A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS POR CRIANÇAS DE 5 ANOS

Maria João Marques Nunes

Dissertação apresentada à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática na Educação Pré-escolar e nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico

2016

Instituto Politécnico de Lisboa
ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS POR CRIANÇAS DE 5 ANOS

Maria João Marques Nunes

Dissertação apresentada à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática na Educação Pré-escolar e nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico

Orientadora: Professora Doutora Margarida Rodrigues

2016

RESUMO

Com o presente estudo pretende-se compreender como as crianças de cinco anos, numa sala de Jardim de Infância, usam a visualização na resolução de problemas geométricos. Assim, foram levantadas as seguintes questões de investigação: a) Que estratégias usam as crianças na composição de figuras bi e tridimensionais? b) Como descrevem figuras bi e tridimensionais? c) Como representam as construções geométricas realizadas? d) Que interações são desenvolvidas durante a resolução dos problemas geométricos? e) Que dificuldades apresentam na resolução dos problemas geométricos?

Este estudo foi levado a cabo com um grupo de nove crianças que frequentavam um Jardim de Infância da rede pública, num concelho limítrofe de Lisboa.

Trata-se de uma investigação de natureza qualitativa e interpretativa, procurando-se a compreensão mais detalhada possível da realidade em estudo. A investigadora assumiu o duplo papel de educadora-investigadora, realizando a investigação com o seu próprio grupo e no seu ambiente natural. Como instrumentos de recolha de dados optou-se pela observação participante e a recolha de evidência a partir de gravações de vídeo e das representações realizadas pelas crianças.

A recolha de dados decorreu entre fevereiro e maio de 2016 tendo sido implementadas sete tarefas, das quais foram analisadas cinco.

Os resultados do estudo permitiram compreender a forma como as crianças resolvem problemas geométricos, argumentando-se que o refinamento da estratégia é tanto menor quanto maior é a complexidade da tarefa.

Palavras-chave: Pré-escolar; Geometria; Resolução de Problemas; Representações

ABSTRACT

With the present study we intend to understand how five years old children, in a kindergarten, use the visualization in the resolution of geometric problems. Thus, the following research questions were raised: a) What strategies do children use in the composition of bi and three-dimensional figures? B) How do they describe bi and three-dimensional figures? C) How do they represent the geometric constructions? D) What interactions are developed during the resolution of geometric problems? E) What difficulties do they present in solving geometrical problems?

This study was carried out with a group of eight children attending a public kindergarten in a neighboring municipality of Lisbon.

It is an investigation of a qualitative and interpretative nature, seeking the most detailed understanding possible of the reality under study. The researcher assumed the dual role of educator-researcher, conducting research with her own group and in their natural environment. As data collection instruments, participant observation and the collection of evidence from video recordings and representations made by children were chosen.

Data collection took place between February and May 2016 and seven tasks were implemented, of which five were analyzed.

The results of the study made it possible to understand how children solve geometric problems, arguing that the refinement of the strategy is smaller the greater the complexity of the task.

Keywords: Preschool; Geometry; Problem Solving; Representations.

AGRADECIMENTOS

Para a realização desta investigação quero agradecer a um conjunto de pessoas que direta ou indiretamente o tornou possível, cada qual à sua maneira:
À Professora Doutora Margarida Rodrigues pelo seu trabalho de orientação, paciência e amizade. Sem os seus conselhos e a sua constante disponibilidade não teria conseguido.
À minha mãe que sempre acreditou que eu era capaz.
Ao meu pai, cuja luz sempre me ilumina.
Ao Luís e ao Tiago pela paciência com que me têm aturado.
Aos colegas de escola e de mestrado que sempre me apoiaram e incentivaram.
Aos meus meninos, pelas alegrias e descobertas maravilhosas que me proporcionaram.

A todos, muito, muito obrigada!

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Quando se fala em matemática no Jardim de Infância), a maior parte dos educadores (incluindo pais e professores de outros níveis de ensino) referem o trabalho com números e eventualmente a identificação de figuras geométricas básicas.

No entanto, já nas Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (ME,1997) se referia a importância de trabalhar nomeadamente a comparação e nomeação de tamanhos e formas, a distinção entre figuras planas e com volume, acrescentando: "Também o desenho e outras formas de representação de percursos são meios de compreender relações topológicas" (ME, 1997, p.76). Mais tarde, em 2008, foi publicada pela Direcção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC) uma brochura totalmente dedicada à geometria na educação pré-escolar (Mendes & Delgado, 2008) com informação teórica e didática bem como sugestões de tarefas a realizar em contexto de sala de aula. Alguns educadores apostaram no trabalho com padrões mais ou menos articulado com a operação com formas e figuras e também com a medida, mas pouco ou nada na visualização.

Com a publicação recente das novas Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (Silva, Marques, Mata & Rosa, 2016), a Geometria aparece como uma das componentes na abordagem à matemática. Espera-se agora que os educadores apoiem o desenvolvimento do pensamento espacial e a análise e operação com formas, designadamente promovendo a manipulação e reflexão sobre as propriedades das formas, figuras e objetos bem como a representação de construções e itinerários. Estas autoras referem que, com vista ao aprofundamento e desenvolvimento de novos conhecimentos,

> O/A educador/a deverá proporcionar experiências diversificadas e desafiantes, apoiando a reflexão das crianças, colocando questões que lhes permitam ir construindo noções matemáticas e propondo situações problemáticas em que as crianças encontrem as suas próprias soluções e as debatam com as outras. (Silva et al., 2016, p.77)

1.1. Definição do objetivo e questões de investigação

O presente estudo insere-se na área da matemática, mais concretamente no tema da geometria e da resolução de problemas e está vocacionado para as crianças da educação pré-escolar.

Acreditamos que cabe à educação pré-escolar um importante papel como promotora do direito à igualdade de oportunidades. Como refere Baroody (2010), é nos níveis iniciais de educação que se molda a predisposição para a aprendizagem, nomeadamente ao nível da matemática, pelo que cabe ao educador de infância envolver as crianças não só em conteúdos matemáticos como também em processos matemáticos, descobrindo “padrões, raciocinando acerca dos dados, resolvendo problemas e comunicando as suas ideias e resultados” (p.334). Esta visão da matemática é consentânea com as orientações internacionais que apontam para a necessidade de todas as pessoas desenvolverem uma competência matemática significativa pois “aqueles que compreendem e são capazes de fazer matemática terão oportunidades e opções significativamente maiores para construir os seus futuros” (National Council of Teachers of Mathematics, 2007, p.5).

A resolução de problemas surge assim como um meio de promover diferentes modos de pensar desenvolvendo hábitos de persistência e curiosidade, confiança perante situações desconhecidas, tão importantes para as futuras aulas de Matemática.

O objetivo para esta investigação é compreender como crianças de 5 anos, numa sala de Jardim de Infância, usam a visualização na resolução de problemas geométricos. De acordo com este objetivo foram formuladas as seguintes questões:

- Que estratégias usam as crianças na composição de figuras bi e tridimensionais?
- Como descrevem figuras bi e tridimensionais?
- Como representam as construções geométricas realizadas?
- Que interações são desenvolvidas durante a resolução dos problemas geométricos?
- Que dificuldades apresentam na resolução dos problemas geométricos?

1.2. Pertinência do estudo

Durante o primeiro ano do mestrado de Educação Matemática na Educação Pré-Escolar e nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, o tema das interações horizontais despertou especialmente o meu interesse pois considero que a aprendizagem feita com os pares tem um valor fundamental. Tendo este tema uma ligação natural com a resolução de problemas, parecia-me encontrado o foco da investigação que me propunha realizar. Comecei então a fazer algumas leituras e simultaneamente a procurar tarefas que fossem desafiantes para crianças de 5 anos. As tarefas que me pareceram mais interessantes e com maior potencial tanto ao nível das interações como da resolução de problemas eram quase todas na área da geometria pelo que restringi a resolução de problemas a tarefas com problemas geométricos.

Após alguma pesquisa na investigação produzida em Portugal e no estrangeiro sobre geometria e mais especificamente, visualização, verifiquei que a mesma era muito reduzida, especialmente ao nível do pré-escolar, considerando o caso particular de Portugal.

A pertinência deste estudo está diretamente relacionada com a necessidade referida por vários autores de se aprofundar o estudo da geometria, particularmente com crianças pequenas. Estas realizam frequentemente construções e brincam umas com as outras, mas será que estão verdadeiramente a desenvolver os seus conhecimentos geométricos e a partilhá-los com os pares? Ou os educadores estão a deixar passar uma excelente oportunidade de promoverem o desenvolvimento do conhecimento geométrico, tanto em termos de visualização como de representação? Será que as atividades propostas poderão ajudar as crianças (e os adultos) a fazerem a ponte entre a matemática dos livros e das fichas e as brincadeiras de construção na sala do Jardim de Infância?

Pela minha experiência profissional, tenho verificado que muitas salas de Jardim de Infância continuam a ter poucos materiais estruturados que permitam trabalhar de forma intencional a geometria e parece-me que os educadores estão pouco focados em propor tarefas, nomeadamente com materiais de construção, que promovam o desenvolvimento desta área da matemática.

Perante o meu gosto pessoal pela geometria bem como pela resolução de problemas e as condições descritas, surgiu-me a necessidade de perceber de que forma as crianças se envolviam na resolução de problemas geométricos e como é que representavam as soluções encontradas.

1.3. Estrutura da dissertação

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos: Introdução, Enquadramento Teórico, Metodologia da Investigação, Análise dos Dados e Conclusões.

No primeiro capítulo é aflorada a temática que irá ser abordada e apresentado o objetivo inicial do estudo bem como as questões que o orientaram. É ainda referida a pertinência do estudo.

No segundo capítulo é apresentado o enquadramento teórico, que se encontra organizado em quatro secções: a importância da geometria, a aprendizagem da geometria, as interações e o papel do educador. Na secção da aprendizagem da geometria são apresentados os temas: orientar, construir, operar com formas e figuras e por último, visualização espacial.

No terceiro capítulo são definidas as opções metodológicas e caraterizado o contexto. São referidas igualmente as técnicas e instrumentos de recolha de dados bem como os procedimentos para a sua análise. São ainda descritas as tarefas e apresentada a sua calendarização.

No quarto capítulo são apresentados e discutidos os dados recolhidos, tarefa a tarefa.

No quinto capítulo são apresentadas algumas conclusões deste estudo, procurando dar resposta às questões inicialmente formuladas. É ainda apresentada uma breve reflexão pessoal sobre a importância que este trabalho teve para mim.

CAPÍTULO 2

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

2.1. A importância da geometria

Numa visão clássica, a Geometria é a parte da matemática cujo objeto é o estudo do espaço e das figuras que podem ocupá-lo. Logo, deverá proporcionar os conhecimentos necessários para encontrar a resposta a questões como: Que forma tem? Onde está? Qual o caminho? De que tamanho é? Caberá?

Para nós educadores, a Geometria é, certamente, uma parte da matemática que pode ser desenvolvida junto das crianças, desde a mais tenra idade.

A perceção do espaço e o seu domínio são das primeiras aquisições que os bebés fazem. Ao lançarem os brinquedos ao chão, ao fazerem as primeiras deslocações, ao brincarem às escondidas, estão a explorar o espaço que os rodeia e a interagir com ele, processando ideias que irão servir de base para o conhecimento geométrico e o raciocínio espacial.

A Geometria é sem dúvida uma área em que a criança pode desenvolver diversas capacidades como a visualização, a construção e manipulação de objetos geométricos, a organização do pensamento geométrico e até a criatividade. Este processo ocorre quando realiza atividades manipulativas e de exploração, utilizando objetos do mundo real à sua disposição ou materiais específicos. Como tal, compete ao educador organizar adequadamente o ambiente de aprendizagem, de modo a encorajar as crianças a explorar as figuras e as suas propriedades, comparando-as, compreendendo-as e enquadrando-as no espaço envolvente, desenvolvendo, progressivamente, a capacidade de raciocinarem com base em representações mentais. Segundo Heuvel-Panhuizen e Buys (2008), inicialmente, as crianças realizam experiências concretas com os olhos e as mãos mas gradualmente vão sendo capazes de alguma abstração. Desta forma, o raciocínio e a linguagem geométrica são adquiridos progressivamente, numa espiral de desenvolvimento em que os conceitos mais simples antecedem os mais complexos e em que a criança desempenha um papel ativo na construção dos seus próprios conceitos.

Para Heuvel-Panhuizen e Buys (2008), a geometria pode assumir diversos valores, sendo o mais óbvio possivelmente o seu valor prático bem patente na interpretação de um manual de instruções, de uma planta ou um mapa. Apresenta também um valor preparatório na medida em que os tópicos abordados no ensino básico irão servir de alicerce para as aprendizagens dos anos seguintes, constituindo-se igualmente como um valor pessoal pois são desenvolvidas várias funções cerebrais. Ao dotar a criança com um "olhar clínico" para o que a rodeia, a geometria assume um valor intrínseco associado ao valor estético manifestado nas figuras, padrões, simetrias e outras estruturas criadas ou observadas na arte, no design, na arquitetura. Finalmente os autores referem que uma boa educação geométrica tem também um valor motivacional pois "estudantes com fracos desempenhos matemáticos por vezes florescem no decurso de atividades geométricas na educação matemática" (Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005, p.120).

2.2. A aprendizagem da geometria

Nos finais dos anos 50 do século passado Dina e Pierre van Hiele, dois investigadores holandeses, após trabalho experimental com alunos, desenvolveram uma teoria acerca das ideias que as crianças têm sobre as formas e a sua relação com o pensamento geométrico. Identificaram cinco níveis sequenciais de compreensão na aprendizagem da geometria: visualização, análise, ordenação, dedução e rigor. No entanto, esta teoria apenas foi amplamente divulgada na Europa e nos Estados Unidos no início dos anos 80. Vários autores (Battista, 2009.; Moreira & Oliveira, 2003; Ponte & Serrazina, 2000) explicitam estes níveis:

- nível 1 – visualização – as figuras são reconhecidas/analisadas visualmente pela sua aparência global, não pelas suas partes ou propriedades; no entanto os alunos podem aprender vocabulário geométrico, identificar figuras específicas e reproduzir uma figura dada;
- nível 2 – análise – os alunos centram-se nas propriedades das figuras pela observação e experimentação, começando a reconhecer as suas partes e componentes mas não as suas relações; depois de vários exemplos, são capazes de fazer generalizações, não sendo no entanto compreendidas as definições;

- nível 3 – ordenação – através do raciocínio informal, os alunos estabelecem inter-relações entre propriedades de figuras e ordenam-nas, deduzindo umas a partir das outras; os alunos podem compreender a inclusão de classes bem como o significado das definições;
- nível 4 – dedução – os alunos compreendem a geometria como um sistema dedutivo ou seja, um sistema axiomático, sendo capazes, por exemplo, de construir e não apenas memorizar demonstrações, de ver várias formas de desenvolver uma demonstração;
- nível 5 – rigor – os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos, podendo ser compreendidas geometrias não euclidianas.

Após algumas investigações realizadas nos inícios dos anos 90 com crianças mais novas, surgiu a necessidade de criar o nível 0 a que chamaram de pré-recognição. "Neste nível as crianças apenas atendem a um subconjunto das características visuais de uma forma e são incapazes de identificar muitas formas comuns ou distinguir entre figuras pertencentes à mesma classe." (Clements, Swaminathan, Hannibal & Sarama, 1999, p.193).

Como já foi referido, estes níveis são sequenciais e hierárquicos, pelo que, para se passar ao nível seguinte, é necessário ter adquirido as estratégias dos níveis anteriores. Cada nível da teoria apresentada tem os seus próprios códigos linguísticos, sendo assim distinto dos outros, o que leva a uma separação, impedindo a comunicação entre pessoas de diferentes níveis. Isto implica que materiais de ensino, conteúdo, vocabulário têm que estar de acordo com o nível em que a criança se encontra para que esta consiga seguir o processo de pensamento. A aprendizagem da geometria, ou seja a passagem de um nível ao outro imediatamente superior, pode ser conseguida através de um processo de ensino-aprendizagem. Battista (2009) refere que, por causa de diferentes experiências e processos de aprendizagem, as crianças/alunos podem estar em distintos níveis relativamente aos vários tópicos da geometria.

Sendo a aprendizagem da geometria possível, a própria teoria de van Hiele sugere que o educador/professor deverá ter em conta em cada nível, uma sequência de fases de aprendizagem, escolhendo uma abordagem de ensino adaptada aos seus alunos. Na primeira fase, o educador/professor situa os alunos no domínio de trabalho, fazendo-os contactar com novos problemas (Informação). Em seguida, os alunos devidamente orientados exploram o tópico em estudo, estabelecendo relações entre os objetos que estão a manipular (Orientação guiada). Depois expressam as suas opiniões sobre as regularidades que encontram, consciencializam-se das relações encontradas e explicitam-nas por palavras suas, numa discussão de turma (Explicitação). Na fase seguinte, o educador/professor dá aos alunos tarefas mais complexas, que podem ser concluídas de várias formas, expandindo assim os seus conhecimentos (Orientação livre). Finalmente, os alunos constroem uma visão global, tirando conclusões sobre o que aprenderam (Integração). Ao completar a quinta fase, o aluno conquistou um novo nível de pensamento para o tópico em questão.

Moreira e Oliveira (2003) sugerem que os educadores devem proporcionar às crianças a possibilidade de percecionarem muitos exemplos e contraexemplos acompanhados da discussão sobre as formas e as suas características, clarificando as palavras usadas, contribuindo assim para a formação do pensamento geométrico e não para uma aprendizagem de conceitos desprovidos de significado. Só este tipo de aprendizagem ajuda as crianças a utilizarem o conhecimento geométrico na resolução de problemas. Também Clements e van Hiele (citados por Schwartz, 2005) referem que o progresso da compreensão das crianças sobre a forma e o espaço obedece a uma sequência de aprendizagem que vai das experiências concretas para as abstratas, da realização de conexões no conhecido para o desconhecido, numa linha que vai do simples para o complexo. Os mesmos autores argumentam que o progresso da compreensão das crianças evolui igualmente em vários níveis de classificação, partindo da correspondência com igual, separação por igual/diferente, agrupar e finalmente classificar. Nas novas Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar, as autoras referem que o processo de distinção entre formas diferentes deverá ser desenvolvido

> a partir da observação e manipulação de objetos com diversas formas geométricas, de modo a que, progressivamente, as crianças analisem as características das formas geométricas, aprendendo depois a diferenciar, nomear e identificar as suas propriedades (mencionar os lados e vértices do triângulo). Um outro aspeto deste processo envolve operar com formas ou figuras geométricas, através de ações de deslizar, rodar, refletir (voltar) ou projetar (Silva et al., 2016, p. 83)

Schwartz (2005) apresenta um mapa genérico para a aprendizagem da geometria, no que às formas diz respeito. Assim, o primeiro conjunto de atividade será agrupar segundo uma ou mais características (por exemplo, agrupar objetos da mesma forma de diferentes tamanhos). O segundo será nomear (por exemplo, responder a uma nomeação produzida por outros ou nomear uma forma, estando esta visível). O terceiro conjunto de atividades prende-se com construir e desenhar (por exemplo, descobrir atributos através da construção ou do desenho das formas). Após estas atividades terem sido exploradas pelas crianças, ainda se podem combinar as formas de modo a criar novas formas.

Outro assunto importante que Schwartz (2005) lembra relativamente à classificação das formas é a sua hierarquização, pelo que afirma que pode ser perigoso ensinar demasiado cedo os nomes das figuras geométricas, especialmente o quadrado e o retângulo. Convém lembrar que as características que definem o retângulo são: 1) ser um quadrilátero – uma figura fechada com 4 lados retos, 2) ser um paralelogramo – os lados opostos são paralelos, 3) ter 4 ângulos retos. A definição de quadrado acrescenta mais uma característica – tem os lados todos iguais.

De acordo com o NCTM, do pré-escolar ao 12.º ano, o ensino da geometria deve habilitar as crianças/alunos a:

- analisar características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas;
- especificar localizações e descrever relações espaciais recorrendo à geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação;
- aplicar transformações e usar simetrias para analisar situações matemáticas;
- usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas. (NCTM, 2007, p. 44)

A publicação citada enfatiza a ideia de que a geometria deve estar integrada, sempre que possível, com outras áreas, uma vez que é útil na representação e na resolução de problemas, bem como em situações do dia a dia. A utilização de mapas, plantas, por exemplo, vai servir-se do raciocínio espacial. Ao estimular as crianças a observarem e descreverem as formas que observam, o educador deverá privilegiar a descoberta das propriedades e relações entre elas e não apenas a sua identificação, fazendo apelo a exemplos diversificados e contraexemplos. Alsina (2004), ao apresentar propostas de atividades com o geoplano, sugere que a realização de “conjuntos de figuras geométricas do mesmo tipo (por exemplo, triângulos), em diferentes posições e com diferentes ângulos, para contrariar determinados estereótipos" (Alsina, 2004, p. 71).

As crianças possuem vários protótipos diferentes para as figuras e têm dificuldade em aceitarem "casos intermédios". Então, para que a construção do protótipo de uma forma seja amplamente elaborado, o educador deve apresentar inúmeras variantes, bem como propor tarefas específicas e promover o diálogo sobre elas para que "o conhecimento verbal da criança possa ser refinado para estender, elaborar e constranger o seu conhecimento visual" (Sarama & Clements, 2009, p. 226). Estes autores referem que as crianças são mais precisas no reconhecimento de quadrados e círculos do que no de retângulos e triângulos, tendendo, por exemplo, a aceitar paralelogramos "longos" e trapézios retos como retângulos.

Também Mendes e Delgado (2008) referem os 4 aspetos apresentados pelo NCTM (2007) no que diz respeito às aprendizagens a desenvolver em contexto de Jardim de Infância: analisar características de formas geométricas, especificar localizações e descrever relações espaciais, usar transformações geométricas e usar a visualização espacial para resolver problemas. Quanto à abordagem metodológica, estas autoras baseiam-se na trajetória de aprendizagem apresentada por Heuvel-Panhuizen e Buys (2005) tendo em conta os seguintes aspetos: orientar, construir e operar com formas e figuras.

2.2.1. Orientar

Uma criança olha para o mundo do seu ponto de vista pessoal e por isso a perguntas como "Onde moras?" responderá com termos como "perto", "longe", "ao pé da praia", tendo alguma dificuldade em dizer o nome da localidade ou da rua. Para que se familiarize com conceitos de orientação espacial como atrás/à frente, em baixo/em cima, esquerda/direita, vertical/horizontal, deverá participar em atividades e situações significativas onde se utilize uma linguagem coerente com o seu desenvolvimento. Estas atividades poderão ser realizadas tanto com o próprio como com materiais manipuláveis, incluindo peças de construção, de jogo simbólico, etc.

Igualmente importantes para Heuvel-Panhuizen e Buys (2005) são os termos relacionados com o movimento tais como andar para a frente/para trás, andar a direito ou fazer uma curva, ir para cima ou para baixo. Sarama e Clements (2009) salientam a importância de movimento produzido pela própria criança, no sucesso em tarefas espaciais e sugerem o benefício de maximizar tais experiências com crianças pequenas. Também conceitos de movimento relativos ao operar com formas e figuras tais como deslizar, rodar, girar, aumentar, reduzir, devem ser explorados, preferencialmente em antagonismo.

Mendes e Delgado (2008) propõem tarefas e jogos de localização de objetos e pessoas como forma de desenvolver nas crianças as capacidades de orientação, usando vocabulário específico: "É importante interpretar afirmações que incluam termos de localização e executar acções associadas" (Mendes & Delgado, 2008, p. 17).

Na localização com a ajuda de um mapa é necessário sabermos onde estamos mas também segurar o mapa de tal forma que ao movimentarmo-nos continuemos a saber localizarmo-nos. Para as crianças, a aquisição do conceito de direção começa na sua própria pessoa "Eu moro aqui, diz a criança e simplesmente aponta. Para a criança, apontar um certo local indica a direção do objeto" (Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005, p. 123). Para estes autores, a compreensão plena do conceito de direção é um processo a longo prazo que está relacionado com o paralelismo e o difícil conceito de ângulo.

Outro aspeto da orientação tem a ver com tomar um ponto de vista ou seja, visualizar algo por um ponto de vista diferente do seu próprio. "As crianças devem ser capazes de imaginar ou descrever como é que um determinado objecto é visto a partir de uma dada localização" (Mendes & Delgado, 2008, p.18). Percorrer, descrever, representar e interpretar itinerários são tarefas relacionadas com a orientação e que facilmente se conseguem levar a cabo após, por exemplo, uma visita de estudo em que se tenha tido o cuidado de incluir pontos de referência que possam ser utilizados na representação. Igualmente a representação de construções realizadas ou a realizar poderá ser uma tarefa interessante tanto do ponto de vista da criança como do educador. Com o auxilio das explicações da criança é possível ao educador realizar uma análise consistente do que a criança já é capaz de fazer e assim propor desafios cada vez mais elaborados dando o feed-back adequado para que a criança não se desmotive com as suas realizações menos conseguidas.

2.2.2. Construir

A construção compreende todas as atividades através das quais as crianças fazem qualquer coisa por sua iniciativa, sendo a ação concreta e o pensamento atividades que não se podem dissociar.

> A criança imagina a casa a partir das condições que lhe são apresentadas, ou quando interpreta as indicações/sugestões dadas pelas outras do grupo nos momentos de planeamento e construção da casa, vai criando imagens mentais do que se pretende fazer e do que se vai fazendo. Assim, para além da construção feita com objectos concretos, há uma "construção mental" que antecede e acompanha essa acção. (Mendes & Delgado, 2008, p. 24)

Verificando-se que muitas vezes estas construções são feitas em grupo, pelo menos em contexto de Jardim de Infância, cada criança que está empenhada na atividade tem que imaginar mentalmente o que as outras pretendem e por sua vez tentar transmitir o que está a tentar fazer. É uma excelente oportunidade para o desenvolvimento do vocabulário posicional.

Considerando que construções e representações das mesmas são igualmente importantes, Heuvel-Panhuizen e Buys (2005) sugerem atividades como desenhar plantas, fazer fotografias de figuras, trabalhar com mosaicos e tangrans, trabalhar com espelhos, desenhar imagens refletidas, procurar simetrias com a ajuda de um espelho transparente. De modo a criar uma certa ordem num grande número possível de tarefas, as autoras apresentam uma trajetória de aprendizagem que se desenvolve no sentido de uma maior abstração e que se encontra dividida em:

- construção com materiais livres: plasticina, caixas, cordas,…
- construção com materiais de geometria: blocos, Lokon, Meccano, Kneks,…
- construção com papel: dobragens, recortes,…
- construções em papel: desenho de formas, padrões,… (Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005, p.127)

As construções com diversos materiais são comuns no Jardim de Infância, já as construções com cordas individualmente ou a pares é uma tarefa pouco habitual. Esta tarefa pode estar associada à área de abordagem à escrita (desenhar letras com a corda), à expressão motora (caminhar seguindo um desenho, saltar em diversas direções fazendo variar os apoios) e no domínio da matemática podem ser explorados o desenho dos números, as linhas abertas e fechadas, retas, curvas e em zigzag, as formas geométricas (tendo as pontas da corda unidas).

As construções com materiais de geometria são realizadas em muitos Jardins de Infância embora por vezes com pouca intencionalidade educativa. Alguns autores sugerem que "as crianças façam construções com materiais que representam formas geométricas, tanto tridimensionais (cubos e outros prismas e cilindros, etc.) como bidimensionais (quadrados e outros rectângulos, triângulos, etc.)" (Mendes & Delgado, 2008, p. 28), pois ao manipularem os materiais, poderão mais facilmente estabelecer relações entre as figuras representadas.

Quanto aos materiais que representam figuras bidimensionais são de fácil acesso os tangrans e os blocos padrão, sendo possível encontrar representações em livros ou fichas ou mesmo em instruções que acompanham os jogos. Aqui, o papel do educador será questionar por exemplo quanto ao número e forma das peças a utilizar e qual a sua disposição. O educador poderá também questionar "sobre a possibilidade de alguma parte das figuras que construíram poder ser substituída pelas outras peças. O objectivo é que elas sejam capazes de identificar formas congruentes "dentro" das suas construções, com as restantes peças que têm disponíveis" (Mendes & Delgado, 2008, p. 32).

Para que a criança consiga realizar a composição e decomposição de formas é necessário que tenha atingido um determinado nível de pensamento que Sarama e Clements (2009) explicitam da seguinte forma:

- Pré-compositor – as crianças manipulam formas individualmente mas não são capazes de as combinar de forma a compor uma forma maior nem são capazes de fazer corresponder, precisamente, formas a uma moldura;
- "Juntador" de peças – as crianças deste nível são parecidas com as do nível anterior mas já colocam peças contíguas de modo a formarem figuras, frequentemente tocando-se apenas pelos vértices. Em tarefas livres do tipo "faz uma figura", cada forma representa um único papel ou função na figura e conseguem preencher molduras simples usando a estratégia tentativa/erro;
- "Construtor" de figuras – as crianças conseguem colocar as peças de um modo contíguo, formando figuras em que várias peças desempenham um único papel

ou função. Nestas construções usam a estratégia tentativa/erro, não antecipando a criação de novas figuras geométricas e as formas são escolhidas tendo em conta a sua forma ou um atributo tal como a medida do lado. Uma vez que ainda não possuem o conceito de ângulo como uma medida quantitativa, podem tentar fazer corresponder vértices com ângulos não coincidentes. As rotações e as voltas são usadas por tentativa/erro para conseguirem diferentes arranjos;

- Compositor de formas – com cada vez mais intencionalidade e antecipação as crianças combinam formas para fazer novas formas ou completar um puzzle. Estas são escolhidas atendendo aos ângulos e ao tamanho dos lados. Rotações e voltas são usadas intencionalmente, sendo capazes de preencher molduras complexas;
- Compositor de substituição – as crianças deliberadamente formam unidades compostas, reconhecendo e usando relações de substituição entre as formas;
- Compositor de formas iterativo – as crianças operam, intencionalmente, com unidades compostas (unidades de unidades). Conseguem continuar um padrão de formas que assegura uma pavimentação adequada;
- Compositor de formas com unidades superordenadas – as crianças constroem e operam sobre unidades de unidades de unidades.

Em resumo, inicialmente as crianças isolam as partes, depois arrumam-nas contiguamente e mais tarde combinam-nas de uma maneira integradora, eventualmente criando unidades mais complexas.

As construções com papel são realizadas em Jardim de Infância tanto utilizando os recortes como as dobragens. “Enquanto fazem estas actividades também realizam acções importantes, como «dobrar», «vincar», «cortar», «separar» e «copiar»” (Mendes & Delgado, 2008, p. 33) o que do ponto de vista geométrico poderá ser bastante rico, cabendo mais uma vez ao educador explorar as atividades, chamando a atenção para fenómenos geométricos fundamentais (por exemplo o eixo de simetria que se obtém ao dobrar-se uma figura de modo a que as duas metades se sobreponham).

Atividades como “abrir” e achatar uma caixa (do tipo dum cubo) “podem ajudar a desenvolver as capacidades de visualização espacial” (Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005, p. 128). O papel tem ainda a característica de se dobrar, podendo formar objetos com linhas curvas, como por exemplo os cilindros.

2.2.3. Operar com formas e figuras

Este aspeto da geometria refere-se às transformações geométricas que se podem aplicar às figuras, nomeadamente deslizar, rodar, refletir, projetar (fazer sombras), umas vezes com partes das figuras, outras com as figuras inteiras. Este aspeto da geometria está intimamente ligado com o construir.

> Na verdade, também ao *Operar com formas e figuras,* quase sempre está implícita a construção de algo e ao efectuar-se uma construção muitas das acções referidas anteriormente estão, também, envolvidas. Contudo, a diferença está na intencionalidade com que as tarefas de um e de outro aspecto são criadas e exploradas. (Mendes & Delgado, 2008, p. 38)

De acordo com Sarama e Clements (2009) existe uma sequência de desenvolvimento hierárquica iniciada com reproduzir um conjunto de figuras (com o original à vista), passando por reproduzir um conjunto de memória e finalmente construir uma configuração resultante de uma rotação ou vista de outra perspetiva.

Para Heuvel-Panhuizen e Buys (2005), é importante que as crianças desde muito novas se habituem a lidar com o elemento dinâmico da geometria, que se habituem a ver as formas de outra maneira, que sejam desafiadas a cortar um pedaço de um lado para o colocarem noutro (reestruturação). A reestruturação é um aspeto fundamental na compreensão do conceito de área e as tarefas realizadas com papel (em que realmente se corta um pedaço e se acrescenta do outro lado da figura) podem constituir-se como uma primeira abordagem a este tópico.

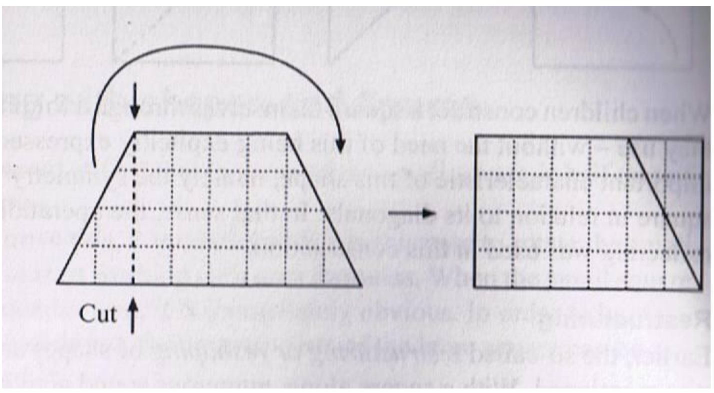


Figura 1 - Reestruturação. Retirado de Heuvel-Panhuizen e Buys, (2005, p.130)

Uma tarefa que se pode desenvolver logo desde o Jardim de Infância são as experiências com reflexão, eventualmente numa abordagem de resolução de problemas, como é proposto por Mendes e Delgado (2008): "o educador poderá colocar as seguintes questões: "Com o espelho eu consigo ver dez estrelas-do-mar. Também consigo ver nove, oito, sete,…, três, duas e até apenas uma. Querem experimentar?" (Mendes & Delgado, 2008, p. 39).

Figura 2- Cartão com estrelas. Retirado de Mendes e Delgado (2008, p. 39)

O educador deverá ter em atenção que visualizar um número ímpar de estrelas poderá ser difícil para as crianças pois obriga a um posicionamento do espelho muito preciso. Aliás, as crianças têm tendência a não colocar o espelho em cima da figura, o que poderá ter que ser sugerido pelo educador. Também investigar as simetrias das letras maiúsculas do alfabeto poderá ser uma tarefa interessante: "Em que letras pode um espelho ser colocado e o resultado manter-se a mesma letra?" (Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005, p. 132).

"Para pessoas de todas as idades, as formas simétricas são detetadas mais rapidamente, descriminadas mais precisamente e frequentemente melhor recordadas do que as assimétricas" como referem Sarama e Clements (2009, p. 223), pelo que o trabalho com simetrias poderá ser especialmente interessante.

Para além destas tarefas, Mendes e Delgado (2008) propõem também a construção de mosaicos ou frisos como uma atividade adequada às crianças do Jardim de Infância, desenvolvendo não apenas noções de geometria como também de estética. Já as tarefas de observação e desenho de sombras, poderão ser desenvolvidas numa abordagem transversal que inclua também o conhecimento do mundo: "Compara a sombra do sol e a de uma lâmpada. Como anda a tua sombra, quando o sol brilha, durante o dia? E à noite, quando a lâmpada está acesa?" (Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005, p. 136).

2.2.4. Visualização espacial

Nas novas Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (Silva et al., 2016), o termo visualização espacial aparece referido como “um processo que envolve a construção e a manipulação de imagens mentais de objetos a 2 ou 3 dimensões e permite construir representações visuais que são essenciais para a vida” (Silva et al. 2016, p. 83). Também o NCTM (2007) advoga a importância da visualização espacial como um aspeto essencial do raciocínio geométrico, referindo-se a essa capacidade como “a construção e manipulação de representações mentais de objetos bi e tridimensionais e a percepção de um objeto a partir de diferentes perspectivas” (NCTM, 2007, p. 44).

Del Grande (1990) refere que vários autores têm procurado categorizar as diferentes capacidades espaciais, apresentando ele próprio o conjunto das sete que considera apresentarem especial relevância para o estudo da matemática e da geometria em particular. São elas:

- Coordenação visual-motora – Capacidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo. Esta capacidade revela-se especialmente importante porque, se uma criança estiver concentrada no controle do seu desempenho motor, dificilmente se conseguirá concentrar ou compreender as ideias geométricas que lhe estão a apresentar;
- Perceção figura-fundo - Capacidade de identificar e "isolar" uma determinada figura de um fundo complexo. Esta capacidade é utilizada nomeadamente na identificação de objetos/figuras camuflados/sobrepostos ou na identificação de peças específicas numa pavimentação;
- Constância percetual - Capacidade de perceber que algumas características de um objeto são independentes do tamanho, cor, textura, ou posição e também de não se confundir quando o mesmo objeto ou imagem aparecem numa posição diferente ou fora do seu contexto habitual. Por vezes é também designada como constância da forma, referindo Del Grande (1990) que é difícil de atingir antes dos 6/7 anos;
- Perceção de posições espaciais - Capacidade de distinguir figuras iguais (objeto, imagem ou imagem mental) mas colocadas em orientações diferentes, usando nomeadamente rotações, voltas ou um espelho;

- Perceção das relações espaciais - Capacidade de relacionar várias figuras consigo próprias ou em relação connosco. A capacidade de relacionar objetos geométricos com as suas vistas e as suas planificações também está aqui incluída. Esta capacidade é utilizada, por exemplo, na execução de uma construção a partir da sua representação ou em outras atividades como andar de bicicleta ou jogar futebol;
- Discriminação visual - Capacidade de comparar vários objetos, figuras e imagens mentais para identificar semelhanças ou diferenças entre elas, independentemente da sua posição;
- Memória visual - Capacidade de recordar objetos que já não estão visíveis e relacionar as suas caraterísticas com outros objetos visíveis ou não.

Matos e Gordo (1993) referem também estas sete capacidades, apresentando inclusivamente algumas sugestões de atividades a realizar em sala de aula. Apesar de terem sido pensadas para o primeiro ciclo, muitas destas atividades podem ser adaptadas ao pré-escolar.

Embora Gutierrez (1996) não considere especialmente importantes as capacidades de coordenação visual-motora e de memória visual, acrescenta à lista proposta por Del Grande (1990) mais uma capacidade que considera importante:

- Rotação mental - Capacidade de produzir imagens mentais dinâmicas e visualizar uma configuração em movimento.

Convém acrescentar que Gutierrez (1996) tinha à disposição para a sua investigação, computadores com software que permitia aos alunos verem sólidos geométricos representados de várias formas e transformá-los, pelo que a capacidade de rotação mental assumia grande importância.

Gorgorió (1998) apresenta um quadro teórico para a análise de estratégias de resolução de problemas de rotação, referindo explicitamente que outros investigadores dão especial importância à visualização, propondo ela uma abordagem mais eclética e abrangente. Apresenta três perspetivas para a análise das estratégias: uma perspetiva estrutural, uma perspetiva processual e uma perspetiva quanto à abordagem do problema. Nas estratégias analisadas do ponto de vista estrutural, o foco é a origem e a organização da informação usada pelo aluno. A análise das estratégias do ponto de vista processual revelou que o aparecimento de uma estratégia visual ou não visual dependia da complexidade da tarefa e da ação requerida (no caso, de interpretação ou de construção). Quanto à análise do ponto de vista da abordagem revelou que a característica da tarefa influenciou novamente as estratégias que os alunos usaram. Para uma explicitação mais clara das várias análises possíveis das estratégias usadas pelos alunos apresento o quadro seguinte.

Tabela 1 – *Categorias para análise das estratégias de resolução de problemas de rotação.*

<table>
<tr><td>Estruturais
(A origem e a organização da informação usada)</td><td colspan="2">A criança usa apenas a informação fornecida ou ela é resultante de conhecimento anterior?
A criança envolve-se na tarefa?
Cria um contexto a fim de lhe dar significado?
Como organiza a informação fornecida? (por exemplo, quando é necessário comparar, escolhe um modelo ou compara todos?)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Processuais
(o modo de representação mental.
Imagens mentais e processos verbais não funcionam independentemente uns dos outros; não apenas interagem, como têm mesmo uma função de suporte mútuo)</td><td colspan="2">Visuais (quando da explicação da criança e da nossa observação se pode sustentar que ela usou imagens mentais como parte essencial do método de resolução
As crianças imaginaram um dos seguintes aspetos:
o contexto da tarefa (ex: uma situação particular)
uma mudança de posição do sujeito (ex: imaginou-se a realizar uma ação que na realidade não teve lugar)
uma mudança de posição do objeto</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Não visuais
(quando a criança usou um argumento e explicitamente não confiou em imagens mentais na resolução da tarefa)</td><td>○ Verbais – As crianças descrevem a aparência do objeto final, dando por vezes informações relativas à sua aparência durante o processo de resolução da tarefa. Podem igualmente utilizar informação retirada do contexto da tarefa.</td></tr>
<tr><td>○ Geométricas – As crianças invocam factos relacionados com as propriedades dos objetos ou das tarefas apresentadas (rotações, simetrias, congruências)</td></tr>
<tr><td>De abordagem
(o foco da atenção)</td><td colspan="2">Globais – as crianças comparam o objeto (considerado como um todo) ou a situação com objetos e situações da vida real, ou referem-se à congruência entre objetos.</td></tr>
</table>

	Parciais – as crianças levam em linha de conta alguns dos aspetos seguintes: o A existência de partes distintas, focando-se numa o As caraterísticas do objeto o As posições relativas das partes distintas o Os elementos resultantes de dividir o objeto mas que não podem ser considerados partes distintas

Nota: Adaptado de Gorgorió (1998)

Partindo do pressuposto de que as estratégias podem ser ensinadas e as capacidades/habilidades são inerentes a cada indivíduo, Gorgorió (1998) apresenta as suas conclusões referindo que não é o tipo de estratégia escolhida pelo indivíduo que leva (ou não) a erros mas sim as características da tarefa, mais especificamente a ação requerida. Aliás, a mesma estratégia pode ser analisada sob as três perspetivas diferentes. Quanto aos erros na resolução das tarefas, a autora diz que podem ser de três tipos: a) má interpretação do que se pede na tarefa; b) erros na comunicação da resposta ou a explicar o processo de resolução; e c) erros geométricos.

2.3. As interações

Vários autores referem a importância das interações enquanto processos mediadores da construção do conhecimento.

Uma ferramenta de enorme importância neste processo é a linguagem, ela própria entendida como uma produção social (inerente a uma cultura) e dialógica (pressupõe diversos sujeitos que a usam como ferramenta de mediação: falante/ouvinte, escritor/leitor…). A comunicação é um processo social onde os intervenientes trocam informações, influenciando-se reciprocamente na construção de significados.

Na sala de aula, espaço privilegiado de aquisição de conhecimento, que discursos se fazem ouvir, que interações se podem observar? De acordo com Colaço (2004), "no cenário da sala de aula as produções discursivas apresentam peculiaridades e restrições que lhes são próprias" (p. 335). Quando as crianças orientam os colegas, recorrem frequentemente ao género de discurso do professor (e nalguns casos até a gestos), retratando fielmente o modelo de interação professor-aluno a que estão habituados. Porém, nas salas de Jardim de Infância é habitual o trabalho a pares ou em pequeno grupo, pelo que as interações aí observáveis são essencialmente do tipo horizontal. A atividade discursiva na sala permite a partilha e negociação não só de conteúdos como também de padrões de comunicação e de relações sociais, apropriando-se as crianças de uma cultura escolar específica. Relativamente aos conteúdos, César (1999) e Colaço (2004) referem que a construção compartilhada do conhecimento é favorecida pela interação estabelecida quando se verifica realização conjunta de tarefas. Ao realizarem as tarefas, as crianças falam a respeito das mesmas, não apenas acompanhando a ação mas planeando-a, orientando-a, dando-lhe apoio através da atividade discursiva. Dois exemplos deste processo são a silabação e a contagem oral, "recursos estratégicos reveladores da função mediadora da linguagem" (Colaço, 2004, p. 338) pelos quais as crianças reorganizam o seu raciocínio e partilham a construção do conhecimento. A linguagem é pois apresentada não apenas como expressão do pensamento mas também como sua construtora e transformadora.

Para César, Torres, Caçador e Candeia (1999) quem trabalha em díade (ou em pequenos grupos) apresenta melhor desempenho do que quem trabalha individualmente pois a construção do saber matemático é uma construção social mediada por fatores psicossociais, sendo as interações apenas um desses fatores. Para os autores citados, o trabalho em díade manifesta-se especialmente vantajoso na resolução de tarefas não-habituais, como a resolução de problemas, que por sua vez também promovem interações mais ricas entre os pares. Referem ainda ser interessante verificar que este trabalho promove melhores desempenhos tanto relativamente ao par mais competente como em relação ao menos competente, quer ainda em ambos os elementos das díades simétricas.

Com o trabalho envolvendo interações sociais entre pares (horizontais), desenvolve-se em simultâneo as competências sociais dos alunos como por exemplo evitar conflitos afetivos, aprender a respeitar os sentimentos dos pares, ganhar mais capacidade para resistir à frustração, bem como as suas capacidades e os seus conhecimentos. Segundo César (2003), os alunos devem alternar o papel de par mais competente e menos competente, conforme as tarefas que lhes são propostas. Esta alternância permite evitar eventuais situações de dependência do par menos competente em relação ao mais competente, promovendo uma autonomia crescente e uma auto-estima positiva.

A primeira forma de comunicação entre as crianças tende a ser a linguagem corporal, apontando ou fazendo gestos. Apenas quando dominam o vocabulário, quando têm a oportunidade de falarem sobre o que estão a fazer, as crianças interiorizam os conceitos, tanto mais que “uma grande porção da compreensão das ideias matemáticas das crianças pequenas brota de experiências em ambientes de aprendizagem ativa [baseada na ação]. Elas constroem a sua compreensão matemática usando materiais concretos como ferramentas com as quais pensam” (Schwartz, 2005, p.114).

2.4. O papel do educador

No Jardim de Infância, como já foi referido, a abordagem transversal e integradora deverá ser privilegiada. O processo em que se adquirem os conceitos básicos de orientação espacial pertence também à aquisição da linguagem mas “o significado matemático de certos conceitos pode, em muitos casos, apenas ser devidamente entendido no contexto de situações típicas de geometria ou medida” (Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005, p. 141). Estes autores referem ainda que não é possível ensinar estes conceitos de uma forma isolada, devendo as crianças adquirir as suas capacidades e conhecimentos geométricos de uma forma implícita, através de jogos e de situações significativas concretas e motivadoras. No entanto, acrescentam a importância do educador/professor dirigir a aprendizagem/discussão levando as crianças a aprofundarem os conceitos trabalhados, uma vez que “não se pode esperar que as crianças cheguem à essência do problema que lhes é proposto por si próprias” (Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005, p. 142). De acordo com Sarama e Clements (2009), a resolução de problemas e a discussão envolvendo os objetos geométricos ajuda a construir as conexões entre o conhecimento construído e outro conhecimento igualmente acessível mas ainda não interiorizado. A construção do significado matemático é feita a partir de ações em objetos geométricos e posteriormente da reflexão sobre essas ações.

Schwartz (2005) refere ainda a importância dos adultos estarem atentos à forma como colocam as questões e sobretudo a darem tempo à criança para pensar antes de falar, uma vez que “pensar sobre padrões e relações requer mais tempo do que lembrar-se de factos” (Schwartz, 2005, p. 112).

Então, um aspeto importante é tentar estabelecer um clima de interações/discussões autênticas, não apenas entre pares mas também verticais (criança – educador). Para tanto, o educador poderá iniciar os diálogos pedindo às crianças que se lembrem da experiência anterior passando em seguida para uma situação de modelação, explicação, bem como de descoberta guiada. O educador deve escolher cuidadosamente a estratégia adequada que ajude a ligar a discussão à ação: validar, rever e estender ou desafiar.

De acordo com Schwartz (2005) validar suporta a compreensão crescente da criança quanto às relações matemáticas. Se explicarmos a razão da nossa concordância, estaremos a modelar o processo de validar, que poderá ser realizado pela própria criança, mais tarde. Já rever serve para reforçar as competências e clarificar a compreensão dos conceitos ou estratégias, colocando questões do tipo "Como descobriste isso?" Ao desafiar, o educador pode estar a estimular o raciocínio sem que a criança recorra necessariamente à manipulação dos objetos.

Para que o educador saiba que estratégia escolher, deve ter em conta, não só a consciência de como os aspetos matemáticos do pensamento da criança encaixam no currículo, mas também o estilo de aprendizagem da criança e os seus interesses no momento. Respostas do educador como "Bom", "Formidável" ou "Que inteligente que tu és" são exemplos de julgamentos valorativos que não estão focados no conteúdo nem no pensamento da criança e tendem a não contribuir para o diálogo.

> Quando os adultos elogiam as crianças pequenas, estão a assumir que as crianças precisam deste tipo de feedback com vista à valorização do que fizeram e assumem que elas não apreciarão a importância dos seus feitos sem o elogio do adulto. Isto é certamente verdade no desenvolvimento dos valores e das competências sociais (…) No entanto, o elogio que suporta a autovalorização não serve necessariamente o desenvolvimento da autonomia académica nem promove as crianças como pensadoras ou construtoras [do seu conhecimento]. (Schwartz, 2005, p. 122)

Considerando que a aprendizagem da matemática pode surgir de três formas diferentes:

1. Fazendo descobertas matemáticas
2. Praticando repetidamente as capacidades matemáticas emergentes

3. Aplicando as capacidades matemáticas e o conhecimento,

Schwartz (2005) considera importante identificar as diferentes respostas que promovem a autonomia cognitiva em cada uma destas formas de aprendizagem:

1. Fazendo descobertas – neste caso o educador deverá revisitar a descoberta, encorajando diferentes tentativas e mais experiências que validem as descobertas realizadas.
2. Praticando as capacidades – o primeiro objetivo da prática é adquirir precisão e rapidez. Neste caso, o educador deverá valorizar a habilidade de modo a sugerir mais prática em tarefas mais desafiadoras.
3. Aplicando as capacidades e o conhecimento – uma vez que as crianças frequentemente aplicam as suas capacidades matemáticas em situações de escolha livre, existe mais do que um caminho que o educador pode escolher como mote de discussão. Questionando se o resultado da tarefa está de acordo com o planeado inicialmente, pedindo à criança que descreva a resolução do problema.

De uma forma geral, Schwartz (2005) refere a importância do educador/professor passar de respostas de valorização extrínseca para respostas que desenvolvam o pensamento da criança, revisitando o processo, relembrando a forma de pensar, testando em condições diferentes, validando e comparando, focando-se no processo e não na pessoa, salientando que

> um objetivo crítico no cerne das interações de qualidade é fomentar a autonomia intelectual do aluno. Isto requer que o adulto distinga entre questões que involuntariamente encorajem a dependência da figura de autoridade daquelas que suportem o crescimento da autonomia académica. (Schwartz, 2005, p.130)

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

3.1. Opções Metodológicas

Como educadora preocupada em compreender as ações das crianças do grupo que me é confiado, frequentemente registo e reflito sobre as observações que faço, procurando adaptar a minha intervenção pedagógica à realidade que encontro. Será que este meu trabalho pode ser considerado como uma investigação? De acordo com Bogdan e Biklen (1994) quando os professores observam o mundo que os rodeia (concretamente a sala de aula), realizam formas sistemáticas de questionamento e chegam a conclusões, estão de certo modo a realizar uma investigação qualitativa. No entanto, os investigadores têm um trabalho mais profundo pois devem proceder com rigor ao registo detalhado daquilo que observam para posteriormente poderem analisar e tirar conclusões. Os investigadores diferem também dos professores pois conhecem e fazem uso de uma série de técnicas e procedimentos específicos para a recolha e análise dos dados. Além disso, ao contextualizar os resultados encontrados, o investigador baseia-se em teorias e resultados anteriores de investigação que funcionam como pano de fundo, fornecendo pistas para dirigir os estudos que realiza. Por último, mas não menos importante, o investigador tem a obrigação de tornar público o seu trabalho.

Sendo o objetivo principal deste estudo a compreensão da forma como as crianças de 5 anos resolvem, os problemas geométricos que lhes são colocados, optei por um estudo de natureza qualitativa.

Para Bogdan e Biklen (1994), um estudo de natureza qualitativa apresenta cinco características: (1) a fonte direta dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente na recolha desses mesmos dados; (2) os dados que o investigador recolhe são essencialmente de carácter descritivo; (3) os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados; (4) a análise dos dados é feita preferencialmente de forma indutiva; e (5) o investigador interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências.

Mas a investigação qualitativa é muito diversificada pelo que Walsh, Tobin e Graue (2010) preferem a utilização do termo abordagem interpretativa especialmente quando se trata de investigações em educação de infância. Neste contexto, a relação entre o investigador e os sujeitos do estudo é central, compelindo-os a negociarem significados, cabendo ao educador interpretar os resultados que os dados lhe revelaram.

> Os investigadores interpretativos compreendem as crianças e as salas de actividades . . . através de um recurso sistemático às mesmas . . . sensibilidades que contribuem para fazer os bons educadores de infância, os bons amigos, ao bons amantes, os bons pais e as boas pessoas – ouvir, conversar, interpretar, reflectir, descrever e narrar. (Walsh et al., 2010, p. 1040)

Considero, pois, que o presente trabalho se pode constituir como uma investigação qualitativa com uma abordagem interpretativa, uma vez que não procura generalizar os resultados obtidos mas sim narrar e compreender, de forma o mais profunda possível, o modo como as crianças resolvem, em díade, os problemas geométricos que lhes são apresentados.

Estou consciente que foi uma tarefa difícil se considerar a necessidade de distinguir o meu papel de educadora do de investigadora. Contei com a minha experiência profissional, com a ajuda de colegas e da minha orientadora para levar a cabo esta missão.

3.2. Caraterização do contexto

O presente estudo foi levado a cabo numa sala de Jardim de Infância da rede pública numa escola da periferia da cidade de Lisboa. Trata-se de uma escola situada num bairro social, do qual é proveniente cerca de dois terços da sua população escolar, vindo as restantes crianças do resto da freguesia ou até de freguesias vizinhas. O critério que esteve na base da escolha dos participantes foi, sobretudo, a proximidade (trata-se da minha turma) e a disponibilidade do diretor do agrupamento, bem como dos encarregados de educação em acederem à realização do presente estudo.

A minha turma era composta por vinte e duas crianças, sendo treze de 5 anos, seis de 4 anos e três de 3 anos. Selecionei, do grupo de 5 anos, como participantes do estudo, um grupo de nove crianças que considerei como informadores privilegiados. Utilizei apenas dois critérios de seleção: a) ambos os géneros e b) pertencerem a ambientes familiares diversificados. Todas as crianças tinham frequentado no ano anterior o jardim de infância, embora eu não tivesse sido a sua educadora. Trata-se de um conjunto de pequena dimensão que me permitirá, creio, obter informação aprofundada acerca do problema em estudo. As crianças foram observadas no ambiente da sala, no decurso das atividades diárias e as suas prestações gravadas em filme. Todas as crianças de 5 anos realizaram as tarefas propostas (inclusivamente porque as considero muito importantes para as suas aprendizagens), no entanto apenas guardei o registo das crianças que se constituíam como participantes do estudo.

A fim de salvaguardar a sua privacidade, cada criança escolheu um nome fictício pelo qual é referida no presente estudo, garantindo assim o seu anonimato. Esta a razão por aparecerem alguns nomes tão peculiares.

3.3. Técnicas e Instrumentos de Recolha de Dados

Alguns autores referem que o investigador que conduz um estudo interpretativo tem ao seu dispor três formas de recolher informação: a observação, a entrevista e a análise documental. Cada técnica permite captar uma parte da realidade onde se desenvolve o estudo. A observação "oferece um testemunho fluente da vida num determinado contexto" (Walsh et al., 2010, p. 1055) podendo variar significativamente ao nível do envolvimento do observador, indo do observador isento até à observação participante. A entrevista constitui-se como uma oportunidade para a recolha direta de dados, podendo ser usada como estímulo para uma discussão em profundidade dos acontecimentos. A análise documental centra-se nos documentos escritos (no presente caso registos pictóricos e/ou simbólicos) produzidos num determinado contexto.

Tratando-se de uma investigação de natureza qualitativa e interpretativa, e assumindo como um dos objetivos do trabalho a compreensão da realidade vivida pelos participantes do estudo num contexto particular, optei por utilizar como técnicas de recolha de dados a observação participante e a análise documental. Os instrumentos utilizados para a análise documental foram a gravação vídeo do trabalho de resolução das tarefas, as representações realizadas pelas crianças e o diário de bordo com notas de campo.

Relativamente à observação e tratando-se de uma observação participante, foi necessário estar consciente dos riscos que corria nomeadamente sendo parcial ou descurando aspetos que para um observador exterior seriam evidentes. Como complemento da observação e fundamental para poder revisitar cada desempenho uma e outra vez, surge a gravação em vídeo do trabalho de resolução das tarefas. A gravação em vídeo foi um auxiliar importantíssimo para a observação mas constituiu um manancial de dados que tive que transcrever e reduzir para posteriormente analisar.

Para que fosse possível realizar as gravações, foi solicitada autorização, por escrito, aos encarregados de educação de todas as crianças de 5 anos, as quais foram prontamente concedidas.

Para Bogdan, e Biklen (1994), o diário de bordo tem um duplo papel: descritivo e reflexivo, acrescentando que a parte reflexiva deve conter “frases e parágrafos que refletem um relato mais pessoal” (Bogdan & Biklen, 1994, p.165). No diário de bordo foram registadas as observações realizadas e algumas atitudes/pistas/dicas para posteriormente identificar nos filmes com mais pormenor. Tentei que as notas fossem tomadas, maioritariamente, em tempo real, no decorrer da observação e, quando não era possível, logo após a mesma. Também foram registadas as conversas informais com as crianças no decorrer das atividades.

Como já referi, foram ainda recolhidas e analisadas as representações das crianças após a resolução das tarefas propostas. Estes documentos, juntamente com as conversas tidas durante e após a sua realização, elucidaram-me sobre o modo como as crianças pensaram, funcionando como mais um instrumento de recolha de dados que me permitiu fazer a triangulação da informação recolhida.

3.4. Análise de Dados

Um primeiro aspeto que importa considerar na análise, interpretação e apresentação dos dados é que devemos “proceder cuidadosamente para não ir além daquilo que os resultados permitem” (Bell, 2008, p. 180).

Numa investigação de índole qualitativa, como é o caso desta, a fase de apresentação e discussão dos resultados constitui uma das mais marcantes. Trata-se de um período de maior reflexão e análise sobre o que resultou do trabalho realizado. O que correu como o esperado, o que nos surpreendeu, o que falhou e porque falhou.

> A análise de dados é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205)

Para se proceder a esta análise, é necessário ir agrupando o material recolhido em categorias tendo em conta os objetivos e as questões que nortearam todo o estudo. Este trabalho foi realizado de forma contínua, desde o processo de recolha de dados (análise preliminar), e não só após a sua conclusão. A análise dos dados foi pois uma tarefa complexa e multifacetada, que envolveu reduzir a informação recolhida, separar o trivial do significativo, identificar padrões relevantes, encontrar sentido nos dados e construir uma forma de comunicar o essencial do que eles revelam face aos propósitos da investigação. Uma vez que se pretende compreender a forma como os intervenientes resolveram as tarefas que lhes foram propostas, a apresentação dos resultados terá uma forte componente descritiva.

Walsh et al. (2010) referem que se deve negociar “com os informantes sobre a adequação das interpretações e das representações” (p. 1056). Tratando-se de crianças pequenas, previa alguma dificuldade nesta demanda. Porém, uma vez que fui questionando as crianças durante e após a realização das tarefas, fui-me apropriando das suas interpretações o que me ajudou na interpretação dos dados.

Para a análise dos dados recolhidos, foram criadas categorias a partir dos quadros teóricos de Del Grande (1990), Gutierrez (1996) e Matos e Gordo (1993) para as capacidades de visualização espacial, de Gorgorió (1998) para as estratégias de resolução de problemas e de Sarama e Clements (2009) para a composição e decomposição de formas.

3.5. As Tarefas e sua Calendarização

Foram propostas às crianças tarefas de resolução de problemas geométricos adaptadas de diversas investigações que serviram de suporte à fundamentação teórica e criadas por mim. Tratou-se de tarefas que requeriam bastante tempo, uma vez que eram realizadas por duas crianças de cada vez. Aquelas que também tinham representação foram realizadas em dois dias consecutivos. Estas foram todas as tarefas e sub-tarefas realizadas para o presente estudo:

Tarefa A – Composição e decomposição do hexágono, com os blocos padrão.

- A1 – Composição do hexágono
- A2 – Representação das decomposições do hexágono

Tarefa B – Construção de um triângulo pequeno, um médio e um grande, com os blocos padrão.

- B1 – Construção dos triângulos
- B2 – Representação das construções

Tarefa C – Construção de triângulos, com o tangram

- C1 – Construção de triângulos com número crescente de peças
- C2 – Representação de algumas construções

Tarefa D – Construção de tetracubos, com cubos de encaixe

- D1 – Construção de tetracubos
- D2 – Representação dos tetracubos construídos

Tarefa E – Construção de quadrados, com o tangram

Tarefa F – Ditado de uma construção, com blocos padrão

Tarefa G – Ditado de uma construção, com cubos de madeira.

As tarefas foram realizadas segundo a calendarização apresentada na tabela 1, no entanto, para efeitos deste estudo, apenas serão analisadas as tarefas A1, A2, C1, C2, D1, D2, E e G. A tarefa F foi pensada como uma preparação da tarefa G. Pensava eu que as crianças teriam mais facilidade em realizar o ditado de uma construção no plano do que de uma construção no espaço.

Tabela 2 - *Calendarização das tarefas*

Tarefa / sub-tarefa	Calendarização	Ideias matemáticas/ objetivos
A1	23-02	Capacidade de composição e decomposição de formas
A2	24-02	Representação das decomposições
B1	01-03	Capacidade de composição de formas
B2	03-03	Representação das composições
C1	08-03	Capacidade de visualização de figuras dentro de outras; transformações geométricas
C2	09-03	Representação das composições
D1	15-03	Capacidades de visualização e perceção de relações espaciais
D2	16-03	Representação de construções tridimensionais
E	05-04	Capacidade de visualização de figuras dentro de outras; transformações geométricas
F	20-04	Capacidade de perceção de relações espaciais; capacidades de observação / visualização, de comunicação e de representação
G	06-05	Construção no plano e no espaço; capacidades de observação / visualização, de comunicação e de representação

Todas as tarefas de construção foram realizadas a pares, tendo as tarefas de representação sido realizadas em pequeno grupo (seis crianças de cada vez) numa mesa circular.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo serão apresentados e analisados os dados recolhidos ao longo desta investigação. Por manifesta falta de tempo, embora todas as tarefas tenham sido implementadas, não serão apresentados os dados relativos às tarefas B e F, respetivamente, construção de um triângulo pequeno, um médio e um grande, com os blocos padrão e ditado de uma construção, também com blocos padrão. As tarefas que incluem representação das construções realizadas foram desdobradas em duas sub-tarefas, pois foram realizadas em dias diferentes.

4.1. Tarefa A – Composição e decomposição do hexágono, com os blocos padrão.

4.1.1. Sub-tarefa A1 – Composição do hexágono

Foi posta à disposição de cada par de crianças uma caixa com 250 blocos padrão (fig. 3) e fornecida uma folha com o contorno de 9 hexágonos (fig. 4). Todas as peças com a mesma forma têm a mesma cor.

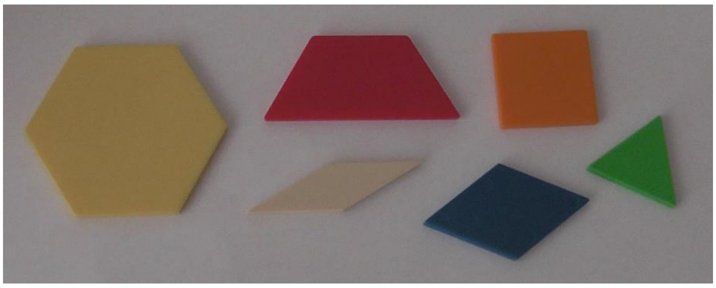


Figura 3 - Exemplo de cada uma das peças dos blocos-padrão

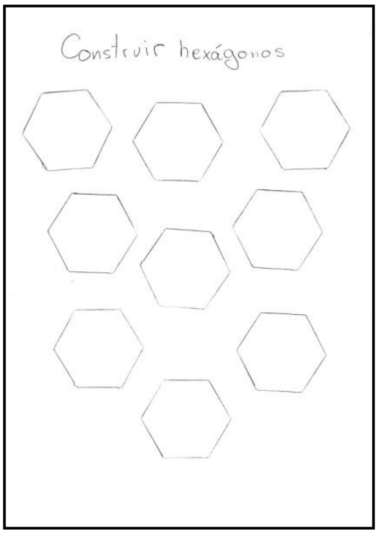


Figura 4 - Folha posta à disposição

Foi-lhes pedido que reconstruíssem o hexágono de todas as maneiras diferentes que conseguissem. No decurso da atividade foram dadas várias achegas na tentativa de desbloquear situações de impasse.

Todos os pares de crianças começaram por resolver o problema usando peças iguais (2 trapézios, 3 losangos ou 6 triângulos - fig. 5). Após estas primeiras construções há uma fase em que olham para o que fizeram, tirando e voltando a colocar peças na caixa, aparentemente sem saberem como continuar:

Messi - Podemos usar peças maiores. Não, já está aqui. (*apontando para os 2 trapézios*).

Investigadora - As peças não têm que ser todas iguais. Podem usar peças diferentes em cada hexágono.

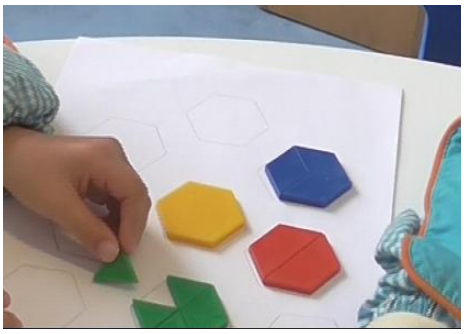
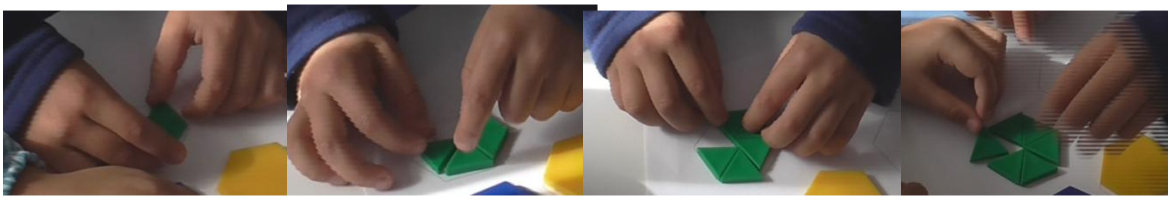


Figura 5- Resolução do problema com peças iguais

Apesar de falarem pouco entre si, as crianças são capazes de completar as ações do par com quem estão a trabalhar.

Triceratop - Já sei (*e coloca primeiro triângulo e segundo ao lado, a seguir terceiro e quarto* - fig. A e B- *Princesa ajeita as peças. Triceratop coloca quinto triângulo* -fig. C- *Princesa vai buscar triângulo à caixa e coloca no local que ainda faltava* -fig. D).



A B C D

Figura 6- Sequência da resolução do Triceratop com ajuda da Princesa no final

Triceratop, quando afirma "Já sei", revela antecipação no que respeita à combinação dos seis triângulos para compor o hexágono.

De início, todas as crianças envolvem-se na tarefa com entusiasmo, mas, à medida que o problema se torna mais complicado, algumas olham para o lado enquanto outras continuam focadas nas peças. Aparentemente, a manipulação ajuda o pensamento.

Por exemplo, a Fada tenta colocar um quadrado e a seguir um triângulo, dando voltas e mais voltas mas não consegue fazer coincidir os lados das peças unidas com os lados do hexágono, e arruma as duas peças na caixa (sequência da figura 7). Neste caso, Fada utilizou a estratégia de tentativa e erro.

Figura 7 - Sequência das tentativas da Fada

Quanto ao nível de composição e decomposição de formas (Sarama & Clements, 2009), as crianças do estudo situam-se entre os níveis "construtor de figuras", "compositor de formas" (a maioria dos desempenhos) e alguns ainda no nível "compositor de substituição".

No nível construtor de figuras, podem enquadrar-se as tentativas de construção do hexágono em que as crianças usavam a estratégia tentativa/erro, especialmente com peças que não servem para fazer a construção (como aconteceu com Fada), ou quando já têm várias construções feitas e procuram uma nova solução.

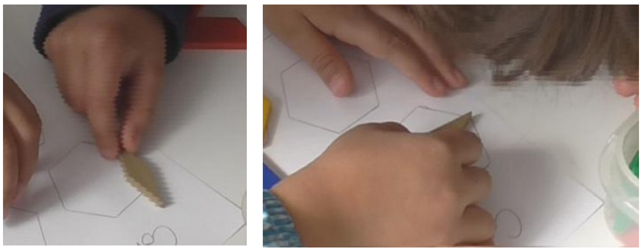
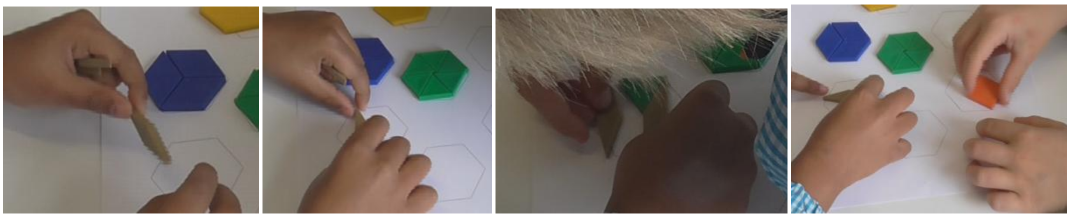


Figura 8 - Princesa a tirar a peça da mão do colega

A Princesa tira o losango fino da mão do Triceratop e coloca-o no centro de uma moldura nova. Roda a peça várias vezes e coloca-a novamente na caixa, pois não serve (fig. 8).

> Mário – Agora vou tentar (*Coloca trapézio e losango. Pára e olha, retirando trapézio e losango. Coloca trapézio e triângulo. Retira as peças)*

Também a Susana tenta utilizar o losango fino, fazendo-o rodar na folha, dentro do desenho do hexágono, como que à procura do lado que coincidia (fig. 9A), enquanto o Messi tenta com o quadrado (fig. 9B). Um pouco mais tarde, ambos voltam a tentar utilizar o losango fino junto ao triângulo (fig. 9C). O losango fino e o quadrado são as únicas duas peças com as quais não se consegue compor o hexágono.



A B C

Figura 9- Tentativas da Susana (A) do Messi (B) e de ambos (C)

No nível compositor de formas, encontram-se inúmeros exemplos, o que está de acordo com o esperado, tendo em conta a idade das crianças (5 e 6 anos). Na observação dos seus desempenhos foi possível constatar que muitas vezes as crianças traziam na mão as peças de que iam necessitar, indicador de antecipação e visualização da composição do hexágono. Aliás, por vezes só não as colocavam, porque percebiam antecipadamente que a construção era igual a outra que já estava feita. Após a tentativa com os quadrados descrita anteriormente, a Fada traz na mão dois losangos e um triângulo; coloca um losango e em seguida outro, unidos pelos lados, ficando com o triângulo na mão. Vai buscar outro triângulo e coloca os dois, completando o hexágono (sequência da figura 10). Assim, a Fada revela consciência de serem necessários dois triângulos para completar o hexágono, indo buscar o segundo sem precisar de colocar o triângulo que tinha na mão. Este é um exemplo ilustrativo da intencionalidade e antecipação que caracterizam este nível. Aparentemente a Fada apresenta evolução no seu desempenho.

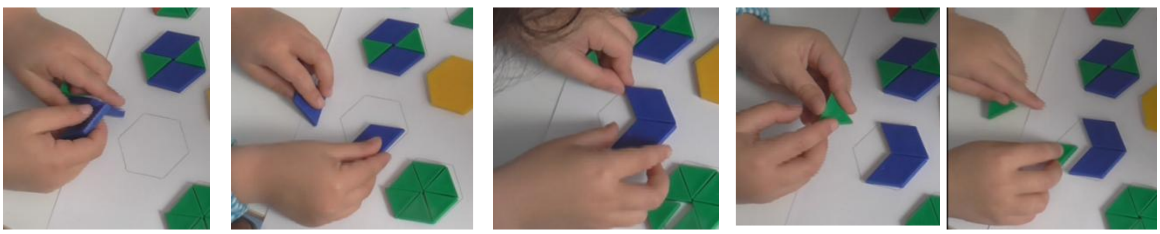


Figura 10 - Sequência da construção da Fada

Noutra ocasião, o Mário retira da caixa 1 trapézio, 1 losango e 2 triângulos que deixa na mesa ao pé de si dizendo “Agora vou fazer com três”; coloca numa moldura o trapézio, o losango ao lado e em seguida o triângulo (fig. 11). Provavelmente, referia-se a que ia fazer com 3 peças diferentes ou utilizando 3 cores uma vez que as quatro peças que trazia na mão correspondiam a três peças diferentes. Mário parece ter antecipado a composição do hexágono com as quatro peças que retirou intencionalmente da caixa, percebendo no final que precisaria de um triângulo e não de dois.

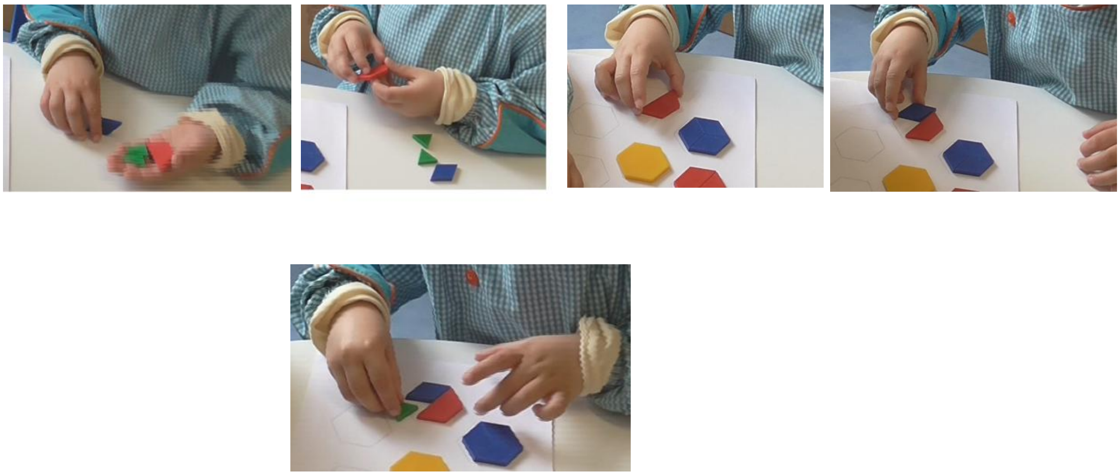


Figura 11 - Sequência da construção do Mário

As crianças também se revelaram capazes de combinar formas para fazer novas formas que a seguir utilizavam, como se ilustra no episódio seguinte:

> Princesa – Verdes (*pega num triângulo, continuando).* Dá cá esse (*e tira o triângulo da mão do colega, juntando-o ao seu, fazendo a forma de um losango que coloca na moldura).*

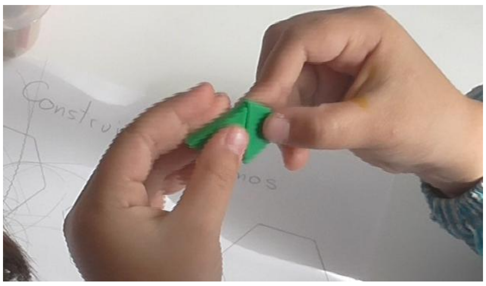


Figura 12 - Princesa juntando os dois triângulos

Em determinadas situações, foi mesmo possível observar crianças a deliberadamente formarem unidades compostas (fig. 12), reconhecendo e usando de forma mais ou menos explícita relações de substituição entre as formas, o que as colocaria no nível compositor de substituição. O episódio seguinte ilustra este tipo de desempenho:

Perante uma construção já iniciada, Triceratop tenta colocar um losango no espaço vazio (cf. fig. 13). Como a Princesa não deixa, ele diz:

> - Ah! Falta outro! *(deixa-lhe cair dois triângulos ao pé da moldura, aponta para o espaço vazio e diz)* É aqui!

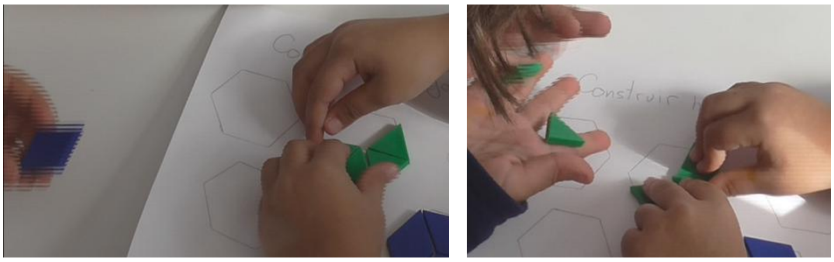


Figura 13- Triceratop tentando colocar o losango e depois dando os dois triângulos à colega

Neste episódio, Triceratop evidencia olhar para o losango como uma unidade composta de dois triângulos, substituindo o losango, que inicialmente pretendia colocar, pelos dois triângulos que o compõem, indo ao encontro da vontade expressa por Princesa.

Nesta tarefa foi especialmente evidente que as crianças não possuem o conceito de ângulo, como é referido por Sarama e Clements (2009), pelo que tentavam fazer coincidir vértices do hexágono com ângulos não coincidentes. Como se pode ver pela figura14, o quadrado e o losango estreito não têm ângulos coincidentes com os do hexágono nem se completam, como acontece por exemplo com o losango azul e o triângulo verde também visíveis na mesma figura.

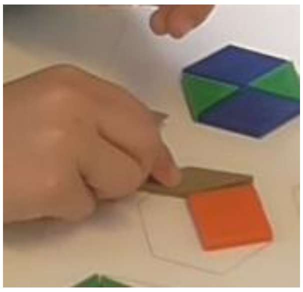


Figura 14 - Relação do quadrado e do losango estreito com o desenho do hexágono

Eventualmente o facto dos lados do triângulo, do hexágono, dos losangos, do quadrado e de três dos lados do trapézio terem o mesmo comprimento, poderá tê-los levado a experimentar todas as peças disponíveis. A consideração do comprimento dos lados na escolha intencional das peças é um indicador do nível compositor de formas.

4.1.2. Sub-tarefa A2 – Representação das decomposições do hexágono

No que diz respeito às representações, estas permitiram olhar para o próprio processo de representação e não apenas o produto final.

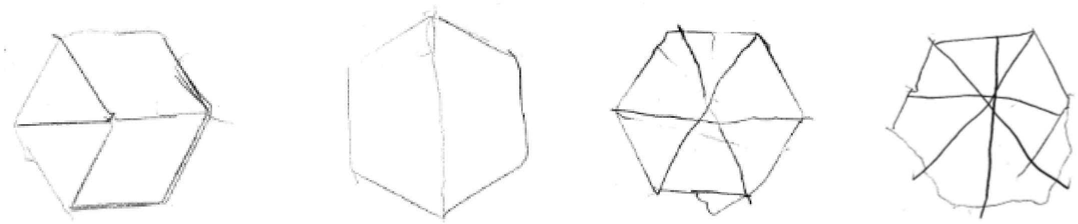
Esta tarefa, realizada noutro dia, consistia em representarem as reconstruções do hexágono, que se encontravam à vista no meio da mesa (fig. 15), mas nas quais não podiam tocar. Podiam, se assim o entendessem, fazer uma construção idêntica na sua folha branca.

Figura 15 - Crianças a fazerem as suas representações, com as construções à vista

Também aqui se puderam observar diferentes capacidades de visualização. A maior parte das crianças optou por realizar uma construção na sua folha, contorná-la e em seguida fazer os riscos entre as peças. Este processo de contornar (capacidade de coordenação visual-motora) revelou-se complexo para algumas crianças que diziam que as peças saiam do sítio. Três crianças utilizaram ambas as mãos no decorrer da tarefa, o que nunca se tinha verificado em tarefas de desenho ou pintura. (cf. sequência da fig. 16).

Figura 16 - Sequência ilustrativa da troca de mão

Em relação às linhas entre as peças também se puderam observar diferentes procedimentos que variavam não só de criança para criança mas também em função do desenho que estavam a realizar. A maior parte das linhas interiores foram realizadas afastando ligeiramente as peças, de modo a passar o lápis, como é o caso da representação do Messi (A). Outras foram feitas olhando para a construção, o que, se era relativamente fácil no caso da decomposição do hexágono em dois trapézios como na representação do Mário (B), já não se podia dizer o mesmo em relação à decomposição em seis triângulos do Triceratop (C). Aliás, este procedimento deu origem a erros como o da representação da Fada (D). Assim, quer o Triceratop quer a Fada representaram os triângulos através da partição do hexágono com linhas contínuas. Mas, enquanto o Triceratop traça as linhas assumindo-as como diagonais, tendo a preocupação de unir os vértices opostos, a Fada une vértices com pontos no meio dos lados.



A - Representação do Messi

B - Representação do Mário

C - Representação do Triceratop

D - Representação da Fada

Figura 17 – Representações da decomposição do hexágono

Estas linhas interiores traçadas à mão, foram especialmente usadas em relação aos triângulos, por crianças que inicialmente tinham feito o contorno total do hexágono, tendo as crianças dificuldade em representar o número correto de peças, como se pode observar nas representações do Sonic ilustradas pela figura 18. Sonic revela ter atendido ao facto de os vértices das peças convergirem para o meio do hexágono, situando os lados das figuras nos lados do hexágono. Ao não fazer coincidir um só lado da figura a cada um dos lados do hexágono, Sonic não respeitou o número de figuras que compõem o hexágono.

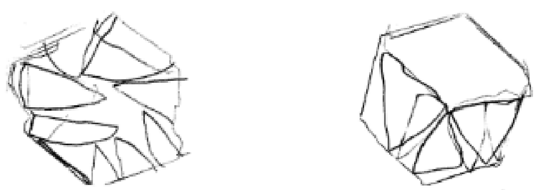
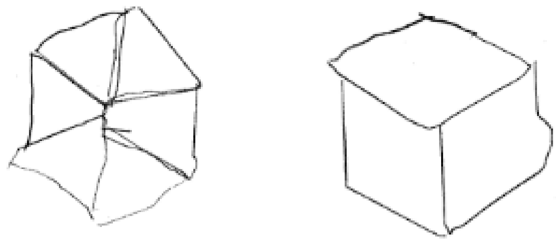


Figura 18 - Representações do Sonic

Se olharmos para a figura 19A, poderemos pensar que a criança teve alguma dificuldade na realização da tarefa. No entanto, o Mário foi a criança que mais depressa realizou todas as representações, sem ter necessidade de apagar uma única linha. Para esta representação em particular, utilizou apenas um triângulo que foi girando de forma a ficar ao lado do que tinha representado anteriormente e assim sucessivamente até completar os seis. Esta criança revela um desempenho muito bom em várias capacidades de visualização: constância percetual, rotação mental, perceção de posições espaciais. A rapidez com que executou a tarefa ficou a dever-se não só à economia das linhas (fig. 19B) como à ligeireza com que identificava as figuras que ainda tinha de desenhar e a forma das peças que necessitava para o fazer. Caso as peças fossem iguais, pegava apenas numa e fazia-a rodar, não necessitando de contornar todos os lados da peça, apenas os que ainda não estavam contornados.



A B

Figura 19 - Representações do Mário

4.2. Tarefa C – Construção de triângulos, com o tangram

4.2.1. Sub-tarefa C1 – Construção de triângulos com número crescente de peças

Foi fornecido a cada criança um tangram como o ilustrado na figura 1. Cada tangram podia ter ou não todas as peças da mesma cor, uma vez que havia 4 tangrans cada um de sua cor, mas por vezes as crianças trocavam algumas peças entre si. Habitualmente trabalhavam na mesma mesa duas crianças de cada vez.

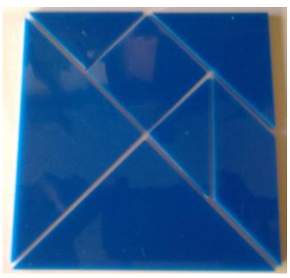


Figura 20 - Exemplo de um dos tangrans fornecido às crianças

Inicialmente pedia para me mostrarem um triângulo, o que era imediatamente feito pois todas as crianças identificam essa figura geométrica. Em seguida, era pedido que construíssem um triângulo com quaisquer duas, três e quatro peças.

Nesta tarefa, as crianças usaram essencialmente os triângulos. No entanto, e talvez porque inicialmente usavam as peças maiores, quando lhes era pedido que fizessem o triângulo com três peças, não utilizavam o triângulo que já tinham feito, começando do princípio uma nova construção como se ilustra na figura 21.

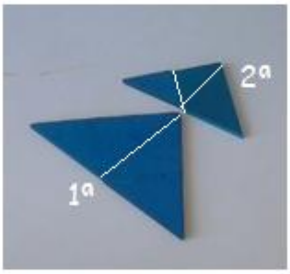


Figura 21 - Construção do Max de triângulos com duas e três peças

Quando pedi ao Max para construir o triângulo com quatro peças, depois de ter realizado a construção acima, disse:

> Max – Já não tenho mais peças *(começa a mexer com algum nervosismo no quadrado e no paralelogramo)*

Logo no início da atividade (construir um triângulo com duas peças quaisquer) foi evidente a 'criatividade' de algumas crianças que colocavam um triângulo em cima do outro como ilustrado na fig. 22, manifestando aparentemente um pensamento pré-compositor.

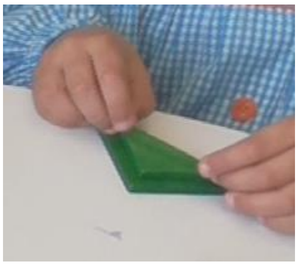


Figura 22 - Colocação do triângulo médio em cima do grande

Outra observação que se repetiu em cinco das nove crianças que participaram no estudo e que é reveladora da ainda fraca constância percetual no que toca à posição, foi a necessidade de colocarem o triângulo na posição prototípica (com a base para baixo) para darem a tarefa por terminada ou mesmo enquanto a executavam, como se ilustra na sequência de momentos da figura 23. Se estivesse noutra posição, tinham muita dificuldade em visualizar o triângulo, o que as impedia de concretizar a tarefa. Esta necessidade está consentânea com o que seria esperado para crianças desta idade, como é largamente referido na literatura (Matos & Gordo, 1993; Gutierrez, 1996).

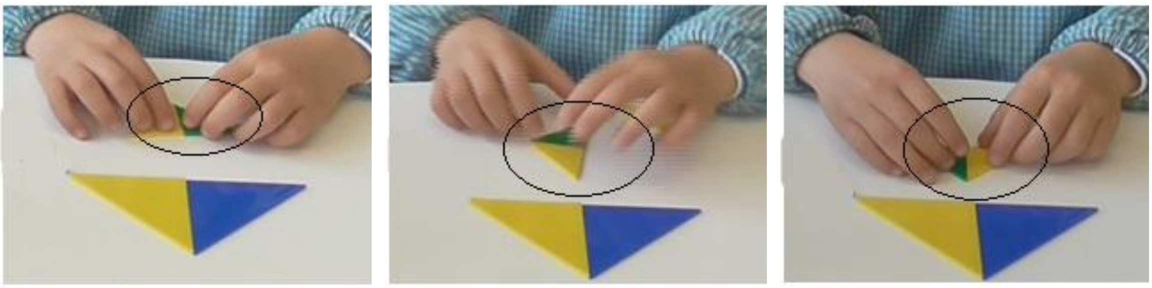


Figura 23 - Rotação do triângulo construído para a posição prototípica, realizada pelo Messi

Quando pedi ao Max para construir um triângulo com três peças, fez um quadrado embora soubesse perfeitamente qual era a figura pedida e qual a que tinha construído pois exclamou:

Max - Assim faz um quadrado…

Em seguida, rodando o triângulo médio, construiu um paralelogramo, como se ilustra na figura 24 que desmanchou logo por ter percebido que não era a figura pedida.

Figura 24 - Construção do quadrado e do paralelogramo, pelo Max

Revelou-se difícil sair destas construções intuitivas para outra que requeria maior capacidade de visualização como é a da figura 25.

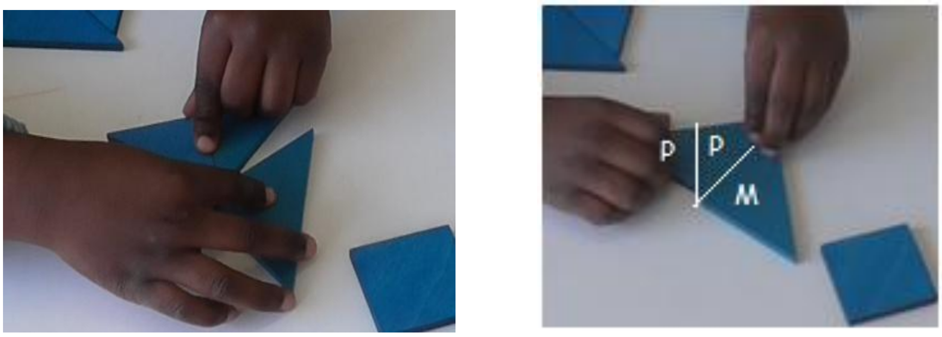


Figura 25 - Processo de construção do triângulo com três peças, pelo Max

Aliás, só foi capaz de reconhecer o triângulo construído quando eu lhe disse para parar e olhar. Mesmo afastando a cabeça e olhando para a sua construção final, não parecia muito convencido… No entanto foi das poucas crianças que não rodou o triângulo para a posição prototípica.

Nas construções com mais de três peças, todas as crianças utilizaram como estratégia rodarem a peça que iam colocar em torno do triângulo já construído, recorrendo à tentativa/erro. No caso da figura 26, a Princesa não conseguiu visualizar o triângulo que tinha fortuitamente construído pois o que na construção anterior (com 3 peças) era a base, agora era um lado do triângulo de 4 peças.

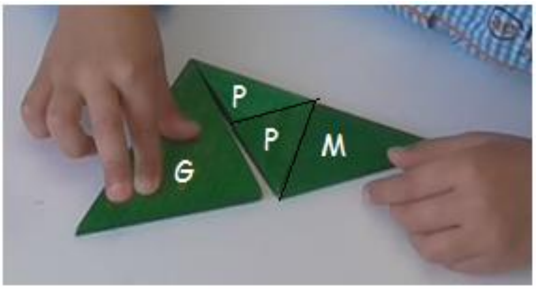


Figura 26- Triângulo construído pela Princesa mas de difícil reconhecimento para a sua autora

O seu pensamento parece enquadrar-se no nível construtor de figuras, uma vez que não antecipa a construção e usa uma estratégia de tentativa/erro nas suas rotações, não evidenciando ainda capacidade de rotação mental.

Mesmo tarefas aparentemente mais simples como reproduzir com as peças do/da colega o que tinham feito com as suas e permanecia à vista, revelou-se um desafio por vezes difícil de ultrapassar, provavelmente porque lhes faltavam pontos de referência (conceitos geométricos como ângulo, darem atenção ao comprimento do lado…) e a capacidade de perceção figura-fundo encontra-se ainda pouco desenvolvida.

Registaram-se raras situações de entreajuda (ou de tentativa de completar a construção do colega). Apenas registei uma situação com a Susana e o Triceratop:

Triceratop - Já está *(diz ao terminar a construção ilustrada na figura 27)*.

Susana - Não, não não, eu faço! *(tira a mão do Triceratop das peças e tenta fazer o triângulo, olhando para a sua construção).*

Figura 27 - Intervenção da Susana, perante o erro do Triceratop na construção do triângulo

As crianças olhavam bastante para a construção do colega, procurando fazer igual. Porém, a ainda fraca constância perceptual no que toca à posição, não lhes permitia executar a tarefa com a eficácia desejada. Na situação ilustrada na figura 28, Messi consegue visualizar o triângulo de 3 peças que eu tinha ajudado a colega a construir e tenta reproduzi-lo com as suas peças.

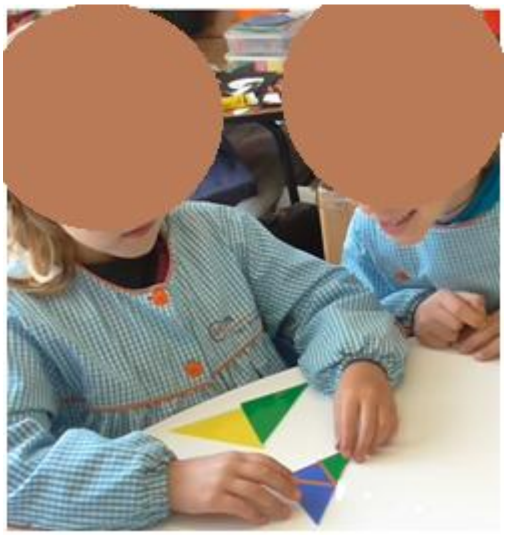


Figura 28- Messi consegue visualizar o triângulo à frente da Dalmata

Dalmata roda o triângulo para a posição prototípica e Messi começa a construir o seu, colocando as peças na mesma posição relativa, como ilustra a figura 29.

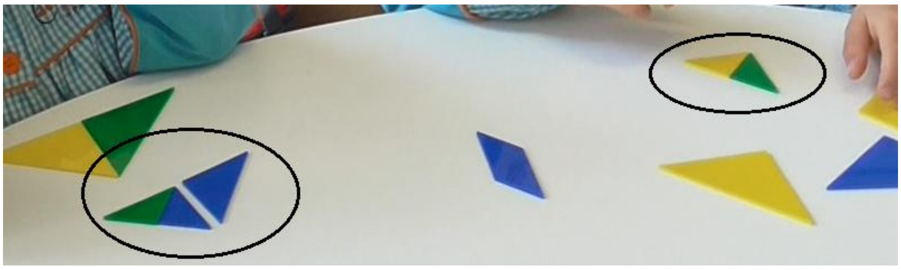


Figura 29 - Dalmata roda o triângulo para a posição prototípica e Messi começa a sua construção

Em seguida pega no triângulo médio e após algumas tentativas com que aparentemente não ficou satisfeito como a da figura 30, desmancha a sua construção e finalmente consegue reproduzir a da colega, mantendo as posições relativas entre as peças e em relação a si, como se pode ver na figura 30. Especificamente esta criança, aparenta já ter alguma noção de certas propriedades dos triângulos do tangram pois parece olhar atentamente para o ângulo reto do triângulo médio da colega (assinalado com a seta vermelha na figura 30) quando está a tentar colocar o seu triângulo médio.

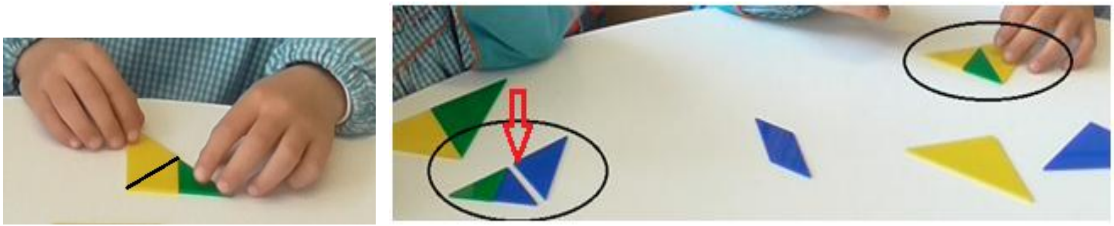


Figura 30 - Primeira e segunda construção do triângulo, feita pelo Messi

Talvez essa tenha sido a razão para não ter ficado satisfeito com a construção feita primeiro, uma vez que aí o triângulo médio estava à direita e na construção da colega e na que considera correta (fig. 30) está à esquerda. Neste caso, poderíamos argumentar que esta é uma evidência da sua capacidade de perceção das relações espaciais. Já anteriormente esta criança havia demonstrado alguma intencionalidade nas primeiras tentativas de construção do triângulo, escolhendo uma peça específica entre as que tinha à disposição na mesa, colocando-a eventualmente no nível compositor de formas como é apresentado por Sarama e Clements (2009). O diálogo seguinte procura ilustrar esta situação:

Messi - U! Já sei! (*afasta ligeiramente os 2 triângulos pequenos e coloca no meio o quadrado)*

Messi - Isto é um triângulo?! Não!

Invest – Não, é um trapézio.

Messi - Ah, como se fosse para os cantos… (*contorna com o dedo os lados e a parte superior do trapézio)*

Figura 31 - Tentativa do Messi para fazer o triângulo com três peças

Ao dizer “Já sei!” parece que Messi tem na cabeça a ideia de como construir um triângulo que, até a pôr em prática, era correta para ele (fig. 31). Aliás ao dizer “Isto é um triângulo?! Não!” revela que possui a imagem mental de um triângulo. O comentário que faz em relação aos cantos poderá ser interpretado como se tivesse percebido que faltava um “canto” para fazer o triângulo; como se não estivesse à espera que aumentando a base do triângulo (com o quadrado) o vértice oposto desaparecesse, passando a lado do trapézio construído.

4.2.2. Sub-tarefa C2 – Representação de algumas construções

Na representação das construções realizadas, foi possível constatar como é importante o adulto utilizar uma linguagem correta. Por exemplo, o Triceratop tinha feito o contorno do triângulo de 3 peças como se ilustra abaixo e dado por terminada a tarefa, retirando as peças. Quando eu lhe disse “Agora tens que fazer os riscos no meio” ele volta a colocar os dois triângulos pequenos no sítio e faz um risco no meio da representação e não entre as peças, como eu esperava.

Figura 32 - Três etapas da representação do Triceratop: contorno, retirar as peças e “risco no meio”

Os desenhos feitos como representação das construções realizadas foram bastante diversos no que respeita ao rigor do traçado, provavelmente fruto da estratégia utilizada.

Enquanto algumas crianças não se preocupavam que as peças saíssem do sítio, o que originava representações como a do Mário (fig. 33), outras crianças eram bastante cuidadosas, como o Messi (fig. 34). A forma como o Mário contornou as peças terá estado na origem da ausência de representação do ângulo reto do triângulo médio.

Figura 33 - Representação do Mário

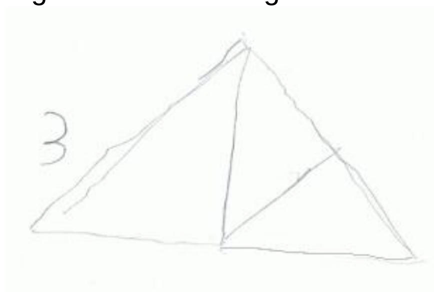


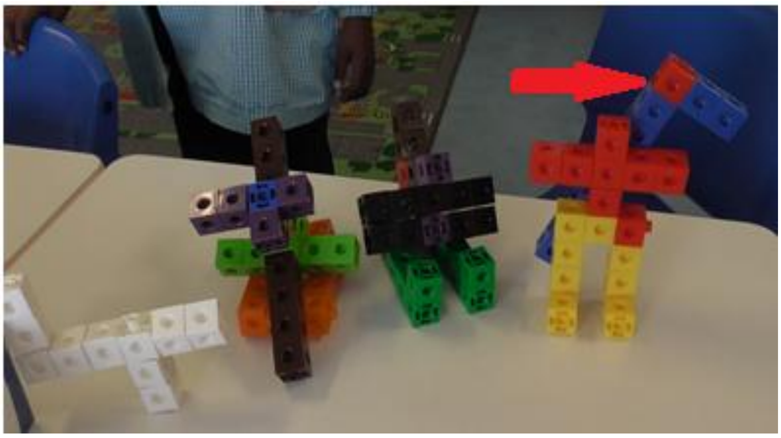
Figura 34 - Representação do Messi

No entanto, todas as representações respeitam a reprodução da posição relativa das peças, sendo possível compreender quais as peças usadas e reconstituir a composição do triângulo com as peças do tangram. Mesmo as representações com um traçado pouco rigoroso apresentam claramente as peças usadas e o modo como foram colocadas em justaposição.

4.3. Tarefa D – Construção de tetracubos, com cubos de encaixe

4.3.1. Sub-tarefa D1 – Construção de tetracubos

Antes de propor a exploração desta tarefa, apresentei às crianças da sala os cubos de encaixe (uma vez que não os conheciam) e durante algum tempo permiti-lhes que realizassem as construções que quisessem, tendo sido construídos vários tipos de robots, alguns com peças que rodavam (assinalada com a seta vermelha) como os que se apresentam a título de exemplo na figura 35.



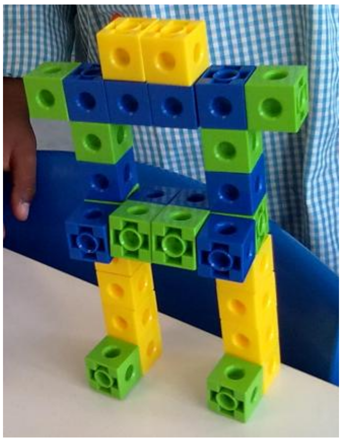


Figura 35 - Robots construídos pelas crianças no tempo de exploração livre do material

A construção mais à direita tem, aliás, a característica de obedecer a um padrão cromático muito concreto, o que evidencia bastante intencionalidade na sua construção. Esta utilização prévia dos cubos tinha como objetivo familiarizar as crianças com as potencialidades das peças.

Para a tarefa a seguir descrita, foi fornecido a cada criança quatro conjuntos de dez cubos de encaixe como os ilustrados na figura 36. Foi-lhes pedido que tentassem encontrar diferentes formas de juntar 4 peças e depois me mostrassem. As crianças estavam na mesa em pares.

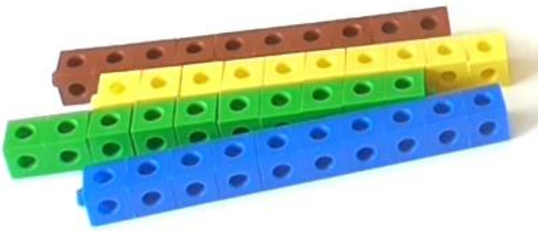


Figura 36- Exemplo do conjunto de peças distribuído a cada criança

Deixei as crianças a realizar a tarefa sem a minha supervisão e rapidamente percebi que enquanto alguns se mantinham focados, outros preferiam brincar com as peças, fazendo pistolas, monstros ou outras construções. Aliás, mesmo construções de 4 peças, realizadas para a tarefa, também podiam servir de arma, como a da figura 37.

Figura 37 - Tetracubo construído pelo Triceratop e a ser usado no jogo simbólico

O Mário e o Max mostraram especial interesse em realizar construções simétricas. Quando lhes perguntava se as construções eram iguais, respondiam-me que não, porque uma estava virada para “aquele lado” (ou seja para a direita) e a outra para o “outro lado”. Aparentemente o conceito de congruência não está ainda suficientemente desenvolvido nem a perceção das relações espaciais para assumirem que apesar do objeto aparecer numa posição diferente, continua a ser o mesmo. Porém, pouco depois dizem expressamente que as duas construções, ilustradas à direita da figura 38, são iguais mas uma está virada para cima e a outra para baixo.

Figura 38 - Construções do Mário e do Max vidadas “para aquele lado e para o outro” e “para cima e para baixo”

Para as ajudar nesta capacidade de visualização, pedi-lhes que virassem a peça (ilustrada em cima à direita) de maneira a terem a certeza que as duas peças eram iguais, ou seja, colocando-as na mesma posição. Assim, foi possível mais tarde fazer com elas um “inventário” das construções que tinham feito e pedir-lhes que as registassem em desenho.

A situação ilustrada na figura 39 gerou algum debate pois é possível transformar uma peça na outra, apenas rodando o encaixe entre os dois conjuntos de dois cubos, permitindo à peça verde transformar-se na preta (e vice-versa). Aliás, esta potencialidade da construção verde foi aproveitada por algumas crianças quando estavam a fazer a sua representação pois assim deixavam de ter problemas com a terceira dimensão…

Figura 39- Construções que se podem transformar uma na outra

A figura 40 ilustra as construções feitas pelo Triceratop e a necessidade de contar quantas peças tinha cada uma, mesmo em construções iguais. No entanto era perfeitamente capaz de escolher entre as suas construções as que eram diferentes.

Figura 40 - Triceratop a contar o número de peças de cada uma das suas construções

Outra situação recorrente quando as crianças estavam a construir os tetracubos prende-se com o facto de utilizarem as peças como se fossem peças dum puzzle como se ilustra na figura 41.

Figura 41 - Construção dum puzzle, pelo Messi

A criação de um contexto (construir o puzzle) para dar significado à tarefa e comparar as peças todas umas com as outras, podem considerar-se como duas estratégias que, do ponto de vista estrutural, as crianças usaram para a resolução deste problema. Pontualmente, durante o processo de construção, as crianças descreviam a aparência do objeto final, como se ilustra no episódio seguinte:

Mário – O meu vai ficar uma escada. Vai p'ra cima e vai p'ra baixo.

Max – E o meu são dois carros. Um vai para ali e o outro vai para o outro lado.

Mário – Mas são iguais. Copiaste!

Max – Não, o meu tem uma peça aqui e o teu não (*aponta para uma parte da sua construção*).

Do ponto de vista processual, estas crianças utilizaram uma estratégia verbal na resolução do seu problema, construindo e dando pistas verbais do que estavam a fazer (Gorgorió, 1998). As construções frequentemente repetiam-se, pois as crianças não estavam especialmente preocupadas em encontrar formas diferentes de unir as peças, mas sim em divertirem-se, só pelo gosto de construir.

De um modo geral, a forma de identificarem se eram ou não congruentes foi através da aplicação de rotações e reflexões, por iniciativa própria ou a meu pedido, mais uma vez verificando-se que as suas capacidades de visualização espacial ainda não estão completamente desenvolvidas, o que tratando-se de crianças de 5 anos, faz todo sentido.

4.3.2. Sub-tarefa D2 – Representação dos tetracubos construídos

4.3.2.1. Tetracubos de um nível

Numa segunda fase pedi às crianças que registassem as construções feitas por todos, procurando não repetir construções iguais. Fazem o contorno e eu digo que têm que marcar as 4 peças. Entre cada peça têm que fazer um risco. A Fada olha para a peça e traça as linhas, resolvendo rapidamente o problema.

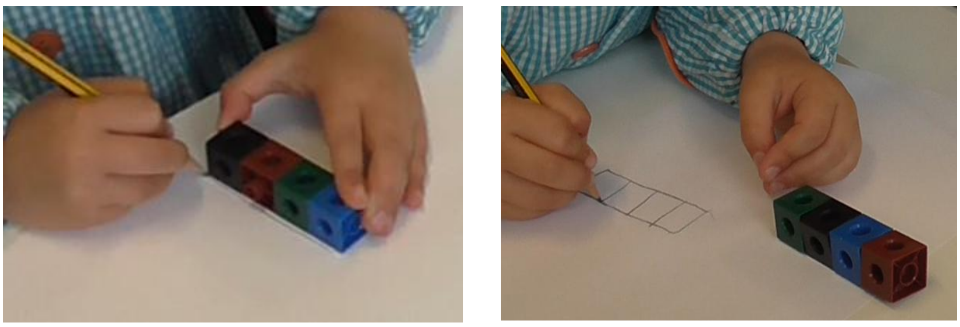


Figura 42 - Fada a contornar a construção e a desenhar, à vista, as linhas entre as peças

Também na representação, duas crianças tiveram necessidade de criar um contexto, realizando uma composição com as peças como ilustram as imagens do Max e da Fada (fig. 43).

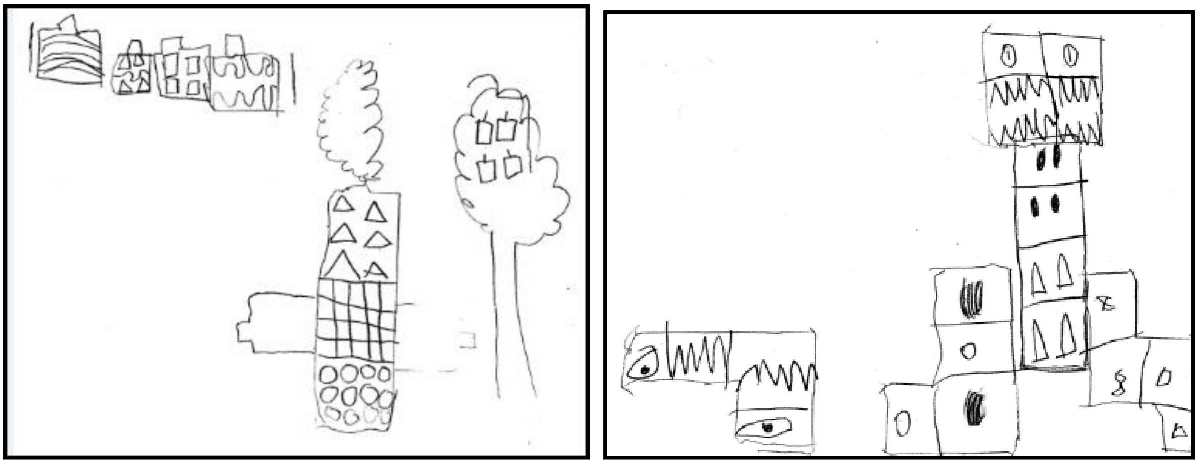


Figura 43 - Representações do Max (à esquerda) e da Fada (à direita)

A Susana, o Messi, o Mário, a Princesa, o Triceratop e a Dalmata apenas fizeram uma pequena marca para representarem a disposição das peças ou um risco. A sua preocupação em registarem fielmente a construção é relativa, estando mais preocupados em realizar a tarefa em si, do que na sua perfeição.

Como já referi, a maior parte das crianças desenharam o contorno da construção e depois os riscos que representavam cada peça, como foi o caso da Susana a quem pertence a folha donde retirei estas 4 representações (fig. 44).

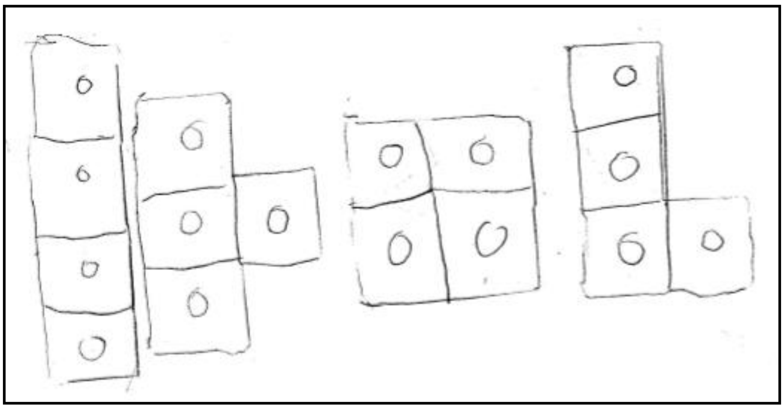


Figura 44 - Representação da Susana, dos tetracubos

A maioria das crianças do estudo realizou as representações das construções sem qualquer intervenção minha, porém, procurei que tomassem consciência da posição relativa dos vários cubos bem como do seu número. A Susana e o Messi ao contarem as peças desenhadas, apercebem-se que têm uma a mais e corrigem (fig. 45).

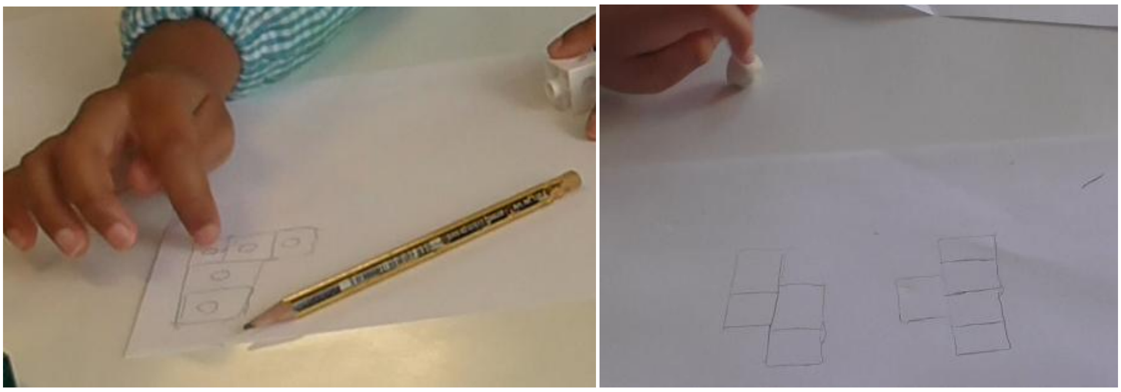


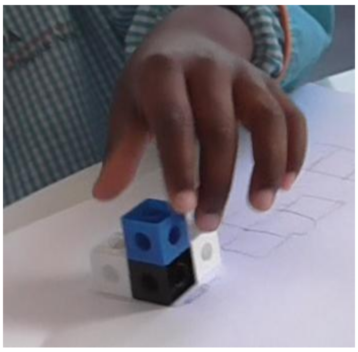
Figura 45 - Susana conta as peças que desenhou e Messi prepara-se para apagar

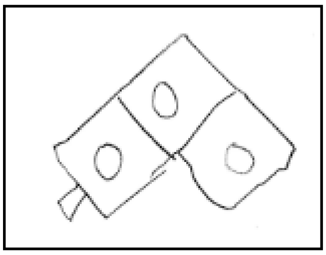
Enquanto as peças a representar assentavam na totalidade na folha, o trabalho era considerado fácil. O problema começou a pôr-se quando uma das peças não estava ao mesmo nível das outras. E então cada criança encontrou a sua solução.

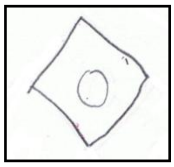
4.3.2.1. Tetracubos de dois níveis

O Max, enquanto estava a desenhar com a construção ilustrada na figura 46 diz:

Max - Oh professora, esta peça não se vai ver muito bem as quatro [*sic*].







A B

Figura 46 - Construção de dois níveis e representação do Max, na frente (A) e nas costas da folha (B)

Quando volto ao pé dele, noto que tinha feito a representação A, pelo que lhe pergunto onde está a quarta peça. Sem hesitação, vira a folha e diz-me:

Max - Está aqui!

Tinha colocado o desenho ilustrado na figura 46 B na parte de baixo de folha exatamente por baixo da peça que estava no canto da construção, evidenciando assim, a compreensão da relação espacial entre a quarta peça e as restantes.

Perante uma construção igual, a Susana opta por desenhar o contorno com as 3 peças apoiadas e depois volta a construção, ficando apenas uma peça em contacto com o papel. O resultado é o ilustrado abaixo (fig. 47) tendo mais tarde explicado que o desenho no canto era o cubo de cima (assinalado com uma seta).

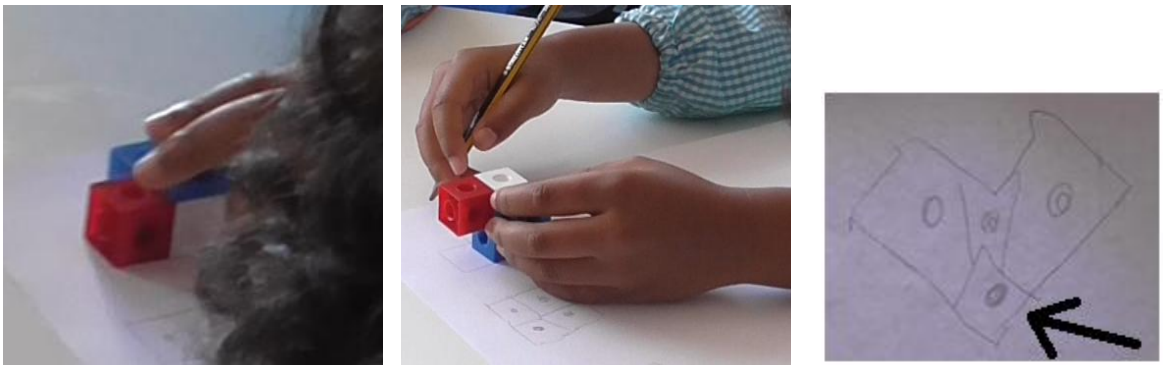


Figura 47 - Susana desenhando o nível inferior e o nível superior da sua construção e respetiva representação final

Já o Messi apresenta a solução ilustrada pela figura 48 para uma das construções tridimensionais, contando na sua representação (como demonstrado) para confirmar o número de peças. Referiu que o 3 era a peça de cima (azul) e que estava em cima da outra.

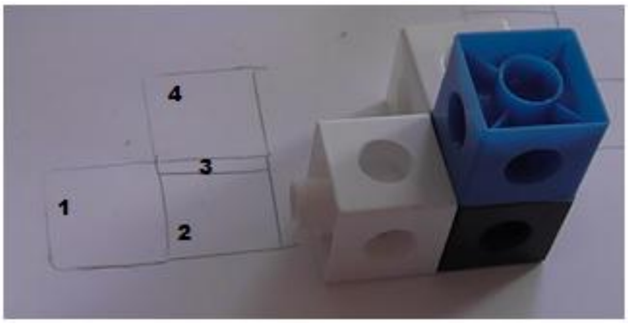


Figura 48 - Representação do Messi com a construção que serviu de modelo

Estas três crianças encontram soluções completamente diferentes a partir do contorno das peças do nível de inferior (mantendo assim a sua relação espacial) e representando cada uma à sua maneira a peça do nível superior.

Uma representação completamente diferente é a da Princesa que, depois de fazer o seu desenho, explica:

Princesa - Eu pus uma por cima e uma por baixo e uma de um lado e outra do outro (*apontando para a construção e para o seu desenho*)

Esta representação (fig. 49) foi feita à vista, não sentindo a criança necessidade de contornar a construção.

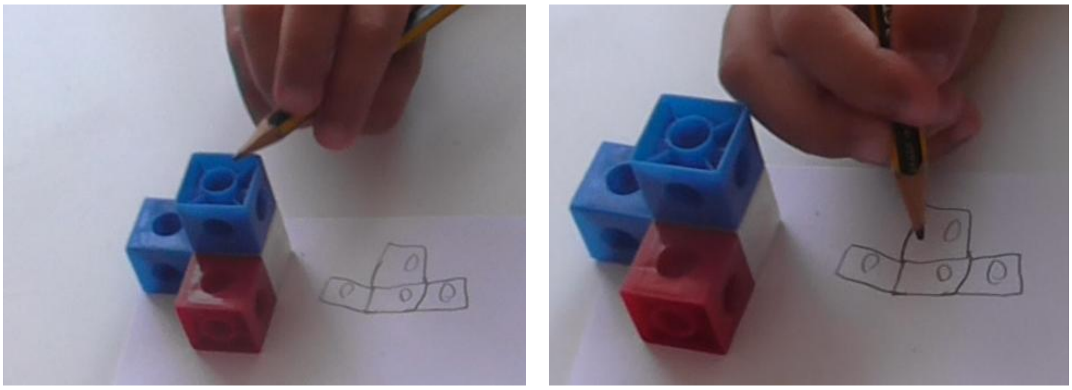


Figura 49 - Representação da Princesa

O ligeiro arco que alinha os três cubos do nível inferior é o único indicador que a Princesa nos dá (juntamente com a sua explicação oral) de que terá alguma consciência da relação espacial entre essas três peças.

A Fada realizou para a mesma construção a representação ilustrada pela figura 50, onde conjugou o contorno de peças (contorno exterior do 1, 2 e 3) com desenho à vista (riscos entre 1-2 e 2-3 e desenho da peça 4). A sua representação revela a perceção da posição do quarto cubo num nível superior, por cima do cubo 2. A Fada revela alguma perceção das relações espaciais uma vez que relacionou as várias partes da construção umas com as outras e com ela própria.

.

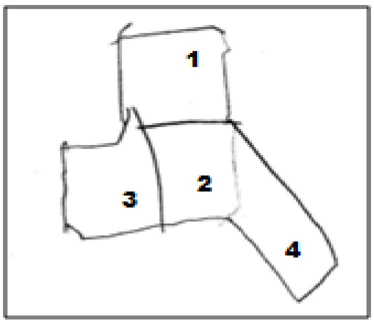


Figura 50 - Representação da Fada

Em contrapartida, o Sonic faz umas representações não levando aparentemente em consideração os dois níveis das peças, utilizando o contorno da construção e desenhando depois as peças no interior, como se ilustra na figura 51.

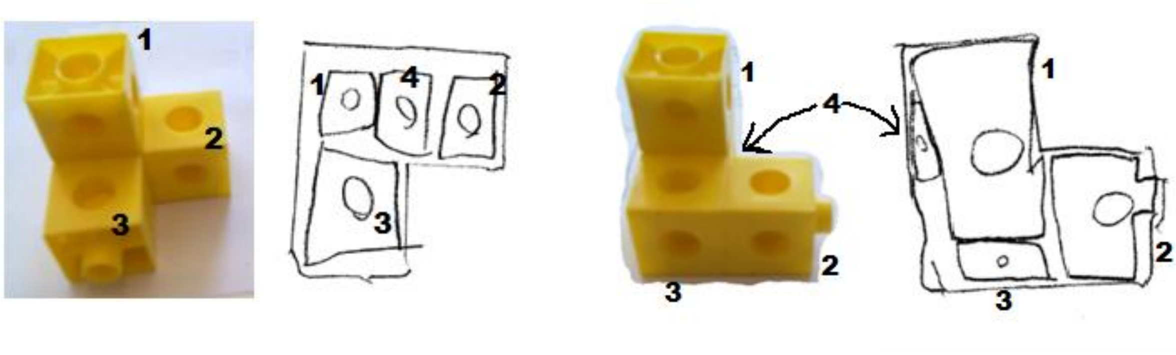


Figura 51 - Representações do Sonic

Perante as representações e as figuras que lhes serviram de modelo, parece-me que a correspondência entre as peças e os desenhos na representação é o indicado pela numeração. Relativamente à representação da direita, e quando questionado se o seu desenho tinha as peças todas, Sonic desenha a peça número 4. Aparentemente não a teria levado em conta e teria assumido que a peça visível no nível superior seria maior, sendo por isso o desenho da peça 1 maior e considerando a peça 3 a da frente. Esta criança atende ao número de peças da construção mas não à posição relativa das peças de baixo.

Para a construção apresentada abaixo, a representação do Triceratop foi a que se ilustra com a figura 52, dizendo explicitamente que o pequeno acrescento era a peça de cima.

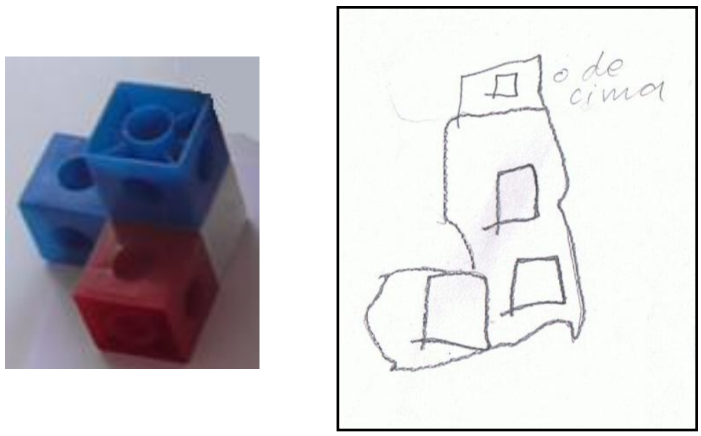


Figura 52 - Representação do Triceratop e construção que lhe esteve na origem

Esta criança realizou sem grande pormenor o contorno das três peças do nível inferior e depois, à vista, desenhou a peça de cima, não respeitando a relação espacial entre esta peça e as do nível inferior.

Outra situação interessante e que se prende, eventualmente, com a dificuldade levantada por estas representações, foi o facto de a Fada ter usado desenhos aparentemente iguais (o que está a apontar e o que tem a seta) para representar construções diferentes, como se pode observar pela figura 53 em que esta criança colocou as construções que tinham estado na origem dos desenhos. Ela parece ter percebido, sem ninguém lhe dizer, que os desenhos eram iguais embora as construções não o fossem. Contudo, não conseguiu explicar porquê.

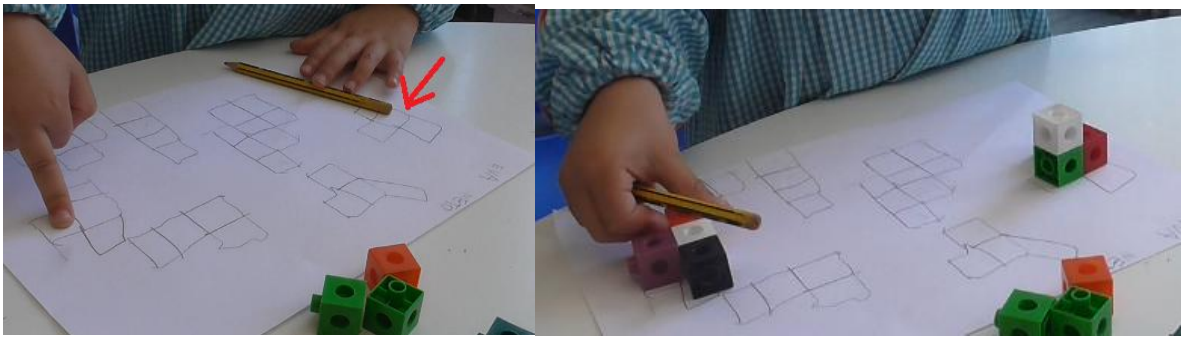


Figura 53 - Representações da Fada e construções que lhes deram origem

4.4. Tarefa E – Construção de quadrados, com o tangram

A construção dos quadrados foi aparentemente mais fácil e mais motivadora do que a dos triângulos, tendo algumas crianças persistido na sua concretização durante muito tempo (quase uma hora) o que as levou a tentarem construções com sete peças.

Inicialmente, eu pedia para me mostrarem um quadrado o que era imediatamente feito pois todas as crianças identificam essa figura geométrica. Em seguida, era pedido que construíssem um quadrado com quaisquer duas peças. A Dalmata e o Messi demoraram um pouco a envolverem-se na tarefa, usando as peças para construírem objetos com significado como casas e setas, como as ilustradas nas figura 54.

Figura 54 - Objetos com significado da Dalmata e do Messi

Então sugeri que, para construírem o quadrado de 4 peças, usassem um triângulo grande, um médio e dois pequenos. Rapidamente o Messi conseguiu fazer o seu quadrado (fig. 55) e quando lhe sugiro para ajudar a colega, diz:

> Messi - Olha, é assim! *(Sem olhar para o seu, coloca o triângulo grande, o médio, um pequeno e o segundo pequeno).*

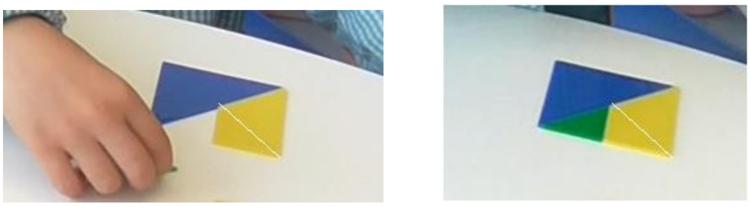


Figura 55 - Construção do Messi

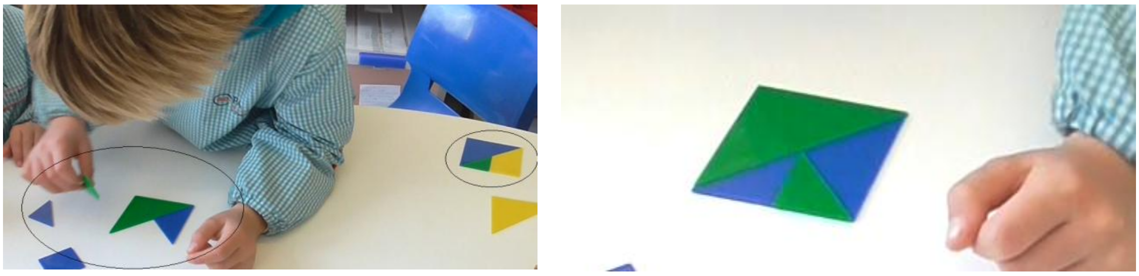


Figura 56 - Construção que o Messi fez para a Dalmata

Ao executar esta tarefa, Messi revela não só boa coordenação visual motora, como igualmente outras capacidades de visualização, nomeadamente memória visual e perceção de posições espaciais. A rapidez com que executou a composição do quadrado com os triângulos indicados por mim parece dever-se à mobilização da composição do triângulo com um médio e dois pequenos, feita antes, aquando da composição dos triângulos, à antecipação de que o quadrado pode ser decomposto em dois triângulos, apresentando um pensamento característico do nível compositor de formas

O par seguinte, Mário e Susana mantiveram-se focados na tarefa bastante tempo (quase uma hora) e assim que conseguiam fazer uma construção, começavam logo a pensar noutra com mais uma peça. Estas duas crianças foram as únicas que observei a terem uma conversa sobre um assunto banal (a razão porque o Mário não tinha vindo na véspera) ao mesmo tempo que tentavam fazer as suas construções.

Ao conseguir fazer o quadrado com 4 peças, o Mário fica extremamente feliz (fig. 57).

Mário – Já fiz! Bingo! (*levanta os braços*).

Figura 57- Contentamento do Mário

A B C

Figura 58 - Experiências do Mário com as peças

Durante algum tempo, o Mário tinha estado a manusear o triângulo grande, os pequenos e o paralelogramo, como que a experimentar a medida dos lados, situação ilustrada pelas figura 58. Como se pode verificar na figura 58C, Mário chega a sobrepor os triângulos como uma forma de comparar os comprimentos dos lados.

Mário revela antecipação ao dizer "Já sei, já sei" quando está a tentar construir o seu quadrado e põe de lado um triângulo para ir buscar um paralelogramo. Acontece a mesma coisa a seguir quando olha para a sua construção e vai buscar um triângulo verde que encaixa perfeitamente (fig. 59), concluindo a construção com um triângulo azul.

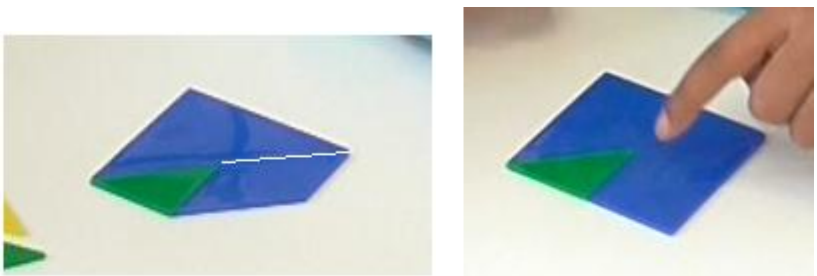


Figura 59 - Continuação das experiências do Mário

Também a Susana revela antecipação quando olha para a construção, vai buscar um triângulo que larga antes de colocar (seta cinzenta) e coloca um quadrado, aqui ainda na sua mão (fig. 60).

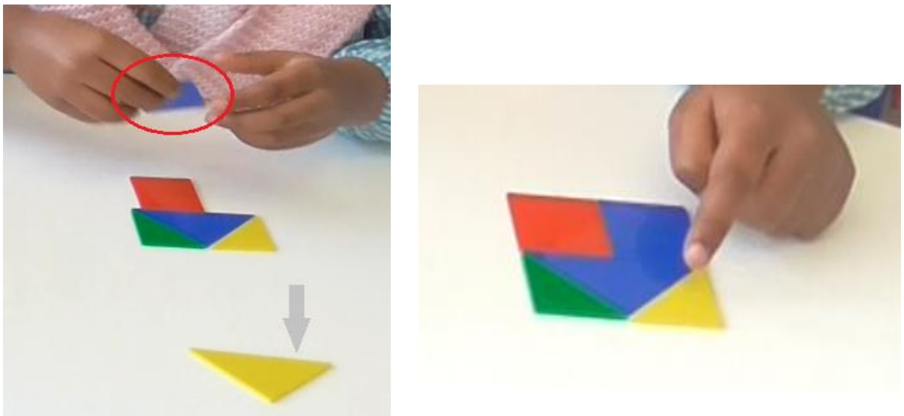


Figura 60 - Construção da Susana

Estas duas crianças, pelo menos em determinadas ocasiões, parecem situar-se no nível compositor de formas, uma vez que com cada vez mais intencionalidade e antecipação combinam formas para completar o puzzle (neste caso um quadrado). Algumas peças são aparentemente escolhidas atendendo aos ângulos e/ou ao tamanho e número dos lados sendo as rotações usadas intencionalmente.

Mas as crianças nem sempre conseguem visualizar as formas das construções à medida que as vão fazendo, uma vez que a sua capacidade de perceção figura – fundo ainda não se encontra bem desenvolvida. Em situações em que o fundo é complexo, (como no exemplo da fig. 61), identificar e isolar mentalmente uma determinada figura revela-se complicado, pelo que a solução é continuar a acrescentar peças… As imagens abaixo refletem a sequência da construção do quadrado feita pelo Mário, bem como os “acrescentos” que colocou.

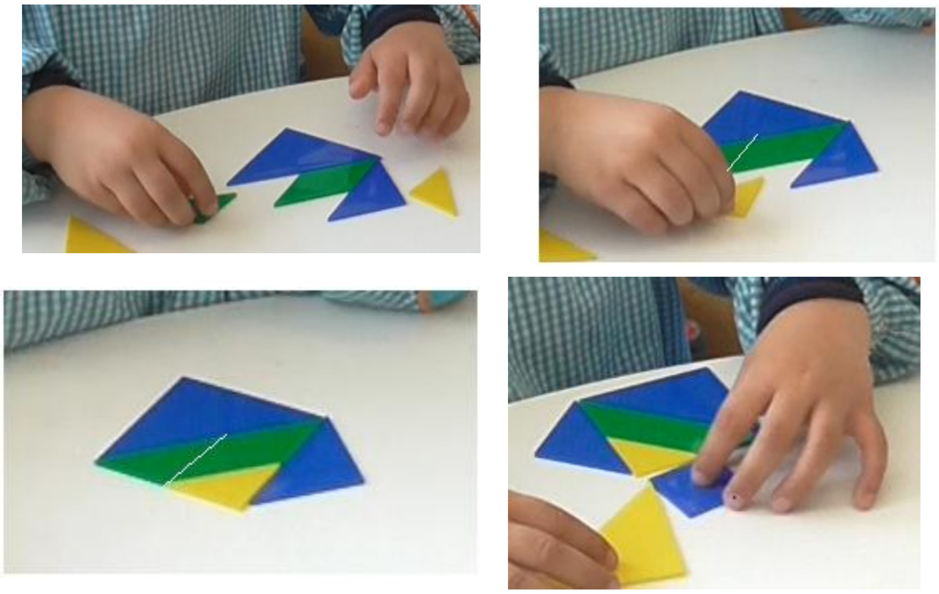
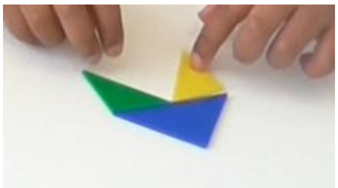
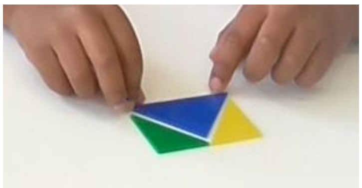


Figura 61 - Sequência da construção do Mário

Esta criança, talvez por não conseguir visualizar o quadrado que tinha construído, desmanchou a sua construção (fig. 62) assim que lhe perguntei se já o tinha conseguido construir! O facto de ter colocado de início o triângulo médio no topo da sua consttrução parece ter-lhe dado alguma rigidez de pensamento pois durante este processo nunca equacionou retirá-lo o que poderá ter dificultado a visualização do quadrado na fase ilustrada na figura 61.

Figura 62 - Mário desmancha a sua construção

O facto de estarem duas crianças a trabalhar ao mesmo tempo e partilharem (por iniciativa própria) as peças, possibilitou que surgissem construções como a ilustrada na figura 63, uma vez que cada conjunto do tangram só tem um quadrado. Foi interessante verificar o processo que a Susana usou para construir este quadrado e que se ilustra na sequência das figuras abaixo. Não tendo ficado contente com a construção ilustrada na figura A visualiza mentalmente a peça, encaixando o triângulo médio na posição (fig. B) e desapontada diz que ficou um retângulo. Ao prosseguir a sua construção, Susana parece evidenciar antecipação da composição do quadrado grande com dois retângulos, (fig. C) compondo o segundo retângulo com dois quadrados pequenos (fig. D)

A B C D

Figura 63 - Sequência da construção da Susana

Talvez por frequentemente na sala pedir para explicarem por palavras o que querem, quando pedi ao Mário para mostrar à Susana como tinha feito o seu quadrado, ele disse:

> Mário - Paralelogramo, triângulo pequeno e outro (*explicando à colega as peças que usou para fazer metade do quadrado, além do triângulo grande para a outra metade. Verificando que a colega não está a conseguir colocar as peças corretamente, propõe-lhe uma sequência de construção específica).* Experimenta colocar o paralelogramo assim (*junta o paralelogramo ao triângulo grande na posição correta e espera que a colega faça o que disse mas Susana parece atrapalhada)* (setas pequenas na vertical). Deitado! (*faz o movimento com a mão, referindo-se à posição do paralelogramo)* (seta grande na horizontal)

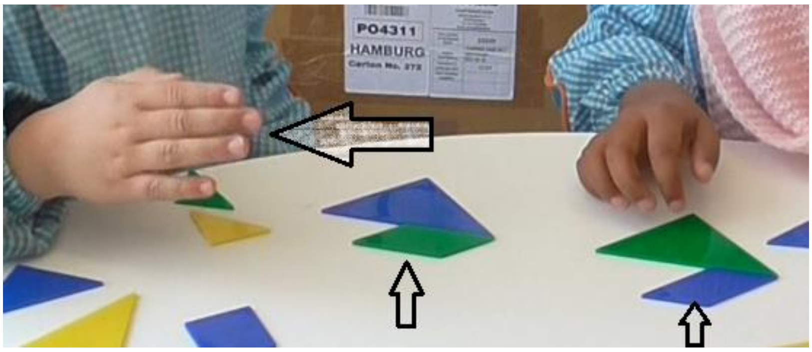


Figura 64 - Indicações do Mário para a Susana construir o seu quadrado

Entre o Mário e a Susana foi também possível observar um discurso bem elaborado quando ele lhe explicou a forma como tinha construído o seu quadrado.

Esta interação entre o Mário e a Susana é reveladora de alguma perceção das relações espaciais e rotação mental, duas das capacidades de visualização descritas na literatura (Del Grande, 1990; Gutierrez, 1996; Matos & Gordo, 1993). No entanto, é possível verificar que estas capacidades não estão completamente desenvolvidas pois ambas as crianças têm dificuldade em alterar a posição do paralelogramo azul. Perante o impasse criado, eu intervenho e digo:

> Invest - O paralelogramo às vezes tem que ser virado assim. Vê se já o consegues pôr *(e volto a peça)*

Imediatamente, a Susana coloca o paralelogramo no sítio e continua a seguir as indicações do colega que a vai ajudando, indicando-lhe as peças a utilizar e o local para as colocar como é ilustrado na figura 65.

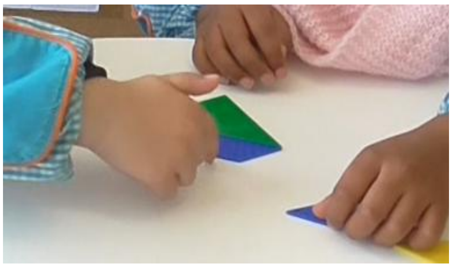


Figura 65 - Mário diz à Susana onde colocar a peça

No final, a Susana não está muito convencida que a sua construção é um quadrado, pelo que a interrogo se realmente é um quadrado e lhe peço para me mostrar quais são os 4 lados. Imediatamente o Mário mostra no seu os 4 lados, enquanto a Susana, com cuidado, vai girando o seu quadrado de forma a ficar com um lado para si. Então, consegue mostrar-me os 4 lados do seu quadrado. Aparentemente a sua constância perceptual, ou capacidade de não se confundir quando o objeto aparece numa posição diferente da habitual, ainda não está suficientemente desenvolvida. Já o Mário, provavelmente porque tinha o lado virado para si, como se ilustra na figura 66, demonstrou maior facilidade em explicitar quais eram os lados do seu quadrado.

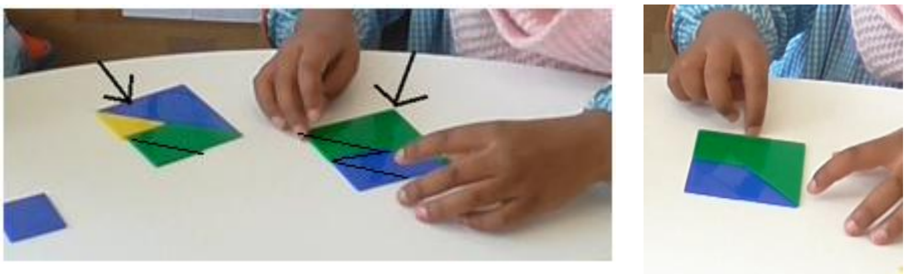


Figura 66 - Susana rodando o quadrado e mostrando os lados do mesmo

Assim que a Susana colocou o quadrado que tinha construído na posição prototípica, também conseguiu indicar onde se encontravam os lados, como demonstra na figura 66.

O desafio seguinte era construir o quadrado com 5 peças. Durante o tempo em que estiveram a tentar realizar a tarefa, foi possível observar o processo de escolha das peças e a sua colocação, fazendo uso inclusivamente de informação aprendida para resolver o seu problema, como foi o caso da Susana a virar o paralelogramo, como se ilustra na sequência de imagens abaixo (fig. 67). Assim, Susana, ao verificar que o paralelogramo não encaixa, aplica a reflexão à peça, visualizando antecipadamente o efeito dessa reflexão em termos do encaixe pretendido.

Figura 67 - Tentativas de construção da Susana

Esta intencionalidade aponta para a inclusão destas crianças na categoria de compositor de formas.

Após algum tempo em que deixei as crianças tentarem, apresentei um modelo e, deixando-o à vista, perguntei se eram capazes de fazer igual. Imediatamente respondéram que sim e começaram a tentar. Cada um usou uma sequência diferente mas terminaram os dois praticamente ao mesmo tempo, tendo demorado uns incríveis 40 segundos na execução da tarefa, escolhendo e colocando cada peça no seu lugar. Esta foi a sequência do Mário:

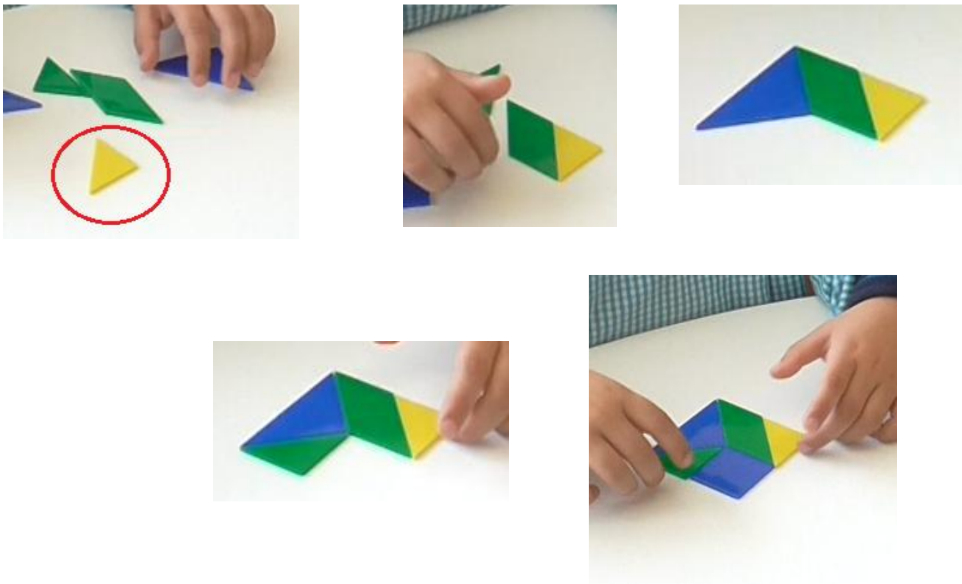


Figura 68- Sequência para construção do quadrado, do Mário

E esta a da Susana:

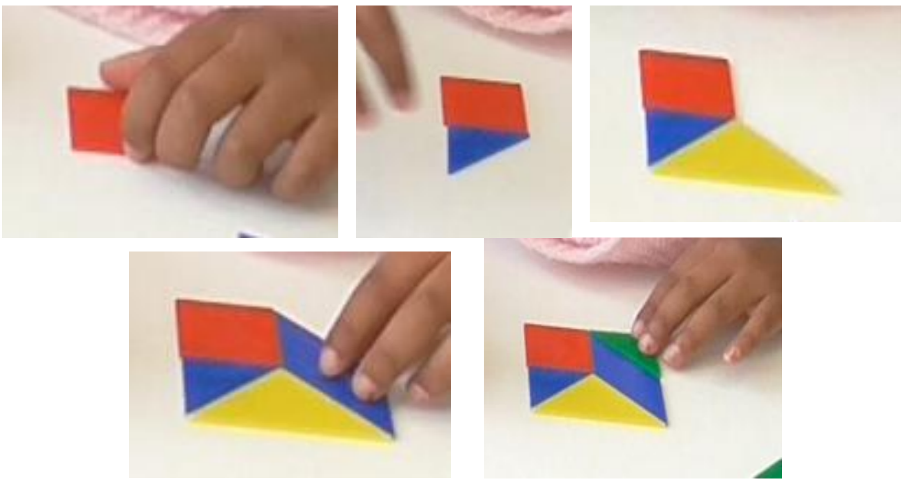


Figura 69 - Sequência da Susana

Após fazerem um breve intervalo, a Susana e o Mário pedem para continuar a construção dos quadrados, dizendo que têm que fazer o de 6 (ou seja, seis peças). Nesta altura, apenas a Susana estava focada na tarefa, enquanto o Mário se divertia a fazer construções de bonecos como a da figura 70, mas também a encontrar relações de seriação de tamanho entre os triângulos.

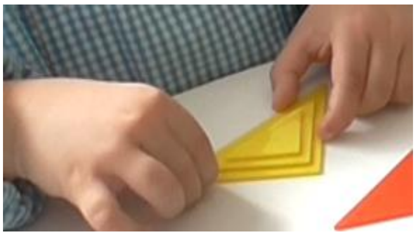
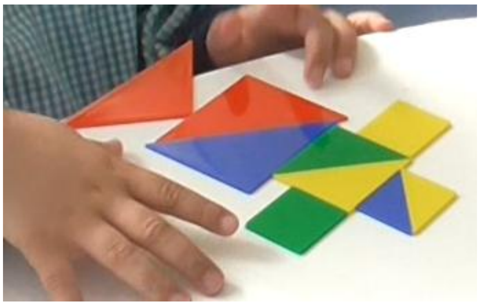



Figura 70 - Construções do Mário

Então, a Susana consegue fazer um quadrado com 6 peças, usando triângulos de mais de um conjunto, como está ilustrado na figura 71.

Figura 71 - Quadrado da Susana

Finalmente, e usando o modelo da tampa da caixa dos tangrans, a Susana consegue fazer o quadrado das 7 peças. Porém, ao rodá-lo, desmancha-o e já não consegue voltar a fazê-lo. São construções bastante complexas e como tal difíceis de replicar.

4.5. Tarefa G – Ditado de uma construção, com cubos de madeira.

Previamente à apresentação da tarefa, as crianças puderam brincar livremente com as peças e verificar que, apesar de não encaixarem, podiam ser empilhadas com alguma facilidade. Mais uma vez as construções realizadas eram figurativas como as exemplificadas nas figuras 73 e 74.

Figura 72 – "Cemitério dum cão salsicha", do Max.

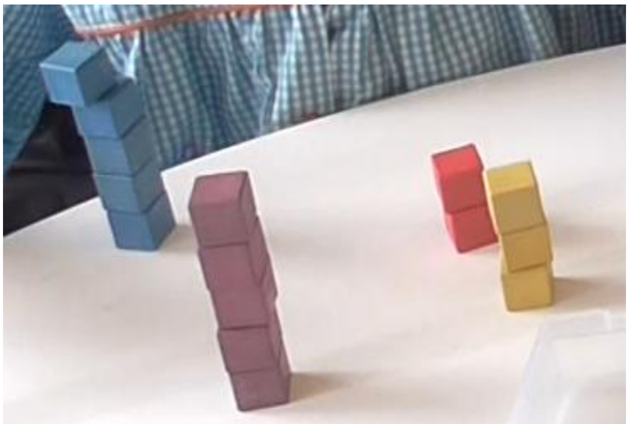


Figura 73 – "Coisas de luzes, às cores", da Susana.

Quando começaram a fazer os "ditados" foi notória a diferença de abordagem que cada criança manifestou. Assim, enquanto umas levavam a sério o facto de não poderem ver a construção que o colega tinha feito, outras não perdiam uma oportunidade para espreitar, mais ou menos descaradamente, mas sempre negando, tanto ao colega como a mim.

O primeiro par a realizar esta tarefa foi o Messi e a Dalmata. A Dalmata fez a construção ilustrada pela figura 74 que o Messi conseguiu reproduzir da forma que se pode observar na figura 75.

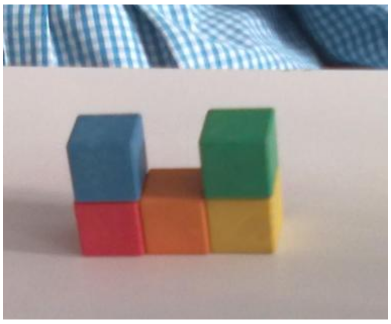


Figura 74 – Construção inicial da Dalmata

Figura 75 – Construção final do Messi

A construção demorou algum tempo, uma vez que a mensagem não estava a ser convenientemente entendida. Apresento a seguir as indicações da Dalmata ao Messi, bem como as várias fases da construção.

Tendo pedido à Dalmata para dizer ao colega que peças ele ia precisar, ela diz devagar e espera que o colega tire as peças que referiu:

Dalmata - Uma vermelha, uma laranja, uma amarela, uma azul, uma verde.

Messi coloca todas as peças alinhadas (da direita para a esquerda), como se observa na figura 5. Perante o olhar da colega, percebe que não é assim e diz:

- E agora?

Figura 76 – Peças alinhadas pelo Messi, como a Dalmata referiu

Dalmata - Agora tens que fazer um vermelho em baixo, no meio o laranja. E o amarelo ao lado do laranja, o verde em cima do amarelo e o azul em cima do vermelho.

A B C

Figura 77 – Fases da construção realizada pelo Messi

Messi vai colocando as peças uma a uma (como mostram as figuras 77A a 77C) e tentando espreitar para ver a construção que a colega tinha feito, mas quando ouve a referência à peça azul fica sem perceber e pergunta:

Messi - O azul em cima do vermelho? Como é que é em cima?

A Dalmata levanta o braço, mas como o colega não percebe, aponta para o cubo azul e a face superior do cubo vermelho. Então Messi coloca a peça no local correto. A Dalmata acrescenta:

Dalmata - Isto está bem, estes dois não (*e aponta para os cubos verde e amarelo*); (situação ilustrada na figura 78); (*Messi retira-os para o lado*).

Figura 78 - Interação entre o Messi e a Dalmata

Dalmata - Agora tens que virar os cubos assim e tens que por este amarelo ao lado (*enquanto faz um movimento de rotação de 90º para a direita com a mão*).

Messi - Ao lado de qual?

Dalmata - Ao lado do laranja e depois esse em cima.

Depois de rodar a construção, Messi coloca o amarelo na posição que a colega esperava e o verde em cima do azul, o que faz com que a colega diga:

Dalmata - Não, o verde em cima do amarelo.

Quando a construção está concluída, eu retiro a caixa que estava a servir de barreira à visão do Messi, que diz:

Messi- Ah, eu pensava que estava assim… (*e deita as peças em cima da mesa, acrescentando)* Deitadas.

Apesar da construção final ser um espelho da inicial, ambos os intervenientes consideram que está bem, pelo que não faço nenhum comentário. Isto ficou a dever-se ao facto da Dalmata ditar seguindo uma ordem da direita para a esquerda, enquanto o Messi a construiu seguindo a ordem inversa, uma vez que a Dalmata não deu qualquer indicação da relação de lateralidade entre as peças – direita/esquerda. Aparentemente a Dalmata ainda se debate com alguma falta de perceção das relações espaciais, uma vez que, ao ver a forma como o colega colocava as peças, não conseguiu relacionar a posição das peças consigo própria, mantendo no entanto as relações entre elas. Dalmata deu indicações topológicas adequadas, usando o vocabulário "em baixo", "no meio" "ao lado" e "em cima" com referência às cores distintas dos cubos. A expressão "em cima" revelou-se ambígua pois Messi entendeu essa instrução colocando os cubos todos no mesmo nível e não no nível superior, tal como ele evidencia. Ambas as crianças revelam dominar as relações topológicas básicas apesar de o processo de descodificação das instruções não ter sido imediato. Para corrigir a construção inicial de Messi, Dalmata usa os gestos de apontar para os cubos.

A seguir foi a vez do Messi ditar a sua construção à Dalmata. A postura desta menina manteve-se igual do princípio ao fim: escondeu a cabeça nos braços enquanto o colega realizava a construção e não tentou espreitar nem uma única vez!

Quando concluiu a construção, Messi disse à colega que peças tinha utilizado mas esta, em vez de as colocar ordenadas, colocou-as ao acaso em cima da mesa, como se pode observar na figura 79A.

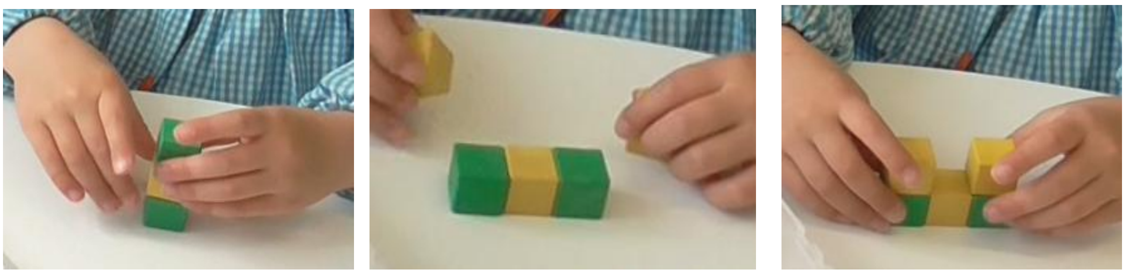
A B

Figura 79 – Início da construção da Dalmata

Messi começou então a ditar:

> Messi - Amarelo por baixo, verde por cima (*vai olhando o que a colega está a fazer e continua)* Verde em baixo.

Dalmata coloca a segunda peça verde como é apresentada na figura 79B o que leva Messi a dizer um pequeno "Não" o que a leva a colocar a peça verde por baixo da amarela, o que também não merece a aprovação do Messi. Então a Dalmata faz uma sequência de construções, ilustradas pela figura 80 (A a C), sem indicação do Messi.

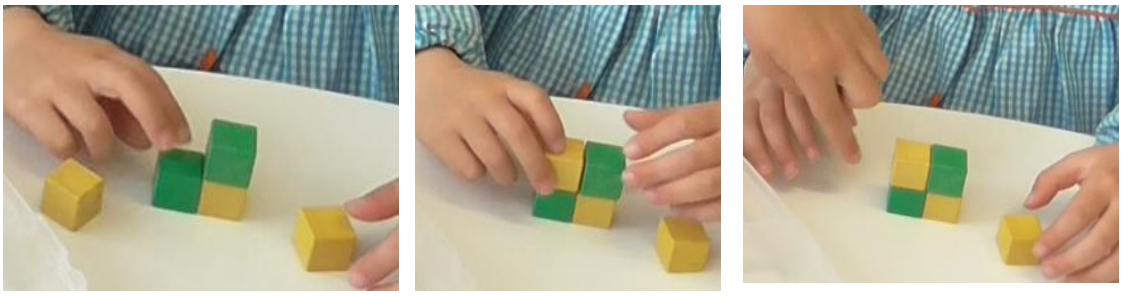


A B C

Figura 80 – Sequência de construções da Dalmata

Nesta altura o Messi só dizia "não, não" e tentava colocar ele as peças no sítio. Então sugeri que começassem do princípio, o que fizeram.

Messi - A amarela por baixo, a verde em cima da amarela. Agora a verde ao lado da amarela, cá em baixo, o amarelo em cima do verde (*aponta para o lado direito da construção, permitindo-lhe assim terminar a construção de modo a ficar igual à sua*). (Esta sequência encontra-se ilustrada pela figura 81).



A B C

Figura 81 – Fase final da construção da Dalmata

Pela descrição acima é fácil de perceber que as interações entre os pares (quem ditava e quem representava/construía) eram compostas não só de palavras mas também muito de ações. Também é possível constatar que as crianças usavam essencialmente os gestos para indicar o lugar das peças e também expressões topológicas como “por baixo”, “por cima”. “ao lado”. Apesar do Messi reconhecer em si (e nos outros) a esquerda e a direita, nunca usou tais termos, provavelmente porque resolvia a situação apontando. Também nunca existiu nenhuma referência à forma do cubo na construção, nem às duas camadas com que o mesmo foi construído. Esta criança demonstra uma boa capacidade de visualização espacial no que respeita à memória visual (da segunda vez que ditou a construção à colega, nunca olhou para a sua) e à perceção das relações espaciais (pois foi capaz de relacionar as várias peças consigo próprio e entre elas). O facto de ditar a sua construção da esquerda para a direita e dizer (por gestos) à Dalmata qual a direção que tinha que seguir para colocar as peças, fez com que quando “estavam a entender-se” a construção demorou muito pouco tempo a ficar concluída.

O par seguinte foi o Max e o Triceratop.

Ao longo da descrição deste ditado, algumas figuras apresentam uma seta preta e/ou uma seta branca. A seta preta procura ilustrar a perspetiva que o Max tinha da construção; a seta branca, a perspetiva que o Triceratop tinha dessa mesma construção, o que me parece ter condicionado a sua própria construção.

Combinaram que iam usar cinco peças vermelhas e o Max começou a ditar a construção ilustrada na figura 82.

Max - Duas dum lado, uma no meio e duas do outro lado.

Triceratop - Duas quê? *(muito baralhado).*

Max - Duas dum lado, uma no meio e duas do outro lado... assim deitado (*fazendo com o dedo uma linha horizontal em cima da mesa, à vista do colega*).

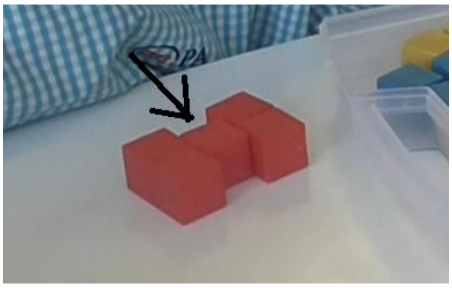


Figura 82 – Posição do Max face às peças, quando começou o ditado

Como o Triceratop não começava e continuava com cara de quem não percebia, Max, depois de se certificar que eu não estava a olhar, resolveu reproduzir a sua construção com outras peças, à vista do colega, como apresenta a figura 83, desmanchando-a logo a seguir.

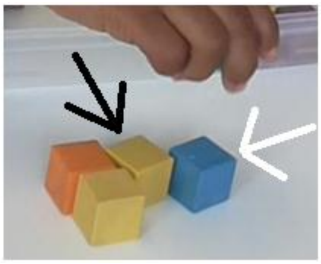


Figura 83 – Construção rápida do Max

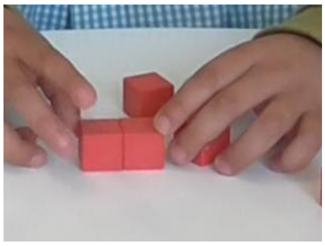


Figura 84 – Início da construção do Triceratop

Então o Triceratop começou, um pouco a medo, a reproduzir a construção que o colega lhe estava a ditar. Parava (figura 85A), perguntava se era ali (figura 85B) e finalmente deu a construção por terminada, como se ilustra na figura 85C.

A B C

Figura 85 - Sequência da construção do Triceratop

Ao ver a construção do colega, Max juntou os dois cubos que tinham ficado ligeiramente afastados, como se ilustra na figura 86. Só então é que diz:

Max - Professora, já acabamos!

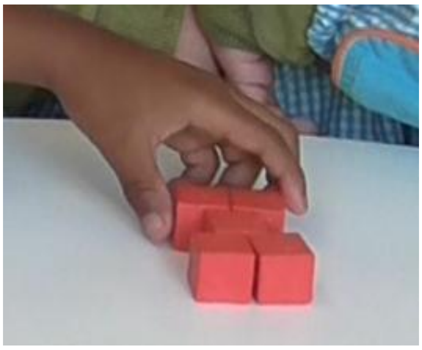


Figura 86 – Max junta as peças

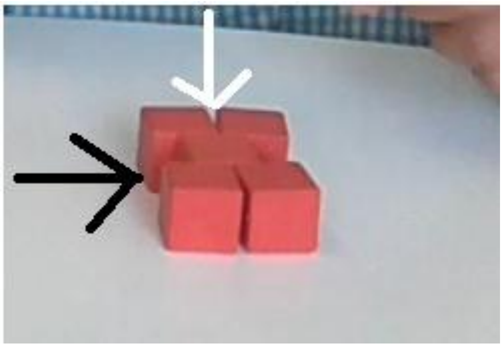


Figura 87 – Construção final do Triceratop

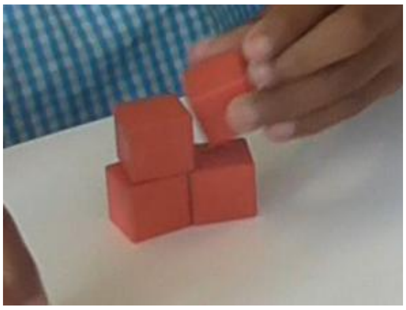
Na construção final do Triceratop, a seta branca indica a sua perspetiva e a seta preta indica a do colega.

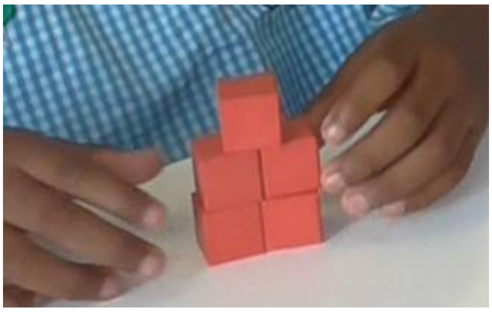
Como é possível perceber pela descrição e pelas imagens apresentadas, as construções do Max e do Triceratop eram iguais se não atendermos à posição da construção relativamente a cada criança. No entanto, se considerarmos que o Max via a construção do Triceratop na mesma posição que a sua, podemos considerar que apresenta uma boa discriminação visual, uma vez que foi capaz de comparar as duas construções, identificando semelhanças e diferenças. Quanto à perceção das relações espaciais, podemos igualmente pensar que está presente no seu raciocínio pois foi capaz de relacionar as duas construções uma com a outra e consigo próprio. Quanto ao Triceratop, manifestou alguma dificuldade em realizar as indicações que Max lhe dava, também não se revelando capaz de pedir instruções mais concretas.

Figura 88 - Construção inicial do Triceratop

A seguir foi a vez do Triceratop ditar a sua construção para o Max. Mantendo as cinco peças vermelhas, o Triceratop fez a construção ilustrada pela figura 88, ditando-a do seguinte modo:

Triceratop - Duas em baixo, duas em cima e … uma em cima.





A B

Figura 89 - Duas fases da construção ditada pelo Triceratop e realizada pelo Max

Rapidamente o Max colocou as peças na posição correta, como se apresenta na figura 89A e B. O Triceratop concluiu:

- É um robot!

Mais uma vez se constata a necessidade que algumas crianças têm de atribuir um significado figurativo às suas construções, o que se poderá justificar atendendo à idade. Neste caso, a mensagem foi perfeitamente descodificada, tendo o Max percebido que se tratava de uma construção em altura. O facto do Triceratop não ter dito o local exato da peça que estava no cimo da construção parece não ter atrapalhado o Max que a colocou no meio, como que procurando alguma simetria/harmonia no que estava a realizar.

Como esta construção foi muito rápida, pediram para fazer mais uma, o que aceitei. Então o Triceratop fez a construção ilustrada pela figura 90 com os mesmos 5 cubos vermelhos e começou a ditá-la:

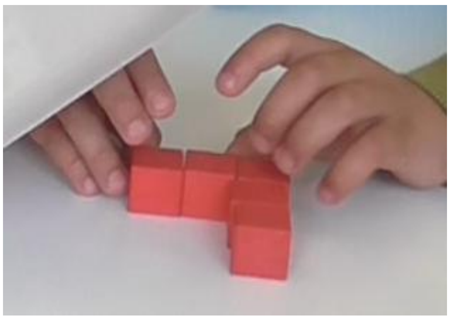


Figura 90 - Construção inicial do Triceratop

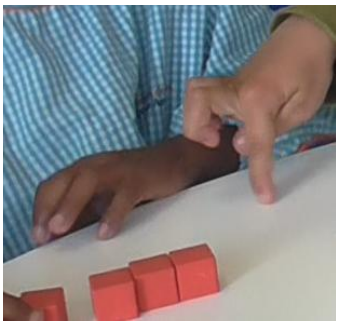


Figura 91 -Triceratop a mostrar o sentido

Triceratop - Três linhas e duas… em baixo. Quer dizer, ao lado *(estende o braço direito para a direita).*

Triceratop - Três linhas e duas peças ao lado.

O Max começa a colocar as peças numa linha horizontal e o Triceratop procura ajudá-lo, mostrando o sentido da linha com o dedo, como se ilustra na figura 91. O Max não percebe e coloca as peças em duas linhas horizontais (cf. Figura 92) mas quando ouve o “Não!” do colega desmancha a sua construção e espera por melhores indicações. Então o Triceratop diz:

- Para aqui, as três linhas – e desenha novamente uma linha vertical com o seu dedo, como se procura ilustrar com a seta tracejada da figura 93.

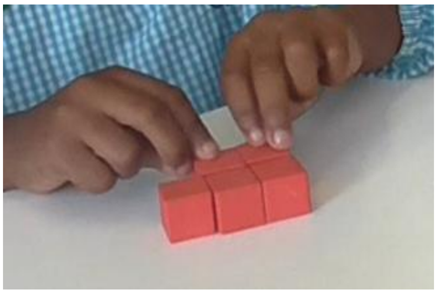


Figura 92 – Início da construção do Max

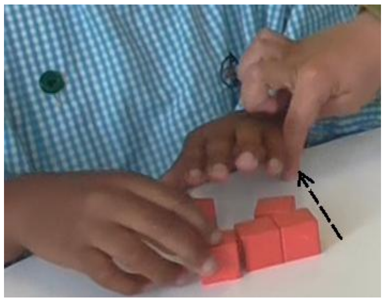
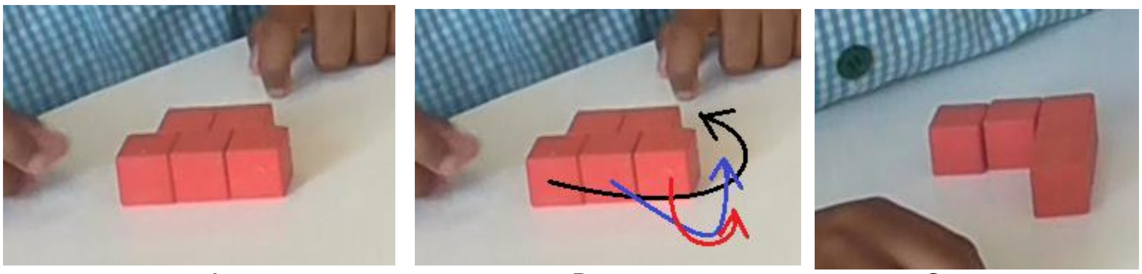


Figura 93 – Triceratop a desenhar a linha



A B C

Figura 94 – Fase inicial de reconstrução, deslocações dos cubos e figura acabada do Max

Então o Max coloca as peças na posição ilustrada na figura 94A, realiza os deslocamentos registados na figura 94B (primeiro o preto, depois o azul e finalmente o vermelho) e fica com as peças na posição que a figura 94C documenta. Terminada a movimentação dos cubos pergunta:

- É assim?

- Sim! É isso! – diz entusiasmado o Triceratop.

As indicações imprecisas do Triceratop provocaram dificuldades de entendimento de como fazer a construção por parte de Max. Triceratop refere “três linhas” para designar os três cubos. O entendimento de Max em relação à explicação do colega levou-o a colocar dois cubos por baixo, no mesmo nível. Assim Triceratop precisa de exemplificar com os gestos a que se refere.

As duas construções finais ficaram exatamente na mesma posição, ou seja, o Triceratop tinha a base do “L” voltada para si, enquanto o Max tinha a ponta inferior direita do “L” voltada para si. Mais uma vez parece que para as crianças é mais importante que as duas construções fiquem na mesma posição (como se se tratasse de uma translação) do que a construção do colega fique com as mesmas relações espaciais que a que construíram tem para eles (teria que ser uma translação seguida de rotação, uma vez que a mesa em que estão sentados é circular). Isto revela uma aparentemente fraca constância percetual, o que eventualmente poderá ser explicado pela sua idade. Porém, as deslocações que o Max executou nesta sua tarefa poderão indiciar alguma capacidade de rotação mental, uma vez que aparentemente visualizou as peças em movimento pois realizou as três deslocações de seguida.

As últimas duas construções foram realizadas pela Susana e pelo Mário, sendo a Susana a primeira a ditar a sua construção (ilustrada com a figura 95) ao Mário.

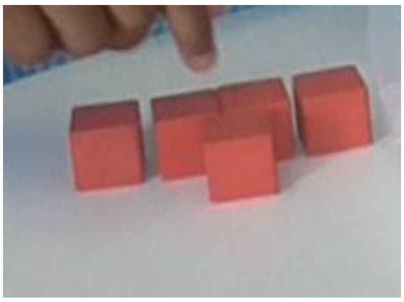
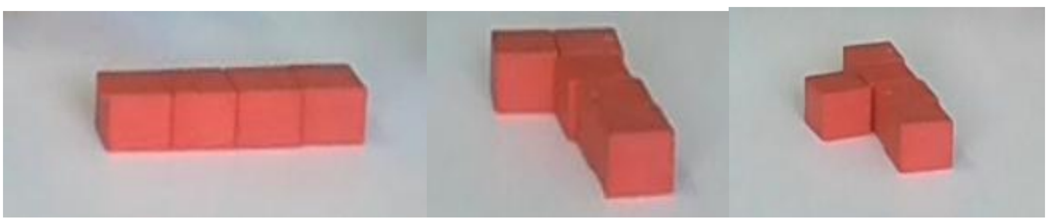


Figura 95 – Construção linear inicial da Susana

Susana - Tem uma linha com quatro peças. Na mesa, e uma em baixo.

Mário - Em baixo? (*continua)* é uma linha com 4 peças?

Susana.- Sim.



A B C

Figura 96 – Fases da construção do Mário

A Susana ao dizer “na mesa” estava a indicar que as peças estavam todas ao mesmo nível da mesa. Ao acrescentar “uma em baixo” eventualmente estaria a tomar o ponto de vista do colega, para o ajudar melhor.

O Mário realiza a sequência apresentada nas figuras 96 e termina, uma vez que a Susana diz que está bem, contando as peças para se certificar que tem o número adequado.

Nesta situação, a Susana não se revelou muito empenhada nem tão faladora, como é seu costume. Quanto à construção realizada pelo Mário não se encontra na mesma posição que a sua, nem na mesma posição relativa. Também as indicações que deu foram eventualmente complexas, pelo que o Mário teve alguma dificuldade em compreendê-las.

Quando foi a vez do Mário ditar uma construção (cf. figura 97), optou por utilizar peças verdes e laranjas e apenas quatro, dizendo:

- Uma laranja em cima, outra laranja em baixo, uma verde dum lado e a outra verde do outro.

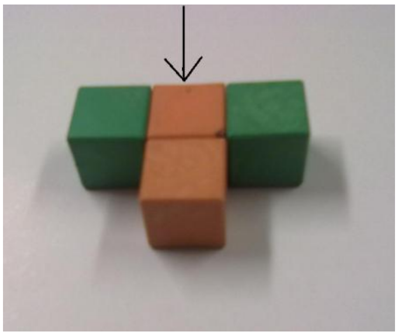


Figura 97 – Construção realizada pelo Mário, indicando a seta, a sua perspetiva

Mais uma vez foi necessário clarificar se era uma construção no plano, na mesa, ou no espaço. Estes conceitos tinham sido introduzidos logo após a primeira construção realizada, quando o Messi referiu que pensava que a construção era “deitada”. Porém não registei nenhuma criança que os tivesse utilizado sem a minha intervenção, apesar de termos feito alguns jogos em que esses conceitos ajudavam a clarificar as situações.

Susana – É na mesa?

Mário – É, é!

Após este esclarecimento a Susana realizou a construção ilustrada pela figura 98 que o Mário considerou correta.

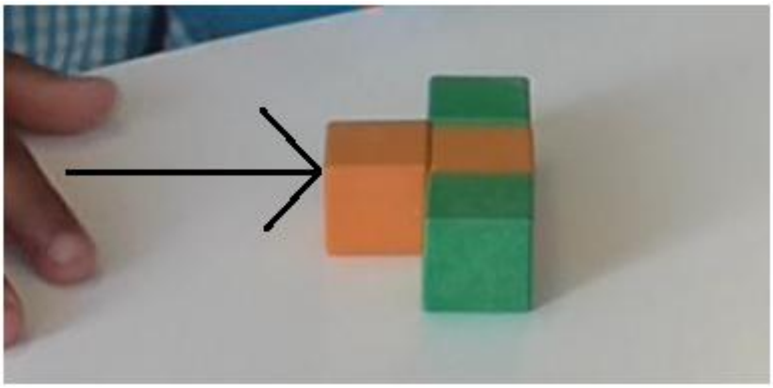


Figura 98 – Construção realizada pela Susana, indicando a seta, a sua perspetiva

Neste caso, o Mário não se preocupou com a localização das peças verdes pois na sua construção estavam ao lado da peça laranja de baixo e na da Susana estavam ao pé da peça laranja de cima.

Pelo que conheço delas, considero que estas duas crianças têm boas capacidades de visualização que talvez se tenham manifestado na simplicidade das construções realizadas. Tanto uma como outra ditaram a construção ao colega praticamente sem olharem para a sua, o que revela alguma memória visual.

Quanto à discriminação visual, todas as crianças a revelam, sendo capazes de identificar semelhanças ou diferenças entre as construções que fizeram e depois a que os colegas realizaram.

Ao longo desta tarefa, foi interessante verificar que todas as crianças se empenharam, na medida das suas capacidades, em transmitir a mensagem de modo a que o colega conseguisse replicar a construção corretamente. Em nenhuma ocasião deram instruções erradas, procurando responder às questões dos colegas.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

Terminada a análise dos dados, é importante revisitar as questões colocadas e perceber como foram (ou não) respondidas.

O presente estudo procurava compreender como crianças de 5 anos, numa sala de Jardim de Infância, usam a visualização na resolução de problemas geométricos. De acordo com este objetivo foram formuladas as seguintes questões:

- Que estratégias usam as crianças na composição de figuras bi e tridimensionais?
- Como descrevem figuras bi e tridimensionais?
- Como representam as construções geométricas realizadas?
- Que interações são desenvolvidas durante a resolução dos problemas geométricos?
- Que dificuldades apresentam na resolução dos problemas geométricos?

As várias tarefas apresentadas foram de natureza e dificuldade diversas, embora todas se centrassem no tema Geometria. De um modo geral, despertaram interesse e envolvimento das crianças que prontamente as executavam, mantendo-se, para algumas tarefas, quase uma hora envolvidas na sua concretização.

Procurei apresentar tarefas que fizessem apelo à visualização espacial com vista à resolução de problemas pois, de acordo com Mendes e Delgado (2008) estas experiências desenvolvem noções geométricas importantes como a congruência e a semelhança. Na tarefa de construção com os cubos de encaixe foi possível constatar que as crianças rodavam e viravam as construções realizadas de modo a perceberem se eram congruentes com outra já realizada.

5.1. Estratégias utilizadas

Na composição de figuras, as crianças utilizaram a estratégia de tentativa-erro em todas as tarefas de construção. Porém, também revelaram alguma antecipação nas suas ações, uma vez que nas tarefas de composição escolhiam uma determinada peça e não outra, o que é adequado para a sua faixa etária, de acordo com a perspetiva apresentada por Sarama e Clements (2009). Esta antecipação também transparecia quando diziam para si próprios ou para o par "Já sei, já sei!" ou ainda quando abanavam a cabeça negativamente e apontavam para uma construção, como que a dizer ao par que não valia a pena continuar porque a construção seria uma repetição de outra já existente. As ações em que foi utilizada a estratégia tentativa-erro, foram elas próprias uma fonte de aprendizagem: ao explorarem as propriedades das formas e as relações entre os lados das peças, as crianças, mais tarde, conseguem perceber que peça colocar, revelando que a ação constrói o pensamento.

A situação inversa também foi observada nos desempenhos das crianças. Após um primeiro período de familiarização com os materiais, as crianças demonstravam antecipação na escolha das peças ou do local onde as iam colocar. Quando os desafios eram mais exigentes (porque já estavam várias construções feitas ou porque tinham que usar mais peças na construção que estavam a realizar) recorriam à estratégia tentativa-erro, uma estratégia menos sofisticada mas que lhes permitia encontrar algumas novas soluções.

Na composição do hexágono, todas as crianças conseguiram fazer a totalidade das soluções. Pelos seus desempenhos parecem situar-se entre os níveis "construtor de figuras" e "compositor de formas". Nalguns desempenhos específicos a Fada e a Dalmata apresentam características do nível "compositor de substituição", conforme são apresentados por Sarama e Clements (2009). Assim, situam-se no nível construtor de figuras as crianças que conseguem colocar as peças de um modo contíguo e usam a estratégia tentativa/erro, não antecipando a criação de novas figuras geométricas. No nível compositor de formas situam-se as crianças que são capazes de antecipar a escolha das peças ou a rotação necessária para encaixar no local pretendido. Embora ainda não atendam aos ângulos, já são capazes de ter em conta o tamanho dos lados. No nível compositor de substituição situam-se as crianças que deliberadamente formam unidades compostas, reconhecendo e usando relações de substituição entre as formas, como aconteceu ao usarem dois triângulos em vez de um losango (no caso dos blocos-padrão) ou vice-versa. Embora os autores falem em níveis de pensamento, com crianças desta faixa etária é através do desempenho que podemos aceder aos seus pensamentos, pois como averiguamos no presente estudo, as crianças tendem a falar pouco quando a tarefa é exigente, nomeadamente do ponto de vista da visualização.

A construção de triângulos com o tangram é uma tarefa bastante exigente do ponto de vista de algumas capacidades de visualização (Del Grande, 1990; Gutierrez, 1996;

Matos & Gordo, 1993) nomeadamente a perceção figura-fundo, constância percetual, perceção de posições espaciais e rotação mental. Eventualmente por essa razão e por alguma falta de motivação, a Princesa e o Max apresentam no início pensamentos de nível juntador de peças, pois apenas colocavam peças de modo contíguo ou a tocarem-se pelos vértices, não procurando resolver o problema, juntando peças. Depois, ao longo da tarefa todas as crianças do estudo utilizam a estratégia tentativa-erro, não evidenciando capacidade de rotação mental, o que as poderia levar a alguma antecipação. Aparentemente, para a resolução desta tarefa, as crianças apresentam um pensamento de nível "construtor de figuras". Apenas o Messi parece revelar uma certa intencionalidade em algumas das suas tentativas, embora não conseguidas.

Já na construção dos quadrados, uma tarefa aparentemente com o mesmo grau de exigência da anterior, mais crianças revelam antecipação na escolha das peças, o que nos pode levar a pensar que já construíram mentalmente a imagem do quadrado e que terão eventualmente aprendido no decorrer das construções dos triângulos algumas combinações de peças, como aconteceu por exemplo com a Susana ao construir o quadrado de cinco peças a partir de dois retângulos compostos. A Susana, o Mário e o Messi cada vez com mais antecipação e intencionalidade combinam formas para completar o puzzle-quadrado, usando as rotações intencionalmente.

Tendo sido provavelmente a tarefa mais apreciada pelos rapazes da sala, a construção de tetracubos com cubos de encaixe foi realizada com sucesso por todos os intervenientes. Ao longo do seu desempenho, aparentemente, as crianças não se preocupavam em fazer construções diferentes, usando todas as peças que tinham à disposição e compondo puzzles, provavelmente pelo gozo que tinham na atividade. As construções simétricas (ou agrupadas com a sua simétrica) foram também um dos interesses especiais demonstrados. Numa fase inicial, as construções que surgiram eram apenas de um nível, tendo sido necessária a minha intervenção para aparecerem construções de dois níveis. Após observarem os modelos, todas as crianças conseguiram fazer construções iguais. Provavelmente o facto de haver à disposição na sala material de construção diversificado, que as crianças utilizavam diária e espontaneamente, terá potenciado a capacidade de construção dos tetracubos, indo ao encontro das afirmações de Sarama e Clements (2009) quando referem que a construção com blocos é importante para o desenvolvimento do conhecimento e da capacidade de composição da forma, facilitando igualmente o raciocínio geral.

Ao longo do estudo, várias foram as ocasiões em que constatei que, quanto maior era a complexidade da tarefa, menor era a sofisticação da estratégia utilizada e o nível de pensamento manifestado. Ao longo da apresentação dos resultados a mesma criança revelou estratégias e atuações diversas, pelo que qualquer nível em que integremos uma criança nunca deve ser uma “etiqueta” que se coloque num determinado percurso da sua aprendizagem.

5.2. Descrição de figuras

O ditado da construção com cubos de madeira foi a tarefa por excelência para as crianças descreverem figuras, neste caso tridimensionais. Como foi relatado, as estratégias utilizadas foram muito para além da descrição oral. Para corrigirem as construções que os colegas estavam a realizar, as crianças do estudo usaram os gestos de apontar para o local onde as peças deviam ficar, rotações com a mão, desenho de linhas orientadoras imaginárias com o dedo na mesa e até a reprodução da sua construção à vista do colega, desmanchando-a logo a seguir (enquanto olhava na minha direção como que a confirmar se eu tinha visto). Ao longo das várias tarefas as crianças foram-se apropriando dos nomes de algumas figuras geométricas menos comuns ao nível do jardim de infância, como sejam o paralelogramo e o trapézio. Foi possível constatar que inclusivamente os usavam adequadamente quando pretendiam ajudar um colega a fazer a sua construção e não podiam mexer nas peças dele como aconteceu com o Mário quando ajudou a Susana a construir um quadrado, usando o paralelogramo. Também as noções espaciais e o correspondente vocabulário topológico foi-se refinando. Ao longo dos vários ditados, as crianças revelaram dominar as noções topológicas básicas como “em baixo”, “no meio”, “ao lado”, “em cima”, explicitando algumas se a construção era num único nível (utilizando a expressão “na mesa”) ou em altura. No entanto, apesar de distinguirem o vocabulário relativo à lateralidade (sabendo apontar o lado direito e o lado esquerdo), as crianças não mobilizaram este tipo de indicação referindo simplesmente “ao lado”. Esta ausência de indicação da posição de lateralidade fez com que, por exemplo, a construção realizada por Messi tivesse sido iniciada numa ordem inversa (da esquerda para a direita) à da figura ditada por Dalmata (da direita para a esquerda). Em mais de uma ocasião a expressão “em cima” revelou-se ambígua pois enquanto algumas crianças a entendiam como indicação para colocar a peça num nível superior, outras entendiam-na como uma posição no mesmo nível mas mais afastada de si. A ideia de construção no plano e no espaço foi introduzida como um contributo no sentido de clarificar os níveis das construções. Este conceito foi compreendido, embora só fosse utilizado pelas crianças quando questionadas. Ao nível da comunicação oral, tive sempre a preocupação que as crianças usassem os nomes das peças que estavam a utilizar, o que se revelou uma estratégia eficaz para a aquisição dessa terminologia, permitindo que as ideias fossem partilhadas de forma clara e percetível aos colegas com quem interagiam. Em diversas situações, verificou-se a necessidade de clarificarem a linguagem que usavam, para se fazerem entender pelos colegas, proporcionando às crianças a possibilidade de organizarem e consolidarem o seu pensamento matemático, uma das normas enunciada pelo NCTM (2007). Isto notou-se especialmente no ditado com os cubos.

5.3. Representações

A maioria das crianças do estudo realizou as representações das construções sem qualquer intervenção minha. Procurei que as crianças produzissem desenhos que para elas fizessem sentido, mesmo que não convencionais, seguindo as indicações nomeadamente do NCTM (2007) quando refere que cabe ao professor (especialmente para esta faixa etária) a responsabilidade de criar um ambiente de aprendizagem onde as várias representações sejam encorajadas, apoiadas e aceites.

As crianças utilizaram diferentes estratégias para efetuarem as representações que variavam de acordo com a construção em causa. No caso das representações das decomposições de figuras planas, foram usadas as seguintes estratégias: (i) contornar com o lápis as peças que compõem a figura; (ii) traçar linhas contínuas correspondentes à partição das figuras, implicando a mobilização da visualização espacial incidente em elementos das figuras, como vértices e lados (traçado de linhas como diagonais ao serem unidos os vértices opostos; traçado de linhas unindo quer vértices quer pontos no meio dos lados); (iii)) no caso de decomposições envolvendo figuras iguais, contornar com o lápis uma única peça que é rodada de forma consecutiva até ser concluída a composição (estratégia usada por Mário na representação da decomposição do hexágono em triângulos), sendo que não é necessário contornar todos os lados da peça, apenas os que ainda não estavam contornados. Independentemente do rigor do traçado das representações feitas pelas crianças, estas revelam o reconhecimento de relações espaciais entre as peças, reproduzindo as suas posições relativas, e o uso da rotação mental.

Foi possível verificar que o facto de as representações serem realizadas em pequeno grupo (normalmente 6 crianças) favoreceu a partilha das soluções encontradas, com algumas crianças a apropriarem-se das representações que os colegas tinham feito, replicando-as. Igualmente o facto de pedir às crianças que explicassem as suas representações, como Mendes e Delgado (2008) sugerem, parece ter contribuído para que, nomeadamente nas representações das construções com cubos de encaixe, tomassem consciência da posição relativa dos vários cubos bem como do seu número. Em mais de uma ocasião a criança ao contar as peças apercebe-se que desenhou uma a mais ou a menos e corrige. Como seria de esperar, as representações com os cubos de encaixe foram as que levantaram mais problemas, especialmente as das construções com dois níveis pois não era pedido a representação de uma vista mas sim a representação da construção tridimensional. Algumas crianças conseguiam manter a relação entre as peças do nível inferior e acrescentar de alguma forma uma indicação de que havia mais uma peça num nível superior. Assim, representar no plano uma construção tridimensional constitui uma tarefa desafiante e complexa, dada a exigência de respeitar as relações espaciais entre as peças. Terá sido, pois, uma tarefa extremamente complexa para crianças de 5/6 anos, mas que com a representação da posição relativa da totalidade ou apenas de algumas das peças, foi realizada e justificada por todas as crianças do estudo. Isto revela que provavelmente a capacidade de representação é inferior à capacidade de visualização espacial, pelo que o NCTM (2007) sugere: "Comunicar aquilo que foi entendido e usar representações alternativas constituem formas de consolidar a compreensão tanto por parte dos alunos, como dos professores" (NCTM, 2007, p. 165).

5.4. Interações

No que respeita às interações, as crianças do estudo revelaram alguma dificuldade na utilização da linguagem verbal para partilharem significados, pelo que as interações verbais eram raras. Após a análise efetuada, cremos que esta situação tem a ver com a natureza das tarefas, uma vez que criavam fortes desafios de visualização espacial, exigindo assim, uma elevada concentração individual. Com mais frequência, mexiam nas peças do colega do que lhe davam indicações verbais para o fazer. Mesmo quando tal acontecia, socorriam-se de gestos para melhor explicar o que pretendiam. Eventualmente, o ainda incipiente domínio do vocabulário geométrico e a dificuldade de descentração terão igualmente contribuído para a ocorrência de poucas interações verbais. Esta situação apenas não se verificou na tarefa de construção dos tetracubos onde as crianças interagiam entre si, utilizando o jogo de “faz de conta” com as construções que realizavam, referindo por vezes que o/a colega tinha “copiado” a sua construção. No ditado da construção com os cubos de madeira, as crianças que dominavam melhor os conceitos associados à lateralidade, como é o caso do Messi, revelaram-se capazes de questionar a colega quando não a entende com perguntas como “Ao lado de qual?” ajudando-a assim a clarificar as suas instruções e usando o vocabulário topológico com propriedade. Já as crianças que ainda não dominam este vocabulário, quando não entendiam as instruções dos colegas diziam apenas “Não estou a perceber nada!” ou “O quê?” o que não conduzia o interlocutor a reformular a explicação. Esta capacidade da linguagem assumir um papel importante nas aprendizagens matemáticas é referido por Alves e Gomes (2012) quando assumem que a linguagem permite a apropriação de conceitos bem como a sua designação e classificação.

Ao longo de todas as tarefas foi possível constatar que as crianças desenvolviam relações de ajuda e cooperação, ficando genuinamente felizes com os bons desempenhos dos colegas, tentando por vezes copiá-los.

5.5. Dificuldades

A resolução dos problemas geométricos apresentados fez surgir algumas dificuldades, como era esperado. Ao longo das tarefas analisadas, as crianças do estudo deixaram transparecer alguma dificuldade ao nível da constância percetual, especialmente no que à posição diz respeito. O facto de uma figura não se encontrar na sua posição prototípica pode ser um obstáculo para o seu reconhecimento ou para o reconhecimento das suas propriedades, como aconteceu com a Susana quando apenas identificou os lados de um quadrado quando este tinha um dos lados virado para ela (e não um vértice). Também a perceção da figura-fundo se revelou complexa com as crianças a denotarem alguma dificuldade, nomeadamente quando era pedido para copiarem o modelo do colega e aparentemente não sabiam por onde começar, o que poderá também estar relacionado com a perceção das relações espaciais. Ao contrário do que Alves e Gomes (2012) relataram, nem todas as crianças do estudo descreveram e/ou realizaram as construções correndo o espaço da esquerda para a direita, o que levantou algumas dificuldades quando se tratava de construir a partir do ditado do colega. Eventualmente esta situação ficou a dever-se a ainda não terem interiorizado essa direção como a mais usual ou mesmo a “correta”, apesar de a usarem sem problemas na escrita do nome em todos os trabalhos que realizam.

As representações também levantaram algumas dificuldades às crianças do estudo, e o que inicialmente tinha sido pensado como um complemento da tarefa, em certas situações foi mesmo um problema e difícil de resolver. Contudo, devo referir, que em nenhuma situação a dificuldade impediu qualquer criança de levar a cabo a sua tarefa.

Reflexão pessoal

Quando iniciei esta investigação, não tinha muita certeza sobre que caminho tomar. Foram as leituras, as conversas com colegas e orientadora, o pensar nas tarefas, que abriu caminho para a área da geometria.

Os materiais agora são muitos e o meu olhar sobre eles muito mais crítico.

Procurei, durante a implementação das tarefas, olhar e atender a todas as crianças da sala, o que nem sempre foi fácil. Porém, ficava e fico contente quando eram as próprias crianças a dizerem:

- Oh João, hoje não tens nenhum trabalho difícil para nós fazermos?

É sinal que aceitam os desafios, procurando superá-los, cada uma à sua maneira. Estou certa que as crianças adquiriram uma nova atitude perante os problemas, procurando superá-los o que é com certeza uma atitude positiva para a vida.

Muito ficou por fazer (e muito ficou por analisar…) mas outros dias virão para se continuar o que agora se começou.

REFERÊNCIAS

Alsina, A. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos – para crianças dos 6 aos 12 anos*. Porto: Porto Editora

Alves, C. S. & Gomes, A. (2012). Perceção de relações no espaço por crianças dos 3 aos 7 anos. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre & C. Nunes (Org.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.181-192). Lisboa: APM.

Baroody, A. J. (2010). Incentivar a aprendizagem matemática das crianças. In B. Spodek (org.), *Manual de investigação em educação de infância* (pp. 333-390). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Battista, M. T. (2009). Highlights of research on learning school geometry. In T. V. Craine & R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world* (pp 91-108). Reston, VA: NCTM.

Bell, J. (2008). *Como realizar um projecto de investigação*. (4ª ed) Lisboa: Gradiva

Boavida, A. & Menezes, L. (2012). Ensinar matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e raciocinar: Contornos e desafios. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 287-295). Portalegre: SPIEM. Disponível em: http://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1144

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

Castro, J. P. & Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados: Textos de apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

César, M. (2003). A escola inclusiva enquanto espaço-tempo de diálogo de todos e para todos. In D. Rodrigues (Ed.), *Perspectivas sobre a inclusão: Da educação à sociedade* (pp. 117-149). Porto: Porto Editora.

César, M., Torres, M., Caçador, F., & Candeias, N. (1999). E se eu aprender contigo? A interacção entre pares e a apreensão de conhecimentos matemáticos. In M. V. Pires, C. M. Morais, J. P. da Ponte, M. H. Fernandes, A. M. Leitão, & M. L.

Serrazina (Eds.), *Caminhos para a investigação em educação matemática em Portugal* (pp. 73-89). Lisboa: SPCE - Secção de Educação Matemática e APM.

Clements, D. H, Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z, & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(2), 192-212.

Colaço, V. (2004). Processos interacionais e a construção de conhecimento e subjetividade de crianças. *Psicologia reflexão e crítica, 17*(3), 333-340. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/prc/v17n3/a06v17n3

Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *The Arithmetic Teacher*, *37*(6), 14-20.

Delors, J. (coord.) (2005). *Educação um tesouro a descobrir – Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre a Educação para o século XXI* (9ª ed.). Porto: ASA Editores, S.A.

Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In Puig, L. & Gutiérrez, A. (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the Internacional Group for the Psychology of Matematics Education* (Vol 1, pp. 3–19). Valencia, España: Universidad de Valencia.

Heuvel-Panhuizen, M. & Buys, K. (2005). *Young children learn measurement and geometry: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school*. The Netherlands: Sense Publishers

Matos, J. M. & Gordo, M. F. (1993). Visualização espacial: Algumas actividades. *Educação e Matemática*, 26, 13-17.

Mendes, M. de F. & Delgado, C. C. (2008). *Geometria – Textos de apoio para Educadores de Infância.* Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular

Moreira, D. & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à Matemática no Jardim de Infância.* Lisboa: Universidade Aberta.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Sarama, J. & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York and London: Routledge.

Schwartz, S. L. (2005). *Teaching young children mathematics*. Westport, Connecticut and London: Praeger

Serrazina, M. L. & Ribeiro, D. (2012). As interações na atividade de resolução de problemas e o desenvolvimento da capacidade de comunicar no ensino básico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *26*(44), 1367-1394. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n44/12.pdf

Silva, I. L. (coord), Marques, L., Mata, L. & Rosa, M. (2016). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: Ministério da educação/Direção-geral da educação.

Walsh, D. J., Tobin, J. J., & Graue, M. E. (2010). A voz interpretativa: investigação qualitativa em educação de infância. In B. Spodek (org.), *Manual de investigação em educação de infância* (pp. 1037-1066). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.