O USO DAS TIC NO ENSINO DA MATEMÁTICA: O GEOGEBRA COMO RECURSO À APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Catarina Filipa Pinheiro Andrade

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2020-2021

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

O USO DAS TIC NO ENSINO DA MATEMÁTICA: O GEOGEBRA COMO RECURSO À APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Catarina Filipa Pinheiro Andrade

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico
Orientadora: Prof.ª Doutora Margarida Rodrigues

2019-2020

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

Trabalho desenvolvido no âmbito do Projeto REASON - Raciocínio Matemático e Formação de Professores, financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia com a referência AAC n.º 02/SAICT/2017 e PTDC/CED-EDG/28022/2017

FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia

Agradecimentos

À Prof.ª Dr.ª Margarida Rodrigues, pela disponibilidade constante, pelo incentivo e apoio e pela (muita) paciência durante todo o processo.

Aos meus pais e irmãos, pelo reconhecimento, amor, carinho e apoio incondicional.

Um obrigada especial à minha irmã Soraia, pela esperança de que caminhos atribulados levam-nos a destinos incríveis, por me mostrares que "sair de cena" nem sempre é recuar na vida e pela tua amizade que tem ganho toda uma outra dimensão.

Aos meus sobrinhos e afilhada, por serem a minha luz nos dias mais sombrios.

Aos meus avós, Esmeralda, por nunca teres deixado de cuidar, José, por me mostrares que, por vezes, desistir não é nada mais do que um ato de amor, e à minha Gina, por me mostrares o que é ser forte, resiliente, pelo cuidado e amor incondicional. A todos vós, por me guiarem na luz das estrelas.

Ao meu Tininho, pela aprendizagem de uma vida, por me mostrares que, por mais difícil que seja, há sempre espaço para um sorriso.

À Ana Vale, pela irmandade e companheirismo de quase uma vida.

Ao quinteto e afilhadas, pelo apoio, pela amizade e pela alegria que tanto nos foi característica no decorrer destes 5 anos.

À Sara Candeias, por todas as noites de trabalho, por acreditares em mim e não me deixares desistir, pela tua alegria de viver e por todos os nossos *Ai, Cristiano!*.

À Beatriz Galego, por teres caminhado a meu lado, pelos choros e sorrisos, pelas horas de trabalho e pelo apoio.

A ti, tolinhas, pelo exemplo e por me guiares e apoiares nesta nova etapa.

A todos os que fizeram parte deste meu trajeto e que contribuíram para o meu crescimento, o meu mais sincero obrigado.

Resumo

O presente relatório foi desenvolvido no âmbito da Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB.

A investigação que se apresenta, subordinada ao tema “O uso das TIC no ensino da Matemática: O GeoGebra como recurso à aprendizagem da geometria”, foi realizada em ensino a distância e teve como objetivo compreender as potencialidades do GeoGebra no desenvolvimento dos processos de raciocínio e aprendizagem da geometria de alunos do 5.º Ano. Em conformidade, foram formuladas as seguintes questões: (i) Que processos de raciocínio utilizam os alunos na exploração de tarefas envolvendo propriedades geométricas e com recurso ao GeoGebra?; (ii) Quais as potencialidades do GeoGebra para a compreensão de propriedades geométricas?; (iii) Qual o contributo do GeoGebra para o desenvolvimento dos processos de raciocínio dos alunos?

A metodologia utilizada foi de natureza qualitativa interpretativa, tendo como técnicas de recolha de dados a observação direta e participante e a análise documental (produções dos alunos) e como instrumentos o inquérito por questionário e as gravações áudio decorrentes das discussões em grande grupo.

Os resultados do estudo demonstraram que o uso de um Ambiente de Geometria Dinâmica promove o desenvolvimento e aquisição de conteúdos ligados à geometria, pelo que o GeoGebra apresenta diversas potencialidades promotoras não só da compreensão de conceitos geométricos, como também do desenvolvimento dos processos de raciocínio utilizados pelos alunos.

Palavras-chave: Ambiente de Geometria Dinâmica; GeoGebra; Matemática; Geometria; Raciocínio

Abstract

This report was developed within the scope of the Curricular Unit of Supervised Teaching Practice II, of the Master´s Degree in Teaching of the 1st Cycle of the Basic Education (CBE) and of Mathematics and Natural Sciences in the 2nd CBE.

The investigation that is presented, under the theme “The use of ICT in the teaching of Mathematics: GeoGebra as resource for learning geometry”, was carried out in distance learning and aimed to understand the potential of GeoGebra in the development of reasoning and learning processes of geometry in students of the 5th level. Accordingly, the following questions were formulated: (i) What reasoning processes do students use in the exploration of tasks involving geometric properties and using GeoGebra?; (ii) What are GeoGebra´s potential for understanding geometric properties?; (iii) What is the contribution of GeoGebra to the development of students´ reasoning processes?

The methodology was of an interpretative qualitative nature, having as data collection techniques of direct and participant observation and document analysis (students´ productions), and as instruments the questionaire survey and audio recordings from large discussions.

The results of the study showed that the use of a Dynamic Geometry Environment promotes the development and acquisition of content related to geomatry, so GeoGebra has several potentials that promote not only the understanding of geometric concepts, but also the development of the reasoning processes used by students.

Keywords: Dynamic Geometry Environment; GeoGebra; Mathematics; Geometry; Reasoning

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

ABRP	Abordagem Baseada na Resolução de Problemas
AGD	Ambientes de Geometria Dinâmica
CEB	Ciclo de Ensino Básico
CEE	Conselho de Cooperação Educativa
DT	Diretora de Turma
GD	Geometria Dinâmica
MEM	Movimento da Escola Moderna
OC	Orientadora Cooperante
PE	Projeto Educativo
PES II	Prática de Ensino Supervisionada II
PI	Projeto de Intervenção
TEA	Tempo de Estudo Autónomo
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
TPC	Trabalhos Para Casa
UC	Unidade Curricular

1. INTRODUÇÃO

O presente relatório foi desenvolvido no âmbito da Unidade Curricular (UC) Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), do 2.º Ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, da Escola Superior de Educação de Lisboa. A UC tem como objetivo desenvolver competências para o desempenho profissional no 1.º e 2.º CEB, tais como compreender o funcionamento das escolas, analisar e refletir sobre a prática letiva e o papel do professor e conceber, implementar e avaliar projetos curriculares de intervenção, instrumentos de gestão curricular e propostas pedagógicas.

A PES II desenvolveu-se em duas turmas do 5.º Ano de uma instituição de ensino pública e, posteriormente, numa turma do 4.º Ano de uma instituição de ensino privada. Devido à situação pandémica, o estágio no 2.º CEB realizou-se em regime online, tendo sido neste contexto que se implementou e desenvolveu o estudo. No entanto, com a reabertura das escolas depois do período de férias da Páscoa, foi possível realizar o estágio do 1.º CEB presencialmente, com as devidas medidas de segurança implementas pela Direção Geral de Saúde e pela instituição.

Deste modo, o relatório apresenta-se dividido essencialmente em três capítulos: (i) descrição sintética das práticas pedagógicas; (ii) o estudo; e (iii) reflexão final.

No primeiro capítulo, realiza-se uma caracterização sucinta dos contextos socioeducativos, tendo como referências os princípios e finalidades educativas das instituições de ensino, os princípios orientadores da ação educativa das Orientadoras Cooperantes (OC) e as turmas, e explicita-se as problemáticas de intervenção, tendo em conta os objetivos gerais, as estratégias globais de intervenção e de integração curricular, as atividades implementadas e os processos de avaliação e regulação. No último subcapítulo, apresenta-se uma análise crítica da prática ocorrida nos dois contextos.

Por sua vez, no segundo capítulo, apresenta-se o estudo desenvolvido, como já referido anteriormente, no 2.º CEB, com o tema “O uso das TIC no ensino da Matemática: o GeoGebra como recurso à aprendizagem da geometria”. Esta secção encontra-se dividida em cinco subcapítulos, sendo eles: (I) a apresentação do estudo; (ii) o enquadramento teórico; (iii) a metodologia de intervenção; (iv) a apresentação e discussão dos resultados; e (v) as considerações finais.

No capítulo final, é realizada uma reflexão final, em que se referenciará o contributo da experiência desenvolvida na PES II e no processo de investigação para o desenvolvimento de competências profissionais e a identificação de aspetos significativos para o desenvolvimento pessoal e profissional do discente.

Por fim, apresentam-se ainda as referências bibliográficas que sustentam a concretização do relatório e os respetivos anexos.

2. PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Nesta primeira parte do relatório, apresentar-se-á a descrição sintética da PES II desenvolvida nos contextos de 1.º e 2.º CEB, pelo que se fará referência aos contextos socioeducativos e às problemáticas de intervenção. Por fim, será apresentada uma análise crítica da prática ocorrida em ambos os ciclos.

2.1. Descrição sintética da Prática Pedagógica desenvolvida no contexto do 1.º CEB

Neste subcapítulo apresenta-se, primeiramente, a caracterização sucinta do contexto socioeducativo, alusivo à instituição de ensino, aos princípios orientadores da ação educativa da Orientadora Cooperante (OC), à turma e aos processos de regulação e avaliação e, posteriormente, a problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção.

2.1.1. Caracterização do Contexto Socioeducativo

A instituição de ensino em que foi realizada a PES II de 1.º CEB localiza-se numa zona industrial, em Alfragide, tendo sido inaugurada no início do 2.º Período do ano letivo 2019/2020. Esta instituição tem valências desde o jardim de infância até ao ensino secundário e privilegia, para além de defender o princípio da inclusão, a aprendizagem ativa, construída com cada aluno de forma individualizada, encorajando a sua criatividade para que possam desenvolver diferentes formas de raciocínio e motivando-os para expressarem opiniões e sentimentos.

A Lower Junior School (1.º- 4.º Ano) dá continuidade ao modelo do ensino bilíngue iniciado na Early Learning School de forma a atingir o objetivo de, no final do 4.º Ano, os alunos serem bilíngues na compreensão, oralidade, escrita e leitura.

Relativamente à prática pedagógica da OC, esta ia ao encontro dos princípios defendidos no Projeto Educativo (PE) da Instituição e de alguns princípios do Movimento da Escola Moderna (MEM). O trabalho da OC era planificado juntamente com toda a equipa de trabalho pertencente à instituição, desde a coordenadora até aos restantes professores do mesmo ano de ensino, bem como os professores das áreas de expressão, como o Drama, a Música, a Educação Física e as Artes.

Neste contexto, o papel da OC era de valorizar os alunos como seres individuais, de formar um grupo unido e de criar um sistema integrado de cooperação, baseado num sistema de diferenciação pedagógica. Esta pretendia ainda promover a constante reflexão sobre os processos de desenvolvimento de uma progressiva consciência metacognitiva e a consciência dos referentes à turma, desde notas, ausências, trabalhos, participação, assiduidade, entre outros.

A rotina do grupo de sala era organizada tendo por base a agenda estipulada a cada professor titular, sendo que nesta agenda faziam parte o Tempo de Estudo Autónomo (TEA), o Momento de Escrita e o Momento de Ortografia, o Conselho de Cooperação, as Estratégias de Cálculo, a Resolução de Problemas e o Trabalho de Projetos, em que todos os outros momentos eram de sistematização e consolidação de conteúdos programáticos.

As salas eram organizadas por áreas de interesse e as mesas encontravam-se organizadas em grupos de 3/4 alunos, de maneira a promover o trabalho a pares ou em grupo. Todos os conteúdos trabalhados em sala de aula eram expostos em formato de cartazes na respetiva área. Existia ainda a biblioteca da sala e blocos referentes à área da Matemática e do Português, com recursos manipuláveis direcionados para um aluno que foi diagnosticado com o espetro de autismo.

Existiam também vários instrumentos presentes na sala que promoviam o desenvolvimento de autonomia e responsabilidade dos alunos, como o Mapa de Tarefas, a Agenda, o Diário de Turma, os Valores de Sala de Aula e as Listas de Verificação das diferentes áreas, onde os alunos registavam o seu desenvolvimento.

Os recursos educativos utilizados pela OC eram maioritariamente materiais construídos pela própria ou pela equipa, quer sejam recursos físicos quer digitais, sendo que a instituição estava familiarizada com o uso das tecnologias, sendo que cada aluno tinha um *Ipad.*

A turma era do 4.º ano, constituída por vinte alunos, onze eram rapazes e nove raparigas, com idades compreendidas entre os nove e os onze anos, sendo que seis necessitavam de apoios/terapias, três a nível emocional e os restantes a nível curricular. O aluno MH, cujo diagnóstico já foi mencionado, desenvolvia atividades de acordo com o Relatório Técnico-Pedagógico vigente que pretendia promover sobretudo o desenvolvimento da sua autonomia e o saber estar em diferentes contextos.

Relativamente às competências da turma, realizou-se uma avaliação diagnóstica que possibilitou observar que esta apresentava um domínio bastante positivo no que diz respeito aos conteúdos programáticos. Contudo, foi percetível um conjunto de fragilidades nas diferentes áreas do saber. Na tabela 1, apresentam-se as fragilidades e potencialidades observadas.

Tabela 1.

Síntese das potencialidades e fragilidades dos alunos

Área	Potencialidades	Fragilidades	
Português	• Expressão oral • Vocabulário	• Compreensão leitora • Produção textual	Cumprimento das regras de sala de aula
Matemática	• Números e operações	• Resolução de problemas (compreensão do enunciado)	
Estudo do Meio	• Trabalho por Projetos		
Competências sociais	• Autonomia • Participação	• Concentração da atenção	
Educação Física	• Perícias e manipulações • Jogos coletivos		
Drama	• Exploração dos movimentos segmentares do corpo • Deslocamento em coordenação com um par • Reagir espontaneamente por movimentos a palavras		
Artes	• Exploração de novos materiais (carvão, pasta de moldar, pintura com aguarelas) • Técinas de cubismo/orfismo		
Música	• Conhecem e identificam as notas musicais • Respeitam o ritmo da música, quando tocada • Coordenação com os instrumentos musicais	• Realização de movimentos expressivos relacionados com obras musicais.	

De forma a avaliar as atividades que foram desenvolvidas com a turma, em todas as planificações foram introduzidos, no parâmetro da avaliação, os indicadores e os instrumentos necessários para cada atividade, pelo que era anexada, na planificação, a respetiva grelha de avaliação dos conteúdos ou competências trabalhadas. As fontes de avaliação foram todas as produções dos alunos, bem como todo o trabalho desenvolvido no TEA.

2.1.2. Problemática de Intervenção

Considerando as potencialidades e as fragilidades da turma acima mencionadas, foi possível identificar as seguintes questões problema: (i) Que estratégias se devem realizar para continuar a desenvolver a competência de leitura dos alunos?; (ii) Que tipo de atividades se devem realizar para continuar a desenvolver a competência de produção escrita dos alunos?; (iii) Que estratégias utilizar para incrementar o cumprimento das regras de sala de aula?

Adjacentes a estas questões, formularam-se três grandes objetivos gerais, sendo eles: a) Desenvolver competências de leitura; (b) Desenvolver competências de produção textual; (c) Desenvolver competências de responsabilidade.

No que diz respeito à área da Matemática, introduziram-se os conteúdos das unidades de medida de área e volume através de tarefas de construção e exploração em pequeno e grande grupo, facilitando a aprendizagem através da visualização, manipulação e exploração. Não obstante, mantiveram-se as rotinas do cálculo mental, estratégias de cálculo e resolução de problemas e posteriormente a partilha de estratégias utilizadas pelos alunos. A discussão em grande grupo e a partilha das estratégias, demonstraram-se bastante pertinentes no desenvolvimento da comunicação matemática, sendo que auxiliou a compreensão e aquisição dos conteúdos.

Relativamente à área do Português foram planificadas diferentes atividades, potenciando a produção textual. Como tal, realizou-se uma correspondência com os alunos do 5º ano de outra instituição de apoio ao estudo. Esta correspondência teve por base a partilha de um texto, pelo que os alunos das duas instituições trocaram, inicialmente, cartas e postais e, posteriormente, produziram, em conjunto, um texto narrativo e um texto poético referentes à Lua. Para além disso, foram trabalhados vários géneros textuais (carta, notícia, poema e narração), permitindo a aprendizagem das características de cada texto e o desenvolvimento das competências de leitura.

No que concerne ao Estudo do Meio, os alunos realizaram o Trabalho de Projetos, com temas relacionados com a História de Portugal, desde a terceira dinastia até à União Europeia.

No que toca às Competências Sociais, deu-se continuidade às práticas da OC, para que o sentido de autonomia e responsabilidade fossem desenvolvidos nos alunos, e criou-se uma rotina de desafios diários, onde os alunos tinham de cumprir com o desafio diário e posteriormente registar numa tabela se o cumpriu.

Por fim, no que diz respeito à Diferenciação Pedagógica, trabalhou-se com o M.H., na área do Português, leitura e interpretação e os sinónimos das palavras, para alargar o vocabulário do aluno. Ao nível da Matemática, realizou-se tarefas relacionadas com o dinheiro para este se familiarizar com o euro e posteriormente efetuar contagens.

Os produtos dos alunos, as discussões em pequeno e grande grupo e as fichas de avaliação, demonstraram que os objetivos foram alcançados e que os alunos adquiriram os conceitos e conteúdos trabalhados.

Relativamente às Expressões Artísticas, como estas eram dadas por professores especialistas de cada área, foram articuladas com as áreas do Português, Matemática e Estudo do Meio, de maneira a proporcionar aos alunos um ensino interdisciplinar, podendo desenvolver eventuais fragilidades por eles sentidas.

No que concerne à avaliação, foi possível concluir, através da análise documental e da observação direta e participante, que a turma manteve um nível favorável de aproveitamento e sucesso na aquisição de novos conhecimentos e conteúdos e demonstrou um desenvolvimento positivo das suas fragilidades, pelo que os objetivos do Projeto de Intervenção (PI) foram alcançados com sucesso.

Assim, referente ao objetivo *desenvolver competências de leitura*, a média de sucesso dos alunos foi de 91%, aproximadamente, na avaliação dos sete indicadores adjacentes, notando-se, comparativamente à avaliação diagnóstica, um maior desenvolvimento na compreensão dos enunciados de problemas e na leitura fluente.

Relativamente ao segundo objetivo do PI, notou-se significativas melhorias referentes à escrita, sendo que o maior aumento do nível bom dos alunos se centrou na planificação. O desenvolvimento da produção textual refletiu-se com grande sucesso, sendo que 95% dos alunos foram capazes de escrever diferentes géneros textuais (narração, carta e poético), organizados em parágrafos, coesos e coerentes, refletindo-se também no respeito pelas regras de ortografia e de concordância entre o sujeito e a forma verbal e consequente revisão de textos.

Por último, o *desenvolvimento das competências de responsabilidade* foi gradualmente notório durante o período de intervenção. No decorrer das aulas, os discentes sentiram-se cada vez mais responsáveis pela definição e cumprimento dos desafios, sendo que a turma assumia a responsabilidade de cumprir com os desafios referentes ao respeito pelas regras da sala de aula de forma intuitiva (12 alunos cumpriam as regras de forma coerente e apenas 8 demonstravam comportamentos atípicos pontuais ao bom funcionamento da aula). Os comportamentos desviantes foram muito atenuados, o que fez com que o ambiente de sala de aula fosse calmo e pertinente para o processo de ensino-aprendizagem.

2.2. Descrição sintética da Prática Pedagógica desenvolvida no contexto do 2.º CEB

Respeitando os subcapítulos anteriormente referidos, apresenta-se, de seguida, a descrição sucinta do contexto do 2.º CEB em que decorreu a PES II.

2.2.1. Caracterização do Contexto Socioeducativo

A instituição de ensino pertence a um agrupamento que se localiza geograficamente na área de influência da Junta de Freguesia de Benfica, no concelho de Lisboa. Esta instituição tem valências desde o jardim de infância até ao 3º ciclo, sendo que os princípios pedagógicos assentam, segundo o PE, na capacidade de dar uma resposta capaz e adequada a todos os alunos, em consonância com o seu perfil de funcionalidade.

A escola tem 637 alunos, dos quais 46 são surdos severos/profundos, que frequentam turmas específicas do 1.º, 2.º e 3.º Ciclos. Este agrupamento foi reconhecido como “Escola de Referência para o Ensino Bilingue de Alunos Surdos” em 2008/2009 e visa concentrar os meios humanos e materiais que possam oferecer uma resposta educativa de qualidade desde a intervenção precoce até ao final do 3.º Ciclo, a crianças e jovens com surdez e com problemas de comunicação, linguagem ou fala.

Relativamente à prática pedagógica das OC, esta ia ao encontro dos princípios defendidos no Projeto Educativo da instituição de ensino. Existia partilha entre os diferentes elementos da equipa pedagógica, nomeadamente, entre as OC e a Diretora de Turma (DT). As OC transmitiam todas as informações referentes à turma, desde notas, ausências, trabalhos, participação, assiduidade, entre outros, à DT, que por sua vez entrava em contacto com os pais e Encarregados de Educação.

No que diz respeito ao plano curricular, as OC apoiavam-se na agenda e na planificação dos conteúdos a lecionar para organizar as atividades a realizar em sala de aula, tendo como intencionalidades educativas a promoção da cooperação e o respeito pelo outro, o desenvolvimento do pensamento crítico, da autonomia e da iniciativa na partilha de conhecimentos.

Os recursos educativos utilizados eram maioritariamente materiais construídos pelas próprias, tendo como recurso a plataforma *Teams*. Os recursos eram construídos e/ou organizados autonomamente por cada OC, não havendo trabalho colaborativo entre os diferentes docentes da mesma área curricular. No entanto, existia uma partilha informal de ideias e de recursos entre os professores.

As duas turmas eram do 5.º Ano, sendo que, fazendo referência às turmas com letras fictícias, a A era constituída por 24 alunos, dos quais treze eram raparigas e onze eram rapazes, com idades compreendidas entre os nove e os onze anos, salvo exceção de um elemento da turma que tinha dezasseis anos, e a turma B era composta igualmente por vinte e quatro alunos, dos quais oito eram rapazes e dezasseis eram raparigas, com idades compreendidas entre os dez e os doze anos. Na primeira turma, salientou-se a existência de dez alunos e sete na segunda turma com necessidade de apoio educativo, nomeadamente a nível das medidas universais e seletivas. No que diz respeito ao contexto socioeconómico, as famílias dos elementos da turma encontravam-se inseridos na classe média baixa.

No que concerne à diagnose dos alunos, ao longo do período de observação tentou-se identificar as suas potencialidades e fragilidades para ambas as áreas curriculares. Uma vez que não foi possível recolher todos os dados necessários e concisos, devido à circunstância pandémica presente que nos levou ao ensino a distância, foi necessário complementar as observações com conversas informais com as OC e DT das turmas. Na tabela 2 apresentam-se as fragilidades e potencialidades identificadas dos elementos das duas turmas.

Tabela 2.

Fragilidades e potencialidades das turmas A e B

<table>
<tr><th rowspan="2">Área</th><th colspan="2">Potencialidades</th><th colspan="2">Fragilidades</th></tr>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>A</th><th>B</th></tr>
<tr><td>Matemática</td><td colspan="2">• Números e operações
◦ Números naturais
◦ Raciocínio matemático na resolução de problemas</td><td colspan="2">• Geometria
◦ Perceção das propriedades geométricas referentes aos ângulos, à diferença da representação de retas, semirretas e segmentos de reta
• Utilização correta da linguagem matemática
• Desconhecimento de Ambientes de Geometria Dinâmica, como recurso exploratório de conceitos geométricos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ciências Naturais</td><td colspan="2">• Interesse e curiosidade pelos conteúdos</td><td colspan="2">• Dificuldade em exprimir ideias
• Uso de conceitos científicos no discurso</td></tr>
<tr><td>• Conhecimento científico</td><td></td><td></td><td>• Pouco conhecimento científico</td></tr>
</table>

Área	Potencialidades		Fragilidades	
	A	B	A	B
Competências Sociais	• Interesse • Curiosidade • Empenho • Participação • Cooperação e entreajuda entre os pares de trabalho		• Respeito pelas regras da interação discursiva ○ Esperar pela sua vez para falar	

Tal como foi realizado no contexto de 1.º CEB, a avaliação de todas as atividades desenvolvidas com a turma teve por base os indicadores apresentados, no parâmetro da avaliação, em todas as planificações, pelo que era anexada, na planificação, a respetiva grelha de avaliação dos conteúdos ou competências trabalhadas. As fontes de avaliação foram todas as produções dos alunos, como as tarefas realizadas em pequeno grupo, os trabalhos autónomos – propostos pelas docentes e Trabalhos Para Casa (TPC) – e os questionários, na plataforma *Teams*, de avaliação. As discussões em grande grupo foram avaliadas tendo em conta grelhas de observação.

2.2.2. Problemática de Intervenção

A partir das fragilidades e potencialidades acima mencionadas, foram definidas duas questões problema para cada área curricular, sendo elas: na área da Matemática – (i) De que forma um Ambiente de Geometria Dinâmica promove as aprendizagens matemáticas dos alunos? (ii) Que tipo de atividades se devem realizar para desenvolver o raciocínio matemático?; na área das Ciências Naturais - (i) Que estratégias utilizar para promover a motivação dos alunos e a aquisição de conhecimento científico?; (ii) Que tipo de atividades se devem realizar para desenvolver competências do pensamento crítico?

Com as questões problemáticas definidas, foram definidos objetivos gerais para guiarem toda a intervenção: na área da Matemática – a) Desenvolver interesse e gosto pela geometria; b) Desenvolver a aprendizagem das propriedades geométricas; c) Desenvolver competências de raciocínio e de argumentação matemática, através de conjeturas e validação; na área das Ciências Naturais – d) Desenvolver a aquisição de conceitos científicos, referentes à importância do ar para os seres vivos e à diversidade dos seres vivos; e) Desenvolver competências de comunicação de conceitos científicos; f) Desenvolver competências do pensamento crítico.

Face à modalidade de ensino a distância e às fragilidades diagnosticadas nos alunos, foi necessário ter atenção à implementação de atividades promotoras de aprendizagem significativa que potencializassem o papel ativo dos discentes, motivando-os e captando a sua atenção para o seu processo de aprendizagem.

Relativamente à área curricular da Matemática, as fragilidades centravam-se na perceção das propriedades geométricas e na utilização correta da linguagem matemática. Deste modo, e tendo em conta que os discentes desconheciam os Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD) como recurso exploratório de conceitos geométricos, realizou-se um conjunto de atividades diversificadas, tendo por base o uso do *software* GeoGebra para o ensino das propriedades geométricas dos triângulos e dos paralelogramos, como tarefas de investigação e exploração para os alunos realizarem individualmente e em pequenos grupos, sendo que os alunos partilhavam as suas ideias e observações com os colegas e chegavam a um consenso, registando depois as suas conclusões.

No término de cada tarefa, apresentava-se um *PowerPoint* com as respostas dos alunos e com a sistematização dos conteúdos trabalhados, promovendo-se a participação ativa dos alunos e o desenvolvimento da comunicação matemática no decurso do processo formativo.

No que diz respeito à área das Ciências Naturais, realizaram-se diferentes atividades, potenciando, assim, atividades diferenciadas como resposta educativa para os diversos gostos dos alunos. Assim, para o ensino dos conteúdos referentes ao tema do ar, fizemos uso de vídeos, atividades experimentais, em vídeo e como trabalho autónomo, atividades de investigação, atividade de Abordagem Baseada na Resolução de Problemas (ABRP), questionários e de apresentações *PowerPoint,* que, tal como acontecia em Matemática, eram utilizados para apresentar respostas dos alunos e sistematizar os conteúdos trabalhados durante a semana. A modalidade de trabalho também diferenciava entre trabalho individual, em pequenos grupos e em grande grupo, no caso da partilha e discussão.

Em ambas as áreas, os produtos dos alunos, as discussões em pequeno e grande grupo e os questionários de avaliação realizados na última semana de intervenção, demonstraram que os objetivos do PI foram alcançados e que os alunos adquiriram os conceitos e conteúdos trabalhados.

Globalmente, isto é, tendo em conta a avaliação das duas turmas em conjunto, relativamente à área da Matemática, o primeiro objetivo – Desenvolver interesse e gosto pela geometria – foi atingido por 80% dos elementos das turmas, sendo que apenas 9 alunos apresentaram dificuldades em atingi-lo. Por sua vez, 31 dos 44 alunos observados atingiram o terceiro objetivo – Desenvolver competências de raciocínio e de argumentação matemática, através de conjeturas e validação -, correspondendo a uma taxa de sucesso de 70%. Por fim, o segundo objetivo – Desenvolver a aprendizagem das propriedades geométricas – foi atingido pela totalidade dos alunos, sendo capazes de adquirir conhecimentos referentes às propriedades geométricas.

No que diz respeito às Ciências Naturais, as taxas de sucesso foram notórias em todos os objetivos. No primeiro objetivo – Desenvolver a aquisição de conceitos científicos, referentes à importância do ar para os seres vivos e à diversidade dos seres vivos – cerca de 71% dos alunos atingiram-no com sucesso, tendo sido apenas lecionado e avaliado o domínio referente à importância do ar para os seres vivos.

Por conseguinte, 38 alunos atingiram o objetivo de *Desenvolver competências de comunicação de conceitos científicos,* sendo que apenas 4 discentes apresentaram dificuldades no desenvolvimento e aquisição de novos conceitos. No que concerne ao terceiro e último objetivo – Desenvolver competências do pensamento crítico – 87%, aproximadamente, dos alunos atingiram o que era pretendido, restando 13% na apresentação de dificuldades. Salienta-se que as discussões em grande grupo e a atividade de ABRP foram imprescindíveis para o cumprimento destes dois objetivos.

Em suma, foi notória a evolução das aprendizagens dos alunos. Em relação à Matemática, os alunos evoluíram bastante nos conteúdos relacionados com a geometria. Neste contexto, o recurso ao *software* GeoGebra demonstrou ter um papel facilitador no processo de ensino-aprendizagem, pelo que os objetivos gerais do PI relativos a esta área foram alcançados com sucesso.

No que diz respeito às Ciências Naturais, os alunos mostraram desenvolver o seu conhecimento científico a partir das tarefas de investigação, da atividade de ABRP e da partilha e discussão em grande grupo, sendo que os trabalhos em pequenos grupos também se mostraram pertinentes para o desenvolvimento das suas competências. Os alunos, com as apresentações em *PowerPoint* decorrentes da atividade de ABRP, desenvolveram as suas capacidades de pensamento crítico em relação ao tema da poluição, apresentando as suas propostas de preservação e melhoramento da qualidade do ar.

2.3. Análise Crítica da Prática ocorrida em Ambos os Ciclos

Após a descrição das práticas desenvolvidas nos contextos de 1.º e 2.º CEB, realizar-se-á uma análise crítica, comparando os dois contextos, nos seguintes aspetos: (i) métodos de ensino/aprendizagem; (ii) processos de organização e desenvolvimento do currículo; (iii) processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais; e (iv) relação pedagógica entre Professor – Família.

2.3.1. Métodos de ensino/aprendizagem

No decorrer das práticas, foi possível observar que a de 2.º CEB seguia um método de ensino tradicional e a de 1.º CEB um método de ensino socioconstrutivista.

Enquanto que no 2.º CEB o PE centra-se na capacidade de dar uma resposta capaz e adequada a todos os alunos, numa vertente mais global, o PE do 1.º CEB faz referência ao desenvolvimento da criatividade e ao estimulo das opiniões e sentimentos dos alunos, de forma mais individualizada. Contudo, salienta-se que em ambos os ciclos defende-se o princípio da inclusão e que o papel das OC tinham como base a valorização dos alunos como seres individuais e a criação de um grupo unido e de entreajuda.

Porém, apesar de ter sido referido como um princípio das suas práticas, a individualidade de cada aluno, no caso do 2.º CEB, não era, no meu entender, valorizada perante a metodologia utilizada, uma vez que o método tradicional tem como agente central o professor e como sujeitos passivos, os alunos, em que não apresentam um papel ativo no seu processo de aprendizagem. A constante, e apenas, assimilação dos conteúdos transmitidos pelos professores, leva a uma preocupação maior: o não entendimento que, consequentemente, impossibilita a transformação do novo saber em conhecimento. Corroborando esta ideia, Freire (1978, citado por Krüger & Ensslin, 2013, por p. 226), refere que

> neste tipo de educação não há saber envolvido, os professores depositam, transferem, transmitem valores e conhecimentos, porém os alunos não aprendem, eles apenas arquivam o que é transmitido pelo professor (. …) [levando a que] os alunos se adaptam e não realizam transformações, pois não desenvolvem sua criatividade e seu senso crítico.

Por sua vez, a OC do 1.º CEB tem como base princípios que se encontram presentes na metodologia de trabalho do MEM, sendo que este "propõe-se construir, através da ação dos professores que o integram, a formação democrática e o desenvolvimento sociomoral dos educandos com quem trabalham, assegurando a sua plena participação na gestão do currículo escolar" (Modelo Pedagógico do Movimento da Escola Moderna, sd.). Esta valorizava ainda a criação de um sistema integrado de cooperação, baseado num sistema de diferenciação pedagógica, e a promoção da reflexão, por parte dos alunos, sobre o processo formativo e os elementos pertencentes à turma.

Estes princípios vão ao encontro do método socioconstrutivista, uma vez que, como afirmam Krüger e Ensslin (2013, p. 228) "o aluno é levado a descobrir o conteúdo a partir de pesquisas, para compreender sobre o conteúdo. Com isso, ele é ativo no processo de ensino-aprendizagem, havendo uma descentralização da figura do professor (Cória-Sabini, 2003)".

2.3.2. Processos de organização e desenvolvimento do currículo

Relativamente ao plano curricular, as OC do 2.º CEB organizavam as atividades a realizar em sala de aula a partir da agenda e da planificação dos conteúdos a lecionar já definidas desde o início do ano letivo, não havendo alterações no horário escolar inicialmente estipulado. Notou-se que o trabalho colaborativo entre a equipa docente, mesmo os pertencentes à mesma área curricular, era ínfimo, se não mesmo nulo, pelo que os materiais/recursos eram construídos individualmente, podendo haver uma partilha informal entre alguns professores.

Por sua vez, percecionou-se que, no 1.º CEB, toda a organização adjacente à turma, espaço, currículo e processos de organização era realizada tendo por base um trabalho colaborativo e cooperativo entre todos os elementos da equipa docente e os alunos, corroborando o que defende Niza (1998), "a motivação dos alunos e a história do grupo, [. . .], prevalecem sobre a ordenação do programa oficial" (p.12), pelo que se encontra constantemente sujeita a novas reestruturações.

O plano curricular era organizado pela equipa educativa, desde a coordenação até aos professores titulares, podendo ser ajustada ou reorganizada por cada professor titular de turma. Neste contexto, as salas eram organizadas por áreas de interesse e com as mesas em grupos de 3/4 alunos e os recursos eram construídos pelas OC ou pela equipa, havendo uma partilha constante entre os diversos docentes do mesmo ano de escolaridade.

Nota-se que a própria organização do espaço é um fator importante no desenvolvimento de competências de autonomia, responsabilidade e sociais, uma vez que “o cenário de trabalho numa sala de aula deverá proporcionar um envolvimento cultural estruturado para facilitar o ambiente de aprendizagem curricular deste ciclo de educação escolar” (Niza, 1998, p. 9). As mesas estando organizadas em grupos de 3 ou 4 alunos, promove o trabalho a pares ou em pequenos grupos e a partilha de conhecimentos, enquanto que se se encontrarem em fileiras, existe uma maior tendência para o trabalho individual. O facto de a sala se encontrar organizada por áreas de interesse e ter presente diversos instrumentos, como o mapa de tarefas, a agenda, o diário de turma, entre outros, potencia a autonomia e responsabilidade dos discentes, na procura de recursos que os auxiliem e no seu papel ativo durante o processo formativo.

Por fim, mas igualmente importante, salienta-se as rotinas da turma, como o TEA e o Conselho de Cooperação, na promoção de competências sociais, nomeadamente, a capacidade de gerir conflitos, o respeito pelo outro e a cooperação entre pares. Nestas rotinas, os alunos também possuem um papel ativo na sua formação e avaliação, uma vez que há uma constante reflexão e, semanalmente, fazem a auto e heteroavaliação do desenvolvimento dos trabalhos realizados ou a realizar naquele momento.

2.3.3. Processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais

No que diz respeito à avaliação, esta centrava-se, no contexto de 2.º CEB, maioritariamente na modalidade sumativa, pelo que as docentes classificavam os alunos tendo em conta as fichas de avaliação. No entanto, foi notória também a modalidade formativa, sendo que as OC, através do *feedback* em cada atividade realizada, forneciam dados aos alunos para que estes fossem capazes de aperfeiçoar o seu trabalho durante o processo de ensino-aprendizagem. Não foi observável um papel ativo dos alunos no processo de avaliação, sendo que estes realizavam apenas uma autoavaliação no final do período.

Relativamente aos processos de regulação e avaliação, a OC do 1.º CEB regia-se pelas modalidades qualitativa e formativa. Neste contexto, salientou-se o *feedback*, pela docente, e a reflexão, por parte dos alunos, constantes durante o processo de ensino-aprendizagem.

Notou-se, mais uma vez, a importância do Conselho de Cooperação na regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais dos alunos.

O Conselho de Cooperação Educativa (CEE) é uma "estrutura organizativa e formadora por excelência" (Louseiro, 2011, p.13) "da vida escolar dos alunos em toda a sua plenitude" (Serralha, 2007, p.179), assumindo-se como "o centro e o motor do sistema de trabalho de aprendizagem, no interior de uma fratria ou comunidade que constrói em cooperação democrática as suas competências culturais e a sua formação democrática [. . .]" (Niza, 2003, p.3, citado por Louseiro, 2011, p.12), sendo que o grupo de sala, juntamente com o professor, gere o processo de aprendizagem e as relações interpessoais em conjunto, de forma cooperada e participativa.

A grande vantagem do CCE é que este permite que os alunos acompanhem e tenham uma participação cooperada e ativa no seu processo de ensino-aprendizagem.

Deste modo, os alunos sentem-se envolvidos nas suas aprendizagens, podendo refletir sobre as suas formas. Sentem que têm um papel importante no desenvolvimento deste processo, na medida em que se propõem a realizar trabalhos, no decorrer da semana, (tendo a possibilidade de contactar com diversas dinâmicas, quer individual, quer a pares ou mesmo em grupo), assumem compromissos tanto a nível individual (no caso de trabalhos) como a nível de turma (no caso do cumprimento de regras), planificam o trabalho diário, colaboram na autoavaliação e heteroavaliação do trabalho diário e semanal, tendo a consciência do processo de aprendizagem ocorrido ao longo das semanas e apresentam sugestões/propostas de trabalho que gostariam de pôr em prática na sala de aula.

Por sua vez, os alunos, ao partilharem acontecimentos significantes, aprendem a comunicar em grupo e a exprimirem os seus sentimentos, desenvolvendo as suas competências comunicativas, que podem ser uma mais-valia para outras atividades curriculares, como por exemplo a apresentação dos projetos ou até mesmo a leitura em grande grupo. Esta partilha também faz com que os conflitos sejam confrontados e resolvidos, proporcionando uma boa relação entre o grupo, promovendo, assim, um ambiente favorável à aprendizagem.

2.3.4. Relação pedagógica entre Professor-Família

Outra grande diferença observável entre o 1.º e 2.º CEB foi a relação existente entre a escola, nomeadamente, as docentes, e a família.

No 1.º CEB, a professora titular é o elo central de ligação entre os dois eixos (Escola – Família), pelo que, apesar de transmitir toda a informação à coordenação, contacta diretamente com os pais, via *e-mail*, agenda e realiza reuniões, quer por planeamento direto da equipa educativa, quer por necessidade da própria docente ou mesmo a pedido dos pais, partilha o desenvolvimento dos trabalhos na plataforma a que os pais têm acesso e convida-os a participar e colaborar em diferentes atividades.

Por outro lado, no 2.º CEB, esta relação não era direta, pelo que toda a informação relativa às turmas era transmitida à DT que, consequentemente, era partilhada com os pais e Encarregado de Educação.

O DT não assume o papel daquele que dirige, mas sim o de um orientador ou guia da turma. São os Diretores de Turma que orientam as atividades de apoio aos alunos e coordenam as atividades dos professores da turma, bem como estabelecem, como já referido, a ligação Escola – Família.

Todas as informações relativas às turmas, como a planificação semanal e o horário das aulas síncronas e assíncronas, o comportamento, a assiduidade, a pontualidade, a produtividade e desempenho, são comunicadas, por cada professor das diferentes áreas, ao DT que as acompanha. Este, perante as indicações, faz uma gestão adequada a cada situação, respondendo às necessidades tanto dos professores como dos alunos.

Apesar destas diferenças, salienta-se a importância que as duas instituições de ensino dão à relação Escola – Família, sustentando-se no facto de que "não é possível uma Educação adequada e completa sem a existência da Família (Reis, 2008, p.37), pois, mesmo apresentando papéis diferentes, "o objetivo de ambos, junto do aluno, é o sucesso académico, ou melhor, a aquisição de competências" (Reis, 2008, p.59), pelo que a família "desempenha um papel decisivo na educação formal e informal" (Reis, 2008, p.61).

3. ESTUDO

No presente capítulo será apresentado o estudo, com a contextualização do mesmo, pelo que serão abordados os objetivos do estudo, as questões de investigação e o enquadramento teórico. Nos subcapítulos subsequentes, apresentar-se-á a metodologia de investigação, a apresentação e discussão dos resultados do estudo e, por fim, as considerações finais.

3.1. Apresentação do Estudo

A presente investigação tem como tema "O uso das TIC no ensino da Matemática: O GeoGebra como recurso à aprendizagem da geometria", sendo que este surgiu tendo em conta os critérios apresentados por Sousa e Baptista (2011), como a familiaridade do tema – em que o trabalho a desenvolver deve partir da "experiência anterior do investigador" -, a disponibilidade de recursos existentes na sala de aula e o tempo disponível para o estudo – resultante da "antevisão de facilidade na captura de meios necessários à investigação imaginada" – e a afetividade – em que a "selecção [*sic*] do campo e do tema específico da investigação deve resultar de uma forte motivação pessoal" (p.19). Nota-se ainda que o tema é atual e pertinente para a comunidade científica, uma vez que o ensino atual exige a procura de ferramentas que promovam a motivação e o papel dos alunos no seu processo formativo e no desenvolvimento das suas competências, produzindo, deste modo, conhecimento para a prática docente na área curricular da Matemática.

Relativamente à familiaridade e à afetividade, a escolha do tema teve por base razões de natureza intrínseca e extrínseca. A motivação de ordem intrínseca diz respeito ao gosto e interesse pessoal da investigadora pelas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e pelo uso das mesmas no processo de ensino-aprendizagem. Enquanto aluna, na Licenciatura, a autora teve contacto com o *software* GeoGebra, entre outros, pelo que desenvolveu gosto e interesse pela implementação de ferramentas digitais como estratégias facilitadoras na aquisição de novos conteúdos matemáticos. Ainda neste seguimento, é importante referir que a investigadora gosta de desafios e o facto de sair da sua zona de conforto, focando o estudo na geometria, em confronto com os números, foi mais um fator motivacional.

Por sua, a motivação de natureza extrínseca emergiu da situação de contexto, estando relacionada com a observação de fragilidades, por parte dos alunos, na perceção das propriedades geométricas referentes aos ângulos e das diferenças na representação de retas, semirretas e segmentos de reta, e, a partir de conversas informais, com interesse dos alunos no conhecimento de um AGD, como recurso exploratório de conceitos geométricos.

Deste modo, o estudo tem como objetivo compreender as potencialidades do GeoGebra no desenvolvimento dos processos de raciocínio e aprendizagem da geometria de alunos do 5.º Ano, pelo que foram formuladas as seguintes questões: (i) Que processos de raciocínio utilizam os alunos na exploração de tarefas envolvendo propriedades geométricas e com recurso ao GeoGebra?; (ii) Quais as potencialidades do GeoGebra para a compreensão de propriedades geométricas?; (iii) Qual o contributo do GeoGebra para o desenvolvimento dos processos de raciocínio dos alunos?

Salienta-se ainda, corroborando o segundo critério referido anteriormente, que o estudo apresenta os meios necessários para a sua concretização, uma vez que os participantes tinham acesso a um computador e à internet (e neste caso, a situação pandémica devido ao COVID_19 não se demonstrou um fator de constrangimento, sendo que o ensino a distância exigiu que todos os alunos tivessem esse acesso sem restrições, salvo exceções de problemas de rede) e que os conteúdos trabalhados centraram-se no plano curricular, sendo que a investigação foi desenvolvida no decorrer das aulas de Matemática.

3.2. Enquadramento Teórico

Neste subcapítulo apresenta-se o enquadramento teórico com o objetivo de "situar o estudo no contexto e, com isso, estabelecer um vínculo entre o conhecimento existente sobre o tema e o problema que se pretende investigar" (Coutinho, 2015, p.39), estando organizado essencialmente em três temas: (i) Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação no ensino da Matemática; (ii) Ambientes de Geometria Dinâmica; e (iii) Raciocínio Matemático.

3.2.1. Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação no ensino da Matemática

Atualmente, a sociedade vive num mundo cada vez mais informatizado, em que a oferta da informação e comunicação está ao alcance apenas de alguns cliques, notando-se que as TIC "atuam no cotidiano do ser humano de uma forma cada vez causadora de dependência e constituindo a forma de viver" (Silva & Penteado, 2009, p.1067; Silva, 2011, p.10). Esta relação tem sido cada vez mais precoce, pelo que seria incoerente os agentes educativos não implementarem as TIC no ambiente de sala de aula, quando se pretende possibilitar um processo de ensino-aprendizagem significativo, interativo e relacional com a vivência dos alunos, em que se perspetiva o seu papel ativo num ambiente de natureza construtivista do saber (Coelho & Saraiva, 2000).

Segundo Penteado (2000, p.31, citado por Silva & Penteado, 2009, p.1068), a utilização das tecnologias digitais é um “germe para práticas educacionais tais como a modelagem matemática, resolução de problemas e trabalhos de projetos que têm sido altamente valorizados nas propostas de Educação Matemática”. A resolução de problemas é crucial para o desenvolvimento da literacia matemática, sendo que “a aquisição do poder matemático envolve, entre outros aspetos, o desenvolvimento da capacidade para explorar, conjecturar [*sic*] e raciocinar logicamente” (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1989;1991, citado por Schoenfeld, 1991; Coelho & Saraiva, 2000, p.35).

Não obstante, as TIC também potenciam o desenvolvimento de “capacidades intelectuais mais elevadas (…), alargando as possibilidades de trabalho em inúmeras situações (Cunha et al., 2010, p.25), pelo que os alunos, “apesar de terem dificuldades com abordagens mais formais, conseguem trabalhar de forma mais intuitiva e experimental com conceitos importantes da matemática” (Cunha et al., 2010, p.27).

No entanto, o uso das TIC na prática docente acarreta algumas consequências pelas quais os professores podem não estar totalmente preparados, apresentando ainda resistência face a este recurso. Os docentes sentem dificuldades em utilizar as TIC “na prática do cotidiano escolar, uma vez que necessitam compreender as potencialidades desses recursos para empregá-los de forma integrada aos conteúdos curriculares, ou seja, com o propósito de desenvolver o ensino adequado para o século XXI” (Fonseca et al., 2019, p.184). Corroborando esta ideia, Penteado (2001, citado por Silva & Penteado, 2009, p.1068) afirma que

> engajar-se em trabalhos que fazem uso de tecnologia informática é algo como sair de uma zona caracterizada pelo conforto proporcionado pela previsibilidade e o controle da situação, para atuar numa zona de risco em que se faz necessária uma avaliação constante das ações propostas.

Neste sentido, alguns docentes que utilizam as TIC acabam por voltar à sua zona de conforto, desvalorizando o papel deste recurso como uma abordagem de "vantagem educacional" no processo de aprendizagem, em prol do seu uso numa "versão computadorizada do que já ocorre usualmente na escola" (Valente, 1993, citado por Silva & Penteado, 2009, p.1068). Contudo, Penteado e Skovsmose (2008, citado por Silva & Penteado, 2009) referem que

> a incerteza e a imprevisibilidade geradas em um ambiente informatizado podem ser possibilidades para o desenvolvimento do aluno, do professor e de situações de ensino e aprendizagem. Para além disso, uma zona de risco possui a potencialidade de provocar mudanças e impulsionar o desenvolvimento de todos os envolvidos
>
> (p.1068-1069).

Assim, nota-se a pertinência do uso das TIC no processo de ensino-aprendizagem da matemática, salientando que o computador "abre espaço para facilitar os conhecimentos da disciplina em questão, propiciando um valioso trabalho e uma aprendizagem significativa e de qualidade" (Trindade & Bulegon, 2017, p.143), e desenvolve capacidades não só nos alunos, como também nos professores, dando-lhes ferramentas que potencializem a sua prática docente.

3.2.2. Ambientes de Geometria Dinâmica

Os Ambientes de Geometria Dinâmica têm ganho prestígio na educação, nomeadamente, na área da Matemática, demonstrando o seu papel no desenvolvimento e aquisição de conhecimentos referentes ao domínio da geometria, sendo "essencial na exploração e na validação de propriedades" (Araujo & Pazuch, 2019, p.21), constituindo, deste modo, "um meio promissor no desenvolvimento da capacidade dos alunos para conjeturar, refletir e interpretar as relações encontradas e ainda encontrar justificações e provar" (Brunheira & Ponte, 2016, p.341).

Os AGD são um conjunto de programas, pertencentes a um ambiente computacional, que contém diversas características, como a construção, a partir dos elementos livres, de elementos independentes, como segmentos de reta, semirretas, pontos, entre outros, e dependentes e a manipulação das figuras geométricas, tendo como recurso o arrastamento (Brunheira & Ponte, 2016).

O arrastar possibilita que os alunos façam as suas próprias construções geométricas e que manipulem determinados componentes, analisando os que obedecem às condições modificadas. Desde modo, esta característica "fornece a impressão de que o desenho está sendo deformado continuamente em todo o processo de arrastar, enquanto mantém as relações que foram especificadas como essenciais da construção" (Silva & Penteado, 2009, p.1069). Para diferenciar os objetos invariantes dos variantes, Bairral e Barreira (2017) utilizam o exemplo da construção de triângulos. Após a sua construção, os alunos podem movimentar, por arrastamento, os elementos livres do *software*, não alterando os objetos invariantes, isto é, num triângulo se os alunos movimentares um dos seus elementos, como os ângulos ou os vértices, a soma dos ângulos internos mantém-se inalterada, sendo um ponto invariante. Por outro lado, o comprimento dos lados varia consoante o arrastamento. Deste modo, o perímetro é um aspeto variante.

Esta manipulação, incidindo sobre os objetos invariantes das figuras geométricas, auxilia os alunos na desconstrução dos desenhos protótipos, descentralizando a observação apenas dos "aspetos concretos de uma figura particular" (Pereira & Serrazina, 2015, p.30) para a perceção de características que pretendem representar uma classe, facilitando assim, segundo as mesmas autoras, a compreensão e aquisição dos conceitos geométricos alusivos à componente figural, a partir de "transformações geométricas mantendo invariantes certas relações (…) [que] determina[m] a noção correta sobre o objeto geométrico" (p.31).

Neste seguimento, Hollbrands, Laborde e Sträber (citados por Silva & Penteado, 2019) apresentam, tendo em conta diversas pesquisas já realizadas no âmbito da Geometria Dinâmica (GD), três modalidades para desenvolver atividades: (i) arrastar sem um objetivo específico, pelo que o aluno arrasta aleatoriamente os elementos à procura de regularidades; (ii) lugar geométrico pelo arrastar, sendo que o arrastamento é realizado de maneira a conservar uma dada propriedade, em que o aluno observa o "lugar geométrico dos pontos que a satisfazem" (Silva & Penteado, 2009, p.1070; Silva, 2011, p.13); e (iii) arrastar para testar hipóteses, referindo-se apenas ao testar a propriedade já conhecida pelo aluno (Silva & Penteado, 2019; Silva, 2011).

Dando ênfase aos conceitos "desenho" e "figura", nota-se que estes tipos de *softwares* possibilitam que os alunos façam a distinção entre os dois conceitos, sendo que o desenho toma-se como uma representação externa, o significante, e a figura como a representação mental, o significado. (Laborde & Laborde, 1992, citado por

Coelho & Saraiva, 2000). Este fenómeno potencializa o desenvolvimento da visualização “de entendimento geométrico para níveis de descrição/análise ou até mesmo abstração/relação” (Silva & Penteado, 2009, p. 1069). Por outras palavras, potencializa “a passagem gradual do concreto ao abstacto [*sic*] (…) [essencial] na aprendizagem da Geometria” (Coelho & Saraiva, 2000, p.37).

A criação e desenvolvimento dos AGD promovem um paradigma inovador no processo de ensino-aprendizagem da geometria, pelo que Veloso e Candeias (2003, in Prefácio da edição americana, citados por Silveira & Cabrita, 2013, p.155) referem diferentes potencialidades destes *softwares*:

> (i) Possuem ferramentas para construções e medições rigorosas de configurações geométricas (de pontos, segmentos, semi-rectas [*sic*], rectas [*sic*], arcos, circunferências, cónicas); (ii) permitem que determinadas transformações afins (translações, reflexões, rotações e dilações) ajam sobre figuras ou parte delas; (iii) possibilitam gravar a sequência de passos que conduziram a uma construção e depois usar essa sequência como macro para reproduzir novas configurações; (iv) possuem componentes para a conexão da Geometria sintética com a Geometria analítica, criando sistemas de coordenadas e gráficos de funções; (v) podem ser utilizadas na aula de Matemática e, especialmente em Geometria como um processo de visualização; (vi) adaptam-se com perfeição à exploração, à descoberta e à investigação; (vii) provocam uma convicção forte que pode motivar o desejo de uma nova demonstração pela evidência experimental que fornece; e (viii) permitem a simulação de variadas situações e produção de micromundos.

Corroborando esta ideia, King e Shattschneides (2013, citados por Brunheira & Ponte, 2016; Abar, 2015), definem oito razões para o uso dos AGD:

1. Rigor nas construções - “(…) tirar partido do rigor das construções geométricas e das suas medições que conduz a um elevado grau de confiança nos resultados obtidos” (Brunheira & Ponte, 2016, p.342). Contudo, “podem ser limitadas pelos cálculos executados internamente ao programa” (Abar, 2015, p.4);

2. Visualização – “(…) poderosa ferramenta na resolução de problemas, pois ajuda que o aluno “veja” o que significa um fato verdadeiro em geral e ajuda a entender a Matemática” (Abar, 2015, p.4);
3. Demonstração - “embora não possa fazer demonstrações formais, a evidência experimental provoca uma forte e necessária convicção que pode motivar o desejo da demonstração” (Abar, 2015, p.4), “além de que o próprio AGD pode fornecer pistas para [*sic*] úteis para a construção dessa demonstração” (Brunheira & Ponte, 2016, p.343);
4. Simulação - possibilitar “oportunidades de simulação de uma enorme variedade de situações (Brunheira & Ponte, 2016, p. 343), como o “ ‘arrastamento’ de pontos, segmentos, circunferências [e] do traçado de lugares geométricos” (Abar, 2015, p.4);
5. Micromundos - conceção de ambientes específicos, possibilitando que a matemática seja explorada, nomeadamente, “a exploração de geometria não-euclidianas (Brunheira & Ponte, 2016, p.343);
6. Exploração e descoberta – “incentivar a exploração, investigação e descoberta conduzindo à formulação de questões (em especial, a questão “e se?”) e conjecturas [*sic*], bem como o seu teste” (Brunheira & Ponte, 2016, p.342);
7. Compreensão das transformações geométricas: os alunos percecionam e compreendem as propriedades das transformações geométricas;
8. Compreensão dos lugares geométricos: “apoiar a compreensão dos lugares geométricos, particularmente de algumas curvas clássicas para as quais é usada, na maioria das vezes, uma abordagem analítica” (Brunheira & Ponte, 2016, p.343).

Deste modo, e para promover a interação entre o docente e os discentes e entre os discentes entre si, verifica-se que os AGD criam “contextos sociais favoráveis à aprendizagem (…), o que parece beneficiar a aquisição de conhecimentos, dada a influência da interacção [*sic*] social no desenvolvimento cognitivo (…)” (Coelho & Saraiva, 2000, p.37), desenvolvendo, por parte dos alunos, uma atitude positiva relativamente à matemática e a suas capacidades de autonomia (Junqueira, 1995; Coelho, 1996; Rodrigues, 1997, citados por Coelho & Saraiva, 2000).

Neste seguimento, salienta-se o GeoGebra como um *software* específico de AGD, sendo o seu acesso online, gratuito e de fácil exploração, que abrange diferentes áreas da matemática, nomeadamente, a geometria, a álgebra e o cálculo.

A nível da organização, o GeoGebra apresenta duas janelas de trabalho:

> a janela geométrica (…), local em que os objetos são construídos (…), [sendo] possível colorir os objetos, medir os ângulos, etc. (…), [e] a janela de álgebra, [onde] é possível visualizar a representação algébrica de todo o objeto construído
>
> (Silva & Penteado, 2009, p.1073).

Segundo Fonseca et al. (2019) e Silveira e Cabrita (2013), este *software* tem sido referido em diversas pesquisas que salientam o uso deste recurso, maioritariamente construtivista, no desenvolvimento de conceitos matemáticos, possibilitando um ensino dinâmico, interativo e significativo pela manipulação, visualização, levantamento de hipóteses, criação de conjeturas, aplicação de propriedades, validação, compreensão e comunicação de conceitos geométricos.

Em consonância com Abar (2015), referido anteriormente, Bairral e Barreira (2017) salientam, de igual modo, o papel importante da visualização para o desenvolvimento cognitivo "na resolução de problemas matemáticos" (p.52), possibilitando que os alunos deem significado a diversos conceitos, como função, variável e invariável.

Assim, as suas particularidades potencializam a criação de cenários para atividades investigativas, nos quais o aluno pode verificar, através de um rápido processo, propriedades de uma figura, pelo que se nota a importância do seu papel como "motivador na aprendizagem matemática, contribuindo para uma melhor significância dos conteúdos" (Trindade & Bulegon, 2017, p.146), transformando a sala de aula num "ambiente de aprendizagem em que o aluno é levado a um processo de exploração e explicação" (Skovsmose, 2008, citado por Silva & Penteado, 2009, p.1075).

3.2.3. Raciocínio Matemático

A capacidade de raciocinar é transversal às diversas áreas do saber. No entanto, o seu desenvolvimento é um dos objetivos fulcrais do ensino da Matemática, pelo que deve ser fomentado no decorrer do trabalho em sala de aula.

A definição de raciocínio é referida por diversos autores. Contudo, salienta-se a de Ponte et al. (2020), que distinguem o pensar do raciocinar, na medida em que este é uma capacidade mais específica, em que se realiza "inferências de forma fundamentada, ou seja, a partir de informação dada para obter nova informação através de um processo justificado" (p.7).

Esta capacidade tem dois aspetos a considerar, sendo eles, o aspeto estrutural – compreendendo diferentes tipos de raciocínio, como a dedução, a indução e a abdução – e o aspeto processual – que compreende diversos processos que se dividem na categoria da procura de semelhanças e diferenças e na categoria de validação (Rodigues et al., 2019).

O raciocínio dedutivo permite adquirir novas afirmações, caracterizadas como teoremas, a partir de asserções já conhecidas (axiomas) e de regras de inferência, pelo que esta capacidade implica a formação sequencial, de maneira lógica e justificada, de afirmações que levam a conclusões assertivas (Oliveira, 2008; Ponte et al., 2008; Ponte et al., 2020), ou seja, é através deste raciocínio que, a partir dos axiomas, as afirmações matemáticas são validadas.

No que diz respeito aos raciocínios indutivo e abdutivo, estes, geralmente, são trabalhados de forma conjunta devido à sua importância na realização de conjeturas e generalizações, sendo que, a abdução, "processo de inferência que parte de um facto insólito ou invulgar e que procura uma explicação para a sua ocorrência" (Silva, 2009, p.39), ou seja, a formulação de conjeturas, potencializa a "inferência de uma regra a partir da observação do que é constante em diversos casos particulares" (Pólya, 1990, citado por Ponte et al., 2020, p.7), isto é, a perceção de uma regra geral (generalização) é feita a partir de casos particulares, característica do raciocínio indutivo.

Relativamente ao aspeto processual, salientam-se como processos fundamentais do raciocínio matemático:

(i) Conjeturar – em que, tal como defendem Lannin, Ellis e Elliott (2011), se desenvolvem afirmações que podem ser comprovadas ou refutadas: "Conjecturing involves reasoning about mathematical relationships to develop statements that are tentatively thought to be true but are not known to be true" (Lannin, Ellis & Elliott, 2011, p. 13);

(ii) Generalizar – identificando-se pontos comuns em casos diferentes, alargando o raciocínio: "Generalizing involves identifying commonalities across cases or extending the reasoning beyond the range in which it originated" (Lannin et al., 2011, p.14);

(iii) Classificar – estabelecendo uma organização dentro de uma classe de objetos, isto é, corroborando o que é referido por diversos autores, os alunos organizam um “conjunto de objetos segundo um determinado critério (. …) [pelo que, ao recorrerem] às representações mentais das várias categorias (. …) decidem se um objeto pertence a uma [dada] categoria se for suficientemente similar a outro objeto anteriormente observado” (Pereira & Serrazina, 2015, p.33);

(iv) Justificar – em que os alunos constroem uma lógica de afirmações, baseadas em conhecimentos já adquiridos, mostrando a veracidade da afirmação subjacente:

> To provide a valid justification, students should provide a logical sequence of statements, each building on already “known to be true” statements, ideas, or understanding, to arrive at a conclusion. The justification must show that the generalization is true for all cases in the domain by appealing to valid underlying relationships.
>
> (Lannin et al., 2011, p.35).

Assim, na primeira categoria do aspeto processual (categoria da procura de semelhanças e diferenças) salientam-se os processos de “generalizar, conjeturar, identificar um padrão, comparar e classificar (. ...) [e na segunda categoria os processos de] validar, justificar, provar e provar formalmente” (Rodrigues et al., 2019, p.3), sendo notória a relação entre os dois aspetos anteriormente mencionados, uma vez que conjeturar é um método do raciocínio abdutivo, o generalizar alicerça-se aos raciocínios indutivo e abdutivo e o justificar é um processo do raciocínio dedutivo.

Não obstante, nota-se ainda que o papel do professor é imprescindível para o desenvolvimento do raciocínio matemático, pelo que este deverá ser capaz de criar um ambiente propício à aprendizagem, incentivando e estimulando o pensamento dos alunos, na medida em que estes, através de tarefas devidamente selecionadas, sejam capazes de defender e construir as suas ideias matemáticas (Rodrigues et al., 2019). Neste seguimento, Ponte et al. (2013) propõem um quadro de análise que articula as ações docentes com a generalização e a justificação, sendo que nesse quadro estão explícitas diversas ações a serem adotadas pelo professor, como a ação de *Convidar* – em que o aluno tem um primeiro contacto com o que será trabalhado -; *Guiar/Apoiar* – em que se estimula a participação dos alunos na resolução do problema –; *Informar/Sugerir* – em que o professor introduzir informações que possibilitam novos argumentos por parte dos alunos -; e o *Desafiar* – em que o professor desafia o aluno a que este avance para além do conhecimento já adquirido e/ou do problema que está a resolver.

3.3. Metodologia

No presente capítulo, apresentar-se-á a metodologia utilizada no decorrer do estudo, pelo que serão evidenciadas a caracterização do contexto e dos participantes, as opções metodológicas, como a natureza do estudo, os métodos e técnicas de recolha e tratamento de dados e, por fim, os princípios éticos do processo de investigação.

3.3.1. Caracterização do contexto e dos participantes

O estudo foi implementado na turma A, anteriormente caracterizada na secção *Caracterização do Contexto Socioeducativo*, pertencente ao subcapítulo 2.2..

Uma vez que a investigação respeitou o plano curricular da turma, todos os seus elementos realizaram as diversas tarefas para a aquisição de conhecimentos ligados ao domínio da geometria. No entanto, a recolha e análise dos dados foram realizadas apenas com os 12 alunos cuja participação foi autorizada pelos seus Encarregados de Educação.

3.3.2. Tarefas implementadas

A investigadora deu primazia a tarefas de natureza investigativa e exploratória. Segundo Araujo & Pazuch (2019, p.22) “entende-se tarefa como um produto elaborado pelo professor com a intenção de mobilizar conhecimentos dos estudantes (. …) [sendo que] no contexto de tarefas matemáticas, busca-se estabelecer relações entre exercício, problema e investigação”. Deste modo, as tarefas de exploração, tendo como referência tarefas já existentes da Escola Virtual, eram complementadas com guiões realizados pela investigadora, à exceção da tarefa referente aos paralelogramos (cf. Anexos A, B e C).

3.3.3. Natureza do estudo

Segundo Coutinho (2014), apesar de os termos *metodologia* e *métodos* se fundirem no objetivo de orientar “o investigador na sua busca do conhecimento” (p. 24), estes são diferenciados teoricamente por diversos autores, sendo que os métodos de investigação assumem-se como os instrumentos e procedimentos necessários para alcançar o objetivo da investigação, ou seja, o conhecimento científico, e a metodologia como a reflexão sobre os métodos, valorizando o processo de investigação, assumindo deste modo, um "sentido mais amplo (...), porque questiona o que está por trás, os fundamentos dos métodos [e] as filosofias que lhes estão subjacentes" (p. 24).

Tendo em conta que o presente estudo visa a compreensão do contributo de um Ambiente de Geometria Dinâmica no processo de ensino-aprendizagem da geometria, este desenvolveu-se segundo o paradigma qualitativo interpretativo, uma vez que "tem como objectivo [*sic*] a compreensão dos significados atribuídos pelos sujeitos às suas acções [*sic*] num dado contexto" (Craveiro, 2007, p. 202), ou seja, conseguir uma perspetiva holística do objeto de estudo, associando-se "a métodos que conduzem á [*sic*] obtenção de dados de tipo narrativo em que o investigador é via de regra o principal 'instrumento de medida' do estudo" (Coutinho, 2006, p. 5).

3.3.4. Métodos e técnicas de recolha de dados

Segundo Aires (2015), as técnicas de recolha de dados devem ser selecionadas a partir dos objetivos do estudo, tendo um "carácter [*sic*] aberto e interactivo [*sic*]", sendo que as "utilizadas na metodologia qualitativa agrupam-se em dois grandes blocos: técnicas diretas ou interactivas [*sic*] e técnicas indirectas [*sic*] ou não-interactivas [*sic*]" (p. 24).

Para esta investigação, as técnicas de recolha de dados mais adequadas centram-se nesses dois grupos, tendo sido realizada a observação direta e participante e a análise documental.

Sendo uma das técnicas em que se utiliza os sentidos, a observação "consiste na recolha de informação (…) através do contacto directo [*sic*] com situações específicas" (Aires, 2015, p. 24-25), em que, de modo sistemático e intencional, obriga a que o investigador tenha esse contacto direto com a realidade vivenciada, auxiliando-o na identificação e obtenção de provas, tendo como base os objetivos que guiam o comportamento dos indivíduos (Miranda, 2009). Tendo como referência este contacto direto, salienta-se a observação participante, em que a investigadora, sendo a própria um instrumento de pesquisa e assumindo, neste caso, um duplo papel de investigadora e docente estagiária, participa de modo ativo e frequente, porém não invasivo, nas tarefas e na recolha de dados. Sendo uma metodologia dinâmica, o investigador mobiliza, e posteriormente interpreta, as informações a partir da sua observação, possibilitando uma visão holística do objeto de estudo (Correira, 2009; Mónico et al., 2017).

Com o objetivo de complementar e apoiar os dados recolhidos através da observação, procedeu-se à análise documental a partir da recolha de produções dos alunos, como os ficheiros do GeoGebra e trabalhos autónomos, tendo como instrumentos o inquérito por questionário e as gravações de áudio.

As produções escritas dos alunos foram recolhidas, como já referidas, através dos trabalhos realizados por alunos, em que estes disponibilizavam-nos na plataforma *Teams* ou diretamente na plataforma do GeoGebra, enquanto que as produções orais, no decorrer das aulas em momentos de discussão em grande grupo, foram sustentadas a partir de gravações áudio. Uma vez que nem todos os Encarregados de Educação autorizaram a participação dos seus educandos no estudo, não foi possível gravar as aulas na íntegra, pelo que as gravações foram única e exclusivamente realizadas nos momentos em que o grupo de estudo participava, tendo sido, posteriormente, transcritas.

Relativamente ao inquérito por questionário, este é usado, segundo vários autores, quando se pretende "inquirir um conjunto de indivíduos sobre uma determinada realidade ou fenómeno social, tendo em vista a caraterização [*sic*] de traços/elementos identificadores de uma população, com o objetivo de se proceder a inferências e a generalizações" (Batista et al., 2021, p. 17), possibilitando que o investigador compare dados e analise as opiniões dos inquiridos, nomeadamente, a intensidade de um determinado parecer (Batista et al., 2021).

Deste modo, na fase final do processo de investigação, foi implementado um inquérito por questionário (cf. Anexo D) com o objetivo de perceber a opinião dos alunos face ao trabalho desenvolvido e face à ferramenta digital e quais os conteúdos lecionados que foram melhor aprendidos tendo como recurso o *software* GeoGebra.

3.3.5. Técnicas de análise de dados

A análise de dados demonstra-se ser um aspeto fundamental na investigação. No entanto, este também se nota problemático, uma vez que, segundo Aires (2015), a variedade de métodos e técnicas inerentes aos paradigmas de investigação abarga uma minuciosidade neste processo analítico, podendo ser "traduzido em três dimensões básicas: processos de teorização, estratégias de selecção [*sic*] sequencial e procedimentos analíticos gerais" (Colás, 1992, citado por Aires, 2015, p.43)

No presente estudo, salienta-se a última dimensão, que se caracteriza como método sistémico para manusear os dados, sendo que o processo de análise, temática e semântica, é realizado através da autoreflexão e do tratamento estatístico, tendo como subprocessos a redução de dados, a exposição de dados e a extração de conclusões e verificação (Aires, 2015).

Desde modo, no decorrer do estudo, foi realizada uma seleção dos dados, qualitativamente, reduzindo toda a informação recolhida com o objetivo de reter a pertinente para a elaboração de resultados e a formulação de conclusões para a investigação. Posteriormente, os dados foram organizados em tabelas e gráficos, possibilitando que a investigadora, através de uma base de dados, fosse capaz de extrair as suas conclusões. Corroborando com o explícito pela mesma autora, esta exposição é pertinente para descrever e explicar os dados recolhidos, sendo que a descrição

> trata-se de ordenar, de forma gráfica, a informação realçando relações entre eventos, enquanto que na segunda expõe-se já determinado nível de explicação (…) [pelo que este subprocesso] a) facilita a memorização das relações entre a informação (…); b) facilita a passagem do global para o particular e vice-versa e c) permite o acesso permanente à totalidade da informação e a cada uma das fases do processo de pesquisa
>
> (p. 47).

A partir da redução e da exposição, foi possível analisar os dados de forma sequencial e interativa, extraindo conclusões válidas e pertinentes, dando resposta às questões inerentes ao estudo.

Nota-se ainda que os processos de raciocínio utilizados pelos alunos na exploração das tarefas encontraram-se estritamente relacionados com a compreensão e aquisição de conteúdos ligados às propriedades geométricas. Assim, estas duas dimensões foram analisadas integradamente, sendo que os processos de raciocínio apresentar-se-ão codificados (cf. Anexo E) nos extratos e no decorrer da análise.

Não obstante, uma vez que o ensino foi à distância, as respostas dos alunos foram dadas no computador, salvo exceção de desenhos realizados no caderno diário ou em folhas brancas, pelo que não será possível a apresentação de respostas escritas à mão pelos mesmos.

3.3.6. Princípios éticos do processo de investigação

Durante todo o processo de investigação, foram cumpridos os princípios éticos presentes no Código de Conduta Ética na Investigação (Centro Interdisciplinar de Estudos Educacionais (CIED)), alusivos às normas de conduta na relação para com os participantes envolvidos: (i) consentimento informado; (ii) confidencialidade; (iii) divulgação da informação; e (iv) desistência de participação.

Assim, numa fase inicial, todos os Encarregados de Educação dos participantes foram previamente informados através de uma declaração (cf. Anexo F) que apresentava todos os aspetos éticos anteriormente referidos. No entanto, as aulas a distância dificultaram as autorizações, sendo que nem todos os pais chegaram a entregar a declaração devidamente assinada, justificando, deste modo, o número restrito do grupo de estudo.

3.4. Apresentação e discussão dos resultados

Neste capítulo considera-se a apresentação de resultados, tendo como referência as questões do estudo. Relativamente à apresentação dos processos de raciocínio, salienta-se que todos os processos serão considerados, sendo que o de generalizar pode ocorrer de forma incorreta.

3.4.1. Aprendizagem das propriedades geométricas dos triângulos e processos de raciocínio

No que diz respeito à soma dos ângulos internos de um triângulo, os alunos visualizaram e manipularam um triângulo, como apresenta a figura 1, com recurso ao software GeoGebra.

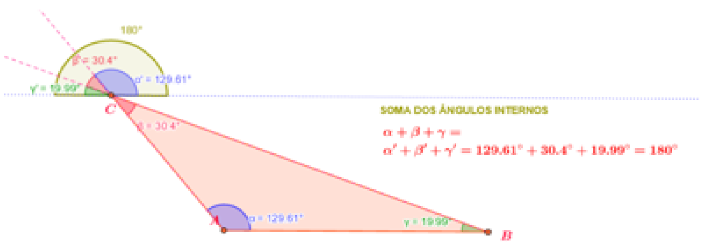


Figura 1. Triângulo da tarefa de exploração *Ângulos internos de um triângulo*

A partir da exploração, a investigadora propôs uma discussão, orientando os alunos para o que estavam a observar:

Prof – O que podemos observar?

M.L. – Quando mexemos o triângulo, os ângulos mudam…

D.M. – As amplitudes dos ângulos.

Prof – Certo. Quando manipulamos o triângulo, as amplitudes dos ângulos diferem. E isso acontece só no triângulo?

D.M. – Não. Ali na conta também alteram porque é a soma dos ângulos todos.

Prof – E o que é que nos diz essa conta?

M.L. – Diz-nos que a soma dos ângulos é igual a 180. Mas professora, quando mexemos, os valores ficam todos diferentes, menos esse número.

Prof – Porque é que será que isso acontece?

D.M. – Eu acho que sei. O 180 não muda porque a soma das amplitudes dos ângulos é sempre igual a 180. (PR_C)

Prof – Sempre? Portanto, em qualquer triângulo a soma das amplitudes dos ângulos é igual a 180º?

D.M. – Sim porque sempre que eu mudo o triângulo, o valor é sempre igual.

Prof – Então o que é que podemos concluir? C.B.?

C.B. – Podemos concluir que a soma das amplitudes dos ângulos é igual a 180º para qualquer triângulo. (PR_G)

É notório, pela discussão em grande grupo, que os alunos demonstraram muita facilidade em perceber o que era pretendido, conseguindo chegar à conclusão esperada. Salienta-se também o *design* da tarefa na medida em que, através da observação da soma fora do triângulo e da sua composição dos ângulos internos gerar um ângulo raso, os discentes foram capazes de percecionar os aspetos variantes e invariantes da figura.

Por conseguinte, para a exploração dos ângulos externos de um triângulo, a tarefa estava dividida em duas partes: (i) exploração da construção de um triângulo, através do arrastamento, no GeoGebra (Figura 2); e (ii) desenho e recorte de triângulos e dos seus ângulos externos.

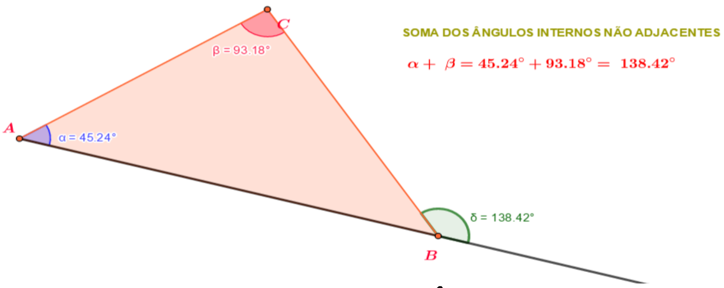


Figura 2. Triângulo da tarefa de exploração *Ângulos externos de um triângulo*

Na primeira parte, os alunos apresentaram as relações que observaram entre os ângulos externos e os ângulos internos do triângulo, a partir das suas observações.

> Grupo 7 – A relação entre os ângulos internos é a soma entres eles que dá o resultado do ângulo externo; (PR_G)
>
> Grupo 2 – Chegámos à conclusão que o ângulo A mais o ângulo C juntos dão a amplitude do ângulo B. A amplitude de um ângulo externo é igual à soma das amplitudes dos internos não adjacentes. (PR_G)

Tomando como exemplo as respostas destes dois grupos, é possível observar que o grupo 7 apresentou uma conclusão mais imprecisa e o grupo 2 uma conclusão com uma terminologia matemática rigorosa, especificando quais os ângulos internos focados. É possível inferir que o grupo 7, embora refira "do ângulo externo", como se estivesse a observar um exemplo concreto, está a generalizar para quaisquer ângulos externos do triângulo. Apesar desta diferença da sofisticação de comunicação matemática, salienta-se que os grupos apresentaram respostas certas, embora algumas delas incompletas, chegando à generalização pretendida.

Relativamente à soma dos ângulos externos de um triângulo, os alunos, segundo o que era pedido na tarefa (cf. Anexo C), desenharam um triângulo obtusângulo, acutângulo e retângulo e os respetivos ângulos externos. De seguida, recortaram os ângulos externos e registaram as suas conclusões.

Primeiramente, foi percetível que ainda não tinha ficado claro o que era um ângulo externo, já que em alguns desenhos (Figura 3), os ângulos externos estavam mal representados, representando o ângulo côncavo ou não prolongando corretamente um dos lados do triângulo.

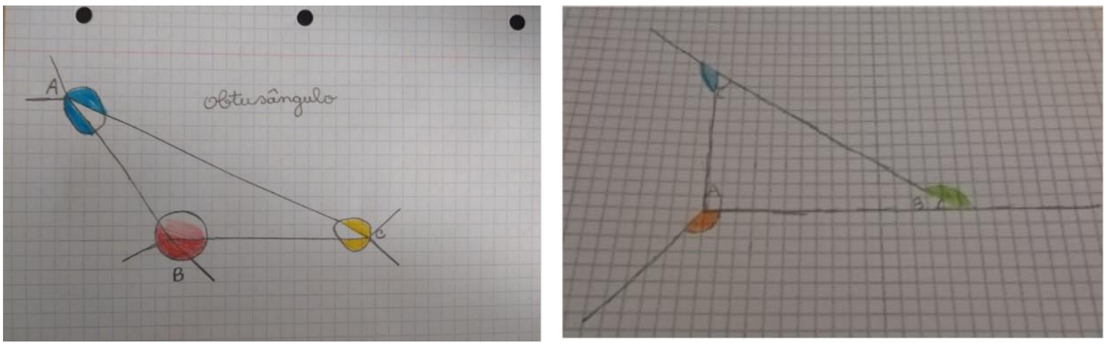


Figura 3. Representações pictóricas, dos alunos, dos ângulos externos dos triângulos

Durante a discussão em grande grupo, houve a necessidade de explorar algumas ideias, como por exemplo, a resposta do grupo 6 - "Quando recortámos os ângulos obtivemos ângulos obtusos" (PR_C). Perante o registo fotográfico dos triângulos desenhados (Figura 4), fornecido pelos alunos, foi possível utilizar o caso do triângulo retângulo e questionar o grupo sobre o que estávamos a observar. Rapidamente, os alunos reconheceram que um ângulo suplementar ao ângulo reto, também teria 90º, logo não podiam afirmar que os ângulos obtidos eram todos obtusos.

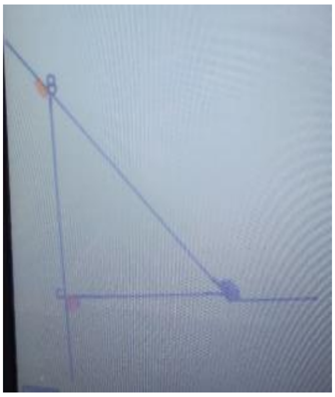


Figura 4. Representação pictórica dos ângulos externos de um triângulo retângulo

Depois da análise das respostas dos diferentes grupos, a turma chegou à generalização que se pretendia, quando o grupo 2 apresentou e explicou a sua conclusão, em que ao cortarem e juntarem os ângulos externos de cada triângulo, viram que a soma dava sempre um ângulo giro, como mostra a figura 5.

Figura 5. Apresentação do grupo 2 - soma dos ângulos externos de um triângulo

Por fim, para se trabalhar a relação entre lados e ângulos de triângulos iguais e de um só triângulo, disponibilizou-se uma figura no GeoGebra (cf. Anexo G) em que os alunos, a partir da manipulação e observação dos triângulos, partilharam as suas conclusões no decorrer da discussão em grande grupo.

Prof – Quem é que me sabe dizer o que é que estamos a observar?

F.V. – Os ângulos DOC E AOB são verticalmente opostos, portanto tem amplitudes iguais. (PR_J)

Prof - E relativamente aos lados?

D.M. - Como está numa circunferência, há dois lados do triângulo que são raios então são iguais. (PR_J)

(…)

M.L. – Os lados iguais sobrepõem-se a ângulos iguais. (PR_G)

Prof - Sobrepõem-se?

F.A. – Ângulos iguais são opostos a lados iguais. (PR_G)

Prof - Toda a gente concorda?

Alunos – Sim.

Prof – Muito bem. Então podemos concluir que em dois triângulos iguais os lados iguais…

D.M. - Opõem-se a ângulos iguais. (PR_G)

Deste modo, é percetível que os alunos foram capazes de justificar, chegando a conclusões com base em conhecimentos anteriores: as amplitudes dos ângulos DOC e AOB são iguais, tendo como fundamento os ângulos serem verticalmente opostos; lados iguais, tendo como fundamento serem raios da circunferência Por fim, os alunos generalizaram a relação em causa: “Ângulos iguais são opostos a lados iguais”, (F.A.).

Por sua vez, deu-se continuidade à discussão, tendo como foco as relações existentes num só triângulo.

Prof – E agora nesta relação entre lados e ângulos de um só triângulo, o que é que observamos?

C.S. – Dividimos o triângulo ao meio e vimos dois triângulos iguais.

F.V. – Os lados são iguais e os ângulos também.

D.M. – É um triângulo isósceles porque aqueles dois lados são iguais e os ângulos também são iguais. (PR_J)

Prof – Certo. O triângulo é isósceles, o comprimento de PR é igual ao comprimento de PQ e os ângulos são iguais. Então se relacionarmos os lados com os ângulos…

M.L. – Chegamos à mesma conclusão da outra imagem. Lados iguais opõem-se a ângulos iguais e ângulos iguais opõem-se lados iguais. (PR_G)

Assim, observa-se que os alunos foram capazes de justificar que o triângulo PRQ é isósceles, com base na respetiva definição (o comprimento de PR é igual ao comprimento de RQ e os ângulos MPR e MQR são iguais), chegando à conclusão, através do processo de generalizar, que existe a mesma relação tanto em dois triângulos iguais, como num só triângulo.

Posteriormente, disponibilizou-se uma tarefa em que os discentes tinham de construir um triângulo, seguindo os passos do guião de construção, presente no anexo B, e responder a duas questões. Apenas o grupo 4 apresentou as respostas corretas (cf. Anexo H), segundo o que era pedido, chegando à conclusão pretendida. No entanto, notou-se que os restantes grupos responderam tendo como referência conhecimentos já adquiridos, como por exemplo "o conjunto dos ângulos internos é sempre 180º".

Não obstante, na discussão em grande grupo, houve necessidade de retificar a terminologia utilizada pelo grupo 4. Quando questionados sobre como é que tinham chegado à conclusão e como é que pensaram, a porta-voz limitou-se a ler a resposta do grupo, referindo que ao manipularem o triângulo, observavam sempre o mesmo. Neste seguimento, a docente questionou:

Prof – Verticalmente oposto? O que é ser verticalmente oposto D.P.?

D.P. – Professora, são os ângulos.

Prof – Sim. Mas quando é que dizemos que dois ângulos são verticalmente opostos?

D.M. – Quando os ângulos têm o mesmo vértice.

Prof – É uma das características, apesar de não ser suficiente. Outra característica é que os lados de um ângulo são o prolongamento dos lados do outro.

D.M. – Então não são verticalmente opostos, são só opostos.

Prof – Queres tentar reformular a conclusão do vosso grupo?

D.M. - O ângulo com maior amplitude opõe-se ao lado com maior comprimento e o ângulo mais pequeno opõem-se ao lado com o comprimento mais pequeno. (PR_G)

Evidencia-se aqui a forma como o arrastamento do triângulo contribuiu para o processo de generalizar do grupo 4.

Na discussão desta tarefa, houve uma situação que retratou um aspeto inerente ao uso do GeoGebra. O grupo 3, para a questão *As relações que encontraram na questão 1, mantêm-se sempre ou não?*, respondeu que "Sim, porque por mais que mexamos no triângulo, os ângulos e os lados continuam sempre iguais". Perante a resposta escrita, era possível inferir que os alunos se estariam a referir ao que não se alterava nas relações investigadas. No entanto, quando questionados, a F.V. explicou que se referiam à medida de todos os lados e de todas as amplitudes dos ângulos.

Após análise da construção feita pelo grupo, constatou-se que tal acontecia, por a construção não ter sido realizada como previsto, pois o triângulo foi construído a partir da ferramenta “polígono rígido”, mantendo as características do triângulo inalteradas.

Por fim, os critérios de igualdade de triângulos foram apresentados à turma (Anexo I).

(Critério LLL)

Prof - O que é que estamos a observar nestes dois triângulos?

M.L. – Os dois triângulos têm os lados iguais, cada um.

Prof - E se os triângulos têm os lados iguais, então…

J.B. – Os triângulos são iguais. (PR_G)

(…)

(Critério LAL)

D.M. – Um ângulo é igual e os dois lados são iguais.

Prof - Dois lados quaisquer?

D.M. - Não. São os lados que têm o mesmo vértice.

Prof - Qual é a posição relativa dos lados relativamente ao ângulo?

D.M. – São adjacentes

Prof – Então dois triângulos são iguais quando têm, de um para o outro, dois lados iguais e o ângulo por eles formado com a mesma amplitude.

(…)

(Critério ALA)

C.S. – Os ângulos são iguais e o comprimento do lado é igual.

Prof - Qual lado?

C.S. – O lado que tem os ângulos adjacentes.

Perante a transcrição, nota-se que os discentes demonstraram facilidade na identificação e compreensão dos critérios de igualdade dos triângulos, refletindo-se, posteriormente, na tarefa complementar (cf. Anexo C), em que todos os discentes justificaram a igualdade de triângulos, tendo em conta os seus critérios.

3.4.2. Aprendizagem das propriedades geométricas dos paralelogramos e processos de raciocíno

Inicialmente, era pedido que os discentes manipulassem os vértices do paralelogramo obliquângulo de forma a transformá-lo num losango (não quadrado), num retângulo (não quadrado) e num quadrado, tendo de os desenhar, posteriormente, numa folha.

Foi notório que nem todos os alunos desenharam com rigor, tendo em conta as características das figuras geométricas, como é possível observar no exemplo da figura seguinte (figura 6). No entanto, tal facto observou-se apenas no desenho, sendo que as figuras no ecrã estavam corretas, inferindo-se que os alunos apresentaram dificuldades somente na passagem da manipulação e observação para a representação pictórica.

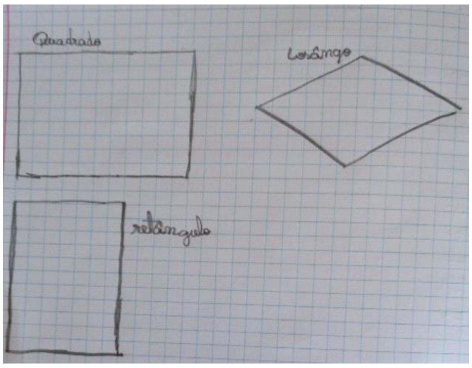


Figura 6. Representações do grupo 4

Neste caso, foram pedidas opiniões dos alunos relativamente às suas representações, pelo que alguns foram capazes de observar que os desenhos estavam incorretos, pois o losango desenhado “não tem os lados todos iguais” (I.M.) e o quadrado era “um retângulo porque os lados não são iguais” (C.B.).

Relativamente às propriedades dos paralelogramos, os alunos foram capazes de encontrá-las, generalizando a partir da exploração (cf. Anexo J), evidenciando-se os seguintes exemplos de respostas, que foram comparadas tendo em conta a sofisticação de comunicação matemática:

- Grupo 6 – A relação que existe entre os comprimentos dos lados dos paralelogramos é que os ângulos são iguais dois a dois. (PR_G)
- Grupo 5 - Os lados opostos são paralelos e possuem a mesma medida. (PR_G)

No que diz respeito aos casos particulares dos paralelogramos, estes foram discutidos tendo como ligação um comentário de um dos alunos, uma vez que este considerava que as figuras geométricas se alteravam consoante as posições.

Posto isto, foi apresentada uma representação de um quadrado (figura 7), feita por outro colega, e o grupo em que estava inserido o aluno que fez o comentário foi questionado sobre o que estavam a observar. O mesmo aluno explicou que achava que era um losango porque “tinha uma barriguinha”, mas que se o virasse já seria um quadrado. Tendo em conta esta observação, apresentaram-se dois quadrados em posições diferentes (figura 8), pelo que o discente reforçou a sua ideia, referindo-se ao quadrado da esquerda em que “era aquela barriguinha” de que estava a falar e que quando estava a mexer no GeoGebra viu que o losango e o quadrado tinham os lados iguais.

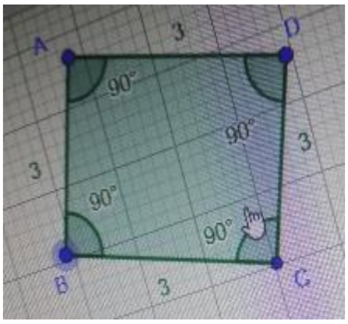


Figura 7. Construção do grupo 1

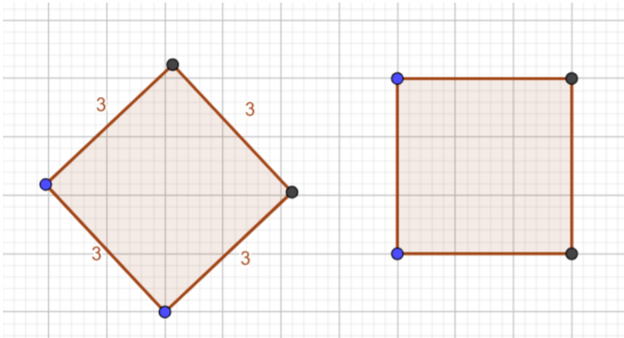


Figura 8. Construção da investigadora

Os colegas começaram a pedir a palavra para comentar a observação e partilhar as suas ideias, ajudando o aluno a visualizar e compreender as diferenças entre as duas figuras geométricas (anexo K):

D.M. - Não, L. O losango não é igual ao quadrado. São dois quadrados iguais, mas um está virado.

(…)

I.M. - Olha, o quadrado tem os lados iguais e o losango também, mas também podias fazer um losango com os lados maiores. (PR_Cl)

Prof - Sim, é verdade. Podiamos ter um losango com comprimento diferente. Mas e só olhamos para os lados da figura? O que é que nos dizem os ângulos IM?

I.M. - Então os ângulos não são todos iguais. Temos dois ângulos maiores e os outros mais pequenos.

Prof - E esses ângulos são iguais?

D.M. - Os maiores são professora, apareciam no GeoGebra. (PR_G)

I.M. - E os pequenos também. (PR_G)

Prof - Então no losango, vocês tinham dois ângulos… obtusos…

I.M. - E dois ângulos agudos.

Prof - E no quadrado?

C.B. - O quadrado tem quatro ângulos retos

Prof - L, então qual é a diferença entre o quadrado e o losango?

L.N. - Ah! São os ângulos professora. Eu não estava a perceber. Para mim parecia que os ângulos de lado ficavam diferentes e aquela parte de cima mais pequena.

Prof - Então o que conseguiste perceber agora com a ajuda dos teus colegas? Qual é a diferença?

L.N. - Os ângulos do quadrado são todos iguais… são… retos. Os ângulos do losango são diferentes dois a dois. Dois são obtusos e dois são agudos. (PR_G)

Desta forma, nota-se que o aluno percebeu a diferença entre o quadrado e o losango, desenvolvendo o conceito destas figuras geométricas a partir das suas características e não apenas da perceção visual associada à posição prototípica das figuras em causa. Salienta-se ainda que a aluna I.M. referiu o aspeto comum fundamental para a classificação inclusiva de se considerar que o quadrado é um losango ("o quadrado tem os lados iguais e o losango também"), sendo que é importante mencionar que durante a discussão deu-se mais ênfase aos aspetos distintos e não aos comuns devido à questão da posição do quadrado que estava a ser discutida. Por fim, o aluno L.N. atendeu aos aspetos específicos distintivos, referindo os dois ângulos obtusos iguais e dois ângulos agudos iguais dos losangos (não quadrados) e os ângulos retos dos quadrados. A discussão prosseguiu:

Prof - Muito bem. E já que estamos a falar dos ângulos, conseguem-me dizer qual é a posição relativa entre os dois ângulos iguais?

M.L. - São contrários

Prof - São contrários…

D.M. - São opostos.

Prof - Opostos. Então os ângulos opostos do losango são iguais.

D.M. - E os lados também.

Prof - Queres explicar?

D.M. - Os lados são todos iguais como o quadrado, então se os virmos dois a dois, são iguais. (PR_Cl)

Tendo em conta esta última observação, nota-se que foi referido mais uma vez um aspeto comum para a classificação inclusiva, uma vez que se considera que o quadrado é um losango por terem os lados iguais, dois a dois.

Prof - Os lados opostos do losango são iguais, é isso?

D.M. - Sim. Como o quadrado e o retângulo. (PR_CI)

Prof - Só?

I.M. - Não, está ali a dizer que a definição do paralelogramo é (lendo o *Powerpoint*) "um paralelogramo se, e somente se, os seus lados opostos forem paralelos".

Prof - Então se essa é a definição do paralelogramo e se podemos observar essa característica em todas as outras figuras, o que é que podemos concluir?

D.M. - Que são todos paralelogramos. (PR_CI)

Deste modo, nota-se que o comentário inicial se demonstrou pertinente para o desenvolvimento da discussão, uma vez que os alunos foram capazes de ir mais além e começaram a apresentar um discurso mais rico no que diz respeito às propriedades das figuras, aproximando-se dos seus conceitos e chegando aos casos particulares dos paralelogramos. Neste sentido, os alunos evidenciam o processo de classificar ao estabelecerem uma organização entre as várias figuras exploradas no GeoGebra já que explicitaram o critério comum a todos os paralelogramos, o de os seus lados opostos serem paralelos, mas também identificaram aspetos distintivos.

Na última parte da tarefa, era pedido que os alunos organizassem os diferentes paralelogramos num diagrama de Venn. Todos os grupos organizaram-nos corretamente, sendo apresentado, de seguida, o exemplo do grupo 3.

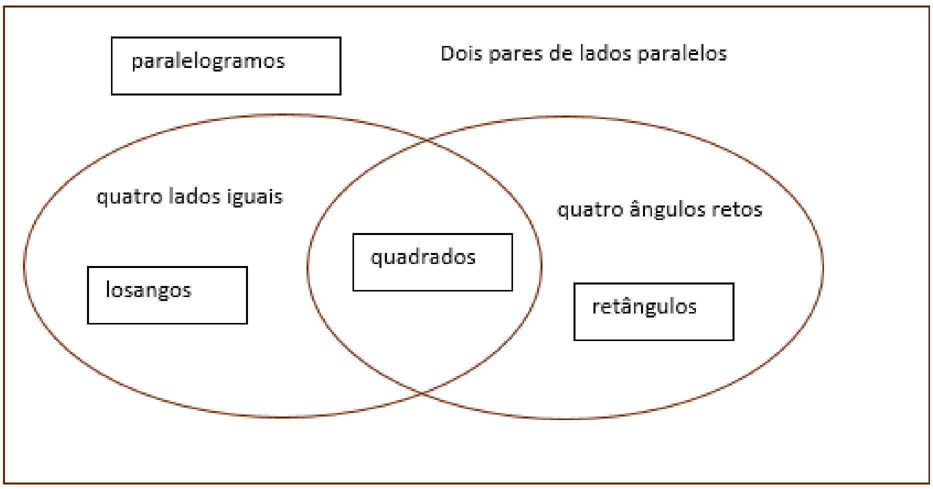


Figura 9. Diagrama de Venn do grupo 3

Apesar de não terem desenhado um exemplo para cada etiqueta, uma vez que a tarefa foi realizada no computador e os alunos apresentaram dificuldades na sua concretização, salienta-se que foram capazes de organizar as diferentes figuras geométricas, dentro de uma dada classe de objetos, os paralelogramos (PR_Cl).

3.4.3. Perceção dos alunos sobre o *software* GeoGebra

Como já mencionado anteriormente, foi realizado um inquérito por questionário para perceber a opinião dos alunos sobre o GeoGebra. Analisando as respostas dadas (cf. Anexo L), pode-se constatar que nenhum dos elementos pertencentes ao grupo de estudo conhecia o *software*.

No que diz respeito à questão *Gostaste de trabalhar com o GeoGebra?* 75% dos inquiridos respondeu que sim, apresentando diversas justificações – como por exemplo por ser divertido, pelo gosto de ver as formas que conseguia realizar, por poder criar figuras de forma fácil e gira, entre outras – e apenas 25% respondeu mais ou menos, referindo que o *software* era um “bocado complicado e confuso”. Desta última percentagem, apenas 8%, aproximadamente, referiu que achava que o *software* ajudou “um pouco” a perceber melhor a matéria, enquanto que os restantes apresentaram uma resposta positiva.

Os alunos que responderam positivamente, justificaram-nas tendo como referência diferentes perspetivas, notando-se a visualização e manipulação na compreensão dos conteúdos ligados aos ângulos e às figuras geométricas, como por exemplos as respostas dadas pelos alunos C.S. – “porque podemos mexer nos paralelogramos e aprendemos muito melhor” –, D.M. – “porque podemos manipular a figura toda e isso ajuda muito” – e M.L. – “porque conseguia ver as retas e as amplitudes”.

No que concerne aos conteúdos aprendidos, 28% das respostas referiram os ângulos, nomeadamente, a formação e compreensão dos ângulos externos e internos. Por sua vez, 17% incidiram nos triângulos e 11% nos paralelogramos. Na margem dos 6% apresentaram-se as respostas referentes às figuras geométricas e à movimentação dos vértices dos ângulos e, nos 5%, a formação de ângulos, a construção de triângulos, as retas e as propriedades dos paralelogramos, mais concretamente, em que todos os paralelogramos têm os lados paralelos.

Por conseguinte, 92% dos inquiridos responderam que não achavam que os conteúdos trabalhados seriam aprendidos mais facilmente de outra maneira, pelo que apenas 8% respondeu positivamente, apresentado a justificação de que teria sido mais fácil nas aulas presenciais.

Relativamente ao que gostaram mais de fazer no GeoGebra, a sua exploração e os triângulos foram referidos por 25% dos alunos, cada uma, sendo que ainda se apresentam respostas referentes à manipulação e construção de ângulos (9%) e à criação de figuras geométricas e manipulação de quadriláteros (8%). Não obstante, 8% não soube apresentar nada que tenha gostado mais e outros 8% referiu que tinha gostado de tudo.

Por fim, todos os discentes são da opinião de que o *software* tornou as aulas de Matemática mais divertidas e que gostariam de voltar a trabalhar com este AGD, sendo que, numa escala de 0 a 5 – em que 0 era "não gostava" e 5 "gostava muito" – 17% escolheram o 3, 33% o 4 e, de maior destaque, o 5 que foi escolhido por 50% dos inquiridos.

3.5. Considerações Finais

Neste último subcapítulo, apresenta-se as principais conclusões do estudo, tendo como referência as questões de investigação já mencionadas anteriormente: (i) Que processos de raciocínio utilizam os alunos na exploração de tarefas envolvendo propriedades geométricas e com recurso ao GeoGebra?; (ii) Quais as potencialidades do GeoGebra para a compreensão de propriedades geométricas?; (iii) Qual o contributo do GeoGebra para o desenvolvimento dos processos de raciocínio dos alunos?

No que diz respeito à primeira questão - *Que processos de raciocínio utilizam os alunos na exploração de tarefas envolvendo propriedades geométricas e com recurso ao GeoGebra?* – o grupo de alunos demonstrou ser capaz de, tal como afirmam Rodrigues et al. (2019), defender e construir as suas ideias matemáticas, apresentando processos de raciocínio como: (a) conjeturar, desenvolvendo afirmações tendo por base as suas inferências a partir de casos particulares; (b) justificar, alcançando conclusões a partir de uma lógica de afirmações verdadeiras já conhecidas; (c) generalizar, em que ao observarem propriedades comuns nos vários casos visualizados no ecrã pela manipulação das figuras, encontraram uma regra geral; e (d) classificar, sendo capazes de organizar os retângulos, os quadrados e os losangos dentro da classe dos paralelogramos, encontrando, assim, os casos particulares.

Neste seguimento, os discentes foram capazes de inferir uma regra geral a partir da observação de casos particulares, tal como afirmam Silva (2009) e Pólya (1990, citado por Ponte et al., 2020). Assim, a partir da exploração das diferentes tarefas do GeoGebra (casos particulares), os alunos conjeturaram as suas ideias e chegaram às conclusões pretendidas, generalizando a constante observada para todos os triângulos e paralelogramos.

Relativamente à segunda e terceira questões – *Quais as potencialidades do GeoGebra para a compreensão de propriedades geométricas?* e *Qual o contributo do GeoGebra para o desenvolvimento dos processos de raciocínio dos alunos?* –, estas serão explicitadas de forma integrada, uma vez que se encontram estritamente relacionadas.

Após a análise dos resultados, dá-se destaque à ferramenta do arrastar. Esta possibilitou que os alunos construíssem e manipulassem as figuras geométricas, observando e analisando diferentes relações referentes aos triângulos e aos paralelogramos. Ao arrastarem os vértices do triângulo, por exemplo, os discentes tiveram a oportunidade de analisar os objetos invariantes, chegando às generalizações. Na apresentação e discussão dos resultados apresentados na secção anterior, é percetível este facto, uma vez que os discentes concluíram que por mais que manipulassem os vértices do triângulo, a soma dos ângulos internos mantinha-se inalterada, sendo sempre igual a 180º, e que a amplitude de um ângulo externo era sempre igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes.

Neste seguimento, a exploração do próprio *software*, não só no que diz respeito ao arrastamento, como também à construção de figuras geométricas, nomeadamente, dos lados e dos ângulos dos triângulos, ajudou os alunos a realizarem conjeturas que *a posteriori* os levaram a estabelecer conclusões, alcançando a generalização.

Por sua vez, as construções e a visualização e exploração das mesmas possibilitaram uma análise cuidada das construções feitas pelos alunos, em que, comparando as que foram desenhadas numa folha com as que foram realizadas tendo como recurso o GeoGebra, os alunos desenvolveram o seu sentido crítico relativamente às propriedades das figuras geométricas, tendo sido um ponto primordial para a desconstrução da ideia de que as figuras mudavam consoante as suas posições. Neste caso, salienta-se que a manipulação das imagens promoveu a observação de invariantes nos objetos geométricos, descentralizando os alunos das figuras prototípicas (Pereira & Serrazina, 2015).

Outra grande potencialidade foi a visualização que auxiliou todo o processo de aprendizagem dos discentes, pelo que através desta, foi possível dar significado aos conteúdos lecionados, facilitando a aquisição de novos conhecimentos ligados à geometria, como por exemplo, as propriedades dos paralelogramos e os critérios de igualdade dos triângulos.

Deste modo, salienta-se que este AGD apresenta diferentes potencialidades para a compreensão de conceitos geométricos, possibilitando, como já referido, um ensino dinâmico, interativo e significativo pela manipulação, visualização, criação de conjeturas, validação, compreensão e comunicação de conceitos (Fonseca et al., 2019; Silveira & Cabrita, 2013).

Em conformidade, estas potencialidades possibilitaram o desenvolvimento dos processos de raciocínio dos alunos, pelo que a visualização e a manipulação, a partir do arrastamento, permitiram que os alunos apresentassem diferentes processos de raciocínio matemático, na procura de semelhanças e diferenças e na justificação das suas conclusões.

Não obstante, foi percetível que o AGD é um recurso potencializador na elaboração de conjeturas e no estabelecimento de generalizações, sendo que o processo de justificar não foi o mais evidenciado. No entanto, o processo de justificar foi promovido numa abordagem complementar à exploração através do GeoGebra, pelo que a docente demonstrou ter a preocupação de gerir as discussões sobre o trabalho exploratório realizado pelos discentes. Assim, nota-se a importância do papel do professor, uma vez que um trabalho eficaz com um AGD não pode ter por base única e exclusivamente o uso do software, sendo fundamental a proposta e promoção, por parte do docente, de discussões incidentes sobre o que os alunos observaram, orientando o discurso no sentido de os levar a justificar.

Perante os resultados da investigação, nota-se que o desenvolvimento do estudo contribuiu para a compreensão da relação estreita entre o papel do AGD e o desenvolvimento dos processos de raciocínio, já que o GeoGebra apresenta diversas potencialidades na promoção dos processos de conjeturar, generalizar e, ainda que menos evidenciado, justificar, através de discussões complementares, e classificar. No entanto, apresentam-se alguns constrangimentos no desenvolvimento da investigação.

O ensino a distância não demonstrou ser um fator condicionante para a realização da investigação, uma vez que todos os alunos tiveram acesso aos recursos necessários para o seu desenvolvimento. Contudo, apresentou-se como um fator agravante no que diz respeito ao acompanhamento e apoio prestado aos alunos na utilização e exploração do *software*.

Por um lado, alguns discentes não eram muito autónomos na utilização do computador, o que dificultou a fase inicial, em que estes tinham de fazer o *download* do programa e na própria exploração. Por outro lado, o que aconteceu numa das tarefas, em que o triângulo foi construído indevidamente, pois os alunos realizaram-no a partir da ferramenta “polígono rígido” impossibilitando as variações do comprimento dos lados e da amplitude dos ângulos, podia ter sido evitada ou, posteriormente, resolvida de forma mais simples.

Por sua vez, o ensino a distância também fez com que o tempo das aulas fosse ajustado, pelo que as duas sessões de 100 minutos por semana foram divididas em aulas síncronas e assíncronas, tendo ficado apenas 40 minutos definidos para cada sessão síncrona. Este acontecimento restringiu o desenvolvimento da investigação, não no que diz respeito à exploração, mas sim à discussão das tarefas e das próprias tarefas em si, tendo sido adaptadas consoante o tempo disponível. Nota-se ainda que o tempo restrito de aula também condicionou o desenvolvimento das discussões, não dando oportunidade de ir mais além do pretendido nem promover, como estava previsto, o processo de classificar, como foi o caso da sessão dos paralelogramos, em que tinha sido interessante explorar a classificação inclusiva, nomeadamente, discutindo se um losango é um quadrado ou se um quadrado é um losango.

3. REFLEXÃO FINAL

Nesta última secção do relatório, pretende-se refletir sobre os contributos, quer da experiência desenvolvida na PES II, quer da experiência no processo de investigação, e identificar aspetos significativos para o desenvolvimento pessoal e profissional.

Em conversas com alguns colegas de turma, era evidente a perspetiva de que, enquanto alunos do último ano de Mestrado, apresentaríamos mais facilidade em concretizar o estágio do que nos anos anteriores. Certo que a pouca, e tenra, experiência que levávamos era fator de influência deste pensamento, dando-nos uma maior segurança para iniciar mais uma nova, mas conhecida, etapa. Contudo, na prática, foi habitual ouvir comentários que refletiam a mesma ou, em alguns casos maior, preocupação, insegurança e receios sentidos noutras práticas.

O grau de desenvolvimento dos estágios aumenta de ano para ano, sendo acompanhado também pelo aumento do nível de exigência. Este desenvolvimento é gradual, respeitando as diferentes etapas do nosso processo formativo, pelo que nos possibilita vivenciar e tirar proveito dos estágios nas diferentes fases que nos encontramos, desenvolvendo, consoante o conhecimento adquirido, competências para a nossa futura prática docente.

O contacto com diferentes contextos e modelos e práticas pedagógicas, é um dos fatores mais notórios dos estágios. Aquela "falsa segurança" de que o estágio será mais fácil por já se ter passado pela experiência, é desconstruída assim que se chega ao contexto. Encontram-se alunos diferentes, professores diferentes, práticas diferentes e o próprio *timing* de aprendizagem é diferente, dando-nos a perceção de que somos novos, estamos a pisar terrenos novos e que ainda temos muito a aprender.

No meu entender, esta é a beleza não só das práticas, como também da profissão. Não nos podemos, ou devemos, entregar a monotonia quando a própria vivência profissional não é monótona. Lidamos com diferentes alunos, com níveis de aproveitamento distintos, e com diferentes pessoas que fazem parte da equipa educativa. Tal exige uma capacidade de gestão e de relacionamento intra e interpessoal que seja propícia para o desenvolvimento e crescimento, quer pessoal quer profissional. Exige-se uma educação atual e significativa, pelo que os professores devem ser capazes de acompanhar o desenvolvimento da sociedade, sabendo agir perante as diferenças do seu grupo.

A PES II veio reforçar, mais uma vez, esta ideia. Mais do que ter sido "difícil", foi muito desafiante. No contexto de 2.º CEB, a prática foi realizada em regime *online*, o que me fez sentir muito hesitante. Sou uma pessoa bastante extrovertida, comunicativa e que valoriza a relação entre o professor-aluno, na medida em que esta proporciona um bom ambiente de sala de aula e, consequentemente, um ambiente promotor de aprendizagem, facilitando a interação entre o grupo e os conteúdos a lecionar. Contudo, a relação que (não) se cria através de um ecrã de um computador, faz com que me sinta mais insegura, pois não consigo ter a melhor perceção das reações dos alunos, das suas posturas e das expressões que tanto nos ajudam a perceber se o aluno está a perceber ou não o que é dito.

No entanto, saliento que a modalidade do ensino a distância fez com que tivéssemos (eu e o meu par de estágio) um maior cuidado e preocupação na escolha e realização de atividades, tentando pôr em prática estratégias que motivassem e cativassem a atenção dos discentes.

Relativamente ao contexto de 1.º CEB, esta preocupação também esteve sempre presente, mas senti que a pressão era menor, uma vez que conseguíamos acompanhar presencialmente os alunos e o processo de ensino-aprendizagem e conseguimos tirar um maior proveito das aulas lecionadas.

Não obstante, noto que ainda apresento uma dificuldade que me tem vindo a acompanhar desde a PES I, sendo esta a gestão do tempo. O tempo para lecionar, por si só, já é restrito, tendo em conta o plano curricular. Dentro desta restrição já existente, sinto que ainda não sou capaz de fazer uma gestão adequada, pois quando sinto que os alunos ainda têm dúvidas ou que algum conteúdo não ficou claro, tento arranjar diferentes estratégias para explicar o que é pretendido, o que me leva a reestruturar e readaptar, no momento, atividades que já se encontravam planificadas. Contudo, percebi, através de conversas com as OC e com os Professores Orientadores, que esta dificuldade é sentida pelos demais e acredito que com a experiência consiga melhorar esta capacidade de gestão.

Relativamente à realização do estudo, este possibilitou-me ter um maior contacto e conhecimento referente ao uso das tecnologias no ensino, desenvolvendo competências profissionais no que diz respeito à escolha de estratégias que englobam as TIC no processo de ensino-aprendizagem. Sendo defensora de práticas inovadoras e que vão ao encontro do interesse dos alunos, saliento a pertinência do processo de investigação na aquisição de novos conhecimentos, nomeadamente, na relação entre as TIC e o ensino da Matemática e das potencialidades do uso de Ambientes de Geometria Dinâmica.

Noto ainda que o facto de ter saído da minha zona de conforto, uma vez que não me sentia confiante para lecionar os conteúdos de geometria, fez com que me superasse a mim mesma, os meus receios e as minhas inseguranças, traduzindo-se num sentimento de realização própria.

Por fim, saliento que, apesar de esta etapa ser o culminar de 5 anos de esforço e dedicação, o meu percurso formativo não acaba aqui, antes pelo contrário. Este fim marca o início de novas etapas de aprendizagem constante. Foi um caminho longo, com alguns obstáculos, mas muito enriquecedor e motivador, que me fez crescer e ver que por mais difícil que possa parecer, o importante é dar o primeiro passo e que cair também faz parte da aprendizagem… não só na nossa formação, como também na vida! Toda esta experiência fez com que me tornasse uma pessoa mais reflexiva, aberta a novos desafios e desenvolveu a minha capacidade de resiliência. Capacidade essa imprescindível, na minha humilde opinião, para o crescimento pessoal e profissional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abar, C. A. A. P. (2015). A contribuição da geometria dinâmica na resolução de problemas. In ResearchGate. https://www.researchgate.net/publication/264893126_A_Contribuicao_da_Geometria_Dinamica_na_Resolucao_de_Problemas

Aires, L. (2015). *Paradigma qualitativo e práticas de investigação educacional*. Lisboa: Universidade Aberta

Araujo, R. E. G. & Pazuch, V. (2019). Tarefas de geometria dinâmica com objetos de aprendizagem para a exploração e a investigação de conceitos geométricos. *Boletim Gepem*, 74, 20-36.

Bairral, M. A. & Barreira, J. C. F. (2017, dezembro). Algumas particularidades de ambientes de geometria dinâmica na educação geométrica. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, *6*(2), 46-64.

Batista, B., Moreira, E. V., Rodrigues, D. & Silva, F. P. (2021). Técnicas de recolha de dados em investigação: inquirir por questionário e/ou inquirir por entrevista? In Sá, P., Costa, A. P. & Moreira, A. (Orgs.) *Reflexões em torno de metolodigas de investigação: recolha de dados*, 2, 13-36. Aveiro: UA Editora. https://doi.org/10.34624/ka02-fq42

Brunheira, L. & Ponte, J. P. (2016). Realizar construções geométricas com o GeoGebra. O contributo do AGD para a estruturação geométrica, 341-353.

CIED (2018). *Código de conduta ética na investigação*. Consultado em junho de 2021, em https://www.eselx.ipl.pt/sites/default/files/media/2018/aprovado_codigo_etica_0.pdf

Coelho, M. I. & Saraiva, M. J. (2000). Tecnologias no ensino-Aprendizagem da Geometria. In Saraiva, Coelho, M. I . & Matos, J. M. (Orgs.), *Ensino e Aprendizagem da Geometria – Actas do IX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-60). Fundão: SPCE.

Correia, M. C. B. (2009). A observação participante enquanto técnica de investigação. *Pensar Enfermagem*, *13*(2), 30-36. http://hdl.handle.net/10400.26/23968

Coutinho, P.C. (2006). Aspectos metodológicos da investigação em tecnologia educativa em portugal (1985-2000). In Actas do Colóquio da AFIRSE. Lisboa: Universidade de Lisboa.

Coutinho, P. C. (2014; 2015). Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática. Coimbra: Almedina.

Craveiro, M. C. F. G. V. (2007). Formação em contexto: um estudo de caso no âmbito da pedagogia da infância, 202-249 [Tese de doutoramento em Estudos da Criança] Repositórium da Universidade do Minho. http://hdl.handle.net/1822/7085

Cunha, B., Duarte, E. & Martins, J. (2010). A matemática com as TIC no processo de ensino-aprendizagem: construção de uma unidade didática [Pós-Graduação em TIC em Contextos de Aprendizagem]. Repositório Científico da Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti. http://hdl.handle.net/20.500.11796/855

Fonseca, D. S., Prado, M. E. B. B. & Powell, A. B. (2019, setembro). As tecnologias digitais da informação e comunicação no contexto do PIBID. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, *12*(2), 183-190. https://doi.org/10.17921/2176-5634.2019v12n2p183-190

Krüger, L. M. & Ensslin, S. R. (2013). Método tradicional e método construtivista de ensino no processo de aprendizagem: uma investigação com os acadêmicos da disciplina Contabilidade II do curso de ciências contábeis da Universidade Federal de Santa Catarina. *Revista Organizações em Contexto*, *9*(18), 219-270. http://dx.doi.org/10.15603/1982-8756/roc.v9n18p219-270

Lannin, J., Ellis, A. B. & Elliott, R. (2011). Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8. Reston, VA: NCTM

Louseiro, M. (2011). Contributos da prática de Conselho de Cooperação Educativa para o desenvolvimento sociomoral dos alunos. *Escola Moderna*, *39*(5), 12-40.

Miranda, R. J. P. (2009). Qual a relação entre o pensamento crítico e a aprendizagem de conteúdos de ciências por via experimental?: um estudo no 1º Ciclo [Tese de mestrado em Didáctica das Ciências] Repositório da Universidade de Lisboa. http://hdl.handle.net/10451/5489

Mónico, L., Alferes, V., Castro, P. A. & Parreira, P. (2017). A observação participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. In CIAIQ, *Atas – Investigação Qualitativa em Ciências Sociais*, *3*, 724-733.

Movimento da Escola Moderna (s.d.). *Modelo pedagógico*. Consultado em http://www.movimentoescolamoderna.pt/modelo-pedagogico/

Niza, S. (1998). A organização social do trabalho de aprendizagem no 1.º ciclo do ensino básico. *Inovação*, 11, 77-98.

Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia soft. *Educação e Matemática*, *100*, 3-9.

Pereira, M. G. B. & Serrazina, M. L. (2015). Propriedades e relações entre quadriláteros: contributos do geoplano e do GeoGebra. Um estudo no 4. ano de escolaridade. *Quadrante*, *24*(1), 29–58. https://doi.org/10.48489/quadrante.22916

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. *Educação e Matemática*, *100*, 89-96.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, *22*(2), 55–81.

Ponte, J. P., Quaresma. M. & Pereira, J. M. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, 156, 7-11. http://hdl.handle.net/10451/44393

Reis, M. P. I. F. C. P. (2008). A relação entre pais e professores: uma construção de proximidade para uma escola de sucesso [Tese de doutoramento em Educação Infantil e Familiar]. Universidade de Málaga. Consultado em http://atarazanas.sci.uma.es/docs/tesisuma/17678213.pdf

Rodrigues, M., Serrazina, L., & Caseiro, A. (2019). Estruturar o raciocínio matemático numa aula de 2.º ano de escolaridade. In A. I. Silvestre, F. R. Jorge, H. Pinto, H. M. Guimarães, & P. Afonso (Eds.), *Atas do XXX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 57-70). Lisboa: Associação de Professores de Matemática. ISBN: 978-972-8768-71-3

Serralha, F. (2007). Trabalho de Estudo Autónomo. In A Socialização democrática na escola: o desenvolvimento sociomoral dos alunos do 1.º CEB [Tese de Doutoramento]. Lisboa: Universidade Católica. Consultado em http://centrorecursos.movimentoescolamoderna.pt/dt/1_2_1_org_coop_conselho/121_a_08_cons_coop_educ_filserralha.pdf

Silva, A. P. (2009). A problemática da descoberta e da prova. *Educação e Matemática*, 101, 37-41.

Silva, G. H. G. (2011). Atividades investigativas em um ambiente de geometria dinâmica. *Revista de Ciências e Matemática*, *2*(1), 9-29.

Silva, G. H. G. & Penteado, M. G. (2009). O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa [Programa de Pôs-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 1066-1079.

http://www.sinect.com.br/anais2009/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematica_artigo17.pdf

Silveira, A. & Cabrita, I. (2013). O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas. *Indagatio Didactica*, *5*(1), 149-170.

Sousa, J. M. & Baptista, S., C. (2011). Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios, 18-29. Lisboa: Pactor.

Trindade, L. P. & Bulegon, A. M. (2017). GeoGebra: recurso tecnológico no ensino da matemática. In Lima, R. M. (Ed.), *Mídias na Educação: a pedagogia e a tecnologia subjacentes* (pp. 139-159). Porto Alegre: Editora Evangraf. http://penta3.ufrgs.br/MidiasEduc/livro/Midias%20educacao%20-%202017.pdf

ANEXOS

Anexo A. Fontes das tarefas implementadas

Tabela 3.

Fontes das tarefas implementadas

Calendarização	Tarefas	Fonte
22 a 26 de fevereiro	Exploração do software GeoGebra	Investigadora
1 a 5 de março	Exploração dos ângulos internos de um triângulo	Escola Virtual
	Tarefa de ângulos externos	Investigadora
8 a 12 de março	Exploração das relações entre lados e ângulos de triângulos iguais e num triângulo	Escola Virtual
	Tarefa complementar dos critérios de igualdade de triângulos	Investigadora
15 a 19 de março	Tarefa das propriedades dos paralelogramos	Prof.ª Marisa Gregório, adaptada pela Equipa do Projeto REASON

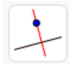
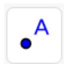
Anexo B. Guiões de trabalho

Guião de exploração

Acesso à tarefa

Para teres acesso à tarefa de exploração do GeoGebra, clica no link seguinte: https://www.GeoGebra.org/classroom/bftsvyyk, escreve o teu nome e carrega no "Início". Caso prefiras, também podes aceder ao classroom do GeoGebra através link www.GeoGebra.org/classroom e introduzires o código BFTS VYYK.

Vamos construir!

1. Observa a reta AB
2. Na barra de ferramentas,  clica no ícone  e seleciona a "reta paralela". Desenha uma reta paralela à reta AB. Para isso, precisas de selecionar primeiro um ponto qualquer na malha e de seguida a reta AB.
3. Na barra de ferramentes, clica novamente no mesmo ícone e seleciona a "reta perpendicular". Desenha duas retas perpendiculares à reta AB:
    a. Seleciona o ponto A e depois a reta paralela.
    b. Seleciona o ponto B e depois a reta paralela.
4. Com o auxílio da seta , seleciona o "mover" e arrasta o ponto C para a interseção das duas retas, ponto em que a reta paralela e perpendicular se cruzam, de modo a obteres a reta AC.
5. Repara que tens outra interseção entre a reta paralela e a reta perpendicular que contém o ponto B. Clicla no ícone , seleciona "Interseção de Dois Objetos" e carrega nas duas retas que se intersetam para obteres o ponto D.

Repara que agora tens um retângulo ABCD! Vamos traçar a bissetriz do ângulo ABD. Não te esqueças que a letra do meio indica o vértice do ângulo.

6. Clicla no ícone  e seleciona "Bissetriz". De seguida, seleciona os três pontos do ângulo, respeitando a seguinte ordem: A – B – D.
7. Repete o processo explicado no ponto 5 e marca a interseção entre:
    a. A bissetriz e a reta CD.
    b. A bissetriz e a reta AC

1. Observa a tua construção e indica:

1.1. Duas retas paralelas ____

1.2. Duas semirretas paralelas ____________________________________

1.3. Duas semirretas perpendiculares ______________________________

1.4. Dois segmentos de reta perpendiculares ________________________

1.5. Dois segmentos de reta com o mesmo comprimento _____________

2. Qual é a possição relativa das retas AC e BF?

____

3. Observa os ângulos da tua construção e indica:

3.1. Dois ângulos adjacentes ____________________________________

3.2. Dois ângulos complementares________________________________

3.3. Dois ângulos suplementares _________________________________

4. Completa:

O par de ângulos DEB e CEF são _________________________________,
logo, a amplitude é _________________________________.

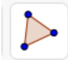
BOM
TRABALHO

Guião de construção

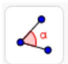
Acesso à tarefa

Para teres acesso à tarefa de exploração do GeoGebra, clica no link seguinte: https://www.GeoGebra.org/classroom/zmuygx2c, escreve o teu nome e carrega no "Início".

Vamos construir um triângulo!

1. Na barra de ferramentas,  clica no ícone  e seleciona o "Polígono". Clilca, na página em branco, onde pretendes colocar os vértices do teu triângulo. No final, tens um triângulo [ABC].

Vamos medir os ângulos!

2. Seleciona o ícone  e seleciona "Ângulo". Para medires o ângulo interno com um dos vértices do triângulo, deves carregar nos lados que têm esse vértice em comum, sempre pelo sentido dos ponteiros do relógio. Faz o mesmo para os outros vértices.

Vamos medir os lados!

3. Seleciona o ícone  e seleciona "Distância, Comprimento ou Perímetro" (). Posteriormente, carrega em cima dos três lados do triângulo. Repara que vão aparecer os valores do comprimento dos lados. Esses valores apresentam-se em centímetros.

Deverás ter um triângulo [ABC], com as amplitudes dos ângulos internos e com a medida de todos os lados.

Observem com atenção e respondam às questões:

1. Conseguem encontrar alguma relação entre o comprimento dos lados e as amplitudes dos ângulos do triângulo?

2. Manipulem o vosso triângulo, arrastando os vértices. As relações que encontraram na questão 1, mantêm-se sempre ou não?

Anexo C. Tarefas de investigação e exploração

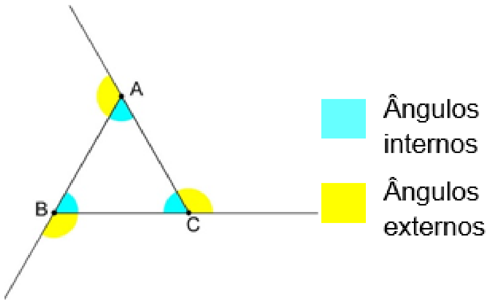
Tarefa: Ângulos externos de um triângulo

Nome dos elementos do grupo:

____

____

Um triângulo tem três ângulos internos e três ângulos externos.
Como tu já sabes, a soma dos três ângulos internos, qualquer que seja o triângulo, é igual a um ângulo raso, ou seja, 180°.
Para representares os ângulos externos de um triângulo, precisas de desenhar um triângulo, prolongando uma das extremidades dos lados desse mesmo triângulo.
Os ângulos externos são os ângulos suplementares aos ângulos internos do triângulo.



Para realizarem esta tarefa, vão precisar de:

- GeoGebra
- Folha quadriculada
- Material de desenho
    - Régua
    - Canetas ou lápis de cor
- Material de escrita
    - Lápis ou caneta
- Tesoura

Tarefa de exploração do GeoGebra

Passos a realizar:

1. Acede ao GeoGebra Classroom através do seguinte link: https://www.GeoGebra.org/classroom/n4jttvpa
2. Coloca o teu nome e carrega no “inicio”.
3. Explora a construção, arrastando os vértices do triângulo.

Discutam em grupo o que observam e respondam às seguintes questões:

1. Que relações podem fazer entre os ângulos externos e os ângulos internos do triângulo?

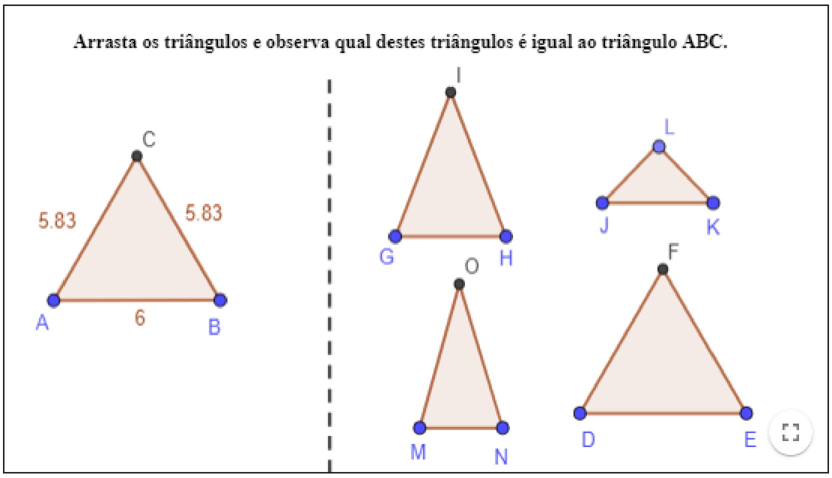
   Expliquem como chegaram às vossas conclusões.

Nota: As tarefas são realizadas em grupo, mas apenas um dos elementos do grupo entrega a resolução na plataforma Teams. A tarefa deverá estar devidamente identificada com os vossos nomes.

Tarefa complementar: Critérios de igualdade dos triângulos

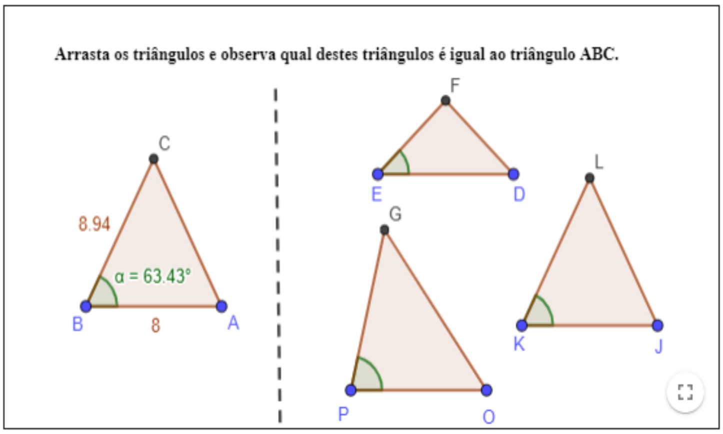
Critérios de igualdade

Autor: Catarina Andrade



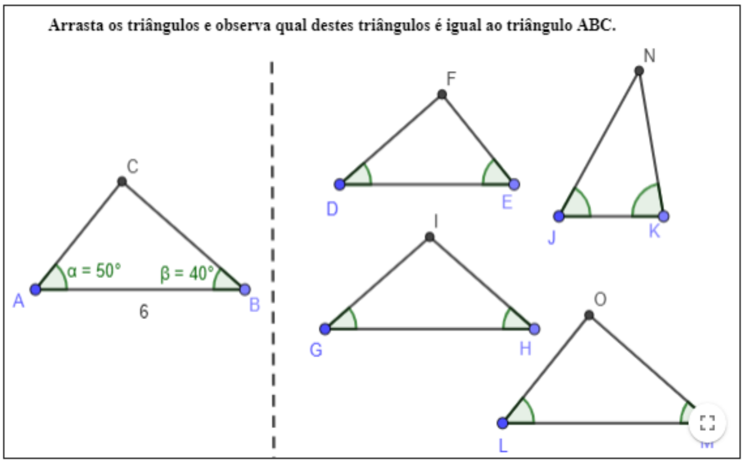
Diz, **justificando**, qual é o triângulo igual ao triângulo [ABC]. As medidas indicadas estão em centímetros.

Digite sua resposta aqui...



Diz, **justificando**, qual é o triângulo igual ao triângulo [ABC]. As medidas indicadas estão em centímetros e a amplitude do ângulo ABC é de 63º, aproximadamente.

Digite sua resposta aqui...



Diz, **justificando**, qual é o triângulo igual ao triângulo [ABC]. A medida indicada está em centímetros e a amplitude do ângulo BAC é de 50º e do ângulo ABC é de 40º.

Digite sua resposta aqui...

Porque é que o triângulo [IGH] não é igual ao triângulo [ABC]?

Digite sua resposta aqui...

Número do grupo:

Nome dos elementos do grupo:

TAREFA PROPRIEDADES DOS PARALELOGRAMOS[1]

1. Abre o ficheiro do GeoGebra "Propriedades dos paralelogramos". Nele encontras a construção de um paralelogramo.

1.1. Manipula os vértices da construção e encontra os casos particulares do paralelogramo. Desenha-os no quadriculado abaixo.

Losango (não quadrado)	Retângulo (não quadrado)	Quadrado

1.2. Seleciona "Verificar paralelismos..." para confirmar que todas as construções obtidas mantêm a propriedade do paralelismo entre os lados dos paralelogramos.

2. Vamos agora investigar as propriedades dos paralelogramos.

2.1. Qual é a relação que existe entre **os comprimentos dos lados dos paralelogramos**? Será que essa propriedade se mantém para todos os paralelogramos? (Manipula os vértices da construção para tirares as tuas conclusões).

2.2. Investiga as relações entre as amplitudes dos **ângulos internos**. Para isso, seleciona "Mostrar ângulos internos". Regista as tuas conclusões.

[1] Tarefa de autoria da Professora Marisa Gregório, adaptada pela Equipa do Projeto REASON

2.3. Investiga agora as relações entre as amplitudes dos **ângulos internos adjacentes**. Regista as tuas conclusões.

____

____

2.4. Que relação existe entre os **ângulos externos** de vértices distintos? Seleciona "Mostrar ângulos externos" e regista as tuas conclusões.

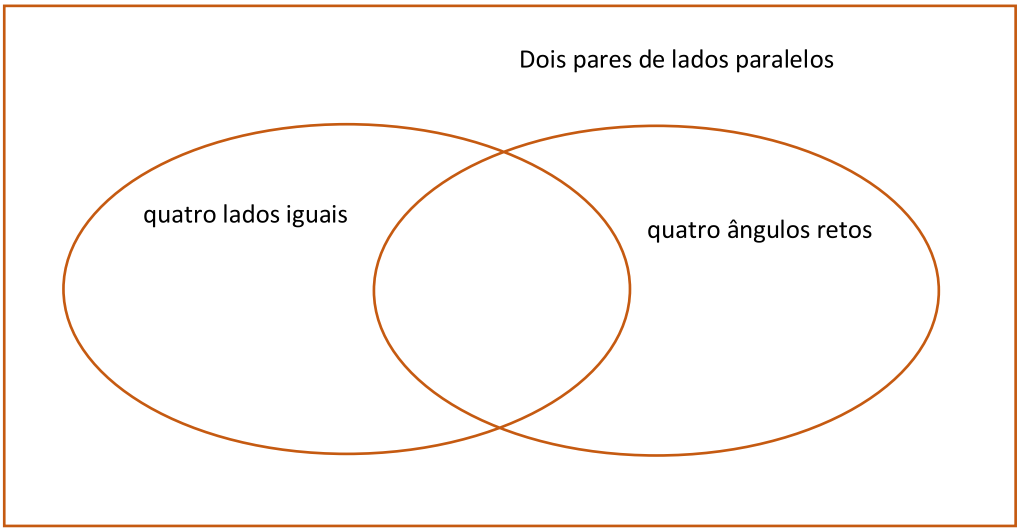
____

____

3. Organiza os diferentes paralelogramos no diagrama de Venn.

(coloca as etiquetas e desenha um exemplo no interior de cada conjunto)

losangos	paralelogramos	retângulos	quadrados



3.1. Com base no diagrama de Venn, assinala **V** nas afirmações verdadeiras ou **F** nas afirmações falsas e **justifica**, explicitando a razão por que são verdadeiras ou falsas.

a. O quadrado é um losango. ☐

b. O retângulo é um quadrado. ☐

c. O quadrado é um retângulo. ☐

d. O losango é um paralelogramo. ☐

e. O paralelogramo é um retângulo. ☐

f. O quadrado é um paralelogramo. ☐

a. ____

b. ____

c. ____

d. ____

e. ____

f. ____

Anexo D. Inquérito por questionário

GeoGebra (5-1 Matemática 20-21)

Olá, amigos. Chegámos ao final do 2.º período e a minha passagem pela vossa turma tambémchegou ao fim. Gostei muito de trabalhar convosco, são uma turma fantástica e uns meninos maravilhosos. Só tive pena de não podermos estar todos juntos. Como sabem, estivemos a trabalhar os triângulos e os paralelogramos a partir do GeoGebra e gostava de saber a vossaopinião sobre esse software. O questionário não vos ocupará muito tempo, leiam bem as perguntas e sejam sinceros nas vossas respostas. Obrigada por terem tornado esta experiência tãoboa. Beijinhos e boas férias.

* Obrigatório

* Este formulário irá registar o seu nome, por favor preencha seu nome.

1. Antes destas aulas, já conhecias o software GeoGebra? *

   ◯ Sim

   ◯ Não

2. Gostaste de trabalhar com o GeoGebra? Porquê? *

3. Achas que o GeoGebra te ajudou a perceber melhor a matéria? Porquê? *

4. Identifica dois conteúdos que tenhas aprendido a partir do GeoGebra. *

5. Achas que teria sido mais fácil se tivesses aprendido esses conteúdos de outramaneira? Se sim, indica qual. *

6. O que gostaste mais de fazer no GeoGebra? *

7. O GeoGebra tornou as aulas de Matemática mais divertidas? *

- Sim
- Não

8. Numa escala de 0 a 5 (em que 0 é "Não gostava" e 5 é "Gostava muito"), gostariasde voltar a trabalhar com o GeoGebra? *

1	2	3	4	5
○	○	○	○	○

9. Deixa aqui um comentário, caso tenhas alguma sugestão de melhoria ou se quiseres dar a tua opinião sobre as aulas e/ou a professora. *

Anexo E. Codificação dos processos de raciocínio

Tabela 4.

Codificação dos processos de raciocínio

Processos de raciocínio	Códigos
Conjeturar	PR_C
Justificar	PR_J
Classificar	PR_Cl
Generalizar	PR_G

Anexo F. Declaração de Consentimento Informado

DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Investigação no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Autora: Catarina Filipa Pinheiro Andrade

O presente trabalho de investigação, intitulado *O uso das TIC no ensino da Matemática: O GeoGebra como recurso à aprendizagem da geometria*, insere-se num estudo que decorre no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, realizado na Escola Superior de Educação de Lisboa e tem como principal objetivo compreender as potencialidades do GeoGebra no desenvolvimento dos processos de raciocínio e aprendizagem da geometria de alunos do 5.º ano.

A participação do seu educando é fundamental e, neste sentido, gostaria de contar com o seu consentimento para que possa realizar gravações áudio das aulas de Matemática, e consequente transcrição, para melhor captar e compreender os raciocínios partilhados.

Como fase final do trabalho de investigação, será ainda colocado um questionário que visa compreender a opinião dos alunos relativamente às aulas lecionadas, o *software* GeoGebra e as possíveis potencialidades do mesmo na aquisição dos conteúdos geométricos.

Tanto as gravações, como as respostas dadas pelos alunos, serão estritamente confidenciais e codificadas, no caso da transcrição, e serão integradas somente na investigação em vigor, orientada pela Professora Doutora Margarida Rodrigues, cujos resultados serão apresentados na Escola Superior de Educação de Lisboa no presente ano, 2021.

No final de todo o trabalho de investigação, todo o material será destruído a fim de preservar o anonimato e confidencialidade do mesmo.

A participação do seu educando é voluntária e pode retirar-se em qualquer altura, sem qualquer consequência.

Eu, ____, autorizo a participação do meu educando, ____, da turma ____________, neste estudo e permito a utilização dos dados fornecidos através de gravações áudio e questionário, confiando em que apenas serão utilizados para esta investigação e nas garantias de confidencialidade e anonimato que me são apresentadas pela investigadora.

Assinatura:____Data: ____/____/____

Anexo G. Relação entre os lados e ângulos de triângulos iguas e de um só triângulo

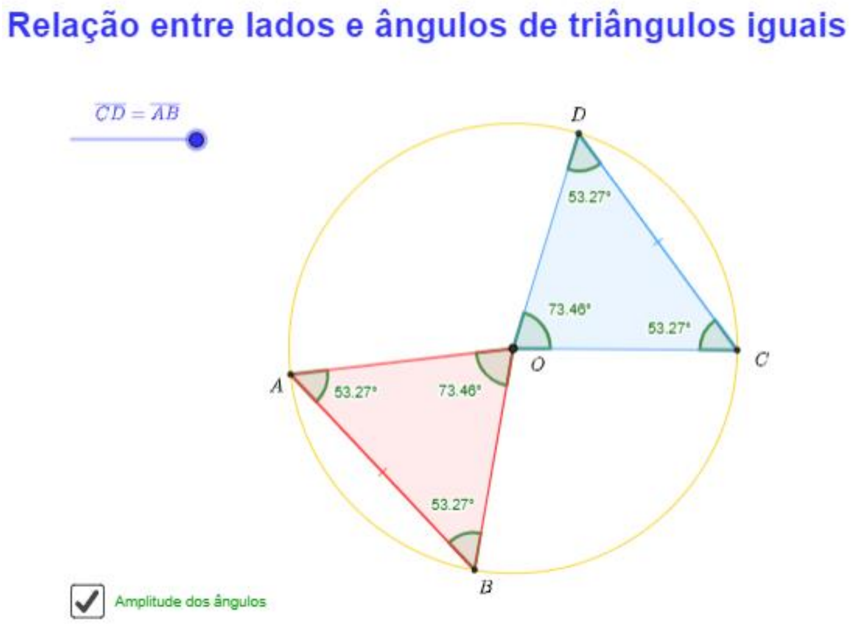
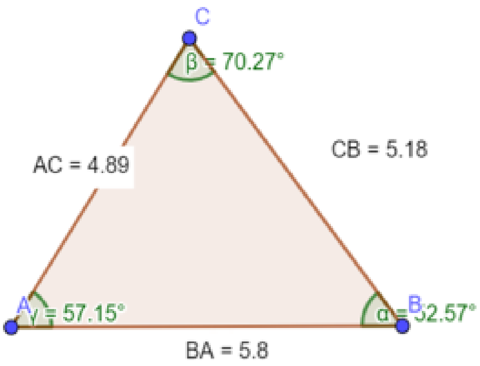


Figura 10. Relação entre lados e ângulos de triângulos iguais

Figura 11. Relação entre lados e ângulos num triângulo

Anexo H. Respostas dos alunos – Guião de construção

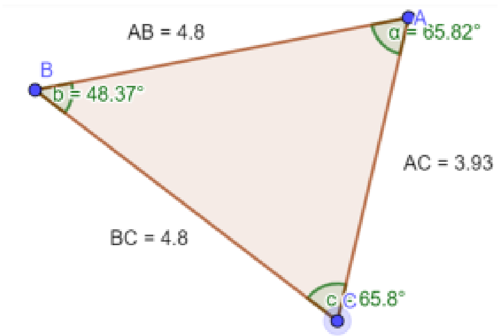


"O comprimento dos lados e as amplitudes dos ângulos são iguais.

Sim, porque por mais que mexamos no triângulo, os ângulos e os lados continuam sempre iguais"

(Grupo 3)

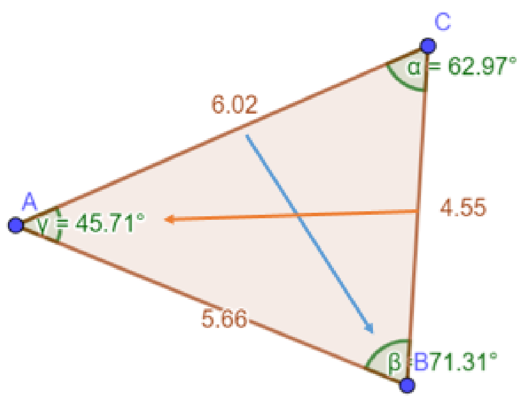
Figura 12. Construção e respostas do grupo 3



"Quando o comprimento dos lados é igual AB = 4,8 e BC = 4,8 os ângulos internos a e c têm a mesma amplitude, no entanto o conjunto dos ângulos internos é sempre 180º.

Dependendo do comprimento das retas os ângulos internos alteram, mas [ABC] será sempre 180º"

Figura 13. Construção e respostas do grupo 1



"Um lado grande encontra-se verticalmente oposto a um ângulo grande e a um lado pequeno a mesma coisa"

(Grupo 4)

Figura 14. Construção e respostas do grupo 4

Anexo I. Critérios de igualdade de triângulos

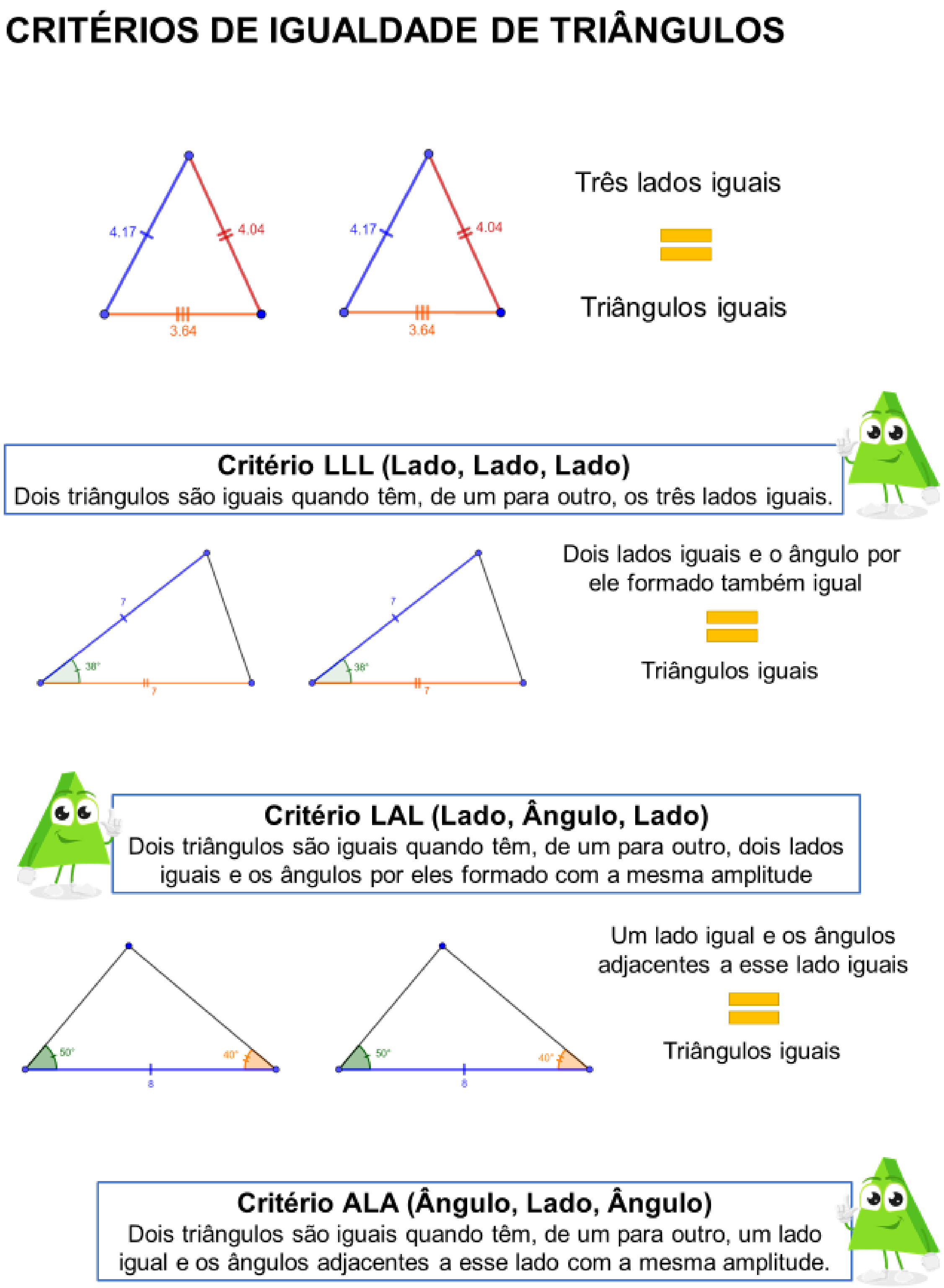


Figura 15. Apresentação dos critérios de igualdade dos triângulos

Anexo J. Respostas dos alunos – Propriedades dos paralelogramos

Tabela 5.

Respostas dos alunos à tarefa das propriedades dos paralelogramos

Propriedades dos paralelogramos	Respostas dos grupos
1. Os lados opostos de um paralelogramo são iguais.	• A relação que existe entre os comprimentos dos lados dos paralelogramos é que os ângulos são iguais dois a dois. (Grupo 6) • A relação que existe entre os comprimentos dos lados dos paralelogramos e que lados opostos sao iguais. Sim, mantêm-se sempre. (Grupo 4) • Sim. Os lados opostos são paralelos e possuem a mesma medida. A soma dos ângulos e sempre igual a 360º. (Grupo 5)
2. Os ângulos opostos de um paralelogramo são iguais.	• Os ângulos opostos a um paralelogramo são iguais. ABC = ADC ou BAD = DCB.” (Grupo 5) • Vimos que o ângulo é oposto ao outro têm a mesma amplitude. (Grupo 6) • Depois de investigarmos as relações entre as amplitudes dos ângulos internos observámos que tal como os lados os ângulos internos opostos também são iguais ou noutros casos são todos iguais. (Grupo 4)
3. Num paralelogramo, os dois ângulos adjacentes ao mesmo lado são suplementares.	• Os dois ângulos adjacentes são suplementares. [CD] = 180. (Grupo 5) • Eles são suplementares porque juntos dão 180º. (Grupo 6) • A relação é que os ângulos internos adjacentes ao mesmo lado são suplementares. (Grupo 4)
4. A soma dos ângulos externos é igual a 360º. Os ângulos externos são suplementares ao ângulos internos adjacentes.	• A relação entre os ângulos externos é que eles têm a mesma amplitude dois a dois. (Grupo 6) • Os ângulos externos têm a mesma amplitude que os ângulos internos não adjacentes.” (Grupo 4) • Os ângulos externos de vértices distintos são suplementares. A soma de um angulo interno com o seu respetivo angulo externo e igual a 180º. (Grupo 5)

Anexo K. Casos particulares do paralelogramo

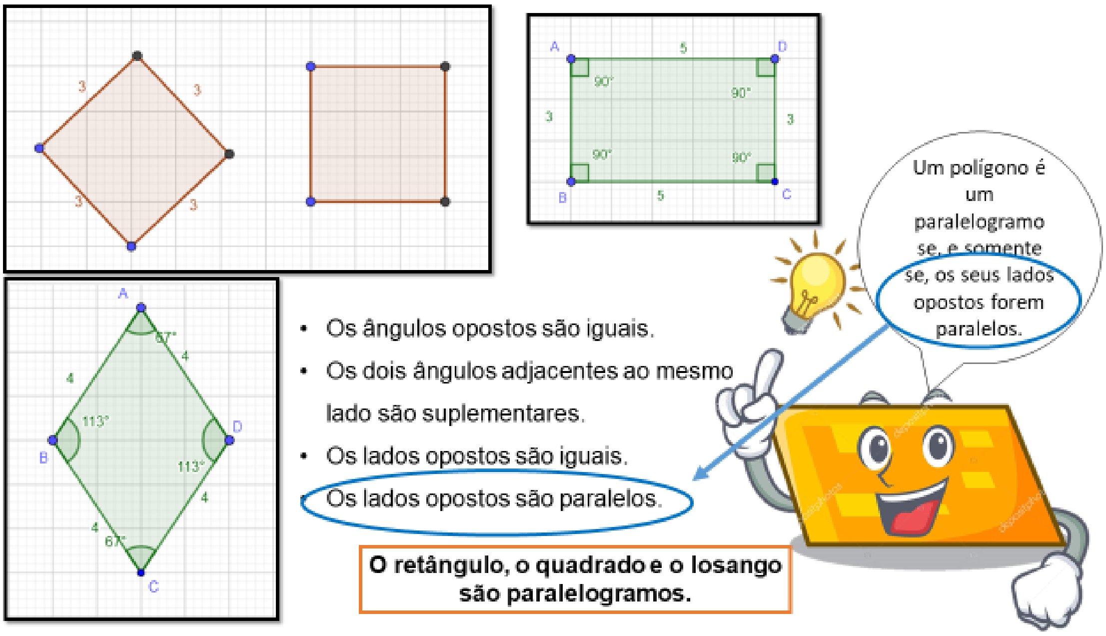


Figura 16. Análise das figuras geométricas e registo das observações dos alunos

Anexo L. Respostas dos alunos – inquérito por questionário

Figura 17. Respostas à 1ª questão

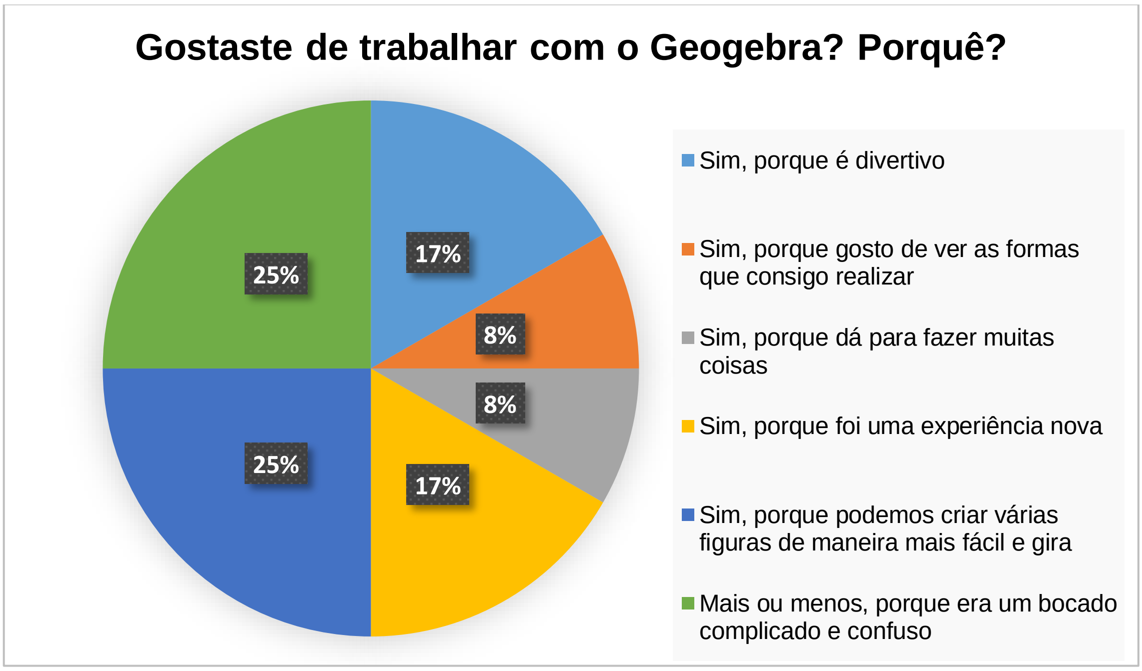


Figura 18. Respostas à 2ª questão

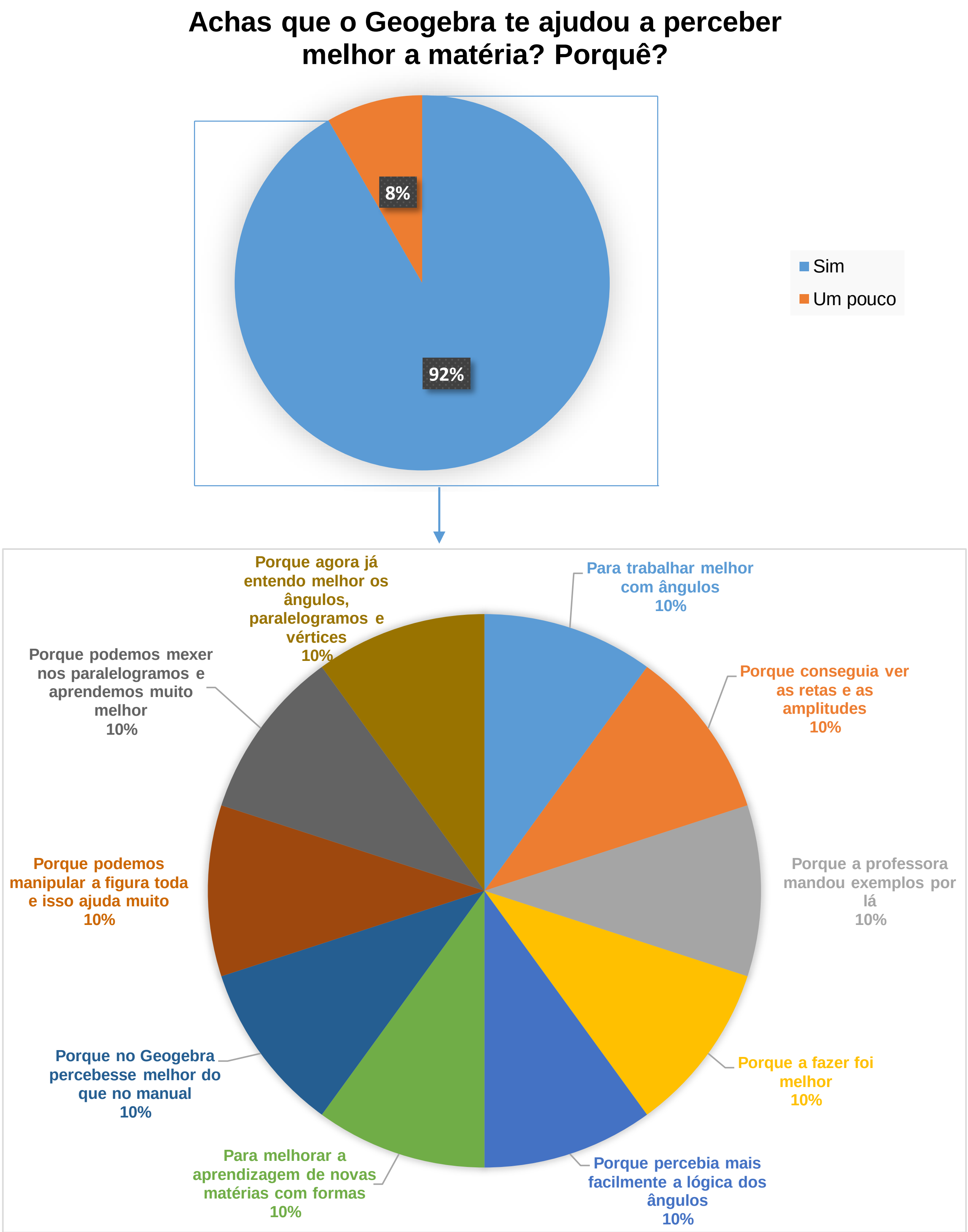


Figura 19. Respostas à 3ª questão

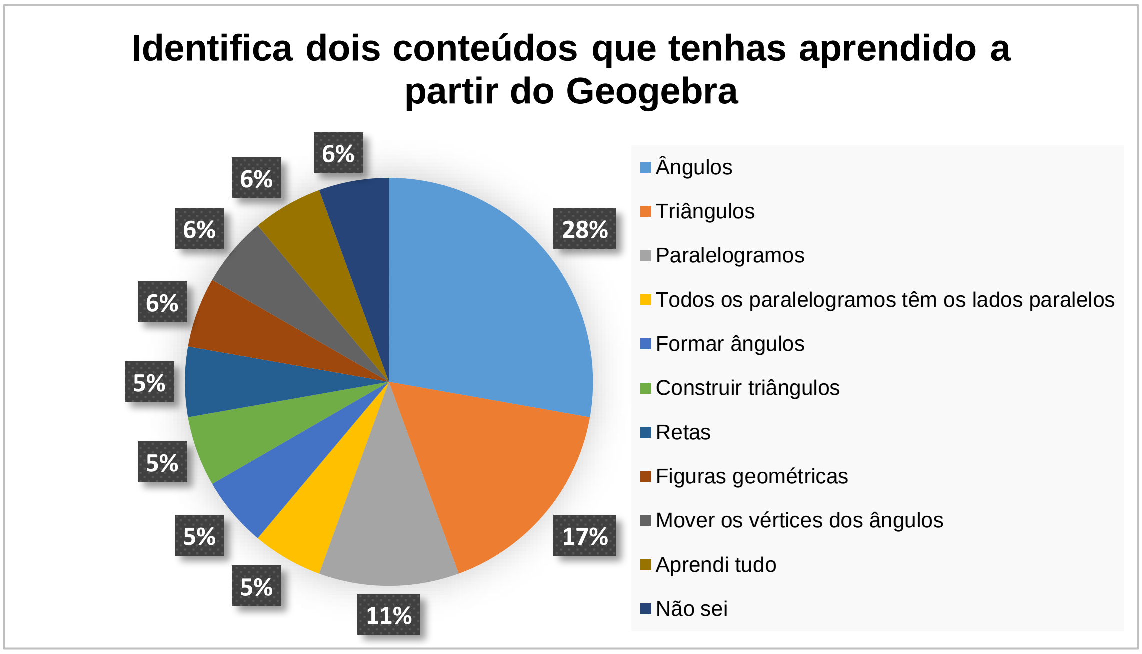


Figura 20. Respostas à 4ª questão

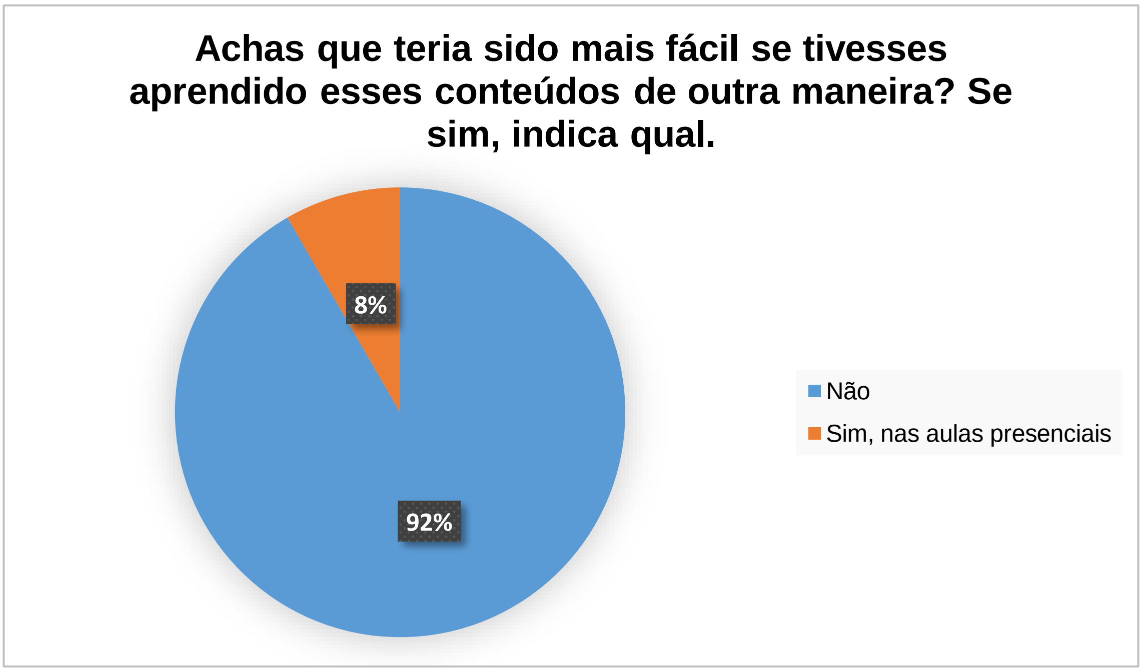


Figura 21. Respostas à 5ª questão

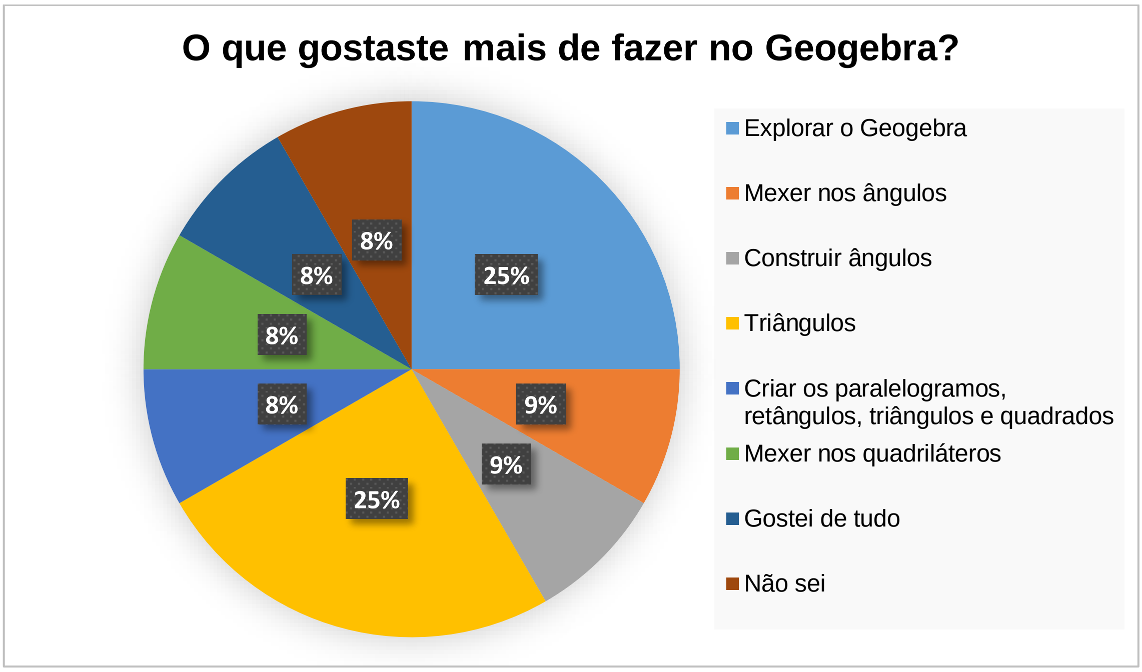


Figura 22. Respostas à 6ª questão

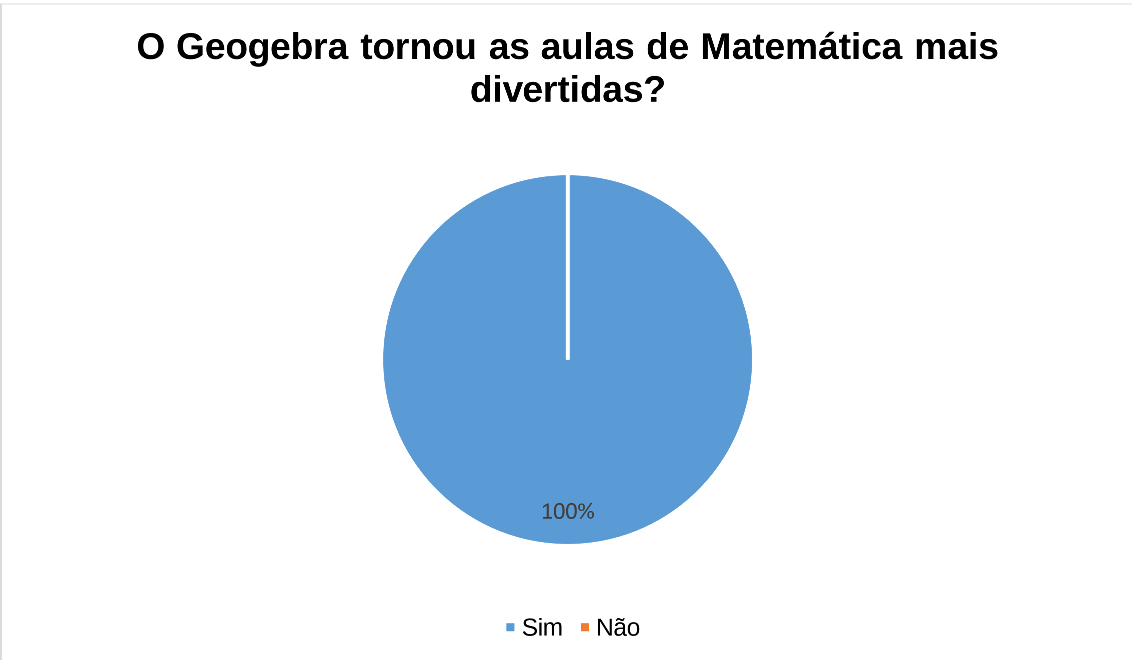


Figura 23. Respostas à 7ª questão

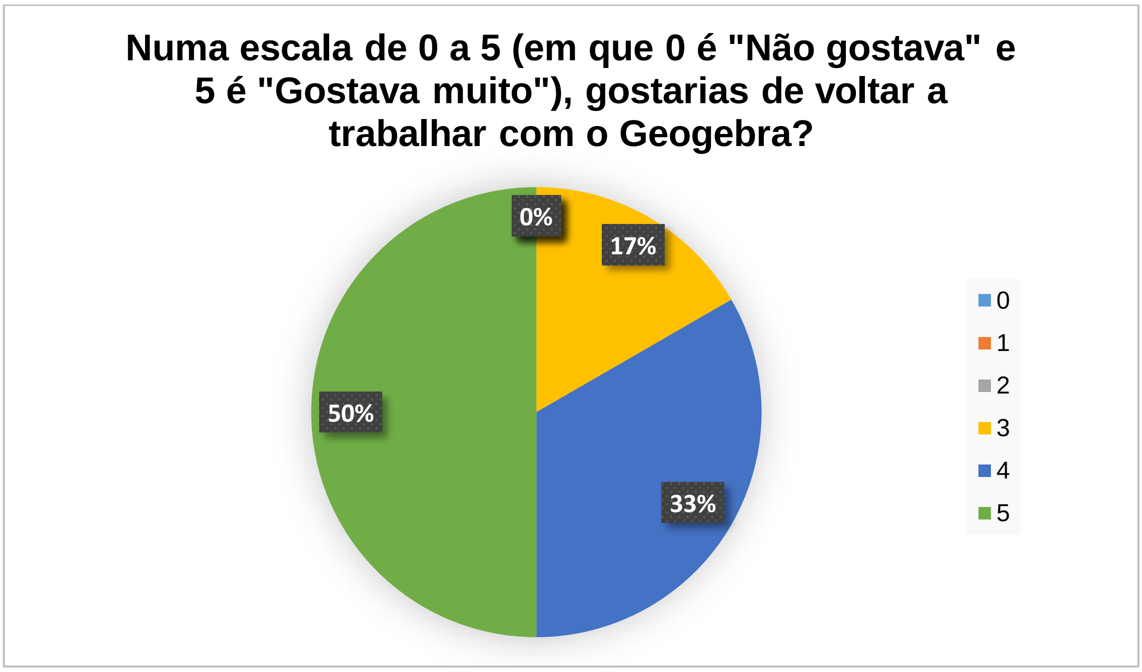


Figura 24. Respostas à 8ª questão