

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

APLICAÇÃO DOS MODELOS
GARCH, EGARCH E TGARCH NO
DAX - 30

Marta Isabel Guerreiro Marques
(20120243)

Lisboa, Janeiro de 2017

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

APLICAÇÃO DOS MODELOS GARCH,
EGARCH E TGARCH NO DAX -30

Marta Isabel Guerreiro Marques

(20120243)

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Contabilidade e Análise Financeira, realizada sob a orientação científica de Professora Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes.

Constituição do Júri:

Presidente _____ Prof. Doutor Joaquim Martins Ferrão

Vogal _____ Prof. Doutor Carlos Manuel Pinheiro

Vogal _____ Prof. Doutora Sónia Bentes

Lisboa, Janeiro de 2017

Declaro ser a autora desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas. Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência ao seu autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

Dedico este trabalho aos meus amados pais, Maria e Luís

Agradecimentos

Esta dissertação foi alvo de muitos altos e baixos, só sendo possível devido à dedicação, motivação, paciência, insistência e apoio de algumas pessoas.

Aos meus pais, o grande apoio, o amor incondicional, o esforço, a vontade de mais e melhor para a sua menina, a dedicação a 100%, a motivação e o nunca deixarem de acreditar que seria possível.

Ao meu namorado, Duarte Santos, que foi quem deu o empurrão final para que este trabalho se concluísse. Ele que insistiu e me motivou, ele que nunca deixou de acreditar em mim e não me deixou desistir. Muito obrigada.

À minha irmã, aos meus familiares e amigos pela paciência e compreensão nos longos períodos de ausência. Aos meus colegas de trabalho, que tanto me ouviram nestes meses e diziam “Está quase”.

À Professora Doutora Sónia Bentes, orientadora desta dissertação, pela total disponibilidade, motivação, sentido crítico e partilha de conhecimento que muito contribuíram para o desenvolvimento e enriquecimento deste trabalho, sem ela não teria sido possível. Um grande e sentido agradecimento.

Quero muito agradecer ao meu colega de mestrado Cláudio Santos, que foi uma inspiração. A sua conclusão fez-me acreditar que também eu era capaz, e fui, tinhas razão Cláudio.

Para concluir, não posso deixar de lembrar todos aqueles que de uma forma direta ou indireta, tornaram possível a concretização deste trabalho.

Resumo

Este trabalho avalia o tema da volatilidade aplicada ao mercado bolsista internacional DAX-30

Volatilidade de um ativo é uma das informações mais importantes para os investidores do mercado financeiro. Volatilidade refere-se às oscilações de uma determinada variável ao longo do tempo. A sua correta previsão é essencial para determinar estratégias de *hedge* e ainda permite captar momentos de grande incerteza no mercado.

Ao longo deste estudo, verificou-se a existência de assimetria na volatilidade uma vez que aquando da presença de uma má notícia existe um maior efeito do que aquando de uma boa notícia. Assim sendo, conclui-se que é muito improvável que impactos positivos ou negativos, tenham a mesma influência na volatilidade e consequentemente nas variações dos rendimentos do ativo subjacente.

Neste trabalho foram utilizados o modelo ARCH, mais especificamente, os modelos EGARCH e TGARCH, com eles pode-se avaliar a assimetria na volatilidade, e presenciar o facto de que as más notícias exercem um maior impacto do que as boas notícias na volatilidade, verificando-se assim assimetria na volatilidade.

Palavras-Chave

DAX – 30, Assimetria, Volatilidade, EGARCH, TGARCH

Abstract

This work is on the subject of volatility applied to the international stock market DAX-30.

Volatility of an asset is one of the most important information for financial market investors. Volatility refers to the fluctuations of a particular variable over time. Its correct prediction is essential to determinate *hedge* strategies and to capture moments of great uncertainty in the market.

The asymmetry in volatility allow us to conclude that when in the presence of a bad news there is a greater effect than when in the presence of a good news. Once, it is possible to conclude that is very unlikely that a positive and negative impacts have the same influence in volatility and consequently on the variations of the underlying assets income.

In this work were used the ARCH model, in specific, the models EGARCH and TGARCH, to evaluate the asymmetry in volatility.

Índice

I. Capítulo – Introdução	1
1.1. Relevância do tema proposto	1
1.2. Objeto da investigação	1
1.3. Objetivo da investigação	2
1.4. Estrutura da investigação	3
II. Capítulo – Revisão da literatura	4
2.1. Definição de volatilidade	5
2.1.1. Volatilidade Histórica ou Estatística	7
2.1.2. Volatilidade Implícita	7
2.1.3. Volatilidade Futura ou Previsional	8
2.2. Os Sorrisos da volatilidade	9
2.3. Modelos da volatilidade	11
2.3.1. Modelo ARCH – <i>Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i>	11
2.3.2. Modelo GARCH – <i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i>	14
2.3.3. Modelo EGARCH – <i>Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i>	16
2.3.4. Modelo TGARCH – <i>Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i>	17
2.4. Estimação dos modelos	19
2.4.1. Definição de estimação dos modelos	19
2.4.2. Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)	19
2.4.3. Método da Máxima Verosimilhança (MMV)	20
2.5. Factos estilizados no comportamento da volatilidade	21
2.5.1. <i>Fat Tails</i>	21
2.5.2. <i>Clusters</i>	23
2.5.3. Assimetria na volatilidade – O efeito alavanca	25
2.5.4. Memória longa	29
2.5.5. Evidência de movimentos conjuntos (<i>co-movements</i>) na volatilidade dos mercados	31
2.5.6. Evidência do Caos	32
2.6. Sentimento do mercado	34
2.6.1. Indicadores do sentimento do mercado	35
2.6.2. Índice de volatilidade implícita	35
2.6.3. Rácio <i>Put/Call</i> (PCR)	36
2.6.4. Rácio <i>Bull/Bear</i> (BBR)	38
2.7. Síntese	39
III. Capítulo – Análise Empírica	41
3.1. Descrição da amostra	42
3.2. Rendibilidades	43
3.3. Estatísticas descritivas	46
3.4. Estimação dos modelos	48
3.4.1. Verificação dos pressupostos	48
3.4.1.1. Estacionariedade	48
3.4.1.1.1. Testes de estacionariedade	52
3.4.1.2. Autocorrelação	53
3.4.1.3. Heterocedasticidade	55
3.4.2. Análise dos resíduos do modelo AR (p)	59

3.4.3. Estimação dos modelos AR (2) – GARCH (1,1); AR (2) – EGARCH (1,1) e AR (2) – TGARCH (1,1)	62
3.5. Síntese do capítulo	72
IV. Capítulo – Conclusões	74
V. Capítulo – Bibliografia	76

Índice de Figuras

- Figura 2.1** Níveis de Volatilidade
- Figura 2.2** Posição do valor intrínseco de uma opção
- Figura 2.3** Sorriso Puro e Franco
- Figura 2.4** Sorriso Amarelo ou Forçado
- Figura 2.5** Sorriso Trombudo
- Figura 2.6** Processo com Homocedasticidade
- Figura 2.7** Processo com Heterocedasticidade
- Figura 2.8.** Efeito de alavanca – reação da volatilidade a boas e a más notícias
- Figura 2.9.** Exemplo de *Fat Tails*
- Figura 2.10.** Efeito Alavanca
- Figura 2.11.** Efeito Simétrico
- Figura 2.12.** Níveis de Otimismo e Pessimismo do Rácio *Put/Call*
- Figura 3.1.** Evolução dos preços do DAX 30 no período de 11/1/2010 a 6/5/2016
- Figura 3.2.** Evolução das rendibilidades do DAX 30 no período de 11/1/2010 a 6/5/2016
- Figura 3.3.** Histograma das rendibilidades do DAX 30 no período de 11/1/2010 a 6/5/2016
- Figura 3.4.** Correlograma das rendibilidades
- Figura 3.5.** Correlograma do quadrado os resíduos
- Figura 3.6.** Histograma dos resíduos do modelo AR(2)
- Figura 3.7.** Correlograma dos resíduos do modelo AR(2)
- Figura 3.8.** Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo AR(2)-GARCH(1,1)
- Figura 3.9.** Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo AR(2)-EGARCH(1,1)
- Figura 3.10.** Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo AR(2)-TGARCH(1,1)
- Figura 3.11.** Histograma dos resíduos do modelo AR(2)-GARCH(1,1)

Figura 3.12. Histograma dos resíduos do modelo AR(2)-EGARCH(1,1)

Figura 3.13. Histograma dos resíduos do modelo AR(2)-GJR-GARCH(1,1)

Índice de Tabelas

- Tabela 2.1.** Síntese dos principais estudos empíricos sobre assimetria na volatilidade
- Tabela 2.2.** Níveis de sentimento de mercado
- Tabela 3.1.** Estatísticas Descritivas
- Tabela 3.2.** Testes de estacionariedade
- Tabela 3.3.** Teste de autocorrelação BG aplicado às rendibilidades
- Tabela 3.4.** Resultados do teste de ARCH – LM aplicado às rendibilidades
- Tabela 3.5.** Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo AR (2)
- Tabela 3.6.** Teste de autocorrelação BG aplicado ao modelo AR (2)
- Tabela 3.7.** Estimativas dos modelos AR (2) – GARCH (1,1), AR (2) – EGARCH (1,1) e AR (2) – TGARCH (1,1)
- Tabela 3.8.** Teste ARCH-LM aos resíduos dos modelos AR (2) – GARCH (1,1), AR (2) – EGARCH (1,1) e AR (2) – TGARCH (1,1)
- Tabela 3.9.** Tabela dos resíduos do modelo AR (2) – GARCH (1,1)
- Tabela 3.10.** Resíduos do modelo AR (2) – EGARCH (1,1)
- Tabela 3.11.** Resíduos do modelo AR (2) – TGARCH (1,1)

Lista de Siglas e Abreviaturas

ADF *Augmented Dickey Fuller*

APT *Arbitrage Pricing Model*

AR *Autoregressive Model*

ARCH *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

ARMA *Autoregressive Moving Average*

BBR *Rácio Bull/Bear*

BG *Breush-Godfrey*

CAPM **Capital** *Asset Pricing Model*

DAX *Deutscher Aktienindex*

EGARCH *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

EPD *Exponential Power distribution*

GARCH *Generalized Conditional Heteroskedasticity*

H₀ *Hipótese Nula*

i.e. *Isto é*

i.i.d. *independent and identical distribution*

KPPS *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin*

OLS *Ordinary Least Squares*

MLE *Maximum Likelihood Estimator*

MMQ *Método dos Mínimos Quadrados*

MMV *Métodos da Máxima Verosimilhança*

PCR *Rácio Put/Call*

TGARCH *Threshhold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticit*

I. Capítulo – Introdução

1.1. Relevância do tema proposto

O tema da volatilidade é considerado, por muitos, como um dos temas cruciais no domínio das finanças. A dificuldade existente para prever o comportamento da volatilidade faz com que a mesma suscite uma curiosidade acrescida por parte dos investigadores.

A sua correta previsão permite captar momentos de incerteza no mercado financeiro, como forma de antecipar estratégias de retorno. Isto obriga ao desenvolvimento de instrumentos eficazes na medição e previsão da volatilidade, uma vez que se revelam fundamentais na delineação de estratégias de negócios, na gestão de risco, assim como a valorização de instrumentos derivados, técnicas de cobertura de risco para a aplicação eficaz de recursos financeiros.

Existem vários modelos para definir a evolução da volatilidade, no entanto, enquadrar qual o modelo que melhor se aplica é uma tarefa complexa para todos aqueles que se encontram, de alguma maneira, ligados aos mercados financeiros.

Desse modo, e para tentar encontrar um caminho mais claro, são apresentados neste trabalho, alguns dos principais factos estilizados associados ao tema, como sejam, a existência de *fat tails*, os *clusters* de volatilidade, a possível existência de assimetria na volatilidade através da verificação do impacto das boas e das más notícias não serem igualmente influentes, a memória longa das sucessões cronológicas dos preços, a evidencia de movimentos conjuntos na volatilidade dos mercado, e a provável evidência de caos.

1.2. Objeto da investigação

O objeto deste estudo de investigação centra-se na assimetria na volatilidade aplicado aos mercados de ações. Pretende-se que seja analisado o padrão da volatilidade dos índices de Assimetria na volatilidade do mercado de ações internacionais, mais concretamente índices do mercado internacional DAX-30, num dado período de tempo e contexto económico. Utilizando para isso os modelos ARCH, mais exatamente, EGARCH e TGARCH.

1.3. Objetivo da investigação

O principal objetivo desta investigação é contribuir para o conhecimento sobre a possível assimetria na volatilidade das rendibilidades do DAX – 30.

O grau de risco existe sempre associado à variância (volatilidade) dos preços dos ativos quando falamos em investimentos em ações, este risco pode dever-se tanto, a características do mercado, como, a fatores relacionados com a atividade da empresa.

A assimetria na volatilidade, principal ponto a ser estudado na presente dissertação, tornou-se um fenómeno muito associado ao comportamento de algumas sucessões cronológicas financeiras, na medida em que se verificou que descidas inesperadas de preço dos ativos aumentavam a volatilidade mais do que subidas de igual magnitude.

Desta forma, a confiança do investidor tem relação inversa, ou seja, quanto maior a volatilidade, menor o seu grau de confiança e vice-versa.

Deste modo, o presente estudo tem como objetivo realizar uma análise do padrão da volatilidade do mercado do DAX – 30, verificando da presença de assimetrias, revelando-se esta análise como um importante fator para direcionar os investimentos dos agentes económicos e financeiros.

Surgem assim neste estudo, os modelos ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), mais exatamente, EGARCH (*Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) e TGARCH (*Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*). Estes modelos pretendem responder à afirmação de que a volatilidade não é constante nos dados financeiros, e são assentes no pressuposto que a componente aleatória apresenta variações na volatilidade.

Posteriormente teremos uma abordagem prática de aplicação deste modelo. Mais concretamente pretende-se verificar da existência e efeitos de assimetria na volatilidade de índices de ações como forma de informação útil e necessária à tomada de decisão dos investidores.

1.4. Estrutura da investigação

O presente estudo seguirá uma estrutura pensada atempadamente, tendo a seguinte estrutura.

Inicialmente será explanado o conceito de volatilidade, de modo a transmitir quais as suas relevâncias e explicar pormenorizadamente os seus conceitos.

Em seguida, serão abordados os modelos existentes para avaliação da volatilidade ARCH, com o desenvolvimento dos modelos, GARCH, EGARCH e TGARCH.

Posteriormente, e na sequência do estudo serão abordados os factos estilizados no comportamento da volatilidade, bem como os sentimentos de mercado.

Por fim, será efetuada uma abordagem empírica e serão analisados os dados recolhidos. Deste modo, e, através de todos os modelos estudados, será verificado se é possível aplicar a abordagem teórica exposta.

II. Capítulo – Revisão da literatura

Movimentos assimétricos durante um período de tempo e sem um historial previsível, foi, noutros tempos, a definição de volatilidade.

Kendall (1953) foi o primeiro investigador a interessar-se pelo tema volatilidade, chegando à conclusão de que os movimentos eram aleatórios por completo. Bowerman & O'Connell (1979) defenderam que a volatilidade, representava uma série de resíduos aleatórios ao longo de uma série de tempo, com média zero e variância uniforme, num contexto em que exista uma redução dos componentes tendência e ciclos de sazonalidade.

Mais tarde esta questão foi vista de outro modo por Grossman e Shiller (1981), Porteba e Summers (1986) e Marsh e Merton (1986), que após estudos afirmaram que a volatilidade é de máxima importância para a influência estocástica nos comportamentos dos mercados. Pois, segundo os mesmos as cotações, na sua maioria, não refletem o valor fundamental da empresa.

Engle (1982) e Bollerslev (1986), apresentaram com os seus estudos que não era possível a série apresentar um comportamento aleatório puro. Segundo os mesmos, a volatilidade poderia ser modelada e dividida em volatilidade incondicional (constante) e a volatilidade condicional (com possíveis oscilações ao longo do tempo, sendo analisada através de modelos de análise de heterocedasticidade condicional).

Foram propostos por Engle (1982) modelos de volatilidade novos, que tratam simetricamente os efeitos de retornos positivos e negativos sobre a volatilidade. Os modelos são:

- ARCH *Autoregressive Condicional Heteroscedasticity* – neste modelo a variância de uma série temporal altera-se com o tempo, de forma condicionada aos erros de previsão observados no passado
- GARCH *Generalized Autoregressive Condicional Heteroscedasticity* – este modelo foi desenvolvido posteriormente por Bollerslev (1986). Este modelo generalizou o tratamento da variância condicionada num período de tempo determinado, para além dos erros de previsão observados no passado, depende também das variâncias condicionadas observadas no passado

Após o desenvolvimento destes modelos, foram futuramente desenvolvidos vários estudos com variantes dos modelos originais de ARCH e GARCH. Estes melhoramentos vinham no

sentido de melhor representar o comportamento dos diversos ativos financeiros, apresentando maior complexidade matemática e maior dificuldade de implementação.

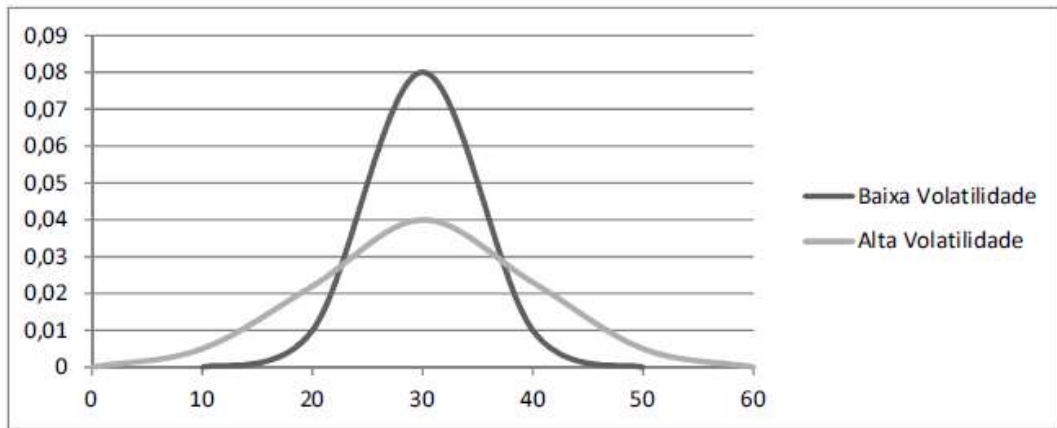
O modelo EGARCH *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, foi desenvolvido posteriormente por Nelson (1991), verificando que as “boas notícias” e as “más notícias” têm diferentes impactos na volatilidade futura.

Mais tarde, Glosten *et al.*(1993) e Zakoian (1994) desenvolveram uma nova variante do modelo GARCH chamada de TGARCH – *Thresshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*. Este modelo conclui que quando comparadas as “boas notícias” e as “más notícias”, tal como o modelo EGARCH tem impactos diferentes na volatilidade futura, nas “más notícias” existe um efeito de alavanca negativo mais sublinhado do que nas “boas notícias”, demonstrando existir um claro efeito assimétrico.

Após esta breve análise inicia-se o presente capítulo definindo o conceito e os vários modelos de volatilidade.

2.1. Definição de volatilidade

A volatilidade é entendida como uma medida da variabilidade das suas cotações durante um certo intervalo de tempo. Por norma esta medida é calculada através do desvio-padrão anualizado da variação percentual das cotações diárias, semanais, mensais ou até mesmo dos dados de alta frequência, sendo expressa sob a forma de percentagem. Esta medida é usada para quantificar o risco de deter um ativo que opera no mercado financeiro durante um período de tempo medindo a dispersão dos seus rendimentos, e em termos gerais do próprio mercado. Pode-se verificar que quanto maior é o valor encontrado, maior a volatilidade, e maior a incerteza, e vice-versa.



Fonte: Ferreira (2009)

Figura 2.1 Níveis de Volatilidade

A fórmula de cálculo é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (2.1.)$$

Em que, σ é o desvio-padrão, \bar{X} a média aritmética de X_t e n o número de observações. Com o resultado obtido é sempre possível calcular a volatilidade para outros períodos de tempo, tendo em consideração a base de calendário. Para dados, por exemplo diários, a volatilidade anual será $\sigma \sqrt{360}$, para o ano civil de $\sigma \sqrt{365}$, e, para o ano real será $\sigma \sqrt{366}$ ou $\sigma \sqrt{365}$ se é um ano bissexto ou não bissexto, respetivamente.

Vários são os processos para determinar o valor da volatilidade, sendo neste sentido, utilizado por cada especialista o valor que o mesmo considerar mais adequado, apesar de subjetivo. É importante saber que existem algumas aproximações à volatilidade e que uma vez que podem surgir confusões entre elas, vamos determiná-las para que exista uma melhor compreensão.

Existem assim três tipos de volatilidade:

- Histórica ou Estatística;
- Implícita, e;
- Futura ou Previsional.

Que vamos explicar mais pormenorizadamente nos seguintes subcapítulos.

2.1.1. Volatilidade Histórica ou Estatística

A volatilidade histórica ou estatística mede as flutuações nos preços ocorridos no passado, sendo geralmente utilizada como medida de risco total do ativo financeiro. O método mais simples para a calcular consiste em calcular o desvio-padrão do rendimento periódico dos ativos, durante um período anterior aquele para o qual se pretende prever a volatilidade. Quanto maior é a volatilidade, maior será a incerteza, não esquecendo que a volatilidade não é uma direção, é sim um indicador, pois pode a variabilidade ter acontecido apenas naquele comportamento e não se repetir.

Pode-se com isto dizer que a volatilidade histórica ou estatística apenas dá indicações do que aconteceu no passado, não sendo linear que as mesmas venham a acontecer no futuro. Ela é apenas uma tentativa de estimar a volatilidade futura, diz-se que ela é o ponto de partida para estimar a volatilidade futura.

2.1.2. Volatilidade Implícita

A volatilidade implícita é a volatilidade incorporada no preço dos ativos, ou seja, é o que o mercado pensa sobre determinado ativo no momento.

A volatilidade implícita é um conceito que se aplica apenas aos contratos de opções, demonstrando os interesses do mercado em relação à volatilidade das opções. Trata-se de uma aproximação muito útil no que toca a conhecer o que o mercado pensa exatamente e num determinado momento sobre o ativo subjacente, ou, quando se deseje compara preços das opções para preços de exercícios diferentes e para diferentes maturidades.

A volatilidade implícita está em mudança permanente, e apresenta uma forte relação com o preço das opções, na medida em que, se a mesma sobe, o preço da opção também sobe, assim como acontece contrariamente.

A volatilidade implícita é imprescindível, na medida em que através da mesma podemos saber o que o mercado pensa num determinado momento sobre determinado ativo.

O modelo utilizado no mercado financeiro para medir a volatilidade implícita é o Modelo de *Black-Sholes*, resolvendo-o em ordem à variável que representa a volatilidade, passando o prémio da opção a ser uma variável explicativa.

2.1.3. Volatilidade Futura ou Previsional

Volatilidade futura ou previewal tem em conta a incerteza do futuro e é por isso a mais complexa de estimar, dado a sua dificuldade de estimar o preço do ativo subjacente para o período da opção até ao seu termo.

A eficiente gestão de uma carteira passa por uma boa previsão das variações dos preços dos ativos no mercado, pois um mercado mais agitado exigirá uma maior previsão de volatilidade do que um mercado calmo.

Para uma análise mais aproximada, e para a obtenção de um ponto de partida para a poder ser estimada a volatilidade futura, poderão utilizar-se valores da volatilidade histórica e da volatilidade implícita de modo a chegar a valores que sejam pontos de partida para análises que tentam projetar possíveis cenários futuros.

São vários os métodos propostos para determinar o valor da volatilidade, não existindo um método mais correto para se utilizar. Em geral, são utilizados variantes aos modelos *ARCH/GARCH*.

2.2. Os Sorrisos da Volatilidade

Os sorrisos da volatilidade são formas gráficas que resultam da volatilidade implícita de opções com o mesmo ativo subjacente e com a mesma data de vencimento, para preços de exercício diferentes, gerando assim uma curva em forma de U. Esta representação gráfica só é possível após se determinar a volatilidade implícita para cada preço de exercício.

Tal como dito anteriormente, o gráfico dos sorrisos da volatilidade tem a forma de U, e mostra que, para as opções *In-the-money*, e *Out-of-the-money* a volatilidade implícita é elevada, e, é baixa para *opções At-the-money*. As três situações descritas traduzem as posições em que o valor intrínseco de uma opção de compra ou de venda pode encontrar-se, consoante o seu valor de mercado seja igual, maior ou menor do que o preço de exercício.

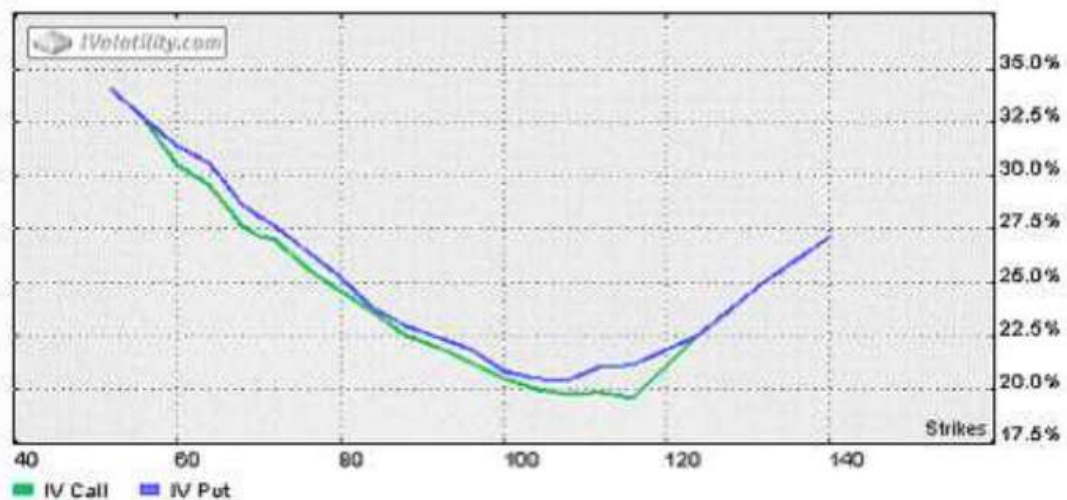
Figura 2.2 – Posição do valor intrínseco de uma opção

	<i>In-the money</i>	<i>At-the-money</i>	<i>Out-of-the-money</i>
<i>Call Option</i>	$S > X$	$S = X$	$S < X$
<i>Put Option</i>	$S < X$	$S = X$	$S > X$

Fonte: Ferreira (2009)

Os padrões mais comuns de volatilidade implícita são:

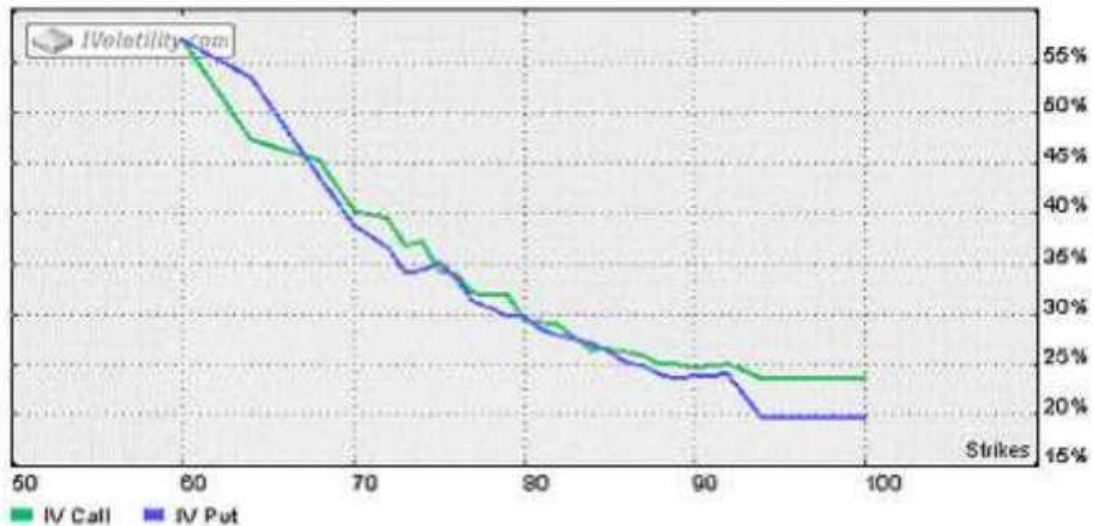
- O sorriso puro e franco (*Smile*) que apresenta a volatilidade para opções com a mesma data de vencimento mas diferentes preços de exercício (Figura 2.3.)



Fonte: Ivolatility.com

Figura 2.3 Sorriso Puro e Franco

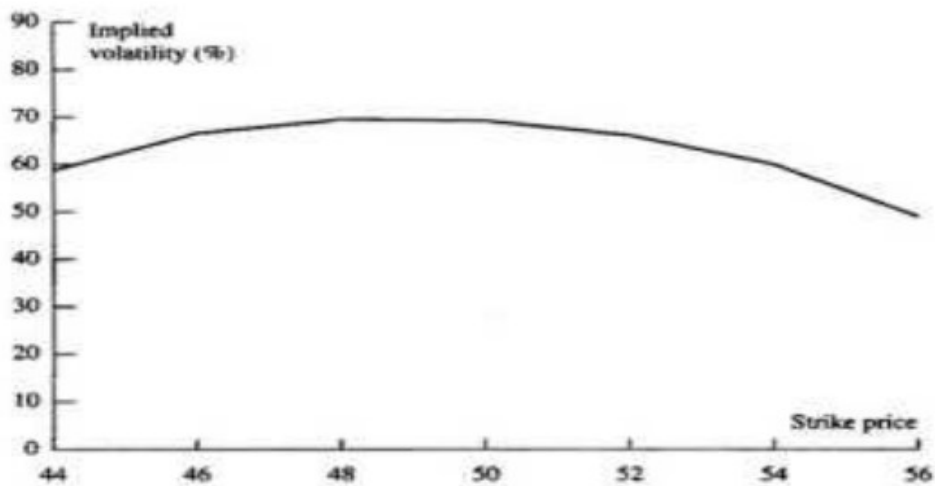
- Sorriso amarelo ou forçado (*skew, smirk ou sneer*) que apresenta a expectativa de perda na venda de opções de *puts* do que em *calls* sentida pelos investidores (Figura 2.4.)



Fonte: Ivolatility.com

Figura 2.4 Sorriso Amarelo ou Forçado

- Sorriso trombudo (*frown*) que apresenta o efeito inverso do sorriso puro (Figura 2.3.), este comportamento tende a verificar-se em mercados mais tranquilos.



Fonte: Ivolatility.com

Figura 2.5 Sorriso Trombudo

2.3. Modelos de Volatilidade

A modelação da volatilidade tem sido alvo de várias investigações, ao longo dos anos, visto a mesma não ser observável diretamente nos mercados, de forma a descrever o seu comportamento e reduzir a incerteza.

De acordo com Pinho *et al.* (2011) a volatilidade representa uma característica fundamental nos mercados financeiros, como por exemplo, a análise de taxas de rendibilidade dos ativos, a gestão de risco dos ativos financeiros, entre outros. Desta forma suscita o interesse dos investigadores em encontrar possíveis modelos de volatilidade para serem usados em modelação e previsão de volatilidade.

Esses modelos têm como objetivos poderem demonstrar os factos estilizados mais relevantes da volatilidade, tais como o impacto assimétrico das boas e das más notícias, a persistência, a reversão e a influência de variáveis exógenas. É assim possível descobrir na literatura abordagens que visam explicar o comportamento da volatilidade através de modelos de heterocedasticidade condicionada, e ainda saber quais as mais e menos valias.

2.3.1. Modelo ARCH –*Autoregressive Conditional Heteroscedastic*

Os modelos de sucessões cronológicas foram utilizadas inicialmente, para análise descritiva, ou, controlo dinâmico. Por volta dos anos 70 os modelos *Autoregressive Moving Average* (ARMA) começaram a ser utilizados na esfera financeira. Percecionando-se de modo célere que os mesmos não tinham facilidade em descrever as características dos dados financeiros.

Partindo do princípio de que a volatilidade é previsível e depende do fator tempo, em 1982, Engle, construiu um dos modelos mais relevantes na descrição da variância de sucessões cronológicas, a que decidiu dar o nome de *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH).

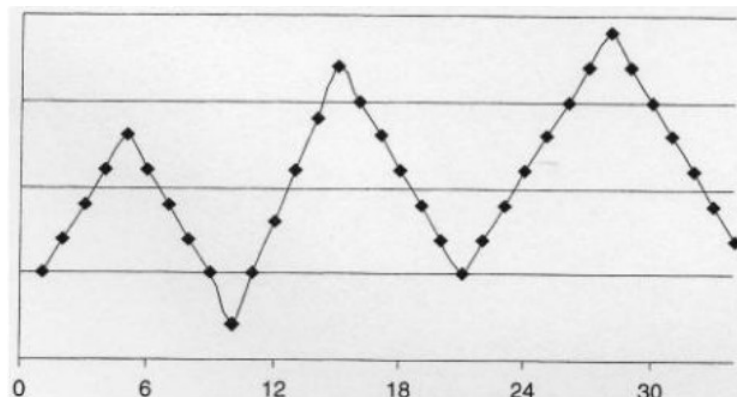
O modelo ARCH, defendeu, daí em diante, uma nova forma de modelar o comportamento dos rendimentos dos ativos financeiros, que se baseava na existência de sucessões cronológicas não lineares, ou seja, heterocedasticidade condicionada à verificada no passado imediatamente anterior.

Bentes (2011) afirma que o sucesso foi tal que é hoje praticamente impossível fornecer com segurança uma revisão do assunto. Este facto é ilustrado pelas inúmeras aplicações de que

foi alvo e, que, no domínio das finanças, vão desde a estrutura temporal das taxas de juro ao comportamento do mercado cambial, do premio dos contratos de opções à definição de estratégias de *hedging* e da análise de modelos de avaliação de ações como, o CAPM e seus derivados ou o APT, a testes sobre a hipótese da eficiência dos mercados.

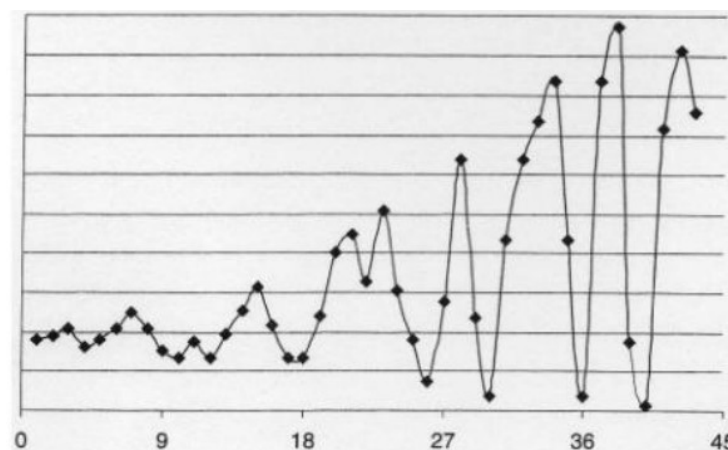
A referência heteroscedasticidade pode ser condicionada ou não condicionada, sendo que, heteroscedasticidade condicionada significa que a sua variância depende do passado, e, heteroscedasticidade não condicionada significa que a sua variância não depende do seu passado, podendo variar ao longo dos tempos. De referir ainda que o termo auto regressivo se refere à persistência da volatilidade.

Conforme figuras abaixo (Figuras 2.6 e 2.7) podemos visualizar as diferenças entre os modelos homocedástico e heteroscedástico:



Fonte: Ferreira (2009)

Figura 2.6 Processo com Homocedasticidade



Fonte: Ferreira (2009)

Figura 2.7 Processo com Heterocedasticidade

O modelo ARCH pode ser representado com a fórmula base seguinte:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 \quad (2.2.)$$

Onde,

$$u_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

$$E[\varepsilon_t] = 0$$

$$\text{Var}[\varepsilon_t] = 1$$

$$\text{Cov}[\varepsilon_t ; u_{t-i}] = 0$$

Com, ε_t : i.i.d¹ e independente de u_{t-1} ($i \in \mathbb{Z}$)

$\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, q$): a soma de todos os parâmetros tem de ser inferior a 1, para cumprir a condição de estacionaridade fraca.

σ_t^2 é a variância de erro de previsão condicionada pela informação passada e representa um processo ARCH (q). De acordo com Bera-Higgins (1993), quanto maior for o valor de q , mais longos tenderão a ser os episódios de volatilidade.

Este modelo apresenta, no entanto, algumas limitações nos seus pressupostos, sendo que Bentes (2009) descreve algumas das principais que foram referidas por Brooks (2002):

- Inexistência de uma metodologia definida para determinar de forma correta o número máximo de desfasamentos no sentido de captar a volatilidade do processo;
- Possível necessidade de um número elevado de desfasamentos para captar todas as dependências da variância condicionada o que resulta num modelo não parcimonioso;
- Possibilidade de violação das restrições de não negatividade: de facto se tudo o resto constante quanto mais parâmetros se introduzem no modelo, mais provável se torna obterem-se coeficientes estimados negativos.

Bollerslev *et al.* (1992) indica também como uma das principais limitações do modelo ARCH, a tendência para sobreavaliar os efeitos da persistência nas observações. Demonstrou-se também que não seria viável para captar o efeito alavanca, uma importante característica

nas rendibilidades. Acresce o facto de os modelos ARCH e seus derivados serem modelos estatísticos e não económico/financeiros, o que pela sua complexidade podem revelar-se que nem sempre são apropriados.

De modo a ultrapassar algumas destas limitações foi desenvolvido o modelo GARCH que iremos analisar em seguida.

2.3.2. Modelo GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*

O Modelo GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* constitui uma generalização do modelo ARCH, sugerido por Bollerslev (1986).

Bollerslev (1986) propôs o modelo GARCH baseando-se em extensões consideradas fundamentais e eficientes para definirem mudanças de variâncias nas series temporais financeiras. Os modelos de volatilidade podem ser utilizados para calcular a volatilidade futura de ativos financeiros, seja com o objetivo de especulação ou com o objetivo de cobertura de risco (*hedge*).

Bollerslev (1986) demonstrou que os modelos GARCH podem proporcionar avaliações corretas para os parâmetros na amostra se o instrumento de medida de volatilidade for adequado, orientando a boas estimativas de volatilidade.

No modelo GARCH a variância condicionada é parametrizada como uma função linear dos quadrados dos erros passados e das variâncias condicionadas passadas.

O modelo GARCH pode ser apresentado com a seguinte fórmula:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.3.)$$

Onde,

q – grau de processo ARCH

p – grau de processo GARCH

$$\mu_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

Se $p = 0$, então o modelo GARCH $(0, q)$ é equivalente ao modelo ARCH (q) .

Então, para que o modelo tenha covariância estacionária e, como tal, variância incondicional ou uma tendência de convergência, é necessário que se verifiquem as seguintes condições:

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$

$$\beta_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, q)$$

As reservas de desigualdade garantem que a variância condicionada não é negativa. Existindo a hipótese de ser considerada a variabilidade dos rendimentos do período corrente em função da volatilidade dos períodos anteriores, a variabilidade é considerada condicionada. Sendo assim, poderá verificar-se que o nível da volatilidade atual esteja positivamente correlacionado com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente anteriores (Brooks, 2002).

Este tipo de modelos possibilita captar factos estilizados tradicionalmente relacionados a dados de natureza económica e financeira, como por exemplo, a presença de *fat tails* na distribuição empírica das rendibilidades, o fenómeno dos *clusters* de volatilidade ou da não linearidade do seu comportamento e as alterações na capacidade de previsão.

O termo *fat tails* designa distribuições com caudas fortemente leptocúrticas.

O termo *clusters* de volatilidade define-se pelo facto de períodos de grande volatilidade existirem seguidamente a outros períodos de grandes oscilações, da mesma maneira que períodos de pequena volatilidade, ou seja, períodos de pequenas alterações nos preços, são consecutivamente seguidos de períodos de modificações de reduzida dimensão dos mesmos (Campbell *et al.*, 1997).

Estes serão conceitos abordados mais à frente na presente dissertação.

Pinho *et al.* (2011) refere como vantagem dos modelos GARCH o facto de os mesmos permitirem na gestão de risco uma previsão de um dia para a variância, ou seja, esta é a dada diretamente pelo modelo como σ_{t+1}^2 ; possibilitando assim, através de um raciocínio análogo,

para a previsão de k dias mais à frente, usando somente a informação disponível no final do dia atual.

Apesar de este modelo conjugar diversas características observadas nas séries históricas, também este modelo, possui mais e menos valias sendo de maior foco as seguintes:

- O facto de não capacidade para modelar o efeito de assimetria, que é observado com grande frequência, quando diferentes volatilidades são registadas nos casos de “boas notícias” ou de “más notícias”;
- A não existência de uma estrutura assimétrica para a volatilidade gera distribuições enviesadas e com efeito sorriso (*skewed distributions*) para os preços previsionais.

Sendo o efeito assimétrico uma das limitações dos modelos ARCH e GARCH, nestas condições, será melhor considerar um modelo em que a volatilidade apresente reações assimétricas para valores positivos ou negativos da variável residual.

2.3.3. Modelo EGARCH – *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*

Como referido anteriormente, os modelos já estudados possuem a limitação de não conseguirem captar a influência assimétrica dos retornos, na modelagem das séries financeiras, havendo ainda o facto de que, os coeficientes do modelo não devem ser negativos. Estas características relativamente aos coeficientes garantem que a formulação da variância não permaneça não negativa com a probabilidade igual a um. Acontece porém que esta condição não é cumprida e deste modo dificulta bastante a estimação dos parâmetros.

Para que fosse possível ultrapassar as dificuldades dos modelos anteriormente demonstrados, Nelson (1991), introduz o modelo EGARCH (*Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*). Este modelo é introduzido com o fim de ter a capacidade de descrição das diferentes respostas da taxa de rendibilidade aos choques positivos e negativos, sem necessidade de qualquer restrição paramétrica. Este modelo é expresso pela equação onde a variância condicionada, σ_t^2 , é uma função assimétrica dos valores passados de μ_t s, ou seja:

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln \sigma_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left(\frac{|\mu_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{i=1}^p \gamma_i \left(\frac{|\mu_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} \right), \quad (2.4.)$$

Onde,

α_0 – Valor contante

$\beta_i, \alpha_i, \gamma_i$ – Parâmetros do modelo

μ_{t-i} – Erro observado em $t-i$

σ_{t-i} – Desvio-padrão observado em $t-i$

Pinho *et al.* (2011) refere que sendo γ o parâmetro referente à assimetria, quando:

- $\gamma < 0$ Um choque negativo aumentaria a volatilidade das rendibilidades;
- $\gamma > 0$ Um choque positivo que diminuiria a volatilidade das rendibilidades;
- $\gamma = 0$ Um choque positivo terá um efeito semelhante na volatilidade das rendibilidades ao de um choque negativo da mesma amplitude.

O modelo EGARCH garante que a variância será sempre positiva, por ser apresentada em logaritmos, sendo isto um fator vantajoso. Apresentando no entanto como desvantagem, de que a variância futura esperada para além de um período não poder ser calculada analiticamente.

2.3.4. Modelo TGARCH – *Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*

Este modelo foi desenvolvido por Glosten *et al.* (1993) e Zakoian (1994), em que foi proposto um novo modelo que permitisse igualmente detetar a assimetria na volatilidade, sendo que as boas notícias e as más notícias podem provocar diferentes episódios da mesma, denominando o modelo de TGARCH – *Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*.

Este modelo é dado pela seguinte expressão:

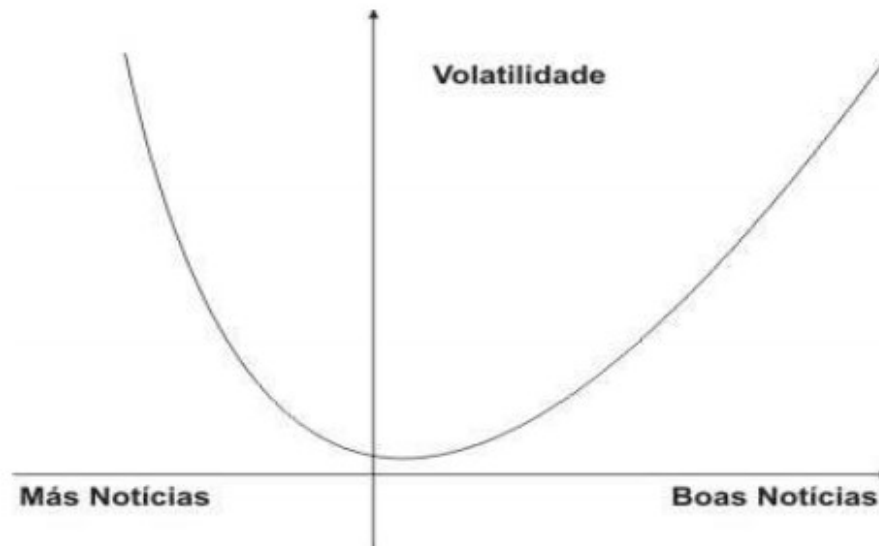
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \mu_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^r \partial_{t-k} \gamma_k \mu_{t-k}^2 \quad (2.5.)$$

Onde ∂_{t-k} é uma variável *dummy*, que toma o valor de 1, se $\mu_t > 0$ e anula-se para $\mu_t \leq 0$.

O modelo TGARCH considera efeitos na variância condicionada diferentes conforme se está perante uma “boa notícia” ($\mu_t > 0$) ou uma “má notícia” ($\mu_t < 0$). Perante “boas notícias”

existe um impacto direto em α , por outro lado, nas “más notícias” esse impacto é igual a $(\alpha+\gamma)$. Se $\gamma>0$, verifica-se o chamado efeito alavanca (*leverage effect*), perante $\gamma \neq 0$, o impacto da divulgação de novas notícias constitui em efeito assimétrico.

A figura 2.8 demonstra o efeito assimétrico da reação da volatilidade às notícias com presença do efeito de alavanca (*leverage effect*). Este efeito implicará que as “más notícias” tenham um maior impacto que as “boas notícias”, se o coeficiente é positivo.



Fonte: Enders (2004:142)

Figura 2.8. Efeito de alavanca – reação da volatilidade a boas e a más notícias

2.4. Estimação dos Modelos

2.4.1. Definição de Estimação dos Modelos

Tendo em consideração o que foi dito sobre os modelos ARCH e GARCH, é ainda pertinente compreender como é possível aplicar e estimar estes modelos.

Um modelo de regressão com termos de erro que apresentam as características apontadas pelos modelos do tipo ARCH e GARCH pode ser considerado pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) onde os estimadores são lineares.

Contudo, existe um estimador não linear, Método da Máxima Verosimilhança (MMV), que é mais eficiente, do ponto de vista estatístico, uma vez que é mais eficiente para o universo de grandes amostras.

Bentes (2011) afirma que o modelo ARCH apresenta uma particularidade que o distingue pelo facto de permitir detetar a presença nos resíduos de heterocedasticidade condicionada antes de ser necessário estimar o próprio modelo em si.

2.4.2. Método dos mínimos quadrados (MMQ)

Com o MMQ ou *Ordinary Least Squares* (OLS), é possível testar a presença de ARCH considerando a seguinte expressão:

$$Y_t = c + \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.6.)$$

Para verificar a hipótese de ausência de efeitos ARCH deve-se efetuar a regressão dos quadrados dos resíduos ε_t^2 sobre os seus q valores passados $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$ (e com termo independente),

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \quad (2.7.)$$

Sobre a hipótese nula $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$ de ausência de efeitos ARCH, o teste estatístico é dado por:

$$TR^2 \cap \chi^2_q$$

Onde,

T é o número de resíduos calculados

R^2 é o coeficiente de determinação

Se o valor de estatística TR^2 for notoriamente superior ao limite de 5% de uma distribuição do qui-quadrado com q graus de liberdade, deve rejeitar-se a hipótese nula em favor da alternativa de que os erros sofrem de heteroscedasticidade condicionada.

2.4.3. Método da Máxima Verosimilhança (MMV)

O MMV ou *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) foi recomendado pelos autores Engle (1982), Bollerslev (1986) e Hamilton (1994), estes afirmam que este é o método mais adequado na estimação dos modelos.

Os estimadores de MMV podem ser obtidos partindo de uma equação de regressão com resíduos apresentando um comportamento dado no modelo ARCH, do tipo:

$$Y_t = \mu X_t + \varepsilon_t \quad (2.8.)$$

Em que μ_t representa um vetor de variáveis explicativas predeterminadas, que podem incluir termos desfasados de Y .

Tem-se como pressuposto que o termo de erro ε_t , tem as seguintes características:

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} \cdot V_t \quad (2.9.)$$

Em que $\{V_t\}$ é uma sequência distribuída estatisticamente de maneira independente e identicamente com média zero e variância unitária, ou seja, $\{V_t\}$ apresenta as seguintes características:

$$E(V_t) = 0 \quad \text{e} \quad E(V_t^2) = 1 \quad (2.10.)$$

2.5. Factos estilizados no comportamento da volatilidade

Atualmente, um dos grandes desafios colocado o domínio das finanças diz respeito à caracterização da componente estocástica da volatilidade dos diversos ativos financeiros.

Segundo Cont (2001) as variações aparentemente aleatórias dos preços dos ativos compartilham propriedades estatísticas não muito vulgares, propriedades tais que são comuns em diversos instrumentos e mercados em determinados períodos de tempo.

Estes comportamentos são denominados de factos estilizados, que podem ser adquiridos através de um denominador comum entre as propriedades observadas nos diferentes mercados e/ou instrumentos.

De entre eles, assumem especial relevância, as *fat tails* na distribuição das rendibilidades, os *clusters* de volatilidade, a assimetria e o efeito de alavanca na volatilidade, a memória longa (*long memory*) das sucessões cronológicas financeiras, os movimentos conjuntos (*co-movements*) e a evidência de caos.

2.5.1. *Fat tails*

As *fat tails* manifestam-se quando as caudas da distribuição das rendibilidades de um determinado ativo são mais espessas do que as da distribuição normal. Este fenómeno é também conhecido como excesso de curtose.

Segue a Figura 2.9. que representa uma demonstração de *fat tails*:

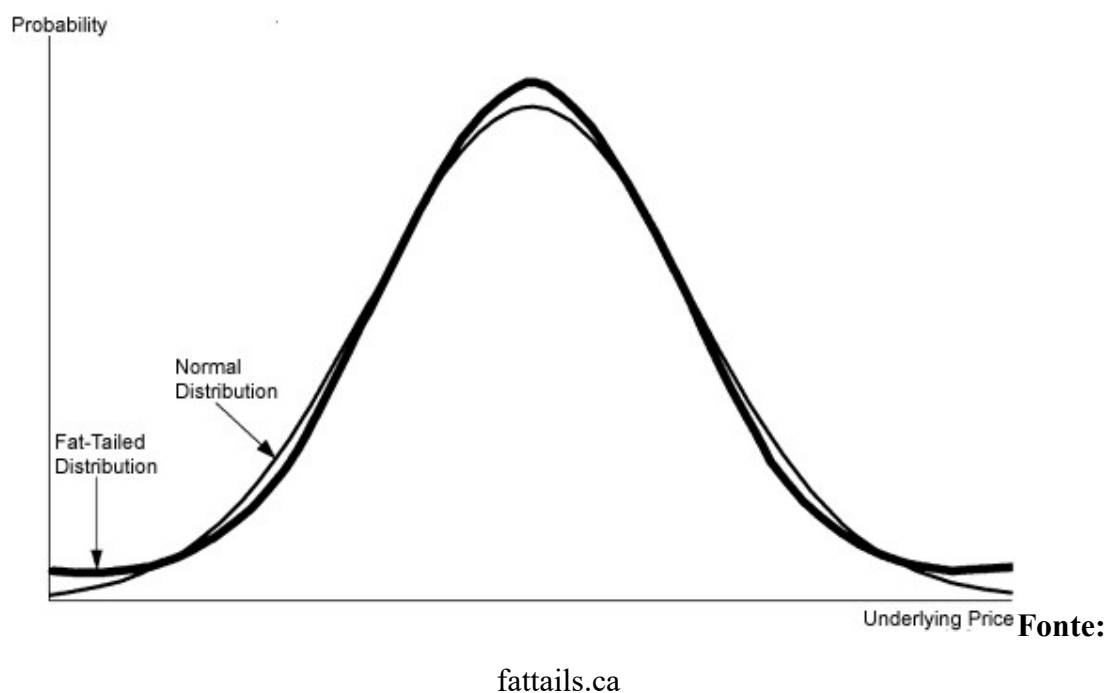


Figura 2.9. Exemplo de *Fat Tails*

Mandelbrot (1963) e Fama (1963, 1965), foram os primeiros autores a identificarem *fat tails*, mais tarde vieram reforçar esta evidência outros estudos (Masoliver *et al.*, 2000, Bai e Perron, 2003 e Verhoeven e McAleer, 2004).

O não ajustamento da distribuição normal em muitas sucessões cronológicas de dados financeiros coloca em causa o pressuposto de que as rendibilidades são *i.i.d.* (independentes e identicamente distribuídas).

Segundo Peters (1996) uma das explicações habitualmente avançadas para a existência destas caudas é o facto de a informação surgir de forma aglomerada e não de modo contínuo e linear. Como a distribuição da informação é leptocúrtica, a distribuição das rendibilidades também o é. Segundo Cont (2001) e McCauley (2004) a existência deste tipo de caudas levou à procura de modelos alternativos. De entre eles destaca-se o modelo proposto por Mandelbrot (1963), segundo o qual as distribuições seguem uma distribuição simétrica de Pareto. Esta distribuição caracteriza-se por um processo estocástico que obedece ao teorema do limite central assumindo-se ainda que as variáveis aleatórias subjacentes são independentes e estáveis.

A distribuição simétrica de Pareto tem sido criticada por vários autores com o argumento da violação do princípio de que o expoente característico desta distribuição se mantém constante perante a agregação temporal, verificando-se que aquele expoente sofre um

incremento gradual relativo à forma como são agregados os dados, o que se traduz numa clara violação da suposta estabilidade desta distribuição.

As distribuições EPD (*Exponential Power distribution*) foram propostas por Hsu (1982) e caracterizam-se por uma curtose e moda superiores aos da distribuição normal.

No seguimento deste estudo surge o trabalho de Kon (1984) que propôs o modelo probabilístico *Compound Normal Model* que resulta da mistura de várias funções de densidades normais, demonstrando que os seus resultados apresentam maior ajustamento que a distribuição normal, *t* de Student ou Pareto. Merton (1976) propôs um modelo análogo denominado de *Mixed Diffusion Jump Model*, onde é misturado um número infinito de funções de densidade normal segundo um processo de Poisson, sendo este modelo considerado mais adequado que os anteriormente apresentados quanto ao ajustamento à realidade.

A averiguação da existência de eventuais *fat tails* reveste-se de especial importância para o estudo da volatilidade dos mercados financeiros.

A distribuição com caudas mais espessas que a normal, são um indicador de que a probabilidade de ocorrência de eventos extremos, assim como de movimentos violentos, é maior que a apresentada pela distribuição normal. Estes valores extremos, longe de serem considerados meros *outliers* e, por isso ignorados nos estudos, são agora um dos principais alvos da atenção dos investigadores. Bouchaud (2000) acrescenta ainda que, são os mercados com níveis de liquidez mais reduzida que apresentam maior apetência para comportamentos “desviantes” e onde existe maior probabilidade de ocorrerem eventos extremos.

2.5.2. *Clusters*

Mandelbrot (1963) e Fama (1965), em meados do século passado, através da identificação de grupos homogêneos na descrição do comportamento das sucessões cronológicas financeiras, tiveram um interesse crescente, descobrindo, os primeiros *clusters* de volatilidade. Mandelbrot (1963) afirmou que «*large changes tend to be followed by large changes [...] and small changes tend to be followed by small changes*» surgindo assim a ideia de *clusters*.

Este fenómeno designado habitualmente de *volatility clustering* ou *volatility pooling*, caracteriza-se pelo facto de períodos de grande volatilidade serem seguidos por outros períodos de igualmente grandes oscilações, do mesmo modo que se espera que pequenas

alterações nos preços sejam consecutivamente seguidas por modificações de reduzida dimensão dos mesmos (Campbell *et al.*, 1997).

Brooks (2002) afirma ainda que o nível de volatilidade existente na atualidade tem tendência a apresentar uma correlação positiva com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente que a antecedem. Por este motivo se diz que existe persistência nos choques, o que de certa forma implica algum grau de previsibilidade na evolução das rendibilidades absolutas dos ativos financeiros (Cont, 2001).

Uma abordagem interessante é apresentada por Rossi e Gallo (2006) que tentam modelar este fenómeno com base nas cadeias de Markov. Também foi encontrada evidência por Haan e Spear (1998) e Siklos e Skoczylas (2002) de *clusters* na volatilidade de taxas de juro reais.

Santis e Imrohoroglu (1997) identificaram igualmente clusters nos índices bolsistas de mercados emergentes pertencentes à Europa/Médio Oriente (Grécia, Turquia), Ásia (Índia, Coreia, Malásia, Filipinas, China e Tailândia) e América Latina (Argentina, Brasil, Chile, Colômbia, México e Venezuela), um fenómeno tradicionalmente associados aos mercados desenvolvidos. Verificou-se, no entanto, que o grau de volatilidade nos países estudados é consideravelmente superior quando comparado com os mercados maduros.

Segundo Granger e Machina (2006) existem alguns mecanismos gerais e alguns exemplos específicos de como um sistema modelado por ARCH sujeito a *i.i.d.* (independentes e identicamente distribuídas) pode demonstrar os *clusters* na volatilidade nas suas variáveis dependentes.

Deste modo, os autores afirmam que os *clusters* de volatilidade surgem de duas possíveis formas:

1. Interação Multiplicativa

$$Y_t = Z_t \tilde{\varepsilon}_t, \quad (2.11.)$$

Onde $\{\tilde{\varepsilon}_t\} t = 1, 2, \dots$ e $\{\tilde{\eta}_t\} t = 1, 2, \dots$ em que a variável Z_t , é ou n

Ao estacionária *drift variable* qualquer, com um termo homocedástico $\tilde{\eta}_t$, tal que:

$$Z_t = \sum_{t=1}^t \tilde{\eta}_t \quad \text{ou} \quad Z_t = \rho Z_{t-1} + \tilde{\eta}_t \quad \text{ou} \quad Z_t = \tilde{\eta}_t + \gamma \tilde{\eta}_{t-1} \quad (2.12.)$$

ou ainda alguma combinação utilizando estas expressões.

Assumindo que para esta formulação tem-se em conta os valores passados da variável dependente Y_t e a variável Z_t são diretamente observáveis e compõem parte da informação

I_t . Por outro lado, os valores passados de $\hat{\varepsilon}_t$ e $\hat{\eta}_t$ não são diretamente observáveis, embora em certos casos ser possível estimar ou inferir algebricamente através dos dados da amostra. O processo definido por Y_t é denominado por *drifting coefficient process*, em que a média e a variância condicionada da informação de I_t são dadas, respetivamente, por:

$$E [Y_t | I_t] = E [Z_t \hat{\varepsilon}_t | I_t] = E [Z_t | I_t] E [\hat{\varepsilon}_t | I_t] = 0,$$

$$\text{Var} [Y_t | I_t] = E [Z_t^2 \hat{\varepsilon}_t^2 | I_t] = E [Z_t^2 | I_t] E [\hat{\varepsilon}_t^2 | I_t] = [(E[Z_t | I_t])^2 + \sigma^2 \hat{\eta}] \sigma^2 \hat{\varepsilon} \quad (2.13.)$$

2. Influência não linear da variável Z_t na variável dependente Y_t , proveniente da relação estrutural explícita dada pela fórmula

$$Y_t = g (Z_t) \text{ ou } h (Y_t) = Z_t \quad (2.14.)$$

Este processo designa-se por *drifting input* (ou *drifting implicit input*) process. Para os pequenos valores de $\sigma^2 \hat{\eta}$ a média e a variância condicionada de Y_t da função $Y_t = g (Z_t)$ pode ser representada aproximadamente por:

$$E [Y_t | I_t] \approx g (E [Z_t | I_t]),$$

$$\text{Var} [Y_t | I_t] \approx g' (E [Z_t | I_t])^2 \sigma^2 \hat{\eta} \quad (2.15.)$$

O modelo estrutural pode ser simultaneamente apresentado pelos *clusters* de volatilidade tanyo devido ao *drifting coefficient* como ao *drifting input effects*. Em que:

$$Y_t = Z_t \hat{\varepsilon}_t \quad (2.16.)$$

Para os pequenos valores de $\sigma^2 \hat{\eta}$ e $\sigma^2 \hat{\varepsilon}$, a media e a variância condicionada de Y_t pode ser representado aproximadamente por:

$$E [Y_t | I_t] \approx f(E[Z_t | I_t], E[\hat{\varepsilon}_t | I_t]) = f(E[Z_t | I_t], 0),$$

$$\text{Var} [Y_t | I_t] \approx f_Z(E[Z_t | I_t], 0)^2 \sigma^2 \hat{\eta} + f_\varepsilon (E[Z_t | I_t], 0)^2 \sigma^2 \hat{\varepsilon}. \quad (2.17.)$$

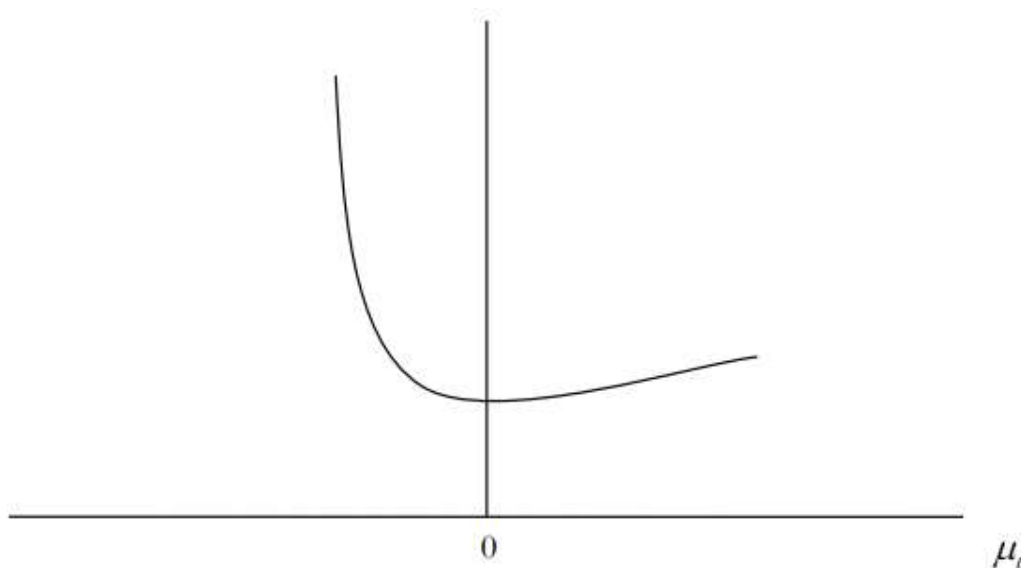
2.5.3. Assimetria na volatilidade - o efeito alavanca

A assimetria na volatilidade, principal ponto a ser estudado na presente dissertação, tornou-se um fenómeno muito associado ao comportamento de algumas sucessões cronológicas financeiras, na medida em que se verificou que descidas inesperadas de preço dos ativos aumentavam a volatilidade mais do que subidas de igual magnitude.

Por exemplo, o risco que está associado a uma ação ou uma carteira de ações como, por exemplo, um índice de mercado é tendencialmente maior a seguir a um choque negativo do que a seguir a um choque positivo, ou seja, existe uma assimetria de volatilidade.

Sabe-se que, em muitos casos os preços das ações parecem não refletir adequadamente os riscos previsíveis quando envolvem más notícias, assim como os padrões de rentabilidade tendem a reverter mais rapidamente a seguir a más notícias, do que a seguir a boas notícias, esta situação ficou denominada como efeito alavanca.

A Figura 2.10. demonstra o efeito alavanca, onde μ_t representa a nova informação:



Fonte: Adaptado Ferreira (2009)

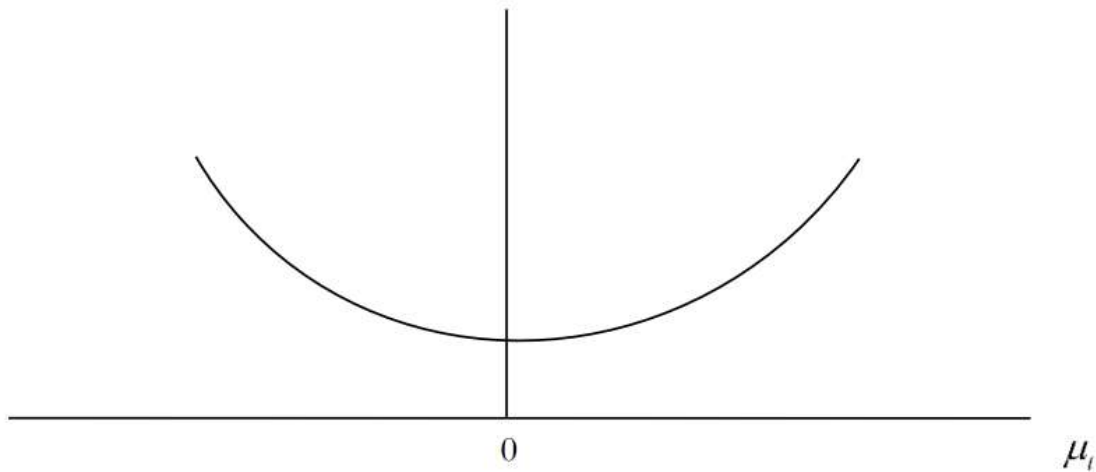
Figura 2.10. Efeito Alavanca

Na Figura 2.10. é possível verificar que uma má notícia tem um maior efeito do que uma boa notícia, visto que para variações nos rendimentos do ativo subjacente, é improvável que choques, positivos ou negativos, tenham o mesmo impacto na volatilidade.

Segundo Silva *et al.* (2005), são frequentemente observados nos mercados financeiros períodos de intensa volatilidade, após períodos de queda de preços, enquanto a volatilidade não é intensa quando são observados períodos elevados nos preços. Por norma, os choques positivos e negativos tendem a gerar efeitos diferentes sobre a mesma volatilidade.

A literatura financeira tem demonstrado, no entanto, que a maior parte dos modelos, de que são exemplos o CAPM – *Capital Asset Pricing Model* ou, o modelo de Black-Sholes, assumem na sua formulação distribuições normais cuja característica dominante é a assimetria.

Por outro lado, o desvio padrão, medida tradicionalmente utilizada em finanças para medir a volatilidade é, também, uma medida simétrica onde o impacto dos choques positivos e negativos é tratado de forma indiferenciada, como se pode observar na Figura 2.11. que representa a referida assimetria.



Fonte: Adaptado Ferreira (2009)

Figura 2.11. Efeito Simétrico

A não existência do efeito assimétrico é uma das limitações dos modelos GARCH (Nelson, 1991). Ao impor que os parâmetros do modelo sejam positivos conduz a outra limitação.

Vamos então observar, na Tabela 2.1. a amostra de estudos dos autores Bakaert e Wu (2000) sobre a relação existente entre a rendibilidade e a volatilidade.

Tabela 2.1. Síntese dos principais estudos empíricos sobre assimetria na volatilidade

Study	Volatility measure	Presence of asymmetry	Explanation
Black (1976)	Gross volatility	Stocks, portfolios	Leverage hypothesis
Christie (1982)	Gross volatility	Stocks, portfolios	Leverage hypothesis
French, Schwert and Stambaugh (1987)	Conditional volatility	Index	Time-varying risk premium theory
Schwert (1990)	Conditional volatility	Index	Leverage hypothesis
Nelson (1991)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Campbell and Hentschel (1992)	Conditional volatility	Index	Time-varying risk premium theory
Cheung and Ng (1992)	Conditional volatility	Stocks	Unspecified
Engle and Ng (1993)	Conditional volatility	Index (Japan Topix)	Unspecified
Glosten, Jagannathan and Runkle (1993)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Bae and Karolyi (1994)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Braun, Nelson and Sunier (1995)	Conditional volatility	Index and stocks	Unspecified
Duffee (1995)	Gross volatility	Stocks	Leverage hypothesis
Ng (1996)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Bekaert and Harvey (1997)	Conditional volatility	Index (Emerging Markets)	Unspecified

Fonte: Bakaert e Wu (2000)

Por norma, os estudos de volatilidade condicional (*Conditional volatility*) utilizam o modelo GARCH para a medição da volatilidade. Os estudos de volatilidade bruta (*Gross volatility*) referem-se, por norma, ao desvio-padrão das rendibilidades diárias que são calculadas ao longo do mês. Todos estes estudos tiveram por base a carteira de ações (*Stocks, portfolios*) ou índices (*Index*). O rótulo de não especificada (*Unspecified*) na coluna explicação significa dúvida sobre o modelo aplicado na pesquisa porque não especificou a causa da dada assimetria. Os outros estudos incluíram a hipótese de alavanca (*Leverage hypothesis*) ou a teoria do prémio de risco variável com o tempo (*Time-varying risk premium theory*).

Algumas investigações mostram-nos que a inserção de opções pode ter reflexos positivos no nível de volatilidade do ativo subjacente contribuindo para a estabilidade dos mercados e neutralizando, de certa forma, o efeito de alavanca. As oportunidades de investimento proporcionadas pelas opções prendem-se, sobretudo, com as peculiares distribuições de rendibilidade e as consequentes combinações risco-rendibilidade. Para tais casos, os autores concluem que ambas permitem uma efetiva diminuição da exposição ao risco acompanhada duma diminuição da rendibilidade esperada, elementos que se encontram refletidos nas distribuições assimétricas.

Em suma, podemos dizer que a medição da assimetria na volatilidade dos ativos financeiros especulativos se tornou, nos últimos anos, num ponto central na literatura financeira.

Como medida de risco, a averiguação do efeito assimétrico numa distribuição de rendibilidades, revela-se de importância vital para os investigadores no sentido de tentar captar a natureza própria da volatilidade.

Atendendo ao papel fundamental que o efeito alavanca pode assumir, torna-se relevante o estudo de modelos que permitam captar o efeito assimétrico na volatilidade como sejam, por exemplo, os modelos TGARCH, EGARCH e, os designados, modelos de volatilidade estocástica.

2.5.4. Memória Longa

O estudo dos efeitos de memória de longo prazo na volatilidade dos mercados financeiros constitui um dos principais campos de análise no domínio das finanças.

Do ponto de vista empírico a memória longa está relacionada com um elevado grau de persistência nas observações.

Em termos econométricos, costuma-se normalmente associá-la a processos de raízes unitárias (Banerjee e Urga, 2005). Contudo, os efeitos da elevada persistência de longo prazo nos dados foram detetados, pela primeira vez, em observações de natureza não-financeira de que são exemplos os estudos de Hurst (1951, 1957), Mandelbrot e Wallis (1968), Mandelbrot (1972) e McLeod e Hipel (1978), *inter alia*.

Beran (1994) apresenta uma excelente introdução ao tema. Merece, também, destaque a investigação de Davidson e Terasvirta (2002) onde são debatidos os efeitos de memória longa e da dependência não linear nas sucessões cronológicas.

Existem vários modos alternativos de formalizar o conceito de memória longa (*long memory*). No domínio temporal este fenómeno manifesta-se através duma função de autocorrelação hiperbolicamente decrescente.

Neste contexto, diz-se que, uma sucessão cronológica discreta e estacionária apresenta dependência de longo prazo se a sua função de autocorrelação no *lag* j satisfizer a igualdade

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\rho_j}{C_\rho j^{-\alpha}} = 1, \quad (2.18.)$$

Onde C_ρ e α são constantes arbitrárias tais que $0 < C_\rho < \infty$ e $0 < \alpha < 1$. Esta definição implica que a dependência entre as observações decresça de forma lenta à medida que o

número de *lags* tende para infinito. McLeod e Hipel (1978) apresentam uma definição mais genérica em que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-n}^n |\rho_j| = \infty \quad (2.19.)$$

Onde n corresponde ao número de observações.

Outra forma de definir a dependência temporal de longo prazo é através dum processo de densidade espectral f . Neste caso, diz-se que existe memória longa se

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{f(\lambda)}{C_f |\lambda|^{-\beta}} = 1 \quad (2.20.)$$

Onde C_f e β são constantes arbitrárias tais que $0 < C_f < \infty$ e $0 < \beta < 1$. Embora as definições não sejam equivalentes é possível, contudo, estabelecer uma relação entre elas: se $\frac{1}{2} < H < 1$, então $\alpha = 2 - 2H$ e $\beta = 2H - 1$, onde H representa o expoente de Hurst. A situação em que $\frac{1}{2} < H < 1$ corresponde a um comportamento persistente da sucessão cronológica associado, normalmente, a correlações de longo prazo visto que os desvios tendem a manter o mesmo sinal. Ao contrário, se $0 < H < \frac{1}{2}$ diz-se que o comportamento é anti persistente uma vez que desvios de um sinal são normalmente acompanhados por desvios de sinal contrário.

Na equação o efeito de anti - persistência ocorre quando $-1 < \beta < 0$. Finalmente, no caso particular em que $H = \frac{1}{2}$, o processo segue um movimento Browniano onde os incrementos são ruído branco pelo que não existe, nesta situação, qualquer tipo de dependência.

A literatura financeira apresenta inúmeros exemplos de dependência temporal de longo prazo. A conclusão a reter destes estudos é a de que a volatilidade dos mercados financeiros é influenciada por choques muito distantes que se vão repercutindo ao longo do tempo até chegarem ao momento atual.

Para finalizar, é importante referir um tema notado por Chambers (1998), que diz respeito ao facto dos processos de memória longa não serem influenciados pela frequência das observações sendo, portanto, irrelevante para efeitos de estudo dispor de dados mensais, diários ou, de alta-frequência.

2.5.5. Evidência de movimentos conjuntos (*co-movements*) na volatilidade dos mercados

Desde o trabalho pioneiro de Grubel (1968) que explorou os benefícios da diversificação internacional das carteiras, a possível existência de movimentos conjuntos nos mercados tem sido exaustivamente estudada na literatura.

Granger e Morgenstern (1970) encontraram evidências de baixas correlações na volatilidade dos mercados de capitais, onde os fatores internos de cada país dominavam claramente o processo de geração de rendibilidades.

Este resultados foram contrariados posteriormente por Kasa (1992) que detetou, no período de 1974 a 1990, uma tendência comum nos mercados dos EUA (Estados Unidos da América), Japão, Inglaterra, Alemanha e Canadá em resultado da estrutura relativamente semelhante de pagamento de dividendos nestes países.

A temática dos movimentos conjuntos na volatilidade dos preços tem gerado alguma controvérsia, existindo mesmo estudos que apontam em direções opostas. A este respeito refira-se, por exemplo, o trabalho de Kanas (1998) que ao comparar os dados diários dos EUA com os maiores mercados europeus não encontrou qualquer evidência de sincronismo no comportamento dos mesmos. A diversidade de resultados que se obtêm quando se analisa esta questão pode ser explicada pelo facto das correlações entre os mercados variarem fortemente ao longo do tempo (Forbes e Rigobon, 2002, Karolyi e Stulz, 1996, Lee e Kim, 1993, Lin *et al.*, 1994 e Login e Solnik, 1995, 2001), o que pode ser explicado, fundamentalmente, por duas razões.

A primeira parte da hipótese, de que, os mecanismos de transmissão são estáveis enquanto as características dos choques sofrem variações durante o seu percurso. Como a evolução dos preços não está bem sincronizada os mercados são globalmente afetados pelos mesmos choques havendo, por isso, tendência para seguirem movimentos similares.

A segunda explicação apontada para a existência de resultados tão díspares no estudo dos movimentos da volatilidade dos mercados assenta na ideia de que os períodos de turbulência se caracterizam pela ocorrência de choques de dimensão anormal que poderão ser acompanhadas por quebras estruturais no seu mecanismo de transmissão.

A literatura empírica sobre este tema oficializou recentemente a diferenciação entre os conceitos de contágio e interdependência. Assim, enquanto o ultimo diz respeito À

existência de ligações cruzadas nos mercados, o contágio consiste na modificação dessas ligações durante períodos maioritariamente turbulentos.

Tradicionalmente, a medida utilizada para quantificar a dimensão dos movimentos conjuntos e definir o grau de contágio tem sido a correlação entre os mercados financeiros.

2.5.6. Evidência de Caos

Recentemente, um vasto leque de investigações tem orientado a sua análise para o teste de não linearidades e, de uma certa maneira, para a existência de caos nas sucessões cronológicas de dados económicos e financeiros (Frank e Stengos, 1988, Hsieh, 1991, DeCoster e Mitchell, 1991, 1994 e Brock e Sayers, 1998).

A importância do caos no estudo da volatilidade advém do facto de permitir averiguar em que medida é que sucessões cronológicas imprevisíveis resultam de sistemas determinísticos não lineares (Mantegna e Stanley, 2000). Um dado curioso relativamente a estes sistemas é que todos os movimentos são gerados dentro do próprio modelo não sendo, portanto, necessária a adição de choques externos ao processo gerador.

Vários estudos empíricos têm demonstrado existir, em relação aos principais mercados internacionais, cada vez mais evidência de que a volatilidade das rendibilidades exibe um comportamento não linear.

A evidência de não linearidades na volatilidade contradiz o paradigma linear de que parte a grande maioria dos modelos existentes na teoria financeira, os quais assentam no pressuposto de que os investidores reagem de forma linear, ou seja, reagem à informação recebida, não reagindo de forma acumulada a um conjunto de eventos (Peters, 1996).

O paradigma linear baseia-se, portanto, na perfeita racionalidade dos agentes uma vez que é entendido (de acordo com a hipótese da eficiência dos mercados) que toda a informação já está incluída nas cotações das ações. Este paradigma implica que as taxas de rendibilidade apresentem uma distribuição normal devendo ser *i.i.d.*, o que também não costuma encontrar evidência nos dados empíricos.

Chatterjee e Yilmaz (1992) criticam a teoria do caos na medida em que consideram que as condições iniciais para a existência de caos não são condições suficientes, não permitindo tirar conclusões rigorosas. Além disso, a pequena dimensão das amostras usadas nos estudos económicos provoca alguns problemas de aferição das propriedades dos sistemas caóticos, pois a sua averiguação exige o estudo de amostras de grandes dimensões.

Harrison *et al.* (1999) consideram que 5000 observações seriam um número considerado razoável para identificar a dinâmica caótica numa sessão cronológica.

2.6. Sentimento do Mercado

O sentimento de mercado tem sido um conceito muito abordado na literatura, assim como o impacto das características de personalidade dos agentes económicos.

Vários autores como Lee, Shleifer e Thaler (1991) circunscrevem o sentimento dos investidores como o componente das suas expectativas em relação ao retorno dos seus investimentos sem que estejam baseadas em fundamentos lógicos.

Bentes (2011) esclarece que surgiram duas correntes distintas: uma que sustenta uma relação de causa e efeito entre sentimento e volatilidade, podendo este ser utilizado para prever as rendibilidades futuras, e outra onde se verifica precisamente o contrário.

Autores como De Long et al. (1990) encontram-se entre os defensores da primeira teoria, tendo produzido um modelo que conclui que é o sentimento de dúvida que afeta as tendências evolutivas do mercado, e não o inverso. Contudo, podem ocorrer casos em que existam investidores no mercado muito sensíveis quanto às modificações de sentimento e reajam prontamente, como situações em que existam investidores menos sensíveis reagindo apenas por um forte sentimento, ou feeling em relação à evolução do mercado.

Neal e Wheatley (1998) e Simon e Wiggins (2001) evidenciaram de que o sentimento de mercado pode ser empregue na previsão da volatilidade e das rendibilidades do período seguinte.

Existem, no entanto, estudos, que não levaram a conclusões idênticas, entre eles, Wang *et al.* (2006), questionaram de que forma seria gerado o sentimento e procuraram evidenciar que o mesmo fosse causado pelo comportamento da volatilidade dos mercados financeiros. Ficher e Statman (2000) concluem através de evidências encontradas de que a causalidade entre o sentimento e volatilidade pode ser significativa nos dois sentidos.

Maioritariamente os fundamentos fortalecem a ideia de que é pertinente o estudo do sentimento, devendo ser investigado, pois trata-se de uma variável que persiste no tempo, e o otimismo ou pessimismo propaga-se à medida que cada vez mais pessoas aderem à tendência. Acresce a isto, o facto de a arbitragem poder ser capaz de eliminar estratégias lucrativas de curto prazo, mas não é capaz de corrigir desvios de longo prazo. Assim, torna-se imperativo a medição desta variável.

2.6.1. Os Indicadores do Sentimento do Mercado

Os Índices de Sentimento do Mercado procuram descrever as atitudes dos investidores em relação ao mercado, ou seja, são utilizados na análise técnica e quantificam os níveis de pessimismo e otimismo presentes em cada momento nos mercados.

São variados os instrumentos utilizados para determinar o sentimento do mercado, no entanto, destacam-se entre os mais empregados o Índice de Volatilidade Implícita, o Rácio Put/Call (PCR) e o Rácio Bull/Bear (BBR), que vamos estudar em seguida nesta dissertação.

2.6.2. O Índice de Volatilidade Implícita

O Índice de Volatilidade Implícita tem como principal objetivo avaliar as condições, os sentimentos e os níveis de confiança vividos nos mercados, revelando-se uma ajuda importante na decisão das direções a seguir.

Os níveis de mercado e os níveis de volatilidade implícita apresentam-se contrários entre si, pois uma queda nas cotações leva a um aumento nos níveis de volatilidade implícita podendo conduzir ao pânico, por sua vez, subidas nas cotações irão reduzir os níveis de volatilidade implícita, reduzindo assim a ansiedade do mercado e levando a uma maior satisfação. Ou seja, os acréscimos nos níveis de volatilidade estão associados às descidas das cotações, enquanto os decréscimos se verificam sempre que as expectativas dos investidores sejam positivas.

Esquemáticamente:

Índice de volatilidade implícita elevado ➡ Maior instabilidade e maior receio dos mercados

Índice de volatilidade implícita baixo ➡ Maior estabilidade e maior confiança dos investidores

Este método consiste em agrupar em intervalos os valores da volatilidade implícita previamente calculados, para, de seguida classificá-los pelos diferentes níveis de sentimento de acordo com a sua intensidade, que vão desde a inexistência de ansiedade até ao pânico externo.

A Tabela 2.2 indica os tipos de sentimentos de mercado em relação aos níveis de volatilidade implícita, segundo Domingos Ferreira (2009).

Tabela 2.2. Níveis de sentimento de mercado

Níveis de Volatilidade Implícita	Sentimentos no mercado
05-10	Não existe ansiedade; satisfação extrema
10-15	Alguma ansiedade, mas muito pouca; grande satisfação ainda
15-20	Pouca ansiedade; satisfação moderada
20-25	Ansiedade moderada; pouca satisfação
25-30	Ansiedade moderada mas em crescimento
30-35	Ansiedade elevada
35-40	Ansiedade muito elevada
40-45	Ansiedade extrema
45-50	Início de pânico
50-55	Pânico moderado
55-60	Pânico instalado
60-65	Pânico intenso
+ 65	Pânico extremo

Fonte: Ferreira (2009)

De acordo com o mesmo autor os valores mais comuns para a média do índice situam-se entre 20 e 30, ansiedade moderada. A grande vantagem deste indicador reside precisamente na graduação pois fornece uma classificação dos diferentes graus do sentimento do mercado de acordo com a sua intensidade.

Poderá dizer-se, de acordo com Antognelli-Mcardle-Traub (2000), que o índice de volatilidade implícita “é um bom indicador em relação ao nível de receio ou de ambição” nos mercados de capitais.

2.6.3. Rácio *Put/Call* (PCR)

O rácio *Put/Call* (PCR) é outro dos instrumentos para avaliar o sentimento de mercado, sendo calculado pelo quociente da seguinte expressão:

$$\text{Rácio Put/Call} = \frac{\text{Volume das Opções de Venda (Puts)}}{\text{Volume das Opções de Compra (Calls)}} \quad (2.21.)$$

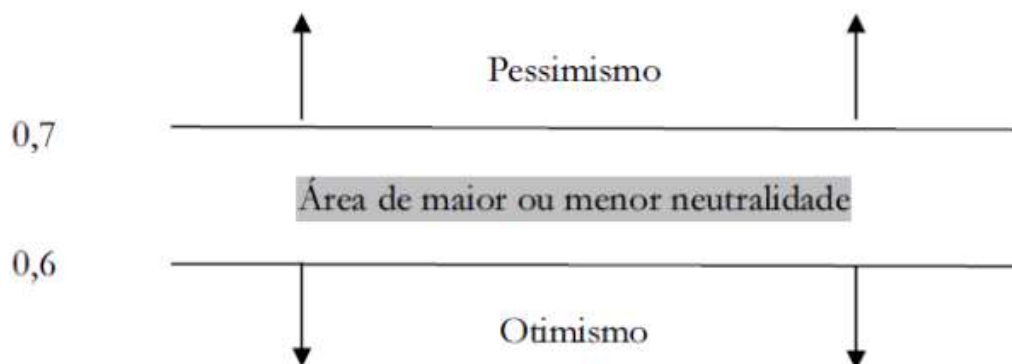
Trata-se de um instrumento de medida de sentimento do mercado, mais concretamente a futura direção do mercado, como medida “ao contrário”. Ou seja, as *calls* encontram-se associadas a subidas no mercado e as *puts* a descidas.

Quando os agentes preveem descidas nos preços das opções, verifica-se um aumento de procura de venda – *puts* - cujo objetivo é a proteção de posições longas ou especulação negativa das cotações. Contrariamente, quando se preveem subidas a tendência é a aquisição de opções de compra – *calls* - procurando desta forma proteger posições curtas ou especular com o aumento dos preços.

Se o volume de *calls* for excedido com alguma intensidade pelo volume de *puts*, pode dizer-se que o mercado assumiu um sentimento pessimista, sendo que o rácio *put/call* apresentará tendencialmente valores elevados. Pelo contrário, sempre que o volume de *calls* for superior ao volume de *puts*, diz-se que o sentimento de mercado é otimista, sendo que o rácio *put/call* tenderá a apresentar valores mais baixos. Sempre que o quociente entre *put/call* apresentar um valor unitário, significa que as expectativas positivas e negativas são iguais.

Conforme exemplifica a Figura 2.12. são considerados dois níveis como referência base para este indicador: 0,60 e 0,70.

O sentimento torna-se otimista abaixo de 0,60 enquanto acima de 0,70 torna-se pessimista, entre 0,60 e 0,70 será a área de maior ou menor neutralidade. Apesar das expectativas negativas estarem associadas a valores superiores a 1, e muitos autores só considerarem a situação de pessimismo a partir desse valor, é usual tomar-se o valor 0,70 como limite a partir do qual o sentimento começa a ter conotação negativa.



Fonte: Ferreira (2009)

Figura 2.12. Níveis de Otimismo e Pessimismo do Rácio *Put/Call*

2.6.4. Rácio *Bull/Bear* (BBR)

Um outro indicador designado por Rácio *Bull/Bear* (BBR), publicado pelo *Investor's Intelligence – New Rochelle, New York*, que se traduz numa consulta semanal a uma amostra de investidores com o objetivo de apurar a orientação do mercado que pode ser: otimista, neutra ou pessimista. Esta avaliação é feita através do quociente da seguinte expressão:

$$\text{Rácio Bull/Bear} = \frac{N.^\circ \text{ de Investidores Otimistas (Bullish)}}{N.^\circ \text{ de Investidores Pessimistas (Bearish)}} \quad (2.22.)$$

Quando se verifica uma subida generalizada das cotações diz-se que o mercado está *bullish*, otimista, se existe uma descida generalizada das cotações diz-se que o mercado está *bearish*, pessimista.

Valores extremos do índice coincidem com altos (*tops*) e baixos (*bottoms*) nos mercados. Um valor unitário significa que o número de investidores que acreditam que o mercado vai subir é igual ao número dos que esperam que o mercado vá descer, valores acima de 1,0 significa um maior número de otimistas (*bullish* – subida) do que pessimistas (*bearish* – descida) conduzindo a expectativas positivas, enquanto valores inferiores a 1,0 conduzem a um sentimento de desconfiança no mercado e pessimismo.

O índice IIS – *Investors Intelligence Sentimente Survey* surgiu em Janeiro de 1963 por A.W. Cohen, analista fundador da *Chartcraft*. Tem-se revelado um indicador que proporciona bons resultados na avaliação do sentimento do mercado, em especial quando utilizado na tomada de decisões contrárias à corrente do mercado.

Verifica-se assim, que quando o mercado está com um sentimento de descida (*bearish*) será a melhor altura para se tomarem posições longas ou de compras e quando está em subida (*bullish*) deverá tomar-se posições curtas ou de venda.

Os indicadores acima apresentados, na sua análise, deverão ser tidos em conta também outros indicadores em comparação por forma a confirmar os resultados obtidos.

2.7. Síntese

Neste capítulo procedeu-se à revisão da literatura, tendo tido a prudência de estudar de forma cuidada, as principais questões relacionadas ao tema da volatilidade dos mercados financeiros.

Foi definido o conceito de volatilidade e quais os tipos de classificação que pode assumir, assim como as suas representações gráficas tendo em conta o sentimento que o mercado pode transmitir que leva a diferentes reações por parte dos investidores influenciando as suas tomadas de decisões.

É importante referir que as expectativas dos investidores, quer positivas quer negativas, são o que incita maior impacto no comportamento dos mercados. Acresce ainda que acontecimentos negativos influenciam com uma maior proporção que os efeitos positivos, levando a um efeito de assimetria na volatilidade. Foi neste sentido que se dispôs a questão de estudo, assim como da previsão de acontecimentos para que se possam antecipar estratégias de atuação.

Foi efetuado um estudo dos principais modelos de estimação da volatilidade, mais direcionados para detetar um dos principais padrões de comportamento da volatilidade, a assimetria. Com assento nisto, identificou-se que dentro dos modelos ARCH, e os seus derivados com maior ênfase em EGARCH e TGARCH, se revelam como os dois modelos mais apropriados para detetar este padrão de comportamento.

Em consequência dos modelos referidos, uma particularidade destes é a sua capacidade para detetar factos estilizados.

De acordo com Santos da Silva et al. (2005), frequentemente são observados nos mercados financeiros períodos de intensa volatilidade após períodos de quedas nos preços, ao passo que a volatilidade não é tão intensa quando se observam períodos de alta nos preços. E, em geral, os choques positivos e negativos tendem a gerar efeitos diferentes sobre a volatilidade

Foi também dado ênfase aos factos estilizados no comportamento da volatilidade, com principal ênfase para os *clusters* de volatilidade, este fenómeno consiste na ocorrência de períodos de maior volatilidade serem seguidos de outros de também grandes variações, da mesma maneira que pequenas variações nos preços são sucessivamente seguidas por modificações de reduzida dimensão nos mesmos.

Por fim, foi analisado o tema dos sentimentos de mercado, em que tem o tema dos Índices de Sentimento do Mercado, sendo eles o Índice da Volatilidade Implícita, o rácio *Put/Call* e o rácio *Bull/Bear*. Todos estes conteúdos pretendem de verificar os níveis de pessimismo e otimismo presente em cada momento dos mercados.

III. Capítulo - Análise Empírica

O principal objetivo desta investigação foca-se em verificar se existe, ou não, assimetria na volatilidade das rendibilidades da bolsa de valores do DAX – 30.

Assim sendo, iremos proceder à avaliação de dados concretos do DAX – 30, no período compreendido entre 11/1/2010 a 6/5/2016.

A análise estatística será feita com o apoio do *Software Eviews*, com os dados são da bolsa de valores DAX – 30.

DAX – 30 é um índice de mercado de ações que compreende 30 grandes empresas alemãs na Bolsa de Frankfurt. Estas empresas são selecionadas segundo a capitalização de mercado e o volume de carteira de pedidos de cada empresa, sendo a lista revista todos os trimestres. Estas empresas são responsáveis por cerca de 75% do valor da bolsa de Frankfurt.

Pretende-se aplicar os modelos explicados anteriormente, tal como, GARCH, EGARCH e TGARCH. Sendo que os mesmos foram escolhidos segundo o que pretendemos analisar do DAX – 30.

Aquando da aplicação dos modelos pretendemos visualizar alguns factos estilizados no comportamento da volatilidade, para que possamos verificar se existe, ou não, uma resposta clara sobre a assimetria de volatilidade.

3.1. Descrição da Amostra

Para análise foi escolhido, como já foi dito anteriormente, o índice bolsista DAX – 30. A amostra deste estudo, tem, como base 5 dias uteis semanais, de segunda-feira a sexta-feira, com horário entre as 6:01h às 19:59h. Como o período de estudo é de 11/1/2010 a 6/5/2016, obtemos um total de 1650 amostras.

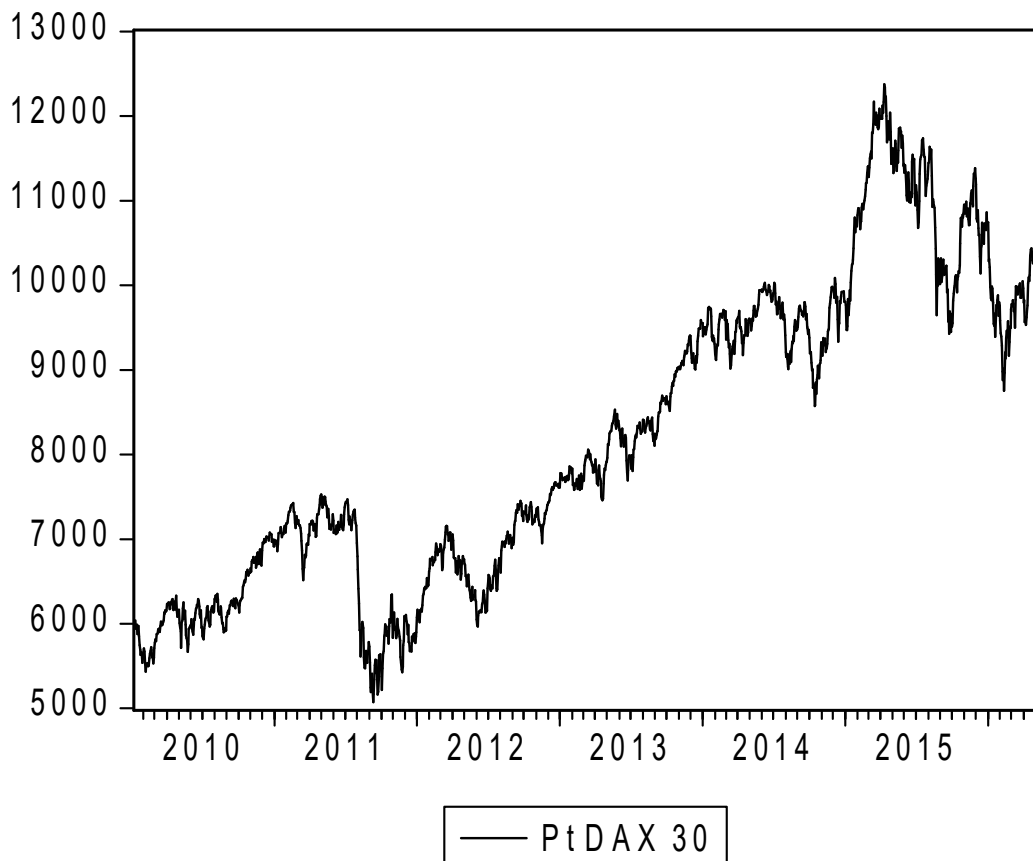


Figura 3.1. Evolução dos preços do DAX 30 no período de 11/1/2010 a 6/5/2016

Ao analisar a Figura 3.1., verificamos que os preços dos índices são irregulares. No entanto podemos apurar que esta série de amostras, apesar das suas irregularidades, tem um comportamento maioritariamente crescente entre 2012 e o fim de 2014, sendo que entre o ano de 2011 e 2012, e a partir de 2015 haver um comportamento ascendente.

3.2. Rendibilidades

Vamos analisar a rendibilidade da amostra selecionada para fazer compreender de um melhor modo o comportamento dos preços da amostra escolhida, começando pela sua análise das rendibilidades.

As rendibilidades são dadas por

$$R_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})], \quad (3.1)$$

Onde P_t e P_{t-1} são os preços do DAX 30 nos momentos t e $t-1$ respectivamente.

É possível analisar neste estudo que existem momentos de maior ou de menor volatilidade ao longo de todo o período em análise, devido aos valores das rendibilidades que foram encontrados.

É de referir que toda a análise deste trabalho incidirá sobre as rendibilidades e não sobre os preços originais porque como se verá mais à frente as rendibilidades são estacionárias o que constitui um pressuposto dos modelos de tipo GARCH.

Refere-se ainda que o prazo de observação é de 11 de Janeiro de 2010 a 6 de Maio de 2016. Os dados para estudo foram importados para o *Software Eviews*, agrupados em períodos de 5 dias semanais consecutivos, tendo em conta que as rendibilidades são calculadas em função de P_{t-1} (preço do dia anterior).

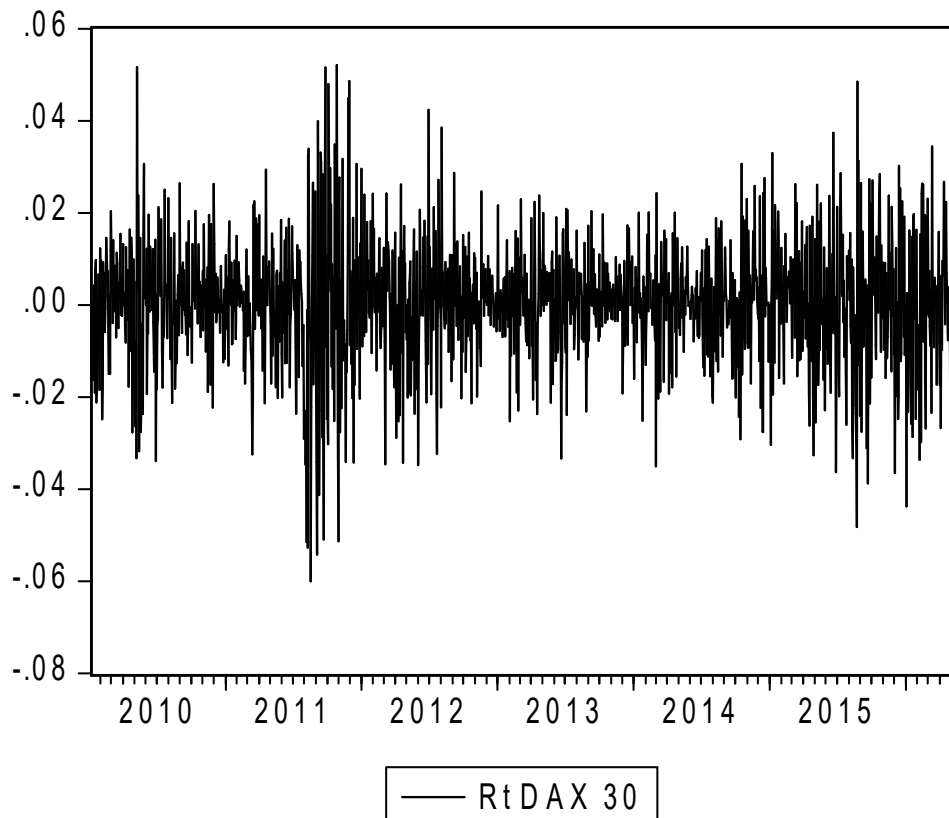


Figura 3.2. Evolução das rendibilidades do DAX 30 no período de 11/1/2010 a 6/5/2016

Ao fazer uma análise das rendibilidades, podemos verificar que existe um sincronismo no comportamento das sucessões cronológicas. A essas variações é dado o nome de *clusters* na volatilidade, e os quais são muito evidentes nesta análise.

Tal como afirmado por Brooks (2002) o nível de volatilidade tende a estar correlacionado com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente anteriores. Ou seja, a variação da sequência não é idêntica, apresenta períodos em que quando a volatilidade é menos significativa, confirma-se baixa volatilidade que são seguidos de períodos de baixa volatilidade e vice-versa.

Nesta análise em concreto os *clusters* são muito evidentes: há um *cluster* de grande volatilidade por volta de 2011 a que se segue outro de baixa volatilidade. Novamente, surge um *cluster* de alta volatilidade em 2012, a que se segue um de baixa volatilidade. Entre 2014 e 2015 ocorre novamente um *cluster* de alta volatilidade. Ao comparar o gráfico Figura 3.2., com o dos preços originais verifica-se que os momentos de alta volatilidade na rendibilidade correspondem a momentos no gráfico dos preços e a baixa volatilidade corresponde a

decidas no gráfico dos preços, portanto ao analisar o gráfico Figura 3.1., verifica-se que estes dois gráficos estão em concordância.

3.3. Estatísticas descritivas

A análise da estatística descritiva e dos histogramas são fundamental apreciação para a melhor compreensão da existência de volatilidade, e, para que seja possível evidenciar algumas das medidas de comportamento do preço do DAX-30 ao longo do tempo em análise.

Tabela 3.1: Estatísticas Descritivas

Estatísticas descritivas				
Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste J-B
0,0003	0,0130	-0,2088	4,9695	278,664**

Notas: Teste J-B representa o teste de Jarque-Bera

** Denota um nível de significância de 1%

Ao analisar a tabela 3.1 podemos verificar que o valor da média é muito próximo de zero (0,0003), assim como o desvio-padrão (0,0130), ao compararmos ambos os valores constatamos que a média quando comparada com o desvio-padrão tem um valor muito mais reduzido.

Ao verificar o coeficiente da assimetria o mesmo é negativo no valor de 0,2088, pode verificar-se, no histograma abaixo, que este valor pode significar uma extensão do lado esquerdo do histograma. Através do teste de Jarque-Bera é possível comprovar que a assimetria negativa, e, a curtose maior que 3 (4,9695), nos indica que os dados não seguem uma distribuição normal, rejeitando-se assim a hipótese da normalidade.

Como neste caso a curtose se verificar maior do que 3, e sabermos que:

- Se $C > 3$ a distribuição é leptocúrtica (alongada);
- Se $C = 3$ a distribuição é mesocúrtica (normal);
- Se $C < 3$ a distribuição é platicúrtica (achatada),

Então, verificamos que a distribuição empírica das rendibilidades diárias é leptocúrtica (alongada). Deste modo verifica-se que os dados não seguem uma distribuição normal. Para confirmar a não existência de normalidade nos rendimentos da amostra é efetuado o teste Jarque-Bera. Os resultados do teste apresentaram como resultado o valor de 278,664, onde temos um nível de significância de 1%, que se considera uma probabilidade praticamente nula rejeitando assim a hipótese de normalidade nos rendimentos.

Verifica-se que se rejeita o teste pois a série não é normal, o que se pode comprovar no histograma que evidencia a presença de curtose (*fat tails*).

Através do histograma, é, também, possível visualizar a não-normalidade dos dados.

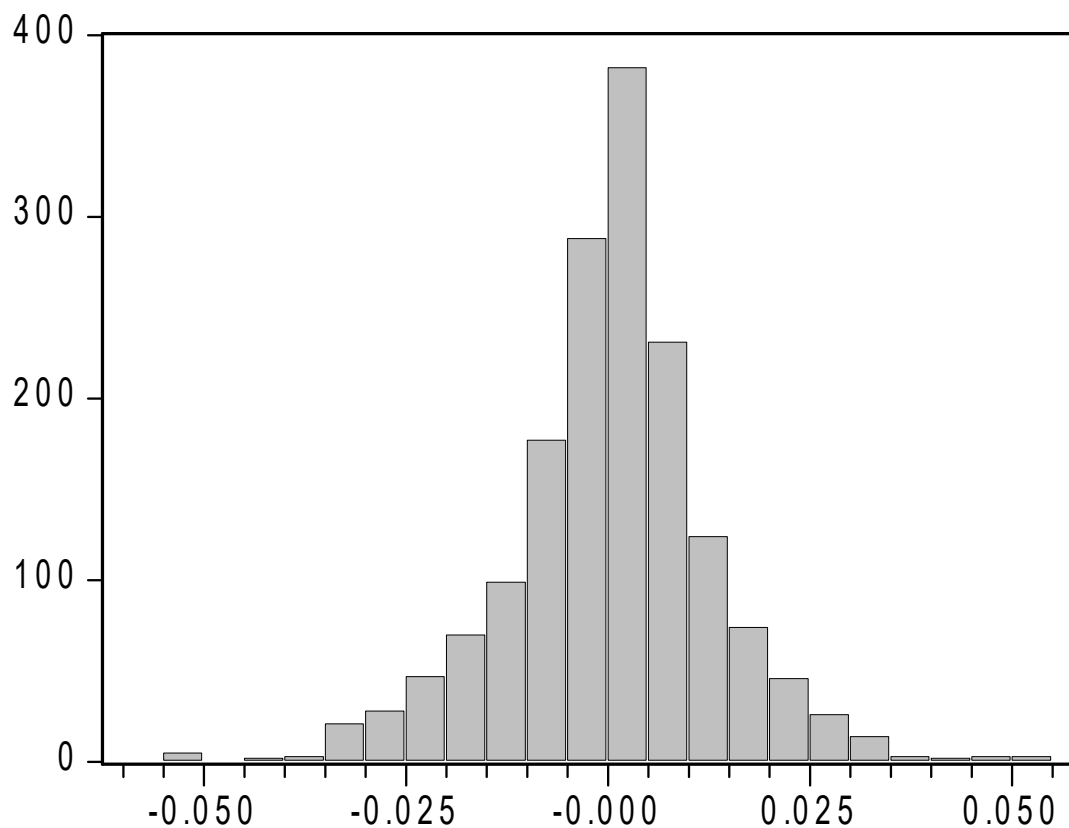


Figura 3.3. Histograma das rendibilidades do DAX 30 no período de 11/1/2010 a 6/5/2016

3.4. Estimação do modelo

3.4.1. Verificação dos pressupostos

Como referido anteriormente, o presente estudo assentará sobre, o modelo GARCH, EGARCH e TGARCH. Antes de estimar os modelos propriamente ditos é necessário verificar os pressupostos pois eles só produzem resultados fiáveis naqueles pressupostos que são Estacionariedade, Inexistência de Autocorrelação. Para além disto e como estamos a aplicar modelos Heterocedásticos é necessário também verificar a hipótese da Heterocedasticidade (teste ARCH – LM).

3.4.1.1. Estacionariedade

A estacionariedade é um pressuposto importante de abordar, pois aclara as ideias, e, ajuda a ter um melhor enquadramento para o resultado dos testes que serão feitos no subcapítulo seguinte.

Segundo Brooks (2002) enquanto as alterações esperadas, ou não, das sucessões cronológicas estacionárias vão desaparecendo com o passar do tempo, na situação contrária essas essas oscilações podem permanecer.

Para possível análise existem variados testes para obtenção da estacionariedade, no entanto utilizaremos os testes de aceitação mais generalizada, então como testes de estacionariedade são apresentados o *Augmented Dickey Fuller* (ADF) e o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS). Estes testes são conhecidos como testes de não estacionariedade ou testes de raiz unitária.

Segundo Bentes (2011) no caso do teste ADF deve considerar-se a seguinte regressão para a variável y_t

$$\Delta y_t = \omega + \delta_t + (\rho - 1) y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.2)$$

Onde,

$\omega + \delta_t$ trata-se da tendência determinística

ρ é o coeficiente de auto-regressão da variável y_t

λ_i é o conjunto de coeficientes das diferenças desfasadas de Δy_t

ε_t a perturbação aleatória com o número de defasamentos escolhido por forma a que $\varepsilon_t \sim$ i.i.d. $(0, \sigma^2)$.

Estes defasamentos são escolhidos de acordo com o critério SIC – *Schwarz's Bayesian Information Criterion* ou AIC – *Akaike Information Criterion*. Por ser mais simples optou-se pelo critério SIC.

A expressão $(\rho - 1) y_{t-1}$ é utilizada em (3.2) para deter se há, ou não, estacionariedade do processo, tendo em conta o teste habitual à Hipótese Nula: $\rho = 1$, que determina a existência de uma raiz unitária para a variável em níveis (y_t) e em primeiras diferenças (Δy_t), contra a Hipótese Alternativa traduzida por $|\rho| < 1$ (estacionariedade).

Estes valores podem ser obtidos através de diversos programas informáticos, sendo um *output standard* dos mesmos. Outra característica importante é a possibilidade de considerar na sua formulação a existência de uma constante e uma tendência linear (τ_τ), só de uma constante (τ_ω) ou de nenhuma delas (τ). Resulta que:

- Se $|\rho| < 1$ pode dizer-se que o processo é estacionário;
- Se $|\rho| = 1$ diz-se que a sucessão é não estacionária de raiz unitária e,
- Se $|\rho| > 1$ diz-se que o processo é não estacionário explosivo.

Segundo Dickey e Fuller (1981) para estudar estas hipóteses, apenas se apresentará o teste que se baseia na distribuição estatística $T(\rho - 1)$, em que T indica a dimensão da amostra.

É importante notar que $\tau_\tau < \tau_\omega < \tau$ e também que, para a estatística τ , os valores críticos do teste ADF pouco diferem dos valores críticos da distribuição Normal estandardizada. O uso indevido destes últimos irá conduzir a uma rejeição da Hipótese Nula, aumentando o problema à medida que se introduzem mais componentes determinísticas no modelo.

Bentes (2011) *apud* Sai e Dickey (1984) afirma que existe um resultado importante face aos testes de Dickey-Fuller, que passa pelo facto de a distribuição assintótica de estatística (τ_τ) ser independente do número de defasamentos das primeiras diferenças que estão incluídos na regressão ADF.

No entanto, os mesmos são necessários para eliminar qualquer autocorrelação de ordem superior remanescente na variável residual e com isto, confirma o pressuposto de resíduos $\varepsilon_t \sim$ i.i.d., que é base no uso do método dos mínimos quadrados. Para além disso, a inclusão no

modelo de uma componente de médias móveis (do inglês *Moving Average*) com um número adequado de termos desfasados das primeiras diferenças, não altera a validade assintótica do teste ADF.

Todavia, este modelo não está isento de críticas pelo facto de se basear num processo de inferência estatística que assenta no julgamento da Hipótese Nula, que por si só, pode estar sujeita a erros/incorreções. Isto é, o teste ADF tende a «sobre - rejeitar» a Hipótese Nula da não estacionariedade.

Como alternativa, através de Kwiatkowski *et al.* (1992) foi desenvolvido o teste KPSS, cuja principal diferenciação consiste em inverter as hipóteses em análise. Assim, como Hipótese Nula (H_0) tem-se que a sucessão cronológica é estacionária (i.e. não possui raiz unitária) e em oposição à Hipótese Alternativa (H_a) de não estacionariedade.

O teste é um teste de Multiplicadores de Lagrange (LM), baseado na representação em componentes da sucessão cronológica em que o processo que dá origem aos dados é dado pelo modelo:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + z_t + u_t \\ z_t &= z_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (3.3)$$

Onde, x_t demonstra a soma de uma tendência determinística (μ_t), de um caminho aleatório (z_t) e de uma variável residual estacionária (u_t) e onde $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d.}, (0, \sigma^2\varepsilon)$.

Sendo neste modelo a hipótese nula da estacionariedade da sucessão cronológica é dada por $\sigma^2\varepsilon = 0$, em que o valor inicial z_0 é uma constante. Dado que μ_t é uma variável residual estacionária, então y_t , é um processo TSP – *Trend Stationary Process* – i.e. um processo estacionário em tendência puro.

Como tal, se a Hipótese Nula for $\sigma^2\varepsilon = 0$ os erros ε_t tem que ser todos nulos, em que $z_t = z_{t-1}$, $\forall t$ logo, é uma constante. Portanto, o modelo (3.3) expõe um processo estacionário em tendência.

Se se optar por colocar no modelo (3.3) $\mu = 0$, surge uma particularidade em que x_t é um processo estacionário em volta de um nível, ou seja, z_0 em vez de uma tendência. Para este caso a estatística do teste KPSS é representada por

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\sigma_u^2}, \quad (3.4)$$

Onde, $S_t = \sum_{r=1}^t \hat{u}_r$ representa a soma dos resíduos da regressão de x_t sobre uma constante e uma tendência determinística, $\hat{u}_t = x_t - \mu_t - \alpha_0$; Por outro lado $\sigma^2 u$ é um estimador da variância dos resíduos μ_t .

Convém salientar que a distribuição da estatística do teste KPSS depende do modelo possuir ou não uma tendência determinística, embora a expressão do teste de mantenha válida para $\mu = 0$ ou $\mu \neq 0$.

Os testes ADF e KPSS utilizam a hipótese nula em condições opostas, o que é aconselhável no estudo da estacionariedade de sucessões cronológicas. Trata-se por isso de uma estratégia designada por «análise de dados confirmatória», que assume então uma maior segurança na classificação da sucessão cronológica, caso os resultados sejam consistentes.

3.4.1.1.1. Testes de Estacionariedade

Para testes de estacionariedade serão feitos os chamados testes de não estacionariedade ou de raiz unitária, que são os testes *Augmented Dickey Fuller* (ADF) e o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPPS).

Com o apoio do *Software Eviews* iremos ter a possibilidade de calcular os testes *Augmented Dickey Fuller* (ADF) e o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPPS), os resultados obtidos estão espelhados na tabela 3.2.

Tabela 3.2. Testes de estacionariedade

Testes de raízes unitárias

	ADF	KPSS
Constante + tendência	-39,0231**	0,0457

Notas: ADF significa Augmented Dickey-Fuller e KPSS representa Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin valores críticos de Mackinnon (1996) para a constante e tendência - 3.960241 (1%) e -3.410883 (5%); número de *lags* em ambos os casos: 0. Valores críticos do teste KPSS para a constante e tendência 0,216 (1%) e 0,146 (5%).

** Denota um nível de significância de 1%.

Nota: testes de raízes unitárias ou de estacionariedade é o mesmo!

- **Teste ADF: H_0 - a série é não estacionária**

No teste ADF, testa-se a hipótese nula de a série ser não estacionária, i.e., ter raízes unitárias. A Hipótese nula (H_0) é portanto a hipótese de que a série é não estacionária). Como os valores dos testes são estatisticamente significativos a um nível de significância de 1%, revela que o teste é rejeitado.

- **Teste KPSS: H_0 - a série é estacionária**

Para confirmar estes resultados aplica-se ainda outro teste de estacionariedade – KPSS. Neste teste a hipótese é contrária à anterior, ou seja, a hipótese nula a série é estacionária. Portanto aqui se aceitarmos H_0 isto vem confirmar os resultados do teste anterior (ADF).

3.4.1.2. Autocorrelação

Em que medida o modelo previamente estimado é, ou não, adequado para descrever o fenómeno evidenciado pelos dados? É com este procedimento que vamos averiguar essa questão.

Para tal é necessário fazer-se uma análise para podermos apurar se existe evidência de autocorrelação o que, caso se verifique, constitui um indicador da inadequação do modelo.

Utilizando o teste de Ljung-Box, testa-se a hipótese nula de que não existe autocorrelação.

Na figura 3.4 podemos analisar os resultados obtidos no correlograma, testa a autocorrelação e obtêm-se os valores ao teste de Ljung-Box.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.039	0.039	2.5001	0.114
		2	-0.037	-0.039	4.7803	0.092
		3	-0.001	0.002	4.7831	0.188
		4	-0.036	-0.038	6.9837	0.137
		5	-0.044	-0.041	10.147	0.071
		6	-0.002	-0.001	10.153	0.118
		7	0.030	0.027	11.655	0.112
		8	-0.020	-0.024	12.340	0.137
		9	0.008	0.009	12.444	0.189
		10	-0.018	-0.022	12.954	0.226
		11	0.028	0.033	14.287	0.218
		12	-0.002	-0.005	14.292	0.282
		13	0.002	0.003	14.296	0.353
		14	-0.009	-0.011	14.427	0.418
		15	0.000	0.003	14.427	0.493
		16	0.018	0.018	14.944	0.529
		17	0.019	0.019	15.520	0.558
		18	-0.019	-0.023	16.125	0.584
		19	0.010	0.015	16.299	0.637
		20	0.037	0.035	18.603	0.548
		21	-0.016	-0.013	19.018	0.584
		22	0.004	0.007	19.049	0.642
		23	0.008	0.006	19.168	0.691
		24	0.020	0.023	19.841	0.706
		25	0.018	0.022	20.382	0.727
		26	-0.029	-0.031	21.787	0.700
		27	0.028	0.032	23.151	0.677
		28	-0.002	-0.005	23.159	0.725
		29	-0.062	-0.057	29.654	0.431
		30	-0.028	-0.023	30.979	0.416
		31	0.012	0.006	31.210	0.456
		32	-0.043	-0.045	34.373	0.355
		33	0.001	0.002	34.374	0.402
		34	-0.036	-0.049	36.519	0.352
		35	-0.016	-0.013	36.946	0.379
		36	-0.039	-0.046	39.473	0.317

Figura 3.4. Correlograma das rendibilidades

Como se pode verificar, na figura 3.4, rejeita-se a hipótese nula de que não há autocorrelação, pois a probabilidade de não haver de acordo com os valores acima apresentados é zero para todos os casos (coluna «Prob» da figura 3.4), portanto, e como os valores são estatisticamente significativos a um nível de significância de 5% e 1% conclui-se que há autocorrelação.

Para afirmar este resultado faz-se ainda outro teste chamado teste de Breusch-Godfrey (BG) em que a hipótese nula é a mesma, ou seja, não há autocorrelação.

Tabela 3.3. Teste de Autocorrelação BG aplicado às rendibilidades

Teste BG	Estatística F	Estatística χ^2
	1,3594**	13,5727**

Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez defasamentos.

** Denota um nível de significância de 1%

Ao analisar a tabela 3.3, concluímos que, a existência de autocorrelação em ambos os testes. Como em ambos os testes a mesma é verificada, e, um dos pressupostos dos modelos ARCH é a inexistência de autocorrelação este pressuposto não é verificado, pelo que temos que arranjar uma forma de eliminá-la que veremos posteriormente.

3.4.1.3. Heterocedasticidade

Por último vamos analisar se há, ou não, heterocedasticidade, pois já que os modelos ARCH são heterocedásticos só faz sentido usá-los se a série dos dados tiver heterocedasticidade.

Então aqui usando o teste ARCH-LM de Engle (1982) em que hipótese nula é a de que não há heterocedasticidade condicionada. Com o acesso ao *Softwares Eviews* obtemos os resultados da tabela 3.4.

Tabela 3.4. Resultados do teste de ARCH-LM aplicado às rendibilidades

Teste ARCH-LM	Estatística F	Estatística χ^2
	47,3915**	46,1219**

Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez defasamentos.

** Denota um nível de significância de 1%

De acordo com o teste ARCH-LM, e como os valores são estatisticamente significativos a um nível de 1%, podemos rejeitar a hipótese nula, de que não há heterocedasticidade e, portanto, há heterocedasticidade.

Para confirmar este resultado utilizamos também o teste de McLeod e Li (1983) e o teste, anteriormente referenciado, de Ljung-Box aplicado ao quadrado dos resíduos.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.167	0.167	46.139	0.000
		2	0.229	0.207	133.06	0.000
		3	0.213	0.159	208.39	0.000
		4	0.179	0.098	261.43	0.000
		5	0.160	0.066	304.09	0.000
		6	0.196	0.105	368.08	0.000
		7	0.141	0.039	401.22	0.000
		8	0.203	0.104	469.55	0.000
		9	0.184	0.079	525.63	0.000
		10	0.090	-0.039	539.15	0.000
		11	0.160	0.046	581.81	0.000
		12	0.159	0.058	623.78	0.000
		13	0.130	0.026	651.81	0.000
		14	0.112	-0.007	672.79	0.000
		15	0.092	-0.022	686.91	0.000
		16	0.178	0.096	739.83	0.000
		17	0.108	0.003	759.25	0.000
		18	0.147	0.051	795.40	0.000
		19	0.168	0.074	842.45	0.000
		20	0.188	0.080	901.79	0.000
		21	0.148	0.032	938.20	0.000
		22	0.248	0.139	1041.1	0.000
		23	0.101	-0.030	1058.3	0.000
		24	0.137	-0.019	1089.9	0.000
		25	0.201	0.076	1157.8	0.000
		26	0.049	-0.085	1161.8	0.000
		27	0.109	-0.031	1181.9	0.000
		28	0.176	0.059	1233.8	0.000
		29	0.096	-0.011	1249.4	0.000
		30	0.110	-0.017	1269.8	0.000
		31	0.104	-0.017	1288.1	0.000
		32	0.084	0.002	1300.0	0.000
		33	0.123	0.020	1325.3	0.000
		34	0.169	0.088	1373.6	0.000
		35	0.071	-0.008	1382.0	0.000
		36	0.129	0.006	1410.1	0.000

Figura 3.5. Correlograma do quadrado dos resíduos

Ao analisar o Correlograma do quadrado dos resíduos, é evidente que os valores são positivos em ambas as colunas de autocorrelação. Verifica-se assim que sendo os valores estatisticamente significativos é rejeitável a hipótese nula.

Podemos então concluir que é justificável a utilização dos modelos de ARCH para modelar o comportamento da volatilidade nas rendibilidades, pois, verificamos a existência de heterocedasticidade.

3.4.2. Análise dos resíduos do modelo AR (p)

Uma vez que a série das rendibilidades apresenta autocorrelação é necessário solucionar este problema.

Para ultrapassar esta questão ajusta-se um modelo autoregressivo – AR (p) (*autoregressive model*) no sentido de remover qualquer tipo de autocorrelação.

Com base no primeiro correlograma das rendibilidades (Figura 3.4.) e analisando a função de autocorrelação e de autocorrelação parcial opta-se por um modelo AR (2) para capturar a autocorrelação presente nos dados.

Tabela 3.5. Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo AR (2)

	Média	Desvio-Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
Resíduos do modelo AR (2)	-4,05E-20	0,013003	-0,2030	4,9790	280,232**

Notas: Teste J-B representa o teste de Jarque-Bera

** Denota um nível de significância de 1%

Ao observar a tabela 3.5., verificamos que tanto a Média como o Desvio-Padrão têm valores muito baixos, próximos de zero. Verifica-se também que a média dos resíduos desvio-padrão modelo AR (2) é muito pequena quando comparada com o desvio-padrão. Por outro lado, a verificação da assimetria negativa e a curtose maior que 3, o que, indicia que a distribuição dos resíduos do modelo AR (2) não é normal. Tal facto é comprovado pelo teste de Jarque-Bera que rejeita hipótese nula de normalidade com 1% de significância. Isto é ainda corroborado pelo histograma onde se pode ver claramente que os resíduos não seguem uma distribuição normal.

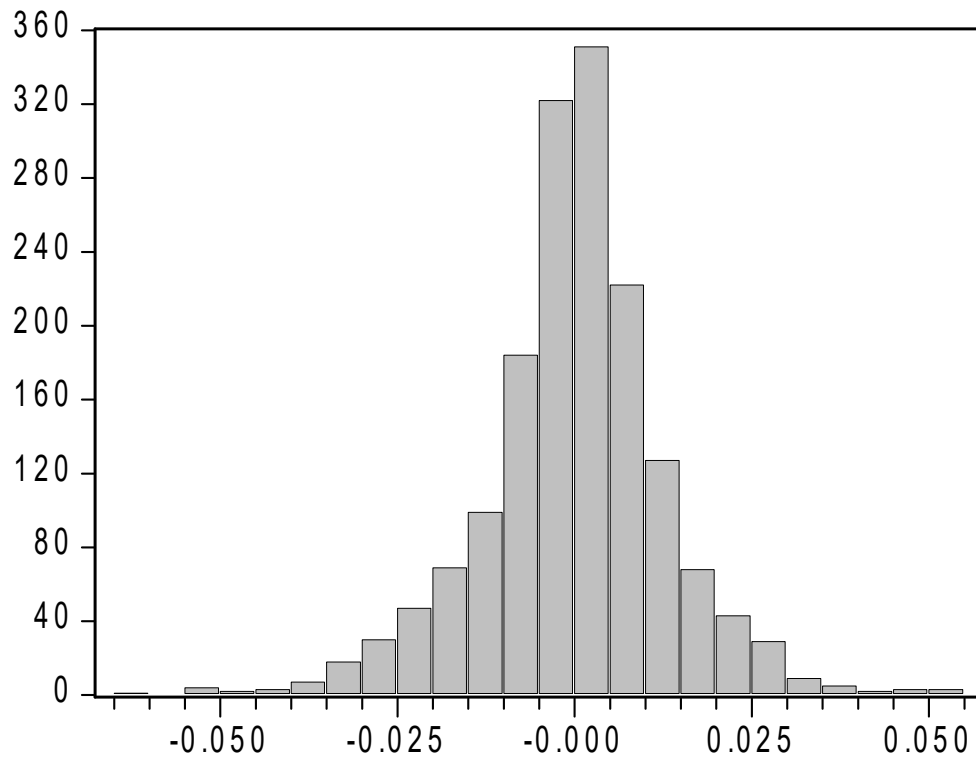


Figura 3.6. Histograma dos resíduos do modelo AR (2)

Para verificar se o modelo AR (2) foi suficiente para captura a autocorrelação presente nos dados vamos verificar se depois de estimado o modelo AR (2) ainda existe autocorrelação nos resíduos. Para isso usa-se novamente o teste de Ljung-Box e de Breusch-Godfrey.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.000	0.000	0.0002	0.990
		2	-0.001	-0.001	0.0028	0.999
		3	0.001	0.001	0.0033	1.000
		4	-0.036	-0.036	2.1373	0.711
		5	-0.041	-0.041	4.8892	0.430
		6	-0.005	-0.005	4.9270	0.553
		7	0.029	0.029	6.3039	0.505
		8	-0.023	-0.025	7.2092	0.514
		9	0.011	0.008	7.4156	0.594
		10	-0.020	-0.022	8.0557	0.623
		11	0.029	0.031	9.4873	0.577
		12	-0.005	-0.005	9.5290	0.657
		13	0.004	0.003	9.5539	0.730
		14	-0.008	-0.010	9.6587	0.787
		15	0.001	0.003	9.6615	0.840
		16	0.015	0.016	10.061	0.863
		17	0.018	0.020	10.583	0.877
		18	-0.019	-0.023	11.204	0.886
		19	0.010	0.012	11.375	0.911
		20	0.037	0.037	13.685	0.846
		21	-0.016	-0.012	14.132	0.864
		22	0.006	0.005	14.199	0.894
		23	0.007	0.006	14.291	0.918
		24	0.018	0.021	14.846	0.925
		25	0.021	0.026	15.580	0.927
		26	-0.030	-0.032	17.093	0.906
		27	0.029	0.029	18.483	0.888
		28	-0.003	-0.000	18.494	0.913
		29	-0.060	-0.057	24.572	0.700
		30	-0.029	-0.028	25.957	0.677
		31	0.013	0.009	26.231	0.710
		32	-0.048	-0.046	30.065	0.565
		33	0.005	0.003	30.103	0.612
		34	-0.037	-0.048	32.454	0.543
		35	-0.011	-0.012	32.667	0.581
		36	-0.042	-0.047	35.635	0.486

Figura 3.7. Correlograma dos resíduos do modelo AR (2)

Analisando os dados da figura 3.7, podemos se verificar que a hipótese nula de não autocorrelação não é rejeitada pelo que o modelo AR (2) captou a dependência linear na média.

Seguidamente o teste de Breusch-Godfrey permite retirar as mesmas conclusões já que uma vez mais não se rejeita hipótese nula de inexistência de autocorrelação conforme se pode confirmar no quadro que se segue.

Tabela 3.6. Teste de autocorrelação BG aplicado ao modelo AR (2)

Teste BG	Estatística F	Estatística l
	0,4319	0,8660

Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez defasamentos.

** Denota um nível de significância de 1%

Verificando os resultados da tabela 3.6, comprova-se que os valores não são estatisticamente significativos revelando portanto inexistência de autocorrelação. Como tal, conclui-se, que, o modelo AR (2) usado foi suficiente para capturar esta característica dos dados. Quanto à heterocedasticidade como já a verificamos anteriormente nos dados iniciais, os quais revelavam esta propriedade, não é necessário testar novamente.

Sendo assim, já estamos aptos a estimar os modelos ARCH.

3.4.3. Estimação dos modelos AR (2) – GARCH (1,1), AR(2) – EGARCH (1,1) e AR (2) – TGARCH (1,1)

Para saber se é possível comprovar (ou não) os resultados, temos os modelos de estimação.

Apresentam-se os resultados de estimação dos modelos AR (2) – GARCH(1,1), AR(2) – EGARCH(1,1) e AR(2) – TGARCH(1,1), onde serão analisados os resultados do modelo simétrico – GARCH – com os resultados dos modelos assimétricos – EGARCH (1,1) e TGARCH (1,1).

Optou-se pela distribuição t de *Student* para estimar o modelo pois há evidência de que os dados seguem uma distribuição com *fat tails* como anteriormente demonstrado.

Tabela 3.7. Estimativas dos modelos AR (2) – GARCH (1,1), AR (2) – EGARCH (1,1) e AR (2) – TGARCH (1,1)

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	<i>t-Student</i>
GARCH	2,24E-06 *	0,0901 **	0,9026 **	-	6,1577 **
EGARCH	-0,4250 **	0,1386 **	0,9643 **	-0,1694 **	6,7683 **
TGARCH	3,50E-06 **	0,0193 **	0,9019 **	0,1930 **	6,594 **

Notas: ** Significativo a 1%.

* Significativo a 5%

Ao analisar a tabela 3.7, verificamos que todos os coeficientes são estatisticamente significativos a 1 ou 5%.

A significância estatística da distribuição *t Student* significa que esta é adequada para capturar o comportamento estatístico das rendibilidades do DAX 30.

No modelo simétrico AR (2) – GARCH (1,1) todos os coeficientes se revelaram positivos, o que aliado à sua significância estatística revela a existência de *clusters* na volatilidade, ou seja, períodos de alta volatilidade sucedem-se a períodos de baixa volatilidade e assim sucessivamente.

Por outro lado, tanto os modelos AR (2) – EGARCH (1,1) como o AR (2) – TGARCH (1,1) revelam a existência de feitos assimétricos na volatilidade já que $\hat{\gamma}$ no modelo AR (2) – EGARCH (1,1) é negativo e no AR (2) – TGARCH (1,1) é positivo. Tal facto, revela que o efeito das más notícias é maior do que o das boas notícias.

Para confirmar se os modelos acima descritos capturaram os efeitos ARCH apresentam-se de seguida os resultados do teste ARCH – LM aos resíduos bem como o correlograma do quadrado dos resíduos.

Tabela 3.8. Teste ARCH-LM aos resíduos dos modelos AR (2) – GARCH (1,1), AR (2) – EGARCH (1,1) e AR (2) – TGARCH (1,1)

Teste	AR (2) – GARCH (1,1)	AR (2) – EGARCH (1,1)	AR (2) – TGARCH (1,1)
Estatística F	0,3856	1,1153	1,7586
Estatística χ^2	0,3860	1,1159	1,7588

Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se 20 desfasamentos. ** Denota um nível de significância de 1%

Como não se rejeita a hipótese nula de inexistência de heterocedasticidade então, conclui-se pela inexistência deste fenómeno e, portanto, todos estes modelos conseguiram capturar este fenómeno, justificando-se por isso a necessidade de modelos de heterocedasticidade condicionada.

Para confirmar estes resultados analisou-se o correlograma do quadrado dos resíduos que juntamente se apresenta para cada um dos modelos

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.016	-0.016	0.3971	0.529
		2	0.007	0.007	0.4823	0.786
		3	0.022	0.022	1.2877	0.732
		4	-0.008	-0.007	1.3928	0.845
		5	-0.000	-0.001	1.3928	0.925
		6	-0.006	-0.007	1.4589	0.962
		7	-0.003	-0.003	1.4760	0.983
		8	0.000	0.000	1.4764	0.993
		9	-0.000	0.000	1.4765	0.997
		10	-0.027	-0.027	2.7140	0.987
		11	-0.004	-0.005	2.7458	0.994
		12	-0.008	-0.008	2.8465	0.997
		13	-0.003	-0.002	2.8616	0.998
		14	-0.008	-0.008	2.9568	0.999
		15	-0.022	-0.022	3.7948	0.998
		16	0.032	0.031	5.4555	0.993
		17	-0.036	-0.035	7.6538	0.973
		18	-0.033	-0.034	9.4612	0.948
		19	-0.003	-0.006	9.4798	0.965
		20	0.006	0.007	9.5328	0.976
		21	-0.023	-0.022	10.412	0.973
		22	0.042	0.041	13.366	0.922
		23	-0.015	-0.014	13.740	0.934
		24	-0.002	-0.003	13.749	0.952
		25	0.014	0.011	14.100	0.960
		26	-0.030	-0.027	15.604	0.945
		27	-0.024	-0.028	16.590	0.941
		28	-0.007	-0.009	16.662	0.955
		29	-0.012	-0.012	16.918	0.963
		30	-0.001	-0.001	16.919	0.974
		31	0.008	0.008	17.030	0.980
		32	-0.019	-0.020	17.634	0.981
		33	-0.013	-0.015	17.924	0.985
		34	0.012	0.012	18.149	0.988
		35	-0.029	-0.029	19.528	0.984
		36	0.016	0.011	19.945	0.986

Figura 3.8. Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo AR (2) – GARCH (1,1)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.026	-0.026	1.1350	0.287
		2	-0.013	-0.013	1.4051	0.495
		3	0.023	0.023	2.3151	0.510
		4	0.008	0.009	2.4146	0.660
		5	-0.004	-0.002	2.4351	0.786
		6	0.004	0.004	2.4685	0.872
		7	-0.011	-0.011	2.6634	0.914
		8	-0.013	-0.013	2.9281	0.939
		9	0.002	0.001	2.9343	0.967
		10	-0.012	-0.012	3.1650	0.977
		11	0.011	0.011	3.3585	0.985
		12	0.001	0.002	3.3615	0.992
		13	0.000	0.001	3.3616	0.996
		14	0.002	0.002	3.3711	0.998
		15	-0.018	-0.019	3.9278	0.998
		16	0.030	0.029	5.4026	0.993
		17	-0.028	-0.027	6.7063	0.987
		18	-0.015	-0.015	7.0962	0.989
		19	0.009	0.007	7.2349	0.993
		20	0.003	0.003	7.2470	0.996
		21	-0.017	-0.015	7.7186	0.996
		22	0.083	0.081	19.138	0.637
		23	0.008	0.011	19.236	0.687
		24	0.028	0.032	20.549	0.665
		25	0.032	0.029	22.311	0.618
		26	-0.025	-0.024	23.364	0.612
		27	-0.009	-0.012	23.503	0.658
		28	0.014	0.010	23.818	0.691
		29	0.013	0.016	24.086	0.725
		30	0.013	0.017	24.367	0.755
		31	0.031	0.033	25.956	0.723
		32	-0.007	-0.004	26.041	0.762
		33	-0.011	-0.011	26.230	0.792
		34	0.026	0.024	27.405	0.781
		35	-0.006	-0.007	27.464	0.814
		36	0.023	0.022	28.338	0.815

Figura 3.9. Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo AR (2) – EGARCH (1,1)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.033	-0.033	1.7835	0.182
		2	-0.014	-0.016	2.1263	0.345
		3	0.009	0.008	2.2468	0.523
		4	-0.012	-0.011	2.4753	0.649
		5	0.003	0.003	2.4955	0.777
		6	-0.002	-0.002	2.4995	0.869
		7	-0.007	-0.006	2.5725	0.922
		8	-0.009	-0.010	2.7108	0.951
		9	-0.005	-0.006	2.7533	0.973
		10	-0.015	-0.016	3.1212	0.978
		11	0.005	0.004	3.1666	0.988
		12	-0.000	-0.001	3.1668	0.994
		13	-0.000	-0.000	3.1670	0.997
		14	-0.004	-0.004	3.1935	0.999
		15	-0.022	-0.022	3.9831	0.998
		16	0.027	0.025	5.2089	0.995
		17	-0.026	-0.025	6.3555	0.990
		18	-0.022	-0.023	7.1571	0.989
		19	0.007	0.004	7.2503	0.993
		20	-0.003	-0.002	7.2631	0.996
		21	-0.016	-0.016	7.6803	0.996
		22	0.077	0.075	17.472	0.737
		23	0.001	0.005	17.474	0.785
		24	0.027	0.030	18.737	0.766
		25	0.019	0.019	19.354	0.780
		26	-0.020	-0.016	20.021	0.791
		27	-0.016	-0.019	20.463	0.811
		28	0.008	0.006	20.564	0.843
		29	0.008	0.009	20.666	0.871
		30	0.008	0.010	20.769	0.895
		31	0.020	0.023	21.443	0.900
		32	-0.009	-0.006	21.574	0.918
		33	-0.012	-0.012	21.822	0.931
		34	0.017	0.017	22.290	0.939
		35	-0.013	-0.013	22.561	0.948
		36	0.017	0.016	23.072	0.953

Figura 3.10. Correlograma do quadrado dos resíduos do modelo AR (2) – TGARCH (1,1)

Para além da análise efetuada fez-se uma análise às estatísticas descritivas dos resíduos de cada uma dos modelos que se apresentam nas tabelas seguintes.

Tabela 3.9. Tabela dos resíduos do modelo AR (2) – GARCH (1,1)

	Média	Desvio-Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
Resíduos do modelo AR(2)-GARCH(1,1)	-0,0585	0,9869	-0,3008	3,8934	381,2997**

** Denota um nível de significância de 1%

Como podemos analisar na Tabela dos resíduos do modelo AR (2) – GARCH (1,1), a média é negativa e apresenta um valor mais afastado de zero, de encontro com o que foi calculado inicialmente. O desvio-padrão também tem um valor consideravelmente mais elevado face aos anteriores. A curtose continua claramente a apresentar valores elevados (> 3) e positiva. Ao analisar estes resultados podemos averiguar que não se segue uma distribuição normal, pois a curtose é superior a 3. Assim sendo, o teste de Jarque-Bera rejeita a hipótese da normalidade pois apresenta valores elevados.

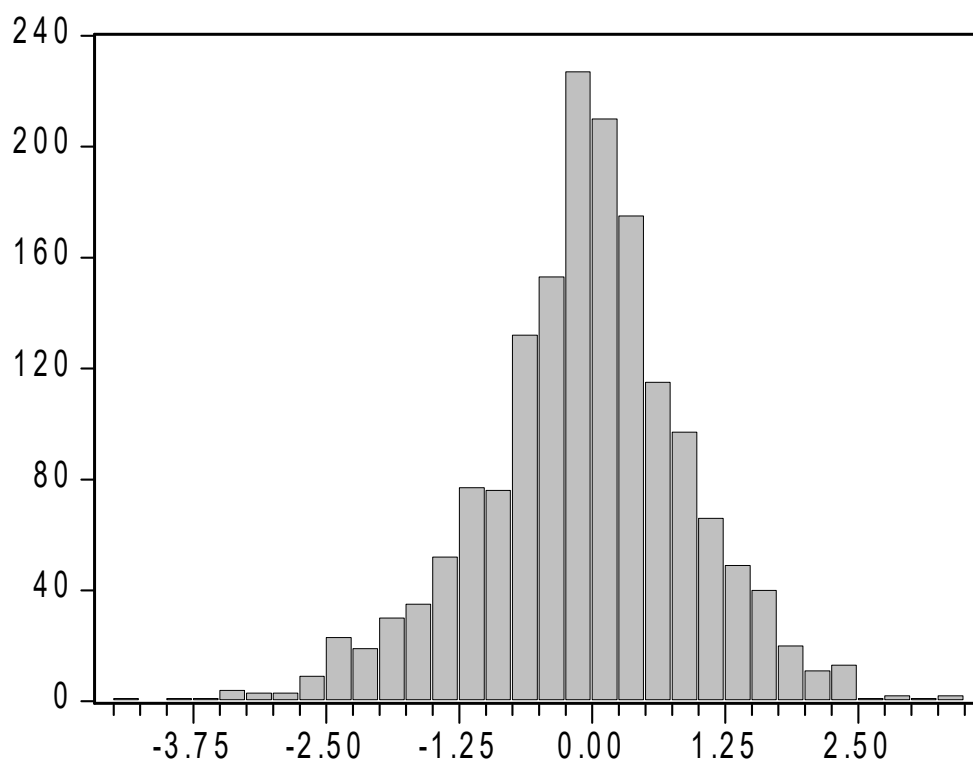


Figura 3.11. Histograma dos resíduos do modelo AR (2) – GARCH (1,1)

Tal como já tínhamos verificado anteriormente os resíduos do modelo GARCH não seguem uma distribuição normal, tal como nos demonstra o Histograma acima apresentado.

Em seguida iremos analisar os resultados do modelo EGARCH.

Tabela 3.10. Resíduos do modelo AR (2) – EGARCH (1,1)

	Média	Desvio-Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
Resíduos do modelo AR (2) – EGARCH (1,1)	-0,0232	0,9934	-0,3213	4,0481	103,773**

** Denota um nível de significância de 1%

A tabela 3.10 dos resíduos do modelo AR (2) – EGARCH (1,1), mostra-nos que a média continua a ser negativa e mais afastado de zero, em comparação com os valores iniciais, mas mais próxima comparando com a média do modelo GARCH. Quanto ao desvio-padrão, o mesmo tem um valor positivo, consideravelmente mais elevado que os valores iniciais, mas apenas relativamente mais elevado em relação ao modelo GARCH. Quanto à curtose os valores são elevados (> 3) e positivos. Como a curtose apresenta um valor superior a três (3) podemos dizer que os resíduos não seguem uma distribuição normal. Tal como em GARCH, como o valor de Jarque-Bera apresenta um valor elevado o mesmo rejeita a hipótese da normalidade.

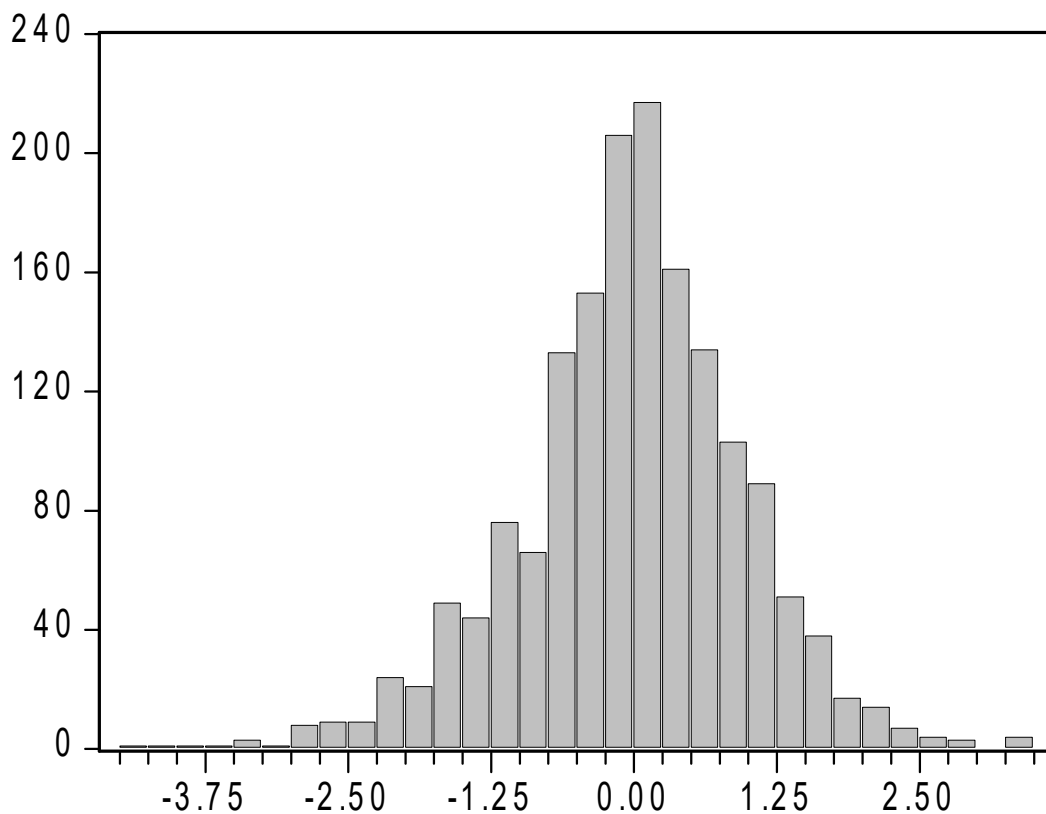


Figura 3.12. Histograma dos resíduos do modelo AR (2) – EGARCH (1,1)

No Histograma (Figura 3.12) verificamos que, tal como tínhamos visto anteriormente, os resíduos do modelo EGARCH não seguem uma distribuição normal.

Por fim, iremos analisar os resultados do modelo TGARCH para testar se a série apresenta estas características.

Tabela 3.11. Resíduos do modelo AR (2) – TGARCH (1,1)

	Média	Desvio- Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
Resíduos do modelo AR (2) – TGARCH (1,1)	-0,0314	0,9923	-0,3420	4,0473	107,450**

** Denota um nível de significância de 1%

A tabela dos resíduos do modelo AR (2) – TGARCH (1,1) (Tabela 3.11), à margem dos resultados anteriormente analisados, indica a média negativa e um valor mais afastado de

zero, ao comparar com os valores iniciais, mas mais próxima quando comparada com o modelo EGARCH. O desvio-padrão apresenta, tal como nos modelos anteriormente analisados, um valor consideravelmente elevado em relação ao valor inicial, mas inferior em relação ao modelo EGARCH. A curtose continua a apresentar valores elevados (> 3) e positiva. Após a análise dos resultados conclui-se que os resíduos não seguem uma distribuição normal, pois a curtose é superior a 3. No teste de Jarque-Bera devido aos valores elevados, e tal como os resultados obtidos nos modelos anteriores, rejeita a hipótese da normalidade.

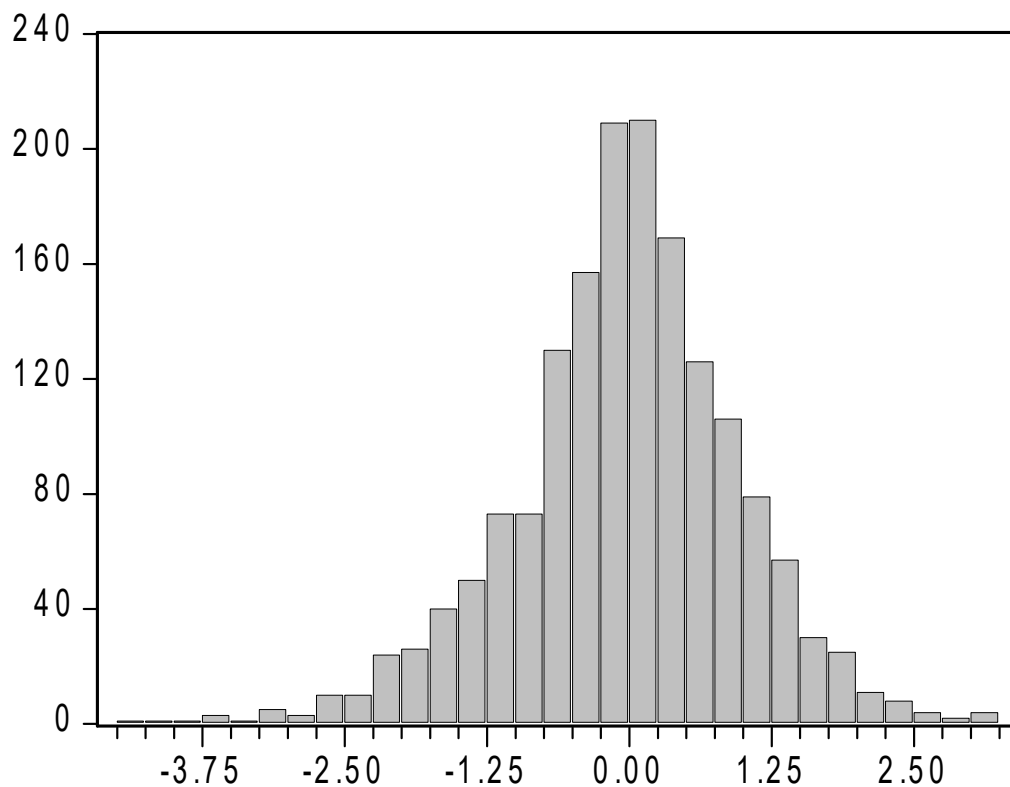


Figura 3.13. Histograma dos resíduos do modelo AR (2) – TGARCH (1,1)

No Histograma acima verificamos que, tal como tínhamos visto anteriormente, os resíduos do modelo TGARCH não seguem uma distribuição normal.

Pelos histogramas verifica-se que os resíduos dos modelos estimados não seguem uma distribuição normal.

3.5. Síntese do Capítulo

O presente capítulo recai sobre a modelação da volatilidade condicionada das rendibilidades do índice DAX - 30 em questão.

Os resultados encontrados mostram-nos a volatilidade que os índices do DAX – 30 alcançaram durante o período de 11/1/2010 a 6/5/2016, verificou-se um grau de oscilação elevado, de uma determinada variável ao longo do tempo. Nesse sentido, e como foi estudado, quanto maior a variação maior a volatilidade associada e vice-versa.

Com a análise dos principais testes que possibilitaram aprovar as estatísticas descritivas, a autocorrelação, a heterocedasticidade e a estacionariedade dos valores das rendibilidades, foi possível apurar que a estimação dos modelos EGARCH (1,1) e TGARCH (1,1) são adequados para evidenciar a existência do efeito assimétrico na volatilidade da amostra.

Analizamos então os resíduos dos modelos, abordados ao longo desta investigação, para testes a presença de heterocedasticidade condicionada. Averiguou-se que, quer pela análise dos correlogramas do quadrado dos resíduos, quer pelo teste ARCH-LM se confirmou a evidência de heterocedasticidade condicionada.

De modo a podermos proceder à análise, começou-se por especificar a função da média condicionada a partir das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial opta-se por um modelo AR (2) para capturar a autocorrelação presente nos dados. De modo a podermos proceder à análise começou-se, por optar por utilizar o modelo autorregressivo AR (2). Onde, se verificou a inexistência de autocorrelação e foi por isso capturada a dependência linear dos resíduos.

Foi possível também estimar o modelo EGARCH (1,1) e TGARCH (1,1) que ao tratar-se de modelos heterocedásticos, foi relevante verificar a existência de valores nos resíduos. Podemos deste modo concluir que os modelos escolhidos para a estimação do efeito assimétrico do DAX - 30 foram os mais apropriados.

Concluimos deste modo que a volatilidade entre 2010 e 2016 apresenta com clareza *clusters*, pois ao observar a evolução das rendibilidades, apuramos a existência de comportamentos bastante díspares ao longo do tempo, ou seja a, a volatilidade da série não é homogênea.

O teste Jarque Bera é rejeitado, pelo que verificamos que a série não é normal, verificando a existência de curtose. Concluindo, através do histograma das rendibilidades, que há lugar a *fat tails*.

Por fim efetuou-se a análise da assimetria da volatilidade, onde podemos concluir que durante o período estudado existem diferenças entre impactos positivos e negativos, ou seja, a volatilidade oscila mais após as “más notícias” do que após as “boas notícias”.

IV. Capítulo - Conclusões

A presente investigação tem como principal objetivo aferir se existe, ou não, uma possível assimetria na volatilidade das variabilidades do DAX-30, o que após toda a análise concluída podemos afirmar que a mesma é obtida.

Assim, e perante o que foi apresentado durante esta investigação é possível afirmar que o objetivo foi cumprido.

Foi possível concluir que o termo volatilidade utiliza-se para definir o grau de oscilação de uma variável ao longo do tempo.

Assim, podemos afirmar que estão diretamente relacionadas, ou seja, quanto maior for a sua variação, maior será a volatilidade. Foi igualmente possível aferir que existem três tipos de volatilidade: a histórica, que diz respeito à variabilidade das cotações de um ativo em determinado período de tempo ocorrido no passado; a implícita, que reflete aquilo que o mercado pensa sobre determinado ativo naquele momento; e, a futura, considerada por muitos investigadores como a mais interessante devida à imprevisibilidade lógica do futuro.

Os resultados obtidos tiveram como base modelos estatísticos com maior visibilidade e mais conceituados, nomeadamente os desenvolvidos por Engle (1982).

Desta forma, e tendo como base o tema desta investigação, os modelos abordados foram o modelo ARCH com o desenvolvimento dos modelos EGARCH e TGARCH, considerados os mais indicados para desenvolver o tema proposto.

Foi possível comprovar que estes modelos são os mais adequados para evidenciar a existência do efeito assimétrico na volatilidade da amostra, uma vez que a estimativa dos modelos EGARCH (1,1) e TGARCH (1,1) se mostrou adequada aquando da realização de testes para avaliar a estatística descritiva, autocorrelação, heterocedasticidade e estacionariedade dos valores das rendibilidades.

Para uma correta aplicação dos mesmos, foi obrigatório verificar os pressupostos, nomeadamente estacionariedade, heterocedasticidade e correlação. Uma vez que existia autocorrelação nos testes iniciais, considera-se a autocorrelação segundo o modelo AR (p), para os resíduos AR (2).

Através deste último teste, verificou-se a inexistência da autocorrelação e assim foi capturada a dependência linear dos resíduos.

A correta aplicação destes modelos leva á conclusão que a volatilidade do período de 11/01/2010 a 06/05/2016, apresenta claros indícios de *clusters*, uma vez que podemos verificar a existência de alterações de comportamento ao longo do tempo.

Podemos então concluir que existe um período em que a volatilidade é mais significativa, comprovando-se o facto de aquando a existência de uma alta volatilidade, se sucederem períodos de alta volatilidade.

Foi possível concluir igualmente que existem *fat tails*, uma vez que se verifica que a série não é normal e que existe curtose, através do histograma das rendibilidades, no qual o teste Jarque Bera é rejeitado. Desta forma podemos sintetizar que distribuições com caudas mais espessas que a normal indicam que a ocorrência de eventos extremos, bem como de movimentos violentos é mais provável do que a apresentada pela distribuição normal.

Em relação à análise de possível assimetria de volatilidade, podemos afiançar que o período compreendido entre 2010 e 2016 apresenta sinais de assimetria, apresentando respostas diferentes a choques positivos e negativos.

É importante referir, que, desta forma, a volatilidade do mercado é maior após “más notícias” do que após “boas notícias”.

A volatilidade dos mercados está abundantemente relacionada com oscilações positivas ou negativas.

V. Capítulo - Bibliografia

- ASCENSO, Elisete Alexandra Coelho – **A assimetria na volatilidade das rendibilidades do preço do crude. Lisboa: ISCAL, 2016.** Dissertação de Mestrado
- AURÉLIO, Cristina Maria Amaral - **Assimetria na volatilidade dos mercados de ações. Lisboa: ISCAL, 2012.** Dissertação de Mestrado
- BAI, Jushan; PERRON, Pierre - *Computation and analysis of multiple structural change models. **Journal of applied econometrics**, 18:1 (2003) 1-22.*
- BANERJEE, Anindya; URGA, Giovanni - *Modelling structural breaks, long memory and stock market volatility: an overview. **Journal of Econometrics**, 129.1 (2005) 1-34.*
- BEKAERT, Geert, WU, Guojun – *Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets. **The Review of Financial Studies Spring. The Society for Financial Studies.** ISSN. 08939454. 13:1 (2000) 1-42.*
- BENTES, S. R.; MENEZES, R.; MENDES, D. A. – **Long Memory and volatility clustering: Is the empirical evidence consistente across stcok markets? *Physica A* 387 (2008) 3826-3830**
- BENTES, Sónia – **Sobre a Medição da Volatilidade nos Mercados Bolsistas Internacionais: Evidência dos Países do G7.** Lisboa: Edições Colibri/Instituto Politécnico de Lisboa, 2011. 230 pp. ISBN 978-989-689-124-4
- BENTES, Sónia; MENEZES, Rui; FERREIRA, Nuno – *On the Asymmetric Behaviour of Stock Market Volatility: Evidence From Three Countries. **International Journal of Academic Research.** 5: 6 (2013)*
- BERA, A., e HIGGINS M. - **ARCH Models: properties, estimation and testing. *Journal of Economic Surveys* 7 (1993) 305-366**
- BERAN, J. – *Statistics for Long Memory Processes.* Champ and Hall, New York, 1994
- BOLLERSLEV, Tim - *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. **Journal of Econometrics.** ISSN 03044076. 31:3 (1986) 307-327.*
- BOLLERSLEV, Tim, CHOU, Ray, KRONER, Keneth – *ARCH Modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. **Journal of Econometrics.** ISSN 03044076. 52:1(1992) 5- 59.*

- BOUCHAUD, J.P. – *Elements for a theory of financial risks*, *Physica A* 285, (2000) 18-28.
- BOWERMAN, B. L. e O'CONNEL, R. T. - *Time series and forecasting*, California, Duxbury, 1979
- BROCK, W.A., e SAYERS, C. – *Is the business cycle characterized by deterministic chaos?* *Journal os Monetary Economics*. 22 (1998) 71-90
- BROOKS, C. - *Introductory econometrics for Finance*, The ISMA Centre, University of Reading, Cambridge Press, 2002
- BROWN, G.W., e M.T. Cliff - *Investor sentiment and the near-term stock market*, *Journal of Empirical Finance* 11 (2004) 1-27
- CAMPBELL, J. Y., - *Stock Returns and the Term Structure*. *Journal As Financial Economics* 18, (1987), pp 373-399.
- CAMPBELL, J. Y., e HENTSCHEL, L – *No news is good news: na asymmetric model of changing volatility in stock returns*, *Journal of Financial Studies* 31 (1992) 281-318.
- CAMPBELL, John Y., et al. - *The econometrics of financial markets*. Princeton, NJ: Princeton University press, 1997.
- CHAMBERS, M. – *Long memory and aggregation in macroeconomic time series*, *International Economic Review* 39 (1998) 1053-1072.
- CHATTERJEE, Sangit; YILMAZ, Mustafa R. - *Chaos, fractals and statistics*. *Statistical Science*, (1992) 49-68
- CONT, Rama – *Volatility Clustering in Financial Markets: Empirical Facts And AgentBased Models*. *Centre de Mathematiques appliquées, Ecole Polytechnique*, 2001
- DAVIDSON, J., e TERASVIRTA T.T. – *Long memory and nonlinear time series*, *Journal of Econometrics* 110 (2002) 105-437.
- DECOSTER, G.P., e MITCHELL, D.W. – *Nonlinear monetary dynamics*, *Journal of Business and Economic Statistics* 9 (1991) 455-462
- DECOSTER, G.P., e MITCHELL, D.W. – *Reply (Nonlinear monetary dynamics)*, *Journal of Business and Economic Statistics* 12 (1994) 136-137

- DE LONG, J.B.; SHLEIFER, A.; SUMMERS, L.H. e WALDMANN R.J. – *Noise trader risk in financial markets*, ***Journal of Political Economy*** 98 (1990) 703-738.
- DICKEY, David A.; FULLER, Wayne A. - *Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root*. ***Econometrica: Journal of the Econometric Society***, 1981, 1057-1072.
- ENGLE, Robert – *Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*. ***Econometrica***. ISSN 0012-9682. 50:4 (1982) 987- 1007.
- FAMA, Eugene – *Mandelbrot and the Stable Paretian Distribution*. ***The Journal of Business***. ISSN 0021-9398. (1963) 420-429.
- FAMA, Eugene – *The Behavior of Stock Market Prices*. ***The Journal of Business***, ISSN 0021-9398. (1965) 34-105.
- FERREIRA, Domingos – **Opções Financeiras Avançadas**. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2006. 538 pp. ISBN 978-972-618-413-3.
- FERREIRA, Domingos – **Opções Financeiras – Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem**. 2ª Edição. Lisboa: Edições Sílabo, 2009. ISBN 978-972-618-519-2.
- FERREIRA, Domingos – *Instrumentos Financeiros*. Lisboa: Letras e Conceitos, Lda., 2011. 671 pp. ISBN 978-989-8305-21-3.
- FISCHER, K.L., e M. STATMAN - *Investor sentiment and stock returns*, ***Financial Analysts Journal*** 56, 2000, 16-23.
- FRANK, M. e STENGOS, T. – *Some evidence concerning macroeconomic chaos*, ***Journal of Monetary Economics*** 22 (1988) 1569-1584.
- FORBES, Kristin J.; RIGOBON, Roberto - *No contagion, only interdependence: measuring stock market comovements*. ***The journal of finance***, 57.5 (2002) 2223-2261.
- GLOSTEN, L.R., JAGANNATHAN, R., RUNKLE, D. - *On the relation between value and volatility of nominal excess returns on stock*. ***Journal of Finance***, 1993, 1179–1801.
- GRANGER, Clive William John; MORGENSTERN, Oskar - ***Predictability of stock market prices***. Lexington, MA: Heath Lexington Books, 1970.

- GRANGER, C., e MACHINA M. J. - **Structural attribution of observed volatility clustering.** *Journal of Econometrics*, 135.5 (2006) 15-29.
- GROSSMAN, S. J. e SHILLER, R. J. – **The determinants of the variability of stock market prices.** *The American Economic Review* 71, 2, *Papers and proceedings of the Ninety-Third Annual Meeting of the American Economic Association* (1981), 222-227
- GRUBEL, Herbert G. - **Internationally diversified portfolios: welfare gains and capital flows.** *The American Economic Review*, 1968, 1299-1314.
- HAAN, W.J., e SPEAR S.A. - **Volatility clustering in real interest rates: Theory and evidence,** *Journal of Monetary Economics*, 41.3 (1998), 431-453.
- HAMILTON, J. D.; SUSMEL, R. – **Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime.** *Journal of Econometrics*, 64.1 (1994) 307-333.
- HAMILTON, James D. - **Understanding crude oil prices.** *National Bureau of Economic Research*, 2008.
- HAMILTON, J. D. - **Causes and Consequences of the Oil Shock of 2007–08.** *Brookings Papers on Economic Activity*, 2009, 215-261.
- HARRISON, R.G.; YU, D.; OXLEY, L.; LU, W.; e GEORGE, D. – **Nonlinear noise reduction and detecting chaos: some evidence from S&P composite price index,** *Mathematics and Computers in Simulation* 48 (1999) 497-502.
- HSIEH, David A. - **Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets.** *The journal of finance*, 46.5 (1991) 1839-1877.
- HSU, D. A. - **A Bayesian robust detection of shift in the risk structure of stock market returns.** *Journal of the American Statistical Association*, 77.377 (1982) 29 – 39.
- HSU, Chiu-Hsieh, et al. - **Multiple imputation for interval censored data with auxiliary variables.** *Statistics in medicine*, 26.4 (2007) 769-781.
- HURST, H.E. – **Long-term storage capacity of reservoirs,** *Transactions os American Society of Civil Engineers* 116 (1951) 770-799.
- HURST, H.E. – **A suggested statistical modelo f some time series that occur in nature,** *Nature* 180 (1957) 494.
- KANAS, Angelos - **Volatility spillovers across equity markets: European evidence.** *Applied Financial Economics*, 8.3 (1998) 245-256.

- KAROLYI, G. Andrew; STULZ, René M. - *Why do markets move together? An investigation of US-Japan stock return comovements. **The Journal of Finance**, 51.3 (1996) 951-986.*
- KASA, K. – *Common stochastic trends in international stock markets, **Journal of Monetaru Economics** 29 (1992) 95-124.*
- KENDALL, M. G. – ***The Analysis of Economic Time-Series-Part I: Prices.** Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), Volume 116, Issue 1 (1953), 11- 34*
- KON, S., - *Model of stock returns: a comparison, **The Journal of Finance** 39, (1984) 147-165.*
- LEBARON, B. – *Some relations between volatility and serial correlations in stock market returns, **Journal of Business** 65 (1992) 199-219.*
- LEE, Charles; SHLEIFER, Andrei; THALER, Richard H. - *Investor sentiment and the closed-end fund puzzle. **The Journal of Finance**, 46.1 (1991) 75-109.*
- LEE, B-S., e KIM, K.J. – *Does the October 1987 crash strengthen the co-movements among national stock markets? **Review of Financial Economics** 3 (1993)3-26.*
- LIN, W.L.; ENGLE, R.F. e ITO, T. – ***Do bulls and bears mode across borders? International transmission of stock returns and volatility, The Review of Financial Studies** 7 (1994) 507-538.*
- LONGIN, Francois; SOLNIK, Bruno - *Extreme correlation of international equity markets. **Journal of Finance**, 2001, 649-676.*
- LONG, J. Bradford, et al. - *Noise trader risk in financial markets. **Journal of political Economy**, 1990, 703-738.*
- MANDELBROT, B. – ***The variation of certain speculative prices.** **Journal of Business**, 1963, 394-419*
- MANDELBROT, B. – *Statistical methodology for non periodic cycles: from the covariance to R/S analysis, **Annals of Economic and Social Measurement**, 1972, 259-290.*
- MANDELBROT, B., WALLIS, J. – *N. Joseph and operational hydrology, **Water Resources Research** 4 (1968) 909-918.*

- MANTEGNA, R.; STANLEY, H. E. - *An Introduction to Econophysics Cambridge University Press. Cambridge, MA, 2000.*
- MASOLIVER, Jaume; MONTERO, Miquel; PORRÀ, Josep M. - *A dynamical model describing stock market price distributions. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 283.3 (2000) 559-567.
- MCLEOD, Angus Ian; HIPEL, Keith William - *Preservation of the rescaled adjusted range, 1: a reassessment of the Hurst phenomenon. Water Resources Research*, 14.3 (1978) 491-508.
- MCCAULEY, J. – *Dynamics of Markets: Econophysics and Finance*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- MCLEOD, Allan I.; LI, William K. - *Diagnostic checking ARMA time series models using squared residual autocorrelations. Journal of Time Series Analysis*, 4.4 (1983) 269-273.
- MERTON, Robert C - *Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. Journal of financial economics*, 3.1 (1976) 125-144.
- NEAL, Robert; WHEATLEY, Simon M. - *Do measures of investor sentiment predict returns?. Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 33.04 (1998) 523-547.
- NELSON, D. B. - *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*, *Econometric* 59, No 2, pp 347 – 370, March, 1991.
- PETERS, Edgar E. - *Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility*. John Wiley & Sons, 1996.
- PINHO, Carlos; VALENTE, Ricardo; MADALENO, Mara; VIEIRA, Elisabete – **Risco Financeiro – Medida e Gestão**. Lisboa: Edições Sílabo, 2011. ISBN 978-972-618-658- 8
- PORTEBA, J.M., SUMMERS, L.H. - *The persistence of volatility and stock market returns. American Economic Review*. 76:1 (1986) 1142–1151. [Consult. 19 Jun. 2016] Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=334288>
- RODRIGUES, Carina Sofia Fernandes – **Volatilidade Implícita. Importância na valorização das opções financeiras e significado dos índices de volatilidade implícita**. Lisboa: ISCAL, 2010. Dissertação de Mestrado

- ROSSI, A., e G.M. GALLO, *Volatility estimation via hidden Markov models*, *Journal of Empirical Finance* 13, 2006, 203-230
- SANTIS, G. e IMOROHOROGLU S. - *Stock returns and volatility in emerging financial markets*. *Journal of International Money and Finance*, 16.4 (1997) 561-579
- SCHWERT, G.W. – **Why does stock market volatility change over time?** *Journal of Finance* 44, (1989) 1115-1153.
- SIKLOS, P.L. e SKOCZYLAS L.F. - *Volatility clustering in real interest rates: international evidence*. *Journal of Macroeconomics*, 24.2 (2002) 193-209
- SILVA, Washington Santos da; SÁFADI, Thelma; CASTRO JÚNIOR, Luiz Gonzaga de - Uma análise empírica da volatilidade do retorno de *commodities* agrícolas utilizando modelos ARCH: os casos do café e da soja. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, 2005, 43.1: 119-134.
- SIMON, David P.; WIGGINS, Roy A. - *S&P futures returns and contrary sentiment indicators*. *Journal of futures markets*, 21.5 (2001) 447-462.
- VERHOEVEN, P., e MCALEER, M. – *Fat tails and asymmetry in financial volatility models*, *Mathematics and Computers in Simulations* 64, (2004) 351-361.
- WANG, Y-H.; KESWANI, A. E TAYLOR, S.J. – *The relationships between sentiment, returns and volatility*, *International Journal os Forecasting* 22, (2006) 109-123.
- ZAKOIAN, Jean-Michel - *Threshold Heteroskedastic Models*. *Journal of Economic Dynamics and Control*. ISSN 01651889 (1994) 931-955