DIFERENCIAÇÃO PEDAGÓGICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ana Beatriz Sales dos Reis

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2024-2025

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

DIFERENCIAÇÃO PEDAGÓGICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ana Beatriz Sales dos Reis

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Orientador: Isabel Maria Palmeiro Velez

Júri

Presidente: Susana Paula Gomes Costa Pereira
Arguente: Lina Maria Amador Brunheira Assunção
Orientador: Isabel Maria Palmeiro Velez

2024-2025

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA

POLITÉCNICO DE LISBOA

Agradecimentos

"All our dreams can come true if we have the courage to pursue them"

Walt Disney, s.d.

É aqui que paro para **pensar**, **planear** e **agradecer**. Dizem que os sonhos são como **borboletas**: dentro daquilo que vão podendo ser, desenvolvem-se em casulos de esperança num ciclo de obstáculos, renovação e libertação, onde a vida fica mais bela quando aproveitamos cada momento. **Metamorfoses** que nos perseguem a cada passo e fazem crescer as asas que nos deixam, todos os dias, voar sempre um bocadinho mais alto. Eu vou voando. Ou melhor, já voei. Pelo menos até aqui. Até onde foi possível. Até onde a **estrelinha** mais brilhante me protegeu. E protege, mesmo sabendo que o céu não é o limite. A corrida feroz da vida passa-nos ao lado, muitas vezes sem avisar e vai deixando ou levando, um pouco dos outros, um pouco de nós. Um pouco de todos.

Assim, o meu primeiro e mais importante agradecimento não vai para quem me trouxe à vida, mas sim **para quem me ensinou a viver**. Para quem me ensinou a nadar, a andar de bicicleta, a escrever e a ler, a ver o mundo tal como ele é, tal como ele devia ser. Para quem me diz desde que me lembro que tenho de fazer o que me fizer sentido, o que me fizer mais feliz. Sempre com o coração no sítio certo, atento às pessoas certas. Para a minha verdadeira **família**, ao meu primeiro porto de abrigo. Sem eles, o meu caminho não teria as memórias bonitas que tem, não seria o mesmo, mesmo nunca sabendo como iria ser. Aos meus **pais**, **Fernanda** e **José**, às minhas **irmãs Íris** e **Mariza**, ao meu **irmão Paulo**, ao meu **sobrinho Diogo**, a todos os **tios** e **tias** "emprestados" e a todos os que já são **primos**, ainda que dentro da barriga da sua mãe, não é **Filipa** e **Humberto**? Ao abraço e palavras da **Ana Rute**, do **Pedro Henrique** e **Diego**. Agradeço por cada minuto em que pensaram e pensam em mim, porque vocês estão no meu pensamento, a todos os minutos. Sei que isto não costuma fazer parte de mim, e pode parecer estranho, mas estas linhas não definem a nossa vida, e sim a pequena grande palavra que a minha alma expressa a sorrir: **Amo-vos**.

A todas as minhas **amizades - Rafael**, **Lara**, **Carolina**, **Eva**, **Jéssica**, **Maria**, **Beatriz**, **Inês**, **Miguel** e **Bárbara** - que, até hoje, venceram o tempo, a distância e o silêncio. Foram estes amigos que sempre compreenderam a falta que lhes fiz quando o trabalho gritava mais alto que um cafezinho a seguir às aulas ou que um jantar às 20h no Parque das Nações. Obrigada por todas as palavras de carinho que aqueceram o meu coração, e por todos os abraços que só eu sei que são os melhores do mundo. Desculpem por todas as mensagens que só viram respondidas três dias depois, mas obrigada por todas as chamadas de duas horas em que falávamos de nós, dos nossos e de tudo o que teríamos para fazer. Só queríamos que o dia tivesse 72 horas, é o que a Susana está sempre a dizer.

A **Susana**...amiga de uma vida e para a vida. Aquela que, com meio século de vida me ouve as todas as horas. A que nunca me deixou desistir de nada, mesmo quando o mundo parecia estar virado do avesso. Foi com ela que aprendi a ser mas criativa e idiota. Quais castelos de Guimarães, quais quê? O que nós queríamos mesmo era construir uma sala de aula em papelão no meio da floresta, com uma tenda debaixo de uma árvore para contar histórias. Aquelas que se contam com os meninos todos à nossa volta, enrolados nas nossas pernas e ansiosos pela próxima página. O que nós queremos **é conquistar tudo o que o mundo tem** para nos oferecer.

Já vou a meio e sim, é a altura ideal para agradecer a quem, entre graus dos adjetivos e sistemas do corpo humano, planetas e ciclos das plantas, me tirou da zona de conforto e fez saltar da caixa. A quem me diz até hoje que a nossa essência é mais importante que qualquer teoria que possamos aprender. A quem apostou todas as fichas no meu trabalho e na minha identidade enquanto estagiária. A quem diz que já sou professora, ou melhor, que já o era há muito. Para chegar a um terço daquilo que os meus eternos professores são, terei de subir muitas escadas e fazer milhares de rotinas em alfabetos para saber escrever a minha história. Aos mestres na arte de educar - **João** e **Rita** - que, antes cooperantes e agora colegas, me acolheram nas suas salas para me mostrarem como é ser professor a sério. Que, com todo o seu amor, apoio, dedicação, e por vezes, algum cansaço, viram e reviram, páginas e páginas de planificações para que o algoritmo da divisão saísse bem, e para que a narrativa fosse o mais orgânica possível. Nunca terei palavras suficientes para agradecer tudo o que fizeram e fazem por mim. Se os meus pés estão mais assentes do que nunca, é porque houve um dia em que a lua os veio buscar só para inventar.

À **Daniela** e às **Patrícias** que me receberam por motivos diferentes e em momentos diferentes. Mas que, com a delicadeza que as caracteriza, colocaram a minha bússola na orientação certa, para que encontrasse o meu Norte. Faltam-me as sílabas e os ditongos mais adequados para descrever o quão especial é o lugar onde moram em mim. E percebam quão difícil é falar sobre quem me fez sempre decorar que a toalha não se deita ao chão, pois serve para limpar o suor do nosso esforço e cobrir as nossas angústias, quando tudo parece estar a desabar. Entendam quão emocionada estou ao ver que dois parágrafos é pouco para agradecer aos que me dizem a palavra certa na hora certa. Aos que, como a Concha e o pirata procuram por quem lhes é familiar, porque quem têm tanta estima e pelo que nunca mais querem perder. À **Margarida**, à **Luísa**, à **Helena** e ao **Fábio** que agora, meus parceiros, já sabem que o "TOC" me define e que gostam de mim assim como sou. Que também me ajudam quando tenho dúvidas, e que têm de ouvir o metalofone, as minhas cantorias ou então os "Amigos Coloridos" nos intervalos da manhã. Obrigada por estarem sempre lá para tudo o que de aleatório tenho para dizer e por quererem adotar as minhas ideias (muito) loucas, mesmo quando não têm pernas para avançar. Agradecer ao **António** por me proporcionar a melhor experiência da minha vida e, acima de tudo, dar-me a oportunidade de mostrar que os milhares de estágios e voluntariados valeram a pena. É por isso que estou aqui, ou lá, no **CPA**, um lugar especial, onde sempre quis estar, a fazer aquilo que nunca mais quero largar. É aqui, ou lá, que nos ensinam a ser melhores para nós e para os outros, com imensa alegria, paz, vida, alguns medos e muitas dúvidas. Obrigada por confiarem no meu trabalho e por me ensinarem a começar.

Às **professoras Sandra**, **Andreia**, **Ana**, **Dora**, **Mónica** e **Jacinta** que me abriram outras portas no mundo da educação. Que me tornaram melhor escritora de coisas utópico-lamechas. Que também fizeram de mim uma pessoa mais mais. A todos os outros professores que deixaram a sua marca na minha vida, a esses, quer sejam ISPA ou ESELx, o meu muito obrigada, por todas as aulas em que contava os minutos para acabarem, e por todas as outras em que tentava aproveitar todos os segundos e mais alguns para que viessem mais Decretos-Lei e ciclos das rochas. Acreditem que cada aula foi especial e enriquecedora, a culpa era sempre do projetor.

Achavam mesmo que me ia esquecer? Nunca! O meu penúltimo agradecimento vai para duas pessoas com o mesmo nome, a mesma profissão, mas com apelidos diferentes. Ambas determinadas, rigorosas e exigentes, consigo e com todos aqueles que supervisionam. Pois se hoje estou aqui a escrever este capítulo, posso agradecer (e muitíssimo) às **professoras Isabel Alexandre** e **Isabel Velez**. Além de grandes professoras, são acima de tudo, duas pessoas maravilhosas, com o indicador no comentário certo. Com a perspicácia muito apurada e com o brio na alma. Ao longo de muitos meses foram a minha companhia favorita no e-mail e o nome que mais via nos documentos que guardava no computador. Se tivesse de as definir, diria que são uma praia: uma a areia, a outra a água. Não se sobrepõem, complementam-se, cada uma à sua maneira. A água que corre, faz ondas e acalma quando o vento deixa de soprar. A areia que absorve e filtra a água, envolvendo os nossos pés num caminho cheio de desafios, com pegadas que vão e vêm, para dentro e fora do mar. A praia onde estendemos a nossa toalha e vamos caminhar onde o Sol nunca deixa de brilhar. Foi isso que me fizeram sentir: uma pessoa que nunca quer deixar brilhar. Obrigada por tudo aquilo que me deram e por tudo aquilo que ajudaram a conquistar para ser a melhor professora que consigo.

Por último, **agradeço a ti**. Sim, a ti que chegaste até aqui com o teu mérito. Depois de tantas feridas, desafios, choros, sorrisos, derrotas e vitórias, conseguiste! Conseguiste chegar ao topo da tua montanha e hastear a bandeira pela qual tanto esperaste. Agora, perante todos aqueles que te fazem feliz, demonstras ser tu, com todas as tuas qualidades e defeitos. Daqui em diante, não sei o que é que o mundo tem para te dar, mas de uma coisa tenho a certeza: vais vencer! Não sei quando nem como, mas cada passo que dás é a confirmação de que és capaz de mais qualquer coisa, de que estás onde deverias estar. Confia na vida, ela nem sempre desilude. E só para saberes que sim:

"Fortis, fortuna adiuvat"

Virgílio, I a.C

Resumo

O presente Relatório Final resulta da Prática de Ensino Supervisionada II e integra um estudo centrado na influência das estratégias de diferenciação pedagógica no desempenho de alunos do 3.º ano na resolução de problemas matemáticos, com especial enfoque nas representações mobilizadas. A fundamentação teórica articula os princípios da escola inclusiva com os contributos de autores como Bruner (1999), Lesh, Post & Behr (1987) e Goldin (2003), destacando que a diferenciação pedagógica constitui um meio fundamental para responder à diversidade dos alunos e promover a equidade. São discutidos os diferentes tipos de representações matemáticas (ativas, icónicas e simbólicas), bem como o estabelecimento de conexões entre representações concretas e abstratas.

O estudo assume uma metodologia qualitativa, de natureza descritiva e interpretativa, enquadrada no paradigma interpretativo, procurando perceber de que modo as estratégias de diferenciação pedagógica influenciam o desempenho dos alunos do 3.º ano na resolução de problemas matemáticos, com atenção particular às representações utilizadas. Participaram 17 alunos de uma turma do 3.º ano, tendo sido implementadas três tarefas de resolução de problemas com diferentes estruturas e graus de complexidade. A recolha de dados incluiu produções escritas, registos de observação, notas reflexivas e perceções dos alunos, analisados através de um processo de categorização segundo a tipologia de representações de Bruner.

Os resultados evidenciam que, no primeiro problema, os alunos recorreram maioritariamente a representações simbólicas, revelando uma tendência inicial para a utilização mecânica do algoritmo. Nos problemas subsequentes, verificou-se uma progressiva diversificação das representações, com maior recurso a esquemas, diagramas e manipulação de materiais concretos, especialmente quando foram disponibilizadas pistas visuais, questionamento orientado e materiais manipuláveis. A diferenciação pedagógica mostrou-se determinante para apoiar os alunos com maiores dificuldades, permitindo-lhes realizar transições estruturadas entre representações ativas, icónicas e simbólicas. As perceções dos alunos reforçam o impacto positivo destas estratégias, uma vez que referiram sentir maior clareza e segurança quando podiam visualizar ou manipular elementos dos problemas.

Palavras-chave: diferenciação pedagógica; resolução de problemas; representações matemáticas

Abstract

This Final Report presents a study developed within the context of the Supervised Teaching Practice II, focusing on the influence of differentiated instructional strategies on the performance of 3rd grade students in mathematical problem solving, with particular attention to the representations they mobilise. The theoretical framework brings together the principles of inclusive education and the contributions of authors such as Bruner (1999), Lesh, Post and Behr (1987), and Goldin (2003), highlighting differentiated instruction as an essential means of responding to learner diversity and promoting equity. Different types of mathematical representations (enactive, iconic, and symbolic) are discussed, as well as the establishment of connections between concrete and abstract representations. The research followed a qualitative, descriptive and interpretative design, aligned with an interpretivist paradigm, aiming to understand how students construct and express mathematical reasoning in differentiated contexts. Seventeen 3rd-grade students participated in the study, during which three problem-solving tasks of varying structure and complexity were implemented. Data were collected through written productions, observation records, reflective notes and students' perceptions, and analysed through an iterative categorisation process based on Bruner's representational typology.

Findings show that in the first task students predominantly used symbolic representations, often relying on the mechanical use of algorithms. As subsequent tasks were introduced, a gradual diversification of representations emerged, with increased use of diagrams, drawings and concrete materials, particularly when visual cues, guided questioning and manipulatives were provided. Differentiated instruction proved essential in supporting students with greater difficulties, enabling structured transitions between enactive, iconic and symbolic representations. Students' perceptions further highlighted the positive impact of these strategies, noting greater clarity and confidence when able to visualise or manipulate elements of the problem.

Keywords: differentiated instruction; problem solving; mathematical representations

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

Lista de Abreviaturas

ASE – Ação Social Escolar

CEB – Ciclo do Ensino Básico

L – Subgrupo intermédio dentro do XL

LGP – Língua Gestual Portuguesa

M – Grupo médio de alunos

MOrE – Modelo de Organização Educativa

PASEO – Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória

PC – Professora Cooperante

PCCN – Professora Cooperante de Ciências Naturais

PCM1 – Professora Cooperante 1 de Matemática

PCM2 – Professora Cooperante 2 de Matemática

PES II – Prática de Ensino Supervisionada II

PI – Projeto de Intervenção

PLNM – Português Língua Não Materna

S – Grupo pequeno de alunos

T.T.A. – Tempo de Trabalho Autónomo

XL – Grupo de ano de escolaridade alargado

1. INTRODUÇÃO

O presente Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada II integra o percurso formativo desenvolvido ao longo do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, constituindo-se como um documento reflexivo, descritivo e analítico sobre as experiências pedagógicas vivenciadas em dois contextos de intervenção. A elaboração deste relatório resulta de um processo contínuo de observação, participação e análise crítica, no qual se procurou compreender de que modo as práticas letivas, os princípios orientadores da escola inclusiva e as orientações curriculares se interligam na construção de ambientes de aprendizagem intencionais, significativos e orientados para o desenvolvimento integral dos alunos. A prática pedagógica permitiu contactar com realidades educativas distintas, tanto ao nível da organização curricular como das metodologias de ensino, das práticas avaliativas e dos modos de relacionamento pedagógico. Estes contextos evidenciaram a complexidade da ação docente, revelando que o ensino exige uma permanente capacidade de ler, interpretar e agir sobre as necessidades emergentes das turmas, ajustando estratégias e definindo prioridades que assegurem a participação e o progresso de todos os alunos. Esta experiência tornou particularmente evidente a relevância de uma prática sustentada em princípios de equidade, de intencionalidade pedagógica e de regulação contínua das aprendizagens.

Foi neste quadro que se consolidou o interesse em perceber de que modo as estratégias de diferenciação pedagógica influenciam o desempenho dos alunos do 3.º ano na resolução de problemas matemáticos, com atenção particular às representações utilizadas. O contacto direto com situações em que os alunos revelavam dificuldades, nomeadamente nas tarefas de resolução de problemas, reforçou a pertinência desta investigação. O estudo que integra o presente relatório desenvolveu-se, assim, no âmbito do paradigma interpretativo, adotando uma abordagem qualitativa que permitiu analisar em profundidade as produções dos alunos, as suas interações, bem como os processos que orientaram a sua escolha de representações matemáticas. Com base num processo analítico de natureza iterativa, contextual e reflexiva, procurou-se compreender de forma sustentada como é que as estratégias de diferenciação pedagógica influenciaram o desempenho dos alunos na resolução de problemas e como contribuíram para o desenvolvimento de transições progressivas entre diferentes tipos de representação.

A organização deste relatório reflete a articulação entre a prática, a teoria e a investigação. Inicia-se com a contextualização das práticas pedagógicas nos dois ciclos de ensino, seguindo-se uma análise crítica e reflexiva sobre as aprendizagens construídas ao longo do percurso. Posteriormente, apresenta-se o estudo desenvolvido, incluindo o enquadramento teórico, a metodologia, a análise dos dados e a discussão dos resultados. Por fim, evidenciam-se as principais conclusões e implicações para a prática docente, destacando-se o contributo das estratégias diferenciadas para a promoção de aprendizagens matemáticas mais conscientes, participadas e equitativas.

2. PRÁTICA PEDAGÓGICA NO 1.º CEB

2.1. A Instituição

A Prática de Ensino Supervisionada II (PES II) realizada no 1.º CEB desenvolveu-se numa instituição de ensino particular e cooperativo, de inspiração cristã e inaciana, localizada no concelho de Lisboa. Fundada em 2009 por uma entidade privada em colaboração com a Companhia de Jesus, a mesma surge com o propósito de proporcionar aos seus alunos uma formação integral e espiritual, ancorada na tradição pedagógica inaciana e adaptada às exigências do século XXI. A instituição tem como missão promover o desenvolvimento pleno de cada criança nas suas dimensões física, intelectual, afetiva, moral e espiritual, e estruturada nos princípios da Pedagogia Inaciana – eixos fundamentais para a experiência, reflexão, ação e avaliação – organiza a respetiva prática letiva e propostas educativas com vista à formação de alunos críticos, compassivos, comprometidos e abertos ao serviço dos outros. Por este motivo, trabalhar em prol do lema "Ser a servir". Adotando um modelo de aprendizagem próprio – Modelo de Organização Educativa (MOrE), a instituição apresenta um trabalho docente e discente flexível, interdisciplinar e colaborativo, visando o desenvolvimento de competências como a responsabilidade, criatividade, solidariedade e cooperação. O currículo é gerido por equipas pedagógicas que planeiam em conjunto estratégias de ensino, aprendizagem e avaliação, promovendo a aplicação de metodologias ativas centradas no aluno, como é exemplo o trabalho de projeto, a investigação e a autorregulação.

2.2. Prática Pedagógica

Neste ciclo de ensino privilegiava-se a construção e o uso de Guiões de Aprendizagem – instrumentos orientadores que integram conteúdos em torno de uma questão indutora – para que o envolvimento ativo dos alunos fosse um aspeto incentivado frequentemente e ainda, com recurso a dispositivos digitais (*Ipad´s*), a partir do 3.º ano. Dentro da organização do tempo letivo destacavam-se, entre outros, os momentos do Tempo de Trabalho Autónomo (T.T.A.), em que os alunos selecionavam as tarefas de acordo com os seus objetivos de aprendizagem, desenvolvendo assim, a autonomia e a capacidade de autorregulação. A nível organizacional, as turmas encontravam-se estruturadas a diferentes escalas: cada ano de escolaridade constituía o grupo XL dividido em duas turmas (grupos L) e estas, com aproximadamente 54 alunos, eram acompanhadas por três professores. Conforme a natureza das atividades a desenvolver ao longo do dia, os alunos eram distribuídos em grupos mais reduzidos (grupos M ou S), permitindo uma maior personalização da intervenção pedagógica. Cada professor era responsável direto por um grupo S (cerca de 17 alunos), embora atuasse em regime de codocência no grupo L favorecendo assim, prática colaborativas e ajustadas às necessidades dos alunos. A professora cooperante (PC), titular de uma turma do 3.º ano de escolaridade, lecionava as suas aulas de acordo com os princípios do Modelo de Aprendizagem MOrE em conjunto com outras duas professoras titulares (na modalidade L), recorrendo às rotinas e métodos de ensino-aprendizagem características do respetivo modelo. Desta forma aplicava: Cálculo Mental (2 vezes por semana); Apresentação de Produções (1 vez por semana); Ficha de Leitura (1 vez por semana); Ditado(s) (1 a 2 vezes por semana); Problema da Semana (1 vez por semana); Distribuição de Tarefas em Sala de Aula (de 3 em 3 semanas); Diário de Bordo associado ao Tempo de Trabalho Autónomo; Modalidades de Trabalho a Pares, Trio ou Pequenos Grupos; Conselho de Turma.

Ao longo da semana era realizado um balanço das tarefas a propor no instrumento de autorregulação, com uma breve reflexão em grupos S sobre as mesmas (dificuldades, fragilidades, evolução, entre outros). Uma vez que o currículo tinha por base o decorrer dos Guiões de Aprendizagem, as questões indutoras dos próprios permitiam que os alunos se posicionassem formativamente quanto aos objetivos cumpridos ou a investir e assim, definissem melhor o trabalho a realizar a longo prazo. Neste sentido, nomeadamente no 3.º ano, a avaliação assumia uma função reguladora da aprendizagem, integrando dimensões formativas e sumativas de forma articulada e contínua. Os professores titulares recorriam a uma diversidade de técnicas e instrumentos de avaliação, com destaque para a observação direta, os registos diários (como notas de campo e diário de bordo), a análise de produções dos alunos e a monitorização digital das competências por meio de uma aplicação específica desenvolvida pela instituição. A avaliação formativa, centrada na diferenciação pedagógica, apoiava-se em listas de verificação que permitiam aferir as aprendizagens alcançadas e identificar áreas a melhorar, garantindo um acompanhamento próximo e personalizado. Eram promovidas práticas de auto e heteroavaliação, tanto orais como escritas, fomentando a autorregulação e o envolvimento ativo dos alunos no seu próprio processo de aprendizagem. Neste contexto, destacava-se ainda a atividade "Mostra o que Sabes", um instrumento de avaliação sumativa que visava confrontar os conhecimentos adquiridos com os objetivos previamente estabelecidos, permitindo, assim, uma leitura crítica e reflexiva do percurso de cada aluno.

2.3. A Turma

A turma com a qual foi desenvolvida a prática pertencia ao 3.º ano de escolaridade, constituída por 53 alunos, 25 do sexo feminino e 28 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos, onde o meio sociocultural e económico era médio/alto. Contudo, a recolha de dados correspondente aos períodos de observação e intervenção foi restringida aos 17 alunos do grupo B3, dos quais 9 são do sexo feminino e 8 do sexo masculino. Os alunos apresentados estavam inseridos num grupo heterogéneo no que concerne a pré-requisitos, conhecimentos e competências, apesar de 5 serem acompanhados regularmente pelo Centro de Apoio à Aprendizagem relativamente ao apoio pedagógico acrescido e as adaptações curriculares não significativas que são necessárias aplicar. Desta forma, há-que destacar também que uma das alunas possuía Síndrome de Wiedemann-Steiner e por isso, beneficiava de adaptações específicas relativas à disponibilização de tempos suplementares, leitura de enunciados, pistas visuais, materiais concretos e valorização de respostas orais. Ainda assim, e embora se referenciassem alunos que apresentam facilidades na área da Matemática, a maior parte refletia muitas dificuldades na mesma, mas os próprios revelavam grande interesse e curiosidade pelos conteúdos de aprendizagem. A turma apresentava uma ótima relação entre si, não demonstrando exclusões, independentemente das diferenças entre si. Apesar dos conflitos que se geravam no ambiente educativo (principalmente no recreio), os alunos mostravam capacidades para os resolver autonomamente, através do diálogo. Este aspeto contribuía, consequentemente, para a positiva relação que estabeleciam com a(s) professora(s) titular(es), estimada pelo carinho e respeito. Aquando do período de observação, foi possível recolher dados sobre as suas potencialidades e fragilidades para cada área disciplinar (anexo A), das quais destacamos, respetivamente: a) Comunicação Oral e Escrita; b) Trabalho Cooperativo; c) Resolução de Problemas; d) Foco e Escuta Ativa; e) Gestão de Tempo.

2.4. Problemática de Intervenção

No decorrer da mobilização de potencialidades e fragilidades da turma, desenvolveu-se um Projeto de Intervenção (PI) cuja problemática orientadora - Como potencializar a autonomia dos alunos do 3.º ano nas capacidades de recolha e tratamento de informação através de estratégias de Diferenciação Pedagógica? – foi formulada para se atingirem os seguintes objetivos: a) Participar cooperativamente em trabalhos de grupo heterogéneo; b) Assumir responsabilidade nas tarefas de trabalho de rotina; c) Desenvolver autonomia na recolha, seleção e tratamento de informação. Estes foram operacionalizados ao longo de um plano de ação estruturado, que procurou integrar conteúdos curriculares de forma interdisciplinar e significativa. A implementação do PI assentou na construção e dinamização do Guião de Aprendizagem VII – Break a Leg – concebido como um instrumento pedagógico central, guiado pela respetiva narrativa inicial onde os alunos são conduzidos a um cenário problematizado. Além de estabelecer conexões com vivências reais, a mesma permite também levantar questões indutoras e que servem de mote à exploração dos conteúdos nas diversas áreas disciplinares, numa lógica de aprendizagem por descoberta guiada. O guião foi previamente desenhado para favorecer a curiosidade, a exploração e a construção de conhecimento, promovendo a autonomia do aluno na organização e gestão do respetivo percurso de aprendizagem. As atividades previstas realizaram-se em diferentes modalidades de trabalho (individual, em "ilha" e em grande grupo), envolvendo o uso de recursos diversos como textos informativos, vídeos, esquemas, aplicações digitais e materiais manipuláveis.

O plano de ação incluiu chuvas de ideias, debates orientados, tutoria entre pares, produção de textos em grupo, resolução de problemas matemáticos contextualizados, jogos cooperativos e tarefas práticas nas áreas da Educação Física e Música. Os alunos foram desafiados a assumir papéis diferenciados nas interações em pequenos grupos, aspeto que favoreceu a interdependência positiva e o envolvimento equitativo nas tarefas propostas. Para desenvolver a autonomia na recolha, seleção e tratamento de informação destacaram-se as pesquisas orientadas com apoio de livros, vídeos e guiões. As informações recolhidas foram organizadas e sistematizadas através da construção de recursos como esquemas, mapas de ideias e fichas de leitura, construídos colaborativamente. Por sua vez, a avaliação das aprendizagens ao nível dos respetivos objetivos foi concebida numa perspetiva formativa, contínua e integradora, pelo que o instrumentos de monitorização incluíram grelhas de observação, notas de campo, portefólios, registos escritos e orais, autoavaliações, bem como a análise de produtos finais (textos, apresentações, entre outros). Os mesmos permitiram recolher evidências sobre o desempenho dos alunos em relação aos indicadores definidos para cada objetivo, garantindo um acompanhamento próximo e reflexivo. A avaliação do primeiro objetivo revelou que os alunos demonstraram maior abertura na partilha de ideias, maior capacidade de escuta ativa e mais responsabilidade no cumprimento do seu papel dentro do grupo. No segundo objetivo, observou-se um crescente empenho na realização de tarefas e rotinas, com os alunos a assumirem as suas funções autonomamente e com sentido de compromisso. Relativamente ao terceiro objetivo, verificou-se uma melhoria na capacidade de aceder a fontes de informação de forma orientada, bem como na organização e comunicação do conhecimento de forma clara, estruturada e criativa.

Paralelamente, todas as estratégias implementadas foram sensíveis à diversidade do grupo, sendo adaptadas quando necessário através da aplicação de Medidas Universais, Seletivas e Adicionais, conforme o Decreto-Lei n.º 54/2018. A diferenciação pedagógica esteve, assim, presente em todos os momentos considerados significativos, assegurando a inclusão e participação plena de todos os alunos, independentemente das suas necessidades específicas. Em suma, o processo de intervenção revelou-se consistente e coerente, traduzindo-se numa prática pedagógica centrada na autonomia, responsabilidade, cooperação e personalização da aprendizagem. Através de uma abordagem ativa e diferenciada, os alunos foram progressivamente capazes de assumir um papel mais autónomo, reflexivo e responsável no seu percurso educativo. O PI demonstrou, por conseguinte, o valor da intencionalidade pedagógica e da planificação colaborativa na criação de ambientes de aprendizagem inclusivos, motivadores e significativos, em consonância com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.

3. PRÁTICA PEDAGÓGICA NO 2.º CEB

3.1. A Instituição

A Prática de Ensino Supervisionada II (PES II) realizada no 2.º CEB decorreu numa Escola Básica da rede pública, consequentemente pertencente ao Agrupamento de Escolas Q.M, localizada no concelho de Lisboa. Fundado em 2004, este é atualmente constituído por três estabelecimentos de ensino que acolhem alunos desde a Educação Pré-Escolar até ao 3.º CEB, destacando-se a instituição onde se desenvolveu a intervenção pedagógica com alunos do 2.º CEB. Caracterizado pela significativa diversidade social, cultural e linguística, o agrupamento alberga cerca de 1219 alunos, dos quais aproximadamente 10% são estrangeiros, representando 40 nacionalidades distintas, nomeadamente provenientes da América do Sul, África, Europa e Ásia. Esta realidade impõe desafios pedagógicos específicos, principalmente ao nível da aquisição da Língua Portuguesa, pelo que são implementadas medidas específicas de apoio aos alunos que se encontram sob o regime do Português Língua Não Materna (PLNM), conforme as respetivas orientações. O facto de 40% dos alunos beneficiarem da Ação Social Escolar (ASE) reforça a importância da aplicação de estratégias inclusivas e equitativas no acesso ao currículo e por isso, a escola em questão ser uma referência nacional no domínio da educação inclusiva, sendo assim, reconhecida (desde 2008) para o Ensino Bilingue de Alunos Surdos, ao abrigo do Decreto-Lei n.º 3/2008. Neste contexto, o agrupamento dispõe de uma equipa especializada composta por docentes e intérpretes de Língua Gestual Portuguesa (LGP), de Educação Especial, Terapeutas da Fala, Terapeutas Ocupacionais, Psicomotricistas e Psicólogos, assegurando um acompanhamento multidisciplinar e personalizado face às necessidades dos alunos sinalizados pelas Medidas de Suporte à Aprendizagem e Inclusão, nomeadamente a nível sensorial, mental, físico e neuro-muscular-esquelético.

A escola onde foi realizada a prática possui uma estrutura física organizada em três blocos (A, B e C), dispondo de um total de 32 salas de aulas, das quais várias estão equipadas com materiais específicos para as diferentes áreas disciplinares como Educação Visual e Tecnológica, Ciências Naturais, Música e Informática. As salas encontram-se igualmente dotadas de recursos tecnológicos como são exemplo os quadros interativos e projetores, permitindo o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras e centradas no aluno. No 2.º CEB os alunos beneficiam ainda de Apoio ao Estudo e de duas Ofertas Complementares – Artes e Letras e LGP – organizadas em regime semestral. Com o lema "Na diversidade, caminhar para a excelência", o agrupamento pauta a sua ação educativa por princípios de equidade, responsabilidade, cooperação e valorização da diversidade, assumindo uma missão inclusiva que visa o sucesso educativo de todos os alunos. Este compromisso é sustentado por uma cultura organizacional que privilegia a articulação entre os diferentes intervenientes da comunidade educativa e a participação ativa das famílias e instituições parceiras, promovendo uma escola aberta, reflexiva e orientada para a transformação social.

3.2. Prática Pedagógica

A respetiva intervenção foi orientada pelas Professoras Cooperantes (PC) que assumem o cargo específico para as disciplinas de Matemática e Ciências Naturais, em duas turmas do 6.º ano do 2.º CEB (A e B). A Professora Cooperante de Ciências Naturais (PCCN) lecionava em ambas as turmas com recurso maioritário ao manual escolar e às apresentações em formato *Power Point* com vídeos expositivos para expor os conteúdos a trabalhar. Além disto, recorria também a algumas fichas e esquemas elaborados por si ou previamente disponíveis nas plataformas subscritas pela professora, e posteriormente, sistematizados em grande grupo com os alunos. Por um lado, e uma vez que a escola descrita priorizada tanto a avaliação formativa como a sumativa, a docente enfatizava em grande parte, o processo de aprendizagem refletido pela turma ao longo do ano letivo mas, por outro lado, construía e aplicava dois testes de avaliação a cada semestre e solicitava a realização de trabalhos individuais e/ou em grupo, consoante os temas lecionados. Numa perspetiva de diferenciação pedagógica, os alunos com maiores dificuldades ao longo do processo de ensino e aprendizagem eram expostos a testes adaptados, onde as respetivas versões apresentavam questões de resposta mais simples. A Professora Cooperante 1 de Matemática (PCM1) lecionava Matemática na turma A com a constante diversificação da modalidade de trabalho, ou seja, os alunos realizavam as atividades propostas individualmente, a pares ou em pequenos grupos de 4 elementos. Os materiais utilizados na sala de aula eram, maioritariamente, o manual escolar e as apresentações disponíveis nas plataformas digitais – *Power Point´s* e vídeos – na exposição dos conteúdos.

Relativamente à avaliação, a professora privilegiava a execução de questões-aula em complementaridade com pequenos trabalhos e a cada duas vezes semestrais, dois testes sumativos. Contudo, todo o processo evolutivo dos alunos e respetivas evidências demonstradas quanto ao seu esforço e melhorias eram tidos em conta aquando da ponderação auto e heteroavaliativa. Por conseguinte, a Professora Cooperante 2 de Matemática (PCM2) lecionava na turma B utilizando igualmente, o manual escolar em sala de aula e privilegiando também, a frequente resolução de exercícios com vista à melhor consolidação e compreensão dos conteúdos. No sentido de expor os temas a trabalhar, a professora recorria à apresentação sínteses construídas em formato de vídeo ou *Power Point*, projetando outros recursos, sempre que fosse necessária uma explicação mais específica. Além disso, as suas atividades eram complementadas com a utilização de materiais manipuláveis próprios ou disponibilizados pela escola. Embora não desenvolvesse muitas tarefas em pequenos grupos, a PCM2 realizava alguns *quizzes* no final de cada conteúdo para verificar o nível de aquisição dos respetivos conhecimentos pelos alunos. Para as avaliações formativa e sumativa aplicava questões-aula bissemestralmente, assim como testes sumativos. No entanto, a ponderação tinha também em conta o comportamento e o empenho dos alunos ao longo do ano letivo.

3.3. As Turmas

As turmas com as quais foi desenvolvida a prática pertenciam ao 6.º ano de escolaridade, ambas constituídas por 22 alunos, maioritariamente com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos, embora existissem casos pontuais de alunos com 14 e 16 anos, fator que refletia percursos escolares marcados por retenções e Medidas de Suporte à Aprendizagem e Inclusão. A turma A era composta por 10 alunos do sexo feminino e 12 do sexo masculino, entre os quais se identificaram três alunos repetentes. Com um perfil bastante heterogéneo relativamente ao desempenho académico, verificou-se uma coexistência entre alunos com dificuldades na aprendizagem e níveis reduzidos de concentração, e outros que revelavam maior interesse, empenho e participação nas atividades propostas. Ao abrigo do Decreto-lei n.º 54/2018 eram implementadas Medidas Universais, nomeadamente acomodações curriculares, intervenções em pequenos grupos com foco académico e comportamental e diferenciação pedagógica (utilização de recursos visuais, diversificação de instrumentos de avaliação e não penalização de erros ortográficos). Ainda assim, cinco alunos da turma beneficiavam de Medidas Seletivas no que dizia respeito a adaptações curriculares não significativas, apoio psicopedagógico e antecipação/reforço das aprendizagens. A turma B era constituída por 12 alunas do sexo feminino e 10 alunos do sexo masculino, e entre estes, destacava-se um aluno repetente e cinco sinalizados com Medidas Seletivas e Adicionais, conforme os artigos 9.º, 10.º e 28.º do Decreto-Lei n.º 54/2018, principalmente na adaptação do processo de avaliação. Os restantes beneficiavam igualmente de Medidas Universais centradas na promoção de comportamentos pró-sociais, diferenciação pedagógica e enriquecimento curricular. Relativamente ao meio socioeconómico, 12 alunos eram abrangidos pela ASE – seis no escalão A, quatro no escalão B e dois no escalão C.

Apesar da intervenção pedagógica diferenciada das docentes cooperantes, verificou-se na turma B uma maior disparidade no acompanhamento do currículo, pelo que vários alunos evidenciaram dificuldades na consolidação de conceitos e manifestaram comportamentos menos adequados, aspeto que interferia com as dinâmicas de sala de aula. Ainda assim, o acompanhamento individualizado realizado pelas professoras revelou-se essencial para que os próprios conseguissem superar gradualmente os seus obstáculos. Logo, e de uma forma geral, ambas as turmas revelaram atitudes de respeito, empenho e envolvimento nas atividades escolares, embora se verificassem pontualmente, momentos mais agitados, comprometendo a comunicação eficaz e o uso apropriado da linguagem científica. Contudo, a relação pedagógica de proximidade estimada pelo clima de confiança, compreensão e entreajuda estabelecida entre professora-aluno facilitou a intervenção das docentes cooperantes e a autónoma resolução de conflitos. Aquando do período de observação, foi possível recolher dados sobre as suas potencialidades e fragilidades para cada disciplina (anexo B), das quais destacamos, respetivamente: a) Trabalho Cooperativo; b) Relacionamento Interpessoal; c) Conexões Externas; d) Comunicação Matemática; e) Cálculo Mental; f) Expressão de Conceitos Científicos.

3.4. Problemática de Intervenção

No decorrer da mobilização de potencialidades e fragilidades das turmas, desenvolveu-se um Projeto de Intervenção (PI) cuja problemática orientadora - Como apoiar o desenvolvimento da Comunicação Oral e Escrita através do Relacionamento Interpessoal, na(s) turma(s) do 6.º ano? – foi formulada para se atingirem os seguintes objetivos: a) Desenvolver a comunicação oral e escrita em contexto cooperativo; b) Enriquecer o relacionamento interpessoal; c) Incentivar o uso adequado da linguagem verbal e não verbal; d) Alargar o conhecimento lexical e semântico. Estes serviram de base à delineação de um plano de ação fundamentado nos princípios das metodologias de ensino ativas, nomeadamente a Sala de Aula Invertida e a Aprendizagem por Descoberta Guiada, com o principal compromisso de criar experiências significativas de aprendizagem onde os alunos fossem os protagonistas do respetivo percurso de aprendizagem. Para responder ao que foi anteriormente descrito, estruturam-se sequências de aprendizagem integradas e orientadas para a prática comunicativa, isto, é, articulando momentos de descoberta e reflexão com outros de produção linguística, em contextos cooperativos e autênticos, sempre que possível. A primeira dimensão relacional assentou no desenvolvimento da oralidade através da dinamização de debates orientados, entrevistas simuladas, leituras expressivas, dramatizações e relatos orais, nos quais os alunos assumiam diferentes papéis. A disposição da sala de aula em pequenos grupos heterogéneos permitiu assegurar a participação equitativa, ao passo que reforçou também o sentido de pertença e a responsabilidade partilhada.

Na disciplina de Ciências Naturais, os conteúdos lecionados e relacionados com os sistemas do corpo humano permitiu o desenho de atividades que fomentaram não só a descoberta guiada de conceitos científicos, mas também a comunicação estruturada de ideias com a promoção de debates, exposições orais e trabalhos em grupo. As tarefas propostas incentivaram a investigação em fontes variadas (textos científicos, vídeos, infográficos, entre outros) e a reconstrução do conhecimento em linguagem acessível, com vista à oralidade com intencionalidade comunicativa. Relativamente à Matemática, o plano de ação privilegiou atividades de resolução de problemas em grupo, interpretação de enunciados complexos, discussão de estratégias de cálculo e justificação de raciocínios matemáticos, com foco em conteúdos integrados em Números e Operações (frações), Medida e Dados. Os alunos foram organizados a pares e/ou em grupos de 4 elementos para resolver os diversos desafios matemáticos com recurso a materiais manipuláveis, quadros brancos partilhados e registos orais das estratégias utilizadas. Destacavam-se ainda, por exemplo, atividades que exigiam estimativas e decisões justificadas, numa perspetiva de união dos temas explorados em ambas as disciplinas. A comunicação matemática foi trabalhada através da verbalização dos processos de raciocínio, com a posterior reformulação de estratégias. Apesar de terem sido aplicados dois testes sumativos nas respetivas disciplinas, importa distinguir os processos de avaliação.

A avaliação da disciplina de Ciências Naturais centrou-se na clareza da comunicação oral, correção científica da informação partilhada e na capacidade de justificação de opiniões com base em evidências. Para tal, foram utilizadas grelhas de observação para registo do desempenho e ainda, fichas de registo científico onde os alunos organizavam a informação recolhida e sintetizavam os principais tópicos. A mesma refletiu que os alunos desenvolveram maior segurança na exposição de conteúdos científicos, utilizando com maior frequência vocabulário técnico rigoroso, e evidenciaram melhores interações com os pares em contextos de discussão fundamentada. A avaliação das aprendizagens em Matemática considerou a correção dos procedimentos e a capacidade de comunicação do raciocínio matemático, em complementaridade com a argumentação em torno das diferentes soluções e ainda, a escuta ativa perante os pares. Foram utilizados portefólios de problemas resolvidos, rubricas avaliativas para a expressão oral em Matemática e registos de autoavaliação, onde os alunos refletiam sobre as estratégias usadas, dificuldades sentidas e progressos alcançados. Verificou-se uma evolução positiva na clareza com que os próprios explicavam os processos matemáticos, uma maior abertura na discussão das resoluções apresentadas e um progresso significativo na precisão do vocabulário matemático utilizado. Em ambas das disciplinas a dimensão relacional foi continuamente trabalhada, valorizando-se o respeito pela escuta do outro, o apoio entre colegas e a construção de significados partilhados. Desta forma, o plano de ação referido contribuiu ativamente para a concretização dos objetivos do PI, promovendo uma aprendizagem integrada, cooperativa e centrada na comunicação efetiva.

4. ANÁLISE CRÍTICA E REFLEXIVA

Com base na descrição apresentada relativamente aos dois contextos onde se desenvolveu a PES II expõem-se uma comparação crítica, reflexiva e fundamentada, considerando a aquisição das competências previstas, métodos de ensino e organização do currículo, a relação pedagógica estabelecida e os processos de regulação e avaliação das aprendizagens e comportamentos sociais. A presente análise não tem apenas por base a experiência concreta observada, mas também o suporte teórico que acompanhou o processo da formação docente. Relativamente ao desenvolvimento dos alunos e competências esperadas, observou-se no 1.º CEB uma aposta clara na formação integral do aluno, com foco na autonomia, responsabilidade, autorregulação, comunicação e trabalho cooperativo. Estes pontos estão alinhados com aquilo que é defendido no Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO), nomeadamente a construção de "um projeto de vida pessoal e interpessoal com sentido ético e estético" (Martins et al., 2017, p. 3). A prática pedagógica assentou numa lógica de personalização e valorização do ritmo de aprendizagem do grupo, tendo como referencial o Modelo de Aprendizagem MOrE num dos seus compromissos, em que o aluno é a figura central. Já no 2.º CEB, embora os alunos tenham demonstrado autonomia, foi notória a existência de dificuldades ao nível da verbalização do raciocínio, da expressão oral e da mobilização de vocabulário científico. Estes aspetos exigiram um esforço acrescido da nossa parte para a criação de estratégias que favorecessem a comunicação eficaz, a escuta ativa e a partilha de ideias em pequenos grupos.

Quanto aos métodos de ensino-aprendizagem e à organização do currículo, a prática letiva no 1.º CEB revelou-se fortemente estruturada em torno de metodologias de ensino ativas que sustentaram uma aprendizagem centrada na ação do aluno, com a exploração de diferentes recursos e promovendo a descoberta de saberes (Cosme et al., 2021). O uso do Guião de Aprendizagem – integrador e narrativo – fomentou a interdisciplinaridade e aproximou os conteúdos curriculares do quotidiano, bem como permitiu flexibilizar o tempo, espaço e materiais. A disposição da sala de aula em "ilhas" e a alternância entre grupos L, M e S possibilitaram um desenho mais personalizado das tarefas a aplicar, consoante as necessidades e interesses do grupo, pois é fundamental que os alunos trabalhem em grupos heterogéneos, trabalhando em equipa. Ao aprenderem a trabalharem em conjunto e a formarem melhores relações, os alunos adquirem uma melhor aprendizagem escolar (Nunes & Ferreira, 2013). Contudo, no 2.º CEB, apesar de terem sido implementadas atividades mais práticas como debates, o processo revelou-se mais compartimentado, onde predominou o manual escolar e a modalidade de trabalho individual. Apesar da presença de alguma flexibilidade, a organização curricular e a distribuição dos tempos letivos das respetivas disciplinas dificultaram a implementação de projetos verdadeiramente interdisciplinares. A distinção revelada pelos dois contextos no que diz respeito à relação pedagógica identificou-se como distinta, ao passo que no 1.º CEB a mesma era caracterizada por proximidade, afeto, escuta ativa e corresponsabilização, com vista à promoção de um ambiente seguro e estimulante, essencial à aprendizagem e desenvolvimento pessoal (Canha, 2011). No 2.º CEB, apesar das limitações estruturais, também se promoveu uma relação de proximidade com particular atenção às necessidades emocionais e sociais dos alunos.

No entanto, esta era, por vezes, condicionada pela exigência no cumprimento dos programas curriculares e pela heterogeneidade acentuada numa das turmas, fator que exigiu uma gestão comportamental mais direta e menos centrada na corregulação. Este fenómeno pode igualmente estar relacionado com um conjunto de fatores que influenciam as relações estabelecidas com os alunos, tais como a idade, o género, as experiências de vida de cada um e o respetivo contexto sociocultural (Fernandes & Tomás, 2011). Outra diferença significativa entre os dois ciclos de escolaridade prende-se com o tempo e a frequência do contacto com os alunos. No 1.º CEB, o professor acompanha diariamente a turma ao longo de um período alargado, o que permite um acompanhamento mais contínuo e próximo. Já no 2.º CEB, o contacto é mais limitado, ocorrendo apenas em alguns dias da semana e durante poucas horas, devido à divisão disciplinar e à existência de diferentes professores para cada área, o que dificulta um acompanhamento regular e global dos alunos. No que concerne aos processos de avaliação das aprendizagens, o 1.º CEB apresentou uma abordagem robusta e coerente com os princípios da avaliação formativa. As aprendizagens eram reguladas em permanência, com recurso a uma variedade de instrumentos – grelhas de observação, registos reflexivos, tarefas práticas, diários de bordo e plataformas digitais – que permitiram acompanhar o progresso dos alunos de forma contínua, promovendo a autoavaliação e o desenvolvimento da metacognição (Silva et al., 2019).

A mesma era integrada no processo e facilitava a compreensão dos critérios previamente construídos para tal, monitorizando-se assim, possíveis avanços e ajustes de estratégias. No 2.º CEB a intenção de aplicar uma avaliação formativa e diversificada era evidente, mas ainda persistiu uma grande dependência pelos instrumentos comuns – testes e fichas sumativas. Contudo, no âmbito do PI observou-se uma aposta no uso de rubricas na avaliação da comunicação oral e escrita, grelhas de observação em atividades de grupo e portefólios com registos do progresso individual de cada aluno, o que refletiu uma tentativa de alinhamento entre as diferentes modalidades de avaliação e os objetivos do projeto. As medidas de suporte à aprendizagem e à inclusão estiveram presentes de forma visível em ambos os ciclos, sendo implementadas sobretudo através da diferenciação das tarefas propostas e do apoio adicional prestado por outros professores. Estas estratégias permitiram que os alunos progredissem ao seu próprio ritmo. No 2.º CEB, onde era necessário realizar testes de avaliação sumativos, os instrumentos eram adaptados de acordo com as necessidades específicas de cada aluno, assegurando condições equitativas de realização. Já no 1.º CEB, os alunos podiam atingir os descritores de avaliação no momento em que se sentissem preparados, o que garantia a quem apresentava maiores dificuldades a possibilidade de alcançar os objetivos a seu tempo.

A reflexão sobre os dois contextos de prática pedagógica permite compreender, de forma mais profunda, as razões que sustentaram a escolha do tema de investigação e as implicações que este assumiu no desenvolvimento profissional ao longo da PES II. A observação direta das dinâmicas de sala de aula, tanto no 1.º como no 2.º CEB, evidenciou, de forma recorrente, a necessidade de ajustar estratégias de ensino às características e ritmos de aprendizagem dos alunos, sobretudo quando a tarefa implicava níveis acrescidos de interpretação, raciocínio ou mobilização de representações. Este aspeto revelou-se particularmente marcante nas situações de resolução de problemas matemáticos, nas quais se tornou evidente que o modo como os alunos representam o pensamento influencia, de forma decisiva, a compreensão que constroem e as soluções que desenvolvem. No 1.º CEB, a estrutura organizativa da instituição e a intencionalidade pedagógica presente nas rotinas permitiram observar uma prática que valorizava a autonomia e a autorregulação, mas que, simultaneamente, exigia do docente uma atenção constante ao modo como cada aluno acedia às tarefas propostas. A transição entre diferentes modalidades de trabalho e a diversidade de recursos disponíveis tornaram visível que a diferenciação pedagógica não pode ser entendida apenas como uma variação de materiais ou tempos, mas como um processo de leitura contínua das necessidades dos alunos. Neste contexto, tornou-se claro que os momentos dedicados à resolução de problemas e à discussão coletiva de estratégias constituíam espaços privilegiados para observar as representações mobilizadas e compreender as dificuldades e potencialidades dos alunos.

No 2.º CEB, apesar de uma organização curricular mais segmentada e de tempos letivos mais curtos, emergiram igualmente desafios relacionados com a forma como os alunos interpretavam enunciados, justificavam procedimentos ou selecionavam estratégias adequadas. A verbalização do raciocínio e o uso de linguagem matemática rigorosa revelaram-se aspetos críticos, especialmente para os alunos que apresentavam maiores dificuldades na compreensão dos conceitos ou que dependiam de processos de pensamento predominantemente mecânicos. Este cenário reforçou a pertinência de aprofundar a relação entre práticas diferenciadas e construção de significados em Matemática, dimensão que viria a orientar o estudo realizado. Assim, a análise crítica da prática desenvolvida nos dois ciclos permitiu identificar que a diferenciação pedagógica assume um papel determinante quando a tarefa convoca processos cognitivos mais complexos, como a seleção, organização e comunicação de representações. A observação reiterada de que muitos alunos recorriam, inicialmente, quase exclusivamente a representações simbólicas, mesmo quando não eram ainda capazes de interpretar plenamente o problema, tornou evidente a necessidade de promover oportunidades de contacto com representações ativas e icónicas, capazes de apoiar a construção gradual do pensamento matemático. Por outro lado, a identificação de momentos em que os alunos beneficiaram de pistas visuais, de mediação pedagógica ou da utilização de materiais manipuláveis tornou clara a relevância de estratégias diferenciadas para a progressão entre diferentes tipos de representação.

Nesta linha, a prática pedagógica e a investigação convergiram para uma compreensão mais ampla do papel do professor enquanto mediador do raciocínio matemático. O exercício sistemático de observar, recolher evidências, questionar e reformular práticas contribuiu para reconhecer que a diferenciação não se limita à oferta de alternativas, mas implica uma intencionalidade permanente na leitura dos processos dos alunos e uma adaptação criteriosa de tarefas, recursos e modos de interação. A escolha do tema de estudo não foi, portanto, apenas um interesse académico, mas uma resposta direta às necessidades identificadas no quotidiano da sala de aula, reforçando a importância de compreender de que modo a diferenciação pedagógica influencia o desempenho dos alunos na resolução de problemas e como as suas escolhas representacionais refletem diferentes níveis de compreensão. Desta forma, a análise crítica e reflexiva da PES II revelou que o ensino diferenciado constitui não apenas uma resposta às necessidades educativas dos alunos, mas um eixo estruturante da ação docente. A articulação entre prática e investigação permitiu aprofundar o olhar sobre as representações matemáticas e sobre o modo como estas se transformam quando os alunos dispõem de oportunidades adequadas de exploração, mediação e apoio. Este percurso contribuiu, assim, para consolidar uma visão mais consciente, fundamentada e exigente sobre o papel da diferenciação pedagógica no desenvolvimento de aprendizagens significativas.

Em suma, destaca-se em ambos os contextos a relevância da comunicação, escuta e interação como elementos centrais do desenvolvimento social das aprendizagens. No 1.º CEB, estes eram partes integrantes da cultura pedagógica, enquanto que no 2.º CEB, apesar dos desafios, foi possível promovê-los através de estratégias intencionais. Desta forma, evidenciaram-se experiências complementares mediante a seguinte dualidade: o confronto entre um modelo inovador e centrado na personalização e autonomia dos alunos e um desafio para o desenvolvimento de competências fundamentais à cidadania de grupo. A observação direta revelou-se, sobretudo, uma técnica fundamental na regulação das aprendizagens, complementada pelas produções dos alunos, pois permitiu verificar se os conhecimentos estavam efetivamente a ser adquiridos e se as estratégias por mim utilizadas eram adequadas aos objetivos traçados. Embora, no futuro, não venha a contar com o acompanhamento constante de uma professora cooperante, é importante destacar o papel essencial que estas desempenharam ao longo do estágio. O seu apoio foi decisivo para o sucesso do processo, orientando-me sempre que necessário e assegurando que a minha prática ia ao encontro do pretendido, com o objetivo de proporcionar aos alunos uma experiência de aprendizagem verdadeiramente significativa.

5. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

5.1. Apresentação do Objeto de Estudo

O presente estudo tem como objetivo perceber de que modo as estratégias de diferenciação pedagógica influenciam o desempenho dos alunos do 3.º ano na resolução de problemas matemáticos, com atenção particular às representações utilizadas. Uma vez que a escolha do tema de investigação deve ter em conta, entre outros, o "critério de afetividade" (Sousa e Baptista, 2011) numa perspetiva de motivação pessoal, afirmo que o mesmo teve como base todo o trabalho desenvolvido ao longo do 1.º ano de Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Embora tenha adquirido as principais referências na Licenciatura em Educação Básica, a unidade curricular de Desenvolvimento Curricular e Educação Inclusiva em complemento com os temas abordados em Didática da Matemática fez com que o meu interesse em aprofundar o modo como o ensino diferenciado pode responder à diversidade de alunos fosse cada vez maior. O contacto com os documentos que estipulam os meios para a concretização da diferenciação pedagógica e, posteriormente, a pesquisa e análise de literatura mais específica sobre o tema contribuíram para a gradual compreensão da importância da aplicação de estratégias adaptadas aos interesses e necessidades de todos e de cada aluno, especialmente na resolução de problemas. De facto, as representações permitem-nos realizar uma interpretação correta dos problemas (Pinto e Canavarro, 2012) e, aliadas à progressão e análise das representações (in)formais, facilitam o entendimento acerca do raciocínio dos alunos, possibilitando uma intervenção pedagógica mais ajustada (Goldin, 2008). Desta forma, a articulação entre as representações múltiplas e a diferenciação pedagógica na discussão coletiva de diferentes estratégias para a resolução de problemas promove uma aprendizagem mais significativa, equitativa e centrada no aluno (Goldin, 2008).

5.2. Questões de Investigação

Mediante a definição e apresentação do tema em estudo, é evidenciada a problemática de investigação: *De que modo as estratégias de Diferenciação Pedagógica influenciam o desempenho dos alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas matemáticos, com atenção particular às representações mobilizadas?*. Esta etapa visa refletir qual a principal temática a ser estudada (Santos et al., 2019), bem como o produto final a que o estudo pretende dar resposta (Baptista e Sousa, 2011). Realizada a formulação do problema, e para uma melhor explicitação do estudo, torna-se pertinente subdividir o mesmo em questões de investigação, servindo de orientação ao longo da realização do presente trabalho (Carmo & Ferreira, 1998 citado por Santos et al., 2019). Neste sentido, e para que seja possível responder ao objetivo geral referido inicialmente, apresentam-se as seguintes questões de investigação:

a) Que tipo de representações matemáticas são mobilizadas pelos alunos do 3.º ano durante a resolução de problemas?;

b) De que forma as estratégias de diferenciação pedagógica influenciam a utilização de diferentes tipos de representações na resolução de problemas?;

c) Qual a perceção dos alunos relativamente às estratégias de Diferenciação Pedagógica implementadas na resolução de problemas?

6. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

6.1. Conceito de Diferenciação Pedagógica

Uma escola que pretende responder de forma eficaz aos desafios atuais deve assumir-se como uma instituição educativa inclusiva e equitativa, comprometida com a promoção do sucesso escolar de todos os seus alunos (Cohen e Fradique, 2018). Assim, o conceito de diferenciação pedagógica encontra-se consagrado nos normativos que regulam o Ensino Básico – a Lei de Bases do Sistema Educativo (Lei n.º 46/86, de 1986) – onde se evidenciam os princípios organizativos que preveem a utilização de mecanismos promotores do sucesso educativo. A evolução do sistema educativo português refletiu a transição do "conceito de igualdade para o de inclusão de todas as crianças e jovens nos mesmos educativos e o de equidade na concretização do potencial de aprendizagem e desenvolvimento de cada um/a" (Machado, 2022, p. 4). Até meados do século XX, a diferenciação pedagógica não integrava o conjunto de estratégias mobilizadas pelos professores (Pereira, 2013) e inicialmente, "a diferenciação pedagógica consistia em dar mais tempo aos alunos que ainda não tinham atingido os objetivos, enquanto os outros realizavam tarefas de enriquecimento" (Santos, 2009, p. 2). Contudo, esta abordagem foi progressivamente alargada, sendo hoje reconhecido que a diferenciação pedagógica não se destina apenas a alunos "diferentes", mas constitui uma prática transversal e benéfica para todos (Clérigo, Alves, Piscalho & Cardona, 2017).

A resposta das instituições de ensino à diversidade dos públicos escolares levanta desafios significativos para a convivência e para a inclusão de alunos que coabitam em sociedades plurais e democráticas (Pappámikail, Beirante e Cardoso, 2022). É assente nesta ideia que o nosso principal objetivo enquanto escola é garantir os processos de socialização e qualificação, seguindo as necessidades, experiências e realidades de cada aluno (Pappámikail, Beirante e Cardoso, 2022). Desta forma, o "sucesso pleno" urge mediante a rutura de um elo que permanece forte nas diferenças entre os fatores socioeconómicos e desempenhos escolares (OECD, 2023). De grosso modo, o princípio de igualdade estabelece um conjunto de direitos onde as necessidades de cada um têm igual importância e são a base para garantir que todos têm as mesmas oportunidades de participação (Constituição da República Portuguesa, artigo 13.º,). Por sua vez, o conceito de equidade permite assegurar que todos os alunos encontrem iguais oportunidades para alcançar o seu potencial académico e bem estar social e emocional (OECD, 2023). No seguimento, Mendes et al. (2016) reforçam que a diferenciação pedagógica consiste na aplicação de estratégias por parte do docente que vão "ao encontro das necessidades do aluno, de modo a apoiar a construção do seu conhecimento" (p. 136). De Corte (1990) acrescenta ainda que o conceito de diferenciação pedagógica

> corresponde ao "conjunto de medidas didáticas que visam adaptar o processo de ensino aprendizagem às diferenças importantes inter e intra-individuais dos alunos, a fim de permitir a cada aluno atingir o seu máximo na realização dos objetivos" (p. 280).

O conceito para uma pedagogia diferenciada não é unívoco, uma vez que a expressão engloba diversas dimensões e é bastante abrangente, decorrendo a dificuldade em conseguir defini-la de forma exata e consensual (Clérigo, Alves, Piscalho & Cardona, 2017). Conforme reforça Martins et al. (2017), "a educação para todos, consagrada como primeiro objetivo mundial da UNESCO, obriga à consideração da diversidade e da complexidade como fatores a ter em conta ao definir o que pretende para a aprendizagem dos alunos à saída dos 12 anos de escolaridade obrigatória" (p. 5). Neste sentido, Visser (1996) entende a diferenciação como um processo no qual os docentes se confrontam com a necessidade "de fazerem progredir no currículo, uma criança em situação de grupo, através da seleção apropriada de métodos de ensino e de estratégias de aprendizagem e de estudo" (citado em Resendes e Soares, 2002, p. 21). Numa perspetiva semelhante, Tomlinson (2008) denomina o ensino diferenciado com base numa "mistura de ensino para grupo-turma, para pequeno grupo e ensino individualizado" (p. 18) pois, por mais que proporcione "diversas vias para a aprendizagem, não pressupõe um nível específico para cada aluno" (p. 14). É por este motivo que a diferenciação pedagógica é a melhor forma de assegurar que todos os alunos desenvolvam as respetivas capacidades e competências e, no caso dos professores, lidar mais facilmente com a heterogeneidade do grupo com que trabalham (Tomlinson e Allan, 2002).

6.2. Enquadramento Legal da Diferenciação Pedagógica

A legislação portuguesa relativa à diferenciação pedagógica assenta no princípio de "assegurar o direito à diferença, mercê do respeito pelas personalidades e pelos projetos individuais da existência, [...] (e valorizar os) diferentes saberes e culturas" (p. 5) com o Decreto-Lei n.º 139/2012. O mesmo documento sublinha que a diferenciação pedagógica “facilita a integração escolar do aluno, apoiando a orientação escolar e vocacional” (p. 18). Independentemente da forma de diferenciação que se equacione, importa que se promovam situações que, preconizando a Constituição da República Portuguesa (Assembleia da República Portuguesa, 2015), assegurem que “todos têm direito ao ensino com garantia do direito à igualdade de oportunidades de acesso e êxito escolar” (artigo 74.º). A relevância da diferenciação pedagógica é ainda reconhecida no Normativo n.º 98-A/92 de 20 de junho e no Decreto-Lei n.º 6/2001 como um processo diagnóstico no âmbito da avaliação. Por conseguinte, o Decreto-Lei n.º 54/2018 referencia o ensino diferenciado evidenciando que

> compete às escolas [...] a organização de respostas educativas diferenciadas, de acordo com níveis de educação e ensino e as características dos alunos, nomeadamente através do acesso ao currículo e à participação nas atividades da escola, promovendo a sua inclusão (p. 12).

O regimento jurídico da Educação Inclusiva foi aprovado em julho de 2018 definindo que esta deve ter em conta as características de todos e cada aluno, respondendo às suas necessidades e interesses. O artigo n.º 1 referente às medidas de suporte à aprendizagem e inclusão “estabelece os princípios e as normas que garantem a inclusão, enquanto processo que visa responder à diversidade das necessidades e potencialidades de todos e cada um dos alunos, através do aumento da participação nos processos de aprendizagem e na vida da comunidade educativa” (Decreto-Lei n.º 54/2018, artigo 1.º, n.º 1). Deste modo, para garantir a equidade e igualdade de oportunidades no acesso ao currículo, este documento preconiza a abordagem multinível, orientada para o sucesso de todos os alunos. “É a garantia de efetividade de uma escola mais atual e mais justa que, hoje, requer uma gestão flexível do currículo [...] de modo que possa responder às singularidades de cada um” (Machado, 2022, p. 4), contemplando os seguintes níveis: Medidas Universais, Medidas Seletivas e Medidas Adicionais.

As Medidas Universais são dirigidas a todos os alunos e têm como objetivo promover a participação e o sucesso escolar, incluindo: Diferenciação Pedagógica; Acomodações Curriculares; Enriquecimento Curricular; Promoção do Comportamento Pró-Social; Intervenção com Foco Académico ou Comportamental em Pequenos Grupos.

(Decreto-Lei n.º 54/2018, artigo 8.º, n.º 2). As Medidas Seletivas dizem respeito aos alunos que evidenciam necessidades de suporte à aprendizagem que não foram supridas pelas medidas universais, das quais se destacam: Percursos Curriculares Diferenciados; Adaptações Curriculares Não Significativas; Apoio Psicopedagógico; Antecipação e o Reforço das Aprendizagens; Apoio Tutorial. (Decreto-Lei n.º 54/2018, artigo 9.º, n.º 2). As Medidas Adicionais encontram-se orientadas para os alunos que apresentam dificuldades acentuadas e persistentes ao nível da comunicação, interação, cognição ou aprendizagem, com recursos significativos: Frequência do Ano de Escolaridade por Disciplinas; Adaptações Curriculares Significativas; Plano Individual de Transição; Desenvolvimento de Metodologias e Estratégias de Ensino Estruturado; Desenvolvimento de Competências de Autonomia Pessoal e Social. (Decreto-Lei n.º 54/2018, artigo 10.º, n.º 4).

O Despacho Normativo n.º 10-A/2018 valoriza as ideias referidas como um caminho para o sucesso escolar com "as dinâmicas pedagógicas potenciadas não apenas a nível individual, mas também ao nível da organização da turma em que cada aluno se insere" (pp. 17174-(4)). Na mesma linha, a diferenciação e a individualização de situações de aprendizagem que o docente dinamiza competem em consonância com o Decreto-Lei n.º 55/2018 estabelecendo a relação das atividades de aprendizagem propostas com finalidades, objetivos, tempo, modo como as realiza, condições e apoios diferenciados (DGE, 2018). Ao exercício da autonomia e da flexibilidade curricular apresentam-se fundamentais que consigam atenuar a distância entre o currículo formal e as experiências dos alunos como uma oportunidade de "adequação do trabalho à diversidade dos contextos e [...] promoção de um ensino de melhor qualidade para todos" (Sousa, 2011, p. 86).

No que diz respeito ao Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO), este constitui uma "referência para a organização de todo o sistema educativo [...] (incluindo as) decisões inerentes às várias dimensões do desenvolvimento curricular" (Martins et al., 2017, p. 8). No PASEO advoga-se ainda a necessidade de se "abordar os conteúdos de cada área do saber [...] recorrendo a materiais e recursos diversificados" (p. 31) e não obstante, o currículo nacional deve ser operacionalizado de forma flexível, possibilitando as necessárias adaptações ao contexto e respetivos indivíduos (Damião, 1996). Para tal, os seus princípios orientadores definem que a escolaridade obrigatória destina-se a todos, "sendo promotora de equidade e democracia" (Martins et al., p. 8). Ao acolher alunos com origens socioeconómicas e culturais diversas, bem como com diferentes níveis de desenvolvimento cognitivo, a escola deve garantir que é pleno e efetivo o "acesso (e a) participação a todos os contextos educativos" (Martins et al., 2017, p.8).

6.3. A Diferenciação Pedagógica na Prática Docente

Com a autonomia curricular e pedagógica de que a escola e os professores dispõem, torna-se possível favorecer a diferenciação pedagógica enquanto medida fundamental de suporte à aprendizagem e inclusão (Cosme, 2018). De facto, "entre estas dinâmicas, a diferenciação pedagógica em sala de aula é fundamental para que seja possível mais inclusão" (Despacho Normativo n.º 10-A/2018, pp. 17174-(4)). Os alunos apresentam características distintas e diferentes modos de aprendizagem, contudo, a aprendizagem é um direito de todos e o professor é o principal responsável pela construção do conhecimento através da mesma, gerindo o currículo tendo em conta as individualidades – "Ensinar não é criar conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção" (Freire, 2004, p. 22). Aceitar o desafio da diferenciação implica que o professor reconheça que o ponto de partida não é idêntico e que só é possível promover a igualdade de acesso ao sucesso se se disponibilizarem caminhos diferenciados (Carvalho, 2018). Considera-se então, que a diferenciação pedagógica é uma abordagem, na qual a aprendizagem é no grupo e com o grupo sustentada por situações de aprendizagem cooperativa e ainda, pela organização do espaço e do tempo "em função das atividades para as aprendizagens a realizar. É implicar os alunos na construção dos saberes a realizar. É a abrir a escola a uma socialização do saber entre professores e alunos" (Sanches, 2009, p. 133).

Num caminho de diversificação na gestão do grupo, tempo, espaço, estratégias e materiais (Sousa, 2011), a diferenciação remete para um papel ativo do professor na seleção de conteúdos, assumindo uma gestão crítica do currículo (Roldão, 2003). A autora acrescenta ainda que "a diferenciação no plano curricular emerge um pouco a contracorrente da própria natureza histórica [...] (onde se privilegiam) aprendizagens comuns e unificadoras" (p. 21). Tomlinson (2008) reforça, afirmando que a diferenciação pedagógica é a capacidade de resposta que o docente tem perante a diversidade de alunos com que se depara em sala de aula. Sempre que altera a sua prática em prol de uma situação mais facilitadora, não se centra apenas no currículo mas também num processo guiado pela resposta do professor às necessidades dos alunos (Tomlinson e Allan 2002), essencialmente orientada pelos seus princípios gerais (Gonçalves & Trindade, 2016). A respetiva prática pedagógica envolve a interação entre o aluno, professor e o conhecimento, sendo este partilhado entre ambos e mediado pelo docente. Tomlinson (2008) reconhece que a função de gerir uma turma de modo diferenciado é um grande desafio, pois a maior parte dos professores não se sente verdadeiramente capaz de atender às necessidades, interesses e especificidades de cada aluno. Para tal, o autor elenca várias estratégias às quais se podem recorrer, relacionadas com:

- **a.** Comunicação clara e objetiva das atividades propostas;
- **b.** Organização e distribuição dos alunos na sala de aula;
- **c.** Entreajuda e Interajuda;
- **d.** Minimização do ruído em sala de aula;
- **e.** Valorização do comportamento adequado dos alunos;
- **f.** Promoção e incentivo da resiliência dos alunos na realização das atividades;
- **g.** Antecipação de atividades para alunos com ritmos de trabalho superiores;
- **h.** Autonomia e responsabilidade pelo processo de aprendizagem.

O docente deve organizar, desenvolver e avaliar o processo de ensino, tendo em conta as experiências de cada aluno, utilizando também conhecimentos prévios e possíveis erros para construir situações de aprendizagem com relações de qualidade, rigor científico e metodológico (Roldão, 2003). Ao docente cabe também a organização do espaço e do tempo educativo, sendo que, na planificação das atividades deve utilizar estratégias diferenciadas que conduzam ao sucesso e realização de cada aluno no quadro sociocultural (Anexo I, Decreto-Lei, n.º 240/2001). Ainda assim, na diversidade das sociedades e da heterogeneidade dos sujeitos, mobilizar valores, saberes, experiências e outros componentes dos contextos e percursos pessoais, culturais e sociais dos alunos (Anexo I, Decreto-Lei, n.º 240/2001). Priorizar a inclusão, promover a equidade, ter em conta a diversidade e favorecer o acesso e participação plena de todos os alunos à educação, são ideias referidas no presente documento e que remetem, inegavelmente, para a importância e necessidade de diferenciar o ensino (Anexo I, Decreto-Lei, n.º 240/2001).

6.4. Características do Ensino Diferenciado

Tal como referido anteriormente, a diferenciação pedagógica é um meio de resposta face às necessidades de cada aluno por parte do professor. Assim, a escola deve ter como principal função gerir a diversidade e promover a equidade. De acordo com vários autores, para que exista diferenciação pedagógica é importante que o professor esteja atento, de modo a organizar atividades e promover interações entre os alunos que os levem a ser confrontados com situações didáticas enriquecedoras (tendo por base as suas características e interesses pessoais). Por exemplo, Heacox (2006) defende que o processo de diferenciação pedagógica é "rigoroso, relevante, flexível e variado e complexo" (p.10). Desta forma, deve oferecer "um ensino estimulante que motiva os alunos a esforçarem-se por si" (Heacox, 2006, p. 10), permitindo também sentimentos de frustração perante os erros. A flexibilidade que a diferenciação pedagógica apresenta descentra-se de "digressões laterais" ou "insignificâncias" (Heacox, 2006, p. 10) caracterizadas como "mais do mesmo para preencher tempo" (Heacox, 2006, p. 10) e cinge-se, essencialmente, ao modo como os alunos escolhem aprender e qual(is) o(s) processo(s) que delineiam para tal. Para além disto, o mesmo é maioritariamente qualitativo, uma vez que "ajustar a quantidade de trabalho é, geralmente, menos eficaz do que ajustar a natureza do trabalho para corresponder às necessidades do aluno" (Tomlinson, 2008, p. 17). Deste modo, a diferenciação pedagógica é centrada no aluno e na sua participação ativa aquando da tomada e avaliação de decisões, realçando a importância da partilha de responsabilidades e a preparação dos mesmos para a vida. A diferenciação pedagógica é uma intervenção cada vez mais realista, porém, o docente deve ser capaz de dar uma resposta adequada e que abranja toda a dimensão da mesma. Conforme sublinha Tomlinson (2001), a diferenciação pedagógica visa criar condições equitativas de aprendizagem, permitindo que cada aluno aceda ao currículo de forma significativa e desenvolva plenamente o seu potencial.

6.5. A Diferenciação Pedagógica no Ensino da Matemática

A área da Matemática é aquela que suscita maiores dificuldades aos alunos levando-os, na maioria das vezes, a sentir-se incapazes de aprender os conceitos inerentes à mesma (Alcântara, 2022). Porém, se forem definidas "estratégias de ensino focadas nas necessidades dos alunos e, simultaneamente, proporcionar-lhes o apoio adequado para ultrapassarem dificuldades que experienciem enquanto aprendem" (Mendes et al., 2017, p. 133) podem criar-se "condições para que todos os alunos sejam o mais bem sucedidos possível na aprendizagem da Matemática" (Mendes et al., 2017, p. 133). Estes autores referem ainda que:

um amplo acordo relativamente à ideia de que a diferenciação no ensino da Matemática requer que o professor (a) organize o trabalho em torno de ideias-chave, (b) conheça as necessidades dos alunos, o que passa pela avaliação dos seus saberes, (c) proponha tarefas com graus de dificuldade diferentes mas que permitam trabalhar a mesma ideia-chave e (d) proporcione aos alunos algum grau de autonomia que lhes permita escolher que tarefas resolverão em determinados momentos.

(Mendes et al., 2017, p. 133)

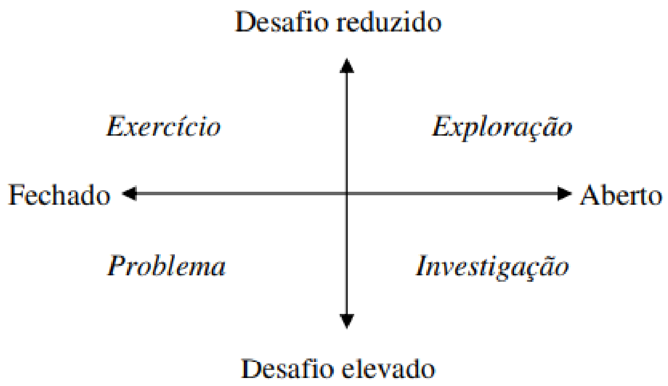
Uma vez que o ensino tem como referência ideias-chave – ideias matemáticas fundamentais que ligam entre si ideias mais específicas – como abordagem significativamente facilitadora da diferenciação (Mendes et al., 2017), é imprescindível que o professor inicie a identificação as ideias-chave que servirão de ponto de partida para a sua prática pedagógica. No seguimento, é fundamental que escolha as tarefas propostas posteriormente aos alunos com base nas ideias selecionadas e por fim, inventarie várias formas de apresentar o processo de resolução das mesmas (Mendes et al., 2017). Para além disto, é importante proporcionar aos alunos o contacto "com diferentes representações de ideias matemáticas de modo a que todos possam compreender estas ideias e ajudá-los progressivamente, a aprender formas de representação mais convencionais" (Mendes et al., 2017, p. 135). Small (2017) refere que para se diferenciar o ensino da Matemática "são necessários os seguintes elementos: grandes ideias [...] escolha (e) avaliação prévia" (pp. 4-5). Na visão desta autora, o foco do "ensino deve estar nas grandes ideias que estão a ser ensinadas para garantir que todas são abordadas, independentemente do nível" (Small, 2017, p. 4). De acordo com a perspetiva destes autores, o professor necessita organizar as suas práticas em torno dos elementos principais – ideias-chave, avaliação e tipo de tarefas.

6.5.1. *A Diferenciação Pedagógica na Resolução de Problemas*

As tarefas representam um elemento crucial no currículo da Matemática, uma vez que constituem a base de muitas das aprendizagens realizadas pelos alunos (Ponte, 2005). Para este autor, as tarefas podem ser classificadas em diferentes categorias, tendo em conta critérios como o grau de desafio, a estrutura, a duração e o respetivo contexto em que se inserem. Assim, o primeiro critério está associado à complexidade cognitiva exigida pela tarefa, que apresenta um baixo desafio quando requer apenas a aplicação de procedimentos e técnicas previamente adquiridas. Por sua vez, uma tarefa com elevado grau de desafio promove conexões entre conceitos, estimula o raciocínio e favorece a comunicação matemática. Ainda de acordo com Ponte (2005), a estrutura da tarefa é um aspeto igualmente relevante, pois as tarefas abertas permitem aos alunos a exploração de diferentes estratégias para a sua resolução, a discussão de ideias e a construção de generalizações, com vista à promoção da autonomia e do pensamento. Já as tarefas fechadas, apesar de mais direcionadas, podem igualmente potenciar o desenvolvimento do raciocínio, por serem mais acessíveis e focadas em objetivos específicos (Ponte, 2005). Em relação à duração das tarefas, o autor acrescenta ainda que podem variar entre curta duração (resolvidas em poucos minutos) e longa duração (que se podem estender ao longo de semanas ou até meses, dependendo da complexidade e do envolvimento). De igual forma, o contexto da tarefa é um fator diferenciador, pelo facto de apresentar situações em contextos reais, abstratos ou puramente matemáticos (Ponte, 2005). Importa realçar que, mesmo quando uma tarefa é baseada em situações do quotidiano poderá assumir um carácter abstrato para alguns alunos devido às respetivas experiências e conhecimentos prévios (Ponte, 2005). Tendo em conta todas as características supramencionadas, o autor classifica as tarefas matemáticas em quatro grandes tipos: (i) exercícios (tarefas que dispõem de um processo para consolidar os conhecimentos adquiridos); (ii) investigações (exploração aprofundada de um tema que envolve uma recolha de dados acerca de uma questão e/ou tema); (iii) projetos (tarefa mais extensa que exige a elaboração de um plano e execução de várias etapas); e por último (iv) problemas (tarefas que não têm um processo de resolução imediato, exigindo o uso de estratégias para se encontrar a solução). Cada um deles apresenta potencialidades distintas e pode ser utilizado para promover a diferenciação pedagógica, respondendo assim à diversidade de estilos e ritmos de aprendizagem presentes na sala de aula (Ponte, 2005) (figura 1).

Figura 1

Tipos de Tarefas



Nota: Retirado de Ponte (2005) de https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf

Analisando a figura, podemos observar que os problemas são tarefas com um elevado grau de desafio e são fechadas (Ponte, 2005). Neste sentido, a definição de um problema corresponde a uma situação que permite o envolvimentos dos alunos, sem que, numa primeira instância, os próprios conheçam o caminho para a sua resolução. Kantowski (1980) considera que um problema é uma situação com que uma pessoa se depara e para a realização da qual não tem um procedimento ou algoritmo que conduza à solução. No entanto, pode acontecer situações em que alguns alunos considerem a tarefa um problema e outros, um exercício (Ponte, 2005). Por conseguinte, um problema assume uma dimensão formativa que potencia as capacidades cognitivas dos alunos, possibilitando a atribuição de significado àquilo que vão aprendendo (Boavida et al., 2008; Viseu et al., 2016). Além disso, este tipo de tarefas pode ser realizado tendo em conta a realidade próxima do aluno, fazendo com que seja desenvolvido o gosto por desafios e pela descoberta, aumentando assim as suas capacidades matemáticas (Viseu et al., 2016).

A resolução de problemas é concebida como um processo sequencial onde se estabelecem diversas fases e por isso, para resolverem os propostos, os alunos devem interpretar o enunciado e consequentemente, elaborar uma estratégia que permita chegar à resolução, sendo fundamental o raciocínio e a reflexão sobre os respetivos procedimentos a ter em conta (Viseu et al., 2016). Segundo Polya (2003) a resolução de problemas inclui quatro etapas: (1) Compreensão do Problema; (2) Elaboração de um

Plano; (3) Execução do Plano; (4) Verificação dos Resultados. Ao longo do processo, estas podem ajudar o aluno a organizar o seu processo de resolução de um dado problema, com o objetivo do próprio se questionar relativamente ao modo como tornar o seu pensamento, eventualmente, mais sistemático e eficaz (Polya, 2003). É de realçar que nem todos os problemas podem ser utilizados para o ensino da Matemática, isto é, devem ser selecionados previamente consoante os objetivos pretendidos e o grau de desafio, mas adequados ao trabalho que se pretende realizar (Vale et al., 2015). Para Boavida et al. (2008), a resolução de problemas apresenta duas componentes principais: (i) a primeira decorre da exploração, em que a descoberta de possíveis relações (através do raciocínio, dos processos indutivos e das estratégias) levam à procura da solução; (ii) na segunda é possível testar essas relações e usar raciocínios e processos dedutivos, incluindo apresentar contraexemplos e justificar as generalizações. É importante a resolução de problemas de modo explícito, permitindo que os alunos aprofundem os seus conhecimentos e os seus pensamentos e tornando a sua aprendizagem mais significativa (Boavida et al., 2008).

Através da resolução de problemas, inserida num ambiente propício e favorável, o aluno valida os conceitos matemáticos, realiza conjeturas, relaciona os conceitos, generaliza, estimula os procedimentos num contexto significativo, toma uma atitude reflexiva e desenvolve a capacidade de raciocínio e o pensamento matemático (Serrazina, s.d.). Tomlinson (2008) defende que este tipo de diferenciação tem por base o nível de preparação dos alunos, os seus interesses ou o estilo de aprendizagem. Mendes et al. (2017) destacam três estratégias para realçar a diferenciação pedagógica na aula de Matemática: (1) ensinar tendo por referência os saberes e necessidades dos alunos; (2) ensinar propondo tarefas paralelas; (3) ensinar proporcionando a escolha autónoma de tarefas. Small (2017) afirma que "os professores podem diferenciar efetivamente o ensino para atender à maioria dos alunos" (p. 6) recorrendo a tarefas abertas e/ou paralelas. De forma a sustentar o que foi referido anteriormente, Mendes et al. (2017) reforçam que

> A identificação destas necessidades deve andar a par e passo com a compreensão dos seus saberes, o que, embora não sendo simples, pode conseguir-se do envolvimento dos alunos numa atividade focada na análise de possíveis respostas

a tarefas com determinadas características. Entre elas, estão as tarefas abertas e as questões de escolha múltipla (p. 136)

Este ensino "permite que os alunos, seja por orientação do professor ou trabalhando com outros alunos, consigam aceder a novas ideias com base no que já sabem" (Small, 2017, p. 3). Uma tarefa aberta "está formulada de modo a possibilitar várias respostas ou que diferentes alunos a abordem usando diferentes processos ou estratégias" (Mendes et al., 2017, p. 136) e que por isso, permitam situar os alunos em vários níveis de desenvolvimento matemático, progredindo consoante o envolvimento que a atividade desencadeie. Mendes et al. (2017) apresentam ainda, outra estratégia para diferenciar o ensino da Matemática que exige "ter disponíveis grupos de tarefas que os alunos possam resolver autonomamente de acordo com aquilo que já pensam ser capazes de fazer" (p. 162). Assim, diferencia-se sob uma modalidade em que é o aluno quem toma as decisões sobre as tarefas que vai resolver, promovendo significativamente o seu nível de autonomia na escolha daquilo que quer fazer e como (Mendes et al., 2017).

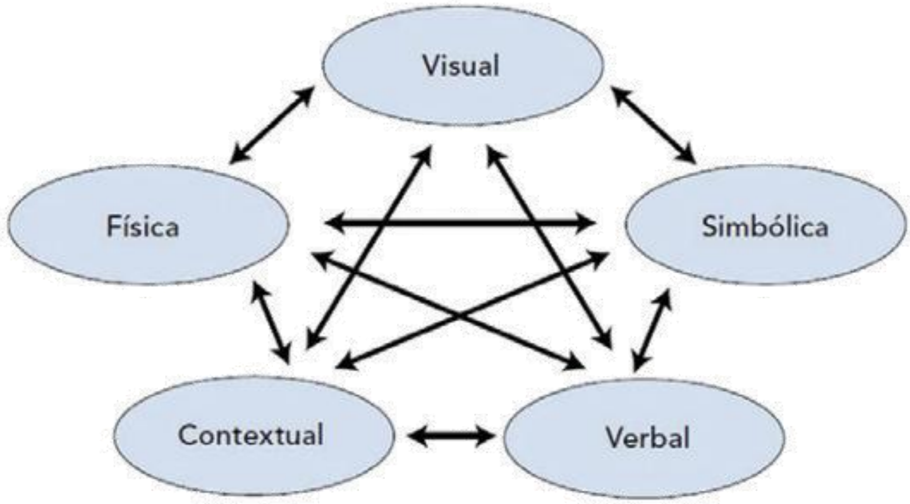
6.5.2. *A Diferenciação Pedagógica nas Representações Matemáticas*

Através da resolução de problemas associada à utilização de diferentes representações, é possível promover a aprendizagem dos alunos. Tripahi (2008) e Velez (2020) definem representações matemáticas como construções físicas ou mentais que expressam elementos essenciais da estrutura de um conceito, bem como as relações que esse conceito estabelece com outras ideias. O ato de representar consiste em denotar, retratar, simbolizar, codificar, evocar, rotular, significar, referir, produzir ou sugerir (Goldin, 2003). Contudo, o próprio conceito pode ser entendido como o processo de criação ou invenção de formas de representar, isto é, algo que tanto os alunos quanto os professores constroem ativamente (Goldin, 2018). A representação matemática refere-se assim, à relação semiótica entre as produções externas (símbolos, imagens ou expressões) e as ideias matemáticas internas que estas expressam (Goldin, 2018). Apesar da matemática ser frequentemente identificada por meio de algarismos e/ou letras, uma representação matemática pode ser uma imagem, um objeto ou até mesmo, uma simples palavra (Canavarro et al., 2022). De acordo com Bruner (1999), as representações utilizadas pelos alunos podem ser classificadas em três categorias: a) ativas; b) icónicas; c) simbólicas.

As representações ativas dizem respeito a situações em que o aluno, não conseguindo traduzir o conhecimento sob imagens ou palavras, recorre à ação para o expressar. As representações icónicas verificam-se quando o conhecimento é expresso e manipulado através de imagens, podendo surgir sob a forma de desenhos, figuras, ilustrações ou esquemas que traduzem a solução encontrada pelo aluno para o problema proposto (Bruner, 1999). Já as representações simbólicas correspondem a algo mais formal, que consiste num conjunto de proposições simbólicas ou lógicas extraídas de um sistema regido por regras ou leis que orientam a formação e a transformação dessas proposições (Bruner, 1999). A categorização apresentada complementa-se com a de Lesh, Post e Behr (1987), que apresentam cinco representações diferentes, que pretendem comunicar sobre e entre ideias matemáticas – figura 2. No 1.º CEB consideram-se as representações verbais, a utilização de materiais manipuláveis e/ou a construção de diagramas, ancoradas na utilização progressiva da linguagem simbólica.

Figura 2

Representações Matemáticas segundo Post, Lesh & Behr (1987)



Nota: Retirado de Canavarro et al. (2018) de http://hdl.handle.net/10400.21/15874

As representações assumem um papel fundamental no ensino da Matemática (Velez, 2020). Ao recorrerem às mesmas, os alunos envolvem-se em processos que tornam a aprendizagem mais significativa, pois ao representar, exteriorizam os seus pensamentos e organizam a informação que vão adquirindo e constroem ativamente o próprio conhecimento (Valério, 2005). O uso de múltiplas representações favorece a capacidade de selecionar a forma mais adequada para representar um conceito (Nistal et al., 2009; Velez, 2020; Tripahi, 2008). Atualmente, o documento das Aprendizagens Essenciais de Matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) assume que "explicitamente a capacidade de usar representações matemáticas como uma capacidade matemática transversal essencial" (Canavarro et al., 2022). O papel do professor na utilização das representações matemáticas é destacado por Goldin (2000) que adota uma visão mais abrangente enfatizando uma crescente sensibilização para a complexidade das representações, entendidas como processos cognitivos e sociais interligados ao conhecimento.

Stylianou (2010) salienta a importância das representações utilizadas pelos próprios professores como ferramentas fundamentais no apoio à aprendizagem, desde a introdução de novos conceitos à resolução de problemas e consequente construção de conexões entre ideias. A autora enaltece ainda que o uso de múltiplas representações de um mesmo conceito permite ao professor escolher as mais adequadas às necessidades dos alunos, favorecendo a compreensão. No seguimento das ideias explicitadas anteriormente, podemos considerar que a utilização de representações múltiplas está intimamente ligada à diferenciação pedagógica, na medida em que permite responder de forma mais eficaz às diversas necessidades, ritmos e estilos de aprendizagem dos alunos. Webb, Boswinkel e Dekker (2008) propõem o modelo do icebergue como metáfora para o processo de aprendizagem das representações, defendendo que os alunos devem iniciar o seu percurso através de representações informais e pré-formais antes de chegarem às representações formais. Esta abordagem evidencia a importância de respeitar as fases de desenvolvimento de cada aluno, permitindo que avancem ao seu próprio ritmo – um princípio essencial da diferenciação pedagógica.

O Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória refere que os próprios devem ser capazes de comunicar o seu raciocínio, sendo que tal pode ser feito através das representações matemáticas, bem como da resolução de problemas (Martins et al., 2017). Goldin (2008) salienta que a análise das representações externas criadas pelos alunos — como gráficos, diagramas ou explicações orais — permite inferir as suas representações internas, possibilitando uma intervenção pedagógica mais ajustada. Esta compreensão profunda do raciocínio dos alunos permite ao professor selecionar e adaptar as tarefas de forma mais consciente, tal como sugerido por Cebola (2011). Em suma, a integração de representações múltiplas no ensino da matemática, quando articulada com práticas de diferenciação pedagógica, promove uma aprendizagem mais equitativa, significativa e centrada no aluno. Ao respeitar os diferentes ritmos e formas de aprender, e ao criar oportunidades para a exploração, construção e discussão das representações, o professor desempenha um papel crucial na mediação do conhecimento, apoiando o desenvolvimento cognitivo e a autonomia dos seus alunos. Desenvolver a capacidade de escolher as representações matemáticas mais adequadas implica utilizar as representações de forma flexível, bem como interpretá-las e traduzi-las entre diferentes modelos e conceitos matemáticos (Suh et al., 2008). Assim, a aprendizagem ocorre através de experiências práticas que permitem alcançar soluções adequadas para a resolução de problemas (Bruner, 1999).

7. METODOLOGIA

7.1. Roteiro Metodológico e Ético

7.1.1. *Natureza do Estudo*

O conceito de investigação define-se como o "estudo de um fenómeno ou conjunto de fenómenos com o objetivo de estabelecer leis ou teorias explicativas gerais, segundo métodos e técnicas de base científica" (Dicionário Verbo, 2006, p. 648), na "tentativa sistemática de atribuição de respostas" (Tuckmann, 2000, p. 5). Tendo em conta a prévia apresentação do estudo e respetivas questões de investigação, optou-se por uma metodologia qualitativa de caráter descritivo e interpretativo. Na perspetiva de Bogdan e Biklen (1994), uma investigação qualitativa possui cinco características, no entanto, "nem todos os estudos que consideraríamos qualitativos patenteiem estas características de eloquência" (p. 47). Sousa e Baptista (2014) definem-na como a base da compreensão dos problemas, através da análise dos comportamentos, atitudes e valores dos participantes. Uma vez indutiva e descritiva, o investigador concebe conceitos e/ou ideias a partir de padrões identificados pelos dados recolhidos. Pinto et al. (2018) reforçam as características enunciadas por Bogdan e Biklen (1994) resumindo-as em quatro principais: (1) a fonte dos dados recolhidos é retratada como um ambiente natural, onde o investigador é o agente responsável pela respetiva recolha; (2) os dados recolhidos apresentam um caráter, maioritariamente descritivo; (3) o foco do investigador prende-se na compreensão do significado que os participantes atribuem às suas experiências; (4) a análise dos dados recolhidos é indutiva.

Uma vez que as investigações de natureza qualitativa são realizadas sob a análise do comportamento demonstrado pelos participantes, a fim de se tentar compreender os problemas, comportamentos, atitudes e valores (Sousa e Baptista, 2011), estas assumem um rigor metodológico garantido pela descrição detalhada dos acontecimentos ao longo dos mesmos, seguidos pela justificação das escolhas realizadas (Cusati et al., 2021). Deste modo, o roteiro metodológico apresentado reflete o respetivo processo de forma clara e pormenorizada. Integrado num paradigma interpretativo, a presente investigação denomina-se como um estudo de caso, com vista à construção do conhecimento através do estudo e aplicação da problemática no contexto real (Meirinhos & Osório, 2010). Um estudo de caso é algo mais aprofundado de um ou mais exemplos acerca de um fenómeno no seu ambiente natural, refletindo posteriormente, a perspetiva dos indivíduos envolvidos (Gall et al., 2017 citado em Amado & Freire, 2014). Nesta linha de pensamento, Yin (1989 citado em Amado & Freire, 2014) sublinha que esta modalidade de investigação empírica "investiga um fenómeno contemporâneo dentro de um contexto da vida real, quando as fronteiras entre o fenómeno e o contexto não são claramente evidentes, e no qual são utilizadas múltiplas fontes de evidência" (p. 23).

7.1.2. *Métodos e Técnicas de Recolha de Dados*

Relativamente aos procedimentos adotados na recolha de dados, elenca-se o "conjunto de processos operativos que nos permite recolher os dados empíricos que são uma parte fundamental do processo de investigação" (Sousa e Baptista, 2014, p. 70). A recolha de dados foi realizada aquando do período de intervenção da PES II, sendo que a observação participante foi a técnica priorizada, complementada com registos de observação (imagem e áudio), notas de campo e produções dos alunos. A observação é um método de recolha de dados próprio a uma abordagem qualitativa, na qual o investigador se encontra presente no local da recolha (Sousa e Baptista, 2014). Adicionalmente, a observação participante é a técnica que nos permite aferir sobre a atuação dos participantes e das interações que os próprios refletem, possibilitando um olhar mais profundo da realidade que está a ser observada (Fonseca, 2012; Traqueia et al., 2021). Os registos de imagem e áudio permitem uma análise retrospetiva dos assuntos (Fonseca, 2012), em que o investigador recorda detalhes do(s) momento(s) captados e o leitor interpreta de uma forma mais clara e objetiva o que lhe é apresentado. Além disto, a realização de uma entrevista semiestruturada à professora cooperante foi também uma das técnicas adotadas no processo de recolha de dados, com vista à compreensão do papel do tema em questão na sua prática pedagógica, bem como as conceções existentes acerca do mesmo. Meirinhos e Osório (2010) afirmam que este é "um ótimo instrumento para captar a diversidade de descrições e interpretações que as pessoas têm sobre a realidade" (p. 62). Porém, uma entrevista pressupõe a construção de um guião com função orientadora e não restritiva, isto é, que dá liberdade de resposta ao entrevistado e abre precedentes para outras questões.

Tendo em conta que o principal objetivo do estudo é perceber de que modo as estratégias de diferenciação pedagógica influenciam o desempenho dos alunos do 3.º ano na resolução de problemas matemáticos, com atenção particular às representações utilizadas, a técnica utilizada passou por verificar quais as estratégias diferenciadas que são utilizadas pela interveniente na resolução de problemas matemáticos. Na fase seguinte foi necessário avaliar a perceção dos alunos acerca da natureza diversa apresentada nas tarefas propostas, questionando-os e solicitando a partilha do próprio raciocínio enquanto resolviam as mesmas individual e cooperativamente. No que concerne à documentação recolhida, esta correspondeu às produções dos alunos, nomeadamente às resoluções das tarefas propostas durante o período de intervenção, de forma a perceber a evolução dos discentes aquando do desenvolvimento da presente investigação. Na perspetiva de Cusati et al. (2012), a sua finalidade é contextualizar o que foi decorrendo ao longo do estudo, com o propósito de se completarem as informações registadas no período de observação.

7.1.3. *Métodos e Técnicas de Análise de Dados*

De forma a garantir o anonimato dos participantes, estes foram identificados através de um código do tipo 3*x*, em que o "3" corresponde ao grupo S ao qual os alunos pertenciam e o "*x*" representa o número de aluno na lista da turma.

A análise dos dados foi feita através de análise de conteúdo, tendo por base as categorias previamente definidas a partir do quadro teórico e das questões do estudo. A partir das produções dos alunos e dos registos de observação, os dados recolhidos foram organizados segundo três categorias: (i) tipo de representação mobilizada (ativa, icónica, simbólica); (ii) estratégias de diferenciação pedagógica utilizadas em cada tarefa; e (iii) estratégias utilizadas ou dificuldade na resolução do problema por parte dos alunos. A partir destas categorias foi possível identificar padrões, recorrências e diferenças entre os alunos, o que permitiu relacionar as estratégias aplicadas pela interveniente com as representações utilizadas e com o desempenho dos alunos.

A categorização das representações utilizadas seguiu o modelo proposto por Bruner (1999) que distingue três tipos para as mesmas (ativas, icónicas e simbólicas) em confronto com as que são apresentadas por Post, Lesh e Behr (1987) na figura 2. Além disso, considerou-se igualmente pertinente ter em conta o tipo de problemas formulados apresentados no capítulo anterior de forma a diversificar a sua estrutura e etapas de resolução. Assim, foram analisadas as representações nos registos matemáticos. Desta forma, avaliaram-se quais as representações usadas pelos participantes aquando da resolução de cada tipo de problema, de acordo com o referido em Boavida et al. (2008), verificando possíveis semelhanças e/ou diferenças aquando da aplicação de diferentes estratégias de diferenciação, determinadas mediante as características dos alunos.

A análise dos dados seguiu o paradigma interpretativo, entendendo a realidade educativa como socialmente construída e acessível pela interpretação dos significados atribuídos pelos participantes. O processo foi iterativo, contextual e reflexivo, com a investigadora a atuar como participante e observadora, combinando observação direta com a análise das produções dos alunos. A análise iniciou-se com uma leitura exploratória e global dos dados para identificar padrões emergentes. Depois, procedeu-se a uma categorização indutiva e teórica baseada na tipologia de representações de Bruner (1966) (ativa, icónica e simbólica), permitindo também a criação de novas categorias derivadas dos dados. Cada produção foi examinada segundo o tipo de representação e o nível de mediação pedagógica envolvido. O processo manteve-se interativo, alternando leitura, reflexão teórica e comparação entre casos, recorrendo à triangulação de diferentes fontes (produções, observações e notas reflexivas) para sustentar as interpretações. Por fim, as conclusões foram validadas através da triangulação e de conversas informais com a professora cooperante, reforçando a credibilidade dos resultados. O percurso analítico assumiu, assim, um caráter compreensivo e reflexivo, procurando interpretar a experiência dos alunos e as mudanças nas suas formas de representar e compreender situações matemáticas.

7.2. Contexto

7.2.1. *Participantes*

A presente investigação foi concretizada numa instituição de cariz privado, na freguesia do Parque das Nações, numa turma do 3.º ano do 1.º CEB constituída por 53 alunos, sendo 25 do sexo feminino e 28 do sexo masculino. A turma referida era heterogénea, isto é, apresentava diferentes níveis de aprendizagem e alunos de outras nacionalidades. Contudo, e uma vez que o contexto educativo se rege pelo Modelo de Aprendizagem MOrE, descrito na 1.ª parte do Relatório Final, foram apenas selecionados os 17 alunos pertencentes ao grupo B3, dos quais 9 eram do sexo feminino e 8 do sexo masculino. A seleção dos respetivos participantes não considerava qualquer critério, no entanto, era necessário garantir a presença das seguintes condições: (1) Diferentes estilos de aprendizagem; (2) Alunos beneficiários de medidas de suporte à aprendizagem e inclusão. De acordo com o contexto do grupo de estudo realça-se que ao mesmo eram aplicadas diversas medidas de suporte à aprendizagem e inclusão, respetivamente alinhadas com o disposto no Decreto-Lei n.º 54/2018, com o objetivo de se responder à diversidade de estilos de aprendizagem e promover a equidade no acesso ao currículo. Entre as medidas universais implementadas destaca-se a diferenciação pedagógica sistemática com recurso a estratégias como: flexibilização dos tempos e ritmos de aprendizagem e a utilização de materiais multissensoriais diversos. Contudo, alguns alunos beneficiavam também de medidas seletivas nomeadamente, apoio pedagógico acrescido e adaptações curriculares não significativas (ajuste de tarefas, reformulação de enunciados, apresentação de problemas matemáticos com diferentes graus de complexidade e representação).

Estas adaptações visavam garantir que todos os alunos, independentemente do seu estilo de aprendizagem, tivessem acesso ao mesmo currículo de referência, ainda que por percursos diferenciados, valorizando o potencial individual de cada um e promovendo uma participação ativa significativa em sala de aula. Ainda assim, é pertinente referir que o grupo B3 tinha uma aluna com Síndrome de Wiedemann-Steiner e por isso, era abrangida por medidas seletivas que previam adaptações fundamentais como: utilização de instrumentos variados (respostas orais, escolhas múltiplas, preenchimento de lacunas, entre outros), atribuição de tempo suplementar, leitura enunciados, uso de pistas visuais e recurso a materiais concretos, também com o uso do *Ipad* como ferramenta de apoio, e valorização de respostas verbais e ainda, do conteúdo das respetivas produções em detrimento da linguagem escrita. Os aspetos referidos permitiam o acesso ao currículo por meio de diferentes percursos, especialmente em áreas como a leitura, escrita e a resolução de problemas matemáticos, onde se registavam maiores fragilidades, com a integração de estratégias diferenciadas que promoviam a compreensão e raciocínio matemático dos alunos.

7.2.2. *Implementação das Tarefas*

Para a concretização do presente estudo foram formulados três problemas matemáticos (anexo D), realizados pelos alunos nos tempos letivos que correspondiam, maioritariamente, ao Tempo de Trabalho Autónomo (T.T.A.) durante quatro semanas – organizados sob a forma de uma tabela (tabela 1). Foram propostos problemas matemáticos diferenciados, que variaram consoante o nível da complexidade do (problema simples ou com múltiplos passos), o grau de apoio oferecido pela interveniente e o tipo de representação que poderia ser usada pelos alunos. Em cada tarefa foram observados e analisadas três aspetos: (i) o tipo de representação usada pelos alunos (ativa, icónica ou simbólica); (ii) o tipo de estratégia de diferenciação aplicada (apoio individualizado, níveis de dificuldade, manipulação concreta, reformulação do enunciado); e (iii) os indícios de compreensão ou dificuldade dos alunos, observados através das produções escritas, verbalizações e necessidade de apoio por parte da interveniente. Assim, foi possível analisar a relação entre as estratégias diferenciadas utilizadas pela interveniente, as representações mobilizadas pelos alunos e o desempenho seu em cada tarefa.

De notar que os três problemas foram classificados de acordo com: (i) o nível de aprendizagem do grupo; (ii) os conteúdos lecionados e respetivos objetivos de aprendizagem; (iii) a diversidade de representações a utilizar, e tendo em conta a classificação de Boavida et al. (2008): (a) problemas de cálculo: problemas com dois ou mais passos, onde os alunos devem tomar decisões acerca da(s) operação(ões) a utilizar; (b) problemas de processo: problemas que requerem maior atenção pelo facto de ser eventualmente necessária a utilização de várias estratégias para o resolver; (c) problemas abertos: problemas que apresentam mais do que uma estratégia de resolução e ainda, mais do que tum tipo de resolução.

Tabela 1

Calendarização das Atividades

	Problema	Tipo de Problema	Data
1	Cromos e mais Cromos	Problema de Cálculo	12 a 16 de maio
2	Feijões	Problema Aberto	19 a 23 de maio
3	Xarope	Problema de Processo	2 a 6 de junho

Nota: Fonte Própria adaptado a partir de Boavida et al. (2008)

No início de cada momento, os problemas eram apresentados aos alunos e a interveniente realizava uma primeira leitura ao grupo. Em seguida, os alunos resolviam os problemas autonomamente individualmente, (à exceção do problema 2 que os alunos resolveram em pequenos grupos). Sempre que necessitassem de ajuda, os alunos deveriam solicitar o meu apoio, No final, os alunos partilhavam o seu raciocínio e respetivas representações da resolução, as mesmas, em grande grupo. A discussão dos resultados constituiu um momento fundamental no processo de implementação de cada problema, permitindo transformar a resolução individual ou em grupo numa oportunidade de aprendizagem partilhada. Concluído o tempo destinado à resolução, as produções dos alunos eram apresentadas ao grande grupo, quer de forma oral, quer com o apoio de projeção no quadro, o que facilitava a visualização das estratégias utilizadas e a comparação das diferentes formas de representar o mesmo problema. Este procedimento visava tornar percetível o raciocínio dos alunos, promovendo a explicitação dos processos e das escolhas efetuadas. Durante a discussão, foram sistematizadas, com os alunos, semelhanças e diferenças entre as resoluções, com especial atenção aos tipos de representações utilizadas (simbólicas, icónicas e verbais) e ao modo como estas contribuíam para a compreensão do enunciado e para a estruturação do raciocínio matemático. A validação das soluções era conduzida com base na explicação e justificação dos procedimentos apresentados, incentivando os alunos a comunicar o seu pensamento de forma clara e rigorosa, bem como a escutar e comentar as estratégias dos colegas. Esta partilha orientada pela professora permitia questionar, comparar e reformular ideias, criando um ambiente de debate construtivo e colaborativo. Procurou-se ainda promover uma reflexão orientada sobre a eficácia das representações utilizadas, questionando os alunos acerca das formas de representação que consideraram mais acessíveis, mais úteis ou mais adequadas à resolução do problema. Este diálogo final revelou-se especialmente importante para que os próprios tomassem consciência das diferentes maneiras de pensar e representar matematicamente, reconhecendo que existem múltiplos caminhos possíveis para chegar à solução e valorizando a importância das representações na construção e comunicação do raciocínio.

O problema 1 – "Cromos e mais Cromos" – foi apresentado ao grupo de alunos com uma posterior leitura feita por mim. Numa fase inicial, coloquei um cronómetro a marcar 15 minutos para que os próprios tivessem a oportunidade de pensar e registar a representação que considerassem mais adequada para resolver o problema. Circulei pela sala para verificar as diferentes representações e findo esse tempo sugeri que o grupo tentasse pensar e registar outro(s) tipo(s) de representação(ões) para descobrir a solução do problema. Para esta segunda etapa o tempo de resolução foi também de 15 minutos, sendo que os alunos com mais dificuldades eram apoiados por mim, através do questionamento (ex.: *Para além da operação, como é que podemos resolver este problema? Um esquema, uma sequência, o que achas?*), de forma a promover o desenvolvimento do raciocínio dos alunos. No final do tempo estipulado procurei perceber as diferentes resoluções registadas pelos alunos no caderno, bem como o tipo de representações utilizadas pelos alunos numa partilha em grande grupo (B3). Este problema assumiu um carácter diagnóstico, uma vez que constituiu o ponto de partida para compreender as dificuldades iniciais dos alunos na resolução de problemas e as representações matemáticas utilizavam preferencialmente. Através desta tarefa, foi possível identificar eventuais lacunas na interpretação do enunciado e na seleção da operação adequada. Esta informação foi fundamental para ajustar as tarefas seguintes, bem como para orientar as estratégias de diferenciação pedagógica implementadas ao longo das tarefas subsequentes. No problema 2 – "Feijões" – os alunos organizaram-se em pequenos grupos homogéneos, previamente definidos por mim. Desta forma, os alunos foram distribuídos em seis grupos de 2/3 alunos. A constituição dos grupos de trabalho para a resolução do Problema 2 teve em consideração as evidências recolhidas aquando da resolução do Problema 1, nomeadamente as dificuldades reveladas pelos alunos na interpretação dos enunciados, na seleção das estratégias de resolução e na comunicação do raciocínio matemático. Assim, a formação dos grupos foi intencional e orientada por critérios pedagógicos, procurando equilibrar a necessidade de apoio individualizado com a criação de contextos colaborativos de aprendizagem. Optou-se por organizar os alunos em pequenos grupos homogéneos, de dois a três elementos, de modo a permitir um acompanhamento mais próximo por parte da professora, favorecendo a participação equitativa de todos os intervenientes. Esta estratégia revelou-se pertinente, uma vez que possibilitou que cada grupo trabalhasse num ritmo adequado às suas necessidades, promovendo a autoconfiança e reduzindo o impacto das dificuldades identificadas anteriormente.

Mediante as dificuldades identificadas, as estratégias de diferenciação pedagógica centraram-se na seleção dos materiais mais adequados e na definição de questões orientadoras ajustadas ao nível de compreensão de cada grupo, de modo a estimular a escolha de representações adequadas, o estabelecimento de conexões entre representações, a comunicação matemática e a reflexão conjunta. Deste modo, a gestão diferenciada dos grupos e das tarefas permitiu que todos os alunos participassem de forma significativa no processo, assegurando uma progressão mais equitativa e coerente com os princípios da diferenciação pedagógica e da aprendizagem cooperativa O problema 3 ("Xarope") foi realizado individualmente por 14 dos 17 alunos e por um grupo de 3 alunos que, numa primeira fase o fez com recurso a materiais de apoio. Numa fase seguinte, resolveu o problema recorrendo a outras representações. A aplicação das estratégias de diferenciação pedagógica foi realizada de forma distinta, isto é, foram tidas em conta as necessidades de cada grupo. No seguimento, as estratégias a utilizar foram sintetizadas numa tabela – Tabela 2.

Tabela 2

Organização das Estratégias de Diferenciação Pedagógica

Grupo	Leitura do Enunciado	Interpretação do Enunciado	Materiais Manipuláveis[1]	Pistas Visuais (imagens)
1		X	X	
2				X
3	X	X	X	
4		X		
5				X
6		X		

Legenda	X	Estratégia de Diferenciação Pedagógica utilizada

Nota: Fonte Própria

7.2.3. *Princípios Éticos do Processo Investigativo*

É imprescindível que durante o processo de recolha e análise de dados de ma determinada investigação sejam tidos em conta os princípios éticos, garantindo assim, a confidencialidade e anonimato das informações referentes à instituição e aos participantes. Deste modo, o investigador deve seguir um conjunto de orientações/princípios, dos quais se destacam: (1) construir conhecimento; (2) informar os participantes; (3) respeitar e garantir os direitos dos participantes; (4) proteger os participantes; (5) pedir autorização para divulgar os dados; (6) informar os participantes dos resultados; (7) garantir a confidencialidade da informação; (8) solicitar a autorização das instituições participantes (Sousa e Baptista, 2014). Posto isto, no presente Relatório Final houve a preocupação de garantir o cumprimento dos princípios enumerados anteriormente, tanto no decorrer da investigação como na descrição das informações recolhidas. Além disso, todos os participantes, bem como a professora cooperante e os encarregados de educação, foram informados quanto à natureza do estudo e respetivos objetivos. É ainda relevante referir que foi elaborado um documento de consentimento de participação dos educandos, apesar da instituição possuir um documento para o efeito. Ademais, apesar de terem sido informados quanto à finalidade da investigação, os

[1] Os materiais manipuláveis utilizados na resolução dos problemas foram: cromos de papel (problema 1); sacos de feijão (problema 2); balança (problema 2) e copos medidores (problema 3).

resultados e respetiva análise, quando terminados, serão enviados à professora cooperante como forma de agradecimento.

8. RESULTADOS

Antes da implementação de cada problema, procedeu-se a uma preparação cuidada das tarefas, de modo a garantir a coerência entre os objetivos definidos, o nível de complexidade proposto e as necessidades específicas dos alunos.

8.1. Problema 1 | "Cromos e mais Cromos"

8.1.1. *Enquadramento e conceção da tarefa*

O Problema 1, tinha como objetivo principal possibilitar a diversificação das representações utilizadas pelos alunos na resolução de um problema de cálculo. Tendo em conta as características da turma, era expectável que muitos recorreriam apenas à representação simbólica do algoritmo. Desta forma, foram preparadas questões complementares, através das quais a interveniente pretendia incentivar o uso de outras formas de representação, como esquemas, desenhos ou explicações verbais.

Importa salientar que esta tarefa teve também um carácter diagnóstico, com o objetivo de identificar as principais dificuldades e as estratégias utilizadas pelos alunos. Por essa razão, foram aplicadas estratégias de diferenciação pedagógica de forma mais pontual, nomeadamente com os alunos que se encontravam ao abrigo das Medidas de Suporte à Aprendizagem e Inclusão, para que houvesse o mínimo de envolvimento possível por parte da interveniente na resolução dos problemas.

8.1.2. *Representações e estratégias mobilizadas pelos alunos*

Depois da realização da tarefa, procedeu-se à análise e categorização das representações utilizadas pelos alunos. As informações recolhidas nesta tarefa foram fundamentais para a planificação das tarefas subsequentes, permitindo ajustar o nível de complexidade e as formas de apoio às necessidades observadas. Neste sentido, a seguinte tabela (tabela 3) sintetiza este procedimento, apresentando as diferentes representações utilizadas pelos alunos aquando da resolução do problema proposto. Como é possível observar, os alunos recorreram a três tipos de representações – ativa, icónica e simbólica.

Tabela 3

Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 1

Tipo de Representação	Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)
Ativa	1	5,9
Icónica	3	17,6
Simbólica	11	64,7

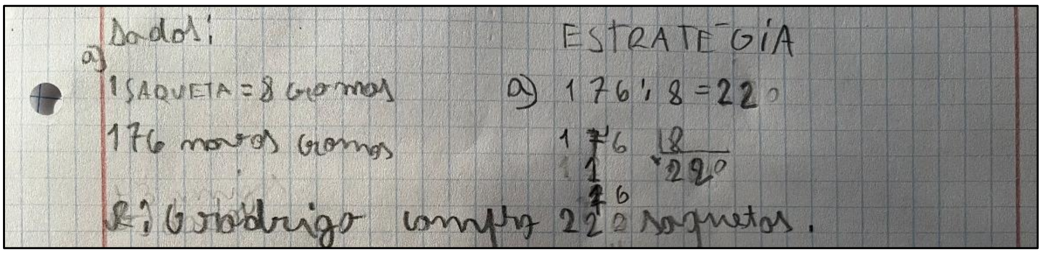
Simbólica e Icónica	2	11,8
Total	**17**	**100**

Nota: Fonte Própria

O tipo de representação mais utilizada pelos alunos na resolução do Problema 1 foi a representação simbólica (figura 3), correspondendo assim a 64,7% dos alunos que a utilizaram (tabela 3). Para resolver a tarefa, estes alunos recorreram maioritariamente ao algoritmo da divisão, talvez pelo facto de terem aprendido a utilizar este algoritmo pouco tempo antes da realização da tarefa. Exemplo disso é a resolução do aluno 3.7 que realizou a operação 176:8, tendo em conta que o enunciado do problema referia que cada saqueta de cromos continha 8 cromos e o Rodrigo tinha verificado que tinha 176 novos cromos. Desta forma, o aluno obteve o resultado de 22 saquetas compradas para perfazer o número total de cromos adquiridos pelo Rodrigo (figura 3).

Figura 3

Resolução do aluno 3.7 ao problema 1

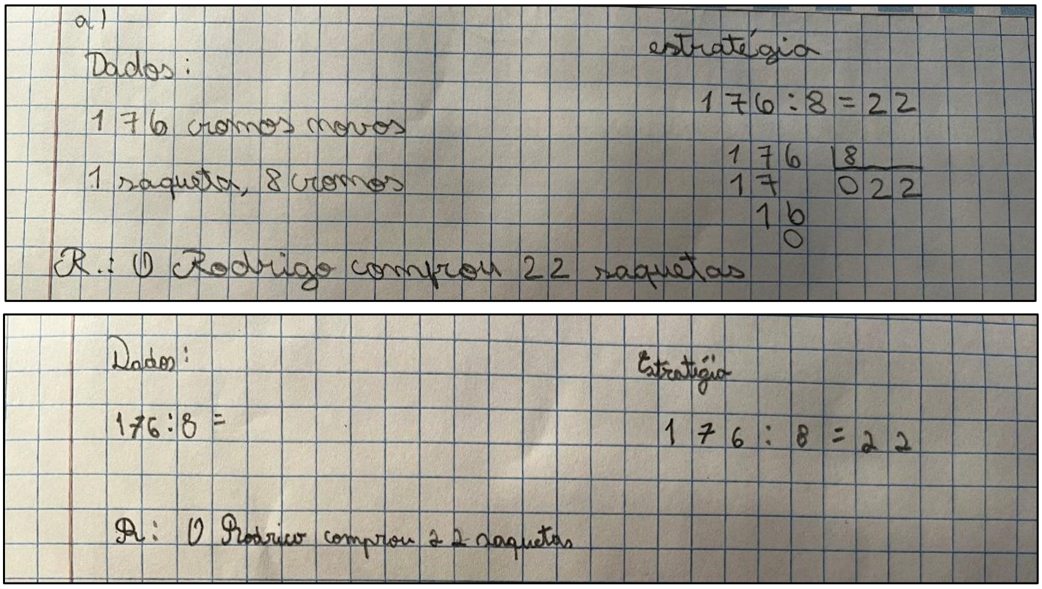


Nota: Fonte Própria

Aproximadamente 11,8% dos alunos (2 alunos) recorreram à representação simbólica seguida da representação icónica, ou seja, a segunda representação foi utilizada para verificação do resultado obtido através da primeira representação (figura 4).

Figura 4

Representação simbólica apresentada pelos alunos 3.4 e 3.8 na resolução do problema 1



Nota: Fonte Própria

Assim, os alunos 3.4 e 3.8, depois de recorrerem à representação simbólica da do algoritmo da divisão, fizeram um esquema onde desenharam saquetas individuais, contendo os 8 cromos cada uma (figura 5). Num segundo momento, os alunos foram desafiados pela interveniente a descobrir outra representação para o problema. Ao questionar os alunos, a interveniente pretendia aferir se os alunos eram capazes de utilizar diferentes representações e/ou estratégias para resolver o mesmo problema.

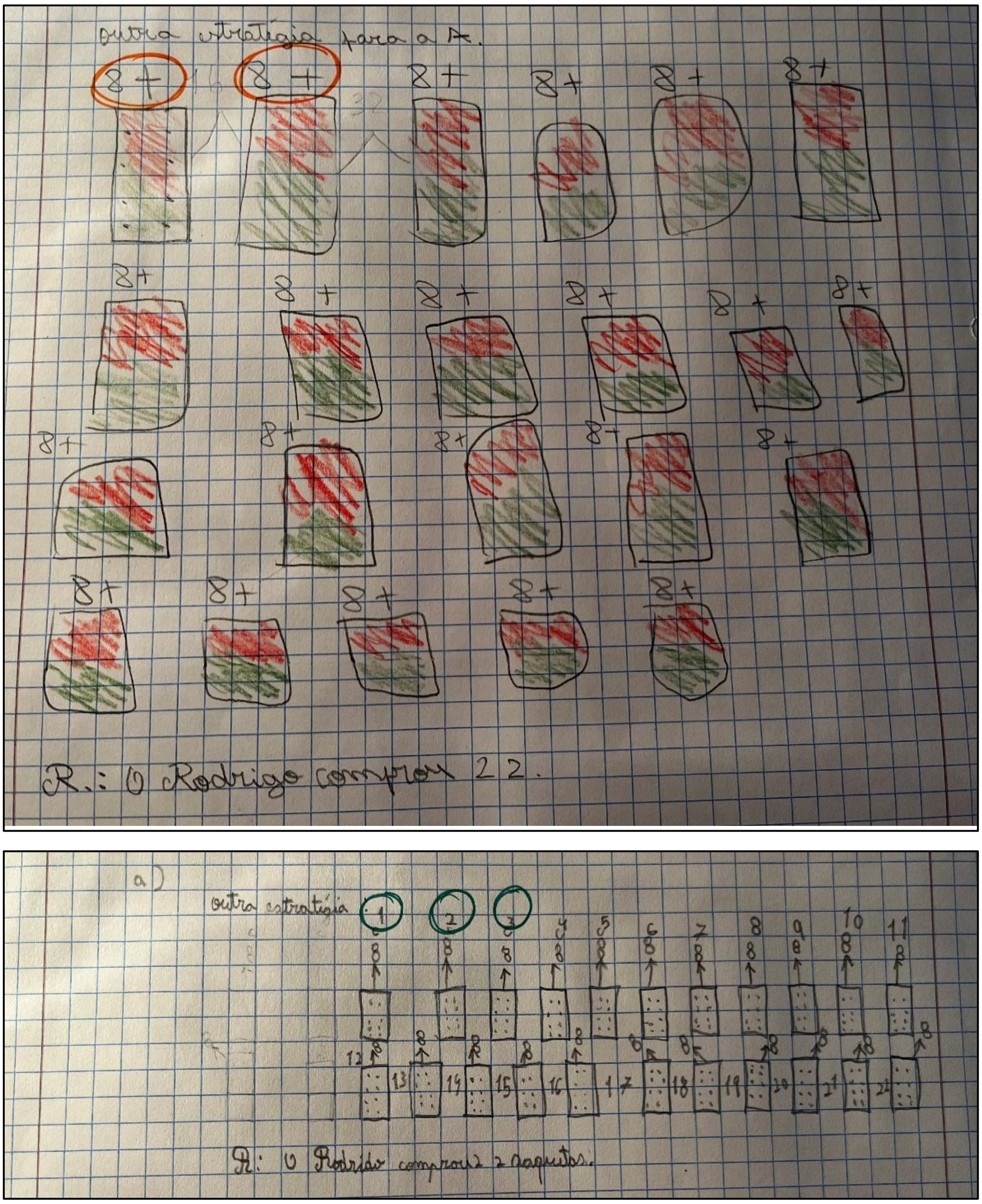
> **I.:** *"D., agora que fizeste o algoritmo da divisão para resolver o problema, que outra representação podes utilizar?"*
> **Aluno 3.4:** *"Posso fazer um esquema."*
> **I.:** *"E o que vais representar nesse esquema?"*
> **Aluno 3.4:** *"As saquetas e os cromos."*
> **I.:** *"Quais cromos? O número total de cromos ou o número de cromos de cada saqueta?"*
> **Aluno 3.4:** *"O número de cromos de cada saqueta...[E quantos são?]...8...até ter o 176."*
> **I.:** *"O que fizeste para resolver o problema?"*
> **Aluno 3.8:** *"Fiz a divisão do 176 por 8."*
> **I.:** *"Sim, e o que significam esses valores?"*
> **Aluno 3.8:** *"O 176 é o número de novos cromos que o Rodrigo tinha e cada saqueta tinha 8 cromos."*
> **I.:** *"Mas porque é que dividiste?"*

Aluno 3.8: *"Porque para saber quantas saquetas ele comprou, temos de ver quantas vezes cabem 176 cromos em saquetas com 8 cromos."*
I.: *"Quantas vezes cabe o 176 no 8?"*
Aluno 3.8: *"Quantas saquetas de 8 cromos conseguimos fazer com 176 cromos."*
I.: *"Ah, e que operação é que nos ajuda a perceber isso...[A divisão]"*
I.: *"Ok, então e não queres tentar outra representação para além de cálculos?"*
Aluno 3.8: *"Como assim?"*
I.: *"O que é que estivemos a ver ali no quadro? Um esquema, uma tabela, um desenho..."*

Tal como se pode verificar, quando é desafiado a utilizar outra representação, o aluno 3.8 recorre a uma representação icónica. Quando é questionado pela interveniente, consegue explicar que representou "as saquetas e os cromos", identificando corretamente que cada saqueta contém 8 cromos. Ainda assim, acrescenta esta quantidade de forma sucessiva até obter o total de 176 cromos. Esta estratégia, baseada na representação icónica evidencia a compreensão concreta da estrutura multiplicativa do contexto do problema, permitindo ao aluno visualizar a relação entre o número de saquetas e o número total de cromos. Isto confirma também o resultado obtido anteriormente através do algoritmo da divisão.

Figura 5

Representação icónica apresentada pelos alunos 3.4 e 3.8 na resolução do problema 1



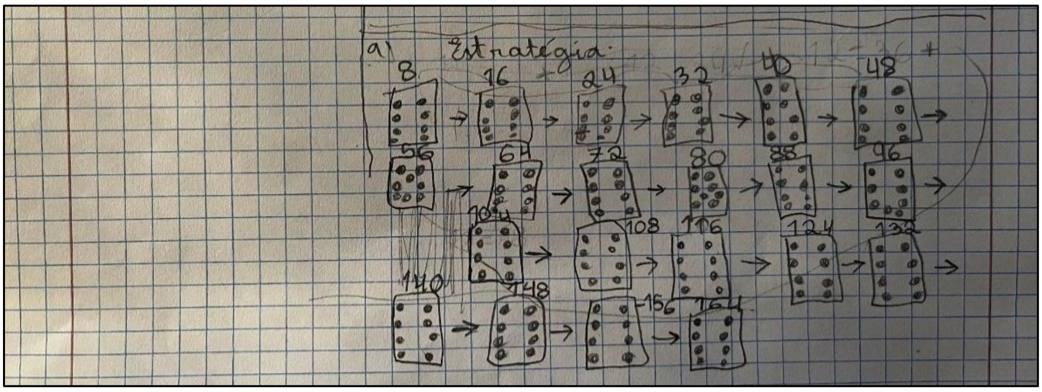
Nota: Fonte Própria

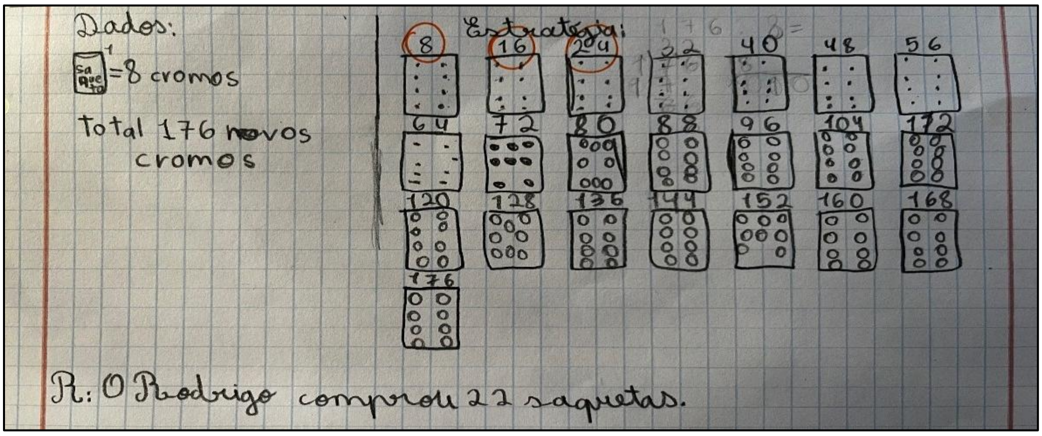
Como se pode verificar na figura 5, à medida que iam desenhando as saquetas com o respetivo número de cormos, os alunos representavam as quantidades até então obtidas, isto é, como cada saqueta continha 8 cromos, adicionaram 8 cromos consoante o número total de saquetas (22) para determinar quantas saquetas tinham sido compradas pelo Rodrigo.

Durante a resolução, cerca de 17,6% dos alunos recorreram a representações icónicas. Inicialmente, estes alunos optaram por utilizar a representação simbólica do algoritmo da divisão de 176 por 8, no entanto, face às dificuldades em utilizar esta representação, a interveniente questionou-os para que compreendessem o contexto do problema. Assim, tendo em conta que havia alunos com as mesmas dificuldades, a interveniente optou por juntá-los num trio (alunos 3.9, 3.15 e 3.16). De seguida, incentivou-os a refletir sobre o tipo de representação mais adequada que poderiam utilizar, levando-os a reinterpretar o enunciado do problema. Assim, em conjunto, o trio passou a analisar os dados com maior profundidade, construindo uma representação icónica (figura 6) que lhes permitiu dar sentido à resposta encontrada. Nesta, as setas indicam a passagem de uma saqueta para a seguinte, enquanto os números registados correspondem ao total acumulado de cromos, obtido pela adição sucessiva de 8 cromos até atingir o total de 176 cromos. Ou seja, ao invés de se repetir o valor 8 (8 cromos em cada saqueta), temos 8***x*** (8 cromos por saqueta **x** o número de saquetas compradas). No interior de cada saqueta, representam apenas os 8 cromos que cada uma contém, evidenciando a compreensão da estrutura multiplicativa do problema.

Figura 6

Resoluções dos alunos 3.9 e 3.15 ao problema 1





Nota: Fonte Própria

A comparação da resolução do trio com a dos alunos 3.4 e 3.8 (figura 7) justifica-se pelo facto de todos terem recorrido à representação icónica para apoiar a resolução. No entanto, os alunos 3.4 e 3.8 já sabiam previamente que seriam necessárias 22 saquetas, limitando-se a representar uma sequência de adições sucessivas de +8, de modo mais direto e sem que o processo de raciocínio estivesse totalmente explícito no registo. Já o trio, por seu lado, construiu a compreensão progressivamente, representando visualmente o raciocínio e tornando explícita a relação entre o número de saquetas e o total de cromos, o que revela uma evolução conceptual mais significativa no domínio da divisão e da proporcionalidade.

Por último, a representação ativa foi utilizada com o aluno 3.14, (um aluno com Síndrome de Wiedemann-Steiner que necessita de adaptações relacionadas, essencialmente com o uso de pistas visuais e com a valorização das respostas verbais e/ou produções em detrimento da linguagem escrita). Assim, a interveniente facultou ao aluno material manipulável não estruturado (plasticina) durante toda a resolução do problema e fez adaptações ao enunciado da tarefa, nomeadamente a utilização de valores mais baixos. Desta forma, pretendia que através do recurso a plasticina, fosse possível representar a divisão equitativa de objetos por duas pessoas. Durante a realização da tarefa, a interveniente questionou o aluno:

I.: *"Quantas bolinhas temos aqui?"*

Aluno 3.14: *"6!"*

I.: *"Não, vamos lá contar...1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e..."*

Aluno 3.14: *"8!"*

I.: *"Muito bem! Então, nós temos 8 bolinhas no total e vamos dividi-las por mim e por ti. Sim?"*

Aluno 3.14: *"Sim."*

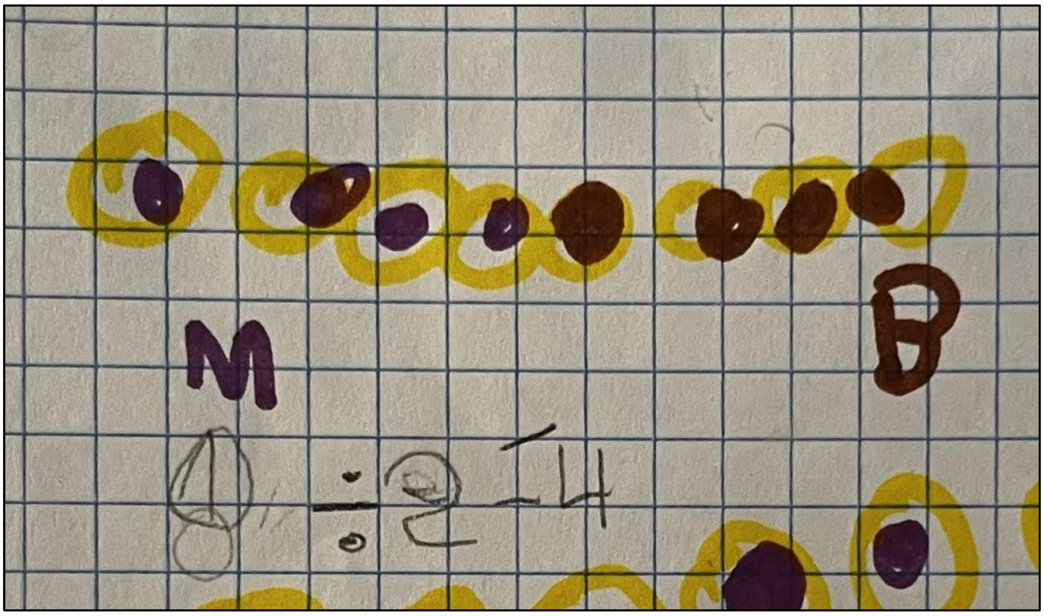
I.: *"Com quantas bolinhas ficas tu? 1 para ti, outra para mim, 1 para ti e outra para mim..."*

I.: *"Quantas bolinhas tens? [4]...E eu? [4]. Boa! Vamos agora fazer isto na tua folha."*

Depois de a interveniente pedir que o aluno fizesse 8 bolinhas de plasticina de cores diferentes, em seguida, o aluno dividiu as 8 bolinhas pelos dois apenas com a manipulação da plasticina. No fim, o aluno apresentou a divisão recorrendo a uma representação icónica (figura 7). Através das respostas do aluno, pode-se verificar que compreendeu o significado da divisão como uma partilha equitativa, conseguindo distribuir as 8 bolinhas de forma igual entre os dois intervenientes. A utilização da manipulação concreta permitiu-lhe visualizar o processo de divisão e compreender que cada um fica com 4 bolinhas, evidenciando uma compreensão intuitiva da operação e da relação entre o todo e as partes. Posteriormente, este aspeto foi traduzido numa representação icónica, demonstrando assim, a transição entre o concreto e o simbólico.

Figura 7

Representação icónica do aluno 3.14 ao problema 1



Nota: Fonte Própria

Depois do trabalho autónomo dos alunos, teve lugar a discussão coletiva do problema. Neste momento da aula, os alunos 3.4, 3.7, 3.7 e 3.12 partilharam as suas resoluções com o resto da turma, explicando oralmente a respetiva representação e/ou registando-a no quadro, de forma a compreendermos o seu raciocínio até encontrarem a solução. No seguimento, as interações permitiram percecionar qual(is) os tipos de representação(ões) que facilitaram ou dificultaram o processo. A partir das resoluções apresentadas pelos alunos no quadro, sucedeu-se a seguinte discussão em grupo:

I.: *"Dos alunos que utilizaram o algoritmo da divisão, quem acha que é uma representação mais eficaz?...[alunos colocam o braço no ar]...E porquê?"*
Aluno 3.7: *"Porque é mais rápida."*
I.: *"É só por isso?"*
Aluno 3.7: *"Conseguimos ver logo o resultado final sem ter de fazer um desenho."*
I.: *"Ainda bem que falas disso...Quem fez um desenho ou um esquema, tem alguma a coisa a dizer?"*
Aluno 3.4: *"Eu fiz primeiro o algoritmo, mas depois de me perguntares outra representação fiz o desenho das saquetas e dos cromos."*
I.: *"Muito bem, e para ti, qual foi mais fácil para entender aquilo que o problema pedia?"*
Aluno 3.4: *"A última."*
I.: *"Porquê?"*
Aluno 3.4: *"Porque quando estava a desenhar o esquema tive de pensar no número de cromos que já estavam lá para não ultrapassar o 176."*
Aluno 3.12: *"Nenhuma."*
I.: *"Porquê?"*
Aluno 3.12: *"Porque não tinha percebido bem o problema, mas depois tu ajudaste-me e eu percebi melhor."*
I.: *"E o que fizemos juntas para entenderes melhor?"*
Aluno 3.12: *"Um desenho."*
I.: *"E conseguiste entender porque é que eram 22 saquetas?"*
Aluno 3.12: *"Sim!"*
Aluno 3.8: *"Mas então, qual é a representação certa? O algoritmo ou os esquemas?"*
I.: *"Boa pergunta. O tipo de representação em que pensamos vai determinar a forma como representamos o nosso raciocínio. Temos formas erradas de representar o nosso raciocínio?"*
Aluno 3.7: *"Não, todas estão certas porque podemos pensar de formas diferentes."*

I.: *"É isso mesmo! Ou seja, apesar de termos uma única solução para o nosso problema, podemos usar várias representações para lá chegar. Temos é de escolher qual a melhor forma para a representarmos."*

A maior parte dos alunos que recorreram apenas às representações simbólicas consideravam que o algoritmo da divisão era a representação mais rápida e eficaz para resolver o problema. Paralelamente, os alunos que utilizaram as representações icónicas, quer seja numa primeira fase (alunos 3.9, 3.15 e 3.16) ou como representação alternativa (alunos 3.4 e 3.8) assumiram que, apesar de mais morosa, era mais fácil para compreender a resolução do problema. A análise das produções do Problema 1 permitiu identificar três tipos distintos de representações utilizadas: simbólica (algoritmo), icónica (esquemas com recurso a representações simbólicas) e icónica (desenhos). Por um lado, a representação mais utilizada (simbólica) parece indicar que os alunos tenderam a recorrer a processos e representações de forma mecanizada, nomeadamente a divisão formal. Contudo, a observação direta e as interações registadas mostraram que esta escolha estava mais associada à familiaridade com o algoritmo recentemente ensinado do que à compreensão do contexto do problema.

Por outro lado, os alunos que recorreram a representações icónicas e/ou simbólicas e icónicas demonstraram uma maior capacidade de comunica matematicamente o seu raciocínio e de verificar a adequabilidade da resposta e/ou da representação utilizada, algo que é visível nas resoluções dos alunos 3.4, 3.8, 3.9 e 3.15. A triangulação entre as produções escritas e os diálogos indica que a mediação diferenciada, isto é, o incentivo para a descoberta de outras representações e o apoio com esquemas visuais, promoveu a transformação de representações simbólicas (por vezes dissociadas da compreensão) para representações menos formais mas compreendidas pelos alunos. Por exemplo, os alunos 3.4. e 3.8, inicialmente focados na resolução do problema através do algoritmo da divisão, modificaram a sua representação após o questionamento da investigadora (*"Que outra representação podes utilizar?"*), representando as saquetas e os cromos através de um esquema. Esta transformação permitiu-lhes reinterpretar o significado da divisão, reconhecendo que "quantas vezes cabem 8 cromos em 176" correspondia à ação de agrupar.

De forma geral, no Problema 1, verificou-se uma grande utilização de representações simbólicas por parte dos alunos (ainda que alguns tenham recorrido a representações icónicas quando necessitaram de apoio adicional). Os dados recolhidos durante a Discussão Coletiva parecem indicar que os alunos consideraram as representações icónicas mais morosas, mas mais fáceis de compreender. Para além disso, a utilização de esquemas como apoio visual e a diferenciação no tipo de mediação (perguntas orientadoras, grupos temporários e reformulação da tarefa para o aluno 3.14 com material manipulável) parecem ter facilitado a compreensão conceptual do problema. Adicionalmente, as estratégias de diferenciação pedagógica aplicadas parecem ter facilitado a transição entre as diferentes representações utilizadas pelos alunos, promovendo o estabelecimento de conexões entre as representações icónicas e simbólicas e, promovendo também a compreensão da divisão como operação de repartição equitativa.

Globalmente, resultados obtidos no Problema 1 permitiram identificar padrões iniciais de atuação dos alunos, o que serviu de referência para a análise das tarefas seguintes.

8.2. Problema 2 | "Feijões"

8.2.1. *Enquadramento e conceção da tarefa*

A partir da análise das dificuldades dos alunos, evidenciadas durante a resolução do Problema 1, nomeadamente na compreensão do enunciado, na identificação dos dados e na mobilização de representações diversificadas, a interveniente orientou a conceção do Problema 2, de natureza exploratória, com recurso a representações ativas e icónicas. Assim, selecionou materiais manipuláveis (sacos de feijão e balança) e pistas visuais (imagens ilustrativas das equivalências entre grandezas) para apoiar determinados grupos. Paralelamente, foram pensadas e planificadas diferentes questões que permitissem induzir nos restantes alunos o recurso a diferentes tipos de representações não apenas simbólicas, mas também icónicas e verbais, promovendo o raciocínio e a comunicação matemática.

8.2.2. *Representações e estratégias mobilizadas pelos alunos*

No que diz respeito ao presente problema, os alunos resolveram-no recorrendo a uma variedade de representações - ativa, icónica e simbólica – apresentadas seguidamente na tabela 4.

Tabela 4

Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 2

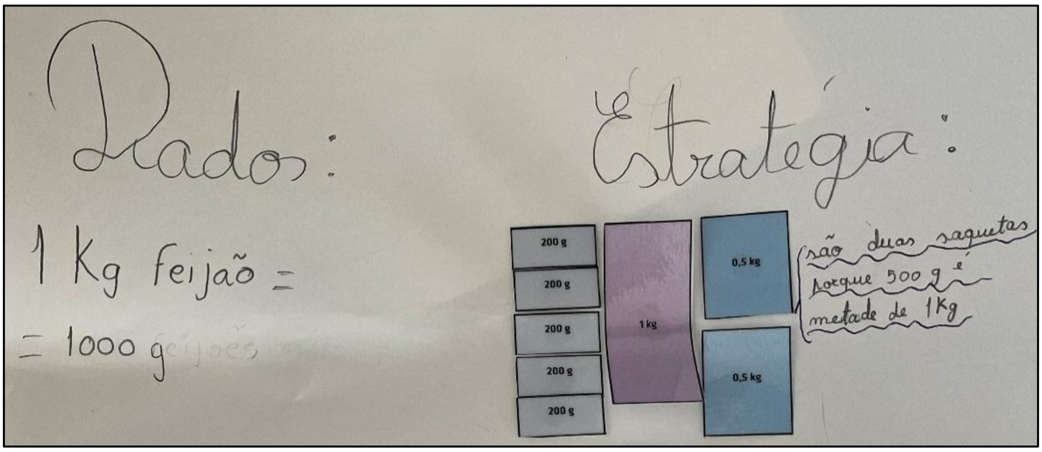
Tipo de Representação	Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)
Ativa	0	5,9
Ativa e Icónica	2	11,8
Icónica	6	35,3
Simbólica	6	35,3
Simbólica e Icónica	3	17,6
Total	**17**	**100**

Nota: Fonte Própria

As representações icónica e simbólica, correspondentes a 35,3% dos alunos, foram as mais utilizadas na resolução do Problema 2, revelando uma progressiva consolidação do raciocínio proporcional e uma menor dependência da manipulação concreta. Os alunos 3.1, 3.6 e 3.11 apresentaram representação icónica das equivalências entre as massas indicadas no enunciado para ilustrar o seu raciocínio (figura 8).

Figura 8

Resolução dos alunos 3.1, 3.6 e 3.11 ao problema 2



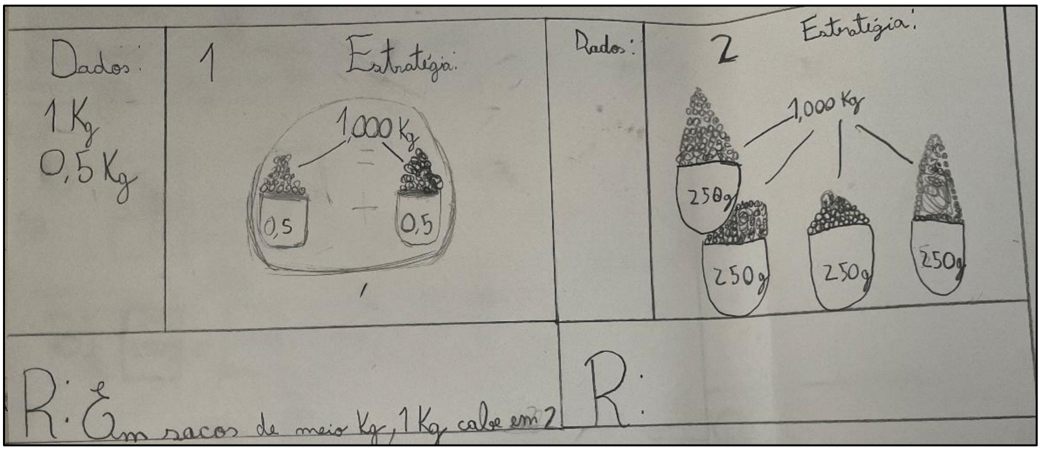
Nota: Fonte Própria

Assim, os alunos concluíram corretamente que, com 1 kg de feijão seco, podiam encher-se dois sacos se cada um deles contivesse 500 g. Esta conclusão surgiu após a conversão de 1 kg em 1000g e, consequentemente, de 0,5 kg em 500 g como forma de justificar que a quantidade de cada saco correspondia a metade da quantidade total de feijão seco. Esta representação simbólica demonstra compreensão da proporcionalidade direta e a capacidade de relacionar unidades de medida distintas, articulando a conversão (1 kg =1000 g) com a estrutura multiplicativa do problema. O uso da representação icónica parece ter ajudado os alunos a comunicar matematicamente a forma como pensaram e permitiu que os alunos justificassem visualmente a relação "metade do total = 0,5 kg", consolidando o sentido de equivalência e repartição.

Por sua vez, o aluno 3.15 apresentou uma representação icónica onde ilustrou a divisão de 1 kg de feijão seco em dois sacos, indicando assim, que esta quantidade enchia dois sacos de 0,5 kg (figura 9).

Figura 9

Resolução do aluno 3.15 ao problema 2



Nota: Fonte Própria

Embora não justifique que 2 **x** 0,5 kg é igual a 1 kg na respetiva representação, a sua resposta refere indiretamente a conclusão a que chegou – *"Em sacos de meio kg 1 kg cabe em 2"* (aluno 3.15). Na sequência desta conclusão, o aluno representou ainda outro esquema para o caso em que, em cada saco continha 250 g ao invés de 05 kg. Apesar de não apresentar uma resposta, é possível observar a necessidade de recorrer a representações icónicas próximas da realidade e estratégia utilizada que compreendeu que existe uma relação inversamente proporcional entre o número de sacos e a quantidade que cada saco contém.

Esta situação parece evidenciar que o recurso a uma representação icónica permitiu o estabelecimento de conexões entre a representação concreta e a representação simbólica, permitindo ao aluno raciocinar sobre a variação inversa mesmo sem recorrer à formalização algébrica. Tal compreensão é evidenciada pelo facto do aluno ter mantido constante a quantidade total de 1 kg, variando o número de sacos e ajustando a quantidade de cada um (de dois sacos de 0,5 kg para quatro sacos de 250 g). Ou seja, parece demonstrar a perceção de que ao aumentar o número de sacos, diminui proporcionalmente a quantidade de feijão em cada um.

Os alunos 3.5 e 3.13 iniciaram a resolução do problema (figura 10) convertendo 1 kg em g, indicando corretamente que 1000 g é igual a 1 kg e representando a igualdade com uma representação icónica.

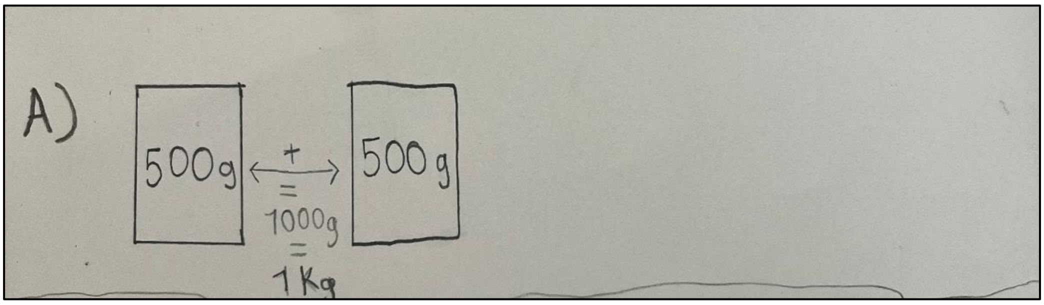


Figura 10

Resolução dos alunos 3.5 e 3.13 ao problema 2

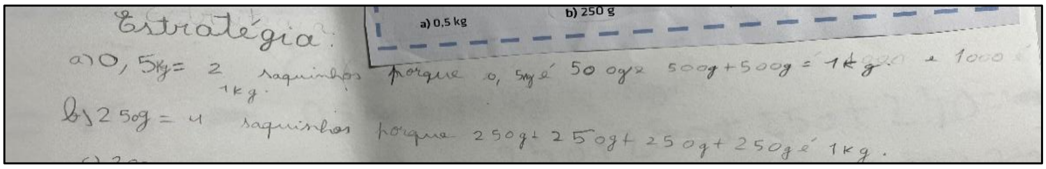
Nota: Fonte Própria

Seguidamente, para determinar quantos sacos de 0,5 kg se poderiam encher com 1 kg de feijão seco, apresentaram a adição de dois retângulos (correspondentes aos sacos) com 500 g de feijão seco cada. Desta forma, concluíram que a soma representava a quantidade total de feijão seco utilizada para encher os respetivos sacos (500 g + 500 g = 1000 g = 1 kg). Esta articulação de registos demonstra integração entre a representação visual e simbólica, indicando um nível mais avançado de abstração e uma compreensão consistente da equivalência entre unidades.

Os alunos 3.8, 3.10 e 3.16 utilizaram apenas representações simbólicas (figura 11) para determinar o número de sacos que se podiam encher, tendo em conta a quantidade total de feijão seco e a quantidade de feijão seco que continha cada saco.

Figura 11

Resolução dos alunos 3.8, 3.10 e 3.16 ao problema 2



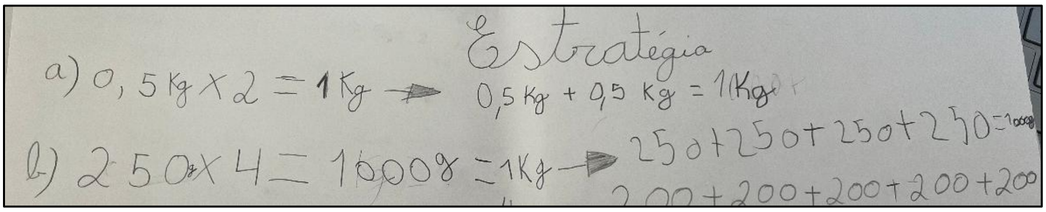
Nota: Fonte Própria

Neste caso, apresentaram uma igualdade seguida da justificação traduzida em adições sucessivas. Por exemplo, na primeira situação indicaram que *"0,5 kg = 2 saquinhos porque 0,5 kg é 500 g e 500 g + 500 g = 1000 g e 1000 g é 1 kg"*.

Apesar de evidenciarem domínio dos procedimentos formais, o registo simbólico revela menor valorização do contexto e uma abordagem mais mecanizada, centrada na aplicação da operação. Desta forma, concluíram corretamente que poderiam encher-se dois sacos de meio quilograma com 1 kg de feijão seco. Este raciocínio foi replicado para o caso em que cada saco continha 250 g de feijão seco. Os alunos 3.4 e 3.7 apresentaram uma representação semelhante, distinguida pela indicação da multiplicação da quantidade que cada saco continha pelo número de sacos que se poderiam encher. A justificação dos respetivos produtos foi realizada sob a forma de adições sucessivas (figura 12).

Figura 12

Resolução dos alunos 3.4 e 3.7 ao problema 2

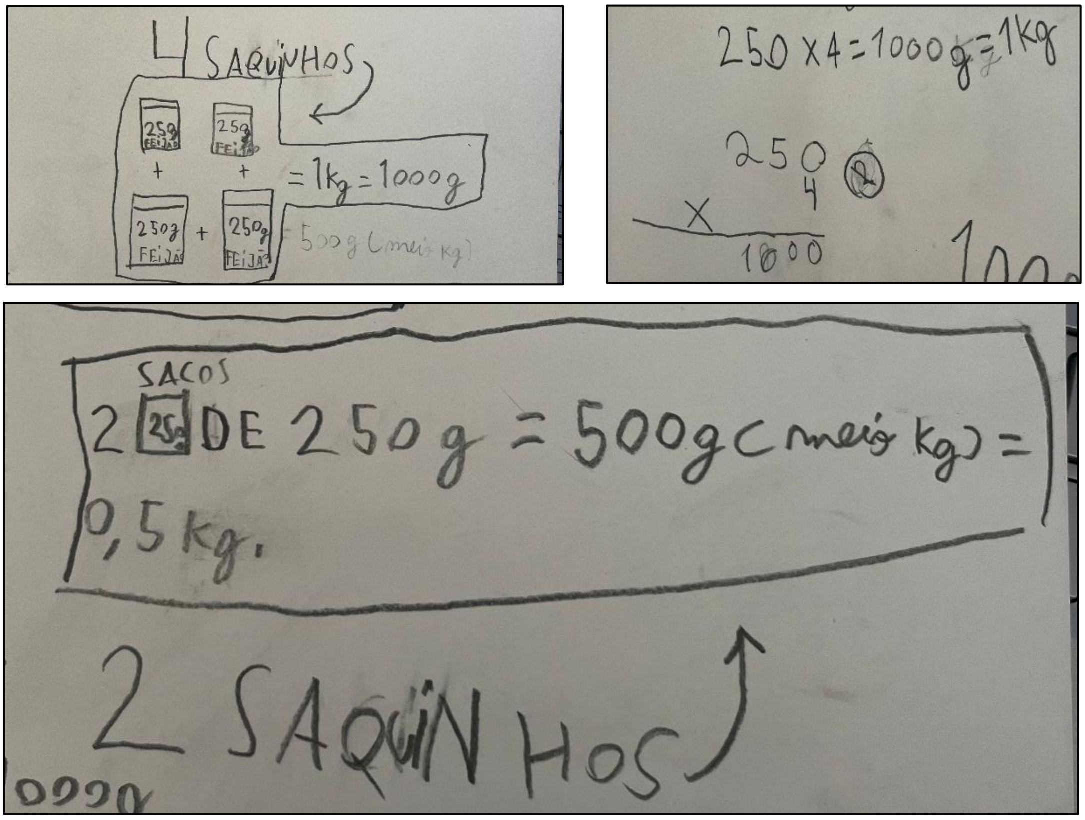


Nota: Fonte Própria

Os alunos 3.2 e 3.17 recorreram a representações simbólica e icónica (figura 13). Inicialmente, tentaram resolver o problema com recurso aos retângulos com as quantidades representados na figura 8, contudo, sentiram alguma dificuldade em dar sentido à forma como as equivalências estavam apresentadas.

Figura 13

Resolução dos alunos 3.2 e 3.17 ao problema 2



Nota: Fonte Própria

Assim, seguiram com a indicação da seguinte igualdade: 2 sacos e 250 g = 500 g (meio kg) = 0,5 kg e concluíram logo que poderíamos encher dois saquinhos de 500 g com 1 kg de feijão seco. Seguidamente, e para a situação em que cada saco continha 250 g de feijão seco, os alunos desenharam 4 retângulos (correspondentes aos sacos) e apresentaram a adição das quantidades de todos os "sacos", determinando assim que, 250g + 250g + 250g + 250g = 1 kg = 1000 g. No entanto, recorreram ainda à multiplicação de 250 (g) por 4 para verificar que a solução estava correta, chegando assim ao valor 1000 (g). Por fim, e apenas para a última situação descrita, os alunos utilizaram a expressão "equivalente" para referir que *"[...] 250 g é equivalente a 4 saquinhos"*, ou seja, poderiam encher-se 4 sacos de 250 g.

Os alunos 3.12 e 3.14 utilizaram maioritariamente as representações ativas, embora tivessem recorrido a representações icónicas para representar, por escrito, a forma como resolveram o problema. Através da exploração de um saco com 1 kg de feijão seco, os alunos começaram por medir a sua massa numa balança. A balança foi utilizada exclusivamente pelo grupo dos alunos 3.12 e 3.14 e igualmente sugerida por eles, visto que a tinham explorado numa tarefa em sala de aula, aquando da medição da massa de alguns objetos e consequente introdução das unidades de medida de massa. Embora não estivesse prevista a utilização da balança, a mesma tornou-se num instrumento de medição essencial para o grupo em questão, pois permitiu-lhes colmatar dificuldades face ao enunciado e contactar diretamente com o contexto do problema.

I.: *"O que é que temos aqui?"*
Aluno 3.12: *"Um saco de feijão."*
I.: *"E que quantidade é que acham que está aqui? Conseguem ter uma ideia?"*
Aluno 3.14: *"Não!"*
I.: *"O que podemos fazer para saber?"*
Aluno 3.12: *"Usar a balança."*
I.: *"Boa! Então vejam lá qual é a massa desse saco de feijão."*
Alunos 3.12 e 3.14: *"1000 gramas...1 quilograma."*
I.: *"Certo. E este valor é importante ou não?"*
Aluno 3.12: *"Sim, está nos dados do problema. Porque a Clara tinha um saco comprou 1 kg de feijão seco."*
I.: *"Muito bem."*

A partir desta inferência, os alunos pretendiam determinar quantos sacos de 500 g conseguiam encher com 1 kg de feijão seco e para tal, com recurso a outro saco vazio e outra balança, foram transferindo feijão de um saco para outro até obter a mesma quantidade nos dois sacos.

I.: *"Porque é estão a utilizar outra balança e a tirar feijão desse saco?"*
Aluno 3.12: *"Porque precisamos de fazer sacos de 0,5 kg."*
I.: *"0,5 kg? Mas a balança está em gramas. Como vão saber a quantos gramas vai equivaler 0,5 kg?"*
Aluno 3.12: *"Porque se 1000 gramas é 1 quilograma, então 0,5 quilogramas são 500 gramas."*
I.: *"Muito bem. Então que quantidade de feijão vai ter cada saco?"*
Alunos 3.12 e 3.14: *"500 gramas."*

Com estes dados, os alunos concluíram que, com 1 kg de feijão seco podíamos encher dois sacos com 500 g de feijão seco cada. Seguidamente, a dificuldade aumentou quando pretenderam aplicar a mesma representação para o caso em que cada saco continha 250 g.

I.: *"Então e agora? Como vão fazer se cada saco leva 250 g de feijão?"*
Aluno 3.12: *"Vamos fazer a mesma coisa?"*
I.: *"Mas não têm mais sacos nem balanças...têm de pensar noutra representação."*
Aluno 3.12: *"Vamos buscar uma coisa para colocar todo o feijão."*
[Os alunos utilizaram uma bacia média para colocar 1 kg de feijão e foram transferindo o feijão da bacia para o saco até perfazer 250 g]

I.: *"Ok, então já temos um saco com 250 g de feijão. Quantos sacos conseguimos fazer mais com a quantidade que resta?"*
Aluno 3.12: *"Agora vamos colocar este feijão no saco vazio e encher este outra vez."*

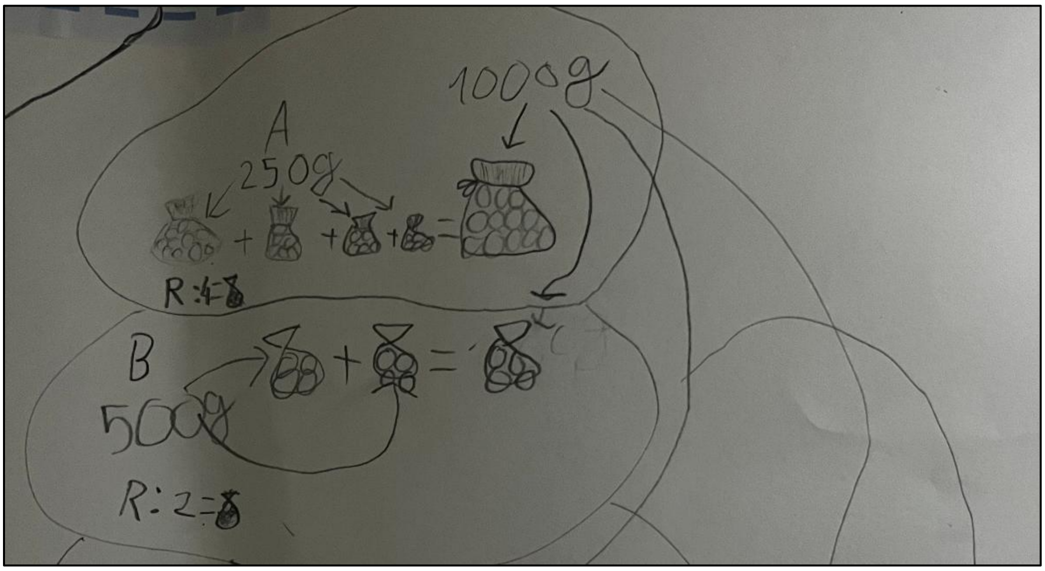
[Esta representação foi repetida até não restar feijão seco na bacia]

I.: *"Já me conseguem dizer quantos sacos de 250 g podemos encher com 1 kg de feijão?"*
Alunos 3.12 e 3.14: *"Sim, 4!"*
I.: *"Acharam mais fácil ou mais difícil que o anterior?"*
Aluno 3.14: *"Difícil!"*
Aluno 3.12: *"Demorámos mais tempo porque o saco levava menos feijão."*

Os alunos realizaram um esquema onde representaram a adição dos sacos que encheram e as respetivas quantidades (figura 14). A soma obtida ilustrava a quantidade total de feijão seco (1000 g) e a resposta o número de sacos que poderiam ser cheios com a mesma.

Figura 14

Resolução dos alunos 3.12 e 3.14 ao problema 2



Nota: Fonte Própria

Enquanto registavam os resultados obtidos, a interação que a interveniente teve com os alunos permitiu aferir que apesar de ser aparentemente mais eficiente, a representação icónica utilizada acabou por se revelar demasiado abstrata para os alunos do que a manipulação dos objetos.

> **I.:** *"O que acharam mais fácil? Usar a balança e estarem a mexer com o feijão ou terem de escrever por palavras vossas a forma como pensaram?"*
>
> **Aluno 3.12:** *"A balança. Porque conseguíamos ver melhor a quantidade de feijão e quantos sacos dava."*
>
> **I.:** *"Mas sabem que também é importante conseguirmos escrever a forma como pensamos, mesmo que seja com um desenho como fizeram."*
>
> **Aluno 3.14:** *"Sim!"*
>
> **Aluno 3.12:** [suspira] *"Sim, mas para mim é difícil dizer...Ai...escrever por palavras minhas"*
>
> **I.:** *"Eu sei, por isso é que tiveram a oportunidade de experimentar primeiro, antes de registarem."*

O Problema 2 constituiu uma etapa central da investigação, pois permitiu observar de que modo as estratégias de diferenciação pedagógica favorecem a transição entre os diferentes tipos de representação (ativa, icónica e simbólica) e o desenvolvimento do raciocínio proporcional. A análise qualitativa das produções, cruzadas com os registos de observação e as notas reflexivas, revelou três trajetórias distintas entre os alunos. O primeiro grupo iniciou a resolução com representações simbólicas, traduzidas em operações e adições sucessivas. Estes alunos demonstraram domínio na correspondência entre unidades de massa (kg/g) e aplicaram corretamente a multiplicação ou equivalência direta (*"0,5 kg x 2 = 1 kg"*). Contudo, a observação das discussões em grupo evidenciou que esta competência estava mais associada à automatização do algoritmo do que à compreensão conceptual da relação entre grandezas. O segundo grupo recorreu, preferencialmente, a representações icónicas, construindo esquemas visuais que ilustravam as relações parte-todo (*"dois sacos de 0,5 kg equivalem a 1 kg"*). As interações mostram que a mediação da interveniente (questionamento orientado e a solicitação de explicitação) possibilitou que os alunos verbalizassem a lógica da adição sucessiva, constituindo uma ponte para a compreensão da multiplicação como repetição de parcelas iguais.

Por fim, o terceiro grupo recorreu a representações ativas (sacos de feijão e balança). A triangulação entre as observações e as produções escritas mostrou que a manipulação física dos objetos reduziu o nível de abstração do problema e permitiu aos alunos construir o significado de equivalência (*"1 kg é igual a dois sacos de 500 g"*) antes de o representarem graficamente. Embora os alunos tenham revelado dificuldades a partir do registo simbólico, a verbalização e o esquema final indicam progressão na compreensão da relação inversa entre o número de sacos e a massa de cada um. De modo transversal, a comparação entre os três grupos indica que as estratégias de diferenciação pedagógica (visualização, manipulação e questionamento orientador) foram determinantes para ajustar o nível de abstração exigido pela tarefa às necessidades dos alunos. As produções dos alunos parecem evidenciar o estabelecimento de conexões entre as representações ativas e as representações icónicas e/ou simbólicas, o que confirma o papel da diferenciação pedagógica como mediadora na construção de significados matemáticos. Em síntese, o Problema 2 evidenciou que a diferenciação pedagógica não se limitou a apoiar alunos com Medidas de Suporte à Aprendizagem e Inclusão, mas beneficiou todo o grupo. Deste modo, foi possível ajudar os alunos a clarificar relações de proporcionalidade e a compreender as conexões entre representações ativas, icónicas e simbólicas. O apoio adequado às necessidades da turma parece também ter promovido o aumento do nível de abstração tanto das representações como das estratégias utilizadas pelos alunos. Estes resultados vão ao encontro dos padrões identificados no Problema 1 e evidenciam a importância do papel da diferenciação pedagógica no desempenho dos alunos.

8.3. Problema 3 | "Xarope"

8.3.1. *Enquadramento e conceção da tarefa*

Por sua vez, o Problema 3 foi construído com um grau de desafio superior, caracterizando-se como um problema de processo composto por várias etapas interdependentes. A estrutura sequencial do enunciado exigia que os alunos utilizassem e interpretassem corretamente os dados e cálculos de cada alínea para prosseguir na resolução, o que permitiu observar a transição entre diferentes tipos de representações, das simbólicas para as icónicas, e compreender de que forma estas contribuíam para a estruturação do raciocínio e a resolução global do problema. Ainda assim, preparou-se a aplicação de materiais manipuláveis (copos medidores).

8.3.3. *Representações e estratégias mobilizadas pelos alunos*

O Problema 3 continha três alíneas – a), b) e c) – no entanto, considerou-se pertinente apresentar o tipo de representações utilizadas pelos alunos em duas tabelas distintas. Desta forma, as tabelas 5 e 6 correspondem às representações identificadas na resolução das alíneas a) e c), respetivamente, pelo facto de se verificarem grandes diferenças no tipo de representações utilizadas.

Tabela 5

Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 3 – alínea a)

Tipo de Representação	Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)
Ativa	0	0
Ativa e Icónica	1	5,9
Icónica	4	23,5
Simbólica	7	41,2
Simbólica e Icónica	5	29,4
Total	**17**	**100**

Nota: Fonte própria

Tabela 6

Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 3 – alínea c)

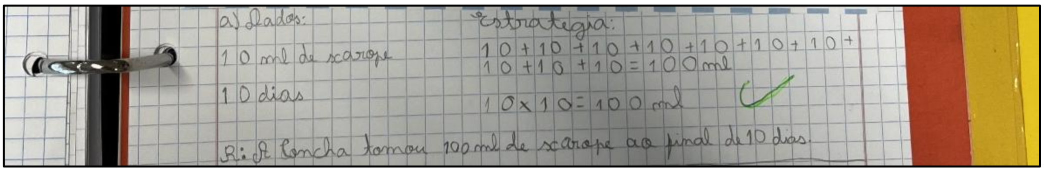
Tipo de Representação	Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)
Ativa	0	0
Ativa e Icónica	1	5,9
Icónica	4	23,5
Simbólica	5	29,4
Simbólica e Icónica	7	41,2
Total	**17**	**100**

Nota: Fonte própria

Como é possível observar, o tipo de representação mais utilizada na alínea a) foi a representação simbólica (cerca de 41,2%) onde, após a indicação dos dados (10 ml de xarope durante 10 dias), representaram a sua resolução sob a forma de uma adição sucessiva. Exemplo disso é a resolução do aluno 3.15 que, para calcular a quantidade total de xarope que tinha sido tomada pela Concha ao fim de 10 dias, adicionou 10 vezes a quantidade de xarope que era tomada em cada dia (10 ml) (figura 15).

Figura 15

Resolução do aluno 3.15 ao problema 3 – alínea a)

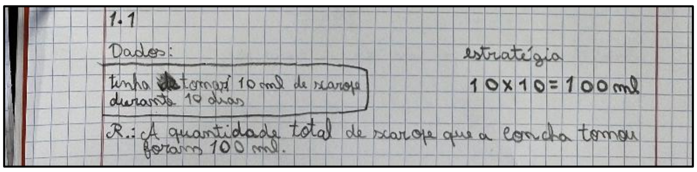


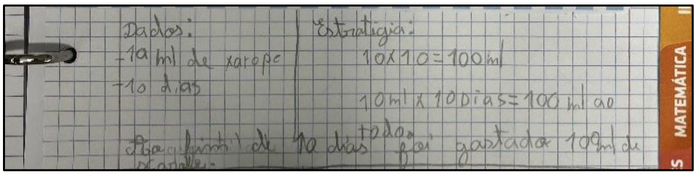
Nota: Fonte própria

Ainda assim, a maior parte dos alunos que representaram esta operação acrescentaram a seguinte multiplicação: 10 **x** 10 = 100 ml, como é o caso da resolução apresentada pelos aluno 3.4 e 3.5 (figura 16).

Figura 16

Resolução do aluno 3.4 ao problema 3 – alínea a)





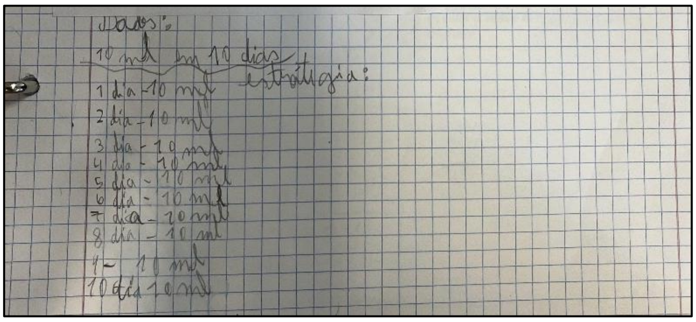
Nota: Fonte própria

Este aspeto indica que os alunos foram capazes de associar uma adição sucessiva à multiplicação de dois fatores. Neste caso, o multiplicando correspondia aos 10 ml e o multiplicador aos 10 dias. Desta forma, concluíram que a Concha tinha tomado 100 ml de xarope ao fim de 10 dias.

A representar os 29,4% de alunos (5 alunos) que utilizaram a representação simbólica seguida da representação icónica, apresentam-se as resoluções dos alunos 3.10 (figura 18) e 3.13 (figura 18).

Figura 17

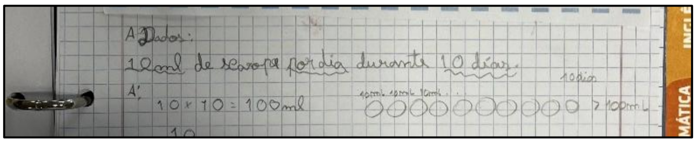
Resolução do aluno 3.10 ao problema 3 – alínea a)



Nota: Fonte própria

Figura 18

Resolução do aluno 3.13 ao problema 3 – alínea a)



Nota: Fonte própria

Para estes alunos em particular, a interveniente fez uma segunda leitura do enunciado e auxiliou na indicação dos dados, pois as dificuldades prendiam-se, essencialmente, na compreensão do contexto. Após isto, a interveniente questionou-os sobre o que podiam fazer de seguida *("Então, já perceberam que em cada dia a Concha tomou 10 ml de xarope. Como podemos saber a quantidade que ela tomou ao fim de 10 dias?")*. Um dos alunos sugeriu fazer-se um esquema onde se representavam os dias *("Podemos fazer um dia em cada linha, tipo assim: 1.º dia, 2.º dia, até ao 10")*. O aluno 3.10 representou o esquema dos 10 dias, semelhante a uma sequência (figura 17). Contudo, o aluno 3.13 considerou mais fácil representar cada dia com um círculo (figura 18). Seguidamente, ambos os alunos indicaram a quantidade de xarope tomado em cada dia (10 ml) no respetivo esquema. Estas representações simbólicas demonstram a compreensão da multiplicação como adição repetida e a capacidade de traduzir uma sequência de ações num registo formal. A intervenção, centrada no questionamento *("Como podemos saber a quantidade total ao fim dos 10 dias?")*, promoveu esta passagem da ação repetida à formalização simbólica.

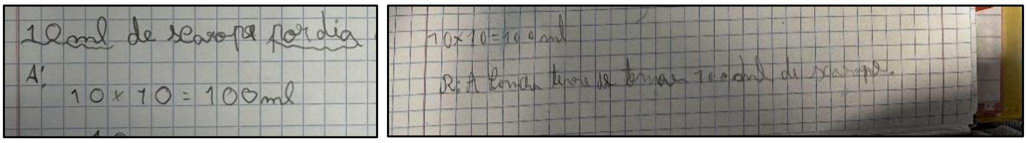
No seguimento, era necessário saber a quantidade total e, enquanto que o aluno 3.10 referiu rapidamente que eram 10 ml de xarope vezes os 10 dias e que assim, daria 100 ml, com o aluno 3.13 foi um pouco mais complexo chegar à solução final. Neste sentido, suscitou-se a seguinte discussão entre a interveniente e o aluno:

I.: *"Qual foi a quantidade de xarope tomada pela Concha em cada dia?"*
Aluno 3.13: *"10 ml."*
I.: *"Muito bem! Mas agora precisamos de saber qual foi a quantidade de xarope tomado ao fim dos 10 dias. Como fazemos?"*
Aluno 3.13: *"Temos de fazer 10 vezes 10 vezes 10..."*
I.: *"Tens a certeza? Vamos lá ver...Quantos dias durou o tratamento da Concha?"*
Aluno 3.13: *"10 dias."*
I.: *"Certo. E qual a quantidade de xarope tomado em cada dia?"*
Aluno 3.13: *"10 ml."*
I.: *"O que é que se vai repetir? A quantidade de xarope ou o número de dias?"*
Aluno 3.13: *"O número de dias..."*
I.: *"Olha para o teu esquema. Porque é que fizeste este desenho?"*
Aluno 3.13: *"Porque cada bolinha é um dia."*
I: *"Certo, então e o que é que podemos colocar dentro de cada círculo?"*
Aluno 3.13: *"Os 10 ml."*
I.: *"Muito bem! Então o que é que se vai repetir no teu esquema? [Os 10 ml]."*

O uso de esquemas visuais serviu de apoio cognitivo para a organização sequencial dos dados, permitindo que os alunos visualizassem a repetição da mesma quantidade ao longo do tempo. A mediação intencional da interveniente (*"O que se vai repetir no teu esquema?"*) foi determinante para evidenciar a estratégia multiplicativa do aluno, favorecendo a transição da representação icónica para a simbólica, formalizado na multiplicação "10 × 10 = 100 ml". Após este momento, foi possível transitar da representação de um esquema para uma representação simbólica, onde ambos os alunos apresentaram a multiplicação entre a quantidade de xarope tomado em cada dia (10 ml) e a duração do tratamento da Concha (10 dias) (figura 19).

Figura 19

Resolução dos alunos 3.10 e 3.13 ao problema 3 – alínea a)

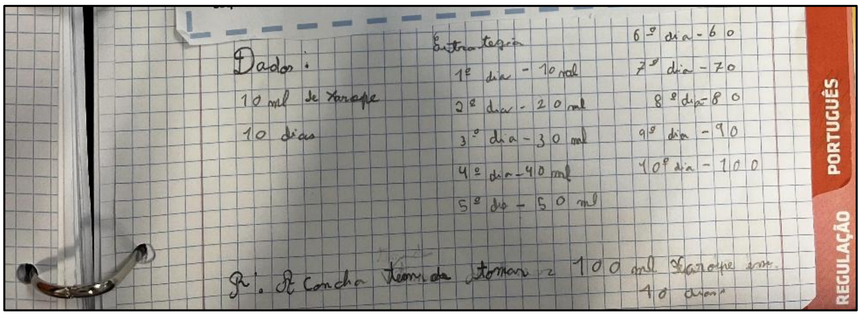


Nota: Fonte própria

Por outro lado, 23,5% dos alunos (4 alunos) utilizaram apenas a representação icónica para encontrar a solução do problema. Para tal, indicaram sob a forma de esquema os dias e a respetiva quantidade de xarope tomado até então. Contudo, ao invés de repetirem o valor de 10 ml em cada dia, representaram a quantidade de xarope tomado ao fim de *x* dias. Como exemplo, temos a resolução do aluno 3.16 que adicionou mentalmente e de forma sucessiva a quantidade de xarope que era acrescentada em cada dia, perfazendo no final os 100 ml (figura 20).

Figura 20

Resolução do aluno 3.16 ao problema 3 – alínea a)



Nota: Fonte própria

De seguida, houve a tentativa por parte da interveniente de fazer com que os alunos transitassem para a representação de uma operação, de forma a compreender se os alunos eram capazes de associar uma representação icónica a outra que seria simbólica. Esta ideia foi representada pela interveniente num esquema semelhante ao da figura 18. Contudo, não lhes foi percetível que a repetição da mesma quantidade de xarope ao longo dos dias poderia estar representada numa multiplicação, visto que a resposta dita pela maior parte dos alunos foi *"Isto é 10 mais 10 mais 10, até chegarmos às 10 vezes, porque foram 10 dias"*.

Comparando os tipos de representações utilizadas entre as alíneas a) e c), o aspeto mais pertinente é no facto de termos mais alunos a recorrer à representação simbólica seguida de uma representação icónica, o que corresponde a 41,2% do total de alunos. Tendo em conta que alguns alunos tiveram dificuldade em compreender que o tratamento da Concha tinha sido estendido por mais 7 dias, o dado que cada frasco tinha 150 ml de capacidade tornou-se demasiado abstrato. Desta forma, não estavam a ser capazes de perceber que era necessário descobrir o número de frascos prescritos para todo o tratamento que, neste caso, passaria a 17 dias. Assim, a interveniente interrompeu a resolução autónoma do problema e optou por uma resolução em grande grupo. Após um dos alunos ler novamente o enunciado e a interveniente ter ajudado a indicar os dados (sublinhando-os diretamente na projeção), surgiu a seguinte discussão:

I.: *"O que precisamos de saber?"*

Aluno 3.4: *"Quantos frascos o médico disse para a Concha comprar."*

I.: *"Exato. Mas para isso, temos de saber o quê?"*

Aluno 3.7: *"A quantidade de xarope que a Concha tomou."*

I.: *"Muito bem! E foi durante quantos dias?"*

Aluno 3.1: *"10 dias."*

I.: *"Numa primeira fase, o médico indicou dez dias, certo? [Sim!] E depois prolongou mais quantos dias?"*

Aluno 3.4: *"7 dias...que faz 17 dias."*

I.: *"Exatamente. Ou seja, vamos por partes. O que temos de calcular em primeiro lugar?"*

Aluno 3.10: *"Quanto é que a Concha ao fim dos 17 dias."*

I.: *"E quanto foi?"*

Aluno 3.7: *"170 ml."*

I.: *"Certo. Como fizeste?"*

Aluno 3.7: *"Então, se ao fim de 10 dias tomou 100 ml porque era 10 vezes 10, só temos de fazer 10 vezes 7 que dá 70. Depois juntamos e dá 170 ml."*

I.: *"Muito bem! E como representaste?"*

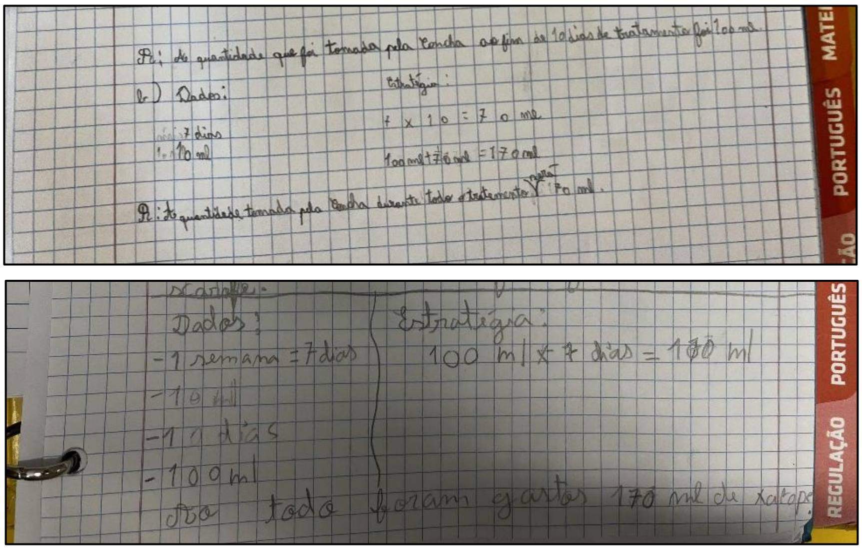
Aluno 3.7: *"Com contas, como fiz na b)."*

I.: *"Certo. Alguém tem uma ideia diferente?"*

De facto, o resultado de 170 ml tinha sido calculado na alínea anterior – b) e a maior parte dos alunos foi capaz de descobrir este valor, como é exemplo a resolução dos alunos 3.5 e 3.7 que, representaram a multiplicação, ainda que o aluno 3.5 a tenha apresentado como 7 ml de xarope tomados em 10 dias (figura 21).

Figura 21

Resolução dos alunos 3.5 e 3.7 ao problema 3 – alínea b)



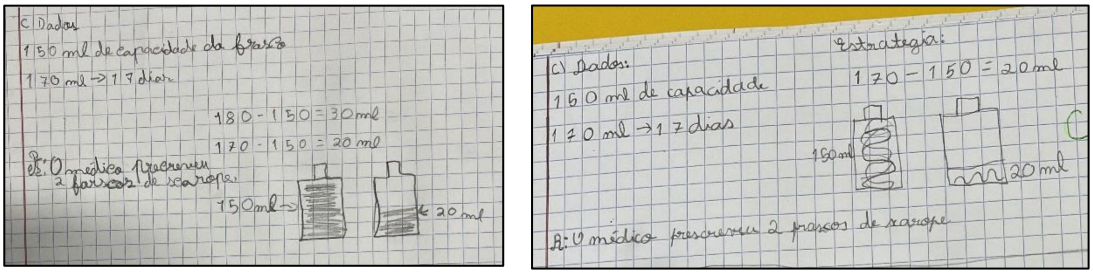
Nota: Fonte própria

Para resolverem a alínea c) e calcularem a quantidade de frascos prescritos pelo médico para todo o tratamento (17 dias), os alunos sugeriram, na sua maioria, apresentar uma diferença entre a quantidade total de xarope tomado e a capacidade de cada frasco (170 – 150 = 20 ml). Estas produções mostram autonomia na utilização da representação simbólica e uma compreensão funcional da multiplicação, já sem necessidade de apoio visual. Contudo, o acompanhamento da interveniente foi essencial para garantir que a leitura e a extração dos dados (10 dias + 7 dias) fossem corretamente compreendidas. Posteriormente, desenharam um frasco com 150 ml de capacidade e pintado na íntegra

(*"Porque ela tomou um inteiro [...]"*) e outro com 20 ml pintados (*[...] mais um bocadinho de outro"*). Esta resolução é evidenciada pelos alunos 3.13 e 3.15 (figura 22).

Figura 22

Resolução dos alunos 3.13 e 3.15 ao problema 3 – alínea c)



Nota: Fonte própria

No entanto, dois alunos apresentaram muitas dificuldades na compreensão da alínea c) e por isso, utilizaram materiais para visualizar o contexto do problema – representação ativa. Para tal, a interveniente juntou-os numa mesa e leu novamente o enunciado. Na sua perceção, a rápida explicação dada pelo colega e os desenhos realizados no quadro para representar os dois frascos não facilitou a resolução. Indicaram-se os dados na folha (170 ml de xarope e 150 ml de capacidade em cada frasco) e disponibilizaram-se dois copos medidores. Primeiramente, verificaram que ambos os copos tinham 150 ml de capacidade e por isso, não poderiam ter apenas um copo a representar a quantidade total de xarope tomada durante os 17 dias. Depois, uma das alunas encheu o copo medidor até ao limite, observando 150 ml de água. A representação icónica tornou-se um instrumento de visualização da divisão não exata, permitindo compreender que seriam necessários "um frasco e mais um bocadinho de outro". A estratégia utilizada parece demonstrar entendimento da proporcionalidade e da relação parte-todo.

I.: *"Já temos...[150 ml] de água no copo medidor, mas precisamos de...[170 ml]."*
I.: *"Certo. Então, que quantidade nos falta?"*
Aluno 3.12: *"Temos de fazer 150 menos 170...Ai, 170 menos 150."*
I.: *"Exato. E isso dá...[20 ml]."*
I.: *"Ok. Se já temos um copo medidor com 150 ml de água, acham que vamos precisar de outro copo medidor?"*
Aluno 3.12: *"Sim, porque temos de encher 20 ml para fazer 170 ml."*

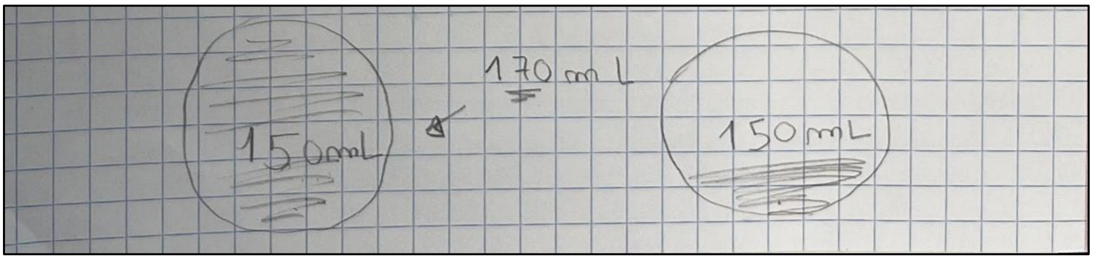
I.: *"Exato. E assim, já conseguem descobrir quantos frascos de xarope foram prescritos?"*

Aluno 3.12: *"Sim, 2. 150 num e mais um bocadinho de outro."*

A manipulação física dos líquidos possibilitou às alunas construir o significado da divisão em contexto e perceber a necessidade de mais de um recipiente para conter a totalidade do xarope. As suas verbalizações *("Temos de fazer 170 menos 150... dá 20 ml")* evidenciam a compreensão da diferença entre total e capacidade antes da formalização simbólica. A intencionalidade da interveniente ao propor este recurso revela uma adequação ao nível de abstração das alunas, promovendo a transição entre representações concretas e abstratas. Uma vez que estes alunos tiveram muita dificuldade em utilizar a representação simbólica e, consequentemente, a quantidade de frascos prescritos, recorreram a representações icónicas (dois esquemas circulares), onde constam os dois frascos com a respetiva capacidade e a quantidade total de xarope. (figura 23).

Figura 23

Resolução dos alunos 3.12 e 3.14 ao problema 3 – alínea c)



Nota: Fonte própria

Após a análise das representações que os alunos utilizaram, foi realizada a correção do problema em grande grupo, com o intuito de perceber se a turma tinha entendido o enunciado do problema, bem como as estratégias e representações utilizadas pelos colegas. Assim, através do questionamento dos alunos, a interveniente fez um levantamento das principais facilidades e/ou dificuldades dos alunos. As suas perceções encontram-se sintetizados na seguinte tabela (tabela 7).

Tabela 7

Perceções dos alunos acerca das representações utilizadas na resolução do problema 3

Questão	Resposta
O que foi mais difícil na resolução do problema?	*"Perceber os dados."* *"Descobrir quanto é que a Concha tinha de tomar nos 10 dias."* *"Fazer os círculos."* *"Explicar como fiz."* *"O 10 vezes 10."*
O que te ajudou a entender melhor o problema?	*"Que tu tivesses feito o desenho dos dias."* *"Pôr a água no copo e ver os 150 ml."* *"Aquilo do 1.º, 2.º, 3.º... e 10.º dia."* *"Usar um esquema."* *"Quando tu explicaste o problema."*
Qual foi a representação que achaste mais fácil de entender?	*"As contas."* *"O desenho com os dias."* *"Aquilo do 10 mais 10 mais 10 [A adição?] Sim."* *"As operações."* *"O desenho dos frascos."*

Nota: Fonte própria

A resolução do Problema 3, composto por três alíneas, permitiu aprofundar a análise sobre o modo como os alunos mobilizam diferentes representações na interpretação e generalização de situações multiplicativas. Em particular, possibilitou observar a consolidação das aprendizagens decorrentes das tarefas anteriores e o papel das estratégias de diferenciação pedagógica na transição entre os registos icónico e simbólico. A análise qualitativa das produções e das interações observadas revelou que, na alínea a), a maioria dos alunos recorreu à representação simbólica, aplicando corretamente as estratégias de adição sucessiva e multiplicativa (10 x 10 = 100 ml). Este padrão indica um avanço face às tarefas anteriores, demonstrando que os alunos foram capazes de utilizar a estratégia multiplicativa. Com alguns alunos, foi necessária a intervenção da interveniente que, através do questionamento, os ajudou a escolher a estratégia e representação mais adequada, face ao enunciado do problema. No caso dos alunos que utilizaram representações icónicas e/ou simbólicas e icónicas, revelaram maior consciência do processo de repetição (*"cada dia é um círculo"*; *"10 ml por dia até chegar aos 10 dias"*). A triangulação entre produções, observações e notas reflexivas mostra que a visualização sequencial (esquemas dos dias e frascos) facilitou a compreensão da relação entre adição sucessiva e multiplicação. Este tipo de representação evidencia eficácia das estratégias de diferenciação pedagógica de mediação visual e verbal, sobretudo nos alunos que inicialmente manifestaram dificuldades na compreensão do enunciado.

Na alínea c), que exigia um raciocínio mais abstrato, isto é, o cálculo do número de frascos necessários para um tratamento de 17 dias, verificou-se maior diversidade nas representações escolhidas pela turma. Os alunos que mostraram compreender a representação simbólica escolheram uma estratégia multiplicativa (17 x 10 = 170 ml). No entanto, alguns grupos necessitaram de apoio visual ou manipulação concreta de materiais para compreender a noção de "quantidade total vs. capacidade do frasco". As representações ativas, como o uso de copos medidores, revelaram-se determinantes para que estes alunos conseguissem visualizar a diferença entre 170 ml e 150 ml e, assim, construíssem o significado da divisão não exata (*"um frasco inteiro e mais um bocadinho de outro"*).

A triangulação das fontes de dados indica que os alunos que experienciaram esse processo ativo compreenderam melhor a relação entre unidade de medida e totalidade, mesmo que não conseguissem formalizá-la simbolicamente. As verbalizações registadas (*"temos de fazer 170 menos 150...dá 20 ml"*) mostram que a experiência concreta facilitou a construção conceptual antes da formalização simbólica, confirmando a importância de ajustar o nível de abstração às necessidades individuais dos alunos.

Comparando os resultados das resoluções dos alunos nas três alíneas, verifica-se uma progressão conceptual clara: da dependência de apoios visuais e concretos para a utilização autónoma de representações simbólicas, ainda que mediadas por esquemas icónicos. Este padrão confirma que a diferenciação pedagógica, através do recurso a diferentes tipos de materiais, representações e estratégias (material manipulável, esquemas, questionamento e reformulação do enunciado) favoreceu a escolha e compreensão de representações e estratégias adequadas à resolução do problema, por parte dos alunos. Em síntese, o Problema 3 evidencia a integração gradual das aprendizagens das tarefas anteriores, traduzida numa maior fluidez entre os tipos de representação e numa crescente autonomia dos alunos na escolha do registo mais adequado. Assim, a diferenciação pedagógica revelou-se um instrumento de desenvolvimento cognitivo e representacional, permitindo que cada aluno, através do seu ponto de partida, acedesse a um nível mais elevado de compreensão e expressão matemática.

A análise das perceções dos alunos evidencia que as principais dificuldades estiveram relacionadas com a compreensão dos dados apresentados no enunciado e com a interpretação do contexto do problema, nomeadamente a identificação da quantidade de xarope tomada diariamente e o cálculo da quantidade total ao fim dos dias indicados. Vários alunos referiram que o mais difícil foi "perceber os dados" ou "descobrir quanto é que a Concha tinha de tomar nos 10 dias", o que demonstra que o obstáculo inicial residiu na leitura e interpretação da informação numérica. Por outro lado, os alunos apontaram como aspetos facilitadores da compreensão do problema o recurso a representações icónicas e esquemas visuais, como o "desenho dos dias" ou "o desenho dos frascos". Estas estratégias permitiram-lhes visualizar a repetição da ação diária e, consequentemente, estabelecer a relação entre adição sucessiva e multiplicação, o que vai ao encontro do que foi observado na análise das produções (transição de representações icónicas para simbólicas após mediação).

A maioria dos alunos reconheceu maior facilidade em resolver o problema através do recurso a representações simbólicas (operações e algoritmos). Por sua vez, um número significativo de alunos destacou a importância das representações icónicas ("o desenho com os dias", "o desenho dos frascos") como meio de apoio à compreensão e organização do pensamento matemático, e como facilitador no estabelecimento de conexões com as representações simbólicas. Em síntese, as perceções dos alunos reforçam que o uso de diferentes tipos de representações (icónica e simbólica) contribuiu para uma melhor compreensão do enunciado e da resolução do problema e para a utilização de estratégias multiplicativas, confirmando a relevância das estratégias de diferenciação pedagógica aplicadas na tarefa.

A análise conjunta dos três problemas evidencia uma progressão clara nas representações matemáticas utilizadas pelos alunos e confirma o papel da diferenciação pedagógica como mediadora dessa evolução. As tarefas foram concebidas de forma sequencial, permitindo observar a transição gradual entre representações ativas, icónicas e simbólicas, articulando o desenvolvimento conceptual com o tipo de mediação e apoio disponibilizado. No Problema 1, as representações simbólicas dominaram, mas o seu uso revelou-se maioritariamente mecanizado e dependente do algoritmo da divisão. A intervenção diferenciada (questionamento, reformulação do enunciado e formação de grupos conforme o tipo de dificuldades) possibilitou a emergência de representações icónicas e a explicitação do raciocínio subjacente, tornando visível a compreensão da divisão como operação de repartição. No Problema 2, o uso de material manipulável e de esquemas visuais permitiu a aproximação dos alunos à noção de proporcionalidade. A triangulação entre produções, observações e reflexões mostrou que o contacto com objetos concretos (balança e sacos de feijão) foi determinante para os alunos que necessitavam de um apoio mais tangível, conduzindo à construção progressiva de significados antes da formalização simbólica. A diferenciação pedagógica mostrou-se um instrumento que garantiu uma via de acesso ao conceito matemático.

Por sua vez, no Problema 3, observou-se a compreensão das estratégias multiplicativas necessárias à resolução do problema e o estabelecimento de conexões com aprendizagens anteriores. A maior parte dos alunos foi capaz de recorrer a representações simbólicas de forma autónoma, enquanto os alunos com maiores dificuldades beneficiaram do recurso a apoios visuais e a materiais concretos, para conseguirem estabelecer conexões com as representações simbólicas, utilizadas pela maioria da turma. Assim, o cruzamento dos dados indicia que a diferenciação pedagógica potenciou a autonomia do grupo na escolha das representações mais adequadas para a resolução de um problema. Em termos globais, os resultados permitem ainda identificar padrões consistentes:

- **a.** A mediação diferenciada por parte da interveniente favoreceu o estabelecimento de conexões entre os diferentes tipos de representações;
- **b.** A alternância entre os diferentes tipos de representação (ativa, icónica e simbólica) promoveu a construção de significados matemáticos;
- **c.** A triangulação de dados confirmou a validade das inferências, mostrando coerência entre aquilo que os alunos produziram, verbalizaram e revelaram nas suas reflexões.

A triangulação entre diferentes fontes de dados assegurou a validação interna das interpretações apresentadas. O quadro seguinte sintetiza o modo como cada fonte contribuiu para a construção das categorias analíticas e para a sustentação das conclusões do estudo.

Tabela 8

Categorias analíticas utilizadas na triangulação dos dados recolhidos

Fontes	Dados Recolhidos	Evidências
Produções dos alunos	Resoluções individuais e de grupo dos problemas (registos escritos e desenhos)	Uso de esquemas, operações e justificações nas tarefas
Observação direta	Registos de interações verbais e comportamentais na resolução dos problemas	Questionamento da interveniente *("Que outra representação podes utilizar?")*; verbalização dos alunos *("Porque para saber quantas saquetas ele comprou, temos de ver quanta vezes cabem 8 cromos em 176")*
Notas reflexivas	Registos pós-observação e análise crítica das estratégias aplicadas	Reflexões sobre o impacto do uso de material manipulável e da reorganização dos grupos
Perceções dos alunos	Respostas às questões sobre o que acharam mais fácil/difícil e o que os ajudou	*"Ajudou-me o desenho dos dias"*; *"Com a balança foi mais fácil perceber o peso dos sacos"*
Conversas informais	Validação externa das interpretações e coerência das conclusões	Cruzamento de observações com a professora cooperante

Nota: Fonte Própria

Em síntese, no Problema 3, os alunos evidenciaram maior autonomia na escolha de uma representação que compreendessem e que fosse adequada à resolução do problema. Desta forma, as estratégias de diferenciação pedagógica utilizadas pela interveniente, ao longo da aplicação das tarefas, parecem sustentar esta mudança, ao apoiar a transformação de representações mais concretas em representações mais abstratas (associadas à compreensão). A diversidade das estratégias e representações utilizadas pelos alunos parece mostrar evolução ao nível do pensamento abstrato dos alunos. Paralelamente, os alunos parecem ter desenvolvido uma maior capacidade de justificar as suas escolhas e de explicitar relações matemáticas. Conclui-se, assim, que a diferenciação pedagógica possibilitou que as representações dos alunos evoluíssem em complexidade e que os alunos desenvolvessem maior consciência sobre as próprias estratégias e representações e, consequentemente, sobre a forma de resolver problemas. Estes resultados consolidam os padrões verificados nas tarefas anteriores e evidenciam a relevância da diferenciação pedagógica como promotora de aprendizagens significativas e equitativas para todo o grupo.

9. CONCLUSÕES

A conclusão que se apresenta resulta da análise integrada das três tarefas aplicadas, permitindo reunir as evidências mais significativas e articulá-las com as dimensões centrais do estudo. O presente estudo teve como principal objetivo compreender de que modo as estratégias de diferenciação pedagógica influenciam o desempenho dos alunos do 3.º ano na resolução de problemas matemáticos, com particular atenção às representações mobilizadas. As três questões de investigação orientadoras, a saber: (i) Que tipo de representações são mobilizadas pelos alunos do 3.º ano na resolução de problemas? (ii) De que forma as estratégias de diferenciação pedagógica influenciam a utilização de diferentes tipos de representações? e (iii) Qual a perceção dos alunos acerca das estratégias diferenciadas implementadas na resolução de problemas, foram exploradas de forma integrada ao longo das diferentes fases do estudo, desde a planificação das tarefas até à análise dos resultados (Carmo e Ferreira, 1998; Santos et al., 2019).

Relativamente à primeira questão: Que tipo de representações são mobilizadas pelos alunos do 3.º ano na resolução de problemas?, os resultados evidenciaram que os alunos recorreram a diferentes tipos de representações, nomeadamente ativas, icónicas e simbólicas (Bruner, 1999), embora se tenha observado uma predominância inicial das representações simbólicas. Contudo, ao longo das três tarefas verificou-se uma diversificação progressiva das representações utilizadas pelos alunos, especialmente quando foram facultadas oportunidades de exploração com materiais manipuláveis e pistas visuais (Canavarro et al., 2022; Velez, 2020). Esta evolução confirma o modelo de desenvolvimento das representações matemáticas descrito por Lesh, Post e Behr (1987) e reforça a ideia de que a mobilização de múltiplas representações facilita o percurso entre o concreto e o abstrato (Goldin, 2008). Tal como refere Bruner (1999), a transição entre representações ativas, icónicas e simbólicas revelou-se essencial para a construção conceptual e para a compreensão profunda das ideias matemáticas. Assim, os alunos demonstraram uma crescente consciência das estratégias utilizadas, evidência que se tornou particularmente visível quando, apesar da complexidade crescente das tarefas, passaram a articular diferentes tipos de representação e a comunicar o seu raciocínio com maior clareza (Serrazina, s.d.; Valério, 2005).

No que respeita à segunda questão: De que forma as estratégias de diferenciação pedagógica influenciam a utilização de diferentes tipos de representações?, verificou-se que a adequação dos materiais, a organização intencional dos grupos e a mediação diferenciada influenciaram a utilização das representações por parte dos alunos. Por exemplo, a disponibilização de esquemas orientadores, pistas visuais e materiais manipuláveis facilitou a transição entre os diferentes tipos de representação, sobretudo para os alunos com dificuldades iniciais na interpretação do enunciado do problema. Paralelamente, a organização dos alunos em pares e em pequenos grupos fomentou dinâmicas de entreajuda e de comunicação de estratégias, permitindo aos alunos observar formas alternativas de representação e reforçar a confiança nas escolhas efetuadas. Estas interações foram potenciadas por uma mediação docente flexível, ajustada às necessidades emergentes de cada aluno, equilibrando orientação, autonomia e descoberta guiada. A organização em grupos homogéneos nas primeiras tarefas e heterogéneos nas seguintes parece ter promovido uma participação mais equitativa e um acompanhamento pedagógico mais próximo, em consonância com os princípios de Tomlinson (2008) e Heacox (2006). O recurso a materiais concretos, como os sacos de feijão e as balanças no Problema 2, e o uso de tarefas abertas e paralelas revelou-se uma estratégia eficaz para estimular a mobilização de representações múltiplas (Mendes et al., 2017; Small, 2017). Além disso, a forma como foram conduzidos os momentos de discussão coletiva contribuiu de forma decisiva para o desenvolvimento da comunicação matemática, permitindo que os alunos comparassem estratégias, refletissem sobre o seu raciocínio e consolidassem os conceitos (Ponte, 2005; Boavida et al., 2008). Estes resultados confirmam que a diferenciação pedagógica não se limita à diversificação de tarefas, mas implica uma gestão contínua e flexível do ensino, integrando observação, questionamento orientado e mediação ajustada por parte do professor (Cosme, 2018; Roldão, 2003).

Quanto à terceira questão, as perceções dos alunos constituíram um contributo essencial para compreender o impacto das estratégias diferenciadas. Os alunos reconheceram que as representações icónicas e ativas lhes permitiram compreender melhor o problema e organizar o pensamento mais claramente, apreciando também o apoio disponibilizado nos momentos de maior dificuldade. A possibilidade de escolherem a representação mais adequada, seja através de desenhos, esquemas ou materiais manipuláveis, aumentou a segurança na justificação das soluções. Verificou-se igualmente uma evolução na autonomia, na escolha de representações adequadas e compreendidas pelos alunos. Na prática, os alunos começaram a resolver os problemas sem se limitar recorrer exclusivamente, a representações simbólicas (algoritmos) e a demonstrar maior facilidade em comunicar matematicamente. Os alunos demonstraram ainda uma consciência crescente de que diferentes representações podem ou não ter finalidades distintas, sendo algumas mais úteis para compreender, outras para comunicar e outras para validar. Estas perceções confirmam o valor pedagógico dos momentos de reflexão partilhada, tal como apresentado por Ponte (2005), promovendo a metacognição e uma linguagem matemática mais rigorosa. Neste sentido, os resultados revelam que a diferenciação pedagógica pode favorecer aprendizagens mais conscientes, consistentes e autorreguladas (Freire, 2004; Tomlinson e Allan, 2002).

A articulação entre a investigação desenvolvida e as práticas implementadas no 1.º CEB permitiu aprofundar a compreensão do papel das representações matemáticas. A análise sistemática das produções dos alunos e das interações observadas contribuiu para uma maior sensibilidade pedagógica da interveniente relativamente aos momentos em que é necessário disponibilizar recursos adicionais, reorganizar a tarefa ou reformular o questionamento. O enfoque relativamente à forma como os alunos escolhem e utilizam as representações matemáticas influenciou de forma positiva a intervenção realizada no âmbito da PES II, promovendo uma prática docente mais intencional, reflexiva e ajustada, especialmente durante os momentos de discussão coletiva, nos quais se valorizou a diversidade de estratégias e se incentivou a comparação entre diferentes modos de representar o pensamento matemático. Não obstante os contributos do estudo, importa reconhecer algumas limitações. O número reduzido de alunos, inseridos num contexto escolar específico, limita a generalização dos resultados a outras realidades educativas. A duração temporal do estudo, embora suficiente para observar progressos significativos, não permitiu acompanhar a consolidação das competências representacionais a longo prazo. A dupla posição da investigadora, simultaneamente participante e observadora, poderá ainda ter influenciado algumas das escolhas dos alunos, apesar dos esforços de mitigação. Estas limitações não invalidam a relevância do estudo, mas sublinham a necessidade de uma interpretação prudente dos resultados.

De forma ampla, os dados obtidos demonstram que a diferenciação pedagógica constitui um eixo estruturante para promover aprendizagens matemáticas mais equitativas, conscientes e significativas. A adequação dos materiais, a organização flexível dos grupos, a mediação ajustada e o incentivo ao uso diversificado de representações revelaram-se determinantes para apoiar a compreensão dos alunos e promover a sua autonomia na resolução de problemas. Os resultados sugerem, assim, a pertinência de aprofundar, em estudos futuros, a relação entre diferenciação pedagógica e desenvolvimento de competências representacionais ao longo de ciclos de escolaridade mais alargados, bem como a influência das interações entre pares na evolução do raciocínio matemático. Investigações longitudinais que explorem a evolução das representações matemáticas ou que examinem o impacto da diferenciação em contextos com maiores dificuldades de aprendizagem poderão contribuir para consolidar práticas docentes mais robustas, sensíveis e alinhadas com os princípios da escola inclusiva.

Em síntese, conclui-se que a diferenciação pedagógica, quando articulada com a resolução de problemas, constitui uma via eficaz para promover uma aprendizagem mais significativa, reflexiva e inclusiva. As estratégias adotadas demonstram que diferenciar implica reconhecer e valorizar a diversidade como ponto de partida para o ensino, garantindo que cada aluno possa desenvolver as suas estratégias, compreender o sentido das representações utilizadas e justificar as suas escolhas. Neste sentido, o estudo reforça o contributo da diferenciação pedagógica para uma aprendizagem verdadeiramente inclusiva, na qual a diversidade se assume como elemento central da construção conjunta do conhecimento matemático (Martins et al., 2017; Decreto-Lei n.º 54/2018).

10. REFLEXÃO FINAL

O presente capítulo constitui uma síntese reflexiva do percurso desenvolvido ao longo da Prática de Ensino Supervisionada II, integrando as experiências vividas nos contextos do 1.º e do 2.º CEB e articulando-as com o estudo de investigação realizado no 3.º ano. Esta reflexão pretende evidenciar o contributo destas vivências para a minha formação enquanto futura professora, destacando as aprendizagens construídas, os desafios enfrentados e as dimensões que reconheço como fundamentais para continuar a desenvolver no âmbito da minha prática docente. A realização dos estágios nos dois ciclos do ensino básico possibilitou uma aproximação concreta às exigências da profissão e permitiu consolidar, em situação real, os conhecimentos teóricos e metodológicos adquiridos ao longo do curso, particularmente os que fundamentaram a PES II e o estudo sobre diferenciação pedagógica e representações matemáticas.

No 1.º CEB, a proximidade com os alunos e a possibilidade de acompanhar diariamente as suas interações revelaram-se determinantes para compreender o modo como constroem significados, comunicam ideias e resolvem desafios no quotidiano escolar. A observação contínua das rotinas, da forma como assumem responsabilidades na sala de aula e da forma como lidam com conflitos permitiu-me perceber que a aprendizagem não se circunscreve aos conteúdos disciplinares, mas integra dimensões sociais, relacionais e emocionais fundamentais. A prática observada reforçou a importância da participação ativa e da cooperação entre pares, aspetos que, tal como analisei ao longo do relatório, favorecem o desenvolvimento de competências democráticas e contribuem para um ambiente de aprendizagem inclusivo. Este contexto evidenciou também que práticas de ensino diferenciadas, flexíveis e ajustadas às necessidades dos alunos são essenciais, sobretudo em momentos de resolução de problemas, onde as representações ativas e icónicas assumiram um significado particular.

No 2.º CEB, a experiência trouxe novos desafios e aprendizagens, especialmente pela especificidade da pluridocência, da gestão do tempo letivo e da diversidade de turmas. Apesar de um contacto menos contínuo, tornou-se claro que a qualidade da relação pedagógica não depende apenas do número de horas passadas com os alunos, mas do modo como essas interações são construídas. A escuta atenta, o respeito pela individualidade dos alunos e a valorização das suas dúvidas e conquistas revelaram-se aspetos fundamentais para promover um ambiente favorável à aprendizagem. Simultaneamente, a necessidade de gerir conteúdos mais complexos, articular diferentes estratégias de ensino e manter um ritmo equilibrado de aula reforçou a importância de competências profissionais que terei de continuar a desenvolver, nomeadamente a gestão do tempo, a planificação diferenciada e a organização eficaz das tarefas. A colaboração com as professoras titulares, alimentada por momentos de reflexão conjunta, permitiu-me compreender mais profundamente a dinâmica pedagógica do ciclo e identificar formas de aperfeiçoar a minha intervenção.

A investigação desenvolvida no 3.º ano foi igualmente decisiva para a minha formação, uma vez que me permitiu analisar de forma sistemática a prática pedagógica e compreender melhor os processos de aprendizagem dos alunos no domínio da Matemática. O estudo sobre o papel das estratégias de diferenciação pedagógica na mobilização de representações matemáticas revelou-me a relevância de planificar tarefas abertas, adequar materiais e mediar as aprendizagens de forma ajustada. A análise das produções dos alunos, das escolhas representacionais que fizeram e das perceções que manifestaram acerca das práticas diferenciadas permitiu-me desenvolver um olhar mais crítico, reflexivo e fundamentado sobre a ação docente. Este processo reforçou a importância da investigação-ação enquanto instrumento de desenvolvimento profissional, permitindo-me compreender que ensinar implica observar, interpretar, questionar e reconstruir continuamente a prática à luz das necessidades reais dos alunos.

A nível pessoal, este percurso foi profundamente enriquecedor. O contacto com diferentes contextos pedagógicos e formas de organização curricular ampliou o meu entendimento sobre o que significa ser professora e confrontou-me com desafios que exigiram flexibilidade, persistência e capacidade de adaptação. Entre as dificuldades sentidas, destaco a gestão do tempo e a implementação de estratégias de diferenciação pedagógica, especialmente no 1.º CEB. A necessidade de reajustar tarefas, reorganizar planos e responder de forma imediata às necessidades dos alunos ensinou-me que a docência é um processo dinâmico que exige permanente reflexão e abertura à mudança. Reconheço, contudo, que estas dificuldades constituem oportunidades de crescimento e que a experiência acumulada me permitirá melhorar a eficácia das minhas decisões pedagógicas.

Em síntese, considero que todo o percurso formativo realizado ao longo da PES II teve um impacto profundo no meu desenvolvimento pessoal e profissional. Sinto que cresci enquanto futura professora, compreendendo melhor as responsabilidades, os desafios e a complexidade da ação educativa. Fortaleci a minha motivação para continuar a aprender, a refletir e a aperfeiçoar a minha prática, convicta de que a docência é um processo contínuo de construção, em que a escuta, a observação e a reflexão têm um papel central. Estou consciente de que cada grupo de alunos tem características próprias e que o meu compromisso profissional passará por adaptar práticas, promover aprendizagens significativas e contribuir para o desenvolvimento académico, pessoal e social de todos os alunos. Acredito, de forma profunda, que ser professora implica aprender continuamente com os alunos, com os colegas e com a própria prática, construindo, em conjunto, caminhos de crescimento e de conhecimento que potenciem uma educação verdadeiramente inclusiva e transformadora.

11. REFERÊNCIAS

Amado, J., & Freire, I. (2014). Estudo de caso na investigação em educação. In J. Amado (coord.). *Manual de investigação qualitativa em educação* (2.ª ed.), pp. 121-143. https://v1.ucdigitalis.uc.pt/pombalina/item/54493

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Canavarro, A. P., Brunheira, L., Vicente, M. & Brito, S. (2022). *O poder das representações múltiplas e suas conexões: teoria e prática no 3.º ano do novo programa de matemática. Educação e Matemática,* 166, 7-12. https://repositorio.ipl.pt/entities/publication/594ecbd4-cb0e-4588-bc1e-1c212b9b04fc

Cebola, G. (2011). Conexões matemáticas — números e representações geométricas. *Educação e Matemática*, 144, 44-46.

Clérigo, B., Alves, R., Piscalho, I. & Cardona, M. J. (2017). Diferenciação pedagógica nas primeiras idades para a construção de uma prática inclusiva / Pedagogical differentiation in the early ages for the construction of an inclusive practice. *Revista da UI_IPSantarém*, *5*(1), 98-118. https://doi.org/10.25746/ruiips.v5.i1.14482

Cosme, A., Lima, L., Ferreira, D. & Ferreira, N. (2021). *Metodologias, Métodos e Situações de Aprendizagem: Propostas e Estratégias de Ação*. Porto Editora

Diário da República. (1976). *Decreto de Aprovação da Constituição de Portugal* (Lei n.º 1/76). https://diariodarepublica.pt/dr/legislacao-consolidada/decreto-aprovacao-constituicao/1976-34520775-50453575

Diário da República. (1992). *Despacho Normativo n.º 98-A/92, de 20 de junho*. Ministério da Educação. https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/despacho-normativo/98-a-1992-642919

Diário Da República. (1999). Decreto-Lei no. 54/2018. Disponível em https://www.dge.mec.pt/noticias/decreto lei-no-542018-educacao-inclusiva

Diário da República. (2001). *Decreto-Lei nº 240/2001*. https://dre.pt/pesquisa/-/search/338986/details/maximized

Diário da República. (2001). *Decreto-Lei nº 6/2001*. https://dre.pt/pesquisa/-/search/338986/details/maximized

Diário da República. (2012). *Decreto-Lei nº 139/2012*. https://dre.pt/dre/178548/details/maximized

Diário da República. (2018). *Despacho Normativo nº 10-A/2018*. https://dre.pt/dre/115552668/details/maximized

Fernandes, N. & Tomás, C. (2011). *Questões conceptuais, metodológicas e éticas na investigação, com crianças em Portugal*. 10th Conference of the European Sociological Association.

Freire, P. (2004). *Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à Prática Educativa*. São Paulo: Editora Paz e Terra.

Goldin, G. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*, 178-203. NY: Routledge.

Goldin, G. A. (2000). Representational systems, learning, and problem solving in *mathematics. Journal of Mathematical Behavior*, *17*(2), 137-165. Imprensa da Universidade de Coimbra. https://digitalisdsp.uc.pt/jspui/bitstream/10316.2/35271/1/Manual%20de%20investiga%C3%A7%C3%

Kantowski, M. G. (1980). Some thoughts on teaching for problem solving. In R. E. Reys (Ed.), *Problem solving in school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Machado, J. (2022). Da igualdade à equidade: Tensões e desafios de um processo de mudança / From equality to equity: Tensions and challenges of a change process. *Revista Portuguesa de Investigação Educacional*, 24, 1-35. https://doi.org/10.34632/investigacaoeducacional.2022.11762

Meirinhos, M., & Osório, A. (2010). O estudo de caso como estratégia de investigação em educação. *EduSer*, *2*(2), 49-65. https://tinyurl.com/4ckeyanu

Pappámikail, L., Beirante, D. & Cardoso, I. (2022). *Conjunto de Materiais: Educação Inclusiva. Módulo 2: Diversidade, Equidade e Inclusão*. Ministério da Educação / Direção-Geral da Educação. https://repositorio.ipsantarem.pt/bitstreams/921f991c-cafc-4324-8b46-c842e261ab02/download

Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.

Resendes, L. & Soares, J. (2002). *Diferenciação Pedagógica*. Lisboa: Universidade Aberta

Santos, L., Lima, J., Garcia, F., Monteiro, F., Silva, J., Santos, R:, Afonso, C. & Piedade, J. (2019). Orientações Metodológicas para a Elaboração de Trabalhos de Investigação. *Cadernos do IUM nº 8*, Instituto Universitário Militar, Lisboa. https://www.ium.pt/files/publicacoes/Cadernos/8/Cadernos_IUM_8_Orientacoes_Metodologicas_TI_2Ed.pdf?

Serrazina, L. (s.d.). *Resolução de Problemas* [Material didático]. https://www1.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Problemas_texto_Coord.pdf

Small, M. (2017). *Good questions: Great ways to differentiate mathematics*. Teachers College Press.

Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. (2014). *Carta Ética: Instrumento de regulação ético-deontológica*. SPCE. https://www.spce.org.pt/PDF/CARTAETICA.pdf

Sousa, M., & Baptista, C. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios*. Pactor.

Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education 13*, 325-343. https://www.researchgate.net/publication/227111307_Teachers%27_conceptions_of_representation_in_middle_school_mathematics

Suh, J., Johnston, C., Jamieson, S., & Mills, M. (2008). Promoting decimal number sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*(1), 44–50. https://mason.gmu.edu/~jsuh4/MTMS2008-08-44a.decimal.pdf?

Tomlinson, C. (2008). *Diferenciação pedagógica e diversidade*. Lisboa: Porto Editora.

Tomlinson, C., & Allan, S. (2002). *Liderar Projetos de Diferenciação Pedagógica*. Lisboa: ASA Editores II, S.A.

Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *13*(8), 438–445. https://pubs.nctm.org/view/journals/mtms/13/8/article-p438.xml

Tuckman, B. W. (2000). *Manual de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian

Tuckman, B. W. (2005). *Manual de investigação em educação* (3.ª ed.). Fundação Calouste Gulbenkian.

Valério, N. (2005). *O papel das representações na compreensão matemática*. Quadrante, *14*(1), 37–65.

Vélez, I. (2020). *Tarefas na sala de aula: Representações matemáticas* [Tese de doutoramento]. Universidade de Lisboa. https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjMlYnV3o2RAxUC0wIHHbgQHAIQFnoECBoQAQ&url=https%3A%2F%2Frepositorio.ulisboa.pt%2Fhandle%2F10451%2F42865&usg=AOvVaw0kevXJSdPtOftgM2Hq22m3&opi=89978449

Viseu, F., Fernandes, J. A., & Gomes, A. (2016). *A resolução de problemas no ensino da matemática*, 3–17. https://hdl.handle.net/1822/55403

Webb, D. C., Boswinkel, N., & Dekker, T. (2008). Beneath the tip of the iceberg. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*(2), 110-113. https://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/2008_mtms_iceberg.pdf?

12. ANEXOS

ANEXO A
Potencialidades e Fragilidades | 1.º CEB

Potencialidades	Fragilidades
Competências Sociais	
Comunicação Oral e Escrita	Interação(ões) Aluno-Aluno
Trabalho Cooperativo	Foco e Escuta Ativa
Relacionamento Interpessoal	Gestão de Tempo
Autonomia	Seleção e Sistematização de Informação
Português	
Interpretação de Textos	Classificação de Palavras
Conhecimento Semântico	Manifestação de Ideias e Sentimentos
Referências Literárias	Pontuação e Acentuação de Textos
Criatividade na Redação de Textos	Redação de Diversos Géneros Textuais
Domínio no Uso do Dicionário	Relação entre as Classes de Palavras
Matemática	
Cálculo Mental	Algoritmos
Representações Gráficas	Cálculo de Operações com Decimais
Identificação de Figuras e Sólidos	Cálculo de Perímetros e Áreas
Raciocínio Matemático	Comunicação Matemática
Representações Matemáticas	Conexões Matemáticas
Estudo do Meio	
Conhecimento Científico Identificação dos Sistemas	Processo Científico

ANEXO B
Potencialidades e Fragilidades ׀ 2.º CEB

Matemática	Ciências Naturais
Potencialidades	
Trabalho Cooperativo (Pares ou Trios)	
	Participação Ativa
Relacionamento Interpessoal	
	Relacionamento Interpessoal
Adequação do Comportamento a Contextos de Cooperação, Partilha e Colaboração	Estabelecimento de Conexões entre os Conteúdos Abordados em Aula e o Quotidiano
Formulação de Conjeturas/Generalizações	
Raciocínio Célere	
Fragilidades	
Comunicação Matemática (Expressão Oral e Escrita de Ideias)	
Cálculo Mental (Falta de Estratégias)	Comunicação de Conceitos Científicos (Expressão Oral e Escrita de Ideias)
Raciocínio (Dificuldades na Interpretação de Enunciados e Uso de Estratégias Adequadas e/ou Eficazes)	Interpretação de Enunciados Aplicação dos Conhecimentos em Momentos de Avaliação
Representações Matemáticas (Linguagem Simbólica)	Identificação de Órgãos na Exploração de Modelos
Uso Recorrente do Algoritmo e Calculadora para o Cálculo de Operações	Atividades de Pesquisa e/ou Investigação pouco Desenvolvidas
Conexões Internas e Externas pouco Consolidadas	Estudo Autónomo
Manipulação de Ferramentas Digitais (ex.: Geogebra)	

ANEXO C
Problemas Matemáticos

TAREFA 1

Cromos e mais Cromos

O Rodrigo é um grande fã de cromos e decidiu aumentar a sua coleção. Foi à papelaria e comprou várias saquetas com **8 cromos cada uma**. Ao chegar a casa contou todos os cromos que tinha comprado e verificou que tinha **176** novos cromos.

a) Quantas saquetas comprou o Rodrigo para obter 176 cromos?

No dia seguinte, o Rodrigo decidiu **distribuir** os cromos **igualmente** entre ele e mais **3 amigos**, para que todos aproveitassem a coleção.

b) Quantos cromos receberá **cada um**?

c) Depois da distribuição, **será que sobram cromos**? Se sim, **quantos**?

TAREFA 1 | ADAPTADA

Cromos e mais Cromos

O Rodrigo é um grande fã de cromos e decidiu aumentar a sua coleção. Foi à papelaria e comprou várias saquetas com **4 cromos cada uma**. Ao chegar a casa contou todos os cromos que tinha comprado e verificou que tinha **40** novos cromos.

a) Quantas saquetas comprou o Rodrigo para obter 40 cromos?

No dia seguinte, o Rodrigo decidiu **distribuir** os cromos **igualmente** entre ele e mais **3 amigos**, para que todos aproveitassem a coleção.

b) Quantos cromos receberá **cada um**?

c) Depois da distribuição, **será que sobram cromos**? Se sim, **quantos**?

TAREFA 2

Parte 1

A Clara comprou **1 kg de feijão seco** para cozinhar em casa. A Clara pretende **encher** saquinhos para dosear a quantidade de feijão a utilizar em cada refeição. **Quantos saquinhos** pode encher **se** cada um levar:

a) 0,5 kg **b)** 250 g

TAREFA 3

Ao ter partido a tíbia, a Concha teve de ficar em repouso durante um mês. Como ainda tinha muitas dores, o médico recomendou que a Concha tomasse **10 ml de xarope** durante **10 dias** para avaliar a situação.

a) Calcula a **quantidade total de xarope** que foi tomado pela Concha ao fim dos 10 dias de tratamento.

b) Na consulta seguinte, o médico sugeriu que a Concha continuasse a toma do xarope por **mais uma semana**. Que **quantidade de xarope** será tomada pela Concha durante todo o tratamento?

c) Sabendo que cada frasco de xarope tem **150 ml de capacidade, quantos frascos de xarope** foram prescritos pelo médico?

d) Será que sobrou xarope? Se sim, quanto?

Justifica as tuas respostas utilizando cálculos, desenhos ou esquemas.