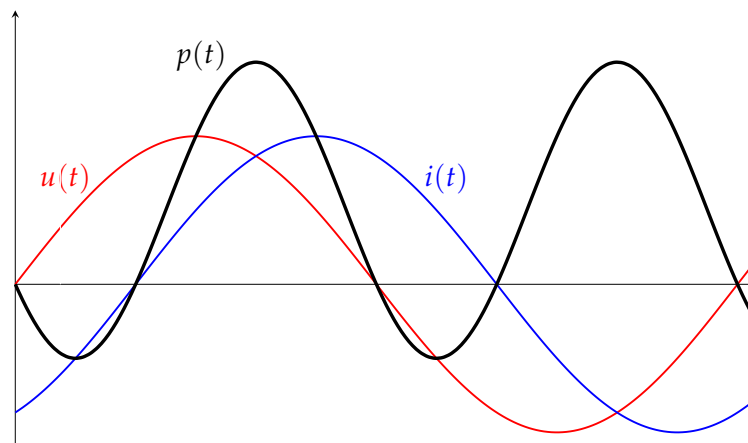




INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Electrotécnica de Energia e Automação



Caracterização das Componentes da Potência Instantânea em Sistemas Eléctricos

JOSÉ JORGE MIRANDA DE MATOS
(Licenciado em Engenharia Electrotécnica)

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Electrotécnica

Ramo: Energia

Orientadores:

Professor Doutor Luís José Lamy Rocha da Encarnação
Professor Doutor Miguel Cabral Ferreira Chaves

Júri:

Presidente: Professor Doutor João Hermínio Ninitas Lagarto
1º Vogal: Professor Doutor Nelson Filipe Pereira dos Santos
2º Vogal: Professor Doutor Luís José Lamy Rocha da Encarnação

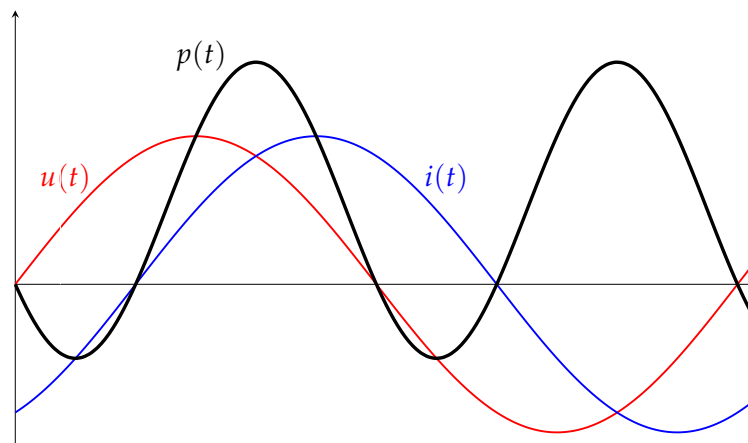
22 de Maio de 2023

[Página deixada em branco intencionalmente]



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Electrotécnica de Energia e Automação



Caracterização das Componentes da Potência Instantânea em Sistemas Eléctricos

JOSÉ JORGE MIRANDA DE MATOS
(Licenciado em Engenharia Electrotécnica)

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Electrotécnica

Ramo: Energia

Orientadores:

Professor Doutor Luís José Lamy Rocha da Encarnação
Professor Doutor Miguel Cabral Ferreira Chaves

Júri:

Presidente: Professor Doutor João Hermínio Ninitas Lagarto
1º Vogal: Professor Doutor Nelson Filipe Pereira dos Santos
2º Vogal: Professor Doutor Luís José Lamy Rocha da Encarnação

22 de Maio de 2023

Dissertação realizada sob orientação de:

Professor Luís José Lamy Rocha da Encarnação
Professor Adjunto do Departamento de Engenharia
Electrotécnica de Energia e Automação

Professor Miguel Cabral Ferreira Chaves
Professor Adjunto do Departamento de Engenharia
Electrotécnica de Energia e Automação

À memória de

Dra Maria Fernanda Pires Pedro Sequeira Perpétuo

pela força que sempre me deu para alcançar os meus sonhos e os meus objectivos.

Resumo

Desde a segunda metade do século XVIII, aquando do desenvolvimento da Revolução Industrial, começaram a surgir estudos sobre toda a área da ciência respeitante aos fenómenos de natureza elétrica. Os desenvolvimentos iniciaram-se pela caracterização dos fenómenos e grandezas fundamentais e posteriormente pelas relações entre estas, dando origem a definições e normalização globalmente aceite na Engenharia Eletrotécnica.

No contexto das definições e normalização de base na Engenharia Eletrotécnica, a presente dissertação de Mestrado tem como objetivo efetuar um estudo relativo à caracterização do cálculo de potências em sistemas elétricos, recorrendo para o efeito aos padrões globalmente aceites na área.

Neste trabalho, e no Estado da Arte, foram passadas em revista as definições e unidades de potência utilizadas atualmente em Engenharia Eletrotécnica, tanto em sistemas elétricos monofásicos como em trifásicos. Dando suporte a estas definições, são apresentados os desenvolvimentos analíticos, exemplos e simulações numéricas que validam teoricamente as definições, desde os sistemas elétricos monofásicos e trifásicos até aos sistemas com cargas não lineares, fazendo, ainda, uma breve alusão aos sistemas de potência pulsada.

Por fim, a implementação experimental de circuitos de corrente alternada de vários tipos e com diferentes cargas permite validar os desenvolvimentos teóricos. Como complemento, em anexos, é apresentada informação complementar e demonstrações, cujo teor, estão subentendidas no desenvolvimento do estudo efetuado no corpo principal.

Abstract

Since the second half of the eighteenth century, at the time of the development of the Industrial Revolution, studies began to emerge on the entire area of science concerning phenomena of an electrical nature. The developments began with the characterization of phenomena and fundamental magnitudes and subsequently the relationships between them, giving rise to globally accepted definitions and standardization in Electrical Engineering.

In the context of basic definitions and standardization in Electrical Engineering, this Master's Thesis aims to conduct a study concerning the characterization of power calculation in electrical systems, using the globally accepted standards in the area.

In this work, and in the State of the Art, the definitions and units of power currently used in Electrical Engineering were reviewed, both in single and three phase electrical systems. Supporting these definitions, analytical developments, examples and numerical simulations that theoretically validate the definitions are presented, from single and three-phase electrical systems to systems with non-linear loads, also making a brief allusion to pulsed power systems.

Finally, the experimental implementation of alternating current circuits of various types and with different loads allows us to validate the theoretical developments. As a complement, in the appendices, complementary information and demonstrations are presented, the contents of which are implicit in the development of the study carried out in the main body.

Agradecimentos

Aos meus orientadores, Eng. Luís Encarnação e Eng. Miguel Chaves, por toda a disponibilidade, paciência e préstimo que permitiram a possibilidade da realização desta dissertação.

À minha esposa Rosália Manaia por toda a força, paciência e compreensão durante toda a extensão do curso.

Ao Instituto Superior de Engenharia de Lisboa e ao Departamento de Engenharia Eletrotécnica, Energia e Automação.

Uma palavra de apreço também ao Eng. Paulo Gambôa e à Eng.^a Rita Pereira pelo apoio e pela paciência que me deram ao longo do curso, assim como também aos Eng. Filipe Barata, Eng. Luís Elvas e Eng. Rosa de Almeida e ainda ao Eng. Pedro Fonte e ao Eng. Ricardo Luís.

Às minhas filhas pelo incentivo e apoio que sempre me deram e ao Ricardo Manaia pela ajuda incondicional que sempre me prestou.

Aos meus colegas: Vasco Alves, Bruno Diogo, Filipe José, Nuno Santos, João Bajouca, Frederico Cabrita, Sanha Almeida e Luís Marques.

À minha restante família por todo o apoio e aos meus amigos de sempre.

Lista de Acrónimos

AC	Corrente Alternada (<i>Alternate Current</i>)
AT	Alta Tensão (<i>High Voltage</i>)
BT	Baixa Tensão (<i>Low Voltage</i>)
BTE	Baixa Tensão Especial (<i>Special Low Voltage</i>)
BTN	Baixa Tensão Normal (<i>Normal Low Voltage</i>)
CAD	Conversor Analógico/Digital (<i>Analog to Digital Converter</i>)
CDA	Conversor Digital/Analógico (<i>Digital to Analog Converter</i>)
CUR	Comercializador de Último Recurso (<i>Last Resource Seller</i>)
DC	Corrente Contínua (<i>Direct Current</i>)
DCP	Dispositivo de Controlo de Potência (<i>Power Control Device</i>)
ERSE	Entidade Reguladora dos Serviços Energéticos (<i>Energy Services Regulatory Authority</i>)
FD	Factor de Distorção (<i>Distortion Factor</i>)
IEEE	Instituto dos Engenheiros Electrotécnicos e Electrónicos (<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>)
IP	Iluminação pública (<i>Street lighting</i>)
ISO	Organização Internacional para a Standardização (<i>International Organization for Standardization</i>)
MAT	Muito Alta Tensão (<i>Very High Voltage</i>)
MT	Média Tensão (<i>Medium Voltage</i>)
ORD	Operador das Redes de Distribuição (<i>Distribution Network Operator</i>)
ORT	Operador da Rede Nacional de Transporte de Electricidade (<i>Operator of the National Electricity Transmission Grid</i>)
PAS	Placa de Aquisição de Sinais (<i>Signal Aquisition Board</i>)
PP	Potência Pulsada (<i>Pulsed Power</i>)
RMS	Valor Eficaz ou Valor Quadrático Médio (<i>Root Mean Square</i>)

Acrónimos

RNT	Rede Nacional de Transporte de Electricidade (<i>National Electricity Transmission Grid</i>)
RT	Regulamento Tarifário do Sector Eléctrico (<i>Electricity Sector Tariff Regulation</i>)
RRC	Regulamento de Relações Comerciais do Sector Eléctrico (<i>Regulation of Commercial Relations in the Electricity Sector</i>)
QEE	Qualidade da Energia Eléctrica (<i>Quality of Electric Energy</i>)
SEN	Sistema Eléctrico Nacional (<i>National Electric System</i>)
SI	Sistema Internacional de Unidades (<i>International System of Units</i>)
THD	Distorção Harmónica Total (<i>Total Harmonic Distortion</i>)
TI	Transformador de Intensidade (<i>Current Transformer</i>)
TT	Transformador de Tensão (<i>Voltage Transformer</i>)
UPAC	Unidade de Produção para Autoconsumo (<i>Production Unit for Self-Consumption</i>)
UPP	Unidade de Pequena Produção (<i>Small Production Unit</i>)

Lista de Símbolos

a_n	Coeficiente de Fourier
b_n	Coeficiente de Fourier
C	Capacidade ou matriz de transformação de Concórdia
D	Potência deformante [var]
δ	Factor de ciclo de um impulso de potência
f	Frequência [Hz]
FP	Factor de Potência
F_{RMS}	Valor eficaz de uma função não sinusoidal
ϕ	Desfasamento angular (° ou rad)
I	Valor eficaz de uma onda de corrente [A]
I_n	Amplitude da harmónica de ordem n de uma onda de corrente [A]
I_{nRMS}	Valor eficaz da harmónica de corrente de ordem n [A]
I_a, I_b, I_c	Fasores de correntes nas linhas a, b e c [A]
I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}	Fasores de correntes nas fases do triângulo [A]
i_{123}	Correntes no sistema de coordenadas 123 [A]
i_{dq}	Corrente no sistema de coordenadas dq [A]
$i_{\alpha\beta}$	Corrente no sistema de coordenadas $\alpha\beta$ [A]
i_d	Corrente segundo a componente directa [A]
I_f	Valor eficaz da corrente na fase [A]
I_L	Valor eficaz da corrente na linha [A]
I_p	Amplitude de uma onda sinusoidal de corrente [A]
i_q	Corrente segundo a componente em quadratura [A]
i_a, i_b, i_c	Correntes instantâneas nas linhas a, b e c [A]
L	Indutância [H]
n	Ordem da harmónica n
ω	Frequência angular [rad/s]
p	Potência instantânea [W]
\bar{p}	Componente contínua da potência instantânea [W]
\tilde{p}	Componente oscilatória da potência instantânea [W]
P	Potência activa [W]
P_H	Potência activa das harmónicas [W]
Q	Potência reactiva [var]

Símbolos

R	Resistência eléctrica [Ω]
S	Potência aparente [VA]
T	Período de uma oscilação [s]
t	Tempo [s]
U_{dc}	Componente contínua de tensão [V]
U	Valor eficaz de uma onda de tensão [V]
U_n	Amplitude da harmónica de ordem n de uma onda de tensão [V]
U_{nRMS}	Valor eficaz da harmónica de tensão de ordem n [V]
$\mathbf{U}_a, \mathbf{U}_b, \mathbf{U}_c$	Fasores de tensões simples [V]
$\mathbf{U}_{ab}, \mathbf{U}_{bc}, \mathbf{U}_{ca}$	Fasores de tensões compostas [V]
U_C	Tensão composta ou tensão entre-fases [V]
U_f	Tensão eficaz na fase [V]
U_p	Amplitude de uma onda sinusoidal de tensão [V]
U_S	Tensão simples ou tensão fase-neutro [V]
u_a, u_b, u_c	Tensões simples de um sistema de tensões trifásico [V]
X	Fasor de reactância genérico
X_C	Reactância capacitiva [Ω]
X_L	Reactância indutiva [Ω]
Z	Impedância [Ω]
Z_f	Impedância da fase [Ω]

Conteúdo

Resumo	i
Abstract	iii
Agradecimentos	v
Lista de Acrónimos	vii
Lista de Símbolos	ix
Lista de Tabelas	xii
Lista de Figuras	xiii
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento e motivação	1
1.2 Objectivos	2
1.3 Organização e Estrutura do Documento	2
2 Estado da Arte	3
2.1 Definições de unidades eléctricas	3
2.1.1 Sistema monofásico	3
2.1.2 Sistema trifásico	10
2.1.3 Energia eléctrica	14
3 Caracterização das potências	17
3.1 Potência em Sistemas Monofásicos	17
3.1.1 Definições	17
3.1.2 Potência complexa em sistemas monofásicos	22
3.2 Potência em Sistemas Trifásicos	28
3.2.1 Definições	28
3.2.2 Potência trifásica instantânea	30

3.2.3	Potência em Sistemas Trifásicos Equilibrados	33
3.2.4	Potência Complexa em Sistemas Trifásicos equilibrados	34
3.2.5	Potência Complexa em Sistemas Trifásicos Desequilibrados	35
3.3	Potência em Sistemas Pulsados	35
3.4	Potência em Sistemas não Sinusoidais	36
3.4.1	Conceito e Origem de Harmônicas	36
3.4.2	Análise de Fourier	37
3.4.3	Série de Fourier da Potência Média	41
3.4.4	Outros parâmetros considerados em sistemas não lineares	43
4	Implementação Laboratorial	45
4.1	Descrição do protótipo implementado	45
4.2	Circuito monofásico com carga RL	47
4.2.1	Comparação entre resultados de simulação e experimentais	48
4.3	Circuito trifásico com carga resistiva	49
4.3.1	Parametrização do ensaio experimental	50
4.3.2	Comparação entre resultados de simulação e experimentais	51
4.4	Circuito trifásico com carga RL	52
4.4.1	Parametrização do ensaio experimental	52
4.4.2	Comparação entre resultados de simulação e experimentais	53
4.5	Circuito trifásico com carga Não Linear	55
4.5.1	Parametrização do ensaio experimental	56
4.5.2	Comparação entre resultados de simulação e experimentais	58
5	Conclusões	61
5.1	Conclusões Gerais	61
5.2	Trabalhos Futuros	61
	Bibliografia	62
	Anexos	65
Anexo A	Cálculo do valor eficaz de uma grandeza sinusoidal	67
Anexo B	Cálculo de potências em sistemas trifásicos	71
Anexo C	Cálculo de uma série de Fourier	77
Anexo D	Recomendações adicionais do IEEE Standard	81
Anexo E	Métodos de medição de potências	85
Anexo F	Conversão de 2 tensões compostas para 3 tensões simples	95
Anexo G	Métodos de medição de energia	99

Lista de Tabelas

4.1	Implementação do circuito da Fig. 4.5 com carga monofásica RL	47
4.2	Resumo da comparação entre resultados de simulação e experimentais	49
4.3	Implementação do circuito da Fig. 4.8 com carga trifásica resistiva	50
4.4	Circuito trifásico com carga resistiva - Comparação de resultados simulados e experimentais	52
4.5	Implementação do circuito da Fig. 4.10 com carga trifásica RL	52
4.6	Circuito trifásico com carga reactiva - Comparação de resultados simulados e experimentais	54
4.7	Implementação do circuito da Fig. 4.14 com carga não linear	56
E.1	Resultados obtidos no ensaio do circuito monofásico	86
E.2	Distribuição de potências por fase numa carga trifásica	91
G.1	Tipologia dos DCP	108
G.2	Perdas no ferro dos transformadores de potência em MT	113
G.3	Perdas (%) em função do factor de carga (P_{Cu})	115

Lista de Figuras

2.1	Circuito eléctrico monofásico elementar	3
2.2	Exemplo de uma forma de onda alternada de tensão e outra de corrente	4
2.3	Potência monofásica instantânea	5
2.4	Triângulo das potências	6
2.5	Diagrama vectorial do desfasamento entre a tensão e a corrente	7
2.6	Exemplo de um espectro harmónico	8
2.7	Gerador trifásico ligado em estrela	10
2.8	Diagrama vectorial parcial das fases	11
2.9	Carga trifásica ligada em estrela e equilibrada	12
2.10	Carga trifásica ligada em triângulo	13
2.11	Determinação da energia através do integral definido	15
3.1	Carga alimentada por uma fonte de tensão ideal sinusoidal	17
3.2	Decomposição da onda sinusoidal da potência instantânea	19
3.3	Potência média monofásica	20
3.4	Componentes média e oscilatória da potência reactiva	20
3.5	Componente oscilatória da potência instantânea	21
3.6	1ª componente oscilatória da potência instantânea, P_{osc1}	21
3.7	2ª componente oscilatória da potência instantânea, P_{osc2}	22
3.8	Diagrama de impedâncias de um circuito resistivo	23
3.9	Diagrama de potências num circuito resistivo	24
3.10	Formas de onda num circuito puramente resistivo	24
3.11	Circuito monofásico de características indutivas	24
3.12	Diagrama de impedâncias num circuito de características indutivas	24
3.13	Diagrama de potências num circuito de características indutivas	25
3.14	Formas de onda num circuito com características indutivas com um desfasamento de 60°	26
3.15	Diagrama de impedâncias num circuito capacitivo	26
3.16	Diagrama de potências de um circuito capacitivo	27

Lista de Figuras

3.17	Formas de onda num circuito com características capacitivas com um desfasamento de 30°	28
3.18	Circuito eléctrico com impedância genérica Z	29
3.19	Representação trigonométrica do fasor	29
3.20	Diagrama vectorial do desfasamento entre a tensão e a corrente	29
3.21	Circuito trifásico com carga em estrela	30
3.22	Sistema trifásico de tensões e correntes sinusoidais	31
3.23	Potência trifásica instantânea, p	32
3.24	Carga trifásica ligada em estrela	33
3.25	Carga trifásica ligada em triângulo	33
3.26	Diagramas vectoriais de sistema trifásico equilibrado	34
3.27	Energia num intervalo tendente para infinito	35
3.28	Energia num intervalo de tempo tendente para zero	35
3.29	Análise de Fourier de uma onda quadrada	38
3.30	Diagrama de potências em sistemas não sinusoidais	43
4.1	Controlador digital de sinal <i>dSPACE</i>	45
4.2	Placa de Aquisição de Sinais	45
4.3	Algoritmo de cálculo da potência reactiva no circuito monofásico implementado no Processador Digital de Sinal	46
4.4	Sinótico	47
4.5	Circuito monofásico indutivo	48
4.6	Evolução temporal da tensão, U , e da corrente, I	48
4.7	Evolução temporal da potência instantânea, $p(t)$, e da potência média, P	49
4.8	Circuito trifásico resistivo em estrela	50
4.9	Evoluções temporais das potências	51
4.10	Circuito trifásico RL em estrela	52
4.11	Evoluções temporais das tensões no circuito trifásico em estrela	53
4.12	Evoluções temporais das correntes nas fases do circuito trifásico em estrela	54
4.13	Potências instantâneas observadas no circuito trifásico em estrela	55
4.14	Circuito de rectificação trifásico não controlado em ponte	55
4.15	Resultado de simulação da corrente no secundário do transformador até à 23 ^a harmónica	58
4.16	Resultado experimental da corrente no secundário do transformador	58
4.17	Espectro harmónico característico da corrente na entrada de um retificador trifásico em ponte não controlado	58
4.18	Resultado experimental do espectro harmónico da corrente na entrada de um retificador trifásico em ponte não controlado, até à 13 ^a harmónica	59

A.1	Circuito de corrente alternada	67
A.2	Circuito de corrente contínua	67
B.1	Posição relativa entre os referenciais girante e estacionário	74
C.1	Análise de Fourier	77
E.1	Medição de Potência num circuito monofásico	85
E.2	Tensão e corrente de entrada	86
E.3	Condensador variável	86
E.4	Wattímetro monofásico	87
E.5	Medição de potência num circuito eléctrico trifásico	88
E.6	Wattímetro para leitura de potência em cada fase	88
E.7	Wattímetro trifásico	88
E.8	Placa sinalética do motor trifásico	89
E.9	Medição de potência com wattímetro electrónico	89
E.10	Leitura de potência activa	90
E.11	Leitura de potência reactiva	90
E.12	Leitura da potência aparente	90
E.13	Leitura de potência activa em carga	90
E.14	Medição de potência em cargas não lineares	91
E.15	Carga não linear	92
E.16	Interface entre a carga e a plataforma informática LabView	92
E.17	Determinação da potência total pelo Método de Aron	92
E.18	Diagrama vectorial para o Método de Aron	93
F.1	Diagrama da estrela de tensões compostas e simples	95
G.1	Contador electromecânico	99
G.2	Contador electrónico	100

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento e motivação

A definição e o cálculo de potências e as suas componentes, em sistemas eléctricos, foram evoluindo para o consenso que actualmente é adoptado pela área científica da Engenharia Electrotécnica que é a metrologia.

Engenheiros e técnicos comparam resultados teóricos com resultados experimentais e comparam projectos de engenharia concorrentes usando medidas quantitativas que têm de utilizar as mesmas definições. O Sistema Internacional de Unidades (abreviado como SI) é usado por toda a comunidade de engenharia através de todo o mundo. As unidades do SI são baseadas em sete unidades consideradas padrão. Estas são a unidade de comprimento, o metro (m), a unidade de massa, o quilograma (kg), a unidade de tempo, o segundo (s), a unidade de corrente eléctrica, o Ampère (A), a unidade de temperatura termodinâmica, o grau Kelvin (K), a quantidade de substância, mol (mol) e a unidade de intensidade luminosa, a candela (cd), mas apenas as quatro primeiras nos interessam porque todas as unidades eléctricas derivam delas [1].

Geração, transmissão, distribuição e utilização de energia em regime sinusoidal são práticas comuns em engenharia electrotécnica, tanto em sistemas de energia eléctrica de potência como em sistemas electrónicos analógicos. As aplicações envolvendo energia e potência em cargas lineares foram sempre calculadas a partir de conceitos gerais, mas nem sempre de modo muito directo [2].

Um dos grandes e últimos capítulos na captura de consensos é a metrologia relacionados com as cargas não lineares e que se tornaram cada vez mais significativos no início dos avanços dos dispositivos electrónicos de potência. Estes dispositivos modernos comportam-se como cargas não lineares e a maioria deles injecta uma quantidade significativa de correntes harmónicas no sistema eléctrico de energia. Um número crescente de cargas não lineares está continuamente a ser ligado à rede. Portanto, isso estimulou a análise de sistemas de energia em condições não sinusoidais. É imperativo estabelecer um conjunto consistente de definições das várias componentes da potência que sejam válidas também sob condições transitórias e não sinusoidais [3].

1.2 Objectivos

O objectivo desta tese é estudar ao detalhe a caracterização das componentes da potência instantânea dos sistemas eléctricos em corrente alternada. Assim, os assuntos em estudo versarão as seguintes áreas.

1. Caracterizar analiticamente a potência instantânea que é utilizada nos dias de hoje no ensino e em investigação. Nestes conteúdos, pretende-se rever os mais importantes conceitos acerca dos parâmetros eléctricos existentes actualmente. Nesta sequência, pretende-se mostrar a interação entre todos estes parâmetros de forma a mostrar a informação que pode ser retirada da caracterização das componentes da potência instantânea.
2. Caracterizar os modelos que conduzem à potência eléctrica por simulação numérica, suportadas por plataformas informáticas.
3. Desenvolver um sistema laboratorial onde seja efectuada de uma forma prática e simples, a implementação de circuitos eléctricos, com vários tipos de carga, para a determinação dos parâmetros eléctricos em estudo.

1.3 Organização e Estrutura do Documento

Esta dissertação de mestrado encontra-se dividida em 5 capítulos, referências bibliográficas e anexos.

O primeiro capítulo introduz o tema da caracterização das componentes da potência instantânea em sistema eléctricos, apresentando ainda a motivação, os objetivos da dissertação, e organização e estrutura da mesma.

O segundo capítulo refere o estado da arte, onde são descritos os sistemas de unidades eléctricas comumente utilizados em toda a comunidade de engenharia electrotécnica nos dias de hoje.

No terceiro capítulo é apresentada a caracterização das potências eléctricas nas áreas onde elas se aplicam, nomeadamente nos sistemas monofásicos, os sistemas trifásicos e terminando nos sistemas não sinusoidais. É ainda feita uma breve alusão aos sistemas de potência pulsada.

O quarto capítulo é reservado para a implementação laboratorial, onde foram testados em vários sistemas de medição de potências, os circuitos eléctricos descritos no capítulo 3.

O último capítulo é reservado às conclusões e são apresentadas propostas para trabalhos futuros.

Finalmente, na área reservada aos anexos, é apresentada informação complementar e deduções matemáticas que suportam esta dissertação.

Capítulo 2

Estado da Arte

2.1 Definições de unidades eléctricas

Como mencionado anteriormente (Capítulo 1), o consenso na área da metrologia não é unânime a nível global. Sendo que sempre existiu uma tentativa de consenso para a normalização de tudo o que seja parâmetros da área eléctrica e da potência eléctrica, não foge à regra. Assim, surge o IEEE Std 1459™-2010 [4], um documento emanado do IEEE (Instituto de Engenheiros Electrotécnicos e Electrónicos), uma organização internacional sem fins lucrativos, criada e sediada em Manhattan, New York, que reúne um grande número de engenheiros de todo o mundo com a finalidade de padronizar métodos, processos e unidades na área da electrotecnia e electrónica.

A padronização de hoje acerca deste tema é emanada pelo IEEE, e mundialmente aceite, é como se mostra a seguir neste capítulo.

2.1.1 Sistema monofásico

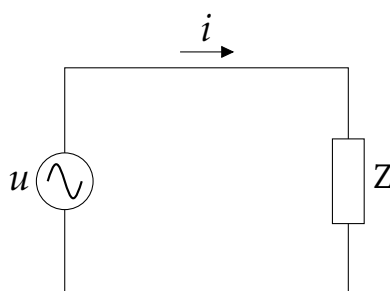


Fig. 2.1 – Circuito eléctrico monofásico elementar

Um circuito elementar conforme se mostra na Fig. 2.1, são colocados em série uma fonte de alimentação AC e uma impedância de valor determinado. Quando é estabelecida a alimentação, verifica-se a produção de uma corrente alternada dependente do valor da tensão de alimentação e da carga, neste caso representada pela impedância Z .

De acordo com a Fig. 2.2, a tensão alternada sinusoidal instantânea é definida por

$$u(t) = U_p \sin(\omega t) \quad (2.1.1)$$

que ao alimentar uma impedância, vai produzir a seguinte corrente sinusoidal [5],

$$i(t) = I_p \sin(\omega t - \alpha_i) \quad (2.1.2)$$

onde U_p e I_p representam as amplitudes da tensão e da corrente, respectivamente. Ainda,

ω é a frequência angular $2\pi f$ [rad/s]

α_i é o desfasamento angular entre a tensão e a corrente, designado de ângulo de fase [rad]. Pode-se dizer que a corrente está atrasada de α_i radianos relativamente à tensão.

t é a variável que designa o tempo [s]

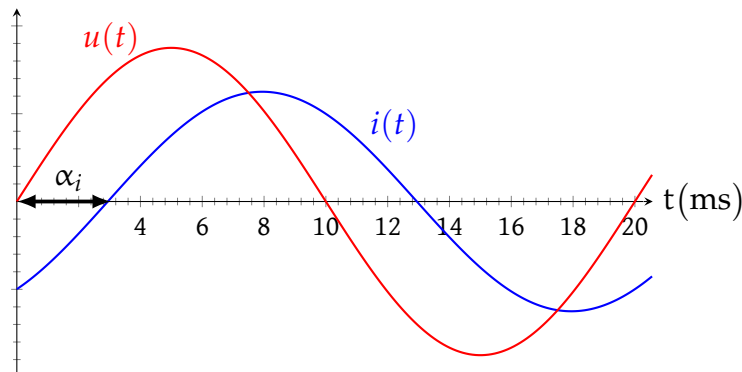


Fig. 2.2 – Exemplo de uma forma de onda alternada de tensão e outra de corrente

Outro valor que é retirado das equações (2.1.1) e (2.1.2) é o valor eficaz de uma onda sinusoidal de tensão, U_{ef} , e valor eficaz de uma onda sinusoidal de corrente, I_{ef} , respectivamente. Os valores eficazes da tensão podem ainda ser representados também pelas grandezas U e U_f , procedendo-se de forma análoga para os valores eficazes da corrente [3].

A demonstração do cálculo do valor eficaz aplicado a uma senoide é efectuado no anexo A.

2.1.1.1 Potência instantânea

A potência monofásica instantânea, $p(t)$, é definida por

$$p(t) = u(t)i(t) \quad (2.1.3)$$

O desenvolvimento desta expressão dá origem às seguintes expressões

$$P = UI \cos \theta \quad (2.1.4)$$

e

$$Q = UI \sin \theta \quad (2.1.5)$$

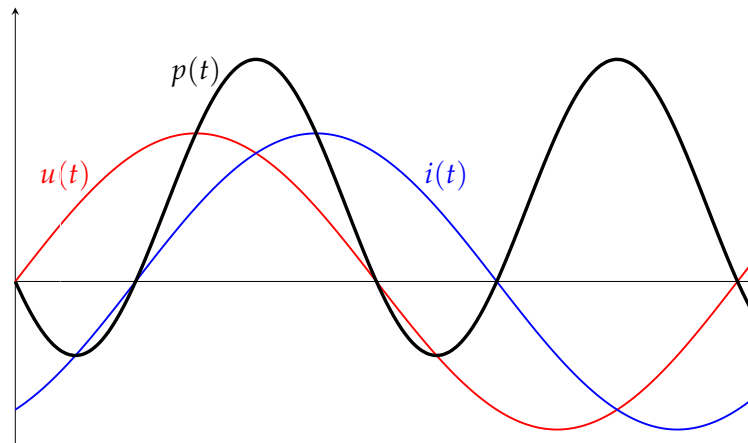


Fig. 2.3 – Potência monofásica instantânea

O desenvolvimento da expressão (2.1.3) é demonstrado na secção 3.1.1.1.

A equação (2.1.4) é a componente da potência total no circuito que é transformada em trabalho útil e designada de *potência activa*, cuja unidade é o Watt e é representada por **W**. A equação (2.1.5) é a componente respeitante à potência que não é transformada em trabalho e que apenas circula entre a fonte e a carga. Esta potência é designada de *potência reactiva* e cuja unidade é o Volt-Ampere Reactivo e é representada por **var**.

2.1.1.2 Potência activa

A título de curiosidade e de acordo com a norma de recomendação do IEEE Std 1459-2000, define-se a potência activa P da seguinte forma (2.1.6)

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p(t) dt \quad (2.1.6)$$

Onde

- $T = 1/f$ é o período [s]
- k é um número inteiro
- τ é o instante de início da medição

A unidade, como já mencionado, é o Watt e é representada por **W**.

2.1.1.3 Potência Reactiva

De acordo com o mencionado na Secção 2.1.1.1, a potência reactiva é:

$$Q = UI \sin \theta \quad (2.1.7)$$

2.1.1.4 Potência Aparente

A potência aparente, S , é o produto do valor eficaz da tensão pelo valor eficaz da corrente, num circuito eléctrico.

$$S = UI \quad (2.1.8)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.1.9)$$

A potência instantânea p é uma função sinusoidal, secção 2.1.1.1, que tem uma frequência dupla da frequência do circuito eléctrico onde é verificada, $f = \omega/2\pi$. A amplitude desta onda sinusoidal é a potência aparente S .

Em redes eléctricas onde existem cargas não lineares, pode-se ainda considerar **a potência aparente fundamental, S_1** , equação (2.1.10), e as suas componentes P_1 e Q_1 , grandezas que ajudam a definir a taxa de fluxo da energia do campo eletromagnético associada à tensão e corrente da componente fundamental dos 50 Hz.

$$S_1 = U_1 I_1 \quad (2.1.10)$$

$$S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2 \quad (2.1.11)$$

A unidade é o Volt-Ampere e é representado por **VA**.

2.1.1.5 Factor de Potência

Uma das formas de se medir a eficiência num circuito eléctrico, ou de uma máquina eléctrica, é através do parâmetro denominado **Factor de Potência, FP** . Este parâmetro indica-nos qual a razão entre a potência que é convertida em trabalho e a potência total entregue ao circuito.

$$FP = \frac{P}{S} \quad (2.1.12)$$

A grandeza do Factor de Potência é sempre um número compreendido entre 0 e 1.

2.1.1.6 Potência Complexa

Um **fasor** é um número complexo que representa o valor eficaz e a fase de uma senoide.

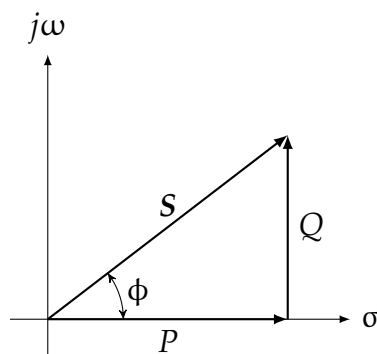


Fig. 2.4 – Triângulo das potências

De acordo com a Fig. 2.4 , a potência complexa, S , é um fasor que depende dos fasores da tensão e da corrente e ainda de uma grandeza angular ϕ . Este ângulo é a diferença entre os defasamentos da tensão e da corrente relativamente ao referencial angular, Fig. 2.5.

Considere-se a equação (2.1.13) que representa o fasor da potência complexa.

$$S = S/\underline{\phi} \quad (2.1.13)$$

e de acordo com a Fig. 2.5, será $\phi = \alpha_u - \alpha_i$,

$$S = UI/\alpha_u - \alpha_i \quad (2.1.14)$$

$$S = U/\alpha_u I/-\alpha_i \quad (2.1.15)$$

$$S = \mathbf{UI}^* \quad (2.1.16)$$

onde

$$\mathbf{U} = U / \alpha_u \quad \text{é o fasor da tensão} \quad (2.1.17)$$

$$\mathbf{I}^* = I / -\alpha_i \quad \text{é o conjugado do fasor da corrente} \quad (2.1.18)$$

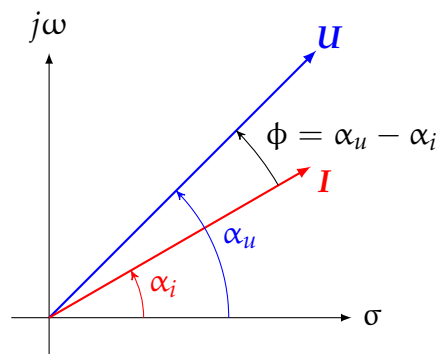


Fig. 2.5 – Diagrama vectorial do defasamento entre a tensão e a corrente

A equação (2.1.16) pode ser ainda expressa em função da potência activa e da potência reactiva,

$$S = P + jQ \quad (2.1.19)$$

$$S = |S| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.1.20)$$

onde, a equação (2.1.19) é a forma rectangular e a equação (2.1.20) é a sua amplitude ou módulo, designada de potência aparente.

O desenvolvimento destas equações vão ser efectuados na Secção 3.2.1.

2.1.1.7 Circuitos com cargas não lineares

Quando se fala em circuitos com cargas não lineares, existem outros parâmetros que ajudam a determinar a influência que as harmónicas podem ter no primor da energia eléctrica, tal como se pode ver no exemplo de um espectro harmónico, Fig. 2.6.

Uma definição mais abrangente da potência activa P será dada por

$$P = P_1 + P_H \quad (2.1.21)$$

onde

P_H é a potência activa total das harmónicas de ordem n produzidas nessa rede eléctrica.

P_1 é a potência activa da onda fundamental.

Para motores de corrente alternada, que compõem a grande maioria das cargas, a potência activa harmónica não é uma potência útil. Consequentemente, é recomendável separar a potência activa fundamental P_1 da potência activa harmónica P_H .

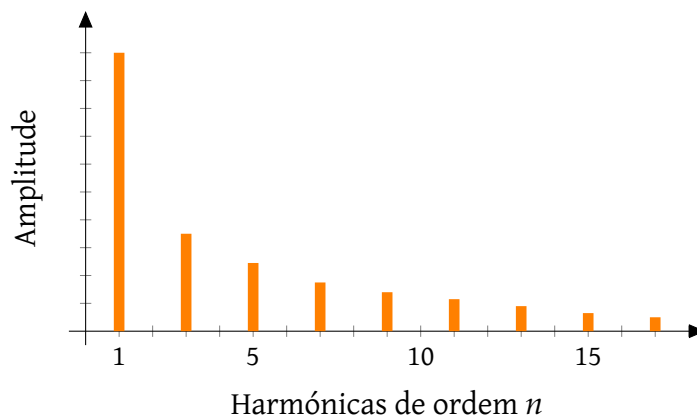


Fig. 2.6 – Exemplo de um espectro harmónico

Existem outras variáveis associadas ao estudo das harmónicas e o primeiro destas variáveis é a Distorção Harmónica Total, que é o desvio global que tem uma onda não sinusoidal da respectiva onda fundamental.

1. A distorção harmónica total da corrente é expressa por

$$\text{THD}_i = \frac{1}{I_1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2} \quad (2.1.22)$$

que será a razão do somatório de todas as componentes harmónicas, excepto a componente fundamental (I_1), da onda de corrente sobre a componente da corrente de frequência fundamental, I_1 .

2. A distorção harmónica total da tensão é expressa por

$$\text{THD}_u = \frac{1}{U_1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_n^2} \quad (2.1.23)$$

de uma forma semelhante à equação (2.1.22).

Ainda a considerar, o Factor de Distorção

$$FD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_n^2}}{U} \quad (2.1.24)$$

que é semelhante a THD mas a razão, aqui, é sobre a onda sinusoidal incluindo fundamental e totalidade de harmónicas.

2.1.1.8 Potência activa em regime não sinusoidal

Esta potência é a potência média total transportada pela totalidade das harmónicas.

$$P_H = \frac{1}{kT} \sum_{n \neq 1} U_n I_n \cos \theta_n \quad (2.1.25)$$

$$= P - P_1 \quad (2.1.26)$$

Pode ainda ser considerada como a potência total desenvolvida numa determinada rede, suprimida da potência activa correspondente à onda fundamental.

2.1.1.9 Potência reactiva em regime não sinusoidal

Este tipo de potência, e como está mencionado na publicação [4], em circuitos com cargas não lineares, é a potência reactiva devida à existência de harmónicas e que nos é dada pelo somatório das potências reactivas correspondentes a essas harmónicas, incluindo a onda fundamental.

Nas equações seguintes, a constante n em índice, é referente ao índice da harmónica.

$$Q_B = \sum_n U_n I_n \sin \theta_n \quad (2.1.27)$$

A unidade, como já mencionado também, é o Volt-Ampere Reactivo e é representada por **var**.

2.1.1.10 Componente fundamental da potência reactiva

O valor da potência reactiva está bastante concentrada na sua onda fundamental e que é definida por (2.1.29)

$$Q_1 = \frac{\omega_1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_1 \left[\int u_1 dt \right] dt \quad (2.1.28)$$

$$= U_1 I_1 \sin \theta_1 \quad (2.1.29)$$

2.1.2 Sistema trifásico

Nos sistemas trifásicos, dois dos tipos de montagens mais conhecidos, tanto na produção como nas montagens das cargas, são as ligações em estrela e as ligações em triângulo. Na ligação em estrela ainda se pode considerar com neutro acessível ou sem neutro acessível. As tensões e correntes são determinadas como se mostra na seguinte Secção 2.1.2.1 [1].

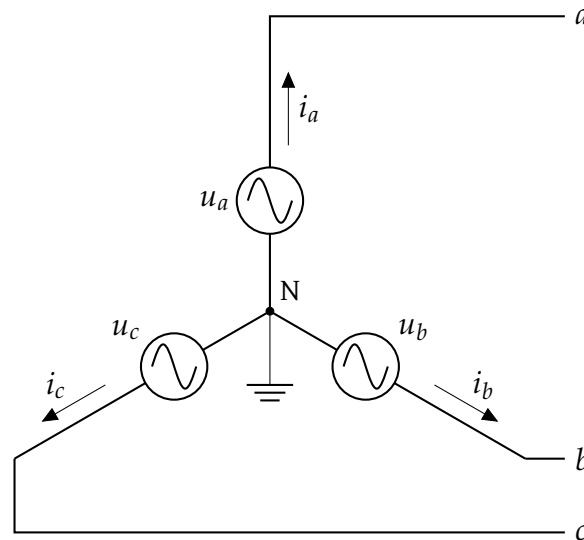


Fig. 2.7 - Gerador trifásico ligado em estrela

2.1.2.1 Sistema trifásico equilibrado

Considere-se um gerador trifásico com configuração em estrela, Fig. 2.7. Neste tipo de montagem, as tensões instantâneas são representadas por

$$\left. \begin{aligned} u_a(t) &= \sqrt{2}U_a \sin(\omega t) \\ u_b(t) &= \sqrt{2}U_b \sin(\omega t - 120^\circ) \\ u_c(t) &= \sqrt{2}U_c \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (2.1.30)$$

e as correntes são representadas por

$$\left. \begin{aligned} i_a(t) &= \sqrt{2}I_a \sin(\omega t) \\ i_b(t) &= \sqrt{2}I_b \sin(\omega t - 120^\circ - \alpha_i) \\ i_c(t) &= \sqrt{2}I_c \sin(\omega t + 120^\circ - \alpha_i) \end{aligned} \right\} \quad (2.1.31)$$

Conforme já mostrado na equação (2.1.2), o ângulo α_i é o ângulo de defasamento da corrente relativamente ao referencial angular.

Em termos de fasores, as três fases de tensão e de corrente são designadas das seguintes formas. Tensões:

$$\mathbf{U}_a = U_a \angle 0^\circ \quad (2.1.32)$$

$$\mathbf{U}_b = U_b \angle -120^\circ \quad (2.1.33)$$

$$\mathbf{U}_c = U_c \angle 120^\circ \quad (2.1.34)$$

Correntes:

$$\mathbf{I}_a = I_a \angle -\alpha_i \quad (2.1.35)$$

$$\mathbf{I}_b = I_b \angle -120^\circ - \alpha_i \quad (2.1.36)$$

$$\mathbf{I}_c = I_c \angle 120^\circ - \alpha_i \quad (2.1.37)$$

2.1.2.2 Ligações em Estrela

Considere-se a Fig. 2.8 onde, $U_b = U_S$ e $U_{bc} = U_C$ que é uma partição do diagrama vectorial de um sistema trifásico de tensões. Este diagrama também se aplica da mesma maneira a sistema de correntes.

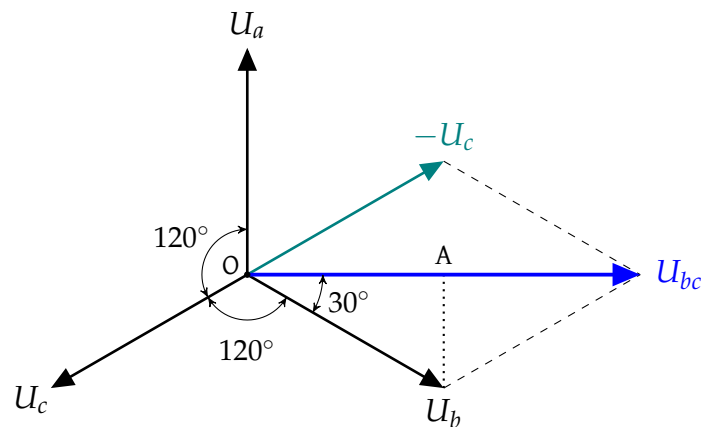


Fig. 2.8 – Diagrama vectorial parcial das fases

Da semelhança de triângulos $[O A U_b]$ e $[A U_b U_{bc}]$ verifica-se que $\overline{OA} = \frac{1}{2}U_{bc}$.

Então,

$$\frac{1}{2}U_C = U_S \cos 30^\circ \quad (2.1.38)$$

$$U_C = 2U_S \cos 30^\circ \quad (2.1.39)$$

$$U_C = 2U_S \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2.1.40)$$

$$U_C = \sqrt{3}U_S \quad (2.1.41)$$

Considere-se, agora, a montagem da Fig. 2.9 que representa uma carga trifásica ligada em estrela.

Neste tipo de ligações, temos:

$$U_S = U_f \quad (2.1.42)$$

$$U_C = \sqrt{3}U_S \quad (2.1.43)$$

$$I_L = I_f \quad (2.1.44)$$

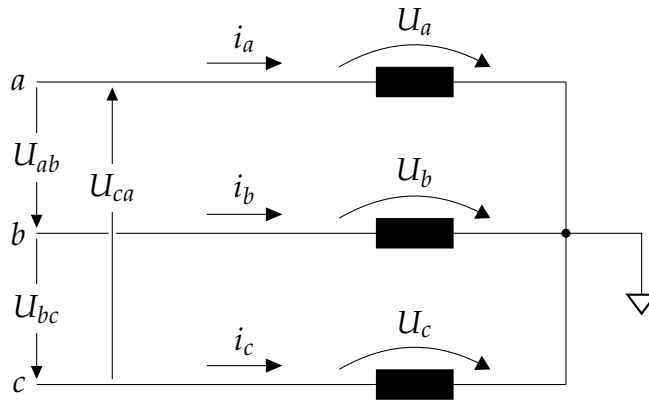


Fig. 2.9 – Carga trifásica ligada em estrela e equilibrada

Sendo que:

U_f Tensão na fase ou tensão fase-neutro

Na tensão na fase verificam-se as seguintes igualdades:

$$|\mathbf{U}_f| = |\mathbf{U}_a| = |\mathbf{U}_b| = |\mathbf{U}_c|$$

U_S Tensão simples, na ligação em estrela é igual à tensão na fase.

U_C Tensão composta ou tensão entre-fases

Na tensão composta verificam-se as seguintes igualdades:

$$|\mathbf{U}_C| = |\mathbf{U}_{ab}| = |\mathbf{U}_{bc}| = |\mathbf{U}_{ca}| = \sqrt{3} |\mathbf{U}_a| = \sqrt{3} |\mathbf{U}_b| = \sqrt{3} |\mathbf{U}_c|$$

I_L Corrente na linha

Na corrente na linha verificam-se as seguintes igualdades:

$$|\mathbf{I}_L| = |\mathbf{I}_a| = |\mathbf{I}_b| = |\mathbf{I}_c|$$

I_f Corrente na fase, na ligação em estrela é igual à corrente na linha.

2.1.2.3 Ligações em Triângulo

Considere-se agora, a montagem esquematizada na Fig. 2.10 que representa uma carga trifásica ligada em triângulo.

Nas ligações em triângulo, temos:

$$U_f = U_C \tag{2.1.45}$$

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}} \tag{2.1.46}$$

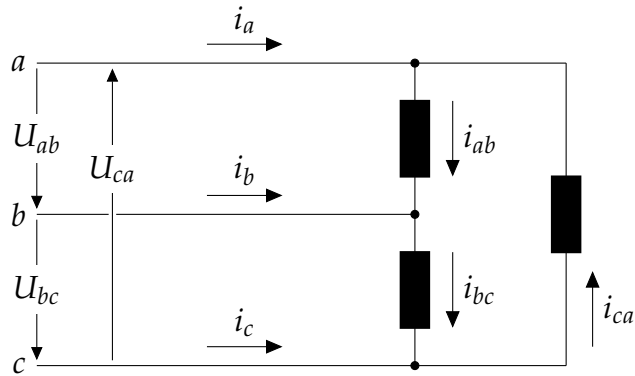


Fig. 2.10 – Carga trifásica ligada em triângulo

Sendo que:

U_f Tensão na fase

Na tensão na fase verificam-se as seguintes igualdades:

$$|U_f| = |U_{ab}| = |U_{bc}| = |U_{ca}|$$

U_C Tensão composta ou tensão entre-fases, é igual à tensão na fase.

I_L Corrente na linha

Na corrente na linha verificam-se as seguintes igualdades:

$$|I_L| = |I_a| = |I_b| = |I_c|$$

I_f Corrente na fase

$$|I_f| = |I_{ab}| = |I_{bc}| = |I_{ca}| = \frac{|I_a|}{\sqrt{3}} = \frac{|I_b|}{\sqrt{3}} = \frac{|I_c|}{\sqrt{3}}$$

Utilizando a lei dos nós nos três pontos do triângulo, Fig. 2.10, ainda se retiram as seguintes equações:

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} \quad (2.1.47)$$

$$I_b = I_{bc} - I_{ab} \quad (2.1.48)$$

$$I_c = I_{ca} - I_{bc} \quad (2.1.49)$$

2.1.2.3.1 Potência instantânea trifásica

Em circuitos com cargas equilibradas ou não, a potência instantânea trifásica é calculada por:

$$p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (2.1.50)$$

As unidades são as mesmas que também foram consideradas para os circuitos monofásicos, Secção 2.1.1.

2.1.2.3.2 Potência activa

A potência activa, de uma forma muito semelhante aos circuitos monofásicos, e quando a carga é equilibrada, é calculada da seguinte forma,

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p(t) dt \quad (2.1.51)$$

$$P = 3U_f I_f \cos \theta = \sqrt{3} U_C I_L \cos \theta \quad (2.1.52)$$

onde, as variáveis de tensão e corrente são as que constam na secção 2.1.2.

A variável U_f , na equação (2.1.52), tem o mesmo significado que U mencionado anteriormente nos circuitos monofásicos.

2.1.2.3.3 Potência reactiva

Para a potência reactiva temos procedimentos de cálculo semelhantes aos efectuados nos circuitos monofásicos.

$$Q = \sqrt{3} U_C I_L \sin \theta \quad (2.1.53)$$

$$|Q| = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (2.1.54)$$

2.1.2.3.4 Potência aparente

A potência aparente S , entende-se como sendo a potência total desenvolvida num determinado circuito.

$$S = \sqrt{3} U_C I_L \quad (2.1.55)$$

2.1.2.3.5 Factor de Potência

Considerando que estamos a analisar circuitos alimentados por tensões sinusoidais e que resultam correntes também sinusoidais puras, temos que o *Factor de Potência* é dado por

$$FP = \frac{P}{S} \quad (2.1.56)$$

2.1.3 Energia eléctrica

2.1.3.1 Definição de energia eléctrica

Um forte meio de investigação em matemática, em física, em electrotecnia, assim como noutras áreas da ciência é fornecido pelo *integral definido*, uma das noções fundamentais da análise. O cálculo das áreas delimitadas por curvas, arcos, volumes, energia, etc., reduz-se ao cálculo de um integral definido [8].

Seja f uma função contínua em $[a, b]$ e $f(x) \geq 0$ para todo o x em $[a, b]$. Seja **A** a região limitada pela curva $y = f(x)$, o eixo das abcissas e as rectas $x = a$ e $x = b$. Então, a medida da área da região **A** é dada por

$$A = \lim_{\|\Delta\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta_i x = \int_a^b f(x) dx \quad (2.1.57)$$

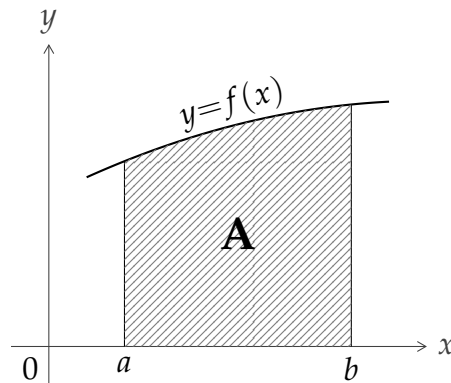


Fig. 2.11 – Determinação da energia através do integral definido

A definição acima [9] estabelece que se $f \geq 0$ para todo o x em $[a, b]$, o integral definido $\int_a^b f(x) dx$ pode ser interpretada geometricamente como a medida da área da região **A** mostrada na Fig. 2.11.

Sendo $F(x)$ uma primitiva da função $f(x)$, então o cálculo da área A , demonstrado na equação (2.1.57) será obtido analiticamente por:

$$\begin{aligned} A &= \int_a^b f(x) dx \\ &= [F(x)]_a^b \\ &= F(b) - F(a) \end{aligned} \quad (2.1.58)$$

A determinação da energia eléctrica, sendo o produto da potência pelo tempo, pode ser calculada a partir do integral definido de uma função que nos dê a potência eléctrica durante um determinado período de tempo.

No Sistema Internacional (SI), a letra para designar qualquer tipo de Energia é o **E** e em áreas da produção, distribuição e consumo de energia eléctrica utiliza-se a letra **W**.

Na energia eléctrica, esta é habitualmente definida em função da potência, de acordo com a equação (2.1.60)

$$\omega = \int_{t_0}^{t_0+T} P dt \quad (2.1.59)$$

o que é equivalente a dizer que

$$P = \frac{d\omega}{dt} \quad (2.1.60)$$

2.1.3.2 Unidades

Em termos de unidades, a unidade de energia (ou *trabalho*) definida pelo sistema SI é o Joule (J) e é definido do seguinte modo,

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \times 1 \text{ m} \quad (2.1.61)$$

Em determinadas áreas da electricidade de potência, nomeadamente na Potência Pulsada, vamos ainda encontrar a unidade Joule (J) definida como o trabalho produzido com a potência de um watt durante um segundo.

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \times 1 \text{ s} \quad (2.1.62)$$

No campo da energia eléctrica, e em termos de observações e contagens, é comumente aceite o kilowatt-hora (kWh), definido por

$$1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \times 1 \text{ h} \quad (2.1.63)$$

Evoluindo a partir da equação (2.1.62), vamos obter este valor em kWh

$$\begin{aligned} 1 \text{ J} &= 1 \text{ W} \times 1 \text{ s} \\ 3\,600\,000 \text{ J} &= 1000 \text{ W} \times 3600 \text{ s} \\ 3\,600\,000 \text{ J} &= 1 \text{ kW} \times 1 \text{ h} \\ 3.6 \times 10^6 \text{ J} &= 1 \text{ kWh} \end{aligned} \quad (2.1.64)$$

Capítulo 3

Caracterização das potências

3.1 Potência em Sistemas Monofásicos

3.1.1 Definições

A circulação de corrente alternada num circuito eléctrico, além da amplitude pode introduzir um desfasamento entre tensão e corrente.

Este desfasamento, que depende do tipo de carga, pode variar entre -90° e 90° , dependendo este valor, se a carga é indutiva, resistiva ou capacitiva. Para cargas de cariz indutivo, o ângulo ϕ vai variar entre 0° e -90° e para cargas capacitivas, o ângulo ϕ vai variar entre 0° e 90° . Já quando a carga é puramente resistiva não existe desfasamento. Em todos os estudos e cálculos efectuados doravante é considerado o valor de 50 Hz para a frequência, valor este que é utilizado em toda a rede de distribuição eléctrica europeia.

Consideremos o circuito da Fig. 3.1, onde uma fonte de alimentação alternada alimenta uma carga Z .

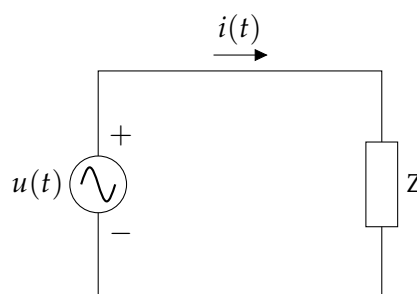


Fig. 3.1 – Carga alimentada por uma fonte de tensão ideal sinusoidal

A tensão aplicada a este circuito pode ser definida pela expressão,

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \alpha_u) \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{U} = U/\alpha_u \quad (3.1.2)$$

e a corrente pode ser expressa pela equação,

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \alpha_i) \quad (3.1.3)$$

3 Caracterização das potências

$$I = I/\alpha_i \quad (3.1.4)$$

e com as equações (3.1.2) e (3.1.4) vamos obter a relação

$$I = \frac{U}{Z} \quad (3.1.5)$$

com $\omega = 2\pi f$.

As grandezas α_u e α_i são as diferenças angulares que a tensão e a corrente fazem relativamente ao zero angular. A sua diferença é designada de ângulo de defasamento e é calculada por (3.1.6).

$$\phi = |\alpha_u - \alpha_i| \quad (3.1.6)$$

O ângulo ϕ representa o valor do defasamento angular provocado pela impedância Z entre a tensão e a corrente.

Deste modo, chama-se *potência instantânea* desenvolvida num circuito eléctrico ao produto da tensão pela corrente, conforme a equação (3.1.7)

$$p(t) = u(t) i(t) \quad (3.1.7)$$

3.1.1.1 Potência instantânea monofásica - Abordagem I

Começando por definir a potência instantânea, equação (3.1.7), com as equações (3.1.1) e (3.1.3), considerando, ainda, que na equação (3.1.6) o valor $\alpha_u = 0$.

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t) i(t) \\ &= [\sqrt{2}U \sin(\omega t)] [\sqrt{2}I \sin(\omega t - \phi)] \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

$$= 2UI \sin(\omega t) \sin(\omega t - \phi) \quad (3.1.9)$$

Considere-se ainda as relações trigonométricas, equações (3.1.10) e (3.1.11),

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} \cos(x - y) - \frac{1}{2} \cos(x + y) \quad (3.1.10)$$

e

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y \quad (3.1.11)$$

e aplicando na equação (3.1.9) a equivalência da relação trigonométrica (3.1.10),

$$p(t) = 2UI \frac{1}{2} \left[\cos(\omega t - \omega t + \phi) - \cos(\omega t + \omega t - \phi) \right]$$

$$= UI[\cos \phi - \cos(2\omega t - \phi)]$$

por aplicação da relação trigonométrica (3.1.11),

$$\begin{aligned} &= UI\{\cos \phi - [\cos(2\omega t) \cos \phi + \sin(2\omega t) \sin \phi]\} \\ &= UI\{\cos \phi [1 - \cos(2\omega t)] - \sin \phi \sin(2\omega t)\} \\ &= UI \cos \phi [1 - \cos(2\omega t)] - UI \sin \phi \sin(2\omega t) \\ &= \underbrace{P[1 - \cos(2\omega t)]}_{P_1} - \underbrace{Q \sin(2\omega t)}_{P_2} \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

A equação (3.1.7) será equivalente a (3.1.13)

$$p(t) = P_1 + P_2 \quad (3.1.13)$$

Esta dedução pode ser observada na Fig. 3.2. P_1 é a componente da potência instantânea que inclui a componente da potência activa, a potência que resulta efectivamente em trabalho. Por sua vez, P_2 é a componente da potência instantânea que inclui a componente reactiva. Este tipo de potência vai circular nos condutores entre a fonte e a carga, não produz trabalho e que obriga a um sobredimensionamento dos cabos.

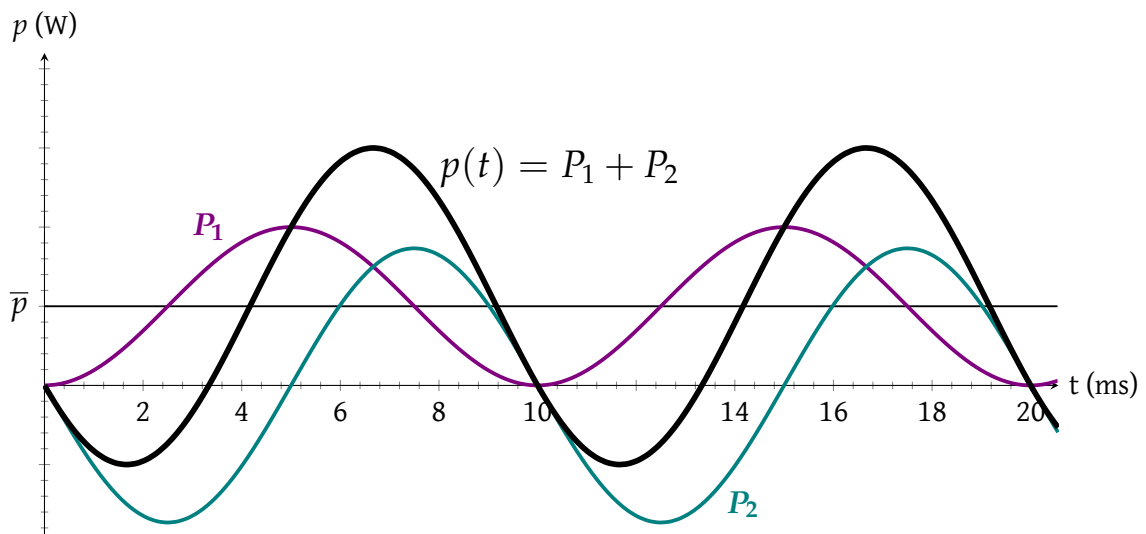


Fig. 3.2 – Decomposição da onda sinusoidal da potência instantânea

Também retiramos destas equações que $P = UI \cos \phi$ e $Q = UI \sin \phi$ são duas variáveis que representam a *potência activa* e a *potência reactiva* e apenas dependem dos valores eficazes da tensão e da corrente e que são inerentes à configuração do circuito.

Considerando ainda a equação (3.1.13), vamos proceder à separação das suas componentes P_1 e P_2 . Podemos observar na Fig. 3.3, que P_{med} é o valor médio da componente P_1 e que também coincide com o valor médio de $p(t)$ da Fig. 3.2.

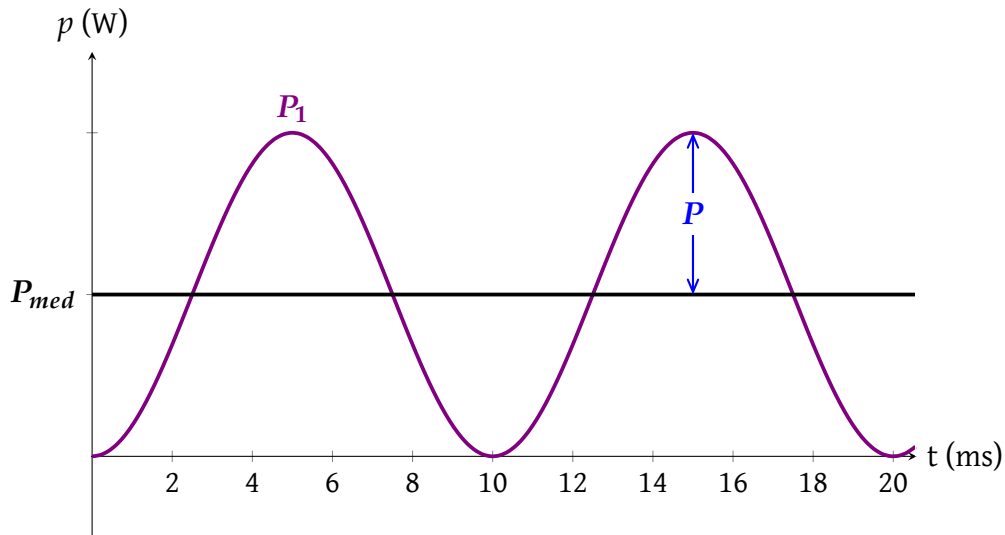


Fig. 3.3 – Potência média monofásica

Da Fig. 3.4 também se retira que o valor médio da componente reactiva Q_{med} é zero.

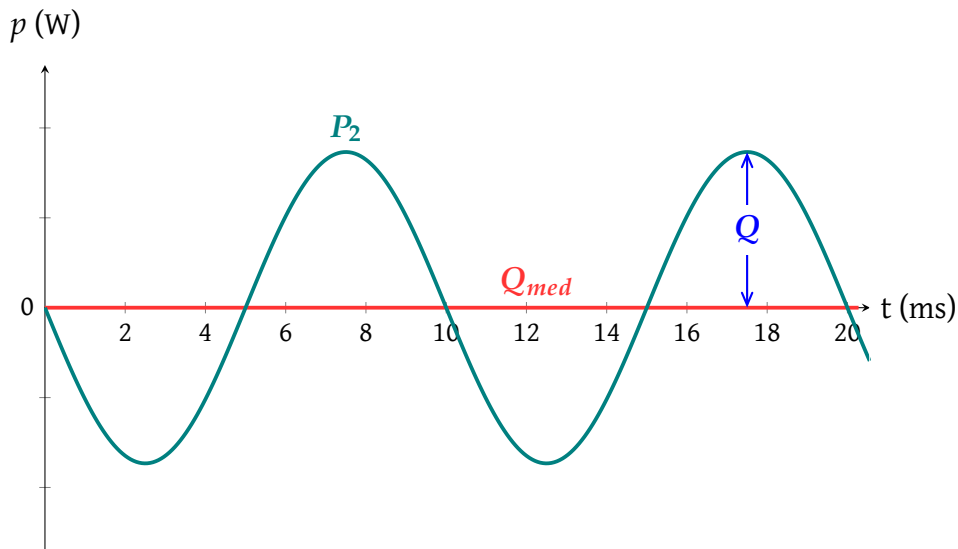


Fig. 3.4 – Componentes média e oscilatória da potência reactiva

3.1.1.2 Potência instantânea monofásica - Abordagem II

Desenvolvendo ainda, a equação (3.1.12),

$$\begin{aligned}
 p(t) &= P[1 - \cos(2\omega t)] - Q \sin(2\omega t) \\
 &= P - P \cos(2\omega t) - Q \sin(2\omega t)
 \end{aligned}
 \tag{3.1.14}$$

$$\begin{aligned}
 &= P + [-P \cos(2\omega t) - Q \sin(2\omega t)] \\
 &= \bar{p} + \tilde{p}
 \end{aligned}
 \tag{3.1.15}$$

Na figura 3.5 observa-se as ondas de potência desta abordagem, onde, \bar{p} é a componente contínua ou média e \tilde{p} é a componente oscilatória da potência $p(t)$ e a equação (3.1.17) é decomposta nas parcelas mostradas na equação (3.1.18).

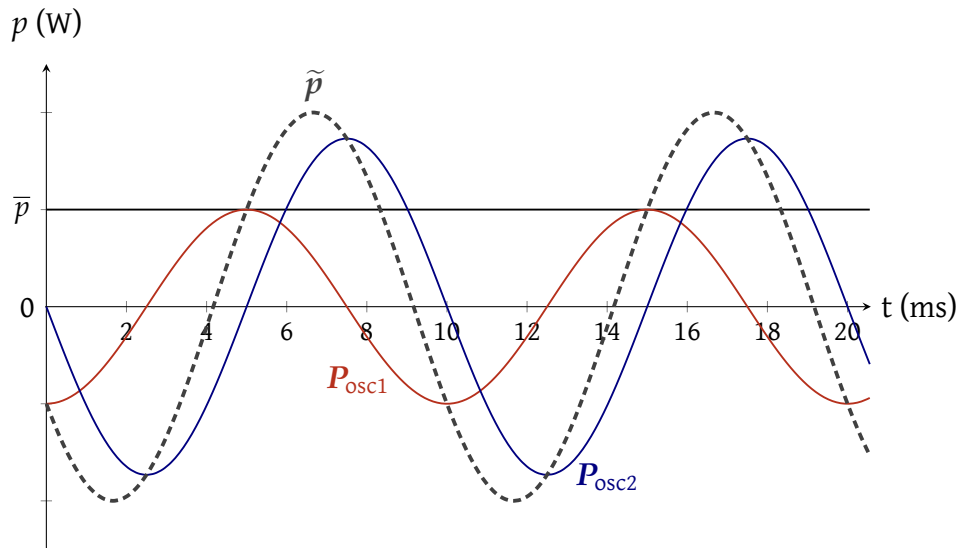


Fig. 3.5 - Componente oscilatória da potência instantânea

Separando a equação (3.1.15) nas suas componentes

$$\bar{p} = P \tag{3.1.16}$$

$$\tilde{p} = -P \cos(2\omega t) - Q \sin(2\omega t) \tag{3.1.17}$$

$$= P_{osc1} + P_{osc2} \tag{3.1.18}$$

Na Fig. 3.6 vê-se a primeira componente oscilatória da potência instantânea e a sua amplitude.

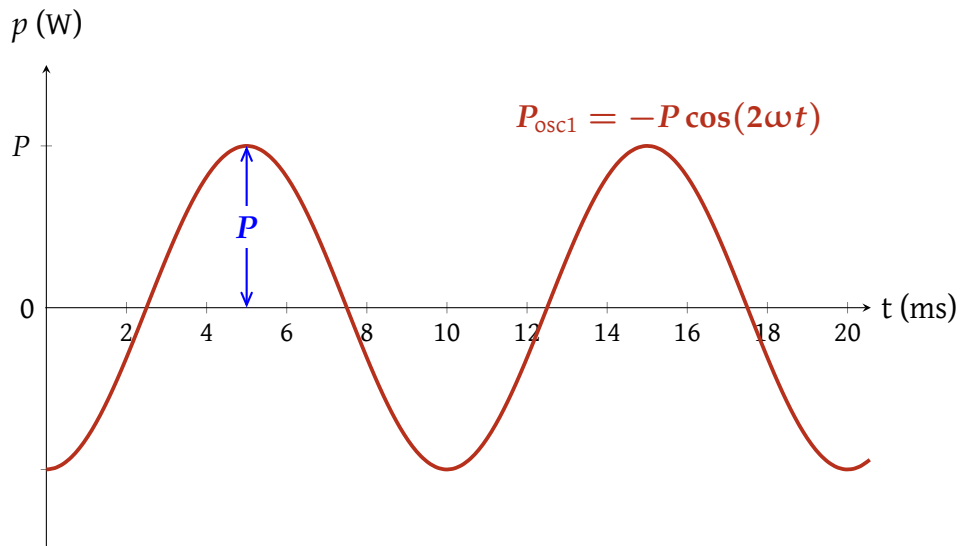


Fig. 3.6 - 1ª componente oscilatória da potência instantânea, P_{osc1}

Na Fig. 3.7, tal como no exemplo precedente, vê-se também a segunda componente oscilatória da potência instantânea e respectiva amplitude.

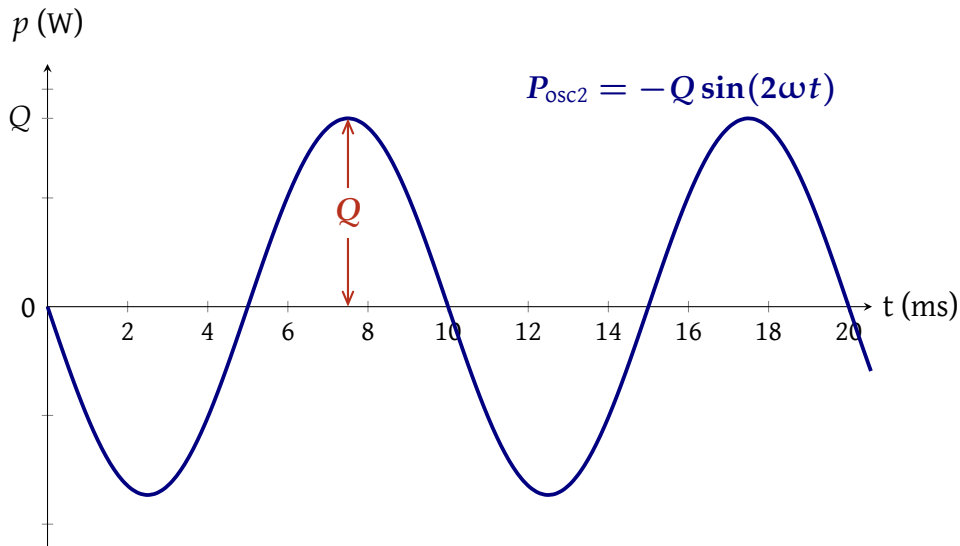


Fig. 3.7 - 2ª componente oscilatória da potência instantânea, P_{osc2}

Resumindo,

$$\bar{p} = P = UI \cos \phi \quad \text{componente constante, ou média, de } p \quad (3.1.19)$$

$$\tilde{p} = -UI \cos(2\omega t - \phi) \quad \text{componente oscilatória da potência } p \quad (3.1.20)$$

É ainda designada de potência aparente S , e definida da seguinte forma

$$|S| = |UI| \quad (3.1.21)$$

3.1.2 Potência complexa em sistemas monofásicos

Para tipos de carga diferentes, ou seja, cargas indutivas, resistivas, capacitivas ou ainda mistas, relativamente à tensão, a corrente vai ter comportamentos diferentes. Da análise destes tipos de cargas, iremos observar e analisar todo o tipo de interações entre as principais grandezas eléctricas que ocorrem num circuito.

Nesta secção iremos fazer uso do sistema **por unidade** [10], cuja abreviatura é **pu**. É uma forma de expressar grandezas eléctricas de forma normalizada, com base em valores pré-determinados que servem de referência. Este sistema tem como referência uma potência de base S_b , arbitrária, e uma tensão base U_b , que será a tensão nominal no circuito.

Assim, vamos fixar para a potência de base $S_b = 20 \text{ VA}$ e para a tensão de base $U_b = 10 \text{ V}$. As outras unidades de base serão:

Impedância de base

$$\begin{aligned} Z_b &= \frac{U_b^2}{S_b} \\ &= \frac{10^2}{20} \\ &= 5 \Omega \end{aligned}$$

Corrente de base

$$\begin{aligned} I_b &= \frac{S_b}{U_b} \\ &= \frac{20}{10} \\ &= 2 \text{ A} \end{aligned}$$

3.1.2.1 Circuito resistivo

Para uma carga resistiva pura, não existe componente reactiva no circuito. Desta forma, não haverá desfasamento angular entre a tensão e a corrente.

Consideremos que a geração tem um valor de $U = 10/\underline{0^\circ}$ V e, de acordo com o circuito da Fig. 3.11, a impedância tem um valor de

$$Z = 1,25 + j0 \text{ pu} = 1,25/\underline{0^\circ} \text{ pu} \quad (3.1.22)$$

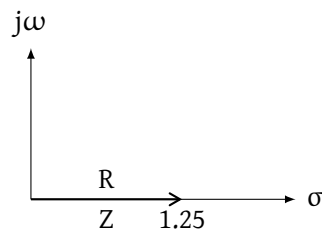


Fig. 3.8 – Diagrama de impedâncias de um circuito resistivo

A corrente que circulará no circuito será,

$$\begin{aligned} I_{\text{pu}} &= \frac{U_{\text{pu}}}{Z_{\text{pu}}} \\ I &= \frac{1/\underline{0^\circ}}{1,25/\underline{0^\circ}} \text{ pu} \\ I &= 0,8/\underline{0^\circ} \text{ pu} \end{aligned} \quad (3.1.23)$$

Para uma carga de $Z = 1,25 \text{ pu}$, a corrente gerada por uma tensão de $U = 1 \text{ pu}$, será de $I = 0,8/\underline{0^\circ} \text{ pu}$.

A potência complexa será

$$\begin{aligned} S_{\text{pu}} &= U_{\text{pu}} I_{\text{pu}}^* \\ S &= (1/\underline{0^\circ})(0,8/\underline{0^\circ}) \text{ pu} \\ S &= 0,8/\underline{0^\circ} \text{ pu} \end{aligned} \quad (3.1.24)$$

e como não existe desfasamento, $\phi = 0^\circ$, a potência activa, P , é dada por,

$$\begin{aligned} P &= U_{\text{pu}} I_{\text{pu}} \cos \phi \\ &= 1 \times 0,8 \times \cos 0^\circ; \\ &= 0,8 \text{ pu} \end{aligned}$$

Temos que a potência complexa é coincidente com a potência activa, Fig. 3.9. Desta figura se depreende que a potência reactiva, Q , vale zero nos circuitos cuja carga seja puramente resistiva.

3 Caracterização das potências

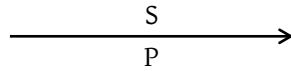


Fig. 3.9 – Diagrama de potências num circuito resistivo

Toda a potência enviada pela fonte é dissipada integralmente na carga.

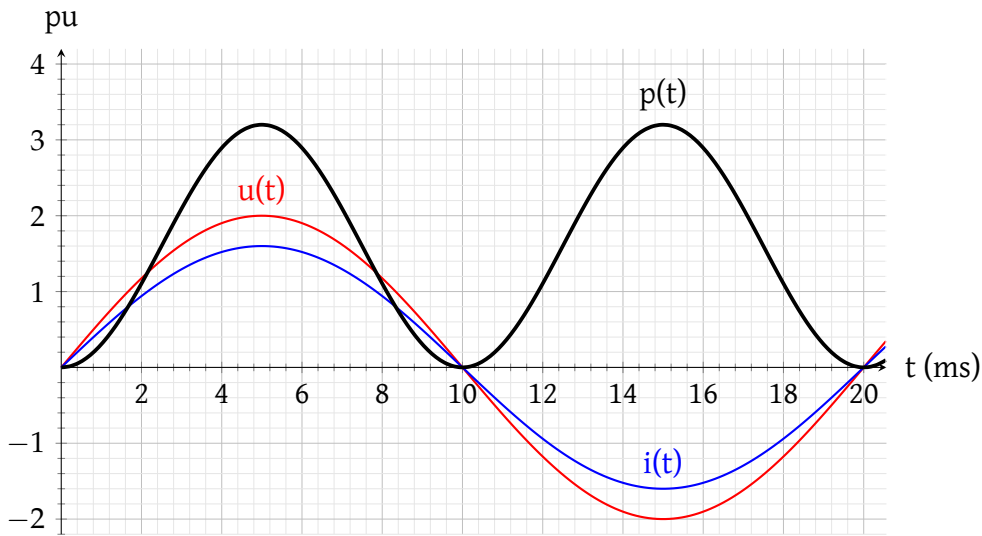


Fig. 3.10 – Formas de onda num circuito puramente resistivo

3.1.2.2 Circuito indutivo

Seja o circuito mostrado na Fig. 3.11. A carga deste circuito é uma impedância Z tal que

$$Z = 1 + j\sqrt{3}\Omega \quad (3.1.25)$$

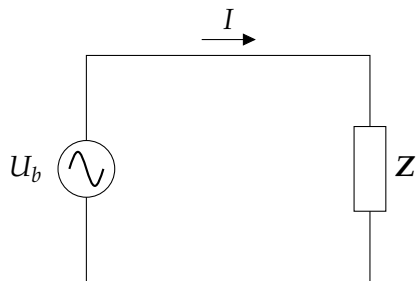


Fig. 3.11 – Circuito monofásico de características indutivas

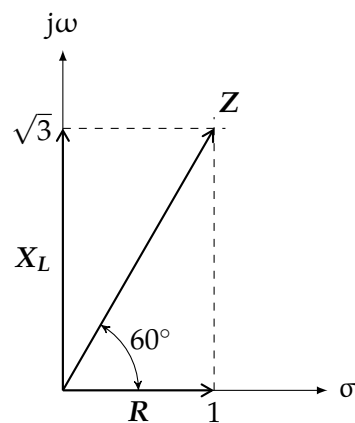


Fig. 3.12 – Diagrama de impedâncias num circuito de características indutivas

A impedância do circuito será,

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_b}$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1 + j\sqrt{3}}{5} \text{ pu} \\ Z &= 0,4/60^\circ \text{ pu} \end{aligned} \quad (3.1.26)$$

A corrente que circulará no circuito será,

$$\begin{aligned} I_{\text{pu}} &= \frac{U_{\text{pu}}}{Z_{\text{pu}}} \\ I &= \frac{1}{0,4/60^\circ} \text{ pu} \\ I &= 2,5/-60^\circ \text{ pu} \end{aligned} \quad (3.1.27)$$

Da equação (3.1.27) retira-se que a corrente está em atraso relativamente à tensão de um ângulo de 60° .

A potência complexa será

$$\begin{aligned} S_{\text{pu}} &= U_{\text{pu}} I_{\text{pu}}^* \\ S &= 1(2,5/60^\circ) \text{ pu} \\ S &= 2,5/60^\circ \text{ pu} \end{aligned} \quad (3.1.28)$$

Convertendo a equação (3.1.28) para coordenadas rectangulares, Fig. 3.13, encontramos

$$S = 1,25 + j2,17 \text{ pu}$$

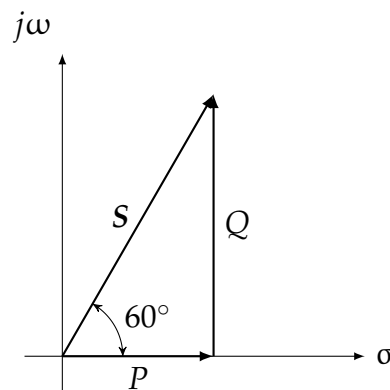


Fig. 3.13 – Diagrama de potências num circuito de características indutivas

e obtemos a *potência activa*, P , que é a componente da potência complexa que é transformada em trabalho e tem o valor de $P = 1,25 \text{ pu}$. A outra componente, a *potência reactiva*, Q , tem o valor de $Q = 2,17 \text{ pu}$, e corresponde à energia que vai circulando da fonte para a carga, não produz trabalho útil e obriga a um sobredimensionamento dos condutores, Fig. 3.13.

Na Fig. 3.14 estão representadas as formas de onda características deste tipo de circuito.

3 Caracterização das potências

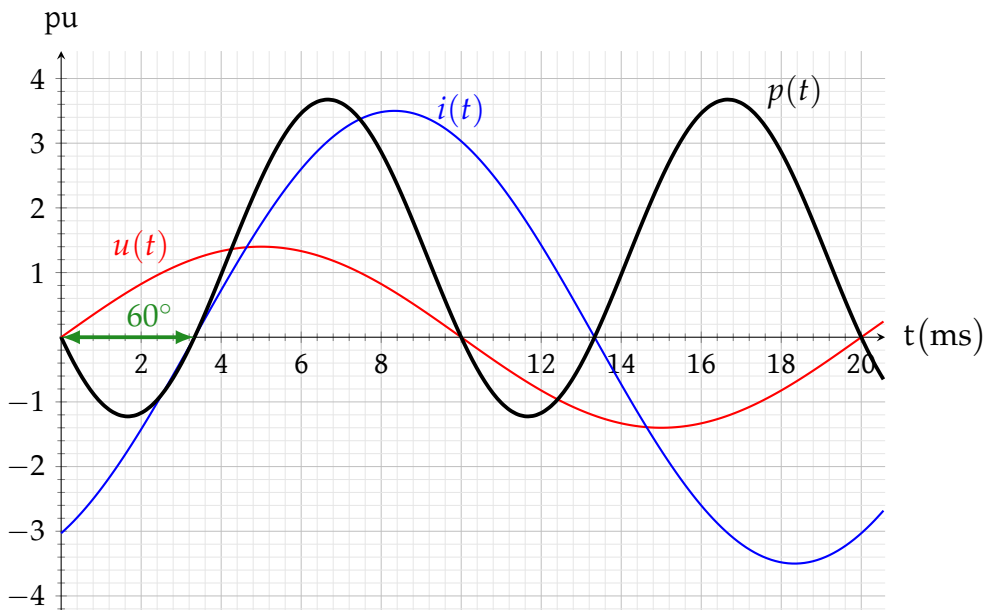


Fig. 3.14 – Formas de onda num circuito com características indutivas com um desfasamento de 60°

3.1.2.3 Circuito capacitivo

Considere-se ainda o circuito mostrado na Fig. 3.11, e, considere-se também, uma impedância Z tal que,

$$Z = \sqrt{3} - j1 \Omega \quad (3.1.29)$$

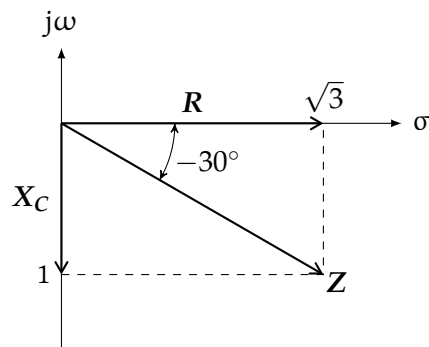


Fig. 3.15 – Diagrama de impedâncias num circuito capacitivo

A impedância do circuito será,

$$\begin{aligned} Z_{pu} &= \frac{Z}{Z_b} \\ Z &= \frac{\sqrt{3} - j1}{5} \text{ pu} \\ Z &= 0,4 / -30^\circ \text{ pu} \end{aligned} \quad (3.1.30)$$

A corrente que circulará no circuito será,

$$\begin{aligned} I_{\text{pu}} &= \frac{U_{\text{pu}}}{Z_{\text{pu}}} \\ I &= \frac{1}{0,4/\underline{-30^\circ}} \text{ pu} \\ I &= 2,5/\underline{30^\circ} \text{ pu} \end{aligned} \quad (3.1.31)$$

Da equação (3.1.31) retira-se que a corrente está em avanço relativamente à tensão de um ângulo de 30° .

A potência complexa será

$$\begin{aligned} S_{\text{pu}} &= U_{\text{pu}} I_{\text{pu}}^* \\ S &= 1(2,5/\underline{-30^\circ}) \text{ pu} \\ S &= 2,5/\underline{-30^\circ} \text{ pu} \end{aligned} \quad (3.1.32)$$

Convertendo a equação (3.1.32) para coordenadas rectangulares, Fig. 3.16, encontramos

$$S = 2,17 - j1,25 \text{ pu} \quad (3.1.33)$$

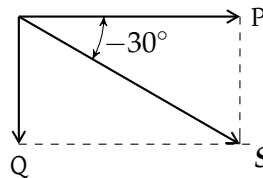


Fig. 3.16 – Diagrama de potências de um circuito capacitivo

De uma forma semelhante ao que foi dito na secção 3.1.2.2, obtemos a *potência activa*, P , que é a componente da potência aparente que é transformada em trabalho e tem o valor de $P = 2,17 \text{ pu}$. A outra componente, a *potência reactiva*, Q , tem o valor de $Q = 1,25 \text{ pu}$, e corresponde à energia que o condensador recebe e depois devolve à fonte de alimentação.

Na Fig. 3.17 estão representadas as formas de onda características deste tipo de circuito.

Em termos de potência, tudo de uma forma semelhante à situação descrita em **Circuito indutivo** na Secção 3.1.2.2.

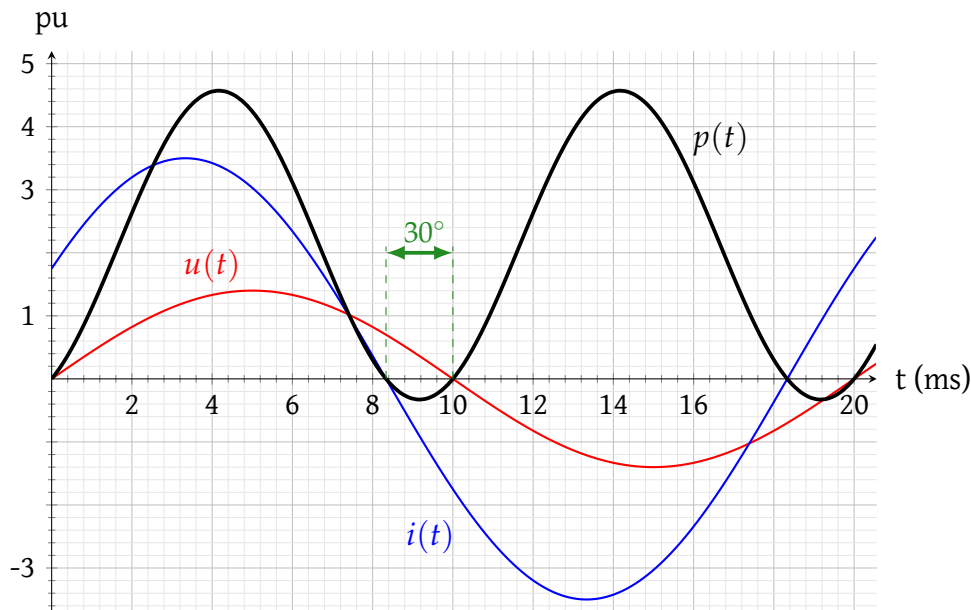


Fig. 3.17 – Formas de onda num circuito com características capacitivas com um desfasamento de 30°

3.2 Potência em Sistemas Trifásicos

3.2.1 Definições

Conforme já foi abordado na Secção 2.1.1.6, um **fasor** é um número complexo que contém informação sobre a amplitude e ângulo de fase de uma função sinusoidal. O conceito de fasor advém da identidade de Euler, a qual relaciona uma função exponencial com uma função trigonométrica [11].

Consideremos uma determinada grandeza eléctrica oscilatória, A ,

$$A = A e^{j\phi} \quad (3.2.1)$$

$$= A(\cos \phi + j \sin \phi) \quad (3.2.2)$$

onde A representa o valor eficaz da grandeza eléctrica oscilatória.

Da equação (3.2.2) retira-se que

$$\cos \phi = \text{Re}\{e^{j\phi}\} \quad (3.2.3)$$

$$\sin \phi = \text{Im}\{e^{j\phi}\} \quad (3.2.4)$$

Consideremos ainda a seguinte equação,

$$a(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (3.2.5)$$

e de acordo com as equações (3.2.1) e (3.2.5) teremos

$$\begin{aligned} a(t) &= A e^{j(\omega t + \phi)} \\ &= A e^{j\omega t} e^{j\phi} \end{aligned}$$

$$= A e^{j\phi} e^{j\omega t} \quad (3.2.6)$$

onde, na equação (3.2.6), $A e^{j\phi}$ é designada de **fasor** da grandeza eléctrica oscilatória designada na equação (3.2.5), A é o valor eficaz dessa oscilação que se vai representar por

$$A = A/\phi \quad (3.2.7)$$

As equações (3.2.1) e (3.2.2) são designadas de equação polar e equação rectangular, respectivamente.

Como tensão e corrente são grandezas que se podem representar vectorialmente, então

$$\begin{cases} \mathbf{U} = U/\alpha_u \\ \mathbf{I} = I/\alpha_i \end{cases} \quad (3.2.8)$$

e tendo em consideração a Fig. 2.5, reproduzida na Fig. 3.20, o ângulo ϕ será o ângulo da diferença de fase entre a tensão e a corrente,

$$\phi = \alpha_u - \alpha_i \quad (3.2.9)$$

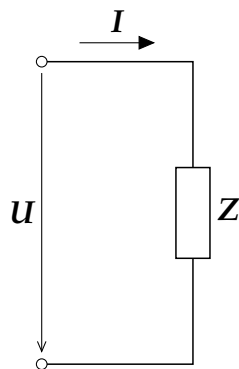


Fig. 3.18 – Circuito eléctrico com impedância genérica Z

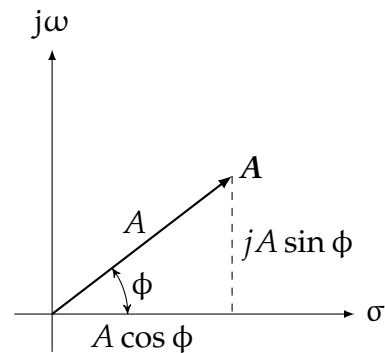


Fig. 3.19 – Representação trigonométrica do fasor

Considere-se, então, a Fig. 3.20,

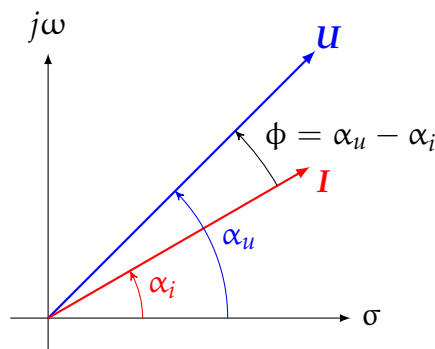


Fig. 3.20 – Diagrama vectorial do desfasamento entre a tensão e a corrente

3 Caracterização das potências

Podemos dar uma outra forma ao fasor da potência complexa, equação (2.1.16). Assim, considerando as equações (3.2.1) e (3.2.9),

$$\begin{aligned}
 S &= UI e^{j(\alpha_u - \alpha_i)} \\
 &= UI e^{j\phi} \\
 &= UI(\cos \phi + j \sin \phi) \\
 &= UI \cos \phi + jUI \sin \phi \\
 &= P + jQ
 \end{aligned} \tag{3.2.10}$$

Da Fig. 2.4 ainda se retira uma terceira forma de obter a potência aparente

$$S^2 = P^2 + Q^2 \tag{3.2.11}$$

3.2.2 Potência trifásica instantânea

Considere-se os seguintes sistemas de equações, referentes a sistemas trifásicos.

De tensão, equação (3.2.12)

$$\left. \begin{aligned}
 u_a &= \sqrt{2}U_a \sin(\omega t) \\
 u_b &= \sqrt{2}U_b \sin(\omega t - 120^\circ) \\
 u_c &= \sqrt{2}U_c \sin(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned} \right\} \tag{3.2.12}$$

e de correntes na linha, equação (3.2.13)

$$\left. \begin{aligned}
 i_a &= \sqrt{2}I_a \sin(\omega t - \phi) \\
 i_b &= \sqrt{2}I_b \sin(\omega t - 120^\circ - \phi) \\
 i_c &= \sqrt{2}I_c \sin(\omega t + 120^\circ - \phi)
 \end{aligned} \right\} \tag{3.2.13}$$

Considere-se também um sistema trifásico equilibrado, em que $U = 3 \text{ V}$, $I = 2 \text{ A}$ e $\phi = 60^\circ$, conforme mostrado na Fig. 3.21.

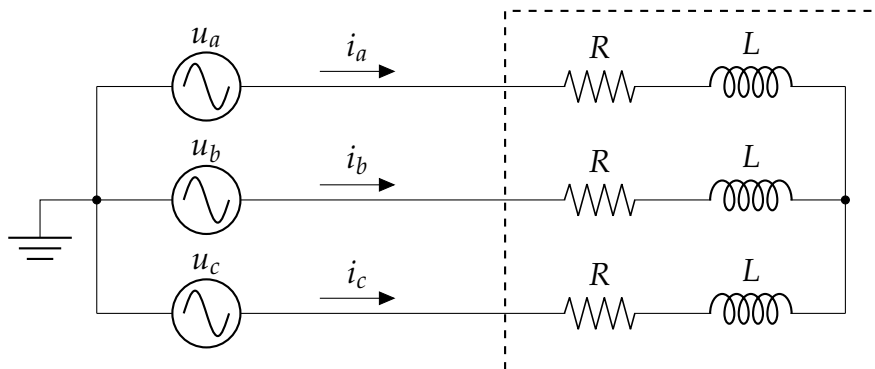


Fig. 3.21 – Circuito trifásico com carga em estrela

A carga indutiva é igual nos três ramos, cujo valor é dado por $Z = R + jX_L$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{U/0^\circ}{I/-60^\circ} \\ &= \frac{3/0^\circ}{2/-60^\circ} \\ &= 0.75 + j1.3 \Omega \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

sendo que na equação (3.2.14), a resistência tem o valor de $R = 0.75 \Omega$ e a indutância $L = 4.14 \text{ mH}$.

O sistema de tensões e correntes é o que se mostra na Fig. 3.22.

Considere-se, agora, a seguinte equação,

$$p = p_a + p_b + p_c = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (3.2.15)$$

onde p_a, p_b, p_c são as potências instantâneas em cada uma das fase a, b e c .

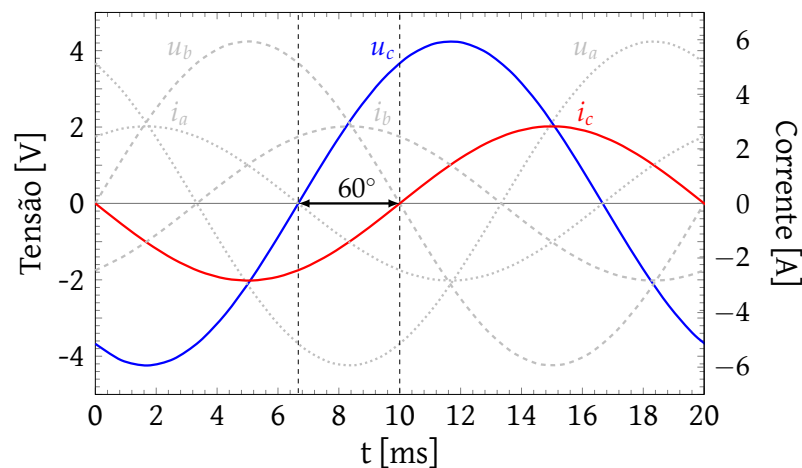


Fig. 3.22 – Sistema trifásico de tensões e correntes sinusoidais

e substituindo a equação (3.1.12), com as devidas alterações, impostas na equação (3.2.15), vamos obter

$$\begin{aligned} p &= P[1 - \cos(2\omega t)] - Q \sin(2\omega t) + P \left[1 - \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] - Q \sin\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + \\ &\quad + P \left[1 - \cos\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \right] - Q \sin\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

$$p = 3P + \left[-P \underbrace{\left(\cos(2\omega t) + \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \right)}_{(a)} \right] +$$

3 Caracterização das potências

$$+ \left[-Q \underbrace{\left(\sin(2\omega t) + \sin\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + \sin\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \right)}_{(b)} \right] \quad (3.2.17)$$

Da semelhança entre a equação (3.1.19) e a equação (3.2.17), teremos

$$\bar{p} = 3P = 3UI \cos \phi \quad (3.2.18)$$

Da equação (3.2.16) retiramos as seguintes igualdades:

$$-Q \sin(2\omega t) = p_{2a} \quad (3.2.19)$$

$$-Q \sin\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = p_{2b} \quad (3.2.20)$$

$$-Q \sin\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) = p_{2c} \quad (3.2.21)$$

Ainda de acordo com o mostrado na equação (3.2.17), qualquer que seja o instante considerado, tanto a parcela (a) como a (b) são sempre nulas. Logo, daqui retiram-se a componente contínua \bar{p} e a componente oscilatória \tilde{p} , dados por

$$\begin{cases} \bar{p} = 3P & (3.2.22) \\ \tilde{p} = 0 & (3.2.23) \end{cases}$$

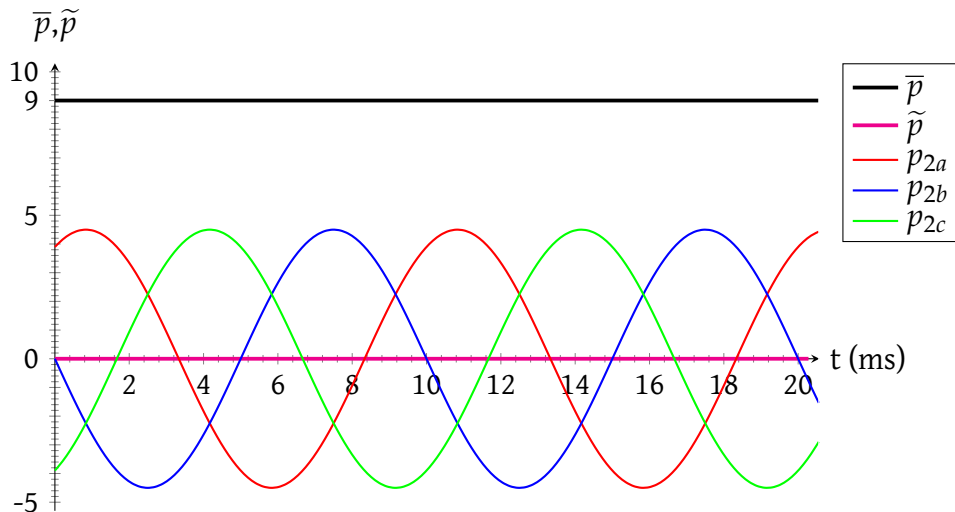


Fig. 3.23 – Potência trifásica instantânea, p

Desta forma, e analisando a equação (3.2.16), o valor da componente contínua é $\bar{p} = 3P$, a componente oscilatória tem um valor médio de $\tilde{p} = 0$ e as suas componentes reactivas são as indicadas pelas equações (3.2.19) a (3.2.21).

3.2.3 Potência em Sistemas Trifásicos Equilibrados

Considere-se as seguintes figuras representativas de dois sistemas trifásicos.

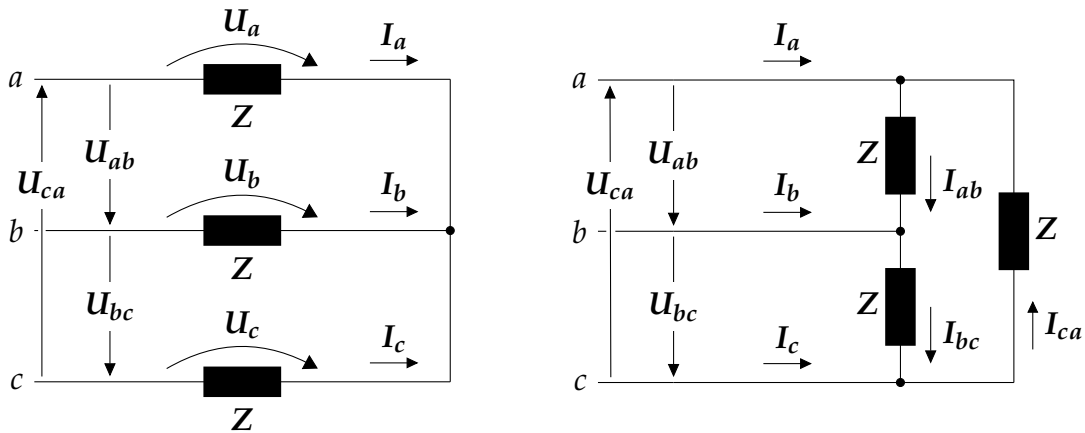


Fig. 3.24 – Carga trifásica ligada em estrela Fig. 3.25 – Carga trifásica ligada em triângulo

Conforme já mencionado anteriormente na secção 2.1.2, temos de em atenção as considerações aí mencionadas:

1. Ligações em estrela:

$$U_C = \sqrt{3}U_S \quad (3.2.24)$$

$$I_L = I_f \quad (3.2.25)$$

A potência aparente pode ser obtida através de dois processos

$$S = 3U_S I_L \quad (3.2.26)$$

ou ainda, conjugando as equações (3.2.24) e (3.2.25),

$$S = 3 \frac{U_C}{\sqrt{3}} I_L \quad (3.2.27)$$

$$S = \sqrt{3} U_C I_L \quad (3.2.28)$$

O desenvolvimento desta equação é realizado na secção 3.2.4

2. Ligações em triângulo:

$$U_C = U_S \quad (3.2.29)$$

$$I_L = \sqrt{3} I_f \quad (3.2.30)$$

A potência aparente pode ser obtida também através da equação (3.2.26), desde que se consiga aceder à corrente da fase, ou conjugando as equações (3.2.29) e (3.2.30)

$$S = 3U_C \frac{I_L}{\sqrt{3}} \quad (3.2.31)$$

$$S = \sqrt{3}U_C I_L \quad (3.2.32)$$

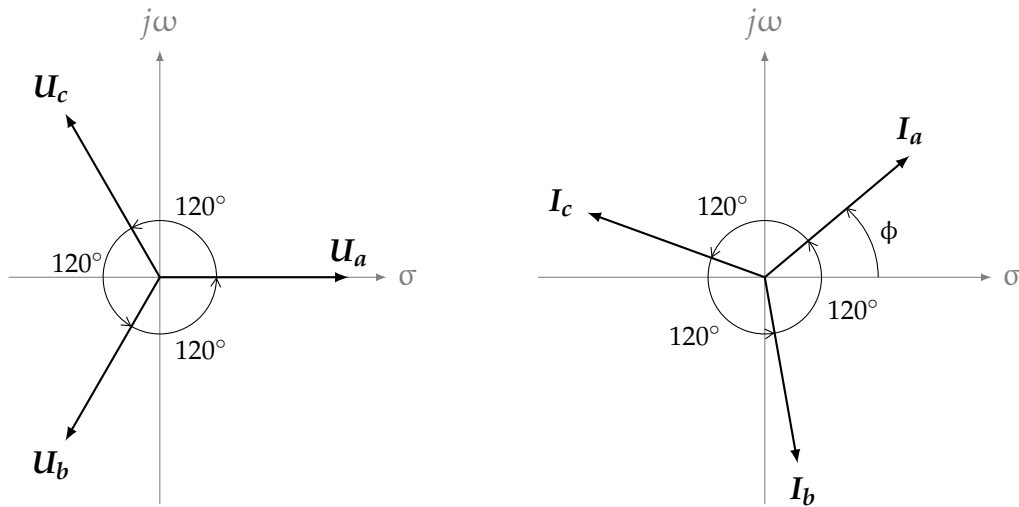


Fig. 3.26 – Diagramas vectoriais de sistema trifásico equilibrado

3. A potência activa e a potência reactiva são dadas respectivamente por

$$P = \sqrt{3}U_C I_L \cos \phi \quad (3.2.33)$$

$$Q = \sqrt{3}U_C I_L \sin \phi \quad (3.2.34)$$

sendo

$$\phi = \alpha_u - \alpha_i \quad (3.2.35)$$

3.2.4 Potência Complexa em Sistemas Trifásicos equilibrados

Considerando a potência em cada fase, a potência total de uma rede eléctrica pode ser determinada por

$$S = U_a I_a^* + U_b I_b^* + U_c I_c^* \quad (3.2.36)$$

mas se as potências em cada fase forem iguais, pode-se simplificar a equação (3.2.36), ficando

$$S = 3U_f I_f^* \quad (3.2.37)$$

Potência complexa na ligação em estrela.

De acordo com a equação (3.2.37),

$$S_{\Delta} = 3U_f \frac{U_f^*}{Z_f^*}$$

$$S_{\Delta} = \frac{3U_f U_f^*}{Z_f^*}$$

$$S_{\text{Y}} = \frac{3 \left(\frac{U_C}{\sqrt{3}} \right)^2}{Z_f^*}$$

$$S_{\text{Y}} = \frac{U_C^2}{Z_{\text{Y}}^*} \quad (3.2.38)$$

Ainda de acordo com a mesma equação e sabendo que $U_f = U_C$,

$$S_{\Delta} = 3U_C \frac{U_C^*}{Z_f^*}$$

$$S_{\Delta} = 3 \frac{U_C U_C^*}{Z_f^*}$$

$$S_{\Delta} = 3 \frac{U_C^2}{Z_f^*}$$

$$S_{\Delta} = 3 \frac{U_C^2}{Z_{\Delta}^*} \quad (3.2.39)$$

3.2.5 Potência Complexa em Sistemas Trifásicos Desequilibrados

Quando as impedâncias são diferentes, ou seja, a carga é desequilibrada, para o cálculo da potência consumida por essa carga, efectua-se a soma vectorial das potências complexas, fase a fase.

Para sistemas trifásicos desequilibrados utiliza-se a mesma expressão definida na equação (3.2.36).

$$S = U_a I_a^* + U_b I_b^* + U_c I_c^*$$

3.3 Potência em Sistemas Pulsados

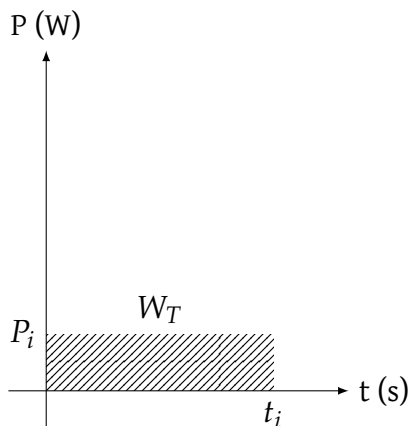


Fig. 3.27 – Energia num intervalo tendente para infinito

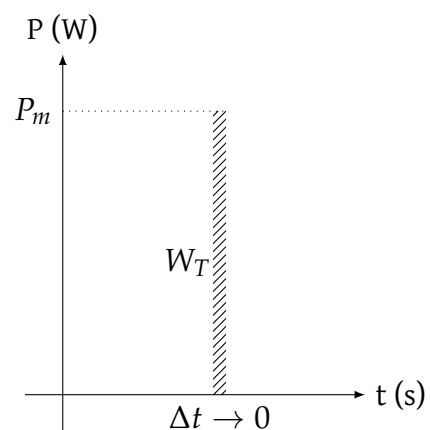


Fig. 3.28 – Energia num intervalo de tempo tendente para zero

3 Caracterização das potências

A Potência Pulsada (PP) pode definir-se como a ciência e tecnologia em que é armazenada energia elétrica durante um tempo relativamente longo, seguida da sua libertação em tempos muito curtos, num único ou numa sequência repetitiva e controlada de impulsos, aumentando assim o pico de potência instantânea [12].

Se igualarmos as duas áreas, verificamos que:

$$P_i \times t_i = P_m \times \Delta t \quad (3.3.1)$$

ou seja, quanto mais pequeno for o valor Δt maior será o valor de P_m .

Especificando, se tivermos um dispositivo que tem armazenado 1 J de energia e que a se faça libertar durante uma hora, verificamos que a potência obtida durante esse período de tempo, será inferior a 0,3 mW mas se essa mesma quantidade de energia for libertada em apenas 1 ns obteremos uma potência da ordem de 1 GW, continuando-se a obter valores de potência média bastante baixos.

As componentes da potência de pico (P_m) podem ser decompostas conforme mostrado nas equações seguintes,

$$\begin{aligned} U &= U_p \sqrt{\frac{t_{on}}{T}} \\ &= U_p \sqrt{\delta} \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

$$\begin{aligned} I &= I_p \sqrt{\frac{t_{on}}{T}} \\ &= I_p \sqrt{\delta} \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

multiplicando as equações (3.3.2) e (3.3.3), teremos

$$P = U_p \cdot I_p \cdot \delta \quad (3.3.4)$$

onde δ é o *duty cycle* e que para a correcta operação destes sistemas tem de ter valores $\delta < 0,01$.

A Potência Pulsada é uma tecnologia que atualmente encontra-se espalhada em diversos tipos de aplicações comerciais, tais como aplicações médicas, ambientais, biológicas, energéticas e industriais que usam impulsos repetitivos de Alta Tensão positivos e/ou negativos para melhorar as propriedades de produtos ou técnicas e, ao mesmo tempo, melhorar a eficiência elétrica de processos.

3.4 Potência em Sistemas não Sinusoidais

3.4.1 Conceito e Origem de Harmónicas

Existem determinados equipamentos receptores, eléctricos e electrónicos, que não tratam as tensões sinusoidais da rede de alimentação pública de uma forma linear e "limpa". O seu funcionamento vai produzir uma série de frequências múltiplas da frequência fundamental e que ao serem introduzidas na rede vão, como que, potenciar perturbações que podem

diminuir a eficácia da rede e podendo provocar avarias. Este tipo de cargas são designadas de Cargas Não Lineares.

Dentro deste tipo de cargas estão os conversores estáticos que incluem os vários tipos de inversores e rectificadores. Todo este tipo de equipamentos encontram-se hoje em dia, nos circuitos de comando e controlo de máquinas trifásicas, alimentações de corrente contínua em circuitos de automação industrial, fontes de alimentação para computadores, grandes servidores informáticos e equipamentos domésticos que fazem uso de corrente contínua.

3.4.2 Análise de Fourier

Uma *função periódica* [13] é uma função que se repete em cada T segundos e satisfaz esta relação a relação seguinte

$$f(t) = f(t \pm nT) \quad (3.4.1)$$

em que $n \in \mathbb{N}$ e T é o período dessa função.

Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), matemático e físico francês, propôs que uma função periódica possa ser representada em infinitas amostras sinusoidais que quando somadas formam o sinal original.

Uma Série de Fourier é uma representação de um sinal periódico e consiste na soma de sinusóides na frequência fundamental, ω_0 , e frequências múltiplas da frequência fundamental, designadas de harmónicas.

Teorema 1 (Teorema de Fourier) *Qualquer função periódica de frequência ω_0 , pode ser expressa na forma de uma soma infinita de funções seno ou cosseno, cujas frequências são múltiplos inteiros de ω_0 .*

O Teorema de Fourier é descrito pela seguinte equação,

$$f(t) = a_0 + \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t))}_{(1)} \quad (3.4.2)$$

onde a_0 corresponde ao valor médio da série de Fourier e (1) corresponde à componente AC da função. Os monómios a_n e b_n são designados de coeficientes de Fourier.

Ainda é designada de Frequência Fundamental a seguinte expressão

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (3.4.3)$$

e

$$\omega_n = n\omega_0 \quad (3.4.4)$$

designadas de frequências harmónicas ($2\omega_0, 3\omega_0, 4\omega_0, \dots$)

3 Caracterização das potências

Os coeficientes atrás mencionados são determinados conforme se mostra nas equações seguintes.

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad (3.4.5)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (3.4.6)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt \quad (3.4.7)$$

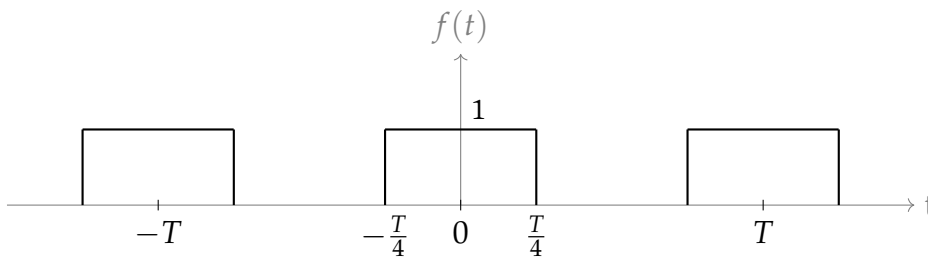


Fig. 3.29 – Análise de Fourier de uma onda quadrada

Considere-se a função representada na Fig. 3.29 e a Série de Fourier cuja equação foi equacionada em (3.4.2). Este exemplo encontra-se realizado de forma detalhada no Anexo C.

Determinação dos Coeficientes de Fourier.

1. Da equação (3.4.5) retira-se o coeficiente a_0 :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \\ &= \frac{1}{T} [t]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

2. Da equação (3.4.6) retira-se o coeficiente a_n :

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 \cos(n\omega_0 t) dt \\ &= \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n\omega_0} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} (n\omega_0) \cos(n\omega_0 t) dt \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n\omega_0} \left[\sin(n\omega_0 t) \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}}$$

Da equação (3.4.3), retiramos a igualdade de ω_0

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n \cdot \frac{2\pi}{T}} \left\{ \sin \left(n\omega_0 \frac{T}{4} \right) - \sin \left[n\omega_0 \left(-\frac{T}{4} \right) \right] \right\} \\ &= \frac{2}{n\pi} \cdot \sin \left(n \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

3. Da equação (3.4.7) retira-se o coeficiente b_n :

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 \sin(n\omega_0 t) dt \\ &= \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n\omega_0} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} (n\omega_0) \sin(n\omega_0 t) dt \\ &= -\frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n\omega_0} \left[\cos(n\omega_0 t) \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \end{aligned}$$

Da equação (3.4.3), retiramos a igualdade de ω_0

$$\begin{aligned} &= -\frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n \cdot \frac{2\pi}{T}} \left\{ \cos \left(n\omega_0 \frac{T}{4} \right) - \cos \left[n\omega_0 \left(\frac{T}{4} \right) \right] \right\} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.4.10)$$

Resolução do cálculo da Série de Fourier até $n = 7$

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \right) \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t) \end{aligned}$$

como a função é par, temos $b_n = 0$, a função reduz-se a

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t)$$

Desenvolvendo a Série de Fourier até $n = 7$ e ainda temos que $a_n = 0$ para n par,

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(1\omega_0 t) + a_3 \cos(3\omega_0 t) + a_5 \cos(5\omega_0 t) + a_7 \cos(7\omega_0 t)$$

$$\boxed{f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(1\omega_0 t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_0 t) + \frac{2}{5\pi} \cos(5\omega_0 t) - \frac{2}{7\pi} \cos(7\omega_0 t)} \quad (3.4.11)$$

Série de Fourier até à ordem $n = 7$ da função mostrada na Fig. 3.29

3 Caracterização das potências

3.4.2.1 Valor eficaz de uma função

O valor eficaz de uma função qualquer é dada pela equação (3.4.12).

$$F_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt} \quad (3.4.12)$$

Se esta função não for sinusoidal, ou seja, para uma função definida por uma série de Fourier e a partir dela, será deduzida uma nova expressão para o valor eficaz, equação (3.4.13).

$$F_{RMS} = \sqrt{a_0^2 + \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + \frac{a_3^2}{2} + \dots + \frac{b_1^2}{2} + \frac{b_2^2}{2} + \frac{b_3^2}{2} + \dots} \quad (3.4.13)$$

3.4.2.2 Série de Fourier de Tensões e Correntes

1. Tensões

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{2} U_n \cos(n\omega_0 t - \theta_{un}) \right) \quad (3.4.14)$$

onde:

U_0 → Valor da componente *dc* da tensão

U_n → Valor eficaz da harmónica da tensão de ordem *n*

θ_{un} → Ângulo de fase da harmónica de tensão de ordem *n*

2. Correntes

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{2} I_n \cos(n\omega_0 t - \theta_{in}) \right) \quad (3.4.15)$$

onde:

I_0 → Amplitude da componente *dc* da corrente

I_n → Valor eficaz da harmónica de corrente de ordem *n*

θ_{in} → Ângulo de fase da harmónica da corrente de ordem *n*

3.4.2.3 Valor Eficaz de Tensões e Correntes

Os valores associados aos valores eficazes que circulam em sistemas não sinusoidais, podem ser retirados de acordo com as equações (3.4.12) e (3.4.13). Assim, para a tensão temos

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots} \quad (3.4.16)$$

e para a corrente

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} \quad (3.4.17)$$

3.4.3 Série de Fourier da Potência Média

Para os cálculos, partimos da equação seguinte

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt \quad (3.4.18)$$

onde $p(t)$ é a potência instantânea

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t)i(t) dt \\ &= \frac{1}{T} U_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left(\sqrt{2} U_n \cos(n\omega_0 t - \theta_{un}) \right) \left(\sqrt{2} I_n \cos(n\omega_0 t - \theta_{in}) \right) dt \\ &= U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \theta_1 + U_2 I_2 \cos \theta_2 + U_3 I_3 \cos \theta_3 + \dots \end{aligned} \quad (3.4.19)$$

$$= U_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \cos(\theta_{un} - \theta_{in}) \quad (3.4.20)$$

como $\theta_n = \theta_{un} - \theta_{in}$

$$P = U_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \cos \theta_n \quad (3.4.21)$$

3.4.3.1 Potência Reactiva em função dos valores eficazes

A análise é em tudo muito semelhante à dedução da *Potência Activa* em sistemas não sinusoidais.

Retirando da equação (3.4.19) e considerando apenas circuitos com tensão sinusoidal e ainda somente com a frequência fundamental, vamos ter

$$Q = U_1 I_1 \sin \theta_1 \quad (3.4.22)$$

considerando sistemas não sinusoidais, vamos ter

$$\begin{aligned} Q &= U_1 I_1 \sin \theta_1 + U_2 I_2 \sin \theta_2 + \dots + U_n I_n \sin \theta_n \\ Q &= \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \theta_n \end{aligned} \quad (3.4.23)$$

3.4.3.2 Factor de Potência (FP) e $\cos \theta_1$

Como definição aceite e em termos generalizados, o Factor de Potência é a percentagem de potência activa, relativamente à potência total, que é utilizada para produzir trabalho numa carga eléctrica, equação (3.4.24).

$$FP = \frac{P}{S} \quad (3.4.24)$$

3 Caracterização das potências

Num sistema sinusoidal ideal, onde apenas se considera a harmónica fundamental, o Factor de Potência, FP , mostrado na equação (3.4.24), pode ser equacionado por:

$$\begin{aligned} FP &= \frac{U_1 I_1 \cos \theta_1}{U_1 I_1} \\ &= \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (3.4.25)$$

mas num sistema não sinusoidal, ou seja, onde existe conteúdo harmónico, o valor eficaz da tensão é considerado sem distorção, o FP será dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} FP &= \frac{U I_1 \cos \theta_1}{U I} \\ &= \underbrace{\frac{I_1}{I}}_{(1)} \cdot \underbrace{\cos \theta_1}_{(2)} \end{aligned} \quad (3.4.26)$$

onde I representa a corrente fundamental e todo o conteúdo harmónico. Esta equação será ainda equivalente a

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}} \end{aligned} \quad (3.4.27)$$

3.4.3.3 Potência Deformante, D

A *potência aparente*, S , é a potência resultante de todos os tipos de potência que circulam pela rede eléctrica.

Das partes constituintes da potência aparente, temos a *potência activa*, P_1 , que é a potência activa desenvolvida pela 1ª harmónica. Esta potência é a única que produz trabalho.

Depois, existem as potências que não produzem trabalho; a componente fundamental da *potência reactiva*, Q_1 , que vai circulando entre a fonte e a carga e a *potência deformante*, D , cuja unidade é o var, representada por **var**, e que é a potência dissipada pelo somatório das harmónicas presentes na rede, correspondendo ao produto cruzado dos termos da tensão e da corrente para as frequências que não produzem trabalho. Contribuem também para o aquecimento da cablagem, obrigando também a um sobredimensionamento da mesma. Esta abordagem irá ser desenvolvida na Secção 4.5.

3.4.3.3.1 Fontes não ideais

Fontes não ideais são aquelas em que, tanto as tensões como as correntes são produtoras de harmónicas. Nestas redes eléctricas, a potência aparente é descrita pela seguinte equação,

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (3.4.28)$$

de onde se retira o valor da potência Deformante, D

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad (3.4.29)$$

3.4.3.3.2 Fonte de tensão ideal

Considere-se a equação que define S , a potência aparente numa rede, onde apenas a tensão é uma sinusoidal pura, U_1 ,

$$S^2 = P_1^2 + Q_1^2 + D^2 \quad (3.4.30)$$

$$D = \sqrt{S^2 - P_1^2 - Q_1^2} \quad (3.4.31)$$

A equação (3.4.30) ainda é equivalente a

$$S = \sqrt{(U_1 I_1 \cos \theta_1)^2 + (U_1 I_1 \sin \theta_1)^2 + U_1^2 (I_2^2 + I_3^2 + \dots)} \quad (3.4.32)$$

Na equação (3.4.32), o parâmetro $\cos \theta_1$, que é o cosseno do ângulo entre a componente fundamental da tensão e a componente fundamental da corrente, é denominado por **Factor de Deslocamento** o mesmo que o factor (2) da equação (3.4.26) [14].

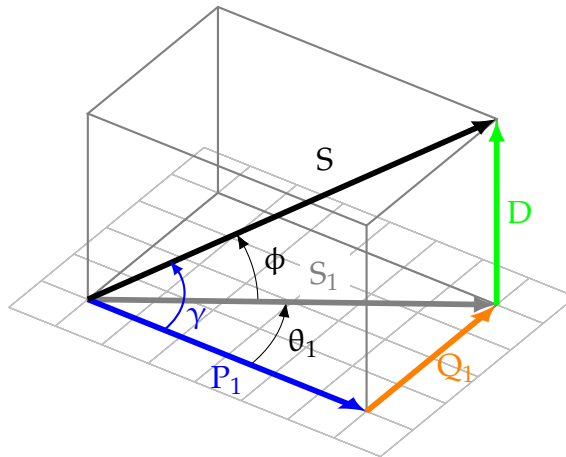


Fig. 3.30 – Diagrama de potências em sistemas não sinusoidais

Da Fig. 3.30, o quociente entre S_1 e S é denominado **Factor de Forma** e corresponde à parcela $\frac{I_1}{I}$ da equação (3.4.26). Da mesma forma, γ é o ângulo entre S e P_1 .

3.4.4 Outros parâmetros considerados em sistemas não lineares

O parâmetro que mede a distorção de uma onda periódica é designado de *Taxa de Distorção Harmónica*, THD . Este parâmetro pode ser aplicado a ondas tanto de corrente (THD_i) como de tensão (THD_u).

$$THD_i [\%] = \frac{1}{I_1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2} \times 100 \% \quad (3.4.33)$$

$$THD_u [\%] = \frac{1}{U_1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_n^2} \times 100 \% \quad (3.4.34)$$

3 Caracterização das potências

Quanto mais estes valores se aproximarem de zero, mais as ondas de sinal se aproximam de sinusoides puras.

A equação (3.4.26) é equivalente ainda a

$$\begin{aligned} FP &= \frac{I_1}{I} \cdot \cos \theta_1 \\ &= \frac{\cos \theta_1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \end{aligned} \quad (3.4.35)$$

para a corrente e para a tensão é de todo semelhante, a saber

$$\begin{aligned} FP &= \frac{U_1}{U} \cdot \cos \theta_1 \\ &= \frac{\cos \theta_1}{\sqrt{1 + THD_u^2}} \end{aligned} \quad (3.4.36)$$

Capítulo 4

Implementação Laboratorial

4.1 Descrição do protótipo implementado

Em todos os ensaios laboratoriais em que houve aquisição de valores de tensão e de corrente, as leituras eléctricas destas grandezas eram captadas e inseridos numa placa electrónica designada de *Placa de Aquisição de Sinais* e enviados para tratamento, na plataforma informática, designada de **ControlDesk** através de um interface *Processador Digital de Sinal, DSP*. Estes dois últimos itens produzidos pelo fabricante dSpace.

O *Processador Digital de Sinal, DSP*, Fig. 4.1, permite a manipulação de vários tipos de sinais presentes nas suas entradas, e foi programado em MatLab/Simulink. Tem capacidade de tratamento de sinais PWM, sinais digitais, conversores digital-analógicos e analógico-digitais. Estes últimos conversores, cujo tipo são DS1104ADC e DS1104MUX, têm na saída os sinais já digitais e que vão ser encaminhados para tratamento no software MatLab/Simulink, e posteriormente, na aplicação Control Desk. Nesta plataforma informática obtém-se os resultados experimentais de cada ensaio, com visualização no sinótico, das curvas desejadas, Fig. 4.4.

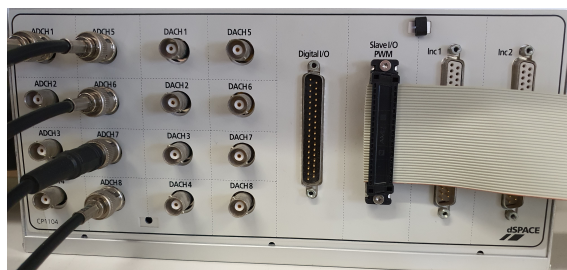


Fig. 4.1 - Controlador digital de sinal
dSPACE

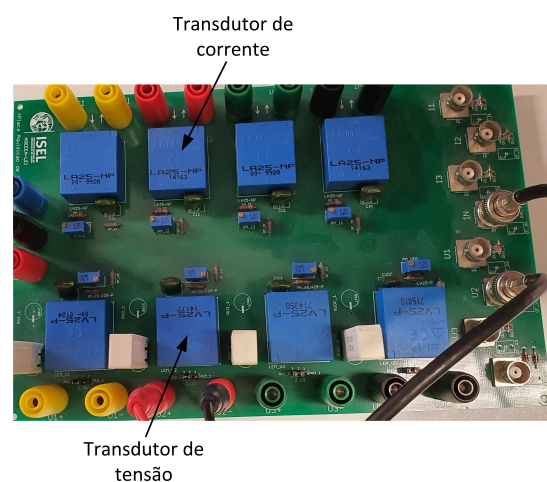


Fig. 4.2 - Placa de Aquisição de Sinais

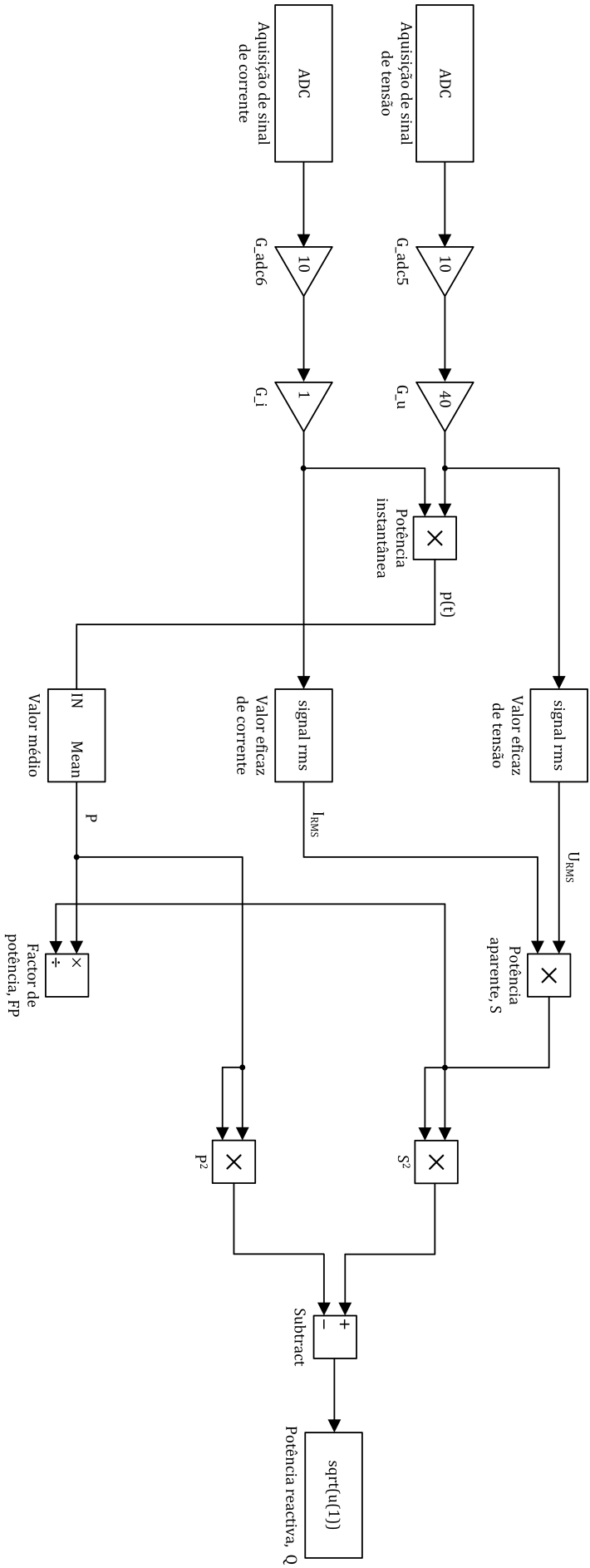


Fig. 4.3 – Algoritmo de cálculo da potência reactiva no circuito monofásico implementado no Processador Digital de Sinal

A Placa de Aquisição de Sinais, Fig. 4.2, tem capacidade de fazer a aquisição de 4 tensões e de 4 correntes e que são enviados para o DSP já filtrados das impurezas introduzidas no circuito.

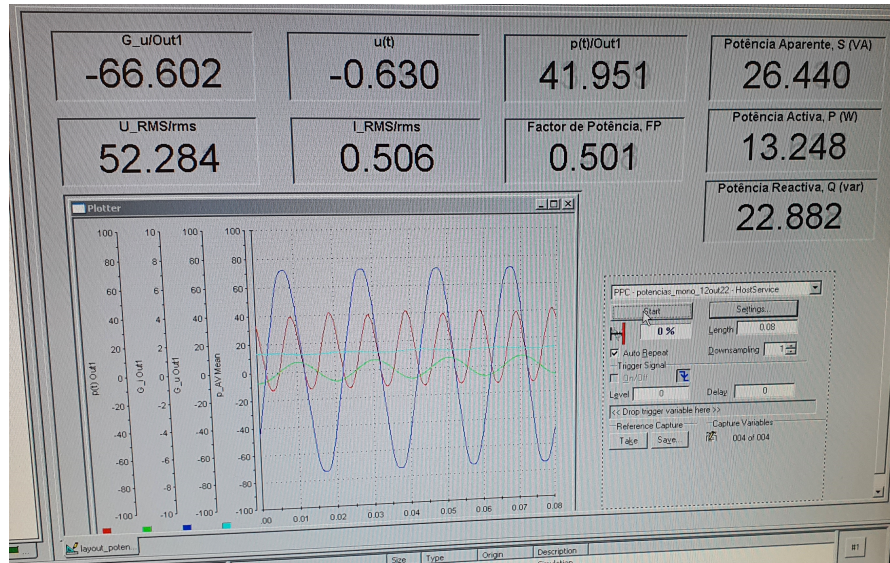


Fig. 4.4 – Sinótico

Pode-se observar na Fig. 4.3, um exemplo de documentação laboratorial em que são possíveis várias configurações. Foram efectuadas várias para observar os vários tipos de potências. Este é um exemplo de um processamento digital de sinal que foi realizado, em que temos como entradas, a tensão e a corrente e como saída, a potência reactiva, de um circuito monofásico.

4.2 Circuito monofásico com carga RL

Para este estudo, foi implementado um circuito experimental como mostrado na Fig. 4.5. Este circuito está ligado à rede pública através de um transformador monofásico com uma potência de 500 W. O secundário tem uma montagem em série, de uma bobina e de uma resistência. É retirada uma leitura em tensão aos terminais do secundário e uma leitura em corrente. Foi usado um reóstato devidamente calibrado para o valor considerado, individualmente, através de leituras de tensão e corrente directas, e observação em osciloscópio, o valor conseguido e mantido na montagem foi de 50Ω. Acresce a este valor 2,5Ω correspondente à resistência óhmica da bobina, perfazendo um valor total de 52,5Ω. A bobina considerada suporta uma corrente de 15 A, Tabela 4.1.

O transformador tem uma relação de transformação de 220 V:24 V mas como está ligado a uma tensão de 230 V, a tensão de secundário obtida é de 25,1 V.

O circuito implementado é o que se mostra na Fig. 4.5.

Tabela 4.1 – Implementação do circuito da Fig. 4.5 com carga monofásica RL

U_T [V]	L [H]	R [Ω]
220:24	0,25	52,5

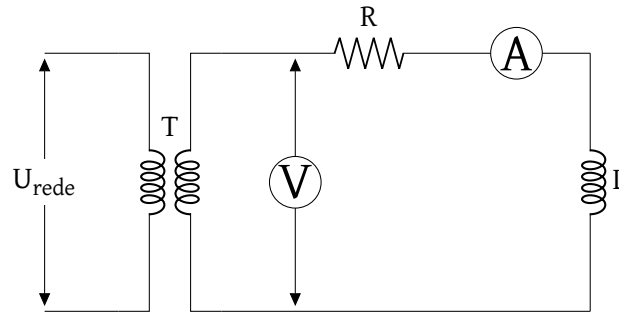


Fig. 4.5 – Circuito monofásico indutivo

Os componentes do circuito tinham as características eléctricas definidas na tabela 4.1.

4.2.1 Comparação entre resultados de simulação e experimentais

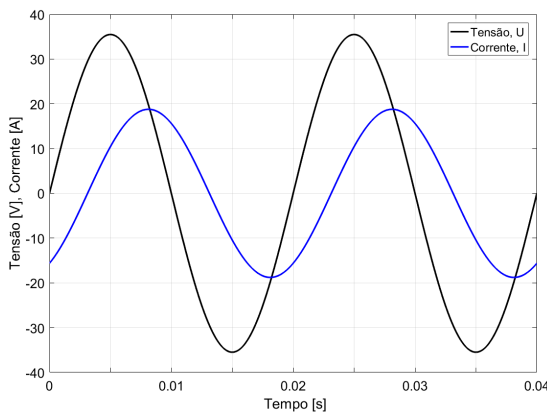
Os componentes implementados na montagem e respectivos parâmetros, foram obtidos a partir dos valores teóricos descritos seguidamente.

Reactância indutiva:

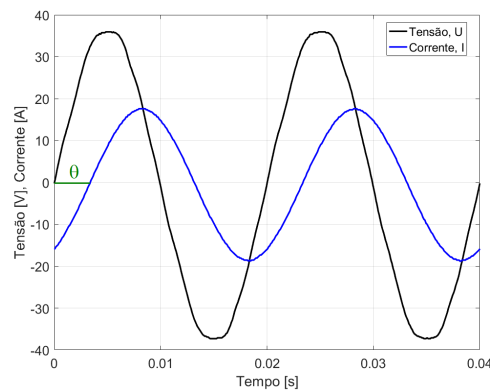
$$\begin{aligned}
 X_L &= \omega L \\
 &= (314,159 \times 0,25) \Omega \\
 &= 78,5 \Omega
 \end{aligned}
 \tag{4.2.1}$$

Impedância do circuito RL:

$$\begin{aligned}
 Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} \\
 &= \sqrt{52,5^2 + 78,5^2} \\
 &= 94,4 \Omega
 \end{aligned}
 \tag{4.2.2}$$



(a) Resultados de simulação



(b) Resultados experimentais

Fig. 4.6 – Evolução temporal da tensão, U , e da corrente, I

Para os valores de tensão, resistência e indutância introduzidos no circuito, os resultados esperados são concordantes com os valores simulados, de acordo com os valores experimentais transcritos na tabela 4.2. Estes dados podem ainda ser observados nas Fig. 4.6(a) e 4.6(b), em que na figura experimental vê-se um pequeno achatamento na forma de onda de tensão devido à existência de harmónicas. Para uma melhor visualização, a senoide da corrente, I , está ampliada por um factor de 50 vezes.

Na análise das potências, a potência instantânea observada na Fig 4.7(b), comparativamente com o valor esperado, observado na Fig 4.7(a), já não tem uma forma sinusoidal tão perfeita por causa da senoide de tensão que lhe deu origem. A potência média, que tem origem na potência instantânea, irá incluir esta deformação. A potência média deveria ser contínua mas passa a incluir uma componente alternada com cerca de 0,348 W de amplitude e com uma frequência de 50 Hz (Fig 4.7(b)).

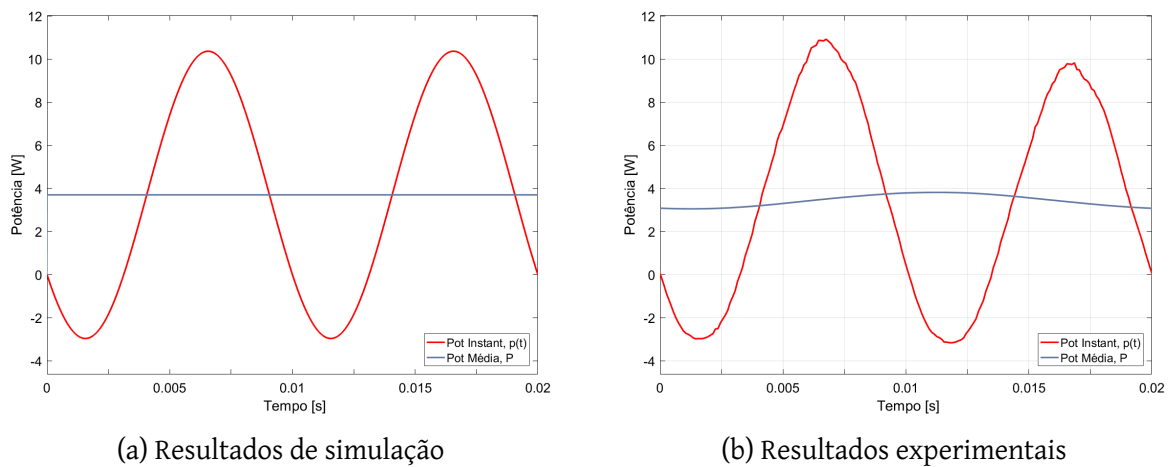


Fig. 4.7 – Evolução temporal da potência instantânea, $p(t)$, e da potência média, P

Tabela 4.2 – Resumo da comparação entre resultados de simulação e experimentais

	Simulação	Experimental
Corrente, I (A)	0,27	0,25
Ângulo de carga, θ (°)	56,3	60,6
Potência, P (W)	3,70	3,39
Factor de Potência, FP	0,55	0,49

4.3 Circuito trifásico com carga resistiva

Neste tipo de circuito é esperado que as tensões e as correntes, em cada uma das fases, não tenham desfaseamento, por isso, vai existir apenas potência activa a circular da fonte para a carga.

A tabela 4.3 apresenta os parâmetros utilizados para o ensaio do circuito da Fig. 4.8.

Tabela 4.3 – Implementação do circuito da Fig. 4.8 com carga trifásica resistiva

U_T [V]	L [H]	R [Ω]
400:29	-	25

A implementação do circuito foi efectuada de acordo com a Fig. 4.8. Este circuito utiliza um transformador trifásico com uma potência de 1 kVA, alimentado do lado do primário, por uma tensão composta de $U_C = 400$ V. Do lado do secundário,

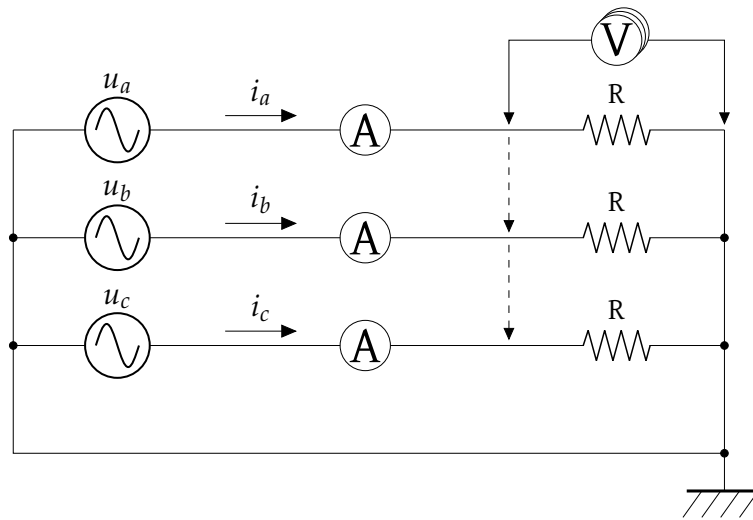


Fig. 4.8 – Circuito trifásico resistivo em estrela

este transformador apresenta uma tensão composta $U_C = 29$ V que é aplicada a uma carga trifásica equilibrada com um valor de 25Ω por ramo.

4.3.1 Parametrização do ensaio experimental

Num circuito trifásico em estrela, a tensão simples, U_S , está relacionada com a tensão composta, U_C , pela relação estabelecida na equação (3.2.24) e que nesta montagem tem o valor de

$$\begin{aligned}
 U_S &= \frac{U_C}{\sqrt{3}} \\
 &= 16,74 \text{ V}
 \end{aligned}
 \tag{4.3.1}$$

O cálculo anterior permite encontrar o valor da corrente em cada fase, dado por:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{U_S}{R} \\
 &= \frac{16,74}{25} \\
 &= 0,6697 \text{ A}
 \end{aligned}
 \tag{4.3.2}$$

4.3.2 Comparação entre resultados de simulação e experimentais

Efectuando uma análise entre as Fig.s 4.9(a) e 4.9(b), que apresentam a evolução temporal da potência por fase entregue à carga R, verifica-se uma similitude entre os resultados simulados e os resultados experimentais obtidos.

As diferenças existentes entre os resultados obtidos, podem atribuir-se às características não ideais da rede e do sistema de aquisição e conversão de sinais.

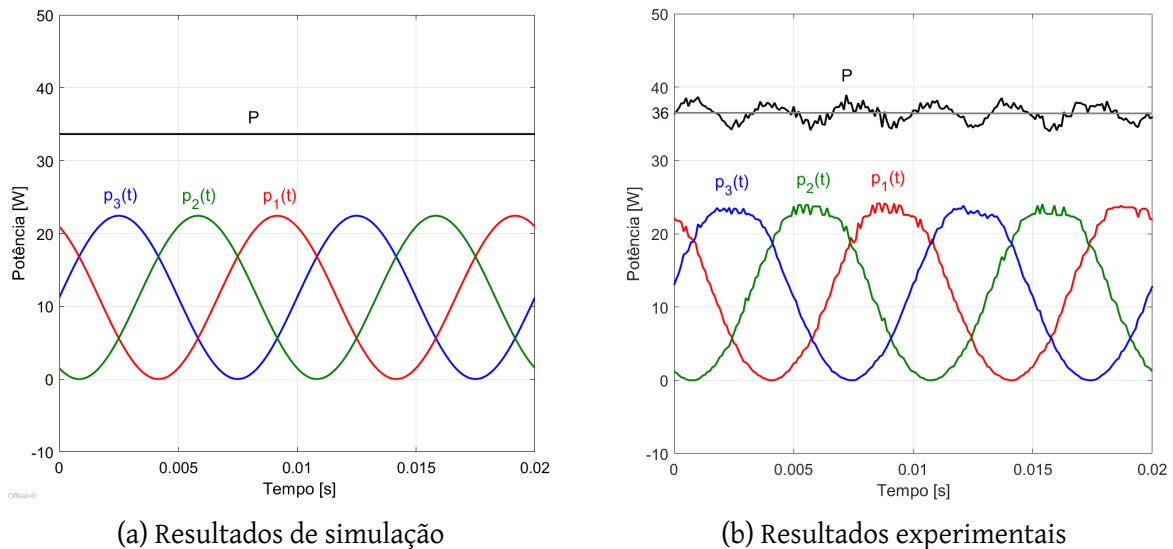


Fig. 4.9 – Evoluções temporais das potências

A potência média esperada, de acordo com os valores da tensão e corrente calculados na secção 4.3.1, e como se pode observar na Fig. 4.9(a), é:

$$\begin{aligned}
 P &= 3U_S I \cos \theta \\
 &= 3 \times 16,74 \times 0,6697 \times \cos 0^\circ \\
 &= 33,64 \text{ W}
 \end{aligned}
 \tag{4.3.3}$$

Por análise do gráfico mostrado na figura 4.9(b), e de acordo com a tabela 4.4, obteve-se um valor experimental de 36,24 W. Este acréscimo no valor da potência é devido à existência de harmónicas no circuito.

Como já referenciado anteriormente, a carga é integralmente resistiva, e por isso, não existe desfasamento entre tensão e corrente ($\theta = 0^\circ$). Decorrente deste facto, também não existe potência reactiva, equação (4.3.4). Como se pode observar ainda na Fig. 4.9(b), as potências instantâneas têm sempre valores positivos qualquer que seja o instante considerado. A potência média coincide com a potência activa e, neste caso, com a potência aparente.

$$\begin{aligned}
 Q &= 3UI \sin \theta \\
 &= 3 \times 16,74 \times 0,6697 \times \sin 0^\circ \\
 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.3.4}$$

Tabela 4.4 – Circuito trifásico com carga resistiva - Comparação de resultados simulados e experimentais

	Simulação	Experimental
Corrente, I (A)	0,6697	0,7216
Ângulo de carga, θ (°)	0	0
Potência, P (W)	33,64	36,24
Factor de Potência, FP	1	1

4.4 Circuito trifásico com carga RL

Tomando em consideração a Fig. 4.10, a implementação deste tipo de circuito destina-se a efectuar a análise de potências num circuito trifásico, em que, relativamente ao circuito da secção 4.3, a carga deixa de ser resistiva pura e passa a ser reactiva devido ao facto de ser instalada, em série com as resistências, uma indutância no valor de 250 mH.

Tabela 4.5 – Implementação do circuito da Fig. 4.10 com carga trifásica RL

U_T [V]	L [H]	R [Ω]
400:103,9	0,23	27

Este circuito é em tudo igual ao da secção anterior, transformador com secundário em estrela e ponto neutro à Terra, a carga também está ligada em estrela. De acordo com a tabela 4.5, a tensão no secundário é de $U_C = 103,9$ V e as resistências, todas iguais, no valor de 27Ω , que corresponde a 25Ω do valor óhmico da resistência mais 2Ω do valor óhmico da bobina.

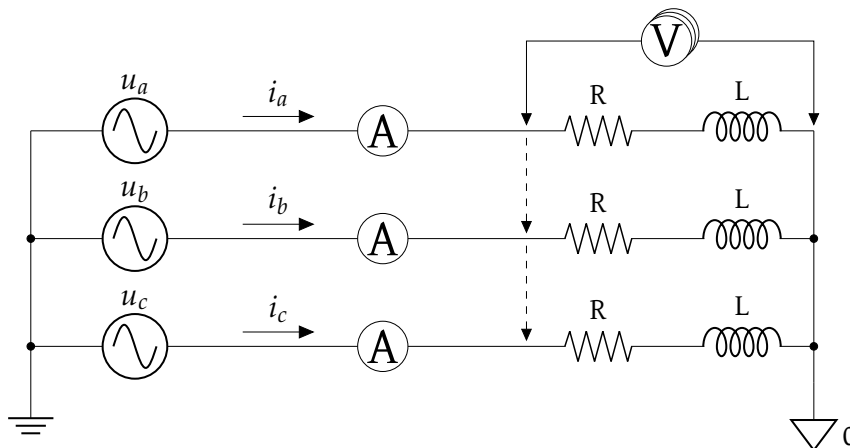


Fig. 4.10 – Circuito trifásico RL em estrela

4.4.1 Parametrização do ensaio experimental

Utilizando, de novo, a equação (3.2.24) para efectuar o cálculo da tensão simples e da tensão de pico:

$$U_S = \frac{U_C}{\sqrt{3}} = 60,0 \text{ V} \quad (4.4.1)$$

$$\begin{aligned} U_p &= \sqrt{2} \times 60,0 \\ &= 84,9 \text{ V} \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

Quanto às correntes, os valores esperados são,

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{U_S}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \\ &= \frac{U_S}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \\ &= \frac{60,0}{\sqrt{27^2 + 314,159^2 \times 0,230^2}} \\ &= 0,778 \text{ A} \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

$$\begin{aligned} I_p &= \sqrt{2} \times 0,778 \\ &= 1,10 \text{ A} \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

4.4.2 Comparação entre resultados de simulação e experimentais

Observando as Fig.s 4.11(a) e 4.11(b), verifica-se que os resultados experimentais validam as simulações e cálculos realizados. A tensão no secundário do transformador, e em face de ter sido introduzido criteriosamente para o valor pretendido, são praticamente iguais, com exceção de um ligeiríssimo achatamento devido à existência de harmônicas. Constatamos ainda assim, que o valor de pico condiz com o valor teórico, observado na equação (4.4.2).

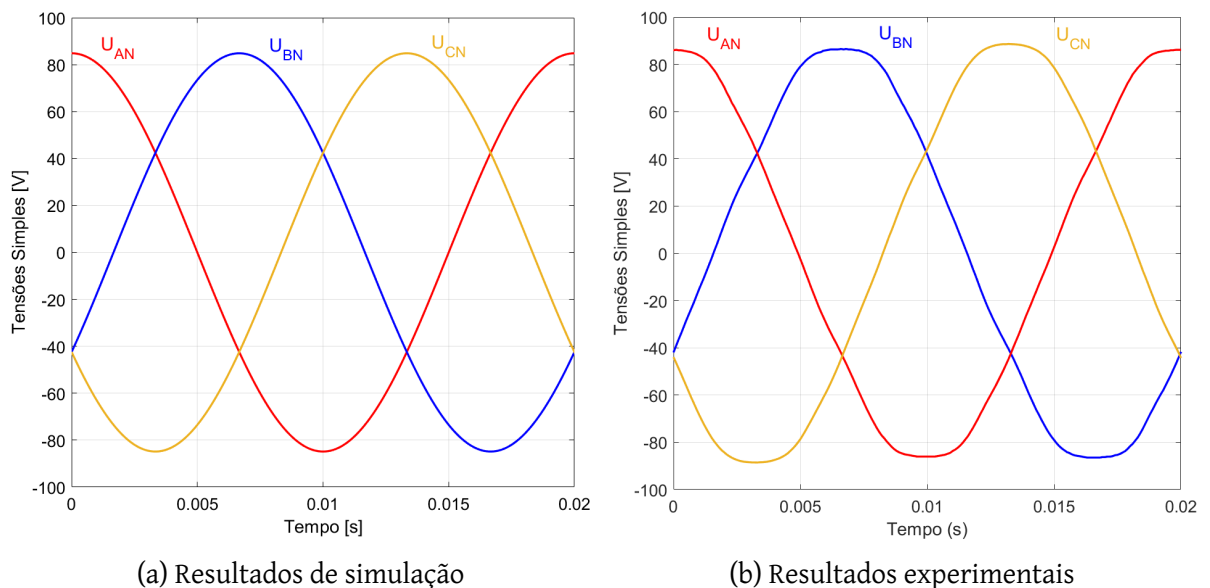


Fig. 4.11 – Evoluções temporais das tensões no circuito trifásico em estrela

4 Implementação Laboratorial

Quanto às correntes, os valores esperados são os que estão deduzidos pelas equações (4.4.3) e (4.4.4). Pela análise das formas de onda experimentais, constatamos que os valores são praticamente iguais, de acordo com o mostrado na tabela 4.6. As formas de onda experimentais continuam a ser deformadas pelo carácter não ideal da fonte e do sistema de aquisição de sinais.

O ângulo de defasamento simulado, entre a tensão e a corrente, é

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1} \frac{X_L}{R} \\ &= \tan^{-1} \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,23}{27} \\ &= 69,5^\circ\end{aligned}\quad (4.4.5)$$

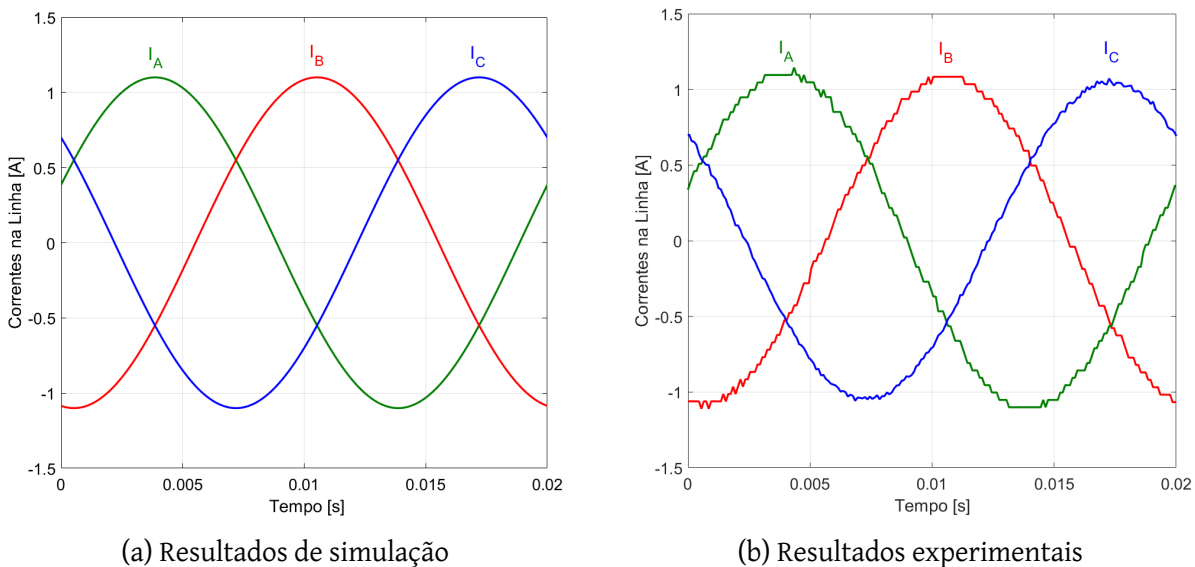


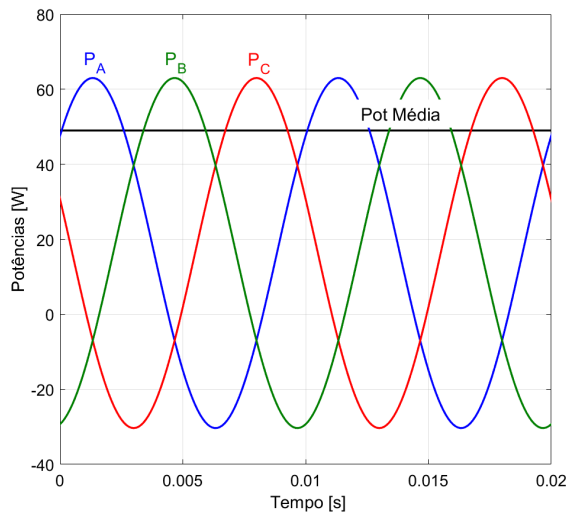
Fig. 4.12 – Evoluções temporais das correntes nas fases do circuito trifásico em estrela

Relativamente à potência activa, temos que o valor esperado é:

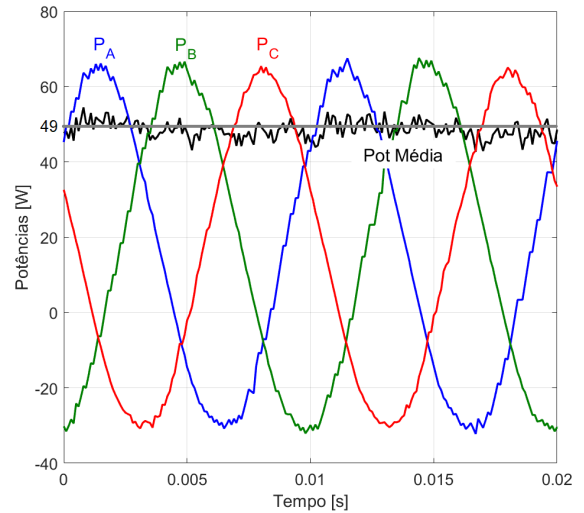
$$\begin{aligned}P &= 3U_S I_f \cos \theta \\ &= 49,0 \text{ W}\end{aligned}\quad (4.4.6)$$

Tabela 4.6 – Circuito trifásico com carga reactiva - Comparação de resultados simulados e experimentais

	Simulação	Experimental
Corrente, I (A)	0,778	0,774
Ângulo de carga, θ (°)	69,50	69,48
Potência, P (W)	49,0	48,8
Factor de Potência, FP	0,3502	0,3506



(a) Formas de onda simuladas



(b) Formas de onda experimentais

Fig. 4.13 – Potências instantâneas observadas no circuito trifásico em estrela

Quanto à potência média, e consultando a tabela 4.6 juntamente com as Fig.s 4.13(b) e 4.13(a), verificamos que o valor médio da potência observado no ensaio experimental, se cifra em 48,8 W. O valor da tensão foi inserido, como referido anteriormente, foi de 60,0 V, originando que, o valor da corrente obtido não está muito longe do valor simulado. Os restantes valores observados, ângulo de carga e factor de potência, também são muito similares aos valores simulados.

4.5 Circuito trifásico com carga Não Linear

Cargas não lineares são circuitos que, habitualmente, na sua constituição entram dispositivos semi-condutores, controlados ou não, e que, fundamentalmente, fazem conversão entre

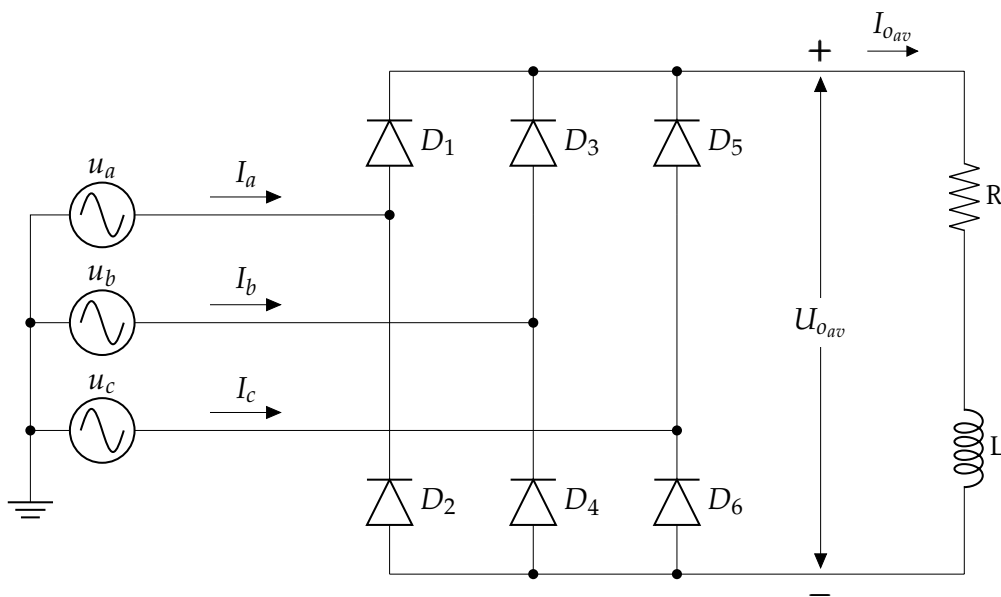


Fig. 4.14 – Circuito de rectificação trifásico não controlado em ponte

4 Implementação Laboratorial

tensões alternadas para tensões contínuas e vice-versa, consumindo correntes não sinusoidais.

No circuito da Fig. 4.14, a ponte rectificadora faz a transformação da corrente alternada sinusoidal em corrente contínua, consumindo correntes alternadas não sinusoidais do lado da rede. Uma onda sinusoidal de tensão aplicada aos díodos corresponde a uma onda não sinusoidal de corrente no lado da rede. Na saída deste bloco rectificador temos uma corrente tendente para a corrente contínua. Este tipo de conversão dá origem a formas de onda de corrente na rede não sinusoidais e por consequência às chamadas *harmónicas*. Por definição, as harmónicas são grandezas sinusoidais cuja frequência são múltiplos inteiros da frequência fundamental da tensão (ou da corrente) de alimentação, ou seja, neste caso, a frequência da rede.

Pretende-se, assim, observar o desenvolvimento da potência em circuitos deste tipo. Como se pode observar na Fig. 4.14, a carga é constituída por um circuito rectificador trifásico de onda completa a díodos [15]. Este tipo de circuito fornece potência em corrente contínua a um circuito série RL. Considera-se, ainda, que a tensão de alimentação é sinusoidal pura.

Tabela 4.7 – Implementação do circuito da Fig. 4.14 com carga não linear

U_T [V]	L [H]	R [Ω]
400:60	0,25	140

A constituição elementar deste circuito é como se mostra na tabela 4.7.

A montagem deste circuito engloba um transformador trifásico com uma relação de transformação 400V : 60V, uma ponte rectificadora de onda completa, constituída por seis díodos de silício de baixa potência e uma carga formada por uma resistência de 140 Ω (138 Ω + 2 Ω) e uma indutância de 250 mH.

Nas pontes rectificadoras trifásicas de onda completa, as harmónicas de corrente (ou de tensão) na fonte, são deduzidas através da equação (4.5.1),

$$i_s(t) = \frac{4I_o}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ ímpar} \\ k \neq 3n}}^{\infty} \left[\frac{\sin\left(k \frac{\pi}{3}\right)}{k} \sin(k\omega t) \right] \quad (4.5.1)$$

4.5.1 Parametrização do ensaio experimental

A partir da Fig. 4.14, a tensão na carga $U_{o_{av}}$ terá um valor contínuo médio de,

$$\begin{aligned} U_{o_{av}} &= \frac{3\sqrt{6}}{\pi} U_S \\ &= \frac{3\sqrt{6}}{\pi} \times 60,0 \end{aligned}$$

$$= 140,35 \text{ V} \quad (4.5.2)$$

A corrente média $I_{o_{av}}$ terá o valor de,

$$\begin{aligned} I_{o_{av}} &= \frac{U_{o_{av}}}{R} \\ &= \frac{140,35 \text{ V}}{140\Omega} \\ &= 1,0025 \text{ A} \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

Considerando a bobina da carga muito elevada e o regime de funcionamento não lacunar, o que torna possível a igualdade $I_o = I_{o_{av}}$. Desta forma, a potência na carga P_o terá o valor de,

$$\begin{aligned} P_o &= R I_o^2 \\ &= R I_{o_{av}}^2 \\ &= 140 \times 1,0025^2 \\ &= 140,7 \text{ W} \end{aligned} \quad (4.5.4)$$

Como os rectificadores não são controlados, não existe desfasamento entre a tensão na fase e a harmónica fundamental da corrente. A potência fornecida pela fonte de alimentação será obtida por:

$$\begin{aligned} P &\approx P_1 = 3 U_S I_1 \cos \theta_1 \\ &= 3 \times 60,0 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \times 1,0025 \times \cos 0^\circ \\ &= 140,7 \text{ W} \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

Também não existe potência reactiva, $Q = 0$, porque o desfasamento entre a tensão e a corrente na ponte rectificadora é nulo.

A potência aparente, S , tomará o valor,

$$\begin{aligned} S &= 3 U_S I_S \\ &= 3 \times 60,0 \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times 1,0025 \\ &= 147,3 \text{ VA} \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

e a potência deformante, D , e de acordo com a equação (3.4.29) terá o valor de,

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{S^2 - P_1^2 - Q_1^2} \\ &= \sqrt{147,3^2 - 140,7^2} \\ &= 43,7 \text{ var} \end{aligned} \quad (4.5.7)$$

Esta potência tem carácter reactivo e circula entre a fonte e a carga por consequência da totalidade das harmónicas aqui produzidas, Fig. 4.17.

4.5.2 Comparação entre resultados de simulação e experimentais

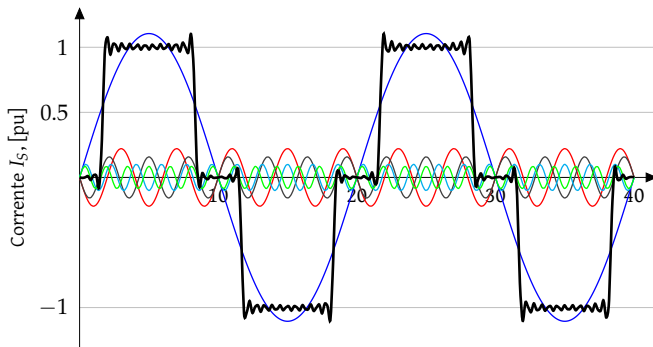


Fig. 4.15 – Resultado de simulação da corrente no secundário do transformador até à 23ª harmónica

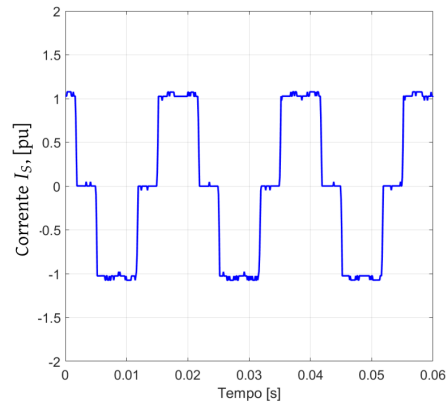


Fig. 4.16 – Resultado experimental da corrente no secundário do transformador

As harmónicas, frequências e amplitudes, são características de cada montagem e do tipo da carga. Nesta montagem, a corrente na fonte é caracterizada por ter todas as harmónicas de índice ímpar, excepto as múltiplas de 3, Fig. 4.15, originando uma evolução temporal como pode ser observado nas Figs. 4.15 e 4.16.

Pode observar-se, ainda, na Fig. 4.17, o diagrama do espectro de amplitudes das harmónicas até 23ª ordem, característico deste tipo de montagem e que apresenta um conteúdo harmónico, na corrente, de 28,8% [16].

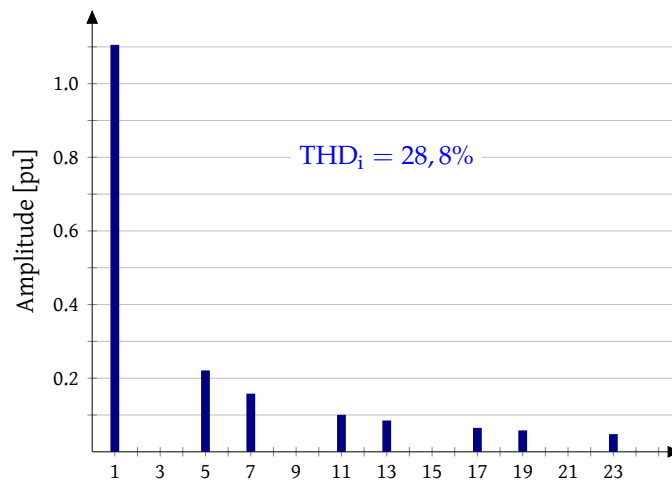


Fig. 4.17 – Espectro harmónico característico da corrente na entrada de um retificador trifásico em ponte não controlado

A amplitude de cada uma das harmónicas está de acordo com a equação (4.5.1) e verifica-se que este valor vai tendendo para zero.

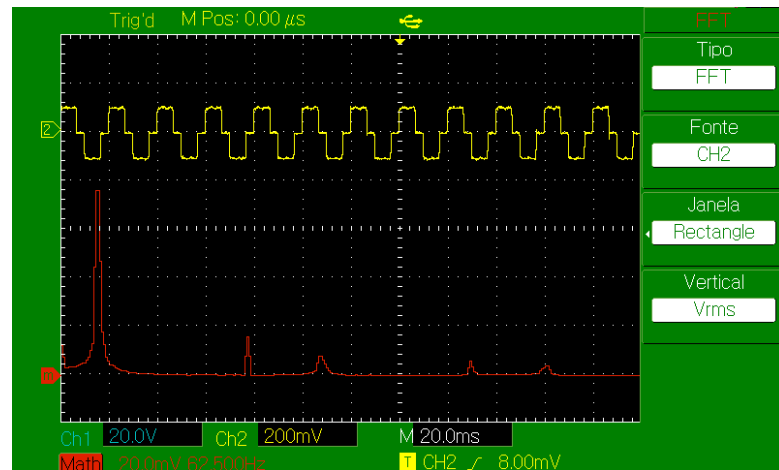


Fig. 4.18 – Resultado experimental do espectro harmónico da corrente na entrada de um retificador trifásico em ponte não controlado, até à 13^a harmónica

Na Fig. 4.18 apresenta-se o espectro harmónico da corrente no secundário do transformador até à 13^a harmónica.

Verifica-se que os resultados de simulação e experimentais obtidos são concordantes, tanto para as evoluções temporais da corrente não linear assim como para o respectivo espectro harmónico.

Capítulo 5

Conclusões

5.1 Conclusões Gerais

Nesta dissertação foi realizado um estudo sobre a caracterização do cálculo da potência em circuitos elétricos monofásicos e trifásicos, contendo cargas lineares e não lineares. Foi, também, feita uma alusão a sistemas elétricos de potência pulsada. O trabalho apresentado engloba o estudo teórico, simulação numérica e validação experimental do cálculo das componentes da potência instantânea em circuitos elétricos.

Numa primeira parte, foram revistas as definições de base utilizadas atualmente e globalmente aceites na Engenharia Eletrotécnica, que serviram de referência para o capítulo seguinte onde se desenvolveu analiticamente todo o suporte à teoria da potência elétrica. Aqui, foram apresentados os diferentes métodos pelos quais é possível calcular a potência em circuitos elétricos, consoante as situações objetivadas. Estes métodos foram sendo validados através cálculos e de simulações numéricas, recorrendo à utilização do software MatLab-Simulink.

Na última parte, a comprovação de todo o desenvolvimento analítico foi feita aplicando os conceitos teóricos em circuitos elétricos laboratoriais. Globalmente, conseguiu-se validar todos os desenvolvimentos teóricos. Os desvios encontrados nos resultados experimentais obtidos face aos resultados teóricos estão diretamente relacionados com o carácter não ideal da rede de alimentação e do sistema de aquisição de sinais.

Globalmente, os objetivos propostos para a realização desta dissertação foram alcançados.

5.2 Trabalhos Futuros

O desenvolvimento desta dissertação permitiu identificar alguns temas para trabalhos a desenvolver futuramente, nomeadamente:

- Completar o protótipo existente e fazer a sua adaptação para o estudo de um analisador de energia adaptado à Norma NP50160, vocacionado ao ensino;
- Desenvolvimento de um contador de energia digital, que contabilize todas as componentes da potência consumida;

5 Conclusões

- Caracterização das componentes da potência para diferentes tipos de cargas domésticas ou industriais, com o objetivo de propor medidas conducentes à melhoria da eficiência energética.

Bibliografia

- [1] Nilsson, James W.; Riedel, Susan A.; "Circuitos Eléctricos", Prentice Hall, ISBN: 978-85-7605-159-6, 2009
- [2] Mariotto, Paulo António; "Análise de Circuitos Eléctricos", Prentice Hall, ISBN: 85-87918-06-0, 2003
- [3] Akagi, Hirofumi; Watanabe, Edson H.; Aredes, Maurício; "Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning", IEEE Press WILEY, ISBN: 978-1-118-36210-5, 2017
- [4] IEEE Std 1459™-2010, "IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions", MAR2010
- [5] Burian Jr, Yaro; Lyra, Ana Cristina C.; "Circuitos Eléctricos", Pearson, Prentice Hall, ISBN: 85-7605-072-2, 2006
- [6] Johnson, David E.; Hilburn, John L.; Johnson, Johnny R.; "Fundamentos de Análise de Circuitos Eléctricos", Prentice/Hall do Brasil, 1994
- [7] Alexander, Charles K.; Sadiku, Matthew N. O.; "Fundamentos de Circuitos Eléctricos", McGraw Hill, ISBN: 9780073380575, 2013
- [8] Piskounov, Nikolai; "Cálculo Diferencial e Integral", Vol I, Edições Lopes da Silva, 1977
- [9] Leithold, Louis; "O Cálculo com geometria analítica", HARBRA, 1977
- [10] Paiva, José; "Redes de Energia Eléctrica", IST Press, 2015
- [11] Santos, Jaime; "Análise de Circuitos Eléctricos", ENGEBOOK Electrotecnia, ISBN: 978-989-723-186-5, 2016
- [12] Amarante, Pedro; "Tese Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre", Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, JUL2021
- [13] Encarnação, Luís Lamy da; "Análise de Fourier", in acetatos das aulas teóricas de Análise de Circuitos II, ISEL, MAI2019
- [14] Gambôa, Paulo Landeiro; "Fundamentos de Harmónicas", in acetatos das aulas teóricas de Qualidade da Energia Eléctrica, ISEL, SEP2009
- [15] Semiconductor DataSheet
Consultado em 11DEC2022, às 11:10
<https://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/76086/MICROSEMI/1N5550.html>

Bibliografia

- [16] Palma, João Carlos Pires da; "Fundamentos de Electrónica de Potência", Politécnico de Lisboa, ISBN: 978-989-98774-4-3, 2018
- [17] Silva, Rodrigo Thiago Passos; "Tensão média e tensão eficaz", 01FEV2013
Consultado em 19SEP2022, às 12:37
<https://pt.slideshare.net/RodrigoThiagoPassosSilva/tenso-mdia-e-tenso-eficaz>
- [18] Nahvi, Mahmood; Edminister, Joseph A.; "Electric Circuits", Schaum's Outlines, ISBN: 978-1-26-001197-5, 2018
- [19] Entidade Reguladora dos Serviços Energéticos, "Guia de Medição, Leitura e Disponibilização de Dados", ERSE, JAN2016
- [20] Albuquerque, Rómulo O.; "Análise de Circuitos em Corrente Alternada", Editora Érica, ISBN: 978-85-365-0143-7, 2013

ANEXOS

Anexo A

Cálculo do valor eficaz de uma grandeza sinusoidal

O conceito de valor eficaz resulta da análise de um circuito resistivo quando alimentado, separadamente, por uma grandeza eléctrica sinusoidal e por uma grandeza eléctrica contínua. Assim, por exemplo, o valor eficaz de uma tensão periódica é igual a uma tensão contínua que, alimentando uma mesma resistência R , lhe fornece a mesma potência média [11].

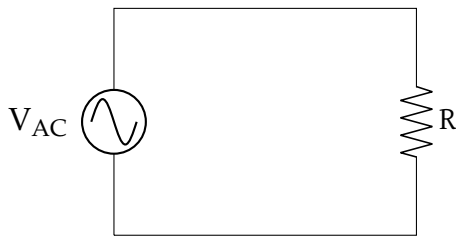


Fig. A.1 - Circuito de corrente alternada

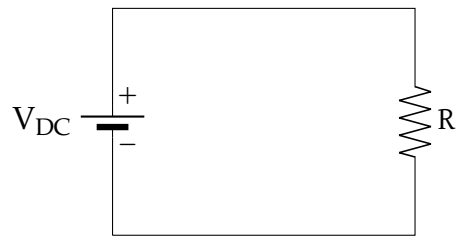


Fig. A.2 - Circuito de corrente contínua

Da definição de potência, e tendo em conta a Fig. A.1, a energia fornecida a uma resistência R , ao fim de um tempo $t = T$ segundos é dada por:

$$W_{AC} = \int_0^T \frac{[u(t)]^2}{R} dt \quad (\text{A.1.1})$$

Com um procedimento semelhante, Fig. A.2, a energia fornecida à mesma resistência R , mas agora por uma fonte de corrente contínua,

$$\begin{aligned} W_{DC} &= P \times t \\ &= \frac{U_{DC}^2}{R} T \end{aligned} \quad (\text{A.1.2})$$

Como as fontes fornecem a mesma energia à resistência, então,

$$\begin{aligned} \frac{U_{DC}^2}{R} T &= \int_0^T \frac{[u(t)]^2}{R} dt \\ U_{DC}^2 T &= \int_0^T [u(t)]^2 dt \end{aligned}$$

A Cálculo do valor eficaz de uma grandeza sinusoidal

$$U_{DC}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [u(t)]^2 dt$$

$$U_{DC} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [u(t)]^2 dt} \quad (\text{A.1.3})$$

A equação (A.1.3) identifica o valor eficaz de uma tensão periódica, ou seja,

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [u(t)]^2 dt} \quad (\text{A.1.4})$$

Seja, então, $u(t)$ a equação da tensão sinusoidal instantânea [17] considerada na equação (A.1.1), U_p a amplitude dessa mesma tensão e ϕ o ângulo de defasamento entre o fasor da tensão e o fasor da corrente.

$$u(t) = U_p \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{A.1.5})$$

então, a equação (A.1.4) ficará com a seguinte forma,

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [U_p \cos(\omega t + \phi)]^2 dt}$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} U_p^2 \int_0^T [\cos(\omega t + \phi)]^2 dt} \quad (\text{A.1.6})$$

Calculando

$$\int_0^T \cos^2(\omega t + \phi) dt \quad (\text{A.1.7})$$

e fazendo as seguintes substituições

$$u = \omega t + \phi$$

$$du = \omega dt$$

$$dt = \frac{du}{\omega}$$

$$\int_0^T \cos^2 u \frac{1}{\omega} du = \frac{1}{\omega} \int_0^T \cos^2 u du \quad (\text{A.1.8})$$

Considerando também a igualdade trigonométrica $\cos^2 u = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2u)$, e substituindo-a na equação (A.1.8)

$$\frac{1}{\omega} \int_0^T \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2u) \right] du = \frac{1}{2\omega} \int_0^T du + \frac{1}{2 \cdot 2\omega} \int_0^T 2 \cos(2u) du$$

$$= \left[\frac{1}{2\omega} u \right]_0^T + \left[\frac{1}{4\omega} \sin(2u) \right]_0^T$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[\frac{u}{2\omega} + \frac{\sin(2u)}{4\omega} \right]_0^T \\
 &= \left[\frac{2u + \sin(2u)}{4\omega} \right]_0^T \\
 &= \left[\frac{2(\omega t + \phi) + \sin[2(\omega t + \phi)]}{4\omega} \right]_0^T \\
 &= \frac{2(\omega T + \phi) + \sin[2(\omega T + \phi)]}{4\omega} - \frac{2(\omega 0 + \phi) + \sin[2(\omega 0 + \phi)]}{4\omega} \\
 &= \frac{2\omega T + 2\phi + \sin(2\omega T + 2\phi) - 2\phi - \sin(2\phi)}{4\omega} \\
 &= \frac{2\omega T + \sin(2\omega T + 2\phi) - \sin(2\phi)}{4\omega}
 \end{aligned}$$

Substituindo aqui a igualdade $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \frac{2\pi}{T} T + \sin(2 \frac{2\pi}{T} T + 2\phi) - \sin(2\phi)}{4 \frac{2\pi}{T}} \\
 &= \frac{4\pi + \sin(4\pi + 2\phi) - \sin(2\phi)}{8\pi} \cdot T
 \end{aligned}$$

Considerando ainda a igualdade trigonométrica $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$,

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4\pi + \sin(4\pi) \cos(2\phi) + \cos(4\pi) \sin(2\phi) - \sin(2\phi)}{8\pi} \cdot T \\
 &= \frac{4\pi + 0 \cdot \cos(2\phi) + 1 \cdot \sin(2\phi) - \sin(2\phi)}{8\pi} \cdot T \\
 &= \frac{4\pi + \sin(2\phi) - \sin(2\phi)}{8\pi} \cdot T \\
 &= \frac{1}{2} \cdot T
 \end{aligned} \tag{A.1.9}$$

Substituindo este valor na equação (A.1.6)

$$\begin{aligned}
 U &= \sqrt{\frac{1}{T} U_p^2 \frac{1}{2} \cdot T} \\
 U &= \sqrt{\frac{U_p^2}{2}} \\
 U &= \frac{U_p}{\sqrt{2}}
 \end{aligned} \tag{A.1.10}$$

A equação (A.1.10) traduz o valor eficaz de uma tensão sinusoidal relativamente à sua amplitude.

Anexo B

Cálculo de potências em sistemas trifásicos

Coordenadas de fase

Consideremos a equação (B.1.1) que indica a potência monofásica instantânea

$$p(t) = P[1 - \cos(2\omega t)] - Q \sin(2\omega t) \quad (\text{B.1.1})$$

Consideremos ainda na equação (B.1.2) a potência trifásica instantânea p , somatório das potências instantâneas em cada fase a, b, c .

$$p = p_a + p_b + p_c = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (\text{B.1.2})$$

e substituindo na equação (B.1.1), com as devidas alterações, impostas pela equação (B.1.2), vamos obter

$$\begin{aligned} p &= P[1 - \cos(2\omega t)] - Q \sin(2\omega t) + P[1 - \cos(2\omega t - 120^\circ)] - \\ &\quad - Q \sin(2\omega t - 120^\circ) + P[1 - \cos(2\omega t + 120^\circ)] - Q \sin(2\omega t + 120^\circ) \\ p &= 3P + \left[-P \underbrace{\left(\cos(2\omega t) + \cos(2\omega t - 120^\circ) + \cos(2\omega t + 120^\circ) \right)}_{(a)} \right] + \\ &\quad + \left[-Q \underbrace{\left(\sin(2\omega t) + \sin(2\omega t - 120^\circ) + \sin(2\omega t + 120^\circ) \right)}_{(b)} \right] \quad (\text{B.1.3}) \end{aligned}$$

As parcelas (a) e (b) são sempre nulas quaisquer que sejam os instantes considerados. Assim a equação (B.1.3) reduz-se a

$$p = 3P \quad (\text{B.1.4})$$

Transformação de coordenadas dq em coordenadas $\alpha\beta$

Seja p a potência trifásica instantânea,

$$\begin{aligned}
 p &= u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \\
 &= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} (u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c) \\
 &= \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} u_a i_a + \frac{3}{2} u_b i_b + \frac{3}{2} u_c i_c \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left(u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c + \frac{1}{2} u_a i_a + \frac{1}{2} u_b i_b + \frac{1}{2} u_c i_c \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left(u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c - \frac{1}{2} u_a (-i_a) - \frac{1}{2} u_b (-i_b) - \frac{1}{2} u_c (-i_c) \right)
 \end{aligned}$$

Sabendo que $i_a + i_b + i_c = 0 \iff i_b + i_c = -i_a \vee i_a + i_c = -i_b \vee i_a + i_b = -i_c$

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{2}{3} \left(u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c - \frac{1}{2} u_a (i_b + i_c) - \frac{1}{2} u_b (i_a + i_c) - \frac{1}{2} u_c (i_a + i_b) \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left(u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c - \frac{1}{2} u_a i_b - \frac{1}{2} u_a i_c - \frac{1}{2} u_b i_a - \frac{1}{2} u_b i_c - \frac{1}{2} u_c i_a - \frac{1}{2} u_c i_b \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left(u_a i_a - \frac{1}{2} u_a i_b - \frac{1}{2} u_a i_c - \frac{1}{2} u_b i_a + u_b i_b - \frac{1}{2} u_b i_c - \frac{1}{2} u_c i_a - \frac{1}{2} u_c i_b + u_c i_c \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left(u_a i_a - \frac{1}{2} u_a i_b - \frac{1}{2} u_a i_c - \frac{1}{2} u_b i_a + \frac{1}{4} u_b i_b + \frac{1}{4} u_b i_c - \frac{1}{2} u_c i_a + \frac{1}{4} u_c i_b + \frac{1}{4} u_c i_c + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{3}{4} u_b i_b - \frac{3}{4} u_b i_c - \frac{3}{4} u_c i_b + \frac{3}{4} u_c i_c \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left(u_a i_a - \frac{1}{2} u_a i_b - \frac{1}{2} u_a i_c - \frac{1}{2} u_b i_a + \frac{1}{4} u_b i_b + \frac{1}{4} u_b i_c - \frac{1}{2} u_c i_a + \frac{1}{4} u_c i_b + \frac{1}{4} u_c i_c \right) + \\
 &\quad + \frac{2}{3} \left(\frac{3}{4} u_b i_b - \frac{3}{4} u_b i_c - \frac{3}{4} u_c i_b + \frac{3}{4} u_c i_c \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left(u_a - \frac{1}{2} u_b - \frac{1}{2} u_c \right) \left(i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} u_b - \frac{\sqrt{3}}{2} u_c \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_b - \frac{\sqrt{3}}{2} i_c \right) \\
 &= \underbrace{\left[\sqrt{\frac{2}{3}} \left(u_a - \frac{1}{2} u_b - \frac{1}{2} u_c \right) \right]}_{u_\alpha} \underbrace{\left[\sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c \right) \right]}_{i_\alpha} + \\
 &\quad + \underbrace{\left[\sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} u_b - \frac{\sqrt{3}}{2} u_c \right) \right]}_{u_\beta} \underbrace{\left[\sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_b - \frac{\sqrt{3}}{2} i_c \right) \right]}_{i_\beta} \tag{B.1.5}
 \end{aligned}$$

$$p = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta \tag{B.1.6}$$

Decompondo a equação (B.1.6) em função das parcelas α e β como mostrado na equação (B.1.5),

$$\begin{cases} u_\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(u_a - \frac{1}{2}u_b - \frac{1}{2}u_c \right) & \text{e} & u_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}u_b - \frac{\sqrt{3}}{2}u_c \right) \\ i_\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_a - \frac{1}{2}i_b - \frac{1}{2}i_c \right) & \text{e} & i_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_b - \frac{\sqrt{3}}{2}i_c \right) \end{cases} \quad (\text{B.1.7})$$

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.8})$$

Aplicando agora, a Transformada de Clark (da Concórdia)

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.9})$$

Os valores de potência p e q , dados em valores instantâneos, são os mostrados na equação (B.1.10) e convertendo esses valores em coordenadas 123.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_\alpha & u_\beta \\ u_\beta & -u_\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.10})$$

Transformação de coordenadas $\alpha\beta 0$ em coordenadas $dq 0$

Para calcular a matriz de rotação, que permite passar do referencial bifásico estático equivalente $\alpha\beta$, para o referencial bifásico equivalente girante, $dq 0$, considera-se um ângulo de defasamento entre referenciais θ , conforme representado na Fig B.1. Os eixos dq estão defasados de 90° .

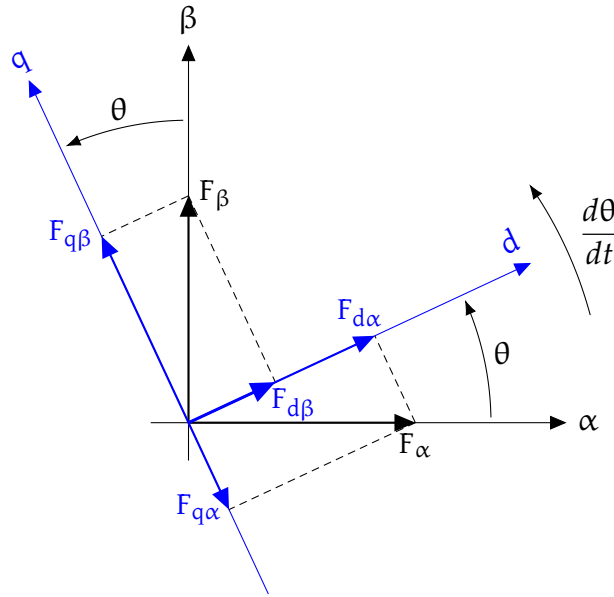


Fig. B.1 – Posição relativa entre os referenciais girante e estacionário

A análise da Fig. B.1 permite obter as relações entre as componentes $\alpha\beta$ e dq (B.1.11).

$$\begin{cases} F_d = F_{d\alpha} + F_{d\beta} \\ F_q = F_{q\alpha} + F_{q\beta} \end{cases} \iff \begin{cases} F_d = F_\alpha \cos \theta + F_\beta \sin \theta \\ F_q = -F_\alpha \sin \theta + F_\beta \cos \theta \end{cases} \quad (\text{B.1.11})$$

Desprezando a componente homopolar, de forma resumida as transformações de coordenadas $\alpha\beta 0$ para $dq0$ e de $dq0$ para $\alpha\beta 0$ são obtidas respectivamente por (B.1.12),(B.1.11) e (B.1.11),(B.1.11). No caso particular, a transformada de *Park* $[D]$ permite transformar o sistema bifásico representado no sistema de coordenadas $\alpha\beta$ para o referencial bifásico dq síncrono com a tensão da rede ($\theta = \omega t$)

$$[D] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \xrightarrow{\theta=\omega t} [D] = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.12})$$

$$[D]^{-1} = [D]^{-T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \xrightarrow{\theta=\omega t} [D]^{-1} = [D]^{-T} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.13})$$

$$[x_{dq}] = [D] [x_{\alpha\beta}] \quad (\text{B.1.14})$$

$$[x_{\alpha\beta}] = [D]^{-1} [x_{dq}] \iff [x_{\alpha\beta}] = [D]^T [x_{dq}] \quad (\text{B.1.15})$$

Exemplo: Considerar um sistema trifásico alternado dado por (B.1.11). Aplicando a transformada da *Concórdia*, o sistema (B.1.11) é obtido por (B.1.11)

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{2}X \cos(\omega t) \\ x_2 = \sqrt{2}X \cos(\omega t - 120^\circ) \\ x_3 = \sqrt{2}X \cos(\omega t + 120^\circ) \end{cases} \quad (\text{B.1.16})$$

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{2}X \cos(\omega t) \\ x_2 = \sqrt{2}X \cos(\omega t - 120^\circ) \\ x_3 = \sqrt{2}X \cos(\omega t + 120^\circ) \end{cases} \xrightarrow{\alpha\beta 0} \begin{cases} x_\alpha = \sqrt{3}X \cos(\omega t) \\ x_\beta = \sqrt{3}X \sin(\omega t) \\ x_0 = 0 \end{cases} \quad (\text{B.1.17})$$

Considerar o sistema bifásico alternado obtido em (B.1.11). Aplicando a transformada de *Park*, o sistema dado por (B.1.11) é obtido por (B.1.11). Em anexo, e com o Symbolic Math Toolbox (Version 7.1, R2016b) do MatLab é apresentado o código que valida os cálculos em (B.1.11) e (B.1.11).

$$\begin{cases} x_\alpha = \sqrt{3}X \cos(\omega t) \\ x_\beta = \sqrt{3}X \sin(\omega t) \end{cases} \xrightarrow{dq} \begin{cases} x_d = \sqrt{3}X \\ x_q = 0 \end{cases} \quad (\text{B.1.18})$$

Anexo C

Cálculo de uma série de Fourier

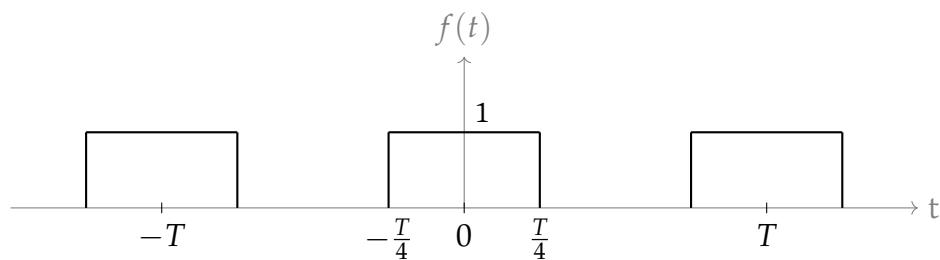


Fig. C.1 – Análise de Fourier

Considere-se a função representada na Fig. C.1 e a Série de Fourier cuja equação é

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \right] \quad (\text{C.1.1})$$

Determinação dos Coeficientes de Fourier.

1. Da equação (3.4.5) retira-se o coeficiente a_0 :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 dt \\ &= \frac{1}{T} \left[t \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \\ &= \frac{1}{T} \left(\frac{T}{4} + \frac{T}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (\text{C.1.2})$$

2. Da equação (3.4.6) retira-se o coeficiente a_n :

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 \cos(n\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 \frac{n\omega_0}{n\omega_0} \cos(n\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n\omega_0} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} (n\omega_0) \cos(n\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n\omega_0} \left[\sin(n\omega_0 t) \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}}
 \end{aligned}$$

Da equação (3.4.3), retiramos a igualdade de ω_0

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n \cdot \frac{2\pi}{T}} \left\{ \sin \left(n\omega_0 \frac{T}{4} \right) - \sin \left[n\omega_0 \left(-\frac{T}{4} \right) \right] \right\} \\
 &= \frac{1}{n\pi} \cdot 2 \sin \left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} \right) \\
 &= \frac{2}{n\pi} \cdot \sin \left(n \frac{\pi}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{C.1.3}$$

3. Da equação (3.4.7) retira-se o coeficiente b_n :

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 \sin(n\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 \frac{n\omega_0}{n\omega_0} [\sin(n\omega_0 t)] dt \\
 &= \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n\omega_0} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} (n\omega_0) \sin(n\omega_0 t) dt \\
 &= -\frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n\omega_0} \left[\cos(n\omega_0 t) \right]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}}
 \end{aligned}$$

Da equação (3.4.3), retiramos a igualdade de ω_0

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n \cdot \frac{2\pi}{T}} \left\{ \cos \left(n\omega_0 \frac{T}{4} \right) - \cos \left[n\omega_0 \left(-\frac{T}{4} \right) \right] \right\} \\
 &= -\frac{2}{T} \cdot \frac{1}{n \cdot \frac{2\pi}{T}} \left\{ \cos \left(n\omega_0 \frac{T}{4} \right) - \cos \left[n\omega_0 \left(\frac{T}{4} \right) \right] \right\} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{C.1.4}$$

Resolução do cálculo da Série de Fourier até $n = 7$

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)) \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t) \end{aligned}$$

como $b_n = 0$, a função reduz-se a

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t)$$

Desenvolvendo a Série de Fourier até $n = 7$ e ainda temos que $a_n = 0$ para n par,

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + a_1 \cos(1\omega_0 t) + a_3 \cos(3\omega_0 t) + a_5 \cos(5\omega_0 t) + a_7 \cos(7\omega_0 t) \\ \boxed{f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(1\omega_0 t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_0 t) + \frac{2}{5\pi} \cos(5\omega_0 t) - \frac{2}{7\pi} \cos(7\omega_0 t)} & \quad (C.1.5) \end{aligned}$$

Série de Fourier até à ordem $n = 7$ da função mostrada na Fig. C.1

Anexo D

Recomendações adicionais do IEEE Standard

do Capítulo 2

Considerando também circuitos com cargas não lineares (Secção 3.4), a potência instantânea da equação (2.1.3) tomará a seguinte forma. Seja,

$$p_a = \sum_h U_n I_n \cos \theta_n [1 - \cos(2h\omega t)] \quad (\text{D.1.1})$$

é o termo que contém todas as componentes que tem valores médios não nulos, e

$$p_q = \sum_h U_n I_n \sin \theta_n \sin(2h\omega t) + \sum_{\substack{m \neq n \\ m, n \neq 1}} 2U_m I_n \sin(m\omega t + \alpha_m) \sin(n\omega t + \beta_n) \quad (\text{D.1.2})$$

é o termo que não contribui para a transferência efectiva de energia, isto é, o seu valor médio é nulo.

O ângulo $\theta_n = \beta_n - \alpha_n$ é o ângulo de fase entre os fasores U_n e I_n .

Complementarmente às unidades eléctricas plasmadas na Secção 2.1, existem ainda outras unidades eléctricas recomendadas pelo IEEE Standard que a seguir se mostram.

1. Sistema alternado não sinusoidal

Para sistemas em que as condições estão estacionárias, a corrente e a tensão instantâneas tem duas componentes distintas: as componentes da onda não-sinusoidal u_1 e i_1 e os restantes termos u_H e i_H que contém todos os números inteiros e não inteiros das harmónicas.

$$u_1 = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t - \alpha_1) \quad (\text{D.1.3})$$

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \beta_1) \quad (\text{D.1.4})$$

$$U_H = \sqrt{2} \sum_{h=2}^{\infty} U_n \sin(h\omega t - \alpha_h) \quad (D.1.5)$$

$$i_H = \sqrt{2} \sum_{h=2}^{\infty} I_n \sin(h\omega t - \beta_h) \quad (D.1.6)$$

Os valores eficazes (RMS) de tensão e corrente estão definidos como

$$U^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} u^2 dt = U_1^2 + U_H^2 \quad (D.1.7)$$

$$I^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i^2 dt = I_1^2 + I_H^2 \quad (D.1.8)$$

onde

$$U_H^2 = \sum_{h=2}^{\infty} U_n^2 = U^2 - U_1^2 \quad (D.1.9)$$

$$I_H^2 = \sum_{h=2}^{\infty} I_n^2 = I^2 - I_1^2 \quad (D.1.10)$$

2. Potência aparente não fundamental [VA]

A separação da tensão e corrente eficazes (RMS) na fundamental e suas harmônicas sintetiza a potencia aparente da seguinte forma (ver equações (D.1.7) e (D.1.8)),

$$\begin{aligned} S^2 &= (UI)^2 \\ &= (U_1^2 + U_H^2)(I_1^2 + I_H^2) \\ &= (U_1 I_1)^2 + (U_1 I_H)^2 + (U_H I_1)^2 + (U_H I_H)^2 \\ &= S_1^2 + S_N^2 \end{aligned} \quad (D.1.11)$$

$$S_N = \sqrt{S^2 - S_1^2} \quad (D.1.12)$$

S_N é a potência aparente associada às harmônicas e está subdividida em três componentes distintas:

$$S_N^2 = D_I^2 + D_U^2 + S_H^2 \quad (D.1.13)$$

3. Potência de distorção da corrente [var]

$$D_I = U_1 I_H = S_1 (\text{THD}_I) \quad (D.1.14)$$

4. Potência de distorção da tensão [var]

$$D_U = U_H I_1 = S_1 (\text{THD}_U) \quad (D.1.15)$$

5. Potência aparente das harmónicas [VA]

$$S_H = U_H I_H = S_1 (\text{THD}_I) (\text{THD}_U) \quad (\text{D.1.16})$$

$$S_H = \sqrt{P_H^2 + D_H^2} \quad (\text{D.1.17})$$

6. Potência de distorção das harmónicas [var]

$$D_H = \sqrt{S_H^2 - P_H^2} \quad (\text{D.1.18})$$

7. Potência não activa [var]

Este tipo de potência engloba componentes não activos fundamentais e não fundamentais.

$$N = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (\text{D.1.19})$$

8. Potência de distorção de Budeanu [var]

Este tipo de potência resulta da resolução da potência aparente S usando a potência reactiva de Budeanu (ver parágrafo 2.1.1.3), que resulta no seguinte:

$$S^2 = P^2 + Q_B^2 + D_B^2 \quad (\text{D.1.20})$$

Assim,

$$D_B = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2} \quad (\text{D.1.21})$$

9. Factor de Potência Fundamental

$$FP_1 = \cos \theta_1 = \frac{P_1}{S_1} \quad (\text{D.1.22})$$

10. Factor de Potência

$$\begin{aligned} FP &= \frac{P}{S} \\ &= \frac{P_1 + P_H}{\sqrt{S_1^2 + S_N^2}} \\ &= \frac{\left(\frac{P_1}{S_1}\right) \left[1 + \left(\frac{P_H}{P_1}\right)\right]}{\sqrt{1 + \left(\frac{S_N}{S_1}\right)^2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{FP_1 \left[1 + \left(\frac{P_H}{P_1} \right) \right]}{\sqrt{1 + \text{THD}_I^2 + \text{THD}_U^2 + (\text{THD}_I \text{THD}_U)^2}} \quad (\text{D.1.23})$$

Em Sistemas Trifásicos,

1. Sistema trifásico equilibrado

As tensões fase-neutro são as seguintes:

$$u_a = \sqrt{2}U_f \sin(\omega t) \quad (\text{D.1.24})$$

$$u_b = \sqrt{2}U_f \sin(\omega t - 120^\circ) \quad (\text{D.1.25})$$

$$u_c = \sqrt{2}U_f \sin(\omega t + 120^\circ) \quad (\text{D.1.26})$$

e as correntes são representadas por

$$i_a = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta) \quad (\text{D.1.27})$$

$$i_b = \sqrt{2}I \sin(\omega t - 120^\circ - \theta) \quad (\text{D.1.28})$$

$$i_c = \sqrt{2}I \sin(\omega t + 120^\circ - \theta) \quad (\text{D.1.29})$$

Sendo que $I_L = I_f = I$

Onde

I_L Corrente na linha

I_f Corrente na fase

2. Potência instantânea [W]

$$p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c = P \quad (\text{D.1.30})$$

3. Potência activa [W]

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt \quad (\text{D.1.31})$$

$$P = 3U_f I \cos \theta = \sqrt{3}U_c I \cos \theta \quad (\text{D.1.32})$$

Onde

U_f Tensão fase-neutro

U_c Tensão composta (ou tensão entre-fases)

4. Potência reactiva [var]

$$Q = 3U_f I \sin \theta = \sqrt{3}U_c I \sin \theta \quad (\text{D.1.33})$$

$$|Q| = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (\text{D.1.34})$$

Anexo E

Métodos de medição de potências

Pretende-se neste anexo dar testemunho às aulas onde são executadas actividades laboratoriais, de forma a, aferir vários tipos de medições de potência, com o objectivo de certificar a veracidade das equações determinadas nos capítulos anteriores.

Medição de potência em sistemas monofásicos

Esta montagem tem por finalidade a observação dos valores de potência que a carga (um motor monofásico assíncrono) consome e também a compensação da componente indutiva do motor.

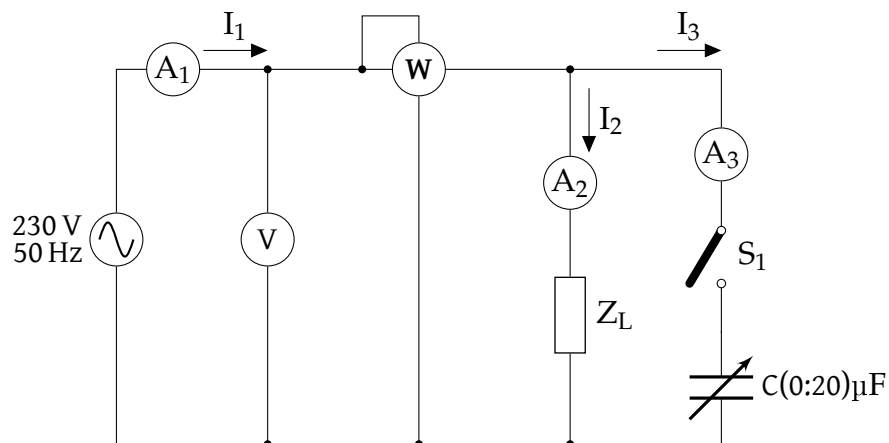


Fig. E.1 – Medição de Potência num circuito monofásico

Observando que em sistemas monofásicos, a equação

$$P = UI \cos \phi \quad (\text{E.1.1})$$

testemunha o valor da potência activa porque as bobinas lêem os valores eficazes de tensão e corrente. Os valores plasmados na Tabela E.1 Pos 1, indicam que, os valores de potência e corrente consumida correspondem à posição do interruptor S_1 aberto.

E Métodos de medição de potências

Da equação (2.1.9) retira-se o valor da potência reactiva.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (\text{E.1.2})$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (\text{E.1.3})$$

Utilizando os valores da Tabela E.1, da primeira posição, e através da equação (E.1.3), retira-se o valor da potência reactiva que é de 225.9 var. Este é um valor de potência reactiva muito elevado, é bastante superior ao valor da potência activa, e em termos económicos, este tipo de energia paga-se e não produz trabalho. O factor de potência correspondente mostra um valor muito baixo, $FP = 0.663$.

Tabela E.1 – Resultados obtidos no ensaio do circuito monofásico

Pos	U(V)	A ₁ (A)	P(W)	Q(var)	FP	S ₁	C (μF)	Caract
1	235	1.284	200	225.9	0.663	OFF	–	IND
2	235	1.075	200	154.3	0.792	ON	5	IND
3	235	1.013	200	129.1	0.840	ON	7	IND
4	235	0.980	200	114.2	0.868	ON	9	IND
5	235	0.972	200	110.3	0.876	ON	12	↕
6	235	1.095	200	161.9	0.777	ON	18	CAP

A partir da Pos 2, é fechado o interruptor S₁ e vamos introduzir capacidades em paralelo com o motor, para compensar o factor de potência. O que este ensaio mostra é que, à medida que aumenta o valor da capacidade em paralelo com o motor, além de diminuir a corrente consumida pelo sistema, a potência reactiva também vai diminuindo e o factor de potência vai melhorando, aproximando-se da unidade.



Fig. E.2 – Tensão e corrente de entrada



Fig. E.3 – Condensador variável

Na Pos 5, é encontrado o ponto de optimização. É o ponto de viragem; o circuito deixa de ter características indutivas e passa a ter características capacitivas. Para uma capacidade de 12 μF, a corrente consumida pelo sistema é mínima assim como a potência reactiva e o factor de potência atinge o valor máximo, Figs E.2 e E.3.

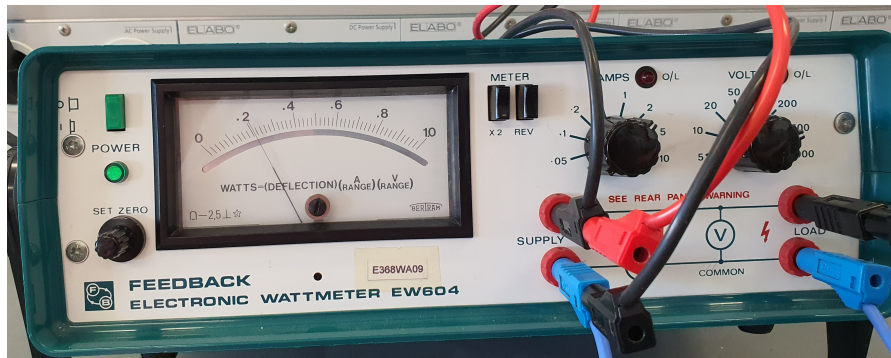


Fig. E.4 – Wattímetro monofásico

Na Pos 6, apesar de se continuar a aumentar o valor da capacidade, o sistema já reverteu. Começou a aumentar o consumo de corrente assim como a potência reactiva e, diminuiu o factor de potência.

Pode-se observar, ainda, que a potência activa permaneceu constante durante todo o ensaio num valor que se cifrou nos 200 W, Fig. E.4, apesar das variações da potência reactiva e factor de potência, originadas pelas variações da capacidade do condensador, que ocorreram durante o ensaio.

Medição de potência em sistemas trifásicos

E.1.0.1 Em sistemas trifásicos com neutro

Este ensaio é efectuado de acordo com o Teorema de Blondell que diz:

A potência activa de um circuito a n fios pode ser determinada através da soma algébrica das leituras de $n - 1$ wattímetros desde que os sensores de corrente sejam colocados em $n - 1$ fios diferentes e todos os sensores de tensão sejam referidos ao fio restante.

De resto, é efectuada apenas a leitura directa da potência sem ser efectuada qualquer tipo de compensação da potência reactiva e do factor de potência.

Assim, a medição de potência em motores trifásicos é realizado de uma forma semelhante ao efectuado na Secção E só que agora existem três fases. É efectuada a leitura da potência em cada uma das fases e a potência total consumida pelo motor é o somatório das três potências de cada uma das fases e porque existe acesso ao neutro.

Para este ensaio, foram efectuadas leituras por dois tipos de wattímetros diferentes. O primeiro, de acordo com a Fig. E.5, utilizaram-se wattímetros electrodinâmicos metrix MX 0091-2 cujo método de leitura é efectuado por bobinas de tensão e corrente em quadratura.

Da observação dos valores adquiridos pelos wattímetros da Fig. E.6, verificamos que o wattímetro 1 está a medir 50 W, o wattímetro 2 está a medir 72.5 W e o wattímetro 3 está a medir 55 W. Fazendo a soma obtém-se 177.5 W que é um valor muito próximo da valor de fábrica do motor, 180 W, conforme se pode observar na Fig. E.8.

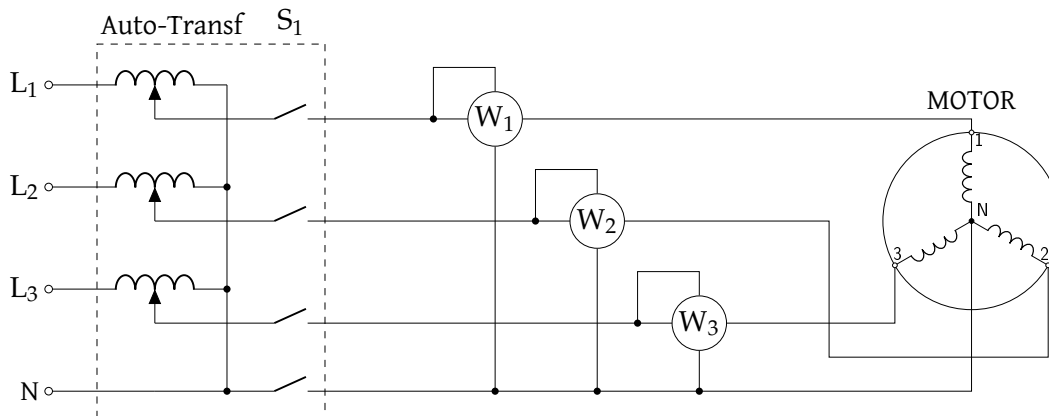


Fig. E.5 – Medição de potência num circuito eléctrico trifásico

A equação que dá o valor da potência activa consumida pelo motor é a mostrada em (E.1.4).

$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

$$P = U_{1N}I_1 \cos \phi_1 + U_{2N}I_2 \cos \phi_2 + U_{3N}I_3 \cos \phi_3 \quad (E.1.4)$$

Este modelo não é mais do que uma abrangência do Método de Aron, cuja demonstração está descrita em detalhe no Anexo E.1.0.2.2.



Fig. E.6 – Wattímetro para leitura de potência em cada fase

E.1.0.2 Wattímetro electrónico

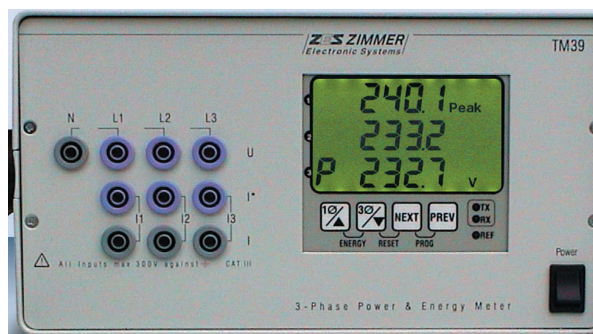


Fig. E.7 – Wattímetro trifásico

Este método faz uso de um wattímetro digital ZIMMER TM39 (Fig. E.7) e cujo esquema de implementação do circuito, juntamente com o Zimmer TM39, é o que se mostra na Fig. E.9.

As leituras são directas e podem ser observados os valores de tensão composta e de fase, corrente de cada fase, potência activa, reactiva, factor de potência e aparente, entre outros.

E.1.0.2.1 Motor sem carga acoplada



Fig. E.8 - Placa sinalética do motor trifásico

Como referido na secção E se somarmos as potências activas correspondentes a cada fase, obteremos o valor da potência activa total consumida pelo nosso motor. Ou seja, se somarmos os valores mostrados na Fig. E.10, constatamos que a soma cifra-se em 180,7 W que é o valor da potência activa mostrado na placa sinalética (Fig. E.8). Estes valores correspondem às potências consumidas, por fase, com o motor a trabalhar em vazio. Reparemos que as indicações que nos são fornecidas pela chapa sinalética que o $\cos \phi = 0.94$. Então,

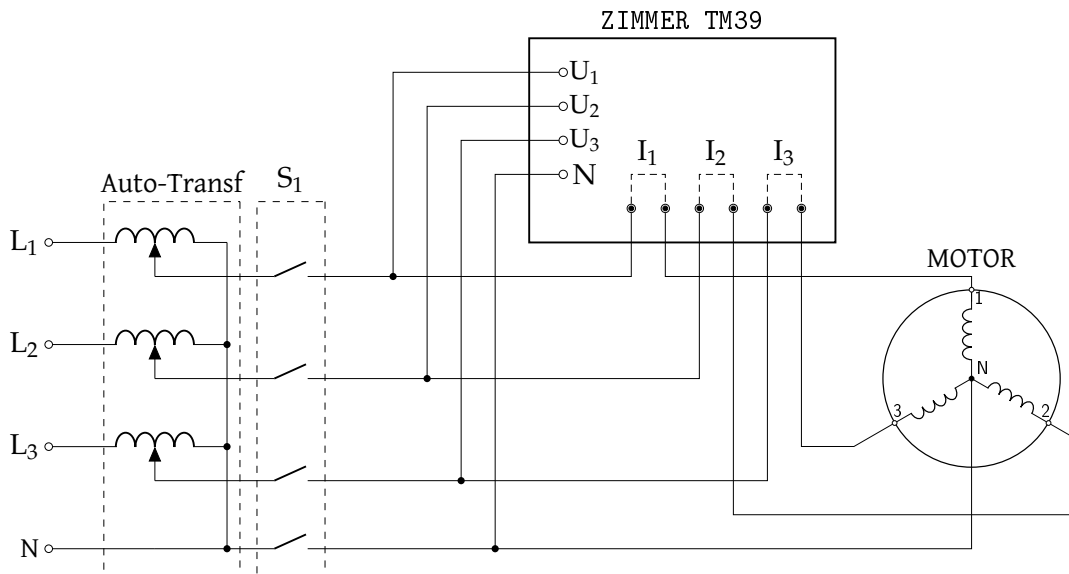


Fig. E.9 - Medição de potência com wattímetro electrónico

$$\begin{aligned} \cos \phi &= \frac{P}{S} \\ 0.94 &= \frac{180.7}{S} \\ S &= \frac{180.7}{0.94} \\ &= 192.2 \text{ VA} \end{aligned} \tag{E.1.5}$$

que é o valor da potência aparente.



Fig. E.10 – Leitura de potência activa

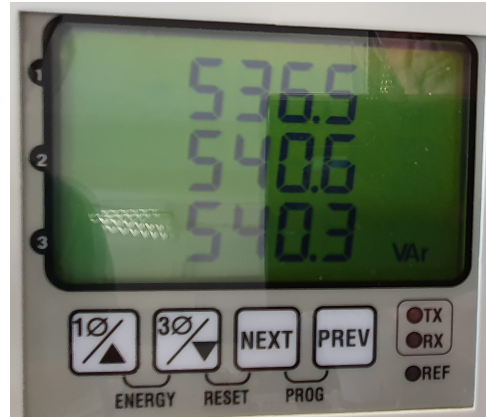


Fig. E.11 – Leitura de potência reactiva

A potência reactiva, Q , será

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{S^2 - P^2} \\ &= \sqrt{192.2^2 - 180.7^2} \\ &= 65.5 \text{ var} \end{aligned} \tag{E.1.6}$$

Daqui se retira que, com o motor a trabalhar em vazio, a energia reactiva é muito pequena quando comparada com a potência activa consumida pelo motor.

E.1.0.2.2 Motor com carga acoplada

Aplicando uma carga significativa no motor eléctrico, observa-se que a potência reactiva aumenta significativamente (Fig. E.11) e a potência activa vai diminuir ligeiramente.



Fig. E.12 – Leitura da potência aparente

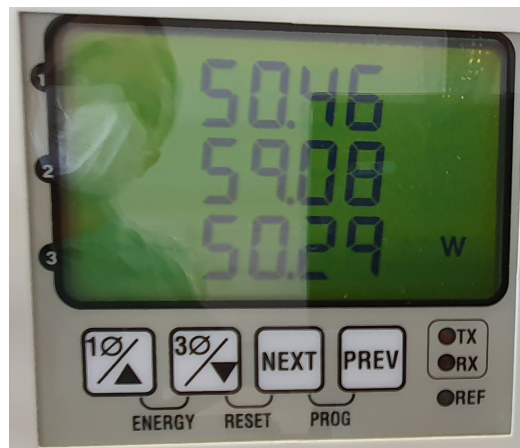


Fig. E.13 – Leitura de potência activa em carga

De acordo com as leituras retiradas das Fig.s E.11, E.12 e E.13 foi elaborada a seguinte tabela:

Tabela E.2 – Distribuição de potências por fase numa carga trifásica

Fase	P (W)	Q (var)	S (VA)	FP	
1	50.46	536.50	543.80	0.110	
2	59.08	540.60	552.00	0.114	
3	50.29	540.30	547.10	0.107	
	159.83	1617.40			soma aritmética
	159.83	1617.40	1625.28	0.098	soma vectorial

de onde retiramos o valor da potência aparente, S , de forma vectorial,

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{P^2 + Q^2} \\
 &= \sqrt{159.83^2 + 1617.40^2} \\
 &= 1625.28 \text{ VA}
 \end{aligned}
 \tag{E.1.7}$$

O Factor de Potência global será,

$$\begin{aligned}
 FP &= \frac{P}{S} \\
 &= \frac{159.8 \text{ W}}{1625.28 \text{ VA}} \\
 &= 0.098
 \end{aligned}
 \tag{E.1.8}$$

É de realçar, que a máquina está a trabalhar muito para além das suas capacidades normais de funcionamento, ou seja, em sobrecarga, o que é mostrado pelo valor muito baixo do factor de potência, Fig. E.2.

Medição de potência em sistemas não lineares

Para este tipo de medições, foi utilizada a plataforma informática **LabView** que nos permite obter instantaneamente vários tipos de potências de um único circuito eléctrico.

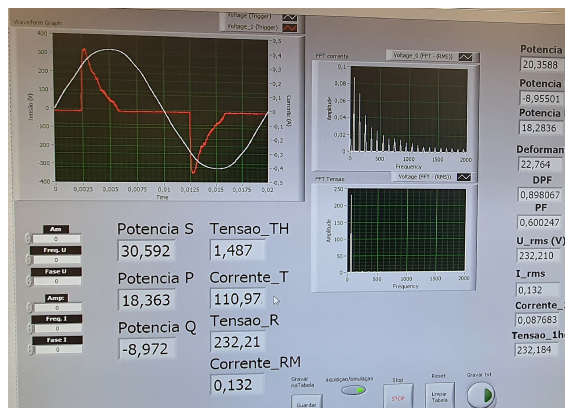


Fig. E.14 – Medição de potência em cargas não lineares

E Métodos de medição de potências

O circuito onde foram retirados os dados para a análise é o mostrado na Fig. E.14. A carga não linear em análise é a mostrada na Fig. E.15 e no seu circuito eléctrico está em operação uma ponte rectificadora de onda completa.

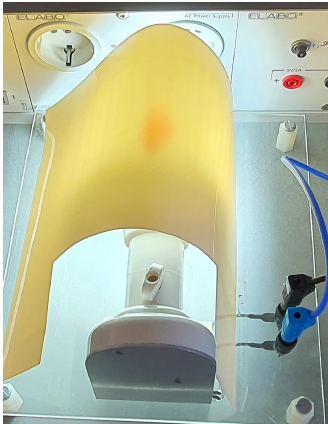


Fig. E.15 – Carga não linear

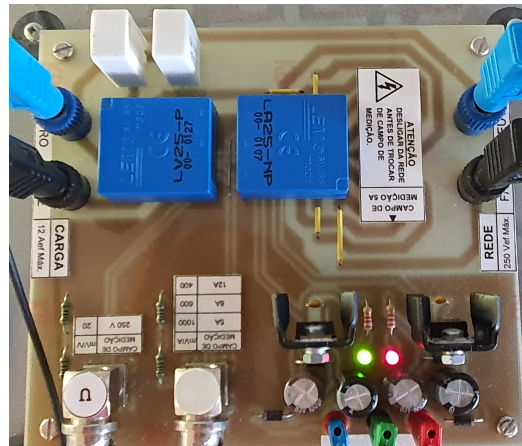


Fig. E.16 – Interface entre a carga e a plataforma informática LabView

A ponte rectificadora de onda completa é responsável por inserir na rede uma série de componentes harmónicas, cujo resultado final da potência consumida pela carga, se traduzirá num valor, que de acordo com a equação (3.4.28), é superior à potência consumida considerando apenas a potência dissipada real e reactiva da carga. Este acréscimo de potência, a potência deformante, é a potência dissipada pelo somatório de todas as harmónicas.

Método de Aron

De acordo com a Fig. E.17, num sistema trifásico equilibrado, sem neutro, é possível medir a potência total consumida por uma carga apenas com dois wattímetros [18].

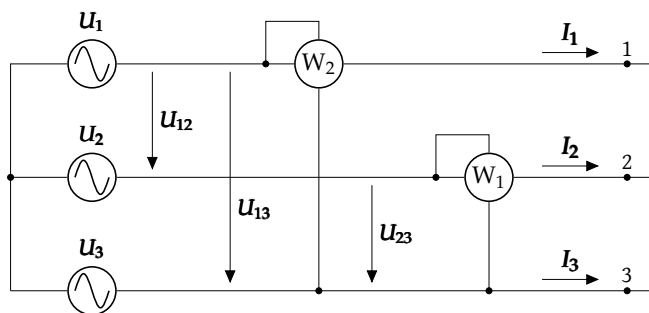


Fig. E.17 – Determinação da potência total pelo Método de Aron

Neste método, a potência total consumida pela carga é igual a soma algébrica das leituras obtidas nos dois wattímetros. O Método de Aron que é baseado no Teorema de Blondell, em que as bobinas de corrente devem de ser colocadas em dois dos condutores que alimentam a

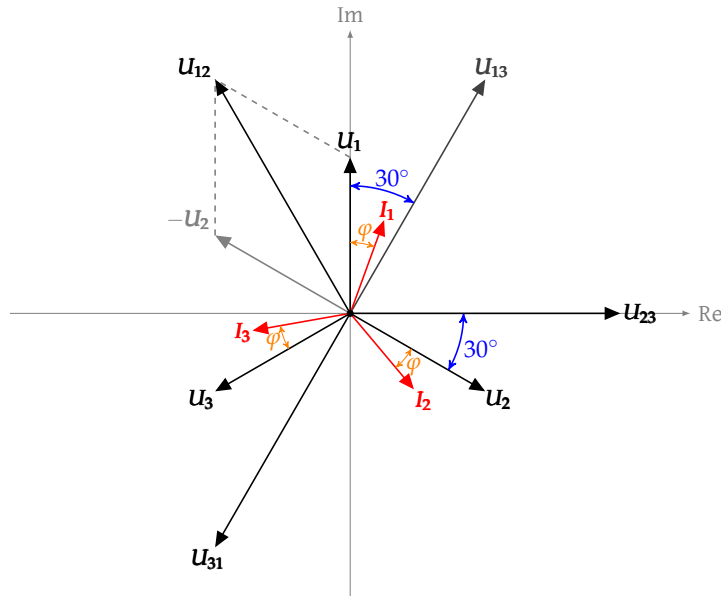


Fig. E.18 – Diagrama vectorial para o Método de Aron

carga e as bobinas de tensão devem de ser ligadas entre cada um desses condutores e o terceiro condutor.

A dedução matemática deste método baseia-se em cálculo vectorial e dentro desta área, a análise faz uso do Produto Interno entre vectores. Assim, sejam \mathbf{U}_{13} , \mathbf{I}_1 , \mathbf{U}_{23} e \mathbf{I}_2 vectores representativos de tensões e correntes de uma qualquer rede eléctrica. A potência lida nos dois wattímetros será,

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \mathbf{U}_{13}|\mathbf{I}_1 \\
 &= U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos(30^\circ - \varphi) \\
 &= U_{13} \cdot I_1 \cdot (\cos 30^\circ \cos \varphi + \sin 30^\circ \sin \varphi) \\
 &= U_{13} \cdot I_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \varphi + \frac{1}{2} \cdot \sin \varphi \right) \quad (\text{E.1.9})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \mathbf{U}_{23}|\mathbf{I}_2 \\
 &= U_{23} \cdot I_2 \cdot \cos(30^\circ + \varphi) \\
 &= U_{23} \cdot I_2 \cdot (\cos 30^\circ \cos \varphi - \sin 30^\circ \sin \varphi) \\
 &= U_{23} \cdot I_2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \varphi - \frac{1}{2} \cdot \sin \varphi \right) \quad (\text{E.1.10})
 \end{aligned}$$

Somando agora as equações (E.1.9) e (E.1.10) vamos, então, obter a potência total consumida pela carga.

Sabendo ainda que $U_{13} = U_{23} = U_C$ e $I_1 = I_2 = I_L$ e fazendo as respectivas substituições no desenvolvimento seguinte,

$$P_T = U_{13} \cdot I_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \varphi + \frac{1}{2} \cdot \sin \varphi \right) + U_{23} \cdot I_2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \varphi - \frac{1}{2} \cdot \sin \varphi \right) \quad (\text{E.1.11})$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi + \frac{1}{2}U_C I_L \sin \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi - \frac{1}{2}U_C I_L \sin \varphi \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi + \frac{1}{2}U_C I_L \sin \varphi - \frac{1}{2}U_C I_L \sin \varphi \\
 &= 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi \\
 &= \sqrt{3}U_C I_L \cos \varphi
 \end{aligned} \tag{E.1.12}$$

A equação da potência obtida por (E.1.12) é a fórmula da potência consumida por um sistema trifásico.

De certa forma, também é possível medir a potência reactiva neste processo, bastando para isso inverter a polaridade de uma das bobinas de tensão de um dos wattímetros.

Pegando nas equações (E.1.9) e (E.1.10) e fazendo também as substituições $U_{13} = U_{23} = U_L$ e

$I_1 = I_2 = I_L$ na equação (E.1.11),

$$\begin{aligned}
 P_1 - P_2 &= \frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi + \frac{1}{2}U_C I_L \sin \varphi - \left[\frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi - \frac{1}{2}U_C I_L \sin \varphi \right] \\
 P_1 - P_2 &= \frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi + \frac{1}{2}U_C I_L \sin \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2}U_C I_L \cos \varphi + \frac{1}{2}U_C I_L \sin \varphi \\
 P_1 - P_2 &= U_C I_L \sin \varphi
 \end{aligned}$$

Se multiplicarmos ambos os termos desta equação por $\sqrt{3}$, vem

$$\begin{aligned}
 \sqrt{3}(P_1 - P_2) &= \sqrt{3}U_C I_L \sin \varphi \\
 \sqrt{3}(P_1 - P_2) &= Q
 \end{aligned} \tag{E.1.13}$$

ou seja, para encontrar o valor da potência reactiva, basta somar as duas potências observadas nos wattímetros e multiplicar o resultado por $\sqrt{3}$.

Anexo F

Conversão de 2 tensões compostas para 3 tensões simples

O sistema de compensação em estudo engloba um conversor multinível trifásico de 3 níveis. Este conversor não tem o neutro acessível e funciona com cargas trifásicas equilibradas.

Sendo assim, como o sistema não tem neutro acessível foi efectuado a medição de duas tensões compostas que depois foram transformadas no DSP nas 3 tensões simples. Estas transformações podiam ter sido feitas de diversos modos, entre as quais, projecções dos vectores (módulos e argumentos). Obteve-se relações matemáticas simples (somadas, subtracções) das duas tensões simples em função das tensões compostas. Como o sistema de tensões é um sistema equilibrado, a terceira tensão simples obteve-se subtraindo as duas anteriores.

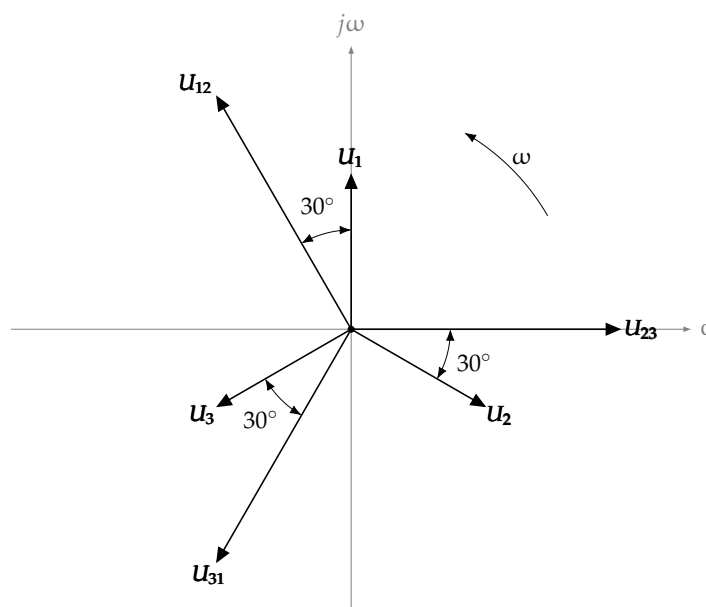


Fig. F.1 – Diagrama da estrela de tensões compostas e simples

Relação das tensões compostas com as tensões simples e considerando apenas o valor absoluto destas grandezas:

$$\begin{cases} U_{12} = U_1 - U_2 \\ U_{23} = U_2 - U_3 \\ U_{31} = U_3 - U_1 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} U_{12} + U_{23} + U_{31} = 0 \\ U_1 + U_2 + U_3 = 0 \end{cases}$$

Primeira tensão simples

$$\begin{cases} U_{12} = U_1 - U_2 \iff U_1 - U_{12} = U_2 \end{cases} \quad (\text{F.1.1})$$

$$\begin{cases} U_{23} = U_2 - U_3 \\ U_{31} = U_3 - U_1 \end{cases} \quad (\text{F.1.2})$$

$$\begin{cases} U_1 = U_{12} + U_2 \\ U_2 = U_{23} + U_3 \\ U_3 = U_{31} + U_1 \end{cases}$$

$$U_1 + U_2 + U_3 = 0 \iff U_1 = -U_2 - U_3 \quad (\text{F.1.3})$$

Somando termo a termo as equações (F.1.1) e (F.1.2)

$$\begin{cases} U_{12} + U_{23} = \cancel{U_1 - U_2} + \cancel{U_2} - U_3 = U_1 - U_3 \end{cases} \quad (\text{F.1.4})$$

$$\begin{cases} U_{23} + U_{31} = \cancel{U_2 - U_3} + \cancel{U_3} - U_1 = U_2 - U_1 \end{cases} \quad (\text{F.1.5})$$

Somando as equações (F.1.4) e (F.1.5), termo a termo, ficamos

$$\begin{aligned} U_{12} + U_{23} + U_{23} + U_{31} &= U_1 - U_3 + U_2 - U_1 \\ U_{12} + 2U_{23} + U_{31} &= U_2 - U_3 \end{aligned} \quad (\text{F.1.6})$$

substituindo U_2 pelo valor correspondente da equação (F.1.1)

$$\begin{aligned} U_{12} + 2U_{23} + U_{31} &= U_1 - U_{12} - U_3 \\ 2U_{12} + 2U_{23} + U_{31} &= U_1 - U_3 \end{aligned} \quad (\text{F.1.7})$$

substituindo U_1 pelo valor correspondente da equação (F.1.3)

$$\begin{aligned} 2U_{12} + 2U_{23} + U_{31} &= -U_2 - U_3 - U_3 \\ 2U_{12} + 2U_{23} &= -U_3 + U_1 - U_2 - 2U_3 \\ 2U_{12} + 2U_{23} &= U_{12} - 3U_3 \\ U_{12} + 2U_{23} &= -3U_3 \\ -\frac{U_{12}}{3} - \frac{2}{3}U_{23} &= U_3 \\ \boxed{U_3} &= \frac{-U_{12} - 2U_{23}}{3} \end{aligned} \quad (\text{F.1.8})$$

Segunda tensão simples

Partindo da equação (F.1.7),

$$\begin{aligned}
 2U_{12} + 2U_{23} + U_{31} &= U_1 - U_3 \\
 2U_{12} + 2U_{23} + U_{31} &= U_1 - (-U_1 - U_2) \\
 2U_{12} + 2U_{23} + U_{31} &= 2U_1 + U_2 \\
 2U_{12} + 2U_{23} + U_3 - U_1 &= 2U_1 + U_2 \\
 2U_{12} + 2U_{23} &= 3U_1 + U_2 - U_3 \\
 2U_{12} + U_{23} + U_{23} &= 3U_1 + U_2 - U_3 \\
 2U_{12} + U_{23} + U_2 - U_3 &= 3U_1 + U_2 - U_3 \\
 2U_{12} + U_{23} &= 3U_1 \\
 U_1 &= \frac{2}{3}U_{12} + \frac{U_{23}}{3} \\
 \boxed{U_1 = \frac{2U_{12} + U_{23}}{3}} & \quad (F.1.9)
 \end{aligned}$$

Terceira tensão simples

Partindo da equação (F.1.9) e aí substituindo o valor de U_3 ,

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \frac{2U_{12} + U_{23}}{3} \iff \\
 -U_1 &= -\frac{2U_{12} + U_{23}}{3} \quad (F.1.10)
 \end{aligned}$$

e da equação (F.1.8)

$$\begin{aligned}
 U_3 &= -\frac{U_{12} + 2U_{23}}{3} \iff \\
 -U_3 &= \frac{U_{12} + 2U_{23}}{3} \quad (F.1.11)
 \end{aligned}$$

e que se verifica a relação

$$\begin{aligned}
 U_2 &= -U_1 - U_3 \\
 U_2 &= -\frac{2U_{12} + U_{23}}{3} + \frac{U_{12} + 2U_{23}}{3} \\
 U_2 &= \frac{-2U_{12} - U_{23} + U_{12} + 2U_{23}}{3} \\
 \boxed{U_2 = \frac{-U_{12} + U_{23}}{3}} & \quad (F.1.12)
 \end{aligned}$$

Anexo G

Métodos de medição de energia

Medição de Energia [19]

Contadores electromecânicos

Os contadores electromecânicos que ainda são utilizados são um pequeno motor eléctrico, cujo rotor é tipicamente um elemento girante. Uma componente de corrente em fase com a tensão produz o binário que faz girar o elemento a uma velocidade proporcional à potência. O número de voltas é então proporcional à energia consumida.



Fig. G.1 – Contador electromecânico

No entanto, harmónicas de tensão e corrente geram por sua vez outros torques que influenciam o elemento girante, podendo agir contra ou a favor do movimento. O erro de medida resulta de vários factores, tais como distorção de tensão e corrente, direcção do fluxo de energia, entre outros. Os elementos magnéticos do contador que contêm fluxo magnético são não-lineares relativamente à frequência e amplitude das harmónicas e, como tal, os componentes de fluxo para calibração do instrumento alteram os seus valores.

No entanto, só ocorrem erros consideráveis nas medidas para grandes distorções de tensão e corrente (acima de 20%), o que é raro acontecer na presente rede eléctrica, mas pode ocorrer

no sinal de corrente.

Contadores electrónicos

Enquanto os contadores electromecânicos são desenvolvidos por fabricantes diferentes de forma bastante semelhante, o mesmo não pode ser dito dos contadores electrónicos. Inúmeras escolhas de fabrico, desde exactidão, preço e dimensões do contador, robustez contra picos de tensão, consumo energético, entre outras; levam a uma enorme diversidade de contadores electrónicos no mercado. Apesar destas diversidades, os contadores devem ser construídos respeitando normas impostas pelas entidades reguladoras de medição de energia eléctrica.

O típico contador electrónico dispõe de sensores de tensão e corrente, os quais reduzem os sinais para níveis mais baixos que possam ser convertidos por ADCs em sinais digitais equivalentes. Estes são processados numa unidade central de processamento e são acumulados dando origem a valores de energia que são armazenados numa memória externa. Este tipo de contadores são semelhantes entre si no que diz respeito ao condicionamento dos sinais que são convertidos para o domínio digital, sendo desta forma compatíveis com os componentes electrónicos utilizados.



Fig. G.2 – Contador electrónico

Existem ainda contadores híbridos, os quais realizam a contagem de energia através de indução magnética assim como os contadores electromecânicos e implementam toda a parte de armazenamento e visualização de dados através de sistemas electrónicos.

Medições e Leituras no Consumo Doméstico e Industrial

O sistema de medição de energia eléctrica constitui o suporte de base para a quantificação do fluxo de energia eléctrica, necessário para as liquidações associadas aos relacionamentos comerciais entre as várias entidades do SEN.

O sistema de medição de energia eléctrica é composto por equipamentos locais que efetuam a contagem de energia eléctrica, os quais podem ser acedidos local ou remotamente, e por

equipamentos centrais que efetuam o tratamento dos dados recolhidos, nomeadamente para efeitos de liquidação e faturação.

Sistema de medição com leitura remota

O sistema de medição com leitura remota (telecontagem) constitui o suporte de base para a recolha e o processamento de dados associados aos fluxos de energia elétrica.

Este sistema é composto por equipamentos locais que medem a energia elétrica e que garantem a memorização dos respetivos valores em períodos de integração determinados. Estes equipamentos locais são dotados de capacidade de comunicação de informação com equipamentos centrais que efetuam a recolha centralizada da informação e o subsequente tratamento.

Nas instalações produtoras ou consumidoras de energia elétrica (com exceção dos pontos de medição de consumo em instalações de clientes em BTN) e na fronteira entre a rede de transporte e de distribuição é, em regra, instalado, localmente, por cada ponto físico de ligação, um sistema de telecontagem de energia elétrica.

Em instalações MAT, AT, MT e BTE deverão instalar-se contadores multi-tarifa, com memorização dos dados programados durante um longo período de tempo em memória não volátil e capacidade de comunicação integrada.

Em cada instalação onde existam diferentes contadores, deverá ser utilizado preferencialmente apenas um meio de comunicação que permita o acesso individualizado a cada contador. Caso não seja possível, deverá existir, pelo menos, um equipamento com a função de concentrador remoto de dados que recolha as informações dos contadores, proceda à sua datação e garanta a sua permanência em memória não volátil durante um largo período de tempo. A transmissão da informação entre contadores e concentrador deve ser suportada em meios de transmissão estáveis e fiáveis. O concentrador remoto deve ter capacidade de deteção e memorização de alarmes de funcionamento anormal.

Para garantir a qualidade da informação de contagem, devem ser realizados ensaios à exatidão dos equipamentos de medição e verificações das respetivas ligações, efetuados por laboratório acreditado.

Sistema de medição com leitura local

A recolha local de dados, executada quando não é possível a recolha remota, visa obter por acesso direto aos equipamentos de medição, e dentro da periodicidade estabelecida, a informação registada nos mesmos.

No caso dos clientes finais em BTN, os ORD devem diligenciar no sentido dos clientes serem avisados da data em que irão proceder a uma leitura do equipamento de medição, ou de que foi tentada, sem êxito, essa leitura, utilizando os meios que considerem adequados para o efeito.

O sistema de contagem com leitura local é composto por um conjunto de equipamentos locais que efetuam a contagem da energia elétrica de forma acumulada e que podem ser dos seguintes tipos construtivos: eletromecânicos, estáticos ou híbridos.

Para garantir a qualidade da informação de contagem, devem ser realizados ensaios à exatidão dos equipamentos de medição e verificações das respetivas ligações, após o que os equi-

pamentos e circuitos de medição devem ser selados.

A recolha de informação dos contadores é efetuada com recurso a terminais portáteis de leitura sendo esta posteriormente transmitida para uma unidade central de tratamento de informação de contagens.

Fornecimento e instalação dos equipamentos de medição

Nos termos estabelecidos no RRC, o fornecimento e a instalação dos equipamentos de medição são da responsabilidade:

- a) Do ORT nos pontos de ligação das suas subestações às redes de distribuição, nos pontos de ligação às redes fora do território nacional e nos pontos de ligação dos clientes finais fisicamente ligados à RNT.
- b) Dos ORD nos pontos de ligação das suas redes às redes fora do território nacional, nos pontos de ligação dos clientes finais fisicamente ligados às suas redes, nos pontos de ligação entre redes de distribuição e nos pontos de ligação à Rede de Mobilidade Elétrica.
- c) Dos produtores nos respetivos pontos de ligação às redes, nos termos da legislação aplicável.

No âmbito das UPP aplica-se o disposto na alínea c) anterior.

No âmbito das UPAC, o fornecimento e a instalação dos equipamentos de medição são da responsabilidade:

- a) Do autoconsumidor no caso do equipamento que mede o total da produção da UPAC.
- b) Do autoconsumidor no caso de contador autónomo do da instalação de consumo que mede a injeção na rede.
- c) Do autoconsumidor e do respetivo ORD no caso de contador bidirecional que mede simultaneamente o consumo da instalação e a injeção na rede. Nesta situação há lugar à partilha de encargos, entre o autoconsumidor e o respetivo ORD, nos seguintes termos:
 - a. Os encargos respeitantes à aquisição do equipamento de medição são da responsabilidade do autoconsumidor.
 - b. Os encargos respeitantes à instalação do equipamento de medição são da responsabilidade do ORD respetivo.
 - c. Uma vez custeados o equipamento e a respetiva instalação, nos termos das alíneas anteriores, o equipamento de medição passa a integrar o parque de contadores do respetivo ORD, que assume total responsabilidade decorrente dessa propriedade, em particular no âmbito dos encargos de operação e manutenção.

No caso das UPAC, e sem prejuízo do referido anteriormente, nas situações em que a instalação de utilização já disponha de equipamento de medição em telecontagem não será necessário proceder à instalação de novo equipamento de medição. Nestes casos, compete ao

respetivo ORD assegurar a correta parametrização do equipamento para registo bidirecional, sendo os encargos decorrentes da referida parametrização imputados ao autoconsumidor.

A entidade responsável pela instalação dos equipamentos de medição deve garantir a existência de toda a documentação necessária à comprovação da conformidade dos sistemas de medição, incluindo a telecontagem, com as presentes regras, nomeadamente os esquemas elétricos devidamente atualizados, as características dos elementos constituintes da cadeia de medição e os boletins de ensaios em laboratório acreditado dos contadores.

O disposto anteriormente relativamente à responsabilidade pelo fornecimento e instalação dos equipamentos de medição não prejudica que o cliente, por acordo com o operador da rede, possa instalar e proceder à manutenção do respetivo equipamento de medição, desde que sejam cumpridas as especificações técnicas estabelecidas no Guia de Medição, bem como a legislação em vigor sobre controlo metrológico.

Equipamentos de Medição

Características

Os equipamentos de medição de clientes finais devem estar equipados com medidas de proteção da privacidade dos dados, que possam ser considerados dados pessoais, nos termos da lei da proteção de dados.

Pontos de medição de clientes finais em MAT, AT e MT ($S \geq 10$ MVA)

Os equipamentos de medição a instalar em pontos de medição de instalações de clientes finais ligadas em MAT, AT e MT, cuja potência ligada à rede seja igual ou superior a 10 MVA, devem satisfazer as normas EN 62052-11 e EN 62053-22 (classes 0,2S e 0,5S) e possuir as seguintes características mínimas:

- a) Tipo estático, tarifa múltipla, trifásico, com três elementos de medição e combinados (medição de energia ativa e de energia reativa).
- b) Tratamento tarifário em tarifa múltipla, no caso de clientes finais.
- c) Classes de exatidão indicadas no ponto 13.
- d) Medição da energia ativa nos 2 sentidos, com discriminação da energia reativa nos 4 quadrantes.
- e) Características técnicas que permitam a sua integração nos sistemas centralizados de telecontagem do ORT e do ORD.
- f) Calendário e relógio interno de tempo real, sincronizável local ou remotamente, para execução das comutações tarifárias e mudança automática da hora legal e datação da curva de carga e respetivo registo de eventos. Adicionalmente, deverá possuir um sistema de alimentação de recurso que garanta uma reserva de marcha do relógio de tempo real durante, pelo menos, 3 anos. Relativamente aos requisitos referentes ao relógio deverão ser também considerados os aspetos detalhados em documento complementar, de acordo com o ponto 5.

- g) As funcionalidades de programação seguintes:
- Ciclos horários previstos no RT.
 - Tabela de feriados, fixos e móveis, com a validade para todo o período de vida útil do equipamento de medição.
 - Data de fecho automático do período de faturação mensal.
 - Data de mudança automática da hora legal.
 - Período de integração.
 - Relações de transformação dos transformadores de medida a que estejam ligados, para que a leitura seja direta.
 - Unidade de medida e resolução.
- h) Memória não volátil, do tipo circular, onde sejam guardados, pelo menos, os valores acumulados dos últimos seis períodos de faturação e 70 dias de diagramas de cargas com um período de integração de 15 minutos para 6 grandezas medidas.
- i) Dispositivo de selagem no acesso aos terminais e, estando esta função disponível no mercado, no ponto de acesso à programação.
- j) Visor que permita a visualização dos valores das grandezas medidas intervenientes na faturação, com dígitos bem contrastados, claramente visíveis em locais bem ou mal iluminados.

Para além destas características, os contadores podem ainda incluir as seguintes:

- Emissores de impulsos de medição de energia elétrica para sistemas de gestão externos.
- Contactos livres de potencial para sinais de tarifas em curso e fim do período de integração.

Estas características só devem ser consideradas se forem solicitadas na altura da requisição da ligação e o requisitante pagar o respetivo adicional de preço relativo a essas funcionalidades. Se a solicitação for efetuada posteriormente, o pagamento adicional deve ser o correspondente à totalidade do custo de alteração da solução, incluindo o equipamento e as prestações de serviço associadas.

Pontos de medição de clientes finais em AT e MT ($S < 10$ MVA), BTE e circuitos de IP

Os equipamentos de medição a instalar em pontos de medição de instalações de clientes finais ligadas em AT e em MT cuja potência de ligação seja inferior a 10 MVA, e para pontos de medição de instalações em BTE e circuitos de IP devem satisfazer as normas EN 62052-11, EN 50470-1 e EN 50470-3. Complementarmente, os equipamentos de medição das classes de exatidão 1 e 2, devem satisfazer a norma EN 62053-21, enquanto os equipamentos de medição da classe de exatidão 0,5S devem satisfazer a norma EN 62053-22 e possuir as seguintes características mínimas:

- a) Tipo estático, tarifa múltipla, trifásico, com três elementos de medição e combinados (medição de energia ativa e de energia reativa). No caso dos circuitos de IP os equipamentos de medição podem ser monofásicos.

- b) Tratamento tarifário em tarifa múltipla.
- c) Classes de exatidão indicadas no ponto 13.
- d) Medição da energia ativa nos 2 sentidos, com discriminação da energia reativa nos 4 quadrantes.
- e) Características técnicas que permitam a sua integração nos sistemas centralizados de telecontagem dos ORD.
- f) Calendário e relógio interno de tempo real, sincronizável local ou remotamente, para execução das comutações tarifárias, mudança automática da hora legal e datação da curva de carga e respetivo registo de eventos. Adicionalmente, deverá possuir um sistema de alimentação de recurso que garanta uma reserva de marcha do relógio de tempo real durante, pelo menos, 3 anos. Relativamente aos requisitos referentes ao relógio deverão ser também considerados os aspetos detalhados em documento complementar, de acordo com o ponto 5.
- g) As funcionalidades de programação seguintes:
 - Ciclos horários previstos no RT.
 - Tabela de feriados, fixos e móveis, com validade para todo o período de vida útil do equipamento de medição.
 - Data de fecho automático do período de faturação mensal.
 - Data de mudança automática da hora legal.
 - Período de integração.
 - Relações de transformação dos transformadores de medição a que estejam ligados, para que a leitura seja direta.
 - Unidade de medida e resolução.
- h) Memória não volátil, do tipo circular onde sejam guardados, pelo menos, os valores acumulados dos últimos seis períodos de faturação e 70 dias de diagramas de cargas com um período de integração de 15 minutos para 6 grandezas medidas.
- i) Dispositivo de selagem no acesso aos terminais e, estando esta função disponível no mercado, no ponto de acesso à programação.
- j) Visor que permita a visualização dos valores das grandezas medidas intervenientes na faturação com dígitos bem contrastados, claramente visíveis em locais bem ou mal iluminados.

Para além destas características, os contadores podem ainda incluir as seguintes:

- Emissores de impulsos de medição de energia elétrica para sistemas de gestão externos.
- Contactos livres de potencial para sinais de tarifas em curso e fim do período de integração.

G Métodos de medição de energia

Estas características só devem ser consideradas se forem solicitadas na altura da requisição da ligação e o requisitante pagar o respetivo adicional de preço relativo a essas funcionalidades. Se a solicitação for efetuada posteriormente, o pagamento adicional deve ser o correspondente à totalidade do custo de alteração da solução, incluindo o equipamento e as prestações de serviço associadas.

Os equipamentos de medição para pontos de medição de circuitos de IP podem ter incorporadas funcionalidades que permitam a gestão da IP.

Pontos de medição de clientes finais em BTN

Os equipamentos de medição a instalar em pontos de medição de instalações de clientes finais em BTN devem satisfazer as normas EN 62052-11.

Complementarmente:

- a) Os equipamentos de medição eletromecânicos de energia ativa, das classes de exatidão 1 e 2, devem satisfazer a norma EN 62053-11.
- b) Os equipamentos de medição estáticos de energia ativa, das classes de exatidão 1 e 2, devem satisfazer a norma EN 62053-21 e os equipamentos de medição estáticos de energia reativa, da classe de exatidão 2, devem satisfazer a norma EN 62053-23.
- c) Os equipamentos de medição estáticos de energia ativa da classe de exatidão B devem satisfazer as normas EN 50470-1 e EN 50470-3.

Os equipamentos de medição a instalar devem ainda possuir as seguintes características mínimas:

- a) Um elemento de medição (equipamentos de medição monofásicos) ou três elementos de medição (equipamentos de medição trifásicos).
- b) Satisfação das classes de exatidão indicadas no ponto 13.
- c) Se forem do tipo estático, os equipamentos de medição devem estar equipados com:
 - Tarifa múltipla para medição de energia ativa.
 - Porta ótica para a realização de trabalhos locais de programação ou de recolha de dados.
 - Calendário e relógio interno de tempo real, sincronizável para execução das comutações tarifárias e mudança automática da hora legal. Adicionalmente, deverá possuir um sistema de alimentação de recurso que garanta uma reserva de marcha do relógio de tempo real durante, pelo menos, 3 anos. Relativamente aos requisitos referentes ao relógio deverão ser também considerados os aspetos detalhados em documento complementar, de acordo com o ponto 5.
 - Memória não volátil, do tipo circular, onde sejam guardados, pelo menos, os valores acumulados dos quatro últimos períodos de faturação.
 - Dispositivo de selagem no acesso aos terminais e, estando esta função disponível no mercado, no ponto de acesso à programação.

d) Devem, ainda, conter as funcionalidades de programação seguintes:

- Ciclos horários previstos no RT.
- Discriminação do consumo em todos os períodos tarifários contratados.
- Data de fecho automático e/ou manual do período de faturação.
- Data de mudança automática da hora legal.
- Unidade de medida.

Sem prejuízo do estabelecido neste ponto, relativo às instalações de clientes finais em BTN, havendo decisão favorável ao roll-out de contadores inteligentes na BTN, devem ser considerados os respetivos requisitos técnicos e funcionais previstos na legislação.

Os equipamentos de medição a instalar em pontos de medição de clientes finais em BTN devem ainda atender ao disposto no ponto 14.1.6.

Instalação

A entidade que pretenda uma ligação à rede deve disponibilizar o espaço necessário para a montagem dos equipamentos de medição e garantir as condições para a correspondente manutenção, verificação e leitura.

Os aspetos técnicos a observar na instalação dos equipamentos de medição de clientes finais estão detalhados em documento complementar, nos termos previstos no ponto 5.

Dispositivos controladores de potência nas instalações em BTN

Nos termos previstos no RRC e para efeitos de limitação da potência tomada ao valor contratado, nas instalações em BTN, são instalados pelo ORD respetivo dispositivos controladores de potência (DCP).

Os DCP devem ser colocados a jusante do equipamento de medição, podendo fazer parte integrante da caixa do quadro geral do cliente, num compartimento independente.

Os DCP devem ser bipolares ou tetrapolares, respetivamente para instalações monofásicas ou trifásicas, devendo ter calibres em conformidade com a potência contratada.

A tipologia dos DCP e a correspondência com as potências contratadas são apresentadas na Tabela G.1.

Em alternativa ao DCP, a limitação da potência tomada poderá ser assegurada por um dispositivo integrado no próprio equipamento de medição.

Pontos de medição ligados a UPP

O equipamento de medição da energia elétrica injetada na rede pela UPP deve ser instalado junto ao equipamento de medição do consumo, em local de livre acesso, designadamente aos ORD e CUR respetivos.

Tabela G.1 – Tipologia dos DCP

Monofásico			Trifásico		
Disjuntor	I _n (A)	P (kVA)	Disjuntor	I _n (A)	P (kVA)
5	5	1,15	10-15-20-25-30	10	6,90
10-15-20-25-30	10	2,30		15	10,35
	15	3,45		20	13,80
	20	4,60		25	17,25
	25	5,75		30	20,70
	30	6,90		30-40-50-60	30
30-45-60	30	6,90	40		27,60
	45	10,35	50		34,50
	60	13,80	60	41,40	

Pontos de medição ligados a UPAC

O equipamento de medição da energia elétrica total produzida pela UPAC deve ser instalado em local de livre acesso, designadamente ao ORD respetivo.

O equipamento de medição da energia elétrica injetada na rede produzida pela UPAC e não consumida na instalação de utilização deve ser instalado junto ao equipamento de medição do consumo, em local de livre acesso, designadamente aos ORD e comercializador respetivos.

O equipamento de medição simultânea da energia elétrica injetada na rede produzida pela UPAC e não consumida na instalação de utilização e da energia elétrica consumida proveniente da rede deve ser instalado em local de livre acesso, designadamente aos ORD e comercializador respetivos.

Grandezas a considerar para efeitos de facturação

Grandezas a medir ou a calcular

A medição e leitura dos equipamentos de medição, bem como o processamento dos dados, têm como objetivo a determinação das grandezas relevantes para efeitos de facturação, as quais são, de acordo com o RRC, as seguintes:

- Potência tomada.
- Potência contratada.
- Potência em horas de ponta.
- Energia ativa.
- Energia reativa.

A determinação das grandezas referidas anteriormente é efetuada com recurso à leitura das grandezas objeto de medição ou ao seu cálculo, de acordo com o definido nos pontos seguintes.

Grandezas medidas

As grandezas objeto de medição que podem ser obtidas dos equipamentos de medição, são as seguintes:

- a) Energia ativa ou potência ativa média registada em qualquer período ininterrupto de 15 minutos.
- b) Energia reativa ou potência reativa média registada em qualquer período ininterrupto de 15 minutos.
- c) Potência tomada registada num período de tempo determinado.
- d) Energia ativa acumulada num período de tempo determinado.
- e) Energia reativa acumulada num período de tempo determinado.

As grandezas identificadas nas alíneas a) e b) são obtidas com a periodicidade definida no ponto 29.2.1, nos seguintes pontos de medição:

- Ligações das instalações de produtores à RNT, à RND e em BTE.
- Ligações entre a RNT e as redes fora do território nacional.
- Ligações das subestações da RNT à RND.
- Ligações entre a RND e as redes fora do território nacional.
- Ligações em MT dos postos de transformação MT/BT dos ORD_{BT}
- Ligações das instalações de clientes finais em MAT, AT, MT e BTE.
- Ligações de UPP e de UPAC à RND e em BTE.

As grandezas identificadas nas alíneas a) e b) são obtidas com a periodicidade definida no ponto 29.1, nas ligações das instalações de clientes finais em MT e em BTE que não disponham de telecontagem e cujo equipamento de medição registre o diagrama de carga do consumo.

As grandezas identificadas nas alíneas c), d) e e) são obtidas com a periodicidade definida no ponto 29.2.1 nos seguintes pontos de medição:

- Ligações das instalações de produtores em BTN, incluindo UPP e UPAC (exceto alínea e), no caso de UPAC).

A variável identificada na alínea d) é obtida com a periodicidade definida no ponto 29.1.2 nos seguintes pontos de medição:

- Ligações das instalações de clientes finais em BTN sem leitura remota.
- Ligações das instalações de IP.

Grandezas calculadas

Quando não é possível a obtenção de todas as grandezas necessárias por consulta aos equipamentos de medição, torna-se necessário proceder à sua determinação através de cálculos auxiliares. Enquadra-se ainda neste âmbito a estimativa necessária à correção dos erros de medição ou leitura ou à falta de dados.

As grandezas que devem ser calculadas são as seguintes:

- a) Potência tomada determinada num período de tempo definido.
- b) Potência contratada determinada num período de tempo definido.
- c) Energia ativa ou potência ativa média registada em qualquer período ininterrupto de 15 minutos.
- d) Energia reativa ou potência reativa média registada em qualquer período ininterrupto de 15 minutos.
- e) Estimativa da energia ativa acumulada por período horário.
- f) Estimativa de energia ativa discriminada por períodos de integração de 15 minutos, por aplicação de perfil de consumo ou de produção.

As grandezas identificadas nas alíneas a) e b) são determinadas com periodicidade mensal nos seguintes pontos de medição:

- Ligações das subestações da RNT à RND.
- Ligações entre a RND e as redes fora do território nacional.
- Ligações em MT dos postos de transformação MT/BT dos ORD_{BT} .
- Ligações das instalações de clientes finais em MAT, AT e MT.

A grandeza identificada na alínea b) é determinada com periodicidade mensal nas ligações das instalações de clientes finais em BTE.

As grandezas identificadas nas alíneas c) e d) são determinadas para os períodos de integração em que ocorra uma situação de anomalia, de acordo com o definido no ponto 30, e com aplicação nos seguintes pontos de medição:

- Ligações das instalações de produtores à RNT e RND.
- Ligações entre a RNT e as redes fora do território nacional.
- Ligações das subestações da RNT à RND.
- Ligações entre a RND e as redes fora do território nacional.
- Ligações em MT dos postos de transformação MT/BT dos ORD_{BT}
- Ligações das instalações de clientes finais em MAT, AT, MT e BTE.
- Ligações de UPP e de UPAC à RND e em BTE.

A variável identificada na alínea e) é determinada com periodicidade mensal nas ligações das instalações de clientes finais em BTN.

A variável identificada na alínea f) é determinada com periodicidade diária nos seguintes pontos de medição:

- Ligações das instalações de clientes finais em BTN, quando não disponham de equipamentos de medição com registo horário e leitura diária.
- Ligações das instalações de produtores em BTN, quando não disponham de equipamentos de medição com registo horário e leitura diária.
- Ligações de UPP e de UPAC em BTN.

Regras para a determinação de consumo associado a procedimento fraudulento

Procedimento fraudulento

Um procedimento fraudulento é todo o tipo de apropriação irregular de energia elétrica, designadamente decorrente de acção suscetível de falsear o funcionamento normal ou a leitura dos equipamentos de medição de energia elétrica ou de controlo de potência, estando ou não em vigor, para o local de consumo, um contrato de fornecimento de energia elétrica celebrado com um comercializador.

A verificação do procedimento fraudulento e o apuramento do período temporal, da potência e da energia que lhe possam estar associados compete ao operador da rede a cuja rede a instalação em fraude esteja ligada e obedecem às regras constantes da legislação específica aplicável.

O apuramento das quantidades referidas no parágrafo anterior não impede o direito de queixa dos interessados, visando o apuramento da responsabilidade criminal a que possa haver lugar.

Podem configurar procedimento fraudulento as seguintes situações:

- A captação de energia elétrica dissociada de equipamentos de medição ou de controlo de potência ou consumo, exceto quando essa captação seja objeto de contrato específico.
- A viciação, por qualquer meio, do funcionamento normal do equipamento de medição ou de controlo da potência.
- A alteração dos dispositivos de segurança, designadamente quebra de selos e violação dos fechos ou fechaduras.
- A ligação direta à rede, nas seguintes situações:
 - Ligações diretas e precárias, normalmente em candeeiros de IP, linhas aéreas nuas ou isoladas (cabo torçada), cabos subterrâneos ou armários de distribuição e quadros gerais de postos de transformação;

- Ligações diretas às baixadas no interior das paredes, ligações às caixas de coluna ou nas entradas de corrente das instalações;
- Ligação do ramal sem a realização do contrato de fornecimento de energia elétrica, nomeadamente quando a sua execução é feita pelo próprio.

Instalações com medição a tensão diferente da tensão de fornecimento

Sempre que a medição da potência e das energias ativa e reativa em pontos de medição de instalações de clientes finais não seja efetuada à tensão de fornecimento, as quantidades medidas devem ser referidas à tensão de fornecimento, tendo em conta as perdas nos transformadores de potência.

Para determinar as quantidades medidas à tensão de fornecimento são consideradas as perdas no ferro dos transformadores de potência e as perdas no cobre dos seus enrolamentos, de acordo com o disposto nos pontos seguintes.

No caso dos clientes finais em que existe discriminação do valor de energia em períodos de 15 minutos, no período em que se tenha verificado uma falha de tensão, não se consideram as perdas de transformação.

Perdas no ferro dos transformadores de potência

As perdas no ferro dos transformadores de potência (P) são as que constam do correspondente boletim de ensaios, cuja cópia deve ser facultada ao operador da rede, de acordo com o tipo de ponto de medição, antes da primeira ligação da instalação de utilização ou antes da ligação da instalação que tenha sido objeto de alterações. A entrega do boletim de ensaios é obrigatória sempre que a tensão de alimentação seja em MT, AT ou MAT.

Em MT, caso o cliente não entregue o boletim de ensaios, por justificada impossibilidade da sua obtenção, o ORD considerará como potência de perdas no ferro, em kW, a que consta na coluna potência de perdas no ferro da Tabela G.2, correspondente ao nível de tensão primária e à potência nominal do transformador de potência em causa.

Para instalações que disponham de mais de um transformador de potência, a potência de perdas a considerar será a que resulta da soma da potência de perdas de cada um desses transformadores.

No caso do transformador ter uma potência nominal diferente dos valores considerados na Tabela G.2, a potência de perdas no ferro do transformador é calculada por interpolação linear do valor da potência de perdas no ferro dos transformadores com potências nominais de valor imediatamente inferior e superior ao valor da potência nominal do transformador em causa.

Perdas no cobre dos enrolamentos dos transformadores de potência

O coeficiente de perdas no cobre dos enrolamentos dos transformadores de potência (P_{Cu}) é função do regime de carga, do valor da potência nominal de cada transformador de potência e da tensão de fornecimento.

Diariamente, são determinados factores de carga, com base na potência média tomada em cada período de integração de 15 minutos, a que corresponderão coeficientes de perdas no cobre aplicáveis a cada um desses períodos de integração.

Os coeficientes de perdas no cobre utilizados em cada período de 15 minutos têm por base a Tabela G.3.

Tabela G.2 – Perdas no ferro dos transformadores de potência em MT

Nível de Tensão*	Potência Nominal	Potência de perdas no ferro	Nível de Tensão	Potência Nominal	Potência de perdas no ferro	Nível de Tensão	Potência Nominal	Potência de perdas no ferro
(kV)	(kVA)	(kW)	(kV)	(kVA)	(kW)	(kV)	(kVA)	(kW)
10	25	0,175	15	25	0,175	30	25	0,175
10	50	0,190	15	50	0,190	30	50	0,230
10	63	0,225	15	63	0,225	30	63	0,275
10	100	0,320	15	100	0,320	30	100	0,380
10	125	0,375	15	125	0,375	30	125	0,425
10	160	0,460	15	160	0,460	30	160	0,520
10	200	0,525	15	200	0,525	30	200	0,625
10	250	0,650	15	250	0,650	30	250	0,780
10	315	0,750	15	315	0,750	30	315	0,875
10	400	0,930	15	400	0,930	30	400	1,120
10	500	1,075	15	500	1,075	30	500	1,275
10	630	1,250	15	630	1,250	30	630	1,450
10	800	1,500	15	800	1,500	30	800	1,750
10	1000	1,700	15	1000	1,700	30	1000	2,000

*Para níveis de tensão inferiores a 10 kV aplicam-se os valores da tabela para 10 kV

No caso do transformador ter uma potência nominal diferente dos valores considerados na Tabela G.3, o valor de perdas no cobre dos enrolamentos é calculado por interpolação linear do valor das perdas no cobre dos enrolamentos dos transformadores com potências nominais de valor imediatamente inferior e superior ao valor da potência nominal do transformador em causa.

No caso do nível de tensão de fornecimento ser superior a 30 kV a energia ativa medida será afetada do valor correspondente às perdas no ferro dos transformadores de potência, sendo a soma resultante afetada de 1% para compensar as perdas no cobre dos enrolamentos.

Método de cálculo das grandezas eléctricas

As regras apresentadas neste ponto aplicam-se ao cálculo da potência ativa, e das energias ativa e reativa.

Para efeitos de disponibilização de dados aos comercializadores, o valor das perdas deve ser calculado e apresentado separadamente para cada instalação.

Potência activa (P_a)

A potência ativa medida (P'_a) será afetada da potência de perdas no ferro (P_{pf}) dos transformadores de potência, sendo a soma resultante afetada da percentagem definida para as

perdas no cobre dos enrolamentos, de acordo com a seguinte fórmula:

$$P_a = (P'_a + P_{pf}) \left(1 + \frac{P_{Cu}}{100} \right)$$

Energia activa (E_a)

A energia ativa medida (E'_a) será afetada do valor correspondente às perdas no ferro (E_{apf}) dos transformadores de potência, sendo a soma resultante afetada da percentagem definida para as perdas no cobre dos enrolamentos, de acordo com a seguinte fórmula:

$$E_a = (E'_a + E_{apf}) \left(1 + \frac{P_{Cu}}{100} \right)$$

O valor da energia elétrica correspondente às perdas no ferro E_{apf} , em cada período de integração de 15 minutos, é calculado como sendo o produto da potência de perdas no ferro dos transformadores pela duração do período de integração.

Energia reactiva (E_r)

No caso da determinação da energia reativa a faturar nas instalações de clientes finais com medição a tensão diferente da tensão de fornecimento prevalecem as regras gerais de faturação de energia reativa, nomeadamente, as que se referem à exclusividade de faturação de energia reativa indutiva nos períodos fora de vazio e da energia reativa capacitiva nos períodos de vazio.

Considera-se que a energia reativa consumida pelo transformador de potência corresponde a 10% da energia ativa E'_a transitada no período em causa.

Para referir a energia reativa consumida (indutiva) ou a energia reativa fornecida (capacitiva) à rede, ao primário do transformador de potência, o algoritmo a aplicar a cada período de 15 minutos para o cálculo do valor de perdas deve observar as seguintes regras:

- a) Se $E'_c \leq 0,1 \times E'_a$ então Ei_p e Ec_p devem de ser determinadas da seguinte forma:

$$Ei_p = 0,1 \times E'_a - E'_c$$

$$Ec_p = -E'_c$$

em que:

E'_c Energia reativa capacitiva medida em cada período de 15 minutos

E'_a Energia activa medida em cada período de 15 minutos

Ei_p Perdas calculadas para a energia reativa indutiva (participação da rede para compensar o consumo de energia reativa do transformador de potência)

Ec_p Perdas calculadas para a energia capacitiva indutiva (participação da rede para compensar o consumo de energia reativa do transformador de potência)

- b) Se $E'_c > 0,1 \times E'_a$ então Ei_p e Ec_p devem de ser determinadas da seguinte forma:

$$Ei_p = 0$$

$$Ec_p = -0,1 \times E'_a$$

Tabela G.3 – Perdas (%) em função do factor de carga (P_{Cu})

Nível de Tensão	Potência (kVA)	Perdas, p (%), em função do factor de carga (P_{Cu})			
		$p < 25\%$	$25\% \leq p < 50\%$	$50\% \leq p < 75\%$	$p \geq 75\%$
10 e 15 kV*	50	0,18	0,70	1,58	2,81
	100	0,12	0,47	1,06	1,89
	160	0,10	0,40	0,89	1,58
	250	0,09	0,35	0,79	1,40
	400	0,08	0,31	0,70	1,24
	500	0,08	0,30	0,68	1,20
	630	0,07	0,28	0,63	1,11
30 kV	50	0,23	0,91	2,04	3,62
	100	0,13	0,54	1,21	2,16
	160	0,11	0,43	0,97	1,72
	250	0,10	0,39	0,87	1,55
	400	0,09	0,34	0,77	1,36
	630	0,07	0,28	0,64	1,14

*Para níveis de tensão inferiores a 10 kV aplicam-se os valores da tabela para 10 kV

A energia reativa consumida, designada por indutiva (Er_i), referida ao primário do transformador de potência, é determinada pela seguinte expressão:

$$Er_i = E'i + Ei_p$$

em que:

Er_i Energia reativa consumida referida ao primário do transformador de potência
 E'_i Energia activa indutiva medida em cada período de 15 minutos

A energia reativa fornecida à rede, designada por capacitiva (Er_c), referida ao primário do transformador de potência, é determinada pela seguinte expressão:

$$Er_c = E'c + Ec_p$$

em que:

Er_c Energia reativa fornecida à rede referida ao primário do transformador de potência
 E'_i Energia reactiva capacitiva medida em cada período de 15 minutos