



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica



Modelação e Simulação Dinâmica Multicorpo de um Relógio Mecânico

JOÃO GUILHERME PIRES FERREIRA
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho de Projeto para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Mecânica

Orientadores:

Doutor João Filipe de Almeida Milho
Doutor Ricardo José Fontes Portal

Júri:

Doutor Mário José Gonçalves Cavaco Mendes
Doutora Inês de Carvalho Jerónimo Barbosa
Doutor Ricardo José Fontes Portal

Novembro de 2023



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica



Modelação e Simulação Dinâmica Multicorpo de um Relógio Mecânico

JOÃO GUILHERME PIRES FERREIRA
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho de Projeto para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Mecânica

Orientadores:

Doutor João Filipe de Almeida Milho
Doutor Ricardo José Fontes Portal

Júri:

Doutor Mário José Gonçalves Cavaco Mendes
Doutora Inês de Carvalho Jerónimo Barbosa
Doutor Ricardo José Fontes Portal

Novembro de 2023

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todas as pessoas que me ajudaram a redigir esta dissertação.

Primeiramente, um sincero agradecimento para o meu Pai, um relojoeiro habilidoso, cujo conhecimento e orientação foram inestimáveis para a pesquisa e compreensão dos mecanismos horométricos. Ele mostrou-se acessível e tolerante a todas as questões que eu tive sobre este sujeito e o seu apoio constante e entusiasmo pelo meu trabalho foram essenciais.

Agradeço à minha Mãe por ser a minha maior incentivadora ao longo da minha jornada acadêmica e por sempre me motivar a seguir em frente nos estudos.

À minha companheira, expresse a minha profunda gratidão pelo apoio moral que me proporcionou durante os desafios desta jornada acadêmica.

Além disso, gostaria de estender um agradecimento especial à minha irmã, que teve a paciência de ler esta dissertação e corrigir os meus vários erros ortográficos.

Por fim, gostaria de agradecer a todos os meus professores, orientadores e colegas de classe, cujas contribuições enriqueceram meu conhecimento e a qualidade desta dissertação.

Resumo

Este trabalho de Projeto aborda a modelação computacional e a simulação dinâmica de um mecanismo horométrico. O âmbito do estudo compreende análises de sensibilidade de parâmetros críticos e essenciais para o funcionamento correto de relógios mecânicos. Em particular, são examinados três parâmetros fundamentais: o torque da mola helicoidal, a constante de rigidez da espiral e o peso do balanço, que desempenham papéis vitais na precisão do relógio mecânico.

O objetivo principal foi desenvolver uma modelação e simulação dinâmica que se assemelhasse o máximo possível à realidade, visando aprimorar a precisão do mecanismo. Os resultados obtidos durante este estudo ilustram de maneira inequívoca a importância dessas simulações como ferramentas inestimáveis para a compreensão e otimização dos componentes que compõem os relógios mecânicos. Esta abordagem revela um grande potencial para a expansão do conhecimento da relojoaria.

Palavras-Chave

- Movimento
- Balanço-espiral
- Réglage
- Frequência
- Solidworks Motion
- Passagem de Escape

Abstract

This Project addresses the computational modelling and dynamic simulation of a horometric mechanism. The scope of the study encompasses sensitivity analyses of critical parameters that are essential for the proper functioning of mechanical watches. In particular, three fundamental parameters are examined: the torque of the mainspring, the stiffness constant of the hairspring, and the balance wheel weight, which plays vital roles in the accuracy of the mechanical watch.

The main objective was to develop a model and dynamic simulation that closely resembled reality, with the aim of enhancing the mechanism's accuracy. The results obtained during this study unequivocally illustrate the importance of these simulations as invaluable tools for understanding and optimizing the components that make up mechanical watches. This approach reveals significant potential for expanding horology knowledge.

Keywords

- Movement
- Sprung Balance
- Réglage
- Frequency
- Solidworks Motion
- Renversement

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Palavras-Chave	iii
Abstract	v
Keywords	v
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiii
1. Introdução	1
1.1. Motivação	1
1.2. Contexto Histórico	2
1.2.1. A Necessidade de Medir o Tempo.....	2
1.2.2. Relógios Solares.....	3
1.2.3. Relógios de Escamento.....	6
1.2.4. Outros tipos de Relógio	7
1.2.5. O Primeiro Relógio Mecânico.....	8
1.2.6. O Relógio de Pêndulo	10
1.2.7. O Escape de Âncora	11
1.2.8. O Problema da Longitude.....	12
1.2.9. O Relógio Mecânico e o Quartzo.....	13
1.2.10. A crise do Quartzo.....	15
2. O Relógio mecânico	17
2.1. Funcionamento de um Relógio	17
2.1.1. Acumulador de Energia	19
2.1.2. Transmissão de Energia	20
2.1.3. Escape.....	21
2.2. Precisão de um Relógio	23
2.2.1. Gravidade.....	23
2.2.2. Variação do Torque da Mola Helicoidal.....	26

2.2.3.	A Frequência.....	27
2.3.	Fator de qualidade	28
2.4.	Fiabilidade	29
3.	Simulação Dinâmica	31
3.1.	O que é a Simulação Dinâmica ?	31
3.2.	Análise Dinâmica com o Solidworks Motion.....	31
3.3.	Modelação do Sistema Mecânico Multicorpo	33
3.4.	Convergência e Precisão.....	34
3.5.	Artigos Científicos Relevantes	36
4.	Estudos	37
4.1.	Mecanismo de Escape de Relógio de Mesa.....	37
4.2.	Modelação CAD de Componentes	38
4.3.	Funcionamento do Mecanismo	39
4.3.1.	Funcionamento do Acumulador de Energia	39
4.3.2.	Funcionamento da Transmissão de Energia	42
4.3.3.	Funcionamento do Escape.....	43
4.3.4.	Material.....	46
4.4.	Modelação e Simulação Dinâmica	47
4.4.1.	Constrangimentos e Componentes.....	47
4.4.2.	Frequência do Mecanismo.....	55
4.4.3.	Simulação Dinâmica Base.....	60
4.4.4.	Parâmetros que Afetam a Precisão.....	64
4.4.5.	Impulso	66
4.4.6.	Amplitude.....	68
4.5.	Análise de Sensibilidade e Otimização.....	69
4.5.1.	Análise de Sensibilidade do Torque.....	69
4.5.2.	Análise de Sensibilidade da Constante de Rigidez.....	70
4.5.3.	Estudos de optimização.....	71
4.6.	Gravidade	75
4.6.1.	Simular a Gravidade	76
4.6.2.	Os Defeitos do Escape.....	78
4.6.3.	Análise de Sensibilidade do Peso do Balanço.....	81

5. Conclusões e Desenvolvimentos Futuros	85
5.1. Conclusões	85
5.2. Desenvolvimentos Futuros	87
6. Referências	89

Lista de Figuras

Figura 1 : Gnómon, com uma ponta bifurcada, encontra-se entre um deus e um rei numa cena do Festival de Min.	3
Figura 2 : Os diferentes tipos de relógio de sol	4
Figura 3 : O relógio de sol mais antigo do mundo, Vale dos Reis do Egípto (1500 a.C.)	4
Figura 4: Anel Solar Altimétrico.....	5
Figura 5 : Montre de Berger.....	5
Figura 6 : Clepsidra Karnak (Museu Egípcio do Cairo)	6
Figura 7 : Relógio de vela	7
Figura 8 : Relógio de lâmpada a óleo.....	7
Figura 9 : Escape verga e foliot.....	8
Figura 10 : Funcionamento da escape verga e do <i>foliot</i>	9
Figura 11 : Pêndulo de Huygens	11
Figura 12 : Escape de âncora	12
Figura 13 : H1 de John Harrison	13
Figura 14 : Anúncio relógio de pulso Waltham.....	14
Figura 15 : Mecanismo Quartz 35SQ Astron.....	15
Figura 16 : Relógio Mecânico Desmontado.....	17
Figura 17 : Platina.....	18
Figura 18 : Pontes.....	18
Figura 19 : Lado das Pontes.....	18
Figura 20 : Lado do Mostrador.....	18
Figura 21 : Tambor.....	19
Figura 22 : Esquema de um Movimento Simplificado.....	19
Figura 23 : Mola "Armada" (esquerda) e Mola "Desarmada" (direita).....	20
Figura 24 : Engrenagens Principais do Relógio	21
Figura 25 : O Escape	21
Figura 26 : Aparelho de Controlo WITSCH	22
Figura 27 : Diferentes Posições para a Réglage	23
Figura 28 : Time Shift - Primeiro Dia	24
Figura 29 : Time Shift - Segundo Dia	24
Figura 30 : Tourbillon de Dois Eixos.....	25
Figura 31 : Fluxograma – Iteração de Newton-Raphson	32
Figura 32 : Propriedades de Convergência e Precisão	34
Figura 33 : Opções Avançadas de Convergência e Precisão.....	35
Figura 34 : Mecanismo de Escape de Relógio de Mesa (Watch Escapement Desk Toy)	37
Figura 35 : Ficheiro SLT no Solidworks	38
Figura 36 : Mecanismo de Escape de Relógio de Mesa	39

Figura 37 : Acumulador de Energia - Vista Explodida	40
Figura 38 : Detalhes da Mola e do Tambor	41
Figura 39 : Detalhe Cliquet	41
Figura 40 : Transmissão de Energia - Vista Explodida	42
Figura 41 : Escape - Vista Explodida	44
Figura 42 : Detalhe do Escape (Modelo)	44
Figura 43 : Detalhe do Escape (Real).....	45
Figura 44 : Base - Fixed	47
Figura 45 : Concentric - Coincident.....	48
Figura 46 : Hinge.....	48
Figura 47 : Parallel.....	48
Figura 48 : Base e Suportes.....	49
Figura 49: Hinge 1 - 2 - 3	49
Figura 50 : Gearmates	50
Figura 51 : Hinge 4 - 5 - 6	50
Figura 52 : Concentric	51
Figura 53 : Hinge 7	51
Figura 54 : Hinge 8 - Gearmate 3.....	51
Figura 55 : Limitangle 1	52
Figura 56 : Detalhe - Pallete	52
Figura 57 : Constrangimento Angular	52
Figura 58 : Número de Mates Redundantes	54
Figura 59 : Oscilações do Balanço.....	55
Figura 60 : Simulação 1 - Funções Motion.....	60
Figura 61 : Parâmetros das Simulações.....	61
Figura 62 : Passagem do Escape.....	62
Figura 63 : Simulação 2 - Funções Motion.....	63
Figura 64 : Raquette do Balanço	65
Figura 65 : Impuslo.....	67
Figura 66 : Sentidos da Gravidade.....	75
Figura 67 : Simulação com Gravidade - Funções.....	76
Figura 68 : Sentido da Gravidade Relativo ao Balanço.....	77
Figura 69 : Desequilíbrio da Âncora.....	79
Figura 70 : Centro de Massa da Âncora	79
Figura 71 : Balanço desfasado.....	80
Figura 72 : Amplitude Desequilibrada	80
Figura 73 : Passagem do Escape - Balanço 70 g.....	83

Lista de Tabelas

Tabela 1 : Comparação do Fator de Qualidade e da Precisão.....	29
Tabela 2 : Lista de Componentes do Acumulador de Energia	39
Tabela 3 : Lista de Componentes da Transmissão de Energia	42
Tabela 4 : Lista de Componentes do Escape.....	43
Tabela 5 : Propriedades do Material PLA	46
Tabela 6 : Lista de Componentes na Simulação Motion.....	53
Tabela 7 : Mates.....	53
Tabela 8 : Frequência	56
Tabela 9 : Velocidade Angular Correspondente.....	59
Tabela 10 : Relação de Transmissão Entre o Ponteiro e a Roda de Escape	59
Tabela 11 : Análise de Sensibilidade do Torque.....	69
Tabela 12 : Análise de Sensibilidade da Constante de Rigidez	70
Tabela 13 : Estudo de Optimização 1.....	72
Tabela 14 : Estudo de Optimização 2.....	72
Tabela 15 : Estudo de Optimização 3.....	73
Tabela 16 : Estudo de Optimização 4.....	73
Tabela 17 : Resultados da Simulação Com Gravidade	76
Tabela 18 : Resultados da Simulação - Variação do Peso do Balanço.....	81

1

INTRODUÇÃO

1.1. Motivação

Os relógios mecânicos têm tido um papel fundamental na nossa sociedade, desde meados do século XIII até ao final do século XX, representando não apenas a passagem do tempo, mas também uma expressão da habilidade humana e da engenhosidade técnica. Com o avanço da tecnologia digital, os relógios mecânicos foram substituídos por dispositivos eletrónicos mais precisos e convenientes. No entanto, a beleza, a complexidade e a história por trás destes relógios tradicionais continua a fascinar entusiastas, colecionadores e estudiosos.

Dediquei-me a este tema não só para contribuir para a preservação desta arte, mas também para a sua inovação.

O tema deste trabalho de projeto aborda a simulação do mecanismo de um relógio que, sendo fiel à realidade, permite aos engenheiros explorar novas possibilidades de design, a custo reduzido, sem a necessidade de construir protótipos. Não só auxiliando na Identificação antecipada de interferências e restrições espaciais, mas também na determinação de problemas que surgem durante o funcionamento do mecanismo. Ao antecipar estes problemas, os engenheiros podem fazer alterações e correções virtualmente, evitando assim atrasos no estágio de implementação.

Embora a tecnologia esteja obsoleta, o mercado de relógios mecânicos de luxo continua altamente competitivo e as marcas que conseguem inovar e criar mecanismos mais precisos, como o *tourbillon*, ganham prestígio e reconhecimento. A reputação de um fabricante de relógios está diretamente ligada à precisão e à qualidade dos seus produtos, o que atrai a atenção e o interesse dos colecionadores mais exigentes. Estes estão dispostos a pagar valores significativos por relógios de alta precisão e exclusividade, o que cria um incentivo financeiro adicional para que os engenheiros continuem a inovar neste campo.

1.2. Contexto Histórico

1.2.1. *A Necessidade de Medir o Tempo*

A medição do tempo remonta a períodos antigos da humanidade e está intimamente ligada à nossa própria existência e às nossas interações com o mundo em redor. Desde os primórdios da civilização, o ser humano tem procurado formas de compreender e de organizar o tempo.

A origem dessa necessidade pode ser atribuída a diversos fatores. Um deles é a observação dos ciclos naturais, como o movimento dos astros, a alternância entre o dia e a noite e as estações do ano. Ao perceberem esses padrões recorrentes, os nossos antepassados foram capazes de estabelecer noções temporais, baseadas nas regularidades e repetições que testemunhavam na natureza.

Além disso, a medição do tempo também se mostrou essencial para a atividade agrícola e pecuária. Os primeiros agrupamentos humanos dependiam do cultivo de plantas e da criação de animais para sobreviver. O conhecimento sobre os períodos de plantio, colheita e reprodução animal eram cruciais para garantir o sustento. Desta forma, a medição do tempo tornou-se uma ferramenta indispensável para o desenvolvimento da agricultura e da sociedade como um todo.

À medida que as civilizações se desenvolveram, a necessidade de medir o tempo também se relacionou com a organização social, política e económica. Surgiram sistemas de calendários para marcar eventos importantes, como festivais religiosos; rituais; assembleias e atividades comerciais. O tempo tornou-se um recurso valioso para coordenar a vida em sociedade, estabelecer horários, prazos e acordos.

Com o avanço da tecnologia e com a invenção de dispositivos mais precisos como o relógio mecânico e o relógio quartzo, a medição do tempo tornou-se cada vez mais precisa e padronizada. Possibilitou a sincronização global de atividades e o estabelecimento de referências comuns, como o fuso horário.

Atualmente, a medição do tempo está presente em praticamente todos os aspetos da nossa vida. Utilizamos relógios, cronômetros e dispositivos eletrônicos para nos orientar, marcar compromissos, cumprir horários e sincronizar as nossas atividades. O tempo tornou-se um conceito fundamental em diversas áreas de conhecimento, como a física, a astronomia e a biologia.

No seguinte subcapítulo iremos explorar diferentes tipos de relógios utilizados pelo homem ao longo dos séculos.

1.2.2. Relógios Solares

Os relógios solares são dispositivos que determinam a hora em função da posição do sol no seu curso, através da projeção de uma sombra num mostrador.

O instrumento de medição de tempo mais antigo que conhecemos é o gnómon. Trata-se de um poste vertical, podendo este ser um tronco de árvore ou uma coluna de pedra cuja sombra projetada sobre a terra é utilizada para determinar a hora. É interessante observar que a sombra mais curta indica o meio-dia verdadeiro e as diferentes direções da sombra permitem dividir o dia em períodos iguais. O gnómon era um instrumento comum utilizado no antigo Egito (300 a.C.) [1, p. 155]. A sua aplicação não se limitava apenas a fins agrários, mas este também era empregue em festivais religiosos como pode ser observado na Figura 1 [1, p. 159].

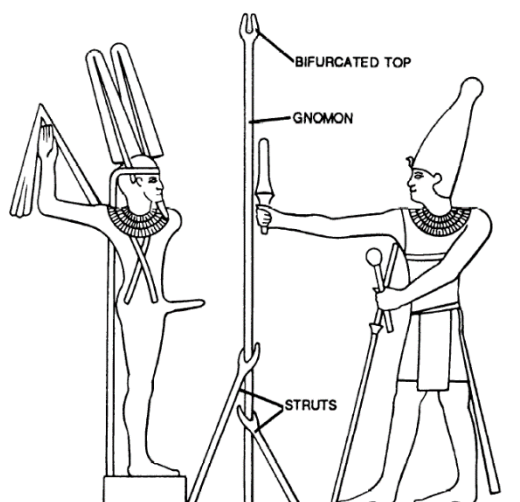


Figura 1 : Gnómon, com uma ponta bifurcada, encontra-se entre um deus e um rei numa cena do Festival de Min.

Quando mencionamos “relógio de sol”, é natural que o dispositivo que nos venha à mente seja o relógio de sol horizontal (Figura 2). Esse tipo de relógio possui um funcionamento idêntico ao simples gnómon, sendo que a sua distinção reside no mostrador graduado que auxilia o usuário a obter uma melhor aproximação da hora. É importante realçar que existem diversas variantes semelhantes a esse, tais como o relógio de sol vertical, o polar e o equatorial os quais estão representados na Figura 2 [2].

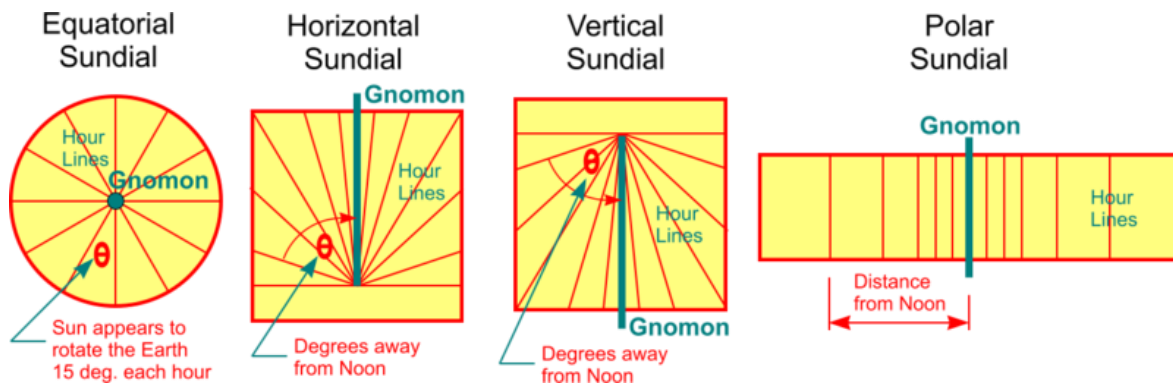


Figura 2 : Os diferentes tipos de relógio de sol

O relógio de sol mais antigo do mundo foi encontrado por arqueólogos no Vale dos Reis no Egito e data de 1500 a.C. (Figura 3 [3, p. 3]). Além disso existem registros que uma versão “de bolso” que era comum entre os povos do império Bizantino (século IV D.C.) [4, p. 1] .



Figura 3 : O relógio de sol mais antigo do mundo, Vale dos Reis do Egito (1500 a.C.)

Outro tipo interessante é a *montre de berger* ou o relógio do pastor: Este dispositivo utiliza um gnómon horizontal cuja ponta projeta uma sombra na superfície de um mostrador cilíndrico. Esta superfície apresenta linhas horárias intersectadas por linhas verticais correspondentes aos diferentes meses do ano (representado na Figura 4 [5, p. 461]). O gnómon é rodado até que, quando orientado para o sol, a sua sombra esteja na vertical e incida sobre a linha mensal correspondente. Vale a pena mencionar que este relógio de sol especial foi muito utilizado por pastores no século XV o que justifica o seu nome [5, p. 460].

Outra variante interessante é o *anneau solaire altimétrique* ou anel solar altimétrico. Introduzido por volta do século XIII [5, p. 460] é um anel que possui as marcações das horas no seu interior e dispõe de um furo precisamente localizado cujo a projeção do sol, quando este está suspenso na vertical, indica as horas (Figura 5 [5, p. 461]).

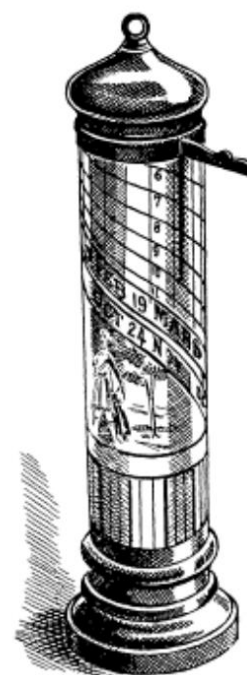


Figura 4 :
Montre de
Berger



Figura 5: Anel Solar
Altimétrico

Existem, além dos tipos de relógios de sol mencionados anteriormente, outras variantes menos conhecidas. No entanto, os que foram mencionados são considerados os principais e mais relevantes desse tipo de dispositivo. Contudo, é importante destacar a limitação significativa dos relógios solares, que se prende com a dependência de condições climáticas e ambientais favoráveis. Em dias nublados, durante a noite ou no interior, a visualização das horas torna-se

impossível. Esta desvantagem impulsionou o ser humano a criar outras formas de medir a passagem do tempo.

1.2.3. Relógios de Escoamento

O princípio basilar de funcionamento destes aparelhos é o escoamento de um volume pré-determinado de areia ou de água, através de um orifício calibrado.

A clepsidra, também conhecida como relógio de água, é um antigo dispositivo capaz de medir o tempo, através de um fluxo gradual da água. Existem vários tipos de clepsidras. O mais simples consiste num recipiente cheio de água com um orifício no fundo. A água escoava pelo orifício, a um caudal regulado, e a passagem do tempo é indicada pelo nível do recipiente, à medida que a altura da água desce. As suas origens datam dos povos caldeus da antiga Babilónia, e existem exemplares do Egito, conforme ilustrado na Figura 6 [6, p. 32], que datam do século XIV a.C.



Figura 6 : Clepsidra Karnak (Museu Egípcio do Cairo)

As clepsidras eram utilizadas para diversos propósitos, incluindo para cronometrar os discursos de oradores na Grécia antiga [7]. Infelizmente estes instrumentos também possuem falhas significativas. A temperaturas extremamente baixas, a água congelava, o que tornava a sua utilização impossível. Além disso, a densidade da água, que é um fator crucial para o funcionamento adequado da clepsidra, está sujeita a variações, devido às condições climáticas. Isto impacta o caudal e conseqüentemente a precisão na marcação do tempo.

Além das clepsidras, um outro dispositivo que desperta a curiosidade, é a ampulheta. Estes

objetos curiosos são constituídos por dois bolbos de vidro ligados verticalmente por um gargalo estreito que causa um fluxo regulado de uma substância, normalmente areia, do bolbo superior para o inferior. Usualmente, os bolbos superiores e inferiores são simétricos, de modo que a ampulheta meça a mesma duração independentemente da orientação.

Não existe um consenso sobre a origem da ampulheta sendo que, segundo algumas fontes, este dispositivo foi inventado por um monge francês no século VIII [8, p. 615] .

1.2.4. Outros tipos de Relógio

Existem outros instrumentos de medição do tempo que possuem características distintas e que não se enquadram na categoria anterior, e que quer pelo seu princípio de funcionamento quer pela sua importância histórica, assumem relevância. São exemplos:

O relógio de vela, que consiste em uma vela com marcações espaçadas [9, p. 23], que quando queimada, indica a passagem do tempo. Surgiu como uma alternativa viável de medição do decorrer do tempo no interior, durante a noite, ou quando o céu está nublado. Não se sabe ao certo quando é que estes relógios foram inventados, sendo que a sua primeira referência conhecida remonta ao século 6 d.C., aludida num poema chinês de You Jiagu [9, p. 23].

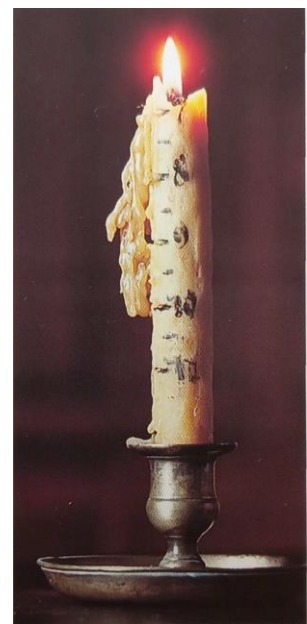


Figura 7 : Relógio de vela

Um outro exemplar digno de menção é o relógio de lâmpada a óleo, composto por um reservatório de vidro graduado destinado a armazenar o óleo, geralmente óleo de baleia, que queima de forma limpa e uniforme, proporcionando assim o combustível para a chama (Figura 8 [10]). A descida de nível no reservatório fornece uma medida aproximada da passagem do tempo. É desconhecido quando ou onde o relógio de lâmpada a óleo foi introduzido pela primeira vez. Este instrumento foi usado principalmente em meados do século XVIII. [10]



Figura 8 : Relógio de lâmpada a óleo

Os dispositivos referidos anteriormente neste subcapítulo foram os que mais marcaram a história da horometria, mas deve-se sublinhar o facto de existirem outros, como o relógio de incenso ou a clepsidra de Su Song, que optei por não mencionar, devido a comparativamente outros exemplares, carecerem de informações e cujas fontes fidedignas são escassas e também porque se apresentam como menos relevantes ao propósito desta tese.

É preciso destacar que todos os instrumentos referidos anteriormente não são métodos viáveis para medir o tempo, quer seja pela sua imprecisão ou por dependerem de condições ambientais específicas para funcionar corretamente. Estas limitações levaram à invenção do relógio mecânico.

1.2.5. O Primeiro Relógio Mecânico

A partir do século XIII, o Homem começou a construir relógios mecânicos [11, p. 10].

Tal empreendimento revelou-se fundamental para que as cidades europeias pudessem evoluir socialmente e economicamente.

Os primeiros relógios mecânicos eram relógios de torre, que foram inicialmente construídos na região que abrange o norte da Itália até o sul da Alemanha, em meados do século XIII, durante o período renascentista [12]. Por ainda serem engenhos arcaicos, não possuíam mostradores ou ponteiros, mas indicavam as horas através do toque de sinos, utilizando pesos suspensos para mover as suas engrenagens. Estes relógios rústicos funcionavam com um escape de verga e com *foliot* (ver Figura 9 [13]).

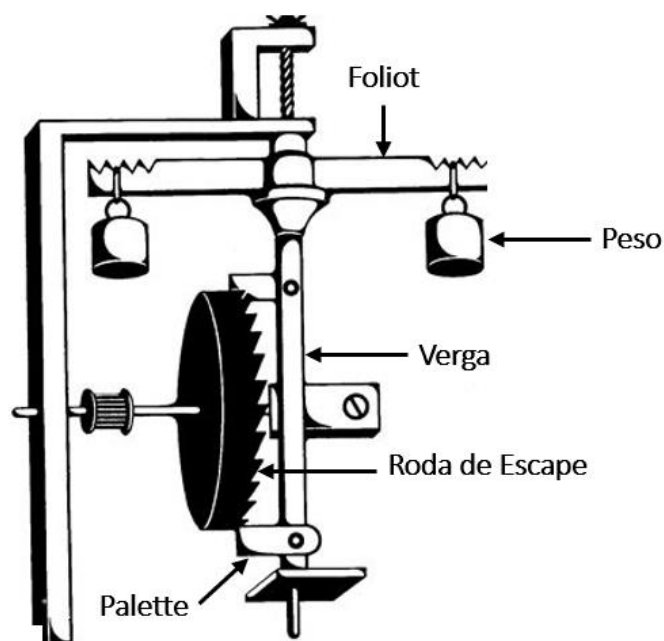


Figura 9 : Escape verga e foliot

Para clarificar; a escape verga consiste numa roda dentada em forma de coroa com dentes inclinados (roda de escape), e na verga (haste vertical com paletes).

A fonte de energia deste sistema são os pesos que ligados a uma corrente de metal, estão enrolados à volta do eixo da roda de escape. Conforme os pesos descem, a roda de escape gira, fazendo engatar uma das paletes da verga. Isto origina a rotação verga e do *foliot* numa direcção (Figura 10 fase 1, [13]).

As paletes não são paralelas, mas estão orientadas com um ângulo entre elas, para que apenas uma paleta engate nos dentes de cada vez. A posição das paletes na haste causa a reversão da direcção de rotação da verga (Figura 10 fase 2, [13]).

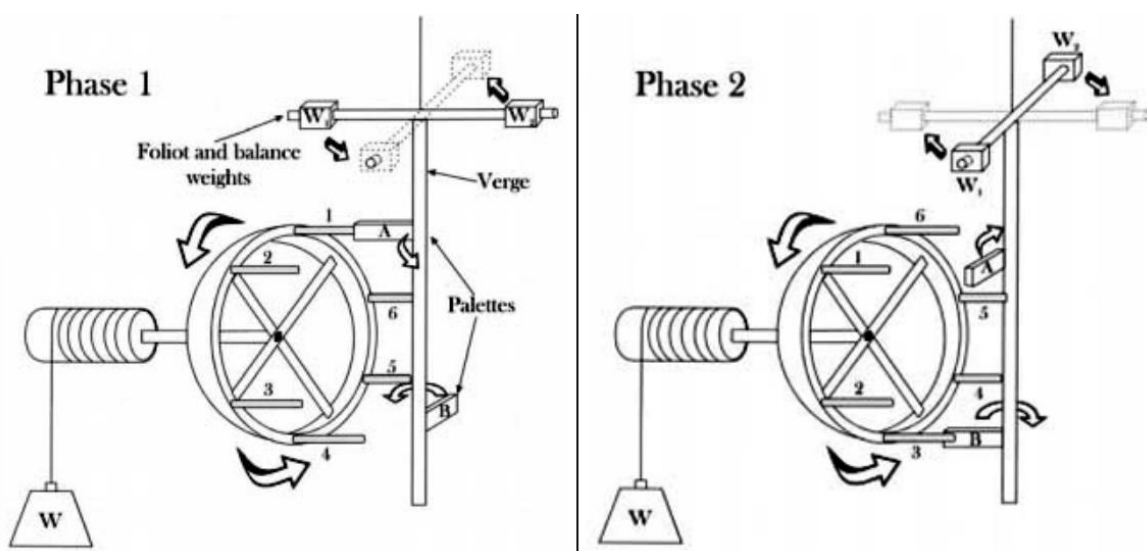


Figura 10 : Funcionamento da escape verga e do foliot

Ligado à verga na sua parte superior está um oscilador (*foliot*), que consiste numa barra horizontal com pesos em ambas as extremidades, que exerce o controle da frequência da oscilação por meio do momento de inércia dos pesos. Este é o regulador de tempo do relógio.

Eram relógios volumoso com aproximadamente 2 m³[9, p. 24], não muito precisos. Necessitavam de manutenção constante e de operadores que estivessem presentes a tempo inteiro como mostram os registos da igreja de *Saint Paul* em Londres datados do final do século XIII [9, p. 24].

A igreja católica foi a principal responsável pela vasta adaptação do relógio nas cidades. Com a necessidade de rezar várias vezes ao dia em horários específicos, ter um instrumento como o relógio de torre, cujos sinos tocam a cada hora, era uma ferramenta extremamente conveniente para os religiosos no século XIII.[11, p. 60]

Havia demanda por relógios menores que pudessem ser instalados no interior, estes também eram movidos por pesos que necessitavam de ser pendurados numa posição relativamente elevada para garantir que o relógio funcionasse, durante um período razoavelmente longo. Como é de calcular o espaço interior necessitava de ser bastante amplo, e tanto esta característica como o seu custo limitavam a procura deste luxo aos monarcas, ao clero e aos burgueses mais ricos. Com o evoluir deste instrumento, a partir do século XIV [11, p. 86], o relógio começou a ser utilizado em algumas residências.

A miniaturização era limitada pelas ferramentas e materiais disponíveis. Os relógios de torre eram feitos de ferro, e o ferro daquela época apresentava uma composição e dureza irregulares, sendo inadequado para trabalhos minuciosos. As engrenagens eram cortadas de forma tão grosseira que para movimentar as engrenagens dos relógios de torre era necessário cerca de meia tonelada [11, p. 85]. Como consequência as miniaturas do século XIV eram extremamente imprecisas, variando mais que uma hora por dia [11, p. 88].

1.2.6. O Relógio de Pêndulo

Na história, o relógio nem sempre teve o formato que conhecemos, nos primeiros tempos apresentava-se como um instrumento grosseiro, impreciso e pouco viável. Foram necessários quatrocentos anos para transformá-lo num dispositivo de medição de tempo preciso, graças ao avanço tecnológico dos materiais e à invenção do relógio de pêndulo (Figura 9 [14]) por Christiaan Huygens no século XVII [11, p. 31].

Huygens foi inspirado pelas investigações sobre pêndulos de Galileu Galilei, que começaram por volta do ano de 1602. Galileu descobriu que a característica chave que torna os pêndulos úteis para medir o tempo, é o isocronismo [15]. Esta designação prende-se com o facto do período de oscilação de um pêndulo ser aproximadamente o mesmo, para pêndulos de diferentes tamanhos. A introdução do pêndulo, o primeiro oscilador harmônico concebido para medir o tempo, aumentou significativamente a precisão dos relógios, de uma variância inferior a 15 minutos por dia [11, p. 116].

E assim Huygens substituiu o *foliot* pelo pêndulo mantendo a escape verga, como podemos observar na Figura 11 [16].

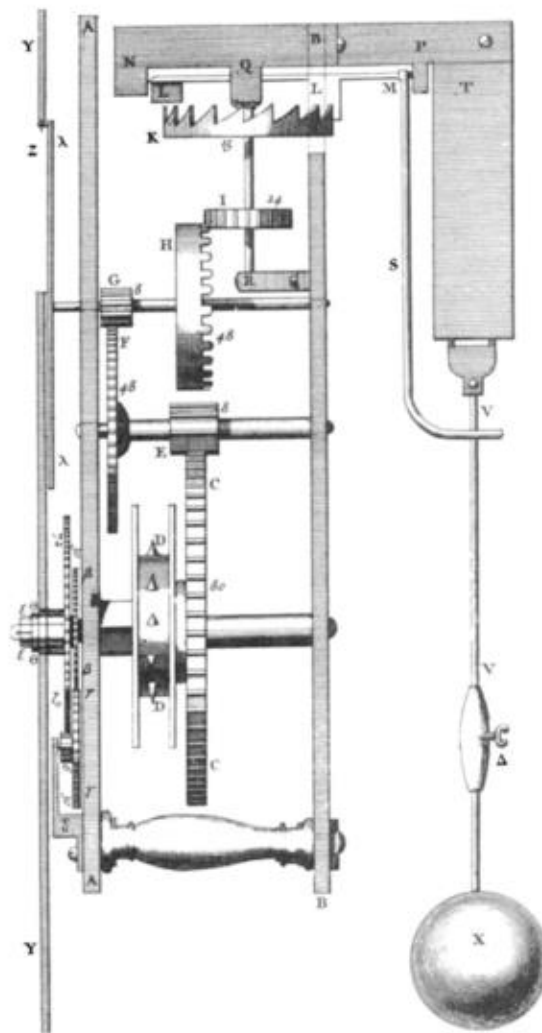


Figura 11 : Pêndulo de Huygens

1.2.7. O Escape de Âncora

Os primeiros relógios de pêndulo tinham oscilações bastante amplas, que iam até aos 100° , devido aos seus escapes de verga. Os relojoeiros perceberam que apenas pêndulos com pequenas oscilações de alguns graus são isócronos, o que motivou a invenção do escape de âncora (Figura 12 [17]), por volta de 1670 [11, p. 120]. A substituição do escape de verga pelo escape de âncora reduziu a oscilação do pêndulo para 4° - 6° . Além de aumentar a precisão para uma variância de 20-30 segundos por dia, o escape de âncora permitiu que a caixa do relógio acomodasse pêndulos ligeiramente mais curtos e lentos, que exigiam menos energia e causavam menos desgaste ao mecanismo. Os relógios estreitos e altos construídos em torno desses pêndulos, inicialmente feitos por William Clement, por volta de 1680 [11, p. 121], ficaram conhecidos como *Grandfather*

Clocks cujo mecanismo é bastante semelhante ao dos pêndulos modernos. A maior precisão resultante desta tecnologia levou à adição do ponteiro dos minutos nos mostradores dos relógios.

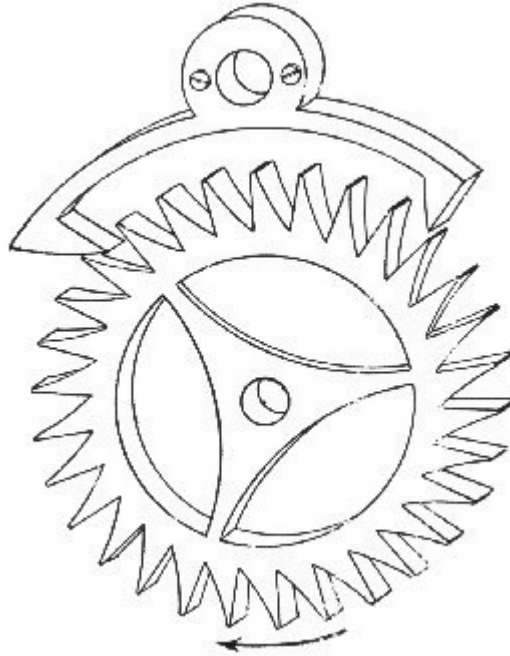


Figura 12 : Escape de âncora

1.2.8. O Problema da Longitude

A latitude e a longitude pertencem ao sistema de coordenadas utilizadas para descrever a posição geográfica na terra. Enquanto a latitude é a medida angular em graus que indica a distância de um ponto em relação ao equador, norte-sul, a longitude é a medida angular que utiliza como referência o Meridiano de Greenwich no sentido este-oeste. A capacidade de determinar com precisão tanto a latitude como a longitude são vitais para a sobrevivência dos navegadores como foi evidente pelo infame desastre das ilhas Scilly, no ano de 1707, onde cerca de 2000 homens perderam a vida porque a tripulação estimou mal a longitude [18].

Embora seja possível de medir a latitude com base na posição das estrelas e com o auxílio de instrumentos de navegação como o astrolábio, para o cálculo da longitude é necessária uma referência temporal. A diferença entre a hora local, determinada pela posição do sol, e a hora de Greenwich, utilizando um relógio abordo, resulta directamente na longitude, sendo uma hora de diferença o correspondente a 15° de longitude. Esta referência necessita de ser extremamente precisa porque um minuto de diferença resulta num erro de 0.25° de longitude ou o equivalente a 27.8 km no equador.

Infelizmente os pêndulos de Huygens, embora precisos, necessitam de manter uma posição vertical para funcionarem corretamente, o que é impossível em alto mar.

Apenas em 1735 é que foi construído o primeiro cronómetro marinho conhecido como H1, criado por John Harrison. Este cronómetro experimental foi concebido como uma solução para conquistar o prestigioso prémio de £20,000 (£1.5m atualmente) [19] oferecido pelo governo britânico para quem resolvesse o problema da longitude. O H1, ilustrado na Figura 13 [20] diferenciava-se dos cronómetros anteriores por ser capaz de resistir aos movimentos de um navio, uma vez que possuía dois balanços oscilantes interligados. Esta inovação permitia que o cronómetro continuasse a funcionar com precisão, mesmo face às oscilações de uma embarcação em alto-mar.

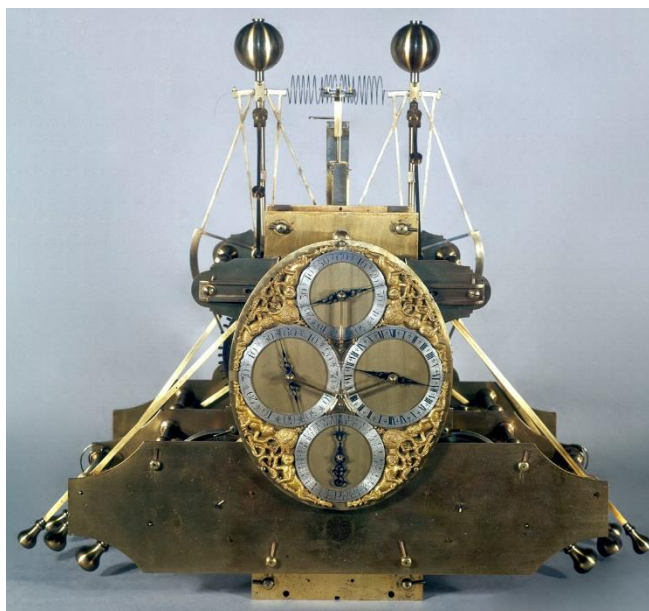


Figura 13 : H1 de John Harrison

1.2.9. O Relógio Mecânico e o Quartz

A miniaturização do relógio e a invenção do relógio de bolso foi uma eventual consequência do avanço tecnológico. O primeiro relógio portátil, inventado pelo relojheiro alemão Peter Henlein, no final do século XVI [11, p. 87], utilizava uma mola helicoidal como fonte de energia e tinha um tamanho compacto o suficiente para ser usado à volta do pescoço [11, p. 264]. Evidentemente, nessa época, ainda não eram usados no bolso, mas sim como um adorno de colar. Isto devia-se ao facto de que os primeiros modelos serem quadrados, pouco ergonómicos, grandes e pesados. Além disso estes eram extremamente imprecisos e como consequência só tinham o ponteiro das horas. Os relógios portáteis eram sobretudo um símbolo de estatuto social.

Foi somente no século XVII que o relógio portátil passou a ser chamado de "relógio de

bolso" depois de muitas melhorias e otimizações [11, p. 134]. Por exemplo, o número de rodas dentadas dentro do mecanismo cresceu consideravelmente, reduzindo assim a necessidade de se dar à corda várias vezes ao dia. A precisão aumentou, possibilitando assim a adição do ponteiro dos minutos.

Todos os homens da alta sociedade possuíam, ou desejavam possuir o seu próprio relógio de bolso durante este período. A popularidade do relógio aumentou ainda mais no século XVIII, quando joalheiros e relojoeiros começaram a criar designs intrincados com diamantes e joias no mostrador e no mecanismo [9, p. 25].

Foi só finalmente no século XIX que graças, à produção de peças padronizadas, o relógio de bolso se tornou acessível ao público em geral. Este ganhou grande notoriedade principalmente na sociedade de classe média e baixa. Da sua importância durante este período, destaca-se em particular a utilização pelos trabalhadores das ferrovias, eles dependiam dos relógios para sincronizar os trajetos dos comboios, a fim de evitar colisões ou descarrilhamentos. As empresas ferroviárias norte americanas chegaram a estabelecer uma política estrita sobre qual relógio de bolso os seus trabalhadores deveriam utilizar com o objetivo de evitar atrasos e acidentes [21].

Embora o primeiro relógio de pulso tenha sido criado em 1812, pelo renomado relojoeiro Abraham-Louis Breguet para a rainha de Nápoles [22], foi nos anos que antecederam a primeira guerra mundial que estes se popularizaram. Até ao início do século XX, as mulheres usavam relógios em colares, enquanto os homens preferiam os relógios de bolso. No entanto, os relógios de pulso começaram a tornar-se populares entre os soldados, como pode ser observado no anúncio de relógios Waltham na Figura 14 [23].

**THE BEST WATCH
in the Trenches,**
the watch that keeps good time under fire, is the wonderful Waltham wristlet.

Strong, neat, durable, and thoroughly reliable, made by the most famous watchmakers in the world. There are no better watches for wristlet or pocket wear.

But be sure the watch you buy is a Waltham. The name is always on the movement plate. If you can't find the name, it isn't a Waltham.

There is an exquisitely dainty series for Ladies' wear, fitted to straps, rolled gold, or gold bracelets.

Waltham Watches

WALTHAM WRISTLETS IN SILVER CASES.

For Gentlemen:	For Ladies:
Maximus .. £10 4 0 No. 155 £4 5 0	Diamond Maximus .. £9 10 0
Riverside .. 7 18 3 No. 161 3 2 3	Riverside 4 3 3
Lady Waltham 5 13 9 No. 150 2 15 9	Ruby 4 8 6
	Sapphire 5 17 9

ALSO IN GOLD AND ROLLED GOLD CASES.

FREE. Send to-day for Waltham Watch Booklet and Wristlet Watch Pamphlet.

THE WALTHAM WATCH CO. (Dept. 73), 125, HIGH HOLBORN, LONDON, W.C.

Of all Reliable Watchmakers and Jewellers.

Figura 14 : Anúncio relógio de pulso Waltham

Estes relógios eram mais práticos e ergonômicos, permitindo aos soldados carregar equipamentos e ainda verificar as horas. Assim, e apesar da sua relevância no século anterior, os relógios de bolso perderam notoriedade e passaram para o segundo plano, no mundo da relojoaria.

1.2.10. A crise do Quartz

Na indústria relojoeira, a crise do quartzo ou a revolução do quartzo refere-se a uma invenção tecnológica importante, que resultou na adoção do oscilador de quartzo por várias marcas, durante os anos 1970 e 1980 [24].

Esta inovação tecnológica começou com uma inovação da fabricante japonesa Seiko, que lançou o primeiro relógio de quartzo comercial em dezembro de 1969, o *Quartz 35SQ Astron*. Este movimento possui um oscilador quartzo com uma frequência de 8192 Hz (Figura 15 [25]), que resulta numa variância de 5 segundos por mês, enquanto que um relógio mecânico tem tipicamente uma variância de 10 segundos por dia [26].



**Figura 15 : Mecanismo Quartz 35SQ
Astron**

Embora o 35SQ tenha custado na altura 450,000 yen ou 1250 dólares, em 1969 [26] (que corresponde a 10 359 dólares atualmente [27]), com o passar dos anos os quartzos tornaram-se mais acessíveis e os consumidores começaram a abandonar os seus antigos relógios em favor da nova tecnologia, que para além de ser mais fiável requer pouca manutenção. Enquanto os relógios mecânicos necessitam de uma revisão geral cada 3 - 5 anos, aproximadamente, o quartzo

é um produto descartável devido ao seu preço reduzido. Para o consumidor é uma questão de avaliar o custo-benefício, entre pagar pela manutenção do relógio mecânico, ou comprar um novo relógio de quartzo.

Com esta inovação a Seiko provocou não só o declínio da indústria relojoeira Suíça, mas também o rápido crescimento de várias empresas asiáticas, que passaram a dominar a produção mundial de relógios, após adotarem esta nova tecnologia. Os grupos relojoeiros de alto nível do Japão, incluindo Seiko e Citizen, acabaram por enfrentar uma grande concorrência de empresas asiáticas de baixo custo e como resultado tiveram de se focar na inovação de tecnologias híbridas de precisão como o Spring Drive, a Kinetic e o Eco-Drive.

Em 1983, a crise atingiu um ponto crítico. A indústria relojoeira suíça, que contava com quase 90 000 empregados em 1970, em 1983 contava apenas com 33 000 [28]. Em março desse ano, os dois maiores grupos relojoeiros suíços, ASUAG (*Allgemeine Gesellschaft der Schweizerischen Uhrenindustrie AG*) e SSIH (*Société suisse pour l'industrie horlogère*) juntaram-se para formar a SMH (*Société de microélectronique et d'horlogerie*), conhecida atualmente como *Swatch Group*.

Esta organização desempenhou um papel crucial no renascimento da indústria relojoeira suíça, ao criar o relógio Swatch: um relógio de quartzo selado numa caixa de plástico projetado para ser vendido como um produto descartável, com baixa probabilidade de necessitar reparações e poucas peças móveis. Além disso, produção do Swatch foi automatizada, permitindo a redução dos custos de produção e a maximização dos lucros.

O sucesso do relógio Swatch foi imenso. Em 1984, foram vendidos globalmente mais de 3,7 milhões de relógios Swatch, impulsionando o investimento em todas as marcas envolvidas e possibilitando a aquisição de outras marcas de luxo, incluindo Blancpain, Breguet, Longines e Omega [29].

Os relógios mecânicos tornaram-se gradualmente artigos de luxo, valorizados pelo seu artesanato requintado, apelo estético e design glamoroso transformando-se assim novamente em símbolos de estatuto social.

2

O RELÓGIO MECÂNICO

2.1. Funcionamento de um Relógio

Existem vários tipos de relógios mecânicos, mas neste trabalho de projeto iremos nos concentrar nos relógios mecânicos de pulso convencionais (escape balanço-espiral).

Um relógio mecânico contemporâneo possui as seguintes partes essenciais, ilustradas na Figura 16 [9, p. 33]:

1. O movimento: Parte mecânica do relógio, responsável pelo seu funcionamento.
2. O mostrador e os ponteiros: Estes elementos têm a função de indicar as horas de forma analógica.
3. O *boîtier*: Invólucro do relógio, responsável por proteger o mecanismo interno. É composto pelo vidro, pela caixa e pela tampa.

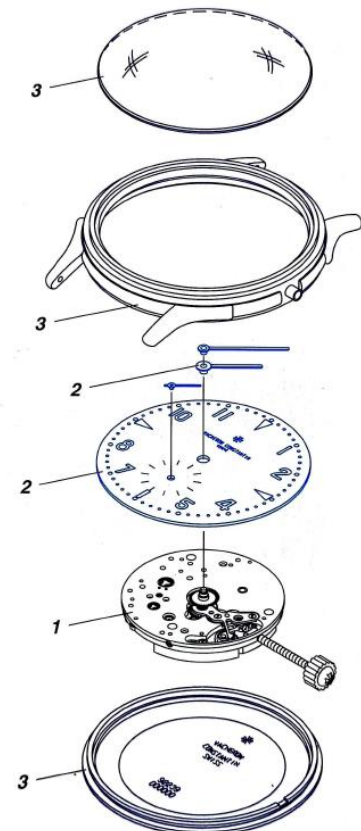


Figura 16 : Relógio Mecânico Desmontado

O foco deste trabalho de projeto é o movimento do relógio, o qual é composto pela platina (Figura 17 [9, p. 34]), que serve como base para todos os seus componentes; pelas pontes (Figura 18 [9, p. 34]) que seguram os eixos das rodas dentadas e por um conjunto de elementos que trabalhando em harmonia, contribuem para o funcionamento desta máquina complexa e que iremos detalhar nos seguintes parágrafos.

Quando se monta um relógio, colocam-se os eixos das rodas dentadas na platina. A platina possui “joias” (tipicamente rubis sintéticos) com pequenos furos, que seguram os eixos dos componentes móveis. A razão pela qual que se utilizam rubis sintéticos deve-se à necessidade de

se evitar o desgaste da platina, visto que o rubi possui uma dureza superior à do aço inoxidável das engrenagens. Os pequenos furos na platina existem não só para auxiliar a fixação dos componentes, mas também para facilitar a lubrificação. Depois de se colocarem os componentes móveis na platina, colocam-se as pontes por cima, que também possuem joias que irão segurar os eixos.

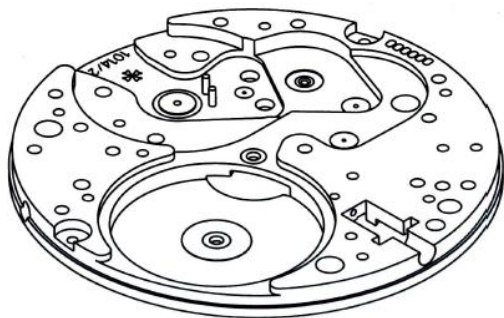


Figura 17 : Platina

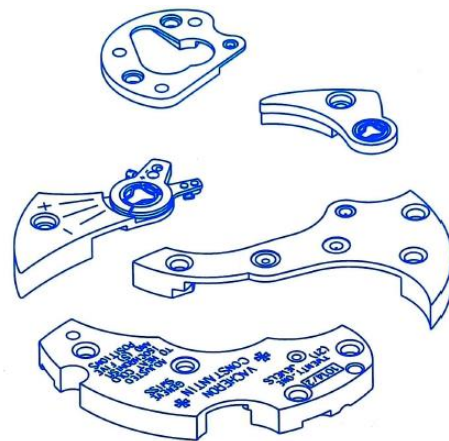


Figura 18 : Pontes

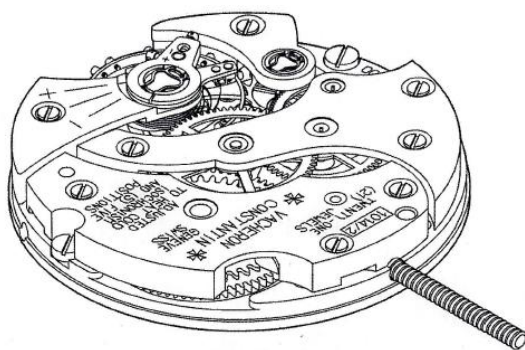


Figura 19 : Lado das Pontes

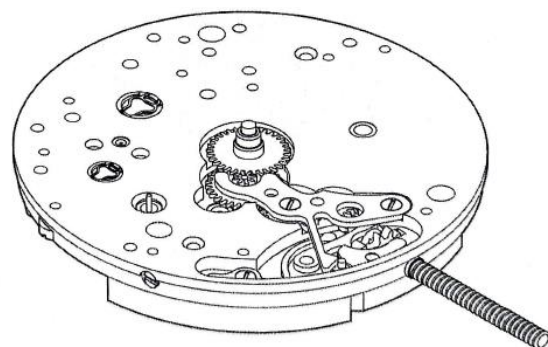


Figura 20 : Lado do Mostrador

A platina do relógio possui dois lados: o lado das pontes (Figura 19 [9, p. 34] e o lado do mostrador (Figura 20 [9, p. 34]).

No lado das pontes estão localizados todos os componentes responsáveis pela transmissão, acumulação de energia, e escape. Estes elementos asseguram o funcionamento adequado do relógio, garantindo a precisão e a estabilidade do movimento. No lado do mostrador, encontram-se os componentes responsáveis por indicar as horas de forma analógica, o que inclui as engrenagens, com a relação de transmissão apropriada, cujos eixos servem para fixar os ponteiros. É também no lado do mostrador que encontramos o sistema responsável pelo ajuste

correto da hora.

2.1.1. Acumulador de Energia

O tambor, ou *barrilet* é a engrenagem responsável por acionar a cadeia cinemática. O tambor é oco e contém no seu interior a mola helicoidal, cuja a função é acumular energia (Figura 21 [9, p. 46]).

Uma extremidade da mola fica presa na parede interna do tambor e a outra extremidade é fixada no eixo que se move independentemente (no sentido anti-horário) do tambor.

Quando o utilizador aciona a coroa de um relógio mecânico, esta transmite energia rotacional através de um curto sistema de engrenagens (Figura 22 circulado a vermelho [30]) que, por sua vez, aciona o eixo do tambor.

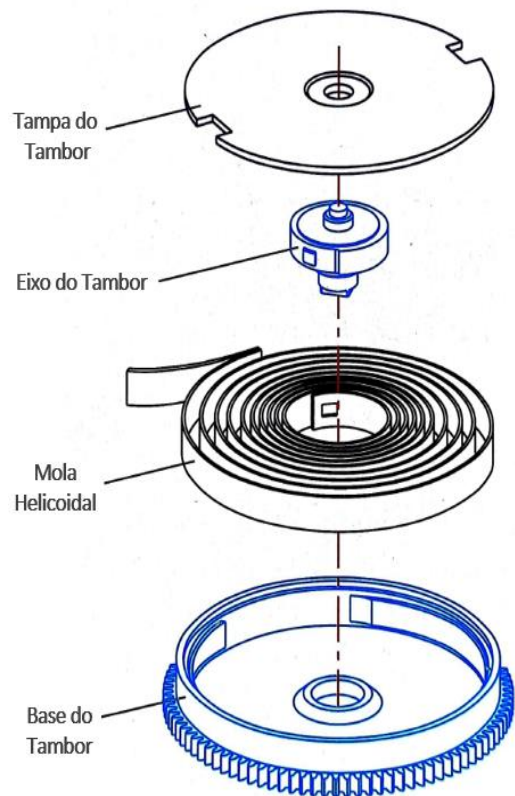


Figura 21 : Tambor

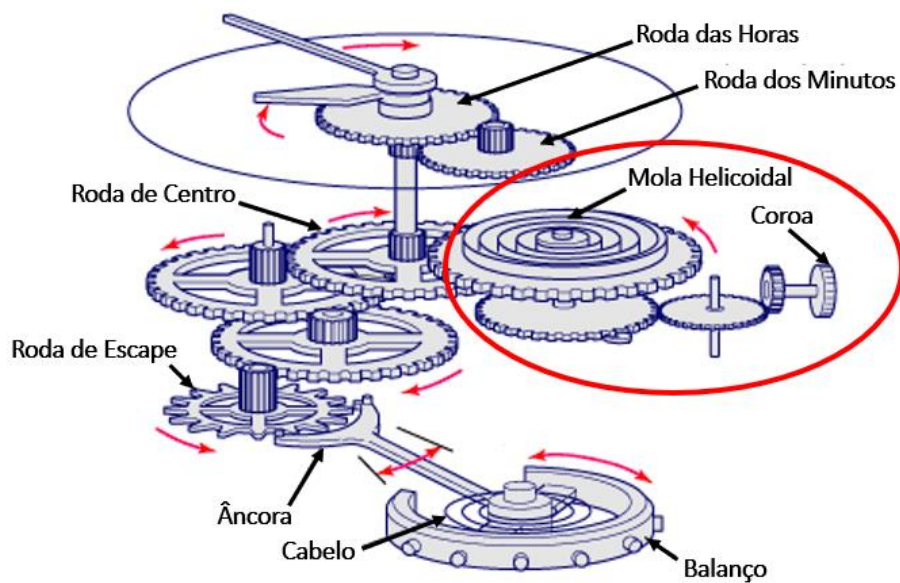


Figura 22 : Esquema de um Movimento Simplificado

O tambor gira e enrola a mola em volta do seu eixo, acumulando energia (Figura 23, mola “armada” [31, p. 18]) que é libertada aos poucos pelo sistema de escape. Após 26h-30h a mola estará “desarmada” (Figura 23, mola “desarmada”) e o ciclo estará pronto a recomeçar.

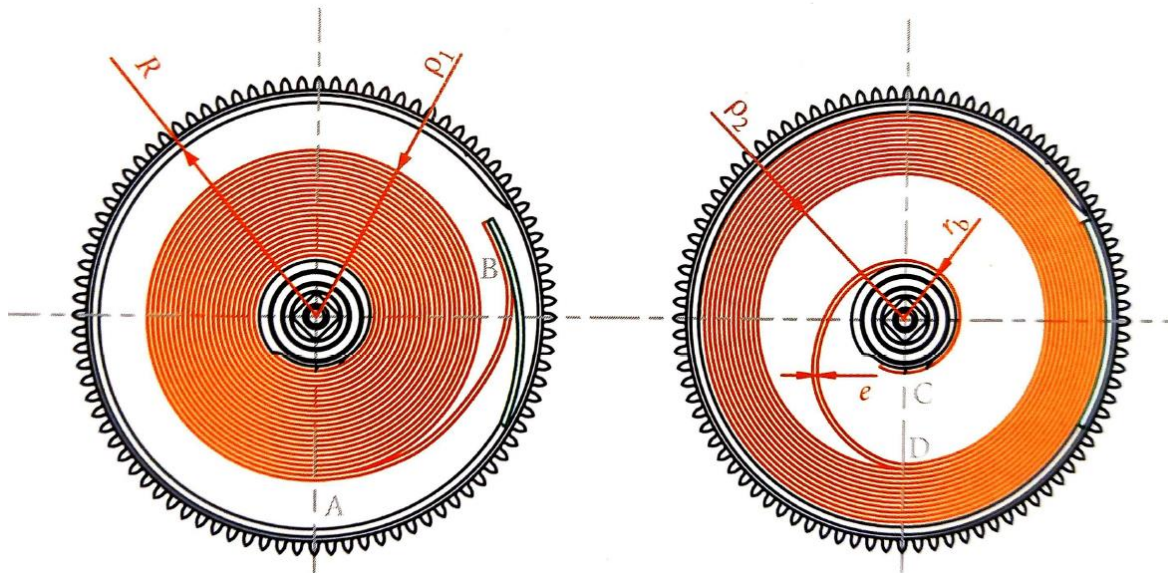


Figura 23 : Mola "Armada" (esquerda) e Mola "Desarmada" (direita)

2.1.2. Transmissão de Energia

Estes são os órgãos (Figura 24 [31, p. 72]) responsáveis pela transmissão de energia, da mola helicoidal ao escape. A sua função é de transmitir a força do tambor até à roda de escape. As relações das engrenagens são ajustadas à frequência do escape, o que significa que o número de dentes de cada engrenagem é calculado por forma a que cada componente tenha a velocidade de rotação adequada.

As engrenagens são:

- A roda de Centro, que dá uma volta a cada 24 h. O eixo que atravessa a ponte é responsável por segurar o ponteiro das horas.
- A roda de terceiros, que multiplica a rotação entre a roda de centro e a roda de segundos.
- A roda de segundos, diretamente ligada à roda de escape, dá uma volta cada 60 s. O ponteiro dos segundos é fixado ao eixo desta engrenagem. Esta encontra-se usualmente às 6 horas no mostrador.

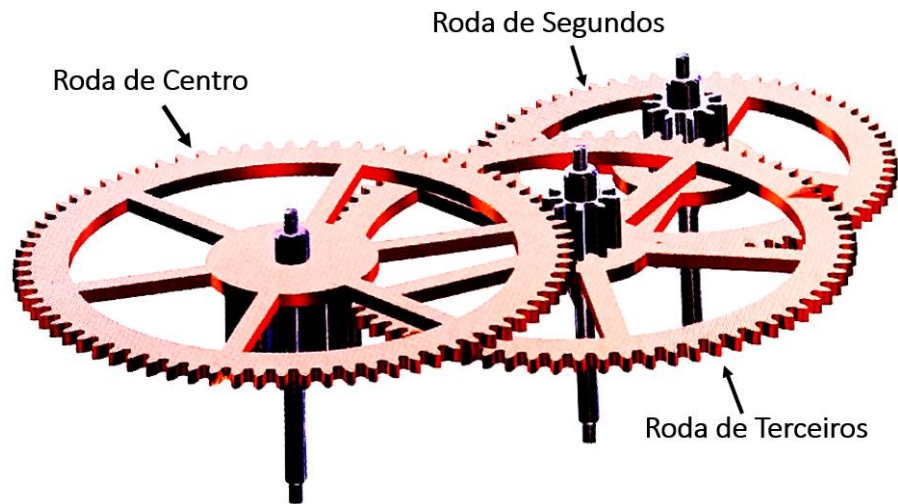


Figura 24 : Engrenagens Principais do Relógio

2.1.3. Escape

O escape ou *échappement*, em francês, é o sistema responsável por contar os batimentos do relógio, bloqueando e desbloqueando a cadeia cinemática, a um ritmo ditado pelo oscilador. Isto sucede de tal maneira que a roda de escape se desloca distâncias angulares iguais, em intervalos iguais, e movimenta o mecanismo, a um ritmo apropriado. O sistema conserva e racionaliza a energia, permitindo que esta escape em intervalos regulares, o que justifica o seu nome. Este é composto pela roda de escape; a âncora; o balanço e a espiral do balanço (chamado na gíria de cabelo) ilustrados na Figura 25 [32].

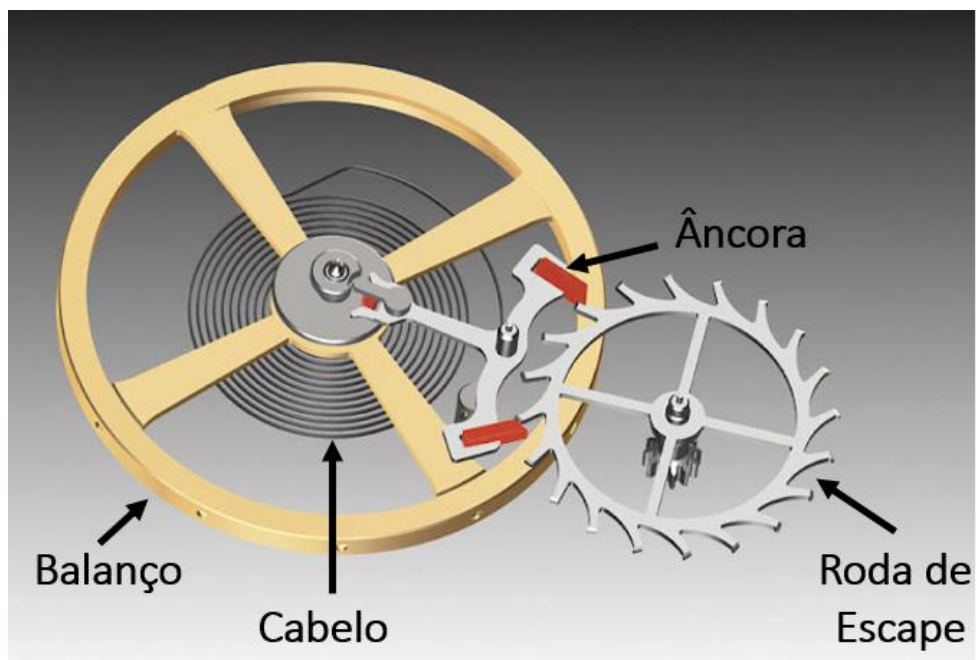


Figura 25 : O Escape

O escape é frequentemente referido como o coração do relógio e com razão, pois este sistema é responsável pela sua precisão.

Tipicamente, quando um relógio mecânico adianta ou atrasa, o relojoeiro terá de efetuar a *réglage* do escape. Isto implica endireitar ou apertar o cabelo, lubrificar os seus vários componentes e apertar ou desapertar a *raquete* (conforme detalhado no capítulo 4.4.4). Esta tarefa requer a habilidade de um relojoeiro experiente e a utilização de um aparelho de controlo eletromecânico, que deteta as vibrações do movimento (Figura 26 [9, p. 161]). O referido equipamento de controlo interpola quantos segundos, por dia, o relógio avança ou atrasa e também indica a amplitude do balanço. E assim, com esta informação, o relojoeiro realiza pequenos ajustes no cabelo até obter uma amplitude superior a 280° e um atraso ou avanço inferior a 10 s/dia.

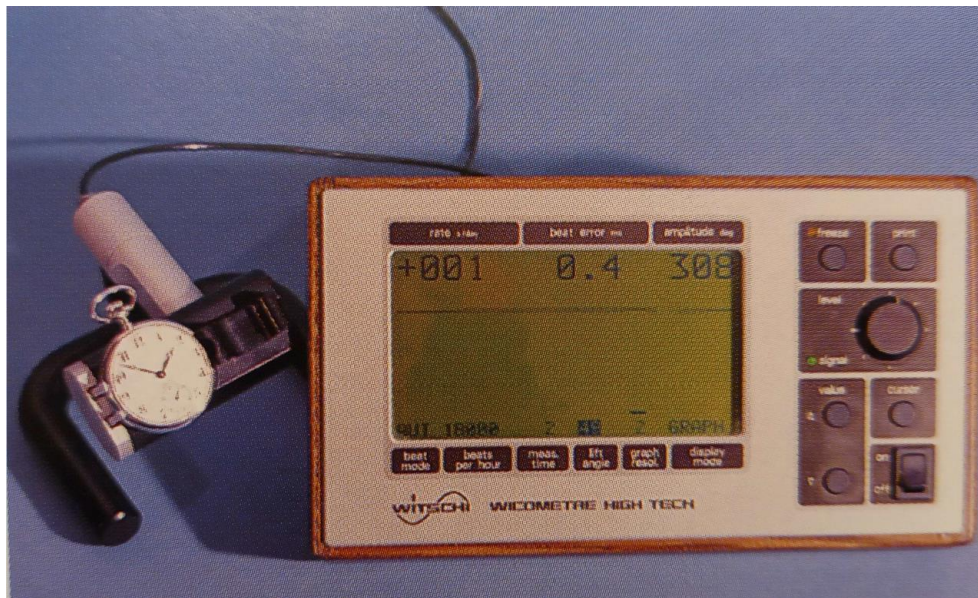


Figura 26 : Aparelho de Controlo WITSCH

Antes da invenção destes aparelhos, a *réglage* demorava vários dias e era feita por comparação com outros relógios mecânicos, mais precisos onde a *réglage* já tivesse sido efetuada.

2.2. Precisão de um Relógio

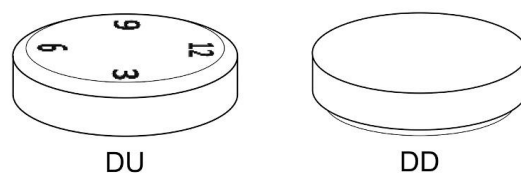
Conforme mencionado anteriormente, os relógios mecânicos são incapazes de competirem com a precisão e durabilidade dos relógios quartzo. No entanto, é interessante observar que segundo a percepção geral dos consumidores acontece justamente o oposto, pois associa-se um preço mais elevado a um produto de maior qualidade. Embora os relógios de luxo mecânicos, como os da marca Rolex (que produzem exclusivamente mecânicos), justifiquem o seu preço através da qualidade dos materiais; técnicas inovadoras; acabamentos de alta precisão, assim como de uma apresentação absolutamente fascinante, ao ponto de serem comparados a obras de artes, estes ainda são limitados pela tecnologia. São relógios caros, frágeis e imprecisos. Continuam a necessitar de uma manutenção regular para garantir um desempenho ideal.

Mas porque é que a precisão está limitada pela tecnologia?

2.2.1. Gravidade

Existem vários fatores e o mais conhecido é a gravidade, mais precisamente a posição do movimento. Um relógio normalmente funciona com máxima precisão quando está com o mostrador para cima (*Dial Up*, DU), ou para baixo (*Dial Down* DD) (Figura 27, *Horizontal postures* [33]). Em ambas as posições, o balanço está na horizontal, paralelo ao solo, o que origina o mínimo de atrito entre o eixo e os rubis, devido ao facto da ponta do eixo estar suportada pelas joias da ponte e da platina. Quando o mostrador do relógio está na vertical, (Figura 27, *Vertical postures*) a área de contacto dos eixos do balanço aumenta, resultando num maior atrito.

Horizontal postures



Vertical postures

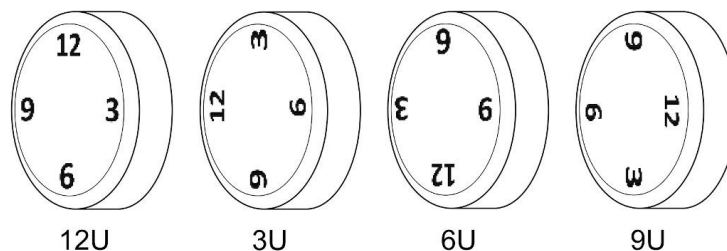
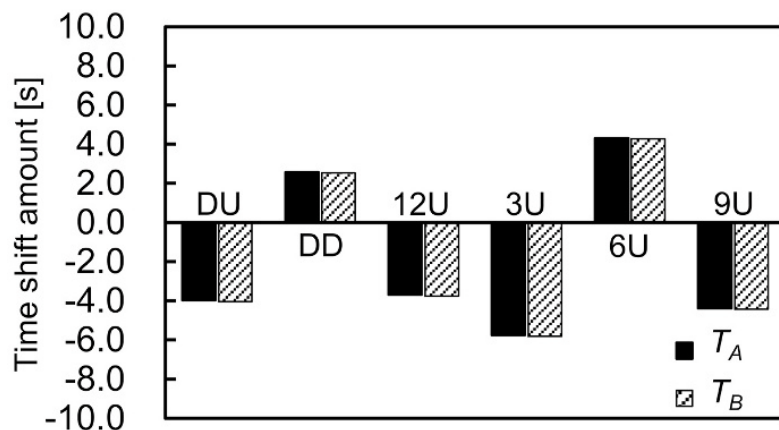


Figura 27 : Diferentes Posições para a Réglage

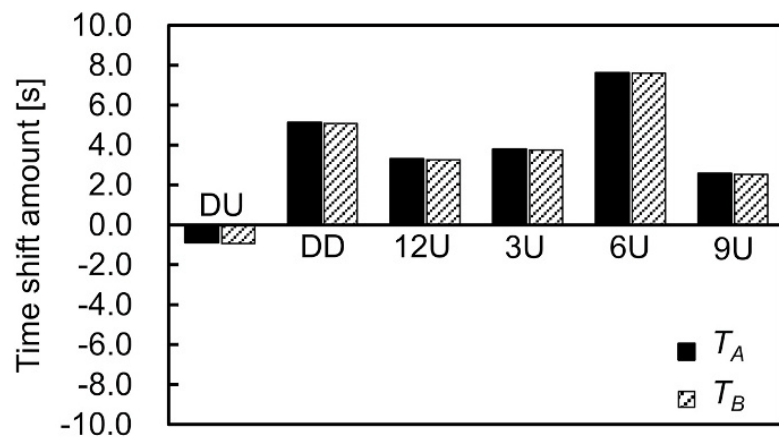
Consequentemente ao realizar-se a *réglage*, devem-se aferir os parâmetros do escape nas 4 posições mais comuns, sendo estas as 2 posições horizontais e as 2 posições verticais (coroa para cima = 3U – coroa para baixo = 9U). É impossível obter a mesma precisão para todas as posições, o que torna a *réglage* um exercício de equilíbrio delicado.

As figuras 28 e 29 demonstram como as diferentes posições do movimento afetam a precisão do relógio. Estas foram retiradas de um estudo de 2021 [33], sobre o desenvolvimento de um novo sistema de medição de precisão dinâmica. Os autores implementaram um aparelho que utiliza um sensor fotoelétrico que deteta a posição e a frequência do balanço do relógio mecânico, para de seguida calcularem o atraso/avanço em s depois de 24 horas e 48 horas (*time shift*). T_A e T_B são simplesmente dois sistemas diferentes que detetam o “*time shift*” relógio. Podemos constatar que a variância altera conforme as posições do mecanismo e que esta imprecisão aumenta com o passar das horas.



(b) 24~48 [h]

Figura 28 : Time Shift - Primeiro Dia



(a) 0~24 [h]

Figura 29 : Time Shift - Segundo Dia

Com o objetivo de mitigar o efeito da gravidade que provoca uma diminuição da precisão do relógio mecânico, várias marcas criaram o *tourbillon*, que não é mais que um escape que gira sobre um ou mais eixos (Figura 30 [34]).

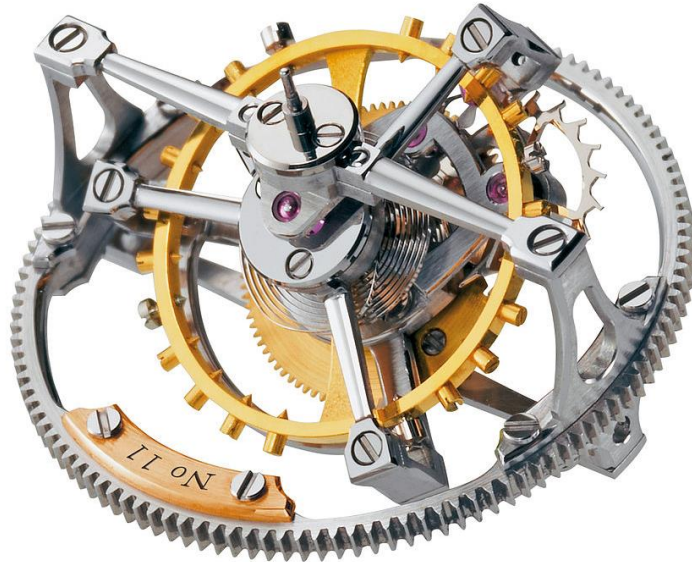


Figura 30 : Tourbillon de Dois Eixos

O princípio base por trás do efeito deste sistema prende-se com o facto de idealmente o balanço estar em rotação perpétua, e assim sendo, a gravidade irá afetar o seu desempenho em todos os sentidos o que, como tal, anula as pequenas variações da precisão do relógio [9, p. 167]. Mas segundo um estudo de 2007, acerca da precisão de um relógio mecânico com um *tourbillon* [35] este aparenta não afetar de forma significativa a precisão, apresentando-se como uma técnica elaborada, com efeitos práticos relativamente baixos, apenas aumentando significativamente o custo do mecanismo.

Se voltarmos à figura 29 pode-se também constatar que, depois de 24 horas, a variância da precisão muda significativamente, o que revela a importância de considerar o segundo fator.

2.2.2. Variação do Torque da Mola Hélicoidal

O segundo fator que afeta significativamente a precisão é a tensão da mola helicoidal do relógio. Durante o dia, o torque que a mola helicoidal fornece ao mecanismo tem tendência a diminuir e como consequência, o relógio é propenso a atrasar.

Isto deve-se ao facto que à medida que a mola se desenrola o seu torque diminui. Este comportamento torna-se evidente no Gráfico 1 [9, p. 50] que demonstra uma correlação entre a diminuição do torque, em $N \cdot mm$, pelo número de voltas que este dá em volta do eixo do tambor.

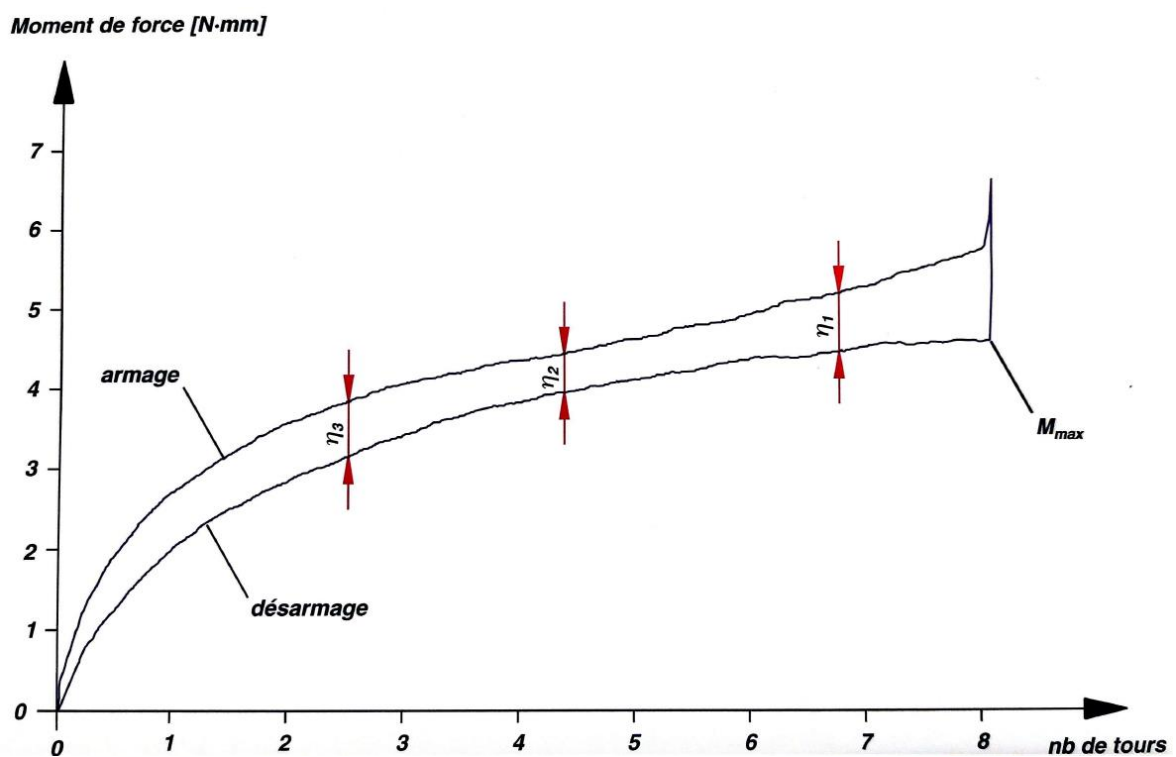


Gráfico 1 : Torque da Mola Hélicoidal em Função do Número de Voltas

A diminuição do torque implica uma diminuição da velocidade angular das várias engrenagens e uma diminuição da amplitude do balanço, logo o relógio atrasa.

Por esta razão, os relojoeiros recomendam dar corda a um relógio mecânico mais que uma vez ao dia, para que este seja o mais preciso possível.

2.2.3. A Frequência

O terceiro fator que afeta significativamente a precisão é a frequência. Todos os tipos de relógios, sejam eles mecânicos, a quartzo ou atômicos, dependem fundamentalmente de um oscilador que vibra a um determinado número de vezes por segundo. Estas oscilações iram determinar a duração do segundo.

Por exemplo, os relógios de quartzo exploram as propriedades piezoelétricas do mineral quartzo, que vibra 32 768 vezes por segundo quando uma corrente elétrica é aplicada [9, p. 330], enquanto os relógios mecânicos baseiam-se no intrincado sistema de escape, onde uma vibração corresponde ao contacto entre a roda de escape e a âncora (conforme está detalhado no capítulo 4.4.2).

Tipicamente os movimentos mecânicos possuem uma frequência de 2.5 Hz, 3 Hz ou 4 Hz, que são 4 ordens de magnitude inferior ao quartzo. A frequência está em correlação directa com a precisão de um mecanismo como demonstra a seguinte equação [31, p. 106]:

$$Q = \frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f}{z_{re}}\right)^3 \cdot J_b \cdot \varphi_0^2}{2 \cdot P_{bal}} \quad (1)$$

Q = Fator de qualidade (indicador de precisão)

z_{re} = Número de dentes da roda de escape

f = Frequência do escape em *rad/s*

J_b = Momento de inércia do balanço em *kg · mm²*

φ_0 = Amplitude do balanço em *rad*

P_{bal} = Amplitude do balanço em *rad*

Pode-se constatar que segundo a equação (1) enquanto maior a frequência do mecanismo, maior será o fator de qualidade e mais preciso é o relógio, uma vez que este consegue dividir o tempo em unidades menores, tornando-o mais sensível a mudanças minúsculas. No entanto, fabricar um relógio mecânico com uma frequência elevada (> 4Hz) traz alguns problemas.

Primeiramente, à medida que a frequência aumenta, os componentes do relógio precisam se mover mais rapidamente, o que resulta num aumento significativo de atrito entre eles. Este atrito pode afetar a durabilidade do relógio e requer uma lubrificação frequente dos vários pontos de contacto, o que por sua vez aumenta o custo da manutenção. Uma alta frequência corresponde a uma vida útil reduzida para vários componentes.

O torque necessário para acionar o mecanismo é superior a um movimento de baixa frequência, logo isto reduz a reserva de marcha. Para combater este problema, os movimentos de alta frequência possuem um maior número de engrenagens e sistemas complexos. Todos estes desafios resultam em movimentos exponencialmente mais caro.

Por exemplo o movimento 7727 da Breguet que funciona a 10 Hz custa mais de 40 000 euros [36].

2.3. Fator de qualidade

Se considerarmos um escape balanço-espiral que oscila livremente, num relógio sem corda, a sua amplitude irá diminuir incrementalmente até que este pare. A perda de energia deve-se ao atrito entre os diferentes componentes e à resistência do ar que afecta directamente o balanço. A oscilação é amortecida até que este pare completamente. O valor que caracteriza este amortecimento é o fator de qualidade.

O fator de qualidade é um número adimensional que caracteriza a liberdade de um oscilador; quanto menos amortecimento houver, maior será o fator. De forma informal, pode-se dizer que o fator de qualidade é o número de oscilações completas antes que o oscilador pare [9, p. 135].

O fator de qualidade do oscilador é reconhecido como sendo o melhor indicador de precisão de um relógio.

Um relógio mecânico relativamente preciso possui um fator de qualidade de 200, este pode facilmente ultrapassar 600 para um bom cronometro. Já um relógio a diapasão possui um fator de qualidade entre 1000 e 10 000 e o do quartzo ultrapassa 100 000.

Avanços recentes em materiais e escapes têm melhorado significativamente a fiabilidade e a eficiência do relógio, mas a precisão cronométrica do relógio mecânico parece ter atingido um limite muito difícil de superar. Uma das explicações é que um oscilador balanço-espiral possui um fator de qualidade intrinsecamente baixo, isto torna-se aparente quando se consulta a Tabela 1 [37, p. 103]. Esta tabela contém os valores típicos do fator de qualidade para diferentes tecnologias assim que a precisão associada.

Tabela 1 : Comparação do Fator de Qualidade e da Precisão

Tipo de Relógio	Fator de Qualidade Q	Varição s/dia
Mecânico Convencional	100 – 300	5 – 20
Cronometro Marinho Mecânico	300 – 700	3 – 5
Relógio a Diapasão	1 000 – 2 000	1 – 2
Relógio Quartzo	100 000 – 1 000 000	0.08 – 0.6
Relógio Atômico de Césio	50 000 000 – 200 000 000	10^{-16} – 10^{-12}

2.4. Fiabilidade

Por mais imprecisos que sejam os relógios mecânicos não os devemos classificar como inferiores ou menos complexos em relação aos relógios a quartzo. Aliás, o número de peças nos relógios mecânicos é superior ao quartzo.

Um movimento mecânico simples, sem adições complexas, é composto em média por cerca de 130 componentes [38] e com complicações adicionais, como um cronógrafo, data, ou remontagem automática pode chegar a 1000 peças, enquanto um movimento de quartzo possui entre 50 a 100 componentes [39]. Infelizmente esta diferença no número de componentes influencia imenso a fiabilidade dos relógios.

A fiabilidade de um mecanismo está intrinsecamente ligada à quantidade de peças envolvidas. Quanto mais componentes um mecanismo tiver, maior será a probabilidade estatística de que pelo menos um deles falhe ao longo do tempo. Em contraste, um mecanismo com um número menor de componentes tende a ser mais fiável, geralmente apresentando um tempo médio entre falhas (MTBF) maior.

Além disso, os relógios mecânicos têm a desvantagem de serem extremamente sensíveis a choques. Uma única queda pode danificar o mecanismo de escape. Isso não apenas aumenta a probabilidade de falha, mas também pode levar a custos substanciais de reparo.

Em contrapartida, os relógios de quartzo, com sua simplicidade e menor número de componentes móveis, são menos suscetíveis a danos causados por impactos e, portanto, tendem a ser mais robustos e fiáveis em situações de uso cotidiano.

3

SIMULAÇÃO DINÂMICA

3.1. O que é a Simulação Dinâmica ?

A simulação dinâmica desempenha um papel crucial no arsenal de ferramentas de engenheiros e designers, oferecendo uma poderosa plataforma de prototipagem virtual. Esta ferramenta possibilita uma compreensão mais aprofundada do processo de montagem e da dinâmica dos mecanismos.

No âmbito da simulação dinâmica, um mecanismo é considerado como um dispositivo mecânico encarregado de transmitir movimento e/ou força de uma fonte para uma saída. A simulação dinâmica permite o estudo de sistemas em movimento ao longo do tempo.

3.2. Análise Dinâmica com o *Solidworks Motion*

A análise de movimento realizada pelo *Solidworks Motion* envolve o uso das equações de Euler, que governam o movimento tridimensional de um corpo rígido. A primeira equação é baseada na segunda lei do movimento de Newton, onde a soma das forças externas F aplicadas a um corpo é equivalente à taxa de variação do momento linear p .

$$\sum F = \frac{dp}{dt} \quad (2)$$

Para corpos onde a massa é constante a (2) é simplificada na famosa (3), onde m é a massa do corpo rígido e a é a sua aceleração

$$\sum F = m \cdot a \quad (3)$$

A segunda equação utilizada pelo *Solidworks Motion* lida com a soma dos momentos M , em torno do centro de massa de um corpo rígido, que é equivalente à taxa de variação do momento angular H .

$$\sum M = \frac{dH}{dt} \quad (4)$$

Através destas equações o *Solidworks Motion*, utiliza o método de iteração de Newton-Raphson para analisar o movimento dos corpos. Este método envolve o uso de etapas de tempo muito pequenas, permitindo que o software preveja a posição das peças na próxima etapa com base em condições iniciais ou na etapa de tempo anterior. A solução deve atender a critérios específicos, incluindo a velocidade das peças, a consideração dos constrangimentos geométricos que conectam as peças e a consideração das forças e acelerações. A resposta é iterada até que uma precisão específica seja alcançada para essa etapa de tempo em relação aos valores de força e aceleração. Este processo está representado pelo fluxograma da Figura 31.

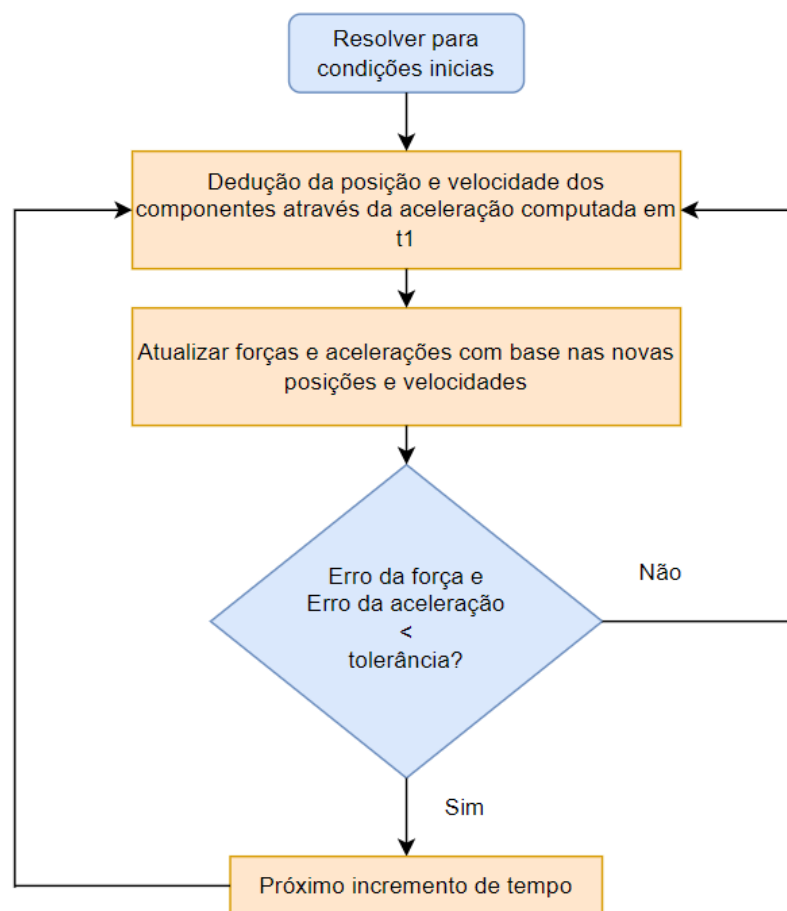


Figura 31 : Fluxograma – Iteração de Newton-Raphson

3.3. Modelação do Sistema Mecânico Multicorpo

O *Solidworks Motion* utiliza constrangimentos ou *mates* para restringir os graus de liberdade e definir diretamente o movimento do mecanismo quando este é influenciado por factores externos. Durante as simulações as peças são tratadas como corpos rígidos, o que significa que o software as considera infinitamente rígidas, sem deflexão interna ou deformação durante a simulação.

Para as submontagens (*sub-assemblies*) existem dois estados possíveis: rígido ou flexível. Uma submontagem rígida significa que os componentes individuais que compõem a submontagem são assumidos como rigidamente conectados (soldados) entre si, como se fossem uma única peça. Por outro lado, quando uma submontagem é definida como flexível no *Solidworks*, isso não implica que as peças da submontagem se tornem flexíveis; em vez disso, significa que as peças serão tratadas de forma independente pelo *Solidworks Motion*.

O *Solidworks* oferece também a possibilidade de definir motores e forças para controlar o movimento das peças ao longo do tempo, estabelecendo as condições iniciais que moldam o comportamento e a evolução do sistema durante a simulação. O *Solidworks* também permite a configuração da gravidade, um fator significativo, especialmente quando o peso das peças influencia o movimento simulado. Por esta razão, é essencial estabelecer com exatidão a massa e a inércia dos corpos rígidos, pois estes factores desempenham um papel fundamental na simulação de sistemas dinâmicos e na análise cinemática. Valores realistas de massa e inércia são requisitos essenciais em praticamente todas as simulações.

3.4. Convergência e Precisão

A simulação de montagens complexas pode apresentar desafios de convergência, levando o solucionador a falhar antes de concluir a solução. Esses problemas são mais comuns em cenários complexos, como cenários de instabilidade, movimentos rápidos ou impactos de alta velocidade. Para mitigar estes problemas de convergência e controlar a precisão da solução, é essencial ajustar a configuração *Accuracy* do *Solidworks* na janela do *Motion Study Properties* (Figura 32).

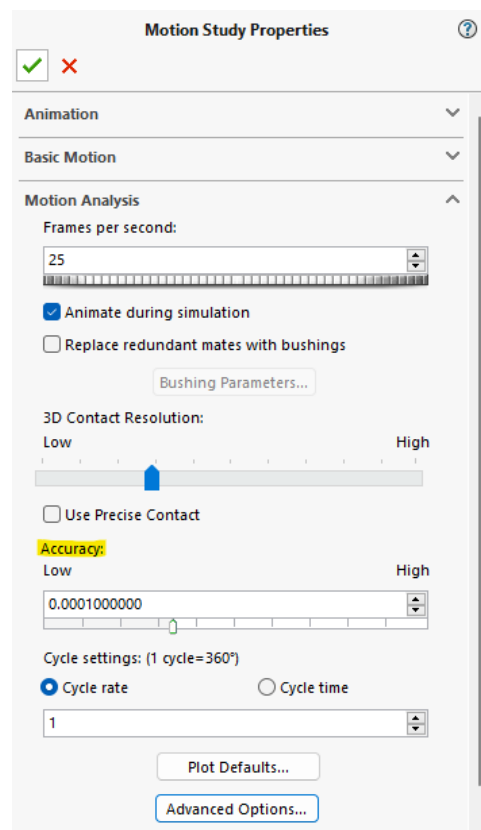


Figura 32 : Propriedades de Convergência e Precisão

Um valor alto de *Accuracy* torna a solução mais precisa, porém mais demorada, enquanto um valor baixo resulta numa menor precisão. Essa configuração deve ser adaptada para lidar com mudanças abruptas no sistema, como variações súbitas de força, o uso de funções não diferenciáveis e a consideração da fricção.

Uma alternativa para abordar problemas de convergência é ajustar o "*Maximum Integrator Step Size*" nas *Advanced Motion Analysis Options* (Figura 33).

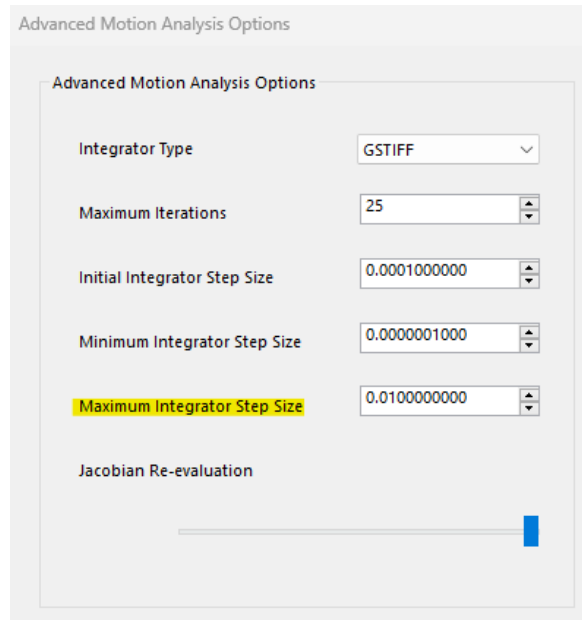


Figura 33 : Opções Avançadas de Convergência e Precisão

Este parâmetro representa o maior intervalo de tempo que o integrador pode utilizar na simulação. Aumentar esse valor simplifica a solução e reduz o tempo de resolução do modelo, sendo benéfico em cenários de movimentos suaves e sem alterações abruptas. Contudo, um valor excessivamente elevado pode resultar na incapacidade do software em resolver as equações diferenciais relacionadas à dinâmica. Reduzir esse parâmetro não afeta a precisão e ajuda a prevenir erros em situações de mudanças bruscas, como em casos de contato entre corpos sólidos e corpos finos.

3.5. Artigos Científicos Relevantes

Realizou-se uma revisão abrangente de artigos científicos e dissertações relacionados a simulações de relógios. Durante esta revisão observou-se uma lacuna notável em relação às simulações propriamente ditas. Esta pesquisa identificou as seguintes duas dissertações relevantes nesta área:

O primeiro artigo refere-se à dissertação de mestrado apresentada por Kin Chung Denny Fu em 2008, na Universidade de Hong Kong [40]. Esta dissertação documenta uma análise abrangente das equações relacionadas à dinâmica e cinemática do escape balanço-espiral. No intuito de aprimorar a precisão dos resultados analíticos, Fu desenvolveu um algoritmo de detecção de colisões, elaborando os cálculos relacionados com a dinâmica e cinemática do escapamento balanço-espiral.

O segundo artigo corresponde também uma dissertação de mestrado realizada por Brian M. Naperkoski em 2022, no politécnico de Virgínia [41]. Esta dissertação concentra-se na modelação de um escape balanço-espiral utilizando engenharia inversa. Através de várias fotos tiradas com equipamento altamente sofisticado, Naperkoski conseguiu criar modelos detalhado da âncora, da roda de escape, do balanço e da espiral. O autor procedeu à simulação dinâmica recorrendo à metodologia de elementos finitos. Conseguiu uma simulação estável durante 2 segundos onde avaliou o desempenho do escape conforme as várias métricas da relojoaria.

Atualmente, permanece incerto se a indústria de alta relojoaria emprega simulações dinâmicas durante a fase de prototipagem ou se, em vez disso, depende de métodos empíricos. No entanto, é quase certo que as equipas de pesquisa e desenvolvimento dessas empresas fazem uso de métodos analíticos, uma vez que a teoria matemática horométrica está amplamente desenvolvida e aprofundada.

4

ESTUDOS

4.1. Mecanismo de Escape de Relógio de Mesa

O objeto de estudo deste trabalho de projeto é um relógio simplificado composto apenas pelos elementos essenciais de um sistema horométrico. Escolheu-se simular o funcionamento de um mecanismo chamado *watch escapement desk toy* (Figura 34 [42]) que como o nome indica, é de cariz lúdico e didático, apresentando o relógio como um brinquedo, já que não consegue medir com precisão a passagem do tempo. No entanto, trata-se de uma curiosidade que revela o funcionamento básico de um relógio. Este está disponível online, em vários *sites*, para impressão em 3D.

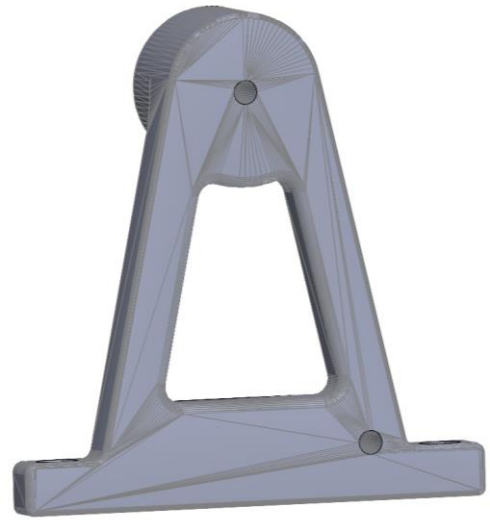
Com o objetivo de simplificar a modelação do relógio, recorreu-se à utilização dos modelos do site *Thingiverse* [42] do autor Karl Lee. Estes modelos foram especificamente criados para serem impressos em PLA, e como tal estão disponíveis em formato STL.



Figura 34 : Mecanismo de Escape de Relógio de Mesa (Watch Escapement Desk Toy)

4.2. Modelação CAD de Componentes

Quando se abre um ficheiro STL no *Solidworks*, obtemos uma malha de pontos, ou seja, um conjunto de pontos interconectados. É necessário transformar esta malha num corpo rígido e para tal utiliza-se simplesmente a ferramenta *Mesh to Body*. No entanto, os resultados desta transformação geralmente não são satisfatórios, visto que o programa não reconhece círculos ou furos, o que é essencial para aplicar as restrições geométricas durante a montagem. A única geometria que o software reconhece são os planos, e por vezes estes estão intersetados por linhas aleatórias como podemos verificar na Figura 35.



**Figura 35 : Ficheiro
SLT no Solidworks**

Como tal, foi necessário recriar os componentes. O método de modelação consistiu em retrazar as silhuetas de cada peça e, em seguida, de as extrudir com base em medidas obtidas diretamente no programa, recorrendo à ferramenta *Measure Tool*.

Para clarificar: abre-se o modelo STL no *Solidworks*, converte-se para corpo rígido e tiram-se as medidas essenciais para a reconstrução da peça. De seguida, cria-se um *sketch* para tracejar o perfil. Este passo exige algum cuidado para que as linhas do *sketch* não sejam definidas como coincidentes à peça original, afim que esta possa ser eliminada no final. Finalmente realiza-se a extrusão, e repetem-se estes passos, até que a peça esteja completamente modelada. No final elimina-se a peça original.

Desta forma, garantiu-se que estes novos componentes estejam no formato SLDPRT (*Solidworks part document*) e aptos a serem utilizados no *Assembly*.

Peças de montagem como, parafusos, anilhas e porcas foram obtidas do *Tool Box* (já incluído no *Solidworks*), ou do site traceparts.com [43].

4.3. Funcionamento do Mecanismo

O mecanismo de escape de relógio de mesa, representado na Figura 36, é composto por três partes essenciais com as 3 funções distintas descritas nos subcapítulos 2.1.1, 2.1.2 e 2.1.3 são estas: o acumulador de energia, transmissão de energia e escape. Para facilitar a compressão, os componentes foram assinalados cada um a uma cor. Os responsáveis por acumular energia estão coloridos a azul, os relacionados com a transmissão têm a cor vermelha, e os componentes de escape estão assinalados a verde.

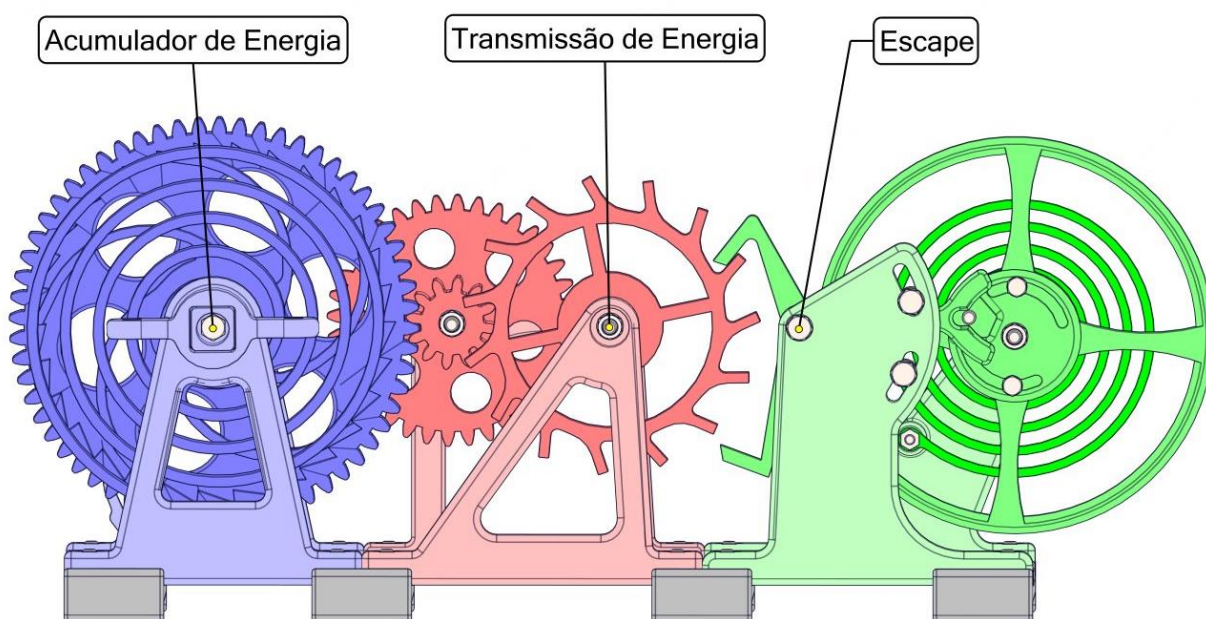


Figura 36 : Mecanismo de Escape de Relógio de Mesa

4.3.1. Funcionamento do Acumulador de Energia

Os componentes pertencentes ao acumulador de energia, utilizados no presente estudo, estão listados na Tabela 2.

Tabela 2 : Lista de Componentes do Acumulador de Energia

Componente	Quantidade
Suporte Traseiro do Tambor	1
Suporte Frontal do Tambor	1
Mola do Cliquet	1
Cliquet	1
Tambor	1
Bloqueador	1
Eixo da Chave	1
Mola Helicoidal de Torsão	1

Chave	1
Base	2
Eixo do Tambor (DIN 933 M4 X 70)	1
Eixo do Cliquet (DIN 933 M4 X 40)	1
Parafuso (DIN 933 M4 X 16)	4
Porca Bloqueadora (ISO 7040 - M4 - N)	2
Porca (ISO 4036 M4 - N)	5
Anilha (ISO 7092 - 4)	6
Parafuso (DIN 933 M4 X 16)	4

A Figura 37 apresenta a vista explodida dos elementos do acumulador de energia. É importante sublinhar que nas figuras de vista explodida não se encontram legendados os elementos de montagem, como parafusos, porcas e anilhas, de forma a não sobrecarregar os desenhos, tornando-os mais facilmente interpretáveis. Somente se apresentam as legendas os elementos impressos em PLA e dos parafusos que servem de eixos.

Ao examinar-se com a devida atenção a Figura 37, torna-se evidente que a cada componente representado corresponde um elemento equivalente ao de um relógio mecânico contemporâneo.

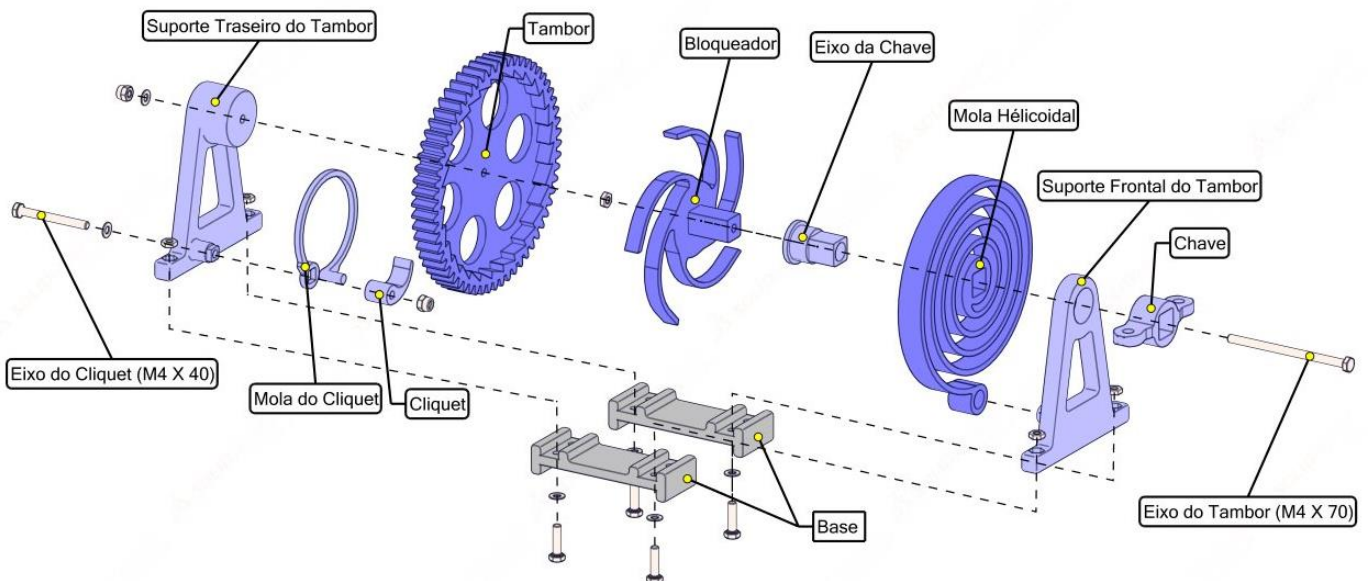


Figura 37 : Acumulador de Energia - Vista Explodida

Por exemplo: a chave corresponde à coroa, elemento responsável por transmitir torque à mola helicoidal. A sua forma ergonómica assemelha-se a uma chave, que justifica o nome atribuído.

Já a haste da chave serve evidentemente para conectar o bloqueador à mola e à chave. Esta

haste corresponde ao eixo do tambor, conforme ilustra a Figura 21 (capítulo 2.1.1).

Quanto ao tambor, como já foi mencionado anteriormente, é oco e contém normalmente a mola no seu interior. Neste caso, o tambor abriga o bloqueador, já que a mola se encontra no exterior.

O bloqueador tem como função encaixar-se nas paredes do tambor e de apenas permitir a rotação síncrona da mola e do tambor, no sentido anti-horário. Enquanto que, no sentido horário, o sentido para o qual se dá corda, este escorrega nos dentes internos do tambor, o que resulta numa rotação independente da mola. Assim, a mola fica sobre tensão e acumula energia. O bloqueador equivale à prisão de uma mola helicoidal de torsão típica de um relógio mecânico (Figura 38 realçado a vermelho). Esta fica presa dentro de um entalhe nas paredes do tambor (Figura 38 realçado a amarelo).

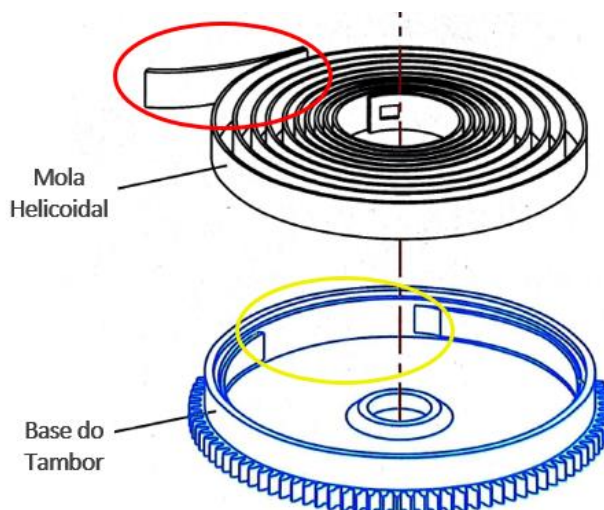


Figura 38 : Detalhes da Mola e do Tambor

Por fim, importa referir o *cliquet*, que tem como função impedir a rotação horária do tambor, enquanto que a sua mola lhe aplica uma determinada pressão, mantendo-o encostado aos dentes do tambor. Estes componentes assemelham-se imenso aos de um relógio normal (Figura 39 [44]) e possuem as mesmas funcionalidades.

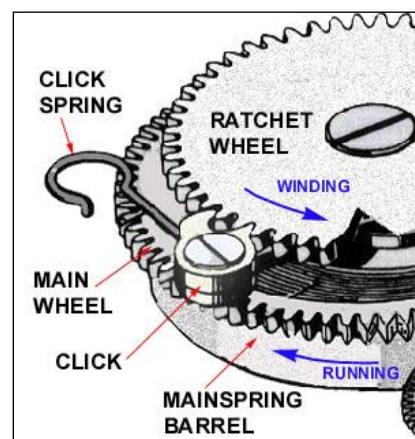


Figura 39 :
Detalhe Cliquet

4.3.2. Funcionamento da Transmissão de Energia

Os componentes que constituem a transmissão de energia, utilizados no presente estudo, estão listados na Tabela 3, que abaixo se apresenta:

Tabela 3 : Lista de Componentes da Transmissão de Energia

Componente	Quantidade
Suporte Traseiro das Engrenagens	1
Suporte Frontal das Engrenagens	1
Roda dos segundos	1
Roda de Escape	1
Eixo da roda de Escape (DIN 933 M4 X 70)	1
Eixo da roda dos Segundos (DIN 933 M4 X 50)	1
Parafuso (DIN 933 M4 X 16)	4
Porca Bloqueadora (ISO 7040-M4-N)	2
Porca (ISO 4036 M4-N)	6
Anilha (ISO 7092-4)	6

A Figura 40 ilustra a vista explodida dos componentes responsáveis por transmitir energia, da mola ao escape. Normalmente o tambor engrena diretamente no pinhão da roda de centro (roda das horas), mas neste modelo o tambor encontra-se engrenado directamente na roda dos segundos (devido ao baixo número de componentes). Tornando-o mais fidedigno, uma vez que a energia armazenada pela mola não é suficiente para que o mecanismo funcione durante mais que alguns minutos.

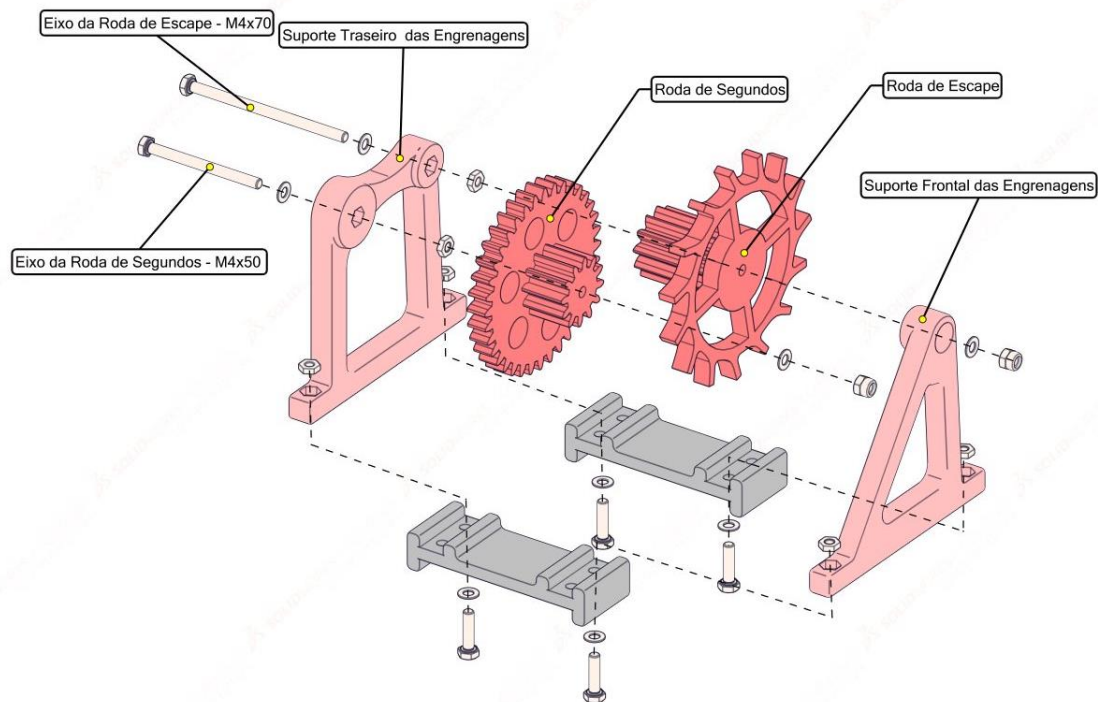


Figura 40 : Transmissão de Energia - Vista Explodida

Na etapa seguinte, a roda dos segundos engrena no pinhão do escape, completando assim a cadeia cinemática de transmissão de energia. Esta montagem é bastante fiel à realidade, o que justifica a decisão de intitular a engrenagem dos segundos como tal.

É de realçar que durante as simulações descobriu-se que o rácio de dentes entre estas engrenagens foi arbitrado, respeitando somente o círculo primitivo e o passo entre os dentes, de forma a que estes engrenem. Logo, a velocidade de rotação da roda dos segundos não corresponde de todo a uma revolução a cada 60 segundos, para uma frequência normalizada do escape. Estes pontos importantes serão abordados no capítulo 4.4.2.

4.3.3. Funcionamento do Escape

Os componentes pertencentes ao escape, utilizados no presente estudo, estão listados na Tabela 4, que abaixo se apresenta:

Tabela 4 : Lista de Componentes do Escape

Componente	Quantidade
Suporte Traseiro do Balanço	1
Suporte Frontal do Balanço	1
Espiral	1
Balanço	1
Plateau	1
Âncora	1
Eixo do Balanço (DIN 933 M4 X 50)	1
Eixo da Âncora (DIN 933 M4 X 30)	1
Fixador do Piton (DIN 933 M3 X 25)	1
Limitadores (DIN 933 M4 X 20)	2
Parafuso (DIN 933 M4 X 16)	4
Parafuso (DIN 933 M3 X 12)	2
Porca (ISO 4036 M4-N)	8
Porca (ISO 4036 M3-N)	4
Porca Bloqueadora (ISO 7040-M4-N)	2
Anilha (ISO 7092-4)	11
Anilha (ISO 7092-3)	3

A Figura 41 ilustra a vista explodida dos componentes pertencentes ao escape.

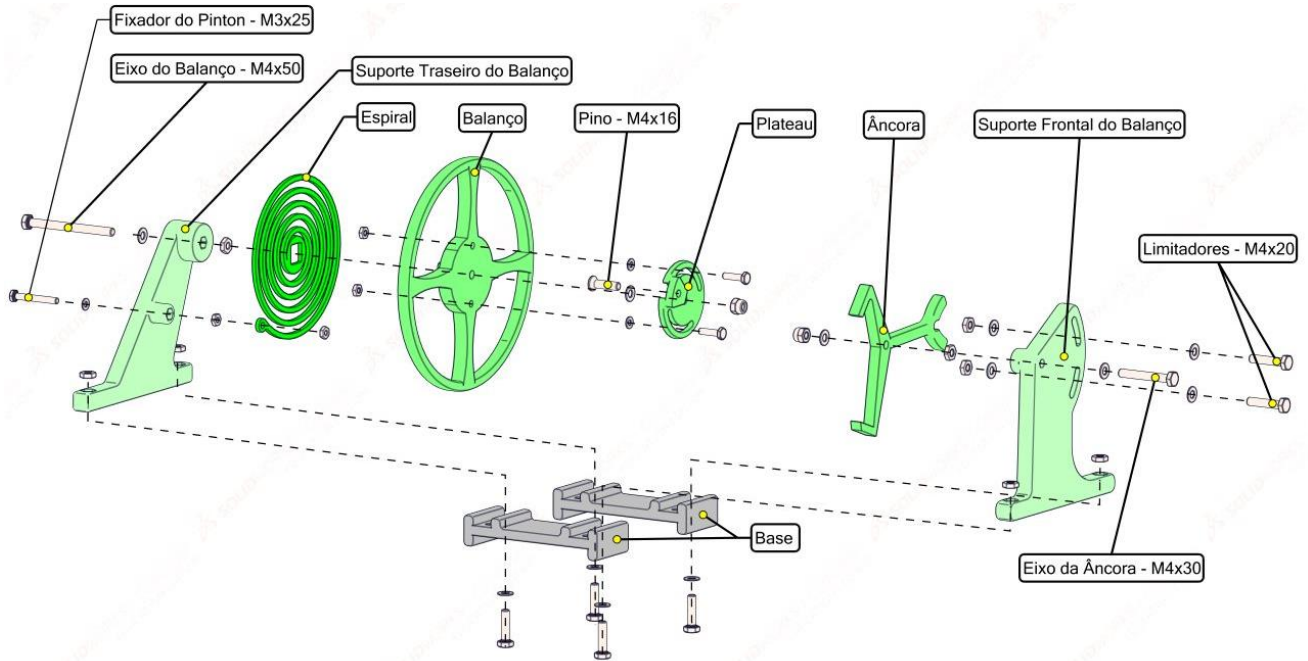


Figura 41 : Escape - Vista Explodida

Os dentes da roda de escape encaixam diretamente nas *palettes* da âncora. Este impede que a mola helicoidal se descomprima toda de uma vez, controlando assim a velocidade de rotação das outras engrenagens e como consequência, a duração do segundo. A oscilação da âncora é principalmente regida pela tensão da espiral e o peso do balanço, estes últimos devem-se começar a mexer com um pequeno impulso ou vibração.

É importante notar que este sistema se assemelha imenso à realidade, sendo uma das poucas diferenças o pino que bate na forquilha da âncora como podemos observar na Figura 42.

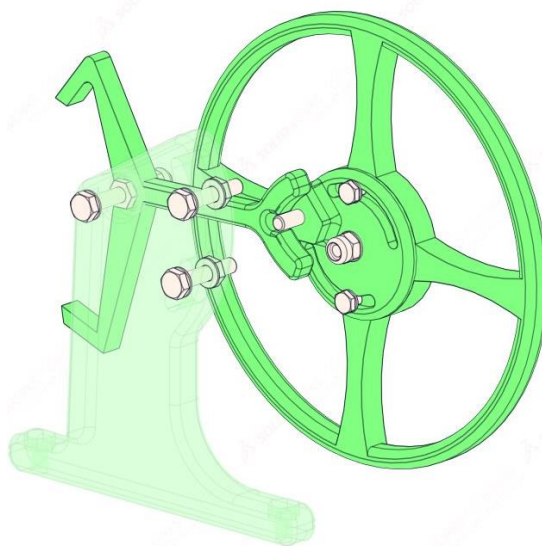


Figura 42 : Detalhe do Escape (Modelo)

Embora no modelo esteja representado por um simples parafuso que é fixado ao *plateau* do balanço, na realidade este corresponde à elipse, uma extrusão com forma de meia lua (localizada no grande *plateau*) que bate na superfície interior dos cornos da forquilha (Figura 43 [9, p. 111]). Já a forquilha real da âncora possui um terceiro dente chamado de dedo que entra em contacto com o pequeno *plateau*, e que evita que a âncora se dessincronize com o balanço [31, p. 247].

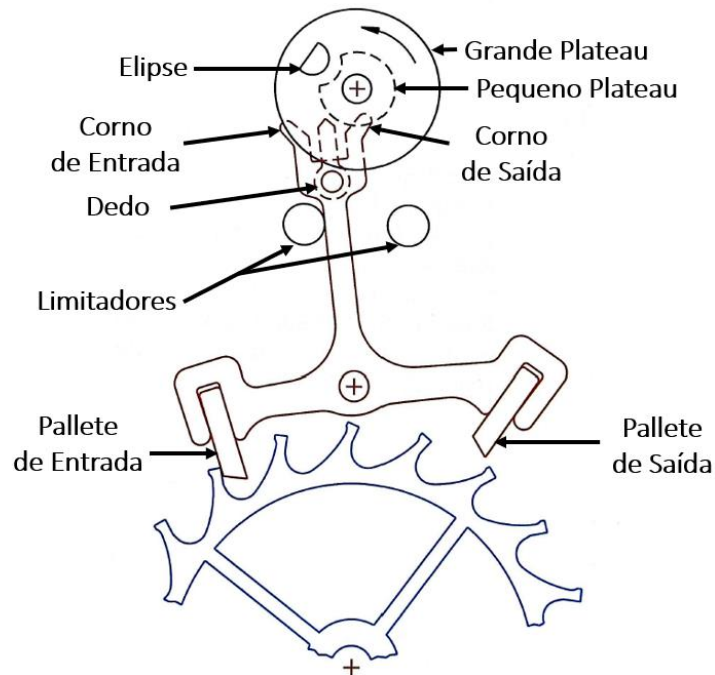


Figura 43 : Detalhe do Escape (Real)

O modelo possui também parafusos (limitadores), que limitam a oscilação da âncora e como iremos verificar são relevantes para o seu funcionamento, sendo a sua representação bastante fiel à realidade.

É também pertinente mencionar que a forma da âncora não é simétrica. Tipicamente a *pallette* de saída está a um ângulo mais obtuso do que a *pallette* de entrada, com o propósito de facilitar a impulsão da roda de escape, enquanto a *pallette* de entrada auxilia a travagem. E por fim, embora no modelo as *palletes* e a âncora se representem por um só componente na realidade, estes são elementos independentes, cuja posição é ajustada durante o processo de *Achevage* (capítulo 4.3.6.).

4.3.4. Material

O material dos componentes impressos em 3D foi definido no Assembly como PLA. Visto que este material não existe na biblioteca do *Solidworks*, foi necessário criá-lo e definir as suas propriedades mecânicas e térmicas. Estas podem ser consultadas na Tabela 5 [45]–[47], que abaixo se apresenta. Já os parafusos, as porcas e anilhas são de aço inoxidável AISI 316.

Tabela 5 : Propriedades do Material PLA

Propriedade	Valor
Modulo de Elasticidade	3.5 <i>GPa</i>
Coefficiente de Poisson	0.394
Módulo de Torção	2.4 <i>GPa</i>
Massa Volúmica	1300 $\frac{kg}{m^3}$
Tensão de Ruptura	50 <i>MPa</i>
Resistência à Compressão	428.49 <i>MPa</i>
Tensão de Cedência	26 <i>MPa</i>
Condutividade Térmica	0.13 $\frac{W}{m \cdot K}$
Calor Específico	1800 $\frac{J}{kg \cdot K}$

4.4. Modelação e Simulação Dinâmica

Para as vistas explodidas foram introduzidos todos os componentes necessários para a montagem do modelo. No entanto, para simulação introduziram-se apenas os elementos essenciais com o propósito de minimizar os constrangimentos geométricos, conhecidos no *software* como *mates*, e logicamente de diminuir o número de constrangimentos geométricos redundantes.

Esta metodologia não apenas contribui para a redução do tempo de simulação, otimizando assim a eficiência do processo, mas também aprimora a consistência dos resultados obtidos (inclusive a sua repetibilidade).

Ao minorar o número de constrangimentos e de componentes aplicados nos modelos, garante-se uma representação mais precisa do comportamento e desempenho do mecanismo.

4.4.1. Constrangimentos e Componentes

No processo de montagem do *Assembly*, as bases e os suportes são os primeiros componentes a serem introduzidos. Estes desempenham um papel crucial, ao possibilitarem o posicionamento adequado das engrenagens e dos restantes componentes. Começa-se pela base dos suportes do tambor, que são automaticamente fixados pelo *software* (Figura 44).

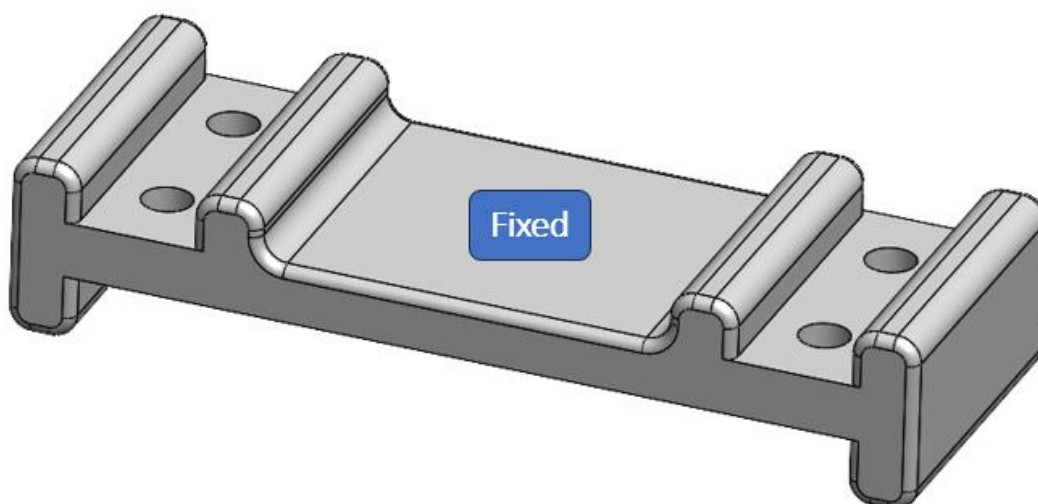


Figura 44 : Base - Fixo

No passo seguinte, introduz-se o suporte frontal do tambor. Para o posicionar corretamente utilizam-se os furos dos parafusos de fixação. Um constrangimento de concentricidade é empregue para alinhar os furos, enquanto que um outro constrangimento de coincidência é utilizado para posicionar o suporte em cima da base (Figura 45).

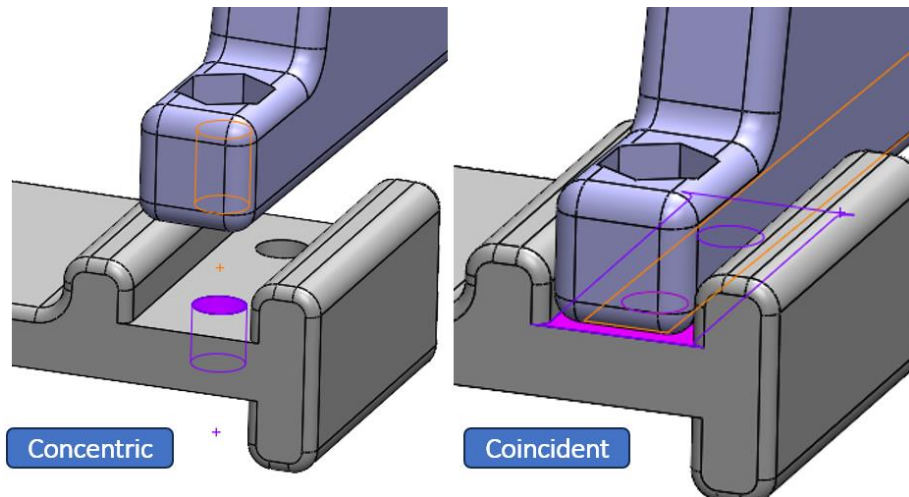


Figura 45 : Constrangimentos de Concentricidade e de Coincidência

Estes dois constrangimentos podem ser substituídos por um constrangimento de dobradiça (*mate hinge*). A sua função é idêntica, utilizando tanto a concentricidade como a coincidência, com a finalidade de restringir geometricamente os componentes. No entanto, é útil empregá-lo, por forma a ter o menor número de constrangimentos possível (Figura 46).

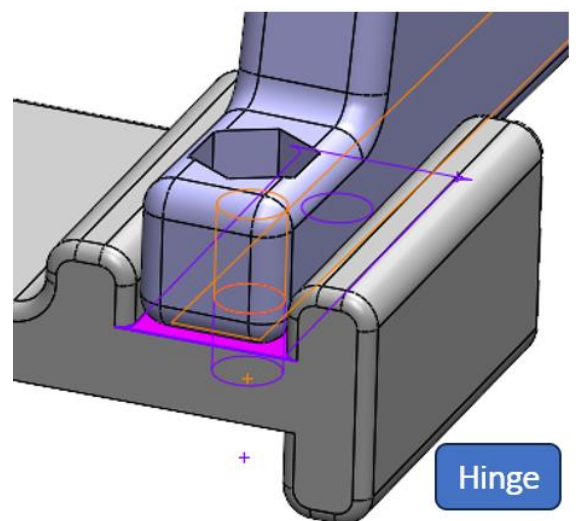


Figura 46 : Constrangimento de Dobradiça

Para assegurar-se que o suporte fique alinhado à base introduz-se um constrangimento de paralelismo exemplificado na Figura 47.

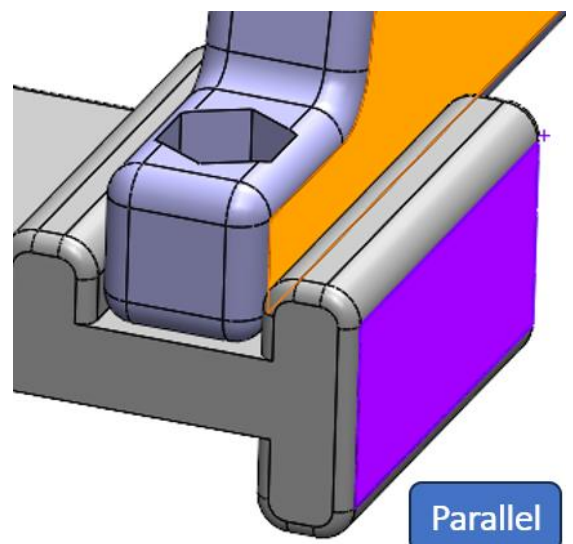


Figura 47 : Constrangimento de Paralelismo

Este processo é repetido para os demais suportes e bases, resultando num total de dezoito constrangimentos, ilustrado na Figura 48.

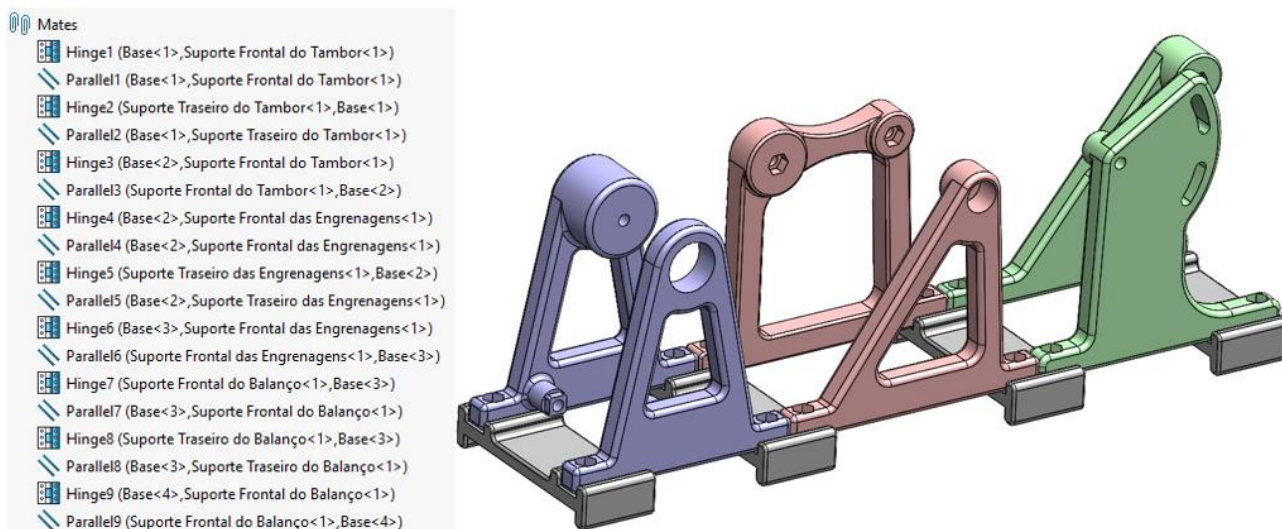


Figura 48 : Base e Suportes

Como estas peças permanecerão imóveis durante a simulação, optou-se por simplesmente fixá-las, eliminando assim a necessidade dos constrangimentos.

As três engrenagens - o tambor, a roda dos segundos e a roda de escape - são colocadas com um constrangimento de dobradiça, como podemos constatar na Figura 49.

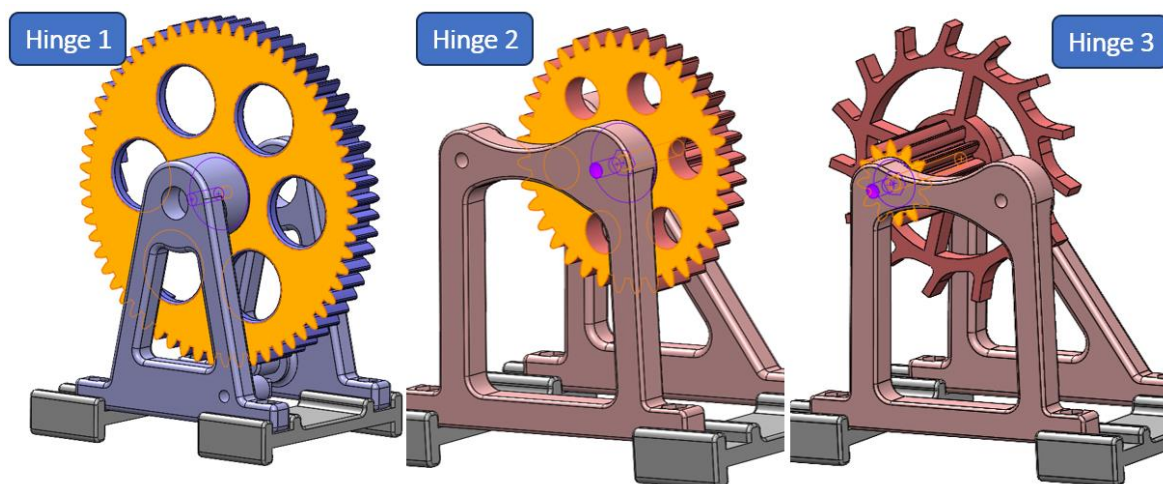


Figura 49: Constrangimentos de Dobradiça 1 - 2 - 3

Aproveitou-se esta etapa para introduzir os constrangimentos de engrenagens entre elas, inserindo assim os seus números de dentes (Figura 50).

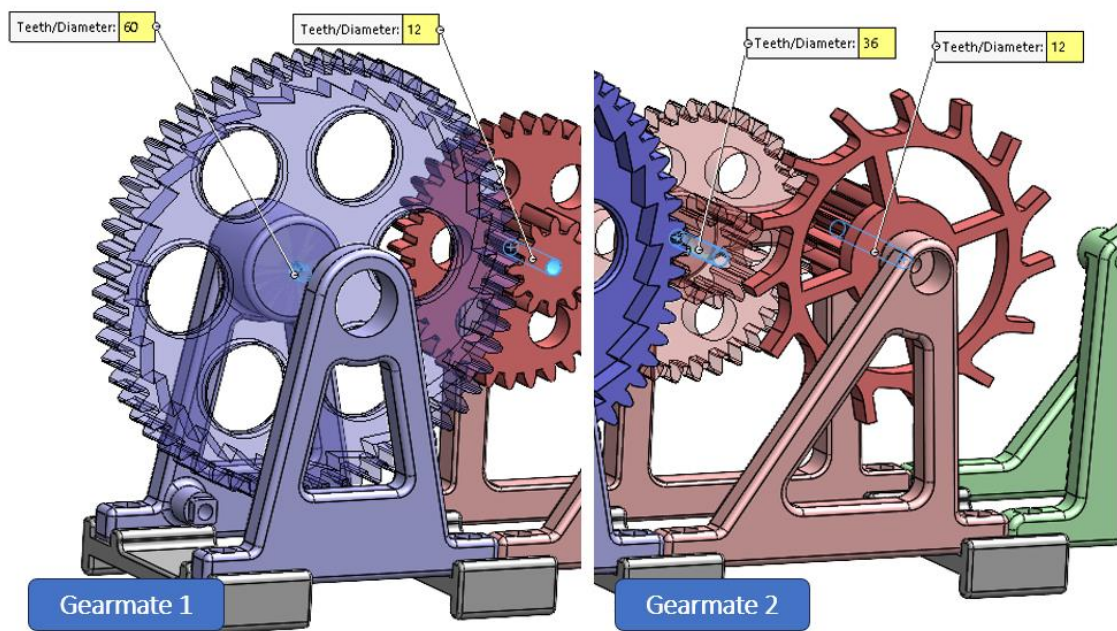


Figura 50 : Constrangimentos Mecânicos de Engrenagens 1 - 2

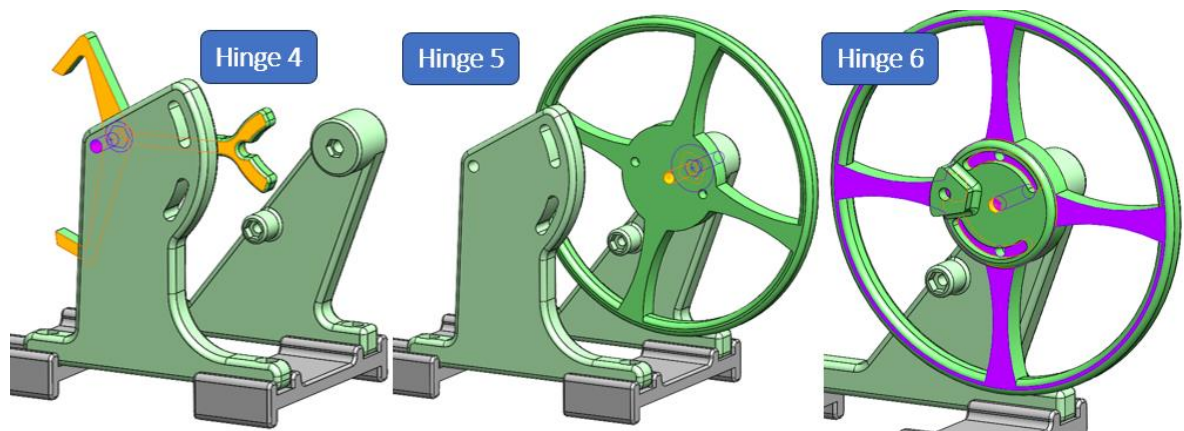


Figura 51 : Constrangimentos de Dobradiça 4 - 5 - 6

A âncora, o balanço e o *plateau* também são posicionados com o auxílio do constrangimento de dobradiça nos seus suportes respetivos, embora a posição do *plateau* seja definida em relação ao balanço (Figura 51).

É importante referir, com o propósito de fixar a rotação do balanço à rotação do *plateau*, tomou-se a liberdade de criar um constrangimento adicional de concentricidade, entre o furo para o pino (no *plateau*) e um dos furos destinado aos parafusos de fixação (no balanço), conforme se encontra representado na Figura 52.

Embora este constrangimento geométrico não seja realista, permite sincronizar a rotação do plateau à do balanço com bastante facilidade.

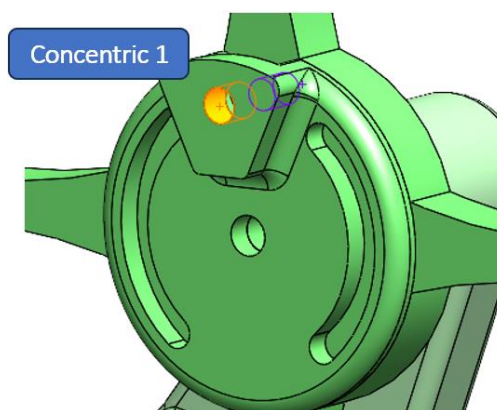


Figura 52 : Constrangimento de Concentricidade

Ainda na sequência desta etapa, introduz-se o “pino”, componente este que se pode encontrar no *Toolbox*, tratando-se de um parafuso sextavado ISO 4017, M4x16.

Este pino é fixado no *plateau* com a ajuda de mais um Constrangimento de dobradiça (Figura 53).

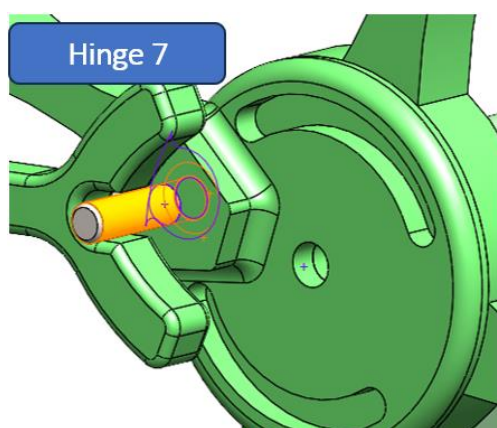


Figura 53 : Constrangimento de Dobradiça 7

O último componente que foi inserido neste *Assembly*, trata-se de um ponteiro que facilitará a análise da precisão do mecanismo. Este é fixado com um último constrangimento de dobradiça à roda dos segundos e a sua velocidade de rotação é estabelecida com um *Gearmate*, em função da roda de escape (Figura 54). Cujas relações serão explicadas e calculadas no Capítulo 4.4.2.

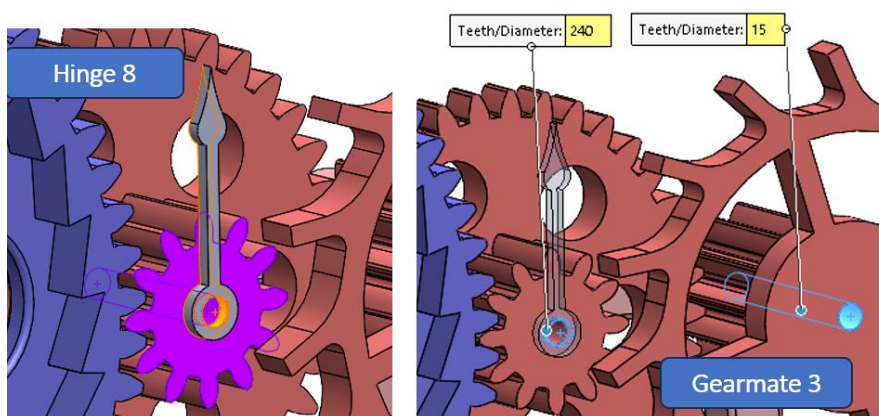


Figura 54 : Constrangimento de Dobradiça 8 – Constrangimento Mecânico de Engrenagem 3

Para terminar, introduz-se um constrangimento que substitui os limitadores e que simplificará a simulação, evitando o uso de contactos adicionais. Consistindo num constrangimento angular, chamado de *limitangle* (Figura 55).

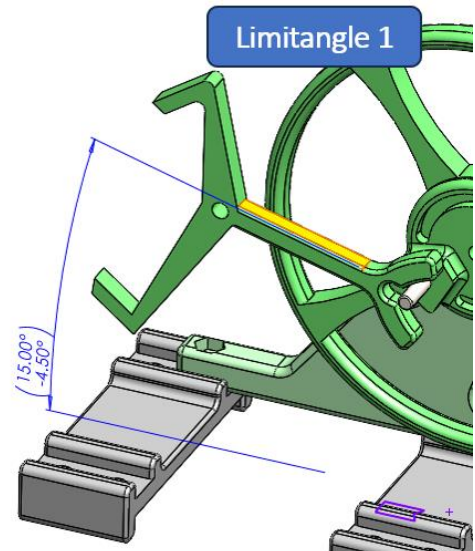


Figura 55 : Constrangimento Angular

O ângulo é escolhido de forma a que o plano C-B da *pallette* (Figura 56 [9, p. 102]) não toque diretamente na roda de escape conforme ilustra a Figura 57. Assim, somente as superfícies laterais da *pallette* (A-D; F-C) irão colidir com os dentes da roda de escape. Este detalhe tem o propósito de reduzir o atrito garantindo uma melhor precisão do relógio, mas também evita o fenómeno de passagem do escape que irá ser explicado no Capítulo 4.4.3.

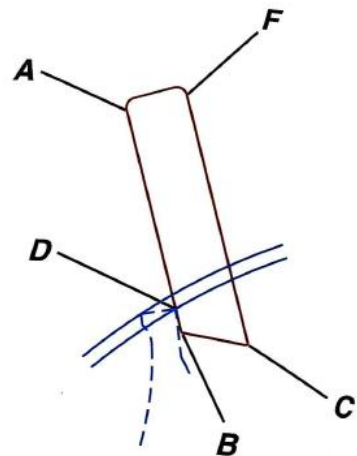


Figura 56 :
Detalhe - Pallette

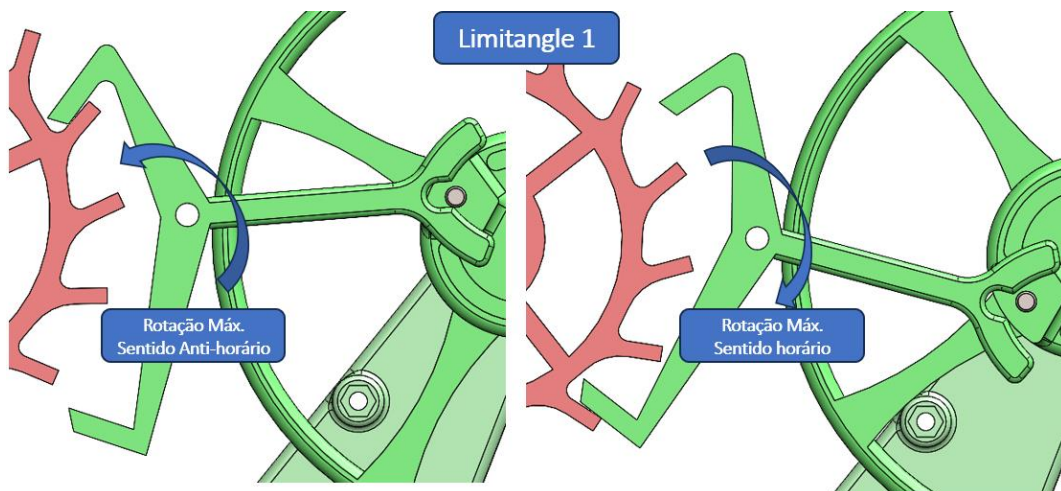


Figura 57 : Constrangimento Angular – Rotação Máxima

Seguem abaixo apresentadas as tabelas com informação concernente aos próprios componentes em análise. A Tabela 6 contém a lista de componentes utilizados no *Solidworks Motion*, já a Tabela 7 resume os constrangimentos geométricos deste *Assembly*, especificando os componentes influenciados. Esta última contém o número de dentes das engrenagens para os constrangimentos mecânicos de engrenagens.

Tabela 6 : Lista de Componentes na Simulação Motion

Componente	Quantidade
Suporte Frontal do Tambor	1
Suporte Traseiro do Tambor	1
Suporte Frontal das Engrenagens	1
Suporte Traseiro das Engrenagens	1
Suporte Frontal do Balanço	1
Suporte Traseiro do Balanço	1
Base	4
Tambor	1
Roda dos Segundos	1
Roda de Escape	1
Âncora	1
Balanço	1
<i>Plateau</i>	1
Pino	1
Ponteiro	1

Tabela 7 : Constrangimentos Geométricos

<i>Mates</i>	Componente Afetado	Componente Base
<i>Hinge 1</i>	Tambor	Suporte Traseiro do Tambor
<i>Hinge 2</i>	Roda dos Segundos	Suporte Traseiro das Engrenagens
<i>Hinge 3</i>	Roda de Escape	Suporte Traseiro das Engrenagens
<i>Hinge 4</i>	Âncora	Suporte da Âncora
<i>Hinge 5</i>	Balanço	Suporte do Balanço
<i>Hinge 6</i>	<i>Plateau</i>	Balanço
<i>Hinge 7</i>	Pino	<i>Plateau</i>
<i>Hinge 8</i>	Ponteiro	Roda dos Segundos
<i>Concentric 1</i>	<i>Plateau</i>	Balanço
<i>Limitangle 1</i>	Âncora	Suporte da Âncora
<i>Gearmate</i> ^o	Componentes – Número de Dentes	
<i>Gearmate 1</i>	Tambor – 60	Pinhão da Roda dos segundos – 12
<i>Gearmate 2</i>	Roda dos Segundos – 36	Pinhão da Roda de Escape – 12
<i>Gearmate 3</i>	Ponteiro – 240	Roda de Escape – 15

Após o *assembly* estar finalizado, verificam-se 3 constrangimentos redundantes, no *Motion Analysis* que é aceitável para esta simulação (Figura 58).

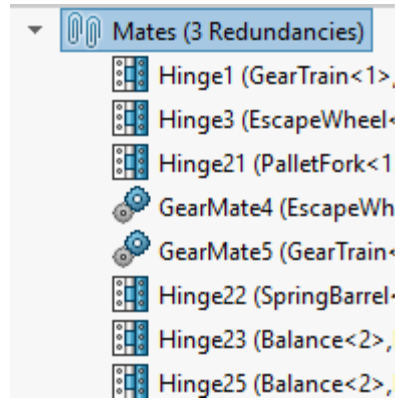


Figura 58 : Número de constrangimentos Redundantes

4.4.2. Frequência do Mecanismo

Na relojoaria a frequência de um relógio está interligada com as oscilações do balanço. Existem vários tipos de medidas para avaliar a frequência de um relógio mecânico, mas antes de as definir é necessário compreender o que é uma oscilação.

Com o intuito de facilitar a compreensão deste conceito, apresenta-se a Figura 59, onde se observa na primeira posição um balanço em repouso no seu ponto de equilíbrio, indicado pelo alinhamento entre o ponto vermelho e o pino. A vista apresentada exhibe a posição do balanço quando este não está em movimento, o que sucede, por exemplo, quando o relógio não tem corda. Esta posição também corresponde ao instante em que a espiral está completamente relaxada e denomina-se a posição de equilíbrio da espiral.

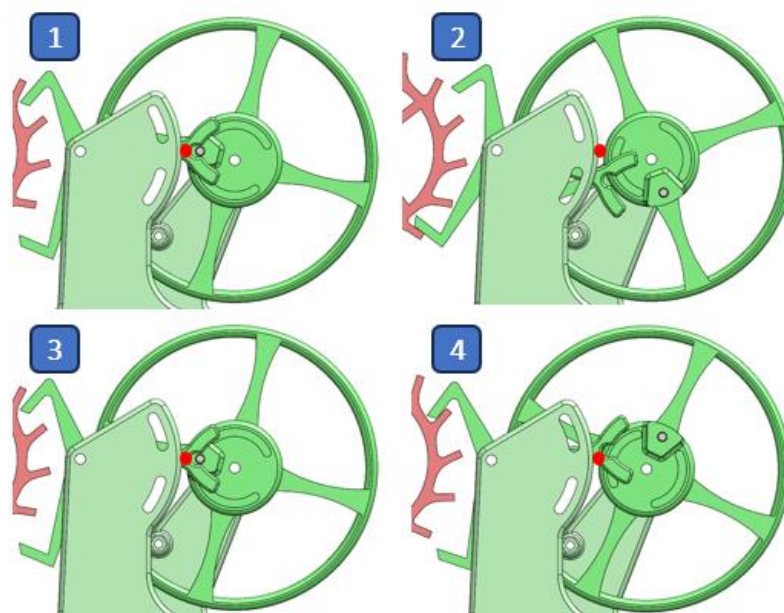


Figura 59 : Oscilações do Balanço

Quando o balanço é impulsionado no sentido anti-horário, o pino colide com a âncora e fá-la cair para a sua posição de equilíbrio inferior (posição 2). Quando a mola espiral fica sob tensão, faz girar o balanço no sentido oposto. A mudança de direção do balanço só ocorre quando a força da mola é superior ao momento de inércia do balanço. De facto, a função principal da espiral é de trazer o balanço de volta ao ponto de equilíbrio (posição 3), porém, o balanço acelera e recupera o seu momento de inércia. O pino colide novamente com a âncora e coloca-a na sua posição de equilíbrio superior. Uma vez que o balanço passa pelo ponto inicial, este continuará a movimentar-se no sentido horário, até que a força exercida pela espiral no balanço vença novamente o momento de inércia do balanço, forçando assim uma mudança de direção (posição 4).

A mola trará o balanço de volta à sua posição de equilíbrio (posição 1), mas pelas razões anteriormente descritas, uma vez que este passa pelo ponto de equilíbrio, o balanço continuará a movimentar-se e o ciclo repetir-se-á até que o relógio não tenha mais corda.

O movimento de ida e volta corresponde a uma oscilação completa do balanço, equivalente a dois batimentos ou duas alternâncias, observando-se que este passa duas vezes pelo ponto de equilíbrio o que gera dois impactos audíveis, o famoso "tic-tac" do relógio.

Portanto a frequência é o número de oscilações que o balanço realiza num segundo. Por exemplo um relógio com uma frequência de quatro Hertz sofre habitualmente oito batimentos (tic-tacs) ou quatro oscilações por segundo.

Tipicamente na relojoaria, a frequência é expressa em alternâncias ou batimentos por hora. Desta forma, um relógio com 28.800 alternâncias por hora realiza 14.400 oscilações numa hora, 240 oscilações por minuto e 4 oscilações por segundo. Para expressar a alternância em Hz, é necessário dividir o número de oscilações por hora por 3600. Portanto, um relógio mecânico com uma frequência de 28.800 A/h terá uma frequência de 4 Hz.

Quanto maior a frequência, ou seja, quanto mais oscilações o balanço realizar por segundo, mais preciso será o relógio e mais fluído será o movimento dos ponteiros (especialmente o dos segundos). No entanto, é importante notar que uma frequência muito alta embora corresponda a um mecanismo mais preciso, pode desgastar prematuramente os componentes do escape e reduzir consideravelmente a autonomia da reserva de energia [31, p. 105].

A maioria dos relógios mecânicos têm frequências de 21.600 A/h ou 28.800 A/h, embora existam relógios com frequências de até 36.000 A/h, o que equivale a 10 oscilações por segundo [48].

A seguinte tabela contém as frequências mais comuns dos relógios mecânicos assim como as suas conversões respetivas.

Tabela 8 : Frequência

Frequência (Hz)	Oscilações/hora	Batimentos/hora
2.5	9000	18000
3	10800	21600
4	14400	28800
5	18000	36000

Curiosamente o número de dentes das engrenagens do mecanismo de escape de relógio de mesa não “encaixa” em nenhuma destas frequências. Como veremos, de acordo com os cálculos que se seguem.

Nas equações subsequentes, n corresponde ao número de rotações; z ao número de dentes; RE à roda de escape; RS à roda de segundos e P ao Pinhão

Sabendo que a roda de escape possui 15 dentes e o seu pinhão 12:

$$z_{RE} = 15 \text{ dentes}$$

$$z_{PRE} = 12 \text{ dentes}$$

A roda de segundos possui 36 dentes e o seu pinhão 12:

$$z_{RS} = 36 \text{ dentes}$$

$$z_{RS} = 12 \text{ dentes}$$

Visto que o pinhão da roda de escape engrena com a roda de segundos, a sua relação de transmissão pode ser expressa pela equação (5 [31, p. 73]):

$$\frac{n_{PRE}}{n_{RS}} = \frac{z_{RS}}{z_{PRE}} \quad (5)$$

$$\frac{n_{PRE}}{n_{RS}} = \frac{z_{RS}}{z_{PRE}} \Leftrightarrow \frac{n_{PRE}}{n_{RS}} = \frac{36}{12} = 3$$

Para $n_{RS} = 1$ revolução obtemos $n_{PRE} = 3$ revoluções. Portanto, uma revolução da roda dos segundos, (equivalente a sessenta segundos) corresponde a três revoluções do pinhão da roda de escape. Ou seja, a roda de escape necessita de girar à velocidade de:

$$\frac{360 \cdot 3}{60} = 18 \frac{\circ}{s}$$

Tendo em conta que a roda de escape possui 15 dentes e que 2 batimentos correspondem a um deslocamento angular de um dente ou a 24° , 18° equivale a 1.5 batimentos:

$$2 \text{ batimentos} = \frac{360}{15} = 24^\circ$$

$$1.5 \text{ batimentos} = 18^\circ$$

Naturalmente, obtêm-se a seguintes frequências de 0.75 Hz ou 1.5 batimentos por segundo.

$$1 \text{ Hz} = 2 \frac{\text{Batimentos}}{\text{s}}$$

$$0.75 \text{ Hz} = 1.5 \frac{\text{Batimentos}}{\text{s}}$$

Esta frequência não está normalizada e como tal, optou-se por tentar simular uma frequência “comum”. Sendo que não está ainda claro qual é a frequência mais indicada para este sistema e tendo em consideração que a roda dos segundos não concretiza exatamente uma revolução cada sessenta segundos, quando o mecanismo opera a frequência normalizada, introduziu-se um ponteiro com o intuito de colmatar este desfasamento. Este ponteiro será colocado diretamente em cima da roda de segundos e terá a relação de transmissão correta para uma frequência normalizada. Por exemplo para uma frequência de 4 Hz, a roda de escape terá uma velocidade angular de $96^\circ/\text{s}$:

$$4 \text{ Hz} = 8 \frac{\text{Batimentos}}{\text{s}}$$

$$2 \frac{\text{Batimentos}}{\text{s}} = 24 \frac{^\circ}{\text{s}}$$

$$8 \frac{\text{Batimentos}}{\text{s}} = 96 \frac{^\circ}{\text{s}}$$

O ponteiro dos segundos terá uma velocidade angular de $6^\circ/\text{s}$, uma vez que uma revolução equivale a 60 segundos:

$$\frac{360^\circ}{60 \text{ s}} = 6 \frac{^\circ}{\text{s}}$$

Portanto a relação de transmissão do ponteiro dos segundos, é de 16:

$$\frac{96 \frac{^\circ}{\text{s}}}{6 \frac{^\circ}{\text{s}}} = 16$$

Ou seja, por cada revolução completa do ponteiro, a roda de escape fará 16 revoluções, o que implica que se houvesse uma engrenagem para o ponteiro dos segundos (que engrenasse no pinhão da roda de escape), esta deveria possuir 240 dentes.

$$\frac{n_{PRE}}{n_{Ponteiro}} = \frac{Z_{Ponteiro}}{Z_{PRE}} \Leftrightarrow 16 = \frac{Z_{Ponteiro}}{15} \Leftrightarrow 16 \cdot 15 = 240 \text{ dentes}$$

Esta é a relação para uma frequência de 4 Hz que podemos consultar na Tabela 9 e na Tabela 10. Ao selecionar a frequência que melhor se encaixa para este relógio, basta verificar o deslocamento angular do ponteiro dos segundos, de forma a constatar a precisão do mecanismo.

Tabela 9 : Velocidade Angular Correspondente

Frequência (Hz)	Batimentos/segundo	Velocidade Angular (°/s)
0.75	1.5	18
1	2	24
2.5	5	60
3	6	72
4	8	96
5	10	110

Tabela 10 : Número de Dentes do Ponteiro

Frequência (Hz)	Número de Dentes	Velocidade Angular (°/s)
2.5	150	60
3	180	72
4	240	96
5	275	110

4.4.3. Simulação Dinâmica Base

O objectivo primordial destas simulações é obter a dinâmica correta do relógio sem complicações adicionais, por forma a, de seguida, tentar obter um mecanismo preciso.

As simulações são realizadas no *Motion* do *Solidworks* o que permite a utilização de elementos ou funções que simulam o comportamento de uma ampla variedade de peças, sendo estas forças, momentos, motores ou molas.

Antes de executar a simulação configura-se as funções necessárias descritas nos seguintes parágrafos:

A energia de rotação deverá ter origem no tambor, portanto introduz-se um motor rotativo a uma velocidade arbitrária (*Rotary Motor*, Figura 60).

De seguida, implementa-se os pontos de contacto necessários. Um entre a roda de escape e a âncora, e outro entre o pino e a roda de escape. Deixou-se estes contactos com as configurações padrão do *software*. (*Solid Body Contact*, Figura 60)

Por fim adiciona-se uma mola de torção no balanço para simular a espiral, cuja constante de rigidez foi também estimada iterativamente (*Torsional Spring*, Figura 60).

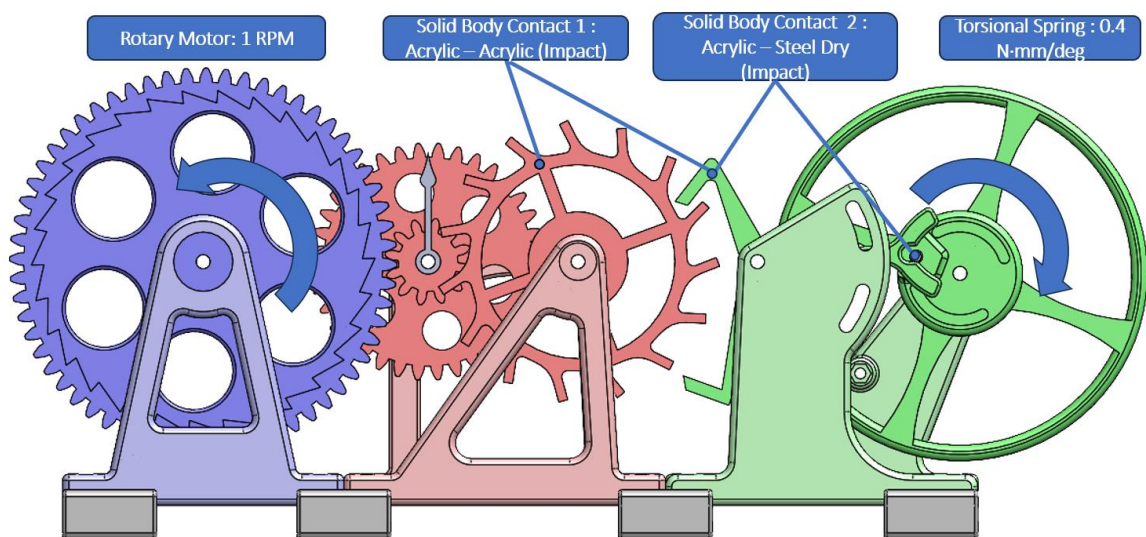


Figura 60 : Simulação 1 - Funções Motion

Os parâmetros das simulações estão indicados na Figura 61. Escolheu-se 60 *frames per second*, para obter um movimento fluido e utilizou-se o *precise contact*, de forma a evitar interferências entre os diferentes pontos de contacto.

É importante referir que a duração do tempo simulado é de 10 segundos, com o objetivo de reduzir o tempo da simulação e possibilitar a execução de um maior número de simulações.

Os resultados infelizmente não foram os desejados. o oscilador apresentou um comportamento errático, pois a âncora não bloqueou a roda de escape o que resultou num deslocamento angular uniforme da roda de escape, como podemos constatar no Gráfico 2. Esta dinâmica não é natural para um relógio, pois normalmente devido às travagens da âncora, a roda de escape gira incrementalmente.

Portanto, nestas primeiras simulações o tambor manteve a velocidade de 1 RPM apesar do posicionamento de bloqueio da âncora.

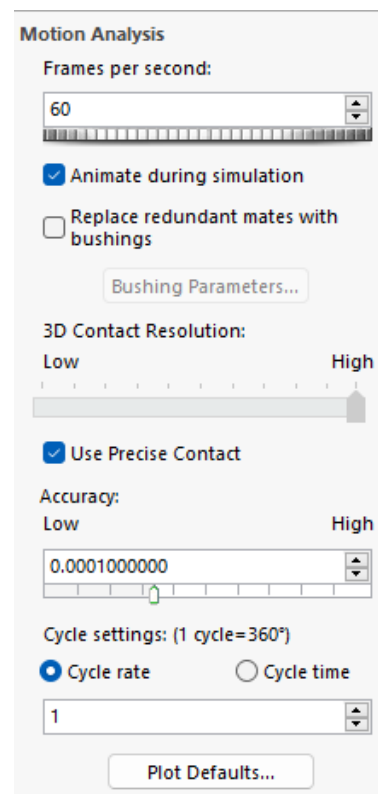


Figura 61 : Parâmetros das Simulações

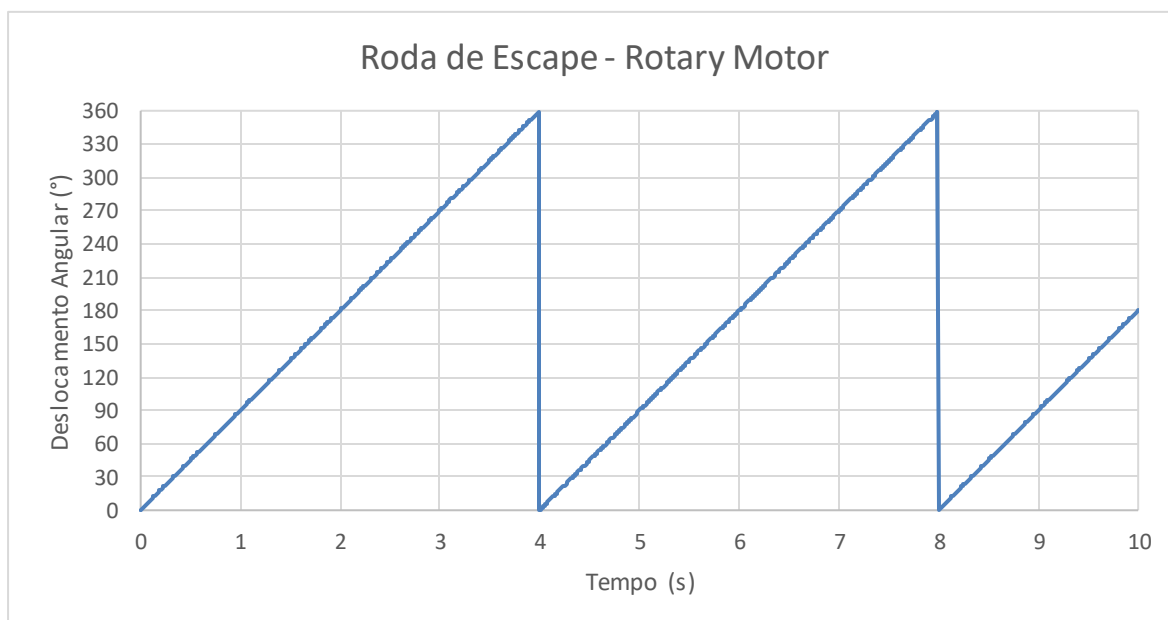


Gráfico 2 : Deslocamento Angular da Roda de Escape (Rotary Motor)

Esta dinâmica atípica da roda de escape originou numa dessincronização entre o pino e a âncora, conhecida como a passagem do escape ou em francês, *le renversement*, representado na Figura 62.

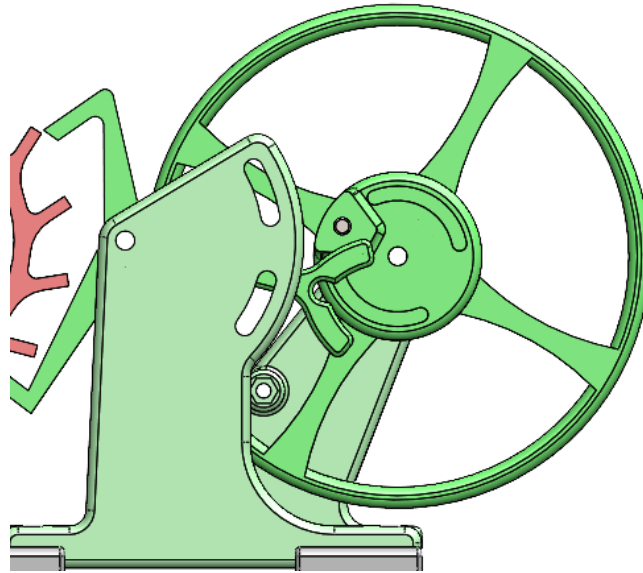


Figura 62 : Passagem do Escape

Este é um fenómeno real que acontece quando a elipse, ou neste caso o pino, fica posicionado na superfície exterior da âncora. A passagem do escape é normalmente um indicador de que a âncora está mal calibrada [9, p. 118]. O que reflete o posicionamento incorreto das paletes bem como a necessidade de recalibrar a âncora, este processo chama-se *achevage* [9, p. 120].

Este problema também pode ter origem no mau posicionamento dos limitadores [9, p. 118] que ocorreu durante as primeiras tentativas de simulações, quando não se tinha imposto o constrangimento angular da âncora.

Devido a este contratempo substitui-se o motor rotativo por um torque constante (*torque*, Figura 63).

Isto melhorou consideravelmente a simulação e permitiu que a âncora bloqueasse o movimento periodicamente, como podemos constatar no Gráfico 3 que apresenta o deslocamento angular da roda de escape.

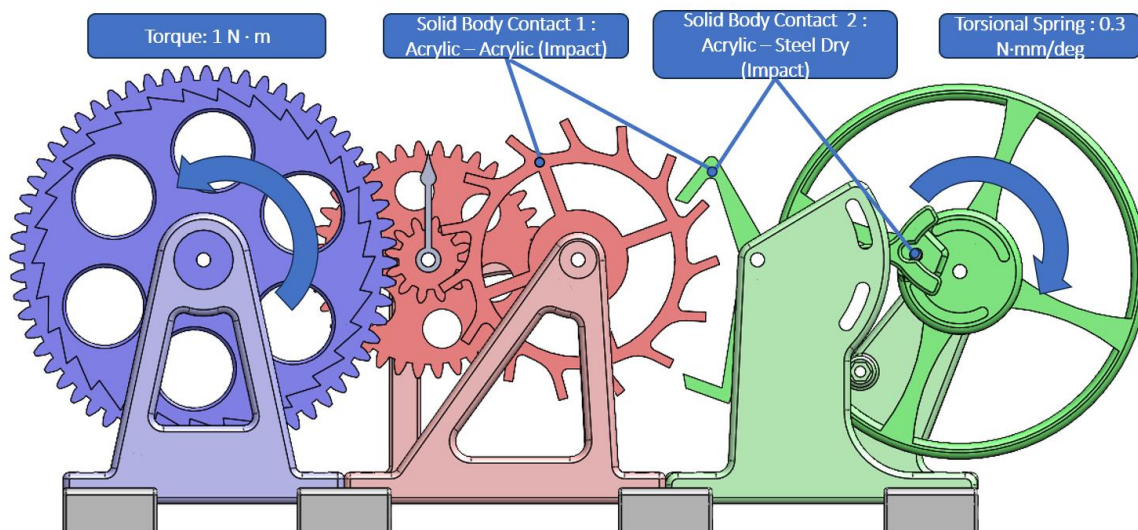


Figura 63 : Simulação 2 - Funções Motion

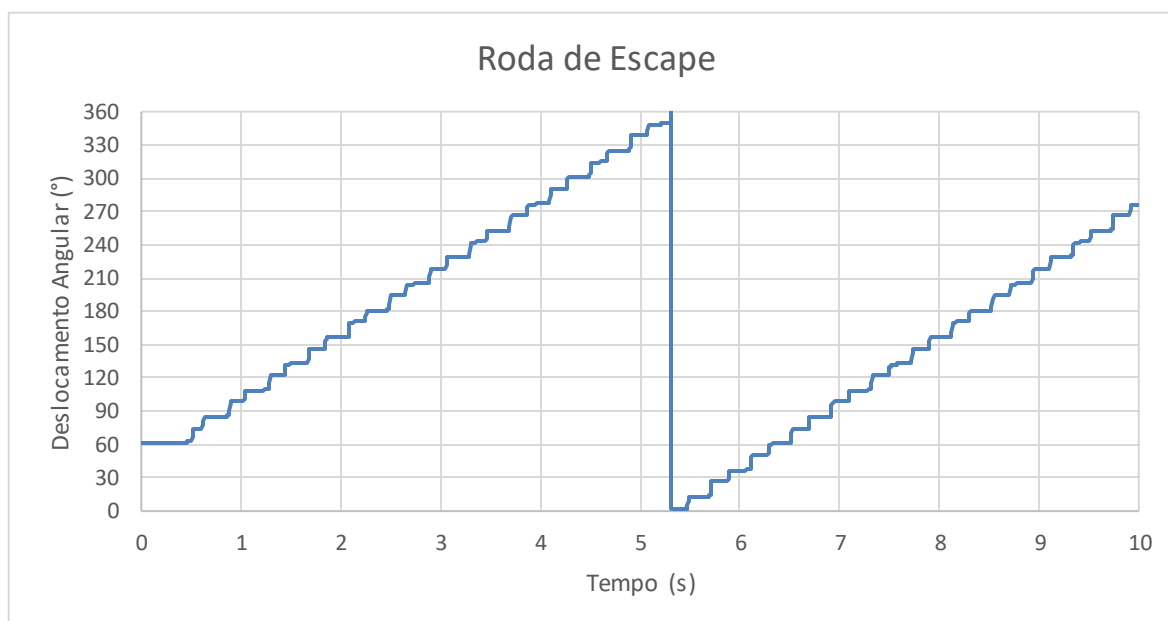


Gráfico 3 : Deslocamento Angular da Roda de Escape (Torque)

Uma vez que a simulação está de acordo com o pretendido, passou-se ao passo seguinte que envolve a precisão do relógio.

4.4.4. Parâmetros que Afetam a Precisão

Pode-se avaliar a precisão pelo posicionamento do ponteiro dos segundos. Se o ponteiro se desloca 60° no final da simulação, então ter-se-á um relógio preciso, sem qualquer atraso ou avanço. Embora para tal, seja necessário escolher uma frequência e ainda não é evidente qual a mais indicada para este mecanismo. Portanto o indicador de precisão será, por enquanto, o deslocamento angular da roda de escape.

Os parâmetros que podemos variar para alcançar uma maior precisão, são:

- Torque da mola principal;
- Constante de rigidez da espiral;
- Peso do balanço

A mola principal afeta a velocidade de rotação das engrenagens. Quando a corda está completamente torcida, a velocidade de rotação é superior porque o torque fornecido à cadeia cinemática está no máximo. Ao longo do dia o torque proporcionado às engrenagens vai diminuído como foi discutido no capítulo 2.2.2. Como tal, podemos esperar que uma variação do torque afetará a precisão. De facto, um relógio com várias complicações como um cronómetro requer uma mola mais forte. Curiosamente, quando se ativa o cronómetro num relógio mecânico, a força é distribuída igualmente pelas várias cadeias cinemáticas e como tal, o relógio atrasa.

Sabe-se também que a espiral é crucial, pois controla a velocidade da oscilação do balanço. Tipicamente, quando um relógio atrasa ou adianta consideravelmente o relojoeiro faz a *réglage* [9, p. 157]. Este é um processo complicado, que envolve o ajuste do comprimento ativo do cabelo através de uma alavanca, chamada de *raquete* (Figura 64 [49]). Esta peça encontra-se em cima da ponte do balanço e é acionada, conforme indicado pelas setas vermelhas. Ao delimitar o comprimento da espiral afetamos diretamente a frequência de oscilação do escape.

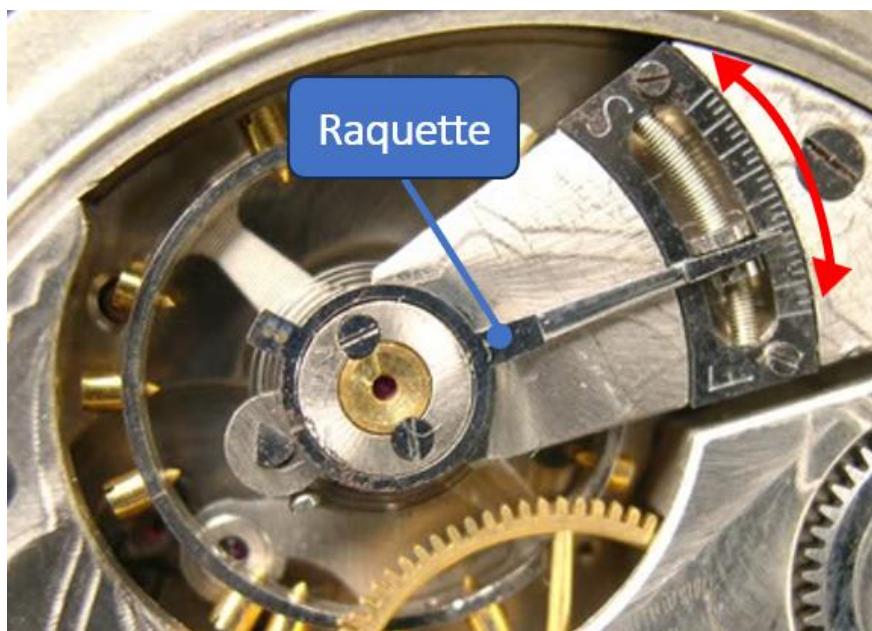


Figura 64 : Raquette do Balanço

Nas simulações do *Motion* não se alterou o comprimento ativo da espiral, mas sim a sua constante de rigidez, o que afetará diretamente a frequência. Aliás, alterar o comprimento ativo da espiral é o equivalente a alterar a constante de rigidez da mola, segundo a (6 [31, p. 180]. Na (6, C denota a constante de rigidez da espiral, enquanto C' representa a constante modificada após a *réglage*. Além disso, L indica o comprimento ativo da espiral e L' refere-se ao seu comprimento após a *réglage*.

$$C' = C \cdot \frac{L}{L'} \quad (6)$$

Normalmente, num relógio convencional, enquanto mais apertada estiver a *raquette*, menor será o comprimento ativo da espiral e maior será a sua frequência. O que equivale a, na simulação do *Motion*, aumentar a constante de rigidez da mola de torsão.

Por outro lado, quanto menos apertada estiver a *raquette*, maior será o comprimento ativo da espiral e menor a sua frequência. Obteremos este mesmo efeito, ao diminuir a constante de rigidez da mola de torsão no *Motion*.

O peso do balanço é um outro fator importante, pois afeta o momento de inércia e consequentemente a velocidade angular do balanço e da roda de escape. Como nestas primeiras simulações não foi tido em conta o efeito da gravidade, por ser desprezável, este parâmetro não fará qualquer diferença.

4.4.5. Impulso

Como já foi anteriormente mencionado, a duração da simulação será de 10 segundos, com a finalidade de possibilitar a execução de diversas simulações num curto espaço de tempo.

Existe outro fator que afetará a precisão do relógio, especialmente para uma simulação de um curto intervalo de tempo (como é o caso), que é a estabilização do balanço.

Ao iniciar-se a simulação (com os mesmos parâmetros referidos em 4.4.3) o relógio demora a arrancar, isto torna-se evidente quando analisamos a amplitude do balanço representada no Gráfico 4.

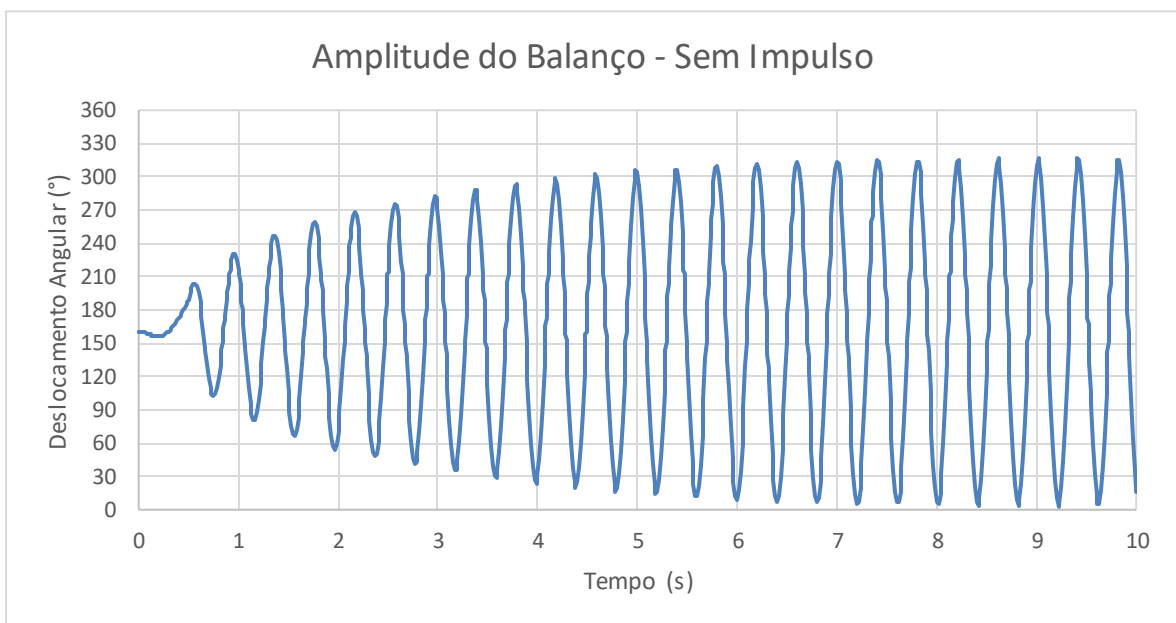


Gráfico 4 : Amplitude do Balanço - Sem Impulso

A amplitude não é nada mais que o deslocamento angular do balanço entre cada batida, e da observação do Gráfico 2, pode-se constatar que esta só estabiliza no quinto segundo da simulação. Indicando que o mecanismo funciona a um ritmo mais lento durante primeiros 5 segundos.

Este desfasamento inicial dos valores de amplitude registados é negligenciável para uma análise a longo termo, mas não para uma curta simulação de 10 segundos.

De modo a mitigar o atraso verificado, introduz-se um torque adicional que age no início da simulação com uma magnitude de $50 \text{ N} \cdot \text{mm}$ no balanço, impulsionando-o no sentido anti-horário (Figura 65). Este torque desaparece completamente em $t=0.1$ segundos.

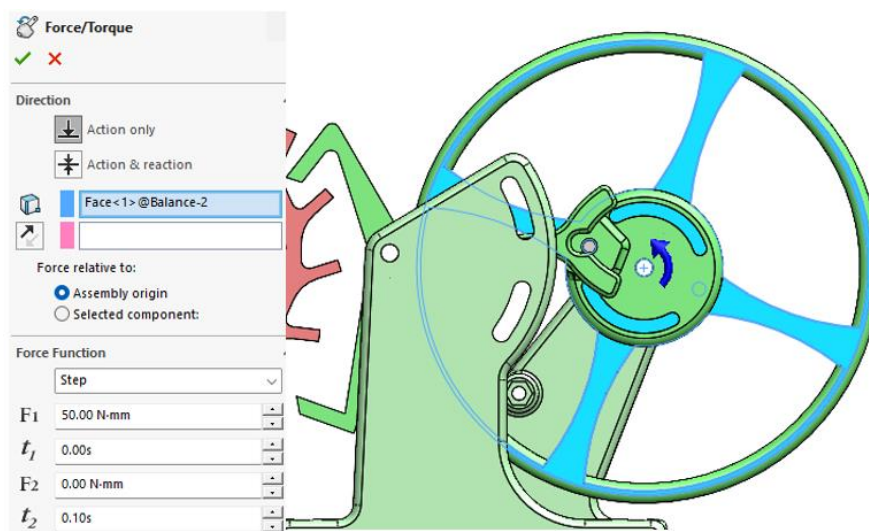


Figura 65 : Impulso

Desta forma, a amplitude estabiliza-se quase imediatamente, como pode-se contatar no Gráfico 5.

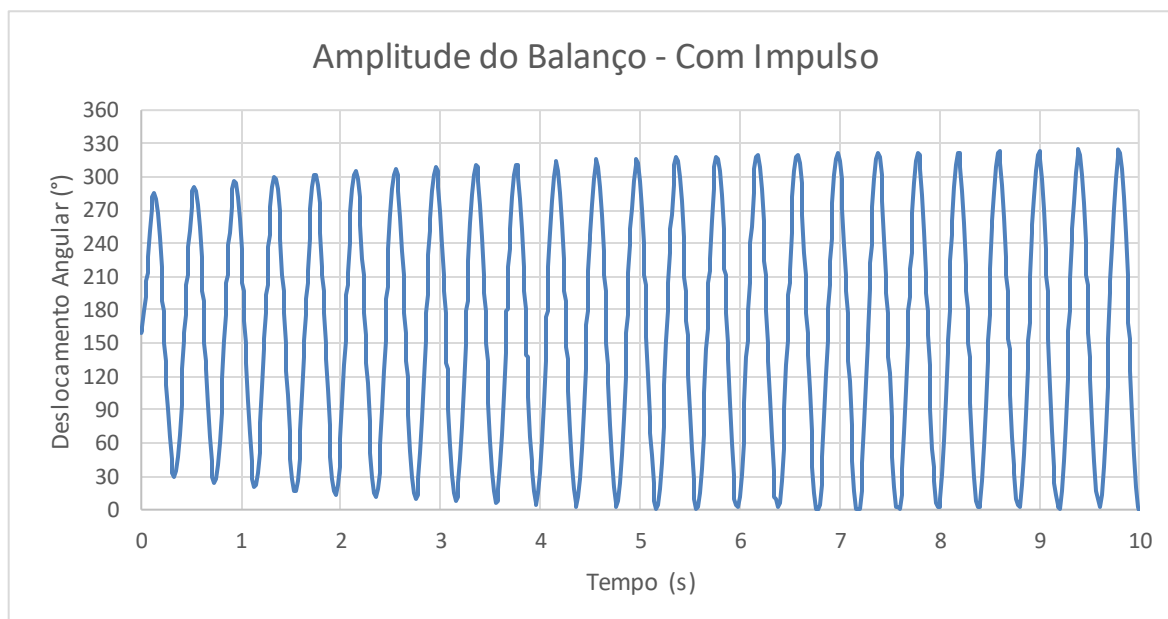


Gráfico 5 : Amplitude do Balanço - Com Impulso

Todas as simulações efetuadas daqui em diante contêm este impulso inicial para melhorar a precisão do mecanismo e tornar a sua amplitude mais uniforme. De facto, a amplitude será um parâmetro em análise no presente trabalho, pois por ser extremamente relevante neste contexto, irá definir a frequência escolhida.

4.4.6. Amplitude

É importante ter em mente que a amplitude é um indicador essencial da qualidade e precisão do funcionamento do relógio. Garantir uma amplitude adequada é fundamental para que o mecanismo mantenha um ritmo suave e evite oscilações indesejadas, assegurando o rigor e a longevidade do relógio. Uma amplitude alta (> 290) informa o relojoeiro que os componentes estão bem posicionados e calibrados, e que o atrito entre eles é mínimo, pelo que aquando a realização da *réglage* de um mecanismo, deve ser monitorizada a amplitude [9, p. 161].

Os requisitos para uma amplitude aceitável podem variar consideravelmente, de acordo com o fabricante.

Geralmente, para relógios mais antigos, uma amplitude aceitável começa a partir de 220 graus. No entanto, em relógios contemporâneos, esse valor considera-se aquém do mínimo admissível, e certas empresas exigem uma amplitude superior a 280 graus.

A amplitude de um relógio é facilmente influenciada por diversos fatores que se prendem com as condições de funcionamento e com a própria operacionalidade dos componentes, como o atrito causado pela falta de lubrificação; molas empenadas; sujidade; entre outros.

Outras razões para uma baixa amplitude são uma âncora mal calibrada, que como já mencionamos anteriormente, requer a recalibração da âncora através de um processo chamado *achevage*.

O ajuste da posição das *palletes*, conhecido como *achevage*, é um processo crucial no qual os rubis sintéticos são posicionados nas âncoras, seja na frontal ou mais no sentido lateral ou traseiro relativamente a estas. Este processo tem um impacto direto na amplitude do balanço de um relógio e faz toda a diferença entre o funcionamento correto ou a ocorrência de paragens bruscas e inesperadas devido à passagem do escape [9, p. 118].

Vale a pena sublinhar que o ajuste da posição das *palletes* é realizado apenas uma vez, durante o processo de montagem do relógio, na fábrica. Geralmente, não é preciso realizar esse ajuste durante reparos ou manutenções, a menos que seja necessário adaptar uma âncora a um velho movimento.

É importante mencionar que, em geral, quanto mais avançada é a posição das *palletes*, menor será a amplitude do balanço. Além disso, a *achevage* também envolve a afinação do dedo, garantindo um melhor contato com o pequeno *plateau*. Esse processo requer habilidade e precisão por parte do relojoeiro, por forma a assegurar um funcionamento ideal do relógio.

4.5. Análise de Sensibilidade e Otimização

Até à presente fase deste estudo, os parâmetros foram escolhidos de forma arbitrária, mas de seguida, realizar-se-á uma análise de sensibilidade, com o objetivo de determinar os valores de torque e da constante de rigidez mais adequados, para o mecanismo de escape de relógio de mesa. Ao utilizarmos a ferramenta *Design Studies* do *Solidworks*, opta-se pela realização de diversas iterações da mesma simulação, sendo esta função disponibilizada pelo próprio *software*, o que permite que sejam feitas modificações incrementais aos parâmetros selecionados. Esta análise possibilitar-nos-á compreender melhor como os fatores narrados afetam o desempenho do mecanismo e ajudarão a encontrar a configuração ótima.

4.5.1. Análise de Sensibilidade do Torque

Para a análise do torque manteve-se a constante de rigidez a $0.3 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$ enquanto o torque do tambor varia incrementalmente de $100 \text{ N} \cdot \text{mm}$ até $1000 \text{ N} \cdot \text{mm}$, com um passo de $100 \text{ N} \cdot \text{mm}$. Foram realizados no total 10 cenários diferentes, indicando-se os resultados obtidos na Tabela 11. A amplitude que consta nas tabelas é a amplitude média do balanço, durante a simulação de 10 segundos.

Tabela 11 : Análise de Sensibilidade do Torque

Torque ($\text{N} \cdot \text{mm}$)	Rigidez ($\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{^\circ}$)	Velocidade da Roda de Escape ($\frac{^\circ}{\text{s}}$)	Amplitude média ($^\circ$)
100	0.3	60.81	167
200	0.3	60.81	168
300	0.3	60.82	189
400	0.3	60.83	212
500	0.3	60.83	233
600	0.3	60.84	249
700	0.3	60.84	264
800	0.3	60.85	274
900	0.3	60.85	289
1000	0.3	60.85	303

Podemos constatar que o torque influencia significativamente a amplitude, mas não a velocidade da roda de escape. Em média, por cada $\text{N} \cdot \text{mm}$ que o torque aumenta, a amplitude aumenta 0.151° , o que é considerável.

Por outro lado, o acréscimo médio da velocidade da roda de escape por cada $N \cdot mm$ de aumento no torque é de apenas $5.42 E - 05^\circ/s$, o que é negligenciável. Para um relógio com uma frequência de 2.5 Hz um deslocamento angular extra de $5.42 E - 05^\circ$ representa uma diferença de 8 centésimas de segundo por dia.

No entanto, a tendência de que um relógio com um maior torque proveniente do tambor corra mais rápido é, de facto fundamentada pela realidade. Em termos mais simples, quanto maior é o torque gerado pelo tambor, mais energia é transmitida ao mecanismo do relógio, permitindo que os ponteiros se movam com maior rapidez. Contudo, é importante mencionar que não se pode considerar somente a ordem de grandeza do torque como indicativo de precisão. A precisão fundamenta-se principalmente num equilíbrio minucioso entre o torque do tambor e a constante de rigidez da espiral. Um torque demasiado alto pode ser deteriorante para os componentes de um relógio, fazendo com que estes se desgastam mais rapidamente. Apesar deste facto, a amplitude de 303.4° obtida para um torque de $1000 N \cdot mm$ é ideal, sendo inferior a 330° e superior a 280° , razão pela qual se manteve esta magnitude de torque, na análise de sensibilidade da constante de rigidez.

Será importante referir também que existe uma correlação entre um aumento da amplitude e o aumento do torque fornecido às engrenagens do mecanismo, o que está também alicerçado na realidade, e é empiricamente demonstrável.

4.5.2. Análise de Sensibilidade da Constante de Rigidez

Para a análise da constante de rigidez variou-se a constante de rigidez e manteve-se o torque constante, a $1000 N \cdot mm$, optando-se por esta magnitude devido à amplitude ótima resultante da última análise de sensibilidade. Variamos incrementalmente a constante de rigidez de 0.2 até 1 com um passo de $0.1 N \cdot mm/^\circ$. Foram realizados no total 9 cenários diferentes, indicando-se os resultados obtidos, na Tabela 12.

Tabela 12 : Análise de Sensibilidade da Constante de Rigidez

Torque ($N \cdot mm$)	Rigidez ($\frac{N \cdot mm}{^\circ}$)	Velocidade da Roda de Escape ($\frac{^\circ}{s}$)	Amplitude ($^\circ$)
1000	0.2	50.2	350
1000	0.3	60.9	303
1000	0.4	67.1	259
1000	0.5	77.7	239
1000	0.6	84.9	217
1000	0.7	92.0	201

1000	0.8	98.2	185
1000	0.9	104.0	176
1000	1	110.0	167

Podemos constatar que a constante de rigidez da espiral influencia consideravelmente, tanto a amplitude, como a velocidade da roda de escape.

Por cada $N \cdot \text{mm}/^\circ$ que a constante rigidez aumenta, a velocidade da roda de escape aumenta de $74.69 \text{ }^\circ/\text{s}$, o que é considerável.

Por outro lado, a Amplitude diminui de 228.98° por cada $N \cdot \text{mm}/^\circ$ que a rigidez aumenta, demonstrando uma relação inversa entre estes parâmetros.

A partir Tabela 12 pode-se constatar qual a frequência mais indicada para este mecanismo. Uma frequência muito alta é desaconselhada, pois para frequências elevadas a amplitude sofre enormemente. Se fosse selecionado uma frequência de 4 Hz (que exige uma velocidade angular da roda de escape de $96 \text{ }^\circ/\text{s}$, como já foi estabelecido pela tabela 6, pág. 46), obter-se-á uma amplitude inadmissível. Inferior a 200° .

Já para uma frequência de 2.5 Hz (equivalente a uma velocidade angular da roda de escape de $60 \text{ }^\circ/\text{s}$), a amplitude obtida é superior a 280° , o que corresponde ao melhor cenário. Graças a estes resultados, pode-se tomar a decisão de implementar definitivamente o número de dentes correto para o *Gearmate do* ponteiro dos segundos, que segundo a tabela 6, constante na pág. 46, é de 150, para o ponteiro e de 15, para a roda de escape.

4.5.3. Estudos de otimização

O *Design Study* do *Solidworks* também permite efectuar uma otimização do estudo, visando a máxima aproximação possível de um relógio preciso. Para isso, seleciona-se o objetivo e o parâmetro que deseja-se otimizar. No presente caso, o enfoque é a otimização da constante de rigidez da espiral, uma vez que esta influência consideravelmente a precisão do mecanismo. Logo a variável de projeto é a constante de rigidez da mola de torção. Utilizamos o deslocamento angular do ponteiro como parâmetro objetivo. A função objetiva é o deslocamento angular do ponteiro de 60° no final da simulação (em $t=10\text{s}$). No final das simulações, o programa seleciona a simulação que mais se aproxima do deslocamento angular desejado, bem como o valor otimizado da constante de rigidez. Escolhe-se então a constante otimizada obtida, que será utilizada como parâmetro de entrada de outro estudo de otimização, levado a cabo sucessivamente, até fazer a precisão convergir a uma variação da precisão inferior ou igual a $20 \text{ s}/\text{dia}$.

Inicia-se as simulações, variando a constante de rigidez de 0.25 a 0.35 $\text{N} \cdot \text{mm}/^\circ$ com um incremento de $0.01 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$. Os resultados estão resumidos na Tabela 13.

Tabela 13 : Estudo de Optimização 1

Rigidez $\left(\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{^\circ}\right)$	Posição final do ponteiro $(^\circ)$	Varição $\left(\frac{\text{s}}{\text{dia}}\right)$
0.25	56.0	-5724
0.26	56.4	-5136
0.27	57.7	-3360
0.28	58.5	-2191
0.29	59.8	-241
0.30	60.9	1224
0.31	60.8	1168
0.32	63.2	4632
0.33	63.2	4620
0.34	64.6	6675
0.35	65.6	8127

Observando os dados da Tabela 13, constata-se que os resultados mais precisos detetados pelo programa, foram obtidos com uma constante de rigidez, cujo valor é de $0.29 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$.

Como base nisto, realizou-se outro *design study*, no qual se variou a constante de rigidez de 0.29 a $0.3 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$ com um passo de $0.001 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$. Os resultados estão representados na Tabela 14.

Tabela 14 : Estudo de Optimização 2

Rigidez $\left(\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{^\circ}\right)$	Posição final do ponteiro $(^\circ)$	Varição $\left(\frac{\text{s}}{\text{dia}}\right)$
0.291	59.84	-232
0.292	59.85	-216
0.293	59.85	-214
0.294	60.80	1147
0.295	60.81	1172
0.296	60.82	1183
0.297	60.83	1190
0.298	60.83	1201
0.299	60.85	1223

Considerando a informação constante na Tabela 14, utiliza-se o valor otimizado da constante de rigidez, de $0.293 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$, como parâmetro de entrada de outro *design study*, onde se faz variar a constante de rigidez de 0.2931 a 0.2939 com um incremento de $0.0001 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$. Os resultados obtidos seguem apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 : Estudo de Otimização 3

Rigidez $\left(\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{^\circ}\right)$	Posição final do ponteiro $(^\circ)$	Varição $\left(\frac{\text{s}}{\text{dia}}\right)$
0.2931	59.84	-229
0.2932	59.86	-197
0.2933	59.92	-117
0.2934	59.97	-37
0.2935	60.10	137
0.2936	60.21	302
0.2937	60.31	448
0.2938	60.53	762
0.2939	60.78	1126

De acordo com a Tabela 15, o valor otimizado da constante de rigidez é de $0.2934 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$. Mas uma vez que a variação continua superior a 20 segundos por dia, efetuou-se outro conjunto de simulações. Este último envolve apenas 4 iterações, onde a constante de rigidez varia de 0.29341 a $0.29344 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$.

Os resultados seguem representados na Tabela 16.

Tabela 16 : Estudo de Otimização 4

Rigidez $\left(\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{^\circ}\right)$	Posição final do ponteiro $(^\circ)$	Varição $\left(\frac{\text{s}}{\text{dia}}\right)$
0.29341	59.985	-22.18
0.29342	59.976	-34.99
0.29343	59.992	-11.95
0.29344	60.009	12.53

O valor otimizado é de $0.29343 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$, com um atraso de 11.95 segundos por dia. A sua amplitude média é de 306° e a amplitude máxima correspondente é de 322° , conforme se verifica pelo Gráfico 6, que apresenta um comportamento relativamente uniforme, no intervalo de tempo

considerado.

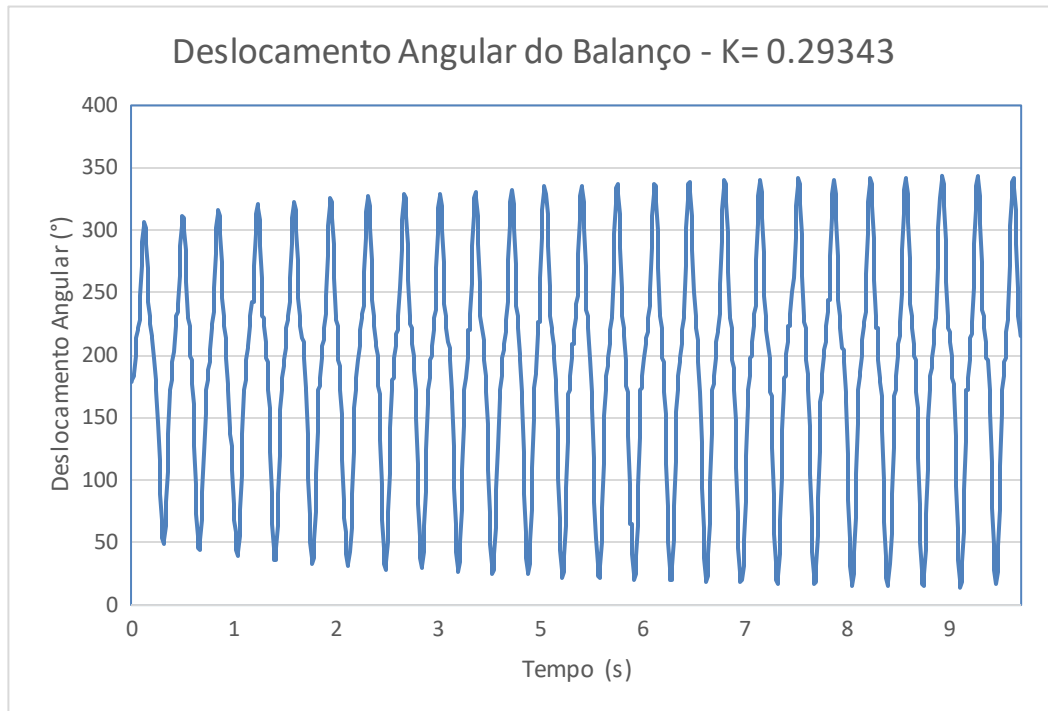


Gráfico 6 : Deslocamento Angular do Balanço - K=0.29343

4.6. Gravidade

O próximo passo para alcançar uma simulação mais fiel à realidade é a consideração da gravidade e implementação desta no âmbito da análise efetuada, por se destacar como um dos factores que influencia a precisão de um relógio.

A inclusão da gravidade na simulação é essencial, uma vez que esta afeta diretamente a dinâmica do oscilador, em particular do balanço e da espiral. A gravidade atua como uma força constante que altera o ritmo do mecanismo e também, consoante a sua posição, a amplitude também é afetada.

Embora o mecanismo seja um relógio de mesa e a gravidade só atua, sobre si, segundo uma direcção, experimentar-se-á as 6 direcções diferentes que se apresentam, na Figura 66. Nomeadamente, em ambos os sentidos do eixo do X (x^- , x^+), nos dois sentidos do eixo do Y (y^- , y^+), e igualmente nos dois sentidos do eixo Z (z^- , z^+).

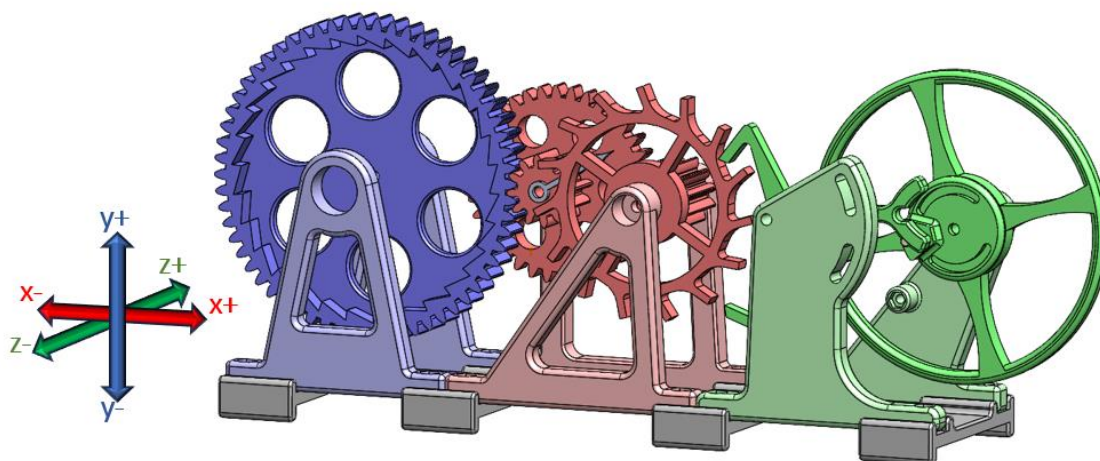


Figura 66 : Sentidos da Gravidade para Considerar o Movimento em Todas as Direcções

4.6.1. Simular a Gravidade

Todas as condições iniciais, como o impulso, o torque da mola helicoidal e a constante de rigidez da espiral são idênticas ao da simulação otimizada (Figura 67).

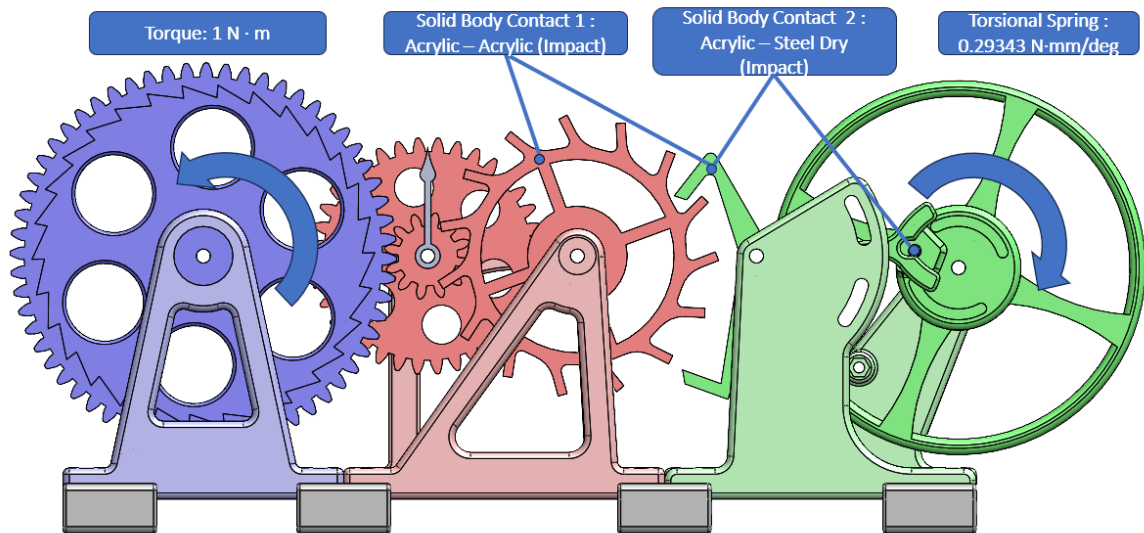


Figura 67 : Simulação com Gravidade - Funções

Realizaram-se 6 simulações, uma para cada sentido da gravidade, e os resultados figuram na Tabela 17.

Tabela 17 : Resultados da Simulação Com Gravidade

Sentido da Gravidade	Posição final do ponteiro (°)	Variação $\left(\frac{s}{dia}\right)$	Amplitude Média (°)	Amplitude Máxima
Sem Gravidade	59.99	-11.95	306.1	323
x-	60.80	1148.5	308.4	332
x+	59.86	-208.4	307.6	324
y-	59.88	-170	316.3	340
y+	60.63	902.7	293.7	305
z-	60.01	9.1	310.1	330
z+	60.03	36.5	308.0	327

Analisando os resultados presentes na Tabela 17, é evidente que a precisão do mecanismo varia significativamente, segundo a orientação da gravidade. Para o eixo Z, o relógio apresenta um comportamento relativamente preciso, possuindo um avanço de 9 segundos para z- e de 36 segundos, para z+. Isto deve-se ao facto de o movimento do balanço ser perpendicular à gravidade, resultando numa influência limitada.

Já quando a gravidade incide nos eixos Y e X, o mecanismo tem um comportamento extremamente impreciso. Para x- o relógio avança 1148 segundos por dia ou 20 minutos por dia. Enquanto que para x+, o relógio atrasa 3 minutos. Quando a gravidade está alinhada com o eixo dos Y, em y-, o relógio atrasa 170 segundos por dia ou 2.8 minutos por dia. Em y+, verifica-se um avanço de 15 minutos por dia.

Esta variação ocorre devido ao alinhamento do movimento do balanço com a direção da gravidade, o que facilita e opõe o seu deslocamento como se observa na Figura 68.

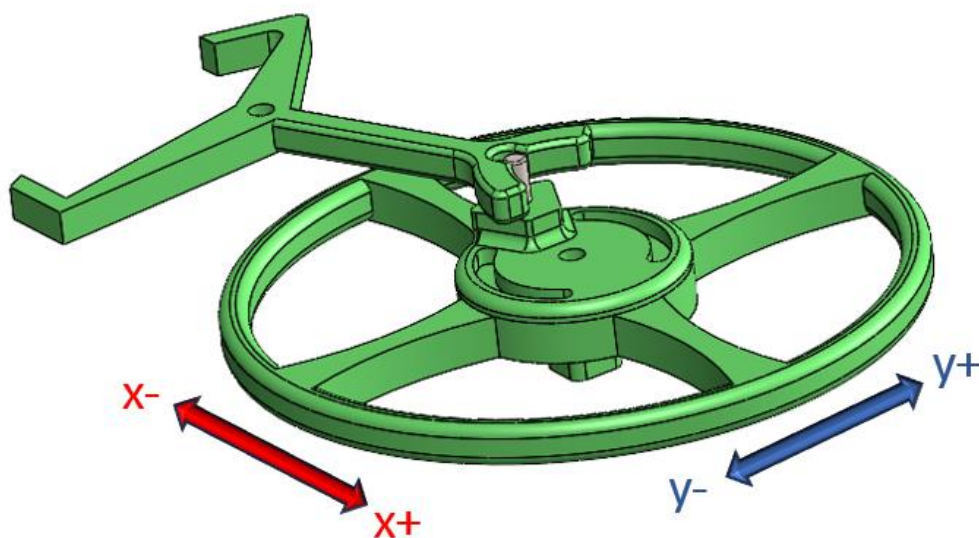


Figura 68 : Sentido da Gravidade Relativo ao Balanço

E embora fosse expectável uma variação da precisão quando se acionasse a gravidade, estes resultados são surpreendentes e evidenciam os vários defeitos do escape, que poderão estar na origem deste desfasamento.

Curiosamente, a simulação em que a gravidade estava acionada, para o sentido convencional do relógio de mesa (y-), dá se em $t= 0.86$ s a passagem do escape, como podemos observar pelo Gráfico 7.

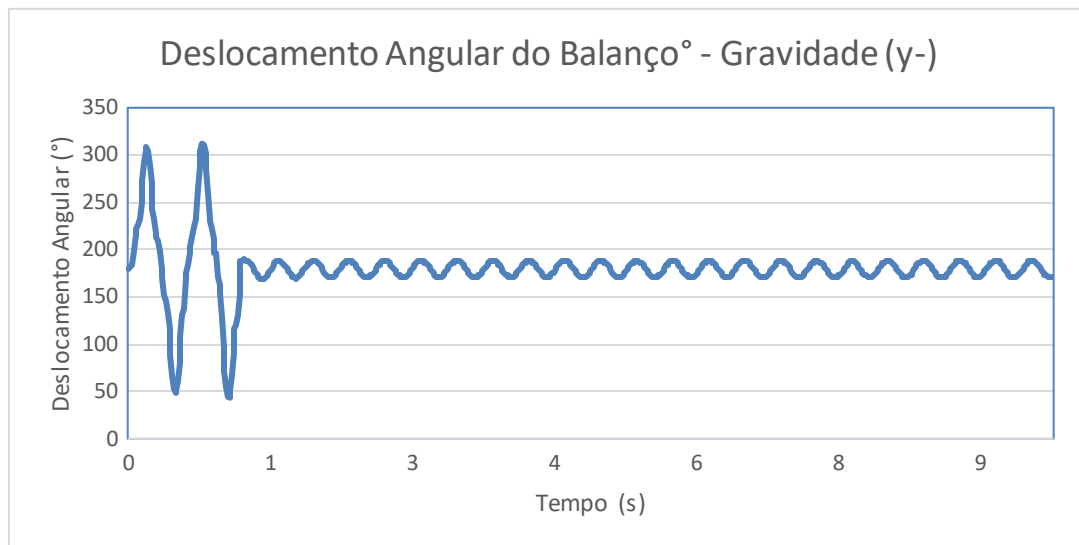


Gráfico 7 - Deslocamento Angular do Balanço - Gravidade (y-)

Após muitas tentativas de mitigar a passagem do escape, conseguiu-se correr uma simulação sem problemas, quando se alinhou o centro de massa da âncora com o eixo de rotação. Os resultados apresentam-se na Tabela 17, assinalados a vermelho.

4.6.2. Os Defeitos do Escape

Conclui-se que a passagem do escape, assim como as principais variações de precisão deste relógio, devem-se essencialmente a 3 problemas constantemente presentes, que abaixo se apresentam e descrevem:

- 1) **A âncora não está equilibrada.** Basicamente o deslocamento angular a partir do ponto de equilíbrio da espiral (representado a vermelho na Figura 69) não é igual, para ambos os sentidos. O deslocamento angular da âncora, para a sua posição de equilíbrio inferior, é 3 vezes superior ao seu deslocamento para a sua posição de equilíbrio superior. Este desequilíbrio faz com que a âncora trave mais rapidamente a roda de escape à entrada (posição de equilíbrio superior) do que à saída (posição de equilíbrio inferior), ficando assim mais tempo parada na sua posição de equilíbrio superior. Embora esta paragem ocorra num espaço de tempo extremamente curto, é o suficiente para influenciar a dinâmica do escape e a sua precisão. Existe um consenso básico na relojoaria que o ângulo do deslocamento da âncora total, chamado de *angle de levée* deve ser simétrico [31, p. 252].

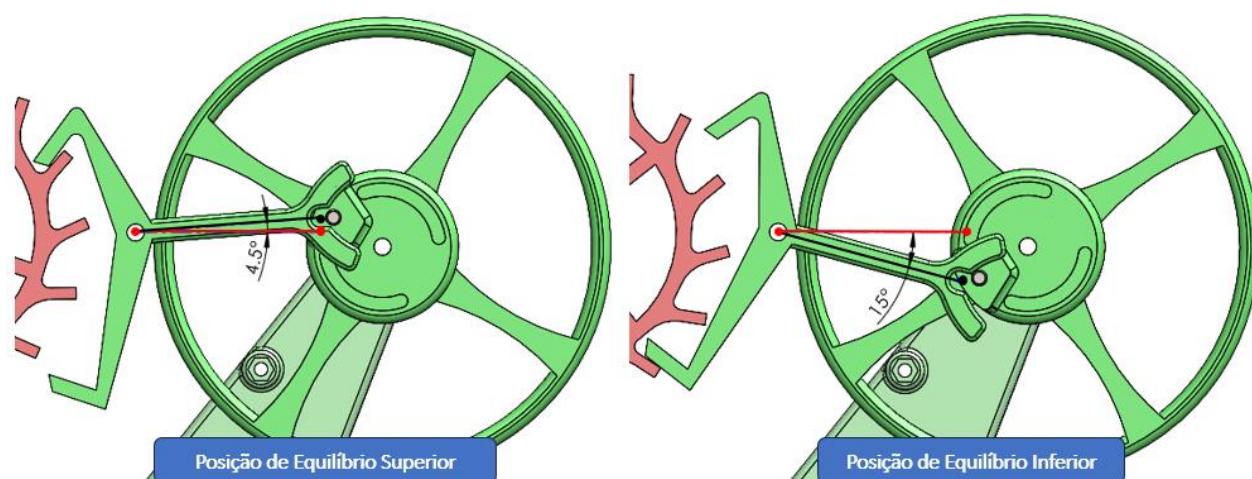


Figura 69 : Desequilíbrio da Âncora

- 2) **O centro de massa da âncora não está no seu eixo de rotação.** Como se constata da observação da Figura 70, a posição do centro de massa difere da posição do eixo de rotação, de 10.3 mm, em X, e 2.9 mm, em Z. O que contribui para que a âncora convirja para a posição de repouso inferior, quando a gravidade está alinhada com y-, sem que este seja acionado pelo balanço. Determinou-se que esta é a causa principal da passagem do escape porque, quando se corrigiu artificialmente o centro de massa, a passagem do escape já não ocorreu.

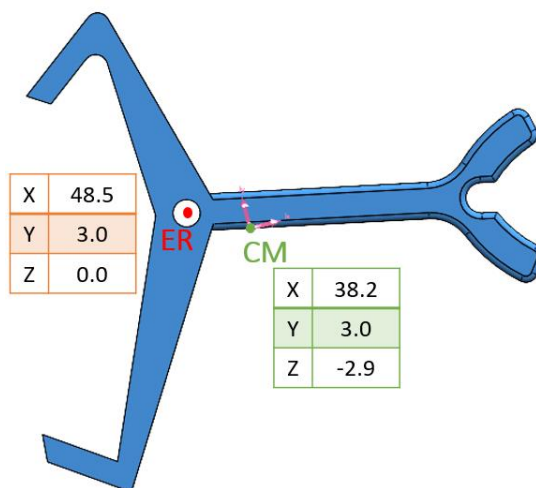


Figura 70 : Centro de Massa da Âncora

- 3) **O centro de rotação do balanço não está alinhado com o centro de rotação da âncora.** Na posição de equilíbrio da espiral, a âncora deveria estar alinhada com o eixo de rotação do balanço. Neste caso, a posição de equilíbrio está desfasada 14.35° , conforme ilustra a Figura 71. O referido defeito deve-se principalmente à disparidade nas alturas, entre o eixo de rotação do balanço e o eixo de rotação da âncora, que apresenta uma diferença de 3.74 mm.

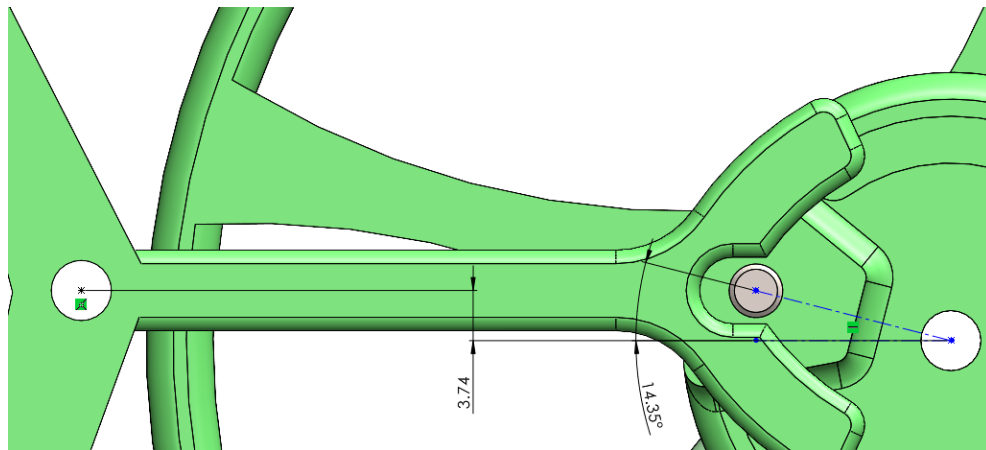


Figura 71 : Balanço desfasado

Este desalinhamento provoca uma amplitude desequilibrada (Figura 72), gerando uma discrepância leve que afeta a precisão, quando o relógio é influenciado pela força da gravidade.

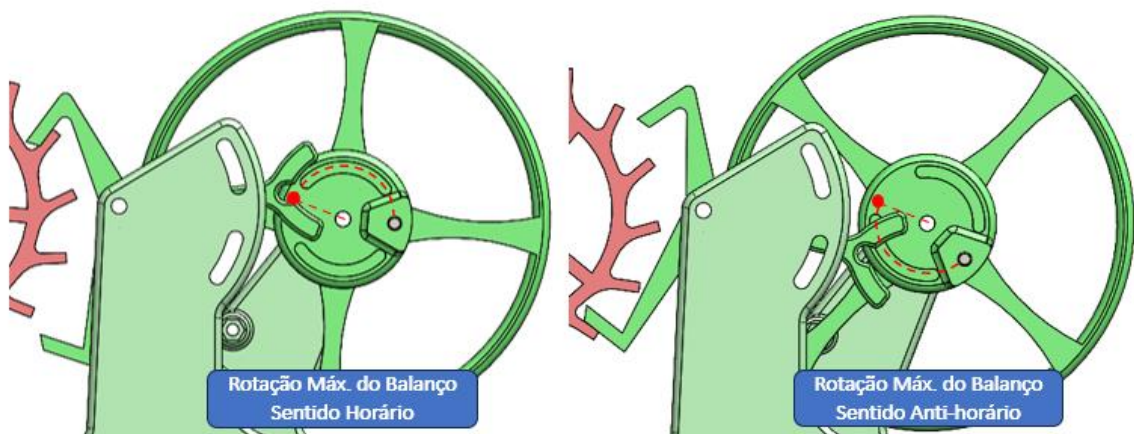


Figura 72 : Amplitude Desequilibrada

4.6.3. Análise de Sensibilidade do Peso do Balanço

Com o intuito de aprofundar a compreensão sobre a relevância do peso do balanço no funcionamento de um relógio, optou-se por variar o peso e realizar uma análise de sensibilidade. Nas simulações subsequentes, a força da gravidade foi aplicada no sentido convencional (y^-) e o centro de massa da âncora foi ajustado, de forma a coincidir com as coordenadas do seu eixo de rotação. Todos os outros parâmetros da simulação *Motion* são idênticos aos da simulação otimizada.

O balanço possui normalmente 38 gramas, mas através da opção “*Override Mass Properties*” do *Solidworks*, alterou-se a massa. Para a primeira simulação, atribui-se um peso de 10 gramas e incrementalmente procedeu-se a um aumento de 10 gramas na massa do balanço, por cada simulação efetuada. Os resultados encontram-se na Tabela 18:

Tabela 18 : Resultados da Simulação - Variação do Peso do Balanço

Peso do Balanço (g)	Posição final do ponteiro (°)	Variação $\left(\frac{s}{\text{dia}}\right)$	Amplitude Média (°)	Amplitude Máxima
10	113.6	77202	181.4	192
20	81.8	31366	260.2	309
30	67.3	10455	300.2	310
38	59.9	-170	316.3	340
40	58.5	-2204	319.2	347
50	52.6	-10584	319.8	342
60	48.8	-16112	321.2	>360

Os valores obtidos são os esperados. Enquanto mais leve é o balanço, maior é a propensão do relógio adiantar. Esta tendência ocorre devido à redução da amplitude, resultando da maior facilidade com que a força da mola de torção supera o momento de inércia do balanço.

Já com um balanço mais pesado, observa-se um aumento da amplitude, uma vez que a mola de torção enfrenta uma maior resistência em alterar a direção do balanço, devido ao aumento do momento de inércia do balanço, levando assim o relógio a atrasar.

Em média, a amplitude aumenta cerca de 2.79° , para cada grama de acréscimo no peso do balanço. Contudo, na última simulação, na qual o balanço pesava 60 gramas, embora a amplitude média se mostrasse razoável, a amplitude máxima excedeu 360° , o que está claramente distante do resultado desejável, devido à possibilidade de ocorrência do *rebattement*. O *rebattement* do balanço acontece quando este gira mais que 360° e colide na superfície exterior da âncora. Isto é prejudicial para o mecanismo porque para além de desgastar prematuramente os vários

componentes também faz avançar o relógio.

Em relação à precisão do mecanismo, cada grama adicional do balanço resulta em um atraso médio de 1866.3 segundos por dia.

As simulações foram efetuadas com sucesso, até se alcançar um peso de 70 gramas. A partir deste ponto, observa-se, em média, ao segundo batimento a passagem do escape, conforme evidenciado pelo Gráfico 8.

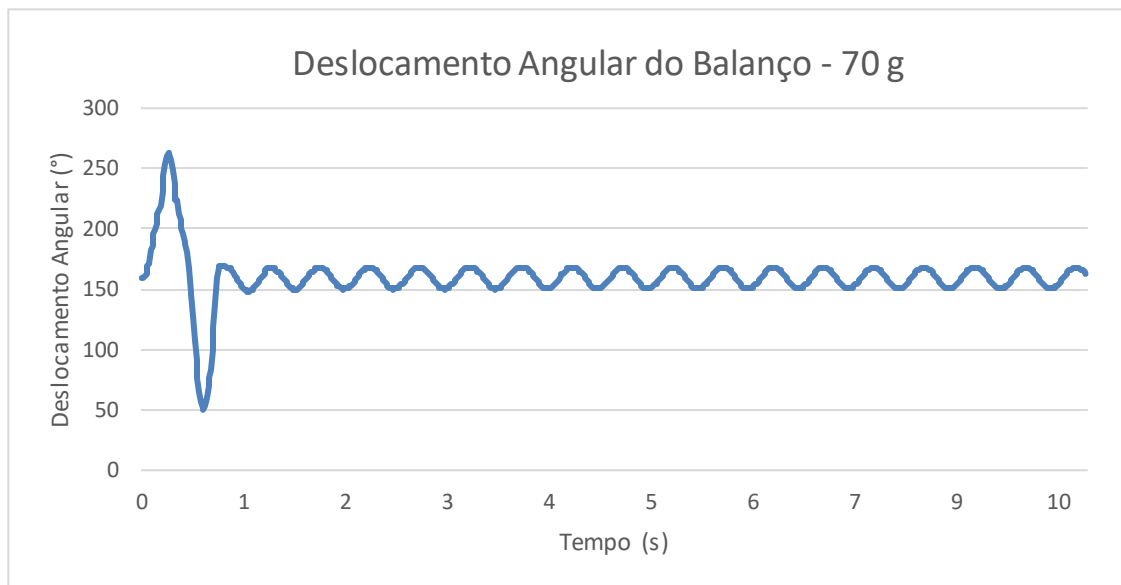


Gráfico 8 : Deslocamento Angular do Balanço - 70 g

A colisão do pino com âncora (posição 1, Figura 73) é tão potente, que origina o ressalto da âncora para trás, quando a sua *pallette* bate na roda de escape (posição 2, Figura 73). A âncora volta para a sua posição de repouso inferior, antes que o balanço complete o seu movimento (posição 3, Figura 73), resultando na passagem do escape, conforme ilustrado na quarta posição da Figura 73.

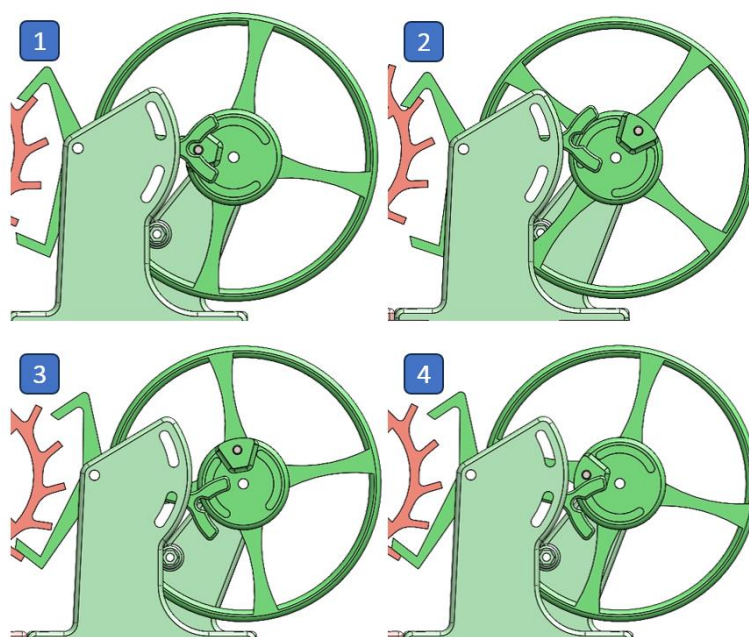


Figura 73 : Passagem do Escape - Balanço 70 g

5

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

5.1. Conclusões

Neste trabalho de projeto, apresentou-se uma demonstração convincente da viabilidade de simular um mecanismo horométrico, utilizando o *Solidworks Motion*. Modelou-se um mecanismo de escape de relógio de mesa com base em modelos disponíveis para se imprimir em PLA. Embora o mecanismo em si seja simples e rudimentar, ele encapsula os princípios fundamentais que regem o funcionamento de um relógio mecânico real.

Foi possível criar uma simulação computacional dinâmica fiel à realidade, na qual a âncora bloqueia o movimento das engrenagens periodicamente. Para alcançar este realismo adotou-se uma abordagem que envolve o uso de um torque, que substitui a fonte de energia proveniente da mola helicoidal, e a implementação de uma mola de torção, que substitui a espiral do balanço. Além disso incorporaram-se *gearmates* assim como contactos entre a roda de escape e a âncora, e entre a âncora e o balanço.

O âmbito do estudo abrangeu análises de sensibilidade relacionadas ao torque da mola helicoidal e à constante de rigidez da espiral.

Foi observado que o torque da mola helicoidal exerce uma influência significativa sobre a amplitude, exibindo uma relação diretamente proporcional. Em média, para cada incremento de $1 \text{ N} \cdot \text{mm}$ no torque, a amplitude aumenta em cerca de 0.151° . Em contraste, o acréscimo médio da velocidade da roda de escape, para cada aumento de $1 \text{ N} \cdot \text{mm}$ no torque, é insignificante, situando-se em apenas $5.42 \text{ E} - 05 \text{ }^\circ/\text{s}$.

Ademais, constatou-se que a constante de rigidez da espiral exerce uma considerável influência tanto na amplitude quanto na velocidade da roda de escape. Cada acréscimo de $1 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$ na constante de rigidez resulta em um aumento considerável de $74.69 \text{ }^\circ/\text{s}$ na velocidade da roda de escape, demonstrando uma relação direta entre esses parâmetros. Por outro lado, a amplitude apresenta uma diminuição de 228.9° para cada aumento de $1 \text{ N} \cdot \text{mm}/^\circ$ na rigidez,

evidenciando uma relação inversamente proporcional entre esses dois fatores.

Com base nos resultados das análises de sensibilidade, selecionou-se uma frequência de escape de 2.5 Hz ou 5 batimentos por segundo, devido ao facto que a amplitude se manteve numa gama ideal entre 300° e 330° quando as engrenagens operavam a esta frequência.

Para esta frequência de 2.5 Hz estabeleceu-se uma relação de transmissão apropriada para o ponteiro dos segundos, cujo deslocamento foi utilizado para avaliar a precisão do relógio.

Constatou-se que o mecanismo demora a arrancar e a amplitude demora 5 segundos a se estabilizar. Para melhorar a precisão das simulações implementou-se um impulso no balanço que estabiliza imediatamente a amplitude.

Adicionalmente, foram realizadas 34 simulações onde se otimizou a constante de rigidez da espiral para alcançar um nível de precisão razoavelmente elevado do relógio, de 11.95 segundos de atraso por dia.

Por fim, a influencia da gravidade no desempenho do mecanismo foi analisada. Realizou-se também uma análise de sensibilidade do peso do balanço, que revelou que em média, a amplitude aumenta aproximadamente 2.79° para cada grama adicionada ao peso do balanço. Além disso, constatou-se que cada grama adicional no balanço resulta em um atraso médio de 1866.3 segundos por dia.

Os resultados obtidos destas simulações computacionais são sólidos, baseados na realidade, e lançam luz sobre como as variações desses parâmetros impactam a amplitude do balanço e, conseqüentemente, a precisão do mecanismo. Além disso, essas análises permitiram identificar e mitigar algumas das imperfeições do mecanismo de escape de relógio de mesa.

A simulação computacional revela-se uma ferramenta valiosa com um grande potencial, que permite melhorar a compreensão dos princípios por trás dos mecanismos horométricos. A simulação computacional também oferece oportunidades para aprimorar o design e a eficiência desses dispositivos. Com um trabalho adicional de pesquisa e desenvolvimento, é possível explorar ainda mais as capacidades do *Solidworks Motion* e aprofundar nosso conhecimento sobre a horometria mecânica.

5.2. Desenvolvimentos Futuros

Este trabalho abre as portas para futuras pesquisas mais aprofundadas, diversos parâmetros adicionais merecem ser avaliados e considerados nas simulações.

Aspetos como o atrito entre os vários eixos e o contato entre as engrenagens, poderiam ser incorporados em simulações subsequentes. Uma comparação do desempenho do relógio, enquanto este está lubrificado e não lubrificado seria extremamente interessante.

A fim de aprofundar nossa compreensão dos mecanismos horométricos, uma remodelação das engrenagens, seguindo rigorosamente as normas de relojoaria suíça, se revelaria ideal para analisar o atrito entre os diversos componentes.

Além disso, dado que este trabalho de projeto salientou a existência de várias imperfeições no sistema de escape, uma revisão completa desse componente também se torna benéfica e complementar.

Para uma análise mais precisa da precisão do relógio, é imperativo estender o período das simulações para além dos 10 segundos. Essa ampliação temporal permitirá uma avaliação mais exata do desempenho do mecanismo ao longo do tempo.

Ademais, a comparação entre resultados analíticos e numéricos revela-se vantajosa, considerando o alto grau de desenvolvimento da teoria matemática horométrica. Tal abordagem proporcionaria uma base sólida para validar e aprimorar as simulações.

A exploração contínua desses detalhes tem o potencial de contribuir significativamente para o avanço do conhecimento e o desenvolvimento de relógios mecânicos de alta precisão, impulsionando ainda mais as fronteiras da relojoaria.

6

REFERÊNCIAS

-
- [1] M. Isler, «The Gnomon in Egyptian Antiquity», *Journal of the American Research Center in Egypt*, vol. 28, 1991.
- [2] «Sundial Design Tools - DT Online». http://wiki.dtonline.org/index.php/Sundial_Design_Tools (acedido 19 de maio de 2023).
- [3] L. N. Vodolazhskaya, «Reconstruction of Ancient Egyptian Sundials», 2014.
- [4] M. T. Wright, «Greek and Roman Portable Sundials: An Ancient Essay in Approximation», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 55, n.º 2, pp. 177–187, 2000.
- [5] E. Guyot, «La Determination de l'heure autrefois et Aujourd'hui», em *Ciel et Terre*, 1956. [Em linha]. Disponível em: <https://articles.adsabs.harvard.edu//full/1956C%26T....72..457G/0000469.000.html>
- [6] B. Cotterell, F. P. Dickson, e J. Kamminga, «Ancient Egyptian water-clocks: A reappraisal», *Journal of Archaeological Science*, vol. 13, n.º 1, pp. 31–50, jan. 1986, doi: 10.1016/0305-4403(86)90025-7.
- [7] «Clepsydra | timekeeping device | Britannica». <https://www.britannica.com/technology/clepsydra> (acedido 20 de maio de 2023).
- [8] R. T. Balmer, «The Operation of Sand Clocks and Their Medieval Development», *Technology and Culture*, vol. 19, n.º 4, pp. 615–632, 1978, doi: 10.2307/3103761.
- [9] C.-A. Reymondi, G. Monnier, D. Jeanneret, e U. Pelaratti, *Théorie d'Horlogerie*. Fédération des Ecoles Techniques, 1998.
- [10] «The Origin of the Combustion Clock | THE SEIKO MUSEUM GINZA», *THE SEIKO MUSEUM*. <https://museum.seiko.co.jp/en/> (acedido 20 de maio de 2023).
- [11] D. S. Landes, *Revolution in Time*, Revised And Enlarged Edition with a new Preface. The Belknap press of harvard University Press, 1983.
- [12] «First-ever mechanical clock | THE SEIKO MUSEUM GINZA», *THE SEIKO MUSEUM*. <https://museum.seiko.co.jp/en/> (acedido 24 de maio de 2023).
- [13] «Index of /etu-maltp/R2D2/boujoll0/COMEL/T1_Horloge_a_foliot». http://tecaetu.unige.ch/etu-maltp/R2D2/boujoll0/COMEL/T1_Horloge_a_foliot/ (acedido 26 de maio de 2023).
- [14] «June 16, 1657: Christiaan Huygens Patents the First Pendulum Clock». <http://www.aps.org/publications/apsnews/201706/history.cfm> (acedido 24 de maio de 2023).
- [15] «Huygens Invents the Pendulum Clock, Increasing Accuracy Sixty Fold: History of Information». <https://www.historyofinformation.com/detail.php?entryid=3506> (acedido 24 de maio de 2023).
- [16] esiegel on February 12 e 2010., «A Brief History of Time... in the New World! | ScienceBlogs». <https://scienceblogs.com/startswithabang/2010/02/12/a-brief-history-of-time-in-the> (acedido 26 de maio de 2023).
- [17] «Anchor Clock Escapement». <http://www.abbeyclock.com/anchor.html> (acedido 29 de maio de 2023).
- [18] «How Did the Sinking of a Ship in 1707 Lead to the Invention of the Marine Chronometer? |

- Historic England». <https://historicengland.org.uk/listing/what-is-designation/heritage-highlights/sinking-of-ship-lead-to-invention-of-marine-chronometer/> (acedido 29 de maio de 2023).
- [19] «Longitude Prize», *Longitude Prize*. <https://longitudeprize.org/the-history/> (acedido 29 de maio de 2023).
- [20] «H1 | Royal Museums Greenwich». <https://www.rmg.co.uk/collections/objects/rmgc-object-79139> (acedido 29 de maio de 2023).
- [21] «Railroads & Watches: A Closely Linked History | IWC Schaffhausen». <https://www.iwc.com/en/articles/journal/railroads-and-pocket-watches.html> (acedido 30 de maio de 2023).
- [22] «Première montre bracelet | Breguet». <https://www.breguet.com/fr/histoire/inventions/premi%C3%A8re-montre-bracelet> (acedido 30 de maio de 2023).
- [23] «When Were Watches Invented? A History», *WatchBox*. <https://www.thewatchbox.com/blog/invention-of-the-wristwatch.html> (acedido 30 de maio de 2023).
- [24] «The Quartz Crisis: The almost-downfall of the mechanical watch», *The Quartz Crisis: The almost-downfall of the mechanical watch*. <https://www.montredo.com/> (acedido 30 de maio de 2023).
- [25] «Seiko 35 Movement Details», *Mizeni*. <https://mizeni.com/movements/seiko-35> (acedido 7 de junho de 2023).
- [26] «The Quartz Watch», 12 de fevereiro de 2014. <https://web.archive.org/web/20140212191203/http://invention.smithsonian.org/centerpieces/Quartz/coolwatches/seiko.html> (acedido 7 de junho de 2023).
- [27] «Inflation Calculator | Find US Dollar's Value From 1913-2023», 10 de maio de 2023. <https://www.usinflationcalculator.com/> (acedido 13 de junho de 2023).
- [28] <Samuel Jaberg> & <Duc-Quang Nguyen>, «Six choses à savoir sur l'horlogerie suisse», *SWI swissinfo.ch*, 22 de março de 2017. https://www.swissinfo.ch/fre/economie/avant-baselworld_six-choses-%C3%A0-savoir-sur-l-horlogerie-suisse/42996308 (acedido 7 de junho de 2023).
- [29] «Markets in Time: The Rise, Fall, and Revival of Swiss Watchmaking | The Freeman | Ideas On Liberty», 3 de julho de 2010. <https://web.archive.org/web/20100703135624/http://www.thefreemanonline.org/featured/markets-in-time-the-rise-fall-and-revival-of-swiss-watchmaking/#> (acedido 7 de junho de 2023).
- [30] «Pin-pallet watch | Britannica». <https://www.britannica.com/technology/pin-pallet-watch> (acedido 13 de junho de 2023).
- [31] M. Vermot, P. Bovay, S. Dordor, V. Beux, e D. Prongué, *Traité de Construction Horlogère*, Deuxième édition. EPFL PRESS, 2021.
- [32] «The detent escapement: from marine chronometers to wristwatches», *Time and Watches | The watch blog*. <https://www.timeandwatches.com/p/the-detent-escapement-from-marine.html> (acedido 13 de junho de 2023).
- [33] T. Aihara, C. Kamio, Y. Hara, K. Ito, e K. Jujo, «Dynamic accuracy measurement system for mechanical wristwatch», *Precision Engineering*, vol. 70, pp. 117–123, jul. 2021, doi: 10.1016/j.precisioneng.2021.01.018.
- [34] J. Munchow, «The Greubel Forsey Double Tourbillon 30° Technique: What's Friction Got To Do, Got To Do With It!?!», *Quill & Pad*, 13 de janeiro de 2014. <https://quillandpad.com/2014/01/13/the-greubel-forsey-double-tourbillon-30-technique-whats-friction-got-to-do-got-to-do-with-it/> (acedido 15 de junho de 2023).
- [35] G. Xu, P. H. Ko, e R. Du, «A study on the precision of mechanical watch movement with Tourbillon», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, n.º 16, pp. 4019–4028, ago. 2011, doi:

- 10.1016/j.jsv.2011.03.020.
- [36] «Classique Chronométrie 7727 | Breguet». <https://www.breguet.com/fr/garde-temps/classique/7727#!44> (acedido 7 de setembro de 2023).
- [37] R. A.L., *The Science of Clocks & Watches*, Third Edition. British Horological Institute, 1993.
- [38] «FH - Montre mécanique et montre à quartz». <https://www.fhs.swiss/fre/mechanical-quartz.html> (acedido 30 de agosto de 2023).
- [39] «culture générale, montre, montres à complications». <http://villemin.gerard.free.fr/CultureG/Montre.htm> (acedido 30 de agosto de 2023).
- [40] K. C. D. FU, «Multibody Dynamics Based Simulation Studies of Escapement Mechanisms in Mechanical Watch Movement», Master Thesis, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, 2008.
- [41] B. M. Naperkoski, «Exploring the Dynamics of a Mechanical Watch lever Escapement Using Finite Element Analysis», Master Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2022.
- [42] Thingiverse.com, «Watch Escapement Desk Toy by LarkysPrints». <https://www.thingiverse.com/thing:3364860> (acedido 23 de junho de 2023).
- [43] «Free 3D models, CAD files and 2D drawings - TraceParts». <https://www.traceparts.com/en> (acedido 27 de junho de 2023).
- [44] «Watch Glossary - Mainspring and Barrel - Click». <https://www.timezonewatchschool.com/WatchSchool/Glossary/Glossary%20-%20Mainspring%20and%20Barr/Glossary%20-%20Mainspring%20and%20Barr/glossary%20-%20mainspring%20and%20barr.shtml> (acedido 27 de junho de 2023).
- [45] S. R. Subramaniam *et al.*, «Preliminary investigations of polylactic acid (PLA) properties», *AIP Conference Proceedings*, vol. 2059, n.º 1, p. 020038, jan. 2019, doi: 10.1063/1.5085981.
- [46] «Polylactic Acid (PLA, Polylactide) :: MakeItFrom.com». <https://www.makeitfrom.com/material-properties/Polylactic-Acid-PLA-Polylactide> (acedido 4 de julho de 2023).
- [47] «Compressive Properties of 3D Printed Polylactic Acid Matrix Composites Reinforced by Short Fibers and SiC Nanowires - Mei - 2019 - Advanced Engineering Materials - Wiley Online Library». <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/adem.201800539> (acedido 4 de julho de 2023).
- [48] «High-Beat vs. Low-beat – quelle est la différence entre une montre à haute fréquence et un modèle à basse fréquence ? - Magazine Chrono24». https://www.chrono24.fr/magazine/high-beat-vs-low-beat-quelle-est-la-difference-entre-une-montre-a-haute-frequence-et-un-modele-a-basse-frequence-p_55044/ (acedido 20 de julho de 2023).
- [49] «Type de raquette des montres et incidence sur le réglage.» <https://forumamontres.forumactif.com/t4383-type-de-raquette-des-montres-et-incidence-sur-le-reglage> (acedido 18 de julho de 2023).