeira como o estudo McLeod e Hipel (1978).

Existem vários modos alternativos de formalizar o conceito de memória longa. No domínio temporal este fenómeno manifesta-se através duma função de autocorrelação hiperbolicamente decrescente.

Nesse contexto, diz-se que uma sucessão cronológica discreta e estacionária apresenta dependência de longo prazo se a sua função de autocorrelação no *lag* j satisfizer a igualdade

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\rho_j}{c_\rho j^{-\alpha}} = 1, \quad (2.19)$$

onde c_ρ e α são constantes arbitrárias tais que $0 < c_\rho < \infty$ e $0 < \alpha < 1$. Esta definição implica que a dependência entre as observações decresça de forma lenta à medida que o número de *lags* tende para infinito. McLeod e Hipel (1978) apresentam uma definição mais genérica em que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-n}^n |\rho_j| = \infty \quad (2.20)$$

onde n corresponde ao número de observações.

Outra forma de definir a dependência temporal de longo prazo é através dum processo de densidade espectral f . Neste caso, diz-se que existe memória longa se

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{f(\lambda)}{c_f |\lambda|^{-\beta}} = 1 \quad (2.21)$$

onde c_f e β são constantes arbitrárias tais que $0 < c_f < \infty$ e $0 < \beta < 1$. Embora as definições (2.19) e (2.21) não sejam equivalentes é possível, contudo, estabelecer uma relação entre elas: se $1/2 < H < 1$, então $\alpha = 2 - 2H$ e $\beta = 2H - 1$, onde H representa o expoente de Hurst. A situação em que $1/2 < H < 1$ corresponde a um comportamento persistente da sucessão cronológica associado, normalmente, a correlações de longo prazo visto que os desvios tendem a manter o mesmo sinal. Ao contrário, se $0 < H < 1/2$ diz-se que o comportamento é anti-persistente uma vez que desvios de um sinal são normalmente acompanhados por desvios de sinal contrário. Na equação (2.21) o efeito de anti-persistência ocorre quando $-1 < \beta < 0$.

Finalmente, no caso particular em que $H = 1/2$, o processo segue um movimento Browniano onde os incrementos são ruído branco pelo que não existe, nesta situação, qualquer tipo de dependência.

A literatura financeira apresenta inúmeros exemplos de dependência temporal de longo prazo. A principal conclusão destes estudos é a de que a volatilidade dos mercados financeiros é influenciada por choques muito distantes que se vão repercutindo ao longo do tempo até chegarem ao momento atual.

2.4.5. Movimentos conjuntos (*co-movements*)

O próximo facto estilizado denomina-se movimentos conjuntos, ou, *co-movements*.

Desde Grubel (1968) que explorou os benefícios da diversificação internacional de carteiras, a possível existência de movimentos conjuntos nos mercados tem sido exaustivamente estudada na literatura.

Granger e Morgenstern (1970) encontraram evidência de baixas correlações na volatilidade dos mercados de capitais, onde os fatores internos de cada país dominavam claramente o processo de geração de rendibilidades.

A temática dos movimentos conjuntos na volatilidade dos preços tem gerado alguma controvérsia, existindo mesmo estudos que apontam em direções opostas. A este respeito refira-se, por exemplo, o trabalho de Kanas (1998) que ao comparar os dados diários dos EUA com os dos maiores mercados europeus não encontrou qualquer evidência de sincronismo no comportamento dos mesmos. A diversidade de resultados que se obtêm quando se analisa esta questão pode ser explicada pelo facto das correlações entre os mercados variarem fortemente

ao longo do tempo (Forbes e Rigobon, 2002, Karolyi e Stultz, 1996 e Login e Solnik, 2001), o que pode ser explicado, fundamentalmente, por duas razões.

A primeira diz que os mecanismos de transmissão são estáveis enquanto que as características dos choques sofrem variações durante o seu percurso. Em certos períodos, não ocorrem choques globais e o comportamento dos mercados é induzido pelas características particulares de cada país. Como a evolução dos preços não está bem sincronizada os mercados tendem a mover-se separadamente. Estes períodos alternam com outros, em que os mercados são globalmente afetados pelos mesmos choques havendo, por isso, tendência para seguirem movimentos similares.

A segunda explicação apontada para a existência de resultados tão díspares no estudo dos movimentos da volatilidade dos mercados assenta na ideia de que os períodos de turbulência se caracterizam pela ocorrência de choques de dimensão anormal que poderão ser acompanhadas por quebras estruturais no seu mecanismo de transmissão.

Tradicionalmente, a medida utilizada para quantificar a dimensão dos movimentos conjuntos e definir o grau de contágio tem sido a correlação entre os mercados financeiros.

2.4.6. Evidência de Caos

Por último, abordaremos o facto estilizado evidência de caos.

Recentemente, um vasto leque de investigações tem orientado a sua análise para o teste de não linearidades e, dum modo particular, para a existência de caos nas sucessões cronológicas de dados económicos e financeiros (Brock e Sayers, 1988, Frank e Stengos, 1988, Hsieh, 1991 e DeCoster e Mitchell, 1991, 1994).

A importância do caos no estudo da volatilidade advém do facto de permitir averiguar em que medida é que sucessões cronológicas imprevisíveis resultam de sistemas determinísticos não lineares (Mantegna e Stanley, 2000). Um dado curioso relativamente a estes sistemas é que todos os movimentos são gerados dentro do próprio modelo não sendo, portanto, necessária a adição de choques externos ao processo gerador.

Vários estudos empíricos têm demonstrado existir, em relação aos principais mercados internacionais, cada vez mais evidência de que a volatilidade das rendibilidades exhibe um comportamento não linear.

A evidência de não linearidades na volatilidade contradiz o paradigma linear de que parte a grande maioria dos modelos existentes na teoria financeira, os quais assentam no pressuposto

de que os investidores reagem de forma linear, ou seja, reagem à informação recebida, não reagindo de forma acumulada a um conjunto de eventos (Peters, 1996).

O paradigma linear baseia-se, portanto, na perfeita racionalidade dos agentes uma vez que é entendido (de acordo com a hipótese da eficiência dos mercados) que toda a informação já está incluída nas cotações das ações. Este paradigma implica que as taxas de rentabilidade apresentem uma distribuição normal devendo ser *i.i.d.*, o que também não costuma encontrar evidência nos dados empíricos.

Chatterjee e Yilmaz (1992) criticam a teoria do caos na medida em que consideram que as condições iniciais para a existência de caos não são condições suficientes, não permitindo tirar conclusões rigorosas. Além disso, a pequena dimensão das amostras usadas nos estudos económicos provoca alguns problemas de aferição das propriedades dos sistemas caóticos, pois a sua averiguação exige o estudo de amostras de grandes dimensões.

2.5. Sentimento do mercado

O sentimento de mercado tem-se revelado importante, na medida em que se pretende esclarecer o sentido de causalidade na relação entre sentimento e volatilidade, verificando-se que o otimismo ou pessimismo propaga-se à medida que cada vez mais pessoas aderem à tendência, assim como o impacto das características de personalidade dos agentes económicos.

Autores como Lee, Shleifer e Thaler (1991) definem o sentimento dos investidores como expectativas em relação ao retorno dos investimentos sem que estejam baseadas em fundamentos lógicos.

Bentes (2011) esclarece que surgiram duas correntes distintas: uma que defende uma relação de causa e efeito entre sentimento e volatilidade, podendo este ser utilizado para prever as rendibilidades futuras, e outra onde se verifica precisamente o fenómeno contrário.

Long *et al.* (1990) são defensores da primeira corrente, tendo construído um modelo que conclui que é o sentimento de incerteza que influencia as tendências evolutivas do mercado e não o inverso.

Outros autores como Neal e Wheatley (1998) e Simon e Wiggins (2001) evidenciaram de que o sentimento de mercado pode ser utilizado na previsão da volatilidade e das rentabilidades do período seguinte.

No entanto, nem todos os estudos permitiram chegar a idênticas conclusões. Solt e Statman (1998), Brown e Cliff (2004), Wang *et al.* (2006) questionaram de que forma seria gerado o sentimento e procuraram evidenciar que o mesmo fosse causado pelo comportamento da volatilidade dos mercados financeiros. Ficher e Statman (2000) concluem através de evidências encontradas de que a causalidade entre o sentimento e volatilidade pode ser significativa nos dois sentidos.

Apesar do carácter subjetivo que caracteriza o sentimento de mercado e a dificuldade na sua quantificação torna-se necessário encontrar uma medida que permita determinar o seu valor, assim como de prever a evolução futura dos movimentos e tendências.

Os Índices de Sentimento do Mercado procuram descrever as atitudes dos investidores em relação ao mercado, ou seja, são utilizados na análise técnica e quantificam os níveis de pessimismo e otimismo presentes em cada momento nos mercados.

São variados os instrumentos utilizados para determinar o sentimento do mercado, no entanto, destacam-se entre os mais utilizados o Índice de Volatilidade Implícita, o Rácio *Put/Call* (PCR) e o Rácio *Bull/Bear* (BBR).

2.5.1. Índice de Volatilidade Implícita

O Índice de Volatilidade Implícita tem como principal objetivo avaliar as condições, os sentimentos e os níveis de confiança presentes nos mercados, revelando-se uma ajuda importante na decisão das direções a seguir.

Os níveis de mercado e os níveis de volatilidade implícita apresentam-se contrários entre si, isto é, se existir uma queda nas cotações leva a um aumento nos níveis de volatilidade implícita podendo conduzir ao pânico; por sua vez, subidas nas cotações reduzirá os níveis de volatilidade implícita, reduzindo assim a ansiedade do mercado e levando a uma maior satisfação. Ou seja, os acréscimos nos níveis de volatilidade estão associados às descidas das cotações, enquanto os decréscimos se verificam sempre que as expectativas dos investidores sejam positivas.

Resumidamente:

Índice de volatilidade implícita elevado → Maior instabilidade e maior receio dos mercados

Índice de volatilidade implícita baixo → Maior estabilidade e maior confiança dos investidores

A grande vantagem deste indicador reside precisamente em agrupar em intervalos os valores da volatilidade implícita previamente calculados, para, de seguida classificá-los pelos diferentes níveis de sentimento de acordo com a sua intensidade, que vão desde a inexistência de ansiedade até ao pânico externo.

Segundo Ferreira (2009), pode-se identificar os seguintes tipos de sentimentos de mercado em relação aos níveis de volatilidade implícita (Tabela 2.2):

Tabela 2.2 Níveis de sentimento de Mercado

Níveis VI	Sentimentos no Mercado
05 - 10	Não existe ansiedade; satisfação extrema
10 - 15	Alguma ansiedade, mas muito pouca; grande satisfação ainda
15 - 20	Pouca ansiedade; satisfação moderada
20 - 25	Ansiedade moderada; pouca satisfação
25 - 30	Ansiedade moderada mas em crescimento
30 - 35	Ansiedade elevada
35 - 40	Ansiedade muito elevada
40 - 45	Ansiedade extrema
45 - 50	Início de pânico
50 - 55	Pânico moderado
55 - 60	Pânico instalado
60 - 65	Pânico intenso
+65	Pânico extremo

Fonte: Ferreira (2009)

Segundo Ferreira (2009), os valores mais comuns para a média do Índice está entre 20 e 30, ansiedade moderada mas em crescimento.

2.5.2. Rácio *Put/Call* (PCR)

Igualmente ao índice de volatilidade implícita, poderá avaliar-se o sentimento do mercado através do Rácio *Put/Call* (PCR), sendo calculado pelo quociente da seguinte expressão:

$$\text{Rácio Put/Call} = \frac{\text{Volume das Opções de Venda (Puts)}}{\text{Volume das Opções de Compra (Calls)}}$$

Trata-se de um instrumento de medida de sentimento do mercado, mais concretamente a futura direção do mercado, como medida «ao contrário». Ou seja, as *calls* encontram-se associadas a subidas no mercado e as *puts* a descidas.

Quando a expectativa dominante no mercado é de descida, verifica-se um aumento de procura de *puts*, cujo objetivo é a proteção de posições longas ou especulação negativa das cotações.

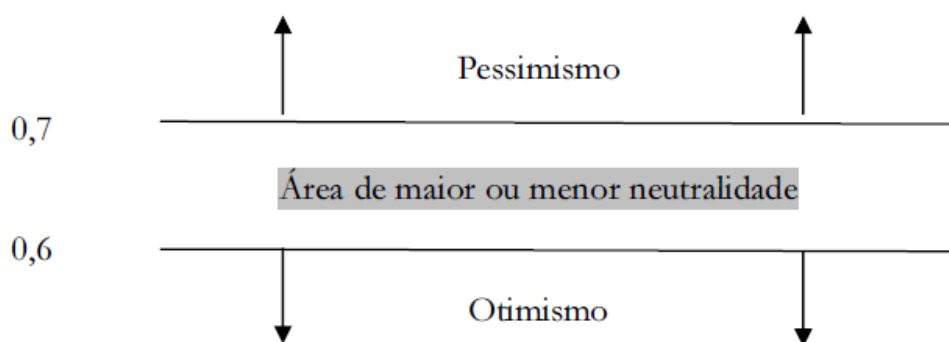
Contrariamente, se a expectativa é de subida a tendência é a aquisição de *calls*, procurando desta forma proteger posições curtas ou especular com o aumento dos preços.

Se o volume de *calls* for excedido com alguma intensidade pelo volume de *puts*, pode dizer-se que o mercado assumiu um sentimento pessimista, sendo que o rácio *put/call* apresentará tendencialmente valores elevados.

Pelo contrário, sempre que o volume de *calls* for superior ao volume de *puts*, diz-se que o sentimento de mercado é otimista, sendo que o rácio *put/call* tenderá a apresentar valores mais baixos.

Sempre que o quociente entre *put/call* apresentar um valor unitário, significa que as expectativas positivas e negativas são iguais.

Conforme apresentado na Figura 2.10 são considerados dois níveis como referência base para este indicador: 0,60 e 0,70.



Fonte: Ferreira (2009)

Figura 2.110 Níveis de Otimismo e de Pessimismo

Podemos assim dizer que o sentimento torna-se otimista abaixo de 0,6 e será pessimista quando se encontrar acima de 0,7, entre 0,6 e 0,7 será a área de maior ou menos neutralidade.

2.5.3. Rácio *Bull/Bear* (BBR)

Um outro indicador designado por Rácio *Bull/Bear* (BBR), publicado pelo *Investor's Intelligence – New Rochelle, New York*, que se traduz numa consulta semanal a uma amostra de investidores com o objetivo de apurar a orientação do mercado que pode ser: otimista, neutra ou pessimista.

Esta avaliação é feita através do quociente da seguinte expressão:

$$\text{Rácio Bull/Bear} = \frac{N.^\circ \text{ de Investidores Otimistas (Bullish)}}{N.^\circ \text{ de Investidores Pessimistas (Bearish)}}$$

Quando se verifica uma subida generalizada das cotações diz-se que o mercado está *bullish*, otimista, se existe uma descida generalizada das cotações diz-se que o mercado está *bearish*, pessimista.

Valores extremos do índice coincidem com altos (*tops*) e baixos (*bottoms*) nos mercados. Um valor unitário significa que o número de investidores que acreditam que o mercado vai subir é igual ao número dos que esperam que o mercado vá descer, valores acima de 1,0 significa um maior número de otimistas (*bullish* – subida) do que pessimistas (*bearish* – descida) conduzindo a expectativas positivas, enquanto valores inferiores a 1,0 conduzem a um sentimento de desconfiança no mercado e pessimismo.

O índice *IIS – Investors Intelligence Sentiment Survey* surgiu em Janeiro de 1963 por A.W. Cohen. Tem-se revelado um indicador que proporciona bons resultados na avaliação do sentimento do mercado, em especial quando utilizado na tomada de decisões contrárias à corrente do mercado.

Verifica-se assim, quando o mercado está com um sentimento de descida (*bearish*) será a melhor altura para se tomarem posições longas ou de compras e quando está em subida (*bullish*) deverá tomar-se posições curtas ou de venda.

Os indicadores acima apresentados, na sua análise, deverão ser tidos em conta também outros indicadores em comparação por forma a confirmar os resultados obtidos.

2.6. Síntese

Com a elaboração deste capítulo fez-se o enquadramento teórico da presente investigação, na medida em que se abordou as questões mais insistentes que atualmente se colocam ao nível da volatilidade dos mercados financeiros.

Definiu-se o conceito de volatilidade, expondo que volatilidade em mercados financeiros tem sido um tema cada vez mais explorado, na medida, em que pode influenciar grandes decisões financeiras.

O termo volatilidade utiliza-se normalmente para designar o grau de oscilação de uma determinada variável ao longo do tempo. Nesse sentido, quanto maior for a sua variação maior será a volatilidade que lhe está associada.

Ficando evidenciado os três tipos de volatilidade: volatilidade histórica, que consiste na variabilidade das cotações de um determinado ativo num determinado período de tempo ocorrido no passado; volatilidade implícita, que é a volatilidade incorporada no preço dos ativos, ou seja, é o que o mercado pensa sobre determinado ativo no momento; e a volatilidade futura que tendo em conta a incerteza do futuro, a volatilidade futura tem sido uma questão de muito interesse por parte dos analistas financeiros.

De acordo com Silva *et al.* (2005), são frequentemente observados nos mercados financeiros períodos de intensa volatilidade, após períodos de queda de preços, enquanto a volatilidade não é tão intensa quando são observados períodos elevados nos preços. Em geral, os choques positivos e negativos tendem a gerar efeitos diferentes sobre a volatilidade.

De seguida foram faladas as medidas estatísticas mais conhecidas para o efeito, onde surge a necessidade de desenvolver modelos financeiros para o estudo da mesma, modelos estes desenvolvidos desde 1982 por Engle. Indo de encontro ao tema da presente investigação «Assimetria na volatilidade das rendibilidades do preço do crude» abordaram-se os modelos ARCH que mais se têm revelado fiáveis nesta temática – modelos EGARCH e TGARCH.

Em consequência dos modelos referidos, uma particularidade destes é a sua capacidade para detetar factos estilizados, com principal destaque para os *clusters* de volatilidade que poderemos analisá-los nas rendibilidades do preço do crude, este fenómeno caracteriza-se pelo facto de períodos de grande volatilidade se seguirem a outros períodos de igualmente grandes oscilações, do mesmo modo que pequenas alterações nos preços são consecutivamente seguidas por modificações de reduzida dimensão nos mesmos.

Por fim, expôs-se a temática dos sentimentos de mercados, onde são referidos os Índices de Sentimento do Mercado, nomeadamente, o Índice de Volatilidade Implícita e os rácios Put/Call e Bull/Bear, que procuram, de formas distintas, descrever as atitudes dos investidores em relação ao mercado, ou seja, são utilizados na análise técnica e quantificam os níveis de pessimismo e otimismo presentes em cada momento nos mercados.

3. O Petróleo

Neste ponto da investigação falaremos do petróleo, com a intenção de expor aspetos importantes e assim observar a importância deste *commodity*.

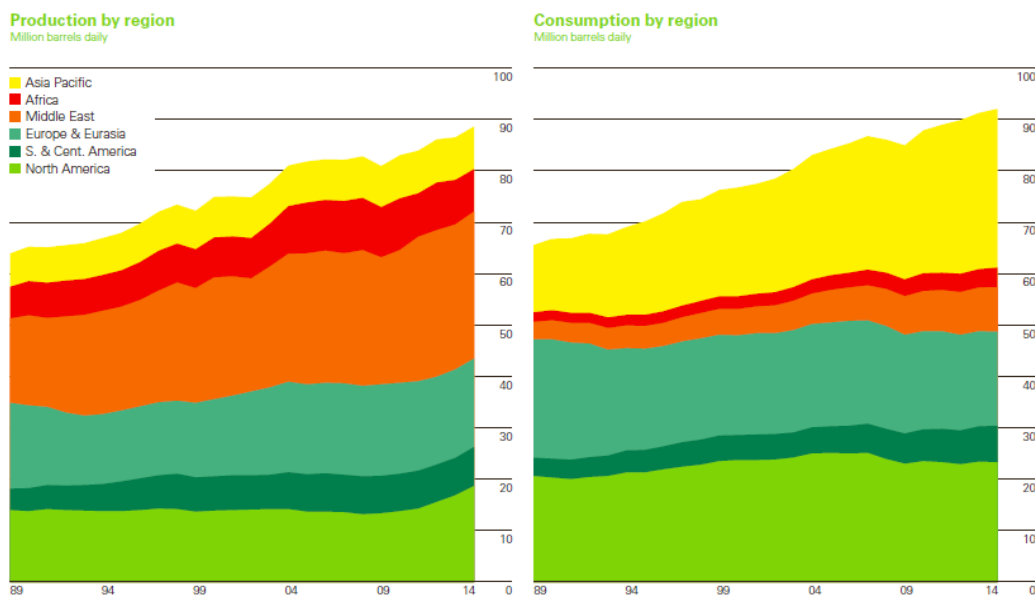
A importância do petróleo como fonte de energia teve origem nos EUA com o primeiro poço moderno e comercial perfurado em 1859. Depois da primeira perfuração, seguiram-se tantas outras novas jazidas, provocando uma corrida frenética ao petróleo para obtenção de lucros.

De acordo com Yeomans (2006) em Janeiro de 1861 o preço do petróleo já chegava aos dez dólares. Passado pouco tempo a indústria petrolífera era caracterizada por um número elevado de pequenos produtores cujo interesse residia na rápida exploração e máxima produção de petróleo, causando a queda dos preços para 0,10USD.

No início das décadas de 1870 e 1880 a Europa importava petróleo dos EUA, até que percebeu que o petróleo não era exclusividade do território americano virando-se para a exploração de poços de petróleo na Rússia.

Embora já existisse uma corrida ao petróleo pela criação de empresas petrolíferas e procura de novos poços, a verdade é que foi com a 1ª Guerra Mundial (1914-1918) que o interesse por esta matéria-prima atingiu grandes proporções.

A energia sendo um dos fatores com maior importância em todas as economias, por ser um *input* básico nos processos produtivos e um produto de consumo final até para as famílias, o petróleo tornou-se uma das mais importantes fontes energéticas tornando-se a matéria-prima mais transacionada em todo o mundo, vindo assim o seu consumo a aumentar desde há várias décadas (conforme Figura 3.1.).



Fonte: *BP Statistical Review of World Energy June 2015*

Figura 3.1. Produção e Consumo de Petróleo 1989 – 2014

De acordo com o relatório «*BP Statistical Review of World Energy June 2015*» a Produção mundial de petróleo ultrapassou significativamente o consumo em 2014, com aumento de 2,1 milhões de barris por dia.

O consumo global aumentou em 840.000 barris por dia, com as economias emergentes responsáveis por todo o crescimento.

A literatura sobre o impacto da energia na atividade económica é extensa e tem ganho interesse nos últimos anos devido à subida e elevada volatilidade dos seus preços.

3.1. Os grandes «choques» petrolíferos

Para um enquadramento histórico dos preços do petróleo, faremos uma breve análise dos principais acontecimentos.

No início da década de 1960 assiste-se a um excesso de oferta face à procura, provocando uma queda nos preços do petróleo.

O Médio Oriente apercebe-se assim da importância que o petróleo tem para o mundo e em especial para os EUA (pelo seu enfraquecimento, ao tornarem-se dependentes do petróleo estrangeiro) começando a renegociar os contratos de concessão de longos períodos das jazidas situadas nos seus territórios.

Forma-se assim, em 1960, a Organização dos Países Exportadores de Petróleo (OPEP) cujo principal objetivo visa estabilizar os preços do petróleo através da fixação de quotas de produção.

Com a criação da OPEP, e de uma maior intervenção dos países produtores na determinação do preço do petróleo, as empresas internacionais vêem o seu poder enfraquecido.

Aproveitando esta instabilidade macroeconómica os países produtores de petróleo estavam em absoluta vantagem, eram possuidores das maiores reservas do mundo, os EUA já não eram autónomos, dependiam do petróleo estrangeiro para o desenvolvimento da sua economia e com o seu sistema monetário, também, enfraquecido, os países produtores aproveitavam para mexerem no preço internacional do petróleo.

A OPEP aumentava consecutivamente os preços do petróleo, assistindo-se a um agudizar da situação quando um ataque da Síria e do Egipto contra Israel desencadeou mais uma guerra (Yom Kippur 1973).

As flutuações do preço do petróleo têm sido alvo do interesse dos economistas desde a década de 70, década onde surgiu a percepção de que o preço do petróleo tem é importante na explicação das oscilações económicas. Esteves e Neves (2004) resumem os canais através dos quais este preço afeta a economia, classificando-os em dois tipos principais, os de primeira e os de segunda ordem.

Os efeitos de primeira ordem podem ser devido à alteração direta do preço dos principais tipos de energia (combustível, eletricidade e gás) consideradas despesas de consumo, sendo o impacto principal sentido diretamente no IPC; ou devido à transmissão feita através da subida dos preços

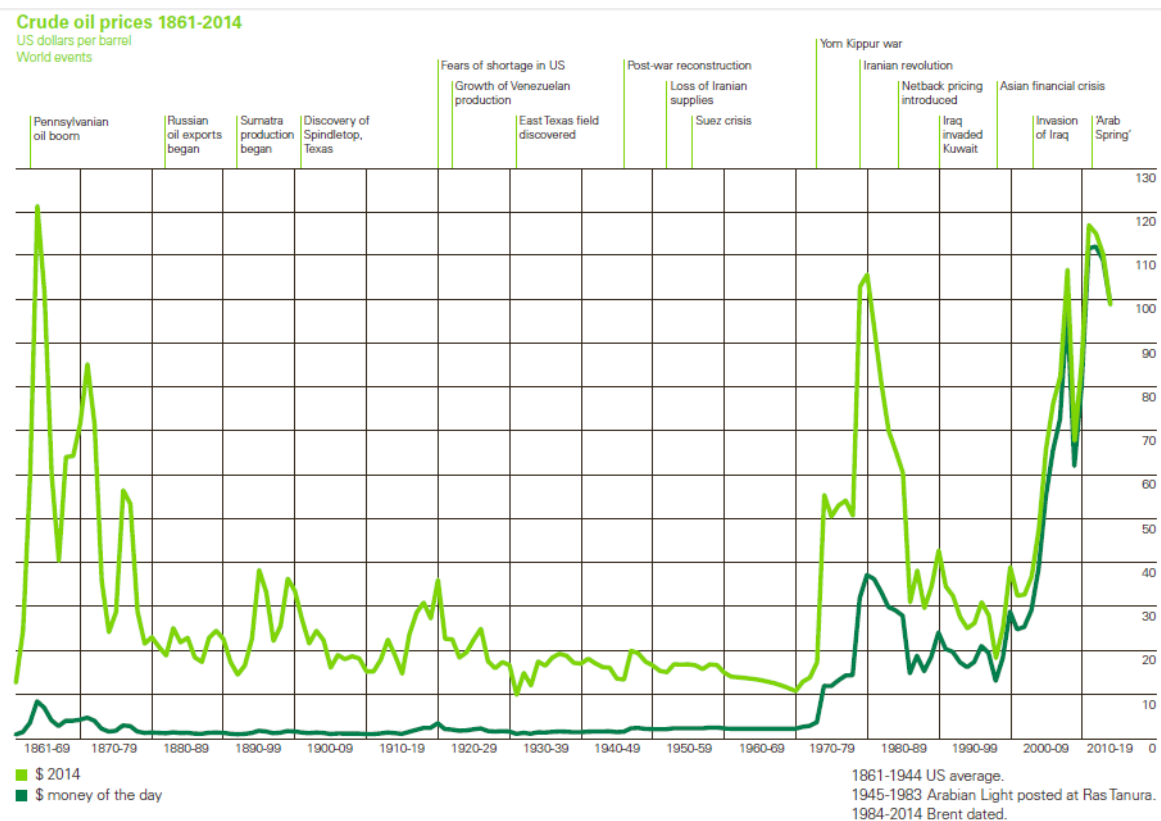
de alguns produtos, que espelham o aumento do preço da energia. O caso mais evidente deste tipo de efeitos é a subida dos preços dos transportes.

Por outro lado, os efeitos de segunda ordem estão relacionados com a reação macroeconómica ao pico do preço do petróleo.

O nível dos preços é relevante para a evolução das economias, dado o seu grau de dependência. Alguns artigos recentes sobre o impacto macroeconómico e determinantes dos choques do petróleo são Blanchard e Galí (2008), Kilian (2009) e Hamilton (2009).

A Figura 3.2., permite-nos verificar alguns «picos» dos preços do petróleo, e a relação histórica de alguns acontecimentos mundiais:

- O primeiro choque ocorreu entre 1973 e 1974 aquando da guerra de Yom Kippur, tendo o petróleo alcançado os 11,5 USD por barril em 1974, triplicando desta forma o valor máximo alcançado no ano anterior (Blanchard e Galí, 2008).
- O segundo choque petrolífero ocorreu entre 1978 e 1980, em simultâneo com a revolução iraniana e a guerra entre o Irão e o Iraque. Durante este choque o barril de petróleo alcançou os 39,5 USD (Baumeister e Peersman, 2008).
- Entre 1999 e 2001 deu-se o terceiro grande choque petrolífero, associado à redução de quotas de produção dos países da OPEP, tendo o preço do barril aumentado dos 11,2 USD registados em Dezembro de 1998 para 33,9 USD em Setembro de 2000 (Esteves e Neves (2004).
- No período de 2004 a 2006 tivemos fenómenos mundialmente relevantes como a decisão da OPEP de redução de algumas quotas, furacão Katrina nos EUA, ataques militares na Nigéria reduzindo a produção desta em mais de 600.000 barris por dia (Filis *et al.* 2011);
- De 2005 até 2014, o petróleo voltou a negociar como em 1974-1985 no intervalo de 50 a 120 dólares, para além de dois picos muito breves durante a crise financeira de 2008-09. Por outras palavras, o intervalo de negociação dos últimos dez anos foi semelhante ao da primeira década da OPEP, ao passo que os 19 anos entre 1986 e 2004 representaram um regime totalmente diferente.



Fonte: BP Statistical Review of World Energy June 2015²

Figura 3.2. Preço Petróleo 1861-2014

Perante esta breve análise podemos verificar que existe uma estreita relação entre as grandes subidas de preço do petróleo e os acontecimentos marcantes na história mundial.

Alguns autores debruçaram-se sobre esta temática oferecendo-nos outro tipo de informações.

Hamilton (2008) indica que nove em cada dez recessões nos EUA desde a Segunda Guerra Mundial foi precedida por um aumento dos preços do petróleo. Curiosamente, Hamilton (2009) chega ao ponto de argumentar que uma grande proporção da recente desaceleração no PIB dos Estados Unidos durante a «Grande Recessão» pode ser atribuído ao choque petrolífero de 2007-2008.

Allegret *et al.* (2015) refere que após um estudo dos choques do preço do petróleo a nível mundial, considerando 30 economias exportadoras e importadoras de petróleo, entre 1980 e 2011, que os canais de procura e os canais de oferta podem justificar os choques do petróleo, assim como os seus desequilíbrios mundiais.

² <http://www.bp.com/content/dam/bp/pdf/Energy-economics/statistical-review-2015/bp-statistical-review-of-world-energy-2015-full-report.pdf>

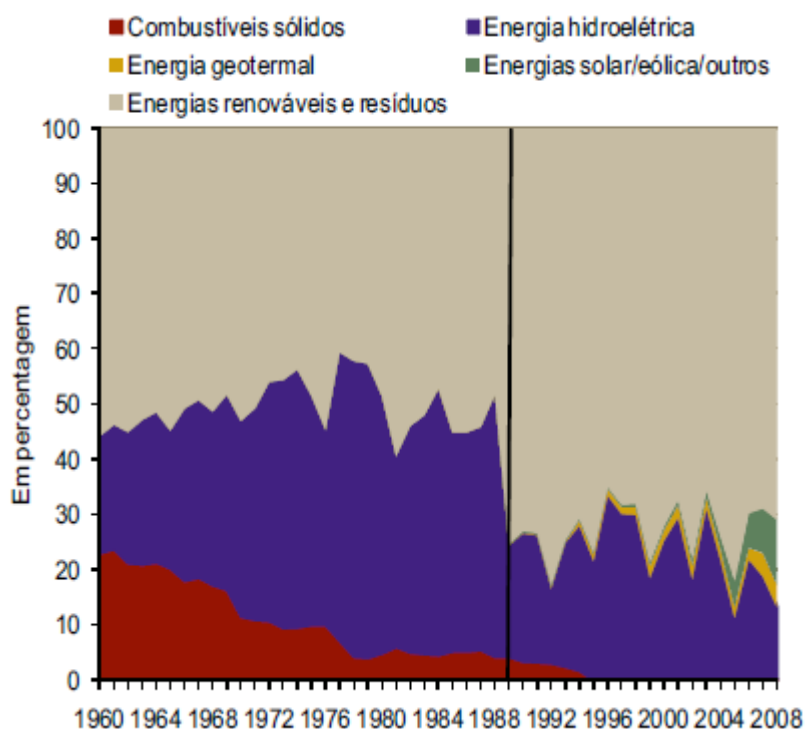
Balcilar *et al.* (2015) após uma análise ao preço e ao *stock* do crude entre 1859 e 2013, refere que o período de alta volatilidade ocorreu antes da «Grande Depressão» de 1929, e depois do choque do preço de petróleo de 1973, causado pela Organização dos Países Exportadores de Petróleo; o período de baixa volatilidade ocorreu quando os mercados de petróleo caíram sobre o controlo da maioria das companhias internacionais de petróleo desde o fim da «Grande Depressão» até ao primeiro choque do preço do petróleo em 1973. Assim sendo, concluiu-se que o regime de alta volatilidade ocorre com mais probabilidade quando a economia atravessa uma fase de recessão.

Caspi *et al.* (2014) analisou as subidas dos preços de petróleo nos períodos de 1876 a 2014 e o estudo revela múltiplos períodos de «explosão» dos preços, e sugere como futura análise os efeitos macroeconómicos dos mesmos; em complemento Bekiros *et al.* (2015) afirma que a importância dos preços do petróleo na determinação dos movimentos de crescimento dos Estados Unidos e a inflação está bem estabelecida, portanto, uma previsão precisa é de relevada importância. Além disso, os últimos trabalhos da literatura defendem que incerteza político-económica conduz a flutuações do preço do petróleo.

3.2. Produção de energia em Portugal

Neste ponto, após uma abordagem mundial, teremos como principal objetivo enquadrar a situação portuguesa, onde será possível ver que influências tem a produção de energia a nível nacional.

A oferta de energia implica a transformação de fontes de energia primária em tipos de energia que podem posteriormente ser utilizados como *inputs* ou como consumo final das famílias.



Fonte: BP Statistical Review of World Energy June 2015

Figura 3.3 Estrutura do consumo de energia primária em Portugal entre 1960 - 2008

A figura 3.3 apresenta a estrutura da produção de energia em Portugal de 1960 a 2008, através da mesma podemos verificar que os combustíveis renováveis e resíduos representam a maior parcela da produção de energia com uma quota de 70%, em 2008.

A energia hidroelétrica é a segunda maior fonte de energia primária, com uma quota média de 20%, em 2008.

Os combustíveis sólidos (carvão e turfa) representaram cerca de 20% da produção de energia em Portugal no início dos anos 60, mas registaram uma tendência decrescente, tendo, praticamente, desaparecido.

As energias solar, eólica e outros aumentaram a sua importância, embora ainda representem uma parcela pequena da produção de energia, cerca de 16% em 2008.

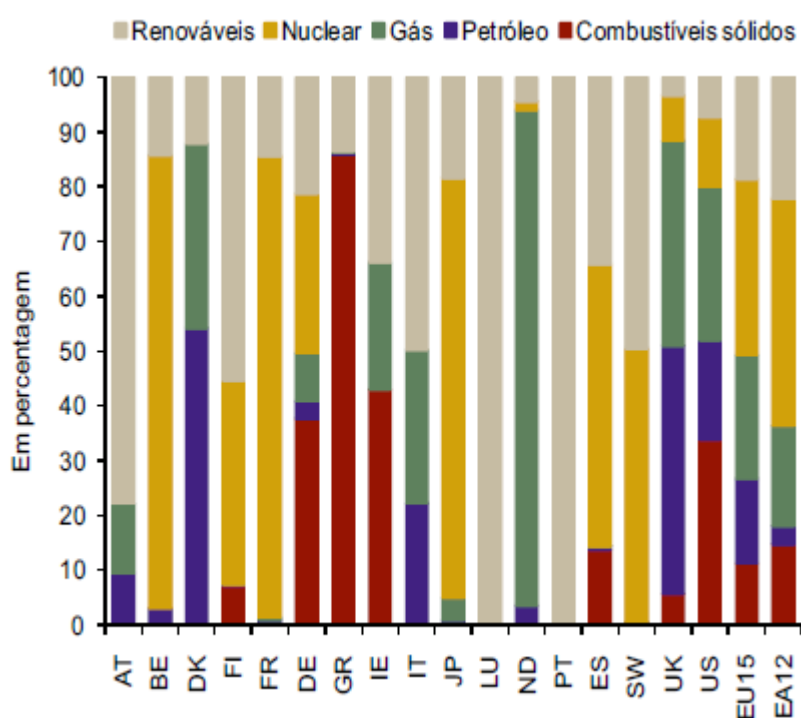
Com o objetivo de expor um comparativo geográfico, por forma a perceber se a realidade acima exposta se enquadra na realidade de um conjunto de países, far-se-á uma breve análise aos mesmos.

A Figura 3.4 compara a estrutura da produção de energia num conjunto de países em 2008.

Portugal e o Luxemburgo são os únicos países onde a produção de energia primária assenta inteiramente em energias renováveis.

Outros países com reduzidas dotações de fontes de energia primária como petróleo, gás ou combustíveis sólidos adotaram a energia nuclear, como a Bélgica, Finlândia, França, Japão, Espanha, Suécia.

Os Países Baixos destacam-se pelo facto de apresentarem elevadas quotas de gás, enquanto a Dinamarca apresenta significativas quotas de gás e petróleo.

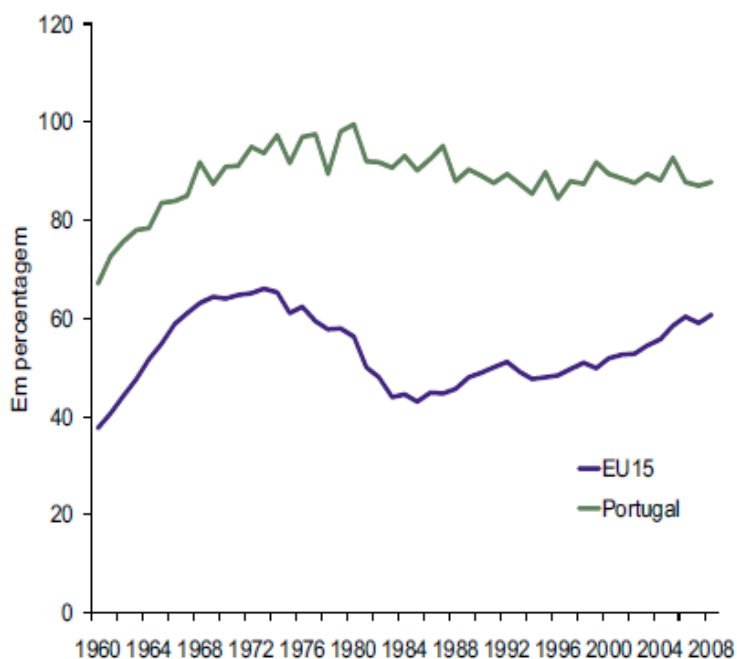


Fonte: BP Statistical Review of World Energy June 2015

Figura 3.4 Estrutura do consumo de energia primária por país entre 1960 - 2008

Na figura 3.5, podemos verificar que o nível de dependência energética em Portugal tem sido sempre consideravelmente superior ao observado na UE15.

Tal situação é em parte o reflexo da estrutura de produção de energia, que se baseia apenas em energias renováveis e liga-se à questão mais abrangente da fraca dotação de fontes de energia.

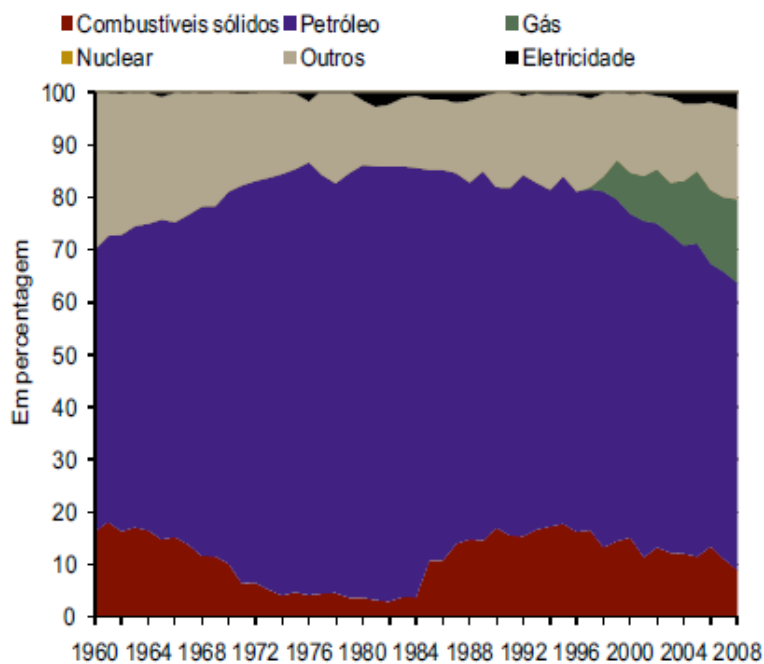


Fonte: *BP Statistical Review of World Energy June 2015*

Figura 3.5 Dependência energética entre 1960 - 2008

Considerando a produção doméstica primária, revela que o petróleo constitui a principal fonte de energia primária consumida na economia portuguesa (55% em 2008) conforme Figura 3.6.

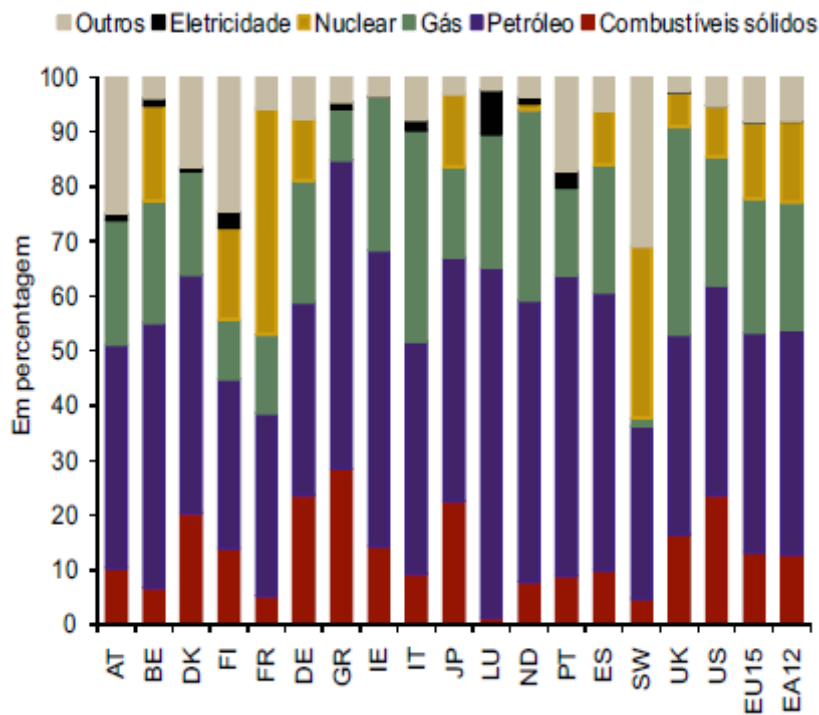
O gás, que começou a fazer parte do consumo doméstico de energia primária em 1997, apresenta-se como o terceiro maior componente, chegando aos 16% em 2008. A inclusão do gás foi sem dúvida uma das alterações significativas ocorrida das últimas décadas, substituindo parte das importações de petróleo.



Fonte: BP Statistical Review of World Energy June 2015

Figura 3.6 Estrutura do consumo de energia em Portugal entre 1960 - 2008

Num comparativo com outros países, podemos verificar que a maioria dos países depende de petróleo e gás.



Fonte: BP Statistical Review of World Energy June 2015

Figura 3.7 Estrutura do consumo de energia em por país entre 1960 - 2008

3.3. Consumo de energia em Portugal

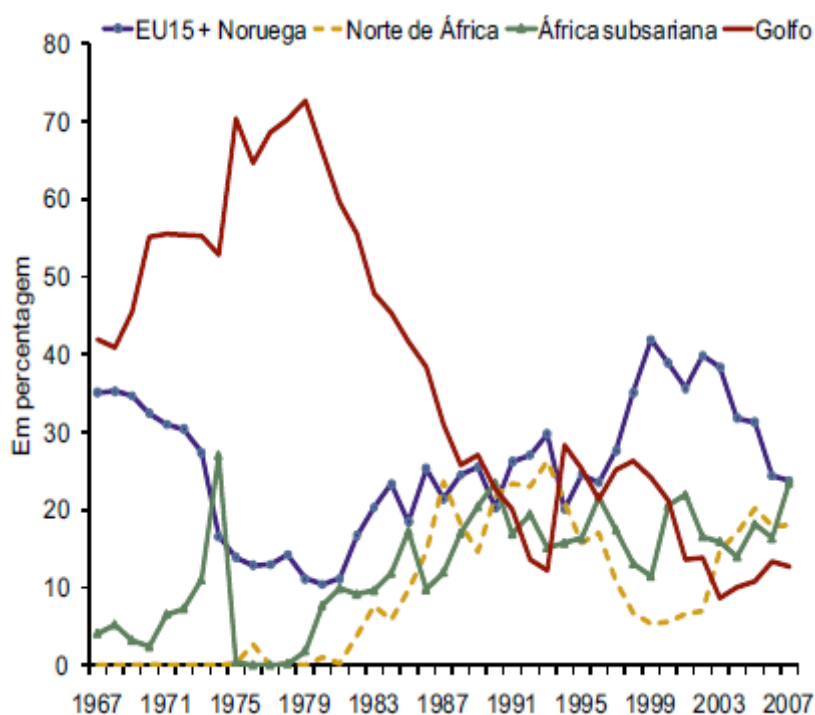
Nas últimas décadas, Portugal tem diversificado o conjunto de fornecedores externos, aumentando a segurança energética global.

A Figura 3.8 apresenta a quota de diversas regiões nas importações totais de energia em termos nominais de 1967 a 2008.

A importância dos países do Golfo nas importações portuguesas foi muito elevada durante a década de 70 mas diminuiu substancialmente nos anos seguintes.

Os fornecedores europeus (UE15 mais Noruega) aumentaram a sua importância, com uma quota máxima de 40 por cento no final dos anos noventa.

Mais recentemente, as regiões do Norte de África e da África subsariana aumentaram significativamente a sua importância, a última principalmente como fornecedora de gás.



Fonte: BP Statistical Review of World Energy June 2015

Figura 3.8 Fornecedores de energias 1967 – 2008

3.4. Síntese

Após a elaboração do ponto 3 desta investigação o importante a reter é que o *commodity* escolhido tem importância mundial.

Numa primeira fase, porque a energia revela-se um dos fatores com maior importância em todas as economias, por ser um *input* básico nos processos produtivos e um produto de consumo final até para as famílias.

O petróleo tornou-se uma das mais importantes fontes energéticas tornando-se a matéria-prima mais transacionada em todo o mundo, vindo assim o seu consumo a aumentar desde há várias décadas.

As flutuações do preço do petróleo têm sido alvo do interesse dos economistas desde a década de 70, década onde surgiu a percepção de que o preço do petróleo tem é importante na explicação das oscilações económicas.

Os grandes «choques» petrolíferos foram sentidos em escala mundial, ficando a ideia de que as grandes oscilações do preço do crude são acompanhadas por acontecimentos mundialmente relevantes, causando graves «estragos» em países desenvolvidos.

Em Portugal, sendo o nosso país totalmente dependente de importar esta matéria-prima, por não possuir fonte de exploração do mesmo, leva-nos a pensar que quando o preço deste bem «dispara» a nossa economia é prejudicada; isto faz-nos pensar que dependência da estabilidade dos países produtores / possuidores deste bem é algo que nos interessa.

No capítulo seguinte, análise empírica, analisaremos a volatilidade do preço deste bem, e conjugando com o conhecimento obtido neste capítulo, ficará evidente a contribuição positiva desta investigação, seja a nível global, seja a nível nacional.

4. Análise Empírica

O objetivo principal desta investigação passa por contribuir para o conhecimento sobre a possível assimetria na volatilidade das rendibilidades do preço do crude, avaliando as flutuações do preço do crude ao longo de 10 anos (2004 e 2014).

Assim, nesta fase da investigação, o que se pretende será a avaliação de dados / valores concretos, referentes à cotação do crude, sobre o que aconteceu no período de 2004 a 2014.

A análise estatística será feita com o apoio do *software EViews*. A base de dados utilizada é Bloomberg. A Bloomberg L.P. é uma agência de notícias financeiras em todo o mundo com sede em Nova Iorque, fundada em 1982 por Michael Bloomberg. A mesma apresenta-se como « *Bloomberg, the global business and financial information and news leader, gives influential decision makers a critical edge by connecting them to a dynamic network of information, people and ideas.*»

Assim, pretende-se aplicar os modelos já explicados, nomeadamente, GARCH, EGARCH e TGARCH, a escolha dos modelos surge em consequência do que se quer avaliar - assimetria na volatilidade das rendibilidades do preço do crude - esperando que os pressupostos exigidos pelos modelos referidos estejam reunidos.

Após a aplicação dos mesmos esperamos visualizar alguns factos estilizados no comportamento da volatilidade, nomeadamente, os *clusters*, as *fat tails* e assimetria na volatilidade, por forma a dar uma resposta clara da existência ou não de assimetria de volatilidade.

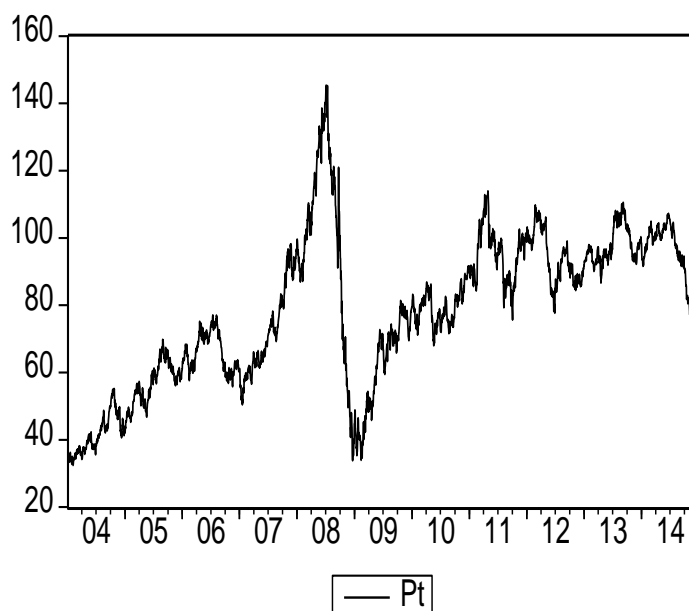
4.1. Amostra

4.1.1. Descrição da Amostra

A amostra, da presente investigação, é constituída pelos preços diários, com sucessões de 5 dias, correspondendo aos 5 dias de trabalho, do crude entre Janeiro 2004 e Dezembro 2014, totalizando assim 2868 observações; este período representa a última década à data da presente investigação por forma a serem analisados os últimos acontecimentos.

Foi escolhido o Crude, na medida em que, como já referido anteriormente, o mesmo tem-se revelado uma importante fonte de energia, com impactos mundialmente relevantes e sendo uma energia de referência.

Segue abaixo a Figura 4.1 com um resumo do comportamento dos preços do petróleo no período em análise.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.1 Evolução dos preços do petróleo no período 12/1/2004 a 19/12/2014

Através da Figura 4.1, podemos verificar a irregularidade dos preços do *commodity* em análise, crude, ao longo do tempo, podendo dizer-se que o comportamento desta série foi sempre no sentido ascendente.

Podemos assim relacionar, empiricamente, o que Hamilton (2009) argumentou, ou seja, que uma grande proporção da recente desaceleração no PIB dos Estados Unidos durante a «Grande Recessão» pode ser atribuído ao choque petrolífero de 2007-2008; pois é possível verificar a existência de um choque neste período.

4.2. Rendibilidades

Para efetuar a análise da volatilidade dos preços do petróleo, começaremos pela análise das rendibilidades da amostra escolhida. O estudo das rendibilidades ajuda na compreensão do comportamento dos preços para a série cronológica selecionada.

As rendibilidades são dadas por:

$$R_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})], \quad (4.1)$$

Onde P_t e P_{t-1} são os preços do petróleo nos momentos t e $t - 1$ respectivamente.

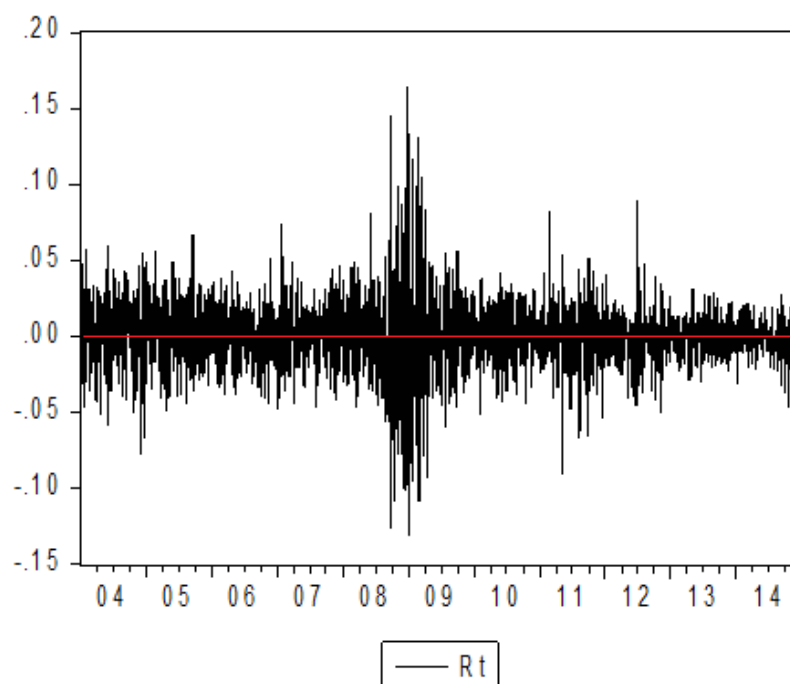
Através dos dados cronológicos utilizados nesta investigação, o valor das rendibilidades foi encontrado através do logaritmo do preço P do dia t e subtraiu-se o valor logaritmo do preço do dia $t - 1$.

Os valores das rendibilidades encontradas permitem que seja possível analisar a existência de momentos com maior ou menor volatilidade ao longo do período em análise.

As rendibilidades serão usadas para a investigação, na medida em que, conforme explicação futura, as rendibilidades são estacionárias, e este é um pressuposto dos modelos de tipo GARCH.

Tendo em conta os dados selecionados, conforme mencionado anteriormente, para que fosse possível a inserção dos mesmos no *software Eviews*, importa referir que a primeira observação inicia com o dia 12 de Janeiro de 2004 e a última verifica-se no dia 19 de Dezembro de 2014. Como as séries têm de apresentar 5 dias da semana consecutivos, e tendo em conta que as rendibilidades são calculadas em função do preço do dia anterior, apenas se iniciou na segunda-feira seguinte ao dia 9 de Janeiro de 2004 e terminou-se na última sexta-feira em 19 de Dezembro de 2014, tudo isto por uma questão de simplificação.

A Figura 4.2 representa as rendibilidades calculadas:



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.2 Evolução das rendibilidades do crude no período 12/1/2004 a 19/12/2014

Analisando a evolução das rendibilidades, verificamos a existência de comportamentos bastante diferentes ao longo do tempo, que evidenciam a existência de *clusters* na volatilidade, ou seja, a variabilidade da série não é homogênea, apresentando um período em que a volatilidade é mais significativa e comprova-se o facto de após a existência de uma alta volatilidade, seguem-se períodos também de alta volatilidade. Isto é, conforme afirma Brooks (2002) o nível de volatilidade tende a estar correlacionado com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente anteriores.

Neste caso em concreto os *clusters* são muito evidentes: há um *cluster* de grande volatilidade ao longo de 2008 e 2009, ao longo de 2010 apresentam-se *clusters* de baixa volatilidade. Novamente, surge um *cluster* de alta volatilidade em 2011, a que se segue, novamente, um de baixa volatilidade. Em 2012 há novamente um *cluster* de alta volatilidade e depois segue-se um período de baixa volatilidade nas rendibilidades do preço do crude.

Agora utilizando os dados do ponto 4.1.1. desta investigação, em que foram analisados os preços originais do crude, os registos de maior volatilidade estão em sincronia com os do gráfico das rendibilidades.

É ainda possível analisar os eventuais lucros e prejuízos existentes ao longo do período. Tal como se pode observar através do gráfico da Figura 4.2, os períodos em que a rendibilidade é positiva são bastante idênticos aos valores a negativo. O período que apresenta maior volatilidade nas rendibilidades é ano 2008 e 2009, conforme já referido, na medida em que foi o período de maior crise nos últimos anos.

Podemos também verificar que as observações apresentam valores maiores positivos do que negativos, permitindo-nos concluir que, ao longo da última década se obteve maior quantidade de lucro do que prejuízo. Portanto, face à análise das rendibilidades o investidor obteria lucro, o que significa uma rendibilidade positiva.

4.3. Estatísticas descritivas

Por forma a obter melhor entendimento sobre o comportamento das rendibilidades obtidas no ponto anterior, é fundamental apresentar as estatísticas descritivas dos dados encontrados, bem como os histogramas para melhor compreensão da existência de volatilidade e evidenciar algumas das medidas para avaliar o comportamento do preço do crude ao longo do tempo analisado.

Tabela 4.1 Medidas de estatística descritiva das rendibilidades diárias no período de 12 de Janeiro de 2004 a 19 de Dezembro de 2014

Estatísticas descritivas					
	Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste J-B
	0,000475	0,022495	0,0659	8,547919	3663,533**

Notas: Teste J-B representa o teste de Jarque-Bera

** Denota um nível de significância de 1%

Analisando a Tabela 4.1 podemos verificar que a média das rendibilidades diárias apresenta um valor próximo de zero (0,000475) assim como a desvio-padrão (0,022495).

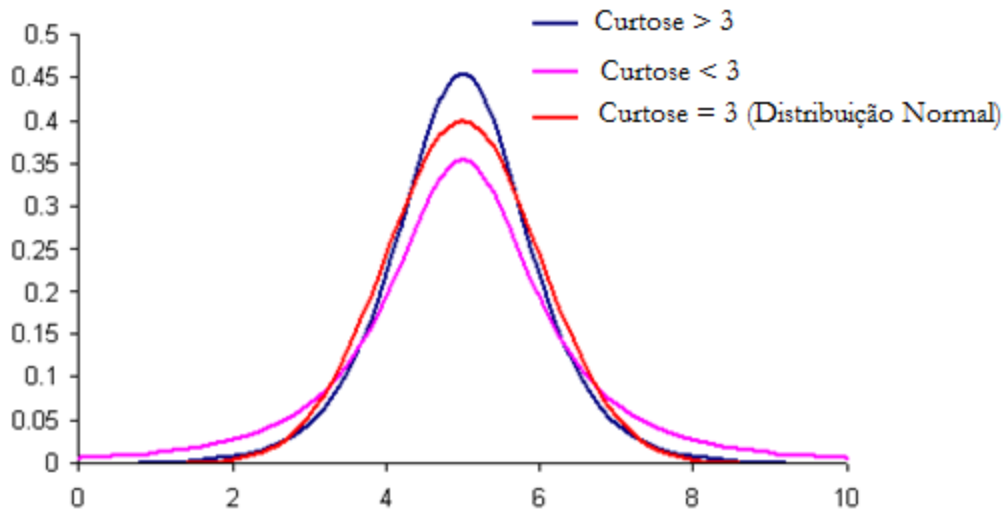
Em relação ao coeficiente da assimetria das distribuições que é igual a 0,0659, ou seja, é positivo. O que pode significar um alongamento do lado direito do histograma a confirmar em seguida.

Outra medida que podemos analisar é a curtose, que neste caso apresenta o valor 8,547919.

Relativamente a esta estatística três situações podem ocorrer:

- Se $C > 3$ A distribuição é leptocúrtica (alongada);
- Se $C = 3$ A distribuição é mesocúrtica (normal, nem achatada nem alongada);
- Se $C < 3$ A distribuição é platicúrtica (achatada).

Segue Figura 4.3 exemplificativa:



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.3 Exemplificação de curtose.

Visto a curtose em análise ser superior a 3 (valor da distribuição Normal), significa que a distribuição empírica das rendibilidades diárias é leptocúrtica (alongada). Este comportamento sugere que os dados não seguem uma distribuição normal, ou seja, a distribuição das variabilidades das rendibilidades apresenta uma curva fechada, apresentando grande parte dos dados em redor do centro, e as caudas tendem a aproximar-se cada vez mais de zero.

Será efetuado outro teste para analisar que não existe normalidade nos rendimentos da amostra, o teste de Jarque-Bera que apresentou o valor de 3663,533 onde se pode constatar também que a probabilidade associada é praticamente nula.

Assim, através das diferenças entre os coeficientes da assimetria e da curtose, é possível testar a hipótese nula (H_0) de que a amostra segue uma distribuição Normal.

Para que se possa efetuar o cálculo deste teste são necessários os valores da assimetria e da curtose dos resíduos que posteriormente se utiliza a seguinte expressão:

$$JB = n \left(\frac{S^2}{6} + \frac{(k-3)^2}{24} \right) \quad (4.2)$$

Onde,

n - número de observações;

S - coeficiente de assimetria;

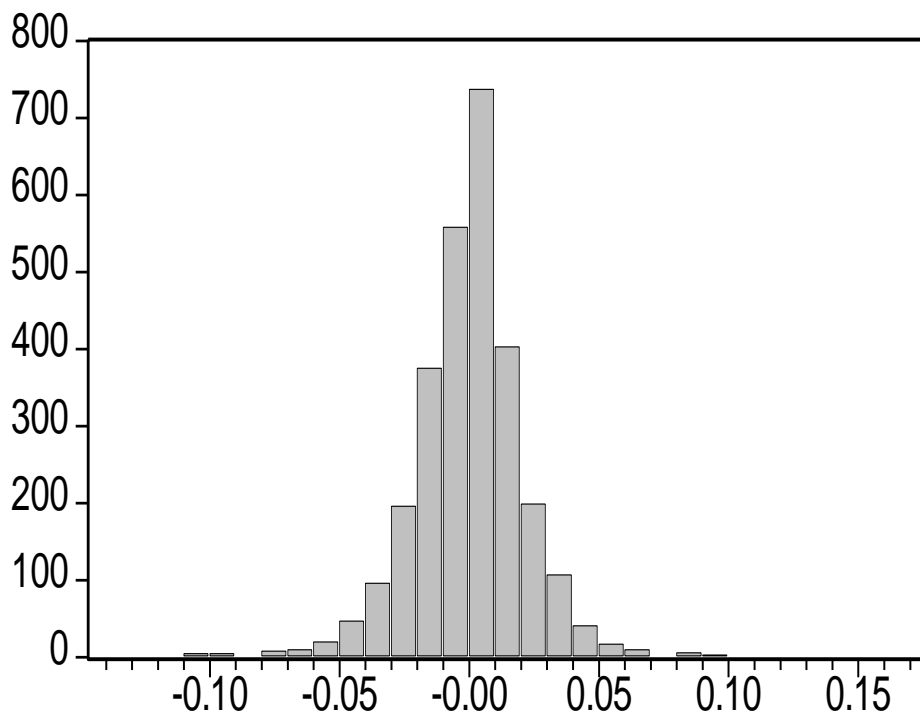
k - coeficiente de curtose.

A medida estatística Jarque-Bera (JB) segue uma distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade. Ou seja, se o valor JB for muito baixo, a hipótese nula de normalidade da distribuição dos erros aleatórios não pode ser rejeitada. Por outro lado, se o valor de JB for muito alto, rejeita-se a hipótese de que os resíduos ou erros aleatórios se comportam como uma distribuição normal.

Por sua vez, o excesso de curtose é medido em relação à distribuição normal de curtose igual a 3. Tendo em conta os valores obtidos no teste à normalidade de Jarque-Bera associado às medidas da curtose e assimetria e ao facto da probabilidade associada ser nula para as rendibilidades do crude, rejeita-se a hipótese de normalidade nos rendimentos, num nível de significância de 1%.

Assim podemos afirmar que as distribuições de rendimentos apresentam uma tendência de afastamento em relação a uma distribuição normal.

Segue o histograma (Figura 4.4), onde é possível verificar-se o acima referido:



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.4 Histograma das rendibilidades do crude no período 12/1/2004 a 19/12/2014

A partir da análise gráfica do histograma, conseguimos verificar que existe um alongamento do lado direito do gráfico, podendo por isso significar que existem suaves subidas no valor dos preços do crude, e por sua vez nas rendibilidades; assim como podemos verificar a «não normalidade» da distribuição dos dados.

4.4. Estimação do modelo

4.4.1. Verificação dos pressupostos

A presente investigação assentará essencialmente, conforme já referido, sobre três variantes dos modelos ARCH, que são os modelos GARCH, EGARCH e GJR-GARCH/TGARCH. Para que seja possível aplicarmos estes modelos, teremos de antes de mais proceder à verificação dos seus pressupostos. Isto é, para que os modelos escolhidos possam produzir resultados fiáveis temos de verificar: Estacionariedade, Inexistência de Autocorrelação, e verificação de Heterocedasticidade.

4.4.1.1. Estacionariedade

Sendo um pressuposto importante, analisaremos a estacionariedade da amostra, na medida em que, caso não se verifique podem surgir limitações e tornar alguns dos testes ineficientes.

Segundo Brooks (2002) enquanto as alterações esperadas ou não nas sucessões cronológicas estacionárias vão desaparecendo com o passar do tempo, na situação contrária essas oscilações podem permanecer.

Assim, como testes de estacionariedade serão apresentados os testes *Augmented Dickey Fuller* (ADF) e o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS), ambos mais conhecidos por testes de não estacionariedade ou de raiz unitária.

Segundo Bentes (2011) para o caso do teste ADF deve ser considerada a seguinte regressão para a variável y_t

$$\Delta y_t = \omega + \delta_t + (\varrho - 1)y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.3)$$

Onde,

$\omega + \delta_t$ trata-se da tendência determinística

ϱ é o coeficiente de auto-regressão da variável y_t

ε_t a perturbação aleatória com o número de defasamentos escolhido de forma a que $\varepsilon_t \sim i.i.d.$ $(0, \sigma^2)$.

Estes desfasamentos são escolhidos segundo o critério *SIC* – *Schwartz's Bayesian Information Criterion* ou pelo *AIC* – *Akaike Information Criterion*. Exatamente por ser mais simples foi selecionado o critério *SIC*.

Em relação ainda à expressão (4.3) importa também referir que $(\rho - 1)y_{t-1}$ é utilizado para apreender a estacionariedade ou não estacionariedade do processo, tendo em conta o teste habitual à Hipótese Nula: $\rho = 1$, que determina a existência de uma raiz unitária para a variável em níveis (y_t) e em primeiras diferenças (Δy_t), contra a Hipótese Alternativa traduzida por $|\rho| < 1$ (estacionariedade). Ou seja, de uma forma geral, a Hipótese Nula testa a existência de uma tendência estocástica (não estacionária) contra a Hipótese Alternativa de existência de uma tendência determinística (estacionária).

Estes valores podem então ser obtidos através de diversos programas informáticos, sendo um *output standard* dos mesmos. Um fator não menos importante neste processo é a possibilidade de ser considerada na sua formulação a existência de uma constante e de uma tendência linear (τ_τ), só de uma constante (τ_ω) ou de nenhuma delas (τ). Com isto, resulta que:

- Se $|\rho| < 1$ pode dizer-se que o processo é estacionário;
- Se $|\rho| = 1$ diz-se que a sucessão é não estacionária de raiz unitária e,
- Se $|\rho| > 1$ diz-se que o processo é não estacionário explosivo.

Embora existam dois testes, segundo Dickey e Fuller (1981) para estudar estas hipóteses, apenas se apresentará o teste que se baseia na distribuição da estatística $T(\rho - 1)$, em que T indica a dimensão da amostra.

É de notar que $\tau_\tau < \tau_\omega < \tau$ e que para a estatística τ , os valores críticos do teste ADF são semelhantes aos valores críticos da distribuição Normal estandardizada. Caso este processo seja utilizado indevidamente, conduz a que exista uma rejeição da Hipótese Nula, e o problema aumenta conforme se for aumentando as componentes determinísticas no modelo.

Bentes (2011) *apud* Said e Dickey (1984) afirma que existe um resultado importante face aos testes de *Dickey-Fuller*, que passa pelo facto de a distribuição assintótica da estatística τ_τ ser independente do número de desfasamentos das primeiras diferenças que estão incluídos na regressão ADF.

Ainda assim, estes são necessários para eliminar qualquer autocorrelação de ordem superior remanescente na variável residual e com isto, confirma o pressuposto de resíduos $\mathbf{\epsilon}_t \sim i.i.d.$, que é base no uso do método dos mínimos quadrados. O facto de se incluir no modelo uma

componente de médias móveis (*Moving Average*) com um número adequado de termos desfasados das primeiras diferenças, não irá alterar a validade assintótica do teste ADF.

Contudo, este modelo foi sujeito a algumas críticas pelo facto de se basear num processo de inferência estatística que assenta no julgamento da Hipótese Nula, que por si só, pode estar sujeita a erros/incorreções. Isto é, o teste ADF tende a «sobre-rejeitar» a Hipótese Nula da não estacionariedade.

Por outro lado, e como alternativa ao teste ADF, através de Kwiatkowski *et al.* (1992) foi desenvolvido o teste KPSS, que se diferencia pelo facto de inverter as hipóteses em análise. Isto significa que, como Hipótese Nula tem-se que a sucessão cronológica é estacionária (não possui raiz unitária) e em oposição à Hipótese Alternativa (H_0) de não estacionariedade.

Este teste trata-se de um teste de Multiplicadores de *Lagrange* (*LM*), baseado na representação em componentes da sucessão cronológica em que o processo que dá origem aos dados é dado pelo modelo:

$$y_t = \mu t + z_t + u_t \quad (4.4)$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t$$

Em que, x_t demonstra a soma de uma tendência determinística (μt), de um caminho aleatório (z_t) e de uma variável residual estacionária (u_t) e onde $\varepsilon_t \sim i.i.d. (0, \sigma^2 \varepsilon)$.

Ainda neste modelo a hipótese nula da estacionariedade da sucessão cronológica é dada por $\sigma^2 \varepsilon = 0$, em que o valor inicial z_0 é uma constante. Visto que nesta situação μt é uma variável residual estacionária, então y_t trata-se de um processo *TSP – Trend Stationary Process*.

Como tal, se a Hipótese Nula for $\sigma^2 \varepsilon = 0$ os erros ε_t têm que ser todos nulos, em que $z_t = z_{t-1}, \forall t$ logo, é uma constante. Portanto, o modelo (4.4) expõe um processo estacionário em tendência.

Se se optar por colocar no modelo (4.4) $\mu = 0$, surge uma particularidade em que x_t é um processo estacionário em volta de um nível, ou seja, z_0 em vez de uma tendência. Para este caso a estatística do teste KPSS é representada por

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\sigma_u^2}, \quad (4.5)$$

Onde,

$S_t = \sum_{r=1}^t \hat{u}_r$ representa a soma dos resíduos da regressão de x_t sobre uma constante e uma tendência determinística, mais propriamente significa que $\hat{u}_t = x_t - \mu t - \alpha$;

σ_μ^2 é um estimador da variância dos resíduos μ_t .

Importa também evidenciar que a distribuição da estatística do teste KPSS depende do modelo possuir ou não uma tendência determinística, embora a expressão do teste se mantenha válida para $\mu = 0$ ou $\mu \neq 0$.

Tendo em conta que os testes ADF e KPSS utilizam a hipótese nula em condições opostas, isto significa que ao serem ambos utilizados para testar uma determinada sucessão cronológica, é estrategicamente aconselhado como forma de garantir que no estudo da estacionariedade se pode ter uma maior confiança nos resultados obtidos. Trata-se por isso de uma estratégia designada por «análise de dados confirmatória», que assume então uma maior segurança na classificação da sucessão cronológica, caso os resultados forem consistentes.

4.4.1.1.1. Teste Estacionariedade

Como testes de estacionariedade serão feitos os testes *Augmented Dickey Fuller* (ADF) e o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS), ambos mais conhecidos por testes de não estacionariedade ou de raiz unitária.

Serão efetuados os testes de hipótese nula, ou seja, de uma forma geral, a hipótese nula testa a existência de uma tendência estocástica (não estacionária) contra a hipótese alternativa de existência de uma tendência determinística (estacionária).

Com o apoio do *software Eviews* é possível calcular os testes ADF e KPSS já explicados, os resultados obtidos constam na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 Estacionariedade

Testes de raízes unitárias	ADF	KPSS
Constante + tendência	-55,990524**	0,05639

Notas: ADF significa *Augmented Dickey-Fuller* e KPSS representa Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin valores críticos de Mackinnon (1996) para a constante e tendência -3.960241 (1%) e -3.410883 (5%); número de *lags* em ambos os casos: 0. Valores críticos do teste KPSS para a constante e tendência 0,216 (1%) e 0,146 (5%).

** Denota um nível de significância de 1%.

- **Teste ADF: H0 a série é não estacionária**

A H0 é não estacionária, na medida em que os valores dos testes são estatisticamente significativos a um nível de significância de 1%, significa que o teste é rejeitado.

Para confirmar os resultados acima alcançados, aplica-se ainda outro teste de estacionariedade – KPSS

- **Teste KPSS: H0 a série é estacionária**

Ora neste teste a hipótese é o contrário, ou seja, a hipótese nula a série é estacionária.

Portanto aqui se aceitarmos H0 isto vem confirmar os resultados do teste anterior.

Visto que os dois testes deram os mesmos resultados então podemos concluir com segurança que a série é estacionária, desta forma podemos avançar para os pressupostos seguintes, na medida em que já foi verificado que a série é estacionária.

4.4.1.2. Autocorrelação



































Pretende-se na prática com este procedimento averiguar em que medida o modelo previamente estimado é ou não adequado para descrever o fenómeno evidenciado pelos dados.

Tal passa por uma análise aos resíduos no sentido de apurar se existe evidência de autocorrelação o que, caso se verifique, constitui um indicador da inadequação do modelo.

Para o efeito, e em concordância com a metodologia anteriormente empregue recorre-se, uma vez mais, aos testes de *Breusch-Godfrey* (BG) e de *Ljung-Box* (Q), cujos valores a seguir se apresentam.

Através da aplicação do teste de Ljung-Box (Q), testa-se a hipótese nula de que não existe autocorrelação.

Na Figura 4.5, abaixo, podemos analisar os resultados obtidos no correlograma, que testa a autocorrelação dos dados das rendibilidades, e obtém-se os valores ao teste de Ljung-Box.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.044	-0.044	5.6175	0.018
		2	-0.034	-0.036	8.8696	0.012
		3	0.024	0.021	10.464	0.015
		4	0.045	0.046	16.141	0.003
		5	-0.058	-0.052	25.630	0.000
		6	0.007	0.005	25.780	0.000
		7	-0.009	-0.014	26.025	0.000
		8	-0.021	-0.021	27.296	0.001
		9	-0.024	-0.022	28.888	0.001
		10	0.011	0.005	29.232	0.001
		11	-0.002	0.000	29.240	0.002
		12	0.010	0.012	29.548	0.003
		13	0.034	0.035	32.951	0.002
		14	0.016	0.017	33.697	0.002
		15	0.012	0.016	34.120	0.003
		16	0.022	0.021	35.477	0.003
		17	0.014	0.014	36.053	0.005

Fonte: Elaboração própria

Figura 4.5 Correlograma das Rendibilidades

Após análise à Figura 4.5, podemos rejeitar a hipótese nula de não haver autocorrelação, pois a probabilidade de não haver (Coluna «Prob» da Figura 4.5), de acordo com os valores acima

apresentados, é zero para todos os casos, assim, como os valores são estatisticamente significativos a um nível de significância de 5% e 1% conclui-se que há autocorrelação.

Para corroborar o resultado acima obtido, será feito o teste Breusch-Godfrey (BG), onde a hipótese nula será a mesma, não há autocorrelação.

Tabela 4.3 Teste de Autocorrelação BG aplicado às rendibilidades

Teste BG	Estatística F	Estatística χ^2
	2,769761**	27,53656**

Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez defasamentos.

** Denota um nível de significância de 1%

Analisando a Tabela 4.3. podemos dizer que o teste de Breusch-Godfrey aponta para a existência de autocorrelação.

Como em ambos os testes se verifica que há autocorrelação, contrariando assim um dos pressupostos dos modelos ARCH - inexistência de autocorrelação - este pressuposto não se verifica pelo que temos que arranjar uma forma de eliminá-la, que o faremos mais à frente.

4.4.1.3. Heterocedasticidade

Em análise ao último pressuposto, será testada a heterocedasticidade, na medida em que os modelos ARCH são heterocedásticos pelo que só se utilizará na presente investigação se a série dos dados tiver heterocedasticidade.

Será usado o teste ARCH-LM de Engle (1982) em que hipótese nula é a de que não há heterocedasticidade condicionada. Através do *software Eviews* obtemos os resultados da Tabela 4.4., abaixo.

Tabela 4.4 Resultados do teste de ARCH-LM aplicado às rendibilidades

Teste ARCH-LM	Estatística F	Estatística χ^2
	73,70155**	587,1744**

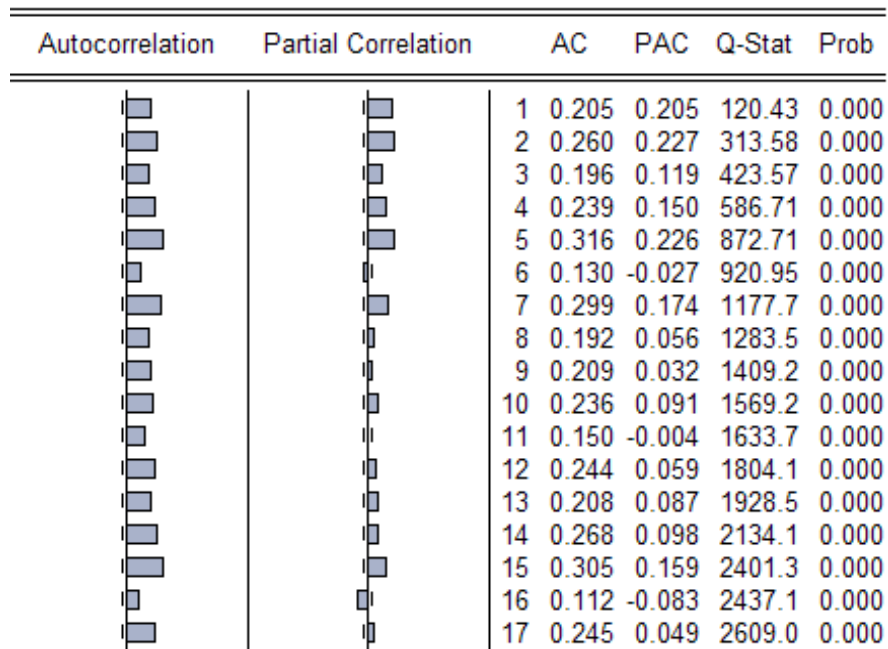
Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez desfasamentos.

** Denota um nível de significância de 1%

De acordo com o teste ARCH-LM, e como os valores são estatisticamente significativos a um nível de 1%, podemos rejeitar a hipótese nula, de que não há heterocedasticidade e afirmar que há heterocedasticidade.

Para confirmar este resultado utilizaremos também o teste de McLeod e Li (1983) e o teste, já referido anteriormente, de Ljung-Box (Q) aplicado ao quadrado dos resíduos.

De acordo com este teste, considera-se que não estão presentes efeitos ARCH nos resíduos, caso os coeficientes de autocorrelação estimados não se apresentem estatisticamente significativos e ao mesmo tempo se a estatística Q não for significativa.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.6 Correlograma do quadrado dos resíduos

Analisando a Figura 4.6, podemos afirmar que as barras das funções de «autocorrelação» e «autocorrelação parcial» para os desfasamentos que foram considerados, são bastante evidentes os valores positivos, e os resultados ao teste de Ljung-Box são estatisticamente significativos a um nível de 1%, rejeitando por isso a hipótese nula de que não existe heterocedasticidade.

Com isto, pode concluir-se que havendo heterocedasticidade na série cronológica da presente investigação, é então possível utilizar os modelos ARCH para modelar o comportamento da volatilidade nas rendibilidades.

4.4.2. Análise dos resíduos do modelo AR(p)

Sabendo já que a série das rendibilidades apresenta autocorrelação, é necessário solucionar este problema.

Para ultrapassar esta questão, ajusta-se um modelo autorregressivo – $AR(p)$ (*Autoregressive Model*) por forma a remover qualquer tipo de autocorrelação.

Na prática, este tipo de modelos caracteriza-se pelo facto de a variável y_t depender dos seus valores imediatamente anteriores acrescidos da componente do erro, como a seguir se ilustra

$$y_t = \omega + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.6)$$

em que ω representa uma constante e ε_t é um erro que se pressupõe ser um processo ruído branco, ou seja, $E(\varepsilon_t) = 0$, $Var(\varepsilon_t) = \sigma^e$ e $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$, para $t \neq s$. Manipulando a equação anterior com base no operador de desfaseamentos L , tal que $L^i y_t = y_{t-i}$ obtém-se,

$$y_t = \omega + \sum_{i=1}^p \phi_i L^i y_t + \varepsilon_t \quad (4.7)$$

Que se reduz a,

$$\phi(L) y_t = \omega + \varepsilon_t \quad (4.8)$$

Onde,

$$\phi(L) y_t = (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) \quad (4.9)$$

Com base no correlograma da Figura 3.7. e analisando a função de autocorrelação e de autocorrelação parcial, opta-se por um modelo $AR(5)$ para que seja então possível capturar a autocorrelação presente nos dados.

Nesta investigação em concreto, visto que o modelo escolhido foi o $AR(5)$ adota-se a seguinte equação para as rendibilidades:

$$y_t = \omega + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} + \phi_4 y_{t-4} + \phi_5 y_{t-5} + \varepsilon_t \quad (4.10)$$

Este tipo de modelos começou a ser usado pela primeira vez década de 70, tendo a sua fácil aplicação ditado o rápido crescimento que alcançou. Apresenta como principais vantagens a simplicidade dos procedimentos estatísticos e computacionais que envolve (Tong, 1990).

Tabela 4.5 Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo $AR(5)$

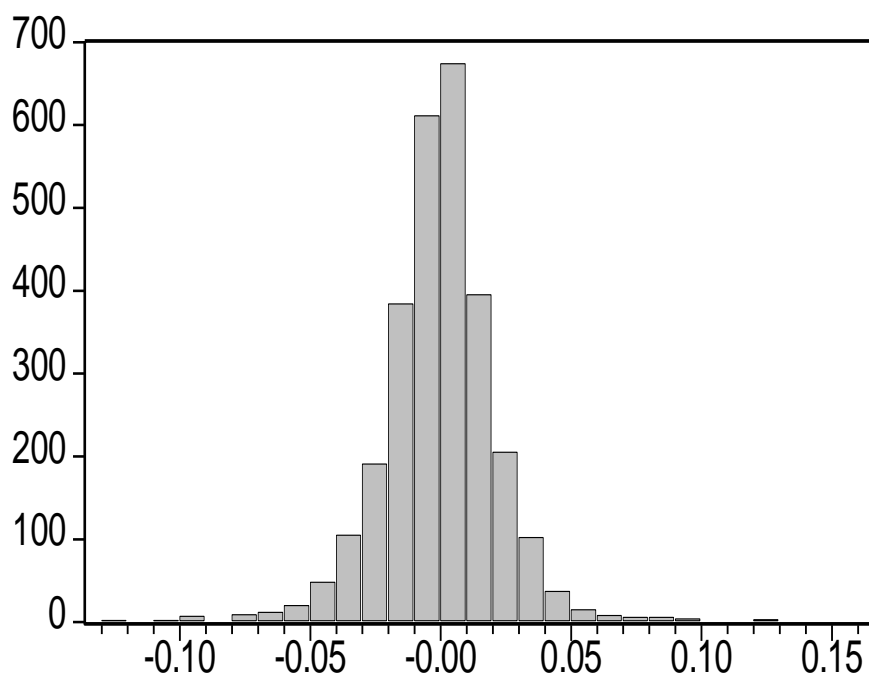
	Média	Desvio-Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
Resíduos do modelo AR (5)	-7,35E-19	0,022392	0,060314	8,127783	3124,159**

Notas: Teste J-B representa o teste de Jarque-Bera

** Denota um nível de significância de 1%

Através da análise da Tabela 4.5, verificamos que tanto a média como o desvio-padrão têm valores muito baixos, próximos de zero.

Por outro lado, conforme resultados anteriormente obtidos, a assimetria é positiva e a curtose maior que 3 o que indicia que a distribuição dos resíduos do modelo $AR(5)$ não é normal. Tal facto é comprovado pelo teste de Jarque-Bera que rejeita a hipótese nula de normalidade com 1% de significância. Isto é ainda corroborado pelo histograma (Figura 4.7) onde se pode ver claramente que os resíduos não seguem uma distribuição normal.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.7 Histograma dos resíduos do modelo $AR(5)$

Para verificar se o modelo $AR(5)$ foi suficiente para capturar a autocorrelação presente nos dados vamos verificar se depois de estimado o modelo $AR(5)$ ainda existe autocorrelação nos resíduos. Para isso usaremos novamente o teste de Ljung-Box e de Breusch-Godfrey.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.001	0.001	0.0061	0.938
		2	-0.002	-0.002	0.0218	0.989
		3	0.001	0.001	0.0247	0.999
		4	-0.001	-0.001	0.0270	1.000
		5	0.001	0.002	0.0334	1.000
		6	0.004	0.004	0.0713	1.000
		7	-0.015	-0.015	0.7453	0.998
		8	-0.020	-0.020	1.8612	0.985
		9	-0.021	-0.021	3.0872	0.961
		10	0.005	0.005	3.1649	0.977
		11	-0.001	-0.001	3.1666	0.988
		12	0.015	0.015	3.8343	0.986
		13	0.036	0.036	7.5336	0.873
		14	0.017	0.017	8.3569	0.870
		15	0.018	0.018	9.2975	0.861
		16	0.020	0.019	10.462	0.841
		17	0.011	0.010	10.790	0.867

Fonte: Elaboração própria

Figura 4.8 Correlograma dos resíduos do modelo $AR(5)$

Analisando os dados da Figura 4.8, podemos afirmar que a hipótese nula de não autocorrelação não é rejeitada, pelo que o modelo $AR(5)$ captou a dependência linear na média. O teste apresenta probabilidades elevadas e as funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial, não apresentam coeficientes estimados estatisticamente significativos, o que leva a que se conclua, mais uma vez a existência de não correlação.

Seguidamente o teste de Breusch-Godfrey permite retirar as mesmas conclusões já que uma vez mais não se rejeita hipótese nula de inexistência de autocorrelação conforme se pode confirmar no quadro que se segue.

Tabela 4.6 Teste de autocorrelação BG aplicado ao modelo $AR(5)$

Teste BG	Estatística F	Estatística χ^2
	0,862111	8,643492

Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez desfasamentos.

** Denota um nível de significância de 1%

Verificando os resultados alcançados na Tabela 4.6 comprovamos que os valores não são estatisticamente significativos, revelando portanto inexistência de autocorrelação.

Assim, concluímos que o modelo $AR(5)$ usado foi suficiente para capturar esta característica. Quanto à heterocedasticidade como já foi verificamos anteriormente nos dados iniciais, os quais revelavam esta propriedade, não será necessário testar novamente.

Desta forma estaremos em condições de estimar os modelos ARCH.

4.4.3. Estimação dos modelos $AR(5)$ -GARCH(1,1), $AR(5)$ -EGARCH(1,1) e $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)

Nesta secção apresentam-se os resultados da estimação dos modelos $AR(5)$ -GARCH(1,1), $AR(5)$ -EGARCH(1,1) e $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1), onde serão contrapostos os resultados do modelo simétrico – GARCH – com os resultados dos modelos assimétricos - EGARCH(1,1) e GJR-GARCH(1,1).

Assim será possível comprovar (ou não) os resultados, pois ambos deverão conduzir-nos a resultados / conclusões idênticas.

Optou-se pela distribuição GED – *General Error Distribution* – para estimar o modelo pois há evidência de que os dados seguem uma distribuição com *fat tails* como anteriormente demonstrado.

Quanto à estimação do modelo, importa determinar um modelo EGARCH (p,q) que seja apropriado para estudar o comportamento das sucessões cronológicas em análise.

Assim, e sendo uma especificação mais simples optou-se por estudar o EGARCH (1,1) que irá então modelar o comportamento na volatilidade em análise.

Tabela 4.7 Estimativas dos modelos $AR(5)$ -GARCH(1,1), $AR(5)$ -EGARCH(1,1) e $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	GED
GARCH	1,93E-06 *	0,050661 **	0,946426 **	-	1,421077 **
EGARCH	-0,112950 **	0,091288 **	0,994565 **	-0,051436 **	1,5 **
GJR-GARCH	0,0593	0,019409 **	0,950761 **	0,054794 **	1,451475 **

Notas: ** significativo a 1%
* Significativo a 5%

Após análise da tabela 4.7, podemos verificar que, à exceção da constante no modelo GJR-GARCH todos os coeficientes são estatisticamente significativos a 1 ou 5%.

A significância estatística da distribuição GED significa que esta é adequada para capturar o comportamento estatístico das rendibilidades do petróleo.

No modelo simétrico $AR(5)$ -GARCH(1,1) todos os coeficientes se revelaram positivos, o que aliado à sua significância estatística revela a presença de *clusters* na volatilidade, ou seja, períodos de alta volatilidade sucedem-se a períodos de baixa e assim sucessivamente.

Por outro lado, tanto os modelos $AR(5)$ -EGARCH(1,1) como o $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1) revelam a existência de efeitos assimétricos na volatilidade já que $\hat{\gamma}$ no modelo $AR(5)$ -EGARCH(1,1) é negativo e no $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1) é positivo. Tal facto revela que o efeito das más notícias é maior do que o das boas notícias. Estes resultados são consistentes com os de Chang *et al.* (2010).

Para comprovar que os modelos, acima descritos, capturaram os efeitos ARCH apresentam-se de seguida os resultados do teste ARCH-LM aos resíduos bem como o correlograma do quadrado dos resíduos (Tabela 4.8).

Tabela 4.8 Teste ARCH-LM aos resíduos dos modelos $AR(5)$ -GARCH(1,1), $AR(5)$ -EGARCH(1,1) e $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)

Teste ARCH-LM	$AR(5)$ -GARCH(1,1)	$AR(5)$ -EGARCH(1,1)	$AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)
Estatística F	1,314475	1,443138	1,133629
Estatística χ^2	13,13483	28,78279	22,6592

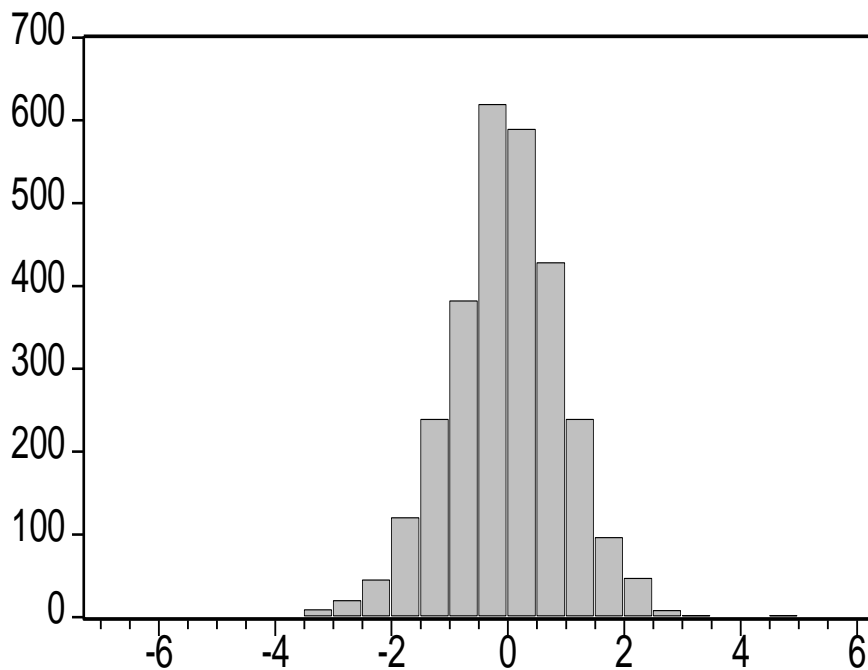
Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se 20 desfasamentos.

Como não se rejeita a hipótese nula (inexistência de heterocedasticidade) então conclui-se pela inexistência deste fenómeno e, portanto, todos estes modelos conseguiram capturar este fenómeno, justificando-se por isso a necessidade de modelos de heterocedasticidade condicionada.

Tabela 4.9 Tabela dos resíduos do modelo $AR(5)$ -GARCH(1,1)

	Média	Desvio-Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
Resíduos do modelo $AR(5)$-GARCH(1,1)	-0,020763	1,000622	-0,177803	4,756271	381,2997**

Tal como se pode observar pela tabela 4.9, neste caso, a média é negativa e apresenta um valor mais afastado de zero, face às médias calculadas inicialmente. O desvio-padrão por sua vez, também expõe um valor bastante mais elevado face aos anteriores. A curtose continua a apresentar valores elevados (>3) e positiva. Com estes resultados, pode ainda dizer-se que os resíduos não seguem uma distribuição normal, visto que a curtose se encontra superior a 3. Por fim, no teste de Jarque-Bera face aos valores elevados, também obtidos anteriormente, rejeita a hipótese da normalidade.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.9 Histograma dos resíduos do modelo $AR(5)$ -GARCH(1,1)

A figura 4.9 mostra-nos que os resíduos do modelo GARCH não seguem uma distribuição normal, como já tínhamos visto anteriormente.

De seguida, verificaremos os resultados do modelo EGARCH, por forma a reforçar os resultados do fenómeno em estudo.

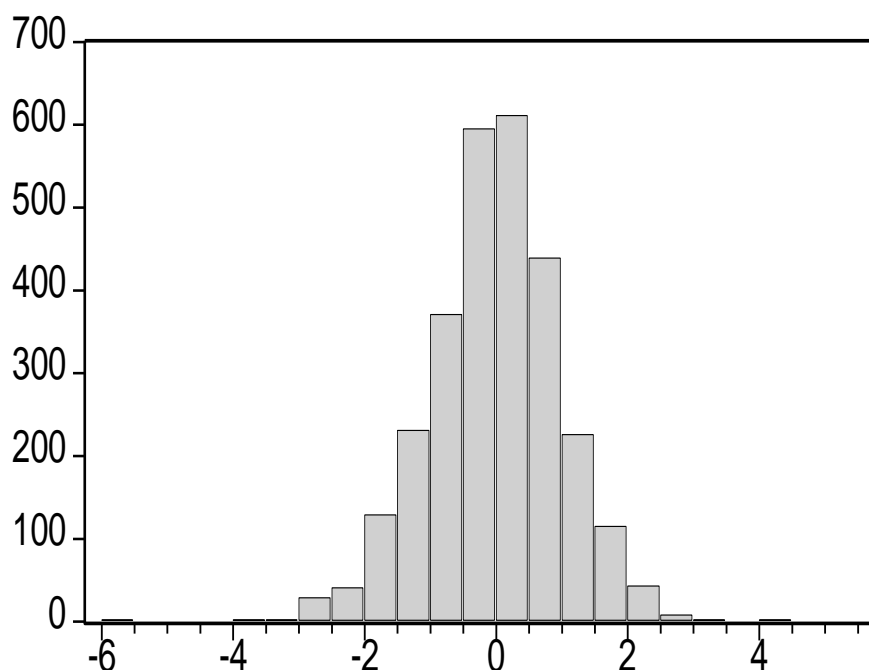
Tabela 4.10 Tabela dos resíduos do modelo AR(5)-EGARCH(1,1)

	Média	Desvio- Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque- Bera
Resíduos do modelo AR(5)-EGARCH(1,1)	-0,006172	1,002260	-0,172372	4,382998	241,2445**

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%

A tabela 4.10 vem mostrar-nos que neste caso, a média continua negativa e apresenta um valor mais afastado de zero, comparativamente aos valores iniciais, mas mais próxima quando comparada com a média do modelo GARCH. O desvio-padrão por sua vez, alcança um valor bastante mais elevado face aos anteriores. A curtose continua a apresentar valores elevados (>3) e positiva. Com estes resultados, pode ainda dizer-se que os resíduos não seguem uma distribuição normal, visto que a curtose se encontra superior a 3. Por fim, no teste de Jarque-Bera face aos valores elevados, também obtidos anteriormente, rejeita a hipótese da normalidade.

Para melhor visualizar os resultados alcançados com o modelo EGARCH, foi elaborado o histograma abaixo, figura 4.10.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.10 Histograma dos resíduos do modelo $AR(5)$ -EGARCH(1,1)

A figura 4.10 mostra-nos que os resíduos do modelo EGARCH (1,1) não seguem uma distribuição normal, como já tínhamos visto anteriormente.

Finalmente, verificaremos os resultados do modelo TGARCH ou GJR-GARCH (1,1) para testar se a séria analisada apresenta estas características.

Tabela 4.11 Tabela dos resíduos do modelo $AR(5)$ -GJR-GARCH(1,1)

	Média	Desvio- Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque- Bera
Resíduos do modelo					
$AR(5)$GJR- GARCH(1,1)	-0,010916	1,000416	-0,157886	4,466123	267,0961**

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%

A tabela 4.11, à semelhança dos resultados já alcançados, indica-nos que a média continua negativa e apresenta um valor mais afastado de zero, comparativamente aos valores iniciais, mas mais próxima quando comparada com a média do modelo EGARCH. O desvio-padrão por sua vez alcança um valor bastante mais elevado face ao valor inicial, mas inferior ao modelo

EGARCH. A curtose continua a apresentar valores elevados (>3) e positiva. Com estes resultados, reforçamos a conclusão que os resíduos não seguem uma distribuição normal, visto que a curtose se encontra superior a 3. Como anteriormente, no teste de Jarque-Bera face aos valores elevados, também obtidos anteriormente, rejeita a hipótese da normalidade.

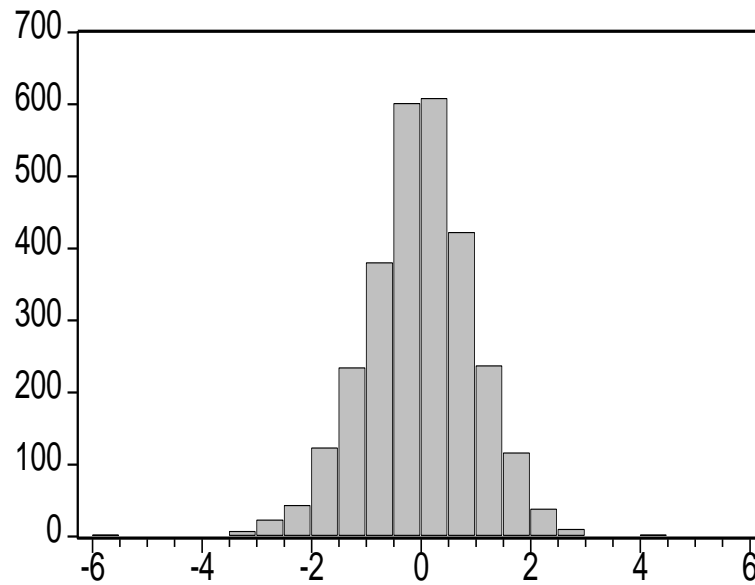
Segue abaixo Tabela 4.12 Resumo dos resultados obtidos:

Tabela 4.12 Tabela Resumo dos resíduos dos modelos *AR(5)-GARCH(1,1)* *AR(5)-EGARCH(1,1)*
AR(5)-GJR-GARCH(1,1)

	Média	Desvio- Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque- Bera
Resíduos do modelo <i>AR(5)-GARCH(1,1)</i>	-0,020763	1,000622	-0,177803	4,756271	381,2997**
Resíduos do modelo <i>AR(5)-EGARCH(1,1)</i>	-0,006172	1,002260	-0,172372	4,382998	241,2445**
Resíduos do modelo <i>AR(5)GJR- GARCH(1,1)</i>	-0,010916	1,000416	-0,157886	4,466123	267,0961**

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%

Para melhor visualizar os resultados alcançados com o modelo TGARCH, foi elaborado o histograma abaixo, figura 4.11.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.12 Histograma dos resíduos do modelo AR(5)-GJR-GARCH(1,1)

A figura 4.11 mostra-nos que os resíduos do modelo TGARCH (1,1) também não seguem uma distribuição normal.

4.5. Síntese

Após a elaboração do presente capítulo, segue a apresentação das principais conclusões do mesmo.

Analisando os preços iniciais do crude poderíamos afirmar a existência de alguns períodos de maior oscilação, face a subidas repentinas e elevadas, ou a descidas repentinas e elevadas.

Os resultados encontrados mostram-nos a volatilidade que o preço do crude atingiu durante o período em análise na medida em que foi visível o grau de oscilação de uma determinada variável ao longo do tempo. Nesse sentido, quanto maior for a sua variação maior será a volatilidade que lhe está associada.

Com a realização dos principais testes que permitiram avaliar as estatísticas descritivas, a autocorrelação, a heterocedasticidade e a estacionariedade dos valores das rendibilidades, foi possível perceber que a estimação dos modelos *EGARCH* (1,1) e *TGARCH* (1,1) são adequados para evidenciar a existência do efeito assimétrico na volatilidade da amostra, assim como mencionado por Bildirici e Ersin (2012).

Conforme foi possível de verificar, e tendo em conta a hipótese nula estabelecida para todos os testes, apenas seria possível se todos os pressupostos fossem cumpridos, ou seja, se não existisse autocorrelação nos resíduos, a existência de estacionariedade e heterocedasticidade.

Nos dois últimos foi possível verificar com a realização dos testes escolhidos inicialmente, mas a autocorrelação teve de ser testada segundo o modelo $AR(p)$, para os resíduos $AR(5)$. Com este último teste, foi possível verificar a inexistência de autocorrelação e foi por isso capturada a dependência linear dos resíduos.

Foi então possível estimar o modelo *EGARCH* (1,1) e *TGARCH* (1,1) que tratando-se de um modelo heterocedástico, foi importante verificar que a mesma existia nos valores dos resíduos.

Visto que os resultados confirmaram este conceito, então conclui-se que os modelos escolhidos foram os mais adequados para a estimação do efeito assimétrico na volatilidade do preço do crude.

Com a aplicação com sucesso destes modelos podemos concluir que a volatilidade do período de 2004-2014 apresenta com clareza *clusters*, pois analisando a evolução das rendibilidades, verificamos a existência de comportamentos bastante diferentes ao longo do tempo, ou seja, a variabilidade da série não é homogênea, apresentando um período em que a volatilidade é mais

significativa e comprova-se o facto de após a existência de uma alta volatilidade, seguem-se períodos também de alta volatilidade.

Concluimos também que há lugar a *fat tails*, pois, simplifadamente, através do histograma das rendibilidades do petróleo, onde o teste Jarque Bera é rejeitado, verifica-se que a série não é normal, verificando-se a existência de curtose.

Como último objetivo do capítulo tínhamos a análise a assimetria da volatilidade, e estamos agora em condições de afirmar que o período analisado apresenta assimetria na volatilidade, ou seja, a volatilidade apresentou ao longo de 2004-2014 respostas diferentes a choques positivos e negativos, isto é, o incremento de volatilidade é maior após más notícias do que após boas notícias.

5. Cobertura de Risco

O objetivo deste ponto será apenas despertar para a possibilidade de mais investigações relacionadas com a volatilidade do preço do petróleo, pois após o estudo empírico realizado, surge a necessidade de uma breve referência a uma possibilidade de contornar a exposição ao risco sentida pelos investidores / compradores do *crude*.

Verificou-se, no ponto 4 da presente investigação, que o preço do *crude* revela assimetria na sua volatilidade, fazendo que para os investidores um aumento da volatilidade tenha efeitos negativos quer ao nível do investimento, quer do consumo.

Por este motivo é comum que os contratos de futuros sejam utilizados com finalidades de cobertura de riscos (assim como especulativas).

Algumas investigações demonstram que a introdução de opções pode ter reflexos positivos no nível de volatilidade do ativo subjacente contribuindo para a estabilidade dos mercados e neutralizando, de certa forma, o efeito de alavanca.

As oportunidades de investimento proporcionadas pelas opções prendem-se, sobretudo, com as peculiares distribuições de rendibilidade e as consequentes combinações risco-rendibilidade.

Para tais situações ambas permitem uma efetiva diminuição da exposição ao risco acompanhada de uma diminuição da rendibilidade esperada, elementos que se encontram refletidos nas distribuições assimétricas.

Tendo em conta que o petróleo é uma matéria-prima muito importante para todas as economias, e dada a volatilidade dos seus preços, provocada pelas mais diversas situações, cria uma preocupação constante por parte dos governos e organismos internacionais.

É então a partir de 1983 reconhecida a necessidade de prevenir alguns riscos associados a esta matéria-prima e lançado por isso o primeiro contrato de futuros sobre o petróleo bruto (*crude oil*) na NYMEX.

Este poderá ser um tema para uma outra investigação, na medida em que, provavelmente, oferecerá informação importante e interessante.

6. Conclusões

Sendo o objetivo principal desta investigação contribuir para o conhecimento sobre a possível assimetria na volatilidade das rendibilidades do preço do crude, avaliando as flutuações do preço do crude ao longo de 10 anos (2004 e 2014), estamos agora em condições de afirmar que o mesmo foi alcançado.

Concluimos que o termo volatilidade utiliza-se normalmente para designar o grau de oscilação de uma determinada variável ao longo do tempo. Nesse sentido, quanto maior for a sua variação maior será a volatilidade que lhe está associada.

Ficando, também, evidenciado os três tipos de volatilidade: volatilidade histórica, que consiste na variabilidade das cotações de um determinado ativo num determinado período de tempo ocorrido no passado; volatilidade implícita, que é a volatilidade incorporada no preço dos ativos, ou seja, é o que o mercado pensa sobre determinado ativo no momento; e a volatilidade futura que tendo em conta a incerteza do futuro, a volatilidade futura tem sido uma questão de muito interesse por parte dos analistas financeiros.

Para alcançar os resultados foi necessário abordar as modelos estatísticos mais conhecidos para o efeito, modelos estes desenvolvidos desde 1982 por Engle. Indo de encontro ao tema da presente investigação «Assimetria na volatilidade das rendibilidades do preço do crude» abordaram-se os modelos ARCH que mais se têm revelado fiáveis nesta temática – modelos EGARCH e TGARCH.

Com a realização dos principais testes que permitiram avaliar as estatísticas descritivas, a autocorrelação, a heterocedasticidade e a estacionariedade dos valores das rendibilidades, foi possível perceber que a estimação dos modelos *EGARCH* (1,1) e *TGARCH* (1,1) são adequados para evidenciar a existência do efeito assimétrico na volatilidade da amostra.

Para que os mesmos fossem aplicados, houve a necessidade da verificação dos pressupostos, estacionariedade e heterocedasticidade e correlação; existindo autocorrelação nos testes iniciais levou-nos a ter que considerar a autocorrelação segundo o modelo $AR(p)$, para os resíduos $AR(5)$. Com este último teste, foi possível verificar a inexistência de autocorrelação e foi por isso capturada a dependência linear dos resíduos.

Foi então possível estimar o modelo *EGARCH* (1,1) e *TGARCH* (1,1) que tratando-se de um modelo heterocedástico, foi importante verificar que a mesma existia nos valores dos resíduos.

Bildirici e Ersin (2012) na investigação feita entre 1986 e 2012, relativamente aos preços do petróleo, afirmam que os modelos GARCH geram melhores previsões de preços do petróleo, assim como capturam de melhor forma as características de volatilidade dos preços do petróleo.

Com a aplicação com sucesso destes modelos podemos concluir que a volatilidade do período de 2004-2014 apresenta com clareza *clusters*, pois analisando a evolução das rendibilidades, verificamos a existência de comportamentos bastante diferentes ao longo do tempo, ou seja, a variabilidade da série não é homogênea, apresentando um período em que a volatilidade é mais significativa e comprova-se o facto de após a existência de uma alta volatilidade, seguem-se períodos também de alta volatilidade.

Concluimos também que há lugar a *fat tails*, pois, simplifadamente, através do histograma das rendibilidades do petróleo, onde o teste Jarque Bera é rejeitado, verifica-se que a série não é normal, verificando-se a existência de curtose.

Resumidamente, distribuições com caudas mais espessas que a normal são um indicador de que a probabilidade de ocorrência de eventos extremos, assim como de movimentos violentos, é maior que a apresentada pela distribuição normal. Estes valores extremos, longe de serem considerados meros *outliers* e, por isso ignorados nos estudos, são agora um dos principais alvos da atenção dos investigadores.

Quanto à análise à assimetria da volatilidade, estamos agora em condições de afirmar que o período analisado apresenta assimetria na volatilidade, ou seja, a volatilidade apresentou ao longo de 2004-2014 respostas diferentes a choques positivos e negativos, isto é, o incremento de volatilidade é maior após más notícias do que após boas notícias.

De acordo com Silva *et al.* (2005), são frequentemente observados nos mercados financeiros períodos de intensa volatilidade, após períodos de queda de preços, enquanto a volatilidade não é tão intensa quando são observados períodos elevados nos preços. Em geral, os «choques» positivos e negativos tendem a gerar efeitos diferentes sobre a volatilidade.

Conseguimos expor a importância do *crude*, na medida em que a energia se tornou um dos fatores com maior importância em todas as economias, fazendo do petróleo uma das mais importantes fontes energéticas tornando-se a matéria-prima mais transacionada em todo o mundo.

Em Portugal, sendo o nosso país totalmente dependente de importar esta matéria-prima, por não possuir fonte de exploração do mesmo, leva-nos a pensar que quando o preço deste bem «dispara» a nossa economia é prejudicada.

Como se pode compreender para investidores avessos ao risco um aumento da volatilidade acarreta efeitos substancialmente negativos quer ao nível do investimento, quer do consumo, quer até mesmo de outras variáveis como o ciclo de vida das empresas.

Este efeito pode contribuir para que entidades reguladoras e instituições financeiras adotem políticas específicas no sentido de incentivar as empresas a investirem montantes avultados de capital anteriormente aplicados em fundos de tesouraria, quando tal não se mostre adequado às suas necessidades, o que é manifestamente contrário à repartição eficiente dos recursos.

Bibliografia

- ALLEGRET, Jean-Pierre; MIGNON, Valérie; SALLENAVE, Audrey - *Oil price shocks and global imbalances: Lessons from a model with trade and financial interdependencies*. **Economic Modelling**, 2015, 49: 232-247.
- AMADOR, João - Produção e consumo de energia em Portugal: Factos estilizados. **Boletim Económico**, 2010, 71-86.
- ARAÚJO, Marísia Adriana Dos Reis – **Análise de Clusters e Volatilidade de Índices de Acções**. Lisboa: ISCAL, 2010. Dissertação de Mestrado.
- AURÉLIO, Cristina Maria Amaral – **Assimetria na volatilidade dos mercados de acções**. Lisboa: ISCAL, 2012. Dissertação de Mestrado.
- BAI, Jushan; PERRON, Pierre - *Computation and analysis of multiple structural change models*. **Journal of applied econometrics**, 18:1 (2003) 1-22.
- BALCILAR, Mehmet; GUPTA, Rangan; MILLER, Stephen M. - *Regime switching model of US crude oil and stock market prices: 1859 to 2013*. **Energy Economics**, 49 (2015) 317-327.
- BANERJEE, Anindya; URGAL, Giovanni - *Modelling structural breaks, long memory and stock market volatility: an overview*. **Journal of Econometrics**, 129.1 (2005) 1-34.
- BEKAERT, Geert, WU, Guojun – *Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets*. **The Review of Financial Studies Spring**. The Society for Financial Studies. ISSN. 08939454. 13:1 (2000) 1-42.
- BEKIROU, Stelios; GUPTA, Rangan; PACCAGNINI, Alessia - *Oil price forecastability and economic uncertainty*. **Economics Letters**, 132 (2015) 125-128.
- BENTES, S. R.; MENEZES, R.; MENDES, D. A. – **Long Memory and volatility clustering: Is the empirical evidence consistent across stock markets?** *Physica A* 387 (2008) 3826-3830
- BENTES, Sónia – **Sobre a Medição da Volatilidade nos Mercados Bolsistas Internacionais: Evidência dos Países do G7**. Lisboa: Edições Colibri/Instituto Politécnico de Lisboa, 2011. 230 pp. ISBN 978-989-689-124-4.
- BENTES, Sónia; MENEZES, Rui; FERREIRA, Nuno – *On the Asymmetric Behaviour of Stock Market Volatility: Evidence From Three Countries*. **International Journal of Academic Research**. 5: 6 (2013)
- BERA, A., e HIGGINS M. - **ARCH Models: properties, estimation and testing**. *Journal of Economic Surveys* 7 (1993) 305-366

- BILDIRICI, Melike; ERSIN, Özgür Ömer - *Forecasting oil prices: Smooth transition and neural network augmented GARCH family models*. ***Journal of Petroleum Science and Engineering***, 109 (2012) 230-240.
- BLANCHARD, Olivier J.; GALI, Jordi - *The Macroeconomic Effects of Oil Shocks: Why are the 2000s so different from the 1970s?*. National Bureau of Economic Research, 2007.
- BOLLERSLEV, Tim - *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. ***Journal of Econometrics***. ISSN 03044076. 31:3 (1986) 307-327.
- BOLLERSLEV, Tim, CHOU, Ray, KRONER, Keneth – *ARCH Modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence*. ***Journal of Econometrics***. ISSN 03044076. 52:1(1992) 5-59.
- BISQUERRA, Rafael; SARRIERA, Jorge C.; MATÍNEZ, Francesc - **Introdução a Estatística: Enfoque informático com o pacote estatístico SPSS**. Porto Alegre: Artmed, 2007. ISBN 978-85-363-1136-4
- BROOKS, C. - *Introductory econometrics for Finance*, The ISMA Centre, University of Reading, Cambridge Press, 2002
- BROWN, G.W., e M.T. Cliff - *Investor sentiment and the near-term stock market*, ***Journal of Empirical Finance*** 11 (2004) 1-27
- CAMPBELL, John Y., *et al.* - *The econometrics of financial markets*. Princeton, NJ: Princeton University press, 1997.
- CASPI, Itamar; KATZKE, Nico; GUPTA, Rangan - *Date stamping historical periods of oil price explosivity: 1876–2014*. ***Energy Economics***, 2015.
- CHATTERJEE, Sangit; YILMAZ, Mustafa R. - *Chaos, fractals and statistics*. ***Statistical Science***, (1992) 49-68.
- CHANG, Chia-Lin; MCALEER, Michael; TANSUCHAT, Roengchai - *Analyzing and forecasting volatility spillovers, asymmetries and hedging in major oil markets*. ***Energy Economics***, 32.6 (2010) 1445-1455.
- CONT, Rama – ***Volatility Clustering in Financial Markets: Empirical Facts And Agent-Based Models***. *Centre de Mathématiques appliquées, Ecole Polytechnique*, 2001
- DECOSTER, Gregory P.; MITCHELL, Douglas W. - *The efficacy of the correlation dimension technique in detecting determinism in small samples*. ***Journal of Statistical Computation and Simulation***, 39.4 (1991) 221-229.
- DICKEY, David A.; FULLER, Wayne A. - *Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root*. ***Econometrica: Journal of the Econometric Society***, 1981, 1057-1072.

- ENGLE, Robert – *Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*. ***Econometrica***. ISSN 0012-9682. 50:4 (1982) 987- 1007.
- ESTEVES, Paulo Soares; NEVES, Pedro Duarte - Efeitos económicos das flutuações do preço do petróleo. **Boletim Económico**, Banco de Portugal, 2004.
- FAMA, Eugene – *Mandelbrot and the Stable Paretian Distribution*. ***The Journal of Business***. ISSN 0021-9398. (1963) 420-429.
- FAMA, Eugene – *The Behavior of Stock Market Prices*. ***The Journal of Business***, ISSN 0021-9398. (1965) 34-105.
- FERREIRA, Domingos – **Opções Financeiras Avançadas**. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2006. 538 pp. ISBN 978-972-618-413-3.
- FERREIRA, Domingos – **Opções Financeiras – Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem**. 2ª Edição. Lisboa: Edições Sílabo, 2009. ISBN 978-972-618-519-2
- FERREIRA, Domingos – **Instrumentos Financeiros**. Lisboa: Letras e Conceitos, Lda., 2011. 671 pp. ISBN 978-989-8305-21-3.
- FILIS, George; DEGIANNAKIS, Stavros; FLOROS, Christos - *Dynamic correlation between stock market and oil prices: The case of oil-importing and oil-exporting countries*. ***International Review of Financial Analysis***, 20.3 (2011) 152-164.
- FISCHER, K.L., e M. STATMAN - ***Investor sentiment and stock returns***, *Financial Analysts Journal* 56, 2000, 16-23.
- FORBES, Kristin J.; RIGOBON, Roberto - *No contagion, only interdependence: measuring stock market comovements*. ***The journal of finance***, 57.5 (2002) 2223-2261.
- GLOSTEN, L.R., JAGANNATHAN, R., RUNKLE, D. - *On the relation between value and volatility of nominal excess returns on stock*. ***Journal of Finance***, 1993, 1179–1801.
- GRANGER, Clive William John; MORGENSTERN, Oskar - ***Predictability of stock market prices***. Lexington, MA: Heath Lexington Books, 1970.
- GRANGER, C., e MACHINA M. J. - ***Structural attribution of observed volatility clustering***. *Journal of Econometrics*, 135.5 (2006) 15-29
- GRUBEL, Herbert G. - *Internationally diversified portfolios: welfare gains and capital flows*. ***The American Economic Review***, 1968, 1299-1314.
- HAAN, W. J., e SPEAR S.A. - ***Volatility clustering in real interest rates: Theory and evidence***. *Journal of Monetary Economics*, 41.3 (1998) 431-453
- HAMILTON, J. D.; SUSMEL, R. – ***Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime***. *Journal of Econometrics*, 64.1 (1994) 307-333
- HAMILTON, James D. - *Understanding crude oil prices*. *National Bureau of Economic Research*, 2008.

- HAMILTON, J. D. - *Causes and Consequences of the Oil Shock of 2007–08. **Brookings Papers on Economic Activity***, 2009, 215–261.
- HSIEH, David A. - *Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets. **The journal of finance***, 46.5 (1991) 1839-1877.
- HSU, D. A. - *A Bayesian robust detection of shift in the risk structure of stock market returns. **Journal of the American Statistical Association***, 77.377 (1982) 29-39.
- HSU, Chiu-Hsieh, *et al.* - *Multiple imputation for interval censored data with auxiliary variables. **Statistics in medicine***, 26.4 (2007) 769-781.
- KANAS, Angelos - *Volatility spillovers across equity markets: European evidence. **Applied Financial Economics***, 8.3 (1998) 245-256.
- KAROLYI, G. Andrew; STULZ, René M. - *Why do markets move together? An investigation of US-Japan stock return comovements. **The Journal of Finance***, 51.3 (1996) 951-986.
- KILIAN, Lutz - *Not all oil price shocks are alike: disentangling demand and supply shocks in the crude oil market, **American Economic Review***, 2009 1053–1069.
- KON, Stanley J. - *Models of stock returns - a comparison. **The Journal of Finance***, 39.1 (1984) 147-165.
- LEE, Charles; SHLEIFER, Andrei; THALER, Richard H. - *Investor sentiment and the closed-end fund puzzle. **The Journal of Finance***, 46.1 (1991) 75-109.
- LONGIN, Francois; SOLNIK, Bruno - *Extreme correlation of international equity markets. **Journal of Finance***, 2001, 649-676.
- LONG, J. Bradford, *et al.* - *Noise trader risk in financial markets. **Journal of political Economy***, 1990, 703-738.
- MANDELBROT, B. B. – *The variation of certain speculative prices. **Journal of Business***, 1963, 394-419
- MANTEGNA, R.; STANLEY, H. E. - *An Introduction to Econophysics Cambridge University Press. **Cambridge, MA***, 2000.
- MASOLIVER, Jaume; MONTERO, Miquel; PORRÀ, Josep M. - *A dynamical model describing stock market price distributions. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications***, 283.3 (2000) 559-567.
- MCCAULEY, Joseph L. - *Dynamics of markets: econophysics and finance. Cambridge University Press*, 2004.
- MCLEOD, Angus Ian; HIPEL, Keith William - *Preservation of the rescaled adjusted range, 1: a reassessment of the Hurst phenomenon. **Water Resources Research***, 14.3 (1978) 491-508.

- MCLEOD, Allan I.; LI, William K. - *Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations*. ***Journal of Time Series Analysis***, 4.4 (1983) 269-273.
- MERTON, Robert C - *Option pricing when underlying stock returns are discontinuous*. ***Journal of financial economics***, 3.1 (1976) 125-144.
- NEAL, Robert; WHEATLEY, Simon M. - *Do measures of investor sentiment predict returns?.* ***Journal of Financial and Quantitative Analysis***, 33.04 (1998) 523-547.
- NELSON, D. B. - ***Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach***, *Econometric* 59, No 2, pp 347 – 370, March, 1991.
- PETERS, Edgar E. - ***Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility***. John Wiley & Sons, 1996.
- PINHO, Carlos, TAVARES, Susana – **Análise Financeira e Mercados**. Lisboa: Áreas Editora, SA, 2005. 382 pp. ISBN 972-8472-89-7.
- PINHO, Carlos; VALENTE, Ricardo; MADALENO, Mara; VIEIRA, Elisabete – **Risco Financeiro – Medida e Gestão**. Lisboa: Edições Sílabo, 2011. ISBN 978-972-618-658-8
- RODRIGUES, Carina Sofia Fernandes – **Volatilidade Implícita. Importância na valorização das opções financeiras e significado dos índices de volatilidade implícita**. Lisboa: ISCAL, 2010. Dissertação de Mestrado
- SANTIS, G. e IMOROHOROGLU S. - ***Stock returns and volatility in emerging financial markets***. *Journal of International Money and Finance*, 16.4 (1997) 561-579
- SHILLER, Robert J. - **Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends?.** 1981.
- SILVA, Washington Santos da; SÁFADI, Thelma; CASTRO JÚNIOR, Luiz Gonzaga de - Uma análise empírica da volatilidade do retorno de *commodities* agrícolas utilizando modelos ARCH: os casos do café e da soja. ***Revista de Economia e Sociologia Rural***, 2005, 43.1: 119-134.
- SILVA, Eduardo Sá; MOTA, Carlos; QUEIRÓS, Mário; PEREIRA, Adalmiro – **Finanças e Gestão de Riscos Internacionais**. Porto: Vida Económica – Editorial, S.A., 2013. ISBN 978-972-788-730-9
- SIMÕES, Catarina do Couto – **Clusters de Volatilidade no Mercado de Taxas de Câmbio USD/GBP**. Lisboa: ISCAL, 2014. Dissertação de Mestrado.
- SIMON, David P.; WIGGINS, Roy A. - *S&P futures returns and contrary sentiment indicators*. ***Journal of futures markets***, 21.5 (2001) 447-462.

- SIKLOS, P.L. e SKOCZYLAS L.F. - *Volatility clustering in real interest rates: international evidence*. *Journal of Macroeconomics*, 24.2 (2002) 193-209
- SOLT, M.E., e M. STATMAN - *How useful is the sentiment index?* *Financial Analysts Journal* 44 (1988) 45-55.
- TONG, H. - *Non-Linear Time Series* (Oxford University Press, Oxford), 1990
- VERHOEVEN, Peter; MCALEER, Michael - Fat tails and asymmetry in financial volatility models. *Mathematics and Computers in Simulation*, 64.3 (2004) 351-361.
- VIEITO, João P., MAQUIEIRA, Carlos P. – **Finanças Empresariais**. Teoria e prática. Lisboa: Escolar Editora, 2010. 583 pp. ISBN 978-972-592-275-0.
- DE VILDER, Robin G.; VISSER, Marcel P. - *Volatility proxies for discrete time models*. 2007.
- YEOMANS, Matthew – **Petróleo – guia conciso para o produto mais importante do mundo**. Lisboa. Publicações Dom Quixote, 2006. ISBN 972-20-3090-6
- WANG, Y-H, A. KESWANI, e S.J. TAYLOR - *The relationships between sentiment, returns and volatility*, *International Journal of Forecasting* 22 (2006) 109-123.
- ZAKOIAN, Jean-Michel - *Threshold Heteroskedastic Models*. *Journal of Economic Dynamics and Control*. ISSN 01651889 (1994) 931-955