



**INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA**

**Área Departamental de Engenharia Civil**



## **Análise do Comportamento Dinâmico de uma Plataforma Sísmica e de um Pórtico em Betão Armado e a sua Evolução com o Dano Acumulado**

**JOÃO MIGUEL CRUZ MARQUES**  
(Licenciado em Engenharia Civil)

**Trabalho de Dissertação de natureza científica para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Área de Especialização em Estruturas**

**Orientadores:**

Doutor António Araújo Correia  
Doutora Maria Ana Viana Baptista

**Júri:**

**Presidente:** Mestre Cristina Ferreira Xavier Brito Machado

**Vogais:**

Doutor Paulo José de Oliveira Xavier Candeias  
Doutor António Araújo Correia  
Doutora Maria Ana Carvalho Viana Baptista

**Janeiro de 2016**



---

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, um agradecimento aos meus orientadores Dr.<sup>a</sup> Eng.<sup>a</sup> Maria Ana Carvalho Viana Baptista e Dr.<sup>o</sup> Eng.<sup>o</sup> António Araújo Correia, por toda a disponibilidade, pela partilha de conhecimentos assim como incentivo para a minha formação e aprendizagem.

Como o presente trabalho foi elaborado no Núcleo de Engenharia Sísmica e Dinâmica de Estruturas (NESDE) do Departamento de Estruturas (DE) do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), agradeço à direção da instituição e também ao DE/NESDE por todo o apoio facultado e disponibilização de todos os meios necessários para a realização deste trabalho.

Ao ISEL pelas condições que foram dadas para a realização deste trabalho final.

Aos meus pais, Franklim António Vieira Marques e Mafalda Maria Ribeiro da Cruz Vieira Marques, pela dedicação e esforço de todos os dias mesmo em momentos complicados sempre tive o apoio necessário e positivo. A eles devo tudo o que sou.

À minha irmã, Ana Mafalda Cruz Marques, mesmo nos momentos em que eu não tinha paciência conseguia animar-me e tornar a situação mais leve.

À Adriana Martins Fernandes, pelo acompanhamento que me deu e apoio emocional mesmo nos momentos em que me sentia desanimado.

À Susana Almeida que pertence à equipa técnica do NESDE e que contribuiu para o enriquecimento do conteúdo deste trabalho fornecendo algumas das figuras presentes no Anexo C e com animações que foram utilizadas para a apresentação deste trabalho. Também a todo o pessoal deste núcleo, em especial atenção a Alexandra Carvalho, Nuno Malfeito, Anabela Martins que me fizeram sentir imediatamente integrado e apesar de todo o trabalho que tinham estiveram sempre lá para me ajudar no que fosse preciso.

Ao grupo de Italianos que se encontravam a fazer também o trabalho final de mestrado no LNEC e que foram sempre a companhia durante os almoços e lanches: António Martucciello que foi meu colega de gabinete, Carlo Pizzuti e Piera Salzano.

Não poderia deixar de agradecer aos meus amigos que me sempre acompanharam nesta vida académica e que também me apoiaram ao longo deste trabalho: Ana Matos, Filipa Coelho, Ivo Rosa, Ian Chong, Ines Lourenço, Bruno Caeiro, Joana Correia, Andreia Silva, entre outros.



---

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivos a caracterização e análise do comportamento dinâmico da plataforma sísmica triaxial do LNEC e da evolução das propriedades dinâmicas de um pórtico em betão armado com o dano acumulado em sucessivos ensaios dinâmicos. Para esse fim foram analisadas as leituras da instrumentação utilizada em ensaios realizados na referida plataforma sísmica e foram desenvolvidos modelos analíticos e numéricos, com recurso ao método dos elementos finitos, da mesa sísmica e do sistema completo mesa-pórtico.

A plataforma sísmica foi caracterizada com base em ensaios de identificação dinâmica utilizando sinais de entrada de acelerações com conteúdo em frequência de banda larga, do tipo “ruído branco”, e as acelerações resultantes medidas em vários pontos da mesa sísmica.

O pórtico ensaiado é constituído por dois vãos e dois pisos, com uma escala reduzida de 1:1,5, sendo os pilares na base ligados por uma viga de fundação fixa à plataforma sísmica. Sendo representativo da parte inferior de um edifício de 4 pisos, foi aplicado a cada pilar um pré-esforço não aderente com o objetivo de simular de forma realista a correspondente carga vertical. Foram ainda adicionadas massas concentradas a meio-vão das vigas.

O ensaio sísmico do pórtico decorreu com a aplicação sucessiva de movimentos sísmicos de intensidade crescente, intercalados com ensaios de caracterização dinâmica à base de respostas impulsivas. Estes permitiram a determinação das características modais do pórtico (modos e frequências naturais e respetivos coeficientes de amortecimento) e a sua evolução desde o estado inicial até ao estado de colapso iminente.

Finalmente, os resultados experimentais foram confrontados com os resultados dos modelos numéricos para uma análise aproximada da subestruturação dinâmica do sistema completo nas suas componentes principais.

### Palavras-chave:

Características dinâmicas; Dano; Plataforma sísmica; Pórtico; Betão armado.



## ABSTRACT

The goals of this work are the characterization and analysis of the dynamic behavior of the triaxial shake table at LNEC and the evolution of the dynamic properties of a reinforced concrete (RC) frame due to accumulated damage from successive dynamic tests. To do so, this work took into account the experimental results obtained in previous tests conducted on the triaxial shake table. Simultaneously, numerical and analytical models of the shake table and of the complete shake table frame system were developed.

The shake table was characterized through dynamic identification tests using broadband random accelerations as input signal, similar to a “white noise”, and the resulting measured accelerations at several points of the shake table.

The RC frame is a 1:1,5 ratio scaled model, composed of two spans and two stories. The bases of the columns are connected between them through tie-beams, which are attached to the shake table. The RC frame represents the lower substructure from a four-story building. Therefore, in order to simulate the vertical loads in a realistic way, each column is pre-stressed with non-adherent pre-stressing bars; moreover, concentrated masses were added to the beams.

The seismic tests on the RC frame were conducted with successive seismic motions of increasing amplitude. Between each seismic test, dynamic identification tests using impulsive motions were made. These allowed the computation of the RC frame dynamic properties (natural frequencies, mode shapes and the corresponding damping coefficients) and their evolution from the initial state to the state of near-collapse.

Finally, a simplified dynamic substructuring analysis was performed. The response of a numerical model of the complete system was compared to the experimental results with reasonable accuracy.

Keywords:

Dynamic properties; Damage; Shake table; Frame; Reinforced Concrete.



---

**ÍNDICE**

SIMBOLOGIA.....	xxi
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Enquadramento.....	1
1.2. Objetivo.....	1
1.3. Estrutura da dissertação.....	2
2. ESTADO DA ARTE.....	5
2.1. Introdução.....	5
2.2. Ensaios cíclicos estáticos .....	6
2.3. Ensaios em plataforma sísmica .....	7
2.3.1. Ensaio em plataforma sísmica de uma subestrutura de um edifício com 7 andares	9
2.3.2. Ensaio em plataforma sísmica de um edifício gaioleiro à escala reduzida .....	11
2.4. Ensaios pseudo-dinâmicos .....	13
2.5. Ensaios híbridos em tempo real .....	14
2.6. Ensaios com cargas explosivas.....	14
2.7. Ensaios dinâmicos em centrífugadora.....	15
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	17
3.1. Fundamentos da análise dinâmica de estruturas.....	17
3.1.1. Modelos com 1 grau de liberdade .....	17
3.1.2. Modelos com “N” GL no domínio do tempo e da frequência.....	23
3.2. Métodos de identificação modal no domínio da frequência.....	28
3.2.1. Funções de densidade espectral de potência de resposta .....	29
3.2.2. Método básico no domínio da frequência .....	31
3.2.3. Método da decomposição no domínio da frequência.....	32
3.2.4. Método da decomposição melhorada no domínio da frequência.....	33
3.3. Identificação dos coeficientes de amortecimento modais .....	34
3.3.1. Método pelo decremento logarítmico.....	34

3.3.2. Método da meia potência .....	35
3.3.3. Método do gráfico de Nyquist.....	36
3.4. Condensação estática e dinâmica .....	37
3.4.1. Introdução.....	37
3.4.2. Condensação estática.....	37
3.4.3. Condensação dinâmica .....	39
4. MODELAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA.....	41
4.1. Introdução.....	41
4.2. Recolha de dados para o desenvolvimento dos modelos .....	41
4.2.1. Plataforma sísmica .....	41
4.2.2. Pórtico de betão armado.....	48
4.3. Descrição do modelo numérico.....	51
4.3.1. Plataforma sísmica .....	51
4.3.2. Pórtico de betão armado.....	58
4.3.3. Assemblagem dos modelos .....	62
4.4. Descrição do modelo analítico da plataforma sísmica .....	65
4.4.1. Matriz de rigidez .....	65
4.4.2. Matriz de massa.....	67
4.4.3. Matrizes de transformação .....	72
4.4.4. Condensação de matrizes e obtenção das características dinâmicas da plataforma sísmica.....	72
5. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS E CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA .....	73
5.1. Ensaio sísmico.....	73
5.1.1. Excitação sísmica .....	73
5.1.2. Medição da resposta da estrutura à excitação sísmica .....	75
5.2. Caracterização dinâmica.....	77
6. DISCUSSÃO DE RESULTADOS .....	81

---

6.1. Introdução.....	81
6.2. Plataforma sísmica .....	81
6.2.1. Resultados experimentais de 1996 .....	81
6.2.2. Resultados experimentais de 2012 .....	82
6.2.3. Resultados numéricos.....	83
6.2.4. Discussão de resultados.....	84
6.3. Sistema mesa-pórtico .....	85
6.3.1. Resultados experimentais .....	85
6.3.2. Resultados numéricos.....	87
6.3.3. Discussão de resultados.....	91
7. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FUTURAS .....	93
7.1. Conclusões .....	93
7.2. Considerações futuras .....	95
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	97
ANEXO A.....	101
ANEXO B .....	105
ANEXO C .....	115
ANEXO D .....	131
ANEXO E .....	137
ANEXO F.....	145
ANEXO G.....	151



# ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 2.1</b> - Adaptado de (Bairrão, 2009). Representação esquemática de um teste cíclico estático.....	6
<b>Figura 2.2</b> - Representação esquemática de uma plataforma sísmica triaxial com 6 GL. Adaptado de (Hitachi, 2015). .....	7
<b>Figura 2.3</b> - Subestrutura, com paredes resistentes de betão armado, de um edifício de 7 andares ensaiado na plataforma sísmica exterior da UCSD. Adaptado de (Moaveni et al., 2011).....	9
<b>Figura 2.4</b> - Ilustração esquemática de como é realizado um ensaio pseudo-dinâmico.....	13
<b>Figura 2.5</b> - Centrifugadora do Departamento de Geotecnia do LNEC. Adaptado de (LNEC, 2013).....	15
<b>Figura 3.1</b> - Representação esquemática de um oscilador de 1 grau de liberdade.....	18
<b>Figura 3.2</b> - Representação esquemática do diagrama de corpo livre do oscilador. ....	18
<b>Figura 3.3</b> - Esquema que mostra "n" ondas, para entender o conceito de decomposição de uma função em ondas sinusoidais, adaptado de (Oliveira, 2007). ....	22
<b>Figura 3.4</b> - Gráficos representativos adaptados de (Proença e Azevedo, 1999): a) Gráfico de Bode; b) Gráfico de Nyquist. ....	28
<b>Figura 3.5</b> - Gráfico com picos consecutivos na resposta em vibração livre com amortecimento.....	35
<b>Figura 3.6</b> - Imagem adaptada de (Clough e Penzien, 1993) com a representação de uma curva da resposta em frequência recorrendo ao método da meia potencia para determinar o coeficiente de amortecimento.....	36
<b>Figura 3.7</b> - Imagem adaptada de com a representação de uma circunferência em formato de Nyquist. ....	36
<b>Figura 4.1</b> - Plataforma onde são assentes os modelos a ensaiar. ....	42
<b>Figura 4.2</b> - Planta de uma secção da plataforma com a pormenorização do interior. ....	43
<b>Figura 4.3</b> - Sistema de controlo ativo (da esquerda para a direita): Rótula; Alonga; Cunha de aperto + Rosca; Equivalente à célula de carga; Cunha de aperto + Rosca; Atuador hidráulico; Rótula. ....	43
<b>Figura 4.4</b> - Pormenorização da peça de ligação entre o atuador e a alonga; a) 1 e 3 Cunha de aperto + Pernos, 2 peça metálica equivalente à célula de carga; b) Planta da peça metálica equivalente à célula de carga.....	44
<b>Figura 4.5</b> - Atuador hidráulico.....	44

<b>Figura 4.6</b> - Pormenorização das alongas; a) Alonga exemplo; b) e c) Plantas dos tipos de alonga existentes. ....	45
<b>Figura 4.7</b> - Sistema de controlo passivo com uma barra de torção e duas bielas; a) Imagem do sistema real; b) Representação esquemática do sistema. ....	46
<b>Figura 4.8</b> - Representação esquemática do momento binário que pode ocorrer nas barras de torção. Adaptado de (LNEC, 2015).....	47
<b>Figura 4.9</b> – a) Exemplo de uma biela; b) Pormenor em planta de uma biela. ....	47
<b>Figura 4.10</b> - Geometria do pórtico e localização das massas adicionais (dimensões em metros).....	48
<b>Figura 4.11</b> - Ilustração do pré-esforço nos três pilares. ....	49
<b>Figura 4.12</b> - Massas adicionais; a) Piso 2; b) Piso 1.....	49
<b>Figura 4.13</b> - Ligação da viga de fundação à plataforma sísmica; a) Alçado do pórtico com as posições dos pontos de fixação (dimensões em metros); b) Pormenorização com os cavaletes e o ponto de fixação adicional.....	50
<b>Figura 4.14</b> - Estrutura auxiliar de guiamento; a) Pormenor dos roletes de guiamento; b) Vista geral. ....	50
<b>Figura 4.15</b> - Representação esquemática da planta e dos alçados da plataforma sísmica adaptado de (Emílio et al., 1989): a) Alçado transversal da plataforma; b) Alçado longitudinal da plataforma sísmica; c) Planta geral da plataforma sísmica.....	51
<b>Figura 4.16</b> - Representação do sistema de controlo ativo simplificado no modelo numérico. ....	53
<b>Figura 4.17</b> - Representação da barra de torção com massas concentradas aplicadas nas extremidades com a componente de inércia correspondente. ....	54
<b>Figura 4.18</b> - Pormenor das chapas de topo da biela.....	55
<b>Figura 4.19</b> – Vista global do modelo da plataforma sísmica.....	56
<b>Figura 4.20</b> - Exemplo da colocação das massas concentradas das rótulas; a) Representação das massas concentradas em SAP2000; b) Imagem relativa à ilustração em a). ....	57
<b>Figura 4.21</b> - Libertação de movimentos nas rótulas; a) Ilustração em SAP2000; b) Janela de propriedades para a libertação de movimentos. ....	57
<b>Figura 4.22</b> - Vista geral do pórtico modelado em SAP2000 (vista em perspetiva).....	58
<b>Figura 4.23</b> - Pormenorização da viga de fundação; a)Alçado transversal do pórtico; b) Alçado transversal do pórtico no modelo numérico do SAP2000. ....	58
<b>Figura 4.24</b> - Tipos de massas concentradas utilizadas no pórtico; a) À esquerda, massa concentrada utilizada nas vigas superiores com 1,13 ton e à direita a sua representação no	

SAP2000; b) À esquerda, massa concentrada utilizada nas vigas intermédias com 1,18 ton e à direita a sua representação no SAP2000. ....	59
<b>Figura 4.25</b> - À esquerda representação em SAP2000 dos troços rígidos considerados no cruzamento dos pilares com a viga de fundação; à direita atribuição das propriedades dos troços rígidos nos pilares. ....	60
<b>Figura 4.26</b> - Representação das libertações de momentos em SAP2000 (vista transversal). ....	60
<b>Figura 4.27</b> - Danos observados ao nível do 1º nível; a) e b) Encontro entre viga e pilar lateral; c) Encontro entre viga e pilar central; d) e e) Encontro entre viga de fundação e pilar central. ....	61
<b>Figura 4.28</b> - Vista geral da estrutura metálica auxiliar modelada em SAP2000. ....	62
<b>Figura 4.29</b> - Pormenorização da fixação da estrutura metálica auxiliar à mesa em SAP2000. ....	63
<b>Figura 4.30</b> - Pormenorização da fixação do pórtico à mesa em SAP2000. ....	63
<b>Figura 4.31</b> - Pormenorização em SAP2000 do sistema de guiamento da estrutura auxiliar metálica (vista de topo). ....	64
<b>Figura 4.32</b> - Esquema representativo para a determinação da rigidez de torção para o sistema de controlo passivo. ....	67
<b>Figura 4.33</b> - Representação de uma barra biarticulada equivalente ao sistema ativo. ....	69
<b>Figura 4.34</b> - Representação esquemática da função de forma para o sistema ativo. ....	69
<b>Figura 4.35</b> - Valores de cada componente para a matriz de massas. ....	71
<b>Figura 5.1</b> - Esquema da plataforma sísmica do LNEC. ....	73
<b>Figura 5.2</b> - Espectro de resposta de referência (espectro "target" para 1g). ....	74
<b>Figura 5.3</b> - Excitação na base (patamar de referência de 1g) para os ensaios realizados no pórtico de betão armado. ....	74
<b>Figura 5.4</b> - Instrumentação do pórtico no alçado Oeste. ....	76
<b>Figura 5.5</b> - Instrumentação do pórtico no alçado Este. ....	76
<b>Figura 5.6</b> - Intensidade dos impulsos para os ensaios de caracterização do pórtico; a) Impulso inicial (igual ao ultimo impulso); b) Impulsos intermédios. ....	77
<b>Figura 5.7</b> – Sobreposição dos 36 impulsos utilizados na caracterização. ....	79
<b>Figura 6.1</b> - Ilustração dos 6 modos da plataforma sísmica retirados do SAP2000; a) Modo vertical segundo Z; b) Modo transversal segundo Y; c) Modo longitudinal segundo X; d) Modo de rotação em torno de Z (Yaw); e) Modo de rotação em torno de Y (Pitch); e) Modo de rotação em torno de X (Roll). ....	83

<b>Figura 6.2</b> - Gráfico com as funções de resposta em frequência da estrutura ao longo das 6 caracterizações.....	87
<b>Figura 6.3</b> - Exemplificação da definição do amortecimento modal de Rayleigh, para o último patamar de ensaio sísmico. ....	89
<b>Figura 6.4</b> - Determinação da rigidez inicial e secante para a resposta histerética adaptado de (Priestley et al., 2007). ....	90
<b>Figura 6.5</b> - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage01. ....	92
<b>Figura A.1</b> - Corte longitudinal do pórtico com as suas dimensões.....	103
<b>Figura A.2</b> - Secções transversais dos pilares e vigas; a) Pilares Centrais; b) Pilares Laterais; c) Vigas; d) Viga de Fundação corte A-A; e) Viga de Fundação corte B-B.....	103
<b>Figura A.3</b> - Estrutura metálica auxiliar de guiamento do pórtico; a) Alçado transversal; b) Alçado longitudinal. ....	104
<b>Figura A.4</b> - Pormenorização das sapatas de fundação para a estrutura metálica auxiliar. ..	104
<b>Figura B. 1</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC T NE). ....	107
<b>Figura B. 2</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC T SE). ....	107
<b>Figura B. 3</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC L SE). ....	108
<b>Figura B. 4</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC T SW). ....	108
<b>Figura B. 5</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC V NE). ....	109
<b>Figura B. 6</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC V SE). ....	109
<b>Figura B. 7</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC V SW). ....	110
<b>Figura B. 8</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC L SE). ....	110

<b>Figura B. 9</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC L SW). .....	111
<b>Figura B. 10</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC V NE).....	111
<b>Figura B. 11</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC V SE). .....	112
<b>Figura B. 12</b> - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC V SW). .....	112
<b>Figura B. 13</b> - Modo transversal com componente de rotação em torno do eixo vertical (f=8,841Hz). .....	113
<b>Figura B. 14</b> - Modo Longitudinal (f=11,245Hz). .....	113
<b>Figura B. 15</b> - Modo de torção em torno do eixo transversal (Pitch) (f=19,752Hz).....	114
<b>Figura B. 16</b> - Modo de torção em torno do eixo longitudinal (Roll) (23,038Hz).....	114
<b>Figura C. 1</b> - Gráficos da FRF e fase relativos á 1ª caracterização (CAT00). .....	118
<b>Figura C. 2</b> - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 1ª caracterização (CAT00). .....	118
<b>Figura C. 3</b> - 1º Modo de vibração para a 1ª caracterização; a) Modelo SAP200; b) Modelo EFFD. ....	119
<b>Figura C. 4</b> - 2º Modo de vibração para a 1ª caracterização; a) Modelo SAP200; b) Modelo EFFD. ....	119
<b>Figura C. 5</b> - 3º Modo de vibração para a 1ª caracterização; a) Modelo SAP200; b) Modelo EFFD. ....	119
<b>Figura C. 6</b> - Gráficos da FRF e fase relativos á 2ª caracterização (CAT01). .....	120
<b>Figura C. 7</b> - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 2ª caracterização (CAT01). .....	120
<b>Figura C. 8</b> - 1º Modo de vibração para a 2ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	121
<b>Figura C. 9</b> - 2º Modo de vibração para a 2ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	121
<b>Figura C. 10</b> - 3º Modo de vibração para a 2ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	121
<b>Figura C. 11</b> - Gráficos da FRF e fase relativos á 3ª caracterização (CAT02). .....	122

<b>Figura C. 12</b> - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 3ª caracterização (CAT02). .....	122
<b>Figura C. 13</b> - 1º Modo de vibração para a 3ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	123
<b>Figura C. 14</b> - 2º Modo de vibração para a 3ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	123
<b>Figura C. 15</b> - 3º Modo de vibração para a 3ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	123
<b>Figura C. 16</b> - Gráficos da FRF e fase relativos á 4ª caracterização (CAT03). ....	124
<b>Figura C. 17</b> - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 4ª caracterização (CAT03). ....	124
<b>Figura C. 18</b> - 1º Modo de vibração para a 4ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	125
<b>Figura C. 19</b> - 2º Modo de vibração para a 4ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	125
<b>Figura C. 20</b> - 3º Modo de vibração para a 4ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	125
<b>Figura C. 21</b> - Gráficos da FRF e fase relativos á 5ª caracterização (CAT04). ....	126
<b>Figura C. 22</b> - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 5ª caracterização (CAT04). ....	126
<b>Figura C. 23</b> - 1º Modo de vibração para a 5ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	127
<b>Figura C. 24</b> - 2º Modo de vibração para a 5ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	127
<b>Figura C. 25</b> - 1º Modo de vibração para a 4ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	127
<b>Figura C. 26</b> - Gráficos da FRF e fase relativos á 6ª caracterização (CAT05). ....	128
<b>Figura C. 27</b> - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 6ª caracterização (CAT05). ....	128
<b>Figura C. 28</b> - 1º Modo de vibração para a 6ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	129
<b>Figura C. 29</b> - 1º Modo de vibração para a 5ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	129

---

<b>Figura C. 30</b> - 1º Modo de vibração para a 5ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD. ....	129
<b>Figura E. 1</b> - Representação esquemática do sistema de controlo ativo. ....	139
<b>Figura E. 2</b> - Representação esquemática detalhada da alonga.....	139
<b>Figura E. 3</b> - Representação esquemática do sistema biela mais rótulas do sistema de controlo passivo. ....	142
<b>Figura E. 4</b> - Representação esquemática detalhada da biela. ....	142
<b>Figura F. 1</b> - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage01. ....	147
<b>Figura F. 2</b> - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage21. ....	147
<b>Figura F. 3</b> - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage03. ....	148
<b>Figura F. 4</b> - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage04. ....	148
<b>Figura F. 5</b> - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage05. ....	149
<b>Figura G. 1</b> - Manivela grande desenhada com a ferramenta Auto-CAD 3D.....	153
<b>Figura G. 2</b> - Manivela pequena desenhada com a ferramenta Auto-CAD 3D. ....	153



---

## ÍNDICE DE TABELAS

<b>Tabela 2.1</b> - Testes dinâmicos feitos para o estudo da subestrutura em causa. (WN: white noise base excitation test (Teste de ruído branco aplicado na base); AV: teste de vibração ambiental).....	10
<b>Tabela 2.2</b> - Testes dinâmicos realizados no modelo não reforçado.....	12
<b>Tabela 2.3</b> - Testes dinâmicos realizados no modelo reforçado.....	12
<b>Tabela 3.1</b> - Janela de dados e as suas melhores utilizações. Adaptado de (Dactron, 2003)..	30
<b>Tabela 4.1</b> - Características dos materiais criados para cada elemento.....	53
<b>Tabela 4.2</b> – Características das secções criadas para cada elemento.....	53
<b>Tabela 4.3</b> - Momentos de inércia dos dois tipos de manivelas existentes. ....	54
<b>Tabela 4.4</b> - Características do material criado para o elemento biela.....	55
<b>Tabela 4.5</b> – Características da secção criada para o elemento biela.....	55
<b>Tabela 4.6</b> - Elementos placa criados para a modelação da plataforma.....	56
<b>Tabela 5.1</b> - Valores de pico do movimento no solo e fatores de amplificação para $\xi=5\%$ ..	74
<b>Tabela 5.2</b> - Descrição dos ensaios de caracterização e ensaios sísmicos executados.....	75
<b>Tabela 5.3</b> - Equipamentos utilizados para a instrumentação do pórtico.....	76
<b>Tabela 6.1</b> - Modos de vibração da plataforma sísmica com as respetivas frequências e períodos.....	81
<b>Tabela 6.2</b> - Modos de vibração da plataforma sísmica com as respetivas frequências e períodos.....	83
<b>Tabela 6.3</b> - Modos de vibração da plataforma sísmica com as respetivas frequências e períodos.....	84
<b>Tabela 6.4</b> - Frequências próprias de cada modo de vibração através dos vários métodos utilizados e o seu erro relativo aos valores do relatório de 1996. ....	85
<b>Tabela 6.5</b> - Valores das frequências próprias e coeficientes de amortecimento utilizando os três métodos de ajuste através do LNEC-SPA.....	86
<b>Tabela 6.6</b> - Deslocamentos relativos máximos do ponto D1 medidos pelo leitor ótico HAMA_03_L.....	87
<b>Tabela 6.7</b> - Fatores multiplicativos da rigidez das rótulas nas extremidades dos elementos de viga e de pilar e as frequências resultantes para cada caracterização. ....	88
<b>Tabela 6.8</b> - Fatores multiplicativos para a rigidez das rótulas nas extremidades dos elementos de viga e de pilar e os valores de frequência e amortecimento utilizados em cada patamar de ensaio.....	90

<b>Tabela 6.9</b> - Deslocamentos relativos máximos do ponto D1 obtidos pelo modelo numérico. .....	91
<b>Tabela C. 1</b> - Valores dos principais modos para a 1ª caracterização dos modelos numéricos. .....	118
<b>Tabela C. 2</b> - Valores dos principais modos para a 2ª caracterização dos modelos numéricos. .....	120
<b>Tabela C. 3</b> - Valores dos principais modos para a 3ª caracterização dos modelos numéricos. .....	122
<b>Tabela C. 4</b> - Valores dos principais modos para a 4ª caracterização dos modelos numéricos. .....	124
<b>Tabela C. 5</b> - Valores dos principais modos para a 5ª caracterização dos modelos numéricos. .....	126
<b>Tabela C. 6</b> - Valores dos principais modos para a 6ª caracterização dos modelos numéricos. .....	128
<b>Tabela E. 1</b> - Características específicas sobre a alonga relativa ao sistema com o atuador de 300kN. .....	139
<b>Tabela E. 2</b> - Característica dos restantes elementos. ....	140
<b>Tabela E. 3</b> - Determinação do comprimento, área e peso específico de cada elemento equivalente. ....	140
<b>Tabela E. 4</b> - Características específicas sobre a alonga relativa ao sistema com o atuador de 1000kN. .....	141
<b>Tabela E. 5</b> - Característica dos restantes elementos. ....	141
<b>Tabela E. 6</b> - Determinação do comprimento, área e peso específico de cada elemento equivalente. ....	142
<b>Tabela E. 7</b> - Características específicas sobre a biela. ....	143
<b>Tabela E. 8</b> - Determinação do comprimento, área e peso específico equivalente para a biela .....	143

---

# SIMBOLOGIA

## Letras latinas maiúsculas

A - Amplitude;

E - Módulo de elasticidade (Módulo de Young);

F(t) - Forças exteriores em função do tempo;

F( $\omega$ ) - Transformada de Fourier da resposta;

$\underline{F}$ ( $\omega$ ) - Transformada de Fourier do vetor das forças;

F<sub>A</sub>(t) - Forças de amortecimento em função do tempo;

F<sub>E</sub>(t) - Forças elásticas em função do tempo;

F<sub>I</sub>(t) - Forças de inércia em função do tempo;

H( $\omega$ ) - Funções de transferência no domínio da frequência (Funções de Resposta em Frequência);

$\underline{H}$ ( $\omega$ ) - Matriz das funções de transferência no domínio da frequência (Matriz Função de Resposta em Frequência);

$\underline{I}$  - Matriz identidade;

K<sub>Cd</sub> - Matriz de rigidez condensada (Caso dinâmico);

K<sub>Cs</sub> - Matriz de rigidez condensada (Caso estático);

L - Comprimento;

M<sub>Cd</sub> - Matriz de massa condensada (Caso dinâmico);

M<sub>Cs</sub> - Matriz de massa condensada (Caso estático);

S<sub>ij</sub>( $\omega_m$ ) - Matriz das funções densidade espectral de potência;

$\tilde{S}_{ij}$ ( $\omega_m$ ) - Matriz das estimativas alisadas das funções densidade espectral de potência;

T - Período de amostragem;

T<sub>A</sub> - Período amortecido;

T<sub>N</sub> - Período natural/próprio;

U( $\omega$ ) - Transformada de Fourier da excitação;

$\underline{U}$ ( $\omega$ ) - Transformada de Fourier do vetor dos deslocamentos;

## Letras latinas minúsculas

$c$  - Constante de amortecimento;

$\underline{c}$  - Matriz de amortecimento;

$c_{cr}$  - Constante de amortecimento crítico;

$\underline{f}(t)$  - Vetor das forças exteriores;

$f_N$  - Frequência natural/própria;

$g$  - Aceleração da gravidade;

$k$  - Constante de rigidez;

$\underline{k}$  - Matriz de rigidez;

$\underline{k}^*$  - Matriz de rigidez em coordenadas modais;

$m$  - Massa de um corpo;

$\underline{m}$  - Matriz de massa de um corpo;

$\underline{m}^*$  - Matriz de massa em coordenadas modais;

$r_0$  - Valor inicial da função de auto-correlação;

$r_k$  - Valor  $k$ -ésimo máximo da função de auto-correlação;

$t$  - Tempo;

$u_0$  - Deslocamento inicial;

$u(t)$  - História de deslocamentos em função do tempo;

$\dot{u}(t)$  - História de velocidades em função do tempo;

$\ddot{u}(t)$  - História de acelerações em função do tempo;

$u_p(t)$  - História de deslocamentos em função do tempo (solução particular);

$\underline{u}(t)$  - Vetor deslocamento;

$\dot{\underline{u}}(t)$  - Vetor velocidade;

$\ddot{\underline{u}}(t)$  - Vetor aceleração;

$\underline{u}^*(t)$  - Vetor deslocamento em coordenadas modais;

$\dot{\underline{u}}^*(t)$  - Vetor velocidade em coordenadas modais;

$\ddot{\underline{u}}^*(t)$  - Vetor aceleração em coordenadas modais;

---

$v_0$  - Velocidade inicial;

$v$  - Velocidade;

### **Letras gregas maiúsculas**

$\Phi$  - Vetor das configurações modais da deformada;

$\underline{\Phi}$  - Matriz das configurações modais da deformada;

$\underline{\Omega}$  - Matriz espectral;

### **Letras gregas minúsculas**

$\delta$  - Decremento logarítmico;

$\xi$  - Fator de amortecimento;

$\underline{\xi}$  - Matriz dos fatores de amortecimento modais;

$\rho$  - Massa específica;

$\tau$  - Tempo (instante genérico);

$\varphi$  - Fase;

$\omega$  - Frequência angular;

$\underline{\omega}$  - Matriz das frequências angulares;

$\omega_A$  - Frequência angular amortecida;

$\omega_N$  - Frequência angular natural;

## Abreviaturas (Siglas)

LNEC – Laboratório Nacional de Engenharia Civil;

NESDE – Núcleo de Engenharia Sísmica e Dinâmica de Estruturas;

DE – Departamento de Estruturas;

FRF – Função de Resposta em Frequência;

GL – Graus de Liberdade;

TF – Transformada de Fourier;

PSD – Power Spectral Density (Densidade Espectral de Potência);

BFD – *Basic Frequency Domain* (Método Básico no Domínio da Frequência);

FDD – *Frequency Domain Decomposition* (Decomposição no domínio da Frequência);

EFDD – *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (Decomposição no Domínio da Frequência Melhorada);

ANPSD – *Average Normalized Power Spectral Density* (Média da Densidade Espectral de Potência Normalizada);

NPSD – *Normalized Power Spectral Density* (Densidade Espectral de Potência Normalizada);

MAC – *Modal Assurance Criterion*;

IFFT – *Inverse Fast Fourier Transform* (Transformada Rápida de Fourier Inversa);

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Enquadramento

O tema da presente dissertação insere-se na área da dinâmica de estruturas e tem como objetivo a avaliação experimental das características dinâmicas de uma plataforma de ensaios sísmicos e de um pórtico sujeito a ações sísmicas de intensidade crescente. Trata-se, portanto, de analisar o comportamento de estruturas sujeitas à ação dos sismos com base em ensaios de modelos físicos à escala real ou reduzida em plataformas sísmicas, tais como a plataforma sísmica triaxial existente no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC). Para que destes ensaios possa ser extraída a máxima informação possível acerca da resposta sísmica e características dinâmicas das estruturas, o mesmo modelo é submetido repetidamente a uma ação sísmica na sua base com níveis de intensidade crescentes à medida que cada fase do ensaio é realizada.

Em consequência, há uma evolução do estado de dano da estrutura associado a cada patamar da ação sísmica que é atingido. As características modais da estrutura alteram-se com a evolução desse dano, o que se reflete na modificação das frequências modais e dos respetivos modos de vibração, bem como na alteração do amortecimento associado a cada estado de deformação modal.

A dissipação de energia durante um sismo é assegurada por variadíssimas fontes, tais como: a histerese na resposta mecânica dos materiais, atrito entre materiais, contacto entre elementos, fendilhação, etc. Sendo o amortecimento modal uma forma simplificada de representação dessa dissipação de energia, é de todo o interesse caracterizar da forma mais fidedigna possível a sua evolução ao longo do ensaio.

## 1.2. Objetivo

O objetivo final deste trabalho é o de determinar e avaliar a evolução das propriedades dinâmicas de um pórtico em betão armado através de ensaios realizados numa plataforma sísmica. Os ensaios decorreram no Núcleo de Engenharia Sísmica e Dinâmica de Estruturas (NESDE) do Departamento de Estruturas (DE) do LNEC, durante as Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas (JPEE 2014) e associados ao concurso “Prémio Ricardo Teixeira Duarte”. Para a determinação e avaliação das características dinâmicas do pórtico utilizaram-

se os resultados experimentais e elaboraram-se modelos numéricos de elementos finitos e modelos analíticos simplificados.

A elaboração do modelo numérico incluiu a modelação da plataforma sísmica, do pórtico e da estrutura metálica auxiliar de guiamento do pórtico, tendo sido também elaborado um modelo analítico da plataforma sísmica. Para tal foram utilizados os desenhos de dimensionamento da mesa e do pórtico. O modelo numérico foi desenvolvido recorrendo ao programa SAP2000 (CSI, 2012) e o modelo analítico foi elaborado numa folha de cálculo Excel (Excel, 2013), utilizando o cálculo matricial de estruturas e conceitos de dinâmica estrutural.

A parte experimental deste trabalho consistiu na análise de um conjunto de ensaios de movimentos sísmicos de amplitude crescente aplicadas ao pórtico através da mesa sísmica. As características dinâmicas da estrutura em estudo foram determinadas em cada patamar de ensaio. Relativamente ao estudo da resposta dinâmica da mesa sísmica isolada, utilizaram-se resultados de ensaios realizados no LNEC em 2012 bem como o relatório LNEC com a descrição e caracterização dinâmica da mesa efetuada em 1996 no Relatório 148/96 – C3ES (Costa et al., 1996). Os dados resultantes desses ensaios foram tratados e analisados através de um programa de análise e processamento de sinais desenvolvido no LNEC, o LNEC-SPA (Mendes e Costa, 2007).

Finalmente, as características dinâmicas da estrutura em estudo obtidas experimentalmente, e a sua evolução com o grau de dano, foram comparadas com as características obtidas numericamente/analiticamente.

### **1.3. Estrutura da dissertação**

A presente dissertação está estruturada em 7 capítulos.

#### Capítulo 1 – Introdução

Este capítulo inclui o enquadramento do tema e apresenta os objetivos do trabalho e a forma como o mesmo foi estruturado.

#### Capítulo 2 – Estado da arte

Apresenta-se uma revisão bibliográfica dos diferentes tipos de ensaios estruturais relacionados com a resposta dinâmica de estruturas bem como dos métodos de caracterização dinâmica dos modelos em estudo.

### Capítulo 3 – Fundamentos teóricos

Expõe-se os fundamentos teóricos da dinâmica de estruturas, descrevendo-se os sistemas de 1 grau de liberdade (GL) e os sistemas de “N” graus de liberdade. São também introduzidos diferentes métodos de identificação modal, tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo.

### Capítulo 4 – Modelação numérica e analítica

Neste capítulo é descrita a elaboração dos modelos numéricos, que foram realizados utilizando o programa SAP2000, e analíticos com auxílio da folha de cálculo Excel e do programa MATLAB (MathWorks, 2014). Para ambos os tipos de modelos são mencionadas todas as simplificações adotadas. No subcapítulo onde se descreve o modelo analítico estão explicadas todas as matrizes necessárias para efetuar a caracterização dinâmica da plataforma sísmica.

### Capítulo 5 – Descrição dos ensaios sísmicos e caracterização dinâmica

Aqui descreve-se a parte experimental, relativa a um concurso a nível nacional, em que esta dissertação se baseou. São apresentados e descritos todos os ensaios sísmicos, desde a instrumentação da estrutura até ao tratamento do sinal recolhido durante os ensaios.

### Capítulo 6 – Discussão de resultados

Neste capítulo apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos em cada um dos ensaios, encontrando-se dividido em duas partes. Na primeira apresentam-se e discutem-se os resultados das características dinâmicas obtidas para a plataforma sísmica. Na segunda parte apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos para o sistema constituído pela plataforma sísmica e pelo pórtico.

### Capítulo 7 – Conclusões e considerações futuras

No capítulo final deste trabalho apresentam-se as principais conclusões do trabalho. Discutem-se também as dificuldades encontradas ao longo do trabalho realizado e as decisões que foram tomadas ao longo do mesmo. Por fim sugerem-se algumas possibilidades de utilização dos resultados deste trabalho e apresentam-se sugestões para futuros desenvolvimentos.



---

## 2. ESTADO DA ARTE

### 2.1. Introdução

O objetivo fundamental da Engenharia Sísmica é a análise da resposta sísmica de estruturas, incluindo o estudo de medidas de prevenção de danos estruturais e desenvolvimento de novas medidas que consigam mitigar as consequências da ação dos sismos sobre as estruturas.

Apesar de haver vários avanços teóricos e numéricos nesta área, é ainda muito importante a recolha de dados e informações de eventos sísmicos catastróficos reais, pois um dos melhores laboratórios existentes é o próprio local onde houve a ocorrência do sismo.

Por outro lado, e independentemente da existência de métodos analíticos e numéricos que permitam analisar o comportamento das estruturas com alguma confiança, a realização de experiências em meios controlados é indispensável. Estas experiências permitem validar metodologias de reforço estrutural e calibrar e validar os métodos de dimensionamento utilizados.

A avaliação da resposta das estruturas à ação sísmica pode ser aplicada a vários tipos de edificado existente, assim como a monumentos históricos, edifícios públicos e outros tipos de estruturas como, por exemplo, pontes, barragens ou estruturas de suporte de terrenos.

Tendo em conta os diferentes tipos de construção, existem diferentes metodologias para avaliar a resposta da estrutura aos sismos, assim como as suas características dinâmicas dos seus modos de vibração principais (frequências, amortecimentos e configurações).

Nas últimas décadas houve um avanço significativo dos métodos de análise dinâmica experimental de estruturas, sendo apresentados em Williams & Blakeborough (2001) seis tipos de ensaios que são brevemente descritos nas secção 2.2 à 2.7 deste capítulo:

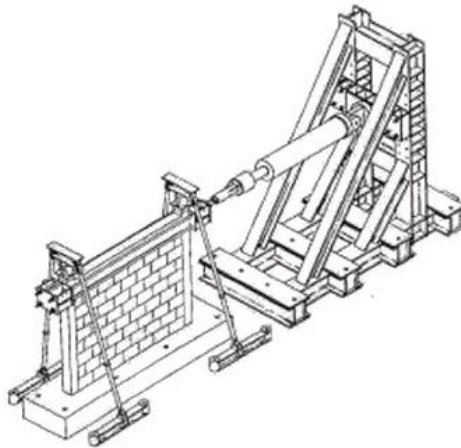
- a) Ensaios Cíclicos Estáticos (*Static Cyclic Testing*);
- b) Ensaios em Plataformas Sísmicas (*Shake Table Testing*);
- c) Ensaios Pseudo-Dinâmicos (*Pseudo-Dynamic Testing*);
- d) Ensaios Híbridos em Tempo Real (*Real-Time Hybrid Testing*);
- e) Ensaios com Cargas Explosivas (*Arrays of Explosive Charges*);
- f) Ensaios Dinâmicos em Centrifugadora (*Dynamic Centrifuge Testing*);

## 2.2. Ensaios cíclicos estáticos

Os ensaios cíclicos estáticos ou quasi-estáticos são executados, impondo na estrutura a ensaiar, uma história de deslocamentos ou de forças que foram previamente determinadas.

Neste tipo de testes é importante ter em conta a rigidez das estruturas acessórias à estrutura em ensaio, assim como ter particular atenção às reações na estrutura impostas pelos atuadores que irão transmitir as histórias de deslocamentos ou forças.

Um dos exemplos possíveis para este tipo de ensaios, no âmbito da engenharia sísmica, é a análise da resposta de uma coluna ou de uma parede (ver Figura 2.1) com uma força vertical constante, para simular o peso da estrutura real, ao mesmo tempo que lhe é imposta uma sequência temporal de deslocamentos na direção horizontal.



**Figura 2.1** - Adaptado de (Bairrão, 2009). Representação esquemática de um teste cíclico estático.

Existem duas limitações para os testes cíclicos quasi-estáticos. Uma delas consiste no facto de os ensaios terem de ser executados, aplicando deslocamentos à estrutura, com velocidades bem mais baixas que as velocidades impostas por um sismo real. A segunda limitação consiste no facto de a história de deslocamentos utilizada ser bastante diferente da história de deslocamentos causada por um sismo; na realidade, o objetivo destes ensaios é o de testar a resposta da estrutura devido a uma sequência de carregamentos monotónicos<sup>1</sup> com inversão de sentido.

---

<sup>1</sup> Carregamentos monotónicos consistem em deslocamentos numa só direção com velocidade baixa e constante, impostas num ponto da estrutura.

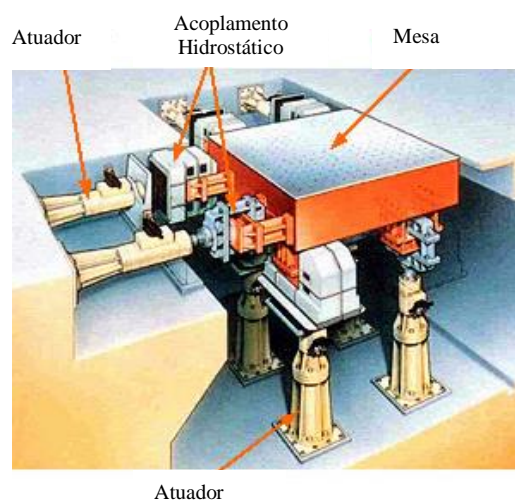
Apesar das suas limitações, estes testes são muito utilizados na engenharia sísmica, para a validação de modelos analíticos de elementos estruturais e para a estimativa de parâmetros que podem ser utilizados futuramente em experiências mais complexas.

### 2.3. Ensaio em plataforma sísmica

Neste tipo de ensaios é possível aplicar carregamentos dinâmicos, nomeadamente simulações de sismos, em modelos estruturais. Frequentemente são utilizados modelos à escala reduzida, o que torna a experiência mais económica mas permite obter resultados realistas. Contudo, existem instalações com capacidades de executar testes em modelos à escala real.

As plataformas sísmicas permitem controlar entre 1 e 6 GL. As plataformas que controlam 6 GL são obviamente mais versáteis mas também mais complexas, uma vez que tem que haver controlo simultâneo dos sistemas que controlam as 3 translações, as 3 rotações e todas as suas interações.

Pegando no exemplo da mesa de 6 GL, uma configuração simples dos sistemas de controlo de todos os GL é a existência de 8 atuadores hidráulicos no total. Quatro dos atuadores são verticais e posicionados nos 4 cantos da mesa, controlando a translação vertical e as rotações em torno dos dois eixos horizontais; os restantes 4 atuadores são horizontais, controlando as duas translações horizontais e a rotação em torno do eixo vertical. Na figura seguinte encontra-se ilustrado um exemplo de uma plataforma para uma melhor compreensão da possível disposição dos atuadores.



**Figura 2.2** - Representação esquemática de uma plataforma sísmica triaxial com 6 GL. Adaptado de (Hitachi, 2015).

A plataforma sísmica do LNEC no NESDE é uma plataforma que controla ativamente 3 GL, em que a mesa, onde são colocados os modelos, tem dimensões de 5,6mx4,6m e uma capacidade de carregamento até cerca de 40 toneladas. Esta plataforma tem uma característica particular pois, apesar de só controlar através de atuadores as 3 translações, possui um sistema de bielas e barras de torção que restringem passivamente as 3 rotações da mesa. Este sistema encontra-se explicado em detalhe no ponto 4.2.1 desta dissertação.

Os testes realizados em plataformas sísmicas apresentam algumas limitações, nomeadamente em relação ao tamanho dos modelos a ensaiar. A maior parte das plataformas existentes requer que os modelos sejam reduzidos em escala, exceto quando a mesa tem dimensões consideráveis. Na realização de testes à escala reduzida é necessário respeitar as leis de semelhança correspondentes. O uso da similaridade faz com que ambos os sistemas, reduzido e real, sejam semelhantes em relação a um conjunto de grandezas físicas bem definidas.

A similaridade dinâmica pode ser expressa utilizando dois parâmetros; o número de Cauchy, que é a relação entre as forças de inércia e as forças de restituição elásticas, e o número de Froude, que é a relação entre as forças de inércia e as forças gravíticas.

$$\frac{F_I}{F_E} = \frac{\rho v^2}{E} \quad (2.1)$$

$$\frac{F_I}{F_G} = \frac{\rho v^2}{Lg} \quad (2.2)$$

Mesmo que as equações (2.1) e (2.2) sejam respeitadas, é difícil de ter certezas na extrapolação da resposta dinâmica não linear obtida com o modelo reduzido para a estrutura à escala real. Na verdade, e especialmente no que respeita às características mecânicas dos materiais, pode ser difícil reproduzir o seu comportamento em modelos à escala reduzida (por exemplo, aderência aço/betão em modelos reduzidos de estruturas em betão armado) (Bairrão, 2009; Williams e Blakeborough, 2001).

Tendo em consideração o tema desta dissertação, apresentam-se de seguida experiências que foram realizadas em plataformas sísmicas com o objetivo de avaliar o dano estrutural devido à ação sísmica.

### 2.3.1. Ensaio em plataforma sísmica de uma subestrutura de um edifício com 7 andares

Este ensaio decorreu nos Estados Unidos da América, nas instalações do NEES (*Network for Earthquake Engineering Simulation*) da Universidade da Califórnia em San Diego (UCSD). Estas instalações possuem uma plataforma sísmica exterior unidirecional, e sobre ela foi colocado um modelo à escala real de uma parte de um edifício de 7 andares, como se pode ver na Figura 2.3.



**Figura 2.3** - Subestrutura, com paredes resistentes de betão armado, de um edifício de 7 andares ensaiado na plataforma sísmica exterior da UCSD. Adaptado de (Moaveni et al., 2011).

O objetivo do ensaio (Moaveni et al., 2011) consistia em analisar um novo método de dimensionamento de estruturas baseado nos deslocamentos de uma parede resistente de betão armado. Foram neste caso utilizados seis algoritmos diferentes, três métodos de *output-only* e outros três de *input-output* para caracterizar dinamicamente a estrutura e estimar os seus parâmetros modais ao longo do ensaio sísmico.

Os testes consistiram em danificar a estrutura progressivamente submetendo-a sucessivamente a 4 registos sísmicos diferentes, sendo entre cada registo sísmico realizada uma caracterização do edifício. Essa caracterização consistiu em testes de vibração ambiente e na excitação da estrutura aplicando um ruído branco de baixa amplitude, sendo a informação obtida destas caracterizações processada através de um algoritmo de identificação dinâmica. Com base nesses resultados estimaram-se os coeficientes de amortecimento assim como as

frequências naturais. Na Tabela 2.1 são apresentadas, todas as fases do ensaio para melhor compreensão.

**Tabela 2.1** - Testes dinâmicos feitos para o estudo da subestrutura em causa. (WN: white noise base excitation test (Teste de ruído branco aplicado na base); AV: teste de vibração ambiental).

Test No.	Date	Test Description	Damage State
39	11/21/2005	8min WN (0,03g) + 3min AV	S0
40	''	EQ1	
41	''	8min WN (0,03g) + 3min AV	S1
42	''	8min WN (0,05g)	S1
43	''	EQ2	
46	11/22/2005	8min WN (0,03g) + 3min AV	S2
47	''	8min WN (0,05g)	S2
48	''	EQ3	
49	''	8min WN (0,03g) + 3min AV	S3.1
50	''	8min WN (0,05g)	S3.1
61	1/14/2006	8min WN (0,03g) + 3min AV	S3.2
62	''	EQ4	
64	1/14/2006	8min WN (0,03g) + 3min AV	S4
65	''	8min WN (0,05g)	S4

Os quatro sismos utilizados e que estão apresentados na tabela acima com as siglas EQ1 até EQ4 são os seguintes:

- EQ1 – Componente longitudinal do terramoto de 1971 em San Fernando (Magnitude 6,6 na escala de Richter);
- EQ2 – Componente transversal do terramoto de 1971 em San Fernando (Magnitude 6,6 na escala de Richter);
- EQ3 – Componente longitudinal do terramoto de 1994 em Northridge (Magnitude 6,7 na escala de Richter);
- EQ4 – Componente de 360 graus do terramoto de 1994 em Northridge (Magnitude 6,7 na escala de Richter);

As caracterizações do modelo utilizaram dois sinais de ruído branco, com frequências entre 0,25 e 25 Hz, ambos com duração de 8 minutos e com amplitudes de 0,03g e 0,05g respetivamente.

Através dos resultados desta experiência, observou-se que as frequências naturais estimadas através dos diferentes algoritmos geraram resultados consistentes ao longo de cada patamar de

intensidade, enquanto os coeficientes de amortecimento mostravam uma certa variabilidade nos valores obtidos através dos métodos de identificação utilizados.

### **2.3.2. Ensaio em plataforma sísmica de um edifício gaioleiro à escala reduzida**

Este ensaio decorreu na plataforma sísmica do LNEC e consistiu na avaliação e redução da vulnerabilidade sísmica dos edifícios gaioleiros (Mendes, 2012). Devido às limitações da mesa, em dimensão e capacidade de carga, o modelo a ensaiar foi à escala reduzida.

Para o ensaio utilizou-se um modelo que, após a primeira bateria de ensaios sísmicos, foi reparado e reforçado. O reforço consistiu na utilização de elementos metálicos para melhorar a ligação entre as paredes e o pavimento, bem como na utilização de tirantes nos pisos superiores. O objetivo destes ensaios era o de avaliar o comportamento sísmico da estrutura e avaliar qual o efeito do reforço aplicado ao modelo.

Os ensaios sísmicos foram realizados impondo acelerações compatíveis com o espectro de resposta de projeto definido pelo Eurocódigo 8, caracterizado por um determinado valor da aceleração na base (PGA “*Peak Ground Acceleration*”) e com aumento da amplitude do acelerograma ao longo dos patamares de ensaio. Foram realizados vários testes sísmicos no mesmo modelo, tendo-se em cada um medido a sua resposta em aceleração, utilizando acelerómetros colocados nos pavimentos de cada piso. Foi ainda recolhida a informação sobre o dano observado em cada teste.

Nesta experiência também se identificaram as características dinâmicas e modais do modelo em estudo. Foram realizados vários ensaios sísmicos com aumento de intensidade e entre cada ensaio foram realizados ensaios de caracterização à estrutura. Para estas caracterizações recorreu-se ao uso de um ruído branco imposto na base do modelo. Este ruído branco tem uma grande gama de frequências e uma baixa amplitude, para não danificar os modelos, tendo uma duração de 80 segundos e uma amplitude máxima de  $0,8 \text{ m/s}^2$  e  $0,4 \text{ m/s}^2$  na direção longitudinal e transversal, respetivamente.

Para o modelo não reforçado foram feitos 4 testes sísmicos com amplitudes nominais iguais a 25%, 50%, 75% e 100% das amplitudes de referência (ver Tabela 2.2); para o modelo reforçado foram adicionados mais dois ensaios sísmicos um com amplitudes de 125% e outro de 150% da amplitude de referência (ver Tabela 2.3).

**Tabela 2.2** - Testes dinâmicos realizados no modelo não reforçado.

Identificação	Descrição
DI 0	Identificação dinâmica antes do 1º ensaio sísmico
Earthquake 25%	Teste sísmico com a amplitude a 25% da referência
DI 1	Identificação dinâmica depois do ensaio sísmico Earthquake 25%
Earthquake 50%	Teste sísmico com a amplitude a 50% da referência
DI 2	Identificação dinâmica depois do ensaio sísmico Earthquake 50%
Earthquake 75%	Teste sísmico com a amplitude a 75% da referência
DI 3	Identificação dinâmica depois do ensaio sísmico Earthquake 75%
Earthquake 100%	Teste sísmico com a amplitude a 100% da referência
DI 4	Identificação dinâmica final

**Tabela 2.3** - Testes dinâmicos realizados no modelo reforçado.

Identificação	Descrição
DI 0	Identificação dinâmica antes do 1º ensaio sísmico
Earthquake 25%	Teste sísmico com a amplitude a 25% da referência
DI 1	Identificação dinâmica depois do ensaio sísmico Earthquake 25%
Earthquake 50%	Teste sísmico com a amplitude a 50% da referência
DI 2	Identificação dinâmica depois do ensaio sísmico Earthquake 50%
Earthquake 75%	Teste sísmico com a amplitude a 75% da referência
DI 3	Identificação dinâmica depois do ensaio sísmico Earthquake 75%
Earthquake 100%	Teste sísmico com a amplitude a 100% da referência
DI 4	Identificação dinâmica depois do ensaio sísmico Earthquake 100%
Earthquake 125%	Teste sísmico com a amplitude a 125% da referência
DI 5	Identificação dinâmica depois do ensaio sísmico Earthquake 125%
Earthquake 150%	Teste sísmico com a amplitude a 150% da referência

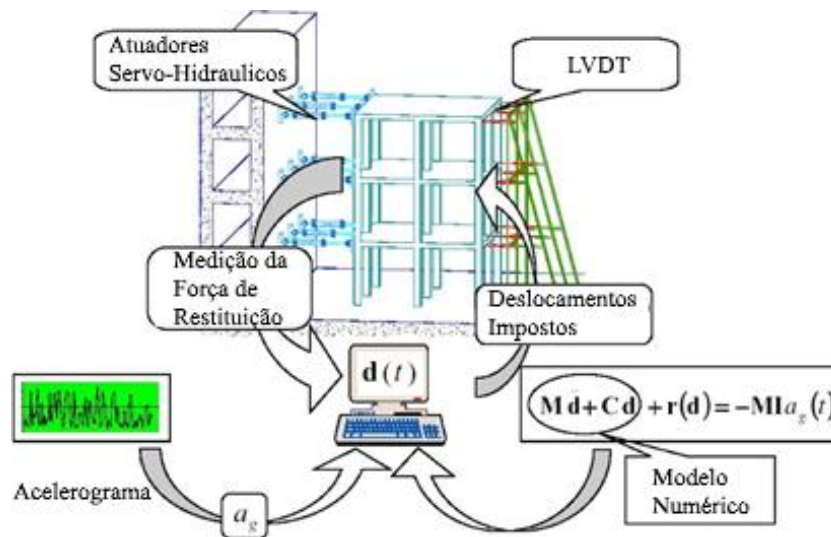
Devido a danos demasiado severos não foi possível realizar a identificação final do modelo reforçado.

A conclusão deste ensaio foi de que o reforço aplicado ao modelo melhorou o comportamento sísmico da estrutura. Analisando os resultados relativos às suas características dinâmicas chegou-se à conclusão que os valores da identificação dinâmica do modelo reforçado após à realização do ensaio *Earthquake 100%* apresentam uma redução no indicador de dano relativamente ao modelo não reforçado. Este indicador de dano é obtido através dos valores das frequências naturais, significando portanto que o decréscimo das frequências naturais foram menos acentuadas no modelo reforçado do que no modelo não reforçado. Além disso, a análise da evolução dos coeficientes de amortecimento comprovam a hipótese de que o reforço foi importante, pois após o reforço o amortecimento teve uma menor variação.

## 2.4. Ensaio pseudo-dinâmico

Este tipo de ensaios começou a ser desenvolvido no início dos anos 80, com base numa cooperação entre os Estados Unidos da América e o Japão num programa de investigação sobre sismos.

Os testes pseudo-dinâmicos consistem numa combinação entre testes quasi-estáticos, onde são impostos deslocamentos, e métodos analíticos onde são definidos esses mesmos deslocamentos durante os testes.



**Figura 2.4** - Ilustração esquemática de como é realizado um ensaio pseudo-dinâmico.

O método analítico baseia-se na resposta dinâmica de uma estrutura com um número finito de GL e onde o coeficiente de amortecimento, as forças de inércia e a excitação sísmica são determinadas computacionalmente, sendo as forças de restituição medidas experimentalmente em cada passo de integração. Esta metodologia permite simular a resposta sísmica de estruturas com comportamento estrutural fortemente dependente de fenómenos físicos não lineares de forma simplificada e de forma lenta.

Uma outra vantagem deste método é que o algoritmo computacional utilizado baseia-se na resposta diretamente observada no modelo físico e não em parâmetros estimados, para além de que o amortecimento histerético, em consequência da acumulação de dano e das deformações inelásticas, é automaticamente tido em conta, obtendo assim resultados mais realistas sobre a energia dissipada.

Uma característica também vantajosa neste tipo de ensaios, é que pode parar-se o ensaio em qualquer altura, tanto para avaliar visualmente o estado da estrutura assim como mudar ou acrescentar mais equipamento, caso seja necessário. Apesar de ter muitas vantagens também apresenta as suas desvantagens, tais como os relacionados com os efeitos de relaxação de tensões causadas pela longa duração do ensaio.

Outra das desvantagens deste tipo de ensaios é a impraticabilidade de ter em conta a componente vertical dinâmica. Por outro lado, não é aplicável quando o comportamento dos materiais é influenciado pela taxa de deformação.

## **2.5. Ensaios híbridos em tempo real**

Parecidos com os ensaios pseudo-dinâmicos, os testes híbridos em tempo real baseiam-se numa combinação entre modelos numéricos e modelos físicos.

Mesmo que as plataformas sísmicas consigam simular carregamentos dinâmicos em tempo real, como já foi mencionado, existe o problema de redução de escala. Por isso, este tipo de ensaios em tempo real têm tido cada vez maior atenção.

Estes ensaios, também conhecidos por ensaios de subestruturação dinâmica em tempo real, podem ser considerados como uma extensão dos testes pseudo-dinâmicos, em que a subestrutura em causa, em vez de ser testada a uma escala de tempo alargada, passa a ser testada numa escala de tempo real. Este tipo de ensaios exige uma elevada capacidade de computação e comunicação de dados entre a subestrutura física e a subestrutura envolvente numérica.

## **2.6. Ensaios com cargas explosivas**

Este é um tipo de ensaio muito pouco utilizado devido ao seu modo de realização, pois requer o uso de explosivos no solo com o objetivo de recriar o movimento sísmico do solo. Os autores (Kitada et al., 2000) apresentam-nos esta metodologia para recriar o comportamento do solo durante um sismo com aplicação para estruturas de centrais nucleares.

O método de execução destes ensaios consiste na construção de um modelo próximo de locais onde são realizadas detonações de cargas para outros fins como, por exemplo, na proximidade

de uma mina de carvão, sendo assim aproveitadas as vibrações do solo para a simulação de movimentos sísmicos.

### 2.7. Ensaios dinâmicos em centrífugadora

Os ensaios dinâmicos em centrífugadora, como o nome indica, tira proveito das forças centrífugas em que o equipamento utilizado para estes testes “cria” campos gravitacionais artificiais, sendo mais apropriados para ensaios geotécnicos em que se pretende reproduzir o real comportamento do solo

Dando o exemplo do LNEC, os testes são realizados num equipamento dotado de um braço rotativo em que numa das extremidades existe um cesto metálico onde são colocadas as cargas de amostra e na outra extremidade do braço são colocados pesos para contrabalançar o peso da amostra. As experiências são realizadas rodando o braço em torno de um eixo vertical permitindo uma velocidade angular máxima de 345rpm.



**Figura 2.5** - Centrífugadora do Departamento de Geotecnia do LNEC. Adaptado de (LNEC, 2013).

Tratando-se de modelos reduzidos, tem que haver uma conformidade entre as suas dimensões e as velocidades aplicadas à centrífugadora, através das leis da semelhança. Dessa forma é possível realizar testes em amostras de dimensões “n” vezes menores do que as reais, impondo uma aceleração “n” vezes superior à aceleração da gravidade e obtendo bons resultados por se reproduzir o estado de tensão no modelo à escala reduzida.



---

## 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 3.1. Fundamentos da análise dinâmica de estruturas

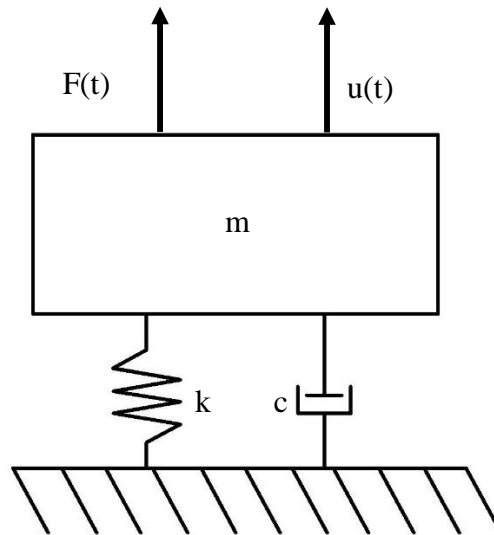
A análise dinâmica de estruturas considera as solicitações a que uma estrutura está sujeita ao longo do tempo. Essas solicitações podem ser vibrações ambientais, como por exemplo o tráfego ao redor da estrutura, o vento, o ruído exterior, sismos, etc... Estas ações induzem forças de inércia devidas às acelerações impostas à estrutura. Este tipo de análise pode ser efetuada por via analítica, através de leis fundamentais da física e cálculos matemáticos, ou via experimental, onde existem vários métodos de ensaio em que um deles é o recurso a ensaios laboratoriais em plataformas sísmicas. A análise dinâmica de estruturas por este tipo de métodos é importante para a caracterização global do comportamento das estruturas e também para validação dos modelos numéricos e analíticos feitos para a análise da sua resposta.

O comportamento dinâmico das estruturas pode ser feito através de métodos de análise determinísticos ou estocásticos. Se a variação temporal da excitação for perfeitamente conhecida, diz-se que a ação é determinística, sendo possível quantificar a resposta estrutural determinística. Por outro lado, se a variação temporal da ação for de natureza aleatória, esta pode ser caracterizada através de conceitos probabilísticos, sendo possível obter uma descrição estatística da resposta mediante o estabelecimento de relações estocásticas excitação-resposta (Magalhães, 2011).

Neste capítulo apresentam-se alguns métodos de identificação modal e as equações de resposta no domínio do tempo e no domínio da frequência, para casos de modelos de 1 e “n” GL.

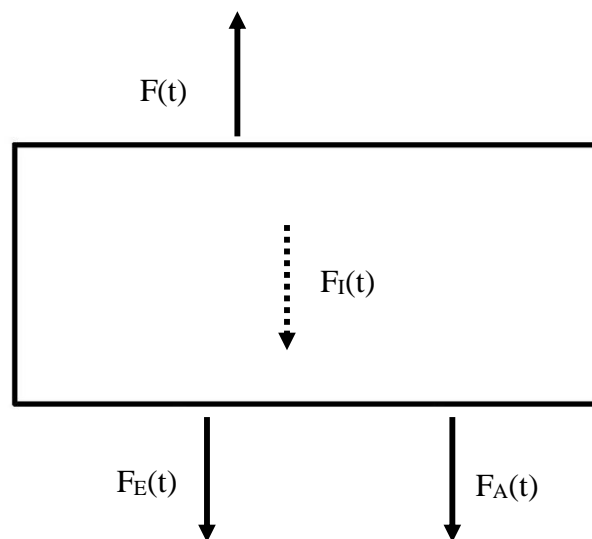
#### 3.1.1. Modelos com 1 grau de liberdade

Na literatura de engenharia sísmica e dinâmica de estruturas são introduzidos modelos simplificados com 1 grau de liberdade, ou seja, modelos com liberdade de movimento segundo uma só direção, também conhecidos por osciladores de 1 grau de liberdade (Chopra, 1995; Clough e Penzien, 1993). Estes são constituídos por uma massa, que representa a massa inercial, por uma mola, que representa a sua rigidez, e por um amortecedor, que representa a dissipação de energia, como pode ver-se esquematizado na Figura 3.1.



**Figura 3.1** - Representação esquemática de um oscilador de 1 grau de liberdade.

Utilizando a 2ª lei do movimento de Newton, ou em alternativa o princípio d'Alembert, é possível representar a figura anterior através de um diagrama de corpo livre, como apresentado na Figura 3.2, ao qual é imposta uma força exterior em relação à qual são geradas as restantes forças que atuam no corpo.



**Figura 3.2** - Representação esquemática do diagrama de corpo livre do oscilador.

Pode assim estabelecer-se a equação do movimento utilizando a segunda lei de Newton através do equilíbrio de forças em que a resultante das forças é igual a zero.

$$F_I(t) + F_A(t) + F_E(t) = F(t), \quad F(t) = 0 \quad (3.1)$$

Sendo que:

- $F_I(t) = m\ddot{u}(t)$  - Força de inércia (proporcional à aceleração);
- $m$  - Massa do sistema;
- $F_A(t) = c\dot{u}(t)$  - Forças de amortecimento (proporcional à velocidade);
- $c$  - Constante de amortecimento;
- $F_E(t) = ku(t)$  - Forças elásticas (proporcional ao deslocamento);
- $k$  - Rigidez do elemento;
- $F(t)$  - Forças exteriores;

Através da equação anterior, e particularizando-a para um caso ideal onde o amortecimento é igual a zero,  $F_A(t) = 0$ , temos a seguinte equação:

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (3.2)$$

Esta equação torna-se muito útil, pois dela podem retirar-se as características dinâmicas naturais da estrutura (frequência natural, modos de vibração). A designação para este tipo de osciladores é de oscilador em regime de vibração livre não amortecido e a expressão relativa ao seu movimento apresenta-se da seguinte maneira:

$$u(t) = A \cdot \cos(\omega_N \cdot t - \varphi) \quad (3.3)$$

A equação (3.3) corresponde a soluções da equação do movimento desde que  $\omega_N$  seja dado por:

$$\omega_N = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.4)$$

Isto diz-nos que o oscilador apresentado na Figura 3.1 com massa “m” e rigidez “k” tende a oscilar naturalmente com uma frequência  $\omega_N$  (frequência angular natural). Com este conceito vêm também os conceitos de frequência natural,  $f_N$ , e de período natural de vibração,  $T_N$ :

$$f_N = \frac{\omega_N}{2\pi}, \quad T_N = \frac{1}{f_N}; \quad (3.5)$$

Para um caso mais real, mas sem forçar o sistema em que  $F(t)=0$ , estamos perante um caso de um oscilador em regime livre amortecido. A equação (3.1) toma o seguinte aspeto:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (3.6)$$

Nesta expressão, em que já aparecem as forças de amortecimento do sistema,  $F_A(t)$ , a expressão relativa ao movimento apresenta-se da seguinte maneira:

$$u(t) = A \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t} \cdot \cos(\omega_A t - \varphi) \quad (3.7)$$

Comparando a equação anterior com a equação (3.3), aparece-nos agora uma componente logarítmica decrescente; esta componente irá influenciar o movimento do oscilador, decaindo este ao longo do tempo após uma perturbação inicial. Estão também aí presentes o fator ou coeficiente de amortecimento,  $\xi$ , e a frequência angular amortecida  $\omega_A$ :

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{m \cdot k}}, \quad \omega_A = \omega_N \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.8)$$

### 3.1.1.1. Análise no domínio do tempo

Neste ponto segue-se o exposto em (Chopra, 1995; Clough e Penzien, 1993). Comece-se por notar em que as situações reais se verifica a presença de forças de amortecimento. Usando as condições iniciais em deslocamento  $u(0) = u_0$  e velocidade  $\dot{u}(0) = v_0$ , é possível caracterizar a vibração de um modelo de 1 GL sujeito a forças de amortecimento no seu modo natural de vibração:

$$\begin{cases} m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \\ u(0) = u_0, \dot{u}(0) = v_0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Admite-se que a solução geral da equação diferencial homogénea pode ser uma combinação linear da função da forma  $u(t)=e^{\lambda t}$ , onde  $u(t)$  representa a história de deslocamentos. Este tipo de solução é válida quando o coeficiente de amortecimento do sistema, definido por  $\xi$ , é suficientemente baixo com valores compreendidos entre 0 e 1 ( $c < c_{cr}$ , em que  $c_{cr} = 2\sqrt{m \cdot k}$  é designado por constante de amortecimento crítico). Obtém-se então a seguinte expressão para os deslocamentos do oscilador:

$$u(t) = a \cdot e^{\lambda_1 t} + b \cdot e^{\lambda_2 t} \quad (3.10)$$

Onde  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  correspondem a um par de raízes complexas conjugadas do polinómio característico  $m\lambda^2 + c\lambda + k$  sendo:

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = \alpha + i\beta \\ \alpha = \frac{-c}{2 \cdot m}, \quad \beta = \frac{\sqrt{4 \cdot m \cdot k - c^2}}{2 \cdot m} \end{cases} \quad (3.11)$$

E:

$$\mathbf{a} = \mathbf{u}_0 - \frac{v_0 - \mathbf{u}_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_0 + \frac{1}{2} \left( \frac{v_0 + \xi \omega_N \mathbf{u}_0}{\omega_A} \right) \mathbf{i}, \quad \mathbf{b} = \frac{v_0 - \mathbf{u}_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (3.12)$$

Utilizando as devidas modificações algébricas, a equação (3.10) pode ser escrita numa forma trigonométrica equivalente:

$$\mathbf{u}(t) = \left[ \mathbf{u}_0 \cos(\omega_A t) + \left( \frac{v_0 + \xi \omega_N \mathbf{u}_0}{\omega_A} \right) \text{sen}(\omega_A t) \right] e^{-\xi \omega_N t} \quad (3.13)$$

Quando a estrutura está sujeita à ação de uma força exterior,  $f(t)$  na equação anterior é adicionada uma parcela que corresponde a um integral de convolução (Integral de Duhamel):

$$\mathbf{u}_p(t) = \int_0^t f(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (3.14)$$

Onde  $h(t - \tau)$  é a resposta do oscilador a um impulso unitário. Adicionando a equação (3.14) à equação (3.13) é:

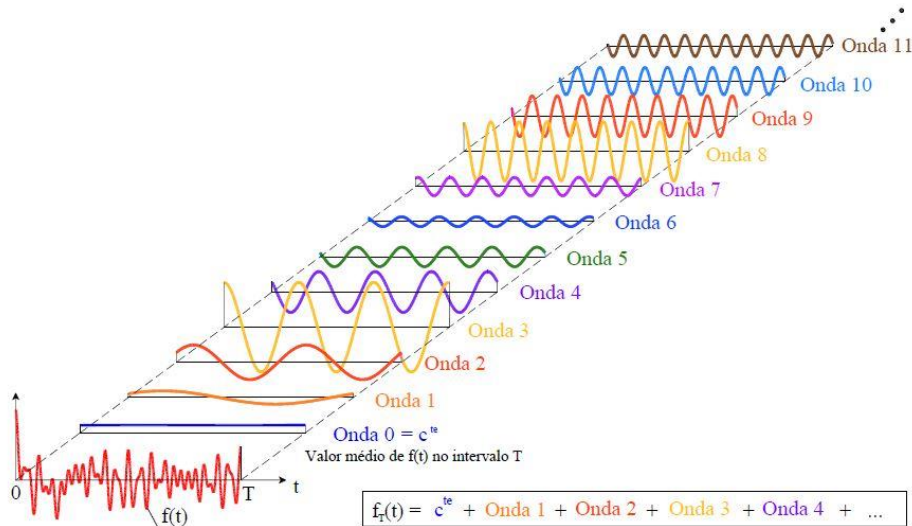
$$\mathbf{u}(t) = \left[ \mathbf{u}_0 \cos(\omega_A t) + \left( \frac{v_0 + \xi \omega_N \mathbf{u}_0}{\omega_A} \right) \text{sen}(\omega_A t) \right] e^{-\xi \omega_N t} + \int_0^t f(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (3.15)$$

<sup>b</sup> Da equação algébrica, cujas raízes  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , correspondem aos valores pretendidos para  $\lambda$ , em que  $m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \Leftrightarrow \lambda_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$ , e analisando o binómio discriminante  $c_{cr} = 2\sqrt{m \cdot k}$  temos três situações:

- $c > 2\sqrt{m \cdot k}$  - Movimento sobre amortecido ( $\xi > 1$ );
- $c = 2\sqrt{m \cdot k}$  - Movimento criticamente amortecido ( $\xi = 1$ );
- $c < 2\sqrt{m \cdot k}$  - Movimento subamortecido ( $0 < \xi < 1$ );

### 3.1.1.2. Análise no domínio da frequência

A análise no domínio da frequência (também conhecida por análise espectral) faz-se através da decomposição dos sinais temporais em ondas sinusoidais de amplitude e frequências variáveis. Esta decomposição baseia-se na utilização dos conceitos das séries de Fourier.



**Figura 3.3** - Esquema que mostra "n" ondas, para entender o conceito de decomposição de uma função em ondas sinusoidais, adaptado de (Oliveira, 2007).

A grande vantagem da aplicação das Transformadas de Fourier (TF) é a transformação das equações diferenciais da dinâmica em equações algébricas (complexas). Esta transformação é obtida através da equivalência entre derivação no domínio do tempo e multiplicação por  $i\omega$  no domínio da frequência. Dessa forma, a equação (3.6) toma o seguinte aspeto:

$$\mathcal{F}(\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t)) = \mathcal{F}(f(t)) \Leftrightarrow -m\omega^2 U(\omega) + ic\omega U(\omega) + kU(\omega) = F(\omega) \quad (3.16)$$

Em que  $U(\omega)$  é uma função complexa definida no domínio da frequência, obtendo-se:

$$U(\omega) = \frac{F(\omega)}{(k - m\omega^2 + ic\omega)} \quad (3.17)$$

É também usual escrever a equação (3.16) na forma:

$$U(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \quad (3.18)$$

Sendo  $H(\omega)$  uma ou função de resposta em frequência (FRF) de um oscilador de 1 GL. Esta corresponde à TF da função de resposta a um impulso unitário  $h(t - \tau)$  e é dada pela seguinte expressão

$$H(\omega) = \frac{1}{(k - m\omega^2 + ic\omega)} \quad (3.19)$$

### 3.1.2. Modelos com “N” GL no domínio do tempo e da frequência

Como a maioria das estruturas apresentam mais do que 1 GL, não é possível fazer a sua análise dinâmica rigorosa através de um modelo estrutural com 1 GL. Para tal utilizam-se modelos com vários GL.

Tal como no modelo de 1 GL, em que o equilíbrio dinâmico era satisfeito ao nível do seu grau de liberdade, agora para um modelo com “N” GL o equilíbrio dinâmico é realizado em cada GL da estrutura. A equação correspondente passa a ter um formato matricial.

$$\underline{m}\ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c}\dot{\underline{u}}(t) + \underline{k}\underline{u}(t) = \underline{f}(t) \quad (3.20)$$

Em que:

$\underline{m}$  - Matriz de massa;

$\underline{c}$  - Matriz de amortecimento;

$\underline{k}$  - Matriz de rigidez;

$\ddot{\underline{u}}(t)$  - Vetor aceleração;

$\dot{\underline{u}}(t)$  - Vetor velocidade;

$\underline{u}(t)$  - Vetor deslocamento;

$\underline{f}(t)$  - Vetor das forças exteriores;

Esta equação matricial corresponde a um sistema de equações diferenciais lineares de 2ª ordem dependentes, com “N” incógnitas, sendo “N” igual ao número de GL da estrutura.

Resolver este sistema para modelos estruturais com múltiplos GL pode revelar-se uma tarefa muito trabalhosa, recorrendo por isso a uma análise modal do sistema para determinação dos seus modos de vibração e correspondentes frequências próprias, de forma a utilizá-las como base para expressar a resposta dinâmica da estrutura utilizando o princípio da sobreposição de efeitos.

A resolução do sistema anterior pode ser feita no domínio do tempo ou, recorrendo á transformada de Laplace ou de Fourier, no domínio da frequência.

### 3.1.2.1. Análise no domínio do tempo

#### Vibração livre sem amortecimento

Numa primeira abordagem, e para compreender melhor o comportamento da estrutura, uma das simplificações que se faz é a consideração dos termos de amortecimento e dos termos relativos às forças exteriores iguais a zero:

$$\underline{m}\ddot{\underline{u}}(t) + \underline{k}\underline{u}(t) = 0 \quad (3.21)$$

Este tipo de análise dinâmica devolve resultados com informação muito útil, tais como os modos de vibração naturais e frequências próprias da estrutura. Como foi dito no início, não existem forças exteriores aplicadas estando a estrutura sujeita somente a um estado inicial diferente do estado de repouso.

Neste caso particular, a estrutura apresenta um movimento harmónico tendo a equação do movimento associada ao modo “n” a seguinte expressão:

$$\underline{u}_n(t) = \underline{\Phi}_n \cdot \cos(\omega_n t - \phi_n) \quad (3.22)$$

Em que  $\underline{\Phi}_n$  representa o vetor com a configuração modal,  $\phi_n$  a respetiva fase e  $\omega_n$  é a frequência natural. Derivando duas vezes em ordem ao tempo, obtém-se o vetor aceleração.

$$\ddot{\underline{u}}_n(t) = -\omega_n^2 \underline{\Phi}_n \cdot \cos(\omega_n t - \phi_n) \quad (3.23)$$

Substituindo as equações (3.22) e (3.23) na equação (3.21) obtém-se:

$$\left[ \underline{k} - \underline{m}\omega_n^2 \right] \underline{\Phi}_n = \underline{0} \quad (3.24)$$

De onde se retiram os valores e vetores próprios, em que  $\omega_n^2 = \lambda$  (quadrado das frequências próprias naturais) corresponde aos valores próprios e  $\underline{\Phi}_n$  os vetores próprios.

É ainda usual recorrer à transformação de um sistema de equações diferenciais acopladas num sistema de equações desacopladas, passando as coordenadas estruturais ( $\underline{u} = \underline{u}(t)$ ) para coordenadas modais ( $\underline{u}^* = \underline{u}^*(t)$ ) recorrendo à seguinte relação.

$$\underline{u} = \underline{\Phi}\underline{u}^* \quad (3.25)$$

Em que  $\underline{\Phi} (N_{GL} \times N_{GL})$  representa a matriz modal:

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \cdots & \Phi_{1N_{GL}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{N_{GL}1} & \cdots & \Phi_{N_{GL}N_{GL}} \end{bmatrix} = [\Phi_1 \cdots \Phi_n \cdots \Phi_{N_{GL}}] \quad (3.26)$$

Determinada a matriz dos modos de vibração, procede-se à diagonalização das matrizes de massa e de rigidez, podendo normalizar-se os modos de vibração de forma a obter:

$$\underline{m}^* = \underline{\Phi}^T \underline{m} \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix} = \underline{I} \quad (3.27)$$

$$\underline{k}^* = \underline{\Phi}^T \underline{k} \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_{N_{GL}}^2 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Substituindo a equação (3.25) na equação (3.21) e multiplicando todas as parcelas pela transposta da matriz modal,  $\underline{\Phi}^T$ , obtém-se um sistema de  $N_{GL}$  equações diferenciais desacopladas:

$$\underline{\Phi}^T \underline{m} \underline{\Phi} \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{\Phi}^T \underline{k} \underline{\Phi} \underline{u}^*(t) = 0 \quad (3.29)$$

#### Vibração forçada com amortecimento

Em relação ao ponto anterior, neste caso é considerada a parcela do amortecimento e da força exterior, como apresentado na equação (3.20). Essa mesma equação pode ser transformada num sistema de  $N_{GL}$  equações diferenciais desacopladas:

$$\underline{\Phi}^T \underline{m} \underline{\Phi} \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{\Phi}^T \underline{c} \underline{\Phi} \dot{\underline{u}}^*(t) + \underline{\Phi}^T \underline{k} \underline{\Phi} \underline{u}^*(t) = \underline{\Phi}^T \underline{f}(t) = \underline{f}^*(t) \quad (3.30)$$

Note-se que a matriz de amortecimento só é diagonalizada se se considerar, por exemplo, a hipótese do amortecimento proporcional. Nesse caso, é possível determiná-la através da hipótese de Rayleigh, com a seguinte expressão.

$$\underline{c} = \alpha \underline{m} + \beta \underline{k} \quad (3.31)$$

Em que  $\alpha$  (coeficiente proporcional à massa) e  $\beta$  (coeficiente proporcional à rigidez) são parâmetros independentes.

Admitindo a validade desta hipótese, é então possível diagonalizar a matriz de amortecimento:

$$\underline{c}^* = \underline{\Phi}^T \underline{c} \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} 2\omega_1 \xi_1 & & \\ & \ddots & \\ & & 2\omega_{N_{GL}} \xi_{N_{GL}} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Em que  $\omega_n$  e  $\xi_n$  são as frequências e amortecimentos modais correspondentes, respetivamente, ao modo de vibração  $n$  ( $n=1,2,\dots,N_{GL}$ ).

Para este trabalho, é interessante analisar o caso em que a força exterior é causada por uma aceleração na base da estrutura. Utilizando a segunda lei de Newton, a equação do movimento relativo  $\underline{u}(t)$  pode escrever-se da seguinte forma:

$$\underline{m}\ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c}\dot{\underline{u}}(t) + \underline{k}\underline{u}(t) = -\underline{m}\ddot{\underline{u}}_b(t) \quad (3.33)$$

Onde  $\ddot{\underline{u}}_b$  é um vetor de acelerações na base, que pode ser decomposto nas componentes de aceleração em 3 direções,  $\ddot{u}_{bx}$ ,  $\ddot{u}_{by}$  e  $\ddot{u}_{bz}$ .

Uma forma prática de representar o comportamento da estrutura devido a uma aceleração tridimensional na base, é associar a cada direção um vetor com valores unitários nos graus de liberdade correspondentes a translações nessa direção e zero nos restantes GL. Desta forma a equação (3.33) passa a ter a seguinte forma:

$$\underline{m}\ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c}\dot{\underline{u}}(t) + \underline{k}\underline{u}(t) = -\underline{m} \left[ \underline{1}_{\tilde{x}} \ddot{u}_{bx}(t) + \underline{1}_{\tilde{y}} \ddot{u}_{by}(t) + \underline{1}_{\tilde{z}} \ddot{u}_{bz}(t) \right] \quad (3.34)$$

Expressando a equação anterior em coordenadas modais e com a matriz modal normalizada à matriz de massas vem que:

$$\underline{I}\ddot{\underline{u}}^*(t) + \text{Diag}[2\omega_n \xi_n] + \underline{\Omega}^2 \underline{u}(t) = -\underline{\Phi}^T \underline{m} \left[ \underline{1}_{\tilde{x}} \ddot{u}_{bx}(t) + \underline{1}_{\tilde{y}} \ddot{u}_{by}(t) + \underline{1}_{\tilde{z}} \ddot{u}_{bz}(t) \right] \quad (3.35)$$

O fator de multiplicação  $-\underline{\Phi}^T \underline{m} \underline{1}_i$ , em que  $i$  representa uma das três direções em que atua a aceleração, é designado por fator de participação modal.

### 3.1.2.2. Análise no domínio da frequência

Tal como foi explicado na análise no domínio da frequência para 1 GL, também para o caso de vários GL a o sistema de equações diferenciais passa a ser um sistema de equações algébricas quando se assume uma resposta harmónica:

$$-\underline{m}\omega^2 \underline{U}(\omega) + i\omega \underline{c} \underline{U}(\omega) + \underline{k} \underline{U}(\omega) = \underline{F}(\omega) \quad (3.36)$$

$$\underline{U}(\omega) = \underline{H}(\omega) \underline{F}(\omega) = \underline{U}_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (3.37)$$

Em que :

$$\underline{H}(\omega) = \left[ (\underline{k} - \underline{m}\omega^2) + i\omega \underline{c} \right]^{-1} \quad (3.38)$$

- $\underline{U}(\omega)$  - Transformada de Fourier do vetor dos deslocamentos;
- $\underline{F}(\omega)$  - Transformada de Fourier do vetor das forças;
- $\underline{H}(\omega)$  - Matriz Função de Resposta em Frequência (FRF);

Para simplificação da resolução da equação (3.36), recorre-se á formulação modal. Para tal, substitui-se  $\underline{U}$  por  $\underline{U}^*$  multiplica-se à esquerda por  $\underline{\Phi}^T$  e, utilizando as condições de ortogonalidade entre os modos de vibração, obtém-se:

$$\underline{H}(\omega) = \underline{\Phi} \underline{H}^*(\omega) \underline{\Phi}^T \quad (3.39)$$

Na equação anterior, a matriz  $\underline{H}^*(\omega)$  corresponde a uma matriz diagonal permitindo assim a determinação individual de cada termo da matriz FRF.

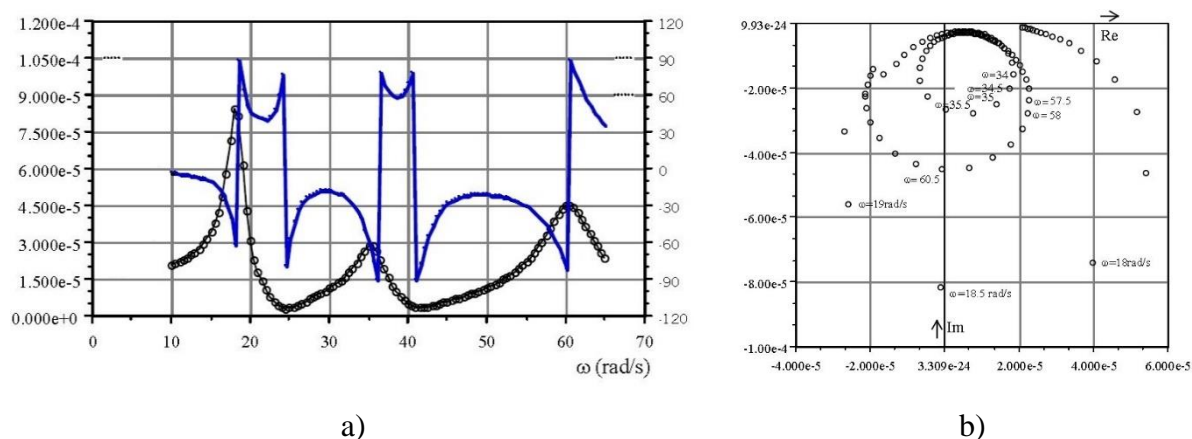
Desenvolvendo os produtos matriciais envolvidos na equação (3.39) e assumindo como unitário o valor das massas modais, pode-se obter o termo geral da matriz  $\underline{H}(\omega)$ , em notação indicial, como se demonstra na seguinte expressão:

$$\underline{H}_{mn}(\omega) = \sum_{k=1}^{N_{GL}} \frac{(\phi_m)_k (\phi_n)_k}{(\omega_k^2 - \omega^2) + i(2\xi_k \omega_k \omega)} \quad (3.40)$$

$m = 1, 2, \dots, N_{GL}$   
 $n = 1, 2, \dots, N_{GL}$

Na análise das funções de transferência,  $\underline{H}_{mn}(\omega)$ , normalmente são utilizados dois tipos de gráficos: o gráfico de Bode (ver Figura 3.4 a)) e o gráfico de Nyquist (ver Figura 3.4 b)). Para o primeiro gráfico são traçadas a amplitude e a fase em relação à frequência, em que

normalmente a amplitude é representada em escala logarítmica. Nestes gráficos é possível localizar as ressonâncias (pontos máximos da função) e antirressonâncias (pontos mínimos da função), acentuados na amplitude, enquanto a fase apresenta variações bruscas, em ambos os casos. No gráfico de Nyquist, a função de transferência representa-se no plano complexo, pelas suas componentes real e imaginária. Os modos surgem como arcos de circunferência, em que, para intervalos de frequência iguais, a ressonância corresponde ao maior espaçamento entre pontos consecutivos (Meireles, 2007).



**Figura 3.4** - Gráficos representativos adaptados de (Proença e Azevedo, 1999): a) Gráfico de Bode; b) Gráfico de Nyquist.

### 3.2. Métodos de identificação modal no domínio da frequência

É possível efetuar uma análise de identificação modal no domínio da frequência decompondo em ondas sinusoidais as respostas temporais através da transformada de Fourier. Esta decomposição pode ser feita utilizando histórias de acelerações, velocidades ou deslocamentos medidos em determinados pontos da estrutura, pontos esses que devem refletir bem o comportamento da estrutura.

Através das técnicas de identificação modal no domínio da frequência é possível determinar as frequências e configurações dos principais modos de vibração, bem como os respetivos amortecimentos modais. Para tal foram desenvolvidas diversas formulações matemáticas que se baseiam na avaliação de funções de densidade espectral de potência (PSD – “*Power Spectral Density*”) da resposta medida experimentalmente.

### 3.2.1. Funções de densidade espectral de potência de resposta

Uma função de densidade espectral da potência apresenta-se como uma matriz quadrada em cuja diagonal se encontram os auto-espectros de resposta dos vários GL instrumentados e os restantes valores fora da diagonal representam os espectros cruzados, que relacionam a resposta medida entre os diferentes GL instrumentados.

A matriz PSD é, portanto, quadrada com a dimensão igual ao número de pontos instrumentados. Para se realizar uma caracterização dinâmica adequada, é necessário instrumentar a estrutura em vários pontos, o que nem sempre é viável. Por essa razão, os ensaios são usualmente realizados em várias fases (“*setups*”). Em cada fase os sensores são posicionados em pontos diferentes da estrutura, exceto alguns pontos, ou seja, em todas as fases de ensaio existem pontos que se mantêm, chamados GL de referência, para que os restantes GL instrumentados nas diferentes fases sejam relacionáveis (Mendes, 2010).

Por essas séries temporais (histórias) medidas no modelo terem uma duração finita e devido ao sinal adquirido encontrar-se discretizado em instantes temporais,  $\Delta t$ , os espectros obtidos são apenas estimativas conseguidas através de um produto do valor conjugado da Transformada discreta de Fourier ( $X_i^*$ ) no grau de liberdade  $i$ , pela Transformada discreta de Fourier ( $X_j$ ) no grau de liberdade  $j$ .

A matriz PSD da resposta pode então ser determinada através da seguinte expressão:

$$S_{ij}(\omega_m) = \frac{X_i^*(\omega_m)X_j(\omega_m)}{T}, \quad i, j = 1, 2, \dots, NPI \quad \text{e} \quad m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.41)$$

$NPI = N^\circ$  total de pontos instrumentados

$N = N^\circ$  total de pontos adquiridos por amostra

O valor de  $\omega_m$  pode ser obtido através de:

$$\omega_m = \frac{m}{N} \frac{2\pi}{\Delta t}, \quad m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.42)$$

$N = N^\circ$  total de pontos adquiridos por amostra

Devido ao cálculo se basear numa só série temporal discretizada com duração finita, a equação (3.42) apresenta uma estimativa espectral com uma elevada variância. Para diminuir

essa variância divide-se a série temporal em segmentos mais curtos, de forma a poder considerar-se uma resposta média com vários segmentos.

Com esta divisão temporal, uma das consequências é o agravamento dos erros por escorregamento (“leakage”), sendo necessário utilizar as denominadas janelas de dados,  $w_k$ , para assim minimizar esse mesmo efeito. Deste modo, a expressão anterior pode ser escrita da seguinte forma.

$$\tilde{S}_{ij}(\omega_m) = \frac{1}{n_d} \sum_{r=1}^{n_d} \left[ \frac{X_i^*(\omega_m) X_j(\omega_m)}{T_d \sum_{k=0}^{N-1} |w_k|^2} \right] \quad (3.43)$$

O valor de  $n_d$  corresponde ao número de segmentos criados e  $T_d$  ao comprimento da janela de dados utilizada. Algumas janelas de dados existentes para prevenir os erros de escorregamento são apresentadas no quadro seguinte.

**Tabela 3.1** - Janela de dados e as suas melhores utilizações. Adaptado de (Dactron, 2003).

Janela	Tipo de sinal	Resolução de Frequência	Menor erro de escorregamento	Precisão de amplitude
Barlett	Aleatório	Bom	Razoável	Razoável
Blackman	Aleatório ou misto	Fraco	Muito Bom	Bom
Flat top	Sinusoidal	Fraco	Bom	Muito Bom
Hanning	Aleatório	Bom	Bom	Razoável
Hamming	Aleatório	Bom	Razoável	Razoável
Kaiser-Bessel	Aleatório	Razoável	Bom	Bom
Tukey	Aleatório	Bom	Fraco	Fraco
Welch	Aleatório	Bom	Bom	Razoável

O uso das funções de densidade espectral de potência deu origem a vários métodos de identificação modal no domínio da frequência, tais como:

- Método Básico no Domínio da Frequência (BFD – *Basic Frequency Domain*);
- Método de Decomposição no Domínio da Frequência (FDD – *Frequency Domain Decomposition*);
- Método de Decomposição no Domínio da Frequência Melhorada (EFDD – *Enhanced Frequency Domain Decomposition*);

### 3.2.2. Método básico no domínio da frequência

Este tipo de método para a determinação dos modos de vibração, assim como os amortecimentos modais, é dos métodos mais utilizados hoje em dia por ser fácil de aplicar e apresentar bons resultados e uma boa representação do comportamento da estrutura. É também conhecido pelo método da seleção de picos ou “*Peak picking*”.

Este método foi introduzido pela primeira vez num edifício de 19 andares para a determinação de frequências naturais a partir da análise dos auto-espectros de registo de velocidades obtidos através de ensaios de vibração ambiente (Crawford e Ward, 1964). Em 1969, foi desenvolvido um relatório no LNEC no qual se avaliou o comportamento dinâmico de edifícios através de ensaios de vibração natural, utilizando o mesmo tipo de conceitos (Priestley, 1969). Em 1993, Felber apresentou o mesmo método de uma forma mais sistematizada, permitindo a automatização através de programas de análises e de visualização gráfica das configurações modais identificadas (Felber, 1993).

Este método tem como premissa de que as ações ambientais são tomadas como um processo estocástico gaussiano de ruído branco com média nula.

Com esta condição inicial, as funções densidade espectral de resposta apresentam picos onde se situam as frequências naturais de vibração. São nesses picos onde as funções PSD apresentam uma concentração de energia.

Na identificação das frequências naturais, através do BFD, analisam-se os picos contidos nos espectros médios ANPSD (“*Average Normalized Power Spectral Density*”).

A determinação deste espectro recorre-se inicialmente à normalização dos auto-espectros (NPSD – “*Normalized Power Spectral Density*”) como se demonstra na seguinte expressão

$$\text{NPSD}_i(\omega_m) = \frac{\tilde{S}_{ii}(\omega_m)}{\sum_{m=1}^N \tilde{S}_{ii}(\omega_m)} \quad (3.44)$$

$N = N^\circ$  total de pontos adquiridos da série temporal

NPSD é a divisão das estimativas dos auto-espectros pela soma das suas ordenadas em frequência. Para obter a média dos auto-espectros normalizados faz-se a soma de todos os NPSD, dividindo pelo número total de pontos instrumentados:

$$ANPSD = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^{n_0} NPSD_i \quad (3.45)$$

Com esta média de espectros normalizados torna-se bastante mais fácil determinar as frequências naturais, ao invés de utilizar os vários espectros (auto-espectros e espectros cruzados), em que a análise de um espectro isolado pode ser insuficiente para detetar todas as frequências próprias pois a escolha do GL pode coincidir com um nodo de um modo de vibração.

Para complementar a análise através dos ANPSD é necessário confirmar os seus resultados com as denominadas funções de coerência. Estas funções são utilizadas para confirmar se os picos identificados correspondem ou não aos modos de vibração da estrutura. São determinadas através da seguinte expressão:

$$\gamma_{ij}^2(\omega_m) = \frac{|\tilde{S}_{ij}(\omega_m)|^2}{\tilde{S}_{ii}(\omega_m)\tilde{S}_{jj}(\omega_m)} \quad (3.46)$$

As funções de coerência variam entre 0 e 1 ao longo do seu intervalo de  $[0, f_N]$ . Para valores próximos de 1 significa que existe uma elevada relação de linearidade entre os dois sinais escolhidos, para valores próximos de zero identificam-se valores elevados de ruído.

### 3.2.3. Método da decomposição no domínio da frequência

O método da decomposição no domínio da frequência permite identificar frequências naturais e avaliar configurações modais, assim como o método BFD, mas com a diferença de ser um método mais eficaz. Ou seja, o método FDD suprime algumas limitações que o BFD possui, pois possibilita a identificação de modos com frequências.

A sua designação foi utilizada pela primeira vez por (Brincker et al., 2000), mas foi através de (Prevosto, 1982) e (Corrêa e Costa, 1992) onde foram apresentados os princípios fundamentais do método FDD.

O método FDD pode ser entendido como uma extensão do BFD na medida em que também utiliza como informação base as estimativas das funções PSD. No método FDD é ainda

introduzido um algoritmo matemático que decompõe a matriz PSD nos seus valores singulares (extensão dos valores e vetores próprios). Este algoritmo é utilizado pois é válido ainda que o amortecimento não seja proporcional às matrizes de rigidez e de massa. Na decomposição em valores singulares, uma dada matriz pode ser decomposta no produto de outras três:

$$\underline{A} = \underline{U}\underline{\Sigma}\underline{V}^T, \quad \underline{\Sigma} = \begin{bmatrix} \underline{S} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{A} = \underline{U}\underline{S}\underline{V}^T \quad (3.47)$$

S - Matriz quadrada diagonal, que contém os valores singulares da matriz A por ordem decrescente;

U e V - São matrizes unitárias ou ortonormais, que contêm os vetores singulares à esquerda e à direita, respetivamente. Entende-se como uma matriz unitária ou ortonormal uma matriz que satisfaz a condição  $\underline{A} \cdot \underline{A}^T = \underline{I}$  (matriz identidade).

Esta decomposição é feita à estimativa das PSDs:

$$G(\omega_m) = \underline{U}_m \underline{S}_m \underline{U}_m^H \quad (3.48)$$

Para a obtenção de bons resultados devem respeitar-se as seguintes simplificações:

- A excitação deverá ter características de um ruído branco
- O amortecimento da estrutura deverá ser baixo
- Os modos de vibração com frequências próximas deverão ser ortogonais.

Mesmo não respeitando estas simplificações, os resultados obtidos são melhores que os resultados obtidos pelo método BFD.

### 3.2.4. Método da decomposição melhorada no domínio da frequência

Como o próprio nome indica, este método é uma versão mais precisa do método FDD, em que permite estimar valores de coeficientes de amortecimento modais e valores de frequências modais com mais rigor.

Este método acrescenta, ao FDD, os seguintes processos (Mendes, 2010):

- Introdução de um procedimento (MAC – “Modal Assurance Criterion”) que relaciona os vetores singulares, medindo a correlação entre duas configurações modais;
- Cálculo do valor médio entre vários vetores singulares com os respetivos valores singulares, para a determinação da configuração modal do oscilador;

- Transformação das funções de densidade espectral de cada modo para o domínio do tempo através da IFFT (Transformada discreta de Fourier inversa), resultando nas funções de auto-correlação da resposta de vários sistemas de 1GL;
- Determinação do coeficiente de amortecimento através do decremento logarítmico das funções de auto-correlação;
- Determinação da frequência do oscilador através dos instantes de passagem por zero, das funções de auto-correlação;

A matriz MAC é uma matriz com valores de correlação entre duas configurações modais, analíticas ou experimentais, para estimar as funções de densidade espectral associadas a cada modo de vibração, através da seguinte expressão:

$$MAC_{i,j} = \frac{|\phi_i^T \phi_j|^2}{(\phi_i^T \phi_i)(\phi_j^T \phi_j)} \quad (3.49)$$

Em que  $\phi_i$  e  $\phi_j$  são vetores coluna com as configurações modais a comparar.

Após ter as funções de densidade espectral estimadas, recorre-se ao algoritmo da inversa da transformada de Fourier para passar novamente as funções para o domínio do tempo, sendo possível estimar os coeficientes modais e valores ajustados das estimativas das frequências naturais.

### 3.3. Identificação dos coeficientes de amortecimento modais

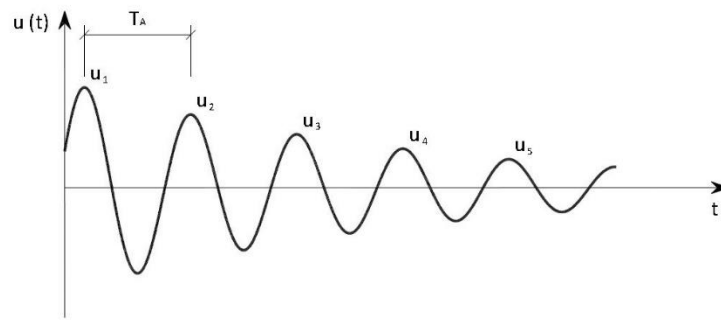
#### 3.3.1. Método pelo decremento logarítmico

Uma boa estimativa dos coeficientes de amortecimento modais pode ser obtida recorrendo ao uso do decremento logarítmico  $\delta$ , Figura 3.5, que se obtém a partir dos máximos positivos e negativos das funções de auto-correlação, através da seguinte expressão.

$$\delta = \frac{2}{k} \ln \left( \frac{r_0}{|r_k|} \right) = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \rightarrow \xi = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi}} \quad (3.50)$$

Como o coeficiente de amortecimento apresenta normalmente valores baixos,  $\sqrt{1-\xi^2} \approx 1$ , é válido assumir a seguinte aproximação.

$$\delta = 2\pi\xi \Leftrightarrow \xi = \frac{\delta}{2\pi} \quad (3.51)$$



**Figura 3.5** - Gráfico com picos consecutivos na resposta em vibração livre com amortecimento.

Da mesma maneira que é determinado o coeficiente de amortecimento, também se pode estimar a frequência natural através das funções de auto-correlação.

É então feita uma reta de regressão linear nos instantes de passagem por zero e nos instantes correspondentes aos valores máximos positivos e negativos. O valor do declive dessa reta será o valor da frequência amortecida e a frequência natural é obtida através da seguinte expressão.

$$f_N = \frac{f_A}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (3.52)$$

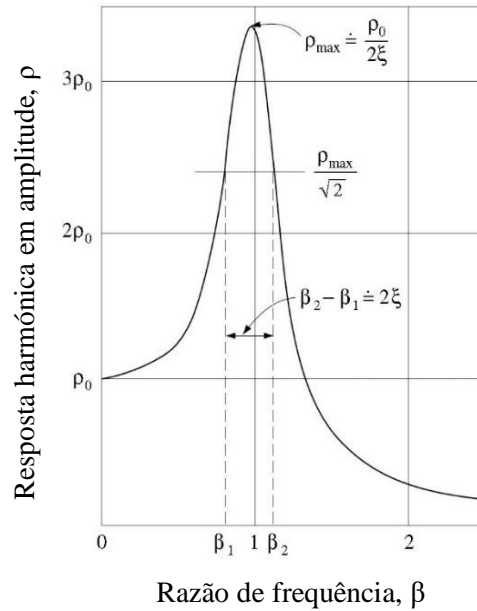
### 3.3.2. Método da meia potência

O procedimento de cálculo dos coeficientes de amortecimento modais através do método da meia potência, utilizando, por exemplo, os auto-espectros.

A sua aplicação consiste na escolha de 3 pontos, sendo o primeiro o pico de ressonância, correspondente a um determinado modo de vibração. Os dois pontos seguintes, são pontos com os mesmos valores de ordenada espectral, igual a  $1/\sqrt{2}$  vezes o valor retirado para o primeiro ponto.

Com estes 3 valores é possível estimar o valor de  $\xi$  através da seguinte expressão.

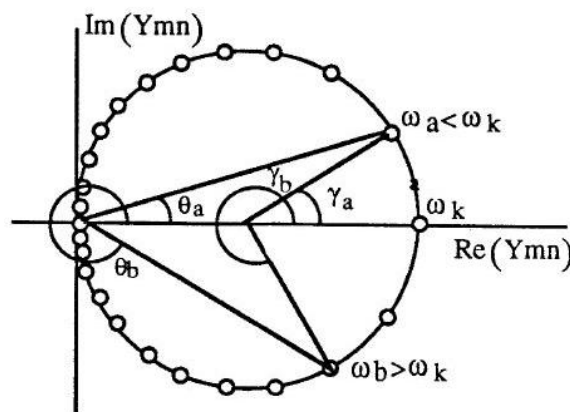
$$\xi_n = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 + \omega_1} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_n} \Rightarrow \xi_n = \frac{f_2 - f_1}{2f_n} \quad (3.53)$$



**Figura 3.6** - Imagem adaptada de (Clough e Penzien, 1993) com a representação de uma curva da resposta em frequência recorrendo ao método da meia potência para determinar o coeficiente de amortecimento.

### 3.3.3. Método do gráfico de Nyquist

O recurso a este método devolve valores dos parâmetros modais mais rigorosos do que os anteriores. Para facilitar a sua compreensão é representado na figura seguinte uma circunferência no formato de Nyquist.



**Figura 3.7** - Imagem adaptada de com a representação de uma circunferência em formato de Nyquist.

Nestas circunstâncias, o procedimento para a determinação do coeficiente de amortecimento é o seguinte:

- Determinação da frequência própria: no exemplo da figura apresenta-se em cima do eixo real, caso a circunferência tenha uma disposição diferente, a frequência própria encontra-se no ponto onde é máxima a taxa de varrimento, de pontos consecutivos, da circunferência modal;
- Determinação do coeficiente modal através da seguinte equação:

$$\xi = \frac{\omega_a^2 - \omega_b^2}{2\omega_k \left[ \omega_a \tan\left(\frac{\gamma_a}{2}\right) - \omega_b \tan\left(\frac{\gamma_b}{2}\right) \right]}$$

### 3.4. Condensação estática e dinâmica

#### 3.4.1. Introdução

Para determinar as características dinâmicas de uma estrutura com um grande número de GL, em que apenas se monitorizam alguns pontos, pode tornar-se extremamente difícil calcular a resposta da estrutura para todos os GL. Para isso, é desejável que haja uma redução nos GL da estrutura utilizando os métodos de condensação da resposta. Esses métodos são brevemente explicados nesta secção (Law e Zhu, 2009). A sua aplicação a esta dissertação não está relacionada com a monitorização de estruturas mas com a subestruturação dinâmica. De facto, o foco de interesse neste caso é a separação da resposta dinâmica do modelo ensaiado em relação à plataforma sísmica, no caso em que apenas existem registos da resposta conjunta do sistema.

#### 3.4.2. Condensação estática

Um dos métodos mais conhecidos para a redução dos GL é o Método de Guyan Irons, aplicável de forma exata apenas no caso estático. Este método consiste em reduzir sistemas de equações de “N” GL em sistemas com menor número de GL, simplificando a sua resolução. Baseia-se na utilização da equação do movimento igualando a componente dinâmica a zero, ou seja, sem os termos de velocidade e aceleração, e considerando apenas a rigidez do sistema e o vetor de forças estáticas,  $F_m$ . Os vetores de força, de deslocamento e as matrizes de massa

e de rigidez são separadas em sub-vetores e sub-matrizes, em que “m” correspondem aos GL independentes (“*master*”) e “s” aos GL dependentes (“*slave*”):

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{K}}_{mm} & \underline{\mathbf{K}}_{ms} \\ \underline{\mathbf{K}}_{sm} & \underline{\mathbf{K}}_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_m \\ \underline{\mathbf{x}}_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{\mathbf{F}}_m \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

Resolvendo o sistema da equação (3.54) em ordem a  $\underline{\mathbf{x}}_s$  e igualando o vetor das forças  $\underline{\mathbf{F}}_m$  a zero, temos que:

$$\underline{\mathbf{x}}_s = -\underline{\mathbf{K}}_{ss}^{-1} \underline{\mathbf{K}}_{sm} \underline{\mathbf{x}}_m \quad (3.55)$$

É possível então escrever o vetor completo dos deslocamentos dos GL da seguinte maneira:

$$\underline{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_m \\ \underline{\mathbf{x}}_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\underline{\mathbf{K}}_{ss}^{-1} \underline{\mathbf{K}}_{sm} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_m = \underline{\mathbf{T}}_s \underline{\mathbf{x}}_m \quad (3.56)$$

Com esta matriz de transformação estática  $\underline{\mathbf{T}}_s$  advém da equação (3.54) que a matriz de rigidez condensada é dada por:

$$\underline{\mathbf{K}}_{Cs} = \underline{\mathbf{T}}_s^T \underline{\mathbf{K}} \underline{\mathbf{T}}_s \quad (3.57)$$

Pode assumir-se, de forma aproximada, que a matriz de massas seja condensada aos mesmos GL de forma semelhante:

$$\underline{\mathbf{M}}_{Cs} = \underline{\mathbf{T}}_s^T \underline{\mathbf{M}} \underline{\mathbf{T}}_s \quad (3.58)$$

Desta forma, com as matrizes de massa e de rigidez condensadas pode efetuar-se o cálculo dos valores e vetores próprios do sistema reduzido:

$$\left( \underline{\mathbf{K}}_{Cs} - \omega^2 \underline{\mathbf{M}}_{Cs} \right) \phi = 0 \quad (3.59)$$

Salientam-se os seguintes aspetos em relação à utilização do método da condensação estática:

- A condensação estática só apresenta valores exatos na redução da rigidez, não sendo corretamente preservadas as forças de inércia;
- Os valores próprios do sistema reduzido são mais elevados do que os valores próprios do sistema original;
- A precisão dos valores próprios obtidos diminui para os modos de vibração com frequências mais elevadas.

### 3.4.3. Condensação dinâmica

Nos casos em que a condensação estática se revela uma aproximação grosseira para a análise da resposta dinâmica de um sistema, torna-se necessário utilizar métodos de condensação de GL mais robustos e apropriados. Nesta secção vai ser introduzido um dos métodos de condensação dinâmica (Law e Zhu, 2009). Ao invés do caso anterior, onde foi ignorada a componente de inércia, neste caso ela é considerada diretamente na equação do movimento:

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{M}}_{mm} & \underline{\mathbf{M}}_{ms} \\ \underline{\mathbf{M}}_{sm} & \underline{\mathbf{M}}_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{\mathbf{x}}}_m \\ \ddot{\underline{\mathbf{x}}}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{K}}_{mm} & \underline{\mathbf{K}}_{ms} \\ \underline{\mathbf{K}}_{sm} & \underline{\mathbf{K}}_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_m \\ \underline{\mathbf{x}}_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{\mathbf{F}}_m \\ \underline{\mathbf{F}}_s \end{Bmatrix} \quad (3.60)$$

Para determinar a solução dos valores próprios temos:

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{M}}_{mm} & \underline{\mathbf{M}}_{ms} \\ \underline{\mathbf{M}}_{sm} & \underline{\mathbf{M}}_{ss} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{K}}_{mm} & \underline{\mathbf{K}}_{ms} \\ \underline{\mathbf{K}}_{sm} & \underline{\mathbf{K}}_{ss} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_m \\ \underline{\mathbf{x}}_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{0}} \end{Bmatrix} \quad (3.61)$$

Resolvendo este sistema de equações em ordem ao vetor dos deslocamentos  $\underline{\mathbf{x}}_s$ , obtém-se a seguinte expressão em função do vetor  $\underline{\mathbf{x}}_m$ :

$$\underline{\mathbf{x}}_s = -\left[ \underline{\mathbf{K}}_{ss} - \omega^2 \underline{\mathbf{M}}_{ss} \right]^{-1} \left[ \underline{\mathbf{K}}_{sm} - \omega^2 \underline{\mathbf{M}}_{sm} \right] \underline{\mathbf{x}}_m = \underline{\mathbf{T}}_d \underline{\mathbf{x}}_m \quad (3.62)$$

Esta matriz de transformação dinâmica,  $\underline{\mathbf{T}}_d$ , é válida na proximidade de frequência própria  $\omega$ . Sendo esta desconhecida é necessário adotar um processo iterativo para realizar a condensação dinâmica. Inicialmente é considerado um valor próprio igual a zero e é calculada a matriz de transformação estática. Esta matriz é de seguida utilizada para gerar um novo valor próprio através da seguinte equação:

$$\left( -\omega^2 (\underline{\mathbf{M}}_{mm} - \underline{\mathbf{M}}_{ms} \underline{\mathbf{T}}_d) + (\underline{\mathbf{K}}_{mm} - \underline{\mathbf{K}}_{ms} \underline{\mathbf{T}}_d) \right) \underline{\mathbf{x}}_m = 0 \quad (3.63)$$

Este processo repete-se até haver convergência do valor próprio e da matriz de transformação dinâmica. É então possível determinar as matrizes de massa e de rigidez condensadas:

$$\underline{\mathbf{M}}_{Cd} = \underline{\mathbf{T}}_d^T \underline{\mathbf{M}} \underline{\mathbf{T}}_d, \quad \underline{\mathbf{K}}_{Cd} = \underline{\mathbf{T}}_d^T \underline{\mathbf{K}} \underline{\mathbf{T}}_d \quad (3.64)$$

Para evitar o uso deste processo iterativo para o cálculo da matriz de transformação, pode-se utilizar um outro método para acelerar o processo e generaliza-lo a várias frequências. Esse método como explica (Gordis, 1992), baseia-se na expansão da matriz  $\underline{T}_d$  em séries de Taylor, ignorando os termos de ordem superiores a  $\omega^2$ :

$$\begin{aligned}\underline{T}'_d &= -\left[\underline{K}_{ss} - \omega^2 \underline{M}_{ss}\right]^{-1} \left[\underline{K}_{sm} - \omega^2 \underline{M}_{sm}\right] = \\ &= -\underline{K}_{ss}^{-1} \left[\underline{I} - \omega^2 \underline{M}_{ss} \underline{K}_{ss}^{-1}\right]^{-1} \left[\underline{K}_{sm} - \omega^2 \underline{M}_{sm}\right] = \\ &= -\underline{K}_{ss}^{-1} \left[\underline{I} + \omega^2 \underline{M}_{ss} \underline{K}_{ss}^{-1}\right] \left[\underline{K}_{sm} - \omega^2 \underline{M}_{sm}\right] = \\ &= -\underline{K}_{ss}^{-1} \left[\underline{K}_{sm} + \omega^2 \left(\underline{M}_{ss} \underline{K}_{ss}^{-1} \underline{K}_{sm} - \underline{M}_{sm}\right)\right]\end{aligned}\quad (3.65)$$

Substituindo esta matriz de transformação na equação de movimento obtém-se que:

$$\omega^2 \underline{x}_m = \underline{M}_{C_s}^{-1} \underline{K}_{C_s} \underline{x}_m \quad (3.66)$$

Pelo que, para efeitos de utilização na matriz de transformação,  $\omega^2$  pode ser substituído por  $\underline{M}_{C_s}^{-1} \underline{K}_{C_s}$ .

Reescrevendo o vetor total dos deslocamentos com as equações (3.66) e (3.62), temos que:

$$\underline{\tilde{x}} = \begin{Bmatrix} \underline{\tilde{x}}_m \\ \underline{\tilde{x}}_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I} \\ -\underline{K}_{ss}^{-1} \left[\underline{K}_{sm} + \left(\underline{M}_{ss} \underline{K}_{ss}^{-1} \underline{K}_{sm} - \underline{M}_{sm}\right) \underline{M}_{C_s}^{-1} \underline{K}_{C_s}\right] \end{bmatrix} \underline{\tilde{x}}_m = \underline{T}_{id} \underline{\tilde{x}}_m \quad (3.67)$$

Onde  $\underline{T}_{id}$  é a matriz de transformação dinâmica melhorada. As matrizes de massa e de rigidez condensadas com base nesta redução de GL dinâmica podem ser escritas com as mesmas expressões da equação (3.64), mas agora com  $\underline{T}_{id}$  em vez de  $\underline{T}_d$ .

Podem então determinar-se os valores e vetores próprios:

$$\left[\underline{K}_{Cd} - \omega^2 \underline{M}_{Cd}\right] \phi = 0 \quad (3.68)$$

## 4. MODELAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA

### 4.1. Introdução

Hoje em dia é possível elaborar modelos numéricos que permitem simular previamente o comportamento estrutural de um modelo físico, recorrendo-se para tal a programas de cálculo automático tais como o SAP2000 e o Robot, entre outros. Após o modelo numérico estar concluído e testado, os resultados obtidos servem de referência para comparar com os resultados obtidos experimentalmente e ainda, caso seja necessário, para definir ajustamentos ao modelo físico em estudo antes de executar os ensaios na mesa sísmica.

No âmbito desta dissertação foi elaborado o modelo de elementos finitos da estrutura a estudar utilizando o programa de cálculo automático SAP2000. Este modelo foi utilizado para calcular as frequências naturais e os modos de vibração, por um lado, e a resposta ao longo do tempo, por outra.

O objetivo deste capítulo é então a caracterização e o estudo do comportamento dinâmico do sistema constituído pela plataforma sísmica e pelo pórtico plano. Nos pontos seguintes são apresentadas as suas características.

### 4.2. Recolha de dados para o desenvolvimento dos modelos

#### 4.2.1. Plataforma sísmica

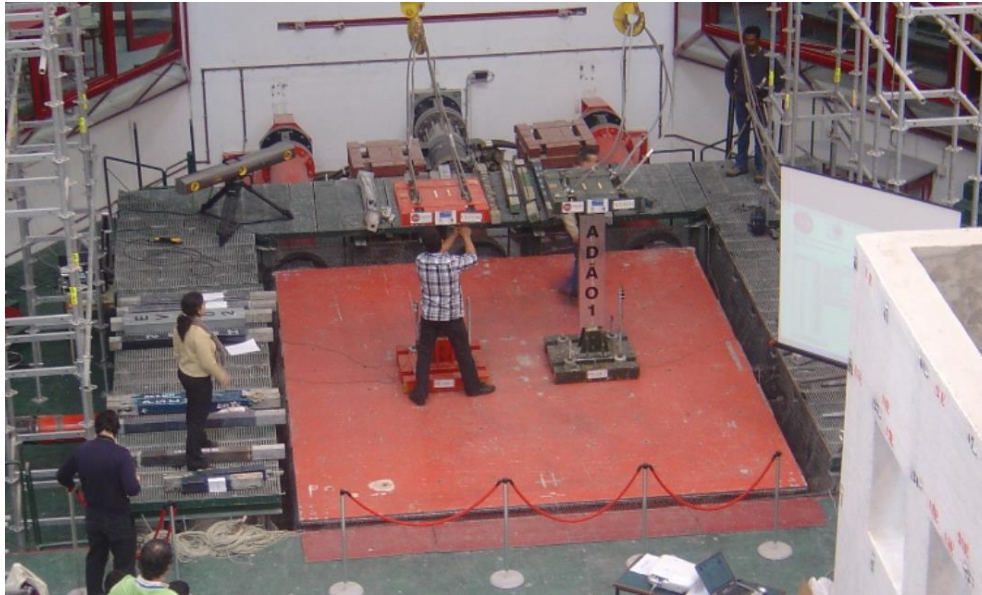
Como referido no capítulo 3, a configuração mais simples de uma plataforma sísmica com 6 GL inclui um sistema de 8 atuadores que controlam as 3 translações e as 3 rotações, bem como todas as suas interações. Apesar da versatilidade deste tipo de plataformas, é extremamente complexo conseguir um bom sistema de controlo simultâneo dos 6 GL e suas interações.

A plataforma triaxial do LNEC, por outro lado, apresenta uma configuração com um sistema de 4 atuadores que impõem à mesa os movimentos desejados nas 3 translações e um sistema de guiamento cuja função é a de assegurar que os GL de rotação sejam passivamente restringidos.

Esta plataforma é constituída por três subconjuntos principais: o corpo (mesa onde são colocados os modelos a ensaiar), o sistema de controlo passivo (sistema de guiamento) e o sistema de controlo ativo (sistema de atuadores).

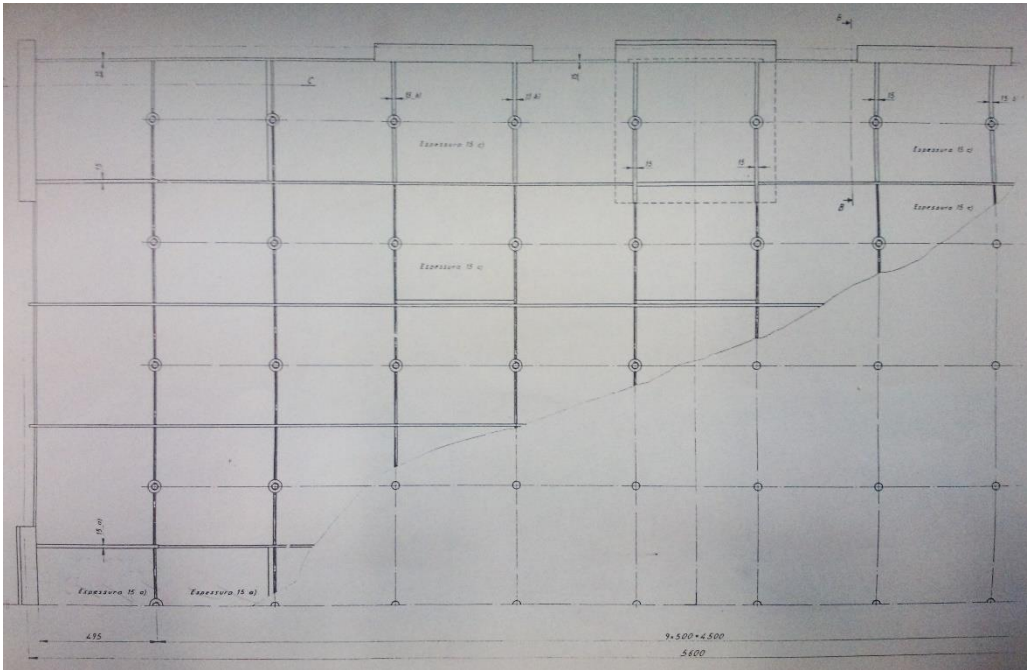
### Corpo

O corpo, ou a plataforma propriamente dita (sobre a qual são assentes os modelos a ensaiar) é constituído por uma estrutura em chapas de aço soldadas com a forma aproximada de um prisma triangular. O tampo, uma das suas faces laterais e base onde são assentes os modelos, tem uma área de 4,6x5,6 metros quadrados.



**Figura 4.1** - Plataforma onde são assentes os modelos a ensaiar.

Este caixão celular foi concebido de forma a apresentar uma elevada rigidez, minimizando ao máximo possível as deformações. Para isso, o seu interior é composto por chapas de 10 mm de espessura soldadas entre si e ortogonais aos eixos x e y com um revestimento exterior com chapas de 15 mm de espessura. Nas zonas onde se liga com outros componentes da plataforma, nomeadamente aos sistemas de controlo passivo e ativo, existem chapas com espessura de 70 mm. Nessas zonas de ligação existem também reforços com chapas inclinadas com 10 mm de espessura.



**Figura 4.2** - Planta de uma secção da plataforma com a pormenorização do interior.

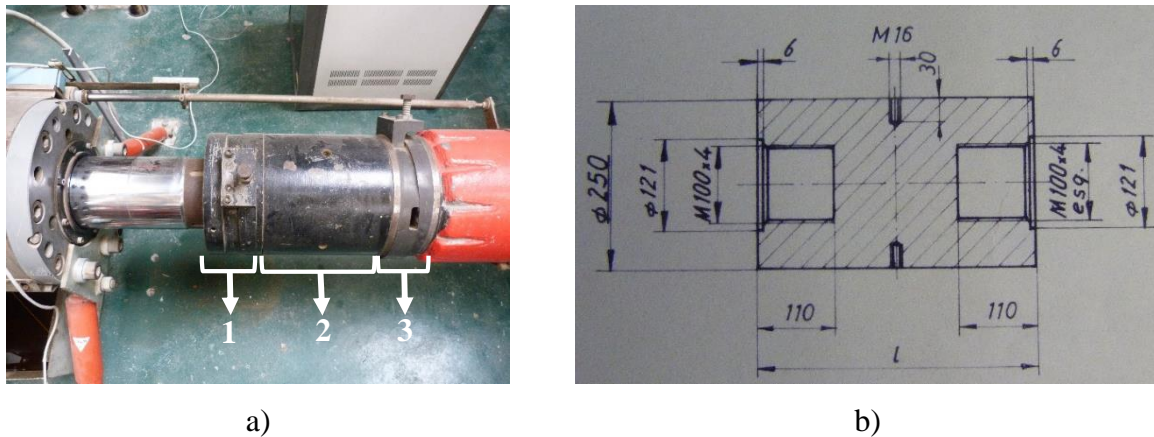
### **Sistema de controlo ativo**

A estrutura do sistema ativo é composta pelo atuador hidráulico propriamente dito e por vários elementos de elevada rigidez axial, como se pode observar na Figura 4.3. Nas extremidades, a ligação à plataforma e à parede de reação são asseguradas por rótulas especiais que permitem rotação em torno dos eixos transversais e horizontais.



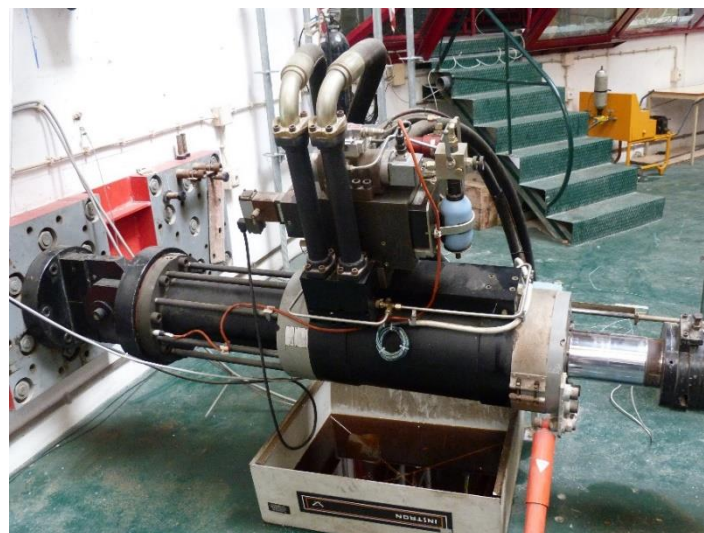
**Figura 4.3** - Sistema de controlo ativo (da esquerda para a direita): Rótula; Alonga; Cunha de aperto + Rosca; Equivalente à célula de carga; Cunha de aperto + Rosca; Atuador hidráulico; Rótula.

Na figura seguinte é apresentado um pormenor das peças que fazem a ligação do atuador à alonga.



**Figura 4.4** - Pormenorização da peça de ligação entre o atuador e a alonga; a) 1 e 3 Cunha de aperto + Pernos, 2 peça metálica equivalente à célula de carga; b) Planta da peça metálica equivalente à célula de carga.

A mesa sísmica do LNEC possui dois tipos de atuadores. A diferença entre estes reside na força de impulso que cada um é capaz de fornecer: um tem a capacidade de impor forças até 1000 kN enquanto o outro tem a capacidade de impor forças até cerca de 300 kN. Na direção longitudinal encontra-se o sistema com o atuador de 1000 kN, na direção transversal existem dois sistemas, colocados em lados opostos da mesa, cada um com um atuador de 300 kN. Na direção vertical encontra-se outro sistema com um atuador de 300 kN, que pode ser complementado com um conjunto de macacos hidráulicos capaz de suportar o peso próprio do sistema libertando o atuador vertical para a ação dinâmica.



**Figura 4.5** - Atuador hidráulico.

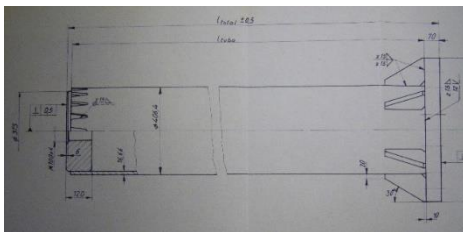
#### 4. MODELAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA

As alongas são barras cilíndricas de secção vazada, também diferentes para cada sistema de controlo ativo. Para o sistema de controlo onde se encontra o atuador de 1000 kN, a alonga apresenta com um diâmetro de 0,4064 m, com uma espessura de 0,0167 m e um comprimento total de 1,870 m.

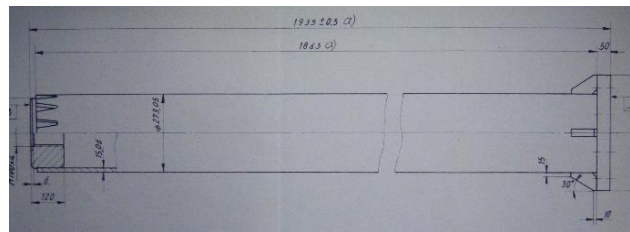
Para o sistema de controlo na direção transversal onde se encontram os atuadores de 300 kN, a alonga apresenta-se com um diâmetro de 0,2730 m, com uma espessura de 0,01506 m e um comprimento total de 1,935 m.



a)



b)



c)

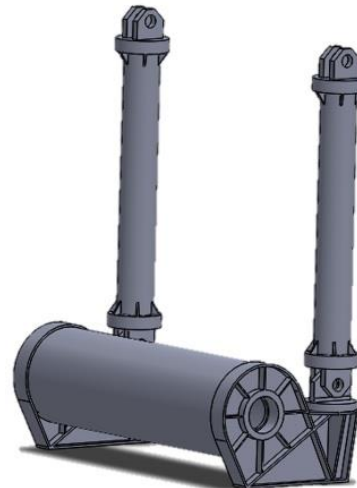
**Figura 4.6** - Pormenorização das alongas; a) Alonga exemplo; b) e c) Plantas dos tipos de alonga existentes.

#### Sistema de controlo passivo

O sistema de controlo passivo atua no controlo das torções da mesa, existindo assim 3 sistemas deste tipo, um que controla a rotação em torno do eixo longitudinal, outro a rotação em torno do eixo transversal e outro em torno do eixo vertical.



a)

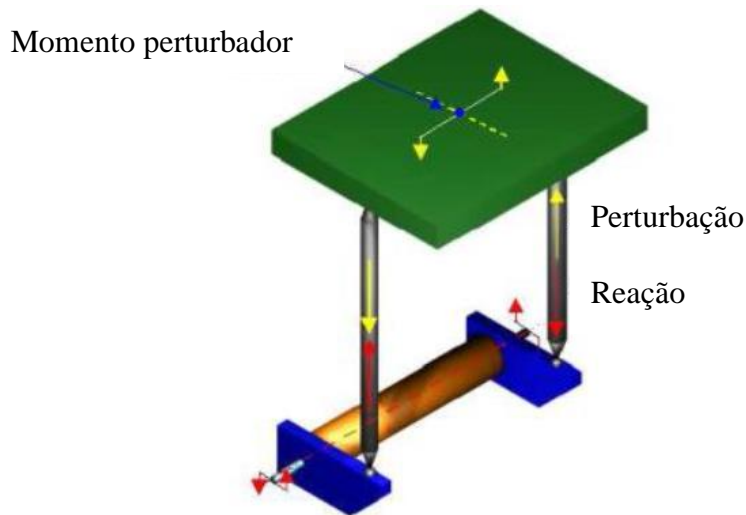


b)

**Figura 4.7** - Sistema de controlo passivo com uma barra de torção e duas bielas; a) Imagem do sistema real; b) Representação esquemática do sistema.

Este sistema mecânico merece uma descrição mais detalhada. O sistema tem como objetivo restringir ao máximo os movimentos de rotação da plataforma.

Estes três sistemas, semelhantes entre si, são formados por: duas bielas, ligadas por rótulas à plataforma numa das extremidades e a uma barra de torção na outra; duas manivelas, apoiadas na estrutura de betão circundante que transformam os esforços axiais nas bielas em momento torsor nas extremidades da barra de torção; e a barra de torção, que resiste a translações diferenciais das bielas através da sua elevada rigidez de torção. No caso de ocorrer um momento que conduza ao derrube do modelo as bielas transmitem esse momento às barras de torção criando assim um momento binário oposto. Deste modo consegue restringir-se fortemente o movimento de rotação da plataforma.



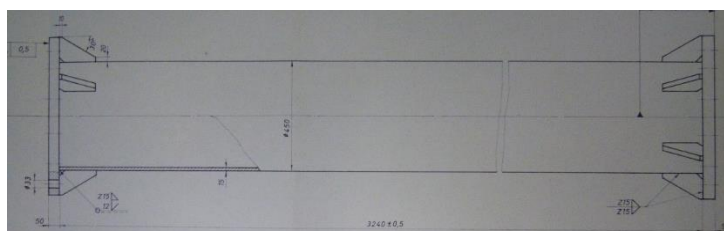
**Figura 4.8** - Representação esquemática do momento binário que pode ocorrer nas barras de torção. Adaptado de (LNEC, 2015).

A barra de torção que controla a rotação da mesa em torno do eixo longitudinal é constituída por um tubo com 4 m de comprimento, 1,2 m de diâmetro e uma espessura de 0,02 m. O sistema que controla a rotação da mesa em torno do eixo transversal tem uma barra de torção com 5 m de comprimento, 1,2 m de diâmetro e uma espessura de 0,02 m. Finalmente, a rotação em torno do eixo vertical é restringida por uma barra de torção com 4 m de comprimento, 0,9 m de diâmetro e uma espessura de 0,015 m.

Quanto às bielas, só existe um tipo de biela para todos os sistemas: têm 3,24 m de comprimento, com uma secção tubular com 0,45 m de diâmetro e uma espessura de 0,02 m.



a)

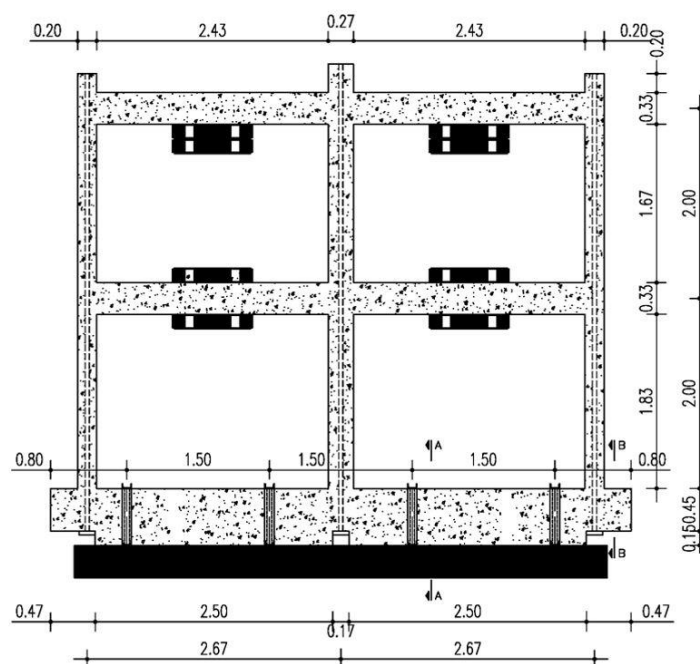


b)

**Figura 4.9** – a) Exemplo de uma biela; b) Pormenor em planta de uma biela.

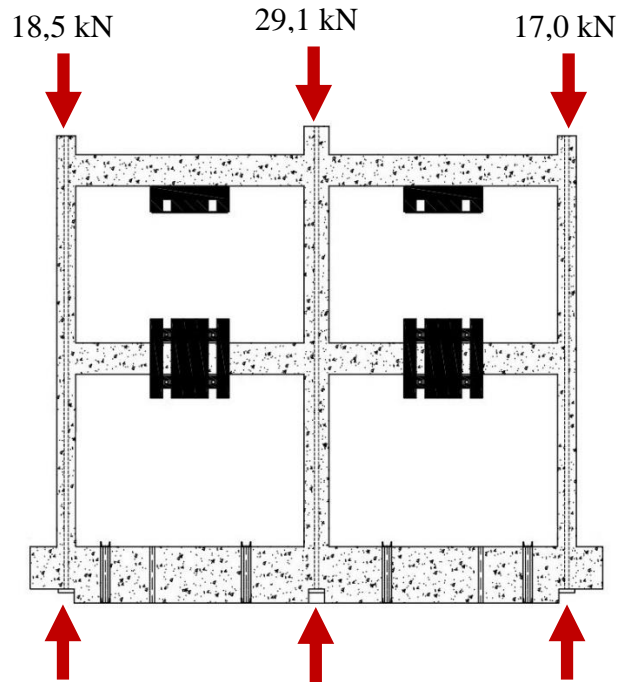
### 4.2.2. Pórtico de betão armado

A estrutura ensaiada é uma estrutura plana em betão armado. Trata-se de um pórtico com dois vãos e dois pisos, sendo os pilares na base ligados por uma viga de fundação fixada à plataforma sísmica. Para entender melhor a estrutura, esta é apresentada na Figura 4.10:



**Figura 4.10** - Geometria do pórtico e localização das massas adicionais (dimensões em metros).

A estrutura ensaiada foi dimensionada a uma escala de 1:1,5 em que o pórtico representa uma secção inferior de um edifício de quatro pisos. Para simular de uma forma realista a carga vertical foi aplicado um pré-esforço não aderente em cada pilar. Os valores médios registados da compressão estática devido ao pré-esforço são de 18,5 kN no pilar sul, 29,1 kN no pilar central e 17,0 kN no pilar norte, estando representados na Figura 4.11.



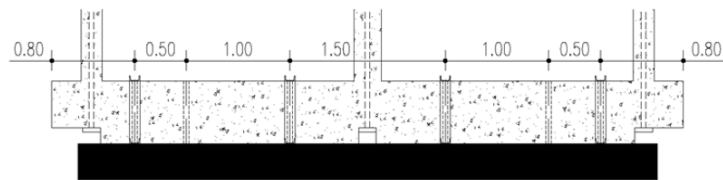
**Figura 4.11** - Ilustração do pré-esforço nos três pilares.

Com o objetivo de representar a massa dos pisos do edifício foram utilizadas um total de oito massas metálicas. A sua colocação tem a seguinte distribuição: no piso superior, em cada viga, foi colocada uma massa de 1130Kg a meio-vão, no piso inferior também em cada viga foram colocadas duas massas de 590Kg a meio-vão, como se pode observar na Figura 4.12:



**Figura 4.12** - Massas adicionais; a) Piso 2; b) Piso 1.

No que respeita à fixação da viga de fundação à plataforma sísmica foram utilizados quatro cavaletes mais dois pontos de fixação adicionais através de parafusos de ligação.



a)



b)

**Figura 4.13** - Ligação da viga de fundação à plataforma sísmica; a) Alçado do pórtico com as posições dos pontos de fixação (dimensões em metros); b) Pormenorização com os cavaletes e o ponto de fixação adicional.

Para a realização dos ensaios, foi também utilizada uma estrutura metálica auxiliar, como ilustrado na Figura 4.14. Esta estrutura é responsável pelo guiamento do pórtico na direção longitudinal da mesa. A estrutura encontra-se solidária com a mesa através de parafusos de fixação na base e no topo e é dotada de dois roletes afastados de 1,5 m entre eles e simétricos em relação ao pilar central. Estes dois pontos de apoio têm a função de permitir o seu deslocamento na direção longitudinal como se pode observar na seguinte figura. Também se encontram as plantas da estrutura metálica no Anexo A.



a)



b)

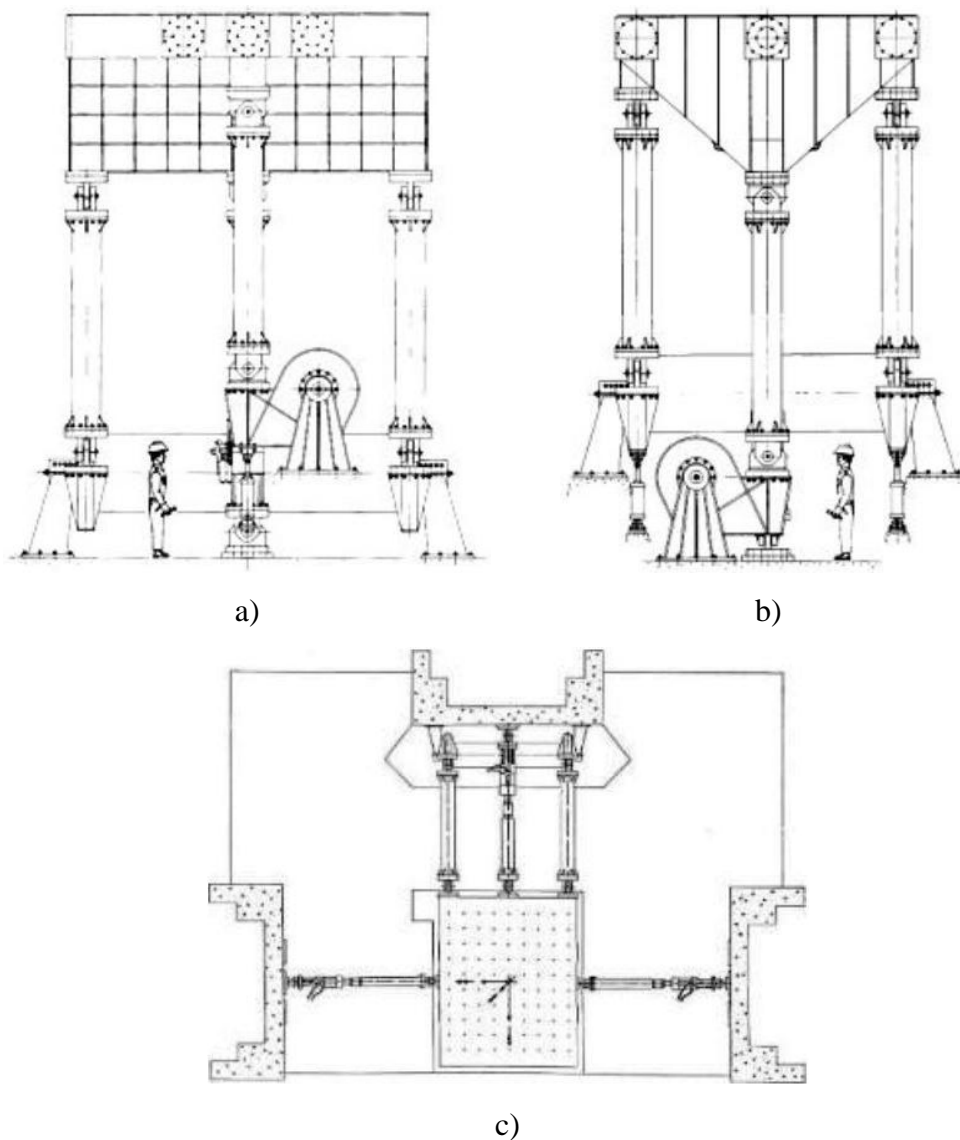
**Figura 4.14** - Estrutura auxiliar de guiamento; a) Pormenor dos roletes de guiamento; b) Vista geral.

### 4.3. Descrição do modelo numérico

#### 4.3.1. Plataforma sísmica

Para construir o modelo de elementos finitos da mesa sísmica utilizou-se o programa de cálculo automático SAP2000. Neste caso utilizaram-se, elementos finitos com comportamento de placa (“*Shell*”) e elementos de barra (“*frame*”).

Recorrendo aos desenhos de dimensionamento da plataforma sísmica, procedeu-se ao levantamento da geometria dos vários elementos da plataforma. Foi criada uma grelha de eixos ortogonais nas três direções, cuja construção depende das dimensões de todos os elementos pertencentes à mesa. Na Figura 4.15 está apresentada a planta e os alçados da mesa.



**Figura 4.15** - Representação esquemática da planta e dos alçados da plataforma sísmica adaptado de (Emílio et al., 1989): a) Alçado transversal da plataforma; b) Alçado longitudinal da plataforma sísmica; c) Planta geral da plataforma sísmica.

Devido à complexidade da plataforma sísmica, foram adotadas algumas simplificações na modelação dos sistemas de controlo ativo e passivo que são descritas nos parágrafos seguintes.

### Sistema de controlo ativo

Como se pode ver na Figura 4.3, a modelação completa deste sistema iria necessitar de vários elementos de barra. Por simplificação, adotou-se modelar este sistema só com dois elementos equivalentes com a seguinte designação, “Atuador 300kN”, “Atuador 1000kN”, “Alonga 300kN” e “Alonga 1000kN”. Para realizar esta simplificação, adotaram-se propriedades equivalentes para o material, as dimensões e o peso próprio do elemento, tudo dependendo da rigidez do elemento que mais influencia no comportamento do elemento equivalente. Para ajudar a entender melhor esta simplificação, são apresentadas as expressões:

- Para o elemento equivalente “Atuador 300kN” e “Atuador 1000kN”

$$\left. \begin{aligned} L_{eq} &= \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 \\ A_{eq} &= \frac{K \times L_{eq}}{E} \\ P &= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \end{aligned} \right\} \gamma_{eq} = \frac{P}{A_{eq} \times L_{eq} / 9,81} \quad (4.1)$$

Em que:

$L_{eq}$  - Comprimento total do elemento equivalente [m];

- $\ell_1$  - Metade do comprimento da rótula [m];
- $\ell_2$  - Comprimento total do atuador [m];
- $\ell_3$  - Comprimento eq. célula de carga [m];
- $\ell_4$  = Comprimento total das cunhas de aperto [m];

$A_{eq}$  - Área equivalente [m<sup>2</sup>];

$E$  - Módulo de Elasticidade [kN/m<sup>2</sup>];

$P$  - Peso total do elemento equivalente [kN];

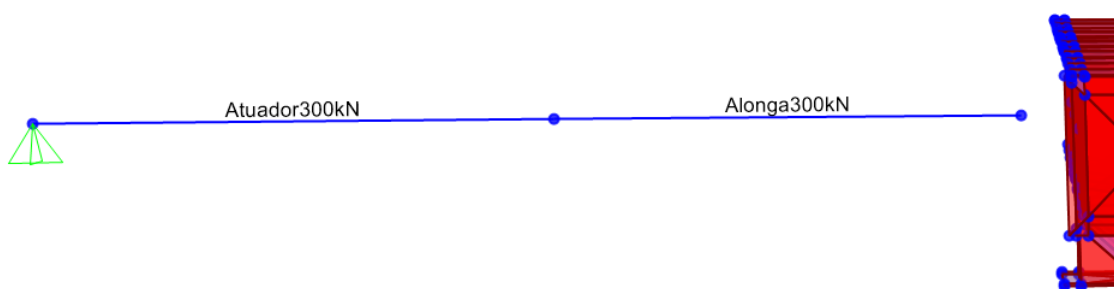
- $P_1$  - Metade do peso da rótula [kN];
- $P_2$  - Peso total do atuador [kN];
- $P_3$  - Peso total eq. Célula de carga [kN];
- $P_4$  - Peso total das cunhas de aperto [kN];

$K$  - Rigidez do atuador [kN/m];

$\gamma_{eq}$  - Masa volúmica específica equivalente [ton/m<sup>3</sup>];

- Para o elemento “Alonga 300kN” e “Alonga 1000kN”

Apesar das alongas em si serem constituídas por um só elemento, nas extremidades da peça existem troços com secção preenchida, adicionando mais peso ao elemento. Adicionalmente, considerou-se neste elemento equivalente metade do comprimento (mas não do peso) da rótula de ligação à plataforma sísmica, sendo utilizadas expressões semelhantes às da equação (4.1) para o cálculo das propriedades equivalentes.



**Figura 4.16** - Representação do sistema de controlo ativo simplificado no modelo numérico.

Para estes 4 elementos foram assim criados 4 tipos de materiais, com pesos específicos diferentes, e 4 tipos de secções genéricas diferentes. As propriedades equivalentes dos elementos encontram-se resumidas nas tabelas seguintes:

**Tabela 4.1** - Características dos materiais criados para cada elemento.

Designação do Material	Elementos Pertencentes	Peso Volúmico $\gamma$ [ton/m <sup>3</sup> ]	Módulo de Elasticidade E [Pa]	Coefficiente de Poisson $\nu$
Alonga1000KN	Alonga	10,253	210	0,3
Alonga300KN	Alonga	8,514	210	0,3
Atuador1000KN	½ Rótula + Atuador + Cunhas de aperto + Eq célula de carga	247,192	210	0,3
Atuador300KN	½ Rótula + Atuador + Cunhas de aperto + Eq célula de carga	540,895	210	0,3

**Tabela 4.2** – Características das secções criadas para cada elemento.

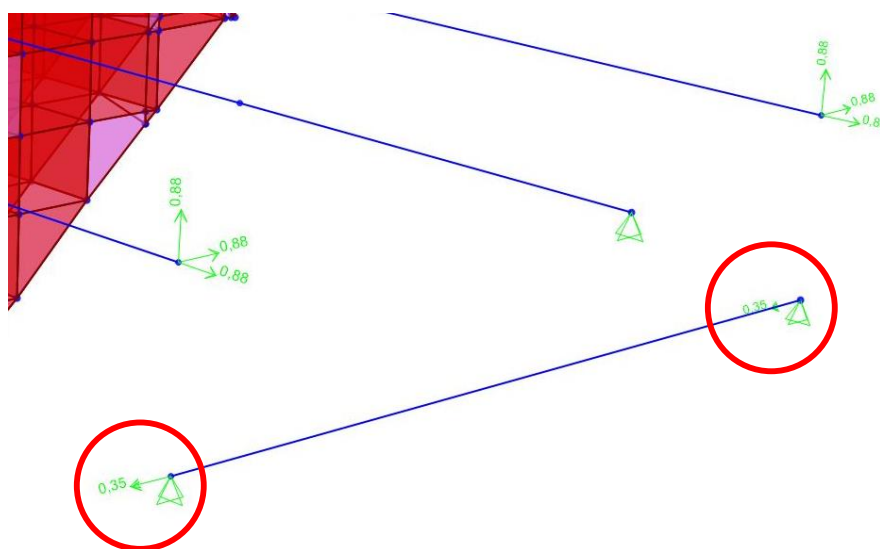
Tipo de Secção	Designação da Secção	Comprimento Equivalente $L_{eq}$ [m]	Área Equivalente $A_{eq}$ [m <sup>2</sup> ]
Genérica	Alonga1000KN	2,195	0,0252
Genérica	Alonga300KN	2,190	0,0143
Genérica	Atuador1000KN	2,738	0,0039
Genérica	Atuador300KN	2,370	0,0010

**Sistema de controlo passivo**

A simplificação adotada neste sistema foi a de representar as manivelas, como uma massa concentrada com momento inercial correspondente e colocadas nas extremidades das barras de torção. Para determinar o momento de inércia com algum rigor recorreu-se ao programa de desenho AutoCAD, onde a peça foi desenhada em 3D (Anexo G) e foram obtidas as suas propriedades através do comando MASSPROP. Como o programa utiliza a massa volúmica de  $1\text{ton/m}^3$ , multiplicou-se o valor da massa volúmica do aço pela inércia obtida no AutoCAD. Como existem duas manivelas de tamanhos diferentes o processo foi repetido, obtendo-se os resultados que se encontram na tabela seguinte:

**Tabela 4.3** - Momentos de inércia dos dois tipos de manivelas existentes.

	Momento de Inércia [ton.m <sup>2</sup> ]
Manivela Grande	0,942
Manivela Pequena	0,351

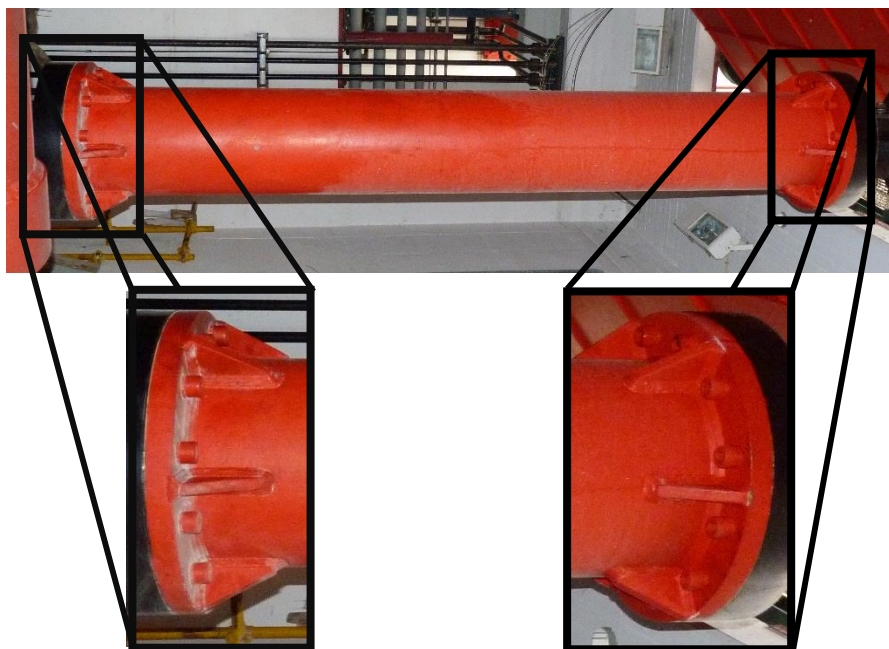


**Figura 4.17** - Representação da barra de torção com massas concentradas aplicadas nas extremidades com a componente de inércia correspondente.

Foram contabilizadas as chapas metálicas que existem nas extremidades das bielas, ver Figura 4.18, pois estas apresentam um peso considerável, cerca de 20% do peso total da biela. As bielas foram contudo simuladas por elementos equivalentes, de forma semelhante à utilizada

#### 4. MODELAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA

na simplificação dos elementos de barra do sistema de controlo ativo, utilizando uma expressão semelhante à equação (4.1). Consideram-se metade do comprimento das rótulas em cada extremidade (mas não o seu peso, que foi modelado diretamente como massa concentrada). Os cálculos utilizados para os dois sistemas encontram-se detalhados no Anexo E e resumidos nas Tabelas 4.4 e 4.5.



**Figura 4.18** - Pormenor das chapas de topo da biela.

**Tabela 4.4** - Características do material criado para o elemento biela.

Elementos Pertinentes	Designação do Material	Peso Volúmico $\gamma$ [ton/m <sup>3</sup> ]	Módulo de Elasticidade E [Gpa]	Coefficiente de Poisson $\nu$
Biela + Chapas de Topo	Biela	7,694	210	0,3

**Tabela 4.5** – Características da secção criada para o elemento biela.

Tipo de Secção	Designação da Secção	Comprimento Equivalente $L_{eq}$ [m]	Área Equivalente $A_{eq}$ [m <sup>2</sup> ]
Genérica	Biela	3,99	0,025244006

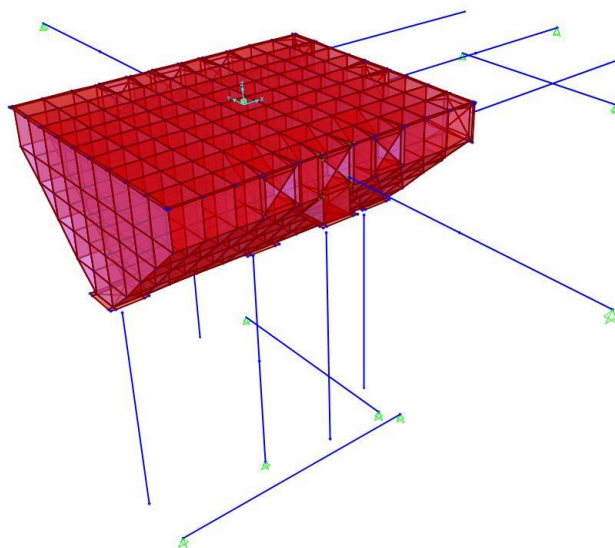
### O Corpo

A mesa foi modelada com elementos finitos de placa do tipo “*Shell-Thin*”, com diferentes espessuras, como apresentado na tabela seguinte:

**Tabela 4.6** - Elementos placa criados para a modelação da plataforma.

Designação do elemento de Área	Material
7	Chapa metálica com 70 mm de espessura
1,5	Chapa metálica com 15 mm de espessura
1	Chapa metálica com 10 mm de espessura

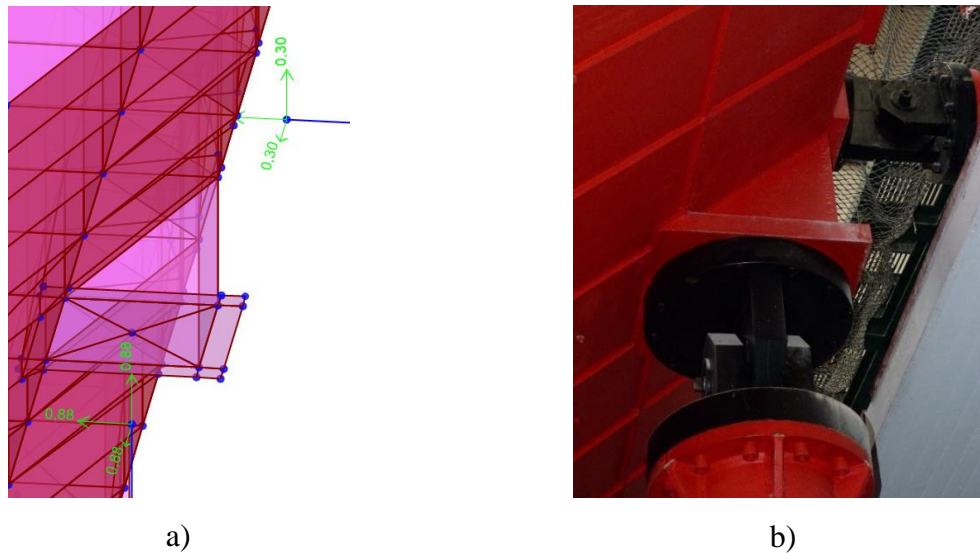
Foram definidos, constrangimentos (“*constraint*”) do tipo corpo rígido (“*body*”) nos pontos pertencentes às chapas metálicas de 70 mm e nos correspondentes pontos de ligação das rótulas. Foram definidos constrangimentos deste tipo também nos pontos que representam o braço das manivelas e a sua ligação às rótulas e às barras de torção. Esta medida foi considerada válida devido a estes elementos terem uma rigidez muito elevada.



**Figura 4.19** – Vista global do modelo da plataforma sísmica.

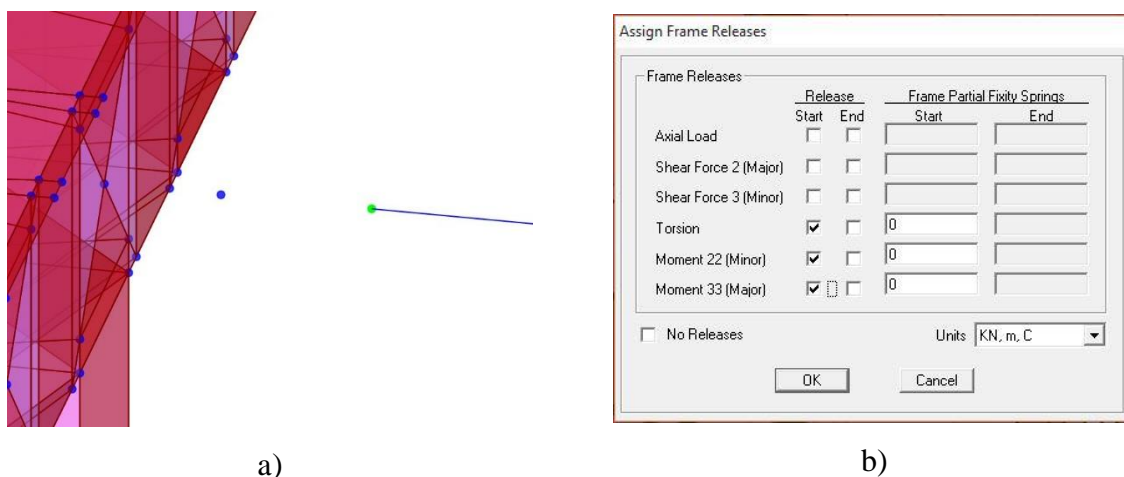
**Elementos de Ligação (Rotulas)**

As rótulas que fazem a ligação das alongas à mesa e as rótulas que fazem a ligação, numa das extremidades, das bielas à mesa, e na outra extremidade, às manivelas e às barras de torção foram consideradas como massas concentradas. Esse pormenor encontram-se representado na Figura 4.20.



**Figura 4.20** - Exemplo da colocação das massas concentradas das rótulas; a) Representação das massas concentradas em SAP2000; b) Imagem relativa à ilustração em a).

A todos os elementos de barra que possuem uma rótula numa das extremidades, atribuiu-se a libertação de rotação nos eixos ortogonais ao eixo da barra. Portanto, nas extremidades das alongas em que estas se ligam à mesa e em ambas as extremidades das bielas atribuiu-se este tipo de libertação, como se representa na Figura 4.21.



**Figura 4.21** - Libertação de movimentos nas rótulas; a) Ilustração em SAP2000; b) Janela de propriedades para a libertação de movimentos.

### 4.3.2. Pórtico de betão armado

Para a estrutura porticada foram utilizados elementos finitos de barra para as vigas e pilares, bem como massas concentradas nas vigas para representar as massas adicionais.

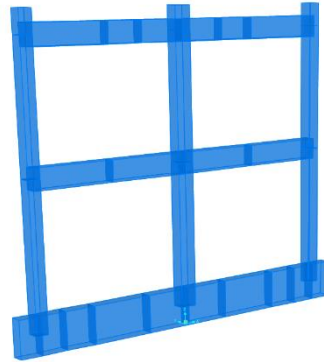


Figura 4.22 - Vista geral do pórtico modelado em SAP2000 (vista em perspetiva).

A construção do modelo numérico teve em conta as dimensões estabelecidas no projeto, com exceção de um pormenor na viga de fundação. Como é possível ver na Figura 4.23, existe uma diferença de alturas na viga de fundação: o propósito dessa diferença foi o de facilitar a aplicação do pré-esforço nos pilares e a colocação das células de carga. No modelo numérico considerou-se uma viga de fundação com altura constante.

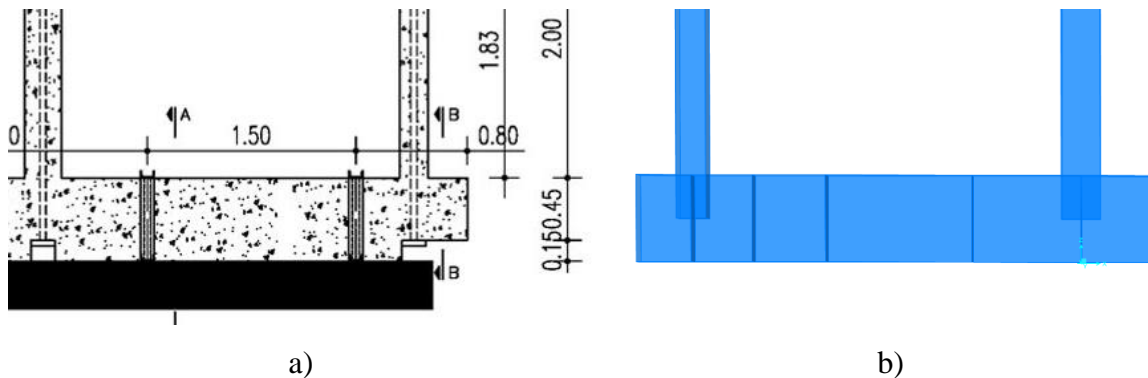
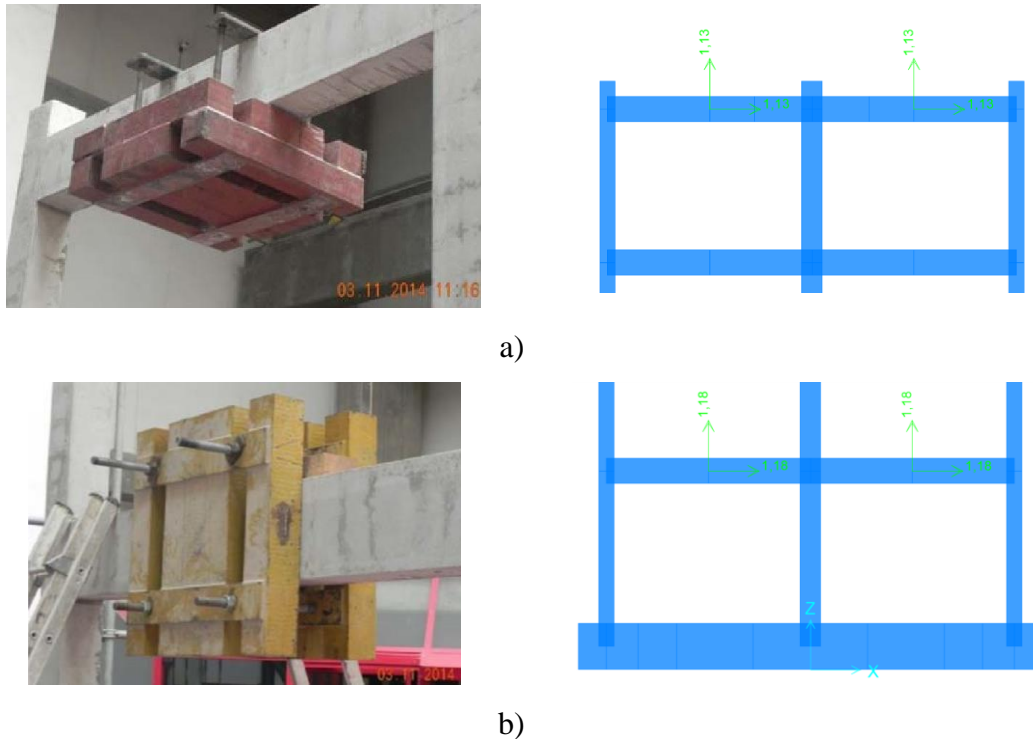


Figura 4.23 - Pormenorização da viga de fundação; a) Alçado transversal do pórtico; b) Alçado transversal do pórtico no modelo numérico do SAP2000.

Outra particularidade são os pilares pré-esforçados: sendo o modelo elástico linear, o pré-esforço não iria adicionar qualquer tipo de rigidez à estrutura tendo-se decidido não representar no modelo numérico.

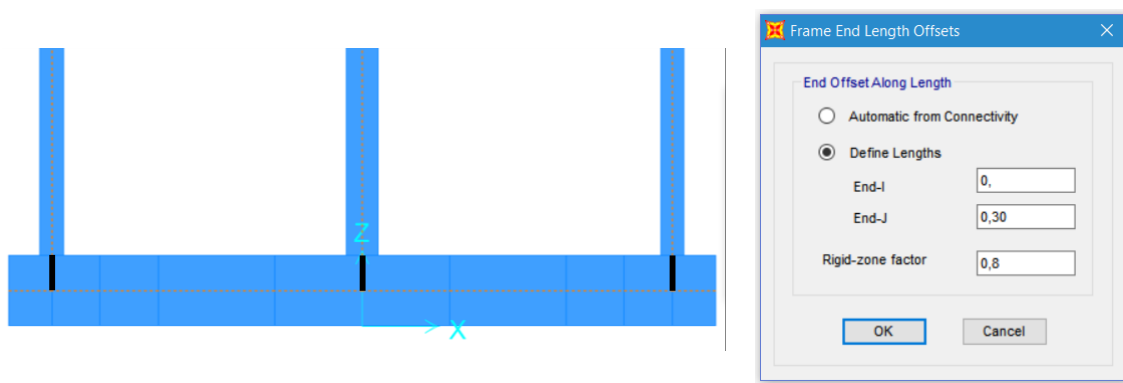
#### 4. MODELAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA

As massas adicionais foram acrescentadas a meio vão das vigas do primeiro e segundo piso como massas concentradas, com 1,18 ton e 1,13 ton respetivamente. Na Figura 4.24 o programa SAP2000 representa as massas concentradas através das suas coordenadas locais dos pontos respetivos. Estas massas são definidas através de matrizes de massa desacopladas, apenas com as componentes diagonais de translação e rotação. Neste caso particular, dada a reduzida inércia de rotação das massas, apenas se consideraram as componentes diagonais de translação.



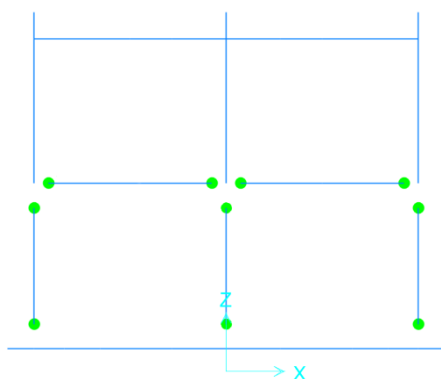
**Figura 4.24** - Tipos de massas concentradas utilizadas no pórtico; a) À esquerda, massa concentrada utilizada nas vigas superiores com 1,13 ton e à direita a sua representação no SAP2000; b) À esquerda, massa concentrada utilizada nas vigas intermédias com 1,18 ton e à direita a sua representação no SAP2000.

Para simular adequadamente a ligação viga de fundação-pilar, foram atribuídos aos pilares a propriedade “*End (Length) Offset*”: como os elementos de barra (pilar e viga de fundação) estão representados no modelo numérico pelos seus eixos (centróides), existe assim uma sobreposição das secções transversais. Esta sobreposição faz diminuir o comprimento útil do pilar conferindo assim uma maior rigidez à zona inserida na viga e apresentando-se mais próximo da realidade. Para compreender melhor esta modelação, apresenta-se uma representação esquemática na Figura 4.25:

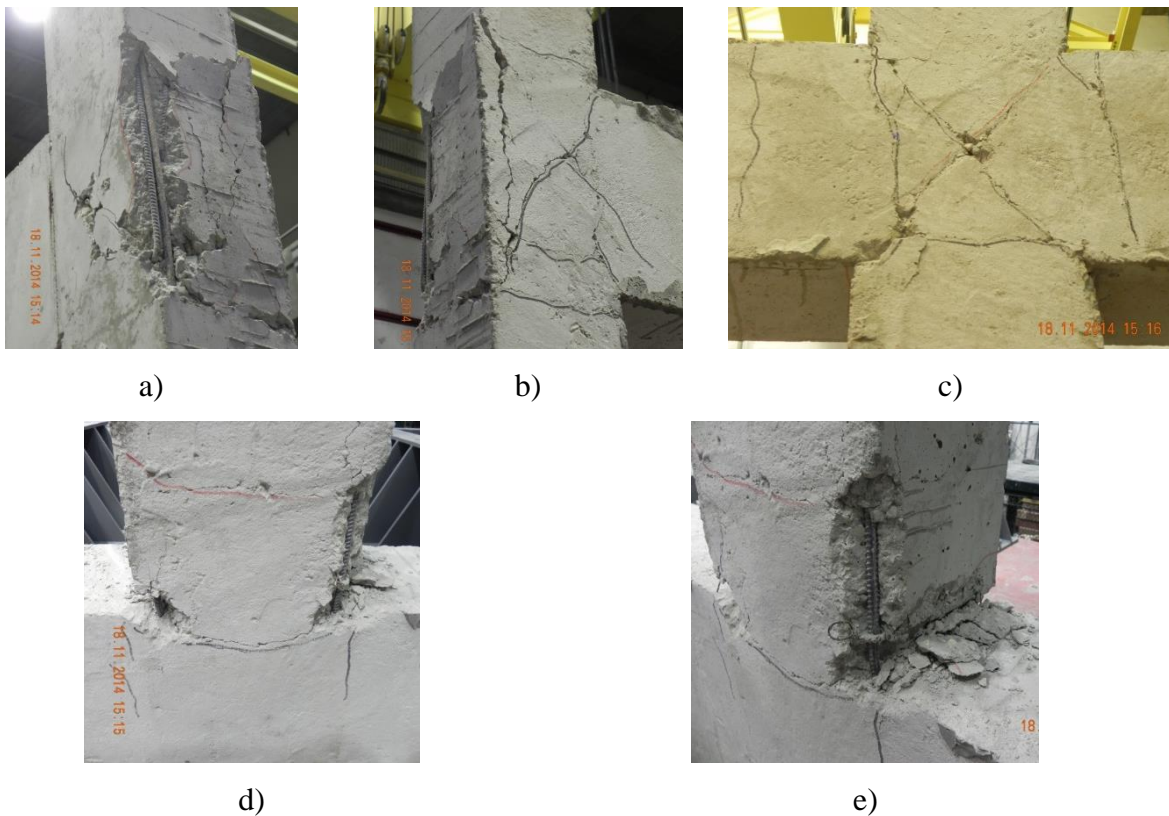


**Figura 4.25** - À esquerda representação em SAP2000 dos troços rígidos considerados no cruzamento dos pilares com a viga de fundação; à direita atribuição das propriedades dos troços rígidos nos pilares.

Esta característica não foi considerada nas intersecções viga-pilar pois, para além de a sobreposição de secções ser relativamente pequena, os danos na estrutura manifestaram-se por roturas de corte nos nós, como pode verificar-se na Figura 4.27. Esse padrão de fendilhação nos nós, com fendas em cruz, traduzem uma significativa perda de rigidez dos nós ao longo do ensaio. Esta perda de rigidez foi representada, de forma aproximada, no modelo numérico elástico-linear através da degradação do encastramento das vigas e pilares nos nós. Para tal, foi introduzida a possibilidade de existirem rotações concentradas nas extremidades dos elementos, através de libertações elásticas de momentos, em torno do eixo perpendicular ao plano XZ, nas extremidades das vigas e dos pilares, como se pode conferir na Figura 4.26.



**Figura 4.26** - Representação das libertações de momentos em SAP2000 (vista transversal).



**Figura 4.27** - Danos observados ao nível do 1º nível; a) e b) Encontro entre viga e pilar lateral; c) Encontro entre viga e pilar central; d) e e) Encontro entre viga de fundação e pilar central.

Na base dos pilares também foram aplicadas o mesmo tipo de rótulas elásticas. Estas rótulas serão formadas na fronteira entre a viga de fundação e o pilar devido à propriedade “*End Offset*” atribuída aos pilares. Note-se que estas libertações de momentos não correspondem a um momento nulo, mas a uma relação momento-rotação elástica com determinada rigidez. Nos nós do piso superior não foram utilizadas rótulas visto não se ter observado dano assinalável nesses nós durante o ensaio.

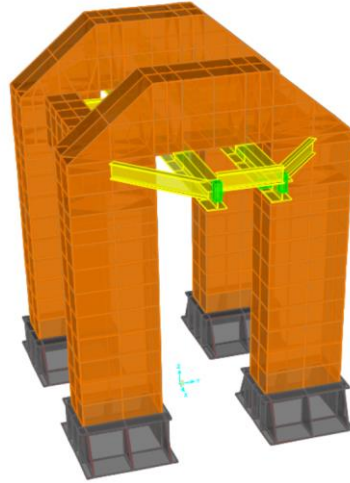
Dado que nos nós da estrutura real não existem rótulas, no estado inicial foi-lhes conferida uma rigidez bastante elevada, sendo neste trabalho a rigidez considerada como um múltiplo de um valor de referência<sup>3</sup>.

A estrutura metálica auxiliar foi previamente modelada e é composta por elementos finitos de barra (“*frame*”) e de área com comportamento de placa (“*shell*”).

<sup>3</sup> O valor de referência para a rigidez de cada rótula elástica corresponde ao valor do coeficiente de rigidez da rotação na extremidade de cada elemento de barra:

$$K_{\theta} = \frac{4EI}{L}, \quad [\text{kNm/rad}]$$

Como é expectável, a rigidez de cada rótula ao longo do ensaio será igual ao valor de referência multiplicado por um fator que irá decrescendo ao longo das fases do ensaio.



**Figura 4.28** - Vista geral da estrutura metálica auxiliar modelada em SAP2000.

### 4.3.3. Assemblagem dos modelos

Como os 3 modelos numéricos foram construídos separadamente, teve que se fazer a assemblagem dos mesmos num só modelo. Para tal, teve que se ter em conta os seguintes pormenores:

- Ligações da estrutura metálica auxiliar à plataforma sísmica;
- Ligações do pórtico à plataforma sísmica;
- Condições de apoio entre a estrutura metálica auxiliar e o pórtico;
- Condições de apoio da plataforma sísmica;

A estrutura metálica é composta por 4 sapatas de fundação e cada sapata está ligada por 6 pontos de fixação à mesa. Para representar cada ponto de fixação foi atribuído uma limitação do tipo corpo (“*body constraint*”) a dois pontos: um pertencente à estrutura metálica e outro à plataforma sísmica como se pode ver na Figura 4.29. Foram assim criados 24 conjuntos de pontos de fixação.

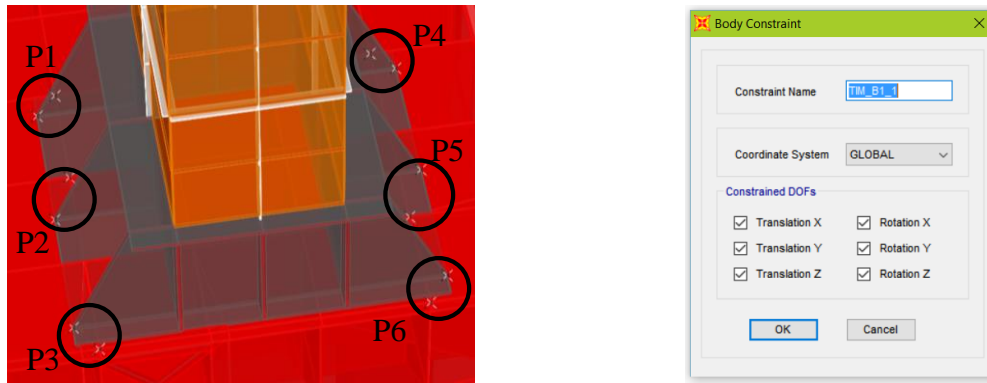


Figura 4.29 - Pormenorização da fixação da estrutura metálica auxiliar à mesa em SAP2000.

Para as ligações entre o pórtico e a plataforma sísmica, recorreu-se ao mesmo tipo de ligação acima descrito. Neste caso, como os pontos de fixação do pórtico se alinhavam com dois pontos da malha pertencente à plataforma, as ligações do tipo “*body constraint*” ligavam um ponto do pórtico a dois pontos da mesa, tal como representado na seguinte figura.

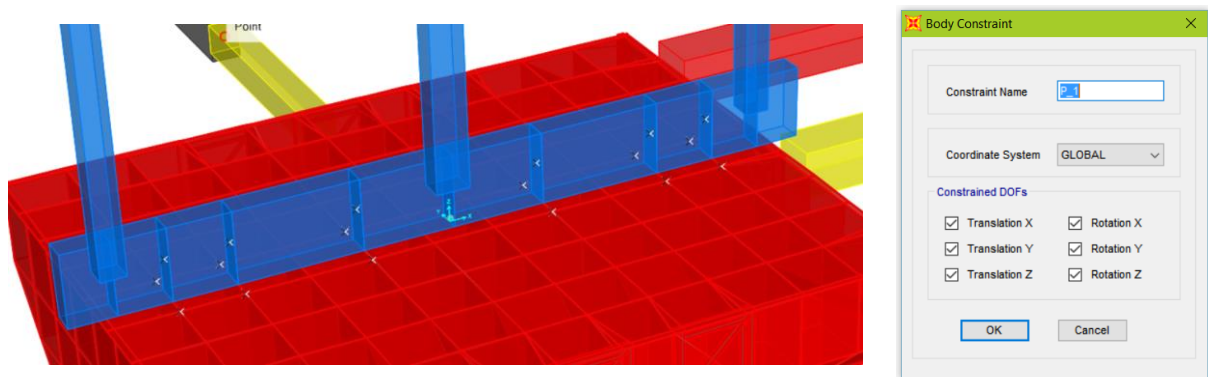
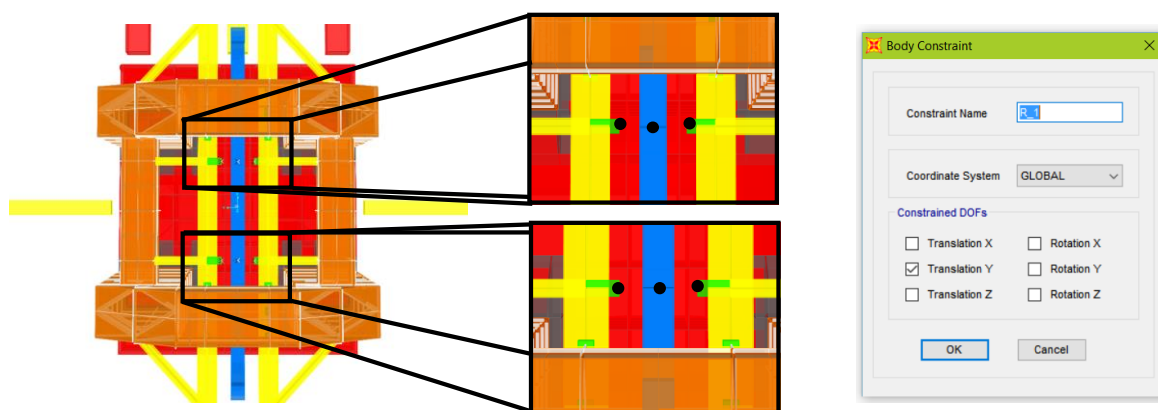


Figura 4.30 - Pormenorização da fixação do pórtico à mesa em SAP2000.

Finalmente, as condições de apoio do pórtico à estrutura metálica também utilizaram “*body constraints*”. Como já mencionado neste capítulo, a estrutura metálica serve de guiamento para o pórtico para que este apenas se mova no seu próprio plano, estando apoiado por dois rolamentos no topo da estrutura metálica. Enquanto nas outras situações as ligações de corpo rígido estavam atribuídas aos seis movimentos (3 movimentos de translação e 3 de rotação), para estes pontos só será condicionada a translação perpendicular ao plano XZ. Dessa forma, o pórtico encontra-se “livre” nos outros 5 movimentos e dependente da estrutura metálica apenas para a translação na direção transversal (direção Y).



**Figura 4.31** - Pormenorização em SAP2000 do sistema de guiamento da estrutura auxiliar metálica (vista de topo).

Relativamente ao modelo da plataforma sísmica, para a modelação deste ensaio tiveram que se alterar as condições de apoio da mesa visto que o ensaio foi realizado com as translações verticais das bielas pertencentes ao sistema de controlo passivo da rotação da mesa em torno do eixo longitudinal (eixo X) e do eixo transversal (eixo Y) bloqueadas.

Para comparar o modelo numérico aos resultados experimentais correspondentes ao estado inicial do sistema, efetuou-se uma primeira análise modal para determinar os modos de vibração e as suas respetivas frequências próprias. Pode então observar-se que estes não correspondiam aos obtidos experimentalmente: tanto o primeiro como o terceiro modo (relativos aos modos longitudinais do pórtico), apesar de serem semelhantes aos experimentais apresentavam valores de frequência própria mais elevados; já o segundo modo (relativo a um modo longitudinal da mesa em conjunto com a estrutura metálica auxiliar) não era bem perceptível nos resultados experimentais iniciais.

Visto que as frequências próprias do modelo numérico apresentavam valores mais elevados do que as experimentais, chegou-se à conclusão que a rigidez do modelo numérico tinha que ser diminuída. As medidas tomadas para que os valores numéricos se assemelhassem aos valores experimentais foram as seguintes:

- a) Aplicação de um fator multiplicativo do valor da rigidez de flexão dos elementos do pórtico de betão armado;
- b) Aplicação de um fator multiplicativo do valor da rigidez axial das bielas da plataforma sísmica relacionadas com a rotação em tornos do eixo transversal.

A redução da rigidez do pórtico pode justificar-se com a eventual fendilhação deste, que tinha ocorrido durante o seu manuseamento na sala de ensaio, transporte e colocação na plataforma

sísmica. Admite-se ainda que a fraca qualidade do betão relativamente ao projetado também contribua para esta menor rigidez. O fator multiplicativo desta rigidez que se determinou foi de 0,4 o que é um valor razoável para este fenómeno. Esta medida teve, obviamente, maior impacto (redução do valor das frequências próprias) nos valores relativos aos modos longitudinais do pórtico.

A redução da rigidez axial das bielas justifica-se com o facto de se terem detetado algumas folgas nas rótulas que ligam a mesa às bielas. Esta folga aparenta ter tido um impacto significativo no valor do modo longitudinal da mesa em conjunto com a estrutura metálica auxiliar. Apesar de o fenómeno não ser o mesmo, optou-se por representar de forma simplificada o efeito desta folga através da redução da rigidez das bielas. O fator multiplicativo da rigidez axial das bielas que melhor se ajusta aos resultados experimentais é então de 0,065.

Após estas duas modificações no modelo numérico conseguiram-se aproximar os valores modais do modelo numérico aos valores modais experimentais, como pode verificar-se no capítulo 6.

### **4.4. Descrição do modelo analítico da plataforma sísmica**

Para o desenvolvimento deste modelo recorreu-se à folha de cálculo Excel e ao programa MATLAB. Será explicado neste subcapítulo como se procedeu para o cálculo das frequências próprias de cada modo da mesa.

#### **4.4.1. Matriz de rigidez**

Para determinar a matriz rigidez global do sistema completo da plataforma (Atuadores hidráulicos, Bielas, Alongas, Manivelas, Barras de torção, Rótulas, Cunhas e Mesa) é preciso determinar as matrizes de rigidez de cada componente. Admitiu-se que o sistema tem 12 GL, onde os primeiros 6 GL correspondem às 3 translações e às 3 rotações da mesa e os restantes 6 GL correspondem às rotações das manivelas das barras de torção. Dessa forma, a matriz de rigidez global terá dimensão 12x12.

Consideraram-se as rótulas, cunhas e manivelas como elementos infinitamente rígidos, devido a estes elementos terem dimensões relativamente reduzidas e serem de aço maciço. Adicionalmente, a determinação da sua rigidez de forma rigorosa seria difícil por serem peças

muito detalhadas, e não iria conduzir a diferenças significativas nos resultados finais. A mesa, onde são assentes os modelos, também foi considerada como um corpo rígido, pois é composta por várias chapas de metal soldadas entre si para evitar possíveis deformações locais quando submetidas a cargas dinâmicas, conferindo-lhe uma rigidez muito elevada. Com base nestas hipóteses, as rigidezes a determinar são as dos sistemas de controlo ativo e passivo.

### **Rigidez do sistema de controlo ativo**

Este sistema é composto por dois elementos principais diferentes: atuador e alonga. Foi, portanto, determinada uma rigidez equivalente dependente das rigidezes dos dois elementos. Como estes estão ligados em série, o cálculo da rigidez equivalente é feita através da seguinte expressão:

$$K_{eq.} = \frac{1}{\sum_1^n \frac{1}{K_n}} \quad (4.2)$$

Como cada sistema está responsável por uma das três translações da mesa e as suas condições de apoio são iguais às de uma barra biarticulada, o único GL afetado pela sua rigidez é a componente axial, tornando fácil o cálculo da rigidez de cada elemento:

$$K = \frac{EA}{L} \quad (4.3)$$

Esta equação é diretamente aplicável à alonga. No entanto, para o atuador a equação terá o mesmo aspeto só que em vez de se utilizar o módulo de elasticidade é utilizado o módulo de compressibilidade volumétrica<sup>4</sup>:

$$K = \frac{BA_0}{L_0} \quad (4.4)$$

---

<sup>4</sup> Módulo de compressão volumétrica – É a propriedade que caracteriza a compressibilidade do material (fluido):

$$\begin{cases} B = -V \cdot \frac{dP}{dV} \Leftrightarrow dP = -\frac{B \cdot dV}{V} \\ dF = dP \cdot A; \quad dV = dl \cdot A \end{cases}$$

$$dF = -\frac{B \cdot dl \cdot A^2}{V}; \quad K = \frac{dF}{dl}$$

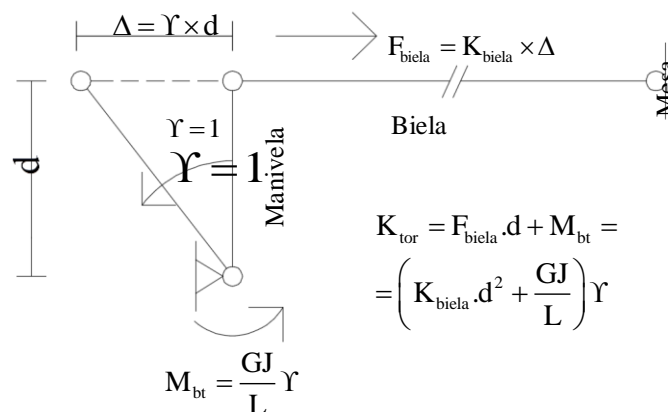
$$K = \frac{-B \cdot A}{l_0}$$

B = Módulo de compressibilidade volumétrica de óleo  
P = Pressão  
A<sub>0</sub> = Área do pistão  
l<sub>0</sub> = curso de meia câmara  
V = Volume de meia câmara  
K = Rigidez

Note-se que a rigidez deste sistema irá afetar as componentes da matriz de rigidez relacionadas com os GL da mesa (3 translações e 3 rotações, consideradas no centro do tampo da mesa).

### Rigidez para o sistema de controlo passivo

A rigidez deste sistema é mais complexa de determinar, pois depende da rigidez da biela, da transmissão da força axial na biela para momento torsor no eixo da barra de torção e da rigidez de torção da barra de torção. O sistema é apresentado de forma esquemática na figura seguinte:



**Figura 4.32** - Esquema representativo para a determinação da rigidez de torção para o sistema de controlo passivo.

Note-se que a rigidez das bielas é dada pela expressão (4.3) e vai afetar todas as componentes da matriz de rigidez. Ao invés, a rigidez da barra de torção determinada de acordo com a Figura 4.32 apenas afeta os GL de rotação das manivelas.

### 4.4.2. Matriz de massa

Para a determinação da matriz de massa do sistema completo, podemos dividi-lo em três partes: a matriz de massa do corpo, a matriz de massa dos sistemas de controlo ativo e a matriz de massa dos sistemas de controlo passivo.

#### Matriz de massa do corpo

Esta matriz de massa está relacionada com os 6 GL da mesa, correspondente às 3 translações (massa inercial) e às 3 rotações (momentos de inércia).

Para as componentes de translação, associadas ao peso próprio do corpo rígido, foram contabilizadas todas as chapas de metal que compõem o corpo, perfazendo um total de 23,886 tons (232,97 kN).

Para os valores relativos aos momentos de inércia do corpo, também foram determinados os valores dos momentos de inércia de cada chapa, tomando como ponto de referência o centro do tampo da mesa. Dessa forma, calculou-se a matriz de inércia de cada chapa no seu centro de massa e fez-se de seguida uma translação da inércia para o ponto de referência, tendo a matriz o seguinte aspeto:

$$I_{i,j} = I_{i,j}^G + m \begin{bmatrix} (\Delta y^2 + \Delta z^2) & \Delta x \Delta y & \Delta x \Delta z \\ \Delta y \Delta x & (\Delta x^2 + \Delta z^2) & \Delta y \Delta z \\ \Delta z \Delta x & \Delta z \Delta y & (\Delta x^2 + \Delta y^2) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Visto que a mesa possui chapas metálicas em várias direções teve que se proceder à rotação das matrizes através da matriz dos cossenos diretores.

$$I_{i,j}^G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} I_{\text{eixos locais}}^G \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ 0 & -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

A matriz de massa do corpo terá então o seguinte aspeto:

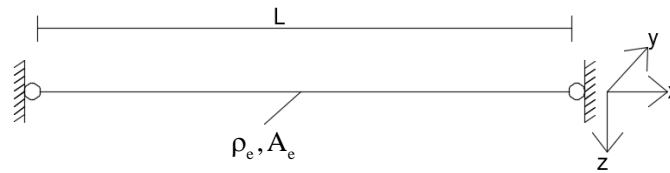
$$m_{\text{corpo}} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

### Matriz de massa do sistema de controlo ativo

Para a construção desta matriz consideraram-se os seguintes elementos:

- Rótulas;
- Atuador hidráulico;
- Cunhas;
- Peça equivalente à célula de carga;
- Alonga;

Devido à existência de rótulas em ambas as extremidades, este sistema assemelha-se a um elemento de barra biarticulada, sendo que essas rótulas permitem as rotações em torno dos dois eixos perpendiculares ao eixo axial da barra. Considerou-se também existir a libertação da rotação em torno do eixo axial.

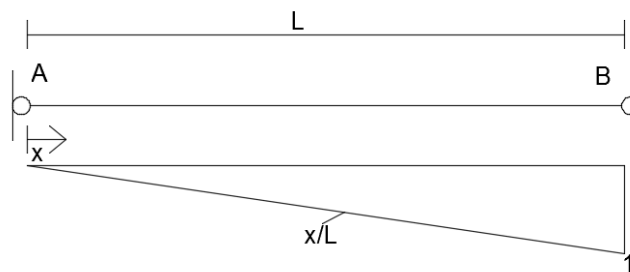


**Figura 4.33** - Representação de uma barra biarticulada equivalente ao sistema ativo.

No caso do sistema de controlo ativo apenas interessa determinar a massa modal equivalente do lado em que há a ligação à mesa. A matriz de massas pode então ser apresentada como uma matriz quadrada diagonal com o valor das massas associadas a cada componente de translação:

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Os valores das massas modais equivalentes podem ser obtidas utilizando as funções de forma (lineares) relativas a uma barra biarticulada, como demonstra o seguinte desenvolvimento:



**Figura 4.34** - Representação esquemática da função de forma para o sistema ativo.

$$u_{i,B} = 1, \quad i = x, y, z$$

$$m_i \ddot{u}_{i,B} \delta u_{i,B} = \int_0^L \rho_e A_e \times \ddot{u}_{i,B}(x) \times \delta u_{i,B}(x) dx = \ddot{u}_{i,B} \delta u_{i,B} \left[ \rho_e A_e \times \frac{x}{3} \left( \frac{x}{L} \times \frac{x}{L} \right) \right]_0^L \Rightarrow \quad (4.9)$$

$$\Rightarrow m_i = \frac{\rho_e A_e L}{3}$$

A matriz de massas para uma barra biarticulada toma então o seguinte aspeto:

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} \frac{\rho_e A_e L}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_e A_e L}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_e A_e L}{3} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Note-se que, no caso do sistema de controlo ativo, a barra biarticulada possui propriedades variáveis ao longo do seu comprimento, com  $\rho_e A_e$  diferente para a zona do atuador e para a zona da alonga. Dessa forma, a integração resulta numa matriz de massas ligeiramente diferente da apresenta na expressão (4.10).

### **Matriz de massa do sistema de controlo passivo**

Para a construção desta matriz teve-se em conta os seguintes elementos:

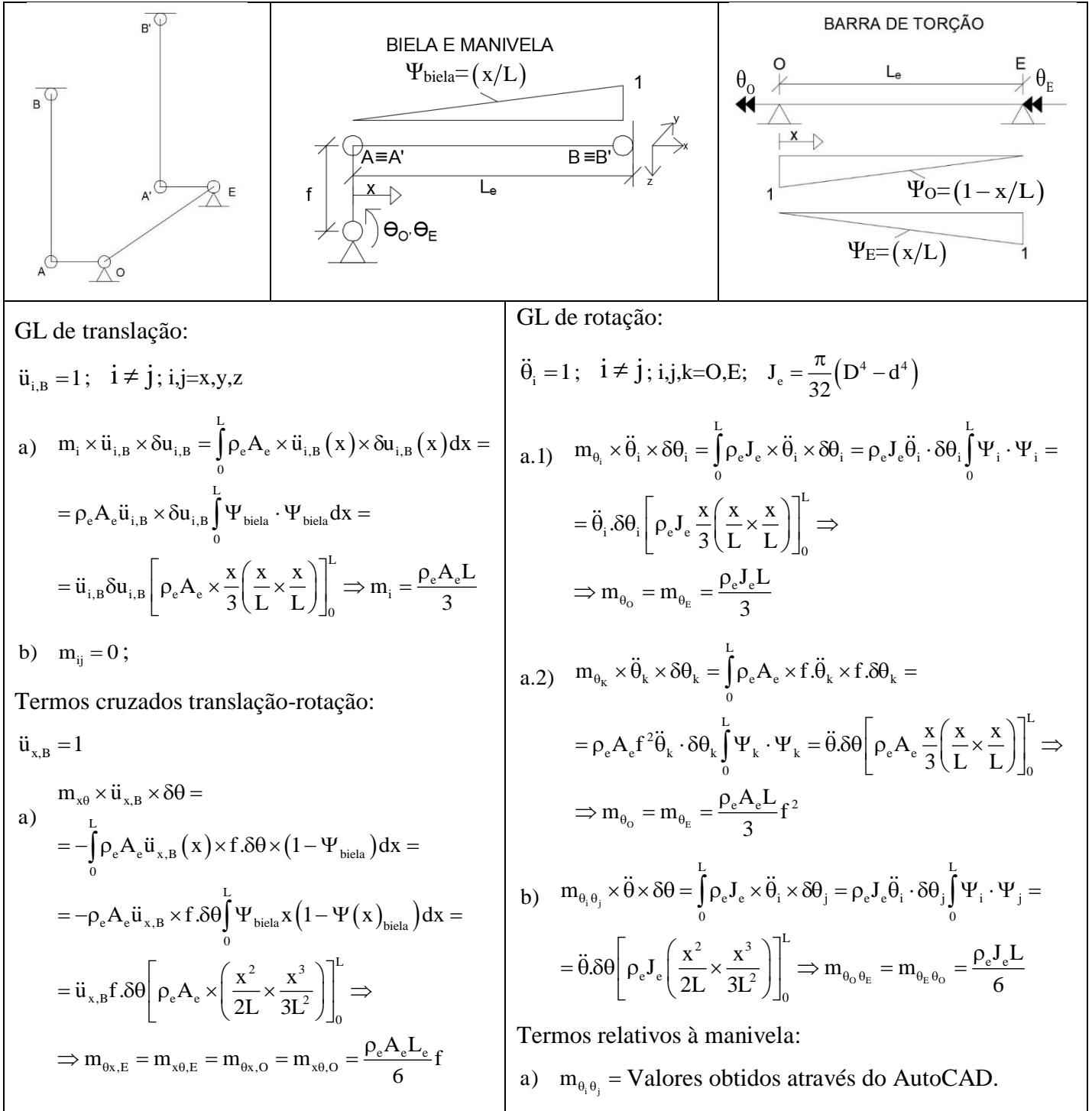
- Barra de torção;
- Bielas;
- Rótulas;
- Manivelas;

Como já foi explicado, as bielas correspondem a barras biarticuladas, ligadas excêntricamente à barra de torção por meio de manivelas. A matriz de massas correspondente está associada a 8 GL visto incluir as duas rotações de torção nas manivelas (em E e O) e as três translações na extremidade de ambas as bielas em que há a ligação à mesa. A matriz de massas terá então as seguintes componentes:

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} m_{x,O} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{x0,O} & 0 \\ 0 & m_{y,O} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{z,O} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{x,E} & 0 & 0 & 0 & m_{\theta x,E} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{y,E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{z,E} & 0 & 0 \\ m_{x0,O} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{\theta o} & m_{\theta o \theta E} \\ 0 & 0 & 0 & m_{x0,E} & 0 & 0 & m_{\theta E \theta o} & m_{\theta E} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

#### 4. MODELAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA

Os valores de cada componente da matriz são determinados usando as funções de forma, como no caso do sistema de controlo ativo, correspondendo ao esquema apresentado na Figura 4.35.



**Figura 4.35** - Valores de cada componente para a matriz de massas.

Relativamente às manivelas existentes em cada sistema, devido à sua complexidade geométrica, utilizou-se a ferramenta de desenho AutoCAD 3D para determinar o momento de inércia em torno do seu eixo. O Anexo G apresenta pormenores adicionais destes cálculos.

#### 4.4.3. Matrizes de transformação

Todas as matrizes apresentadas neste capítulo foram determinadas segundo os GL locais, sendo necessário transformá-los para os GL globais. Para cada subsistema foram então construídas matrizes de transformação geométricas que não são nada mais do que as relações de dependência entre os GL globais do sistema e os GL locais dos subsistemas em análise.

$$\underline{\mathbf{m}}_{\text{global}} = \underline{\mathbf{T}} \cdot \underline{\mathbf{m}} \cdot \underline{\mathbf{T}}^T, \quad \underline{\mathbf{k}}_{\text{global}} = \underline{\mathbf{T}} \cdot \underline{\mathbf{k}} \cdot \underline{\mathbf{T}}^T \quad (4.12)$$

#### 4.4.4. Condensação de matrizes e obtenção das características dinâmicas da plataforma sísmica

As matrizes de rigidez e de massa obtidas nas secções anteriores podem ser condensadas, dos 12 GL globais do sistema, para os 6 GL de corpo rígido em relação ao centro do tampo da mesa. Essa condensação foi realizada utilizando os métodos apresentados no capítulo 3 e o programa MATLAB, permitindo obter um sistema de equações com os 6 GL de interesse. Note-se que, após a condensação, as matrizes de rigidez e de massa podem ser representadas por um conjunto de massas e molas generalizadas (acopladas ou não) que representam simplificadaamente o comportamento da plataforma sísmica.

## 5. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS E CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA

### 5.1. Ensaio sísmicos

O pórtico em estudo foi fixado na plataforma sísmica orientado longitudinalmente (Norte-Sul), estando a sua posição esquematizada na Figura 5.1.

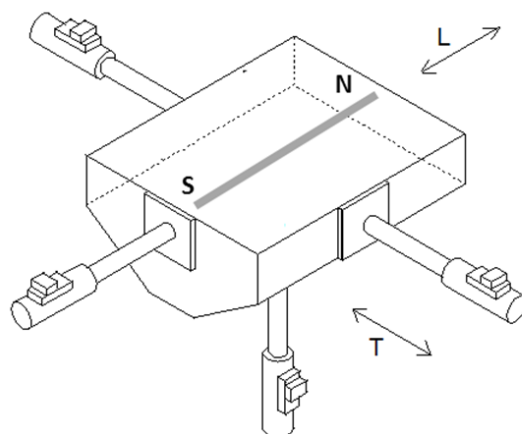


Figura 5.1 - Esquema da plataforma sísmica do LNEC.

Os ensaios sísmicos foram realizados apenas na direção longitudinal, intervalando ensaios de caracterização e ensaios com ação sísmica de intensidade crescente.

#### 5.1.1. Excitação sísmica

Para a excitação sísmica imposta à mesa utilizou-se como referência um espectro de resposta para um fator de amortecimento crítico ( $\zeta_{cr}$ ) igual a 5% que está representado na Figura 5.2. Este espectro foi construído a partir dos valores máximos admitidos para a aceleração, velocidade e deslocamento do solo, compatíveis com os limites da plataforma sísmica, sendo apresentados na Tabela 5.1. Assumiram-se, na construção do espectro os valores do percentil 84 dos fatores de amplificação propostos por (Newmark e Hall, 1982).

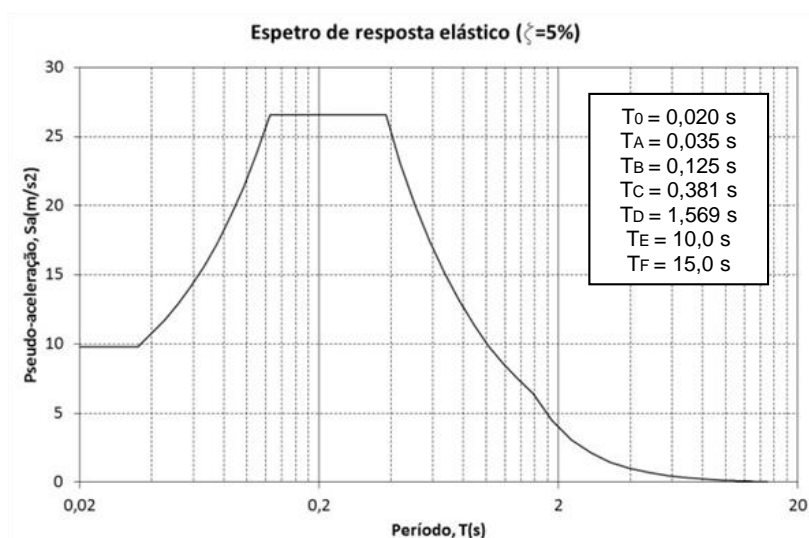


Figura 5.2 - Espectro de resposta de referência (espectro "target" para 1g).

Tabela 5.1 - Valores de pico do movimento no solo e fatores de amplificação para  $\xi=5\%$ .

Valores de pico no solo	Fator de amplificação
$a_g = 1g$ [ $m/s^2$ ]	2,71
$v = 0,70$ [ $m/s$ ]	2,30
$d = 0,2$ [ $m$ ]	2,01

A história de acelerações para a excitação na base foi gerada artificialmente para a aceleração de pico nominal de 1g, resultando no acelerograma da Figura 5.3.

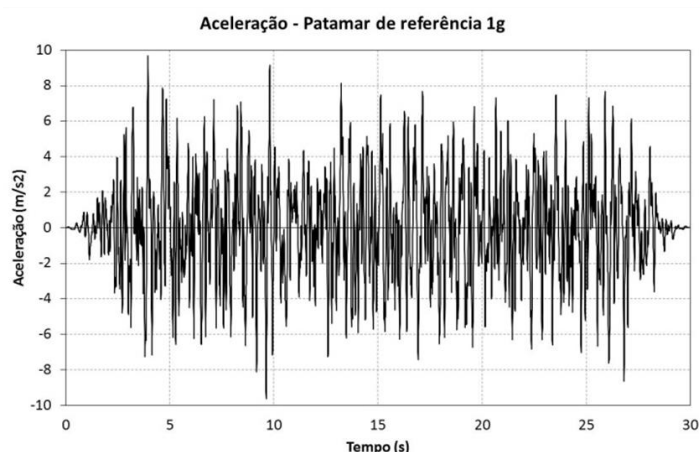


Figura 5.3 - Excitação na base (patamar de referência de 1g) para os ensaios realizados no pórtico de betão armado.

Para o caso em estudo, foram realizados cinco ensaios sísmicos com intensidade crescente, com valores nominais de aceleração de pico de 0,1g, 0,2g, 0,32g, 0,52g e 0,72g. Entre cada patamar foi feito um ensaio de caracterização do pórtico (ver Tabela 5.2).

## 5. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS E CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA

**Tabela 5.2** - Descrição dos ensaios de caracterização e ensaios sísmicos executados.

	Descrição do ensaio
CAT00	Ensaio de caracterização. Estado inicial
Stage_01	Ensaio sísmico (dir. long.) Aceleração de pico nominal 0,1g
CAT01	Ensaio de caracterização intermédia
Stage_02	Ensaio sísmico (dir. long.) Aceleração de pico nominal 0,2g
CAT02	Ensaio de caracterização intermédia
Stage_03	Ensaio sísmico (dir. long.) Aceleração de pico nominal 0,2g
CAT03	Ensaio de caracterização intermédia
Stage_04	Ensaio sísmico (dir. long.) Aceleração de pico nominal 0,2g
CAT04	Ensaio de caracterização intermédia
Stage_05	Ensaio sísmico (dir. long.) Aceleração de pico nominal 0,2g
CAT05	Ensaio de caracterização final. Estado final

As cinco séries temporais de acelerações acima mencionadas, foram geradas através do escalonamento da excitação na base na Figura 5.3. Estas séries temporais foram adaptadas na mesa sísmica antes de lá ser colocado o modelo, utilizando massas inertes, de forma a que os respetivos espetros de resposta se aproximassem dos espetros de resposta alvo ("*target*") tendo em conta as funções de transferência do sistema completo (plataforma, atuadores, massa do modelo e da estrutura auxiliar). Estas adaptações tiveram como objetivo aplicar na base do modelo real, posteriormente, os movimentos que mais se aproximam dos sinais pretendidos.

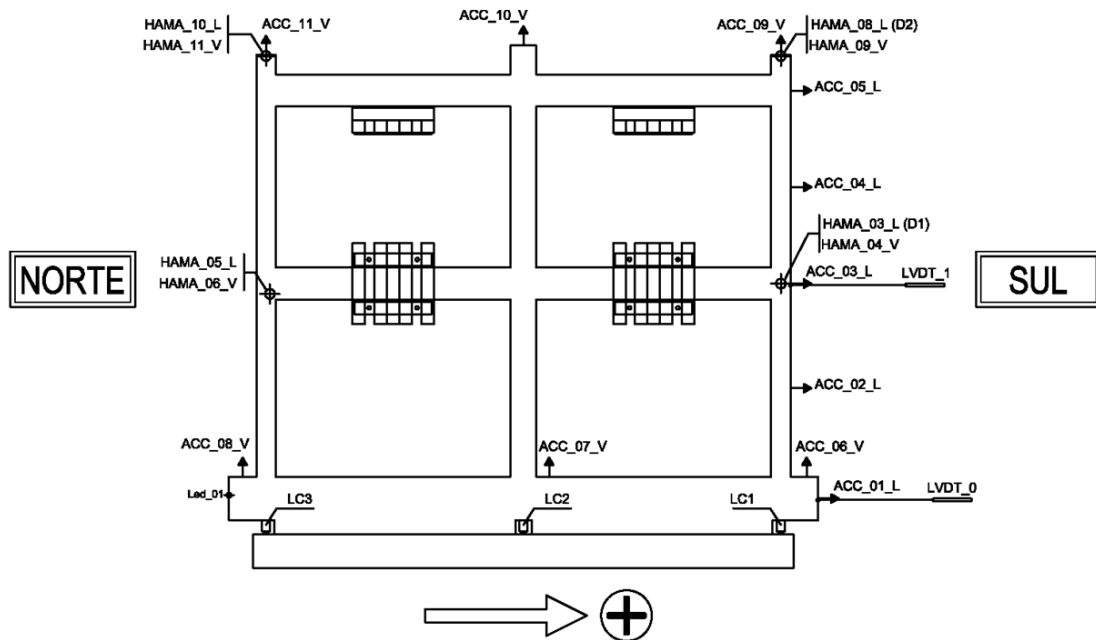
### 5.1.2. Medição da resposta da estrutura à excitação sísmica

Para medir a resposta da estrutura à ação sísmica, representada pelo sinal imposto à mesa, a estrutura foi instrumentada, como mostram a Figura 5.4 e a Figura 5.5, com células de carga, transdutores de deslocamentos (LVDT), acelerómetros unidireccionais e sensores óticos bidireccionais e tridimensionais.

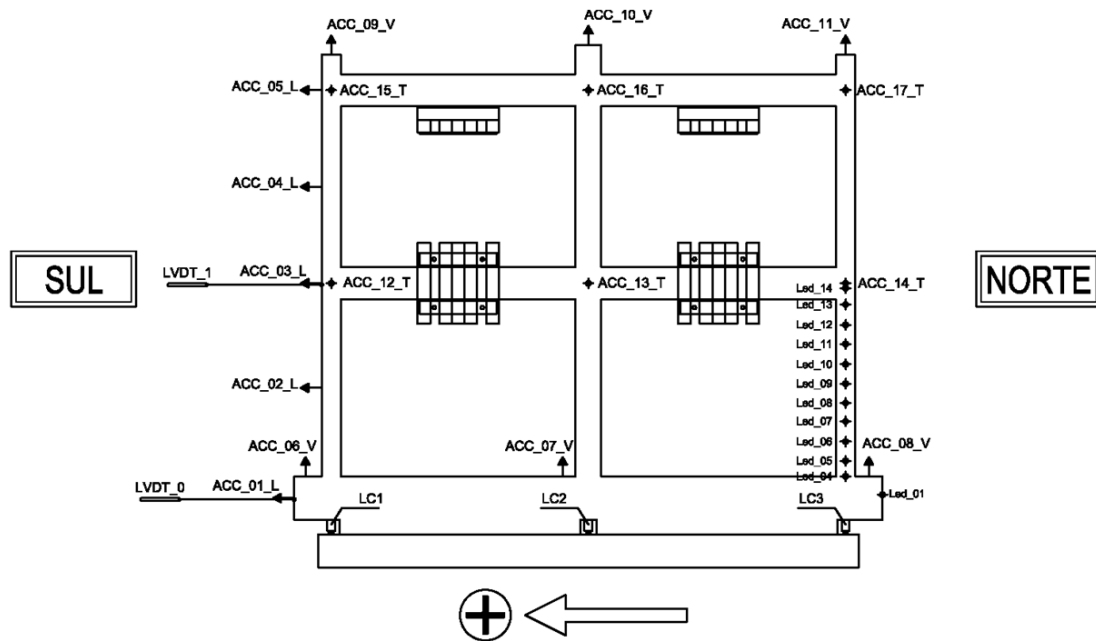
# Análise do Comportamento Dinâmico de uma Plataforma Sísmica e de um Pórtico em Betão Armado e a sua Evolução com o Dano Acumulado

**Tabela 5.3** - Equipamentos utilizados para a instrumentação do pórtico.

Equipamento	Designação	Quantidade	Funcionalidade	Unidades
Acelerómetro	ACC	17	Medição de acelerações da estrutura numa só direção	m/s <sup>2</sup>
Célula de Carga	LC	3	Medição de Forças	kN
Sensores Óticos (2D)	HAMA	4	Medição de deslocamentos (2 direções) através da emissão e receção de um laser	m
Sensores Óticos (3D)	Led	12	Medição de deslocamentos (3 direções) através da emissão e receção de um laser	m
Transdutores de Deslocamento	LVDT	2	Medição de deslocamentos lineares (1 direção)	m



**Figura 5.4** - Instrumentação do pórtico no alçado Oeste.

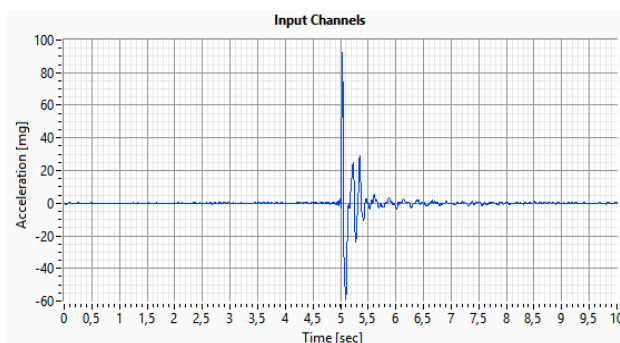


**Figura 5.5** - Instrumentação do pórtico no alçado Este.

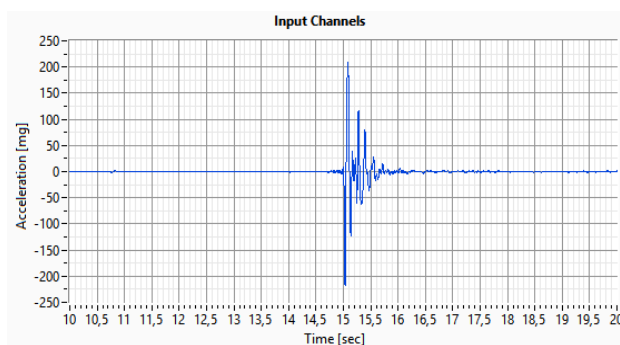
A mesa sísmica e a estrutura metálica auxiliar foram também instrumentadas com 7 acelerómetros unidireccionais no topo da mesa sísmica e 11 na estrutura metálica auxiliar, na qual também se colocaram 3 sensores óticos tridimensionais.

## 5.2. Caracterização dinâmica

Os ensaios de caracterização dinâmica tiveram como objetivo a avaliação das características dinâmicas globais: frequências próprias, coeficientes de amortecimento e principais modos de vibração do pórtico em cada patamar de ensaio. Os ensaios de caracterização dinâmica foram realizados por meio de vibrações forçadas e consistiram na introdução de sinais de entrada em aceleração impulsivos. Os impulsos correspondem a deslocamentos muito pequenos de aceleração elevada (de 0,1g e 0,2g), como se pode ver na Figura 5.6, e que correspondem a uma história de deslocamentos do tipo “*step function*”. No primeiro impulso é aplicado um deslocamento à mesa de 1mm no sentido positivo, seguindo de um deslocamento relativo à anterior de 2mm no sentido inverso. Os restantes deslocamentos relativos são sempre de 2mm até ao último, de 1 mm, para voltar à posição inicial.



a)



b)

**Figura 5.6** - Intensidade dos impulsos para os ensaios de caracterização do pórtico; a) Impulso inicial (igual ao último impulso); b) Impulsos intermédios.

Entre impulsos há um período de repouso com uma duração de 10 segundos, garantindo que a estrutura possa vibrar livremente e atingir o repouso antes da aplicação do impulso seguinte. O ensaio total tem a duração de aproximadamente 6 minutos, sendo aplicadas 36 impulsos com 10 segundos de duração cada.

Os sinais de resposta da estrutura são registados pelo equipamento. Os sinais recebidos são tipicamente filtrados utilizando um filtro passa-baixo do tipo Fourier, com o objetivo de eliminar o conteúdo em frequências acima dos 40 Hz. Este tipo de filtragem remove todas as frequências acima da frequência limite imposta e deixa passar todas abaixo desse limite.

Foi desenvolvido no LNEC, integrado no *software* LNEC-SPA, um módulo de identificação modal (*Modal Analysis*) para um sistema de *Input-Output*. Neste módulo são utilizados os métodos de análise, tais como o *Amplitude Fit*, *Half-Power Method* e *Circle Fit (Nyquist Plot)*.

Estes três métodos baseiam-se num ajuste entre as funções de transferência teóricas com as funções de transferência determinadas por via experimental. Este ajuste é feito através da minimização do erro quadrático médio<sup>5</sup>.

Para a análise de cada caracterização, utilizaram-se 36 *frames* (correspondentes aos 36 impulsos) de forma a obter a resposta média do sistema a um impulso, ver Figura 5.7.

---

<sup>5</sup>Erro Quadrático Médio (*RMSE - Root Mean Square Error*) é uma medida do desvio das previsões em relação ao valor efetivo:

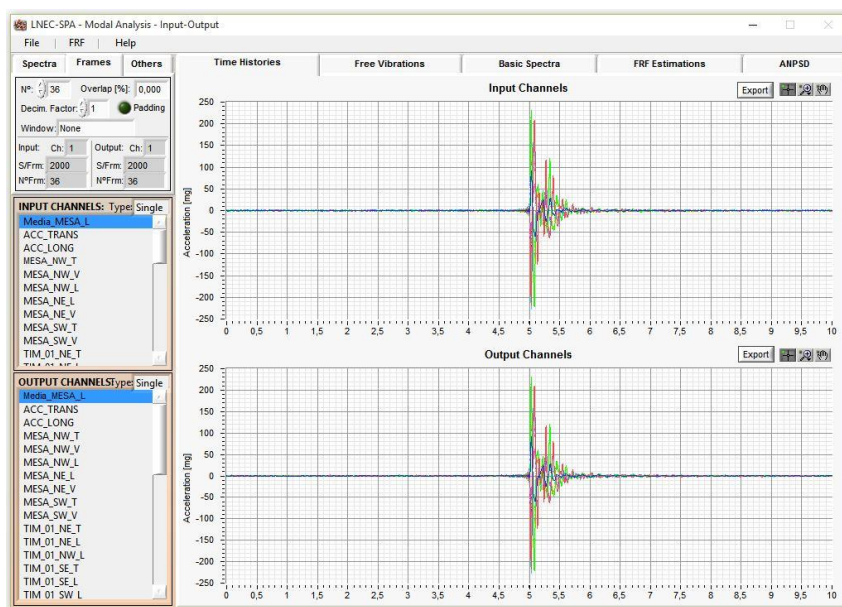
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y)^2}{n}}$$

$\hat{y}_t$  = Valores esperados;

$y$  = Valor efetivo;

$n$  = Número de amostras;

## 5. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS E CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA



**Figura 5.7** – Sobreposição dos 36 impulsos utilizados na caracterização.

Como o objetivo principal desta dissertação é o estudo do comportamento dinâmico do pórtico, utilizaram-se as funções de resposta em frequência (FRFs) obtidas através da relação do sinal médio imposto na mesa (*Input*) e do sinal obtido (*Output*) em cada acelerómetro colocado na estrutura.

Como os ensaios sísmicos só se realizaram na direção longitudinal, o tratamento de sinais dependeu principalmente dos acelerómetros que mediam as acelerações nessa mesma direção, tendo os restantes sinais servido para completar e ajudar a interpretar os sinais obtidos nos acelerómetros longitudinais.



## 6. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

### 6.1. Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados de todos os ensaios e simulações. As características dinâmicas da plataforma sísmica são comparadas com os valores retirados do Relatório 148/96 – C3ES, quando a plataforma foi caracterizada pela primeira vez, e com ensaios de caracterização mais recentes realizados em 2012.

Posteriormente, compara-se a resposta dinâmica do pórtico de betão armado com os resultados dos modelos numéricos.

### 6.2. Plataforma sísmica

#### 6.2.1. Resultados experimentais de 1996

Quando a plataforma sísmica começou a ser utilizada, foi feito um relatório sobre as suas características dinâmicas. Nesse relatório obtiveram-se os modos de vibração assim como as suas frequências naturais<sup>6</sup>. Foram identificados 6 modos principais que são apresentados na Tabela 6.1:

**Tabela 6.1** - Modos de vibração da plataforma sísmica com as respetivas frequências e períodos.

Nº Modo	Descrição	Frequência [Hz]	Período [s]
1	Modo vertical segundo Z	7,000	0,143
2	Modo transversal segundo Y	10,300	0,097
3	Modo longitudinal segundo X	12,100	0,083
4	Modo de rotação em torno de Z (Yaw)	15,100	0,066
5	Modo de rotação em torno de Y (Pitch)	27,600	0,036
6	Modo de rotação em torno de X (Roll)	27,200	0,037

<sup>6</sup> Resultados obtidos através de um modelo numérico recorrendo ao auxílio de um *software*, desenvolvido pelo LNEC, com a funcionalidade de fazer análises dinâmicas em estrutura tridimensionais (ADET) e através da análise (experimental) de resultados obtidos através de um sinal imposto na mesa, sinal esse do tipo ruído rosa (“*pink noise*”).

## 6.2.2. Resultados experimentais de 2012

Com o objetivo de saber as características dinâmicas mais atualizadas da plataforma sísmica, foram utilizados dados retirados de um ensaio realizado em 2012. Note-se que neste ensaio havia uma carga adicional com cerca de 16tons distribuídas pela mesa. Este ensaio não visava a caracterização da plataforma sísmica, mas dos resultados disponíveis era o que reunia as condições mais próximas da plataforma caracterizada em 1996. Para além das massas distribuídas as bielas verticais estavam bloqueadas restringindo o movimento vertical. Os ensaios de caracterização consistiam na injeção de um sinal tipo ruído rosa na direção longitudinal e transversal, sendo a resposta da mesa medida através de acelerómetros ligados aos cantos da mesa nas três direções. Os sinais recolhidos foram analisados no programa LNEC-SPA.

Devido à qualidade do sinal recolhido não ser a melhor conseguiu-se apenas obter os seguintes resultados:

**1º Modo (9,472 Hz)** – Através dos gráficos nas Figuras<sup>7</sup> B. 1, B. 2, B. 3 e B. 4, onde é visível uma inversão de fase nos acelerómetros transversais e uma mudança de sinal nos acelerómetros longitudinais, assume-se que se trata do modo transversal com uma componente de rotação em torno do eixo vertical. Na Figura B. 13, retirada do SAP2000, é possível visualizar graficamente este modo.

**2º Modo (11,370 Hz)** – Através dos gráficos nas Figuras B. 8 e B. 9, apesar de o sinal ser de fraca qualidade, e também utilizando o modelo SAP2000 (Figura B. 14), identifica-se o modo longitudinal.

**3º Modo (17,981 Hz)** – Através dos gráficos nas Figuras B. 8, B. 9, B. 10, B. 11 e B.12, devido à mudança de sinal da fase nos acelerómetros verticais estamos perante um modo de rotação em torno do eixo transversal (“*pitch*”). Na Figura B. 15, retirada do SAP2000, é possível ver graficamente este modo.

**4º Modo (25,788 Hz)** – Através dos gráficos nas Figuras B. 5 e B. 6, devido à mudança de sinal da fase nos acelerómetros transversais estamos perante um modo de rotação em torno do eixo longitudinal (“*roll*”). Na Figura B. 16, retirada do SAP2000, é possível ver graficamente este modo.

---

<sup>7</sup> Todas as figuras relativas ao ensaio realizado em 2012 são apresentadas no Anexo B.

Tendo sido simplesmente adicionadas as massas distribuídas ao modelo numérico previamente elaborado, e tendo em conta a diminuição da rigidez nas bielas verticais representando as possíveis folgas das rótulas existentes nas suas extremidades, obtiveram-se resultados semelhantes aos observados experimentalmente.

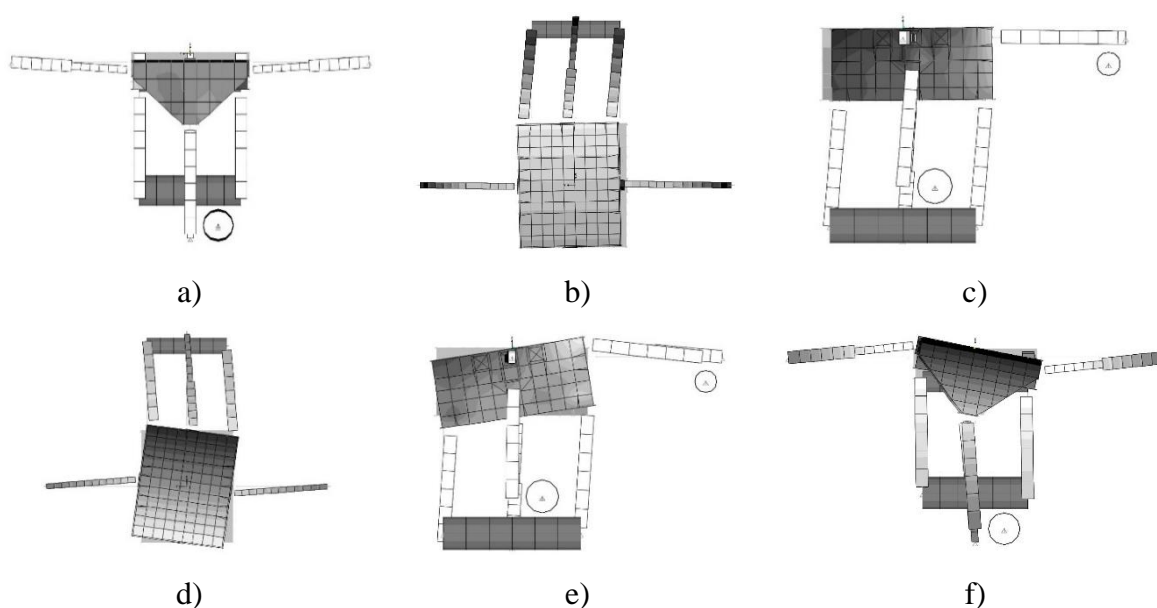
### 6.2.3. Resultados numéricos

→ Valores obtidos via SAP2000

Através da criação do modelo em SAP2000, como foi descrito no capítulo 4, e feita a análise dinâmica da plataforma, foi possível chegar aos valores apresentados na Tabela 6.2. Na Figura 6.1 apresentam-se os 6 modos de vibração retirados.

**Tabela 6.2** - Modos de vibração da plataforma sísmica com as respetivas frequências e períodos.

Nº Modo	Descrição	Frequência [Hz]	Período [s]
1	Modo vertical segundo Z	6,918	0,145
2	Modo transversal segundo Y	10,497	0,095
3	Modo longitudinal segundo X	13,293	0,075
4	Modo de rotação em torno de Z (Yaw)	15,199	0,066
5	Modo de rotação em torno de Y (Pitch)	29,578	0,034
6	Modo de rotação em torno de X (Roll)	30,854	0,032



**Figura 6.1** - Ilustração dos 6 modos da plataforma sísmica retirados do SAP2000; a) Modo vertical segundo Z; b) Modo transversal segundo Y; c) Modo longitudinal segundo X; d) Modo de rotação em torno de Z (Yaw); e) Modo de rotação em torno de Y (Pitch); e) Modo de rotação em torno de X (Roll).

→ Valores obtidos via Excel

Utilizando o modelo analítico simplificado, em Excel, descrito anteriormente, obtiveram-se os seguintes valores:

**Tabela 6.3** - Modos de vibração da plataforma sísmica com as respetivas frequências e períodos.

Nº Modo	Descrição	Condensação Estática		Condensação Dinâmica		Sem Condensação	
		Frequência [Hz]	Período [s]	Frequência [Hz]	Período [s]	Frequência [Hz]	Período [s]
1	Modo vertical segundo Z	6,814	0,147	6,830	0,146	6,825	0,147
2	Modo transversal segundo Y	10,167	0,098	10,195	0,098	10,193	0,098
3	Modo longitudinal segundo X	12,820	0,078	12,885	0,078	12,838	0,078
4	Modo de rotação em torno de Z (Yaw)	14,723	0,068	14,758	0,068	14,747	0,068
5	Modo de rotação em torno de Y (Pitch)	26,318	0,038	26,363	0,038	26,351	0,038
6	Modo de rotação em torno de X (Roll)	26,847	0,037	26,901	0,037	26,890	0,037

A partir do 7º modo, as frequências atingem valores muito elevados (130 - 184 Hz), pelo que, não há interesse em analisá-las, pois é onde começam a surgir os modos locais dos atuadores, bielas, alonga, barras de torção e também a deformação da própria mesa. Através desta análise podemos também concluir que é correto assumir a mesa como um corpo rígido, visto que a estrutura nunca atinge tais frequências.

#### 6.2.4. Discussão de resultados

Analisando todos os resultados relativos à plataforma sísmica, resumidos na Tabela 6.4, em que se mostra também o erro relativo aos valores indicados no relatório de 1996, concluiu-se que as simplificações e os modelos numéricos são adequados, apresentando um erro relativo máximo de 13,43% e um erro relativo mínimo de 0,66%.

**Tabela 6.4** - Frequências próprias de cada modo de vibração através dos vários métodos utilizados e o seu erro relativo aos valores do relatório de 1996.

Nº Modo	Relat. 1996	SAP2000	Erro	Cond. Estática	Erro	Cond. Dinâmica	Erro
1	7 Hz	6,918 Hz	-1,17%	6,814 Hz	-2,66%	6,830 Hz	-2,43%
2	10,3 Hz	10,497 Hz	1,91%	10,167 Hz	-1,29%	10,195 Hz	-1,02%
3	12,1 Hz	13,293 Hz	9,86%	12,820 Hz	5,95%	12,885 Hz	6,49%
4	15,1 Hz	15,199 Hz	0,66%	14,723 Hz	-2,50%	14,758 Hz	-2,26%
5	27,6 Hz	29,578 Hz	7,17%	26,318 Hz	-4,64%	26,363 Hz	-4,48%
6	27,2 Hz	30,854 Hz	13,43%	26,847 Hz	-1,30%	26,901 Hz	-1,10%

A partir daqui prosseguiu-se com a modelação do pórtico e assemblagem de todos os modelos numéricos para a obtenção dos resultados do sistema completo, tal como apresentado no seguinte subcapítulo.

### 6.3. Sistema mesa-pórtico

#### 6.3.1. Resultados experimentais

Como já mencionado no capítulo 5, todos os resultados foram obtidos através do tratamento e análise dos dados recolhidos do ensaio com o auxílio do programa LNEC-SPA.

Para a análise da resposta estrutural do pórtico, foram analisadas com detalhe as leituras dos dois acelerómetros longitudinais ao nível dos dois pisos do pórtico, tendo também em conta os resultados obtidos nos restantes. Esta escolha teve, naturalmente, em consideração, a direção em que os ensaios foram realizados.

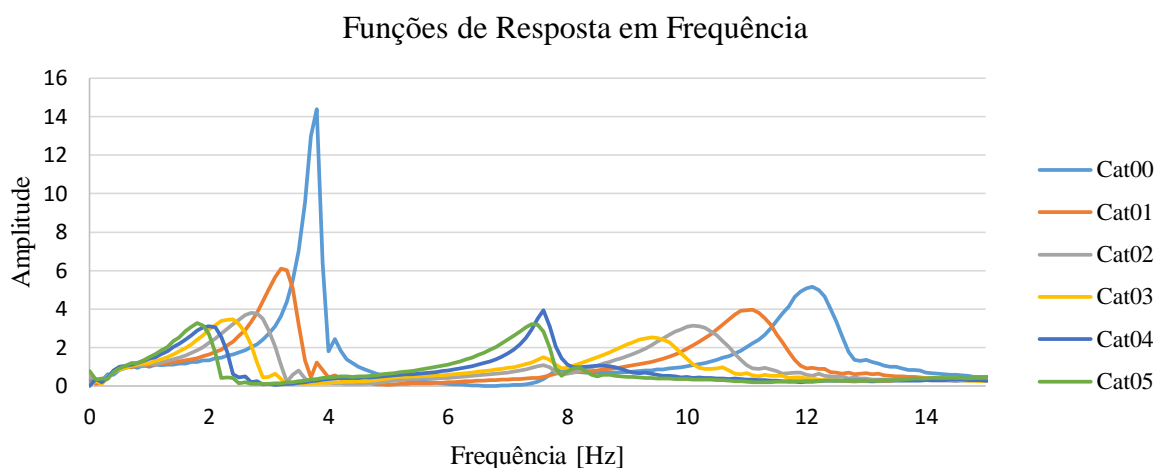
Os resultados apresentados abaixo correspondem então aos acelerómetros ACC03 e ACC05, os quais apresentam bons resultados, com FRFs bem definidas e os modos de vibração de fácil identificação ao longo das 6 caracterizações. Na Figura 6.2 é apresentado um gráfico com as funções de resposta em frequência onde é possível visualizar a evolução das frequências próprias ao longo dos vários ensaios de caracterização.

## Análise do Comportamento Dinâmico de uma Plataforma Sísmica e de um Pórtico em Betão Armado e a sua Evolução com o Dano Acumulado

**Tabela 6.5** - Valores das frequências próprias e coeficientes de amortecimento utilizando os três métodos de ajuste através do LNEC-SPA.

		Ajuste de Curva				Ajuste de Amplitude				Meia Potência			
		ACC03		ACC05		ACC03		ACC05		ACC03		ACC05	
		Damp [Hz]	Freq. [%]	Damp [Hz]	Freq. [%]	Damp [Hz]	Freq. [%]	Damp [Hz]	Freq. [%]	Damp [Hz]	Freq. [%]	Damp [Hz]	Freq. [%]
CAT 00	1° Modo	3,80	5,14	3,75	5,66	3,83	4,16	3,79	3,86	3,80	3,14	3,80	3,00
	2° Modo	-	-	-	-	8,08	3,01	7,56	4,44	-	-	-	-
	3° Modo	12,01	3,89	12,02	3,90	12,00	3,01	12,00	3,37	12,10	3,70	12,10	3,79
CAT 01	1° Modo	3,35	11,37	3,28	11,49	3,45	10,88	3,32	9,04	3,20	8,80	3,30	7,91
	2° Modo	-	-	-	-	-	-	7,73	5,08	-	-	-	-
	3° Modo	11,03	5,47	11,48	5,79	11,16	5,68	11,17	5,82	11,10	4,73	10,90	4,90
CAT 02	1° Modo	2,76	16,18	2,82	17,07	2,97	16,69	2,90	15,00	2,70	15,93	2,80	13,19
	2° Modo	-	-	-	-	7,70	3,60	7,67	4,06	7,60	4,36	7,60	7,90
	3° Modo	10,20	10,41	10,24	7,52	10,29	7,01	10,26	7,25	10,10	5,91	10,10	6,30
CAT 03	1° Modo	2,38	18,52	2,36	18,48	2,55	20,07	2,51	16,52	2,40	18,69	2,40	15,76
	2° Modo	-	-	-	-	7,69	3,15	7,72	3,89	7,60	3,97	7,60	5,27
	3° Modo	9,53	8,34	9,98	10,52	9,52	7,06	9,50	7,49	9,40	6,13	9,40	6,79
CAT 04	1° Modo	2,08	19,05	2,14	22,04	2,35	18,30	2,21	16,88	2,00	19,61	2,10	15,51
	2° Modo	-	-	-	-	7,62	3,10	7,69	3,10	7,60	2,42	7,60	2,84
	3° Modo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CAT 05	1° Modo	1,94	23,80	1,94	25,58	2,12	19,31	1,98	18,06	1,80	18,78	1,90	15,34
	2° Modo	-	-	-	-	7,68	6,82	7,76	6,58	7,40	5,05	7,50	5,43
	3° Modo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Esta tabela sintetiza bem a evolução do comportamento do pórtico, com uma diminuição consistente da frequência própria dos 1ºs e 3ºs modos ao longo do ensaio e um aumento do amortecimento correspondente. Os diferentes métodos apresentam uma maior concordância nas frequências do que nos valores do amortecimento, mais dependente da qualidade das leituras e com maior incerteza nos resultados. De qualquer forma, pode observar-se na Figura 6.2 que as FRFs vão tendo picos menos bem definidos ao longo do ensaio, o que corresponde a um aumento do amortecimento. Nota-se aí, também, a dificuldade em identificar os 2ºs e 3ºs modos em algumas caracterizações.



**Figura 6.2** - Gráfico com as funções de resposta em frequência da estrutura ao longo das 6 caracterizações.

Na tabela seguinte estão representados os deslocamentos relativos máximos (positivos e negativos e mínimos) medidos em cada patamar de ensaios sísmico através do leitor ótico HAMA\_03\_L, que se encontrava instalado no ponto D1 (altura da viga intermédia, ver Figura 5.4 e Figura 5.5).

**Tabela 6.6** - Deslocamentos relativos máximos do ponto D1 medidos pelo leitor ótico HAMA\_03\_L.

	Stage_01	Stage_02	Stage_03	Stage_04	Stage_05
Deslocamentos relativos do ponto D1 [mm]					
Máximo (Positivo)	7,774	15,431	27,499	40,595	62,335
Máximo (Negativo)	-7,886	-15,475	-27,321	-42,453	-48,323

### 6.3.2. Resultados numéricos

Todos os resultados experimentais foram comparados com os obtidos através de modelação numérica. No capítulo 4 mencionou-se a colocação de rótulas nos nós viga-pilar, de modo a simular a degradação da rigidez (e resistência) do pórtico ao longo do ensaio. A rigidez destas foi calibrada para ajustar o valor das frequências próprias de cada modo<sup>8</sup> do pórtico ao longo das caracterizações. Ou seja, ao longo das caracterizações foi aplicado um fator multiplicativo dessas rigidezes para simular a degradação nesses mesmos nós. Na Tabela 6.7 são apresentados os valores relativos aos fatores multiplicativos da rigidez nos nós e as frequências próprias obtidas para cada modo para cada caracterização.

<sup>8</sup> Os modos de vibração do sistema mesa-pórtico para todas as caracterizações estão expostos no Anexo C.

**Tabela 6.7** - Fatores multiplicativos da rigidez das rótulas nas extremidades dos elementos de viga e de pilar e as frequências resultantes para cada caracterização.

	CAT00	CAT01	CAT02	CAT03	CAT04	CAT05
	Fator					
	100	0,75	0,35	0,25	0,15	0,125
	K (Rigidez elástica) [kN/m]					
Pilar Lateral	641604	4812	2246	1604	962	802
Pilar Central	1578586	11839	5525	3946	2368	1973
Viga	2157568	16182	7551	5394	3236	2697
	$f_n$ [Hz]					
1º Modo	3,790	3,390	2,810	2,530	2,120	1,980
2º Modo	7,870	7,770	7,650	7,600	7,540	7,520
3º Modo	12,310	12,180	11,690	10,490	9,850	9,590

Pode verificar-se que o ajuste obtido, realizado principalmente para o 1º modo resulta numa boa concordância com a evolução verificada nos 2ºs e 3ºs modos.

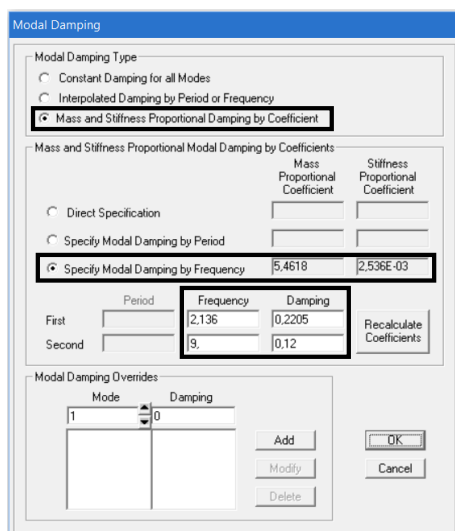
Para além das frequências obtidas para cada caracterização, foram também analisadas as respostas ao longo do tempo do deslocamento do ponto D1 da estrutura, onde se encontrava instalado o leitor ótico HAMA\_03\_L (altura da viga intermédia, ver Figura 5.4 e Figura 5.5).

Estas histórias de deslocamento para cada patamar (“*stage*”) de ensaio sísmico foram simuladas no SAP2000, impondo uma história de deslocamentos ao atuador longitudinal e utilizando um conjunto alargado de modos de Ritz associados a esse movimento. Note-se que, com o modelo completo do sistema mesa-pórtico, não se poderiam simular os ensaios sísmicos com uma história de acelerações longitudinais imposta aos vários nós de apoio, como se faria se apenas modelasse o pórtico.

As cinco series temporais utilizadas no modelo numérico, aplicadas nos pontos onde o atuador longitudinal se encontra ligado à mesa, são as mesmas séries utilizadas como sinal de *input* na mesa para cada patamar ensaio sísmico.

Foi preciso definir igualmente os valores de amortecimento modal. O programa SAP2000 oferece três possibilidades para tal, tendo sido utilizado o amortecimento de Rayleigh ou amortecimento modal proporcionais à massa e à rigidez. Esses coeficientes podem ser definidos através da introdução de duas frequências e os seus respetivos fatores de amortecimentos, tendo-se recorrido aos valores já determinados com base nos resultados

experimentais e que se encontram na Tabela 6.5 e na Tabela 6.8. Foram utilizados os valores obtidos pelo ajuste de curva do acelerómetro 5 (ACC05).

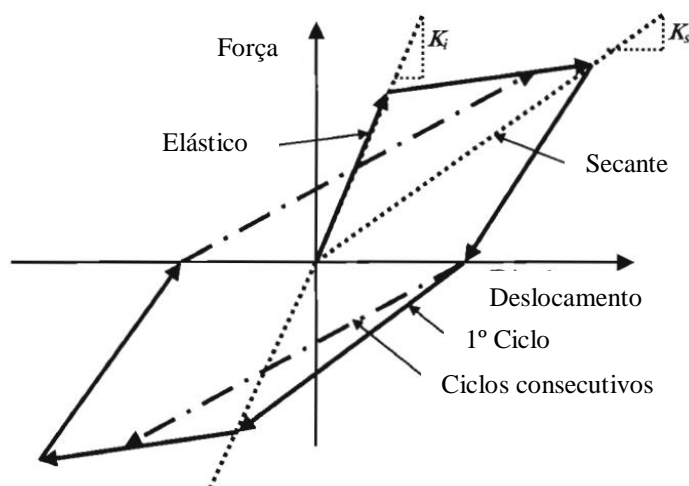


**Figura 6.3** - Exemplificação da definição do amortecimento modal de Rayleigh, para o último patamar de ensaio sísmico.

Sendo estas análises temporais do tipo linear-equivalente, foi ainda necessário ajustar os valores da rigidez dos nós viga-pilar, pois os valores apropriados para cada patamar de ensaio não serão os mesmos que aqueles determinados para cada caracterização. De facto, sendo a intensidade das caracterizações muito inferiores àqueles atingidos nos ensaios sísmicos, é de esperar que a rigidez secante efetiva atingida nos ensaios sísmicos seja bastante inferior àquela associada às caracterizações (Priestley et al., 2007).

Na Figura 6.4 é apresentado um gráfico típico de forças-deslocamentos histeréticos em que se apresenta a diferença entre a rigidez inicial e a secante da resposta máxima da estrutura.

Seria também de esperar que o coeficiente de amortecimento efetivo fosse superior durante um ensaio sísmico, pelas mesmas razões. No entanto, por falta de dados que permitam fazer esse ajuste, optou-se por utilizar os valores de amortecimento obtidos para as caracterizações.



**Figura 6.4** - Determinação da rigidez inicial e secante para a resposta histerética adaptado de (Priestley et al., 2007).

**Tabela 6.8** - Fatores multiplicativos para a rigidez das rótulas nas extremidades dos elementos de viga e de pilar e os valores de frequência e amortecimento utilizados em cada patamar de ensaio.

		Stage_01	Stage_02	Stage_03	Stage_04	Stage_05
		Fator				
		0,1	0,06	0,0522	0,0509	0,0484
		K (Rigidez reduzida) [kN/m]				
K (Rigidez inicial)	6416 Pilar Lateral	641,6	385,0	288,7	281,5	267,4
	15786 Pilar Central	1578,6	947,2	710,4	692,6	658,0
	21576 Viga	2157,6	1294,5	970,9	946,6	899,3
		Valores de modais utilizados para os coeficientes proporcionais à massa e rigidez				
1° Modo	[Hz]	3,75	3,28	2,82	2,36	2,14
	[%]	CAT00 5,66	CAT01 11,49	CAT02 17,07	CAT03 18,48	CAT04 22,04
3° Modo	[Hz]	CAT 12,02	CAT 11,48	CAT 10,24	CAT 9,98	CAT 9,00
	[%]	3,90	5,79	7,52	10,52	12,00

Na seguinte tabela encontram-se os valores obtidos pelo modelo numérico dos deslocamentos relativos máximos (negativos e positivos) do pórtico o ponto em questão. Pode observar-se que estes deslocamentos comparam razoavelmente bem com os resultados experimentais indicados na Tabela 6.6.

**Tabela 6.9** - Deslocamentos relativos máximos do ponto D1 obtidos pelo modelo numérico.

	CAT00	CAT01	CAT02	CAT03	CAT04	CAT05
	Stage_01	Stage_02	Stage_03	Stage_04	Stage_05	
Deslocamentos relativos do ponto D1 [mm]						
Máximo (Positivo)	6,945	13,154	21,552	34,138	62,293	
Máximo (Negativo)	-7,245	-16,050	-27,462	-43,988	-48,811	

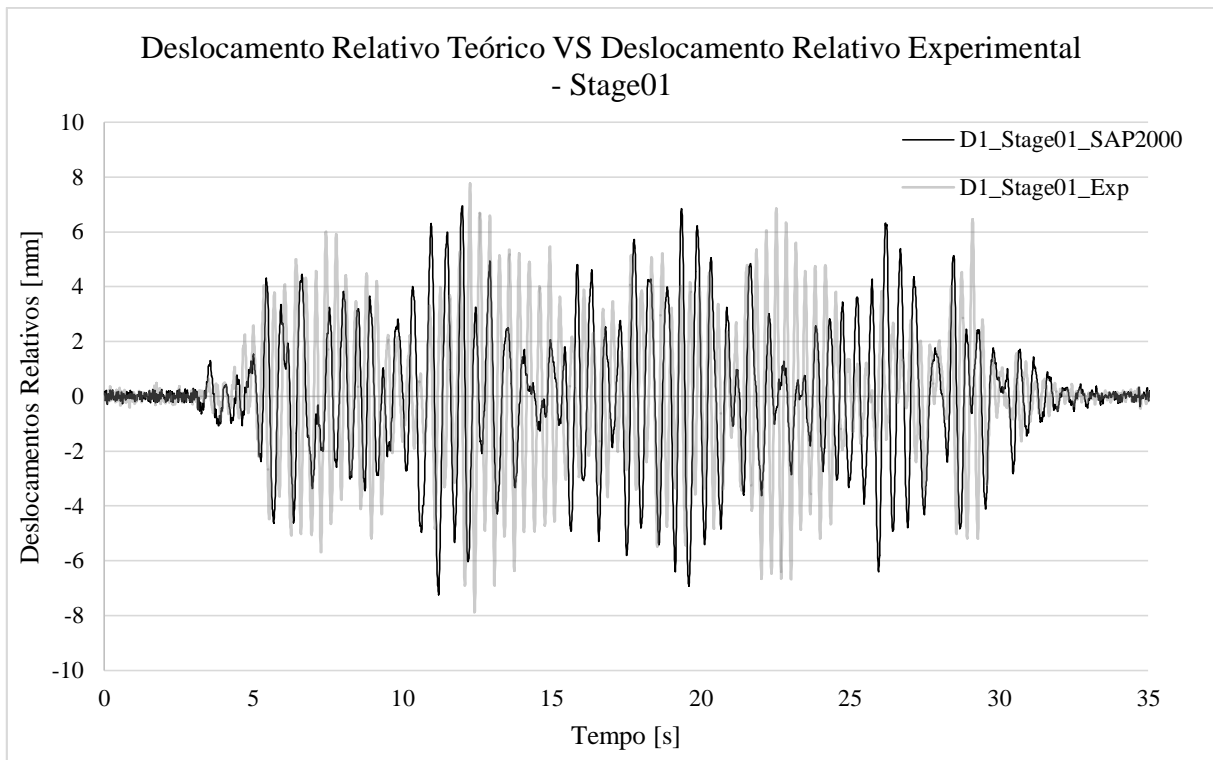
### 6.3.3. Discussão de resultados

Conseguiu-se um ajuste muito próximo entre os valores das frequências próprias para cada caracterização do modelo numérico e das frequências próprias determinadas experimentalmente, com base na adoção de uma rigidez global de flexão do pórtico reduzida e de uma redução localizada da rigidez dos nós viga-pilar (sendo esta variável para cada caracterização). Para esta solicitação a estrutura comporta-se no regime elástico-linear pois os ensaios de caracterização são executados com vibrações de baixa amplitude.

No que respeita às análises ao longo do tempo para cada patamar de ensaio, os valores de deslocamentos relativos do ponto D1 do pórtico obtidos pelo modelo numérico foram relativamente próximos aos experimentais, apresentando uma diferença máxima entre resultados experimentais e numéricos de 6,5mm. Contrariamente ao caso acima, a estrutura durante os ensaios sísmicos entra em regime fortemente não linear. Por essa razão, é expectável uma redução da rigidez do, pórtico para uma rigidez efetiva. Esta redução teve em conta os danos observados nos nós, a possível perda de aderência das armaduras ao betão e o surgimento possível de rótulas plásticas.

A figura seguinte mostra um gráfico com as respostas em deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do modelo experimental para o primeiro patamar de ensaio<sup>9</sup>. Tendo em conta que o modelo numérico continua a ser um modelo linear, considera-se que a aproximação aos resultados experimentais é globalmente boa.

<sup>9</sup> Os restantes gráficos estão expostos no ANEXO F.



**Figura 6.5** - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage01.

## 7. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FUTURAS

### 7.1. Conclusões

O presente trabalho, teve como principal objetivo o estudo do comportamento dinâmico de um sistema constituído pela plataforma sísmica triaxial do LNEC e de um pórtico em betão armado. As características dinâmicas, frequências próprias, modos de vibração e amortecimento modal, foram analisadas ao longo do tempo tendo em conta a evolução do dano causado.

O trabalho realizado no âmbito deste trabalho final de mestrado utilizou como ponto de partida os resultados de ensaios realizados sobre a plataforma sísmica triaxial do LNEC. Os resultados destes ensaios foram apresentados resumidamente no capítulo 6 deste trabalho, bem como nos anexos. Os modelos numéricos da plataforma sísmica e do pórtico foram sempre calibrados tendo em conta os resultados obtidos experimentalmente com o objetivo de entender e avaliar as variações das características dinâmicas do pórtico ao longo dos ensaios.

Inicialmente foi modelada numericamente e analiticamente a plataforma triaxial tendo como base de comparação os valores das características dinâmicas determinadas experimentalmente, em 1996 e em 2012, e de seguida a modelação numérica do pórtico e assemblagem dos vários modelos. A elaboração destes modelos teve de ser feita com algum cuidado pois, principalmente por causa de a plataforma ter particularidades que tornavam a sua modelação muito trabalhosa, optou-se por fazer certas simplificações que não afetassem em demasia os resultados finais.

No que respeita à modelação da plataforma sísmica, conseguiram reproduzir-se de forma bastante fiel os modos de vibração e frequências próprias verificados experimentalmente, tanto utilizando o modelo numérico refinado de elementos finitos como os modelos analíticos simplificados.

Os ensaios sísmicos do pórtico decorreram em 2014 e toda a informação recolhida desses ensaios foi analisada. Foram elaborados diferentes modelos numéricos para cada caracterização e para cada patamar de ensaio para efetuar as respetivas calibrações das rigidezes dos nós viga-pilar.

As experiências analisadas no âmbito deste trabalho consistiram na realização de dois tipos de ensaio, os de caracterização que foram feitos no início, no fim e entre cada ensaio sísmico com o propósito de identificar as frequências próprias, amortecimentos e modos de vibração; e os ensaios sísmicos propriamente ditos, onde foram impostos ao sistema mesa-pórtico acelerações de intensidade crescente entre cada patamar de ensaio. Nos ensaios sísmicos foram registados, entre outras grandezas, os deslocamentos relativos dos pontos D1 e D2 do pórtico (conforme se apresentam na secção 6.3 e no Anexo F).

Segundo o objetivo inicial proposto, foi possível chegar às seguintes conclusões:

- a) Conseguiu-se modelar adequadamente as várias componentes da plataforma sísmica e determinar as suas características dinâmicas;
- b) Relativamente aos ensaios sísmicos, observou-se uma diminuição significativa do valor das frequências próprias do pórtico, enquanto que a frequência relativa ao modo de vibração do conjunto mesa-estrutura metálica auxiliar se manteve quase idêntica entre os diferentes ensaios de caracterização, com valores perto de 7,7Hz. Para o primeiro e segundo modo longitudinal do pórtico foram registadas, na caracterização inicial, frequências perto dos 3,8Hz e 12,0Hz, respetivamente, e na última caracterização já só foi possível identificar o primeiro modo longitudinal do pórtico com uma frequência perto dos 2,0Hz. O segundo modo deixou de ser possível detetar a partir da caracterização CAT03 com valores perto dos 9,5Hz. Estes resultados eram expectáveis pois o valor das frequências naturais estão relacionados com a evolução do dano e com a perda de rigidez da estrutura.
- c) Observou-se igualmente um aumento do valor dos coeficientes de amortecimento ao longo do ensaio. Para os valores relativos à primeira caracterização, e para o primeiro modo longitudinal, registaram-se valores entre 3,0 e 5,7%, consoante o método utilizado para o determinar. Para o segundo modo longitudinal do pórtico registaram-se valores a rondar os 3 a 4%. Na última caracterização, só se conseguiu determinar o coeficiente de amortecimento para o primeiro modo, com valores entre 15% e 25%. Para o segundo modo do pórtico a última caracterização em que foi possível calcular este valor foi na caracterização CAT03 com resultados entre 6,1 e 10,5%. Mesmo assim é possível identificar a tendência de evolução deste valor. Este aumento de amortecimento deve-se ao coeficiente de amortecimento ser uma medida da dissipação de energia da estrutura, devido à abertura de fendas, atrito entre os materiais, comportamento histerético.

- d) Quanto aos valores de rigidez associados às rótulas fictícias, observou-se uma diminuição no seu valor que era expectável. Para o caso dos ensaios de caracterização (estrutura com resposta em regime aproximadamente linear), em valores percentuais, houve uma descida muito significativa do valor da rigidez da estrutura em relação ao estado inicial. Para o caso dos ensaios sísmicos (estrutura com resposta em regime fortemente não-linear), registou-se uma descida ainda mais elevada do valor da rigidez da estrutura.
- e) Os deslocamentos relativos do ponto D1 observados experimentalmente e obtidos por modelação numérica da resposta da estrutura à ação sísmica tiveram um acréscimo não só devido ao aumento de intensidade de cada patamar de ensaio mas também devido à perda de rigidez acima referida, principalmente na zona dos nós viga-pilar.

Do trabalho realizado verificou-se que a determinação das características dinâmicas apresenta ainda algumas dificuldades, principalmente no que diz respeito à determinação do coeficiente de amortecimento, sendo este problema referido em toda a literatura científica da especialidade. Verifica-se que é possível encontrar formas de estimar os valores de amortecimento mas a dificuldade maior reside na estimativa da energia dissipada. Esta dificuldade deve-se ao facto de existirem diferentes mecanismos de dissipação de energia que não são facilmente descritos num modelo matemático como o que foi utilizado neste trabalho final de mestrado.

Outra dificuldade que surge neste tipo de trabalhos é a de conhecer bem todas as características e particularidades da estrutura a modelar para que seja possível uma melhor aproximação à estrutura real, ou seja, quando se elabora um modelo numérico é preciso ter um certo cuidado quando se fazem simplificações quanto aos elementos e materiais constituintes do sistema.

### **7.2. Considerações futuras**

Neste trabalho foi feita uma análise linear da estrutura. No entanto, a aproximação linear obriga a fazer um número significativo de simplificações. Assim, seria interessante no futuro fazer novos desenvolvimentos, designadamente:

- Repetir os mesmos ensaios para saber quais os resultados que se iriam obter, após uma afinação da plataforma sísmica. Esta afinação da mesa consiste na identificação e eliminação das folgas existentes nas rótulas de ligação entre as bielas e o corpo da mesa.

- Repetir os ensaios utilizando uma análise não linear com o objetivo de obter resultados mais precisos e próximos dos reais.
- Desenvolver um algoritmo matemático capaz de executar uma subestruturação, ou seja, a partir das características dinâmicas do sistema, composto pela plataforma sísmica, pelo pórtico e pela estrutura metálica auxiliar, conseguir retirar as características dinâmicas isoladas de cada modelo existente no sistema.

---

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bairrão, R., 2009. Shaking Table Testing, em: Modern Testing Techniques for Structural Systems: Dynamics and Control. pp. 165–196.
- Brincker, R., Zhang, L., Andersen, P., 2000. Output-only modal analysis by frequency domain decomposition. Proc. Int. Semin. Modal Anal. 2, 717–724.
- Carvalho, F.J., Costa, C.O., Azevedo, F.S. de, 2008. Elementos de sistemas e de análise e processamento de sinais. LNEC, 2008, Lisboa, Portugal.
- Chopra, A.K., 1995. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, 3 Edição. ed, Upper Saddle River, NJ. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Clough, R.W., Penzien, J., 1993. Dynamics of Structures, 3 Edition. ed, Dynamics of Structures. Berkeley: Computers & Structures Inc.
- Corrêa, M.R., Costa, A.C., 1992. Ensaios Dinâmicos da Ponte sobre o Rio Arade - Pontes Atirantadas do Guadiana.
- Costa, A.C., Wainwright, B.D., Martins, A., 1996. Characterization of the new LNEC shaking table. Lisboa, Portugal.
- Crawford, R., Ward, H.S., 1964. Determination of the natural periods of buildings. Bull. Seismol. Soc. Am. 54, 1743–1756.
- CSI, 2012. SAP 2000 Integrated Software for Structural Analysis and Design - Version 15.
- Dactron, L., 2003. Understanding FFT Windows [WWW Document]. Appl. Note. URL <http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~praktiku/Anleitung/Fremde/ANO14.pdf> (acedido 1.1.15).
- Emílio, F.T., Duarte, R.T., Carvalho, F.J., Oliveira-Costa, C., Vaz, C.T., Ritto Corrêa, M., 1989. New LNEC shaking table for earthquake resistance testing. Memória 757.
- Excel, 2013. Spreadsheet application developed by Microsoft for Microsoft Windows.
- Felber, A.J., 1993. Development of a Hybrid Bridge Evaluation System. British Columbia.
- Gordis, J.H., 1992. An analysis of the Improved Reduced System (IRS) model reduction procedure. Int. Modal Anal. Conf. 10th, San Diego, Calif. Vol.1, p.471–479.
- Hitachi, 2015. Three-dimensional six-degree-of-freedom shaking table [WWW Document]. URL [http://www.hitachi.com/businesses/infrastructure/product\\_solution/industry/randd/eq\\_resistant.html](http://www.hitachi.com/businesses/infrastructure/product_solution/industry/randd/eq_resistant.html) (acedido 8.20.15).
- Kitada, Y., Kinoshita, M., Kubo, T., Seo, K., 2000. The Test Methodology To Evaluate Ultimate Earthquake Response of an NPP Building Using Earthquake Ground Motion. 12th World Conf. Earthq. Eng. 1–7.

- Law, S.-S., Zhu, X.-Q., 2009. *Damage Models and Algorithms for Assessment of Structures under Operating Conditions*. CRC Press, Londres, Reino Unido.
- LNEC, 2015. Sistema de guiamento com objetivo de restringir os movimentos de rotação. [WWW Document]. URL <http://www.lnec.pt/pt/investigacao/infraestruturas-de-investigacao/plataformas-sismicas/plataforma-sismica-triaxial/> (acedido 2.10.15).
- LNEC, 2013. Centrifugadora Geotécnica [WWW Document]. URL <http://www.lnec.pt/pt/investigacao/infraestruturas-de-investigacao/centrifugadora-geotecnica/> (acedido 1.1.15).
- Magalhães, F.M.R.L. de, 2011. *Identificação Modal Estocástica Para Validação Experimental De Modelos Numéricos*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- MathWorks, 2014. *MATLAB: The language of technical computing (Versão R2014b)*.
- Meireles, J.F.B. de, 2007. *Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente*. Universidade do Minho.
- Mendes, L., Costa, A.C., 2007. *LNEC-SPA - Signal processing and analysis tools for civil engineers (Versão 1.0 - Build 12)*.
- Mendes, N., 2012. *Seismic assessment of ancient masonry buildings: Shaking table tests and numerical analysis*. Universidade do Minho.
- Mendes, P.J.H., 2010. *Observação e Análise do Comportamento*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Moaveni, B., He, X.F., Conte, J.P., Restrepo, J.I., Panagiotou, M., 2011. System Identification Study of a 7-Story Full-Scale Building Slice Tested on the UCSD-NEES Shake Table. *J. Struct. Eng.* 137, 705–717.
- Newmark, N., Hall, W., 1982. *Earthquake Spectra and Design*. EERI Monogr.
- Oliveira, S., 2007. *Folhas de apoio à disciplina de Matemática Aplicada à Engenharia Civil*.
- Ozcelik, O., 2008. A mechanics-based virtual model of NEES-UCSD shake table: theoretical development and experimental validation. UC, San Diego.
- Ozcelik, O., Luco, J.E., Conte, J.P., 2008. Identification of the Mechanical Subsystem of the NEES-UCSD Shake Table by a Least-Squares Approach. *J. Eng. Mech.* 134, 23–34.
- Ozcelik, O., Luco, J.E., Conte, J.P., Trombetti, T.L., Restrepo, J.I., 2008. Experimental characterization, modeling and identification of the NEES-UCSD shake table mechanical system. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.* 37, 243–264.
- Prevosto, M., 1982. *Algoritmes d'Identification des Caractéristiques Vibratoires de Structures Mécaniques Complexes*. Université de Rennes I, France.
- Priestley, M., 1969. *Structural Behaviour of Buildings from Dynamic Measurements under Ambient Excitation*. Lisbon, Portugal.
- Priestley, M.J.N., Calvi, G.M., Kowalsky, M.J., 2007. *Displacement based seismic design of*

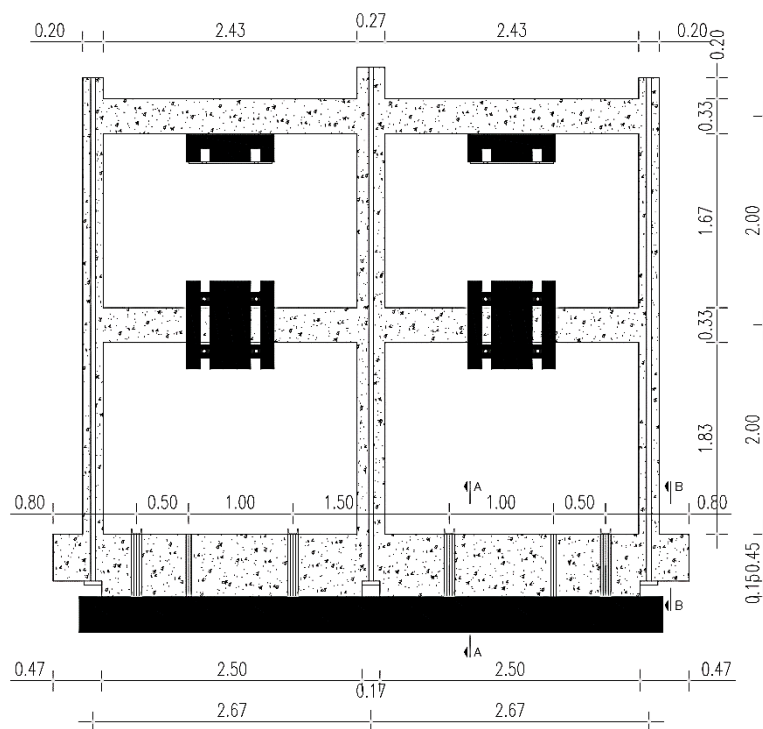
- structures, *Earthquake Engineering Structural Dynamics*. IUSS Press, Pavia, Itália. doi:10.1016/S0141-0296(98)00092-3
- Proença, J.M., Azevedo, J., 1999. *Folhas de Apoio à cadeira de Dinâmica de Estruturas: Identificação Dinâmica de Sistemas Estruturais*. Lisboa.
- Rainieri, C., Fabbrocino, G., 2014. *Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures*. Springer New York, New York, NY. doi:10.1007/978-1-4939-0767-0
- Williams, M.S., Blakeborough, a., 2001. Laboratory testing of structures under dynamic loads: an introductory review. *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.* 359, 1651–1669. doi:10.1098/rsta.2001.0860



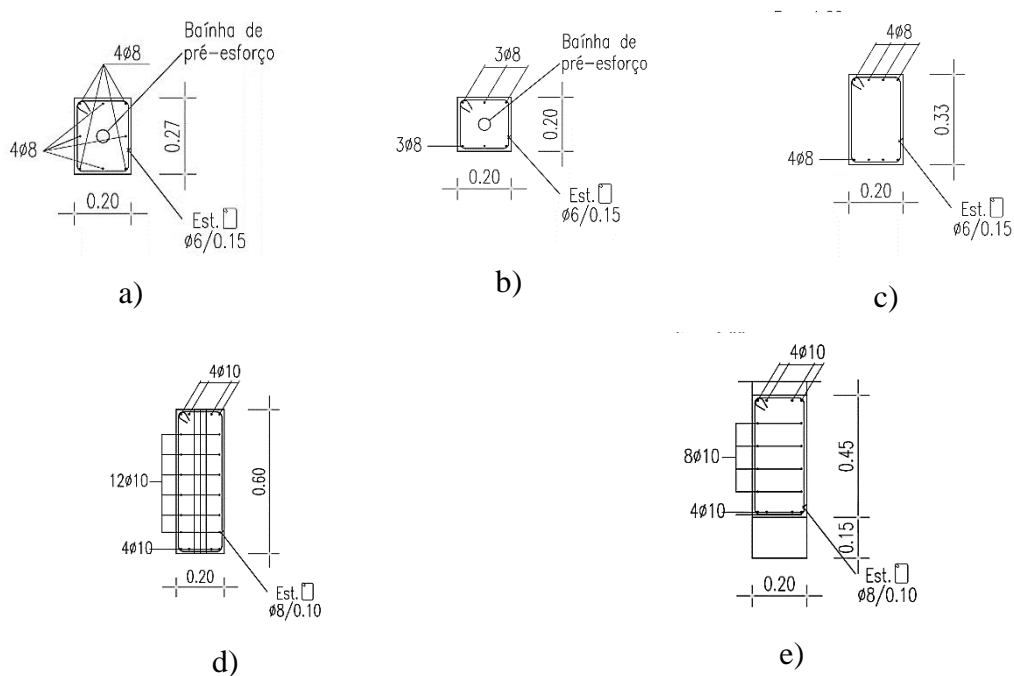
# **ANEXO A**

Peças desenhadas do pórtico em betão armado  
mais a estrutura metálica auxiliar

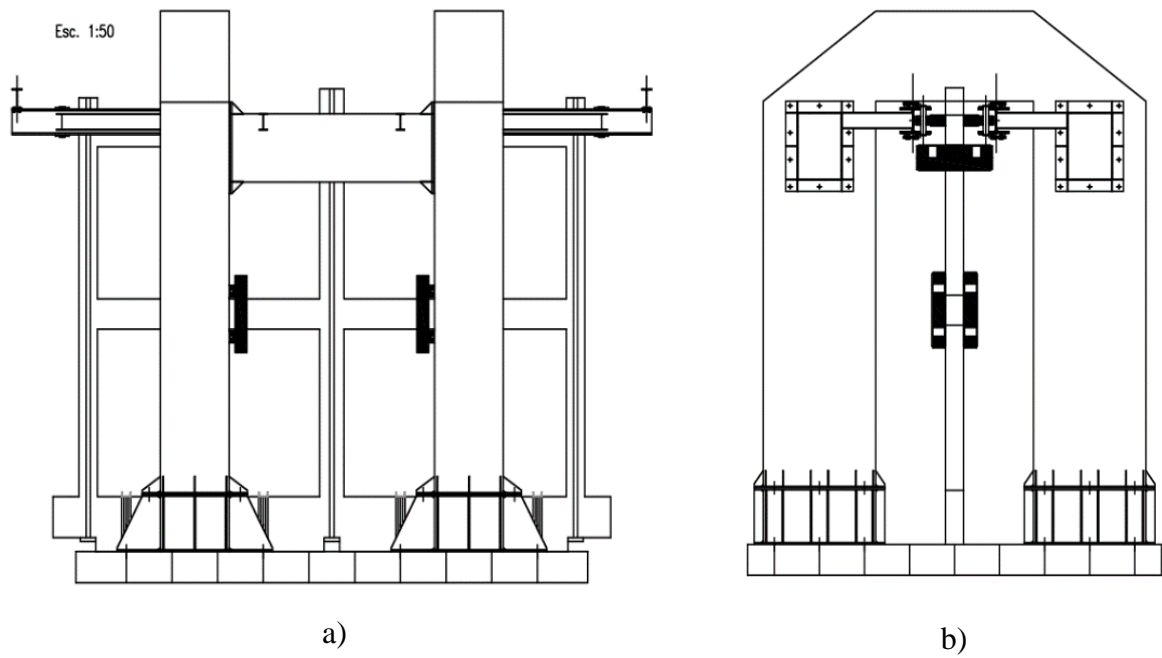




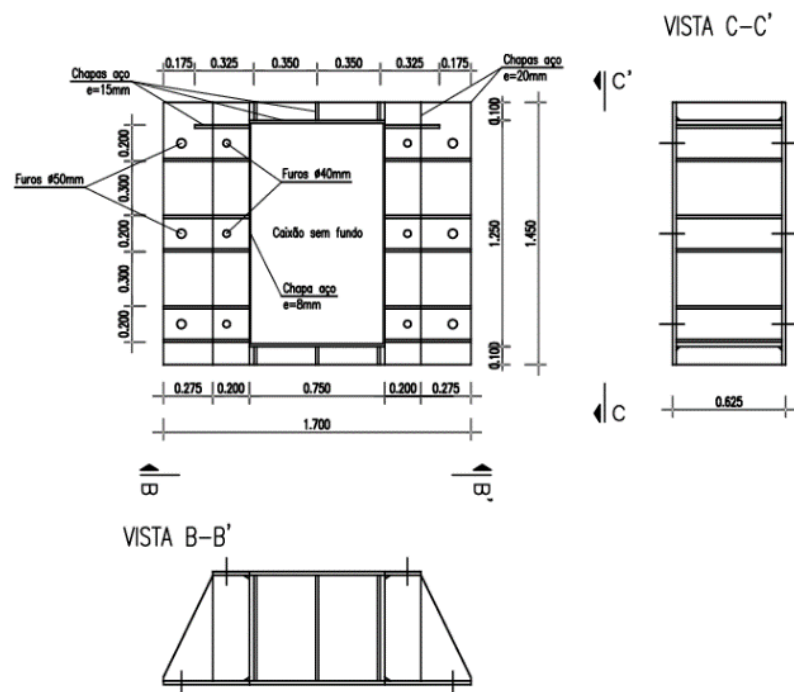
**Figura A.1** - Corte longitudinal do pórtico com as suas dimensões.



**Figura A.2** - Seções transversais dos pilares e vigas; a) Pilares Centrais; b) Pilares Laterais; c) Vigas; d) Viga de Fundação corte A-A; e) Viga de Fundação corte B-B.



**Figura A.3** - Estrutura metálica auxiliar de guiamento do pórtico; a) Alçado transversal; b) Alçado longitudinal.

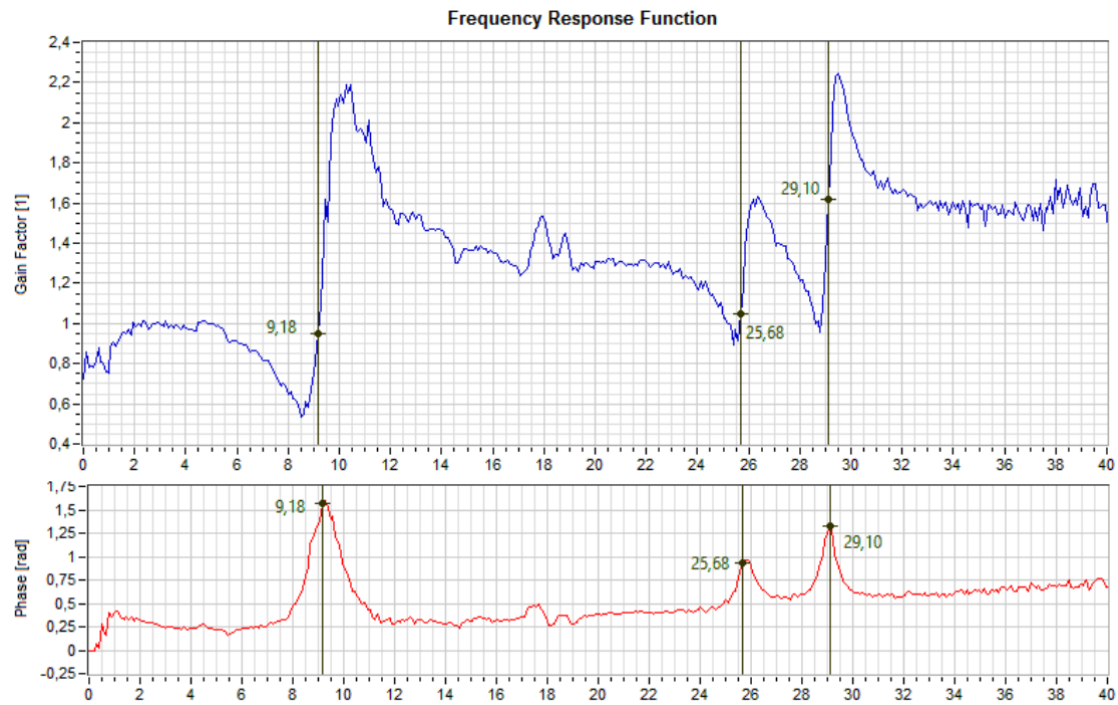


**Figura A.4** - Pormenorização das sapatas de fundação para a estrutura metálica auxiliar.

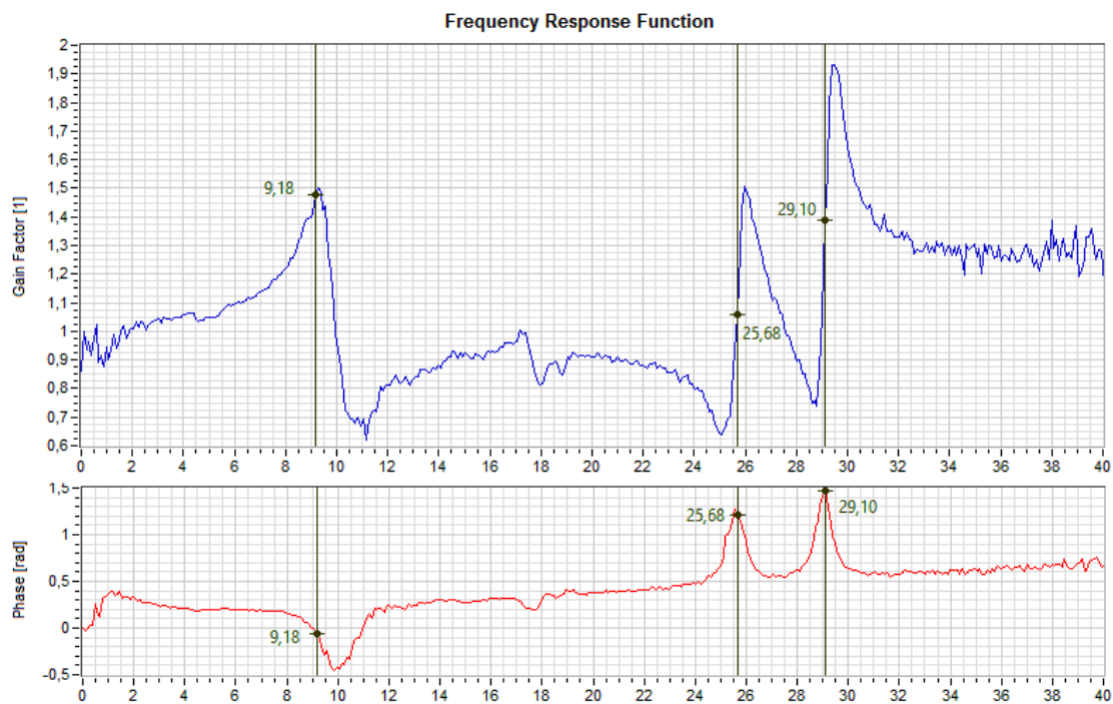
# **ANEXO B**

Funções de resposta em frequência e configurações modais da plataforma sísmica



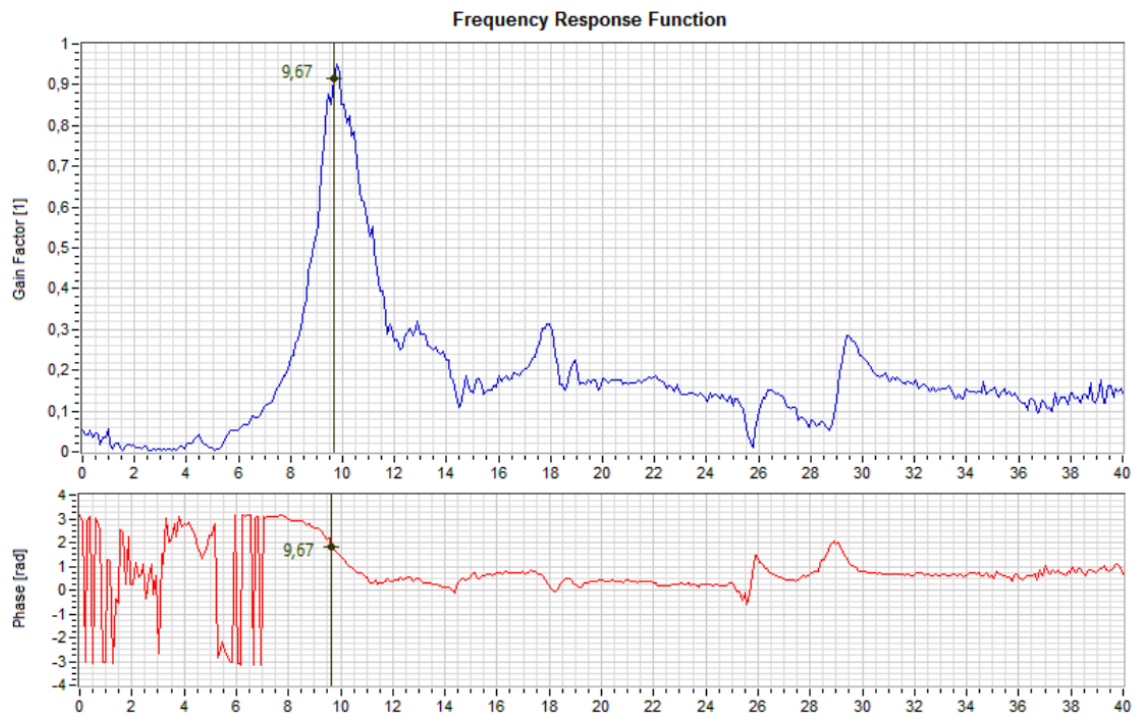


**Figura B. 1** - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC T NE).

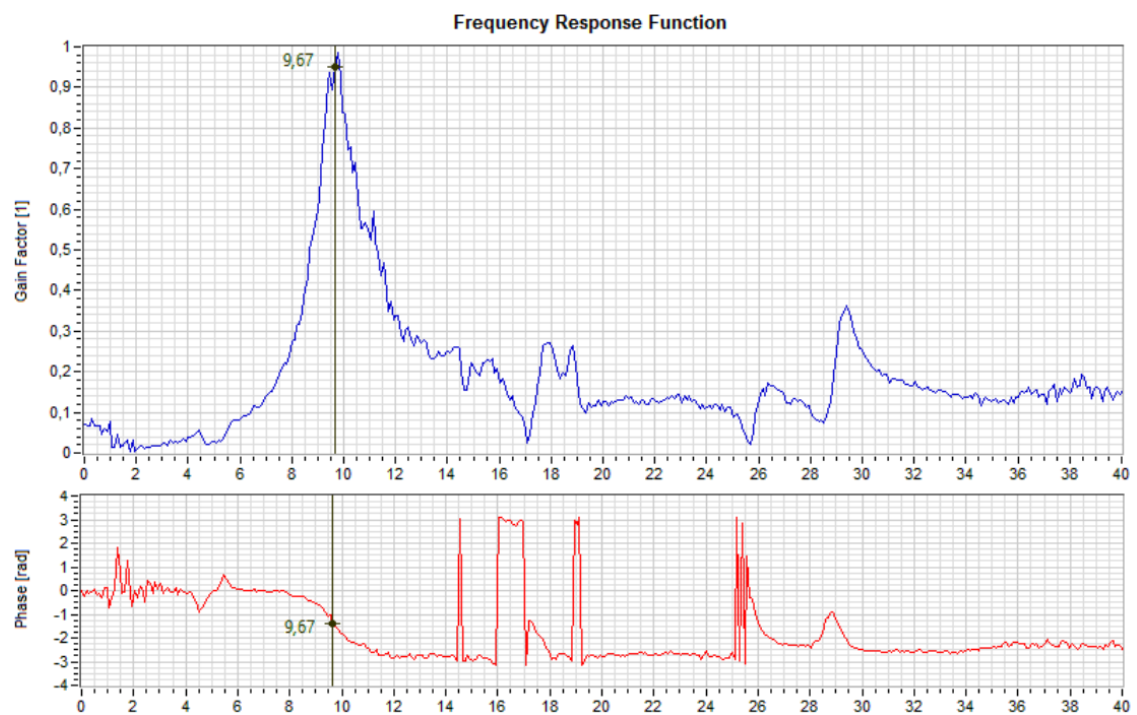


**Figura B. 2** - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC T SE).

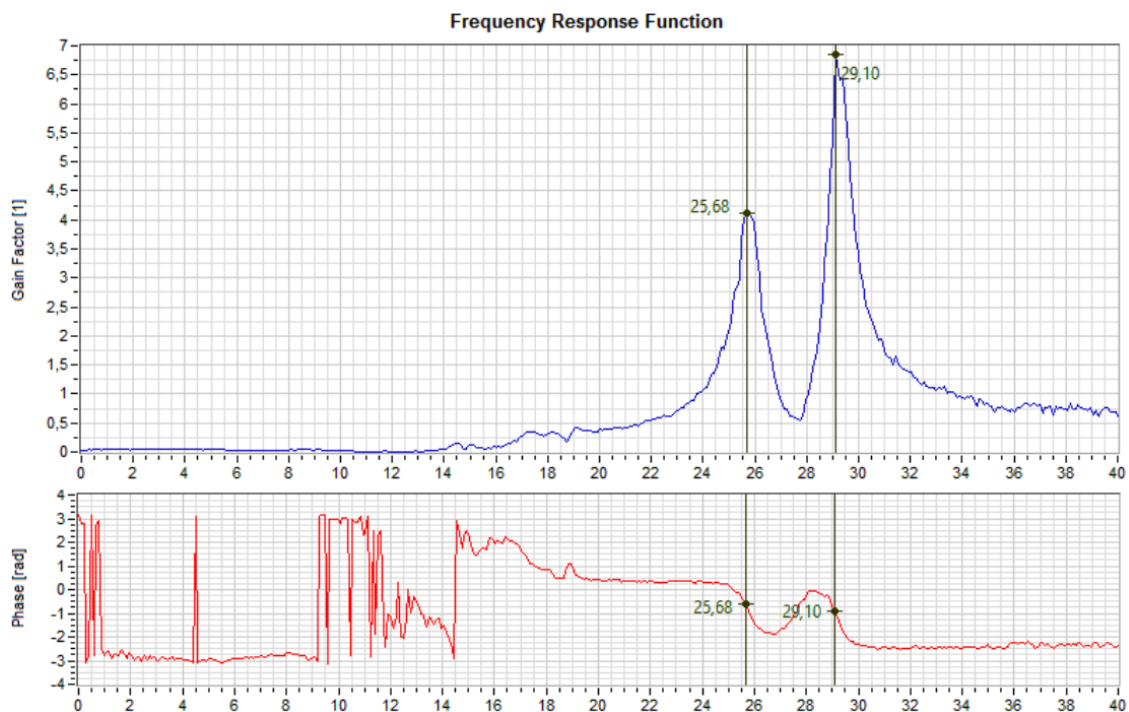
## Análise do Comportamento Dinâmico de uma Plataforma Sísmica e de um Pórtico em Betão Armado e a sua Evolução com o Dano Acumulado



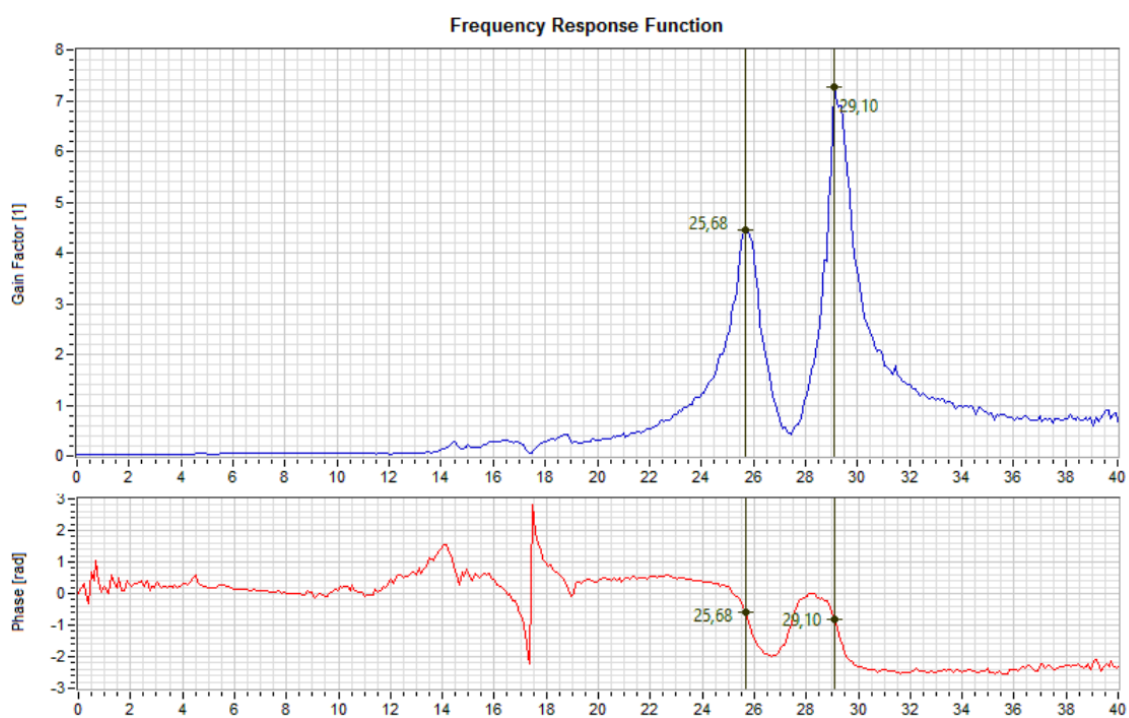
**Figura B. 3** - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC L SE).



**Figura B. 4** - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC T SW).



**Figura B. 5** - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC V NE).



**Figura B. 6** - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC V SE).

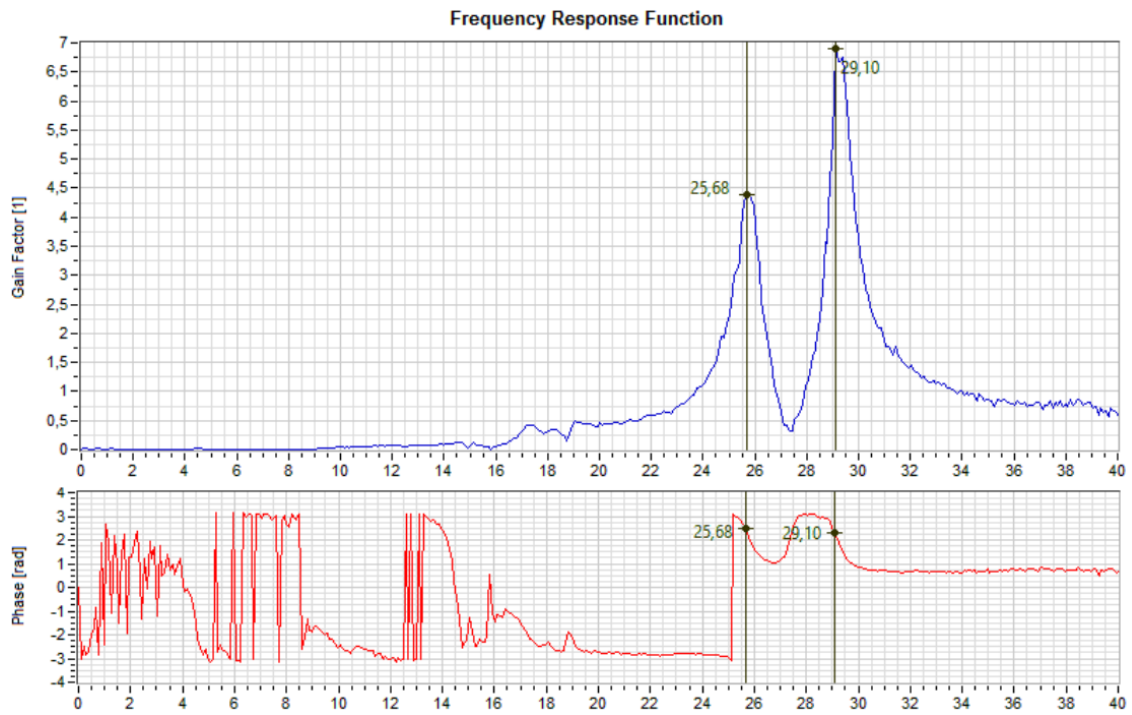


Figura B. 7 - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal transversal (Input Channel:ACC MESA TRANS; Output Channel: ACC V SW).

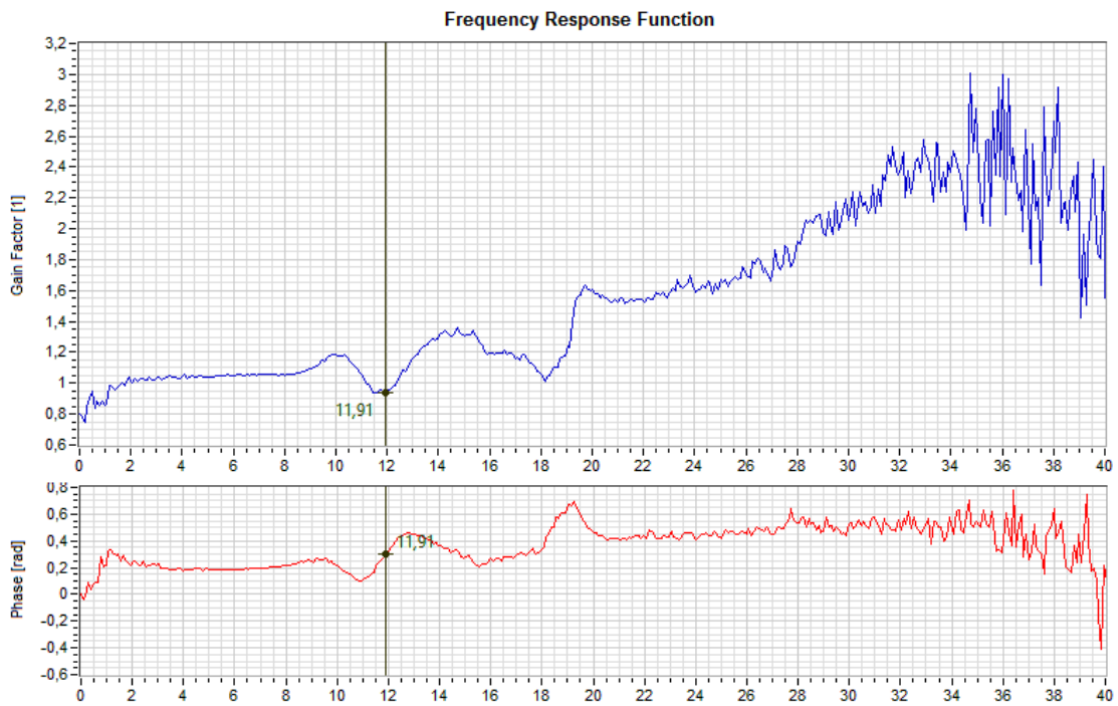
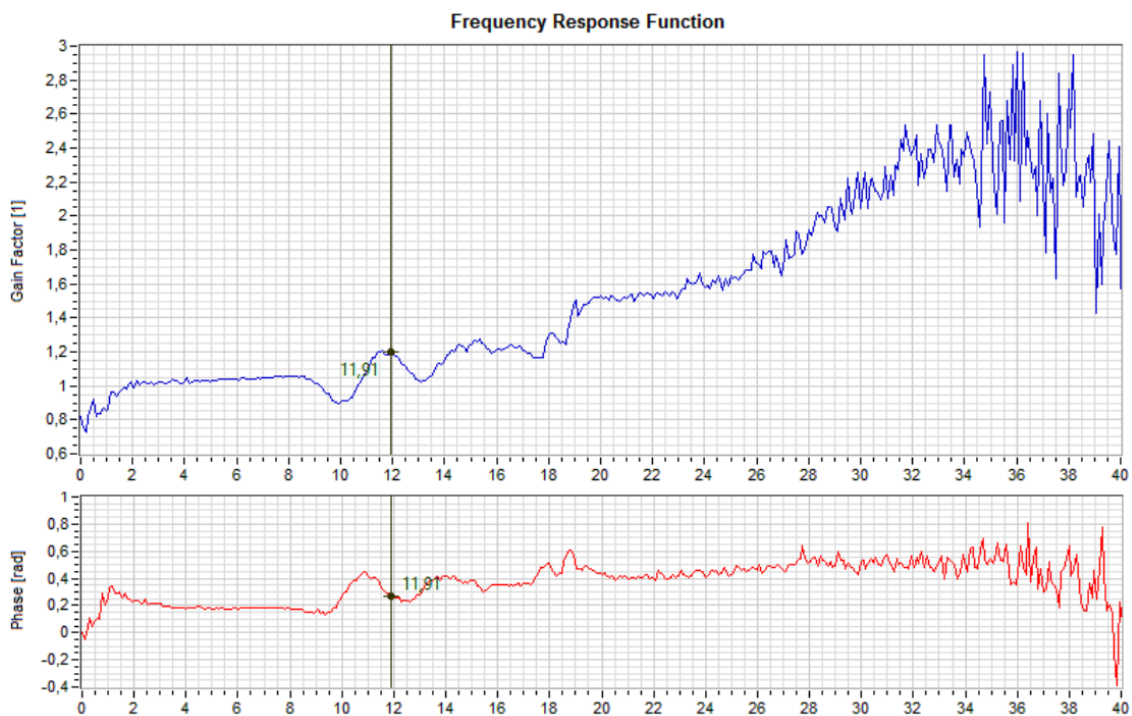
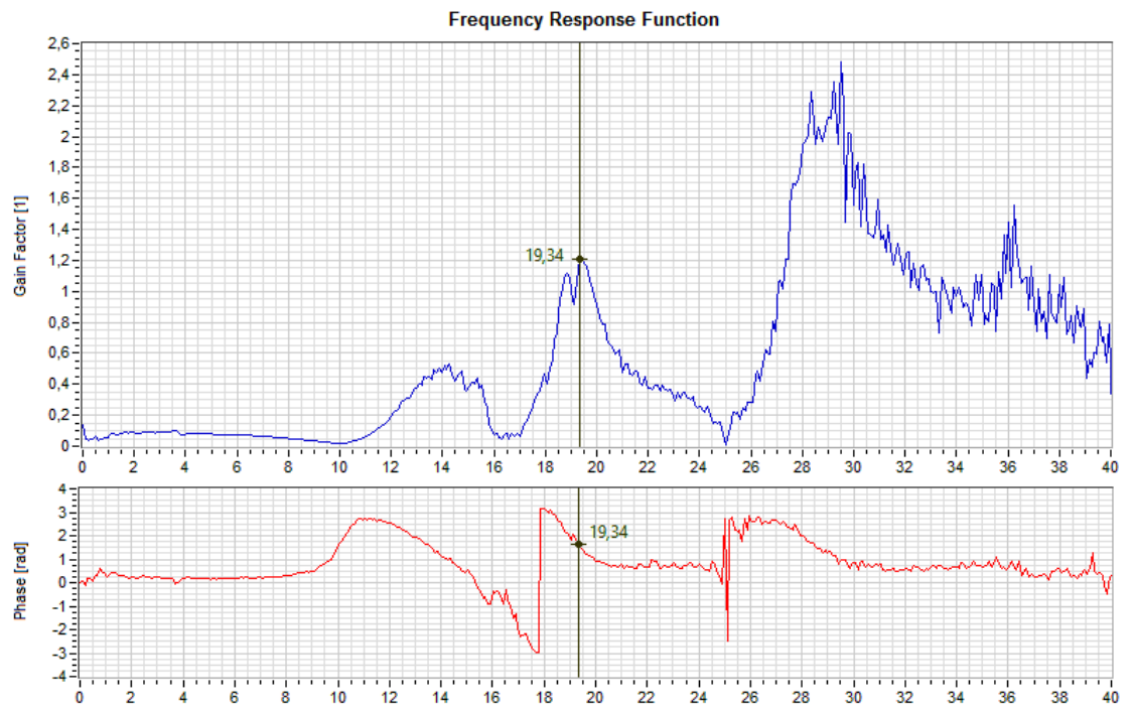


Figura B. 8 - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC L SE).



**Figura B. 9** - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC L SW).



**Figura B. 10** - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC V NE).

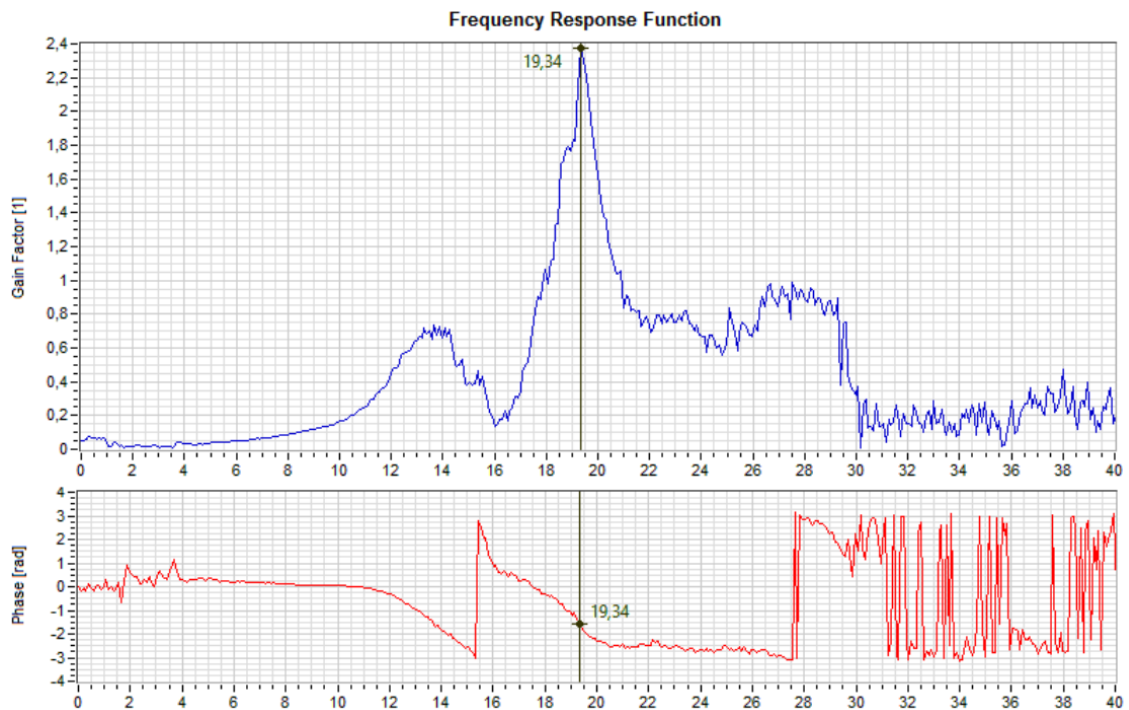


Figura B. 11 - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC V SE).

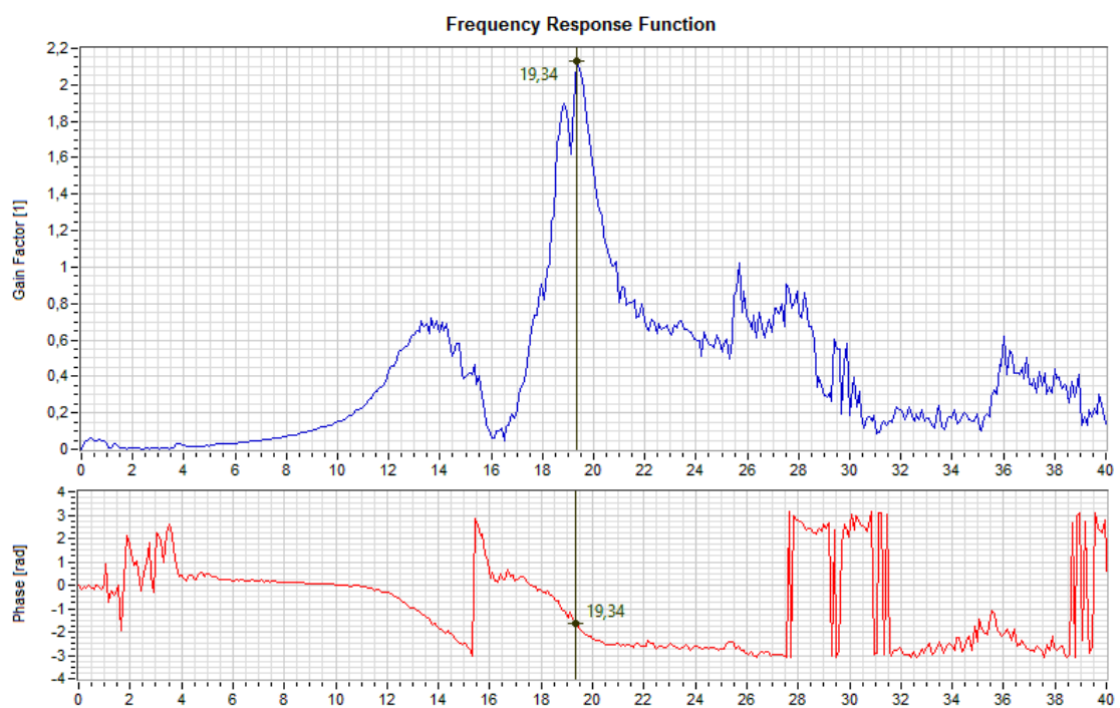
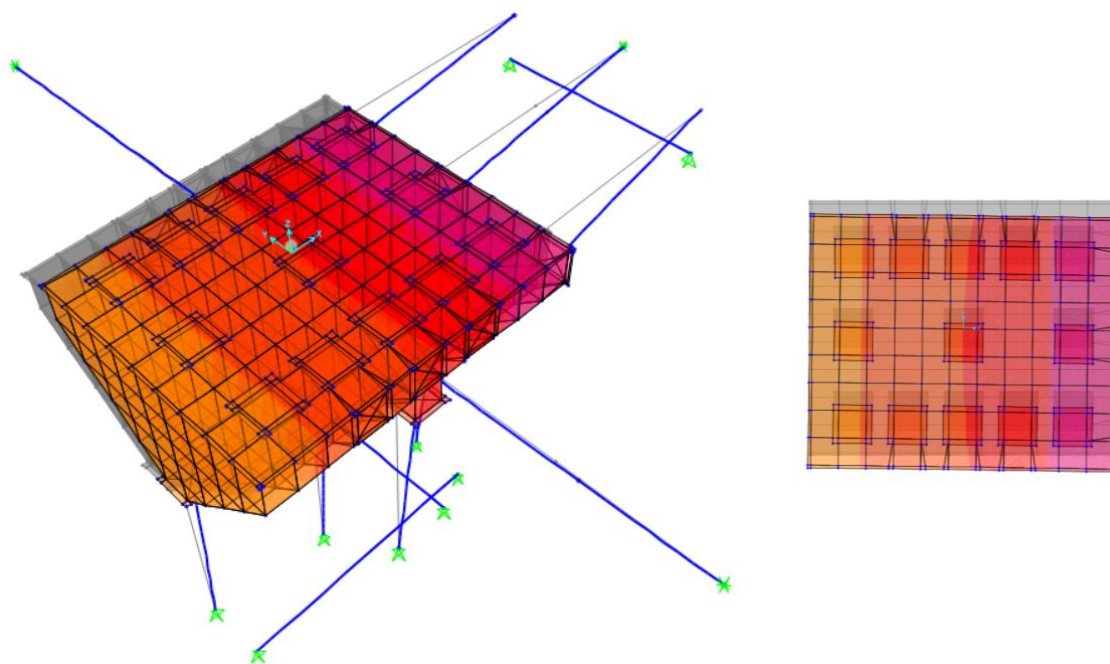
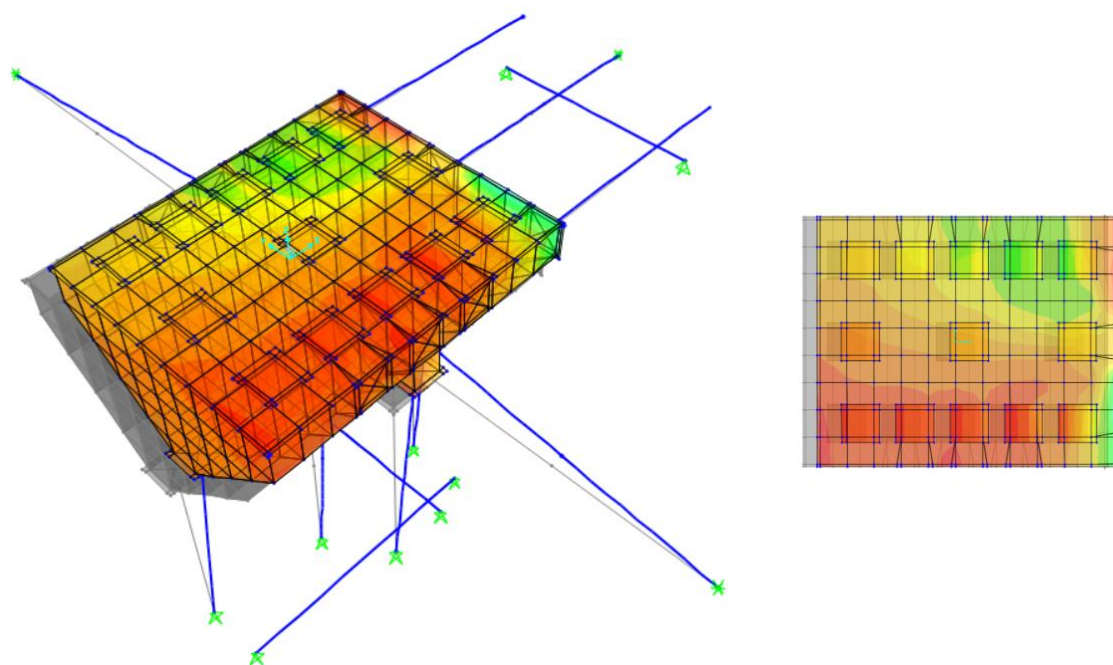


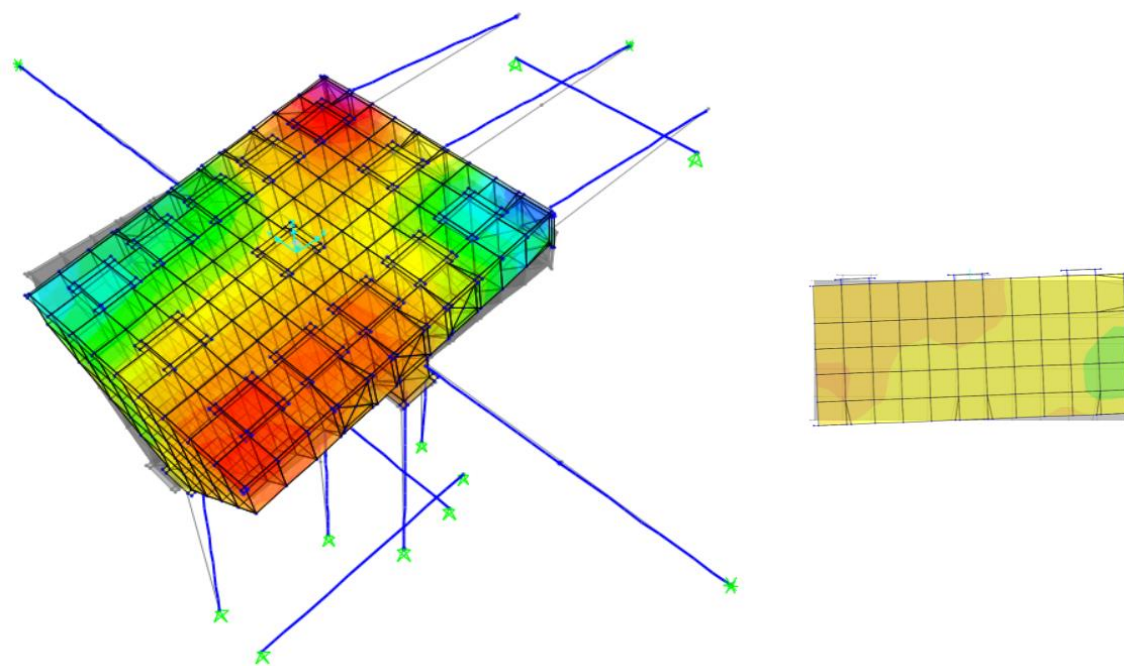
Figura B. 12 - Gráfico da FRF e fase quando imposto um sinal longitudinal (Input Channel:ACC MESA LONG; Output Channel: ACC V SW).



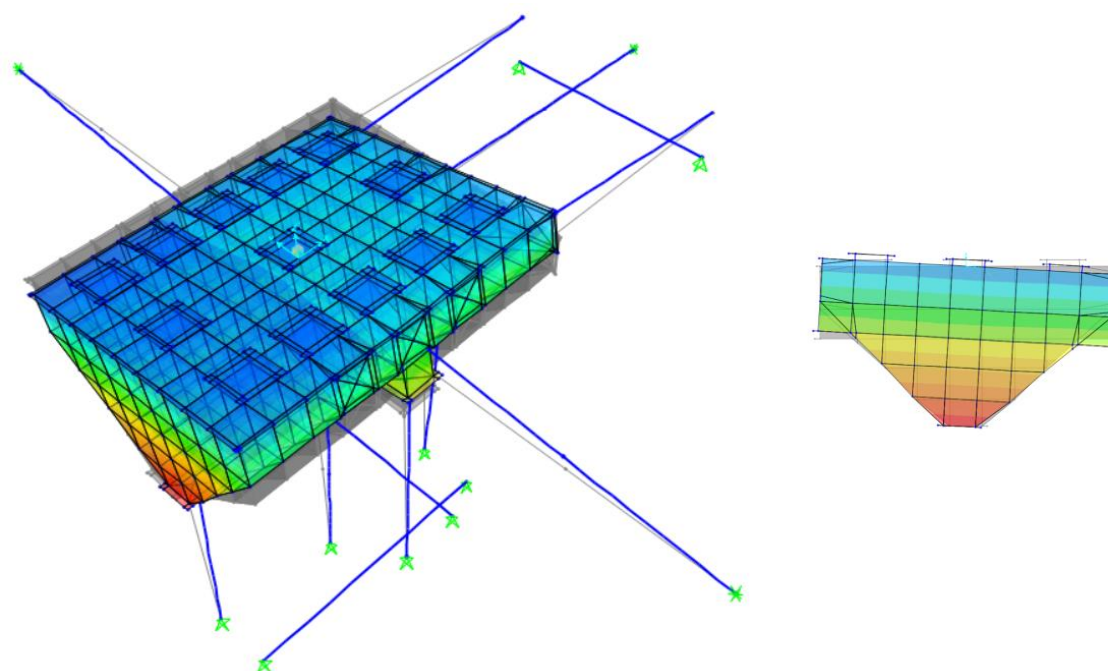
**Figura B. 13** - Modo transversal com componente de rotação em torno do eixo vertical ( $f=8,841\text{Hz}$ ).



**Figura B. 14** - Modo Longitudinal ( $f=11,245\text{Hz}$ ).



**Figura B. 15** - Modo de torção em torno do eixo transversal (Pitch) ( $f=19,752\text{Hz}$ ).



**Figura B. 16** - Modo de torção em torno do eixo longitudinal (Roll) ( $23,038\text{Hz}$ ).

# ANEXO C

Funções de resposta em frequência e configurações modais da plataforma sísmica, pórtico de betão armado e estrutura metálica auxiliar





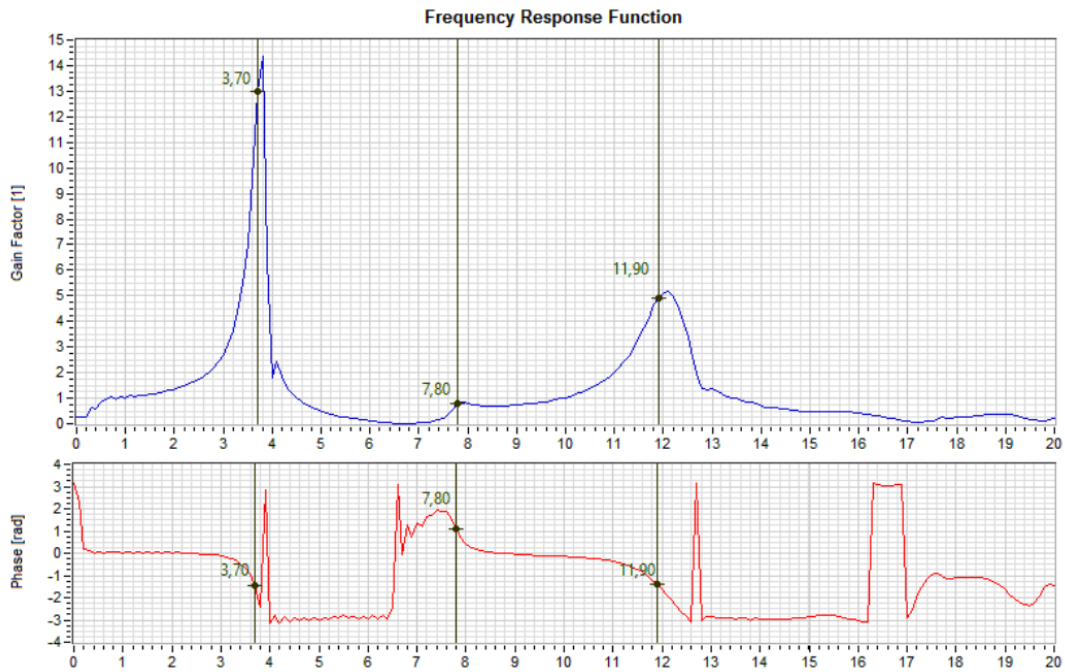


Figura C. 1 - Gráficos da FRF e fase relativos à 1ª caracterização (CAT00).

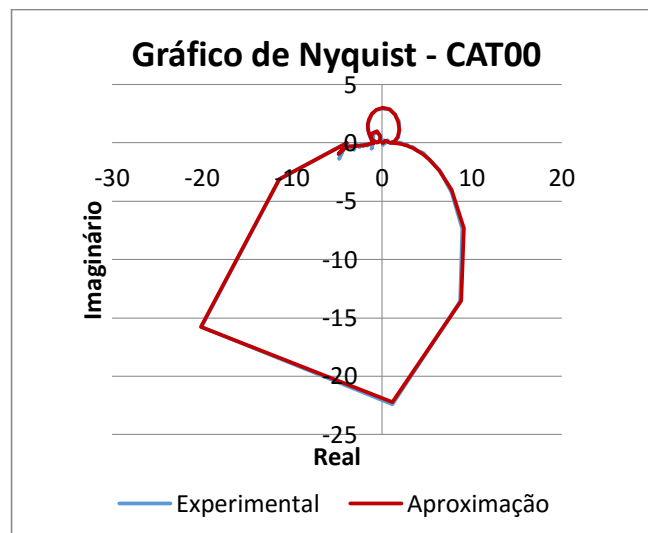
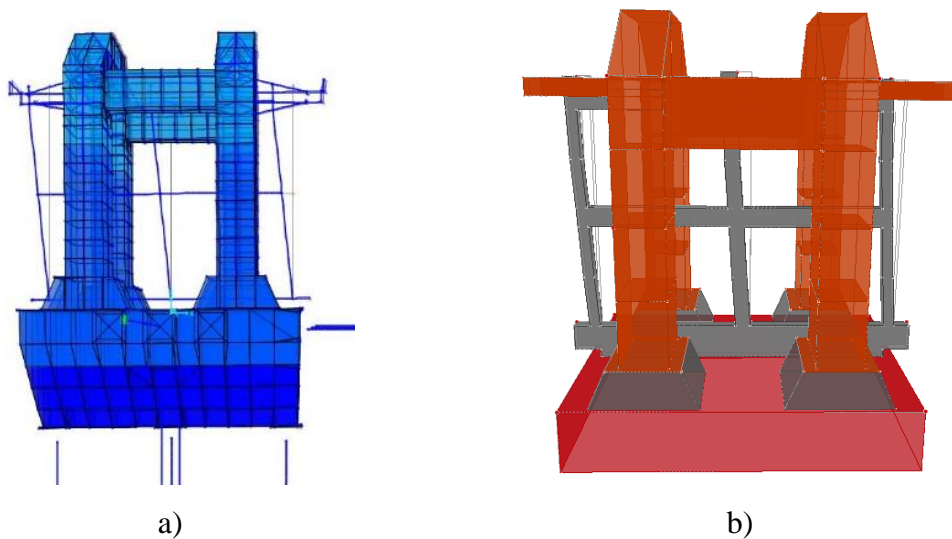


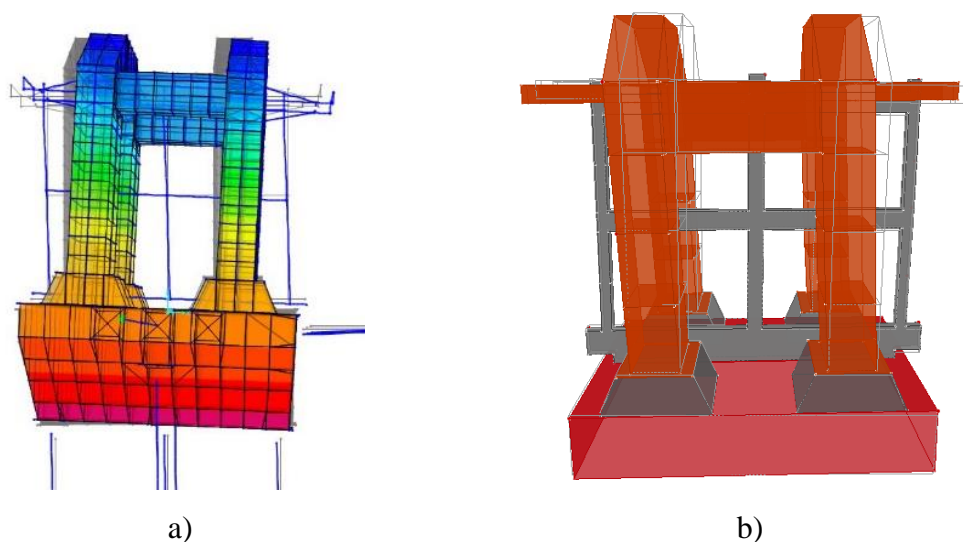
Figura C. 2 - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 1ª caracterização (CAT00).

Tabela C. 1 - Valores dos principais modos para a 1ª caracterização dos modelos numéricos.

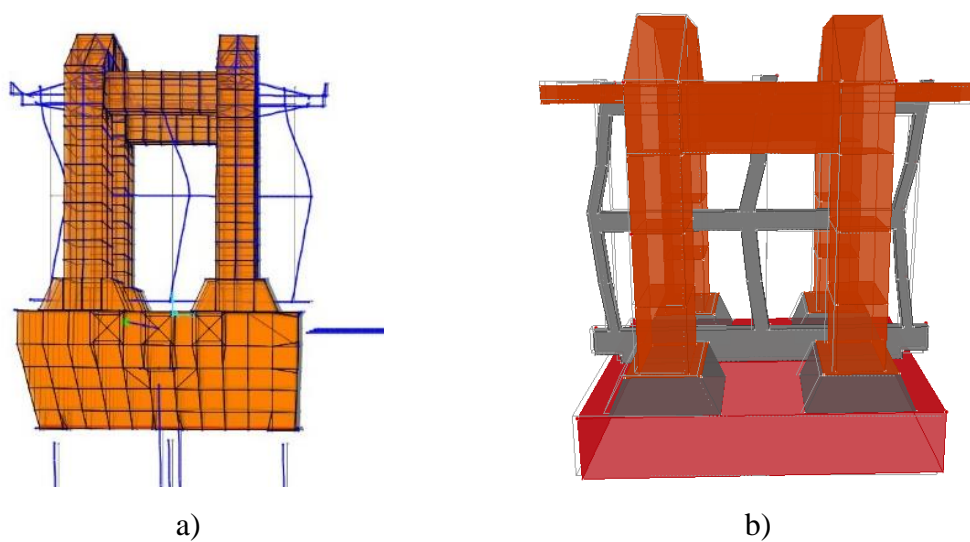
Caracterização 00		
	Modelo Numérico (SAP2000)	Método de decomposição no domínio da frequência melhorada (EFFD)
Modo	Frequência Própria [Hz]	
1º	3,788	3,802
2º	7,869	7,804
3º	12,310	12,506



**Figura C. 3** - 1º Modo de vibração para a 1ª caracterização; a) Modelo SAP200; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 4** - 2º Modo de vibração para a 1ª caracterização; a) Modelo SAP200; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 5** - 3º Modo de vibração para a 1ª caracterização; a) Modelo SAP200; b) Modelo EFFD.

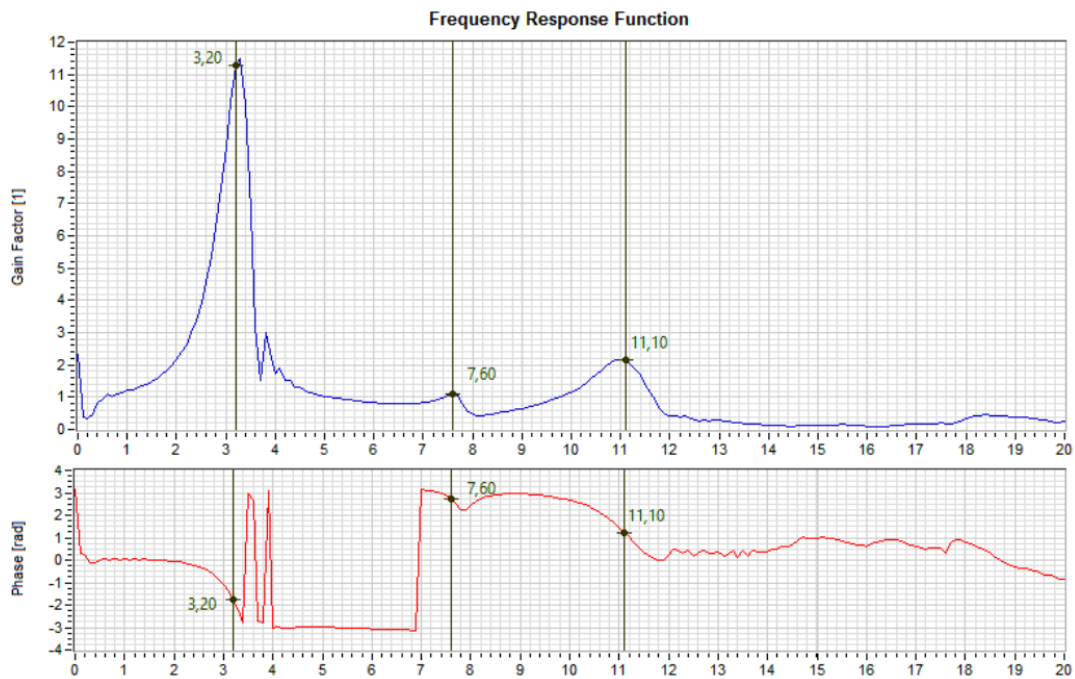


Figura C. 6 - Gráficos da FRF e fase relativos à 2ª caracterização (CAT01).

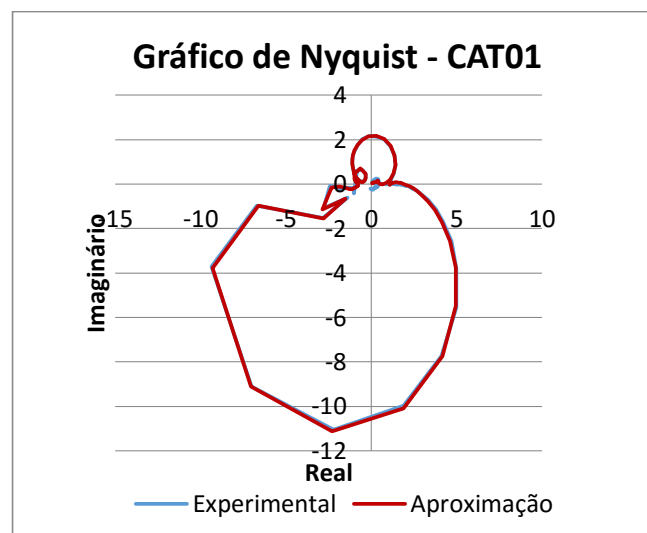
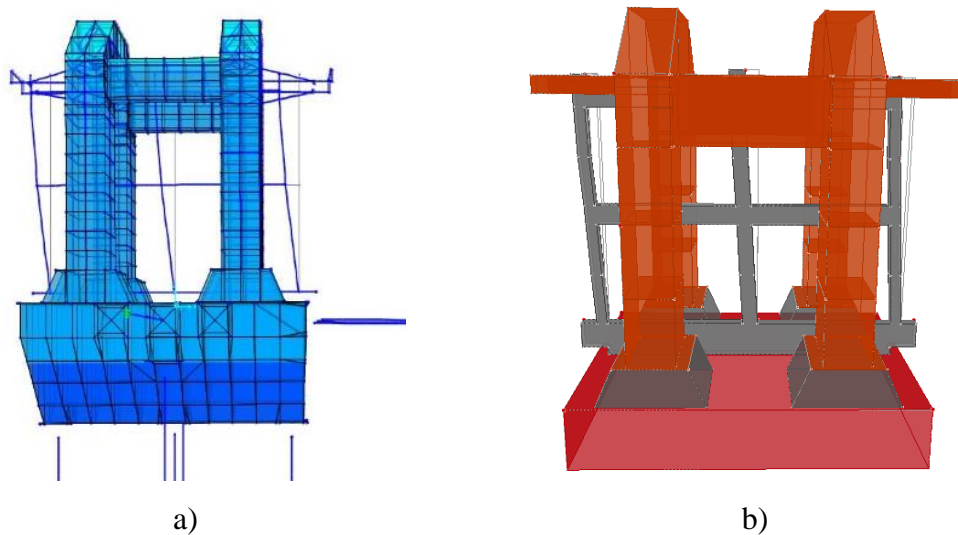


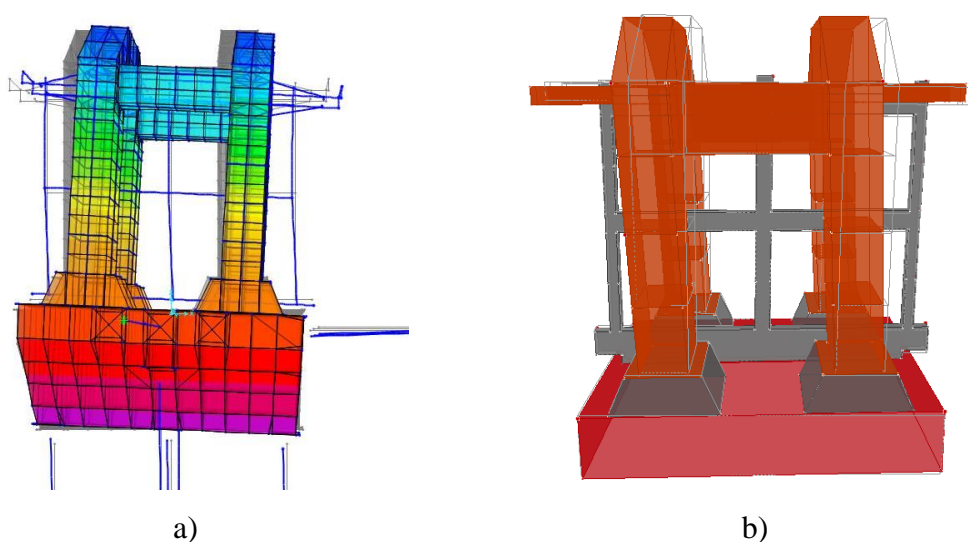
Figura C. 7 - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 2ª caracterização (CAT01).

Tabela C. 2 - Valores dos principais modos para a 2ª caracterização dos modelos numéricos.

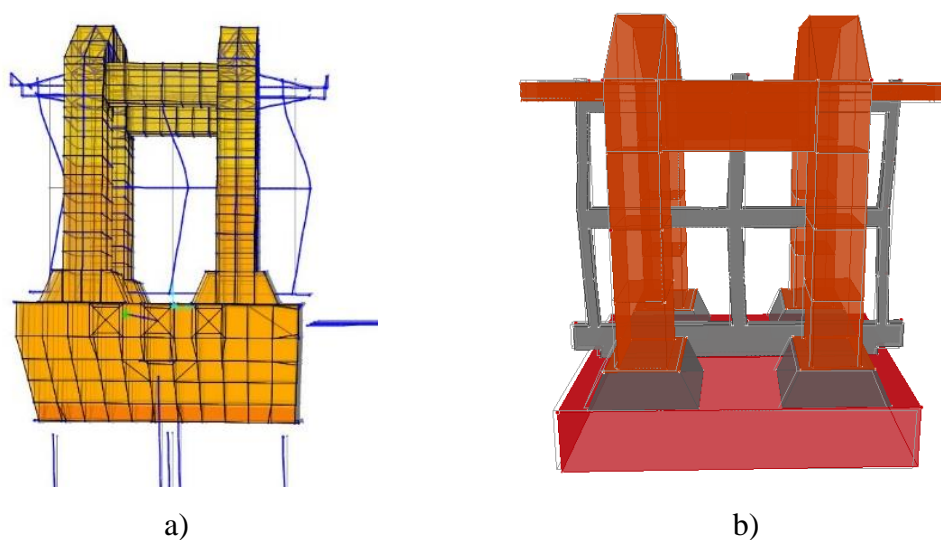
Caracterização 01		
	Modelo Numérico (SAP2000)	Método de decomposição no domínio da frequência melhorada (EFFD)
Modo	Frequência Própria [Hz]	
1º	3,386	3,302
2º	7,768	7,704
3º	12,176	11,006



**Figura C. 8** - 1º Modo de vibração para a 2ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 9** - 2º Modo de vibração para a 2ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 10** - 3º Modo de vibração para a 2ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.

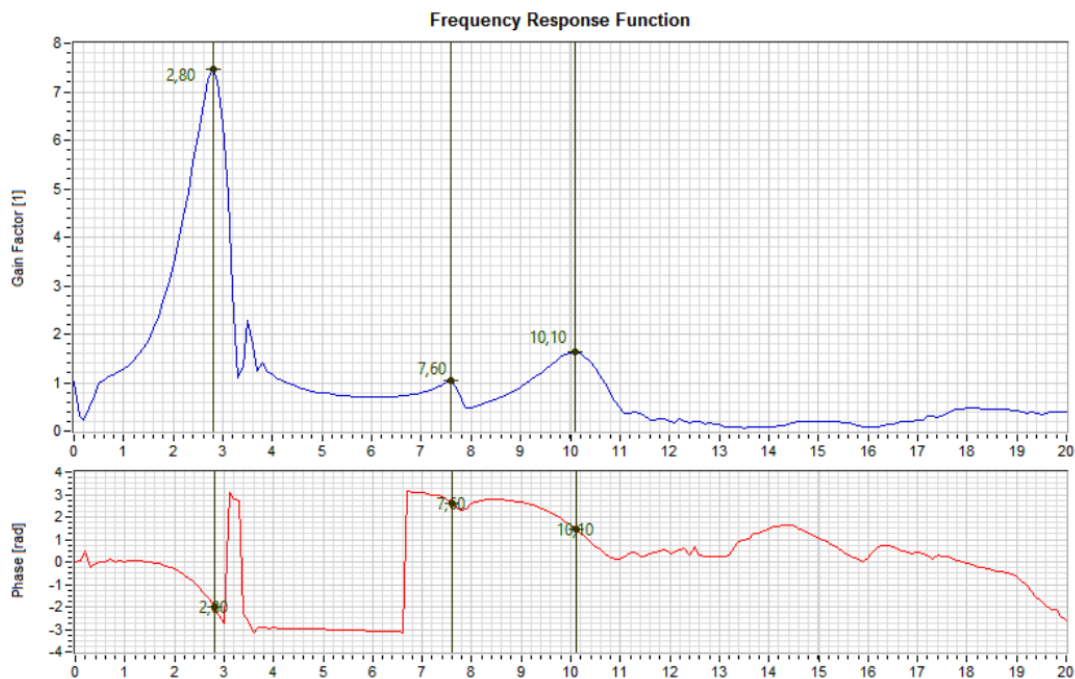


Figura C. 11 - Gráficos da FRF e fase relativos à 3ª caracterização (CAT02).

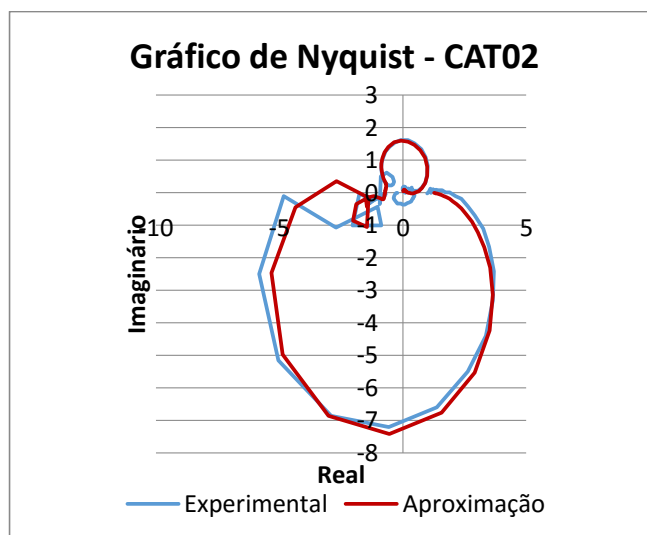
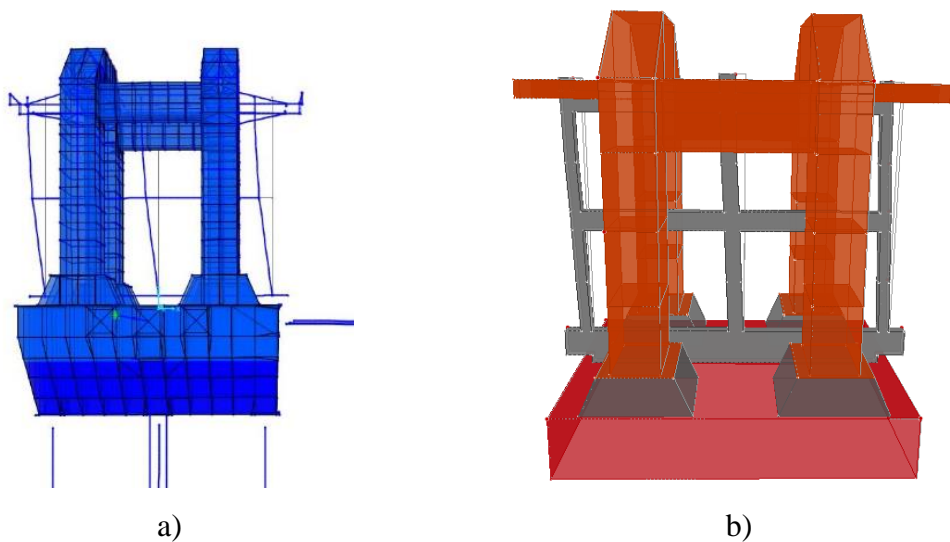


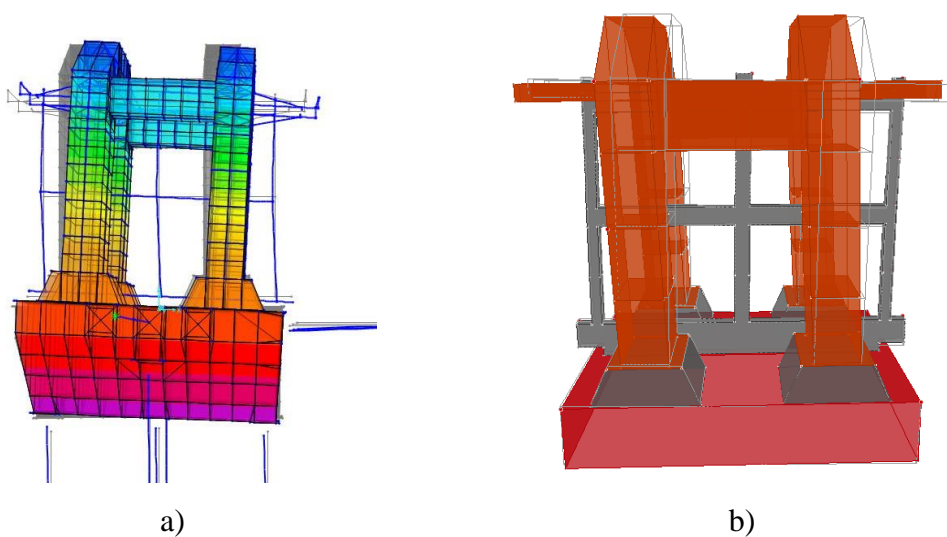
Figura C. 12 - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 3ª caracterização (CAT02).

Tabela C. 3 - Valores dos principais modos para a 3ª caracterização dos modelos numéricos.

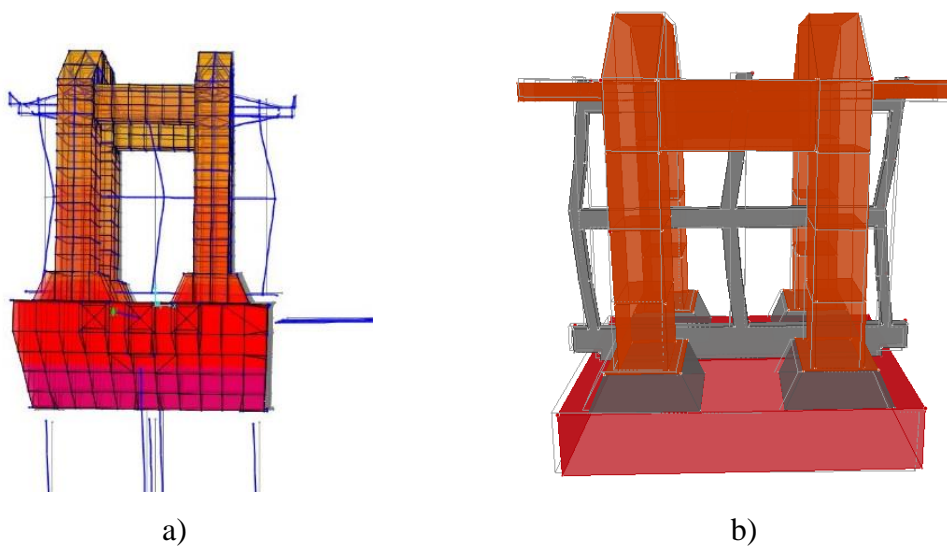
Caracterização 02		
	Modelo Numérico (SAP2000)	Método de decomposição no domínio da frequência melhorada (EFFD)
Modo	Frequência Própria [Hz]	
1º	2,810	2,801
2º	7,651	7,704
3º	11,691	10,405



**Figura C. 13** - 1º Modo de vibração para a 3ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 14** - 2º Modo de vibração para a 3ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 15** - 3º Modo de vibração para a 3ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.

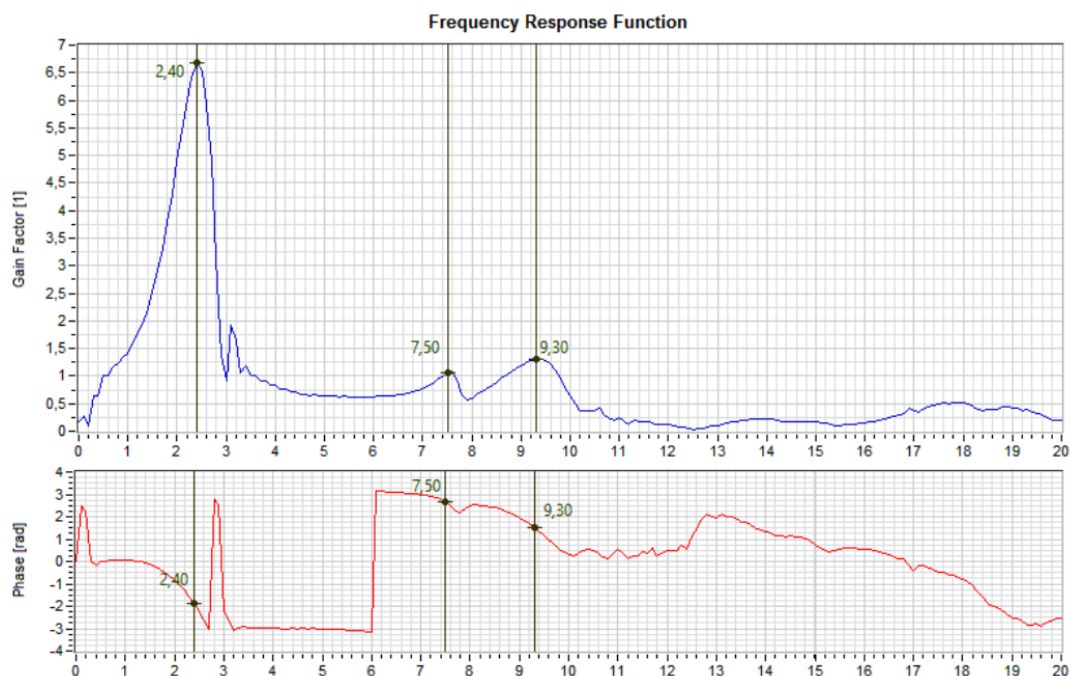


Figura C. 16 - Gráficos da FRF e fase relativos à 4ª caracterização (CAT03).

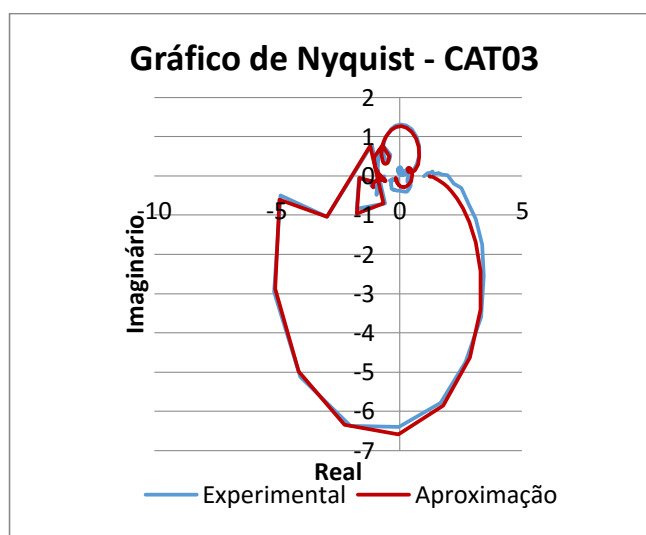
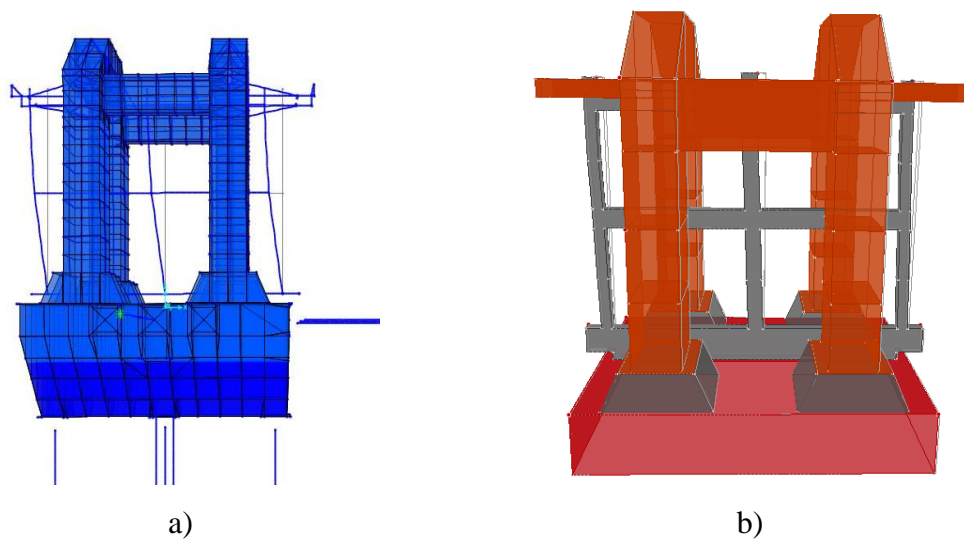


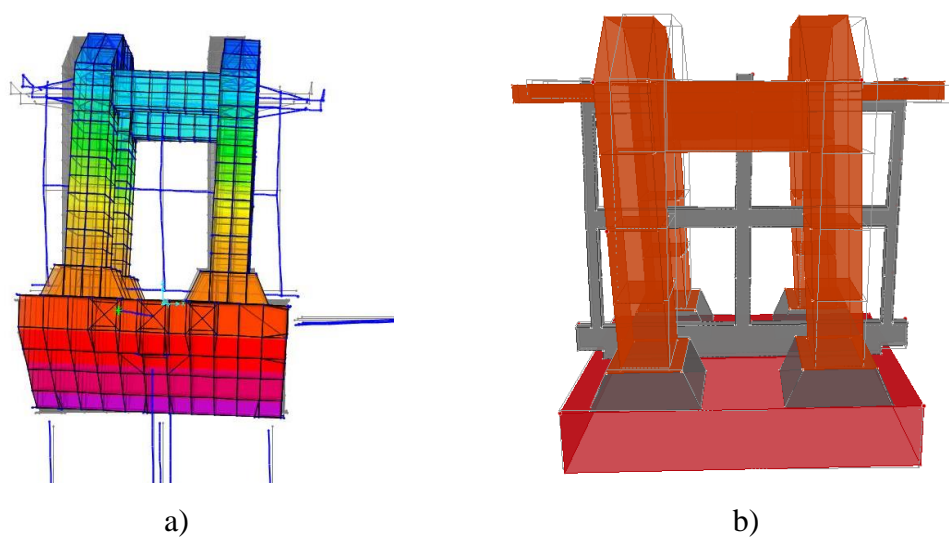
Figura C. 17 - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 4ª caracterização (CAT03).

Tabela C. 4 - Valores dos principais modos para a 4ª caracterização dos modelos numéricos.

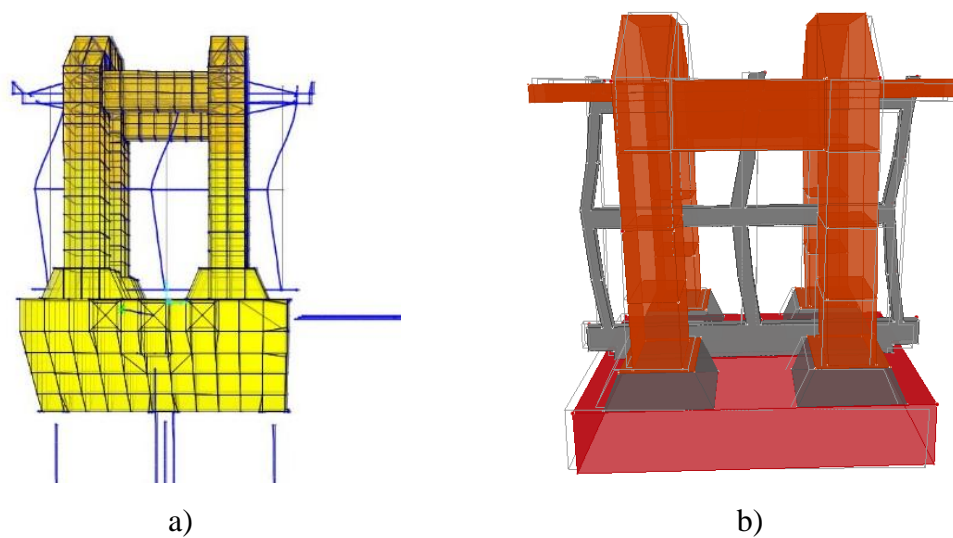
Caracterização 03		
	Modelo Numérico (SAP2000)	Método de decomposição no domínio da frequência melhorada (EFFD)
Modo	Frequência Própria [Hz]	
1º	2,533	2,401
2º	7,605	7,704
3º	10,492	9,705



**Figura C. 18** - 1º Modo de vibração para a 4ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 19** - 2º Modo de vibração para a 4ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 20** - 3º Modo de vibração para a 4ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.

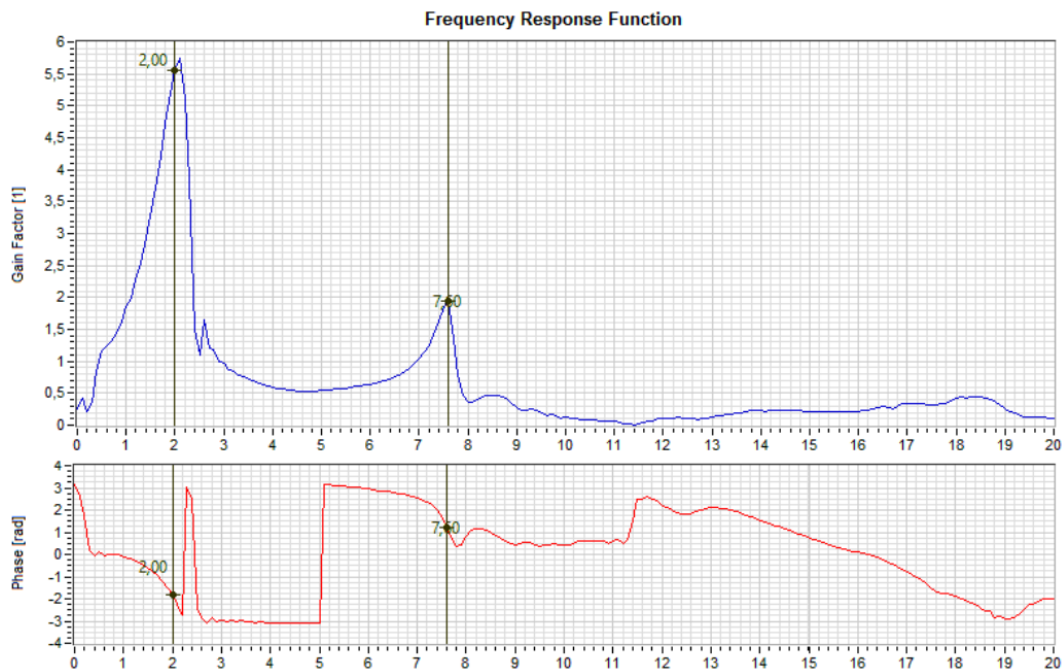


Figura C. 21 - Gráficos da FRF e fase relativos à 5ª caracterização (CAT04).

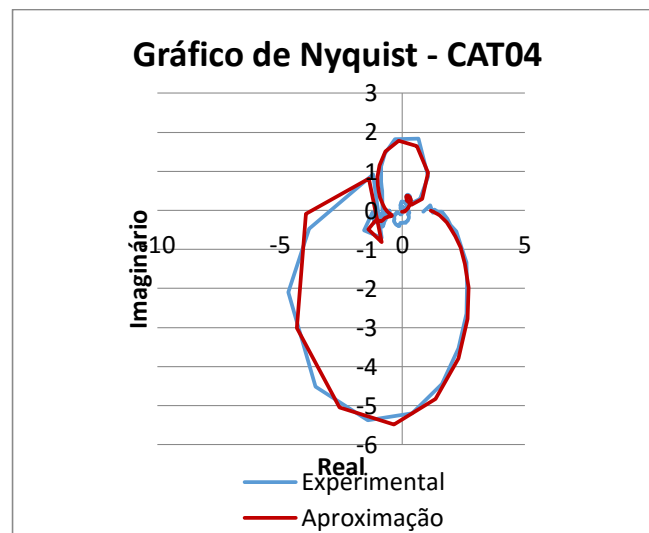
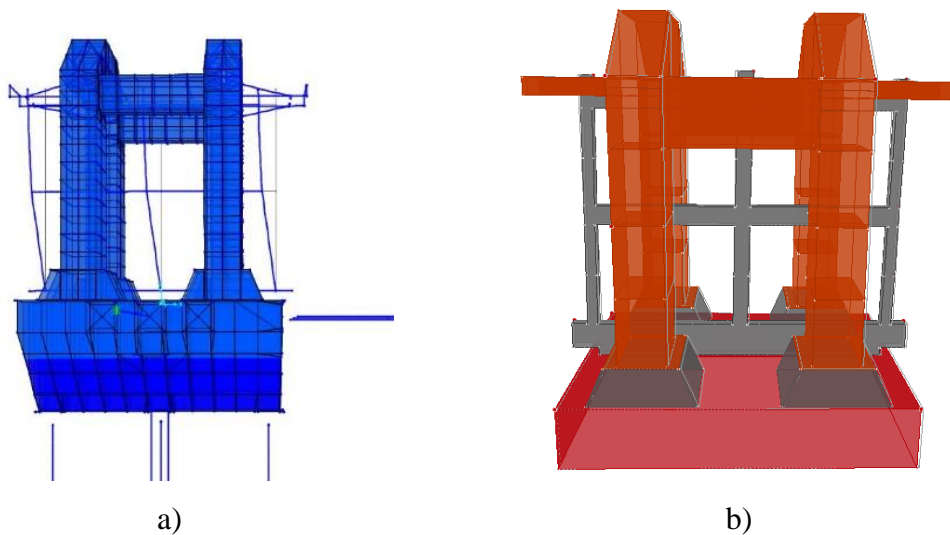


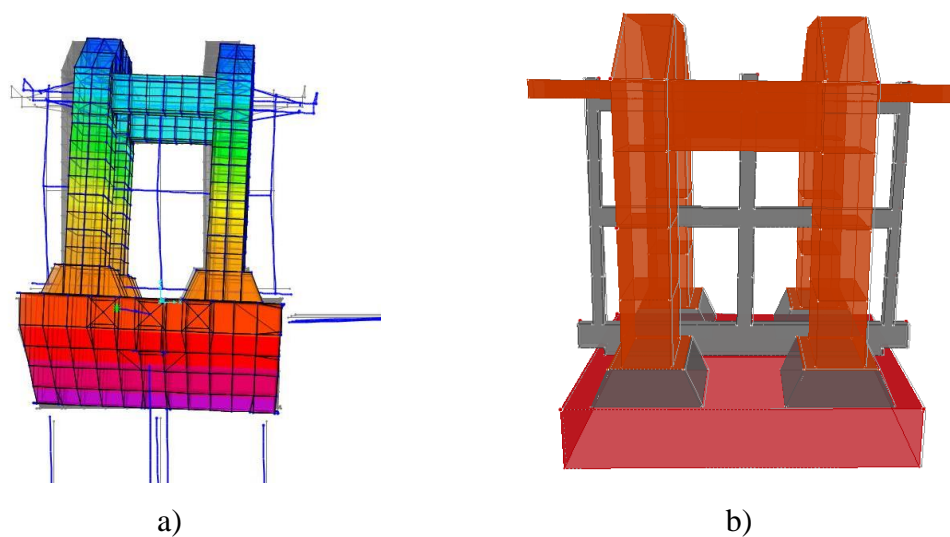
Figura C. 22 - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 5ª caracterização (CAT04).

Tabela C. 5 - Valores dos principais modos para a 5ª caracterização dos modelos numéricos.

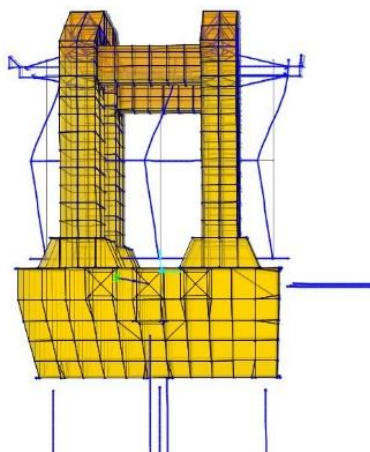
Caracterização 04		
	Modelo Numérico (SAP2000)	Método de decomposição no domínio da frequência melhorada (EFFD)
Modo	Frequência Própria [Hz]	
1º	2,118	2,101
2º	7,543	7,704
3º	9,850	-



**Figura C. 23** - 1º Modo de vibração para a 5ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 24** - 2º Modo de vibração para a 5ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.



**Figura C. 25** - 1º Modo de vibração para a 4ª caracterização; a) Modelo SAP2000; b) Modelo EFFD.

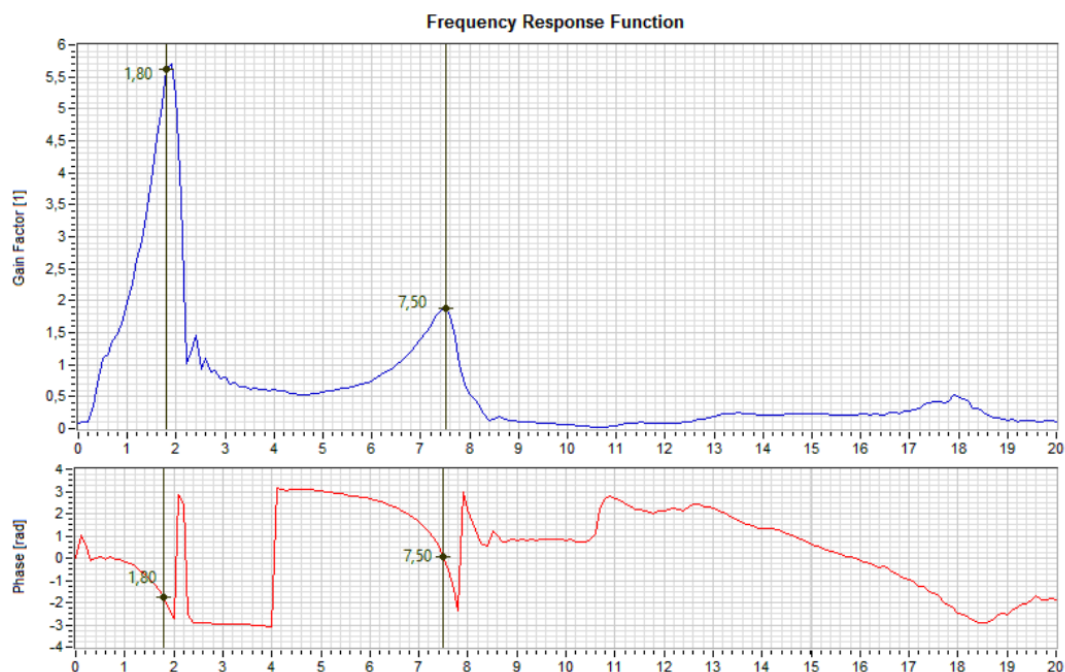


Figura C. 26 - Gráficos da FRF e fase relativos à 6ª caracterização (CAT05).

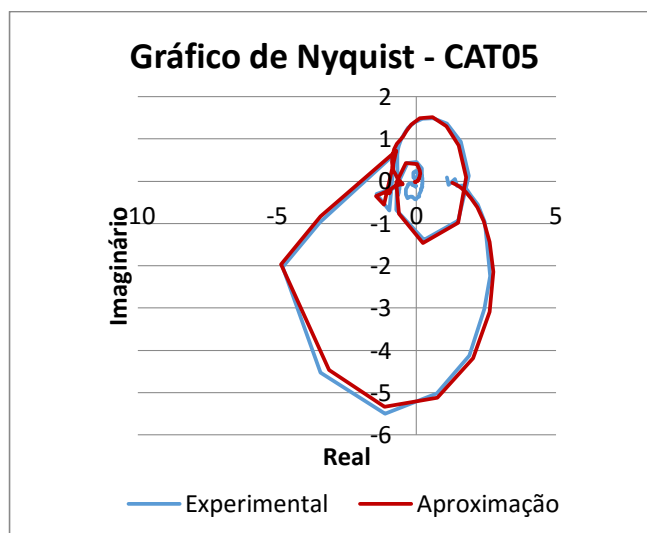


Figura C. 27 - Gráficos de Nyquist experimental vs. aproximação relativos à 6ª caracterização (CAT05).

Tabela C. 6 - Valores dos principais modos para a 6ª caracterização dos modelos numéricos.

Caracterização 05		
	Modelo Numérico (SAP2000)	Método de decomposição no domínio da frequência melhorada (EFFD)
Modo	Frequência Própria [Hz]	
1º	1,977	2,001
2º	7,522	7,704
3º	9,595	-





# ANEXO D

Matrizes utilizadas no cálculo analítico



## Matrizes de rigidez

Matriz Rigidez Global do sistema de controlo ativo

268525	0	0	0	-92641	0	0	0	0	0	0	0
0	171577	0	59194	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	85789	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	59194	0	20422	0	0	0	0	0	0	0	0
-92641	0	0	0	31961	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Matriz de Rigidez da plataforma sísmica

2925789	0	0	0	-1009397	0	0	0	0	0	-1195769	-1195769
0	171577	0	59194	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	5400316	0	0	0	1461495	1461495	-1461495	-1461495	0	0
0	59194	0	10649477	0	0	-2922990	2922990	0	0	0	0
-1009397	0	0	0	16956141	0	0	0	3653738	-3653738	412540	412540
0	0	0	0	0	10629055	0	0	0	0	-2391537	2391537
0	0	1461495	-2922990	0	0	2128931	-521287	0	0	0	0
0	0	1461495	2922990	0	0	-521287	2128931	0	0	0	0
0	0	-1461495	0	3653738	0	0	0	2024674	-417029	0	0
0	0	-1461495	0	-3653738	0	0	0	-417029	2024674	0	0
-1195769	0	0	0	412540	-2391537	0	0	0	0	1191308	-115116
-1195769	0	0	0	412540	2391537	0	0	0	0	-115116	1191308

Matriz Rigidez Global do sistema de controlo passivo

2657264	0	0	0	-916756	0	0	0	0	0	-1195769	-1195769
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	5314528	0	0	0	1461495	1461495	-1461495	-1461495	0	0
0	0	0	10629055	0	0	-2922990	2922990	0	0	0	0
-916756	0	0	0	16924179	0	0	0	3653738	-3653738	412540	412540
0	0	0	0	0	10629055	0	0	0	0	-2391537	2391537
0	0	1461495	-2922990	0	0	2128931	-521287	0	0	0	0
0	0	1461495	2922990	0	0	-521287	2128931	0	0	0	0
0	0	-1461495	0	3653738	0	0	0	2024674	-417029	0	0
0	0	-1461495	0	-3653738	0	0	0	-417029	2024674	0	0
-1195769	0	0	0	412540	-2391537	0	0	0	0	1191308	-115116
-1195769	0	0	0	412540	2391537	0	0	0	0	-115116	1191308

Matriz rigidez condensada (Estático)

268525	0	0	0	-92641	0
0	171577	0	59194	0	0
0	0	85789	0	0	0
0	59194	0	4201802	0	0
-92641	0	0	0	5705034	0
0	0	0	0	0	1873162

Matriz rigidez condensada (Dinâmico)

271766	0	0	0	-93759	-149
0	171577	0	59194	0	0
0	0	86071	43	130	0
0	59194	43	4201854	0	0
-93759	0	130	0	5705707	51
-149	0	0	0	51	1879383

## Matrizes de massa

Matriz de massa do sistema de controlo ativo

3,191	0,000	0,000	0,000	-2,497	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	3,191	0,000	2,497	0,000	4,635	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	3,191	0,000	-4,635	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	2,497	0,000	12,577	0,000	1,599	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
-2,497	0,000	-4,635	0,000	19,230	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	4,635	0,000	1,599	0,000	22,267	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Matriz Massa do corpo

23,886	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	23,886	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	23,886	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	72,618	0,002	0,892	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,002	96,310	0,315	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,892	0,315	108,272	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Matriz massa condensada (Estático)

41,244	0,000	0,000	0,000	-15,571	0,000
0,000	38,437	0,000	14,602	0,000	26,154
0,000	0,000	46,394	0,000	-26,154	0,000
0,000	14,602	0,000	151,886	0,002	9,915
-15,571	0,000	-26,154	0,002	228,341	0,315
0,000	26,154	0,000	9,915	0,315	255,178

Matriz de massa do sistema de controlo passivo

11,359	0,000	0,000	0,000	-12,105	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,116	-0,116
0,000	11,359	0,000	12,105	0,000	21,519	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	11,359	0,000	-21,519	0,000	-0,142	-0,142	-0,142	-0,142	0,000	0,000	0,000
0,000	12,105	0,000	60,362	0,000	7,424	0,284	-0,284	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
-12,105	0,000	-21,519	0,000	105,097	0,000	0,000	0,000	0,355	-0,355	0,040	0,040	0,040
0,000	21,519	0,000	7,424	0,000	117,718	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,232	0,232
0,000	0,000	-0,142	0,284	0,000	0,000	2,221	0,135	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,142	-0,284	0,000	0,000	0,135	2,221	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,142	0,000	0,355	0,000	0,000	0,000	2,289	0,169	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,142	0,000	-0,355	0,000	0,000	0,000	0,169	2,289	0,000	0,000	0,000
-0,116	0,000	0,000	0,000	0,040	-0,232	0,000	0,000	0,000	0,000	1,316	0,030	0,030
-0,116	0,000	0,000	0,000	0,040	0,232	0,000	0,000	0,000	0,000	0,030	1,316	1,316

Matriz de massa da plataforma sísmica

38,437	0,000	0,000	0,000	-14,602	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,116	-0,116
0,000	38,437	0,000	14,602	0,000	26,154	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	38,437	0,000	-26,154	0,000	-0,142	-0,142	-0,142	-0,142	0,000	0,000	0,000
0,000	14,602	0,000	145,557	0,002	9,915	0,284	-0,284	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
-14,602	0,000	-26,154	0,002	220,638	0,315	0,000	0,000	0,355	-0,355	0,040	0,040	0,040
0,000	26,154	0,000	9,915	0,315	248,257	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,232	0,232
0,000	0,000	-0,142	0,284	0,000	0,000	2,221	0,135	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,142	-0,284	0,000	0,000	0,135	2,221	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,142	0,000	0,355	0,000	0,000	0,000	2,289	0,169	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,142	0,000	-0,355	0,000	0,000	0,000	0,169	2,289	0,000	0,000	0,000
-0,116	0,000	0,000	0,000	0,040	-0,232	0,000	0,000	0,000	0,000	1,316	0,030	0,030
-0,116	0,000	0,000	0,000	0,040	0,232	0,000	0,000	0,000	0,000	0,030	1,316	1,316

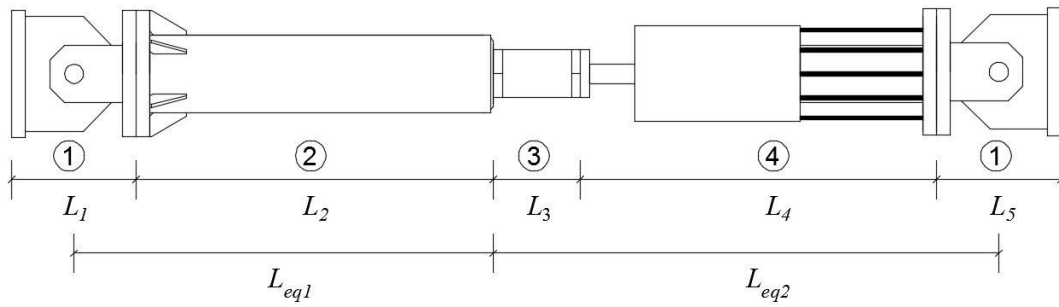
Matriz rigidez condensada (Dinâmico)

41,463	0,000	0,000	0,000	-15,646	-0,005
0,000	38,437	0,000	14,602	0,000	26,154
0,000	0,000	46,498	0,016	-26,133	0,000
0,000	14,602	0,016	151,913	0,002	9,915
-15,646	0,000	-26,133	0,002	228,449	0,317
-0,005	26,154	0,000	9,915	0,317	255,598

# **ANEXO E**

Auxiliares para a modelação do modelo numérico  
e analítico

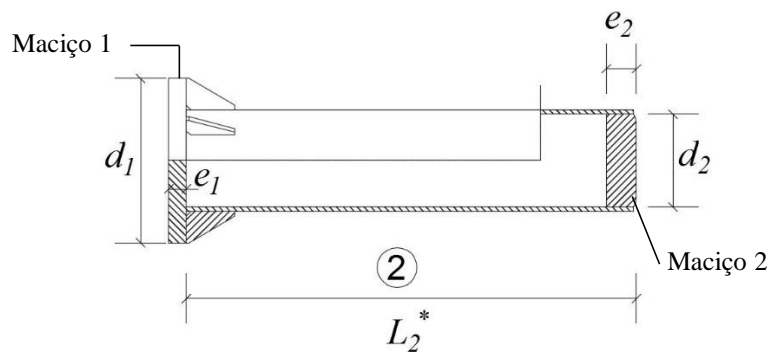




Legenda:

1- Rótula; 2- Alonga; 3- Cunhas mais maciço equivalente à célula de carga; 4- Atuador

**Figura E. 1** - Representação esquemática do sistema de controlo ativo.



**Figura E. 2** - Representação esquemática detalhada da alonga.

### • Sistema com atuador de 300kN

#### Alonga

**Tabela E. 1** - Características específicas sobre a alonga relativa ao sistema com o atuador de 300kN.

Peças constituintes do elemento	Dimensões [m]							Massa Volúmica [Kg/m³]
	$L_2^*$	$\Phi_{ext}$	$\Phi_{int}$	e1	d1	e2	d2	
Tubo	1,865	0,27305	0,24293	—	—	—	—	7850
Maciço 1	—	—	—	0,050	0,400	—	—	
Maciço 2	—	—	—	—	—	0,120	0,240	

$$P_{tubo} = \rho \times V = 7850 \times \frac{\pi \cdot (0,27305^2 - 0,24293^2)}{4} \times 1,865 = 178,7 \text{Kg} \underset{(\times 9,81/1000)}{\Rightarrow} 1,753 \text{kN}$$

$$P_{Maciço1} = 7850 \times \frac{\pi \cdot 0,4^2}{4} \times 0,05 = 49,323 \text{Kg} \underset{(\times 9,81/1000)}{\Rightarrow} 0,484 \text{kN}$$

$$P_{Maciço2} = 7850 \times \frac{\pi \cdot 0,245^2}{4} \times 0,12 = 44,409 \text{Kg} \underset{(\times 9,81/1000)}{\Rightarrow} 0,436 \text{kN}$$

$$P_{Alonga} = P_{tubo} + P_{Maciço1} + P_{Maciço2} = 2,673 \text{kN}$$

Cunhas + Maciço equivalente à célula de carga

Para este elemento considerou-se como uma única peça tendo assim as seguintes dimensões: espessura de 0,42 m e um diâmetro de 0,25 m.

$$P_{\text{Cunhas+Maciço}} = \rho \times V = 7850 \times \frac{\pi \cdot 0,25^2}{4} \times 0,42 = 36,222 \text{Kg} \Rightarrow 0,355 \text{kN} \quad (\times 9,81/1000)$$

Restantes Elementos

**Tabela E. 2** - Característica dos restantes elementos.

Elementos	Peso [kN]	Dimensões [m]
Rótula	$P_{\text{rot.}} = 2,9$	$L_1 = 0,51$
Atuador	$P_{\text{At.}} = 10,2$	$L_4 = 1,695$

Os valores relativos ao peso e dimensão de cada elemento foram retirados de documentos existentes no LNEC e medidos diretamente na mesa.

**Tabela E. 3** - Determinação do comprimento, área e peso específico de cada elemento equivalente.

Elemento equivalente 1	Elemento equivalente 2
Constituição: <ul style="list-style-type: none"> <li>Rótula + Atuador + Cunhas + Maciço equivalente à célula de carga</li> </ul>	Constituição: <ul style="list-style-type: none"> <li>Alonga + Rotula</li> </ul>
$K_1 = 91500 \text{ [kN/m]}^{10}$	$K_2 = 1374415,92 \text{ [kN/m]}^{11}$
$L_{\text{eq1}} = L_5/2 + L_4 + L_3 = 2,37 \text{ [m]}$	$L_{\text{eq2}} = L_1/2 + L_2 = 2,19 \text{ [m]}$
$K_1 = \frac{EA_{\text{eq1}}}{L_{\text{eq1}}} \Leftrightarrow A_{\text{eq1}} = 0,001033 \text{ [m}^2\text{]}$	$K_2 = \frac{EA_{\text{eq2}}}{L_{\text{eq2}}} \Leftrightarrow A_{\text{eq2}} = 0,001433 \text{ [m}^2\text{]}$
$P_{\text{eq1}} = \frac{P_{\text{Rót.}}}{2} + P_{\text{At.}} + P_{\text{Cunhas+Maciço}} = 13,238 \text{ [kN]}$	$P_{\text{eq2}} = P_{\text{Alonga}} = 2,673 \text{ [kN]}$
$\rho_{\text{eq1}} = \frac{P_{\text{eq1}}}{A_{\text{eq1}} L_{\text{eq1}}} = 5408,948 \text{ [kN/m}^3\text{]}$	$\rho_{\text{eq2}} = \frac{P_{\text{eq2}}}{A_{\text{eq2}} L_{\text{eq2}}} = 85,142 \text{ [kN/m}^3\text{]}$

<sup>10</sup> A sua rigidez equivalente é igual à rigidez do atuador pois os restantes elementos deste conjunto como são de aço maciço considerou-se como elementos infinitamente rígidos.

<sup>11</sup> A sua rigidez equivalente é igual à rigidez da alonga pois a rótula como é de aço maciço considerou-se como elemento infinitamente rígido.

- **Sistema com atuador de 1000kN**

Alonga

**Tabela E. 4** - Características específicas sobre a alonga relativa ao sistema com o atuador de 1000kN.

Peças constituintes do elemento	Dimensões [m]							Massa Volúmica [Kg/m <sup>3</sup> ]
	$L_2^*$	$\Phi_{ext}$	$\Phi_{int}$	e1	d1	e2	d2	
Tubo	1,780	0,4046	0,37128	-----	-----	-----	-----	7850
Maciço 1	-----	-----	-----	0,070	0,660	-----	-----	
Maciço 2	-----	-----	-----	-----	-----	0,120	0,375	

$$P_{tubo} = \rho \times V = 7850 \times \frac{\pi \cdot (0,4046^2 - 0,37128^2)}{4} \times 1,780 = 285,03Kg \Rightarrow 2,796kN \quad (\times 9,81/1000)$$

$$P_{Maciço1} = 7850 \times \frac{\pi \cdot 0,66^2}{4} \times 0,07 = 187,995Kg \Rightarrow 1,844kN \quad (\times 9,81/1000)$$

$$P_{Maciço2} = 7850 \times \frac{\pi \cdot 0,375^2}{4} \times 0,12 = 104,041Kg \Rightarrow 1,021kN \quad (\times 9,81/1000)$$

$$P_{Alonga} = P_{tubo} + P_{Maciço1} + P_{Maciço2} = 5,661kN$$

Cunhas + Maciço equivalente à célula de carga

Para este elemento considerou-se como uma única peça tendo assim as seguintes dimensões, espessura de 0,42 m e um diâmetro de 0,25 m.

$$P_{Cunhas+Maciço} = \rho \times V = 7850 \times \frac{\pi \cdot 0,25^2}{4} \times 0,42 = 36,222Kg \Rightarrow 0,355kN \quad (\times 9,81/1000)$$

Restantes Elementos

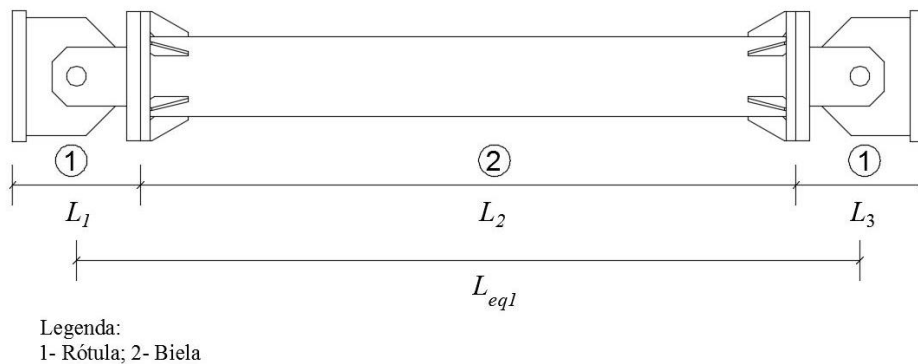
**Tabela E. 5** - Característica dos restantes elementos.

Elementos	Peso [kN]	Dimensões [m]
Rótula	$P_{rot.} = 8,6$	$L_1 = 0,65$
Atuador	$P_{At.} = 20,3$	$L_4 = 1,865$

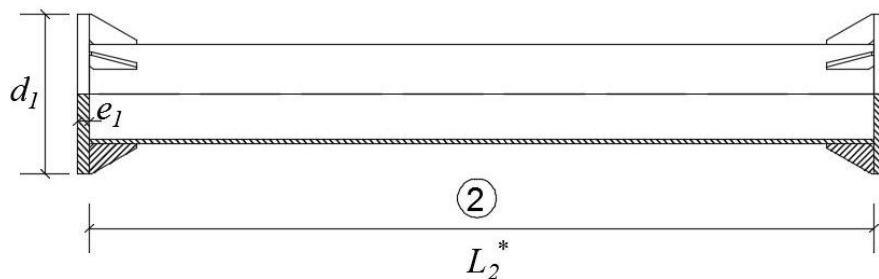
Os valores relativos ao peso e dimensão de cada elemento foram retirados de documentos existentes no LNEC e medidos diretamente na mesa.

**Tabela E. 6** - Determinação do comprimento, área e peso específico de cada elemento equivalente.

Elemento equivalente 1	Elemento equivalente 2
Constituição: <ul style="list-style-type: none"> <li>Rótula + Atuador + Cunhas + Maciço equivalente à célula de carga</li> </ul>	Constituição: <ul style="list-style-type: none"> <li>Alonga + Rotula</li> </ul>
$K_1 = 302250 \text{ [kN/m]}^{12}$	$K_2 = 2406573,57 \text{ [kN/m]}^{13}$
$L_{eq1} = L_5/2 + L_4 + L_3 = 2,738 \text{ [m]}$	$L_{eq2} = L_1/2 + L_2 = 2,195 \text{ [m]}$
$K_1 = \frac{EA_{eq1}}{L_{eq1}} \Leftrightarrow A_{eq1} = 0,003941 \text{ [m}^2\text{]}$	$K_2 = \frac{EA_{eq2}}{L_{eq2}} \Leftrightarrow A_{eq2} = 0,025154 \text{ [m}^2\text{]}$
$P_{eq1} = \frac{P_{Rót.}}{2} + P_{At.} + P_{Cunhas+Maciço} = 26,672 \text{ [kN]}$	$P_{eq2} = P_{Alonga} = 5,661 \text{ [kN]}$
$\rho_{eq1} = \frac{P_{eq1}}{A_{eq1}L_{eq1}} = 2471,917 \text{ [kN/m}^3\text{]}$	$\rho_{eq2} = \frac{P_{eq2}}{A_{eq2}L_{eq2}} = 102,529 \text{ [kN/m}^3\text{]}$



**Figura E. 3** - Representação esquemática do sistema biela mais rótulas do sistema de controlo passivo.



**Figura E. 4** - Representação esquemática detalhada da biela.

<sup>12</sup> A sua rigidez equivalente é igual à rigidez do atuador pois os restantes elementos como são de aço maciço considerou-se como elementos infinitamente rígidos.

<sup>13</sup> A sua rigidez equivalente é igual à rigidez da alonga pois a rótula como é de aço maciço considerou-se como elemento infinitamente rígido.

Biela**Tabela E. 7** - Características específicas sobre a biela.

Peças constituintes do elemento	Dimensões [m]							Massa Volúmica [Kg/m <sup>3</sup> ]
	$L_2^*$	$\Phi_{ext}$	$\Phi_{int}$	e1	d1	e1	d1	
Tubo	3,240	0,450	0,420	-----	-----	-----	-----	7850
Maciço 1	-----	-----	-----	0,050	0,660	-----	-----	
Maciço 2	-----	-----	-----	-----	-----	0,050	0,660	

$$P_{tubo} = \rho \times V = 7850 \times \frac{\pi \cdot (0,45^2 - 0,42^2)}{4} \times 3,240 = 521,369 \text{Kg} \Rightarrow 5,115 \text{kN} \quad (\times 9,81/1000)$$

$$P_{Maciço1} = P_{Maciço2} = 7850 \times \frac{\pi \cdot 0,66^2}{4} \times 0,07 = 134,282 \text{Kg} \Rightarrow 1,317 \text{kN} \quad (\times 9,81/1000)$$

**Tabela E. 8** - Determinação do comprimento, área e peso específico equivalente para a biela

Elemento equivalente para a biela
Constituição:
• Rótula + Biela + Rótula
$K_1 = 1328631,89 \text{ [kN/m]}^{14}$
$L_{eq} = L_1/2 + L_2 + L_3/2 = 3,990 \text{ [m]}$
$K_1 = \frac{EA_{eq}}{L_{eq}} \Leftrightarrow A_{eq} = 0,02524 \text{ [m}^2\text{]}$
$P_{Biela} = P_{tubo} + P_{Maciço1} + P_{Maciço2} = 7,749 \text{kN [kN]}$
$\rho_{eq} = \frac{P_{Biela}}{A_{eq} L_{eq}} = 76,93569 \text{ [kN/m}^3\text{]}$

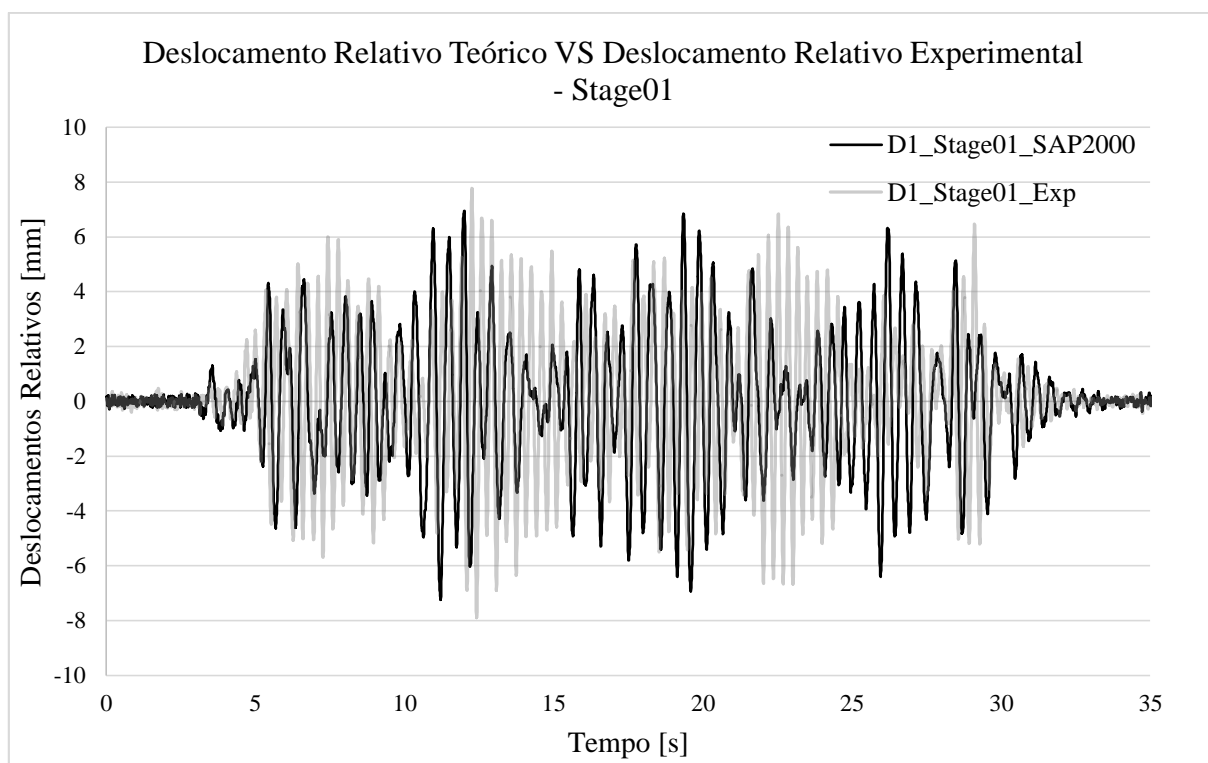
<sup>14</sup> A sua rigidez equivalente é igual à rigidez da alonga pois a rótula como é de aço maciço considerou-se como elemento infinitamente rígido.



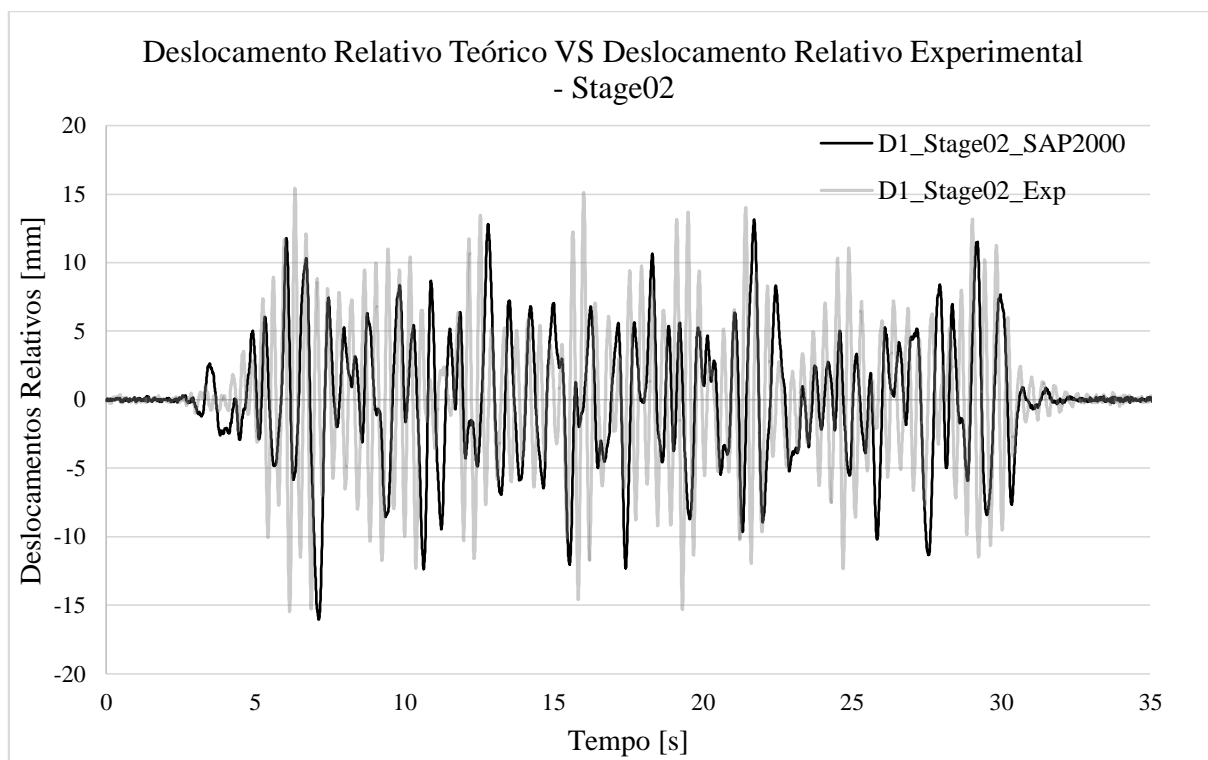
# ANEXO F

Gráficos do deslocamento relativo do ponto D1

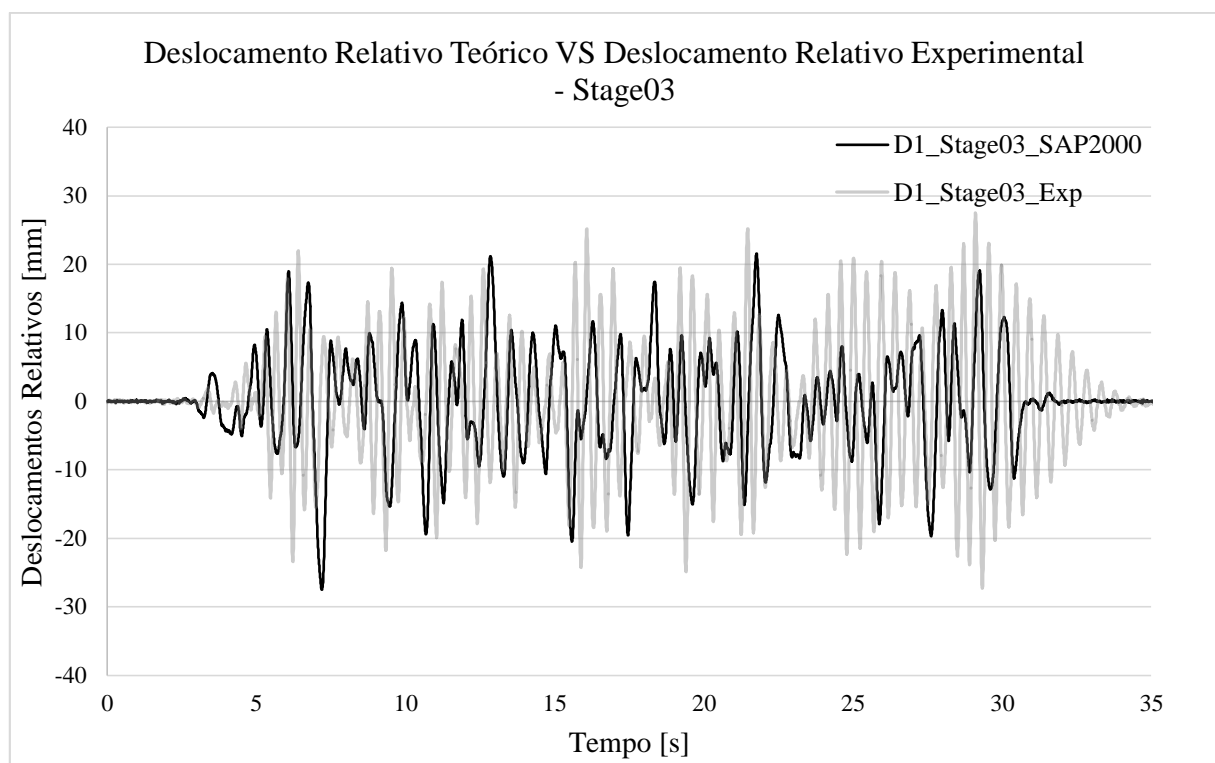




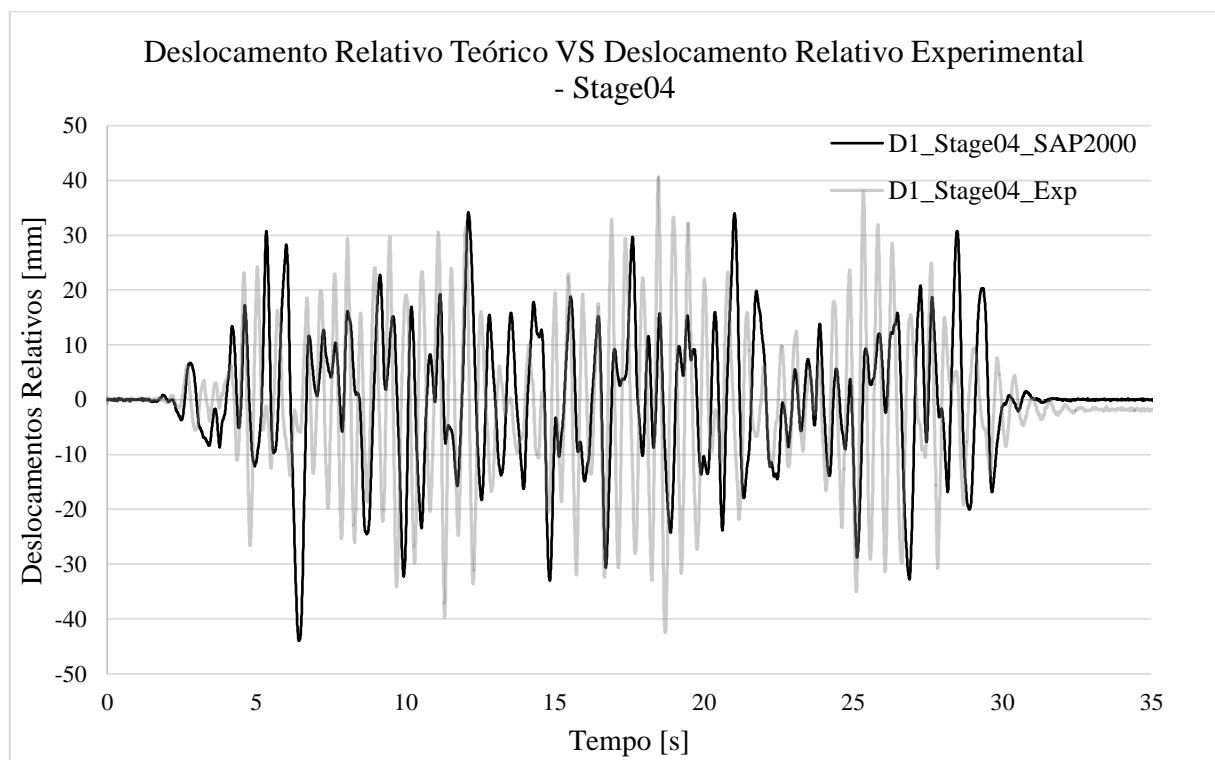
**Figura F. 1** - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage01.



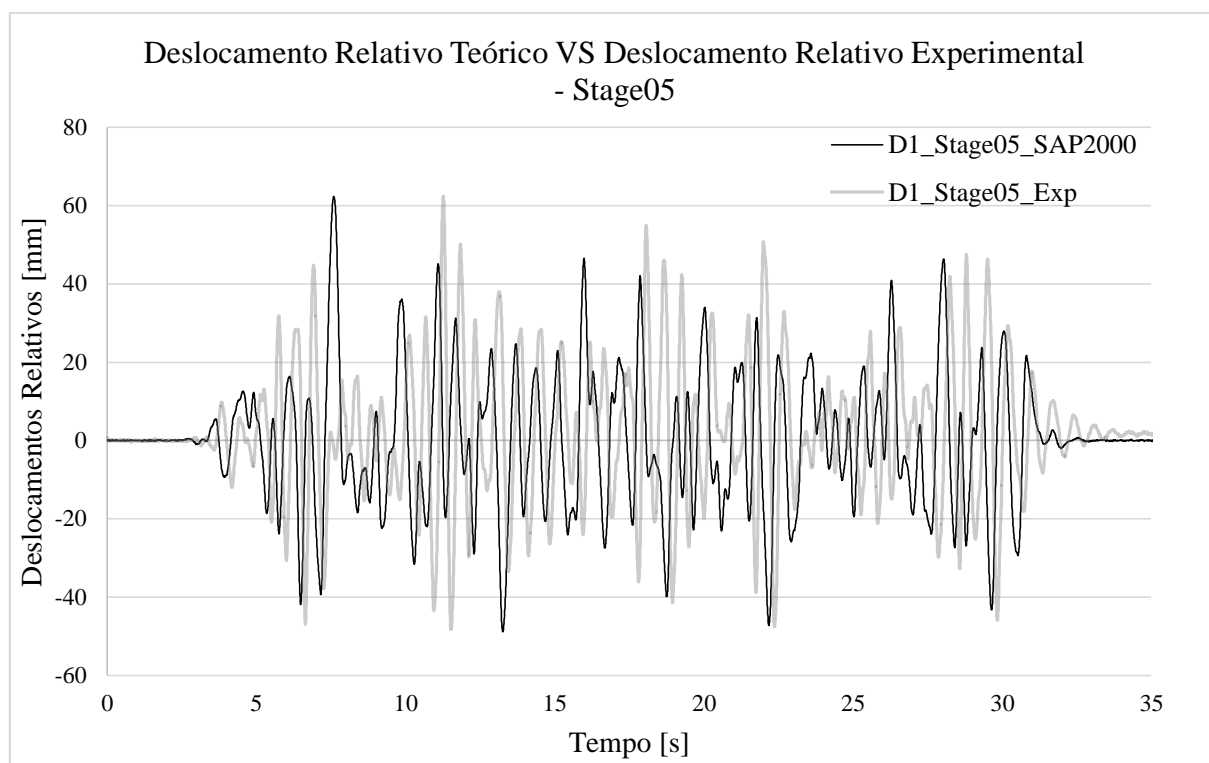
**Figura F. 2** - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage21.



**Figura F. 3** - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage03.



**Figura F. 4** - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage04.



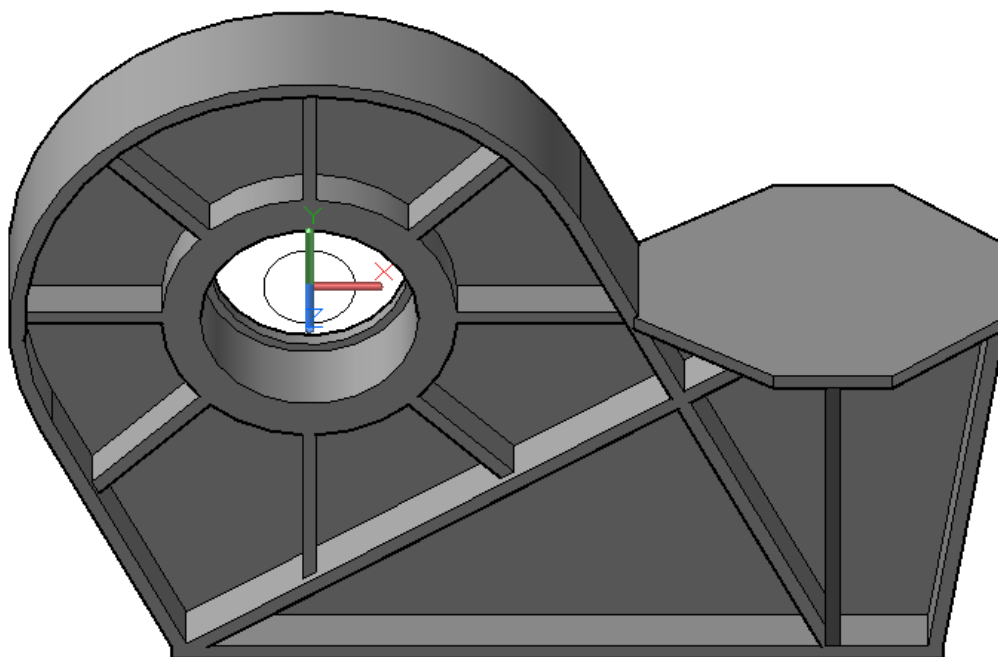
**Figura F. 5** - Gráfico comparativo entre deslocamentos relativos medidos no ponto D1 do modelo numérico e do ensaio experimental para o Stage05.



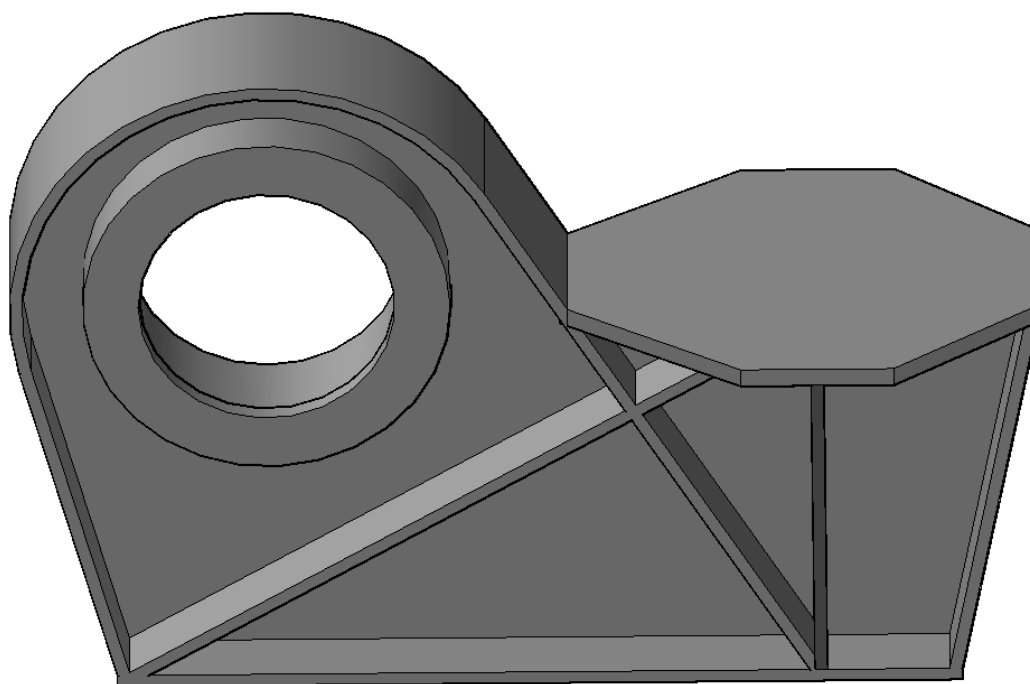
# ANEXO G

Elementos elaborados em Auto-CAD





**Figura G. 1** - Manivela grande desenhada com a ferramenta Auto-CAD 3D.



**Figura G. 2** - Manivela pequena desenhada com a ferramenta Auto-CAD 3D.