

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO ATRAVÉS DA EXPLORAÇÃO DE SEQUÊNCIAS DE CRESCIMENTO

Rita Craveiro Vieira Teixeira da Costa

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2022-2023



DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO ATRAVÉS DA EXPLORAÇÃO DE SEQUÊNCIAS DE CRESCIMENTO

Rita Craveiro Vieira Teixeira da Costa

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico
Orientadora: Professora Doutora Margarida Rodrigues

2022-2023

| ' ' | | ' ' |

AGRADECIMENTOS

O presente relatório simboliza o terminar de uma etapa da minha vida, que não teria sido tão bem-sucedida sem as pessoas que estiveram do meu lado ao longo deste tempo. Deste modo, deixo o meu especial agradecimento:

À professora Doutora Margarida Rodrigues, minha orientadora, pela sua disponibilidade, aprendizagens e segurança que me transmitiu nesta caminhada. A sua ajuda e confiança permitiram-me concluir este estudo com motivação. Obrigada por todo o trabalho e dedicação.

Aos professores Carlos Luz e Ana Caseiro, que se tornaram em exemplos de referência pelas suas práticas, conhecimentos e por todos os ensinamentos transmitidos ao longo do meu percurso por esta instituição.

Aos professores cooperantes com quem tive a oportunidade de desenvolver a prática, por me confiarem as suas turmas e colaborarem sempre com simpatia e dedicação.

Aos meus pais e irmão por toda a força que me deram diariamente, por me acompanharem em todas as decisões tomadas e pela paciência, amor e carinho. São o meu porto-seguro e nunca me deixaram desistir.

Um especial agradecimento ao meu avô Manuel, que partiu antes de me tornar professora, mas que sempre me apoiou e transmitiu valores e ensinamentos que levarei comigo para a vida. Sei que me continua a acompanhar, sendo a estrela mais brilhante do céu. Este é por si!

À Diana Rodrigues, que apesar de só nos termos conhecido no mestrado, foi das melhores pessoas que a faculdade me trouxe e que rapidamente se tornou minha parceira em todos os desafios enfrentados, mas também nos sucessos, dentro e fora da faculdade. Obrigada por seres uma verdadeira amiga, que levarei sempre comigo!

À Inês Inácio, minha afilhada e uma grande amiga, que veio dar um significado ao que é família de coração. Obrigada por todas as mensagens, confidências e por todos os momentos que passámos juntas. Longe ou perto, estarei sempre aqui para ti!

Por fim, à Tuna Sabes, por todos os momentos, aprendizagens e todas as vivências proporcionadas, por se ter tornado um local seguro e por ter significado tanto durante esta etapa da minha vida.

A todos, muito obrigada!

RESUMO

O desenvolvimento do pensamento algébrico é fundamental para a aquisição de novos conhecimentos matemáticos e pode ser trabalhado recorrendo à exploração de tarefas relativas a sequências de crescimento. Desta forma, a partir da realização do presente estudo, é pretendido analisar o pensamento algébrico dos alunos na progressão do uso de estratégias em tarefas de exploração de sequências numéricas e figurativas de crescimento. Com o intuito de o orientar, foram elaboradas as seguintes questões: i) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências figurativas de crescimento?; ii) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências numéricas de crescimento?; e iii) De que forma evoluem as estratégias utilizadas pelos alunos em relação ao tipo de sequência?. Para dar resposta a estas questões, foi realizado um estudo de caso envolvendo um grupo de 4 elementos de uma turma do 6.º ano, do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Como processos de recolha de dados, recorreu-se à observação participante em sala de aula e à recolha documental – registos áudio; transcrições desses registos; produtos dos trabalhos dos alunos; e notas de campo. Como resultados, foi possível evidenciar que a utilização de tarefas de exploração de sequências numéricas e figurativas de crescimento levaram os alunos a recorrer a diversas estratégias, tais como: i) estratégia da representação e contagem; ii) estratégia aditiva; iii) estratégia da proporcionalidade direta; e iv) estratégia linear. Após a análise das estratégias utilizadas em cada tipo de sequências foi perceptível que, em ambos, os alunos recorrem maioritariamente à estratégia aditiva. Em contraste, a estratégia da proporcionalidade direta foi utilizada pelos alunos apenas uma vez quer nas sequências figurativas quer nas numéricas, e a estratégia da representação e contagem assumiu um papel de pouco relevo na resolução de tarefas de sequências numéricas de crescimento. Por fim, relativamente à evolução na utilização das estratégias, foi perceptível que os alunos tiveram uma passagem mais célere na passagem de um raciocínio recursivo ao funcional em tarefas envolvendo sequências figurativas de crescimento, do que nas numéricas.

Palavras-chave:

Matemática; pensamento algébrico; sequências de crescimento; tarefas de exploração; estratégias.

ABSTRACT

The development of algebraic thinking is fundamental for the acquisition of new mathematical knowledge and can be developed through the exploration of tasks related to growth sequences. Thus, from the realization of this study, it is intended to analyse the students' algebraic thinking in the progression through the use of strategies in exploration tasks of numerical and figurative growth sequences. In order to guide it, the following questions were posed: i) What are the strategies used by students in figurative growth sequences? ii) What are the strategies used by students in numerical growth sequences? and iii) How do the strategies used by students evolve in regard to the sequence type?. To answer these questions, a case study was conducted involving a group of four students from a 6th grade class of the 2nd Cycle of Basic Education. As data collection processes, it was used documentary collection - audio records; transcriptions of these records; products of students' work; and field notes - and participant observation in the classroom. As results of this study, it was possible to evidence that the use of exploration tasks of numerical and figurative growth sequences led students to use various strategies, such as: i) representation and counting strategy; ii) additive strategy; iii) direct proportionality strategy; and iv) linear strategy. After analysing the strategies used in each type of sequence, it was possible to notice that in both types of them, students mostly used the additive strategy. In contrast, the strategy of direct proportionality was used by students only once in both figurative and numerical growth sequences, and the strategy of representation and counting took a minor role in solving numerical growth sequence tasks. In conclusion, regarding the evolution in the use of strategies, it was noticeable that students had a faster transition from recursive to functional reasoning in tasks involving figurative sequences of growth than in numerical ones.

Keywords:

Mathematics; algebraic thinking; growing sequences; exploration tasks; strategies.

ÍNDICE GERAL

INTRODUÇÃO.....	1
PARTE I – PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA	4
1. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO	
1.º CEB	5
1.1. Caracterização do Contexto Socioeducativo	6
1.1.1. A Instituição	6
1.1.2. A Ação Pedagógica da Orientadora Cooperante	6
1.1.3. A Turma	7
1.2. Problematização dos Dados Recolhidos.....	8
1.2.1. Problemática e Objetivos Gerais	8
1.2.2. Estratégias Globais de Intervenção e Integração Curricular	8
1.2.3. Atividades Implementadas	9
1.2.4. Processos de Avaliação e Regulação	9
2. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO	
2.º CEB	11
2.1. Caracterização do Contexto Socioeducativo	12
2.1.1. A Instituição	12
2.1.2. A Ação Pedagógica dos Orientadores Cooperantes	12
2.1.3. As Turmas	13
2.2. Problematização dos Dados Recolhidos.....	14
2.2.1. Problemática e Objetivos Gerais	14
2.2.2. Estratégias Globais de Intervenção e Integração Curricular	14
2.2.3. Atividades Implementadas	15
2.2.4. Processos de Avaliação e Regulação	16
3. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS OS CICLOS.....	17
3.1. Desenvolvimento de competências dos alunos	18
3.2. Processos de organização e desenvolvimento do currículo.....	19
3.3. Relação pedagógica	20
3.4. Processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais	21
PARTE II – ESTUDO EMPÍRICO	23
1. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO	24
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
2.1. Pensamento Algébrico.....	28
2.1.1. Definição Pensamento Algébrico e Contexto Histórico	28
2.1.2. O Pensamento Algébrico e o Ensino de Matemática	30
2.1.3. O Pensamento Algébrico e a Utilização de Material Manipulável	32
2.2. Padrões	34

2.2.1. Sequências Figurativas de Crescimento.....	36
2.2.2. Sequências Numéricas de Crescimento.....	38
3. METODOLOGIA	40
3.1. Opções Metodológicas	41
3.1.1. Natureza do Estudo	41
3.1.2. Participantes e Critérios de Seleção	42
3.1.3. Técnicas de Recolha de Dados.....	42
3.1.4. Técnicas de Tratamento de Dados	43
3.2. Contexto	44
3.2.1. Modo de Implementação das Tarefas.....	44
3.2.2. Sequência das Tarefas	45
3.2.3. Princípios Éticos do Processo de Investigação	46
4. RESULTADOS	48
4.1. Análise Qualitativa	49
4.1.1. Tarefa 1	49
4.1.2. Tarefa 2	53
4.1.3. Tarefa 3	58
4.1.4. Tarefa 4	61
5. CONCLUSÕES	66
5.1. Estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências figurativas de crescimento	67
5.2. Estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências numéricas de crescimento	69
5.3. Evolução das estratégias utilizadas pelos alunos	70
REFLEXÃO FINAL	74
REFERÊNCIAS	78
ANEXOS	85
ANEXO A. Potencialidades, Fragilidades e Interesses dos alunos do contexto de 1.º CEB	86
ANEXO B. Estratégias globais de intervenção e integração curricular no contexto de 1.º CEB	89
ANEXO C. Potencialidades, Fragilidades e Interesses dos alunos do contexto de 2.º CEB – Turma A.....	91
ANEXO D. Potencialidades, Fragilidades e Interesses dos alunos do contexto de 2.º CEB – Turma B	93
ANEXO E. Estratégias globais de intervenção e integração curricular no contexto de 2.º CEB	95
ANEXO F. Tarefa de Exploração 1	97
ANEXO G. Tarefa de Exploração 2	100
ANEXO H. Tarefa de Exploração 3	103
ANEXO I. Tarefa de Exploração 4.....	106
ANEXO J. Tarefa de Exploração 5.....	109

ANEXO K. Tarefa de Exploração 6	112
ANEXO L. Consentimento Livre e Informado	115
ANEXO M. Resoluções dos alunos da 1. ^a tarefa.....	117
ANEXO N. Resoluções dos alunos da 2. ^a tarefa	121
ANEXO O. Resoluções dos alunos da 3. ^a tarefa	125
ANEXO P. Resoluções dos alunos da 4. ^a tarefa	128

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura M 1	Resolução do item 1	118
Figura M 2	Resolução 1 do item 2	118
Figura M 3	Resolução 2 do item 2	119
Figura M 4	Resolução do item 3	119
Figura M 5	Resolução do item 4	120
Figura M 6	Resolução do item 5	120
Figura N 1	Resolução do item 1	122
Figura N 2	Resolução do item 2	122
Figura N 3	Resolução do item 3	123
Figura N 4	Resolução do item 4	123
Figura N 5	Resolução do item 5	124
Figura O 1	Resolução do item 1	126
Figura O 2	Resolução do item 2	126
Figura O 3	Resolução do item 3	126
Figura O 4	Resolução do item 4	127
Figura P 1	Resolução do item 1	129
Figura P 2	Resolução do item 2	129
Figura P 3	Resolução do item 3	130
Figura P 4	Resolução do item 4	130

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1	Categorias analíticas	44
Tabela 2	Calendarização e origem da sequência de tarefas de exploração	46
Tabela 3	Síntese das estratégias utilizadas pelos alunos nas tarefas de exploração de sequências figurativas de crescimento.....	67
Tabela 4	Síntese das estratégias utilizadas pelos alunos nas tarefas de exploração de sequências numéricas de crescimento	69
Tabela 5	Síntese comparativa das estratégias utilizadas pelos alunos nas tarefas de sequências numéricas e figurativas de crescimento.....	71

LISTA DE ABREVIATURAS

ACNS	Adaptações Curriculares Não Significativas
AE	Aprendizagens Essenciais
CEB	Ciclo do Ensino Básico
DGE	Direção-Geral da Educação
DT	Diretor de Turma
ESELx	Escola Superior de Educação de Lisboa
IS	<i>International School</i>
Jl	Jardim de Infância
ME	Ministério da Educação
MEM	Movimento Escola Moderna
OC	Orientador Cooperante
PASEO	Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória
PEA	Projeto Educativo do Agrupamento
PES II	Prática de Ensino Supervisionada II
PI	Plano de Intervenção
PISAI	Plano Individual de Suporte à Aprendizagem e Integração
PIT	Plano Individual de Trabalho
TEA	Tempo de Estudo Autónomo
UC	Unidade Curricular

INTRODUÇÃO

| ' ' | | ' ' |

O presente relatório surgiu no âmbito da unidade curricular (UC) de Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), integrada no Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, pela Escola Superior de Educação de Lisboa (ESELx).

A PES II tem como principais finalidades desenvolver competências para a docência em 1.º e 2.º CEB, através de dois momentos de prática, um em cada ciclo de ensino dos mencionados e ainda a realização de um estudo de natureza investigativa. Além disso, é esperado que o aluno conceba e implemente propostas pedagógicas adequadas, compreenda o funcionamento de diferentes escolas, equacione diversos instrumentos de gestão curricular e reflita sobre a sua ação pedagógica. No 1.º CEB, a prática foi realizada numa turma de 3.º ano de escolaridade, enquanto que, no 2.º CEB, esta foi desenvolvida em duas turmas de 6.º ano.

O presente relatório encontra-se dividido em três partes principais: i) Prática de Ensino Supervisionada, que conta com a descrição sintética das práticas realizadas nos dois ciclos e a análise crítica das mesmas, ii) Estudo Empírico, no qual é apresentado o estudo desenvolvido e por fim a iii) Reflexão Final, que conta com o contributo das experiências na PES II, os contributos do processo investigativo no desenvolvimento de competências e a identificação de aspetos a melhorar na prática da docência.

Na primeira parte, foi realizada uma descrição sintética da prática desenvolvida no 1.º CEB e do 2.º CEB, em que são caracterizados os dois contextos e apresentadas as problemáticas desenvolvidas em cada. Além disso, esta parte conta ainda com uma análise crítica comparativa e reflexiva da prática ocorrida em ambos os ciclos.

Na segunda parte, é apresentado o estudo realizado, que decorreu da prática efetuada no 2.º CEB, com o intuito de *analisar o pensamento algébrico dos alunos na progressão do uso de estratégias em tarefas de exploração de sequências numéricas e figurativas de crescimento*. Tendo em consideração o objetivo geral definido, foram elaboradas três questões orientadoras, sendo estas: i) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências figurativas de crescimento?; ii) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências numéricas de crescimento?; e iii) De que forma evoluem as estratégias utilizadas pelos alunos em relação ao tipo de sequência?. Esta parte encontra-se dividida em cinco subtópicos, sendo estes: i) Apresentação do Estudo, no qual que é

definido o tema, objetivo geral e questões orientadoras do estudo; ii) Fundamentação Teórica, que apresenta uma explicitação dos conceitos relevantes para o desenvolvimento da investigação; iii) Metodologia, na qual é realizada uma caracterização dos participantes, a natureza do estudo, técnicas de recolha e tratamento dos dados e os princípios éticos deste processo; iv) Resultados, no quais é realizada uma análise qualitativa dos dados recolhidos; e v) Conclusões, que são dadas respostas às questões orientadoras, indo ao encontro do objetivo geral definido, e são apresentados os constrangimentos encontrados no decorrer da investigação.

Por fim, na última parte, é realizada uma reflexão final acerca do contributo das experiências em ambos os contextos de estágio, assim como do estudo realizado e de todo o processo investigativo, identificando os pontos essenciais para o meu desenvolvimento pessoal e profissional no exercício da docência.

PARTE I - PRÁTICA DE
ENSINO SUPERVISIONADA
| ' ' | | ' ' |

1. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA
PRÁTICA PEDAGÓGICA
DESENVOLVIDA NO 1.º CEB

| | ' ' | | ' ' |

1.1. Caracterização do Contexto Socioeducativo

1.1.1. A Instituição

A prática desenvolvida no 1.º CEB decorreu numa escola internacional, de ensino privado, na periferia da cidade de Lisboa. Esta instituição encontra-se inserida numa zona mista – residencial e empresarial – na qual, no meio envolvente é possível evidenciar infraestruturas de interesse, como indutoras de conteúdos no processo de ensino-aprendizagem, como equipamentos desportivos, culturais, funcionais, sociais e outros.

A escola tem uma oferta educativa nas valências de Jardim de Infância (JI), 1.º CEB, 2.º CEB, 3.º CEB e Secundário.

A missão da mesma passa por capacitar e motivar estudantes a alcançar a felicidade e o sucesso na sua vida adulta, assentando o ensino em quatro pilares: i) inovação, ii) felicidade, iii) responsabilidade e iv) resiliência.

1.1.2. A Ação Pedagógica da Orientadora Cooperante

No que concerne à ação pedagógica da professora Orientadora Cooperante (OC), salienta-se que a mesma era a professora titular da turma estando, portanto, responsável pelos diversos assuntos que envolvam a turma e sejam pertinentes à mesma. Desta forma, a OC teve o papel de informar os colegas das diferentes áreas curriculares relativamente à caracterização da turma, necessidades específicas de cada aluno e adaptações curriculares que possam existir.

Relativamente ao domínio pedagógico-curricular, a professora OC teve como responsabilidade proporcionar aos alunos situações em que estes puderam realizar uma aprendizagem significativa, colocando à prova os seus conhecimentos e capacidades. Para isto, tornou-se necessária a elaboração de atividades e momentos diversificados, com o recurso de materiais adaptados aos diferentes alunos, respeitando as suas fragilidades e potencialidades e partindo dos seus interesses.

No que diz respeito à ação pedagógica da OC, destaca-se que a mesma se rege maioritariamente pelo Movimento da Escola Moderna (MEM), sendo realizado um trabalho de aprendizagem cooperativa, que pretende contribuir para a formação democrática dos alunos enquanto cidadãos conscientes, através de pilares como o papel

ativo na educação, a existência de um contexto democrático, a implementação de circuitos de comunicação e a diferenciação pedagógica (MEM, s.d.). A ação pedagógica da OC baseou-se na realização de atividades diversificadas e adaptadas a cada aluno, com o uso de metodologias que lhes permitisse desenvolver a autonomia, curiosidade, comunicação e a aprendizagem como seres individuais e coletivos. Foi ainda utilizada de forma frequente a tecnologia digital, através de jogos lúdico-educativos, motivantes e fontes de informação e comunicação para atividades individuais ou em grupo.

No que toca à gestão dos conteúdos, a OC foi, em conjunto com as restantes docentes do mesmo grau de ensino, responsável pelo desenvolvimento do currículo e pela coordenação dos docentes que o colocam em prática.

No que concerne às relações entre professora-alunos, devo referir que um dos aspetos a ser realçados neste ponto passa pela definição de relações de empatia e afetividade entre todos. Desta forma, os alunos têm a oportunidade de realizarem aprendizagens significativas por existir um clima em sala de aula de confiança, incentivo e motivação, tornando o processo de ensino-aprendizagem de maior fruição (MEM, s.d.).

1.1.3. A Turma

A intervenção realizada incidiu numa turma de 3.º ano de escolaridade, constituída por 24 alunos, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos, sendo que existia um número equilibrado de rapazes e raparigas. Dois dos tinham nacionalidade brasileira, um angolana, dois chinesa e os restantes eram de nacionalidade portuguesa. Quanto ao nível sociocultural e económico (nível médio-alto), a turma era homogénea.

Relativamente a especificidades dos alunos, nove estavam abrangidos pelas Medidas Adicionais do Decreto-Lei 54/2018, apresentando diagnósticos como dislexia, perturbação da hiperatividade, défice de atenção, disgrafia, autismo, ansiedade, etc., tendo diversos tipos de acompanhamento. Durante o período de observação, os alunos foram caracterizados como curiosos, motivados e participativos no processo de ensino-aprendizagem, sendo que apresentaram competências de entajuda, cooperação, partilha e autonomia. No entanto, tratou-se de uma turma muito heterogénea em termos de ritmo de trabalho, que veio trazer um maior desafio e dificuldade para a gestão dos tempos e da turma. Além deste aspeto, no que toca a comportamentos, determinados elementos eram

considerados perturbadores, por apresentarem comportamentos desafiantes e de desatenção, que por vezes prejudicou o decorrer das aulas e atividades.

1.2. Problematização dos Dados Recolhidos

1.2.1. Problemática e Objetivos Gerais

Tomando por base as características da turma e do contexto, tornou-se essencial identificar as potencialidades, fragilidades e interesses dos alunos (cf Anexo A), para que se pudesse formular uma problemática adequada a desenvolver durante a prática.

Desta forma, a partir da análise do conjunto de potencialidades, de fragilidades e interesses dos alunos, neste contexto educativo, foi definida uma problemática que o par de estágio considerou relevante para a intervenção pedagógica a desenvolver na turma em questão, sendo esta: Desenvolver a gestão de problemas, promovendo competências de cooperação, colaboração e partilha.

A partir desta problemática, foram estabelecidos os objetivos gerais seguintes: i) Desenvolver competências de cooperação, colaboração e partilha e ii) Desenvolver competências de gestão de problemas.

1.2.2. Estratégias Globais de Intervenção e Integração Curricular

De acordo com a problemática definida e os objetivos gerais, foram estipuladas estratégias, tendo em conta a prática exercida pela OC. Um ponto importante passou pela continuação das diferentes rotinas semanais já estipuladas, de acordo com o método utilizado pela docente neste contexto.

Com o intuito de atingir os objetivos gerais, foram estabelecidas diversas estratégias para o período de intervenção, sendo que além destas, foram também definidas estratégias de integração com as diferentes áreas do currículo (cf. Anexo B). Foi ainda dado seguimento a diversas estratégias relativas às competências transversais que a OC já executava, tais como o encorajamento na realização de tarefas, com autonomia, de forma a promover a autoestima e a motivação dos alunos.

1.2.3. Atividades Implementadas

Ao longo do processo de intervenção, foram desenvolvidas diversas atividades, baseadas nas estratégias referidas anteriormente, de forma a atingir os objetivos estipulados. Assim, foram implementadas tarefas de exploração para abordar os diferentes conteúdos, acrescentando ainda momentos de discussão para a correção das tarefas. Isto permitiu a existência de momentos de discussão em grande grupo e em trabalho de grupo, pares ou individual, em que os alunos puderam expressar opiniões e dúvidas, mas também explicar à turma o seu raciocínio matemático utilizando linguagem mais próxima e simples, complementando com a abordagem do professor.

Nos momentos de Tempo de Estudo Autónomo (TEA), a realização de parcerias, quer com colegas, como com professores permitiu fomentar o trabalho autónomo, a cooperação e a interajuda do grupo turma. Foram ainda implementados jogos lúdico-didáticos, utilizando plataformas digitais (*Wordwall*, *Nearpod*, *Quizizz*, entre outros).

No que diz respeito aos processos e atividades diferenciadas, estas surgiram das dificuldades e condicionantes identificadas em cada aluno, assim como das fragilidades da turma. Desta forma, foi dada continuidade às medidas que se encontravam implementadas pela professora OC, assim como as que se encontravam especificadas no Plano de Intervenção dos respetivos alunos e as adaptações ao processo de avaliação, segundo o Artigo 28.º do Decreto-Lei 54/2018. Evidencia-se a discussão em grande grupo e a constante revisão dos conteúdos abordados, assim como o trabalho direcionado para os alunos no TEA, ao estabelecer parcerias com base nas dificuldades sentidas pelos alunos.

1.2.4. Processos de Avaliação e Regulação

A avaliação trata-se de um processo fundamental para que os professores possam refletir e adequar “as suas práticas às dificuldades de aprendizagem detectadas” (Barreira et al., 2006, p. 97) nos alunos.

Desta forma, a avaliação realizada ao longo da intervenção tomou como ponto de partida uma avaliação global inicial e a confrontação da mesma com os diferentes momentos de intervenção, que incluíram os momentos em que foram desenvolvidas

atividades. Além disso, foram aplicadas as estratégias de integração e intervenção, indo ao encontro dos objetivos estabelecidos no PI.

Ao longo de toda a intervenção, foi privilegiada a avaliação formativa contínua, através da continuidade dada ao trabalho e das rotinas estabelecidas pela professora OC. Esta avaliação tomou como base os trabalhos desenvolvidos pelos alunos, a participação dos mesmos em diferentes momentos, a realização de fichas de revisão e avaliação de conteúdos e a apresentação, quer de produções individuais, a pares e das realizadas pelos diferentes grupos de trabalho no trabalho de projeto. Além disso, foram ainda implementadas estratégias que permitiram aos alunos desenvolver a gestão de problemas, através da promoção de competências de cooperação, colaboração e partilha.

No que concerne às competências de cooperação, colaboração e partilha, os alunos desenvolveram um sentido de respeito pelo próximo, procurando ajudar os colegas com maiores dificuldades em determinadas áreas ou a colaboração e cooperação, que melhoraram quer ao longo da realização dos projetos de Estudo do Meio, como em momentos de parcerias no TEA.

Relativamente às competências de gestão de problemas, os alunos demonstraram uma melhoria na resolução de conflitos em momentos de Conselho de Turma, quer responsabilizando-se por atos negativos, como dando a sua opinião ou soluções, de forma a minimizar e extinguir certos conflitos. Assim, com o trabalho realizado, foi possível observar um desenvolvimento na maioria dos alunos, respeitante a este ponto.

De forma geral, os alunos apresentaram ainda uma progressão nas diferentes aprendizagens do currículo, atingindo os objetivos previamente estabelecidos. No entanto, importa salientar que determinadas fragilidades se mantiveram em alguns alunos, devendo por isso continuar a ser trabalhadas, de forma a serem colmatadas.

2. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA
PRÁTICA PEDAGÓGICA
DESENVOLVIDA NO 2.º CEB

|' '' | | ''

2.1. Caracterização do Contexto Socioeducativo

2.1.1. A Instituição

A prática desenvolvida no 2.º CEB decorreu numa escola de ensino público, inserida numa zona residencial, na periferia da cidade de Lisboa. A instituição trata-se da escola-sede de um agrupamento, com oferta educativa nas valências de JI, 1.º CEB, 2.º CEB e 3.º CEB. No meio envolvente, é possível verificar a existência de infraestruturas de interesse como indutoras de conteúdos no processo de ensino-aprendizagem, como equipamentos culturais, funcionais, sociais, desportivos e outros.

Relativamente ao Projeto Educativo do Agrupamento (PEA), foi possível evidenciar os objetivos, tendo por base a missão, os princípios e valores da instituição, sendo estes: i) proporcionar condições e recursos, que permitam o desenvolvimento sociomoral dos alunos; ii) proporcionar condições de igualdade, permitindo a aquisição de conhecimentos, capacidades e atitudes previstas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO, 2017); iii) promover a igualdade de oportunidades para todos; iv) aumentar a autonomia das crianças e alunos, numa sociedade em constante mudança (PEA, 2022).

2.1.2. A Ação Pedagógica dos Orientadores Cooperantes

Antes de mais, refere-se que a prática pedagógica decorreu em duas turmas do 6.º ano, do 2.º CEB, sendo que posteriormente, as mesmas serão designadas como A e B. Como tal, no que concerne à ação pedagógica do OC, a turma A teve um professor que lecionou as disciplinas de Ciências Naturais e Matemática e a turma B teve dois professores distintos – uma professora para a disciplina de Matemática e um professor para Ciências Naturais. O professor de Ciências Naturais da turma B, exerceu também o cargo de Diretor de Turma (DT) dessa turma.

O DT apresenta um papel importante de ligação entre os diversos elementos que compõem a comunidade escolar, destacando-se a relação escola-casa, visando os melhores interesses para os alunos. Como referido no n.º 1 do artigo 36.º do Decreto-Lei n.º 115-A/98, de 4 de maio, cabe ao DT a “organização, o acompanhamento e a avaliação das actividades a desenvolver com (...) os alunos [que] pressupõem a elaboração de um

plano de trabalho” (p. 11), que deve visar estratégias de diferenciação pedagógica e adequação curricular para a promoção da melhoria da aprendizagem.

Quanto à gestão do currículo, o DT é responsável pelo desenvolvimento do mesmo e da coordenação dos docentes que o colocam em prática, articulando todos os processos de desenvolvimento que envolvam os diferentes professores da turma. No concerne ao aluno, o DT tem como funções a transmissão de informação, a gestão das faltas, o desenvolvimento psicológico, a promoção do conhecimento e o desenvolvimento de normas, valores e atitudes, procurando construir o projeto curricular de turma e estabelecer a relação com os pais em ambiente escolar (Lopes, 2016).

No que concerne à ação pedagógica, na área da Matemática, o professor OC da turma A, baseou a sua prática no trabalho por núcleos, para realizar as diversas dinâmicas com a utilização de materiais. A OC da turma B realizou em determinados momentos trabalho de grupo, mas na sua maioria, as aulas foram expositivas, sendo que solicitou frequentemente a participação dos alunos para responderem a diversas questões. Relativamente à área das Ciências Naturais, o OC da turma A, recorreu sempre à realização de trabalho por núcleos e a utilização de materiais. Já na turma B, o OC realizou, na sua maioria, uma prática com trabalho realizado individualmente. Quanto aos recursos utilizados, os dois OC da turma B basearam a sua prática na utilização de apresentações *PowerPoint*, pequenos vídeos e os manuais das disciplinas. O OC da turma A utilizou apresentações *PowerPoint*, pequenos vídeos e materiais elaborados por si.

2.1.3. As Turmas

A intervenção incidiu em duas turmas do 6.º ano, do 2.º CEB. A turma A era constituída por 20 alunos, com número heterogéneo entre rapazes e raparigas. Já a turma B, era constituída por 21 alunos, com número equilibrado de rapazes e raparigas. Os alunos de ambas as turmas tinham idades compreendidas entre os 11 e os 13 anos, sendo que cada turma tinha a maioria dos alunos juntos desde o 1.º ano, do 1.º CEB. Na turma A, um tinha nacionalidade ucraniana, uma boliviana e os restantes eram portugueses. Quanto ao nível sociocultural e económico (nível médio), as turmas eram homogéneas.

Relativamente a especificidades, em ambas as turmas existiam alunos abrangidos pelas Medidas Adicionais do Decreto-Lei 54/2018 apresentando diagnósticos como

dislexia, perturbação da hiperatividade, défice de atenção, disgrafia, ansiedade, etc., tendo diversos tipos de acompanhamento. Durante o tempo de observação e a partir das conversas com os professores OC, em ambas as turmas foi possível verificar que os alunos eram muito distraídos e conversadores. Ainda assim, foram caracterizados como sendo curiosos e participativos, sendo que na turma A, os alunos apresentaram competências de entreatajuda, cooperação e partilha. Já na turma B, os alunos mostraram-se muito competitivos e com um maior ritmo de trabalho.

2.2. Problematização dos Dados Recolhidos

2.2.1. Problemática e Objetivos Gerais

Durante o período de observação e para que o par de estágio pudesse formular uma problemática adequada às turmas, a desenvolver durante a prática, tornou-se imperativo identificar as potencialidades, fragilidades e interesses dos alunos de cada turma (cf. Anexos C e D).

Assim, a partir da análise das potencialidades, fragilidades e interesses das duas turmas, foi definida uma problemática que o par de estágio considerou relevante para a intervenção pedagógica nas mesmas, sendo esta: Desenvolver a expressão oral e escrita promovendo competências de cooperação, colaboração e partilha. Foram ainda estabelecidos os objetivos gerais seguintes: i) Desenvolver a compreensão e expressão oral e escritas e ii) Desenvolver competências de cooperação, colaboração e partilha.

2.2.2. Estratégias Globais de Intervenção e Integração Curricular

De acordo com a problemática e os objetivos gerais estipulados, foram definidas estratégias, tendo em conta a prática exercida pelos OC. Um ponto de relevo foi o facto de em ambas as áreas curriculares, ter sido dado continuidade à Assembleia já em prática na turma A e que foi implementada na turma B na forma de revisão de conteúdos.

Com o intuito de atingir os objetivos gerais, foram estabelecidas diversas estratégias para o período de intervenção, sendo que além destas, foram também definidas estratégias de integração com as diferentes áreas do currículo (cf. Anexo E).

Foram ainda utilizadas estratégias relativas às competências transversais, tais como o encorajamento na realização de tarefas, com autonomia, de forma a promover a autoestima e a motivação dos alunos.

2.2.3. Atividades Implementadas

Com o objetivo de permitir que todos os alunos atingissem as aprendizagens, o par deparou-se com a necessidade de implementar estratégias e atividades que fossem diversificadas, motivantes e interessantes para aos alunos. Assim, relativamente aos diferentes momentos em sala de aula, estes incluíram a organização da sala num momento inicial, com a revisão de conteúdos (Assembleia), que permitiu verificar as aprendizagens efetuadas pelos alunos e quais eram necessárias reforçar. A introdução de novos conteúdos foi realizada através de textos informativos, vídeos, pesquisa no manual e tarefas de exploração, tendo tido esta prática o objetivo de consolidar as aprendizagens partindo dos conhecimentos prévios dos alunos. Para a consolidação das novas aprendizagens, foram realizadas fichas de trabalho em núcleos de trabalho ou pares, em que as estagiárias circularam pela sala auxiliando os alunos a superar as suas dúvidas, e de registo escrito dos novos conteúdos com imagens, esquemas e desenhos, permitindo a visualização. Além disso, os registos foram construídos com os alunos através do questionamento, trabalhando a comunicação.

As tarefas de exploração e fichas de trabalho foram realizadas com recurso a diferentes materiais manipuláveis, de forma a auxiliar o raciocínio e a capacidade de abstração. Foram ainda implementadas discussões sobre os diferentes conteúdos, como forma de introdução e para discutir as diferentes tarefas e atividades.

No que concerne aos processos e atividades diferenciadas, surgiram das dificuldades e condicionantes identificadas em cada aluno, assim como das fragilidades das turmas. Assim, foi dada continuidade às medidas que se encontravam implementadas pelos OC, assim como as que se encontravam especificadas no Plano Individual de Suporte à Aprendizagem e Integração (PISAI), nas Adaptações Curriculares Não Significativas (ACNS) e nas adaptações ao processo de avaliação, segundo o Artigo 28.º do Decreto-Lei 54/2018. Relativamente à construção dos testes de avaliação, as diferenciações tiveram por base os documentos referenciados anteriormente e passaram

pela simplificação da linguagem do enunciado, aumento do tamanho de fonte da letra, impressão numa página por folha, colocar a negrito a ação pretendida em cada questão, tradução do teste para inglês, entre outros.

2.2.4. Processos de Avaliação e Regulação

A avaliação deve ser centrada no aluno e com base em objetivos que este pode alcançar. Além disso, é necessário ter em consideração diferentes fatores, como o contexto, os intervenientes, os recursos e as estratégias a utilizar. Desta forma, a avaliação surge como um instrumento de regulação do processo de ensino-aprendizagem (Barreira et al., 2006).

A avaliação teve por base uma avaliação global inicial e os diferentes momentos de intervenção nos quais eram desenvolvidas atividades que iam ao encontro dos objetivos definidos no PI. Assim, a avaliação deu-se através da análise documental e da observação direta, associadas às atividades e estratégias propostas, a partir dos objetivos definidos. Ao longo do processo de intervenção foi privilegiada a avaliação formativa, dando continuidade ao trabalho implementado pelos professores OC, e teve em conta os trabalhos desenvolvidos pelos alunos, a participação nos diferentes momentos e a realização de testes parciais e teste globais.

Na componente de Matemática, desenvolveram-se conteúdos relacionados com Álgebra, bem como as capacidades matemáticas do raciocínio matemático, resolução de problemas e comunicação matemática. No que diz respeito ao raciocínio matemático, foi possível observar uma melhoria significativa do mesmo ao longo das diferentes tarefas, onde era pedido que justificassem as suas respostas existindo confrontação entre as diferentes resoluções e explicações.

Foi então concluído que, de forma geral, os alunos apresentaram um desenvolvimento e progressão nas aprendizagens das diferentes didáticas do currículo, tendo atingido os objetivos definidos. No entanto, deve realçar-se que determinadas fragilidades em alguns alunos se mantiveram e que devem continuar a ser trabalhados para possibilitar o seu desenvolvimento através de um apoio mais direcionado, contínuo, sistemático e diversificado ao longo do seu processo de ensino-aprendizagem.

3. ANÁLISE CRÍTICA DA
PRÁTICA OCORRIDA EM
AMBOS OS CICLOS

|' '' | | ''

O presente capítulo centra-se na análise crítica reflexiva da prática desenvolvida, quer no 1.º CEB, como no 2.º CEB. Foi procurado realizar um confronto das experiências vividas nos dois contextos de estágio, tendo sempre em consideração as diferenças sentidas em cada. Um dos contextos, de 1.º CEB, realizou-se numa instituição de ensino privado, que estruturava a sua ação de acordo com o MEM. Já o outro, de 2.º CEB, realizou-se numa escola pública, em que era dada liberdade para que cada docente gerisse o currículo e adotasse as estratégias que considerasse mais adequadas.

Como tal, de forma a estruturar esta análise, este capítulo encontra-se dividido em quatro pontos, sendo estes: i) Desenvolvimento de competências dos alunos; ii) Processos de organização e desenvolvimento do currículo; iii) Relação Pedagógica e iv) Processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

3.1. Desenvolvimento de competências dos alunos

O desenvolvimento de competências dos alunos toma por base o trabalho desenvolvido durante a prática pedagógica, assim como o contexto em que os alunos se encontram inseridos. Desta forma, as práticas realizadas durante as intervenções em ambos os ciclos, foram ao encontro dos conteúdos inseridos nas diferentes áreas curriculares, tendo os objetivos traçados na fase de realização do Plano de Intervenção (PI) sido atingidos na sua maioria.

Um aspeto a realçar durante a prática, foi o tempo dado aos alunos para que estes desenvolvessem os conhecimentos acerca de um determinado conteúdo e o ritmo de trabalho dos mesmos. Assim, aos alunos do 3.º ano, apesar de apresentarem um ritmo de trabalho muito elevado, foi-lhes dado mais tempo para que estes assimilassem os conteúdos e desenvolvessem competências nas diferentes áreas. Além disso, estes alunos demonstraram um grande grau de participação, curiosidade, interesse e responsabilidade nas diversas tarefas propostas.

No que respeita às duas turmas de 6.º ano, uma delas – turma A – apresentava menor ritmo de trabalho, sendo-lhes dado mais tempo e utilizadas diferentes estratégias para a aquisição de novos conhecimentos e desenvolver competências nas duas áreas abordadas (Ciências Naturais e Matemática). Os alunos tinham ainda poucos hábitos de estudo autónomo fora da escola, pelo que rotinas de revisão inicial dos conteúdos

abordados anteriormente assumiram um papel muito importante no decorrer da prática. Já a turma B tinha maior ritmo de trabalho e os conteúdos eram abordados de forma mais acelerada, com menos tempo dado aos alunos para que estes os pudessem trabalhar de forma consistente. Assim, tornou-se relevante nesta turma a implementação da rotina inicial de revisão de conteúdos e de dinâmicas de trabalho que permitissem desenvolver competências nas diferentes áreas.

3.2. Processos de organização e desenvolvimento do currículo

Relativamente aos processos de organização e desenvolvimento do currículo, foi onde pude sentir mais diferenças entre cada turma dos dois contextos. Na turma do 3.º ano, a professora OC lecionava as disciplinas de Português, Matemática e Estudo do Meio, sendo as restantes lecionadas por professores específicos e em inglês, por se tratar de ensino bilíngue. Salienta-se ainda que os alunos permaneciam na mesma sala na maioria do tempo, sendo que as disciplinas de Artes Visuais, Música, Educação Física e Teatro eram lecionadas em salas específicas. Para além disto, a direção de turma foi atribuída à professora OC, sendo a ela que os Encarregados de Educação e alunos recorriam sempre que necessário. Neste contexto, a professora teve a oportunidade de acompanhar a turma por um maior período de tempo, permitindo a observação completa, detalhada e aprofundada sobre o desenvolvimento da turma, de forma a formular estratégias adequadas relativamente ao currículo e à gestão do grupo turma.

A responsabilidade pela organização quer do currículo, como dos espaços e materiais nesta turma foi atribuída tanto à professora, como aos alunos, pelo facto da ação pedagógica seguir o modelo do MEM. Assim, conforme é defendido pelo MEM (s.d.), a formação dá-se de uma forma democrática, em que os alunos assumem um papel central na gestão do currículo. Além disso, este modelo (MEM, s.d.) defende a ideia da colaboração entre os educandos e o professor para o planeamento quer dos diferentes momentos, como da gestão dos objetivos definidos.

Assim sendo, foi dada continuidade à prática e metodologia desenvolvida pela professora OC, mantendo as diversas rotinas que já haviam sido estabelecidas e implementadas diversas atividades que tiveram como principais objetivos o trabalho em

cooperação, colaboração e partilha com os pares, o desenvolvimento da comunicação e a aquisição de ferramentas para a gestão de problemas.

No contexto de 2.º CEB, a direção de turma era atribuída a um dos professores da turma, sendo que, em ambas as turmas observadas, as aulas eram lecionadas em regime de pluridocência, existindo um planeamento das mesmas, conforme os horários de cada turma e professor.

Neste contexto, em uma das turmas (turma B), imperava uma metodologia de ensino mais tradicional, que se baseava na exposição de conteúdos e mais centrado na figura do professor. Por outro lado, na turma A, o professor seguia uma metodologia mista, em que utilizava determinados pilares do MEM para desenvolver os diversos conteúdos, como as dinâmicas de trabalho curricular em interlocução coletiva, a organização e gestão cooperativa em conselho e o trabalho autónomo e acompanhamento individual (MEM, s.d.).

Desta forma, o par de estágio considerou manter as linhas seguidas pelo professor OC da turma A e implementar na turma B um método que fosse ao encontro do utilizado na primeira. Foram então implementadas tarefas que tivessem por base o desenvolvimento de objetivos relacionados com a compreensão e expressão oral e escritas e as competências de cooperação, colaboração e partilha.

3.3. Relação pedagógica

O ambiente e os indivíduos presentes na comunidade escolar determinam o tipo de interações que se desenvolvem num determinado contexto. Freire-Ribeiro e Mesquita (2020, p. 16) defendem que as “regras de funcionamento e de convivência estão intrinsecamente relacionadas com o ambiente da sala de aula, assim como o desvio à norma e a fuga ao que está estipulado”.

Os mesmos autores citam Estrela (2002) para definir o conceito de relação pedagógica como o contacto estabelecido no decorrer da prática pedagógica, entre o professor, os alunos e a turma. Assim, este conceito assume uma dimensão além do saber, incluindo a dimensão social de valores e princípios. Para tal, torna-se necessário analisar o clima em sala de aula, no que se refere às interações professor-aluno e à gestão de situações na mesma.

Um aspeto de salientar relativamente aos dois contextos em que me encontrei a realizar a PES II é a diferença das relações interpessoais vividas em sala de aula em 1.º CEB e 2.º CEB, quer entre professor-aluno, como aluno-aluno. No 1.º CEB foi possível evidenciar uma relação mais próxima entre os alunos e a professora, uma vez que, dado o tempo que passam juntos em sala de aula, torna-se na figura central, com um papel determinante nas diversas dinâmicas internas da turma. Além disto, é esperado que transmita aos alunos valores essenciais e que assuma um papel de educador numa perspetiva global, com o intuito de formar cidadãos capazes, atentos e ativos, num mundo em constante mudança. No que concerne às relações entre alunos, foi visível a gestão de conflitos diários ainda numa fase de desenvolvimento, sendo que as Assembleias e os Conselhos de Turma assumiram um papel determinante para encontrar mecanismos e ferramentas úteis para a vida futura destes alunos.

No 2.º CEB, pude assistir a uma relação professor-aluno mais distante, pela existência de diferentes professores conforme a disciplina, que tinha como consequência cada um estar menos tempo com a turma. Ainda assim, foi possível verificar que o diretor de turma tinha um papel mais próximo aos alunos, também devido ao papel que assumia perante os mesmos, com a função de resolver conflitos, gerir o grupo, passar valores e educação. Quanto às relações aluno-aluno, verifiquei uma maior proximidade e cumplicidade entre os alunos deste ciclo de ensino, que quer durante as aulas, como os recreios, passavam a maioria do tempo juntos.

3.4. Processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais

No que diz respeito a este ponto, Fernandes (2022, p. 72) defende o seguinte:

A avaliação e o ensino são empreendimentos humanos que se desenvolvem através das interações sociais que se estabelecem entre os alunos e entre estes e os seus professores e, nesse sentido, não são meras técnicas que se aplicam independentemente dos contextos em que se trabalha; por conseguinte, as práticas pedagógicas têm sempre de ser pensadas e planeadas, não se desenvolvendo através de qualquer tipo de prescrições ou receituários prontos a usar.

O mesmo autor defende que a avaliação se deve encontrar ligada a cinco processos, de forma a tornar-se no referido acima, sendo estes: i) a utilização de formas de avaliar mais diversificadas; ii) a participação ativa dos alunos nos processos de ensino e de aprendizagem; iii) a participação ativa dos alunos nos processos de avaliação; iv) a utilização de formas de classificar mais transparentes, justas e com significado e v) o reconhecimento de que as práticas de avaliação estão fortemente relacionadas com as aprendizagens dos alunos (Fernandes, 2022).

Assim, na turma de 3.º ano, a avaliação era sumativa e formativa, dando um maior destaque à avaliação formativa. Eram analisadas as aprendizagens dos alunos através do Plano Individual de Trabalho (PIT) e todas as dinâmicas e atividades realizadas, como tarefas de exploração, projetos de grupo, produções orais e escritas, jogos em plataformas *online* como o *Wordwall*, o *Nearpod* ou o *Quizizz*, fichas de revisão e fichas de avaliação.

Nas duas turmas de 6.º ano, a avaliação sumativa teve um maior papel de destaque no que concerne à avaliação dos alunos, ainda que houvesse uma avaliação formativa ao longo do desenvolvimento dos semestres. Fizeram parte da avaliação formativa as tarefas de exploração, fichas de trabalho e discussão dos conteúdos. Por outro lado, para avaliar de forma sumativa, eram realizados testes de avaliação e questões aula relativas a diversas aprendizagens.

PARTE II - ESTUDO EMPÍRICO

| | ' ' | | ' ' |

1. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

|' '' | | ''

Com o intuito de definir um objeto de estudo – tema – as autoras Sousa e Baptista (2011) defendem que o investigador deve ter em conta três critérios, sendo estes a familiaridade do objeto de estudo, a afetividade e a exequibilidade. O primeiro está ligado à experiência de trabalho anterior do investigador, em que é defendido que este deve elaborar um estudo que parta de uma área mais familiar para si. O segundo critério refere-se à motivação pessoal, sendo recomendado selecionar um tema que esteja dentro do seu gosto pessoal. Por fim, o terceiro critério refere-se aos meios necessários para realizar a investigação, isto é a antevisão do que será necessário, assim como a facilidade em obtê-los. Desta forma, o tema do presente estudo foi selecionado tendo em consideração os critérios de avaliação de problemas de investigação enunciados pelas autoras acima mencionadas, tal como explicito no final da presente secção.

O estudo concretizado tem como objeto as sequências numéricas e figurativas de crescimento, sendo importante realçar que o tema selecionado se insere na disciplina de Matemática, no 6.º ano, do 2.º CEB e relaciona-se com os objetivos definidos nas AE (2021) e no PASEO (2017).

Mediante a definição do tema foi elaborado um objetivo geral para a presente investigação, que corresponde à seguinte problemática:

- **Analisar o pensamento algébrico dos alunos na progressão do uso de estratégias em tarefas de exploração de sequências numéricas e figurativas de crescimento.**

Tendo em consideração o objetivo geral definido para a investigação, foram elaboradas três questões orientadoras deste estudo:

- i) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências figurativas de crescimento?
- ii) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências numéricas de crescimento?
- iii) De que forma evoluem as estratégias utilizadas pelos alunos em relação ao tipo de sequência?

Ao longo da realização do estudo, estas questões foram sofrendo alterações, com o intuito de ir ao encontro do objetivo geral definido para a presente investigação.

Este estudo partiu da minha motivação, dos contextos onde tive a oportunidade de realizar a PES, em que o conteúdo das sequências foi sempre abordado e trabalhado com grande entusiasmo por parte dos alunos.

Além disso, o facto da importância da realização de tarefas associadas a sequências numéricas e de crescimento assumir um papel de destaque no desenvolvimento do pensamento algébrico suscitou o meu interesse para o estudo deste tema. Por fim, no que concerne ao critério da exequibilidade, tive em consideração o tempo disponível para a recolha e análise dos dados, que permitiram desenvolver o presente estudo com maior solidez.

Além dos critérios apresentados, realça-se ainda a pertinência do estudo comparativo entre a natureza das sequências, pelo carácter inovador que apresenta devido ao facto de ser uma temática que não foi ainda estudada de modo aprofundado em Portugal.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

| ' ' | | ' ' |

2.1. Pensamento Algébrico

2.1.1. Definição Pensamento Algébrico e Contexto Histórico

De acordo com Smith (2003, citado por Billings et al., 2007), a álgebra é frequentemente entendida como o estudo de sistemas de símbolos, associado a manipulações de equações, com o intuito de resolver problemas ou as mesmas, através de operações que se relacionam entre si por determinadas propriedades. Neste âmbito, as grandezas são representadas por letras. Atualmente, há um conceito muito mais amplo de álgebra, como indicarei no final da presente secção, não se restringindo ao estudo de equações, mas incidindo centralmente nas relações matemáticas abstratas expressas por generalizações (Kaput, 2008).

Ao longo da evolução da matemática, a álgebra como a conhecemos atualmente, passou por diferentes períodos, sendo que Harper (1987) destacou três principais: i) Álgebra Retórica, ii) Álgebra Sincopada e iii) Álgebra Simbólica. O mesmo autor defende que a Álgebra Retórica corresponde a um período até à época do matemático grego Diofanto de Alexandria, cerca de 250 d.C.. Nesta, os argumentos matemáticos eram escritos à mão, não existindo símbolos que representassem o desconhecido.

Nos seus estudos, Diofanto de Alexandria introduziu a utilização algébrica de letras, para representar quantidades desconhecidas, resolvendo equações lineares, com uma e duas incógnitas, mas apenas com um símbolo. Mais tarde, até ao final do século XVI, esta ideia foi evoluindo, com a introdução de diferentes letras, para representar diversas incógnitas, com o intuito exclusivo de descobrir o verdadeiro número representado por uma determinada letra. Desta forma, no segundo período da álgebra – entre 250 d.C. e 1600 d.C. – foram sendo descobertos novos tipos de equações (quadráticas e cúbicas), cujas soluções correspondiam apenas a valores numéricos. Collis (1975, citado por Harper, 1987) defende que era aceite a falta de uma conclusão das equações, já que a todas as letras era atribuído um valor numérico e não era apresentada uma solução geral, com letras.

Por fim, no início do século XVII, iniciou-se o terceiro período – Álgebra Simbólica – no qual o matemático francês Viète introduziu a utilização de letras para representar quantidades conhecidas, correspondendo ao “conceito de número algébrico”

ou “conceito de número simbólico” (Harper, 1979; Klein, 1979, citados por Harper, 1987, p. 78).

Como podemos constatar, esta evolução desde a álgebra retórica até à álgebra simbólica, correspondeu a um período de tempo de mais de 1500 anos. No entanto, mais recentemente, a álgebra tem vindo a sofrer uma mudança de perspetiva, na medida em que, de acordo com Kieran (2007), passou a ser considerada não apenas um conjunto de procedimentos envolvendo símbolos, mas como uma atividade de generalização, que dota um indivíduo de um conjunto de ferramentas, que lhe permite representar e generalizar diferentes relações matemáticas, padrões e as regras envolvidas. Assim, o conceito de álgebra passou a ser entendido não só como uma técnica, mas também numa forma de pensar e raciocinar sobre situações matemáticas.

O pensamento algébrico consiste no processo em que “os alunos generalizam ideias matemáticas, tomando como ponto de partida situações específicas, definem essas generalizações através da argumentação e exprimem-nas de formas cada vez mais formais e adequadas à idade” (Blanton & Kaput, 2005, p. 413). Além disso, é dada ênfase à análise de alterações, à generalização de relações entre quantidades e à representação dessas relações matemáticas, de diferentes modos (NCTM, 2000, citado por Billings et al., 2007).

Existem diversas formas que o pensamento algébrico pode assumir, sendo estas: i) a utilização da aritmética para expressar e estabelecer generalizações; ii) a generalização de padrões numéricos, com o intuito de caracterizar relações funcionais; iii) a manipulação para expressar e estabelecer generalizações; e iv) a generalização de sistemas matemáticos, dissociados de cálculos ou relações (Kaput, 1998; 1999, citado por Blanton & Kaput, 2005).

Desta forma, o desenvolvimento do pensamento algébrico proporciona uma diversidade de ferramentas úteis, que nos permitem representar e generalizar diferentes situações matemáticas e relações estabelecidas. Tal como Kieran (2007, p. 5) afirma, a álgebra não deve ser apenas vista de uma perspetiva técnica, mas sim como “uma forma de pensar e raciocinar acerca de situações matemáticas”.

2.1.2. O Pensamento Algébrico e o Ensino de Matemática

O ensino da álgebra, tem vindo a ser muito estudado e criticado nas últimas décadas, pelo contraste existente entre a conceção geral da álgebra e a do pensamento algébrico, que advém da imagem tradicional do ensino da mesma, com mais de um século (Kaput, 1999). O mesmo autor defende que a álgebra em contexto escolar tem vindo a ser ensinada através de um conjunto de técnicas e procedimentos afastadas do contexto real das vivências e contextos dos alunos.

Nos últimos anos, a análise das práticas dos docentes em sala de aula, tem vindo a ganhar destaque, pelo papel fundamental que apresentam na construção do saber dos alunos (Duarte, 2012). Ainda assim, Canavarro e Ponte (2005) afirmam que apesar do que se encontra estipulado como currículo nos documentos curriculares oficiais escritos, o que acontece em sala de aula assume uma certa distância dos mesmos, devido às diversas influências dos contextos e vivências dos atores envolvidos no processo de ensino-aprendizagem. “O professor é um agente decisivo na concretização do currículo” (Canavarro & Ponte, 2005, p. 5), já que é ele que analisa e reflete acerca do mesmo, individualmente ou em colaboração com outros docentes, elaborando propostas ricas e envolventes para os alunos, num determinado contexto.

O tema da álgebra tem vindo a assumir um destaque nos documentos orientadores da prática docente, sendo que no mais recente (AE, 2021), durante o 1.º CEB este é trabalhado com o intuito de valorizar “a capacidade de conjecturar, reconhecer e exprimir relações e generalizações” (p. 10). Já no 2.º CEB este tema sofre uma alteração, para o “desenvolvimento do pensamento algébrico e da comunicação com recurso a representações simbólicas, nomeadamente a escrita de expressões algébricas, no contexto de situações que favoreçam a atribuição de significado às letras” (p. 10). Desta forma, os alunos são levados a generalizar e representar simbolicamente situações matemáticas e não matemáticas, assim como ao desenvolvimento do discurso argumentativo de ideias matemáticas.

Para tal, Clark e Peterson (1986, citados por Duarte, 2012) defendem que uma das etapas fundamentais ao processo de ensino-aprendizagem passa pelo “pensamento, planeamento e tomada de decisão dos professores” (p. 3), já que é através destas etapas

que os docentes têm a oportunidade de interpretar o currículo e conteúdos, adaptar e criar um modelo pedagógico adequado ao contexto em que se encontra inserido, de forma a proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa.

A aquisição e o desenvolvimento do pensamento algébrico, encontra-se dependente de seis capacidades matemáticas que os alunos devem aperfeiçoar e dominar: i) generalização, ii) abstração, iii) pensamento analítico, iv) pensamento dinâmico, v) modelação e vi) organização (Lew, 2004, citado por Kieran, 2007). Outros autores defendem esta ideia, tal como Love (1986, citado por Kieran, 2007) afirmando que o facto de o aluno se tornar consciente e ser capaz de utilizar estas capacidades, é o que define o pensamento algébrico.

Para que tal possa acontecer, devem então ser promovidas atividades previamente selecionadas, de forma a promover um ambiente cativante e motivador aos alunos, em que seja promovida não só a exploração de diferentes objetos de estudo, assim como uma discussão acerca das ideias matemáticas (Carpenter et al., 2003, citados por Kieran, 2007). As respostas dos alunos e a discussão realizada são definidas pela natureza das tarefas propostas, sendo que através das mesmas, os alunos têm a oportunidade de explorar conteúdos, processos e relações, estabelecendo novas conexões matemáticas (Doyle, 1983; Smith & Stein, 1998, citados por Kieran, 2007).

Estas discussões permitem a partilha de ideias, através do discurso argumentativo, sendo que devem ser colocados em prática cinco patamares, de forma a promover uma discussão eficaz: i) antecipar possíveis respostas e raciocínios dos alunos e raciocínios; ii) monitorizar e acompanhar os alunos no desenvolvimento da fase de exploração da tarefa; iii) selecionar os alunos que irão partilhar os raciocínios e ideias matemáticas, tomando como base os objetivos estabelecidos com a realização da tarefa; iv) sequenciar, estabelecendo a ordem das respostas que os alunos irão apresentar; e v) estabelecer conexões entre as diferentes respostas dos alunos e entre estas e ideias matemáticas (Stein et al., 2008).

Além destas etapas de promoção de tarefas motivadoras e desafiantes e de promoção de discussões acerca das mesmas, Peressini e Knuth (2000) sugerem ainda uma sexta etapa, sendo esta a reflexão acerca das tarefas e da discussão produzida, com o intuito de maximizar a atividade e a compreensão matemática dos alunos.

Tomando como base a caracterização do pensamento algébrico, Kaput (2008) refere dois aspetos que considera essenciais, sendo estes i) a generalização e a sua expressão de acordo com sistemas de símbolos cada vez mais convencionais e ii) o raciocínio e a ação sobre os sistemas de símbolos organizados, dentro das generalizações efetuadas. Smith (2008) relaciona os aspetos apresentados com dois tipos de pensamento algébrico – o pensamento representacional e ao pensamento simbólico, respetivamente – sendo que o primeiro está associado aos processos mentais utilizados para a criação de significados de sistemas representacionais; por sua vez, o pensamento simbólico relaciona-se com a forma como um indivíduo compreende e utiliza o sistema de símbolos e as suas regras, focando-se apenas nos símbolos.

Estes dois tipos de pensamento algébrico assumem um papel preponderante, de acordo com diversos autores (Kaput, 2008; Warren & Cooper, 2008), ao serem associados ao estudo da matemática, já que esta se baseia nas relações e transformações que originam padrões e generalizações.

2.1.3. O Pensamento Algébrico e a Utilização de Material Manipulável

Frequentemente é difundida a ideia de que os materiais manipuláveis em contexto de sala de aula têm como único objetivo a motivação dos alunos para uma determinada tarefa ou conteúdo, pelo facto de se tornar apelativo para os mesmos (Moyer, 2001). No entanto, Oliveira et al. (2012) defendem a utilização de materiais manipuláveis “como uma ferramenta para pensar sobre a situação, apoiar o raciocínio dos alunos e a comunicação matemática” (p. 568).

A utilização deste tipo de materiais promove a utilização de diferentes sentidos que podem favorecer o envolvimento dos alunos na aprendizagem de conteúdos, assim como facilitar a compreensão de conceitos e ideias matemáticas (AE, 2021). Ainda assim, Matos e Serrazina (1996) defendem a ideia de que a utilização dada a estes materiais, resulta em diferentes aprendizagens, isto é, os objetos podem ser utilizados como objeto de comunicação por parte do professor, ou para a manipulação por parte dos alunos, de acordo com uma tarefa proposta. Além disso, para que haja o desenvolvimento de ideias e conceitos matemáticos, torna-se fundamental a existência de momentos de reflexão acerca do trabalho desenvolvido (AE, 2021).

Diversos autores sustentam a ideia de que a manipulação de materiais e as diferentes estratégias utilizadas no processo de ensino-aprendizagem, permitem incentivar os alunos a formular suposições e a estabelecer generalizações, através da definição de relações entre diversas ideias matemáticas (Blanton & Kaput, 2005; Canavarro, 2007), que constituem pontos fundamentais ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Para que isto aconteça, Warren e Cooper (2008) consideram que deve ser envolvida a compreensão da estrutura da matemática, expressa por linguagem e gestos, recorrendo a materiais e a diferentes representações concretas.

A utilização de tarefas de exploração em matemática para o desenvolvimento do pensamento algébrico, tem vindo a ganhar grande destaque, sendo que a utilização de materiais manipuláveis ganha um grande significado (Oliveira et al., 2012). Estes permitem aos alunos a utilização de uma linguagem matemática cada vez mais correta, através da “construção sólida e gradual de bases matemáticas [que tornam] o trabalho matemático mais simples e significativo” (Damas et al., 2010, citado por Nunes & Rodrigues, 2016, p. 68).

Para que esta construção do pensamento algébrico se dê de uma forma completa, Kelly (2006) defende que devemos ter em consideração quatro pontos-chave: i) o professor deve referir-se aos materiais manipuláveis como ferramentas que ajudam os alunos a aprender matemática de uma forma eficiente e eficaz e não como brinquedos; ii) ao introduzir os materiais, o professor deve apresentar as regras e objetivos relativos à utilização dos materiais para a aprendizagem; iii) os materiais devem ser frequentemente manipulados pelo professor, para que os alunos compreendam a utilidade na resolução de tarefas e na comunicação matemática; e iv) os materiais devem ser integrados de forma contínua num contexto de trabalho exploratório. Será, contudo, de garantir que os alunos tenham oportunidade de usar os materiais manipuláveis, não se limitando a observar o seu uso por parte do professor.

Além destes pontos, Oliveira et al. (2012) apresentam quatro etapas, as quais devem ser consideradas, aquando da utilização de materiais manipuláveis, sendo estas: i) Antecipação do uso de recursos didáticos; ii) O uso de recursos didáticos na introdução da tarefa; iii) O uso de recursos didáticos como apoio à realização da tarefa e à

apresentação das resoluções dos alunos; e iv) Reflexão sobre o papel dos recursos nas estratégias de resolução dos alunos.

A primeira etapa é relativa à escolha dos materiais a serem utilizados numa determinada tarefa, assim como o modo como irão ser utilizados. Nesta, os mesmos autores referem a importância de planear a sequência a ser aplicada em sala de aula, pensar nos materiais, articulando-os com a tarefa proposta, antecipar a sua utilização por parte do professor e prever diferentes estratégias e questões que possam surgir dos alunos.

No que concerne à segunda etapa, esta tem o intuito de apresentar o material aos alunos, relacionando-o com a tarefa proposta e manipulando-o com a turma. Neste ponto, Oliveira et al. (2012) defendem a ideia de que é fundamental que os alunos sejam capazes de compreender a situação exposta na tarefa, discutindo-a, antes de começar a dar resposta às questões apresentadas na mesma.

Relativamente à terceira etapa, é destacada a importância dada à manipulação dos materiais para que os alunos compreendam diferentes ideias matemáticas e as consigam generalizar. Para isso, o uso de materiais manipuláveis torna-se fundamental para que os alunos possam explorar e pensar, desenvolvendo o raciocínio matemático. Salientar ainda o papel da sua utilização para a apresentação de explicações e ideias matemáticas dos alunos, justificando os seus raciocínios (Oliveira et al., 2012).

Por fim, relativamente à quarta e última etapa, Oliveira et al. (2012) consideram-na uma etapa fundamental na prática de qualquer professor, já que permite rever determinadas estratégias implementadas, raciocínios apresentados e pontos a melhorar para que a utilização dos materiais manipuláveis e a escolha das tarefas seja o mais adequado possível aos alunos.

2.2. Padrões

Vale e Pimentel (2013) destacam a importância da introdução do desenvolvimento do pensamento algébrico a partir dos primeiros anos de escolaridade, pela interligação de conceitos matemáticos, que promovam a realização de conexões, com o intuito de “atribuir significado a ideias matemáticas relevantes” (p. 108). As mesmas autoras defendem a realização de tarefas baseadas na exploração de padrões, por permitirem a

mobilização de conceitos fundamentais na matemática, bem como diferentes tipos de representação e estratégias, e por serem desafiantes.

Na vida quotidiana, o ser humano é levado constantemente, de forma inconsciente, à descoberta, interpretação e até à formação de padrões e regularidades. O conceito de padrão foi definido por Vale et al. (2006) como a “disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades” (p. 2). Estes autores defendem ainda que o objetivo e essência da matemática passa por descobrir regularidades, procurar padrões, relações e relacioná-las com a sua estrutura (Davis e Hersh, 1995; Balmond, 2000, citados por Vale et al., 2006).

Vale e Pimentel (2013) defendem a ligação do significado do conceito de padrão, às transformações geométricas e contextos numéricos, assumindo uma estreita relação com o conceito de regularidade. É então possível definir o termo padrão ou regularidade do seguinte modo: “Padrão ou regularidade é uma relação discernível, apreendida de modo pessoal, num arranjo de qualquer natureza, através de um processo mental que pode ser partilhado, e que corresponde a uma estrutura traduzível por uma lei matemática” (Pimentel & Vale, 2012, p. 33)

Podemos considerar a existência de dois tipos de padrões, que apresentam um início, mas não um fim, sendo estes: padrão de repetição e padrão de crescimento (Nunes & Rodrigues, 2016). Desta forma, o primeiro está relacionado com a unidade de repetição, que pode ser identificada e ao ser repetida de forma contínua, permite verificar a formação de um padrão. Rodrigues e Serra (2015) destacam a importância da exploração deste tipo de padrões para uma aprendizagem significativa para os alunos, por serem considerados como base para o desenvolvimento do pensamento algébrico e promoverem a formação de relações e realização de generalizações.

Por sua vez, num padrão de crescimento é possível estabelecer uma relação entre o termo e a ordem do mesmo – valor posicional. Desta forma, Nunes e Rodrigues (2016) afirmam que é possível verificar “uma relação funcional entre os dados e a partir daí criar e explorar a noção de variável” (p. 69). As mesmas autoras defendem que este tipo de padrões pode ser descrito de duas formas, desenvolvendo dois tipos de raciocínios i) *raciocínio recursivo* e ii) *raciocínio funcional*, sendo que o primeiro se relaciona com o

foco dado à variação do padrão dado, enquanto que no segundo o indivíduo estabelece uma ligação entre o termo e a sua posição no padrão (Nunes e Rodrigues, 2016).

Dado que na maioria dos casos, quando o aluno recorre ao raciocínio recursivo, este consegue saber com facilidade o termo seguinte, Vale et al. (2011) atribuem o nome de *generalização próxima*. Por outro lado, quando o aluno utiliza o raciocínio funcional, este torna-se capaz de descobrir a expressão geral de um determinado padrão, designando este processo de *generalização distante*.

De acordo com as AE (2021), ao abordar o tema da álgebra, é utilizado o termo sequência como nomenclatura para o estudo de padrões, pelo que perante o exposto, o termo a adotar no presente estudo será sequência.

2.2.1. Sequências Figurativas de Crescimento

Para se introduzir a álgebra na escolaridade, são frequentemente utilizadas sequências figurativas de crescimento, sendo que os alunos têm a oportunidade de explorar e formar relações entre os termos e respetivos valores de posição, utilizando e desenvolvendo a capacidade de generalizar (Billings et al., 2007; Warren & Cooper, 2008).

Uma sequência figurativa de crescimento pode ser definida, segundo Billings et al. (2007), como “um padrão formado por uma sequência de figuras que mudam de um termo para o outro de forma previsível” (p. 303). Este é composto por duas variáveis:

- i) Variável Dependente – trata-se de um aspeto quantificável da figura;
- ii) Variável Independente – refere-se ao sistema de contagem, que identifica a posição de uma determinada figura no padrão.

Vale e Pimentel (2013) defendem que para se dar o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, estes devem iniciar o seu percurso pela exploração, análise, reconhecimento e generalização de padrões figurativos, de forma a recorrer ao pensamento visual. Desta forma, a aprendizagem nos primeiros anos deve ser muito apoiada na visualização, através de diferentes representações, não focando apenas na exploração numérica, mas sim no seu todo, para permitir ao aluno apreender a estrutura e regras associadas ao padrão, assim como a generalização do mesmo.

Billings et al. (2007) apresentam um conjunto de processos utilizados pelos alunos para a análise e continuação de padrões figurativos de crescimento, sendo estas:

- i)** Processos que recorrem à análise de variação:
 - Processo 1 – Análise da diferença entre figuras consecutivas;
 - Processo 2 – Utilização da figura anterior para a construção de uma nova;
 - Processo 3 – Identificação do que se mantém inalterado e do que muda num padrão.
- ii)** Processos que recorrem à análise de correspondência:
 - Processo 4 – Relação entre o valor posicional da figura e o aspeto da variável dependente;
 - Processo 5 – Continuação do padrão a n .

Neste tipo de sequências, os alunos podem adotar diversas abordagens e estratégias para relacionar um termo ao seu valor posicional (ordem) ou para investigar algum aspeto da constituição da mesma, em que Ponte et al. (2009) destacam as seguintes:

- i)** *Estratégia de representação e contagem* – em que o aluno “representa todos os termos da sequência até ao termo solicitado e conta os elementos que o constituem para determinar o termo da sucessão numérica correspondente” (p. 44). Sendo que esta estratégia não apresenta qualquer tipo de generalização, torna-se necessário o professor questionar o aluno acerca do processo utilizado para representar cada um dos termos.
- ii)** *Estratégia Aditiva* – na qual o aluno “compara termos consecutivos e identifica a alteração que ocorre de um termo para o seguinte” (p. 45). Esta estratégia é considerada um obstáculo à definição de relações entre termos e ordens. Além disso, os autores afirmam ainda que os alunos podem ser levados a criar generalizações erradas, ainda que por vezes seja possível descobrir o termo geral da sequência com este método.
- iii)** *Estratégia do objeto inteiro* – em que o aluno considera “um termo de uma dada ordem e com base nesse determinar o termo de uma ordem que é múltipla desta” (p. 45). Com esta estratégia, os autores consideram que o aluno consegue determinar corretamente termos de determinadas ordens.

- iv) *Estratégia da decomposição dos termos* – em que o aluno realiza a decomposição de um termo, para identificar o processo de construção e determinar termos de ordem mais distante. Para tal, é estabelecida uma relação entre o termo e a ordem correspondente, sendo que a expressão algébrica a que chega, representa a relação estabelecida.

2.2.2. Sequências Numéricas de Crescimento

Ponte et al. (2009) defendem que além das sequências figurativas de crescimento, os alunos devem também, desde os primeiros anos de escolaridade, elaborar e explorar sequências numéricas de crescimento, recorrendo à lei de formação e à generalização, investigando regularidades em esquemas de números.

Já no 2.º CEB, a utilização de sequências numéricas de crescimento, frequentemente associadas às sequências figurativas de crescimento, contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, na medida em que estes são levados a trabalhar a “capacidade de generalização e do sentido de símbolo” (Ponte et al., 2009, p. 58). Além disso, os mesmos autores salientam a importância da exploração das expressões algébricas tornando-se possível verificar relações de equivalência, que promovem a cognição de símbolos, conceitos e ideias matemáticas. Desta forma, os alunos têm a possibilidade de desenvolver a capacidade de manipular algebricamente.

O trabalho de exploração de sequências numéricas de crescimento torna-se, portanto, uma importante ferramenta para a ocorrência da transição da Aritmética para a Álgebra. Esta transição deve-se ao facto de este tipo de trabalho permitir aos alunos “reconhecer, descrever, prolongar e criar padrões” (Hargreaves et al., 1999, citado por Alvarenga & Vale, 2007, p. 31), caminhando deste modo para a generalização de padrões, além de fomentar a comunicação oral, através da caracterização dos mesmos.

Na exploração de deste tipo de sequências, os alunos podem adotar diversas abordagens e estratégias para relacionar um termo ao seu valor posicional (ordem) ou para investigar algum aspeto específico, pelo que Alvarenga e Vale (2007) citam Orton e Orton (1999), para destacar os seguintes métodos:

- i)** *Método das diferenças finitas* – em que o aluno se baseia nas diferenças detetadas entre os diferentes termos de uma sequência. Este tipo de método, remete-nos para o raciocínio recursivo, apresentado anteriormente.
- ii)** *Método da contagem* – no qual o aluno continua a contagem dos termos do padrão, até chegar ao desejado.
- iii)** *Método da proporcionalidade direta* – em que os alunos assumem que os termos seguintes variam na mesma proporção que os já observados, isto é, os alunos consideram um determinado termo e, baseando-se na variação observada até ao mesmo, utilizam os múltiplos para determinar os termos seguintes.
- iv)** *Método Linear* – no qual os alunos determinam uma regra, de acordo com as relações dos termos e ordens observadas. Este método carece, portanto, de uma maior consciência das operações envolvidas e do significado dos símbolos matemáticos.

3. METODOLOGIA

| | ' ' | | ' ' |

3.1. Opções Metodológicas

3.1.1. Natureza do Estudo

A metodologia utilizada para desenvolver o estudo foi de natureza qualitativa, assente no paradigma interpretativo, realizando um Estudo de Caso. A investigação qualitativa permite a construção de teorias que podem ser adaptadas a problemas específicos a partir de uma posição relativista, na qual o papel do investigador é valorizado como construtor do conhecimento, envolvendo a sua subjetividade para lhe atribuir um sentido e uma utilidade (Coutinho, 2013). Além disso, podemos assumir dois papéis distintos – investigador e investigado – que interagem entre si, baseando a procura de um sentido em esquemas socioculturais, mas que apresentam características comuns de construtores de sentido e intérpretes (Usher, 1996).

De forma a definir a metodologia qualitativa, Bogdan e Biklen (1994) acrescentam a existência de características específicas para que se considere o trabalho segundo este tipo de investigação: i) a fonte direta dos dados é o ambiente natural, em que o investigador procura frequentar os locais de estudo; ii) a investigação qualitativa tem um carácter descritivo, sendo os dados recolhidos sob a forma de palavras, imagens ou documentos de áudio e não valores numéricos; iii) existe maior interesse pelo processo do que pelos produtos finais, em que são exploradas estratégias, procedimentos, interações, etc.; iv) os dados tendem a ser analisados de forma indutiva, em que as abstrações são elaboradas simultaneamente com a recolha de dados e agrupamento dos mesmos; v) o significado obtido através do diálogo entre o investigador e os sujeitos assume um papel fundamental.

Para a realização do presente estudo, foi utilizada uma metodologia qualitativa de estudo de caso, que consiste na análise de uma situação, sujeito ou contexto (Aires, 2011). Nesta investigação o caso é um grupo de alunos, composto por 4 elementos. De referir ainda que este método se torna relevante quando o investigador não assume controlo total sobre o contexto, em que a observação direta e o diálogo sistemático com o sujeito se tornam em duas fontes de evidências (Yin, 2001).

3.1.2. Participantes e Critérios de Seleção

A presente investigação foi realizada no âmbito da PES II, numa turma de 6.º ano, do 2.º CEB, na periferia da cidade de Lisboa, sendo constituída por 20 alunos, dos quais 13 eram do sexo masculino e 7 do sexo feminino. Ao longo do processo, o meu papel foi o de professora e investigadora.

Foram realizadas quatro tarefas de exploração envolvendo toda a turma, entre 3 de fevereiro de 2023 e 1 de março de 2023, tendo sido objeto de estudo um dos grupos de trabalho, composto por 4 elementos. A seleção de um grupo deveu-se ao facto de não ter sido possível obter gravações áudio de todos os grupos em todas as tarefas, mas sim em pelo menos um. Inicialmente, o intuito era de gravar dois grupos em todos os momentos, mas em consequência das características da turma (já apresentadas na primeira parte deste estudo, em 2.1.3.), houve diversos grupos que sofreram alterações relativamente aos elementos, pelo que se tornou imperativo incidir em apenas um grupo específico. O grupo escolhido não sofreu alterações em nenhum momento, os alunos estiveram sempre presentes e além disso eram comunicativos, o que tornou a gravação áudio possível.

3.1.3. Técnicas de Recolha de Dados

Ao referirmo-nos aos dados recolhidos, devemos ter em conta que estes constituem a base de toda a investigação, por se tratar de materiais que são utilizados pelo investigador para a fase de análise (Bogdan & Biklen, 1994). Além disso, os dados recolhidos permitem que exista uma estreita ligação entre a investigação qualitativa e as diversas ciências. Trata-se, portanto, dos “elementos necessários para pensar de forma adequada e aprofundada acerca dos aspetos da vida que pretendemos estudar” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 149).

Com o intuito de estudar o objetivo estipulado e tendo em conta a natureza do estudo, é fundamental definir as técnicas de recolha de dados apropriadas ao mesmo. Desta forma, foram utilizadas como técnicas de recolha de dados a observação participante e a recolha documental.

A observação direta trata-se de uma das técnicas mais utilizadas em investigações qualitativas (McCall & Simmons, 1969), sendo definida por diversos autores como a

recolha de dados, por parte do investigador, em que este observa sistematicamente e recorre ao contacto direto e presencial com o fenómeno ou situação em estudo (Aires, 2011; Coutinho et al., 2009).

Considerando o estudo realizado, a observação tem um carácter naturalista, a qual se pratica no contexto natural dos participantes, em que a interação segue o processo natural da vida quotidiana (Aires, 2011). Desta forma, podemos definir esta técnica como tendo uma natureza flexível e aberta. Além disso, no caso do presente estudo, a observação foi participante pela existência de participação ativa por parte da investigadora, acedendo a um nível de informação mais elevado e preciso do que a observação não participante (Pardal & Lopes, 2011). Assim, os alunos foram observados durante o trabalho em grupo, nos momentos de discussão coletiva, no esclarecimento de dúvidas e ainda nas conversas e discussões informais entre pares. Além disso, de forma a complementar a observação, foram realizadas gravações áudio durante a exploração autónoma das tarefas e a discussão coletiva, tendo sido analisadas posteriormente para compreender os raciocínios dos alunos. Após cada uma das aulas observadas redigi notas de campo.

A recolha documental baseia-se na pesquisa de diferentes tipos de documentos, que constituem uma fonte rica de triangulação dos diferentes dados, permitindo ao investigador validar e contrastar com a informação obtida, garantindo a fiabilidade do estudo (Coutinho, 2014; Yin, 2001). Como tal, foram analisadas as produções dos alunos, – tarefas de exploração – as notas de campo e transcrições dos registos áudio, quer em momentos de exploração das tarefas, quer em momentos de discussão das mesmas.

3.1.4. Técnicas de Tratamento de Dados

Finalmente, com o intuito de analisar todos os dados recolhidos, tendo em conta o quadro teórico mobilizado com este estudo, foi efetuado um cruzamento dos diferentes documentos obtidos na fase de recolha de dados – notas de campo, produções dos alunos, transcrição dos registos de áudio.

De forma a organizar e categorizar as informações obtidas, foi elaborada uma tabela de categorias analíticas (cf. Tabela 1), baseadas na fundamentação teórica do presente documento, e apresentadas de forma hierárquica:

Tabela 1
Categorias analíticas

Categorias:	Descritores:
Estratégia da representação e contagem	O aluno representa todos os termos até ao termo solicitado.
Estratégia aditiva	O aluno compara termos consecutivos, identificando as suas diferenças.
Estratégia da proporcionalidade direta	O aluno assume que os termos variam sempre na mesma proporção e utilizam os múltiplos para calcular os seguintes.
Estratégia da linear	O aluno determina uma regra, a partir da identificação da relação entre os termos e respetivas ordens, determinando termos de ordem distante. No caso das sequências figurativas o aluno realiza a decomposição das figuras (termos) para compreender a sua estrutura.

3.2. Contexto

3.2.1. Modo de Implementação das Tarefas

O início da minha intervenção da PES II coincidiu com o início do segundo semestre do ano letivo de 2022-2023, em que o primeiro domínio estipulado para a intervenção foi a Álgebra, com o estudo de Sequências e Regularidades. Como tal, este conteúdo foi iniciado com a implementação de uma sequência didática composta por quatro tarefas (cf. Anexos F, G, H e I) de natureza exploratória, sobre sequências numéricas e figurativas de crescimento. As tarefas foram realizadas em grupos de trabalho e a sua seleção e implementação tiveram em consideração o grau de dificuldade gradativo.

Para a realização deste estudo, foi considerada a implementação de seis tarefas no total (tarefas 5 e 6 cf. Anexos J e K), sendo o intuito inicial a realização de uma tarefa por aula e a sua discussão na seguinte. No entanto, na maioria das mesmas, isto não se verificou devido ao ritmo de trabalho dos alunos. Ainda assim, no final de cada tarefa foram sempre realizadas as discussões em grande grupo.

Para a realização das tarefas, os alunos estavam distribuídos por cinco grupos de quatro elementos cada, sendo estes os núcleos de trabalho habitual durante o decorrer das

aulas de Matemática e Ciências Naturais nesta turma – uma estratégia organizacional do professor OC, que foi mantida durante a minha intervenção.

Em duas das tarefas de exploração (tarefas 1 e 3 cf. Anexos F e H), foi disponibilizado material manipulável a todos os grupos de trabalho, tendo um dos materiais sido uma placa de tamanho A4 com 60 quadrados de esponja – para a tarefa 1 – e o outro um saco com paus de madeira similares e paus de gelado – para a tarefa 3. Para a sua utilização, foi distribuído a cada grupo um saco que continha o material necessário à realização da tarefa de exploração, ora sendo a placa com os quadrados de esponja ou os paus de madeira.

No que concerne à organização das aulas, foram implementados dois momentos: i) trabalho por núcleos para a discussão e resolução de cada tarefa e ii) discussão em grande grupo. Neste segundo momento era chamado um elemento de cada grupo ao quadro para apresentar a estratégia utilizada pelo seu grupo na resolução da tarefa, sendo que após isto era dado tempo para perguntas e comentários por parte dos colegas sobre as estratégias, ao grupo. Desta forma, os colegas tiveram a oportunidade de observar e interiorizar as diversas estratégias utilizadas pelos grupos na resolução da tarefa, para que nas seguintes pudessem considerar a utilização de diferentes métodos e seleccionar o mais adequado à resolução do exercício.

3.2.2. Sequência das Tarefas

Para a elaboração da sequência de tarefas de exploração a implementar, e tendo em consideração que pretendia estudar tanto as sequências numéricas de crescimento, como as sequências figurativas de crescimento, foi feita a divisão das tarefas e dois grupos de acordo com a sua natureza – numérica e figurativa – obtendo duas de cada.

Após este momento, foram então elaboradas as tarefas, tendo sempre atenção ao facto de quer as perguntas colocadas no enunciado, como de tarefa para tarefa, apresentarem um grau de dificuldade cada vez maior, tal como defendem diversos autores (Kieran, 2007; Duarte, 2012). Os aspetos que influenciaram a dificuldade das tarefas passaram pela adaptação da estrutura da sequência e o tipo de questões realizadas.

Na Tabela 2, apresentada abaixo, apresento a calendarização relativa à realização de cada tarefa, assim como a sua origem e o material manipulável disponibilizado para o auxílio durante os momentos de exploração.

Tabela 2
Calendarização e origem da sequência de tarefas de exploração

Tarefa	Data de Realização	Origem	Material Disponibilizado
1	3 de fevereiro de 2023	Adaptado de Warren e Cooper (2008)	Placa A4 com 60 quadrados de esponja
2	7 de fevereiro de 2023	Elaborado pela investigadora (2023)	---
3	14 de fevereiro de 2023	Adaptado de Vale et al. (2011)	Um saco com 100 paus de madeira
4	1 de março de 2023	Elaborado pela investigadora (2023)	---

3.2.3. Princípios Éticos do Processo de Investigação

No decorrer da presente investigação, as questões ético-deontológicas foram em todos os momentos consideradas como prioridade, com o objetivo de garantir os direitos e privacidade de cada sujeito em todos os momentos. Como tal, a Carta Ética redigida pela Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SPCE, 2020) foi tomada como documento orientador deste estudo.

Este documento trata-se da base na realização de investigações na área das Ciências da Educação, que visa o “respeito pelos direitos humanos, pelos valores democráticos e pelos princípios da ciência” (SPCE, 2020, p. 9). De acordo com o mesmo, os participantes ou os seus representantes legais têm o direito de ser antecipadamente informados acerca da sua inclusão no estudo. O investigador tem a obrigação de informar plenamente e esclarecer todas as questões que possam surgir relativamente à inclusão dos participantes na investigação. Além disso, o documento relativo ao Consentimento Livre e Informado deve “explicitar, de forma clara e rigorosa, os direitos e os compromissos entre as partes, designadamente no que se refere à garantia de sigilo e privacidade dos participantes” (SPCE, 2020, p.11).

Desta forma, devo salientar que o estudo foi apresentado aos alunos a quem foi realizada a investigação, dando resposta a todas as questões colocadas acerca da mesma e foi ainda enviado um documento de Consentimento Livre e Informado (cf. Anexo L) aos encarregados de educação destes alunos. Tanto os alunos como os encarregados de educação deram o seu consentimento para a participação no estudo e gravação de áudio, tendo sido assegurado de que a recolha de dados seria feita exclusivamente por mim, que todas as gravações seriam utilizadas exclusivamente na realização desta investigação e ainda foi garantida a preservação da privacidade dos alunos e da escola, através da alteração dos nomes dos alunos. De acordo com os princípios éticos no processo da investigação (SPCE, 2020), os nomes dos elementos do grupo foram alterados para garantir o anonimato total quer dos alunos, como da instituição. Desta forma, os alunos serão mencionados no presente documento como Manuel, Luís, Rui e Pedro.

Para concluir, de referir que foram assegurados os seguintes princípios da Carta Ética (SPCE, 2020): i) confidencialidade, privacidade e anonimato de todos os participantes; e ii) bem-estar e integridade de todos os sujeitos envolvidos no decorrer da investigação.

4. RESULTADOS

| | ' ' | | ' '

4.1. Análise Qualitativa

No presente capítulo, serão analisados os dados recolhidos, tendo por base a exploração de quatro tarefas de sequências de crescimento. Desta forma, este encontra-se organizado em quatro partes, sendo cada uma relativa à exploração de cada tarefa desenvolvida pelo grupo de alunos em estudo.

Este método permite uma maior perceção da evolução das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de cada tarefa e tipo de sequência. Ainda de realçar a natureza de cada tarefa, sendo a seguinte: tarefas 1 e 3 (cf. Anexos F e H) correspondem a sequências figurativas de crescimento; tarefas 2 e 4 (cf. Anexos G e I) correspondem a tarefas numéricas de crescimento.

4.1.1. Tarefa 1

Para a realização da primeira tarefa de exploração (cf. Anexo F), foi entregue o material manipulável a cada grupo – uma placa de tamanho A4 com 60 quadrados de esponja – assim como uma cópia do enunciado da mesma a cada aluno.

Inicialmente, o Pedro, o Luís e o Rui começaram a explorar o material, fazendo pequenas construções livres, enquanto o Manuel o ignorou e começou a olhar para a sequência. Nesta fase inicial, o material causou alguma exaltação nos três alunos, pelo que o Manuel chamou os colegas à atenção, para iniciarem a tarefa. Além disso, a professora estagiária explicou ao grupo que a utilização do material poderia ser útil para a exploração da tarefa. Após alguma conversa informal sobre outros temas, iniciou-se a seguinte interação:

Rui – É para fazer as figuras aqui? (*apontando para o retângulo de resolução do primeiro exercício da ficha*)

Luís – É. (*o aluno faz uma pausa e lê o exercício*) Ah não, é para veres quantos quadrados é que terá a quarta!

Pedro – Como?

Manuel – Isto está em sequência. Isto é sempre uma fila [*linha*] de blocos a mais.

Depois do Manuel falar, a professora estagiária questionou, apontando para as figuras, se este se referia a linha ou coluna, pelo que o aluno afirmou ser linha. Assim, os alunos ao referirem a palavra fila pretendem referir uma linha e não coluna.

O Manuel chegou a esta conclusão sem ter manuseado o material, mas sim olhando apenas para a figura. No entanto, o Pedro afirmou que isso não era possível e perguntou ao colega como tinha chegado a essa conclusão, insistindo que tal não era possível. O Manuel explicou: “Dá dá, olha aqui: o primeiro tem de ser este (*apontando para o primeiro termo da sequência apresentada*), depois tu acrescentas sempre mais uma fila [*linha*], olha. (*apontando para o segundo termo*) Esta é a terceira, entendes? Tu acrescentas sempre mais uma fila [*linha*]”.

Como o Pedro continuava com a mesma opinião mesmo após a explicação do colega e o Rui não tinha entendido o item, a professora estagiária sugeriu a estes alunos que representassem cada figura com o material disponibilizado. Após alguma hesitação, ambos os alunos construíram a sequência com o material. Com a montagem realizada, o Manuel rapidamente tentou explicar novamente, desta vez utilizando a sequência construída pelos colegas com o material manipulável:

Manuel – Estás a ver? Esta é a primeira figura. Agora para tu fazeres a outra figura (*referindo-se à segunda*), tens de adicionar um [*quadrado*] e mais um, estás a ver? Fica uma fila a mais do que a original. Fica sempre uma fila [*linha*] a mais. Esta assim é a terceira (*apontando para a respetiva figura, fazendo notar os quadrados a mais*).

Professora estagiária – Então e agora na quarta figura?

Rui – Somam-se mais dois.

De seguida, o Pedro pega em quadrados de esponja e faz o quarto termo, contando de seguida quantos quadrados tem no total – “Então a quarta figura tem 9 quadrados” – ao que os colegas concordam. De seguida, os alunos esquematizaram nas suas folhas o raciocínio apresentado acima, como podemos observar na Figura M1 (cf. Anexo M).

Podemos então considerar que para a realização do primeiro item desta tarefa, o Manuel utilizou a estratégia *aditiva* e os colegas a estratégia da *representação e contagem*. Enquanto o primeiro aluno olhou para as figuras representadas no enunciado e identificou rapidamente a alteração entre cada uma, os colegas tiveram a necessidade de utilizar o material didático para a representação de todos os termos até ao pedido e contar o número de quadrados dessa figura.

No segundo item, o Luís leu o enunciado e o Pedro propôs a continuação das figuras até chegarem à pedida no item e começou a construção, juntamente com o Rui. Já

o Manuel e o Luís tentaram seguir um caminho diferente, procurando uma regra que permitisse obter o número de quadrados da décima figura, sem terem de construir todas as figuras até lá:

Manuel – Se a primeira figura tem 3 quadrados e se juntamos sempre 2 quadrados em baixo, para conseguirmos ter a décima vai ser: 3 quadrados do início mais 2 quadrados que acrescentamos a cada, vezes a 10.^a figura. Por isso vai ter 23 quadrados.

No entanto, após o Pedro contar o número de quadrados, afirmou que estava errado e que deveria ser 21. O Luís e o Manuel contaram os quadrados da décima figura que o Pedro e o Rui tinham construído e tentaram perceber onde teriam errado. Ambos olharam novamente para a sequência que os colegas construíram e o Manuel afirmou:

Manuel – Nós erramos porque a primeira figura já é o número 1 e nós começamos do zero, por isso devia ser 9 filas [*linhas*] vezes 2 quadrados que acrescentamos sempre e depois mais 3 da primeira figura.

Pedro – Mas nós juntamos sempre 2 quadrados e a primeira figura já tem uma fila [*linha*] lá (*apontando para a primeira figura*) e depois um quadrado em cima.

Manuel – Então podemos fazer de outra forma. Em vez de ser 9 filas [*linhas*], passa a 10, depois multiplicamos pelos 2 quadrados que juntamos sempre e depois adicionamos 1 quadrado, que é esse do início.

Novamente, a professora estagiária questionou os alunos acerca da palavra fila, a que os alunos afirmaram serem as linhas. Rapidamente realizam o cálculo e percebem que obtiveram a resposta correta, sendo que o Pedro e o Rui esquematizaram a figura agora construída nas suas folhas – é possível observar ambos os raciocínios, do Pedro e Rui e do Manuel e Luís, nas Figuras M2 e M3 (cf. Anexo M), respetivamente. De referir que para a resolução deste item, o Pedro e o Rui utilizaram a estratégia da *representação e contagem* pelo facto de representarem todas as figuras até à pedida. Por outro lado, os colegas Manuel e Luís utilizaram a estratégia *linear*, já que para chegarem à expressão utilizada nas suas resoluções, os alunos sentiram a necessidade de compreender o processo de construção das figuras através da sua decomposição. Neste caso, os alunos não decompõem em partes verticais correspondentes aos números das figuras, mas decompõem em linhas horizontais, verificando que cada linha tem um número contante de quadrados, dois, e que o número da figura corresponde ao número de vezes que as linhas se repetem; decompõem também no quadrado do topo isolado: “ $1+10 \times 2$ ”

quadrados”). Curiosamente, o desenho que os alunos apresentam é o da 4.^a figura e não o da 10.^a, parecendo que se apoiaram na estrutura da quarta figura para determinar o número de quadrados da 10.^a.

No que respeita ao terceiro item, enquanto os colegas escreviam ainda a resposta do anterior, o Manuel avançou para a resolução deste item. No entanto, a sua resolução foi de acordo com a primeira expressão a que tinha chegado no item anterior (que tinha como resultado 23 quadrados), pelo que quando os três colegas terminaram de escrever, leram a questão e o que o Manuel escrevia, apontaram imediatamente o erro.

Luís – Então, cada fila [*linha*] tem 2 quadrados e cada fila [*linha*] é uma figura.

Pedro – Cada linha corresponde a uma figura?

Luís – Sim e o quadrado de cima já o tirámos porque não está lá a fazer nada. Como cada linha corresponde a uma figura e cada linha tem 2 quadrados, então temos de dividir em 2. Na primeira linha é $2 \text{ quadrados} \div 2 = \text{figura } 1$.

Professora Estagiária – E neste caso do exercício, como fica?

Manuel – Se nós queremos a figura com 41 quadrados, fazemos: $41 - 1$ que dá 40. Depois dividimos o 40 pelo 2 e dá 20. Por isso é a figura 20 que tem 41 quadrados.

A resolução escrita pelos alunos pode ser encontrada na Figura M4 (cf. Anexo M) e no que concerne à estratégia utilizada por estes alunos, foi utilizada a estratégia *linear*, já que os alunos decompuseram as figuras, para compreender a sua estrutura, chegando a uma regra que lhes permitiu estabelecer a relação entre o número de quadrados e o número da figura. Evidenciam, neste caso, um raciocínio inversivo, ao utilizarem as operações inversas, uma vez que era pedida a ordem e não o termo.

O item 4 revelou-se ser muito intuitivo para este grupo (cf. Figura M5, Anexo M), sendo que o Rui afirmou logo que da figura com 41 quadrados até à figura com 50 eram 9 quadrados de diferença e como se avançavam sempre 2 quadrados, era impossível ter 9 quadrados, porque ora tinham 8 ou 10. Todos os elementos do grupo concordaram. Neste caso, podemos considerar que os alunos utilizaram a estratégia *aditiva* pelo facto de terem identificado a diferença de termo para termo, prevendo o que aconteceria.

Relativamente ao último item da primeira tarefa de exploração, podemos destacar o seguinte diálogo:

Rui – Então, andamos de 2 em 2.

Pedro – E como é que podemos relacionar isso com o número da figura?

Luís – A cada figura adicionam-se sempre 2 quadrados. O número da figura vai ser o número de filas [*linhas*], mais o quadrado de cima.

Manuel – Então o número da figura relaciona-se com o número de vezes que adicionamos os 2 quadrados, desde a primeira figura.

Tal como referido nos itens 1 e 2, os alunos referem-se a linha, quando dizem fila, tendo a professora estagiária confirmado novamente neste item. A resolução escrita pelos alunos pode ser encontrada na Figura M6 (cf. Anexo M) e podemos verificar que relativamente às estratégias utilizadas, o Rui utilizou a estratégia *aditiva*, identificando a diferença entre 2 termos consecutivos. Por sua vez, o Luís iniciou a sua intervenção utilizando a estratégia *aditiva*, identificando também a diferença entre 2 termos consecutivos, mas passou de seguida à estratégia *linear*, assim como o Manuel, ao decompor as figuras e encontrando uma regra que seja aplicável em todos os termos da sequência, relacionando-os às respetivas ordens. Usaram a mesma forma de decomposição realizada na 10.^a figura.

4.1.2. Tarefa 2

A tarefa de exploração 2 (cf. Anexo G) teve como tema as sequências numéricas de crescimento. Assim que os elementos do grupo receberam o enunciado da tarefa, leram em conjunto as sequências e o primeiro item em que era pedido que indicassem os quatro termos seguintes, mantendo a regularidade de cada uma das quatro sequências apresentadas. Para dar continuidade à sequência A, o Luís afirmou prontamente:

Luís – Então, eu vi aqui que na A é de 2 em 2, porque é $16+2$ que dá 18, $18+2$ é 20, $20+2$ é 22. Portanto na A eu acho que devíamos colocar que a sequência é $+2$.

Manuel – Sim, mas temos depois de continuar. Temos de pôr 24, 26, 28 e 30.

Luís – Não, mas eu acho que devíamos fazer uma coisa assim, fazíamos aqui isto (*desenhando uma seta entre cada número e escrevendo $+2$*).

Iniciaram de seguida a sequência B, em que o Luís afirmou que teriam de somar 4 ao número (*termo*) anterior, para calcularem os termos seguintes:

Rui – Espera, então fica 16, 20, 24...

Manuel – Ah, é até ao 32, porque o 16 já lá estava, não podemos contar com esse.

Pedro – Então é do 16 até ao 32, sempre de 4 em 4?

Manuel – Sim, é isso. Depois pomos por cima o chapéu e $+4$ (*referindo-se à seta entre cada termo da sequência*) e não se esqueçam que no final das sequências

temos de pôr vírgula, três pontos, porque a sequência não acaba ali (*de seguida aponta para o exercício de cada colega e diz para escreverem “, ...”*).

Os alunos avançam para a sequência C, que suscitou alguma hesitação. O Luís rapidamente perguntou aos colegas se tinham uma calculadora para realizar os cálculos. No entanto, os colegas responderam que não era permitido utilizar esse recurso.

Manuel – (*após analisar a sequência*) A próxima é também +4.

Rui – Então é $19+4$ por isso 23, depois 27...

Luís – Depois 31 e 35.

Manuel – E não se esqueçam de escrever “, ...” no final.

Por fim, os alunos iniciam a sequência D, em que o Manuel identificou que teriam de “andar de 5 em 5”:

Manuel – Então, é 21 que já nos dão, depois +5 que dá 26, depois 31, 36 e 41.

Rui – É até ao 41 então?

Todos os elementos do grupo esperam pelo Pedro que termina de escrever a resposta (cf. Figura N1, Anexo N). Relativamente às estratégias utilizadas neste item, os alunos basearam-se na estratégia *aditiva*, em que identificaram a diferença entre termos consecutivos, utilizando-a para calcularem os termos seguintes.

Para dar início à resolução do item 2, o Luís leu o enunciado aos colegas em que era pedido a lei de formação de cada sequência. O Manuel mostrou-se confuso com o pedido, perguntando à professora estagiária o que tinham de fazer, ao que esta perguntou “como é que chegaste a cada termo?”. O Luís respondeu que então seria para explicar o que uma pessoa devia fazer para chegar a qualquer termo da sequência. No entanto o Manuel perguntou de que forma poderiam explicar isso, ao que o Luís respondeu imediatamente que tinham de escrever uma frase como havia sido realizado na tarefa de exploração anterior (item 5, cf. Figura M6, Anexo M). A professora estagiária confirmou esta resposta e o grupo começou o item:

Manuel – Então escrevemos na primeira que se obtém cada figura, adicionando 2?

Professora estagiária – Adicionando 2 a quê?

Luís – Ao anterior?

Professora estagiária – É isso.

Percebido o item, os alunos começaram a sua resolução (cf. Figura N2, Anexo N), em que o Manuel afirmou que já teriam a resposta facilitada, por terem desenhado as setas no item anterior e começaram com a sequência A:

Luís – Então escrevemos o quê?

Manuel – Escrevemos: obtém-se a próxima figura adicionando mais 2 à anterior.

Para a alínea B, o Manuel disse prontamente “é tudo igual, mas em vez do 2, é 4”. De seguida, este aluno ajuda os colegas com a escrita, ditando o que teriam de escrever de resposta e passam à sequência C. Nesta alínea, o Rui diz imediatamente que nesta também era mais 4, apontando para as setas desenhadas no item anterior (cf. Figura N1, Anexo N). Os colegas concordam, mas antes de escreverem, o Manuel propõe mudar a frase, para não ser “sempre igual” e todos concordam:

Luís – Chega-se ao resultado quando nós adicionamos mais 4.

Manuel – Eu acho que é assim: a regra da sequência é adicionar mais 4.

Os colegas concordam e escrevem esta frase na alínea C. Finalmente, na sequência D, o Luís propõe:

Luís – Chegámos a este resultado porque adicionámos mais 5.

Manuel – Chega-se ao resultado adicionando mais 5.

Os alunos preferem a segunda hipótese e todos escrevem a resposta no enunciado (cf. Figura N2, Anexo N). Relativamente à estratégia utilizada, podemos verificar a utilização da estratégia *aditiva* dado que os alunos se focaram na diferença entre dois termos consecutivos para formular a lei de formação.

Após terminarem de escrever, o Rui faz a leitura do enunciado aos colegas, ao que todos se mostram confusos e afirmam que ainda não aprenderam o que é uma ordem, chamando imediatamente a professora estagiária e questionam a mesma. Após verem a sua dúvida esclarecida, iniciam a resolução do item:

Manuel – 4, 8, 12, 16, 20 (*faz uma pausa*) isto é quase como o primeiro.

Luís – Mas aqui temos de chegar até ao 20.º termo em vez do 4.º. Nós no primeiro exercício já tínhamos ido até ao 32, que era a 9.ª. Agora é do 32 para a frente.

Manuel – Mas temos de voltar a escrever esses porque é outro exercício. Então escrevemos 4 e por baixo 1ª.

Pedro – 1.ª?

Manuel – Sim, 1.ª ordem e continuamos. 8 e por baixo 2.ª, 12 e por baixo 3.ª

Luís – Não pomos a seta com o +4?

Manuel – Não, isso agora não é preciso. Depois é 16, 4 em baixo, 20, 5 em baixo...

Rui – Eu não estou a entender...

Manuel – É a ordem, olha (*apontando para a sequência*).

Rui – Ah, já percebi.

Luís – 24 é o 6.º, 28 é o 7.º, 32 é o 8.º.

Manuel – Então nós só tínhamos chegado ainda ao 8.º.

Luís – Temos de ir até ao 20. Vamos continuar.

Manuel – 36, 40...

Os alunos fazem uma pausa e conversam até que a professora estagiária pergunta ao grupo “então se a ordem 10 é 40, 20 é o quê?” ao que o Manuel responde rapidamente “então o 20 é 80”. Neste momento, os alunos apercebem-se de que não têm de continuar a escrever a sequência, justificando que como 20 é o dobro de 10, então o termo de ordem 20, vai ser o dobro do termo de ordem 10. Após isso, os alunos escrevem a resolução (cf. Figura N3, Anexo N). Relativamente às estratégias utilizadas, podemos verificar a presença de duas estratégias: i) estratégia da *representação e contagem*, em que os alunos escreveram todos os termos até ao 10.º, já que sentiram necessidade de representar também as respetivas ordens, passando de seguida para a ii) estratégia da *proporcionalidade direta*, em que a partir da perceção de que a ordem 20 é o dobro da ordem 10, então os termos também seriam o dobro.

Ao iniciarem o item seguinte, o Manuel lê o enunciado aos colegas, passando de seguida à discussão:

Manuel – Então, a sequência A é de 2 em 2. Então escrevemos: se na sequência A é de 2 em 2 e o termo é 80, então a ordem é 40. Em baixo escrevemos a conta: $80 \div 2 = 40$.

Os alunos escreveram nas suas folhas a resposta, tendo sido mais tarde utilizada também na discussão. Nesse momento, como nenhum grupo tinha obtido uma resposta correta, a resolução deste item encontra-se na Figura N4 (cf. Anexo N), sendo esta já a resposta correta, proveniente da minha explicação, como professora estagiária, durante a discussão coletiva, já que os alunos apagaram a sua própria resolução. Ainda assim, analisando a estratégia utilizada pelos alunos, podemos considerar que estes utilizaram a estratégia *aditiva*, dado que tiveram em atenção a variação entre dois termos consecutivos (“é de 2 em 2”). De seguida, os alunos utilizaram a estratégia *linear*, em que assumiram

que existia uma relação de dobro entre os termos e as respectivas ordens por a sequência crescer de 2 em 2, não reparando que a sequência tinha iniciado em 16 e não em 2.

Por fim, no que concerne ao último item, o Pedro começou por ler o item. De seguida, juntos verificaram de quanto em quanto avançava a sequência:

Luís – Então é de 5 em 5. Nós fizemos até que termo (*indo ver ao item 1*)? Nós fizemos até ao termo 41 que é... (*faz a contagem dos termos até ao 41*). São 5 termos, por isso temos de fazer mais 5.

Manuel – Então espera, fazemos 5×15

Luís – 5×15 ? Mas é mais 5 e não vezes.

Manuel – Sim. E não são mais 5. Tu só contaste do que escreveste. Falta do que já lá estava. Temos 9 termos.

Luís – Começa no 6?

Manuel – Então não dá!

Nesse momento, o Manuel chama o professor OC e diz não perceber o item porque a sequência é de 5 em 5 e não dá para fazer só uma conta de multiplicar porque o primeiro termo é 6. O professor lê os termos da sequência com os alunos e pergunta qual a diferença entre cada termo. Após analisarem a sequência dada, o Manuel afirma que basta continuar a sequência até à ordem 15 – “Então só temos de fazer a sequência até ao 15.^o”. No entanto, logo de seguida e ainda antes de escrever no papel o que havia dito, o Manuel diz o seguinte:

Manuel – Ah não! Podemos fazer assim $5 \times 15 + 1$ porque aqui (*apontando para o termo 26*) a sequência é +1 sempre, então fazemos $5 \times 5 + 1$.

Luís – Ah, então temos de fazer 5×15 e depois pomos +1.

Manuel – Pois, porque aqui está sempre mais 1 do que o 5.

Os colegas concordam com o colega e todos escrevem a resposta, efetuando os respetivos cálculos (cf. Figura N5, Anexo N). Neste item podemos verificar a utilização da estratégia *aditiva*, em que os alunos verificaram a diferença entre dois termos consecutivos (“Então é de 5 em 5”). Consideraram utilizar ainda a estratégia da *representação e contagem*, no momento de auxílio com o professor OC (“Então só temos de fazer a sequência até ao 15.^o”) e por fim a estratégia *linear* utilizada pelo Manuel, dado que determinou a regra da sequência, a partir da relação entre o termo 26 e a sua ordem, 5 (“ $5 \times 5 + 1$ ”), relacionando assim os termos e respetivas ordens, de forma a determinar um termo de ordem distante.

4.1.3. Tarefa 3

A tarefa de exploração 3 (cf. Anexo H), sobre sequências figurativas de crescimento, começou com a distribuição do material manipulável – paus de gelado – e dos enunciados aos alunos. Inicialmente, o Rui, o Pedro e o Luís mostraram curiosidade, explorando o material e fazendo pequenas construções livres.

Por outro lado, o Manuel começava já a ler o enunciado e chamou os colegas para lerem também o primeiro item:

Luís – Então, temos de completar a tabela com os termos.

Manuel – Temos de adicionar sempre 4 pauzinhos (*apontando para a sequência dada*).

Neste momento, o Rui e o Pedro começam a montagem das figuras até ao 4.º termo, utilizando o material disponibilizado e chamam os colegas para observarem o resultado final. O Manuel afirma que não está bem construído porque os colegas apenas tinham colocado um pauzinho na vertical em vez de dois, nos espaços centrais do 2.º, 3.º e 4.º termo, como considerava ser o correto – passando a adicionar 3 pauzinhos em vez dos 4 que o aluno tinha afirmado. Como não chegaram a acordo, chamaram a professora estagiária, questionando qual seria a resposta correta:

Professora Estagiária – Vamos observar a 1.ª figura do enunciado e a 1.ª que vocês construíram. Parece-vos igual?

Todo o grupo – Sim.

Professora Estagiária – Ok, vamos passar então à segunda. O que aconteceu aqui na figura (*apontando para o segundo termo na folha*)?

Rui – Puseram mais 3 pauzinhos para fazer outro quadrado.

Manuel – Não. Puseram 4.

Professora Estagiária – Quantos pauzinhos vês aqui no meio ao alto (*apontando para os pauzinhos ao alto no centro do segundo termo*)? Vê com atenção.

Manuel – Ah, está só 1! Eu achava que se tinha de colocar outro quadrado ao lado do que já tínhamos, por isso ficavam 2 no meio. Já percebi.

Pedro – Então nós tínhamos feito bem!

Rui – Sim, vamos sempre acrescentando 3 pauzinhos à figura anterior.

Após os alunos compreenderem o modo de formação da sequência, partiram para o preenchimento da tabela. O Luís propôs começar por desenharem setas entre cada célula por preencher e escrever “+3”, ao que os colegas concordaram.

Rui – Então agora é só ir somando os 3, a partir do 4. Fica $4+3$ que dá 7, $+3$ que dá 10, $+3$, 13, $+3$, 16, $+3$, 19 e $+3$ (*faz uma pausa*) 22.

Todos os elementos do grupo escrevem estes termos (cf. Figura O1, Anexo O) e avançam para o item seguinte, dado que antes de iniciarem a tarefa, tinha sido dito aos alunos para apenas preencherem a última célula após a realização do 3.º item. Assim, de acordo com as interações observadas e com a resolução do item, podemos verificar inicialmente a utilização da estratégia *aditiva* por parte do Manuel, que apesar de não ter considerado o valor correto (“Temos de adicionar sempre 4 pauzinhos”), comparou os termos e achou a suposta diferença entre termos consecutivos. Esta estratégia volta a ser utilizada quando os alunos determinaram os termos pedidos na tabela. Constata-se ainda a utilização da estratégia da *representação e contagem*, quando os alunos representaram os 4 primeiros termos com o material manipulável, como apoio inicial para compreenderem de que forma evoluía a sequência.

No item 2 era pedido que os alunos escrevessem uma lei de formação da sequência apresentada, ao que o Pedro afirma:

Pedro – É a andar de 3 em 3.

Luís – Não podemos escrever só isso, porque o primeiro termo não é 3, mas sim 4.

Manuel – Então, temos de escrever: o primeiro termo é 4 e obtém-se o próximo termo adicionando 3 unidades ao anterior.

Todos os colegas concordam e escrevem a resposta, como podemos observar na Figura O2 (cf. Anexo O). Neste item, podemos considerar que os alunos utilizaram a estratégia *aditiva*, a partir da diferença entre termos consecutivos, que já tinham descoberto no item anterior. Os alunos avançaram de seguida para a pergunta 3, em que o Rui leu o seu enunciado aos colegas.

Manuel – Podemos continuar a sequência.

Rui – A gente devia multiplicar qualquer coisa.

Manuel – Podemos multiplicar a ordem 7 por 2, que dá 14 e depois juntamos 1. Por isso era $22 \times 2 = 44$ e juntamos mais 3 = 47.

Pedro – Vou continuar a sequência até ao 15 para confirmar.

Ao fazer isto, o Pedro percebe que os valores não coincidem, porque o seu resultado é 46 e o dos colegas é 47. Ao avisar o grupo, o Luís pega na sua folha para

contar os termos e confirmar os valores, ao que concorda. O Manuel e o Rui voltam a analisar os seus cálculos:

Rui – E se fizermos como na ficha passada? Era +5 e o 1.º era 6 (*referindo-se ao item 5 da tarefa 2, cf. Figura N5, Anexo N*), por isso agora é +3, mas o 1.º é 4.

Manuel – Boa, então é o número da figura vezes o que adicionamos.

Luís – Que é o 3.

Manuel – Sim, depois mais 1 para dar o número de fósforos.

Pedro – Então é como?

Manuel – Neste caso é $15 \times 3 + 1$. O 15 é o número da figura, a ordem. O 3 é o que adicionamos em cada termo e o +1 é para dar o número certo.

Os alunos escrevem a resposta nas suas folhas (cf. Figura O3, Anexo O). Na resolução deste item, podemos considerar que os alunos recorreram a 4 estratégias distintas. A primeira que podemos identificar é a estratégia da *representação e contagem*, que pode ser identificada em dois momentos distintos: i) quando o Manuel propõe continuarem a sequência (“Podemos continuar a sequência”) e ii) quando o Pedro efetivamente continua a sequência para confirmar os cálculos dos colegas. A segunda estratégia identificada é a *aditiva*, quando o Rui e o Luís identificam a diferença entre termos consecutivos (“O 3 é o que adicionamos em cada termo”). A terceira estratégia utilizada pelos alunos foi a da *proporcionalidade direta*, quando o Manuel considerou que como o dobro da ordem 7 era 14, e o termo de ordem 7 era 22, calculou então o dobro de 22 para descobrir o 14.º termo (estratégia esta que o conduziu a um resultado incorreto). A última estratégia utilizada pelos alunos foi a estratégia *linear*, quando, no final, os alunos chegaram à regra através de um processo numérico, calculando o termo da ordem pedida (“ $15 \times 3 + 1$ ”). Ou seja, verificaram que a sequência ia de 3 em 3, e que por isso teriam que multiplicar a ordem por 3, adicionando 1, por o 1.º termo ser 4 ($3 \times 1 + 1$).

Após este item, o Luís afirma que têm ainda de preencher a última célula da tabela no 1.º item, pelo que o Manuel afirma “podemos usar a expressão que usámos agora, mas como na tabela a ordem é a letra n , temos de trocar o 15 pelo n . Fica $n \times 3 + 1$ ”. Os colegas concordam e todos escrevem a resposta no espaço (cf. Figura O1, Anexo O). Neste item, os alunos utilizaram novamente a estratégia *linear*, a partir do que tinham feito no item anterior. Os alunos compreenderam o significado de ordem da letra n .

Por fim, o grupo inicia o último item em que o Rui lê o enunciado aos colegas e o Manuel afirma de imediato:

Manuel – Então, não porque o termo de ordem 15 é 46, nós vimos no exercício anterior. Então o termo de ordem 14 é 43 e o 45 está entre eles. Tipo, não dá.

Rui – Mas escrevemos isso?

Manuel – Podemos escrever: Não porque o termo de ordem 14 é 43 e 45 tem de ser só mais 2, sendo que a soma é de 3 em 3. Percebes assim?

Rui – Sim, pode ser.

Todos os alunos escrevem a resposta nas suas folhas, como podemos observar na Figura O4 (cf. Anexo O). Neste item é possível aferir a utilização da estratégia *aditiva*, em que o aluno a partir da diferença entre os valores consecutivos, compreende que um determinado termo não pode existir, por não corresponder a nenhum valor da sequência.

4.1.4. Tarefa 4

De forma a dar início à tarefa de exploração 4 (cf. Anexo I), foi distribuída uma cópia da mesma a cada aluno e de seguida, o Pedro leu o enunciado da primeira questão. Este mostra-se confuso, questionando a professora estagiária, se era apenas para observar cada sequência e não fazer nada, ao que respondeu que provavelmente seria útil analisarem cada sequência para podem realizar os itens seguintes.

Pedro – Então temos de ver de quanto em quanto é que andamos em cada sequência.

Rui – A primeira é +2, +2, +2, +2.

Manuel – Professora, mas é para fazer a mesma coisa para todas (*apontando para o item 1*)?

Professora Estagiária – Sim, é. Têm de escrever uma lei de formação para cada uma das 4 sequências A, B, C e D. Não se esqueçam do que têm de escrever na lei de formação.

Manuel – Ah então escrevemos: a lei de formação começa em 3 e...

Professora Estagiária – Se calhar podemos dizer esse “começa” de outra forma. O 3 é o quê?

Pedro – É o 1.º termo.

Professora Estagiária – Muito bem, é isso mesmo.

Manuel – Então é: o 1.º termo é 3 e obtém-se o próximo adicionando mais 2 ao anterior.

O Pedro pede ao colega para repetir, de forma a que todos possam escrever ao mesmo tempo a lei de formação da sequência A. Ao repetir a frase, o Manuel corrige o final, ficando apenas “adicionando 2 ao anterior”, por considerar que a palavra “mais” é redundante. Após todos escreverem, passam à sequência B, em que o Manuel afirma que serão todas feitas da mesma maneira.

Rui – O primeiro termo da sequência B é 5 e obtém-se o próximo, adicionando 3 ao anterior.

Manuel – É isso. *(todos escrevem a resposta)*

Luís – E a próxima?

Pedro – O primeiro termo é 1 e obtém-se o próximo adicionando 2 ao anterior.

Manuel – Sim. *(todos escrevem)*

Luís – O primeiro termo da sequência D é 1 e obtém-se o próximo termo adicionando 3 ao anterior. *(todos escrevem a resposta nas suas tarefas)*

Rui – São todas parecidas. O A e o C adicionamos 2 e no B e no D, adicionamos 3.

Manuel – Só muda a primeira parte.

Todos os colegas verificam se têm as respostas corretas, comparando-as entre si no grupo (cf. Figura P1, Anexo P). Desta forma, podemos considerar a utilização da estratégia *aditiva* na resolução deste item, dado que em todas as alíneas, os alunos se basearam na diferença entre termos consecutivos, para escreverem a lei de formação.

Para iniciar o item seguinte, o Rui lê a questão aos colegas, afirmando que não tinha entendido o que era necessário fazer. O Manuel explica que tinham apenas de continuar a sequência, escrevendo os 3 termos seguintes.

Manuel – Mas copiem tipo o último número da que nos dão. Na primeira é 11 e depois os 3 termos que temos de descobrir. Escrevam umas por baixo das outras em linha, para terem espaço.

Pedro – E fazemos as setinhas com o que andamos em cada termo?

Luís – Pode ser, é melhor.

Manuel – A primeira é 11, 13, 15, 17.

Pedro – Na B andamos de 3 em 3. Fica 17, 20...

Manuel – 23 e 26.

Rui – Na C é 9...

Manuel – 9, 11, 13, 15.

Pedro – É isso.

Rui – Espera, espera. *(os colegas esperam que acabe de escrever)* Pronto, agora a D.

Manuel – Então é 13, 16, 19, 22.

Novamente todos acabam de escrever e verificam se as suas respostas correspondem (cf. Figura P2, Anexo P). Neste item é perceptível o uso da estratégia *aditiva*, em que os alunos identificaram a diferença entre dois termos consecutivos, utilizando-a para determinar os termos pedidos.

O Rui lê o item seguinte:

Manuel – Então, é melhor dividir o espaço em 4, tipo tabela. *(os colegas seguem o conselho e todos dividem o espaço em 4 partes, cada um assinalado com uma alínea de A a D)*

Pedro – Já está e agora?

Manuel – Então agora escrevemos na primeira é $n \times 2 + 1$

Rui – Só isso?

Manuel – Sim.

Pedro – E a B?

Rui - $n \times 3 + 1$

Manuel – Não. +2, olha aqui, nós temos de acrescentar 2 e não 1 para dar os números.

Rui – Ah pois é, pois é! E o C é a mesma coisa da A, ou não?

Pedro – Não.

Manuel – Aqui em vez de +, é –.

Pedro – Então fica $n \times 2 - 1$.

Manuel – Agora a D fazes tu Rui.

Rui – Não sei!

Manuel – o n é o número. É tipo 1.º, 2.º, 3.º, 4.º. Agora é o número a multiplicar pelo que se acrescenta. Aqui é o quê, de 3 em 3, de 4 em 4?

Rui – Aqui é de 3 em 3.

Manuel – Então é $n \times 3$. E quanto é que é para o 1.º termo, tipo $1 \times 3 = 3$, mas o 1.º termo é 1 então temos de fazer -2 .

Pedro – $n \times 3 + 2$

Rui – Não, é $n \times 3 - 2$.

Todos escrevem a resposta (cf. Figura P3, Anexo P) e enquanto o fazem, o Manuel confirma as dos colegas. Mais tarde, o professor OC, ao passar e ver a resolução dos alunos, afirma que estes têm de demonstrar como chegaram às expressões, ao que o Luís afirma que podem escrever exemplos, de forma a explicar o raciocínio e assim o fazem, substituindo o n por duas ordens que se encontram nas sequências dadas e confirmando os resultados nas mesmas. Além disso, este explica aos alunos que podem utilizar uma

expressão simplificada, em relação a cada uma que chegaram enquanto grupo: $(n \times 2) + 1 = 2n + 1$. O professor OC escreve a expressão simplificada no espaço da alínea A, da tarefa do Luís (cf. Figura P3, Anexo P) e os alunos fazem o mesmo para as seguintes.

Na resolução deste item, é de notar o recurso à estratégia *linear* para formular as 4 expressões geradoras pedidas. Para isso, os alunos tiveram de estabelecer uma relação entre os termos e respetivas ordens, tendo registado os termos gerais de forma simbólica.

De forma a dar início ao último item, o Rui lê a questão e todos se mostram confusos por terem de determinar 4 termos em cada sequência. Rapidamente, o Manuel diz aos colegas para voltarem a dividir o espaço da resposta em 4 partes e em cada uma, colocar uma alínea de A a D.

Luís – Então temos de descobrir 4 termos em cada uma?

Manuel – Acho que sim. Temos de aplicar as expressões para descobrir os termos que pedem.

Pedro – Como?

Manuel – Então temos de substituir o n de cada expressão que fizemos antes, por cada um destes números, tipo: $25 \times 2 + 1$, $30 \times 2 + 1 \dots$

Rui – Ah, ok.

Luís – Substituímos o n por 25, 30, 43 e 67 em cada uma?

Manuel – Sim, para cada alínea.

Pedro – Então aqui é $25 \times 2 + 1$.

Manuel – Que é igual a 51.

Rui – Depois $30 \times 2 + 1$

Luís – Que dá $60 + 1 = 61$

Neste momento, o Rui e o Pedro mostram-se confusos, dizendo que não estão a entender o raciocínio do colega, pelo que este explica:

Manuel: Olha para o exemplo da primeira. É tipo isto: tens a expressão e em vez do n , pões isto tudo (*referindo-se aos valores dados no enunciado*). Em cada alínea tens de substituir o n por todos os números. O n é o quê?

Rui – É o número do termo [*ordem*].

Manuel – Então, se nos dão os números dos termos [*ordens*], temos de substituir o n .

O Rui e o Pedro afirmaram que tinham entendido e continuaram com a resolução do item sem interações relativas ao tema. Em passagem pelo grupo, o professor OC explicou aos alunos que estes tinham de indicar o valor do n em cada uma das operações, de forma a interiorizarem o processo, escrevendo-o no espaço da alínea A da tarefa do

Manuel (cf. Figura P4, Anexo P), ao que os alunos rapidamente fizeram o mesmo para as seguintes.

Todos os alunos conseguiram resolver o restante do item de forma autónoma, tendo no final confirmado os resultados em grupo (cf. Figura P4, Anexo P). Para a resolução deste item, os alunos recorreram à estratégia *linear*, já que foi necessário relacionar os termos e respetivas ordens, de acordo com a regra (expressão geradora) descoberta anteriormente.

5. CONCLUSÕES

| | ' ' | | ' '

O capítulo das conclusões pretende, com base nas respostas às questões orientadoras, analisar o pensamento algébrico dos alunos na progressão do uso de estratégias em tarefas de exploração de sequências numéricas e figurativas de crescimento e ainda refletir acerca dos constrangimentos durante o desenvolvimento do estudo.

Como tal, este encontra-se dividido de acordo com cada questão orientadora: i) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências figurativas de crescimento?; ii) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências numéricas de crescimento?; iii) De que forma evoluem as estratégias utilizadas pelos alunos em relação ao tipo de sequência?. Além das respostas às questões orientadoras, é ainda apresentado um subtítulo que pretende considerar os constrangimentos sentidos ao longo do processo investigativo

5.1. Estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências figurativas de crescimento

Durante a realização das tarefas de exploração, relativas a sequências figurativas de crescimento – tarefas 1 e 3 – foi possível identificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de cada item. Como tal, na Tabela 3, está identificada cada uma das estratégias utilizadas pelos alunos nas duas tarefas referidas:

Tabela 3
Síntese das estratégias utilizadas pelos alunos nas tarefas de exploração de sequências figurativas de crescimento

Tarefa	1					3				Total	
	Item	1	2	3	4	5	1	2	3		4
Estratégia da Representação e Contagem	x	x					x		x		4
Estratégia Aditiva	x			x	x	x	x	x	x	x	7
Estratégia da Proporcionalidade Direta								x			1
Estratégia Linear		x	x			x			x		4

Nota. Dados recolhidos a partir dos resultados do presente estudo.

De acordo com a Tabela 3, torna-se perceptível a utilização das estratégias por parte dos alunos, sendo que o primeiro aspeto a destacar é o facto dos alunos apenas terem recorrido uma vez à estratégia da proporcionalidade direta para a resolução de itens. Em contraste, é possível verificar que a estratégia mais utilizada pelos alunos foi a estratégia aditiva, que utilizaram em 7 dos 9 itens das duas tarefas.

No que concerne à estratégia utilizada, associada ao tipo de item, é possível observar que em questões associadas à escrita de termos próximos dos disponibilizados no enunciado, os alunos recorrem à estratégia aditiva para dar a sua resposta. Esta é também utilizada, quando é pedido aos alunos para que escrevam uma lei de formação da sequência apresentada. Podemos associar a natureza dos itens apresentados aos alunos, com a utilização do raciocínio recursivo, dado que este tipo de questões remete o aluno para a análise da variação das sequências. Além disso, destaca-se que os alunos tiveram facilidade em perceber as diferenças entre os termos.

A utilização da estratégia linear revelou ser uma estratégia intuitiva para dois dos elementos do grupo em estudo, contrastando com os colegas que utilizaram a estratégia da representação e contagem em itens nos quais era pedido que os alunos determinassem o número de elementos de uma determinada figura, dada a sua ordem, relativamente próxima dos termos apresentados na sequência (no item 2 da tarefa 1 e item 1 da tarefa 3).

Refira-se que a estratégia linear esteve associada à decomposição da figura apenas na tarefa 1, sendo que a forma de decompor se centrou na regularidade aditiva de se acrescentar sempre mais dois. Assim, os alunos decompueram a figura em linhas horizontais, já que cada linha tinha dois quadrados, e identificaram o número da ordem da figura no número de linhas, e não em partes com esse número de elementos. Ou seja, no caso desta sequência, uma forma visual de ver a estrutura da figura ligada ao seu termo geral, $2n+1$, seria realizar uma decomposição em duas colunas com n quadrados ($2n$), e isolando o quadrado do topo (+1). Não foi essa a abordagem dos alunos, uma vez que precederam à troca da ordem dos fatores ($n \times 2$), no que respeita ao significado que atribuíram a 2 e à ordem, no contexto figurativo (“10 x 2 quadrados”, tal como redigido por Manuel).

O facto de os alunos não se terem apoiado num raciocínio visual (Vale & Pimentel, 2013) quando usaram a estratégia linear na tarefa 3 pode dever-se à configuração das figuras dessa sequência, já que as mesmas evidenciam uma relação clara com os números das suas ordens no que respeita ao número de quadrados contíguos, mas não ao número de fósforos, tal como solicitado. O processo foi numérico, usando, mais uma vez, a regularidade aditiva identificada para determinar o produto pela ordem pedida (15×3 ; “ $n \times o$ que adicionamos em cada termo”) mais um (enquanto diferença entre o primeiro termo e 3).

5.2. Estratégias utilizadas pelos alunos nas sequências numéricas de crescimento

Através da análise dos dados já referidos no ponto anterior, foi possível identificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de cada item das tarefas de exploração associadas a sequências numéricas de crescimento – tarefas 2 e 4.

Desta forma, apresento na tabela abaixo, uma síntese das estratégias utilizadas por item, nas duas tarefas referidas:

Tabela 4

Síntese das estratégias utilizadas pelos alunos nas tarefas de exploração de sequências numéricas de crescimento

Tarefas	2					4				Total
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	
Estratégia da Representação e Contagem			x		x					2
Estratégia Aditiva	x	x		x	x	x	x			6
Estratégia da Proporcionalidade Direta			x							1
Estratégia Linear				x	x			x	x	4

Nota. Dados recolhidos a partir dos resultados do presente estudo.

No que concerne às estratégias utilizadas pelos alunos, o primeiro ponto a realçar é o de os alunos terem sentido necessidade de recorrer a todas as estratégias para a resolução destas tarefas (cf. Tabela 4). A mais utilizada, tal como nas tarefas envolvendo

as sequências figurativas de crescimento, é a estratégia aditiva, tendo sido aplicada em 6 dos 9 itens das duas tarefas. Em contraste, é possível observar que houve duas estratégias a que os alunos recorreram menos, tendo estas sido a da representação e contagem e da proporcionalidade direta.

A pouca adesão à estratégia da representação e contagem nas tarefas com sequências de crescimento de natureza numérica deve-se ao facto de os alunos não terem sentido a necessidade de realizar a contagem e representar todos os termos até a um determinado termo solicitado. Nas tarefas de exploração 2 e 4, a partir da visualização de dois termos consecutivos, os alunos conseguiram identificar a diferença entre os valores, aplicando-a quando necessário nos diferentes itens. Já a estratégia da proporcionalidade direta foi utilizada em um item (da tarefa 2), tendo sido utilizada em associação com a estratégia de representação e contagem.

O processo utilizado pelos alunos na estratégia linear foi distinto. Enquanto no item 5 da tarefa 2, os alunos descobrem a relação entre termos e ordens, observando essa relação num termo particular (os alunos representam o 26, 5.º termo, procurando exprimir um produto com a ordem 5, “ $5 \times 5 + 1$ ”), nos restantes casos, a relação é alcançada pela identificação da regularidade aditiva (“o n é o número. É tipo 1.º, 2.º, 3.º, 4.º. Agora é o número a multiplicar pelo que se acrescenta”) e pela identificação da diferença entre o primeiro termo e o produto alcançado antes (quando $n=1$), diferença esta ignorada pelos alunos no caso do item 4 da tarefa 2.

5.3. Evolução das estratégias utilizadas pelos alunos

De forma a caracterizar a evolução das estratégias utilizadas pelos alunos em relação à natureza da sequência, foi elaborada a Tabela 5 com a síntese comparativa de todas as estratégias utilizadas pelos alunos nas tarefas de sequências numéricas e figurativas de crescimento:

Tabela 5

Síntese comparativa das estratégias utilizadas pelos alunos nas tarefas de sequências numéricas e figurativas de crescimento

Natureza da Tarefa	Tarefa 1. Figurativa					Tarefa 2. Numérica					Tarefa 3. Figurativa				Tarefa 4. Numérica			
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4
Estratégia \ Item																		
Representação e Contagem	x	x						x		x	x		x					
Aditiva	x			x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x		
Proporcionalidade Direta								x					x					
Linear		x	x		x				x	x			x				x	x

Nota. Dados recolhidos a partir dos resultados do presente estudo.

Tomando como ponto de partida a análise da Tabela 5, é possível verificar que a estratégia mais utilizada e que se manteve como constante em todas as tarefas, foi a estratégia aditiva. Os alunos revelaram, desde o primeiro momento, um grande à vontade na utilização da referida estratégia, sendo que, no início de cada sequência figurativa, foi utilizado material manipulável e a estratégia da representação e contagem como meio de atingir a aditiva. Tal como defendido por diversos autores (Warren & Cooper, 2008; Blanton & Kaput, 2005; Canavarro, 2007), a utilização de material manipulável permite aos alunos perceberem a sequência, assim como as suas diferenças, estabelecendo relações entre ideias matemáticas para a formulação de generalizações. Esta utilização constituiu um fator importante para a compreensão da estrutura da sequência, permitindo o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos. Dois exemplos do mencionado, são o exercício 1 de cada uma das tarefas 1 e 3, em que os alunos passaram da estratégia da representação e contagem – com os materiais manipuláveis – para a utilização da estratégia aditiva.

Um aspeto que a realçar é a evolução das estratégias utilizadas na tarefa 2 e 4, de natureza numérica, dado que na 2, os alunos sentiram grande necessidade de utilizar um raciocínio recursivo, com o foco dado às variações das sequências, enquanto que na tarefa 4 os alunos revelaram uma transição para um raciocínio mais funcional, em que estabeleceram relações entre os termos e respetivas ordens. Nesta última tarefa, os alunos conseguem usar única e exclusivamente a estratégia linear, sem o recurso simultâneo a

outras estratégias, nos itens 3 e 4, determinando os termos gerais para o conjunto das 4 sequências apresentadas, e mostrando fluidez e facilidade em determinar quatro termos para cada uma delas, a partir dos termos gerais.

Esta transição de um tipo de raciocínio recursivo para o funcional foi mais célere nas tarefas de natureza figurativa, em que os alunos, apesar de recorrerem a estratégias como a de representação e contagem e aditiva, apresentam uma transição para a estratégia linear, de forma natural, usando a regularidade identificada na estratégia aditiva para relacionar as figuras com as respectivas ordens, numa estratégia mais sofisticada como é a linear. É possível justificar esta diferença, dado que tal como referido por diversos autores (Billings et al., 2007; Warren & Cooper, 2008), as sequências figurativas de crescimento são as primeiras a serem abordadas no percurso escolar dos alunos. A sua exploração, reconhecimento da estrutura e generalização constituem etapas fundamentais ao desenvolvimento do pensamento algébrico (Vale e Pimentel, 2013). Desta forma, as sequências numéricas de crescimento, tendo uma natureza mais abstrata, são abordadas no 2.º CEB, visando a identificação, pelos alunos, da lei de formação, mas também das respectivas expressões geradoras. Neste nível de ensino, os alunos poderão estar mais aptos a estabelecer relações entre diferentes ideias matemáticas, desenvolvendo a capacidade de generalização, assim como o sentido de número (Ponte et al., 2009).

5.4. Constrangimentos no desenvolvimento do estudo

No decorrer do processo investigativo, foram sendo detetados diferentes desafios. O primeiro que posso destacar passa pelo tempo disponível em contexto da PES II para o desenvolvimento do estudo, dado que os restantes conteúdos do currículo teriam de ser também abordados. Este fator, aliado ao pouco tempo de prática, levou a ter de escolher quais as tarefas que poderiam ser aplicadas no tempo disponível. Ainda assim, pelo apoio do professor OC, foi possível de certa forma adaptar os conteúdos a abordar durante a PES II, de forma a tornar possível implementar as tarefas de exploração.

O escasso número de estudos realizados acerca da análise do pensamento algébrico dos alunos, com a associação às sequências figurativas e numéricas de crescimento, revelaram ser não só um constrangimento, mas também uma oportunidade investigativa, dando valor ao seu desenvolvimento.

No que concerne à dimensão do estudo, por se tratar de um estudo de caso, focado apenas num grupo de alunos, pode ser considerado também um constrangimento, não tendo sido possível realizar o mesmo numa amostra maior, devido às características da turma e por apenas ter sido possível aplicar as tarefas numa das turmas da PES II. Desta forma, considero relevante que no futuro exista a introdução deste tipo de tarefas e o seu estudo com amostras maiores de alunos com o intuito de dar continuidade em moldes investigativos e cada vez mais sustentados, para a construção de estratégias e práticas relevantes na área da educação matemática.

REFLEXÃO FINAL

| | ' ' | | ' '

Ao terminar o presente ciclo de estudos, torna-se extremamente relevante refletir acerca de todo o percurso realizado, das experiências que pude ter no desenvolvimento da PES II nos dois ciclos de ensino, do contributo do desenvolvimento de um estudo e de todo o processo nele incluído para a promoção de práticas e competências essenciais na área da docência e ainda refletir acerca do meu desenvolvimento pessoal e profissional para o exercício da docência.

A PES permite ao aluno ter uma oportunidade única no seu percurso, na medida em que tem a possibilidade de observar, experimentar e aprender num ambiente escolar com constante acompanhamento e apoio dos professores OC, assim como dos professores orientadores da ESELx (Santos et al., 2018). Durante a PES II, foi-me permitido verificar e analisar como os diferentes professores interagem com os alunos em contextos muito distintos e ainda perceber como são planeadas as aulas e como lidam com diversas situações do dia a dia, relativas a aprendizagem e comportamentos dos alunos. Todos estes aspetos vieram dar um sentido de responsabilidade pela profissão, bem como a todos os conteúdos abordados ao longo da licenciatura e agora no mestrado.

A primeira parte da PES II foi realizada em 2.º CEB, numa escola pública na periferia da cidade de Lisboa, tendo sido nesta que pude realizar o meu estudo e aplicar as tarefas de exploração. Já a segunda parte foi realizada numa escola de ensino privado, em 1.º CEB, também na periferia da cidade de Lisboa. Considero que foram experiências riquíssimas, já que trouxeram novas perspetivas de práticas e porque se trataram de realidades muito diferentes uma da outra. Cada contexto veio acrescentar algo de novo e trazer uma experiência diferente das anteriores.

O professor em sala de aula apresenta-se como figura insubstituível no processo educativo, ora com a idealização e aplicação de metodologias inovadoras e adequadas, ora com a responsabilidade que assume para com a turma. A sociedade é vista como sendo complexa, em constante mudança, com incertezas e em que cada vez mais o papel do professor é observado com olhos críticos por todos os intervenientes na mesma. Desta forma, o professor assume dois papéis fundamentais, quer como facilitador e orientador do processo de ensino-aprendizagem, assim como de guia para o desenvolvimento de competências emocionais e sociais nos alunos, para a formação de cidadãos conscientes e participativos na sociedade.

No que concerne ao desenvolvimento de um estudo durante a PES II, todo o processo nele incluído desempenha um papel fundamental na promoção de práticas e competências essenciais na área da docência. As fases de idealização/conceção, planeamento, aplicação e análise, constituíram uma oportunidade de desenvolver conhecimentos e competências teóricas, e ainda compreender de uma forma aprofundada teorias, métodos, estratégias e práticas relacionadas com o processo de ensino-aprendizagem (Zeichner & Diniz-Pereira, 2005). Desta forma, todos os pontos apresentados serão úteis no meu futuro, durante a prática, permitindo-me adotar estratégias adequadas, eficazes e sustentadas. Ao longo do desenvolvimento do estudo, surgem contratempos e obstáculos que obrigam o investigador a ter constantemente uma abordagem reflexiva em relação à sua prática, de forma a proceder a adaptações e alterações no mesmo. A reflexão permite ao professor desenvolver diferentes metodologias, para que a aprendizagem seja o mais enriquecedora possível (Vicentim, 2020).

Na fase de análise dos dados recolhidos, torna-se necessário questionarmo-nos enquanto investigadores, sobre crenças e ideias pré-concebidas, com o intuito de identificar os pontos a melhorar e tomar decisões fundamentadas, baseadas em evidências. Esta capacidade de refletir acerca de convicções torna-nos em professores capazes de se adaptarem aos desafios constantes e evolução nesta área (Zeichner & Diniz-Pereira, 2005).

Podemos considerar ainda o desenvolvimento de competências de colaboração e comunicação, dado que durante todo o processo investigativo, é necessário o contacto e a partilha de ideias com os pares ou orientadores, assim como com os alunos enquanto sujeitos do estudo. Estas competências tornam-se essenciais, dado que é a partir delas que o professor constrói uma relação positiva dentro e fora da sala de aula (com alunos, pais, outros professores, etc.), assim como promove um ambiente em sala de aula inclusivo, colaborativo e democrático. Para a minha formação enquanto aluna e futura docente, este estudo constituiu uma oportunidade muito rica de crescimento quer pessoal como profissional.

Por fim, refletindo agora sobre o meu desenvolvimento pessoal e profissional para o exercício da docência, considero que ambos os contextos da PES II me permitiram

criar e melhorar constantemente diversos aspetos. A turma de 6.º ano com a qual desenvolvi a minha prática foi a primeira turma de 2.º CEB desde o início do curso, pelo que inicialmente foram criadas certas expectativas, que naturalmente não se cumpriram na sua totalidade e outras chegaram a superar-se. Este contexto trouxe uma aprendizagem enorme em termos de gestão em sala de aula, de aprendizagens, comportamentos e tempos. A gestão do tempo em sala de aula considero ser um aspeto que devo melhorar ao longo da minha prática, pelos diferentes ritmos de trabalho que os alunos apresentam e a preparação de materiais extra para o efeito. Além disso, este contexto permitiu-me desenvolver a minha atitude e posição perante uma turma de 2.º CEB, a qual considero ter melhorado ao longo da PES e que, com cada vez mais contacto com este nível de ensino, a irei adequar cada vez mais.

No que concerne à turma de 3.º ano, como já tinha realizado outras práticas em 1.º CEB, a gestão de expectativas foi mais adequada. Por se tratar de um contexto diferente dos restantes com os quais já tinha contactado, este contexto trouxe uma aprendizagem ao nível do desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem sustentado pela utilização de dispositivos e plataformas eletrónicas. Por este ter sido o segundo contexto da PES II, que decorreu pouco tempo após o término da prática no 2.º CEB, senti alguma dificuldade em adequar a minha posição em sala de aula para estes alunos, tendo este sido um aspeto que, ao longo desta prática tive a oportunidade de melhorar constantemente. Aqui senti novamente as dificuldades na gestão da turma e de tempos, que apesar de considerar terem tido uma evolução constante, só com a prática profissional futura poderão ser continuamente melhorados.

Todo o processo reflexivo realizado permitiu-me consciencializar acerca de fragilidades e potencialidades não só dos alunos, mas também minhas enquanto professora, que serão muito úteis para poder melhorar a minha prática profissional.

REFERÊNCIAS

| | ' ' | | ' '

- Aires, L. (2011). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional*. Universidade Aberta.
- Alvarenga, D., & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, (1), 27-55.
<https://doi.org/10.48489/quadrante.22813>
- Baptista, I. (Coord.), Caetano, A. P., Amado, J., Azevedo, M. C., & Pais, S. C. (2020). *Instrumento de Regulação Ético-Deontológica: Carta Ética*, SPCE – Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
<https://www.spce.org.pt/assets/files/CARTA-TICA2.EDICAOFINAL-2020-COMPACTADO.pdf>
- Barreira, C., Boavida, J., & Araújo, N. (2006). Avaliação Formativa: Novas Formas de Ensinar e Aprender. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 40(3), 95-106.
<https://digitalis-dsp.uc.pt/bitstream/10316.2/4472/1/7%20-%20Avaliacao%20formativa%20-%20Novas%20formas%20de%20ensinar%20e%20aprender.pdf>
- Billings, E., Tied, T., & Slater, L. (2007, dezembro). Algebraic Thinking and Pictorial Growth Patterns. *Teaching Children Mathematics*, 302-308.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005, novembro). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446. <http://dx.doi.org/10.2307/30034944>
- Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.
- Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16(2), 81-118.
<https://doi.org/10.48489/quadrante.22816>
- Canavarro, A. P., & Ponte, J. P. (2005). O papel do professor no currículo de Matemática. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 63-90). GTI – Grupo de Trabalho de Investigação. <http://hdl.handle.net/10451/4085>

- Coutinho, C. P. (2013). Paradigmas, Metodologias e Métodos de Investigação. In C. P. Coutinho (Ed.), *Metodologias de Investigação em Ciências Sociais e Humanas - Teoria e Prática* (pp. 9-39). Almedina.
- Coutinho, C. P. (2014). Recolha de Dados. In C. P. Coutinho (Ed.), *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: teoria e prática* (2.ª ed.) (pp. 112-163). Almedina.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. (2009, dezembro). Investigação-Ação: Metodologia Preferencial nas Práticas Educativas. *Revista de Psicologia, Educação e Cultura*, 13(2), 355-380.
<https://hdl.handle.net/1822/10148>
- Decreto-Lei n.º 54/2018, de 6 de julho. *Diário da República*, 1.ª série.
<https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/decreto-lei/54-2018-115652961>
- Decreto-Lei n.º 115-A/98, de 4 de maio. *Diário da República*, 1.ª série – N.º 102.
<https://files.dre.pt/1s/1998/05/102a01/00020015.pdf>
- Direção-Geral da Educação. (2021, agosto). *Aprendizagens Essenciais 6.º Ano / 2.º CEB Matemática*. Direção-Geral da Educação.
https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/ae_mat_6.o_ano.pdf
- Duarte, J. A. (2012). Práticas de ensino que promovem o pensamento algébrico: um estudo com duas professoras no 7º ano de escolaridade. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 31-61). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
<http://hdl.handle.net/10400.26/9197>
- Fernandes, D. (2022). *Avaliar e aprender numa cultura de inovação pedagógica*. LeYa Educação.
- Freire-Ribeiro, I., & Mesquita, E. (2020, junho). A relação pedagógica a partir do olhar de futuros professores: implicações do(s) ambiente(s) de ensino e aprendizagem.

- Revista Portuguesa De Investigação Educacional*, (Especial), 14-35.
<https://doi.org/10.34632/investigacaoeducacional.2020.8499>
- Harper, E. (1987, fevereiro). GHOSTS OF DIOPHANTUS. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 75-90. <https://doi.org/10.1007/BF00367915>
- Kaput, J. J. (1999). *Teaching and learning a new algebra with understanding*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. <https://eric.ed.gov/?id=ED441662>
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning?. In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 5-17). Lawrence Erlbaum Associates.
- Kelly, C. A. (2006). Using Manipulatives in Mathematical Problem Solving: A Performance-Based Analysis. *The Mathematics Enthusiast*, 3(2), 184-193. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1049>
- Kieran, C. (2007, junho). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher question from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, 16(1), 5-26. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22814>
- Lopes, F. S. (2016, novembro). *O papel do diretor de turma na vida dos alunos* [Dissertação de mestrado, Faculdade de Letras da Universidade do Porto]. U.Porto – Repositório Aberto da Universidade do Porto. <https://hdl.handle.net/10216/89446>
- Martins, G. O. (Coord.), Gomes, C. A. S., Brocardo, J. M. L., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L. A., Silva, L. M. U., Encarnação, M. M. G. A., Horta, M. J. V. C., Calçada, M. T. C. S., Nery, R. F. V., & Rodrigues, S. M. C. V. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação, Direcção-Geral da Educação. https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf
- Matos, J. M., & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Universidade Aberta.

- McCall, G. J., & Simmons, J. L. (1969). *Issues in Participant Observation: A Text and Reader*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Movimento da Escola Moderna. (s.d.). *Modelo Pedagógico do MEM*. MEM – Movimento da Escola Moderna. Consultado a 17 de junho de 2023 em <https://www.escolamoderna.pt/modelo-pedagogico/>
- Movimento da Escola Moderna. (s.d.). *Sistema de Organização Cooperada*. MEM – Movimento da Escola Moderna. Consultado a 20 de junho de 2023 em <https://www.escolamoderna.pt/modelo-pedagogico/sistema-de-organizacao-cooperada/>
- Moyer, P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175-197. <https://doi.org/10.1023/A:1014596316942>
- Nunes, S., & Rodrigues, M. (2016, novembro). DESENVOLVER O PENSAMENTO ALGÉBRICO UTILIZANDO MATERIAL MANIPULÁVEL. In A. P. Canavarro, A. Borralho, J. Brocardo, & L. Santos (Eds.), *Livro de Atas do EIEM 2016 - Encontro em Investigação em Educação Matemática: Recursos na Educação Matemática* (pp. 67-82). Universidade de Évora. https://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/atas_EIEM_2016.pdf
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. (2012). Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: da prática à representação de uma prática. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 557-570). SPIEM. <http://hdl.handle.net/10400.19/1142>
- Pardal, L., & Lopes, E. S. (2011). Técnicas de Investigação Social. In L. Pardal, & E. S. Lopes (Eds.), *Métodos e Técnicas de Investigação Social* (pp.69-105). Areal Editores.
- Peressini, D., & Knuth, E. (2000, fevereiro). The Role of Tasks in Developing Communities of Mathematical Inquiry. *Teaching Children Mathematics*, 6(6), 391-397. <https://www.jstor.org/stable/41197452>

- Pimentel, T., & Vale, I. (2012). Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. *Quadrante*, 21(2), 29–50. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22881>
- Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009, setembro). *Álgebra no Ensino Básico*, Ministério da Educação. <http://hdl.handle.net/10451/7105>
- Rodrigues, M., & Serra, P. (2015, abril). Generalizing repeating patterns: A study with children aged four. In I. Sahin, A. Kiray, & S. Alan (Eds.), *International Conference on Education in Mathematics, Science and Technology Proceeding Book* (pp. 120-134). Tubitak.
- Santos, E. F., Vieira, M. S., & Santos S. S. C. (2018, outubro). Ser Professor/a: A Importância da Prática Pedagógica do Estágio Supervisionado do Ensino de Ciências. *Anais do Enfope*, (11), 1-15.
- Smith, E. (2008). Representational Thinking as a Framework for Introducing Functions in the Elementary Curriculum. In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 133-160). Lawrence Erlbaum Associates.
- Sousa, M. J & Baptista, C. S. (2011). Etapa 1 – O Problema de Investigação In M. J. Sousa & C. S. Baptista (Eds.), *Como fazer Investigação, Dissertações, Teses e Relatórios*, (pp.18–29). Pactor.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008, outubro). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Usher, R. (1996). A critique to the neglected epistemological assumptions of educational research. In D. Scott & R. Usher (Eds.), *Understanding educational research*. (pp. 9-32). Routledge.
- Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., & Borralho, A. (2006). Os padrões no ensino aprendizagem da Álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 193-213). SPCE – Secção de

- Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
<http://hdl.handle.net/10773/10185>
- Vale, I. & Pimentel, T. (2013, setembro). O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 98-124.
<http://hdl.handle.net/10400.21/3098>
- Vale, I., Pimentel, T. (Coord.), Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., & Fonseca, L. (2011). *Padrões em Matemática. Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o Ensino Básico*. Texto Editores.
- Vale, I., Pimentel, T., Alvarenga, D., & Fão, A. (2011, julho). *Uma Proposta Didática Envolvendo Padrões no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
https://www.academia.edu/39654327/Material_de_apoio_ao_novo_Programa_de_Matem%C3%A1tica_do_Ensino_B%C3%A1sico_UMA_PROPOSTA_DID%C3%81CTICA_ENVOLVENDO_PADR%C3%95ES_1o_e_2o_ciclos_do_ensino_b%C3%A1sico
- Vicentim, M. N. S. (2020, abril). O Papel do Professor no Processo Ensino-Aprendizagem do Aluno: Uma Revisão de Literatura. *Revista Científica Semana Acadêmica*, 1(193), 1-17. <http://dx.doi.org/10.35265/2236-6717-193-08685>
- Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8-year olds' thinking. *Educ Stud Math*, 67, 171-185. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9092-2>
- Yin, R. K. (2001). *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos* (D. Grassi, Trad.). Bookman. (Obra original publicada em 1994).
- Zeichner, K. M., & Diniz-Pereira, J. E. (2005, maio). Pesquisa dos educadores e formação docente voltada para a transformação social. *Cadernos de Pesquisa*, 35(125), 63-80. <https://doi.org/10.1590/S0100-15742005000200005>

ANEXOS

| ' ' | | ' ' |

ANEXO A.
Potencialidades, Fragilidades e
Interesses dos alunos do
contexto de 1.º CEB

| ' ' | | ' ' |

Componente do Currículo	Potencialidades	Fragilidades	Interesses
Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos tecnológicos; • Cálculo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comunicação de pensamento matemática; • Interpretação de enunciados escritos; • Resolução de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos tecnológicos; • Tarefas de exploração; • Produção de problemas matemáticos.
Português	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos tecnológicos; • Fluência e entonação na leitura; • Interpretação de textos; • Gramática; • Ortografia. 	<ul style="list-style-type: none"> • Expressar-se através da escrita, adequando-a às diferentes intenções de comunicação; • Escrita. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos tecnológicos; • Leitura; • Escrita de textos.
Estudo do Meio	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos tecnológicos; • Envolvimento nos projetos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cooperação 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabalho de projeto.
Música	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos tecnológicos; • Cantar em grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Sequências de movimentos corporais. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cantar em grupo; • Manuseamento e utilização de instrumentos musicais; • Audição de produções musicais.
Artes Visuais	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos tecnológicos; • Desenho; • Pintura. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recorte; • Colagem. 	<ul style="list-style-type: none"> • Desenho; • Pintura.
Expressão Dramática	<ul style="list-style-type: none"> • Não observado 	<ul style="list-style-type: none"> • Não observado 	<ul style="list-style-type: none"> • Não observado

Educação Física	<ul style="list-style-type: none"> • Participação em jogos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cooperação entre equipa, em jogos de grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Jogos.
Competências Sociais	<ul style="list-style-type: none"> • Participação; • Autonomia; • Responsabilidade na realização de tarefas; • Colaboração; • Compreensão; • Comunicação; • Reflexão. 	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidade de comunicação e argumentação crítica; • Cooperação com os seus pares; • Cumprimento de regras em sala de aula; • Respeito pela opinião do outro. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realização de tarefas; • Conselho de turma.

Nota. Dados recolhidos por observação direta, pelo par de estágio na PES II, no contexto de 1.º CEB.

ANEXO B.
Estratégias globais de intervenção
e integração curricular no
contexto de 1.º CEB

| ' ' | | ' ' |

Objetivos	Estratégias Globais de Intervenção	Estratégias Globais de Integração
<p>Desenvolver competências de gestão de problemas</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Continuar com as rotinas semanais: conselho de turma, perguntas e comentários aos textos dos colegas e apresentações de produções; • Realizar discussões em grande grupo sobre as diferentes atividades. 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Estudo do Meio:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Continuar com a rotina de Trabalho de Projeto. • <u>Matemática:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Promover momentos de explicitação oral de raciocínios. • <u>Português:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Continuação da rotina Perguntas e comentários aos textos dos colegas. • <u>Educação Artística:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Promover atividades que envolvem comunicação através das diferentes expressões. • <u>Competências Sociais:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Continuação da rotina do TEA, com parcerias; – Continuação da rotina do Conselho de Turma; – Continuação da rotina de Apresentações de Produções.
<p>Desenvolver competências de cooperação, colaboração e partilha</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar de esquemas ou desenhos; • Utilizar de materiais manipuláveis e tecnológicos; • Realizar trabalho de grupo; • Incentivar à participação ordenada; • Discussão entre pares sobre diferentes conteúdos. 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Estudo do Meio:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Continuar com a rotina de Trabalho de Projeto. • <u>Português:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Continuar com a escrita de textos a pares. • <u>Educação Artística:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Promover atividades que envolvem momentos de cooperação. • <u>Competências Sociais:</u> <ul style="list-style-type: none"> – Continuação da rotina do TEA, com parcerias; – Continuação da rotina Apresentações de Produções.

Nota. Grelha elaborada pelo par de estágio na PES II, no contexto de 1.º CEB.

ANEXO C.

Potencialidades, Fragilidades e
Interesses dos alunos do contexto
de 2.º CEB - Turma A

| ' ' | | ' ' |

Turma A			
Componente do Currículo	Potencialidades	Fragilidades	Interesses
Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos didáticos; • Aquisição de conteúdos anteriores (e.g. operações); • Discussão em grande grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Estratégias de resolução de problemas; • Raciocínio matemático; • Utilização da linguagem matemática; • Capacidade de abstração. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos didáticos; • Tarefas de exploração; • Revisão de conteúdos anteriores (Assembleia).
Ciências Naturais	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos visuais; • Pesquisa de informação no manual; • Explicitação de conteúdos; • Discussão em grande grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Registo de conteúdos abordados no caderno; • Capacidade abstração; • Utilização de linguagem científica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos visuais; • Revisão de conteúdos anteriores (Assembleia).
Competências Sociais	<ul style="list-style-type: none"> • Autonomia; • Participação; • Colaboração; • Compreensão; • Cooperação; • Respeito pela opinião do outro. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comunicação; • Reflexão; • Pedir a palavra e falar na sua vez. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabalho em grupo; • Comunicação interpessoal; • Definição de objetivos específicos (Plano de Estudo e Plano de Trabalho).

Nota. Dados recolhidos por observação direta, pelo par de estágio na PES II, no contexto de 2.º CEB.

ANEXO D.

Potencialidades, Fragilidades e
Interesses dos alunos do contexto
de 2.º CEB - Turma B

|' '' | | ''

Turma B			
Componente do Currículo	Potencialidades	Fragilidades	Interesses
Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Aquisição de conteúdos anteriores (e.g. sólidos e figuras geométricas); • Estratégias de resolução de problemas; • Raciocínio matemático; • Mobilização de conteúdos prévios; • Utilização da linguagem matemática. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos didáticos; • Trabalho de grupo; • Discussão em grande grupo; • Capacidade de abstração. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos didáticos; • Tarefas de exploração; • Revisão de conteúdos anteriores.
Ciências Naturais	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos visuais; • Pesquisa de informação no manual; • Explicitação de conteúdos; • Mobilização de conteúdos prévios; • Registo de conteúdos abordados no caderno. 	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidade abstração; • Utilização de linguagem científica; • Discussão em grande grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização de recursos visuais; • Revisão de conteúdos anteriores.
Competências Sociais	<ul style="list-style-type: none"> • Autonomia; • Participação; • Compreensão; • Reflexão; • Comunicação. 	<ul style="list-style-type: none"> • Pedir a palavra e falar na sua vez; • Colaboração; • Cooperação; • Respeito pela opinião do outro. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabalho em grupo.

Nota. Dados recolhidos por observação direta, pelo par de estágio na PES II, no contexto de 2.º CEB.

ANEXO E.

Estratégias globais de intervenção
e integração curricular no
contexto de 2.º CEB

| ' ' | | ' ' |

Objetivos	Estratégias Globais de Intervenção	Estratégias Globais de Integração
<p>Desenvolver a compreensão e expressão oral e escrita</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Continuar com as rotinas semanais: Assembleia; • Realizar discussões em grande grupo sobre as diferentes atividades. 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Ciências Naturais</u>: <ul style="list-style-type: none"> – Realizar esquemas e/ou pequenos textos expositivos; – Explicar os diferentes conteúdos abordados aos pares. • <u>Matemática</u>: <ul style="list-style-type: none"> – Apresentar resoluções de problemas, explicitando o raciocínio matemático; – Partilhar diferentes resoluções, justificando de forma crítica e reflexiva.
<p>Desenvolver competências de cooperação, colaboração e partilha</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Trabalho de grupo; • Realizar discussões em grande grupo sobre as diferentes atividades; • Incentivar à participação ordenada; • Discussão entre pares sobre diferentes conteúdos. 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Ciências Naturais</u>: <ul style="list-style-type: none"> – Efetuar tarefas a pares; – Participar de forma ativa e em colaboração com os pares. • <u>Matemática</u>: <ul style="list-style-type: none"> – Apresentar resoluções de problemas, explicitando o raciocínio matemático; – Colocar questões pertinentes às resoluções apresentadas; – Partilha de diferentes resoluções, justificando de forma crítica e reflexiva.

Nota. Grelha elaborada pelo par de estágio na PES II, no contexto de 2.º CEB.

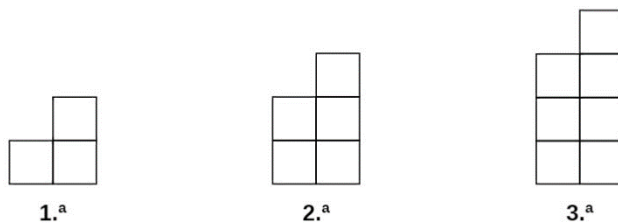
ANEXO F.
Tarefa de Exploração 1
| ' ' | | ' '

Data: _____

Nome: _____ Ano/Turma: _____ N.º: _____

Tarefa de Exploração - 01

Observa a sequência de figuras apresentada:



1 - Quantos quadrados terá a 4.^a figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

2 - Quantos quadrados terá a 10.^a figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

3 - Qual o número da figura que tem 41 quadrados? Explica como chegaste a essa conclusão.



4 - Nesta sequência, alguma figura poderá ter 50 quadrados? Justifica a tua resposta.

5 - Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

ANEXO G.
Tarefa de Exploração 2
| ' ' | | ' ' |

Data: _____

Nome: _____ Ano/Turma: _____ N.º: _____

Tarefa de Exploração - 02

Observa as sequências apresentadas:

a) 16, 18, 20, 22, ...

b) 4, 8, 12, 16, ...

c) 7, 11, 15, 19, ...

d) 6, 11, 16, 21, ...

1 - Mantendo a regularidade em cada uma das sequências, indica os 4 termos seguintes de cada sequência. Explica como chegaste a essa conclusão.



2 - Determina a lei de formação de cada uma das sequências.



3 - Indica o termo de ordem 20 da sequência b). Explica como chegaste a essa conclusão.



4 - Na sequência a), qual a ordem do termo 80? Justifica a tua resposta.



5 - Na sequência d), qual o 15.º termo? Justifica a tua resposta.



ANEXO H.
Tarefa de Exploração 3
| ' ' | | ' '

Data: _____

Nome: _____ Ano/Turma: _____ N.º: _____

Tarefa de Exploração - 03

Observa a sequência de figuras apresentada:



1.^a



2.^a



3.^a



4.^a

1 - Completa a seguinte tabela:

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Termo	4								

2 - Qual a lei de formação desta sequência?

3 - Quantos fósforos são necessários para construir a figura de ordem 15? Explica como chegaste a essa conclusão.

4 - Existe algum termo com 45 fósforos? Explica como chegaste a essa conclusão.



ANEXO I.
Tarefa de Exploração 4
| ' ' | | ' ' |

Data: _____

Nome: _____ Ano/Turma: _____ N.º: _____

Tarefa de Exploração - 04

Observa as sequências apresentadas:

a) 3, 5, 7, 9, 11, ...

b) 5, 8, 11, 14, 17, ...

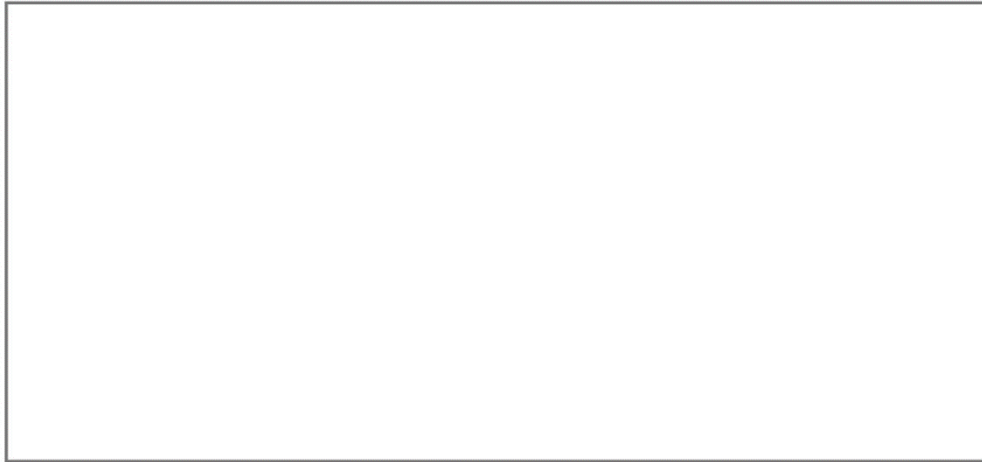
c) 1, 3, 5, 7, 9, ...

d) 1, 4, 7, 10, 13, ...

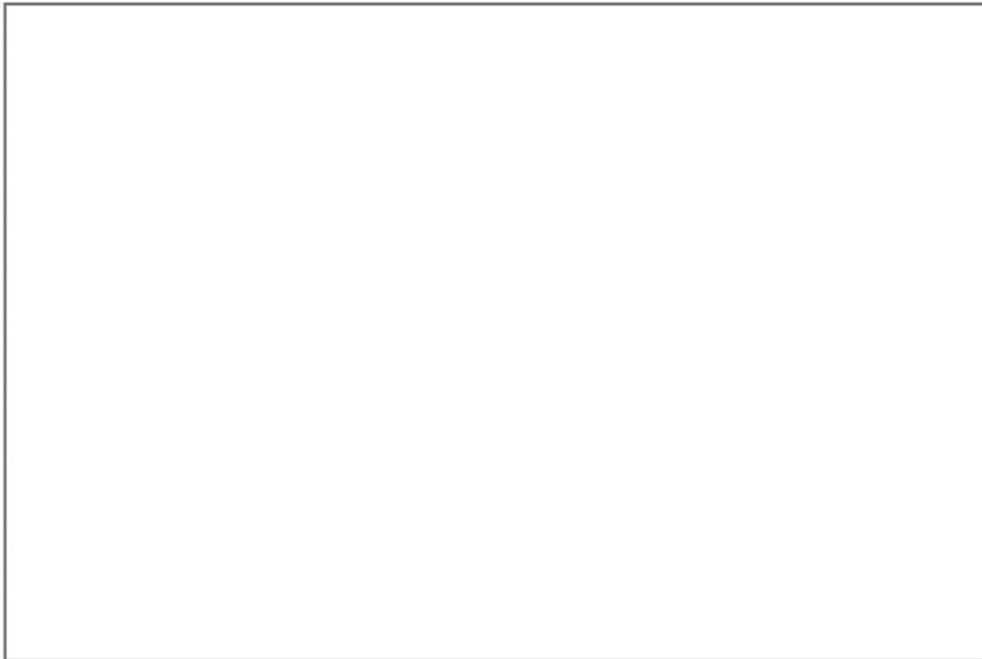
1 - Para cada sequência, indica uma lei de formação compatível com os termos dados.

2 - Determina os 3 termos seguintes de cada sequência, de acordo com essa lei.

3 - Indica a expressão geradora de cada sequência apresentada.

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write the generating expression for each sequence.

4 - Determina os termos de ordem 25, 30, 43 e 67, de acordo com a expressão geradora de cada sequência.

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write the terms of the sequences at the specified orders.

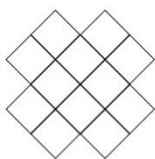
ANEXO J.
Tarefa de Exploração 5
| ' ' | | ' '

Data: _____

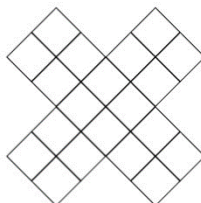
Nome: _____ Ano/Turma: _____ N.º: _____

Tarefa de Exploração - 05

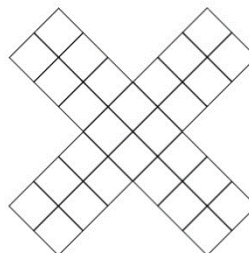
Observa a sequência de figuras apresentada:



1.^a



2.^a



3.^a

1 - Quantos quadrados terá o termo de ordem 4? Explica como chegaste a essa conclusão.

2 - Qual a lei de formação desta sequência?


4 - Quantos quadrados terá o termo de ordem 4^2 ? Explica como chegaste a essa conclusão.



5 - Qual a ordem do termo 68? Explica como chegaste a essa conclusão.



6 - Qual a expressão geradora desta sequência?



ANEXO K.
Tarefa de Exploração 6
| ' ' | | ' ' |

Data: _____

Nome: _____ Ano/Turma: _____ N.º: _____

Tarefa de Exploração - 06

Observa as sequências apresentadas:

a) 1, 6, 11, 16, ...

b) 2, 4, 8, 16, ...

c) 3, 7, 11, 15, ...

d) 10, 100, 1.000, 10.000, ...

1 - Para cada sequência, indica uma lei de formação compatível com os termos dados.

2 - Determina os 4 termos seguintes de cada sequência, de acordo com essa lei.

3 - Indica a expressão geradora de cada sequência apresentada.



4 - Determina os termos de ordem 115, de acordo com a expressão geradora das sequências a) e c).



5 - Determina os termos de ordem 10, de acordo com a expressão geradora das sequências b) e d).



ANEXO L.
Consentimento Livre e Informado

| ' ' | | ' ' |

Pedido de Autorização aos Encarregados de Educação

Lisboa, ____ de janeiro de 2023

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado(a) de Educação

No âmbito da realização de um relatório final de estágio, do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, na Escola Superior de Educação de Lisboa, sob orientação da professora Doutora Margarida Rodrigues, pretendo desenvolver um estudo de forma a compreender o desenvolvimento do pensamento algébrico, em alunos do 6.º ano do 2.º CEB, associado à exploração de sequências de crescimento, de natureza figurativa e numérica.

Para o desenvolvimento deste estudo, será necessário realizar gravações de áudio do trabalho realizado em aula, pelo seu educando. Esta recolha será feita exclusivamente por mim.

As gravações de áudio serão utilizadas, exclusivamente, para a realização deste trabalho e os nomes dos alunos serão alterados, de forma a garantir a preservação da privacidade dos mesmos, assim como da própria escola.

Desta forma, solicito a sua autorização para proceder à gravação desses momentos, colocando-me inteiramente ao seu dispor para qualquer esclarecimento que considere importante.

Grata pela atenção.

A professora estagiária

O professor

(Rita Craveiro Costa)

(██████████)

Eu, _____, Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) _____, declaro que:

autorizo a gravação de áudio do(a) meu/minha educando(a).

não autorizo a gravação de áudio do(a) meu/minha educando(a).

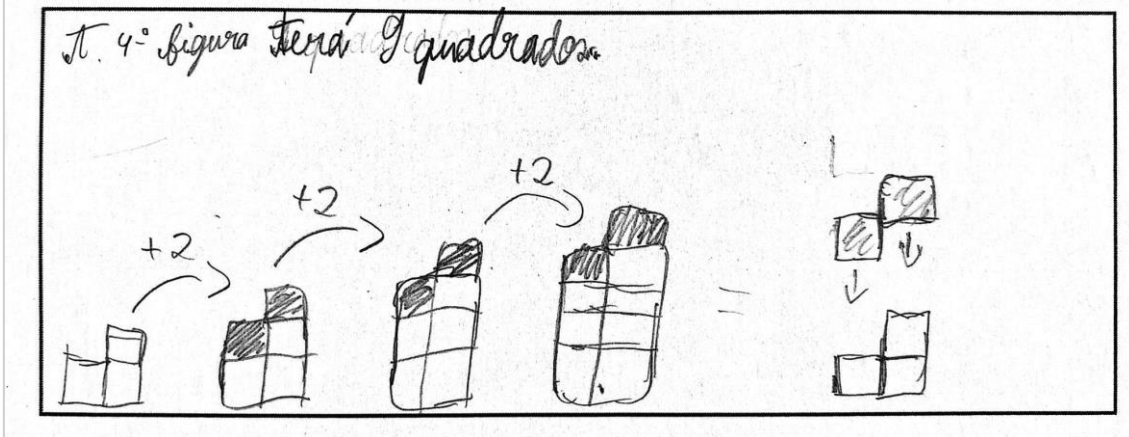
ANEXO M.
Resoluções dos alunos da 1.ª tarefa

| ' ' | | ' ' |

Figura M 1

Resolução do item 1

1 - Quantos quadrados terá a 4.^a figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

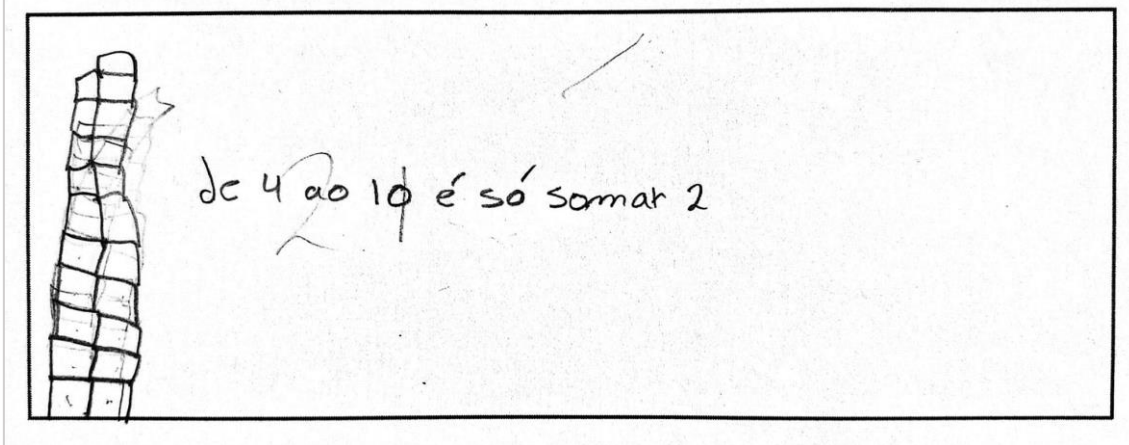


Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 1 (2023).

Figura M 2

Resolução 1 do item 2

2 - Quantos quadrados terá a 10.^a figura? Explica como chegaste a essa conclusão.




Nota. Elaborado pelo aluno Pedro durante a exploração da tarefa 1 (2023).

Figura M 3

Resolução 2 do item 2

2 - Quantos quadrados terá a 10.^a figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

A 10.^a figura terá 27 quadrados.



+ 1 + (10 x 2 quadrados) = 1 + 20 = 21

(Note: The handwritten calculation in the image shows 27, but the visible text and diagram suggest a calculation of 21. The text '27' is written above the diagram, and the calculation below it is 1 + 20 = 21. There is a discrepancy between the text and the calculation.)

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 1 (2023).

Figura M 4

Resolução do item 3

3 - Qual o número da figura que tem 41 quadrados? Explica como chegaste a essa conclusão.

O número da figura que tem 41 quadrados é 20.²

$$41 - 1 = 40$$
$$40 : 2 = 20$$

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 1 (2023).

Figura M 5

Resolução do item 4

4 - Nesta sequência, alguma figura poderá ter 50 quadrados? Justifica a tua resposta.

Não, porque para cada figura se adiciona 2 quadrados e de 41 a 50 é o 9 quadrados, mas o 9 é ímpar.

Nota. Elaborado pelo aluno Luís durante a exploração da tarefa 1 (2023).

Figura M 6

Resolução do item 5

5 - Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

Se da 1ª figura para 2ª figura são mais 2 quadrados, então o número da figura relaciona-se com o número de vezes que nos adicionamos dois quadrados à 1ª figura.

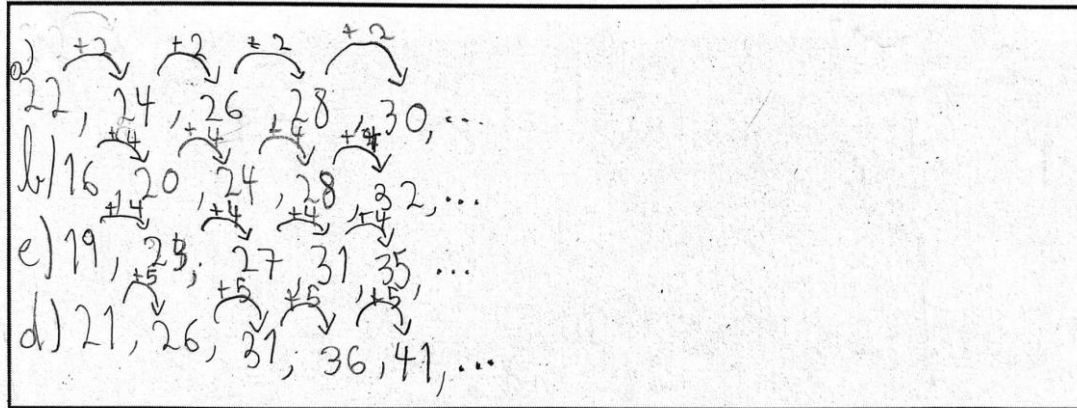
Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 1 (2023).

ANEXO N.
Resoluções dos alunos da 2.ª tarefa
| ' ' | | ' ' |

Figura N 1

Resolução do item 1

1 - Mantendo a regularidade em cada uma das seqüências, indica os 4 termos seguintes de cada seqüência. Explica como chegaste a essa conclusão.



Nota. Elaborado pelo aluno Luís durante a exploração da tarefa 2 (2023).

Figura N 2

Resolução do item 2

2 - Determina a lei de formação de cada uma das seqüências.

Handwritten explanations for the sequences:

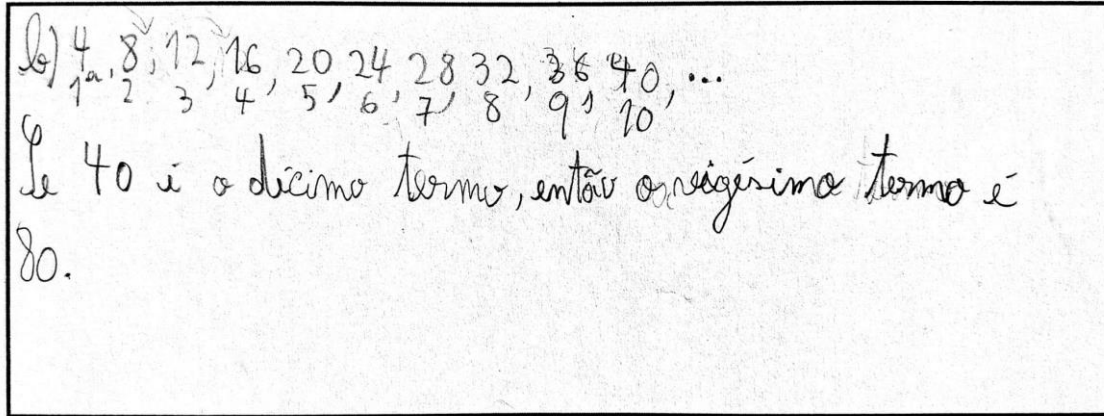
- a) = Obtém-se o próximo número adicionando mais 2 do anterior.
- b) = Obtém-se o próximo número adicionando mais 4 do anterior.
- c) = A regra da seqüência é adicionar mais 4.
- d) = Chega-se ao resultado adicionando mais 5.

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 2 (2023).

Figura N 3

Resolução do item 3

3 - Indica o termo de ordem 20 da sequência b). Explica como chegaste a essa conclusão.



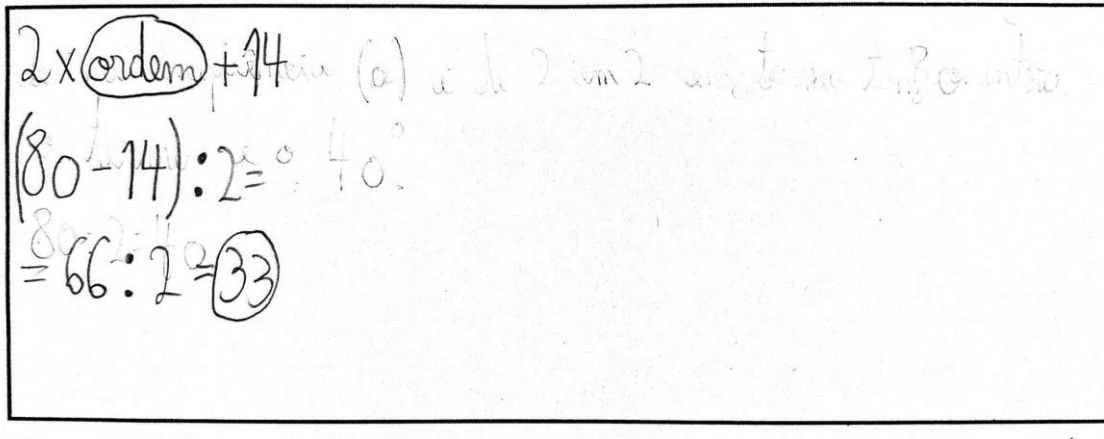
b) 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...
1^a, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...
Se 40 é o décimo termo, então o vigésimo termo é 80.

Nota. Elaborado pelo aluno Luís durante a exploração da tarefa 2 (2023).

Figura N 4

Resolução do item 4

4 - Na sequência a), qual a ordem do termo 80? Justifica a tua resposta.



$2 \times (\text{ordem}) + 14$ (a) e de 2 em 2 unidades no 1.º termo
 $(80 - 14) : 2 = 40$
 $40 : 2 = 33$

Nota. Elaborado pelo aluno Luís durante a exploração da tarefa 2 (2023).

Figura N 5

Resolução do item 5

5 - Na sequência d), qual o 15.º termo? Justifica a tua resposta.

$$15 \times 5 + 1 = 76$$
$$(\text{ordem} \times 5) + 1 = (15 \times 5) + 1 = 75 + 1 = 76$$

O décimo quinto termo é 76.

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 2 (2023).

ANEXO 0.
Resoluções dos alunos da 3.ª tarefa
| ' ' | | ' ' |

Figura O 1
Resolução do item 1

1 - Completa a seguinte tabela:

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Termo	4	7	10	13	16	19	22	-	$n \times 3 + 1$

Handwritten annotations below the table show arrows between terms with the label "+3", indicating the constant difference between consecutive terms in the sequence.

Nota. Elaborado pelo aluno Rui durante a exploração da tarefa 3 (2023).

Figura O 2
Resolução do item 2

2 - Qual a lei de formação desta sequência?
 O primeiro termo é 4, obtém-se o próximo termo adicionando 3 unidades do anterior.

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 3 (2023).

Figura O 3
Resolução do item 3

3 - Quantos fósforos são necessários para construir a figura de ordem 15? Explica como chegaste a essa conclusão.

Handwritten solution:

$$15 \times 3 + 1 = 46$$

↓ ↓
 m n - o que adicionamos em cada termo

R: O termo da ordem 15 é 46.

Nota. Elaborado pelo aluno Rui durante a exploração da tarefa 3 (2023).

Figura O 4

Resolução do item 4

4 - Existe algum termo com 45 fósforos? Explica como chegaste a essa conclusão.

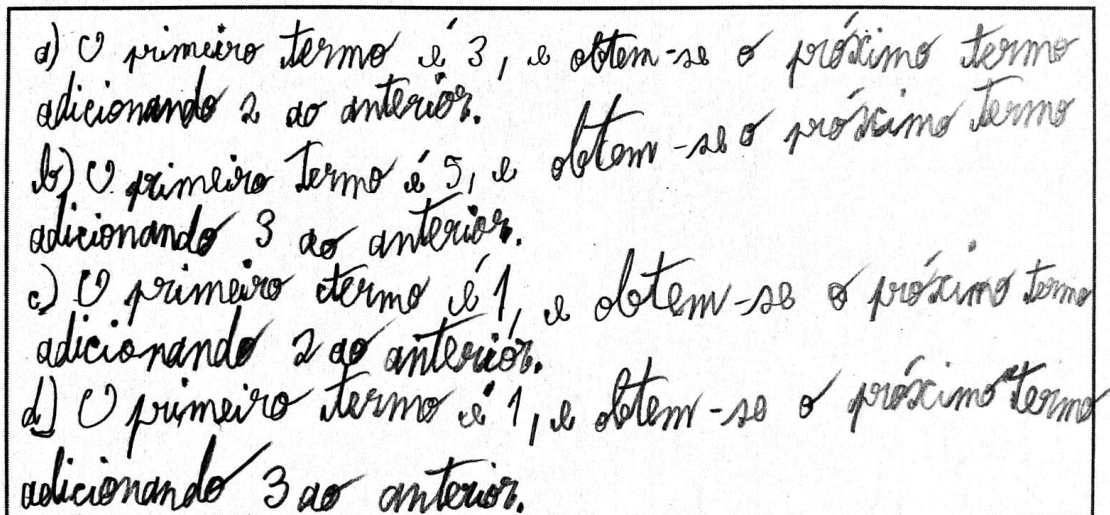
Não, porque o termo de ordem 15 é 46 e a sequência é de três em três mas 46 menos 3 é 43 e 45 está entre 43 e 46.

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 3 (2023).

ANEXO P.
Resoluções dos alunos da 4.ª tarefa
| ' ' | | ' ' |

Figura P 1
Resolução do item 1

1 - Para cada sequência, indica uma lei de formação compatível com os termos dados.

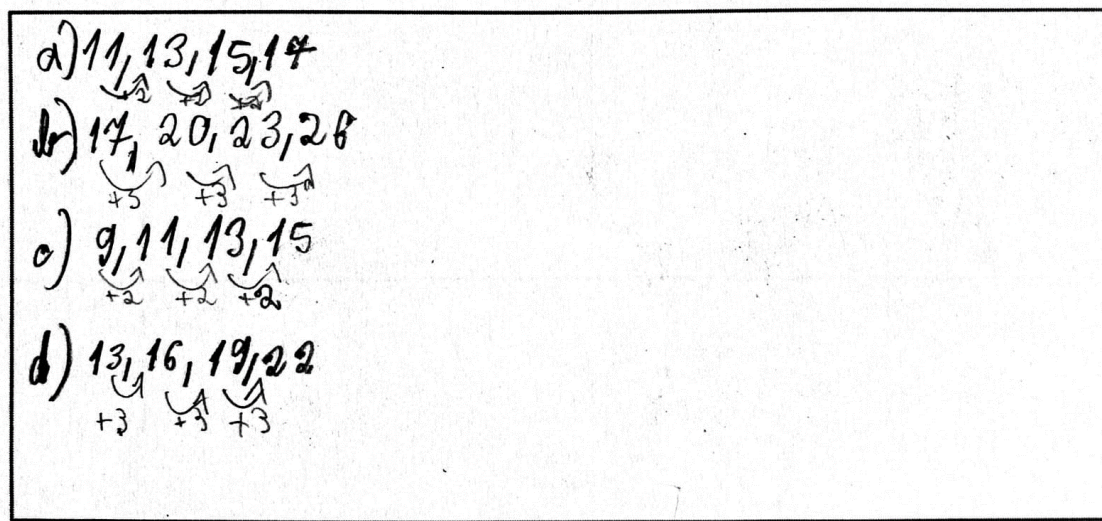


a) O primeiro termo é 3, e obtém-se o próximo termo adicionando 2 ao anterior.
b) O primeiro termo é 5, e obtém-se o próximo termo adicionando 3 ao anterior.
c) O primeiro termo é 1, e obtém-se o próximo termo adicionando 2 ao anterior.
d) O primeiro termo é 1, e obtém-se o próximo termo adicionando 3 ao anterior.

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 4 (2023).

Figura P 2
Resolução do item 2

2 - Determina os 3 termos seguintes de cada sequência, de acordo com essa lei.



a) 11, 13, 15, 17
b) 17, 20, 23, 26
c) 9, 11, 13, 15
d) 13, 16, 19, 22

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 4 (2023).

Figura P 3
Resolução do item 3

3 - Indica a expressão geradora de cada sequência apresentada.

<p>a) $m=1 \rightarrow 1 \times 2 + 1 = 2 + 1 = 3$ $m=2 \rightarrow 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$ $(m \times 2) + 1$ $2m + 1$</p>	<p>e) $m=1 \rightarrow 1 \times 2 - 1 = 2 - 1 = 1$ $m=2 \rightarrow 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$ $(m \times 2) - 1$ $2m - 1$</p>
<p>b) $m=1 \rightarrow 1 \times 3 + 2 = 3 + 2 = 5$ $m=2 \rightarrow 2 \times 3 + 2 = 6 + 2 = 8$ $(m \times 3) + 2$ $3m + 2$</p>	<p>d) $m=1 \rightarrow 1 \times 3 - 2 = 3 - 2 = 1$ $m=2 \rightarrow 2 \times 3 - 2 = 6 - 2 = 4$ $(m \times 3) - 2$ $3m - 2$</p>

Nota. Elaborado pelo aluno Luís durante a exploração da tarefa 4 (2023).

Figura P 4
Resolução do item 4

4 - Determina os termos de ordem 25, 30, 43 e 67, de acordo com a expressão geradora de cada sequência.

<p>a)</p> <p>$25 \times 2 + 1 = 51 \quad m = 25$ $30 \times 2 + 1 = 61 \quad m = 30$ $43 \times 2 + 1 = 87 \quad m = 43$ $67 \times 2 + 1 = 135 \quad m = 67$</p>	<p>b)</p> <p>$25 \times 3 + 2 = 77 \quad m = 25$ $30 \times 3 + 2 = 92 \quad m = 30$ $43 \times 3 + 2 = 131 \quad m = 43$ $67 \times 3 + 2 = 203 \quad m = 67$</p>
<p>c)</p> <p>$m = 25 \Rightarrow 25 \times 2 - 1 = 49$ $m = 30 \Rightarrow 30 \times 2 - 1 = 59$ $m = 43 \Rightarrow 43 \times 2 - 1 = 85$ $m = 67 \Rightarrow 67 \times 2 - 1 = 133$</p>	<p>d)</p> <p>$25 \times 3 - 2 = 73$ $30 \times 3 - 2 = 88$ $43 \times 3 - 2 = 127$ $67 \times 3 - 2 = 199$</p>

Nota. Elaborado pelo aluno Manuel durante a exploração da tarefa 4 (2023).