

COMPONDO FORMAS BIDIMENSIONAIS E DESENHANDO AS COMPOSIÇÕES: UM ESTUDO COM CRIANÇAS DE 5 ANOS

Maria João Nunes*

Margarida Rodrigues**

*Agrupamento de Escolas de Paço de Arcos

**ESELx - Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, UIDEF,
Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

[*mjoao.nunes@aepa.pt](mailto:mjoao.nunes@aepa.pt), [**margaridar@eslx.ipl.pt](mailto:margaridar@eslx.ipl.pt)

Resumo

Iremos apresentar parte de um estudo que visou caracterizar o pensamento espacial de crianças de 5 anos (nomeadamente as suas capacidades de visualização) através da análise das estratégias na composição de formas bidimensionais, bem como dos desenhos das composições realizadas. O estudo insere-se no paradigma interpretativo de natureza qualitativa, tendo sido levado a cabo pela primeira autora e educadora do grupo. Esta tarefa, foi realizada em Março de 2016 com um grupo de 9 crianças, utilizando-se observação participante e recorrendo-se a gravações de vídeo, fotografias e produções das crianças para recolher os dados. Na análise, foi usado o quadro teórico de Clements e Sarama respeitante à composição e decomposição de formas bidimensionais.

A tarefa foi realizada a pares, sendo pedido às crianças que construíssem um triângulo com quaisquer duas, três e quatro peças do tangram. Não sendo a primeira vez que realizavam tarefas de composição com formas, era a primeira vez que utilizavam o tangram para esse fim. Após as construções terem sido concretizadas, era-lhes pedido que as desenhassem.

Os resultados do estudo revelam que a maioria das crianças utilizou estratégias de rotação das peças, por tentativa e erro, na composição das formas bidimensionais, evidenciando encontrar-se no nível construtor de figuras. Apenas três crianças evidenciaram, em determinadas situações, intencionalidade no modo como realizaram as composições com três peças. Registou-se uma tendência por parte das crianças para rodarem a composição para a posição prototípica do triângulo e para realizarem composições com uso exclusivo de triângulos. No desenho das construções, todas as crianças usaram como estratégia contornarem as diversas peças das composições, diferenciando-se no que respeita ao rigor do traçado.

Palavras chave: Educação Pré-escolar; Pensamento espacial; Composição de formas.

INTRODUÇÃO

Com a publicação das novas Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE) (Silva, Marques, Mata, & Rosa, 2016), a Geometria aparece como uma das componentes na abordagem à matemática. Diversos autores consideram que a área da geometria é tão importante como a dos números na educação pré-escolar, uma vez que suporta as capacidades numéricas e aritméticas, além da sua importância específica (Hawes, Tepylo, & Moss, 2015; Sarama & Clements, 2009). Espera-se agora que os educadores apoiem o desenvolvimento do pensamento espacial propondo tarefas apropriadas que envolvam a manipulação e a reflexão sobre as propriedades das figuras bi e tridimensionais (NCTM, 2007).

Nesta comunicação é apresentada uma das sete tarefas que fazem parte de um estudo mais amplo (Nunes, 2016), focando-nos agora na composição de formas bidimensionais e na sua representação através do desenho, procurando caracterizar o pensamento espacial de crianças de 5 anos (nomeadamente as suas capacidades de visualização). De acordo com este objetivo, o presente artigo pretende responder às seguintes questões: (i) Que estratégias usam as crianças na composição de figuras bidimensionais?; e (ii) Como representam pelo desenho as construções realizadas?

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

A criança pode desenvolver a capacidade de visualização através da exploração de atividades manipulativas. Segundo Heuvel-Panhuizen e Buys (2008), o progresso da compreensão das crianças sobre a forma e o espaço requer partir das experiências concretas, usando os olhos e as mãos na observação e exploração de objetos, para fazer ligação com as ideias geométricas abstratas. Assim, é fundamental promover a discussão envolvendo os objetos geométricos para que a criança possa refletir sobre as suas ações e ter um papel ativo na construção dos diversos conceitos (Sarama & Clements, 2009).

Para Maia (2008), na idade de Jardim de Infância, os desenhos das crianças ainda apresentam alguma simplicidade de formas e liberdade na representação de relações espaciais. No entanto, e seguindo as recomendações do NCTM (2007), acrescenta que as representações deverão ser realizadas pelas próprias crianças pois materializam o esforço que estas fazem para compreenderem e tornarem a sua compreensão acessível aos outros.

De acordo com NCTM (2007), é importante que os educadores de infância estimulem as crianças a observarem e descreverem as formas observadas, privilegiando a descoberta das propriedades e relações entre elas e não apenas a identificação ou nomeação das figuras geométricas, apelando a exemplos diversificados e contraexemplos. Hannibal (1999) aconselha mesmo os educadores a definirem com as crianças os atributos essenciais das figuras geométricas (como o número de lados e o número e tamanho dos ângulos), demonstrando simultaneamente a irrelevância da orientação, tamanho ou simetria (por exemplo, as crianças tendem a não reconhecer um triângulo escaleno como sendo um triângulo). As crianças possuem vários protótipos diferentes para as figuras e têm dificuldade em aceitarem “casos intermédios”. Então, para que a construção conceptual de uma figura geométrica seja amplamente elaborada, o educador deve apresentar inúmeras variantes, bem como propor tarefas específicas e promover o diálogo sobre elas de modo a que “o conhecimento verbal da

criança possa ser refinado para estender, elaborar e constranger o seu conhecimento visual” (Sarama & Clements, 2009, p. 226). Segundo Sarama e Clements (2009), as crianças são mais precisas no reconhecimento de quadrados e círculos do que no de retângulos e triângulos, tendendo, por exemplo, a aceitar paralelogramos 'longos' e trapézios retos como retângulos. A tendência de as crianças construírem os conceitos de figuras geométricas encarando-os de um modo restrito enquanto protótipos, construindo imagens mentais dessas figuras baseadas em posições prototípicas, tem como consequência essa conceção afetar a perceção (Battista, 2007), dificultando o reconhecimento de figuras que se encontrem em posições não habituais. Por exemplo, um quadrado numa posição oblíqua pode ser percecionado como um losango decorrente das experiências anteriores em que se atende à posição das figuras e não às relações entre as suas partes. Neste caso, o reconhecimento do quadrado implicaria atender aos seus ângulos retos e percecioná-los numa posição oblíqua. Alsina (2004, p. 71), ao apresentar propostas de atividades com o geoplano, sugere a realização de "conjuntos de figuras geométricas do mesmo tipo (por exemplo, triângulos), em diferentes posições e com diferentes ângulos, para contrariar determinados estereótipos".

Para que a criança consiga realizar a composição e decomposição de formas é necessário mobilizar capacidades espaciais que envolvem transformações de objetos, mentalmente ou por manipulação. Sarama e Clements (2009) explicitam os diferentes níveis hierárquicos de pensamento envolvido na composição de formas bidimensionais:

- Pré-compositor – as crianças manipulam formas individualmente mas não são capazes de as combinar para compor uma forma maior (0-3 A);
- “Juntador” de peças - as crianças colocam peças contíguas de modo a formarem figuras, frequentemente tocando-se apenas pelos vértices. Em tarefas do tipo “faz uma figura”, cada forma representa um único papel ou função na figura e conseguem preencher molduras simples (4A); usam a estratégia de tentativa e erro;
- “Construtor” de figuras – as crianças conseguem colocar as peças de um modo contíguo, formando figuras em que várias peças desempenham um único papel ou função (5A); podem usar a estratégia de tentativa e erro e a simples adição de peças, não antecipando a criação de novas figuras geométricas e as formas são escolhidas tendo em conta a sua forma ou um atributo;
- Compositor de formas – cada vez com mais antecipação, as crianças combinam formas para fazer novas formas; relacionam as partes com o todo e manipulam imagens mentais das formas (5A);
- Compositor de substituição – as crianças deliberadamente formam unidades compostas, reconhecendo e usando relações de substituição entre as formas (6A);
- Compositor de formas iterativo – as crianças operam, intencionalmente, com unidades compostas (unidades de unidades) (7A);
- Compositor de formas com unidades de unidades – as crianças constroem e operam sobre unidades de unidades de unidades (formas feitas a partir de outras formas) (8A).

Em síntese, inicialmente as crianças isolam as partes, depois arrumam-nas contiguamente e mais tarde combinam-nas de forma integrada, podendo criar unidades mais complexas. Tal como

referido por Battista (2007), as crianças começam por atender às formas globais, podendo notar partes das formas mas não as relações entre as partes.

A composição e decomposição de formas envolvem diversas capacidades associadas ao pensamento espacial. Del Grande (1990) refere que vários autores têm procurado categorizar as diferentes capacidades espaciais, apresentando o conjunto das sete que considera terem especial relevância no estudo da geometria, a saber: (1) coordenação visual-motora (coordenar a visão com os movimentos do corpo); (2) percepção figura-fundo (identificar uma determinada figura num fundo complexo); (3) constância perceptual (perceber que algumas características de um objeto são independentes do tamanho, cor, textura, ou posição); (4) percepção de posições espaciais (distinguir figuras iguais mas colocadas em orientações diferentes); (5) percepção das relações espaciais (relacionar várias figuras consigo próprias ou em relação connosco); (6) discriminação visual (identificar semelhanças ou diferenças); e (7) memória visual (recordar objetos que já não estão visíveis). Gutierrez (1996) refere ainda a capacidade de rotação mental (capacidade de produzir imagens mentais dinâmicas e visualizar uma configuração em movimento) como de grande importância a desenvolver em crianças na faixa etária da educação pré-escolar. Frequentemente, na resolução de uma tarefa, estão envolvidas várias capacidades espaciais.

Segundo Battista (2008), a aprendizagem da geometria depende, numa perspetiva de aprofundamento progressivo, da estruturação espacial (que permite a percepção da natureza do objeto, através da identificação e do estabelecimento de relações entre os seus componentes), da estruturação geométrica (ao usar os conceitos da geometria formal para descrever a estruturação espacial) e da estruturação lógico-formal (que organiza os conceitos geométricos num sistema). Considerando a faixa etária das crianças do estudo, atendemos apenas à estruturação espacial embora esperando que as tarefas desenvolvidas deem um contributo na construção da estruturação geométrica.

METODOLOGIA

O estudo assumiu uma natureza qualitativa com uma abordagem interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994), procurando-se compreender as estratégias utilizadas pelas crianças nas composições e nas representações realizadas. Assim, teve-se em conta o processo como foram realizadas as várias composições e respetivos desenhos.

A tarefa agora apresentada, foi realizada em março de 2016 numa sala de Jardim de Infância da rede pública da periferia da cidade de Lisboa, onde a primeira autora do artigo era educadora titular. Da turma, composta por 22 crianças com idades compreendidas entre os 3 e os 5 anos, foram apenas consideradas 9 crianças, todas de 5 anos, tendo elas próprias escolhido o nome por que seriam referidas. Utilizou-se a observação participante e recorreu-se a gravações de vídeo, fotografias e produções das crianças para recolher os dados. Na análise, foi usado o quadro teórico de Sarama e Clements (2009) respeitante à composição e decomposição de formas bidimensionais, bem como o de Del Grande (1990) para as capacidades espaciais.

Foi fornecido a cada criança um tangram e uma folha branca, trabalhando na mesma mesa duas crianças de cada vez. Inicialmente, era pedido que mostrassem um triângulo e em seguida que construíssem um triângulo com quaisquer duas, três e quatro peças. Após as construções terem sido concretizadas, era-lhes pedido que as desenhassem. Esta tarefa tinha como ideias matemáticas a explorar, a capacidade de visualização de figuras dentro de outras, as transformações geométricas e a representação das composições realizadas.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O pedido para mostrarem um triângulo era correspondido imediatamente, pois todas as crianças identificavam essa figura geométrica. Logo no início da atividade (construir um triângulo com duas peças quaisquer), foi evidente a criatividade de algumas crianças que colocavam um triângulo em cima do outro como ilustrado na figura 1, manifestando aparentemente um pensamento pré-compositor. A estratégia utilizada consistiu, portanto, na manipulação das peças, consideradas individualmente, sem as combinar para compor um triângulo maior.



Figura 1. Colocação do triângulo médio em cima do grande

Outra observação que se repetiu em cinco das nove crianças que participaram no estudo e que é reveladora da ainda fraca constância perceptual no que toca à posição, foi a necessidade de colocarem o triângulo na posição prototípica (com a base para baixo) para darem a tarefa por terminada ou mesmo enquanto a executavam, como se ilustra na sequência de momentos da figura 2. Se estivesse noutra posição, tinham muita dificuldade em visualizar o triângulo, o que as impedia de concretizar a tarefa.

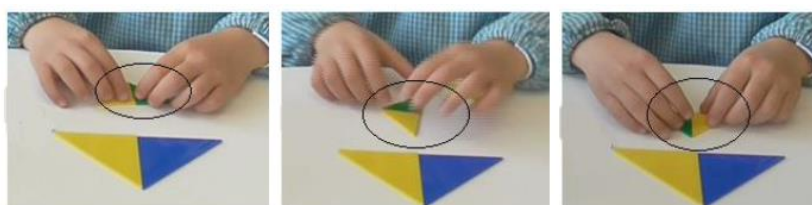


Figura 2. Rotação do triângulo construído para a posição prototípica, realizada pelo Messi

Esta necessidade está consentânea com o que seria esperado para crianças desta idade, como é largamente referido na literatura (Gutierrez, 1996). Assim, estas crianças utilizaram a

estratégia de justaposição das peças, de modo a partilharem um dos lados, e embora o triângulo maior seja composto por dois triângulos, estes desempenham uma única função, enquanto partes de um todo (o triângulo maior). O uso desta estratégia corresponde ao nível construtor de figuras, segundo a categorização proposta por Sarama e Clements (2009). A rotação foi a estratégia usada para obterem como produto final o triângulo na sua posição prototípica.

Quando a educadora pediu a Max para construir um triângulo com três peças, ele fez um quadrado, juntando três triângulos, o médio e dois pequenos, embora soubesse perfeitamente qual era a figura pedida e qual a que tinha construído pois exclamou:

Max - Assim faz um quadrado...

Em seguida, rodando o triângulo médio (M), construiu um paralelogramo, como se ilustra na figura 3, que desmanchou logo por ter percebido que não era a figura pedida.



Figura 3. Construção do quadrado e do paralelogramo, pelo Max

Revelou-se difícil sair destas construções intuitivas para outra que requeria maior capacidade de visualização como é a da figura 4.

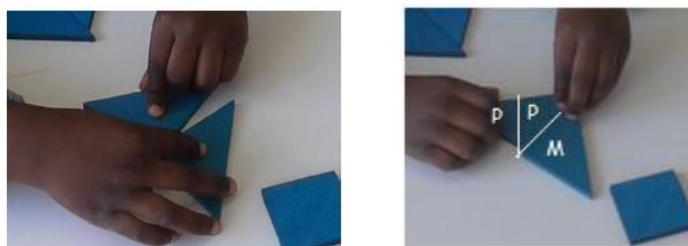


Figura 4. Processo de construção do triângulo com três triângulos, pelo Max

Aliás, Max só foi capaz de reconhecer o triângulo construído quando a educadora lhe disse para parar e olhar. Mesmo afastando a cabeça e olhando para a sua construção final, não parecia muito convencido... No entanto, foi das poucas crianças que não rodou o triângulo para a posição prototípica. Max usou a estratégia de tentativa e erro no modo como ia obtendo diferentes composições, rejeitando as que não correspondiam ao triângulo pedido. Esta

estratégia envolveu o uso da rotação do triângulo médio, mantendo a composição dos dois triângulos pequenos, e tendo em consideração a congruência do comprimento dos lados, ao colocar as peças de modo contíguo. Este desempenho enquadra-se também no nível construtor de figuras.

A Susana e o Triceratop fizeram a composição do triângulo com o quadrado e os dois triângulos pequenos, usando novamente a estratégia de tentativa e erro, quer, tendo necessidade de o rodar para a posição prototípica (Triceratop), ou não (Susana) (fig. 5).



Figura 5. Construção do triângulo com a inclusão do quadrado numa posição não prototípica

Nas construções com 4 triângulos, 8 crianças utilizaram como estratégia rodarem, por tentativa e erro, o triângulo grande que iam colocar em torno do triângulo já construído, composto pelos 3 triângulos (1 médio e 2 pequenos). No caso da figura 6, Princesa não conseguiu visualizar o triângulo que tinha fortuitamente construído pois o que na construção anterior (com 3 peças) era a base, agora era um dos lados de menor dimensão do triângulo de 4 peças.

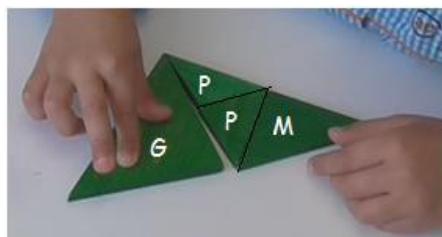


Figura 6. Triângulo construído pela Princesa mas de difícil reconhecimento para a sua autora

O seu pensamento parece enquadrar-se no nível construtor de figuras, uma vez que não antecipa a composição e usa uma estratégia de tentativa e erro nas suas rotações, não evidenciando ainda capacidade de rotação mental.

Triceratop utilizou o paralelogramo unicamente na composição do triângulo com 4 peças (fig. 7), parecendo não reconhecer como triângulo o composto pelas 3 peças (paralelogramo e 2 triângulos pequenos). Esta composição foi obtida também por tentativa e erro e foi colocada numa posição prototípica.



Figura 7. Triângulo construído com a inclusão do paralelogramo

Embora a maior parte dos desempenhos se situe no nível construtor de figuras, Messi evidencia alguma intencionalidade no modo como realiza as composições com 3 peças, correspondente ao nível compositor de formas. Nas primeiras tentativas de construção do triângulo com 3 peças, Messi escolhia uma peça específica entre as que tinha à disposição na mesa. O diálogo seguinte procura ilustrar esta situação:

Messi - U! Já sei! (*afasta ligeiramente os 2 triângulos pequenos e coloca no meio o quadrado*) Isto é um triângulo?! Não!

Educadora – Não, é um trapézio.

Messi - Ah, como se fosse para os cantos... (*contorna com o dedo os lados e a parte superior do trapézio*)

Ao dizer “Já sei!” parece que Messi antecipa o modo de como construir um triângulo que, até o pôr em prática, era correto para ele (fig. 8). Aliás ao dizer “Isto é um triângulo?! Não!” revela que possui a imagem mental de um triângulo. O comentário que faz em relação aos cantos poderá ser interpretado como se tivesse percebido que faltava um “canto” para fazer o triângulo; como se não estivesse à espera que aumentando a base do triângulo (com o quadrado) o vértice oposto desaparecesse, passando a lado do trapézio construído.



Figura 8. Tentativa do Messi para fazer o triângulo com três peças

Outro episódio que também evidencia o uso da intencionalidade por parte do Messi., ilustra igualmente o modo como este, ao olhar para o triângulo de 3 peças da colega Dalmata, tentou reproduzi-lo com as suas peças. As duas crianças estavam sentadas ao lado uma da outra e por isso partilhavam o mesmo ponto de vista. Dalmata rodou o triângulo para a posição prototípica (localizado à esquerda na fig. 9) e Messi começou a construir o seu, colocando as peças (os dois triângulos pequenos) na mesma posição relativa, como ilustra a figura 9 (à direita).

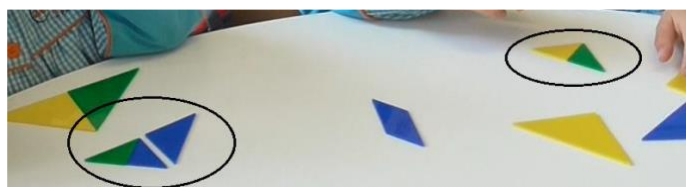


Figura 9. Após Dalmata rodar o triângulo para a posição prototípica, Messi começa a sua construção

Em seguida, Messi pegou no triângulo médio e após algumas tentativas com que aparentemente não ficou satisfeito (como a da imagem da esquerda da fig. 10), desmanchou a sua construção e finalmente conseguiu reproduzir a da colega, mantendo as posições relativas entre as peças e em relação a si, como se pode ver na figura 10. Especificamente, esta criança aparenta já ter alguma noção de certas propriedades dos triângulos do tangram pois parece olhar atentamente para o ângulo reto do triângulo médio da colega (assinalado com a seta na fig. 10) quando está a tentar colocar o seu triângulo médio.

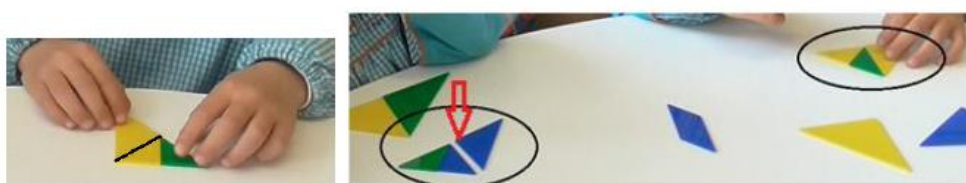


Figura 10. Primeira e segunda construção do triângulo, feita pelo Messi

Talvez essa tenha sido a razão para não ter ficado satisfeito com a primeira construção feita, uma vez que aí o triângulo médio estava à direita e na construção da colega e na que considerou correta está à esquerda, relativamente ao ponto de vista das crianças. Neste caso, Messi evidencia capacidade de perceção das relações espaciais, ao respeitá-las na sua reprodução, tendo usado a rotação com alguma intencionalidade, ao atender aos ângulos e ao comprimento dos lados dos triângulos. Messi revela envolver-se na tarefa e usou uma estratégia visual ao antecipar mentalmente a mudança de posição do triângulo médio, tendo focado a sua atenção nas posições relativas dos diversos componentes.

Passamos a apresentar uma tabela de frequências com o número de crianças que fizeram as diferentes composições:

Tabela I. Número de crianças que realizaram as diferentes composições

Composição	Número de crianças
------------	--------------------

2 triângulos pequenos	9
1 triângulo médio e 2 triângulos pequenos	8
1 quadrado e 2 triângulos pequenos	2
1 triângulo grande, 1 triângulo médio e 2 triângulos pequenos	8
1 triângulo grande, 1 paralelogramo e 2 triângulos pequenos	1

Como se pode inferir pela análise desta tabela, foi mais fácil para as crianças realizarem composições do triângulo com triângulos do que com a inclusão de outras peças, como o quadrado ou o paralelogramo. A composição com 4 triângulos foi conseguida pelo quádruplo de crianças que fizeram o triângulo com 3 peças, em que o quadrado era uma delas.

Desenhos das composições de formas bidimensionais

Na representação das construções realizadas, foi possível constatar como é importante o adulto utilizar uma linguagem correta. Por exemplo, o Triceratop tinha feito o contorno exterior do triângulo de 3 peças e dado por terminada a tarefa, retirando as peças. Quando a educadora lhe disse “Agora tens que fazer os riscos no meio” ele volta a colocar os dois triângulos pequenos no sítio e faz um risco no meio da representação e não entre as peças, como se esperava (fig. 11).



Figura 11. Etapas do desenho do Triceratop: contorno, retirar as peças e “risco no meio”

A estratégia usada por todas as crianças nos desenhos feitos como representação das construções realizadas foi a de contornar as diversas peças das composições. Os desenhos diferenciam-se no que respeita ao rigor do traçado. Enquanto algumas crianças não se preocupavam que as peças saíssem do sítio, o que originava representações como a do Mário (fig. 12), outras crianças eram bastante cuidadosas, como o Messi (fig. 13). A forma como o Mário contornou as peças terá estado na origem da ausência de representação do ângulo reto do triângulo médio.



Figura 12. Representação do Mário

Messi

Figura 12. Representação do



Figura 13. Representação do Messi

No entanto, todas as representações respeitam a reprodução da posição relativa das peças, sendo possível compreender quais as peças usadas e reconstituir a composição do triângulo com as peças do tangram. Mesmo as representações com um traçado pouco rigoroso apresentam claramente as peças usadas e o modo como foram colocadas em justaposição.

CONCLUSÃO

O estudo aqui apresentado permite concluir que crianças de 5 anos revelam capacidades espaciais tais como percepção figura-fundo (ao atenderem aos componentes e simultaneamente ao todo, nas composições dos triângulos), constância perceptual (ao reconhecerem como triângulos composições em posições não prototípicas) e percepção das relações espaciais (evidenciada na reprodução da composição do triângulo realizada por Messi, e nos desenhos das composições, onde atenderam às relações espaciais entre os componentes) (Del Grande, 1990). Entre estas capacidades, a que suscitou um maior grau de dificuldade foi a constância perceptual, afetada pelas ideias prototípicas de triângulo.

A maioria das crianças realizou as composições do triângulo com triângulos, incluindo a de quatro triângulos. Foi verificada a utilização de diferentes estratégias, a que podemos associar diferentes níveis de pensamento espacial associado à composição e decomposição de formas (Sarama & Clements, 2009), que apresentamos no quadro seguinte:

Tabela 2. Estratégias usadas nas composições do triângulo e níveis de pensamento

Estratégias	Níveis de pensamento
Manipulação individual, sem composição	Pré-compositor
Justaposição das peças com partilha de lados contíguos	Construtor de figuras
Rotação da composição para a posição prototípica do triângulo	
Rotação de uma peça, por tentativa e erro, mantendo as restantes (duas ou três) imóveis, para encontrar novas composições	
Escolha intencional das peças	Compositor de formas
Visual - rotação mental	
Parcial - foco da atenção nas posições relativas entre as peças	

É de referir que o nível compositor de formas foi evidenciado apenas por uma criança, Messi, em ações onde se verificou também o uso de tentativas, nem sempre bem sucedidas. Esta criança mostrou igualmente desempenhos correspondentes ao nível construtor de figuras na fase inicial da exploração da tarefa.

Na representação, pelo desenho, as crianças usaram a estratégia de contornar as peças componentes dos triângulos. Esta estratégia permitiu manter a posição relativa das peças, independentemente do maior ou menor rigor do traçado realizado.

Assim, este estudo evidencia as capacidades espaciais de crianças de 5 anos, sugerindo a importância de promover ambientes estimulantes de aprendizagem envolvendo a exploração de tarefas desafiantes.

REFERÊNCIAS

Alsina, A. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos: Para crianças dos 6 aos 12 anos*. Porto: Porto Editora.

- Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Reston: NCTM.
- Battista, M. (2008). Development of the shape makers geometry world. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of Mathematics: Volume 2 - Cases and Perspectives*, (pp. 131-156). NCTM & IAP.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *The Arithmetic Teacher*, 37(6), 14-20.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In Puig, L. & Gutiérrez, A. (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 3-19). Valencia, España: Universidad de Valencia.
- Hannibal, M. A. (1999). Young children's developing understanding of geometric shapes. *Teaching Children Mathematics*, 5(6), 353-357.
- Hawes, Z., Tepylo, D., & Moss, J. (2015). Developing spatial thinking. In B. Davis and the Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: Principles, assertions, and speculations* (pp. 29-44). New York and London: Routledge.
- Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (2005). Young children learn measurement and geometry: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school. The Netherlands: Sense Publishers.
- Maia, J. S. (2008). *Aprender... Matemática do Jardim-de-Infância à Escola*. Porto: Porto Editora.
- NCTM - National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Nunes, M. (2016). *A resolução de problemas geométricos por crianças de 5 anos* (Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa), disponível em <http://hdl.handle.net/10400.21/6830>
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children. New York: Routledge.
- Silva, I. L. (coord), Marques, L., Mata, L. & Rosa, M. (2016). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: Ministério da educação/Direção-geral da Educação.