

ANEXO DE CÁLCULO II
PROJECTO DE EXECUÇÃO



ÍNDICE

1 VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE RESISTÊNCIA	3
1.1 DIMENSIONAMENTO DAS ADUELAS	3
1.1.1 ADUELA DE EXTREMIDADE	3
1.1.1.1 Verificação ao estado limite último de flexão	3
1.1.1.2 Verificação ao estado limite último de esforço transversal	7
1.1.2 ADUELA CORRENTE.....	15
1.1.2.1 Verificação ao estado limite último de flexão	15
1.1.2.2 Verificação ao estado limite último de esforço transversal	20
1.2 DIMENSIONAMENTO DA LAJE CORRENTE (H = 0,50M)	28
1.2.1 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO.....	28
1.2.2 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE ESFORÇO TRANSVERSO	34
1.3 DIMENSIONAMENTO DA LAJE EXTREMA (H = 0,40M).....	38
1.3.1 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO.....	38
1.3.2 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE ESFORÇO TRANSVERSO	41
1.4 DIMENSIONAMENTO DAS PRÉ-VIGAS	45
1.4.1 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO.....	45
1.4.2 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE ESFORÇO TRANSVERSO	48
1.5 DIMENSIONAMENTO DO ESCUDO.....	55
1.5.1 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO.....	55
1.5.2 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE ESFORÇO TRANSVERSO	56



1 VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE RESISTÊNCIA

1.1 DIMENSIONAMENTO DAS ADUELAS

No dimensionamento das aduelas foi utilizado o programa de cálculo Response 2000 para fazer a interacção de esforços e para o cálculo da armadura mínima das aduelas seguiu-se o preconizado no livro “ F.Leonhardt – Construções de Concreto Volume 6 – Princípios básicos da construção de pontes de concreto “.

1.1.1 ADUELA DE EXTREMIDADE

1.1.1.1 Verificação ao estado limite último de flexão

A aduela a considerar tem as dimensões 4,60 x 4,60m, com quatro células de 2,0 x 2,0m e paredes interiores e exteriores de 0,20m.

Cálculo da armadura mínima segundo a direcção longitudinal e transversal:

Para Pontes: (caso de flexão)

$$\mu z_{\min} = 0,4 \times \frac{f_{ct}}{f_{s,y}}$$

Em que:

f_{ct} → resistência à tracção do betão (C 35/45) → $f_{ct} = 3,2$ Mpa

$f_{s,y}$ → limite de escoamento do aço da armadura(A 400) → $f_{s,y} = 348$ Mpa



A percentagem μ_z deve ser referida às seguintes áreas de betão e no caso de flexão em que $h > 1,0m$ logo μ_z deve ser referida à zona efectiva da armadura A_{cw} .

Em que:

$$A_{cw} = b_w \times d_w$$

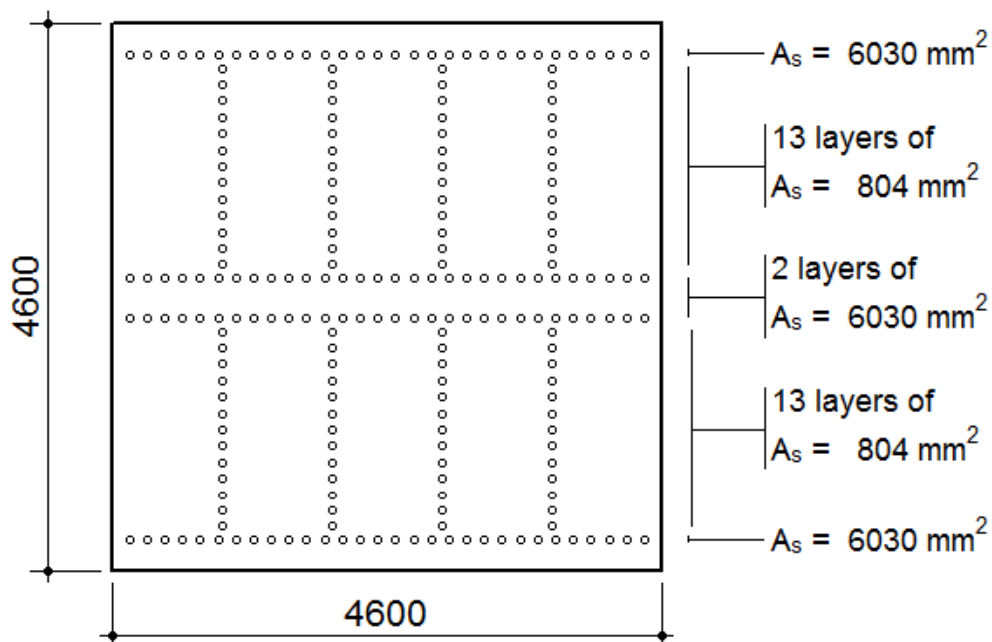
Considerando $\phi 16$ então :

$$b_w = 4,60 \text{ m}$$

$$d_w = \left(\text{rec.} + \phi 16 + \text{esp. entre varões} + \frac{\phi 16}{2} + 5 \times \phi 16 \right)$$

$$A_{cw} = b_w \times d_w = 4,60 \times \left(0,055 + 0,016 + 0,20 + \frac{0,016}{2} + 5 \times 0,016 \right) = 1,65 \text{ m}^2$$

$$\mu_{z_{\min}} = 0,4 \times \frac{f_{ct}}{f_{s,y}} \times A_{cw} = 0,40 \times \frac{3,2 \times 10^3}{348 \times 10^3} \times 1,65 = 6,029 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 60,30 \text{ cm}^2 \rightarrow 30 \phi 16$$





Após efectuar o cálculo da armadura mínima da aduela de extremidade é necessário retirar os valores dos esforços obtidos através do modelo de cálculo automático utilizado, para então comparar os valores obtidos no modelo com os valores obtidos no Programa de cálculo Response 2000.

De seguida, apresentam-se os valores dos esforços da aduela de extremidade obtidos através do SAP.

Frame	Station	OutputCase	P	V2	V3	M2	M3
Text	m	Text	KN	KN	KN	KN-m	KN-m
62	0	ELU_Sc	-5117,835	-334,736	149,454	710,5801	52,4477
62	3,025	ELU_Sc	-2957,531	-334,736	149,454	258,4822	1065,0242
62	6,05	ELU_Sc	-797,227	-334,736	149,454	-193,6156	2077,6006
62	0	ELU_Veic	-4975,784	-276,554	149,459	710,6123	44,5526
62	3,025	ELU_Veic	-2815,48	-276,554	149,459	258,5	881,1294
62	6,05	ELU_Veic	-655,176	-276,554	149,459	-193,6122	1717,7061
62	0	ELU_Acostagem	-4976,063	-279,238	206,951	943,7336	44,411
62	3,025	ELU_Acostagem	-2815,76	-279,238	206,951	317,708	889,1072
62	6,05	ELU_Acostagem	-655,456	-279,238	206,951	-308,3177	1733,8035
62	0	ELU_Cabeco	-4975,875	-276,636	191,62	951,312	44,415
62	3,025	ELU_Cabeco	-2815,571	-276,636	191,62	371,6607	881,2378
62	6,05	ELU_Cabeco	-655,268	-276,636	191,62	-207,9907	1718,0605
62	0	ELU_Acost_Cabeco	-4976,068	-279,241	249,113	1184,4438	44,4123
62	3,025	ELU_Acost_Cabeco	-2815,765	-279,241	249,113	430,8757	889,1163
62	6,05	ELU_Acost_Cabeco	-655,461	-279,241	249,113	-322,6924	1733,8204
62	0	ELU_SismoX	-3587,053	332,421	482,086	2591,5777	114,4988
62	3,025	ELU_SismoX	-1906,817	-27,63	362,069	1314,7925	-346,4981
62	6,05	ELU_SismoX	-226,58	-387,68	242,052	401,0584	281,6582
62	0	ELU_SismoY	-3728,564	-12,774	1313,573	7144,1249	57,725
62	3,025	ELU_SismoY	-2048,327	-132,791	953,522	3715,1446	277,891
62	6,05	ELU_SismoY	-368,091	-252,807	593,471	1375,3174	861,1081
62	0	ELU_SismoV+	-4079,73	-26,015	482,124	2591,8128	58,8202
62	3,025	ELU_SismoV+	-2239,472	-146,032	362,107	1314,9145	319,0421
62	6,05	ELU_SismoV+	-399,213	-266,049	242,09	401,0672	942,315

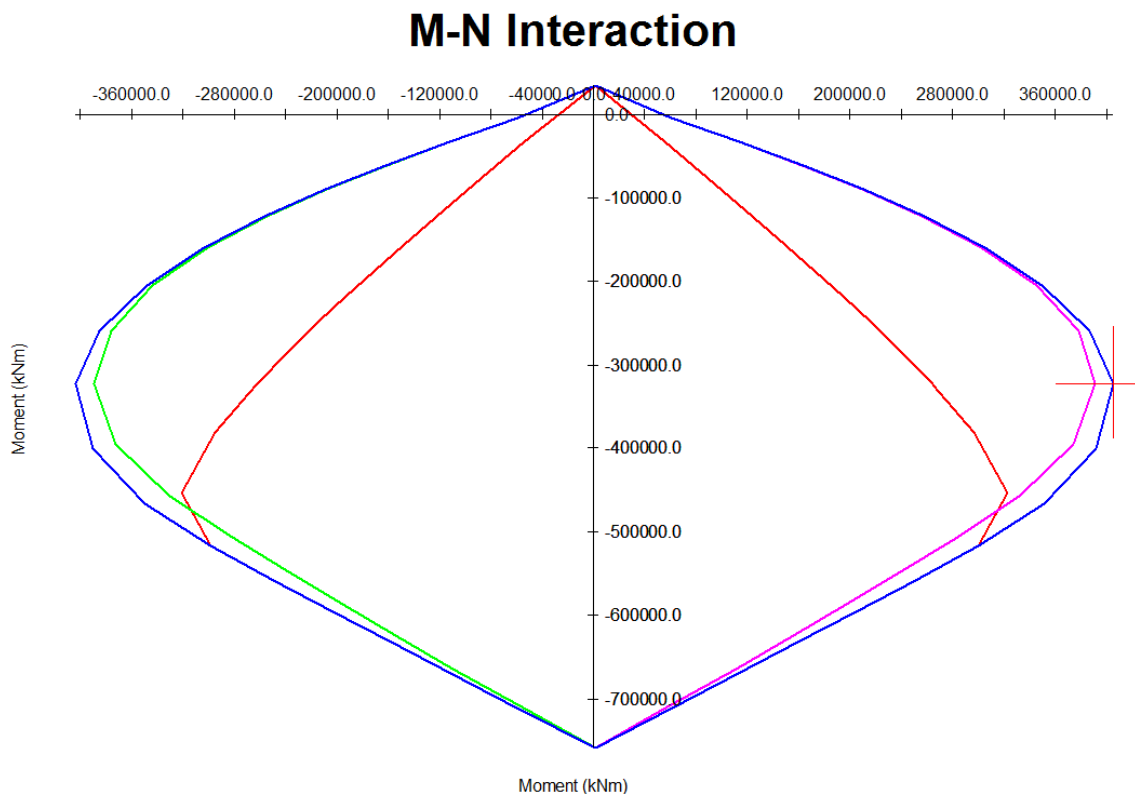
Para o dimensionamento da aduela de extremidade não se considera a combinação de momentos segundo as duas direcções porque o momento segundo a direcção 2 é muito elevado comparativamente com o momento



segundo a direcção 3, logo em termos de dimensionamento é desprezável o momento segundo a direcção 3.

Sendo desprezável o momento segundo a direcção 3 implica que para o dimensionamento da aduela de extremidade consideremos o momento segundo a direcção longitudinal (M_2) e o esforço axial (N) na base da aduela de extremidade para todas as combinações de esforços considerados nos estados limites últimos.

Apresenta-se em seguida o diagrama de interacção de esforços (M e N) obtido através do programa de cálculo Response 2000.





Tendo o diagrama de interacção de esforços (M e N) e os valores dos esforços obtidos através do SAP então para verificar a segurança basta averiguar se em todas as combinações de esforços considerados nos estados limites últimos os valores do momento segundo a direcção 2 e os valores de esforço axial se encontram dentro da zona delimitada no gráfico.

Após efectuada essa análise verifica-se que os valores se encontram dentro da zona delimitada pelo gráfico, logo conclui-se que a verificação à segurança do estado limite último de flexão se encontra satisfeita.

Sendo a secção em análise quadrada logo a análise segundo a direcção longitudinal e transversal é idêntica, isto é, para efeitos de cálculo tanto a altura como a largura é a mesma que se considerou anteriormente, só depois na verificação da segurança na direcção transversal tem que se ter em conta o momento segundo a direcção transversal (M3) em vez do momento segundo a direcção longitudinal (M2).

1.1.1.2 Verificação ao estado limite último de esforço transverso

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no Eurocódigo 2.

Análise segundo a direcção longitudinal

$$V_{2\text{máx}} = 334,74 \text{ kN}$$

$$bw = 4600 \text{ mm}$$

$$h = 4600 \text{ mm}$$

$$d = 4345 \text{ mm}$$

6.2.2. Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso

(1) O valor de cálculo do esforço transverso resistente $V_{Rd,c}$ é obtido por:



$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \times K \times (100 \times \rho_1 \times fck)^{1/3} + K_1 \times \sigma_{cp}] \times bw \times d \quad [N]$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c} = [v_{\min} + K_1 \times \sigma_{cp}] \times bw \times d \quad [N]$$

Em que:

- fck em Mpa
- $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ com d em mm
- $\rho_1 = \frac{Asl}{bw \times d} \leq 0,02$

Asl – área da armadura de tracção prolongada de um comprimento superior ($l_{bd} + d$) para além da secção considerada (fig.6.3)

bw – menor largura da secção transversal na área traccionada (mm)

- $\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{Ac} < 0,20 \times fcd \quad [Mpa]$

N_{ED} – esforço normal devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N ($N_{ED} > 0$ para compressão)

Ac – área da secção transversal de betão, em mm^2

- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ em que o valor de γ_c é igual a 1,5.
- $v_{\min} = 0,035 \times K^{3/2} \times fck^{1/2}$
- $K_1 = 0,15$

Cálculo do esforço transverso resistente, $V_{Rd,c}$:

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{4345}} = 1 + 0,21 = 1,21 \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{30 \times A\phi 16}{460 \times 434,5} = \frac{30 \times 2,01}{460 \times 434,5} = 3,0 \times 10^{-4} \leq 0,02$$



$$f_{ck} = 35,0 \text{ Mpa} \rightarrow \text{C35/45}$$

$$K_1 = 0,15$$

$$\sigma_{cp} = \frac{5117,84}{(4,60 \times 4,60)} < 0,20 \times 23300 \Leftrightarrow 241,86 \text{ kN/m}^2 < 4660 \text{ kN/m}^2$$

❖ Considerando $\sigma_{cp} = 0 \text{ kN/m}^2$:

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,21 \times \left(100 \times 3,0 \times 10^{-4} \times 35 \right)^{1/3} \right] \times 4600 \times 4345 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 2949696,47 \text{ N} = 2949,7 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,21^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,28 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = 0,28 \times 4600 \times 4345$$

$$V_{Rd,c} = 5596360 \text{ N} = 5596,4 \text{ kN}$$

❖ Considerando $\sigma_{cp} = 241,86 \text{ kN/m}^2$:

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,21 \times \left(100 \times 3,0 \times 10^{-4} \times 35 \right)^{1/3} + 0,15 \times 241,86 \times 10^{-3} \right] \times 4600 \times 4345 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 3674804,84 \text{ N} = 3674,8 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,21^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,28 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,28 + 0,15 \times 241,86 \times 10^{-3} \right] \times 4600 \times 4345$$

$$V_{Rd,c} = 6321468,4 \text{ N} = 6321,5 \text{ kN}$$

Adopta-se então o valor mínimo calculado $V_{Rd,c} = 6321,5 \text{ kN}$



Verificação da segurança:

$V_{Rd,c} > V_{2máx} \Leftrightarrow 6321,5 \text{ kN} > 334,74 \text{ kN} \rightarrow$ Logo encontra-se verificada a segurança.

Conclusão: Após os cálculos verificamos que o pilar de extremidade não necessita de armadura de esforço transverso segundo a direcção longitudinal.

Análise segundo a direcção transversal

$$V_{3máx} = 1313,57 \text{ kN}$$

6.2.2. Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso

(1) O valor de cálculo do esforço transverso resistente $V_{Rd,c}$ é obtido por:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \times K \times (100 \times \rho_1 \times f_{ck})^{1/3} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad [N]$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c} = \left[v_{\min} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad [N]$$

Em que:

- f_{ck} em Mpa
- $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ com d em mm
- $\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w \times d} \leq 0,02$

A_{sl} – área da armadura de tracção prolongada de um comprimento superior ($l_{bd} + d$) para além da secção considerada (fig.6.3)

b_w – menor largura da secção transversal na área traccionada (mm)



- $\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{A_c} < 0,20 \times f_{cd} \quad [Mpa]$

N_{ED} – esforço normal devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N ($N_{ED} > 0$ para compressão)

A_c – área da secção transversal de betão, em mm^2

- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ em que o valor de γ_c é igual a 1,5.
- $v_{min} = 0,035 \times K^{3/2} \times f_{ck}^{1/2}$
- $K_1 = 0,15$

Cálculo do esforço transversal resistente, $V_{Rd,c}$:

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{4345}} = 1 + 0,21 = 1,21 \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{30 \times A_{\phi 16}}{460 \times 434,5} = \frac{30 \times 2,01}{460 \times 434,5} = 3,0 \times 10^{-4} \leq 0,02$$

$$f_{ck} = 35,0 \text{ Mpa} \rightarrow \text{C35/45}$$

$$K_1 = 0,15$$

$$\sigma_{cp} = \frac{3728,56}{(4,60 \times 4,60)} < 0,20 \times 23300 \Leftrightarrow 176,21 \text{ kN/m}^2 < 4660 \text{ kN/m}^2$$

❖ Considerando $\sigma_{cp} = 0 \text{ kN/m}^2$:

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,21 \times \left(100 \times 3,0 \times 10^{-4} \times 35 \right)^{1/3} \right] \times 4600 \times 4345 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 2949696,47 \text{ N} = 2949,7 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{min} = 0,035 \times 1,21^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{min} = 0,28 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = 0,28 \times 4600 \times 4345$$

$$V_{Rd,c} = 5596360 \text{ N} = 5596,4 \text{ kN}$$



❖ Considerando $\sigma_{cp} = 176,21 \text{ kN/m}^2$:

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,21 \times \left(100 \times 3,0 \times 10^{-4} \times 35 \right)^{1/3} + 0,15 \times 176,21 \times 10^{-3} \right] \times 4600 \times 4345 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 3477982,9 \text{ N} = 3477,9 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,21^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,28 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,28 + 0,15 \times 176,21 \times 10^{-3} \right] \times 4600 \times 4345$$

$$V_{Rd,c} = 6124646,4 \text{ N} = 6124,6 \text{ kN}$$

Adopta-se então o valor mínimo calculado $V_{Rd,c} = 6124,6 \text{ kN}$

Verificação da segurança:

$V_{Rd,c} > V_{3\text{máx}} \Leftrightarrow 6124,6 \text{ kN} > 1313,57 \text{ kN} \rightarrow$ Logo encontra-se verificada a segurança.

Conclusão: Após os cálculos verificamos que o pilar de extremidade não necessita de armadura de esforço transversal segundo a direcção transversal.

Ainda assim o Eurocódigo 2 refere o seguinte:

(4) “Quando com base na verificação do esforço transversal, não for necessária nenhuma armadura de esforço transversal, deverá prever-se uma armadura mínima de esforço transversal de acordo com 9.2.2”.

Cálculo da armadura mínima de esforço transversal

9.2.2. Armaduras de esforço transversal (Armadura mínima a considerar para o pilar)

(5) A taxa de armaduras de esforço transversal é obtida por:



$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \times bw \times \text{sen} \alpha}$$

Em que:

ρ_w – taxa de armaduras de esforço transverso ; ρ_w não deverá ser inferior a $\rho_{w,\text{mín}}$

$$\rho_{w,\text{mín}} = \frac{0,08 \times \sqrt{fck}}{f_yk}$$

A_{sw} – área das armaduras de esforço transverso existente no comprimento s

s – espaçamento das armaduras de esforço transverso, medido ao longo do eixo longitudinal do elemento ($s=1,0$ m)

bw – largura da alma do elemento ($bw=4,60$ m)

α - ângulo formado pelas armaduras de esforço transverso e o eixo longitudinal, como os estribos são verticais, logo $\alpha=90^\circ$.

(6) O espaçamento longitudinal máximo entre armaduras de esforço transverso não deverá ser superior a $S_{L,\text{máx}}$

$$S_{L,\text{máx.}} = 0,75 \times d \times (1 + \cotg \alpha)$$

(8) O espaçamento transversal entre os ramos de estribos não deverá ser superior a $S_{T,\text{máx}}$

$$S_{T,\text{máx.}} = 0,75 \times d \leq 600 \text{ mm}$$

Cálculo da taxa de armadura de esforço transverso:

$$\rho_{w,\text{mín}} = \frac{0,08 \times \sqrt{fck}}{f_yk} = \frac{0,08 \times \sqrt{35}}{400} = 1,2 \times 10^{-3} = 0,12 \%$$



Considerando $\rho_w = \rho_{w, \min}$:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \times b_w \times \text{sen} \alpha} \Leftrightarrow \frac{0,12}{100} = \frac{A_{sw}}{1,0 \times 4,60 \times \text{sen} 90^\circ}$$

$$A_{sw} = 1,2 \times 10^{-3} \times 1,0 \times 4,60 \times 1,0 = 5,52 \times 10^{-3} \text{ m}^2 / \text{m} = 55,2 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Número de ramos a considerar:

$$\frac{b_w}{S_{T, \max}} = \frac{4,60 \text{ m}}{0,60 \text{ m}} = 8 \text{ espaçamentos de estribos} \rightarrow 10 \text{ ramos de estribos}$$

Logo:

$$\frac{55,2 \text{ cm}^2 / \text{m}}{10} = 5,52 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{ramo estribo} \Rightarrow \phi 10 // 0,125 \rightarrow 6,28 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{ramo estribo}$$

$$0,125 \text{ m} < S_{L, \max} \Leftrightarrow 0,125 \text{ m} < 0,75 \times 4,345 \Leftrightarrow 0,125 \text{ m} < 3,26 \text{ m} \rightarrow \text{Verifica}$$



1.1.2 ADUELA CORRENTE

1.1.2.1 Verificação ao estado limite último de flexão

Cálculo da armadura mínima segundo a direcção longitudinal

A dimensão da aduela considerada no SAP é 4,60 x 1,50m, mas nesta situação considerar-se-á uma aduela com as dimensões 1,30 x 1,50m.

No modelo de SAP considerou-se a aduela como sendo uma única barra, logo o esforço normal obtido no modelo de SAP só contempla o peso próprio e como se considera somente armadura nas células extremas, então é necessário somar ou subtrair aos resultados obtidos no SAP o esforço normal devido à carga sísmica em que para este cálculo se considera um pórtico composto por 2 pilares de secção 1,30 x 1,50m e uma barra rígida submetidos à acção do sismo.

Os esforços axiais a considerar devido à carga sísmica tem o valor de 78,14 kN, este valor foi calculado utilizando um modelo de SAP.

Cálculo da armadura mínima:

Para Pontes: (caso de flexão)

$$\mu z_{\min} = 0,4 \times \frac{f_{ct}}{f_{s,y}}$$

Em que:

f_{ct} → resistência à tracção do betão (C 35/45) → $f_{ct} = 3,2$ Mpa

$f_{s,y}$ → limite de escoamento do aço da armadura(A 400) → $f_{s,y} = 348$ Mpa

A percentagem μz deve ser referida às seguintes áreas de betão e no caso de flexão em que $h > 1,0$ m logo μz deve ser referida à zona efectiva da armadura A_{cw} .



Em que:

$$Acw = bw \times dw$$

Considerando para o cálculo $\phi 16$, então:

$$Acw = bw \times dw = 1,30 \times \left(0,055 + 0,016 + 0,20 + \frac{0,016}{2} + 5 \times 0,016 \right) = 0,4667 \text{ m}^2$$

$$\mu z_{\min} = 0,4 \times \frac{f_{ct}}{f_{s,y}} \times Acw = 0,40 \times \frac{3,2 \times 10^3}{348 \times 10^3} \times 0,4667 = 1,7166 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 17,17 \text{ cm}^2 \rightarrow 9 \phi 16$$

Cálculo da armadura mínima segundo a direcção transversal

A dimensão da aduela considerada no SAP é 4,60 x 1,50m, mas nesta situação considerar-se-á um pilar com as dimensões 1,30 x 1,50m, mas agora a funcionar na direcção transversal.

Então para efeitos de cálculo a largura neste caso é 1,50m enquanto a altura é 1,30m contrariamente ao considerado para a direcção longitudinal.

Cálculo da armadura mínima:

Para Pontes: (caso de flexão)

$$\mu z_{\min} = 0,4 \times \frac{f_{ct}}{f_{s,y}}$$

Em que:

f_{ct} → resistência à tracção do betão (C 35/45) → $f_{ct} = 3,2 \text{ Mpa}$

$f_{s,y}$ → limite de escoamento do aço da armadura (A 400) → $f_{s,y} = 348 \text{ Mpa}$



A percentagem μ_z deve ser referida às seguintes áreas de betão e no caso de flexão em que $h > 1,0\text{m}$ logo μ_z deve ser referida à zona efectiva da armadura A_{cw} .

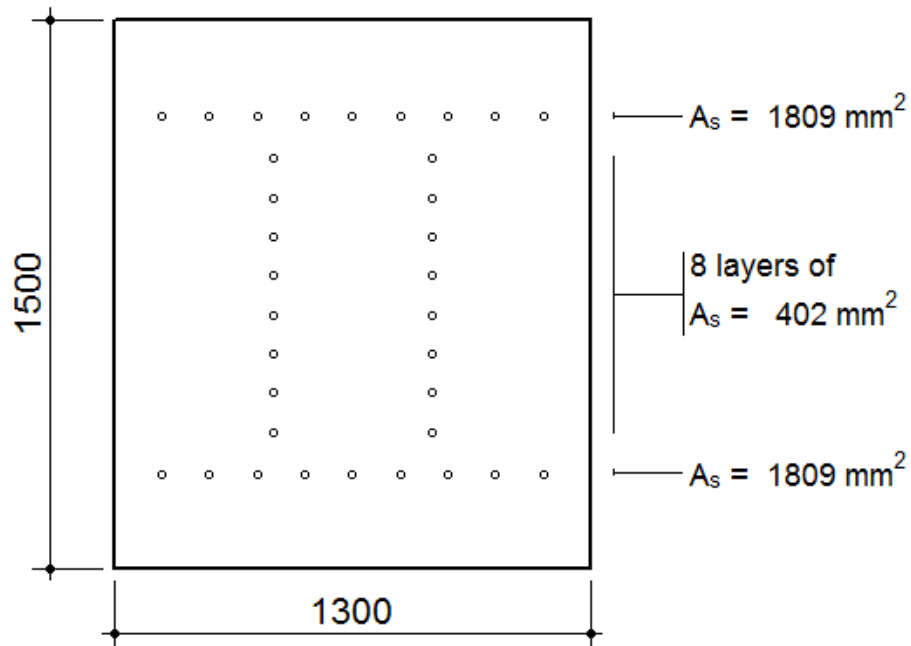
Em que:

$$A_{cw} = b_w \times d_w$$

Considerando para o cálculo $\phi 16$, então:

$$A_{cw} = b_w \times d_w = 1,50 \times \left(0,055 + 0,016 + 0,20 + \frac{0,016}{2} + 5 \times 0,016 \right) = 0,5385 \text{ m}^2$$

$$\mu_{z_{\min}} = 0,4 \times \frac{f_{ct}}{f_{s,y}} \times A_{cw} = 0,40 \times \frac{3,2 \times 10^3}{348 \times 10^3} \times 0,5385 = 1,98 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 19,80 \text{ cm}^2 \rightarrow 10 \phi 16$$





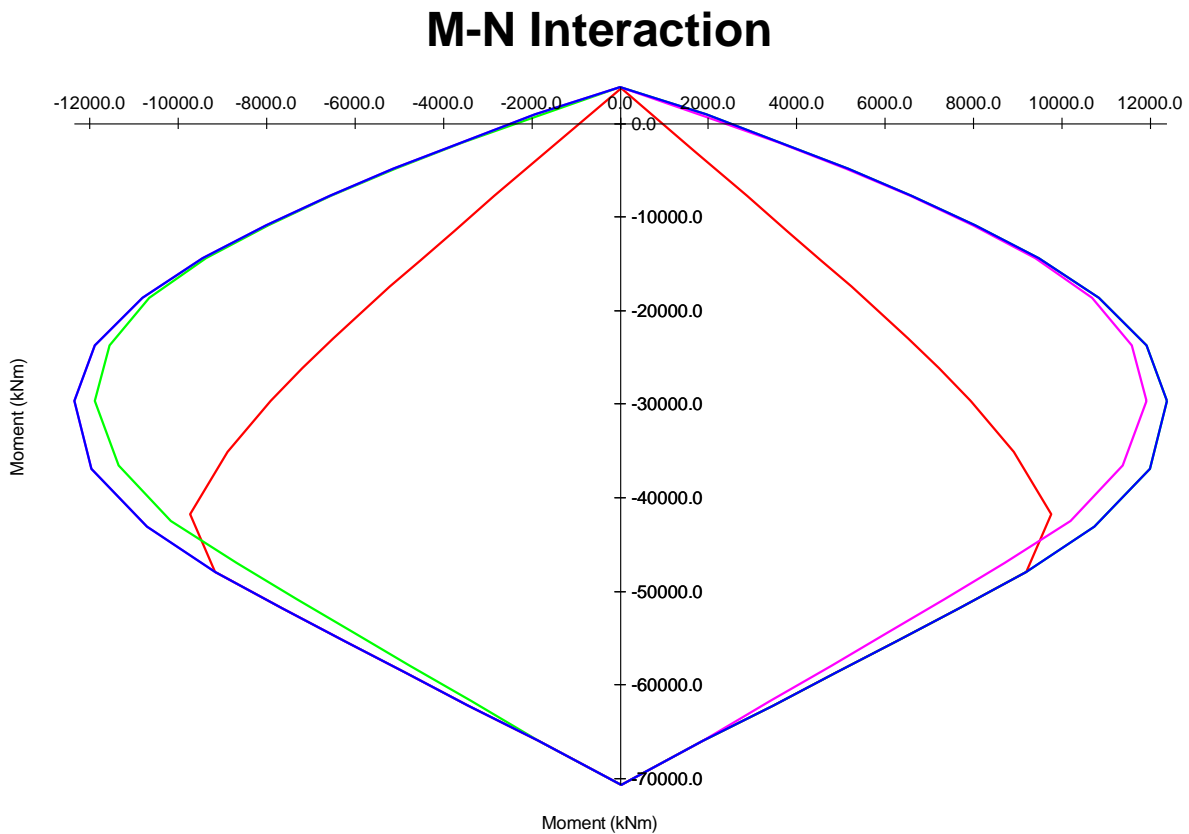
De seguida, apresentam-se os valores dos esforços da aduela corrente obtidos através do SAP.

Frame	Station	OutputCase	P	V2	V3	M2	M3
Text	m	Text	KN	KN	KN	KN-m	KN-m
63	0	ELU_Sc	-1904,787	-112,097	36,715	32,3545	44,8269
63	3,025	ELU_Sc	-1200,34	-112,097	36,715	-78,7078	383,9212
63	6,05	ELU_Sc	-495,893	-112,097	36,715	-189,7701	723,0155
63	0	ELU_Veic	-1819,308	-90,457	36,715	32,3561	38,3328
63	3,025	ELU_Veic	-1114,861	-90,457	36,715	-78,7078	311,966
63	6,05	ELU_Veic	-410,414	-90,457	36,715	-189,7718	585,5991
63	0	ELU_Acostagem	-1819,235	-88,3	58,186	42,817	38,3221
63	3,025	ELU_Acostagem	-1114,789	-88,3	58,186	-133,1952	305,4287
63	6,05	ELU_Acostagem	-410,342	-88,3	58,186	-309,2073	572,5352
63	0	ELU_Cabeco	-1819,093	-90,461	39,723	43,4694	38,1942
63	3,025	ELU_Cabeco	-1114,646	-90,461	39,723	-76,6915	311,8393
63	6,05	ELU_Cabeco	-410,199	-90,461	39,723	-196,8525	585,4845
63	0	ELU_Acost_Cabeco	-1819,239	-88,306	61,193	53,9309	38,3195
63	3,025	ELU_Acost_Cabeco	-1114,793	-88,306	61,193	-131,179	305,445
63	6,05	ELU_Acost_Cabeco	-410,346	-88,306	61,193	-316,2889	572,5706
63	0	ELU_SismoX	-1359,787	249,11	94,735	133,1571	118,0683
63	3,025	ELU_SismoX	-811,884	131,68	55,592	-94,2127	-457,8767
63	6,05	ELU_SismoX	-263,981	14,249	16,448	-203,1735	-678,5944
63	0	ELU_SismoY	-1366,797	41,56	251,586	370,7611	56,088
63	3,025	ELU_SismoY	-818,894	2,417	134,155	-212,6727	-10,4268
63	6,05	ELU_SismoY	-270,991	-36,727	16,725	-440,8792	41,4676
63	0	ELU_SismoV+	-1489,141	35,622	94,739	133,1685	56,8368
63	3,025	ELU_SismoV+	-889,057	-3,522	55,595	-94,212	8,2854
63	6,05	ELU_SismoV+	-288,973	-42,665	16,452	-203,1834	78,143

Para o dimensionamento da aduela corrente segundo a análise longitudinal consideremos o momento segundo a direcção longitudinal (M2) e o esforço axial (N) na base e no topo da aduela corrente para todas as combinações de esforços considerados nos estados limites últimos, segundo a análise transversal é tudo igual mas com o valor do momento segundo a direcção transversal (M3).



Apresenta-se em seguida o diagrama de interacção de esforços (M e N) obtido através do programa de cálculo Response 2000.



Tendo o diagrama de interacção de esforços (M e N) e os valores dos esforços obtidos através do SAP então para verificar a segurança basta averiguar se em todas as combinações de esforços considerados nos estados limites últimos os valores do momento segundo a direcção 2 e 3 e os valores de esforço axial se encontram dentro da zona delimitada no gráfico.

Após efectuada essa análise verifica-se que os valores se encontram dentro da zona delimitada pelo gráfico, logo conclui-se que a verificação à segurança do estado limite último de flexão se encontra satisfeita.



1.1.2.2 Verificação ao estado limite último de esforço transverso

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no Eurocódigo 2.

Análise segundo a direcção longitudinal

$$V_{2\text{máx}} = 381,06 \text{ kN}$$

$$bw = 1500 \text{ mm}$$

$$h = 1300 \text{ mm}$$

$$d = 1045 \text{ mm}$$

6.2.2. Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso

(1) O valor de cálculo do esforço transverso resistente $V_{Rd,c}$ é obtido por:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \times K \times (100 \times \rho_1 \times fck)^{1/3} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times bw \times d \quad [N]$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c} = \left[v_{\min} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times bw \times d \quad [N]$$

Em que:

- fck em Mpa
- $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ com d em mm
- $\rho_1 = \frac{Asl}{bw \times d} \leq 0,02$

Asl – área da armadura de tracção prolongada de um comprimento superior ($l_{bd} + d$) para além da secção considerada (fig.6.3)

bw – menor largura da secção transversal na área traccionada (mm)

- $\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{Ac} < 0,20 \times fcd \quad [Mpa]$



N_{ED} – esforço normal devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N ($N_{ED} > 0$ para compressão)

A_c – área da secção transversal de betão, em mm^2

- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ em que o valor de γ_c é igual a 1,5.
- $v_{min} = 0,035 \times K^{3/2} \times fck^{1/2}$
- $K_1 = 0,15$

Cálculo do esforço transversal resistente, $V_{Rd,c}$:

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{1045}} = 1 + 0,44 = 1,44 \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{10 \times A\phi 16}{150 \times 104,5} = \frac{10 \times 2,01}{150 \times 104,5} = 1,28 \times 10^{-3} \leq 0,02$$

$fck = 35,0$ Mpa \rightarrow C35/45

$$K_1 = 0,15$$

$$\sigma_{cp} = \frac{1484,14}{(1,50 \times 1,30)} < 0,20 \times 23300 \Leftrightarrow 761,1 \text{ kN/m}^2 < 4660 \text{ kN/m}^2$$

❖ Considerando $\sigma_{cp} = 0$ kN/m²:

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,44 \times (100 \times 1,28 \times 10^{-3} \times 35)^{1/3} \right] \times 1500 \times 1045 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 446523,1 \text{ N} = 446,5 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{min} = 0,035 \times 1,44^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{min} = 0,358 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = 0,358 \times 1500 \times 1045$$

$$V_{Rd,c} = 561165 \text{ N} = 561,2 \text{ kN}$$

❖ Considerando $\sigma_{cp} = 761,1$ kN/m²:



$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,44 \times \left(100 \times 1,28 \times 10^{-3} \times 35 \right)^{1/3} + 0,15 \times 761,1 \times 10^{-3} \right] \times 1500 \times 1045 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 625476,7 \text{ N} = 625,5 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,44^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,358 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,358 + 0,15 \times 761,1 \times 10^{-3} \right] \times 1500 \times 1045$$

$$V_{Rd,c} = 740,1 \text{ kN}$$

Adopta-se então o valor mínimo calculado $V_{Rd,c} = 740,1 \text{ kN}$

Verificação da segurança:

$V_{Rd,c} > V_{2\text{máx}} \Leftrightarrow 740,1 \text{ kN} > 381,06 \text{ kN} \rightarrow$ Logo encontra-se verificada a segurança.

Conclusão: Após os cálculos verificamos que o pilar de extremidade não necessita de armadura de esforço transversal segundo a direcção longitudinal.

Análise segundo a direcção transversal

$$V_{3\text{máx}} = 723,64 \text{ kN}$$

$$b_w = 1300 \text{ mm}$$

$$h = 1500 \text{ mm}$$

$$d = 1245 \text{ mm}$$

6.2.2. Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transversal

(1) O valor de cálculo do esforço transversal resistente $V_{Rd,c}$ é obtido por:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \times K \times \left(100 \times \rho_1 \times f_{ck} \right)^{1/3} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad [N]$$



Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c} = [v_{\min} + K_1 \times \sigma_{cp}] \times bw \times d \quad [N]$$

Em que:

- fck em Mpa
- $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ com d em mm
- $\rho_1 = \frac{Asl}{bw \times d} \leq 0,02$

Asl – área da armadura de tracção prolongada de um comprimento superior ($l_{bd} + d$) para além da secção considerada (fig.6.3)

bw – menor largura da secção transversal na área traccionada (mm)

- $\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{Ac} < 0,20 \times fcd$ [Mpa]

N_{ED} – esforço normal devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N ($N_{ED} > 0$ para compressão)

Ac – área da secção transversal de betão, em mm²

- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ em que o valor de γ_c é igual a 1,5.
- $v_{\min} = 0,035 \times K^{3/2} \times fck^{1/2}$
- $K_1 = 0,15$

Cálculo do esforço transverso resistente, $V_{Rd,c}$:

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{1245}} = 1 + 0,40 = 1,40 \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{9 \times A\phi 16}{130 \times 124,5} = \frac{9 \times 2,01}{130 \times 124,5} = 1,12 \times 10^{-3} \leq 0,02$$

fck = 35,0 Mpa → C35/45

$$K_1 = 0,15$$



$$\sigma_{cp} = \frac{1353,14}{(1,50 \times 1,30)} < 0,20 \times 23300 \Leftrightarrow 693,9 \text{ kN/m}^2 < 4660 \text{ kN/m}^2$$

❖ Considerando $\sigma_{cp} = 0 \text{ kN/m}^2$:

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,40 \times (100 \times 1,12 \times 10^{-3} \times 35)^{1/3} \right] \times 1300 \times 1245 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 428730,1 \text{ N} = 428,7 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,40^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,343 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = 0,343 \times 1300 \times 1245$$

$$V_{Rd,c} = 555145,5 \text{ N} = 555,1 \text{ kN}$$

❖ Considerando $\sigma_{cp} = 693,9 \text{ kN/m}^2$:

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,40 \times (100 \times 1,12 \times 10^{-3} \times 35)^{1/3} + 0,15 \times 693,9 \times 10^{-3} \right] \times 1300 \times 1245 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 597191,7 \text{ N} = 597,19 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,40^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,343 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,343 + 0,15 \times 693,9 \times 10^{-3} \right] \times 1300 \times 1245$$

$$V_{Rd,c} = 724 \text{ kN}$$

Adopta-se então o valor mínimo calculado $V_{Rd,c} = 724 \text{ kN}$

Verificação da segurança:

$V_{Rd,c} > V_{3\text{máx}} \Leftrightarrow 724 \text{ kN} > 723,64 \text{ kN} \rightarrow$ Logo encontra-se verificada a segurança.

Conclusão: Após os cálculos verificamos que o pilar de extremidade não necessita de armadura de esforço transversal segundo a direcção transversal.



Ainda assim o Eurocódigo 2 refere o seguinte:

(4) “Quando com base na verificação do esforço transversal, não for necessária nenhuma armadura de esforço transversal, deverá prever-se uma armadura mínima de esforço transversal de acordo com 9.2.2”.

Cálculo da armadura mínima de esforço transversal

9.2.2. Armaduras de esforço transversal (Armadura mínima a considerar para a aduela)

(5) A taxa de armaduras de esforço transversal é obtida por:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \times b_w \times \sin \alpha}$$

Em que:

ρ_w – taxa de armaduras de esforço transversal ; ρ_w não deverá ser inferior a $\rho_{w,\min}$

$$\rho_{w,\min} = \frac{0,08 \times \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

A_{sw} – área das armaduras de esforço transversal existente no comprimento s

s – espaçamento das armaduras de esforço transversal, medido ao longo do eixo longitudinal do elemento ($s=1,0$ m)

b_w – largura da alma do elemento ($b_w=4,60$ m)

α - ângulo formado pelas armaduras de esforço transversal e o eixo longitudinal, como os estribos são verticais, logo $\alpha=90^\circ$.

(6) O espaçamento longitudinal máximo entre armaduras de esforço transversal não deverá ser superior a $S_{L,\max}$

$$S_{L,\max} = 0,75 \times d \times (1 + \cot \alpha)$$



(8) O espaçamento transversal entre os ramos de estribos não deverá ser superior a $S_{T, \text{máx}}$

$$S_{T, \text{máx.}} = 0,75 \times d \leq 600 \text{ mm}$$

Cálculo da taxa de armadura de esforço transverso:

$$\rho_{w, \text{min}} = \frac{0,08 \times \sqrt{fck}}{f_y k} = \frac{0,08 \times \sqrt{35}}{400} = 1,2 \times 10^{-3} = 0,12 \%$$

Considerando $\rho_w = \rho_{w, \text{min}}$:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \times b_w \times \text{sen} \alpha} \Leftrightarrow \frac{0,12}{100} = \frac{A_{sw}}{1,0 \times 1,50 \times \text{sen} 90^\circ}$$

$$A_{sw} = 1,2 \times 10^{-3} \times 1,0 \times 1,50 \times 1,0 = 1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2 / \text{m} = 18,0 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Número de ramos a considerar:

$$\frac{b_w}{S_{T, \text{máx}}} = \frac{1,50 \text{ m}}{0,60 \text{ m}} = 3 \text{ espaçamentos de estribos} \rightarrow 4 \text{ ramos de estribos}$$

Logo:

$$\frac{18,0 \text{ cm}^2 / \text{m}}{4} = 4,5 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{ramo estribo} \Rightarrow \phi 10 // 0,15 \rightarrow 5,24 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{ramo estribo}$$

$$0,15 \text{ m} < S_{L, \text{máx}} \Leftrightarrow 0,15 \text{ m} < 0,75 \times 1,245 \Leftrightarrow 0,15 \text{ m} < 0,93 \text{ m} \rightarrow \text{Verifica}$$

Na direcção transversal em que $b_w = 1,30 \text{ m}$, então tem-se:

Cálculo da taxa de armadura de esforço transverso:

$$\rho_{w, \text{min}} = \frac{0,08 \times \sqrt{fck}}{f_y k} = \frac{0,08 \times \sqrt{35}}{400} = 1,2 \times 10^{-3} = 0,12 \%$$



Considerando $\rho_w = \rho_{w, \min}$:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \times b_w \times \text{sen} \alpha} \Leftrightarrow \frac{0,12}{100} = \frac{A_{sw}}{1,0 \times 1,30 \times \text{sen} 90^\circ}$$

$$A_{sw} = 1,2 \times 10^{-3} \times 1,0 \times 1,30 \times 1,0 = 1,56 \times 10^{-3} \text{ m}^2 / \text{m} = 15,6 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Número de ramos a considerar:

$$\frac{b_w}{S_{T, \text{máx}}} = \frac{1,30 \text{ m}}{0,60 \text{ m}} = 3 \text{ espaçamentos de estribos} \rightarrow 4 \text{ ramos de estribos}$$

Logo:

$$\frac{15,6 \text{ cm}^2 / \text{m}}{4} = 3,9 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{ramo estribo} \Rightarrow \phi 10 // 0,175 \rightarrow 4,49 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{ramo estribo}$$

$$0,175 \text{ m} < S_{L, \text{máx}} \Leftrightarrow 0,175 \text{ m} < 0,75 \times 1,045 \Leftrightarrow 0,175 \text{ m} < 0,78 \text{ m} \rightarrow \text{Verifica}$$



1.2 DIMENSIONAMENTO DA LAJE CORRENTE (H = 0,50M)

1.2.1 Verificação ao estado limite último de flexão

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no REBAP.

Considerou-se um vão tipo de laje porque os vãos são todos iguais menos o vão extremo da ponte-cais que irá ser analisado separadamente.

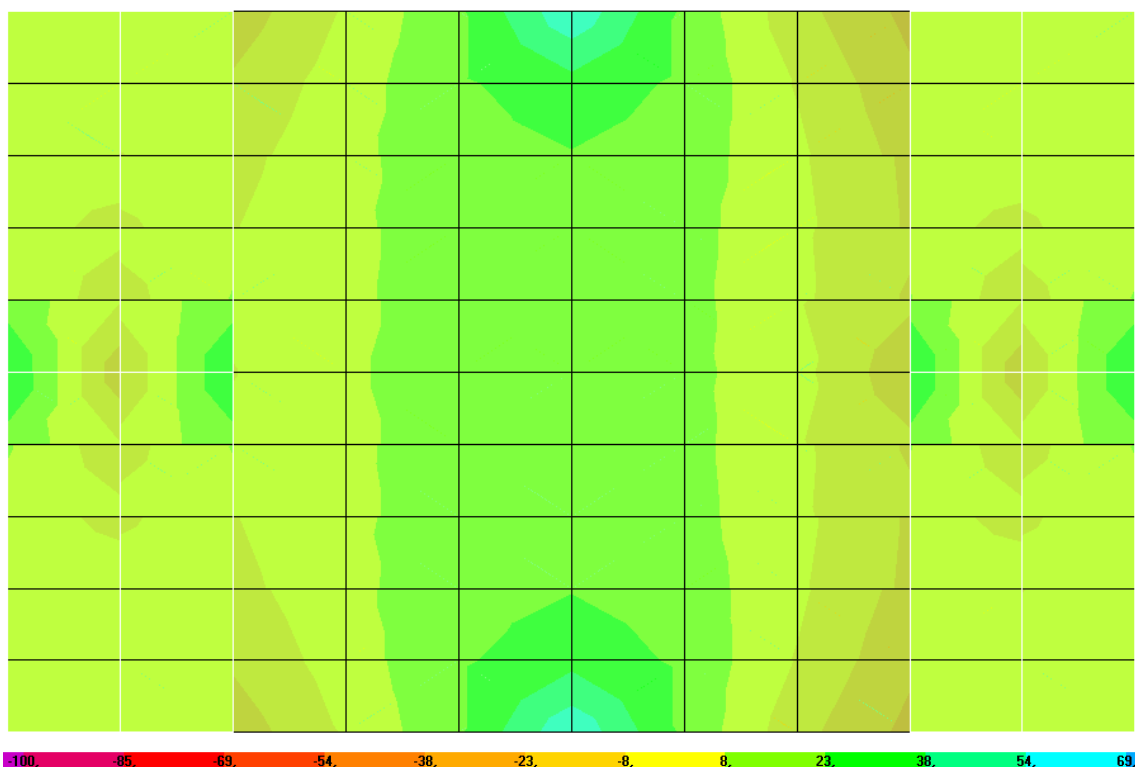
O modelo considerado para o vão tipo de laje foi um modelo bi-encastado em ambas as extremidades com vão de 5 metros.

Analisou-se a envolvente máxima de esforços da laje a meio vão.

Para a secção corrente da laje o momento flector a meio vão é o seguinte:

$$M_{sd_{Max}} = 20 \text{ kN.m} = M_{11} \rightarrow \text{Direcção 1 predominante (} \leftrightarrow \text{)}$$

Tal como se demonstra nos resultados obtidos do modelo de SAP considerado.





As expressões a utilizar para o cálculo das armaduras são as seguintes:

- $$\mu = \frac{Msd}{b \times d^2 \times fcd}$$
- $$\Rightarrow As = \frac{w \times b \times d \times fcd}{fyd}$$
- $$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21}$$

Em que:

$$d = h - rec = 0,50 - 0,055 = 0,445$$

$$b = 1,0 \text{ m} \rightarrow \text{calculado por metro}$$

$$fcd = 23,3 \text{ Mpa} = 23300 \text{ Kpa}$$

Cálculo μ :

$$\mu = \frac{Msd}{b \times d^2 \times fcd} = \frac{20}{1,0 \times 0,445^2 \times 23300} = 0,00433$$

Cálculo w :

$$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21} = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42 \times 0,00433})}{1,21} = 0,00434$$

Cálculo As :

$$As = \frac{w \times b \times d \times fcd}{fyd} = \frac{0,00434 \times 1,0 \times 0,445 \times 23300}{348000} = 1,29 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = 1,29 \text{ cm}^2 / \text{m}$$



Cálculo da armadura mínima:

Artigo 90.º e 104.º do REBAP

$$A_{s_{\min}} = \frac{\rho \times b \times d}{100}, \text{ em que :}$$

$$\rho = 0,15 \rightarrow \text{no caso de armaduras A400}$$

$$b = 1,0 \text{ m}$$

$$d = 0,445 \text{ m}$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{0,15 \times 1,0 \times 0,445}{100} = 6,68 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = 6,68 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

❖ Adopta-se a armadura mínima $A_{s_{\min}} = 6,68 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 12//0.15 \rightarrow A_s = 7,54 \text{ cm}^2/\text{m}$

Artigo 91.º do REBAP – Espaçamento máximo dos varões da armadura longitudinal de vigas (cm)

Aço A400 → Moderadamente agressivo ($w = 0,2 \text{ mm}$) → 7,5 cm, é o dobro para as lajes logo neste caso seria 15 cm. (ver artigo 68.º/70.º 105.º REBAP)

Em obras marítimas o projecto não é condicionado pelo que se calcula, pois neste tipo de obras e neste caso uma laje de 0,50 m necessita de peso e rigidez para garantir a acostagem dos navios.

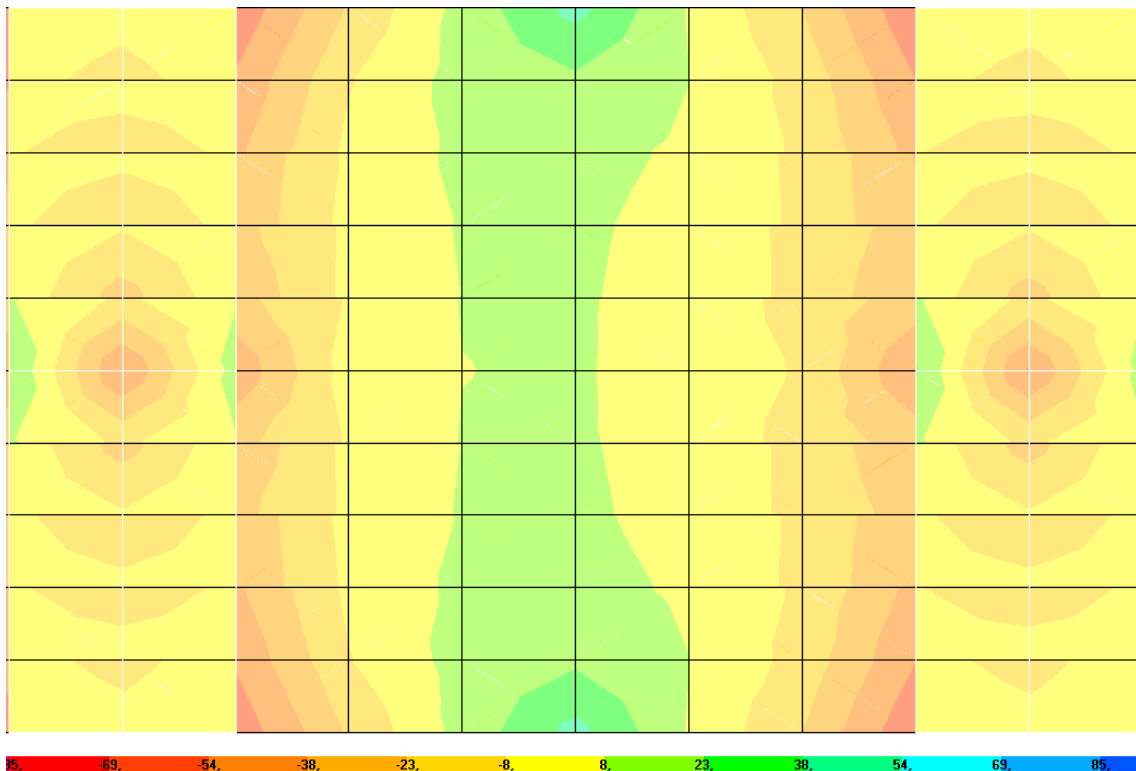


Analisando agora a envolvente mínima de esforços da laje nos apoios..

Para a secção corrente da laje o momento flector nos apoios é o seguinte:

$$Msd_{Max} = 45 \text{ kN.m} = M11 \rightarrow \text{Direcção 1 predominante (} \leftrightarrow \text{)}$$

Tal como se demonstra nos resultados obtidos do modelo de SAP considerado.



As expressões a utilizar para o cálculo das armaduras são as seguintes:

- $$\mu = \frac{Msd}{b \times d^2 \times fcd}$$

$$\Rightarrow As = \frac{w \times b \times d \times fcd}{fyd}$$

- $$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21}$$



Em que:

$$d = h - rec = 0,50 - 0,055 = 0,445$$

$$b = 1,0 \text{ m} \rightarrow \text{calculado por metro}$$

$$fcd = 23,3 \text{ Mpa} = 23300 \text{ Kpa}$$

Cálculo μ :

$$\mu = \frac{Msd}{b \times d^2 \times fcd} = \frac{45}{1,0 \times 0,445^2 \times 23300} = 0,00975$$

Cálculo w :

$$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21} = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42 \times 0,00975})}{1,21} = 0,00981$$

Cálculo As :

$$As = \frac{w \times b \times d \times fcd}{fyd} = \frac{0,00981 \times 1,0 \times 0,445 \times 23300}{348000} = 2,92 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = 2,92 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Cálculo da armadura mínima:

Artigo 90.º e 104.º do REBAP

$$As_{\min} = \frac{\rho \times b \times d}{100}, \text{ em que:}$$

$$\rho = 0,15 \rightarrow \text{no caso de armaduras A400}$$

$$b = 1,0 \text{ m}$$

$$d = 0,445 \text{ m}$$

$$As_{\min} = \frac{0,15 \times 1,0 \times 0,445}{100} = 6,68 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = 6,68 \text{ cm}^2$$

❖ Adopta-se a armadura mínima $As_{\min} = 6,68 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 12//0.15 \rightarrow As = 7,54 \text{ cm}^2/\text{m}$



Artigo 91.º do REBAP – Espaçamento máximo dos varões da armadura longitudinal de vigas (cm)

Aço A400 → Moderadamente agressivo ($w = 0,2$ mm) → 7,5 cm, é o dobro para as lajes logo neste caso seria 15 cm. (ver artigo 68.º/70.º e 105.º REBAP)

Em obras marítimas o projecto não é condicionado pelo que se calcula, pois neste tipo de obras e neste caso uma laje de 0,50 m necessita de peso e rigidez para garantir a acostagem dos navios.

IMPORTANTE:

Artigo 70.º

70.3) “ Nos casos correntes de vigas e lajes considera-se satisfeita a verificação da segurança em relação ao estado limite de largura de fendas, quando se trate de armaduras ordinárias e de ambientes pouco agressivos ou moderadamente agressivos, desde que sejam cumpridas as disposições relativas a espaçamento de varões contidas nos artigos 91.º e 105.º”.

Artigo 91.º → Espaçamento máximo dos varões da armadura longitudinal de vigas (cm)

Ambiente moderadamente agressivo ($w = 0,02$)

→ 7,5 cm é o dobro para as lajes logo neste caso seria 15 cm. (ver artigo 105.º REBAP)

Aço A400

Artigo 105.º → Espaçamento máximo dos varões da armadura principal

105.1) “ No caso de armaduras ordinárias, o espaçamento dos varões da armadura principal não deve ser superior a 1,5 vezes a espessura da laje, com o máximo de 35 cm”.



105.2) “Além das condições referidas no número anterior, o espaçamento máximo dos varões não deve também, nos casos correntes, exceder valores duplos dos indicados no artigo 91.º para as vigas, a menos de justificação especial com base nos artigos 68.º e 70.º”.

1.2.2 Verificação ao estado limite último de esforço transverso

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no Eurocódigo 2.

Considerou-se um modelo bi-encastado em ambas as extremidades com um vão de 5 metros e com uma carga uniforme distribuída, cujo valor foi considerado o peso próprio da laje juntamente com a sobrecarga.

$$P.P._{laje} = h \times \gamma_{betão} = 0,50 \times 25 = 12,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Sobrecarga} = 10 \text{ kN/m}^2$$

$$P.P._{total} = P.P._{laje} + Sc = 12,5 + 10 = 22,5 \text{ kN/m}^2$$

$$P.P._{Majorado} = 1,35 \times P.P._{laje} + 1,50 \times Sc = 1,35 \times 12,5 + 1,50 \times 10 = 31,88 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{extremidades} = p \times L/2$$

$$V_{extremidades} = 31,88 \times 5,0/2 = 79,7 \text{ kN/m}$$

Apesar do valor máximo ser nas extremidades o que nos vai interessar é o valor do momento a 0,75 metros do apoio pois é nessa zona onde a laje se encontra com a aduela.

$$V_{máx(1,75m)} = 55,8 \text{ kN/m}$$

$$bw = 1000 \text{ mm}$$

$$h = 500 \text{ mm}$$

$$d = 445 \text{ mm}$$

6.2.2. Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso

(1) O valor de cálculo do esforço transverso resistente $V_{Rd,c}$ é obtido por:



$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \times K \times (100 \times \rho_1 \times fck)^{1/3} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times bw \times d \quad [N]$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c} = \left[v_{\min} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times bw \times d \quad [N]$$

Em que:

- fck em Mpa
- $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ com d em mm
- $\rho_1 = \frac{Asl}{bw \times d} \leq 0,02$

Asl – área da armadura de tracção prolongada de um comprimento superior ($l_{bd} + d$) para além da secção considerada (fig.6.3)

bw – menor largura da secção transversal na área traccionada (mm)

- $\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{Ac} < 0,20 \times fcd$ [Mpa]

N_{ED} – esforço normal devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N ($N_{ED} > 0$ para compressão)

Ac – área da secção transversal de betão, em mm²

- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ em que o valor de γ_c é igual a 1,5.
- $v_{\min} = 0,035 \times K^{3/2} \times fck^{1/2}$
- $K_1 = 0,15$

Cálculo do esforço transversal resistente, $V_{Rd,c}$:

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{445}} = 1 + 0,67 = 1,67 \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{6 \times A\phi 12}{100 \times 44,5} = \frac{6 \times 1,13}{100 \times 44,5} = 0,0015 \leq 0,02$$



$$f_{ck} = 35,0 \text{ Mpa} \rightarrow \text{C35/45}$$

$$K_1 = 0,15$$

$$\sigma_{cp} = 0 \text{ kN/m}^2, \text{ pois } N_{ED} = 0 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,67 \times (100 \times 0,0015 \times 35)^{1/3} \right] \times 1000 \times 445 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 154992,6 \text{ N/m} = 155 \text{ kN/m}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,67^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,447 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = 0,447 \times 1000 \times 445$$

$$V_{Rd,c} = 198915 \text{ N/m} = 199 \text{ kN/m}$$

Adopta-se então o valor mínimo calculado $V_{Rd,c} = 199 \text{ kN/m}$

Verificação da segurança:

$V_{Rd,c} > V_{2\text{máx}} \Leftrightarrow 199 \text{ kN/m} > 55,8 \text{ kN/m} \rightarrow$ Logo encontra-se verificada a segurança.

Conclusão: Após os cálculos verificamos que a laje não necessita de armadura de esforço transverso e segundo o EC2 não é necessária da armadura mínima de esforço transverso em lajes.

4.3.2 – Estado limite último (Esforço transverso)

4.3.2.1 – Generalidades

P (2) – “Em geral, utilizar-se-á uma armadura mínima de esforço transverso mesmo nos casos em que os cálculos indiquem que tal a armadura não é necessária. Este mínimo pode ser omitido em elementos, tais como lajes (maciças, nervuradas, vazadas), que tenham suficiente capacidade de



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA
RELATÓRIO DE ESTÁGIO

P á g i n a 37

distribuição transversal de cargas e que não estejam sujeitos a forças de tracção significativas.



1.3 DIMENSIONAMENTO DA LAJE EXTREMA (H = 0,40M)

1.3.1 Verificação ao estado limite último de flexão

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no REBAP.

Considerando a extremidade da ponte-cais e como a laje deformava imenso nessa zona então houve necessidade de considerar os momentos m_{11} e m_{12} aproximadamente nulos, para que o modelo se aproxime da realidade dos valores e para que o momento m_{11} não absorvesse os momentos respeitantes.

Considerou-se um modelo simplesmente apoiado em ambas as extremidades com um vão de 4 metros e com uma carga uniforme distribuída, cujo valor foi considerado o peso próprio da laje juntamente com a sobrecarga.

$$P.P._{laje} = h \times L \times \gamma_{betão} = 0,40 \times 1,0 \times 25 = 10 \text{ kN/m}$$

$$\text{Sobrecarga} = q \times L = 10 \times 1,0 = 10 \text{ kN/m}$$

$$P.P._{total} = P.P._{laje} + Sc = 10 + 10 = 20 \text{ kN/m}$$

$$P.P._{Majorado} = 1,35 \times P.P._{laje} + 1,50 \times Sc = 1,35 \times 10 + 1,50 \times 10 = 28,5 \text{ kN/m}$$

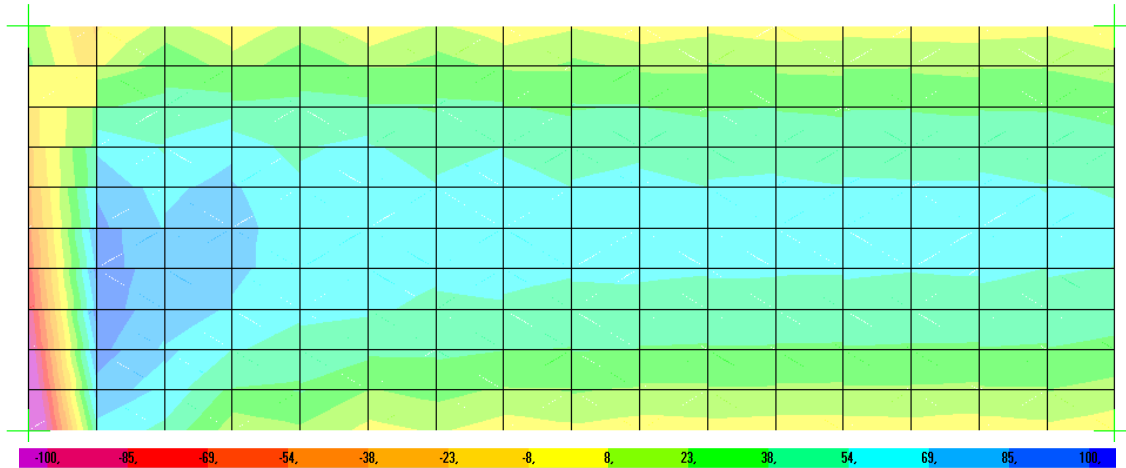
Analisou-se a envolvente máxima de esforços da laje a meio vão.

Para a secção corrente da laje o momento flector a meio vão é o seguinte:

$$M_{sd_{Max}} = pL^2/8 = 28,5 \times 4^2/8 = 57 \text{ kN.m/m} = M_{22} \rightarrow \text{Direcção 2 predominante}$$



Tal como se demonstra nos resultados obtidos do modelo de SAP considerado.



As expressões a utilizar para o cálculo das armaduras são as seguintes:

- $$\mu = \frac{Msd}{b \times d^2 \times fcd}$$

$$\Rightarrow As = \frac{w \times b \times d \times fcd}{fyd}$$

- $$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21}$$

Em que:

$$d = h - rec = 0,40 - 0,055 = 0,345 \text{ m}$$

$$b = 1,0 \text{ m} \rightarrow \text{calculado por metro}$$

$$fcd = 23,3 \text{ Mpa} = 23300 \text{ Kpa}$$

Cálculo μ :

$$\mu = \frac{Msd}{b \times d^2 \times fcd} = \frac{57}{1,0 \times 0,345^2 \times 23300} = 0,020$$

Cálculo w :



$$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21} = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42 \times 0,00433})}{1,21} = 0,021$$

Cálculo As:

$$A_s = \frac{w \times b \times d \times f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,021 \times 1,0 \times 0,345 \times 23300}{348000} = 4,85 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = 4,85 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Cálculo da armadura mínima:

Artigo 90.º e 104.º do REBAP

$$A_{s_{\min}} = \frac{\rho \times b \times d}{100}, \text{ em que :}$$

$$\rho = 0,15 \rightarrow \text{no caso de armaduras A400}$$

$$b = 1,0 \text{ m}$$

$$d = 0,345 \text{ m}$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{0,15 \times 1,0 \times 0,345}{100} = 5,18 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = 5,18 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

❖ Adopta-se a armadura mínima $A_{s_{\min}} = 5,18 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 10//0.15 \rightarrow A_s = 5,24 \text{ cm}^2/\text{m}$

Artigo 91.º do REBAP – Espaçamento máximo dos varões da armadura longitudinal de vigas (cm)

Aço A400 → Moderadamente agressivo ($w = 0,2 \text{ mm}$) → 7,5 cm, é o dobro para as lajes logo neste caso seria 15 cm. (ver artigo 68.º/70.º e 105.º REBAP)

Em obras marítimas o projecto não é condicionado pelo que se calcula, pois neste tipo de obras e neste caso uma laje de 0,40 m necessita de peso e rigidez para garantir a acostagem dos navios.

**IMPORTANTE:**

Artigo 70.º

70.3) “ Nos casos correntes de vigas e lajes considera-se satisfeita a verificação da segurança em relação ao estado limite de largura de fendas, quando se trate de armaduras ordinárias e de ambientes pouco agressivos ou moderadamente agressivos, desde que sejam cumpridas as disposições relativas a espaçamento de varões contidas nos artigos 91.º e 105.º”.

Artigo 91.º → Espaçamento máximo dos varões da armadura longitudinal de vigas (cm)

Ambiente moderadamente agressivo ($w = 0,02$)

→ 7,5 cm

Aço A400

Artigo 105.º → Espaçamento máximo dos varões da armadura principal

105.1) “ No caso de armaduras ordinárias, o espaçamento dos varões da armadura principal não deve ser superior a 1,5 vezes a espessura da laje, com o máximo de 35 cm”.

105.2) “Além das condições referidas no número anterior, o espaçamento máximo dos varões não deve também, nos casos correntes, exceder valores duplos dos indicados no artigo 91.º para as vigas, a menos de justificação especial com base nos artigos 68.º e 70.º”.

1.3.2 Verificação ao estado limite último de esforço transverso

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no Eurocódigo 2.

Considerou-se um modelo simplesmente apoiado em ambas as extremidades com um vão de 4 metros e com uma carga uniforme distribuída, cujo valor foi considerado o peso próprio da laje juntamente com a sobrecarga.



Cálculo das Reacções:

$$R_A = R_B = 57 \text{ kN}$$

$$V_{\text{máx}} = 57 \text{ kN/m}$$

$$b_w = 1000 \text{ mm}$$

$$h = 400 \text{ mm}$$

$$d = 345 \text{ mm}$$

6.2.2. Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso

(1) O valor de cálculo do esforço transverso resistente $V_{Rd,c}$ é obtido por:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \times K \times (100 \times \rho_1 \times f_{ck})^{1/3} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad [N]$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c} = \left[v_{\text{mín}} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad [N]$$

Em que:

- f_{ck} em Mpa
- $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ com d em mm
- $\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w \times d} \leq 0,02$

A_{sl} – área da armadura de tracção prolongada de um comprimento superior ($l_{bd} + d$) para além da secção considerada (fig.6.3)

b_w – menor largura da secção transversal na área traccionada (mm)

- $\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{A_c} < 0,20 \times f_{cd} \quad [Mpa]$

N_{ED} – esforço normal devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N ($N_{ED} > 0$ para compressão)

A_c – área da secção transversal de betão, em mm^2



- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ em que o valor de γ_c é igual a 1,5.
- $v_{\min} = 0,035 \times K^{3/2} \times f_{ck}^{1/2}$
- $K_1 = 0,15$

Cálculo do esforço transversal resistente, $V_{Rd,c}$:

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{345}} = 1 + 0,76 = 1,76 \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{6 \times A\phi_{12}}{100 \times 34,5} = \frac{6 \times 1,13}{100 \times 34,5} = 0,00196 \leq 0,02$$

$$f_{ck} = 35,0 \text{ Mpa} \rightarrow \text{C35/45}$$

$$K_1 = 0,15$$

$$\sigma_{cp} = 0 \text{ kN/m}^2, \text{ pois } N_{ED} = 0 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,76 \times (100 \times 0,00196 \times 35)^{1/3} \right] \times 1000 \times 345 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 138448,3 \text{ N/m} = 138,4 \text{ kN/m}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,76^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,483 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = 0,483 \times 1000 \times 345$$

$$V_{Rd,c} = 166635 \text{ N/m} = 166,6 \text{ kN/m}$$

Adopta-se então o valor mínimo calculado $V_{Rd,c} = 166,6 \text{ kN/m}$

Verificação da segurança:

$V_{Rd,c} > V_{2\text{máx}} \Leftrightarrow 166 \text{ kN/m} > 57 \text{ kN/m} \rightarrow$ Logo encontra-se verificada a segurança.



Conclusão: Após os cálculos verificamos que a laje não necessita de armadura de esforço transverso e segundo o EC2 não é necessária da armadura mínima de esforço transverso em lajes.

4.3.2 – Estado limite último (Esforço transverso)

4.3.2.1 – Generalidades

P (2) – “Em geral, utilizar-se-á uma armadura mínima de esforço transverso mesmo nos casos em que os cálculos indiquem que tal a armadura não é necessária. Este mínimo pode ser omitido em elementos, tais como lajes (maciças, nervuradas, vazadas), que tenham suficiente capacidade de distribuição transversal de cargas e que não estejam sujeitos a forças de tracção significativas.



1.4 DIMENSIONAMENTO DAS PRÉ-VIGAS

1.4.1 Verificação ao estado limite último de flexão

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no REBAP.

Considerando a extremidade da ponte-cais e como a laje deformava imenso nessa zona então houve necessidade de considerar os momentos m_{11} e m_{12} aproximadamente nulos, para que o modelo se aproxime da realidade dos valores e para que o momento m_{11} não absorvesse os momentos respeitantes.

Considerou-se um modelo simplesmente apoiado em ambas as extremidades com um vão de 10,75 metros e com uma carga uniforme distribuída, cujo valor a considerar foi o peso próprio da pré-viga, metade do peso próprio da laje em que se considera a largura de influência que é metade da largura da laje e também a sobrecarga influenciada de metade da largura da laje.

$$P.P._{pré-viga} = H \times L \times \gamma_{betão} = 0,80 \times 0,50 \times 25 = 10 \text{ kN/m}$$

$$P.P._{laje} = H \times L \times \gamma_{betão} = 0,40 \times 2,0 \times 25 = 20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Sobrecarga} = q \times L = 10 \times 2,0 = 20 \text{ kN/m}$$

$$P.P._{total} = P.P._{pré-viga} + P.P._{laje} + \text{Sobrecarga} = 10 + 20 + 20 = 50 \text{ kN/m}$$

$$P.P._{majorado} = 1,35 \times P.P._{pré-viga} + 1,35 \times P.P._{laje} + 1,50 \times Sc$$

$$P.P._{majorado} = 1,35 \times 10 + 1,35 \times 20 + 1,50 \times 20 = 70,5 \text{ kN/m}$$

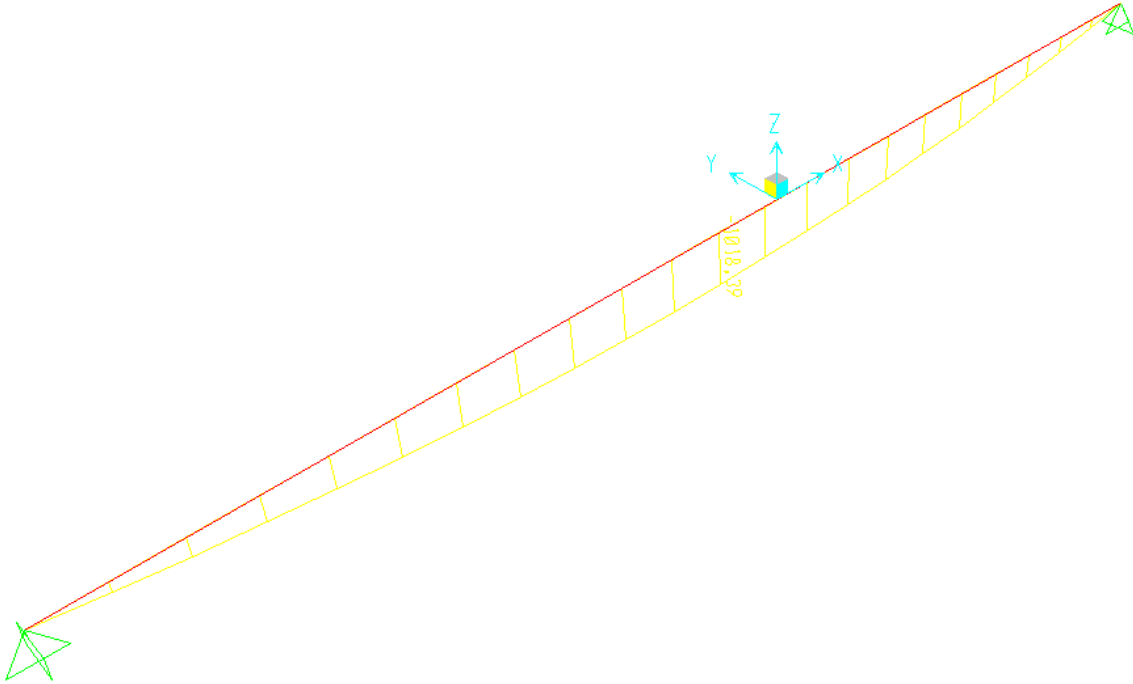
Analizou-se a envolvente máxima de esforços da laje a meio vão.

Para a secção corrente da laje o momento flector a meio vão é o seguinte:

$$M_{sd_{Max}} = pL^2/8 = 70,5 \times 10,75^2/8 = 1018,4 \text{ kN.m/m} = M_{22} \rightarrow \text{Direcção 2 predominante}$$



Tal como se demonstra nos resultados obtidos do modelo de SAP considerado.



As expressões a utilizar para o cálculo das armaduras são as seguintes:

$$\bullet \quad \mu = \frac{Msd}{b \times d^2 \times fcd}$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{w \times b \times d \times fcd}{f_y d}$$

$$\bullet \quad w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21}$$

Em que:

$$d = h - rec = 1,20 - 0,055 = 1,145 \text{ m}$$

$$b = 0,50 \text{ m}$$

$$fcd = 23,3 \text{ Mpa} = 23300 \text{ Kpa}$$



Cálculo μ :

$$\mu = \frac{Msd}{b \times d^2 \times fcd} = \frac{1018,4}{0,50 \times 1,145^2 \times 23300} = 0,067$$

Cálculo w :

$$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21} = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42 \times 0,067})}{1,21} = 0,070$$

Cálculo A_s :

$$A_s = \frac{w \times b \times d \times fcd}{f_y d} = \frac{0,070 \times 0,50 \times 1,145 \times 23300}{348000} = 2,68 \times 10^{-3} m^2 = 26,8 cm^2$$

Cálculo da armadura mínima:

Artigo 90.º e 104.º do REBAP

$$A_{s_{\min}} = \frac{\rho \times b \times d}{100}, \text{ em que :}$$

$$\rho = 0,15 \rightarrow \text{no caso de armaduras A400}$$

$$b = 0,50 m$$

$$d = 1,145 m$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{0,15 \times 0,50 \times 1,145}{100} = 8,6 \times 10^{-4} m^2 = 8,6 cm^2$$

❖ Então a armadura necessária a considerar é $A_{sW} = 26,8 cm^2 \rightarrow 6 \phi 25$
 $\rightarrow A_{sW} = 29,45 cm^2$

Artigo 91.º do REBAP – Espaçamento máximo dos varões da armadura longitudinal de vigas (cm)

Aço A400 \rightarrow Moderadamente agressivo ($w = 0,2 mm$) $\rightarrow 7,5 cm$

Ver artigos 68.º/70.º



IMPORTANTE:

Artigo 70.º

70.3) “ Nos casos correntes de vigas e lajes considera-se satisfeita a verificação da segurança em relação ao estado limite de largura de fendas, quando se trate de armaduras ordinárias e de ambientes pouco agressivos ou moderadamente agressivos, desde que sejam cumpridas as disposições relativas a espaçamento de varões contidas nos artigos 91.º e 105.º”.

Artigo 91.º → Espaçamento máximo dos varões da armadura longitudinal de vigas (cm)

Ambiente moderadamente agressivo ($w = 0,02$)

→ 7,5 cm

Aço A400

1.4.2 Verificação ao estado limite último de esforço transversal

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no Eurocódigo.

Considerou-se um modelo simplesmente apoiado em ambas as extremidades com um vão de 10,75 metros e com uma carga uniforme distribuída, cujo valor a considerar foi o peso próprio da pré-viga, metade do peso próprio da laje em que se considera a largura de influência que é metade da largura da laje e também a sobrecarga influenciada de metade da largura da laje.

$$P.P._{pré-viga} = H \times L \times \gamma_{betão} = 0,80 \times 0,50 \times 25 = 10 \text{ kN/m}$$

$$P.P._{laje} = H \times L \times \gamma_{betão} = 0,40 \times 2,0 \times 25 = 20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Sobrecarga} = q \times L = 10 \times 2,0 = 20 \text{ kN/m}$$

$$P.P._{total} = P.P._{pré-viga} + P.P._{laje} + \text{Sobrecarga} = 10 + 20 + 20 = 50 \text{ kN/m}$$

$$P.P._{majorado} = 1,35 \times P.P._{pré-viga} + 1,35 \times P.P._{laje} + 1,50 \times Sc$$

$$P.P._{majorado} = 1,35 \times 10 + 1,35 \times 20 + 1,50 \times 20 = 70,5 \text{ kN/m}$$



Cálculo das Reacções:

$$R_A = R_B = 378,94 \text{ kN}$$

$$V_{\text{máx}} = 378,94 \text{ kN/m}$$

$$b_w = 500 \text{ mm}$$

$$h = 1200 \text{ mm}$$

$$d = 1145 \text{ mm}$$

6.2.2. Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso

(1) O valor de cálculo do esforço transverso resistente $V_{Rd,c}$ é obtido por:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \times K \times (100 \times \rho_1 \times f_{ck})^{1/3} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad [N]$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c} = \left[v_{\min} + K_1 \times \sigma_{cp} \right] \times b_w \times d \quad [N]$$

Em que:

- f_{ck} em Mpa
- $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ com d em mm
- $\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w \times d} \leq 0,02$

A_{sl} – área da armadura de tracção prolongada de um comprimento superior ($l_{bd} + d$) para além da secção considerada (fig.6.3)

b_w – menor largura da secção transversal na área traccionada (mm)

- $\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{A_c} < 0,20 \times f_{cd} \quad [Mpa]$

N_{ED} – esforço normal devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N ($N_{ED} > 0$ para compressão)

A_c – área da secção transversal de betão, em mm^2

- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ em que o valor de γ_c é igual a 1,5.
- $v_{\min} = 0,035 \times K^{3/2} \times f_{ck}^{1/2}$



- $K_1 = 0,15$

Cálculo do esforço transversal resistente, $V_{Rd,c}$:

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{1145}} = 1 + 0,42 = 1,42 \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{6 \times A\phi 25}{50 \times 114,5} = \frac{6 \times 4,91}{50 \times 114,5} = 0,0051 \leq 0,02$$

$f_{ck} = 35,0 \text{ Mpa} \rightarrow \text{C35/45}$

$$K_1 = 0,15$$

$$\sigma_{cp} = 0 \text{ kN/m}^2, \text{ pois } N_{ED} = 0 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,42 \times (100 \times 0,0051 \times 35)^{1/3} \right] \times 500 \times 1145 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 254951,6 \text{ N} = 255 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,42^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,35 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = 0,35 \times 500 \times 1145$$

$$V_{Rd,c} = 200375 \text{ N} = 200,4 \text{ kN}$$

Adopta-se então o valor calculado $V_{Rd,c} = 255 \text{ kN}$

Verificação da segurança:

$V_{Rd,c} > V_{\max} \Leftrightarrow 255 \text{ kN} > 378,94 \text{ kN} \rightarrow$ Logo não se encontra verificada a segurança, então necessita de armadura de esforço transversal.

Cálculo da armadura de esforço transversal

6.2.3. Elementos para os quais é requerida armadura de esforço transversal



(3) No caso de elementos com armaduras de esforço transverso constituída por estribos verticais, o valor de cálculo do esforço transverso resistente, V_{RD} é o menor dos valores:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \times z \times f_{ywd} \times \cot g \theta$$

Sendo :

$A_{sw} \rightarrow$ área da secção transversal das armaduras de esforço transverso

$f_{ywd} \rightarrow$ valor de cálculo da tensão de cedência nas armaduras de esforço transverso

$s \rightarrow$ espaçamento dos estribos

$z = 0,9 \times d$ (secção de betão armado sem esforço normal)

$\theta \rightarrow$ inclinação das escoras

Considerando $V_{Sd,max} = V_{Rd,s}$, logo tem-se que $V_{Rd,s} = 378,94$ kN

- $Z = 0,90 \times d = 0,90 \times 1,145 = 1,03$ m
- $f_{ywd} = 348$ Mpa
- Considerando escoras a 30°

A $\cot g \theta$ deverá estar limitada entre o valor de 1 e 2,5, logo neste caso a $\cot g 30^\circ = 1,73$.

Logo:

$$378,94 = \frac{A_{sw}}{s} \times 1,03 \times 348000 \times \cot g 30$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{378,94}{1,03 \times 348000 \times 1,73} \Leftrightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 6,11 \times 10^{-4} \Leftrightarrow \text{considerando } s = 1,0 \text{ m, logo}$$

$$A_{sw} = 6,11 \text{ cm}^2 / \text{m}$$



$$V_{Rd,máx} = \frac{\alpha_{cw} \times bw \times z \times v_1 \times fcd}{(\cot g\theta + \tan\theta)}$$

α_{cw} → coeficiente e que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido

$\alpha_{cw} = 1,0$ → para estruturas não pré – esforçadas

$z = 0,9 \times d$

v_1 → coeficiente e de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal

$$v_1 = v = 0,60 \times \left[1 - \frac{fck}{250} \right]$$

❖ Cálculo do valor de $V_{Rd,máx}$:

$$\alpha_{cw} = 1,0$$

$$b_w = 0,50 \text{ m}$$

$$z = 0,90 \times 1,145 = 1,03 \text{ m}$$

$$v_1 = v = 0,60 \times \left[1 - \frac{35}{250} \right] = 0,52$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$V_{Rd,máx} = \frac{1,0 \times 0,50 \times 1,03 \times 0,52 \times 23300}{(\cot g30 + \tan 30)} = 2704,3 \text{ kN}$$

Verificação:

$V_{Rd,s} \leq V_{Rd,Max} \Leftrightarrow 378,94 \text{ kN} < 2704,3 \text{ kN}$, logo o valor de cálculo de esforço transversal resistente é inferior ao valor de cálculo de esforço transversal resistente máximo.



- ❖ Cálculo da área efectiva máxima da secção transversal das armaduras de esforço transverso, $A_{sw,max}$ para $\cotg \theta = 1,0$ é obtida por:

$$\frac{A_{sw,max} \times f_{ywd}}{b_w \times s} \leq \frac{1}{2} \times \alpha_{cw} \times v_1 \times f_{cd}$$

$$\frac{A_{sw,max}}{s} \leq \frac{1}{2} \times \frac{1,0 \times 0,52 \times 23300 \times 0,50}{348000}$$

$$\frac{A_{sw,max}}{s} \leq 0,0087 \Leftrightarrow A_{sw,max} = 87 \text{ cm}^2 / m$$

$$A_{sw} < A_{sw,max} \Leftrightarrow 6,11 \text{ cm}^2 / m < 87 \text{ cm}^2 / m$$

Considerando:

$$A_{sw} = 6,11 \text{ cm}^2/m$$

Nº de ramos a considerar:

$$\frac{b_w}{s_{T,max}} = \frac{0,50 \text{ m}}{0,60 \text{ m}} = 1 \text{ espaçamentos de estribos} \Rightarrow 2 \text{ estribos}$$

$s_{T,max} \rightarrow$ espaçamento transversal máximo entre ramos de estribos

Então:

$$\frac{6,11 \text{ cm}^2 / m}{2} = 3,055 \text{ cm}^2 / m / \text{ramo de estribo} \Rightarrow \phi 8 // 0,15 \rightarrow 3,35 \text{ cm}^2 / m / \text{ramo de estribo}$$

$$0,15 \text{ m} < s_{L,max} \Leftrightarrow 0,15 \text{ m} < 0,75 \times d \Leftrightarrow 0,15 \text{ m} < 0,75 \times 1,145 \Leftrightarrow 0,15 \text{ m} < 0,86 \text{ m}$$

Verifica!

$s_{L,max} \rightarrow$ espaçamento longitudinal máximo entre armaduras de esforço transverso



- ❖ Cálculo do valor da força de tracção adicional na armadura longitudinal, ΔF_{td} , devida ao esforço transverso V_{ED} poderá ser calculado pela expressão:

$$\Delta F_{td} = 0,50 \times V_{ED} \times (\cot g \theta - \cot g \alpha)$$

$(M_{ED}/z) + \Delta F_{td}$ não deverá ser considerado superior a $M_{ED,máx}/z$, em que $M_{ED,máx}$ é o momento máximo ao longo da viga.

É necessário calcular esta força e armadura pois a escora que descarrega no apoio irá provocar uma tracção adicional longitudinal .

$V_{ED} \rightarrow$ Valor actuante de cálculo

$\theta = 30^\circ \rightarrow$ ângulo formado pelas escoras

$\alpha = 90^\circ \rightarrow$ estribos verticais (ângulo formado pela armadura de esforço transversal com o eixo da viga)

$$\Delta F_{td} = 0,50 \times 378,94 \times (\cot g 30 - \cot g 90)$$

$$\Delta F_{td} = 327,78 \text{ kN}$$

$$A_{sw} = \frac{\Delta F_{td}}{f_{syd}} = \frac{327,78}{348000} = 9,42 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 9,42 \text{ cm}^2$$

Cálculo do $A_{sw,min}$:

$$A_{s,min} = \frac{\rho \times b \times d}{100} = \frac{0,15 \times 0,50 \times 1,145}{100} = 8,6 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 8,6 \text{ cm}^2$$

Armadura adoptada : $A_{sw} = 9,42 \text{ cm}^2 \rightarrow 5 \phi 16 \rightarrow A_{sw} = 10,05 \text{ cm}^2$



1.5 DIMENSIONAMENTO DO ESCUDO

1.5.1 Verificação ao estado limite último de flexão

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no REBAP.

Considerou-se um modelo de uma consola encastrada com 2,50 m e com uma força aplicada na extremidade cujo valor da força é relativamente à acostagem do navio que neste caso é $F_{acostagem} = 148$ kN.

Cálculo do Momento Máximo:

$$M_{sd_{m\acute{a}x}} = F_{acostagem} \times \text{braço} \times 1,50$$

$$M_{sd_{m\acute{a}x}} = 148 \times 2,50 \times 1,50 = 555 \text{ kN.m}$$

As expressões a utilizar para o cálculo das armaduras são as seguintes:

- $$\mu = \frac{M_{sd}}{b \times d^2 \times f_{cd}}$$
- $$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21}$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{w \times b \times d \times f_{cd}}{f_{yd}}$$

Em que:

$$d = h - rec = 0,50 - 0,055 = 0,445 \text{ m}$$

$$b = 0,80 \text{ m}$$

$$f_{cd} = 23,3 \text{ Mpa} = 23300 \text{ Kpa}$$

Cálculo μ :

$$\mu = \frac{M_{sd}}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{555}{0,80 \times 0,445^2 \times 23300} = 0,15$$



Cálculo w:

$$w = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42\mu})}{1,21} = \frac{(1 - \sqrt{1 - 2,42 \times 0,15})}{1,21} = 0,167$$

Cálculo As:

$$A_s = \frac{w \times b \times d \times f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,167 \times 0,80 \times 0,445 \times 23300}{348000} = 3,98 \times 10^{-3} \text{ m}^2 / \text{m} = 39,8 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow 9 \phi 25 \rightarrow 44,18 \text{ cm}^2$$

1.5.2 Verificação ao estado limite último de esforço transverso

Para a verificação em questão seguiu-se o preconizado no Eurocódigo.

$$V_{\text{máx}} = 1,50 \times F_{\text{acostagem}} = 1,50 \times 148 = 222 \text{ kN}$$

$$b_w = 800 \text{ mm}$$

$$h = 500 \text{ mm}$$

$$d = 445 \text{ mm}$$

6.2.2. Elementos para os quais não é requerida armadura de esforço transverso

(1) O valor de cálculo do esforço transverso resistente $V_{Rd,c}$ é obtido por:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \times K \times (100 \times \rho_1 \times f_{ck})^{1/3} + K_1 \times \sigma_{cp}] \times b_w \times d \quad [N]$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c} = [v_{\text{min}} + K_1 \times \sigma_{cp}] \times b_w \times d \quad [N]$$

Em que:

- f_{ck} em Mpa



- $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ com d em mm
- $\rho_1 = \frac{Asl}{bw \times d} \leq 0,02$

Asl – área da armadura de tracção prolongada de um comprimento superior ($l_{bd} + d$) para além da secção considerada (fig.6.3)

bw – menor largura da secção transversal na área traccionada (mm)

- $\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{Ac} < 0,20 \times fcd$ [Mpa]

N_{ED} – esforço normal devido às acções aplicadas ou ao pré-esforço, em N ($N_{ED} > 0$ para compressão)

Ac – área da secção transversal de betão, em mm^2

- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ em que o valor de γ_c é igual a 1,5.
- $v_{min} = 0,035 \times K^{3/2} \times fck^{1/2}$
- $K_1 = 0,15$

Cálculo do esforço transversal resistente, $V_{Rd,c}$:

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{445}} = 1 + 0,67 = 1,67 \leq 2,0$$

$$\rho_1 = \frac{24,6}{80 \times 44,5} = \frac{24,6}{80 \times 44,5} = 0,00691 \leq 0,02$$

$$fck = 35,0 \text{ Mpa} \rightarrow \text{C35/45}$$

$$K_1 = 0,15$$

$$\sigma_{cp} = 0 \text{ kN/m}^2, \text{ pois } N_{ED} = 0 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{Rd,c} = \left[0,12 \times 1,67 \times (100 \times 0,00691 \times 35)^{1/3} \right] \times 800 \times 445 \quad [N]$$

$$V_{Rd,c} = 206,3 \text{ kN}$$



Com um valor mínimo de:

$$v_{\min} = 0,035 \times 1,67^{3/2} \times 35^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,447 \text{ Mpa}$$

$$V_{Rd,c} = 0,447 \times 800 \times 445$$

$$V_{Rd,c} = 159,1 \text{ kN}$$

Adopta-se então o valor calculado $V_{Rd,c} = 206,3 \text{ kN}$

Verificação da segurança:

$V_{Rd,c} > V_{\max} \Leftrightarrow 206,3 \text{ kN} > 222 \text{ kN} \rightarrow$ Logo não se encontra verificada a segurança, então necessita de armadura de esforço transverso.

Cálculo da armadura de esforço transverso

6.2.3. Elementos para os quais é requerida armadura de esforço transverso

(3) No caso de elementos com armaduras de esforço transverso constituída por estribos verticais, o valor de cálculo do esforço transverso resistente, V_{RD} é o menor dos valores:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \times z \times f_{ywd} \times \cot \theta$$

Sendo :

$A_{sw} \rightarrow$ área da secção transversal das armaduras de esforço transverso

$f_{ywd} \rightarrow$ valor de cálculo da tensão de cedência nas armaduras de esforço transverso

$s \rightarrow$ espaçamento dos estribos

$z = 0,9 \times d$ (secção de betão armado sem esforço normal)

$\theta \rightarrow$ inclinação das escoras

Considerando $V_{Sd,\max} = V_{Rd,s}$, logo tem-se que $V_{Rd,s} = 222 \text{ kN}$

- $Z = 0,90 \times d = 0,90 \times 0,445 = 0,40 \text{ m}$
- $f_{ywd} = 348 \text{ Mpa}$



- Considerando escoras a 30°

A $\cotg \theta$ deverá estar limitada entre o valor de 1 e 2,5, logo neste caso a $\cotg 30^\circ = 1,73$.

Logo:

$$222 = \frac{A_{sw}}{s} \times 0,40 \times 348000 \times \cot g 30$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{222}{0,40 \times 348000 \times 1,73} \Leftrightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 9,22 \times 10^{-4} \Leftrightarrow \text{considerando } s = 1,0 \text{ m, logo}$$

$$A_{sw} = 9,22 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$V_{Rd,máx} = \frac{\alpha_{cw} \times b_w \times z \times v_1 \times f_{cd}}{(\cot g \theta + \tan \theta)}$$

$\alpha_{cw} \rightarrow$ coeficiente e que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido

$\alpha_{cw} = 1,0 \rightarrow$ para estruturas não pré – esforçadas

$z = 0,9 \times d$

$v_1 \rightarrow$ coeficiente e de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal

$$v_1 = v = 0,60 \times \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

❖ Cálculo do valor de $V_{Rd,máx}$:

$$\alpha_{cw} = 1,0$$

$$b_w = 0,80 \text{ m}$$

$$z = 0,90 \times 0,445 = 0,40 \text{ m}$$

$$v_1 = v = 0,60 \times \left[1 - \frac{35}{250} \right] = 0,52$$

$$\theta = 30^\circ$$



$$V_{Rd,máx} = \frac{1,0 \times 0,80 \times 0,40 \times 0,52 \times 23300}{(\cot g 30 + \tan 30)} = 1608,80 \text{ kN}$$

Verificação:

$V_{Rd,s} \leq V_{Rd,Max} \Leftrightarrow 222 \text{ kN} < 1608,80 \text{ kN}$, logo o valor de cálculo de esforço transverso resistente é inferior ao valor de cálculo de esforço transverso resistente máximo.

- ❖ Cálculo da área efectiva máxima da secção transversal das armaduras de esforço transverso, $A_{sw,max}$ para $\cotg \theta = 1,0$ é obtida por:

$$\frac{A_{sw,máx} \times f_{ywd}}{b_w \times s} \leq \frac{1}{2} \times \alpha_{cw} \times v_1 \times f_{cd}$$

$$\frac{A_{sw,máx}}{s} \leq \frac{1}{2} \times \frac{1,0 \times 0,52 \times 23300 \times 0,80}{348000}$$

$$\frac{A_{sw,máx}}{s} \leq 0,0139 \Leftrightarrow A_{sw,máx} = 139 \text{ cm}^2 / m$$

$$A_{sw} < A_{sw,máx} \Leftrightarrow 9,22 \text{ cm}^2 / m < 139 \text{ cm}^2 / m$$

Considerando:

$$A_{sw} = 9,22 \text{ cm}^2/m$$

Nº de ramos a considerar:

$$\frac{b_w}{s_{T,máx}} = \frac{0,80 \text{ m}}{0,60 \text{ m}} = 2 \text{ espaçamentos de estribos} \Rightarrow 4 \text{ estribos}$$

$s_{T,máx} \rightarrow$ espaçamento transversal máximo entre ramos de estribos



Então:

$$\frac{9,22 \text{ cm}^2 / \text{m}}{4} = 2,31 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{ramo de estribo} \Rightarrow \phi 8 // 0,20 \rightarrow 2,51 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{ramo de estribo}$$

$$0,20 \text{ m} < s_{L,máx} \Leftrightarrow 0,20 \text{ m} < 0,75 \times d \Leftrightarrow 0,20 \text{ m} < 0,75 \times 0,445 \Leftrightarrow 0,20 \text{ m} < 0,33 \text{ m}$$

Verifica!

$s_{L,máx}$ → *espaçamento longitudinal máximo entre armaduras de esforço transverso*

- ❖ Cálculo do valor da força de tracção adicional na armadura longitudinal, ΔF_{td} , devida ao esforço transverso V_{ED} poderá ser calculado pela expressão:

$$\Delta F_{td} = 0,50 \times V_{ED} \times (\cot g \theta - \cot g \alpha)$$

$(M_{ED}/z) + \Delta F_{td}$ não deverá ser considerado superior a $M_{ED,máx}/z$, em que $M_{ED,máx}$ é o momento máximo ao longo da viga.

V_{ED} → Valor actuante de cálculo

$\theta = 30^\circ$ → ângulo formado pelas escoras

$\alpha = 90^\circ$ → estribos verticais (ângulo formado pela armadura de esforço transverso com o eixo da viga)

$$\Delta F_{td} = 0,50 \times 222 \times (\cot g 30 - \cot g 90)$$

$$\Delta F_{td} = 192,03 \text{ kN}$$



$$A_{sw} = \frac{\Delta F_{td}}{f_{syd}} = \frac{192,03}{348000} = 5,52 \times 10^{-4} m^2 = 5,52 cm^2$$

Cálculo do $A_{sw, \min}$:

$$A_{s, \min} = \frac{\rho \times b \times d}{100} = \frac{0,15 \times 0,80 \times 0,445}{100} = 5,34 \times 10^{-4} m^2 = 5,34 cm^2$$

Armadura adoptada: $A_{sw} = 5,52 cm^2 \rightarrow 5 \phi 12 \rightarrow A_{sw} = 5,65 cm^2$