

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

MEDIDAS DE EFICIÊNCIA RADIAL
E NÃO RADIAL NA DEA
APLICAÇÃO À AVALIAÇÃO DE
MUNICÍPIOS

Raquel Alexandra S.F. Gonzalez

Lisboa, Novembro de 2017

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

MEDIDAS DE EFICIÊNCIA RADIAL
E NÃO RADIAL NA DEA
APLICAÇÃO À AVALIAÇÃO DE
MUNICÍPIOS

Raquel Alexandra S.F. Gonzalez

Projeto de dissertação submetido ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Controlo de Gestão e dos Negócios, realizado sob a orientação científica do Professor Doutor José Manuel de Oliveira Pires, Professor-Coordenador, da área científica de Matemática.

Constituição do Júri:

Presidente: Prof.^a Doutora Maria do Rosário Justino

Arguente: Prof.^a Doutora Ana Maria Paias

Vogal: Prof. Doutor José Manuel de Oliveira Pires

L i s b o a , N o v e m b r o d e 2 0 1 7

Declaro ser a autora desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para a obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas. Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência do autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação

Dedicatória

Ao meu marido, aos meus pais e irmãos por todo o apoio nesta etapa da minha vida.

“Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende”

Leonardo da Vinci

Agradecimentos

A presente dissertação resulta de um ano de trabalho intenso, mas muito gratificante, durante o qual me foi possível alcançar mais uma das etapas do meu percurso académico.

Durante este trajeto tive o prazer de me poder cruzar com diversas pessoas que passo agora a enumerar. Primeiramente o meu agradecimento vai para o meu orientador, Professor Doutor José Manuel Oliveira Pires, foi um privilégio poder trabalhar com ele. Agradeço-lhe todo o seu apoio, na resposta a todas as perguntas e ao me levar a querer sempre saber mais, com a esperança que este trabalho consiga espelhar toda a investigação e todo o saber que foi necessário adquirir para chegar ao resultado que queríamos atingir.

Queria também agradecer a todos os professores com os quais me cruzei neste mestrado e com os quais reforcei os meus conhecimentos. Por último e não menos importante aos amigos que fiz neste percurso e que me apoiaram em diversas situações.

Um muito obrigada a todos!

Resumo

A presente dissertação tem como objetivo analisar e discutir a avaliação de desempenho de municípios portugueses durante o ano de 2014, considerando os atuais municípios bem como a avaliação de uma agrupação de municípios.

O estudo da eficiência dos municípios será realizado recorrendo à metodologia *Data Envelopment Analysis* (DEA). Para o efeito será necessário contextualizar este setor na sua envolvente, bem como recolher informação diretamente de fontes do Estado. Na análise dos municípios, pretende-se também aprofundar o conhecimento de alguns dos dados que consideramos relevantes para o estudo em causa, verificar empiricamente a eficiência de cada entidade, apresentar os pesos de cada *input* e *output* e aferir à posteriori a eficiência de cada município. Existem atualmente 308 municípios, dos quais 278 se encontram no território continental enquanto que os restantes 30 se encontram nos arquipélagos da Madeira e Açores.

Assim, será analisada a eficiência dos atuais municípios e de seguida serão comparados esses mesmos resultados com uma nova análise onde se fará uma agregação de municípios, esta união tem por base municípios que são confinantes e que pertencem ao mesmo distrito, assim o estudo em causa cobrirá grande parte dos municípios existentes em Portugal no ano de 2014.

É evidente que as melhorias decorrentes de uma tal reorganização podem ser potenciadas se a mesma for acompanhada de medidas de descentralização que permitam prestar um melhor serviço aos cidadãos. Através do estudo realizado é possível verificar que uma forma simples de reorganização seria a de reduzir o número de municípios através da agregação dos mesmos.

É evidente que para a agregação de municípios, outros critérios poderiam ser utilizados, no entanto estima-se que os resultados tenderiam a ser semelhantes.

Palavras-chave: *Data Envelopment Analysis*; Municípios; Avaliação de desempenho, Eficiência

Abstract

The present dissertation aims to analyze and discuss the performance evaluation of Portuguese municipalities during the year 2014, considering the current municipalities as well as the evaluation of a grouping of municipalities.

The study of municipal efficiency will be done using the Data Envelopment Analysis (DEA) methodology. To this end, it is necessary to contextualize this sector in its surroundings, as well as to collect information directly from state sources. In the analysis of the municipalities, it is also intended to deepen the knowledge of some of the data that we consider relevant for the study in question, empirically verify the efficiency of each entity, present the weights of each input and output and measure the efficiency of each municipality. There are currently 308 municipalities, where 278 are in the continental territory while the remaining 30 are in the archipelagos of Madeira and the Azores.

Thus, the efficiency of the current municipalities will be analyzed and then the same results will be compared with a new analysis where an aggregation of municipalities will be made, this union is based on municipalities that are confined and that belong to the same district, so the study in question will cover most of the existing municipalities in Portugal in 2014.

It is clear that the improvements resulting from such reorganization can be enhanced if it is accompanied by decentralization measures to better serve citizens. Through the study carried out it is possible to verify that a simple form of reorganization would be to reduce the number of municipalities through the aggregation of the same ones.

It is evident that for the aggregation of municipalities, other criteria could be used, however it is estimated that the results would tend to be similar.

Keywords: *Data Envelopment Analysis; Counties; Performance evaluation, Efficiency*

Índice

Índice	ix
Índice de Tabelas	xi
Índice de Figuras.....	xii
Lista de Abreviaturas.....	xiii
1. Introdução.....	1
2. Desempenho Organizacional, Eficiência e DEA	3
2.1 Introdução	3
2.2 Desempenho Organizacional.....	3
2.3 Conceito de Eficiência. Eficiência de Farrell e de Pareto-Koopmans	9
2.4 Metodologia DEA	13
2.5. Principais características das medidas de eficiência	14
3. Modelos e medidas de eficiência radial e não radial na DEA	16
3.1 Introdução	16
3.2 Modelos e medidas de eficiência radiais	16
3.2.1 Modelo CCR.....	17
3.2.2 Modelo BCC	24
3.3 Modelos e medidas de eficiência não radiais.....	26
3.3.1 Modelo aditivo.....	26
3.3.2 Medida de Russell orientada.....	28
3.3.3 Medida de Russell não orientada	29
3.3.4 Medida baseada em desvios e Medida de Russell não orientada melhorada	30
3.3.5 Modelo SBM-Max.....	35
3.3.6 Medida de escala ajustada (RAM)	37

4. Avaliação da eficiência em municípios e em municípios agregados	39
4.1 Introdução	39
4.2 Caracterização dos Municípios	40
4.3 Agregação de municípios e a sua importância	42
4.4 Seleção dos dados e modelos	47
4.5 Resultados e respetiva análise	48
5. Conclusões.....	54
Referências bibliográficas	56
APÊNDICES.....	61
APÊNDICE A – <i>Inputs e Outputs</i> relativos aos 278 municípios.	61
APÊNDICE B - <i>Inputs e Outputs</i> relativos aos 117 municípios	68
APÊNDICE C – Índices de eficiência para os atuais municípios.	72
APÊNDICE D - Índices de eficiência para os municípios agregados.	81

Índice de Tabelas

Tabela 4.1 – Classificação dos municípios quanto ao n° de habitantes.....	41
Tabela 4.2 – Municípios agregados por concelho.....	47
Tabela 4.3 – Resultados globais através dos modelos com retornos constantes de escala.....	50
Tabela 4.4 – Resultados globais através dos modelos com retornos variáveis de escala.....	50
Tabela 4.5 – Resultados por distrito para o caso de retornos constantes de escala	52
Tabela 4.6 – Resultados por distrito para o caso de retornos variáveis de escala	53
Tabela 4.7 – Identificação dos municípios eficientes	54

Índice de Figuras

Figura 2.1 – O Sistema de Gestão de Desempenho na Administração Local.....	7
Figura 2.2 – Processo de produção.....	13
Figura 3.1 – Eficiência de Farrel versus eficiência Pareto-Koopmans.....	22
Figura 3.2 – Comparação entre os modelos SBM, CCR e SBM-Max	36
Figura 4.1 –a) Mapa com os atuais concelhos.....	46
Figura 4.1 –b) Mapa com os concelhos agregados	46

Lista de Abreviaturas

ANMP- Associação Nacional do Municípios Portugueses

CE- Comissão Europeia

BCC– *Banker, Charnes e Cooper*

CCR– *Charnes, Cooper e Rhodes*

CRS– *Constant Returns to Scale*

DEA- *Data Envelopment Analysis*

DGAEP- Direcção-Geral da Administração e do Emprego Público

DMU- *Decisions Making Units*

EUA- Estados Unidos da América

INE– Instituto Nacional de Estatística

PAEF- Programa de Assistência Económica e Financeira

RAM- *Range Adjusted Measure*

SBM- *Slacks Based Measure*

SIIAL- Sistema Integrado de Informação das Autarquias Locais

SIOE- Sistema de Informação da Organização do Estado

UE- União Europeia

VRS – *Variable Returns to Scale*

1. Introdução

Todos os dias as sociedades são afetadas com alterações, particularmente no que se refere à competitividade dos mercados e às exigências de normas e regras impostas, não só pelo próprio Estado, como por diversos reguladores. Esta realidade conduz a uma maior procura de modelos de gestão mais eficazes de forma a obter vantagens competitivas. Ball, Bowerman e Hawksworth (2000) defende que, na administração local, “a avaliação do desempenho tem o potencial para desviar a atenção dos objetivos ilusórios da agenda política pública”.

O desempenho organizacional, é defendido por vários autores como uma forma de dar resposta às limitações financeiras das organizações, demonstrando ser possível melhorar preços praticados, aperfeiçoar a oferta de serviços, aumentar a transparência e a responsabilização dos governos e melhorar a informação utilizada no apoio a decisões estratégicas (Worthington & Dollery, 1999; Plant & Douglas, 2006).

Para tal, novas metodologias têm sido propostas para a mensuração da eficiência das mais diversas entidades. Entre essas metodologias encontra-se a *Data Envelopment Analysis* (DEA), uma metodologia baseada na programação matemática, mais precisamente na programação linear, que permite avaliar a eficiência de um conjunto de entidades independentes e homogêneas usualmente designadas de *Decisions Making Units* (DMUs) que utilizam múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs*.

O objeto desta dissertação consiste em demonstrar o contributo que a metodologia DEA pode dar na avaliação da eficiência de municípios, usando alguns modelos radiais e não radiais da DEA.

Assim, para além da introdução, a presente dissertação está organizada em 3 capítulos. No capítulo 2, será abordado o tema do desempenho organizacional como medida de eficiência, e a importância que esta temática representa no contexto da avaliação das organizações, em geral, e dos municípios, em particular. Nesse capítulo é também apresentado o conceito de eficiência, assim como os dois tipos de eficiência utilizados na avaliação do desempenho organizacional, a eficiência de Pareto e de Farrell.

No capítulo 3, apresentam-se alguns modelos radiais e não radiais mais usados na metodologia DEA, e procura-se evidenciar as diferenças entre esses dois tipos de modelos em termos dos dois tipos de medida que fornecem.

No capítulo 4, é apresentada uma aplicação de alguns dos modelos referidos anteriormente, para a avaliação dos municípios. Assim, na primeira fase, é realizada a avaliação dos atuais municípios. Analisando estes municípios verifica-se que existem desequilíbrios entre os vários municípios no que respeita ao número de habitantes e à área de cada município pelo que, numa segunda fase, foi feita uma agregação de municípios, e uma avaliação dos municípios agregados.

Por último, no capítulo 5, são apresentadas as principais conclusões obtidas com a realização deste trabalho.

2. Desempenho Organizacional, Eficiência e DEA

2.1 Introdução

Por norma, as métricas tradicionais, com base nas demonstrações financeiras, têm sido a metodologia privilegiada para avaliar a performance organizacional. No entanto, as suas fragilidades podem provocar diversos enviesamentos. Tal fato, propicia um afastamento significativo entre a realidade contabilística e económica, pelo que deve ser ultrapassado de forma a permitir que uma organização se adapte melhor às mudanças que ocorrem na sociedade.

Segundo Hoogenboezem (2004), a ênfase dada às estatísticas internas, fazem aumentar a preocupação no que diz respeito ao desempenho da instituição, e à procura de objetivos facilmente alcançáveis, em prejuízo do seu contributo para a melhoria da sociedade que a rodeia.

A comparação entre os objetivos definidos e os efetivamente obtidos têm algumas limitações como método de avaliação de desempenho organizacional. Uma vez que a atividade das organizações inclui um conjunto alargado de funções interrelacionadas, afetadas por uma multiplicidade de fatores externos, a definição de objetivos recorre frequentemente a um grande número de hipóteses simplificadoras que, por vezes, os afastam da realidade.

As limitações destas abordagens de avaliação do desempenho motivaram o aparecimento de novas metodologias, entre as quais a *Data Envelopment Analysis* (DEA). Esta técnica permite avaliar a eficiência relativa de um conjunto de unidades homogêneas, através de um índice de eficiência que possibilita diferenciar as eficientes das ineficientes.

Na seção 2.2, é referido o contributo do desempenho organizacional, como medida de melhoria de eficiência de uma organização. Na seção 2.3, é apresentado o conceito de eficiência e referidos alguns tipos de eficiência. Na seção 2.4, é feita uma breve referência à metodologia DEA para avaliar a eficiência de uma organização. Por fim, na seção 2.5, são apresentadas as principais características que esta medida deve contemplar.

2.2 Desempenho Organizacional

Cada organização deve ser responsável por desenhar um modelo de gestão adequado às suas necessidades. Segundo Geiger (2001), “as abordagens padronizadas, falham muitas vezes por

não responderem às necessidades de situações específicas que existem nas organizações com diversas missões, ambientes, personalidades e estruturas. Se todas as situações, organizações e gestores fossem idênticos, talvez a padronização funcionasse”. Na realidade, as organizações devem ser inteligentes e agir de acordo com o que os consumidores necessitam, devendo avaliar cuidadosamente e atempadamente quando é vantajoso a adoção de novos modelos de gestão.

Os sistemas de desempenho organizacional tradicionais servem de ligação entre os objetivos da organização e a estratégia a adotar, o que condiciona as tomadas de decisão. O desempenho organizacional pode ser representado através de indicadores de desempenho, que ao analisar e fornecer informação relevante, possibilitam aos gestores decidirem de forma mais eficiente e fundamentada (Wholey & Hatry, 1992).

Um sistema de desempenho organizacional é um mecanismo que melhora a estratégia a implementar para o sucesso da organização, que segundo Anthony e Govindarajan (2003), deve ser constituído por um conjunto de subsistemas, tais como:

- Indicadores individuais, que, podendo ser internos ou externos, devem ser compostos por indicadores financeiros e não financeiros, e devem seguir uma lógica intuitiva e clara, devendo conseguir proporcionar uma visão sucinta do negócio, avaliando a eficiência e a eficácia das ações;
- Indicadores inter-relacionados, em que o desempenho da organização deve ser medido como um todo, pelo que devem ter em conta as hierarquias e as áreas transversais da organização, incentivando-as a obter resultados;
- Por fim, deve existir um sistema de suporte que possibilite a recolha, análise e compilação dos dados.

Para que um sistema de desempenho organizacional seja considerado eficaz, nenhum dos subsistemas pode falhar, caso contrário, o sistema seria incompleto e as decisões e ações a retirar desse sistema não seriam devidamente fundamentadas. Assim, os resultados a atingir pela organização devem ser objetivamente verificáveis, através dos indicadores utilizados em cada uma das etapas do sistema de avaliação, devendo ainda indicar as condições externas que podem influenciar o cumprimento dos objetivos da organização.

Existem diversos fatores que comprometem os modelos de avaliação de desempenho organizacional, tais como, problemas de conceptualização bem como de comparabilidade

(Midwinter, 1994). Segundo Hoogenboezem (2004), existe uma tendência para se “selecionar objetivos pouco significativos ou fáceis de alcançar porque são precisamente isso: fáceis de alcançar, o que é atrativo para gestores que querem ter sucesso”. O desempenho organizacional pode ter efeitos controversos, podendo levar à manipulação de dados pelos gestores e pessoal, não avaliando atividades importantes, mas outras cujos resultados são provavelmente mais favoráveis para determinados grupos de interesse (Wholey & Hatry, 1992). Estes mesmos autores defendem que é difícil compatibilizar os interesses políticos, administradores, ou pessoais, pois estes grupos de interesse têm objetivos diferentes para o mesmo objetivo.

Segundo Toni e Tonchia (2001), os sistemas de desempenho organizacional podem ser agrupados em cinco tipologias:

- Modelos hierárquicos, que normalmente utilizam indicadores de desempenho de custos, tais como produção, produtividade e outros não afetos a custos, mas que os podem influenciar, tais como tempo, flexibilidade e qualidade;
- Modelos equilibrados, que apresentam os indicadores separados por áreas organizacionais, como a área financeira, a área operacional, os clientes, os recursos humanos, entre outros (Kaplan & Norton, 1992, 1996);
- Modelos em tronco ou pirâmides que apresentam a organização dividida em quatro níveis distintos, proporcionando um sistema de comunicação em via dupla: de cima para baixo, são comunicados os objetivos, e, de baixo para cima, são comunicados os indicadores de desempenho, (Cross & Lynch, 1992);
- Modelos Mistos, que apresentam indicadores de desempenho externos e internos;
- Modelos relacionados com a cadeia de valor, que têm em conta as relações internas com clientes e fornecedores.

Wholey e Hatry (1992), referem que, através da identificação correta das dimensões da qualidade dos resultados mais relevantes e pela monitorização dos programas de desempenho, é possível conseguir desenvolver um sistema de avaliação adequado. Já Midwinter (1994), afirma que é necessário ter sempre em conta que o indicador mais crítico é o "valor ou benefício" para o utilizador.

O processo de gestão do desempenho, que inclui a avaliação de desempenho, tem um papel importante numa instituição, uma vez que este avalia a medição desconexa de um conjunto de

indicadores de forma a reunir a estratégia funcional e os objetivos duma instituição por meio da avaliação de desempenho (Kloot & Martin, 2000). Verdadeiramente, a medição de desempenho, é um dos elementos que fazem parte da estrutura de gestão do desempenho que, segundo Plant e Douglas (2006), inclui diversas componentes, tais como:

- O processo de planeamento estratégico, que determina os objetivos principais e secundários da organização (Kloot & Martin, 2000; Plant & Douglas, 2006);
- A análise da organização, através da “estrutura interna e dos processos” de funcionamento, que visam a obtenção de “metas e objetivos”;
- A “comunicação organizacional e de processos de decisão”, que auxiliem a ligação entre o público, eleitos e funcionários na “ação e na resolução conjunta de problemas”.

Na ótica da gestão de municípios, a avaliação de desempenho organizacional destes é verdadeiramente importante, sendo esta uma forma de distinção entre o “nível de satisfação revelado”, com a “verdadeira qualidade do serviço recebido” (Higgins, 2005). Esta subjetividade pode derivar do grau de envolvimento pela organização, da empatia face à sua missão, onde as convicções políticas e partidárias têm uma grande influência, e pela expectativa criada, isto é, se a qualidade exceder a expectativa, a sua perceção será satisfatória ou vice-versa; para tal é necessário separar com rigor as competências dos municípios, das responsabilidades de outras entidades governamentais.

De forma a apresentar um sistema de gestão de desempenho aplicado a municípios, foi utilizado como exemplo o modelo desenvolvido por Plant e Douglas (2006), uma vez que os mesmos realizaram estudos de caso através do seu modelo e o aplicaram a alguns países. Estes autores estudaram a aplicabilidade do seu modelo em determinados serviços, planos estratégicos e regiões, não só nos Estados Unidos da América (EUA) como também no Canadá. Na figura 2.1 representa-se esquematicamente o modelo de gestão do desempenho de Plant e Douglas, constituído por três níveis: interior, exterior e intermédio.

De acordo com a figura 2.1, o nível representado pelo círculo interior é o nível operacional onde se garante a operacionalização das orientações estratégicas, através da realização de planos de trabalho, monitorizar a realização de tarefas operacionais, a análise das normas de desempenho e das medidas de avaliação e a aplicação de medidas corretivas sempre que necessário, o que exige uma “gestão proactiva” capaz de atuar ao primeiro desvio do programado Plant e Douglas, (2006).

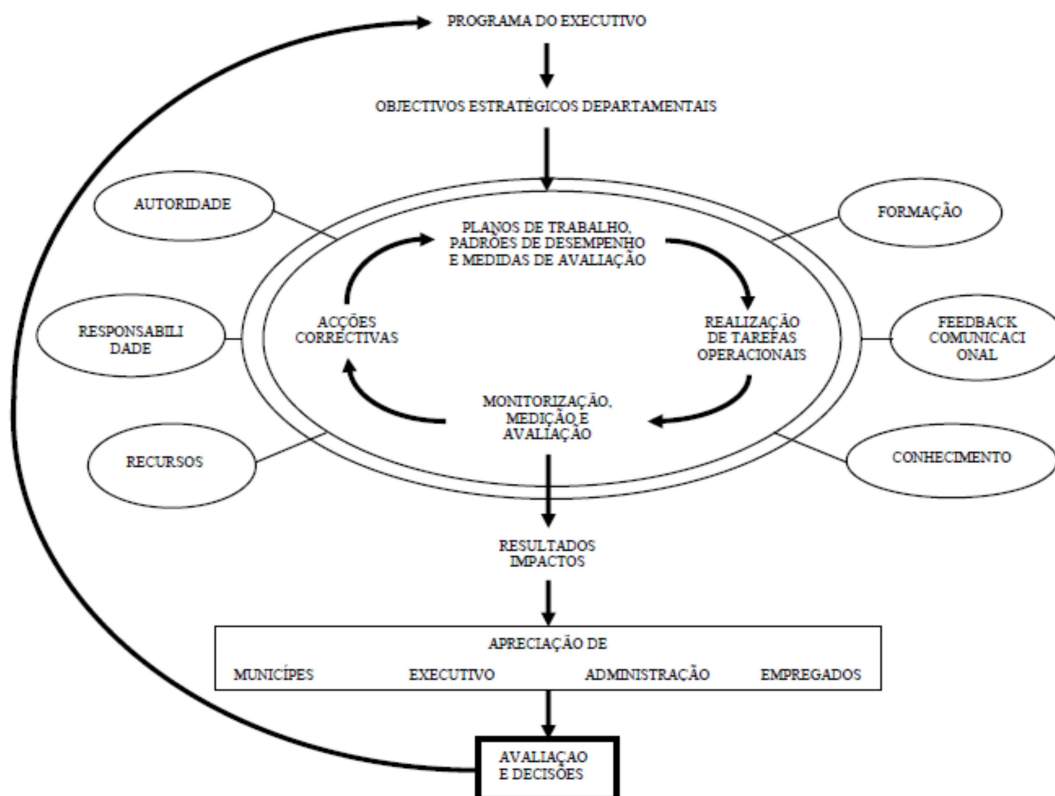


Figura 2.1 - O Sistema de Gestão de Desempenho na Administração Local

Fonte: Adaptado de Plant e Douglas (2006).

O nível representado pelo círculo intermédio é o da criação de condições gerais de promoção do desempenho organizacional, que são consideradas fundamentais para o funcionamento do modelo. Sendo o envolvimento dos funcionários dos níveis mais distantes da gestão de topo uma importante componente da gestão do desempenho, não basta simplesmente implementar um sistema de gestão do desempenho, é também necessário capacitá-los, fornecendo-lhes os recursos, a autoridade, a responsabilidade, a formação, os conhecimentos e o incentivo de interação necessária, de forma a que se cumpram os objetivos propostos pela organização.

Por fim, o círculo exterior diz respeito ao nível macroeconómico, onde são implementados os programas do executivo. É claro que estes objetivos estratégicos departamentais têm imperativamente de estar alinhados com as prioridades da instituição, uma vez que irão ter influência direta na base dos planos operacionais. Este nível serve para avaliar o desempenho organizacional dos municípios, para que estes aprendam com “a experiência passada” e evoluam “para dar resposta a novas exigências” Plant e Douglas (2006).

Deste modo, avaliando os resultados obtidos, os impactos das atividades desenvolvidas e o cumprimento dos orçamentos, cabe aos municípios avaliar o seu desempenho de forma responsável, para que as necessidades dos munícipes sejam satisfeitas.

Tendo em conta os estudos levados a cabo nos EUA e Canadá, apurou-se que as “organizações com mais sucesso aplicaram as características principais do modelo”, mas também se verificou que o mesmo “não tem que ser aplicado na sua totalidade para ser eficaz”, podendo ser adaptado às características específicas das organizações.

Existem diversos problemas associados ao desempenho organizacional no que respeita a municípios:

- Segundo Midwinter, (1994), os sistemas de desempenho derivam de modelos pré-definidos, desajustados da realidade, pelo que se torna essencial garantir que os indicadores utilizados não possam ser influenciados por fatores externos, e que consigam espelhar o desempenho efetivo da organização;
- Na perspetiva de Wholey e Hatry (1992), a dificuldade em aferir em que medida os resultados obtidos se devem ao esforço da organização, a efeitos externos ou a opções políticas é um dos desafios do desempenho organizacional. Estes mesmos autores defendem que “a informação de desempenho nunca será perfeita”, os programas que prestam serviços diretos ao público podem sofrer de manipulação ou outros fatores que levem a resultados erróneos. Assim sendo, a monitorização da qualidade do serviço e os resultados dos programas devem ser sujeitos a auditorias periódicas, tal como acontece com os dados de natureza financeira;
- Os sistemas de avaliação de desempenho geram enormes quantidades de informação, tornando difícil a sua análise e a retenção da parte da informação que é efetivamente importante, uma vez que os dados se podem combinar e “correlacionar de inúmeras formas de modo a proporcionar um número muito elevado de informações”. Deste modo, é possível que dois municípios que prestem o mesmo serviço, utilizando os mesmos recursos e custos, possam obter diferentes desempenhos devido a utilizarem diferentes procedimentos (Ammons, Coe & Lombardo, 2001).

Assim, podemos aferir que, a comparação de indicadores de desempenho entre municípios é uma tarefa complexa que necessita de cuidados especiais, pelo que o recurso a outro tipo de métodos baseados em técnicas matemáticas poderá revelar-se importante. Estes métodos

classificam-se em modelos paramétricos, que têm como base modelos estatísticos, e não paramétricos, baseados em técnicas de investigação operacional.

Uma técnica não paramétrica, conhecida por metodologia DEA, tem sido muito utilizada na avaliação do desempenho organizacional. Esta metodologia permite avaliar a eficiência relativa de um conjunto de entidades que utilizam múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs*. Como se verá no próximo capítulo, existem dois tipos de eficiência que esta metodologia permite considerar pelo que, antes de qualquer abordagem a essa metodologia, importa conhecer o que entende por eficiência assim como abordar esses tipos de eficiência, o que será feito na próxima seção.

2.3 Conceito de Eficiência. Eficiência de Farrell e de Pareto-Koopmans

O conceito de eficiência, teve origem no termo em latim *efficientia* e refere-se à capacidade de dispor de alguém ou de algo para conseguir um efeito determinado. O conceito também costuma ser equiparado com o de ação, força ou produção.

O conceito de eficiência generaliza um outro conceito, o da produtividade, que é definida como a razão entre o *output* produzido e *input* disponível (Coelli, *et al.* 2005).

Por outro lado, a eficiência é o uso racional dos meios de que se dispõe para alcançar um objetivo previamente determinado. Trata-se da capacidade de alcançar os objetivos e as metas programadas, utilizando o mínimo de recursos disponíveis, conseguindo desta forma a sua otimização.

A produtividade refere-se à utilização máxima dos recursos. Por outro lado, a eficiência expressa uma relação ótima entre recursos consumidos e produtos gerados. Enquanto medida, a produtividade não nos indica as causas que conduzem aos resultados, contudo apresenta-se como um instrumento de gestão, uma vez que através dos resultados obtidos é possível proceder à sua análise e ponderação para decisões futuras.

O termo eficiência é utilizado em diferentes âmbitos. Na física, por exemplo, a eficiência de um processo ou de um dispositivo é a relação entre a energia útil e a energia investida. Segundo Drucker (1999), eficiência diz respeito ao ato de realizar corretamente qualquer tipo de processo. Já Vieira (2011) afirma que ser eficiente é fazer mais com menos.

Existe um outro conceito relacionado com a eficiência e que por vezes se confunde com esta, que é o conceito de eficácia. Eficácia é a relação entre os resultados obtidos e os resultados

desejados. Ser eficaz é ser capaz de obter os resultados esperados (Figueiredo, 2005). Para alguns autores “a eficácia está relacionada ao conceito de fazer a coisa certa. Por outro lado, a eficiência está associada à melhor forma de fazer a coisa certa” (Kassai, 2002).

De forma a estudar a eficiência é necessário entender o conceito das curvas de produção, que visam definir a relação entre os *inputs* e *outputs*. As curvas de produção são a base da análise de eficiência, pois as considerações em torno das mesmas visam definir relações entre *inputs* e *outputs* (Kassai, 2002). As curvas de produção podem contemplar:

- Retornos crescentes de escala, quando um acréscimo nos recursos implica um aumento mais do que o proporcional na quantidade de produtos gerados;
- Retornos constantes de escala, quando um acréscimo nos recursos implica um aumento proporcional na quantidade de produtos obtidos,
- Retornos decrescentes de escala, quando um acréscimo nos recursos implica um aumento menor do que o proporcional na quantidade de produtos obtidos.

Sendo assim, pode-se concluir que uma organização pode ser eficiente, quando se encontra na fronteira de eficiência, mas pode não ser a mais produtiva, podendo por vezes apresentar uma produtividade menor que as organizações ineficientes. Segundo Cooper *et al.* (2007), quando esta situação ocorre, tal deve-se ao fato da organização não ter alcançado o ponto de escala económica ótimo, ou seja, os custos totais não foram minimizados e a produção total não foi maximizada.

O primeiro trabalho sobre eficiência deve-se a Pareto (1906), no contexto da economia do bem-estar. Segundo este, apenas poderiam ser realizadas comparações de bem-estar entre situações cujas mudanças de uma para a outra não envolvessem transferências de utilidade entre os indivíduos. Assim, no seu estudo foram estabelecidos dois critérios:

- Superioridade de Pareto – um Estado é superior a outro se for possível aumentar o bem-estar de pelo menos um individuo sem prejudicar os demais;
- Ótimo de Pareto – quando não existe forma de melhorar o bem-estar de um individuo, sem prejudicar o dos outros.

Em suma, o critério da eficiência proposto por Pareto, revelou os limites entre os quais são possíveis realizar comparações de bem-estar social, preservando a neutralidade e a ética.

Um exemplo clássico da eficiência segundo Pareto é o dilema do prisioneiro, comumente utilizado na Teoria dos Jogos. Este dilema trata de uma situação onde dois prisioneiros, comparsas de um crime, são interrogados em locais separados. Cada um tem duas escolhas: confessar (e envolver o parceiro) ou negar. Os resultados das escolhas seriam:

- Se um confessasse e o outro não, o confessor seria libertado e o outro passaria seis meses na prisão;
- Se ambos negassem, ambos passariam um mês na prisão;
- Se ambos confessassem, seriam ambos presos por três meses.

Observa-se que, diante das possibilidades no dilema do prisioneiro, a situação ótima, no sentido de Pareto, seria ambos negarem, pois não teriam uma situação melhor para um, sem prejudicar a do outro.

O critério de Pareto diz respeito a um equilíbrio geral no consumo e na produção, que reporta o nível de eficiência à sua essência, uma vez que, qualquer mudança na estrutura da economia faz com que alguns ganhem e outros percam, dado que todos se encontram num equilíbrio económico e social, tal como preconiza a competição perfeita.

A aplicação deste conceito a outros contextos denomina-se por "critério de *Pareto*". Mais tarde Koopmans (1951), propôs o conceito de eficiência técnica adaptando o "critério de Pareto" ao contexto produtivo. O conceito de eficiência de Koopmans (1951), designado frequentemente por eficiência de Pareto-Koopmans, significa que uma organização é eficiente, se e só se:

- Nenhum dos *outputs* possa ser aumentado sem que algum *output* necessite ser reduzido, ou que algum outro *input* seja aumentado;
- Nenhum dos *inputs* possa ser reduzido sem que algum *input* necessite ser aumentado, ou que algum outro *output* seja reduzido.

Segundo Cooper, Seiford, Tone e Zhu (2007), a medida de eficiência técnica de Debreu (1951) é uma medida radial, o que significa que a procura da maior (menor) combinação de *outputs* (*inputs*) possível, está restringida por uma regra de proporcionalidade. A localização de uma combinação de *inputs* e *outputs* na fronteira de produção é condição suficiente para que essa combinação seja considerada tecnicamente eficiente, utilizando a medida de Debreu (1951), todavia não é condição suficiente para que seja tecnicamente eficiente de acordo com a definição de Pareto-Koopmans. Pode existir uma combinação de *inputs* e *outputs* localizadas na

fronteira de produção, para a qual pode ainda ser possível reduzir (aumentar) a quantidade de pelo menos um *input* (*output*).

Ainda de acordo com Cooper, Seiford, Tone e Zhu (2007), a noção de eficiência, diz respeito à comparação entre os valores de *inputs* e de *outputs* observados, tendo em conta a realização de uma determinada tarefa e os seus valores ótimos. A obtenção da eficiência, pode ter em conta diversas perspectivas tais como a minimização de *inputs*, ou seja, a minimização do rácio entre a quantidade observada de *inputs* consumidos e a quantidade mínima de *input* para uma quantidade idêntica de *outputs* produzida. No caso da maximização de *outputs*, tratar-se-ia do rácio entre os *outputs* observados e os *outputs* máximos passíveis de obter uma quantidade fixa de *inputs* utilizados. Em ambos os casos é calculada a eficiência técnica, que mede a intensidade dos desperdícios verificados no processo produtivo, (Farrel 1957).

Segundo Farrell (1957), a eficiência pode ser avaliada com base em dados empíricos, o que é conseguido através da definição de entidades "hipotéticas", com base nas combinações convexas de entidades observadas. Daqui resultam funções de produção empíricas, formadas por vários segmentos de reta que ligam as entidades eficientes observadas.

Contudo, Farrell (1957), ao explorar o trabalho de Pareto (1906), Koopmans (1951) e Debreu (1951), defende que a definição de Pareto-Koopmans, ao estabelecer nos seus estudos as bases de avaliação em políticas sociais, não possibilita determinar o grau de eficiência de uma combinação de *outputs* e *inputs*, ou identificar o conjunto de combinações eficientes que sirva como conjunto de referência de uma combinação ineficiente.

Farrell (1957), definiu ainda o conceito de eficiência técnica radial, admitindo uma orientação para *inputs*, como a máxima redução na mesma proporção de todos os *inputs* mantendo os *outputs* constantes.

No seu artigo Cooper, Seiford, Tone e Zhu (2007), refere que existem diversas vantagens na apresentação da medida radial de eficiência técnica, tais como, ser uma medida independente das unidades de medida dos *inputs* e dos *outputs*, o que possibilita uma interpretação simples das variações dos *inputs* e dos *outputs*. Na prossecução dos trabalhos de Debreu (1951) e Koopmans (1951), Farrell (1957) desenvolveu também o conceito de eficiência alocativa. Este conceito espelha a capacidade de uma unidade de produção para selecionar corretamente a combinação de *inputs* tecnicamente eficientes, dado os preços dos *inputs*. Este autor define

ainda a medida de eficiência produtiva (ou global) como o produto da medida de eficiência técnica e da medida de eficiência alocativa.

2.4 Metodologia DEA

Charnes, Cooper e Rhodes (1978) generalizaram os estudos de Farrel no sentido de trabalhar com múltiplos recursos e múltiplos resultados. Estes autores apresentaram um modelo de programação matemática com o qual se iniciou uma nova técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores da eficiência produtiva conhecida como DEA (*Data Envelopment Analysis*).

A metodologia DEA, permite avaliar a eficiência relativa de um conjunto de unidades similares. Essas unidades podem ser de carácter empresarial ou social e são normalmente designadas de DMUs (*Decision Making Units*). Uma DMU é então uma unidade que utiliza múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs*, conforme representado na Figura 2.2.

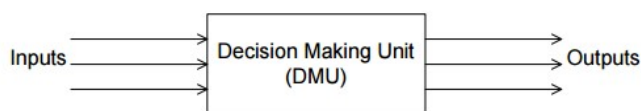


Figura 2.2: Processo de produção

Fonte: Adaptado de Cooper, Seiford, Tone e Zhu (2007)

Os *inputs* correspondem aos recursos utilizados, enquanto os *outputs* são os bens ou serviços obtidos como resultado do processo produtivo. O nível máximo de *outputs* obtido a partir de um determinado nível de *inputs*, ou nível mínimo de *inputs*, para um determinado nível de *output*, é entendido como fronteira da tecnologia de produção.

As ideias básicas da DEA foram desenvolvidas pela primeira vez e aplicadas em dados empíricos no trabalho pioneiro desenvolvido por Farrell (1957). Destinado a corrigir deficiências encontradas nos índices de produtividade, este trabalho sugeriu uma forma de avaliar a eficiência, sem recurso à utilização de funções de produção definidas teoricamente.

De acordo com Cooper, Seiford, Tone e Zhu (2007), a DEA é uma abordagem não-paramétrica e determinística, que não assume qualquer presunção sobre a forma da função de produção. O que significa que os pontos que pertencem ao conjunto de possibilidades de produção, têm de satisfazer um conjunto de propriedades que irá definir a tecnologia de produção.

Os mesmos autores referem que a medida de eficiência resulta da comparação do desempenho atual de cada unidade com o melhor desempenho observado noutras unidades, tendo por base os níveis de recursos utilizados e os resultados obtidos. Usualmente, essa medida é obtida segundo duas perspetivas. Na perspetiva de avaliação orientada para *inputs*, a eficiência é definida como o fator mínimo com que todos os *inputs* da DMU avaliada podem ser reduzidos proporcionalmente sem diminuir o nível de nenhum *output*. Na perspetiva de avaliação orientada para *outputs*, a eficiência é atingida através da expansão para *outputs* utilizando um determinado nível de *inputs*.

A metodologia DEA permite obter um índice de eficiência para cada DMU e distinguir as DMUs eficientes das ineficientes. Permite também, para cada DMU ineficiente, determinar as DMUs eficientes que são referência (*benchmark*) para que esta se torne eficiente.

2.5. Principais características das medidas de eficiência

A definição de eficiência segundo Pareto-Koopmans foi alvo de diversas pesquisas, de forma a determinar um conjunto de propriedades que uma medida de eficiência deve satisfazer. Färe e Lovell (1978) foram pioneiros na caracterização das propriedades que uma medida considerada eficiente deve satisfazer, que são:

- A eficiência só deve ser atribuída às unidades que sejam eficientes segundo Pareto-Koopmans;
- A eficiência de uma unidade ineficiente deve ser calculada comparando-a com as unidades eficientes segundo Pareto-Koopmans;
- Satisfazer a homogeneidade de grau -1 , ou seja, decresce proporcionalmente de forma equitativa mediante qualquer acréscimo proporcional nos *inputs* ou qualquer decréscimo proporcional nos *outputs*;
- Decresce monotonicamente mediante qualquer acréscimo nos *inputs*, ou seja, um aumento nos *inputs* reduz o nível de eficiência.

De acordo com os autores, a medida de eficiência de Farrell apenas satisfaz a propriedade de homogeneidade de grau -1 .

Mais tarde, Cooper e Pastor (1995), no contexto da DEA, listaram também um conjunto de propriedades que uma medida de eficiência deve satisfazer. Assim:

- O valor de eficiência deve ser um valor maior do que zero e menor ou igual do que 1;

- O valor de eficiência igual a 1, só deve ser atribuído a uma DMU Pareto-Koopmans;
- A medida de eficiência deve ser invariável em relação às unidades de medida dos *inputs* e dos *outputs*, o que significa que os valores de eficiência não dependem das unidades de *inputs* e *outputs* considerados;
- Deve ser “fortemente monotônico nos *inputs* e nos *outputs*”, isto é, um incremento em algum dos *inputs* ou uma redução em algum dos *outputs*, mantendo os demais fatores constantes, deve conduzir a uma diminuição no valor do índice de eficiência.

Note-se que a segunda propriedade e a versão para *input* da quarta propriedade são comuns, respetivamente, à primeira e à quarta propriedades, propostas por Färe e Lovell (1978).

Ainda no contexto da DEA, Tone (2001) estabeleceu também propriedades que uma medida de eficiência deve satisfazer, sendo que algumas delas foram anteriormente enumeradas. Assim, segundo este autor:

- As medidas de eficiência devem ser invariantes em relação às unidades às quais os *inputs* e *outputs* são medidos;
- A eficiência deve ser monótona, em cada folga nos *inputs* e nos *outputs*;
- A medida deve ser invariante no que respeita a translações paralela ao sistema de eixos coordenados que for aplicado;
- O valor da eficiência de uma DMU deve ser determinado apenas relativamente ao conjunto de referência dessa DMU.

Esta última propriedade dá ênfase a uma propriedade original dos modelos clássicos da DEA e refere que a medida de eficiência não pode ser influenciada por valores extremos, isto é, pelos valores mínimo e máximo do conjunto dos dados ou por estatísticas sobre esses dados.

A medida de Farrell não satisfaz a maioria destas propriedades nomeadamente a da eficiência segundo Pareto-Koopmans. Na tentativa satisfazer esta e outras propriedades referidas anteriormente, várias medidas e modelos, designadas por medidas e modelos não radiais, têm sido propostos no contexto da DEA. No próximo capítulo, são abordados alguns desses modelos, assim como os modelos radiais por forma a melhor compreender as diferenças entre os dois tipos de modelos.

3. Modelos e medidas de eficiência radial e não radial na DEA

3.1 Introdução

Existem basicamente dois tipos de modelos na metodologia DEA, radiais e não radiais, que permitem calcular dois tipos de medidas de eficiência, a radial e a não radial. Os modelos radiais tratam com alterações proporcionais e comuns aos *inputs* e *outputs* e negligenciam as folgas no cálculo do índice de eficiência. Os modelos não radiais, por sua vez, colocam de lado a hipótese de alterações proporcionais e tratam diretamente com as folgas (Tone, 2015).

Este capítulo tem por objetivo apresentar os modelos mais representativos dos dois tipos de medidas referidos. Assim, na seção 3.2, são apresentados os modelos radiais mais conhecidos, isto é, os modelos CCR e BCC. Na seção 3.3, são apresentados igualmente os modelos não radiais mais conhecidos, com destaque para o modelo relativo à medida de eficiência de Russell não orientada melhorada e o modelo baseado nas folgas (SBM) que, como se verá mais à frente, são equivalentes. Na seção 3.4, é apresentado o modelo de escala ajustada, conhecido na literatura por modelo RAM (*Range Adjusted Measure*), que contrariamente aos dois modelos referidos anteriormente é invariante à translação, podendo deste modo ser aplicado quando existem valores negativos nos *inputs* e/ou nos *outputs*.

3.2 Modelos e medidas de eficiência radiais

Os modelos radiais são usualmente representados pelo modelo CCR, proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) e pelo modelo BCC, proposto por Banker, Cooper e Charnes (1984). O primeiro considera retornos constantes de escala, isto é, considera que uma variação nos *inputs* produz uma variação proporcional nos *outputs* e é, por isso, também conhecido por modelo CRS (*Constant Returns to Scale*). O segundo, que constitui uma extensão do primeiro, considera retornos variáveis de escala, isto é, considera que uma variação nos *inputs* produz uma variação maior ou menor do que o proporcional nos *outputs* pelo que é também conhecido por modelo VRS (*Variable Returns to Scale*).

Cada um destes modelos contempla duas versões, uma orientada para *inputs* e outra orientada para *outputs*, consoante se pretenda atingir a eficiência através da redução dos *inputs* garantido um certo nível de *outputs*, ou através do aumento dos *outputs* utilizando um certo nível de *inputs*.

Para descrever os referidos modelos, considere-se que existem n DMUs homogêneas e independentes que se pretendem avaliar e que cada DMU usa m *inputs* e s *outputs*. Mais

especificamente, cada DMU_j ($j = 1, \dots, n$) utiliza a quantidade x_{ij} do *input* i ($i = 1, \dots, m$) para produzir a quantidade y_{rj} do *output* r ($r = 1, \dots, s$). Assume-se, ainda, que $x_{ij} \geq 0$, $y_{rj} \geq 0$ e que para cada DMU existe, pelo menos, um *input* e um *output* com valores positivos.

3.2.1 Modelo CCR

Como já se referiu, o modelo CCR contempla duas versões: uma orientada para *inputs* e outra orientada para *outputs*. A versão orientada para *inputs*, na sua forma fracionária, generaliza o conceito de eficiência (produtividade) usado em engenharia e em ciências, dado pelo quociente entre um único *output* e um único *input*, para o caso em que se tem vários *outputs* e vários *inputs*, sem a necessidade de estabelecer ponderadores *a priori*. Nesta versão, a eficiência para uma determinada DMU é então obtida através do quociente entre a soma ponderada dos *outputs* (*output* virtual) e a soma ponderada dos *inputs* (*input* virtual), onde os ponderadores constituem as variáveis de decisão. Assim, considerando as variáveis, não negativas, v_i ($i = 1, \dots, m$) e u_r ($r = 1, \dots, s$) que representam os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs*, respetivamente, a forma fracionária do modelo CCR orientado para *inputs*, que permite avaliar a eficiência da DMU_k ($k \in \{1, \dots, n\}$), é dada por

$$E_k = \max \frac{\sum_{r=1}^s y_{rk} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ik} v_i} \quad (3.1)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.4)$$

Neste modelo, o objetivo é obter os pesos (não negativos) associados aos *inputs* e aos *outputs* que maximizam o quociente entre a soma ponderada dos *outputs* e a soma ponderada dos *inputs* da DMU_k sujeito à condição de que, quando aplicados a cada uma das DMUs, não permitam obter um tal quociente superior a 1. Note-se que, por força destas restrições, o índice de eficiência é sempre menor ou igual a 1, isto é, $E_k \leq 1$.

O modelo anterior é um modelo de programação linear fracionária que admite uma infinidade de soluções, uma vez que se (u^*, v^*) é solução ótima então $(\alpha u^*, \alpha v^*)$ é também solução ótima, para todo $\alpha > 0$ (ver, por exemplo, Cooper, Seiford & Zhu, 2011). No entanto, aplicando a transformação de Charnes e Cooper (1962), isto é, usando a mudança de variáveis

$$t = \frac{1}{\sum_i x_{ik} v_i} \quad (3.5)$$

$$v_i = t v_i \quad (3.6)$$

$$\mu_r = t \mu_r \quad (3.7)$$

o modelo anterior pode ser transformado no seguinte problema de programação linear:

$$E_k = \max \sum_{r=1}^s y_{rk} \mu_r \quad (3.8)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^m x_{ik} v_i = 1 \quad (3.9)$$

$$-\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i + \sum_{r=1}^s y_{rj} \mu_r \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.10)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.11)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.12)$$

O modelo (3.8) – (3.12) é conhecido como a forma dos multiplicadores do modelo CCR orientado para *inputs*. A solução ótima deste modelo permite obter os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* para a DMU_k e o correspondente valor ótimo fornece o índice de eficiência para essa DMU. Resolvendo n problemas destes, um para cada DMU, as correspondentes soluções ótimas permitem obter o mesmo tipo de informação para todas as DMUs.

Com é sabido da programação linear, associado ao modelo anterior existe um outro, designado por dual. Assim, associando uma variável real θ à restrição (3.9) e as variáveis não negativas λ_j ($j = 1, \dots, n$) às restrições (3.10), o modelo dual do modelo (3.8) – (3.12) é dado por,

$$\theta^* = \min \theta \quad (3.13)$$

$$s. a. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq x_{ik} \theta \quad i = 1, \dots, m \quad (3.14)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.15)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.16)$$

$$\theta \in \mathbb{R} \quad (3.17)$$

O modelo anterior é conhecido por forma do envelope do modelo CCR orientado para *inputs*. Da teoria da dualidade sabe-se que os valores ótimos dos dois modelos são iguais, isto é, $\theta^* = E_k$. Então θ^* fornece o índice de eficiência e reflete a taxa máxima de redução proporcional, comum a todos os *inputs*. As restrições (3.14) garantem que essa redução não ultrapassa a fronteira definida pelas DMUs eficientes, enquanto as restrições (3.15) garantem que tal redução não implica uma redução do nível dos *outputs* para a DMU_k, isto é, para a DMU em avaliação. As restrições (3.16) e a restrição (3.17) indicam a natureza das variáveis.

O modelo (3.10) e (3.14) permite determinar facilmente o intervalo de variação para os índices de eficiência uma vez que $0 < \theta^* \leq 1$, como se mostra em Cooper, Seiford e Tone (2007).

Os valores das variáveis λ_j ($j = 1, \dots, n$) na solução ótima do modelo (3.13) – (3.17), λ_j^* , permitem determinar o conjunto das DMUs que são referência (*benchmarks*) para que uma DMU_k que seja ineficiente se torne eficiente. Tal conjunto, denotado por R_k , é constituído pelos índices correspondentes aos valores positivos de λ_j^* ($j \in \{1, \dots, n\}$), isto é,

$$R_k = \{j : \lambda_j^* > 0\} \quad j \in \{1, \dots, n\} \quad (3.18)$$

e é usualmente designado por conjunto de referência da DMU_k. Este conjunto pode ser constituído por um ou mais elementos. No caso de possuir mais do que um elemento, os valores de λ_j^* determinam a importância da correspondente DMU_j para que uma DMU_k ineficiente se torne em eficiente. Assim, quanto maior for o valor de λ_j^* , maior será a importância da correspondente DMU_j para que uma DMU_k se torne eficiente. É evidente que se uma DMU_k é eficiente, então é referência de si própria, isto é, $R_k = \{k\}$.

O modelo CCR permite obter dois tipos diferentes de eficiência. Assim, quando, na solução ótima do modelo do envelope, $\theta^* = 1$ e todas as variáveis de desvio nas restrições (3.11) e (3.12) são iguais a zero ou, através das condições de complementaridade forte, quando, na solução ótima do modelo dos multiplicadores, $E_k = 1$ e os pesos associados aos *inputs* e *outputs* são todos positivos, a DMU_k é eficiente segundo Pareto-Koopmans ou fortemente eficiente. Se, por outro lado, $\theta^* < 1$ e existem variáveis de desvios, nessas restrições, diferentes de zero ou, através das condições de complementaridade, se $E_k = 1$ e existem pesos iguais a zero então a DMU_k diz-se eficiente segundo Farrell ou fracamente eficiente, sendo obviamente ineficiente segundo Pareto-Koopmans. É claro que se $\theta^* < 1$, ou equivalentemente $E_k < 1$, a DMU_k diz-se ineficiente, quer segundo Farrell quer segundo Pareto-Koopmans.

Note-se que, como se refere em Cooper, Seiford, Tone e Zhu (2007), a medida de eficiência de Farrell é invariante às unidades, mas não é completa uma vez que não incorpora todos os tipos de ineficiência como acontece com a medida de Pareto-Koopmans.

Então, as três formas do modelo CCR descritas anteriormente permitem incorporar dois tipos diferentes de eficiência e estabelecer uma “ponte” para dois tipos de problemas muito diferentes, o da produtividade (eficiência em engenharia) e o da economia social, aumentando assim a potência e o alcance de cada um deles (Cooper, Seiford, Tone & Zhu, 2007).

A designação de modelo do envelope atribuída ao modelo (3.13) – (3.17) deve-se ao facto de a utilização deste modelo permitir gerar uma fronteira de eficiência que envelopa um conjunto de possibilidades de produção, definido pelo conjunto das soluções admissíveis desse modelo que, no que se segue, será denotado por T_{CCR} . Para definir tal conjunto denotem-se os vetores de *inputs* e *outputs* da DMU_j por $\mathbf{x}_j = [x_{1j} \ x_{2j} \ \dots \ x_{mj}]^T$ e $\mathbf{y}_j = [y_{1j} \ x_{2j} \ \dots \ x_{sj}]^T$, respetivamente. Então T é definido usando a combinação não negativa de DMUs do seguinte modo (ver, por exemplo, Tone, 2016)

$$T_{CCR} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{x} \geq \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \lambda_j, \mathbf{y} \leq \sum_{j=1}^n \mathbf{y}_j \lambda_j, \lambda_j \geq 0 \ (j = 1, \dots, n) \right\} \quad (3.19)$$

onde (\mathbf{x}, \mathbf{y}) representa uma atividade, isto é, um par de vetores de *inputs* $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ e *outputs* $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^s$ admissíveis. Este conjunto satisfaz as seguintes propriedades (Cooper, Seiford & Tone, 2007):

- (A1) As atividades observadas (x_j, y_j) ($j = 1, \dots, n$) pertencem a T_{CCR} .
- (A2) Se uma atividade (\mathbf{x}, \mathbf{y}) pertence a T_{CCR} então qualquer atividade $(t\mathbf{x}, t\mathbf{y})$ pertence a T_{CCR} para qualquer $t > 0$.
- (A3) Para uma atividade (\mathbf{x}, \mathbf{y}) em T_{CCR} qualquer atividade $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}})$ com $\bar{\mathbf{x}} \geq \mathbf{x}$ e $\bar{\mathbf{y}} \leq \mathbf{y}$ está em T_{CCR} . Isto é, qualquer atividade com *input* não inferior a \mathbf{x} em qualquer componente e com *output* não superior \mathbf{y} em qualquer componente é admissível.
- (A4) Qualquer combinação linear semi-positiva de atividades em T_{CCR} pertence a T_{CCR} .

Para uma melhor compreensão da diferença entre os dois tipos de eficiência referidos anteriormente, considere-se a figura 3.1 onde estão representadas as quantidades de dois *inputs* utilizados por cinco DMUs (A, B, C, D e E) para produzir uma unidade (ou a mesma quantidade) de *output*.

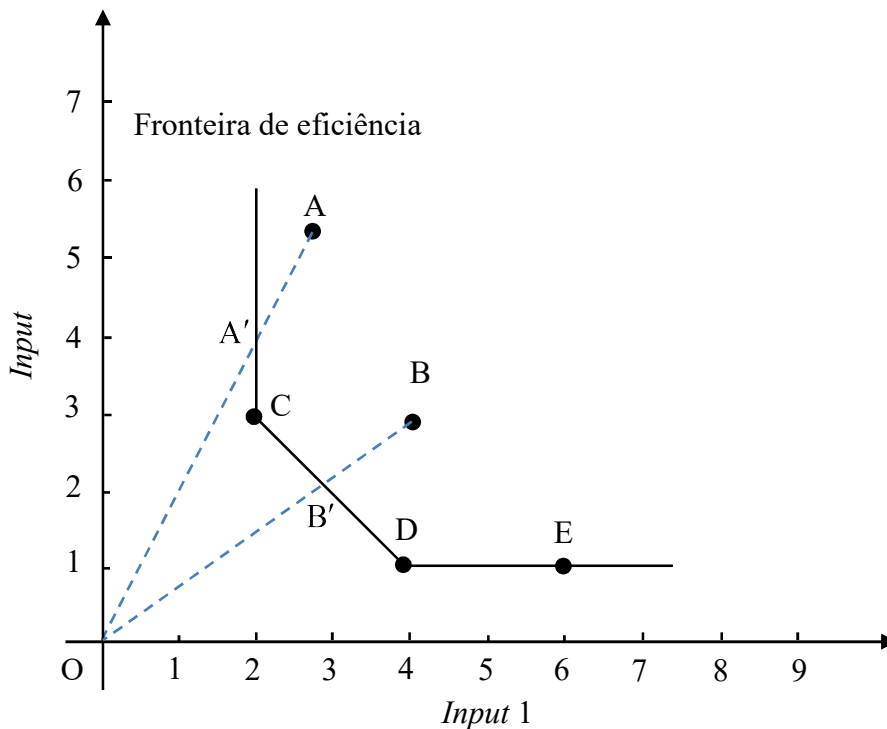


Figura 3.1 – Eficiência de Farrell versus eficiência Pareto-Koopmans.

Fonte: Ruggiero (2000)

De acordo com a figura 3.1, a fronteira de eficiência consiste da linha definida pelas DMUs C e D e das linhas vertical e horizontal que saem de C e D, respetivamente, que delimitam o conjunto de possibilidades de produção. A linha definida por C e D constitui a parte da

fronteira de eficiência forte, enquanto as restantes linhas constituem a parte da fronteira de eficiência fraca. Alguns autores consideram a fronteira de eficiência apenas a parte relativa à eficiência forte. Outros designam esta fronteira por fronteira de eficiência estendida.

Da observação da figura verifica-se que as DMUs C, D e E são eficientes segundo Farrell uma vez que não é possível reduzir na mesma proporção os dois *inputs* mantendo o nível de *output*. Contudo, a DMU E tem um comportamento diferente das DMUs C e D uma vez que o *input* 1 da DMU E pode ser reduzido para o valor do *input* 1 da DMU D. Isto significa que a DMU E não é eficiente segundo Pareto-Koopmans. Então qualquer DMU representada por um ponto à direita de D e com a mesma ordenada não é Pareto-Koopmans eficiente. O mesmo acontece com qualquer DMU representada por um ponto acima de C, isto é, com a mesma abcissa de C, mas com ordenada superior à do ponto C. Assim, o ponto A', projeção radial do ponto A na fronteira, não é eficiente uma vez que o *input* 2 relativo a esse ponto ainda pode ser reduzido para o *input* 2 da DMU C. Em ambos os casos estas situações são detetadas através da existência de variáveis de desvio diferentes de zero na solução ótima do modelo do envelope.

Para verificar a existência de variáveis de desvio não nulas, Cooper, Seiford e Tone (2007) propôs um procedimento de duas fases. Na primeira fase é obtido o valor θ^* usando o modelo (3.13) – (3.17). Na segunda fase é resolvido o seguinte modelo de programação linear:

$$\max \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \quad (3.20)$$

$$s. a. \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ik} \theta^* \quad i = 1, \dots, m \quad (3.21)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.22)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.23)$$

$$s_i^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.24)$$

$$s_r^+ \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.25)$$

Se $\theta^* = 1$ e o valor da função objetivo do modelo anterior é igual a 0, isto é, se as variáveis desvio nas restrições (3.21) e (3.22) são todas iguais a zero, então a DMU_k é fortemente eficiente ou eficiente segundo Pareto-Koopmans. Se, por outro lado, $\theta^* < 1$ e existem

variáveis de desvio diferentes de zero então a DMU_k é fracamente eficiente ou eficiente segundo Farrell.

Um primeiro trabalho que procurou incorporar as ineficiências devidas a folgas no cálculo da eficiência, ou de outro modo, garantir a positividade dos multiplicadores foi desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1981) com a apresentação dos modelos não Arquimédianos. Relativamente ao modelo CCR orientado para *inputs* o correspondente modelo não Arquimédiano é obtido do modelo (3.5) – (3.9) substituindo as restrições (3.8) e (3.9), respetivamente, por

$$v_i \geq \varepsilon > 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.8a)$$

$$u_r \geq \varepsilon > 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.9a)$$

onde ε é um valor não Arquimédiano, isto é, um valor menor do que qualquer valor real positivo. Esta alteração corresponde a que no modelo (3.13) – (3.17), isto é, no modelo do envelope, se introduzam as variáveis de desvio s_i^- e s_r^+ nas restrições (3.14) e (3.15), respetivamente, e se substitua a função objetivo (3.13) por

$$\theta^* = \min \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (3.13a)$$

A introdução deste valor não Arquimédiano pode conduzir a uma solução não real ou a resultados insatisfatórios quando a ε é atribuído um valor real pequeno, por exemplo, 10^{-6} (ver, por exemplo, Färe & Hunsaker, 1986).

No entanto, como se refere em Cooper, Seiford e Tone (2007), não é necessário recorrer a conceitos de matemática avançada para verificar se uma DMU é eficiente segundo Pareto-Koopmans quando $E_k = \theta^* = 1$. Basta utilizar um procedimento de duas fases referido anteriormente.

Como já foi referido, o modelo CCR orientado para *inputs* tem por objetivo a minimização dos *inputs* enquanto garante a produção de pelo menos um determinado nível de *outputs*. Existe uma outra versão do modelo CCR, orientada para *outputs*, cujo objetivo consiste em maximizar os *outputs* sem que seja incrementado qualquer dos *inputs*. A forma fracionária desta variante é obtida trocando o numerador pelo denominador na função objetivo e nas restrições na forma fracionária do modelo CCR orientado para *inputs* e, conseqüentemente, minimizando a função

objetivo. Seguindo o que foi feito para versão orientada para *inputs*, isto é, usando a transformação de Charnes e Cooper (1962) e a dualidade obtêm-se a forma dos multiplicadores e a forma do envelope para esta versão do modelo CCR.

No modelo CCR orientado para *outputs*, o valor da solução ótima fornece o valor pelo qual os *outputs* devem ser multiplicados sem que exista qualquer incremento nos *inputs* para que uma DMU ineficiente se torne eficiente. Deste modo, este valor é maior do que 1 pelo que o índice de eficiência é dado pelo seu inverso.

Relativamente a estas duas versões do modelo CCR verifica-se que ambas fornecem o mesmo índice de eficiência, apesar de apresentarem soluções ótimas diferentes, como se mostra em Cooper, Seiford e Tone (2007). Estes autores mostram também que, quer na forma do envelope quer na forma dos multiplicadores, a solução ótima de uma das versões pode ser obtida diretamente a partir da solução ótima da outra versão.

3.2.2 Modelo BCC

Como já foi referido, o modelo BCC (Banker, Cooper & Charnes, 1984) foi proposto como uma extensão do modelo CCR por forma a contemplar retornos variáveis de escala. Neste modelo, o conjunto de possibilidades de produção é um conjunto convexo que difere do conjunto definido em (3.19) pelo facto de incluir a igualdade

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (3.26)$$

que conjuntamente com as desigualdades $\lambda_j \geq 0$ ($j = 1, \dots, n$) impõem a condição de convexidade. Então o conjunto de possibilidades de produção T_{BCC} para o modelo BCC orientado para *inputs* é definido por

$$T_{BCC} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}): \mathbf{x} \geq \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \lambda_j, \mathbf{y} \leq \sum_{j=1}^n \mathbf{y}_j \lambda_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 (j = 1, \dots, n) \right\} \quad (3.19a)$$

Consequentemente, a forma do envelope do modelo BCC orientado para *inputs* é obtida da correspondente forma modelo CCR orientado para *inputs* através da introdução neste último da restrição (3.26). Isto equivale a adicionar uma variável real à função objetivo (3.8) e às restrições (3.10) no modelo dos multiplicadores. Designando essa variável por u^k , o modelo BCC orientado para *inputs*, na forma dos multiplicadores, obtêm-se da correspondente forma do modelo CCR orientado para *inputs* substituindo a função objetivo (3.8) por

$$E_k = \max \sum_{r=1}^s y_{rk} u_r + u^k \quad (3.8a)$$

e as restrições (3.10) por

$$-\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i + \sum_{r=1}^s y_{rj} u_r + u^k \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.10a)$$

Consequentemente, a forma fracionária do modelo BCC orientado para *inputs* resulta da mesma forma do modelo CCR orientado para *inputs* substituindo a função objetivo (3.1) por

$$E_k = \max \frac{\sum_{r=1}^s y_{rk} u_r + u^k}{\sum_{i=1}^m x_{ik} v_i} \quad (3.1a)$$

e as restrições (3.2) por

$$\begin{aligned} s. a. \quad & \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r + u^k}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2a) \\ & u^k \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

A variável u^{k*} indica o tipo de retorno de escala em que a DMU_k opera. Assim, se esse valor for positivo tal significa que a referida DMU_k opera sob retorno crescente de escala; se for negativo então a DMU_k opera sob retorno decrescente de escala; por fim, se esse valor for igual a zero então a DMU_k opera sob retorno constante de escala.

De modo similar se podem obter as três formas do modelo BCC orientado para *outputs* a partir das correspondentes três formas do modelo CCR orientado para *outputs*. Também, neste caso, o valor ótimo da variável v^k , isto é, v^{k*} , que surge na forma fracionária e na forma dos multiplicadores indica o tipo de retorno de escala. Contudo, neste caso, um valor positivo de v^{k*} significa que a DMU_k está a operar sob retorno decrescente de escala; um valor negativo de v^{k*} significa que a referida DMU_k está a operar sob retorno crescente de escala; finalmente, um igual a zero de v^{k*} significa que a DMU_k está a operar sob retorno constante de escala.

Note-se que, contrariamente ao que acontece com o modelo CRR, no modelo BCC não é possível estabelecer uma relação entre as soluções ótimas das variantes orientadas para *outputs* e para *inputs* devido à presença da variável que indica o tipo de retorno de escala.

Finalmente, comparando os modelos CCR e BCC, há a referir que o índice de eficiência fornecido pelo modelo BCC é maior ou igual do que o índice de eficiência fornecido pelo modelo CCR. Basta, para o efeito, ter em conta que, na forma do envelope, o conjunto das soluções admissíveis do modelo BCC é um subconjunto do conjunto das soluções admissíveis do modelo CCR. Então o índice de eficiência obtido por DMUs que operam sob retornos variáveis de escala é maior ou igual do que o obtido por DMUs que operam sob retornos constante de escala.

3.3 Modelos e medidas de eficiência não radiais

Os modelos apresentados na seção anterior que, como se referiu, permitem obter diretamente a eficiência de Farrell são modelos radiais, isto é, são modelos em que os *inputs* são reduzidos na mesma proporção enquanto os *outputs* se mantêm, no caso dos modelos orientados para *inputs*, ou em que os *outputs* são incrementados na mesma proporção enquanto os *inputs* se mantêm constantes, no caso dos modelos orientados para *outputs*. Como se viu, tais modelos ignoram a existência de excesso de *inputs* ou de déficit de *outputs*, normalmente designados por desvios ou folgas, na obtenção do índice de eficiência.

Um dos problemas associado à medida de Farrell é exatamente o da não contabilização das ineficiências devidas a folgas nos *inputs* e/ou *outputs* que pode levar a que DMU seja classificada de eficiente quando na realidade não o é. Por forma a contornar tal problema várias medidas e modelos têm sido propostos na literatura. Nesta seção são apresentados os principais modelos baseados nesses desvios ou folgas e que são conhecidos na literatura da especialidade por modelos não radiais.

3.3.1 Modelo aditivo

Como se refere em Cooper, Seifor, Tone e Zhu (2007), o modelo aditivo foi introduzido por Charnes, Cooper e Sueyoshi (1986) e, contrariamente aos modelos CCR e BCC que podem ser orientados para *inputs* ou para *outputs*, combina ambas as orientações. Tal modelo é dado pelo seguinte problema de programação linear:

$$\max \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \quad (3.27)$$

$$s. a. \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.28)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s_r^+ = y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.29)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.30)$$

$$s_i^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.31)$$

$$s_r^+ \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.32)$$

Sendo $(\lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ uma solução ótima do modelo (3.27) - (3.32), uma DMU_k diz-se eficiente se, e só se, $s^{-*} = 0$ e $s^{+*} = 0$; caso contrário, a DMU_k diz-se ineficiente. De referir que se uma DMU_k é eficiente através do modelo aditivo então é eficiente segundo Pareto-Koopmans.

O modelo (3.27) – (3.33) considera retornos contantes de escala. Este modelo pode também considerar retornos variáveis de escala, bastando para o efeito incluir no modelo anterior a restrição de convexidade

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (3.26)$$

apresentada na subsecção 3.2.2. O modelo aditivo com esta restrição é invariante à translação. Um modelo DEA diz-se invariante à translação se o valor da eficiência não depende da origem do sistema de coordenadas. Esta propriedade revela-se útil quando existem valores negativos nos *inputs* e/ou nos *outputs*, uma vez que a adição adequada de uma constante permite obter dados positivos sem alterar a solução ótima.

De referir que o modelo BCC orientado para *inputs* é também invariante à translação relativamente aos *outputs*, mas não o é relativamente aos *inputs*. Similarmente, o modelo BCC orientado para *outputs* é invariante à translação em relação aos *inputs*, mas não o é em relação aos *outputs*. Já o modelo CCR, quer orientado para *inputs* quer orientado para *outputs*, não é invariante à translação (Cooper, *et al.*, 2007)

De referir que o modelo aditivo pode também ser definido com orientação para *inputs* ou para *outputs*. O primeiro caso obtém-se removendo do modelo anterior as variáveis s_i^+ , isto é, as variáveis de desvio associadas aos *outputs*. Similarmente, o segundo caso obtém-se removendo variáveis s_i^- , isto é, as variáveis de desvio associadas aos *inputs*. Contudo, em tais modelos apenas são contabilizadas as ineficiências associadas aos *inputs* ou aos *outputs*, respetivamente. Tal fato tornam estes modelos pouco interessantes.

Note-se que o modelo aditivo apresentado anteriormente apenas permite verificar se uma DMU é eficiente ou não, não permitindo obter um índice de eficiência como acontece com os modelos radiais referidos na seção anterior. Para contornar esta desvantagem associada ao modelo aditivo, vários modelos não radiais têm sido propostos no âmbito da DEA, alguns dos quais são apresentados nas subseções seguintes.

Uma outra desvantagem associada ao modelo aditivo refere-se ao facto de este modelo poder não ser adequado na identificação de DMUs de referência uma vez que pode identificar DMUs de referência que estão muito afastadas da DMU em avaliação, como se refere em Cooper, Seiford, Tone e Zhu (2007).

Note-se, contudo, que apesar das desvantagens referidas anteriormente, o modelo aditivo tem desempenhado um papel crucial no desenvolvimento dos mais conhecidos modelos não radiais baseados em folgas e que são apresentados mais à frente.

3.3.2 Medida de Russell orientada

A medida de Russell orientada para *inputs* foi proposta por Färe e Lovell (1978) e pode ser obtida através do seguinte modelo de programação linear apresentado em Färe, Grosskopf e Lovell (1985):

$$E_k = \min \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \theta_i \quad (3.33)$$

$$s. a. \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta_i x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.34)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.35)$$

$$0 < \theta_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.36)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.37)$$

A função objetivo deste modelo indica que a medida de Russell orientada para *inputs* é a média aritmética das reduções associadas a cada *input*. Note-se que o modelo anterior diferencia-se da forma do envelope do modelo CCR orientado para *inputs* exatamente pelo facto de considerar uma variável associada a cada *input* que indica a redução ou contração desse *input* em vez de considerar uma única variável comum a todos os *inputs*.

A medida de Russell orientada para *outputs* foi apresentada em Färe, Grosskopf e Lovell (1985) e é obtida através do seguinte modelo:

$$E_k = \max \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \phi_r \quad (3.38)$$

$$s. a. \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.39)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq \phi_r y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.40)$$

$$\phi_r \geq 1 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.41)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.42)$$

Nesta variante, a função objetivo indica que a medida de Russell orientada para *outputs* é a média aritmética das expansões associadas a cada *output*. Similarmente, a diferença entre este modelo e a forma do envelope do modelo CCR orientado para *outputs* reside no facto de considerar uma variável associada a cada *output* que indica a expansão desse *output* em vez de considerar uma única variável comum a todos os *outputs*.

Note-se que a medida de Russell orientada para *inputs* apenas contabiliza as folgas nos *inputs*, o mesmo acontecendo com a versão orientada para *outputs* que apenas contabiliza as folgas nos *outputs*.

3.3.3 Medida de Russell não orientada

A medida de Russell não orientada foi proposta por Färe, Grosskopf e Lovell (1985) e resulta da combinação das medidas de Russell orientada para *inputs* e para *outputs*, apresentadas anteriormente. Para determinar essa medida aqueles autores propuseram o seguinte modelo:

$$E_k = \min \frac{1}{m+s} \left(\sum_{i=1}^m \theta_i + \sum_{r=1}^s \frac{1}{\phi_r} \right) \quad (3.43)$$

$$s. a. \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta_i x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.44)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq \phi_r y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.45)$$

$$0 < \theta_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.46)$$

$$\phi_r \geq 1 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.47)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.48)$$

De acordo com Pastor, Ruiz e Sirvent (1999), o modelo anterior apresenta duas desvantagens. A primeira é devida ao facto de se tratar de um problema de programação não linear e da consequente dificuldade na obtenção da solução óptima. A segunda tem a ver com o facto de ser uma medida de significado não imediato por se tratar da média ponderada da média aritmética e da média harmónica, como é referido em Cooper, Parker e Pastor (1998).

3.3.4 Medida baseada em desvios e Medida de Russell não orientada melhorada

A fim de contornar as desvantagens associadas à medida de Russell não orientada referidas anteriormente, Pastor, Ruiz e Sirvent (1999) propuseram uma nova medida de Russell denominada Medida de Russell não orientada melhorada. Esta medida combina as medidas de Russell orientada para *inputs* e para *outputs* na forma de rácio, em vez de o fazer na forma aditiva como acontece na medida de Russell não orientada, e é fornecida pelo seguinte modelo:

$$E_k = \min \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \theta_i}{\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \phi_r} \quad (3.49)$$

$$s. a. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta_i x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.50)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq \phi_r y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.51)$$

$$0 < \theta_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.52)$$

$$\phi_r \geq 1 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.53)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.54)$$

A função objetivo do modelo anterior indica que esta medida é dada pelo quociente entre a eficiência média dos *inputs* e a eficiência média dos *outputs*. Note-se que esta interpretação é mais imediata do que a fornecida pela medida não orientada de Russell.

Pastor, Ruiz e Sirvent (1999) utilizaram as relações

$$\theta_i = \frac{x_{ik} - s_{ik}^-}{x_{ik}} = 1 - \frac{s_{ik}^-}{x_{ik}} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.55)$$

$$\phi_r = \frac{y_{rk} + s_{rk}^+}{y_{rk}} = 1 + \frac{s_{rk}^+}{y_{rk}} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.56)$$

para obter um novo modelo onde a medida não orientada melhorada de Russell é expressa através das variáveis de desvio (folgas). Tal modelo é dado por:

$$\rho_k^* = \min \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{ik}^-}{x_{ik}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_{rk}^+}{y_{rk}}} \quad (3.57)$$

$$s. a. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_{ik}^- = x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.58)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_{rk}^+ = y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.59)$$

$$s_{ik}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.60)$$

$$s_{rk}^+ \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.61)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.62)$$

Como se mostra em Cooper, Seiford e Tone (2007), o modelo (3.57) – (3.62) é equivalente ao modelo proposto por Tone (1997, 2001) baseado nos desvios e por isso usualmente designado por SBM (*Slack Based Measure*). Segundo aqueles autores, o modelo SBM foi primeiramente proposto por Tone (1997) num trabalho de investigação científica publicado na “Graduate School of Policy Science” na universidade de Saitama, Japão, e posteriormente publicado em 2001 no *European Journal of Operational Research*.

Note-se que a diferença entre o modelo anterior e o modelo aditivo reside apenas na função objetivo, uma vez que as restrições são as mesmas. No modelo SBM, a função objetivo usa as variáveis de desvio de modo a permitir uma medida ρ_k^* que satisfaz a condição $0 \leq \rho_k^* \leq 1$. Quando $\rho_k^* = 1$ ou, equivalentemente, quando $s^{*-} = 0$ e $s^{*+} = 0$, isto é, quando todos os

inputs e *outputs* têm desvios iguais a zero, a DMU_k diz-se eficiente ou, mais especificamente, fortemente eficiente ou eficiente segundo Pareto-Koopmans.

Como se demonstra em Tone (1997, 2001), o valor de ρ_k^* não excede o valor θ^* no modelo CCR. Estes autores mostram também que uma DMU_k é eficiente segundo Pareto-Koopmans através do modelo CCR se, e só se, é eficiente através do modelo SBM. De referir ainda que o modelo SBM identificará uma DMU_k como eficiente se, e só se, o modelo aditivo também identificar essa DMU como eficiente (Cooper, Seiford, Tone & Zhu, 2007).

O modelo SBM, ou o modelo da medida de Russell melhorada, é um modelo de programação linear fracionária, que pode ser transformado num modelo de programação linear através da transformação de Charnes e Cooper (1962). Para o efeito sejam:

$$\beta = \left(1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{rk}} \right)^{-1} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.63)$$

$$t_{ik}^- = \beta s_{ik}^- \quad i = 1, \dots, m \quad (3.64)$$

$$t_{rk}^+ = \beta s_{rk}^+ \quad r = 1, \dots, s \quad (3.65)$$

$$\mu_j = \beta \lambda_j \quad j = 1, \dots, n \quad (3.66)$$

Utilizando as relações anteriores, o modelo (3.57) – (3.62) pode ser reescrito no seguinte problema de programação linear:

$$\tau_k^* = \min \beta - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{t_{ik}^-}{x_{ik}} \quad (3.67)$$

$$s. a. \quad \beta + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{t_{rk}^+}{y_{rk}} = 1 \quad (3.68)$$

$$-\beta x_{ik} + \sum_{j=1}^n x_{ij} \mu_j + t_{ik}^- = 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.69)$$

$$-\beta y_{rk} + \sum_{j=1}^n y_{rj} \mu_j - t_{rk}^+ = 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.70)$$

$$t_{ik}^-, t_{ik}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.71)$$

$$\mu_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.72)$$

$$\beta \geq 0 \quad (3.73)$$

Sendo $(\tau_k^*, \beta^*, t^{-*}, t^{+*}, \mu)$ solução ótima do modelo anterior, a solução ótima do modelo SBM é obtida através das relações (Tone 1997, 2001)

$$\rho_k^* = \tau_k^*, \lambda^* = \frac{\mu^*}{\beta^*}, s^{-*} = \frac{t^{-*}}{\beta^*}, s^{+*} = \frac{t^{+*}}{\beta^*} \quad (3.74)$$

À semelhança do que acontece com os modelos radiais apresentados na seção 3.2, o conjunto de índices correspondentes aos valores positivos de λ_j ($j \in \{1, \dots, n\}$), isto é, o conjunto

$$R_k = \{j : \lambda_j > 0\} \quad (j \in \{1, \dots, n\}) \quad (3.75)$$

é designado conjunto de referência da DMU_k.

O modelo SBM pode ser interpretado como um produto de ineficiências de *inputs* e *outputs* (Tone, 2001). De facto, a função objetivo (3.57) do referido modelo pode ser escrita do seguinte modo:

$$\left(1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{ik}^-}{x_{ik}}\right) \left(1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_{rk}^+}{y_{rk}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{x_{ik} - s_{ik}^-}{x_{ik}}\right) \left(\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{y_{rk} + s_{rk}^+}{y_{rk}}\right)^{-1}$$

Na expressão do segundo membro da igualdade anterior, o rácio $(x_{ik} - s_{ik}^-)/x_{ik}$ calcula a taxa de redução relativa do *input* i , pelo que o primeiro termo dessa expressão corresponde à taxa média de redução dos *inputs* ou à ineficiência média dos *inputs*. Similarmente, o rácio $(y_{rk} + s_{rk}^+)/y_{rk}$ calcula a taxa de expansão relativa do *output* r e, deste modo, o segundo termo da expressão corresponde ao inverso da taxa média de expansão dos *outputs* ou à ineficiência média dos *outputs*.

Ignorando o denominador da função objetivo do modelo SBM obtém-se o modelo SBM orientado para *inputs*. Tem-se então o seguinte modelo:

$$\rho_k^{I*} = \min 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{ik}^-}{x_{ik}} \quad (3.76)$$

$$s. a. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_{ik}^- = x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.77)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.78)$$

$$s_{ik}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.79)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.80)$$

Identicamente, ignorando o numerador da função objetivo do modelo SBM obtém-se o modelo SBM orientado para *outputs*, dado pelo seguinte modelo:

$$\rho_k^{o*} = \min \frac{1}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_{rk}^+}{y_{rk}}} \quad (3.81)$$

$$s. a. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.82)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_{rk}^+ = y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.83)$$

$$s_{rk}^+ \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.84)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.85)$$

Note-se que, comparando as versões orientadas com a versão não orientada do modelo SBM, verifica-se que $\rho_k^{I*} \geq \rho^*$ e $\rho_k^{O*} \geq \rho^*$, como se refere em Cooper, Seiford e Tone (2007). Verifica-se também que a medida de eficiência fornecida pelos modelos SBM orientados para *inputs* e para *outputs* é equivalente à medida de Russell orientada para *inputs* e para *outputs*, respetivamente (Tone 1997, 2001).

Os modelos SBM, não orientado, orientado para *inputs* e orientado para *outputs*, assim como os modelos relativos à medida de Russell, apresentados anteriormente, consideram retornos constantes de escala. No entanto, à semelhança do que acontece com o modelo aditivo, tais modelos podem facilmente ser adaptados por forma a contemplar retornos variáveis de escala. Basta, para o efeito, introduzir a restrição de convexidade

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (3.26)$$

nos respetivos modelos.

3.3.5 Modelo SBM-Max

O modelo SBM, apresentado na subseção anterior, avalia a eficiência de DMUs referindo-se ao ponto mais distante da fronteira de eficiência dentro de um determinado intervalo, o que pode originar um pior índice de eficiência ou identificar um ponto inapropriado como referência (Tone, 2016).

De modo a ultrapassar estes problemas, Tone (2010) apresentou quatro variantes do modelo SBM onde a principal preocupação é encontrar o ponto mais próximo da fronteira de eficiência do conjunto de possibilidades de produção. Uma dessas variantes, designada por SBM-Max, que será utilizada na componente prática deste trabalho a apresentar no capítulo seguinte, será apresentada de seguida. Antes considere-se a figura 3.2, onde se ilustra a relação entre os modelos SBM, CCR e SBM-Max, apresentada em Tone (2016).

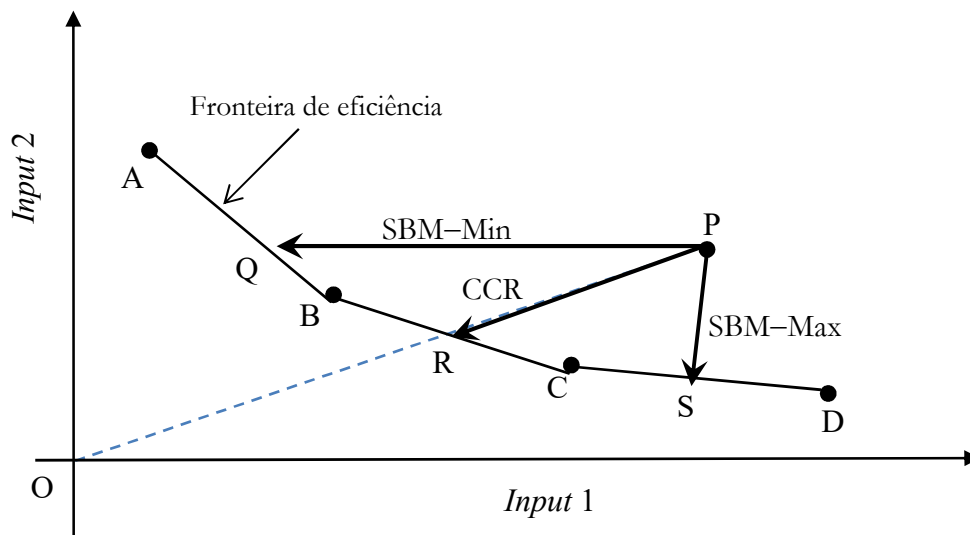


Figura 3.2 – Comparação entre os modelos SBM, CCR e SBM-Max.

Fonte: Tone (2016).

Na figura 3.2 estão representadas cinco DMUs (A, B, C, D e P) e a fronteira de eficiência definida pelas DMUs A, B, C e D. A projeção da DMU ineficiente P na fronteira de eficiência usando os modelos SBM original (ou SBM-Min), CCR e SBM-Max é dada pelos pontos Q, R e S, respetivamente. Como se pode verificar, com o modelo SBM-Max é possível atingir a eficiência com menos reduções de *input* e menos expansões de *output* do que com o modelo SBM original.

O modelo SBM–Max consiste na obtenção da solução de um modelo de programação linear adicional ao modelo SBM original, para cada DMU ineficiente. Assim, para cada DMU_k ($k = 1, \dots, n$) é resolvido o modelo SBM original. Se a DMU_k é ineficiente, considera-se o respetivo conjunto de referência R_k definido em (3.75) e, em seguida, resolve-se o seguinte modelo para obter o índice máximo.

$$\rho_k^{\max*} = \max \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_{ik}^-}{x_{ik}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_{rk}^+}{y_{rk}}} \quad (3.86)$$

$$s. a. \quad \sum_{j \in R} x_{ij} \lambda_j + s_{ik}^- = x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.87)$$

$$\sum_{j \in R} y_{rj} \lambda_j - s_{rk}^+ = y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.88)$$

$$s_{ik}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.89)$$

$$s_{rk}^+ \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.90)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.91)$$

Como se refere em Tone (2010), trata com as mesmas facetas do conjunto de possibilidades de produção que o modelo original SBM-Min pelo que se verifica que $\rho_k^{\max*} \geq \rho_k^{\min*}$. Esta variante consiste assim na resolução de um número limitado de problemas de programação linear o que a torna atrativa do ponto de vista computacional em relação a outras que envolvem a resolução de problemas de programação linear inteira mista ou outros métodos computacionalmente mais difíceis. Contudo, como as facetas definidas por R_k são uma instância de todas as facetas do conjunto de possibilidades de produção poderão existir facetas que não estão a ser consideradas na avaliação da eficiência máxima da DMU_k. Então a projeção na fronteira pode resultar num ponto que não é o mais próximo e, consequentemente, a medida não satisfaz a condição de eficiência de Pareto-Koopmans.

À semelhança do que acontece como o modelo SBM original, o modelo SBM-Max pode também ser orientado para *inputs* ou para *outputs*, bastando para o efeito negligenciar o denominador ou o numerador da função objetivo, respetivamente.

3.3.6 Medida de escala ajustada (RAM)

As medidas SBM e de Russell melhorada são invariantes às unidades, mas não o são à translação. Cooper, Parker e Pastor (1999) introduziu uma medida que além de ser invariante aos dados é também invariante à translação. Trata-se de uma medida de escala ajustada usualmente designada por RAM e que é dada pelo seguinte modelo:

$$\max \frac{1}{m+s} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right) \quad (3.92)$$

$$s. a. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ik} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.93)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s_r^+ = y_{rk} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.94)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (3.95)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.96)$$

$$s_i^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.97)$$

$$s_r^+ \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.98)$$

Neste modelo, R_i^- e R_s^+ são os parâmetros de escala, obtidas através das seguintes relações

$$R_i^- = \bar{x}_i - \underline{x}_i$$

$$R_s^+ = \bar{y}_r - \underline{y}_r$$

onde

$$\bar{x}_i = \max_j \{x_{ij}\} \quad , \quad \underline{x}_i = \min_j \{x_{ij}\} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\bar{y}_r = \max_j \{y_{rj}\} \quad , \quad \underline{y}_r = \min_j \{y_{rj}\} \quad r = 1, \dots, s$$

A função objetivo (3.92) é igual a zero se, e só se, todas as variáveis de desvio são iguais a zero e é igual a um se, e só se, $s_i^{-*} = R_i^-$ e $s_r^{+*} = R_r^+$. Então esta função objetivo fornece uma medida de ineficiência, mais precisamente uma medida de ineficiência RAM. Por forma a obter uma medida de eficiência cujo valor está no intervalo $[0,1]$, a função objetivo é substituída por

$$\Gamma = 1 - \frac{1}{m+s} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right)$$

Note-se que o modelo RAM pode ser visto como uma versão ponderada de uma variante do modelo aditivo onde os pesos, dados pelos inversos dos parâmetros de escala, são dependentes dos dados relativos aos *inputs* e aos *outputs* e não determinados *a priori*.

Como se mostra em Cooper, Park e Pastor (1999), o modelo RAM apresentado anteriormente é invariante à translação porque inclui as restrições de convexidade (3.85) que indicam que as DMUs operam sob a hipótese de retornos variáveis de escala. Sem essas restrições, isto é, sob a hipótese de retornos constantes de escala, o modelo deixa de ser invariante à translação, à semelhança do que acontece com o modelo aditivo, têm as mesmas restrições.

4. Avaliação da eficiência em municípios e em municípios agregados

4.1 Introdução

O presente capítulo tem por objetivo apresentar um estudo prático onde são aplicados alguns dos modelos da metodologia DEA mencionados no capítulo anterior. Mais precisamente, utilizando-se esses modelos faz-se uma avaliação da performance dos municípios em Portugal Continental durante o ano de 2014. Considerando os enormes desequilíbrios existentes entre os vários municípios no que respeita ao número de habitantes e à área de cada município, sugere-se uma agregação de municípios com a qual se procura reduzir tais desequilíbrios. Deste modo, a referida avaliação incidirá sobre os atuais municípios e sobre aqueles que resultam da agregação proposta. Com esta avaliação pretende-se ter uma ideia dos ganhos de eficiência que podem ser conseguidos com a agregação de municípios.

Em Portugal, os trabalhos sobre a avaliação do desempenho organizacional dos municípios são escassos, apenas são conhecidos dois estudos de Afonso e Fernandes (2006, 2008). No primeiro, foi medida a eficiência da despesa do governo local, na região de Lisboa e Vale do Tejo em 2001, utilizando a metodologia DEA para estimar a fronteira de produção. O objetivo deste trabalho foi de mostrar que o desempenho local poderia ser melhorado sem ter necessariamente de se aumentar os gastos municipais. No segundo, é feita uma avaliação da eficiência relativa dos municípios por regiões, de acordo com a NUT II, utilizando o modelo clássico da metodologia DEA. Não se conhece qualquer outro trabalho de aplicação da metodologia DEA aos municípios assim como sobre a agregação dos mesmos.

O restante deste capítulo é organizado como se segue. Na seção 4.2, é feita uma caracterização dos municípios por forma a identificar os desequilíbrios existente relativamente ao número de habitantes e à área de cada município, que constituem dois aspetos importantes na divisão administrativa do território. Na seção 4.3, é proposta uma agregação de municípios e é descrita a forma como a mesma foi feita. Na seção 4.4, são apresentados os dados relativos aos *inputs* e *outputs* e refere-se a forma como esses dados foram selecionados, assim como, a escolha dos modelos utilizados para obtenção dos resultados. Por fim, na seção 4.5, são apresentados os resultados obtidos, bem como a análise dos mesmos.

4.2 Caracterização dos Municípios

Os municípios são legalmente definidos como autarquias locais, cujo intuito visa ir ao encontro das necessidades da população residente, no que diz respeito à saúde, ação social, educação, habitação entre outras áreas.

O artigo 6º da Constituição da República Portuguesa, contempla a existência de autarquias locais, referindo que estas entidades possuem “capacidade efetiva de regulamentarem e gerirem, nos termos da lei, sob a sua responsabilidade e no interesse das respetivas populações, uma parte importante dos assuntos públicos”.

O território português está organizado em 308 municípios que integram 3094 freguesias e que estão incluídos em 18 distritos. Destes municípios, 278 situam-se no Continente e os restantes 30 nas Regiões Autónomas dos Açores e da Madeira. Relativamente à dimensão dos municípios, tendo em conta o seu número de habitantes, estes são classificados em 3 tipos:

- Municípios pequenos, com uma população inferior ou igual a 20.000 habitantes;
- Municípios médios, onde a sua população é superior a 20.000 habitantes e inferior ou igual a 100.000 habitantes;
- Municípios grandes, com uma população superior a 100.000 habitantes.

Na tabela 4.1, é apresentada a distribuição, em termos percentuais, destes três tipos de municípios por cada uma das sete regiões, conforme classificação da associação nacional de municípios referida como NUT II: Norte, Centro, Lisboa, Alentejo, Algarve, Açores e Madeira.

Tabela 4.1- Classificação dos municípios quanto ao nº de habitantes.

%	Norte	Centro	Lisboa	Alentejo	Algarve	Açores	Madeira
Pequenos	53%	63%	6%	78%	44%	79%	64%
Médios	35%	35%	33%	22%	56%	21%	27%
Grandes	12%	2%	61%	0%	0%	0%	9%

Fonte: Informação retirada de pordata.

Analisando a tabela 4.1, constata-se que, à exceção das regiões de Lisboa e do Algarve, o número de pequenos municípios é superior à soma do número de médios e grandes

municípios. O Algarve é a região onde o número de municípios médios supera o de municípios grandes, não existindo nesta região, assim como nas regiões do Alentejo, Açores e Madeira, qualquer município de grande dimensão. A região de Lisboa é aquela em que o número de grandes municípios prevalece em relação aos outros dois tipos sendo também a região com menor número de municípios pequenos.

Em complemento à informação apresentada na tabela 4.1, de referir ainda que existem 110 municípios, isto é, mais de um terço do número total de municípios, que não chega atingir os 10 milhares de habitantes. Destes municípios, localizados sobretudo no interior do país, 93 situam-se no continente, 12 nos Açores e 5 na Madeira. Destes 110 municípios existem 55, isto é, metade, que têm 5 mil ou menos habitantes. As zonas mais despovoadas encontram-se nos distritos de Portalegre, Beja, Castelo Branco, Viseu, Vila Real e Santarém.

O município mais pequeno do país encontra-se no Corvo (Açores) com 488 habitantes, seguido por Porto Moniz (Madeira) com 2645 habitantes. No Continente, Barrancos e Alvito, ambos no distrito de Beja, com 1697 e 2720 habitantes respetivamente, são os municípios com menor população no Continente. Em sentido oposto, os 4 municípios com mais habitantes, encontram-se situados nos distritos de Lisboa e Porto, sendo Lisboa o de maior dimensão com 547.733 habitantes, seguido pelos municípios de Sintra com 377.835 habitantes, Vila Nova de Gaia com 302.295 habitantes e por fim Porto com 237.591 habitantes.

Relativamente à área, e de acordo com os dados disponibilizados na base de dados pública Pordata, verifica-se que o município com menor área do país diz respeito a S. João da Madeira com apenas 8 Km², seguido pelo Entroncamento com 14 Km² e pelo Corvo (Açores) que apresenta a terceira menor área, 17 Km². Em sentido oposto, os três maiores municípios em termos de área são Odemira com uma área de 1.721 Km², seguido de Alcácer do Sal com 1.500Km² de área e, por fim, Castelo Branco com uma área de 1.438 Km².

Em termos de densidade populacional (nº habitantes/Km²), verifica-se também que existem grandes diferenças entre os diversos municípios. Enquanto os três municípios de menor densidade, Alcoutim, Mértola e Idanha-a-Nova têm densidades populacionais de 4,4, de 5,1 e de 6,2, respetivamente, os três de maior densidade, Amadora, Odivelas e Porto têm densidades populacionais 7.413,7, de 5.789,4 e de 5.224,6, respetivamente.

Face aos dados acima referidos, são notórios os desequilíbrios existentes entre os vários municípios. Deste modo, a reorganização administrativa, em termos de municípios, constitui

um tema pertinente na reforma da administração pública em Portugal. É evidente que essa reorganização será tanto mais importante se for acompanhada de medidas de descentralização que permitam prestar um melhor serviço aos cidadãos. Uma forma simples de reorganização, seria a de reduzir o número de municípios através da agregação dos mesmos.

4.3 Agregação de municípios e a sua importância

A caracterização apresentada na seção anterior, mostra que existem grandes discrepâncias entre municípios em Portugal no que se refere ao número de habitantes e à área, assim como, à densidade populacional. Tais discrepâncias justificam a necessidade de se considerar uma nova organização administrativa do território em termos de municípios, que pode ser realizada através de uma agregação destes. Essa agregação conduzirá certamente a um maior desempenho por parte dos municípios para além de uma óbvia redução dos custos.

Note-se que, a agregação de serviços e entidades tem sido a forma utilizada para a reforma da administração pública em diversas áreas como, por exemplo, na educação, na saúde e na justiça.

Relativamente ao setor da educação, e segundo o Conselho Nacional de Educação, o parque escolar assistiu a uma forte reorganização desde o ano letivo de 2001/2002. Das 5500 unidades orgânicas, das quais 4811 eram escolas não agrupadas, que existiam nesse ano letivo, passaram a existir 816, das quais 113 eram escolas não agrupadas, no ano letivo de 2012/2013.

Para a execução dessa agregação de escolas, foram considerados vários critérios tais como o da proximidade geográfica, da eficiência dos recursos humanos, das infraestruturas, do número de alunos por turma e por professor. Deste modo, após esta reorganização foi possível, durante aquele período, reduzir o número médio de alunos por turma de 26, para os atuais 21,7 alunos, um valor próximo do registado pela média da União Europeia (UE) que é de 21 alunos por turma.

Na justiça, a reorganização foi também feita através do encerramento de alguns tribunais e da criação de secções de proximidade. Situação idêntica ocorreu também na área da saúde, através do agrupamento de centros de saúde, com serviços personalizados e orientados para a saúde familiar.

De referir que a reorganização territorial consta do Programa de Assistência Económica e Financeira (PAEF) a Portugal, estabelecido a 11 de maio de 2010 através do Regulamento

n°407/2010 do Conselho da União Europeia, onde foram descritas condições gerais da política económica a seguir. Neste memorando foi estabelecido que o Governo teria de realizar uma forte reorganização territorial da estrutura da administração local, nomeadamente no que respeita ao número de municípios.

O Governo deveria assim até julho 2012 desenvolver um projeto de forma a reorganizar e reduzir o número de municípios existentes. Contudo, nada foi feito nesse sentido, apenas foi realizada uma redução em cerca 27% do número de freguesias, que passaram de 4.260 para as atuais 3.092. Face ao exposto, é evidente que as razões que impedem a reorganização dos municípios, apenas podem ser atribuídas a interesses partidários e cooperativos, que não tem em conta o interesse público.

Mas não foi só em Portugal que foi necessária a intervenção através do PAEF. Um dos primeiros parceiros da UE a ser apanhado em derrapagem financeira foi a Grécia, a que se seguiu Portugal e Espanha, sendo que este último apenas admitiu um resgate parcial à banca. Existiram várias medidas que foram transversais a todos estes países, sendo a mais importante o reconhecimento de que todos estes países deveriam ver reduzido o seu número de municípios e freguesias. Assim, a Grécia reduziu o número de municípios de 910 para 325, já o Governo de Espanha, viu diminuído o número de municípios de 8.100 para 5.900.

A título de exemplo, de referir que a Bélgica possui um sistema de organização administrativa diferente do português, onde os municípios têm competências que em Portugal são atribuídas às juntas de freguesia, tais como, registos de residência e fiscais, recolha de resíduos, entre outros. Apesar disso, a Bélgica possui apenas 59 municípios.

A Bélgica tem 10,2 milhões de habitantes e uma área de 30,5 Kms², o que resulta numa densidade populacional média de cerca de 0,39 habitantes/Km². Em Portugal Continental existem 10,1 milhões de habitantes em 89 Kms², ou seja, existe uma densidade populacional média de 0,11 habitantes/Km². Verifica-se assim que Portugal, apesar de ter uma área territorial cerca de três vezes superior, tem um número idêntico de habitantes e a sua densidade populacional é pouco mais de um quarto em relação à Bélgica. Contudo, o número de municípios existente em Portugal é aproximadamente o quádruplo do número de municípios existente na Bélgica.

Os municípios devem ser vistos como organizações, em que a gestão dos mesmos deve ter como objetivo criar valor aos acionistas, neste caso aos contribuintes, assim como prestar-lhes o melhor serviço de modo a satisfazer os mesmos.

O presente estudo tem como objetivo avaliar o impacto que uma redução no número de municípios pode ter na avaliação da eficiência de municípios. Para o efeito, procedeu-se a uma agregação dos municípios tendo em conta os seguintes aspetos:

- O número de funcionários foi mantido, isto porque, o que se pretende demonstrar não passa por uma política de despedimentos, mas sim por uma utilização mais eficaz de recursos;
- Para custos com pessoal executivo do município resultante da agregação, considerou-se o custo mais elevado entre os custos com pessoal executivo relativos aos municípios que estejam a ser objeto de agregação;
- A agregação de dois ou mais municípios, leva a que existam ativos que possam ser alienados, entre os quais edifícios, mobiliário, veículos e outros bens (que não vencimentos), assim, ao serem agregados municípios é reduzido 30% ao valor total dos custos não executivos. Esta percentagem representa uma diminuição de apenas 2% no universo de custos totais em análise inicialmente;
- Após a agregação, os municípios não devem ter um número de habitantes ou uma área, em Km², inferiores aos valores médios dos municípios existentes em Portugal Continental, isto é, devem ter pelo menos 36.143 habitantes ou ter uma área de pelo menos 319 Km²;
- Os municípios são agregados dentro de cada distrito, com base na sua proximidade geográfica, pois não faria sentido utilizar municípios que não sejam confinantes.

Após a referida agregação, o número de municípios no Continente passou dos atuais 278 para 117, verificando-se uma diminuição de 161 municípios, que teve como resultado uma organização mais equilibrada em termos de habitantes de área.

Na figura 4.1 apresentam-se dois mapas, um com a atual distribuição dos municípios e outro com a distribuição resultante da agregação realizada. Como se pode observar, no mapa dos municípios agregados a distribuição dos municípios é, em termos de área, mais equilibrada do que no mapa dos atuais municípios. É evidente que existem zonas do país em que a agregação poderia ter sido maior e, deste modo, obter um maior equilíbrio em termos de área.

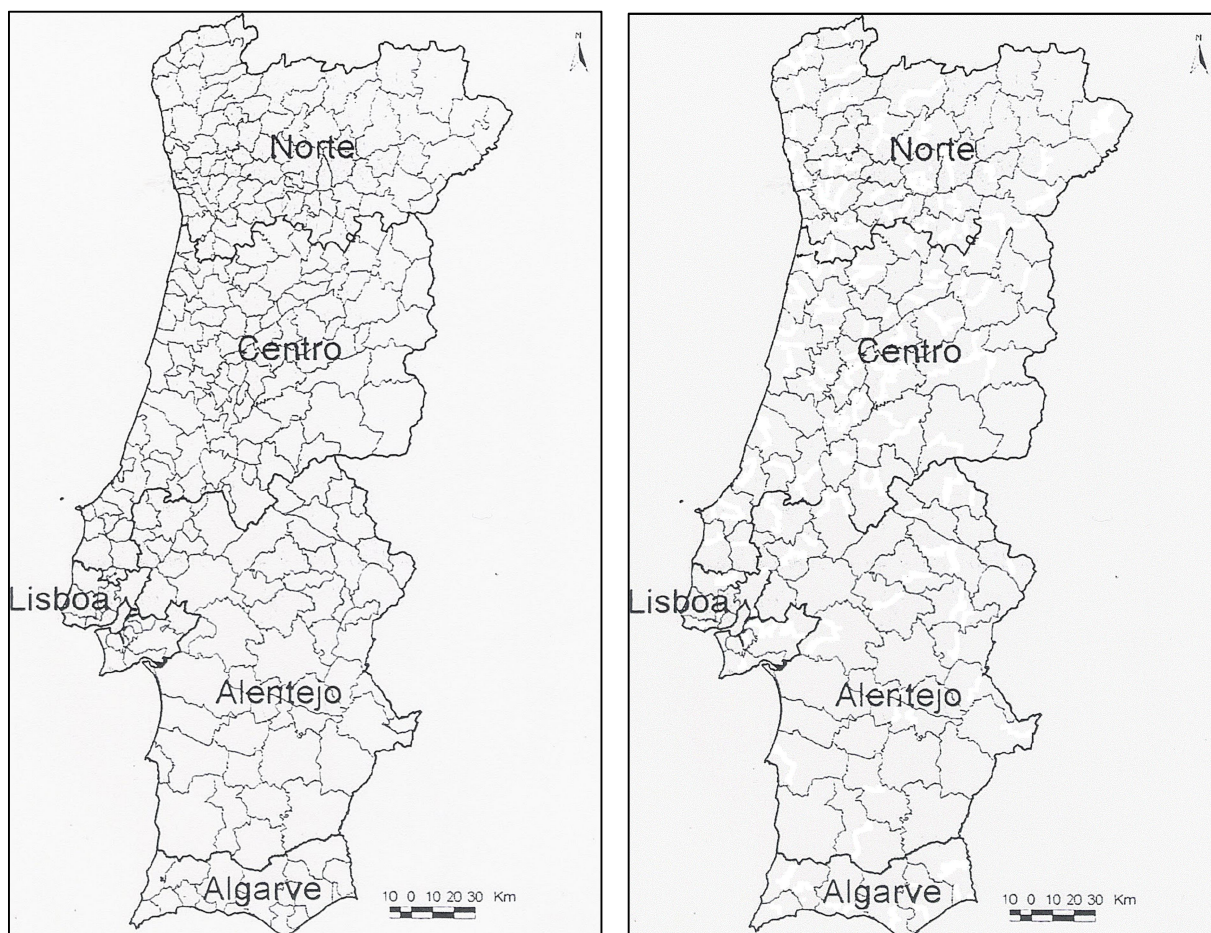


Figura 4.1 a) Mapa com os atuais concelhos; b) Mapa com os concelhos agregados.

Fonte: Elaboração própria.

Originalmente o município com menor dimensão em termos de área, é o de S. João da Madeira com uma área de 8 Km² e o município com o menor número de habitantes é o de Barrancos com 1.834 habitantes. Após a agregação, o município com o menor número de habitantes é o de Mértola com 7.274 habitantes, contudo este apresenta uma área de 1.293 Km² e o município com menor área é o da Amadora e Odivelas com 50 Km², contudo relativamente ao número de habitantes apresenta 319.685.

Agregação de Municípios proposta neste trabalho permite uma redução de cerca 252.154 milhares de euros em custos com pessoal executivo e uma redução de cerca 198.841 milhares de euros ao nível da despesa sem pessoal executivo, ou seja, permite uma redução total próxima do meio milhão de euros.

Na tabela 4.2 apresenta-se, para cada distrito, o número dos atuais municípios e o resultante da agregação, assim como a diferença entre estes dois números.

Tabela 4.2 - Municípios agregados por concelho.

Distrito	Nº de Municípios		
	Atual	Com agregação	Diferença
Aveiro	19	4	-15
Beja	14	9	-5
Braga	14	5	-9
Bragança	12	8	-4
Castelo Branco	11	4	-7
Coimbra	17	5	-12
Évora	14	7	-7
Faro	16	6	-10
Guarda	14	6	-8
Leiria	16	6	-10
Lisboa	16	8	-8
Portalegre	15	8	-7
Porto	18	6	-12
Santarém	21	8	-13
Setúbal	13	8	-5
Viana do Castelo	10	4	-6
Vila Real	14	6	-8
Viseu	24	9	-15
Total	278	117	-161

Fonte: Elaboração própria.

De acordo com a tabela 4.2, verifica-se que foi nos distritos de Aveiro e Viseu que a agregação teve mais impacto, onde houve uma redução de 15 municípios em cada um destes distritos. A estes distritos seguiram-se Santarém com uma redução de 13 municípios, bem como, Coimbra e Porto com uma redução de 12 municípios. Os distritos em que houve uma menor redução de municípios foi o distrito de Bragança com uma redução de 4 municípios agregados, seguindo-se Setúbal e Beja com uma redução de 5 municípios.

Ainda, em conformidade com a mesma tabela, os distritos que possuem um maior número de municípios após a agregação, são os distritos de Beja e de Viseu com 9 municípios. Já os distritos de Aveiro, Castelo Branco e Viana do Castelo, apresentam um menor número de municípios após a agregação, que é de 4. De referir também que o número de municípios por distrito que originalmente variava entre os 10 e os 24 municípios, passou, após a agregação, a variar entre 4 e 9 enquanto a média de municípios por distrito passou de 15,4 para 6,5.

4.4 Seleção dos dados e modelos

Devido à escassez de informação pública, relativa aos dados necessários para o presente trabalho, foi necessário obter informações em diversas fontes públicas, tais como na Associação Nacional de Municípios Portugueses (ANMP), no Sistema Integrado de Informação das Autarquias Locais (SIIAL), no portal autárquico e no Sistema de Informação da Organização do Estado (SIOE). Considerando os *inputs* e *outputs* selecionados, alguns desses dados foram usados diretamente enquanto outros foram usados indiretamente, isto é, para obter dados que não se encontram disponíveis.

Para o presente estudo foram considerados 3 *inputs*, o número de funcionários, os custos com pessoal executivo e a despesa total sem custos executivos, e 2 *outputs*, o número de habitantes e a área de cada município.

Os dados relativos ao *input* 1, isto é, o número de funcionários, foram obtidos através do SIOE, uma base de dados pertencente à Direção-Geral da Administração e do Emprego Público (DGAEP), que caracteriza as entidades públicas e os respetivos recursos humanos.

A fim de obter os dados relativos ao *input* 2, isto é, aos custos com pessoal executivo, foi realizada uma pesquisa de modo a tentar apurar o valor desses custos. Uma vez que este tipo de informação não se encontra acessível ao público, estimou-se que tais custos representam 30% sobre o total de custos com pessoal por Município. Entende-se por custos executivos não só os custos com as remunerações, abonos e segurança social de presidentes de câmara, vereadores e pessoal afeto à assembleia municipal, como também o valor de ajudas de custo, despesas de representação, deslocações e estadas, veículos e pessoal diretamente afeto a cargos executivos, como sendo o caso de motoristas e secretárias.

Os dados relativos ao *input* 3, isto é, às despesas totais sem custos executivos, dizem respeito a todos os custos inerentes ao funcionamento dos municípios (aquisição de bens e serviços, transferências de capital, juros e outros encargos), bem como os custos com todo o restante pessoal de todas as áreas tais como: saúde, segurança, higiene e limpeza, saneamento, entre outros.

Os dados referentes às despesas (em milhares de euros) com municípios que permitiram obter os dados relativos aos *inputs* 2 e 3 foram obtidos através do SIIAL, um canal *online* que disponibiliza informações sobre a situação financeira e não financeira de cada município.

Os dados relativos aos *outputs* 1 e 2, isto é, o número de habitantes e à área por município foram obtidos através da ANMP. O número de habitantes obtidos nesta base de dados não reporta ao ano de 2014, mas sim aos valores encontrados nos últimos censos, isto é, aos censos de 2011. Estes censos têm como objetivo retratar a população e o parque habitacional e contribuir para o seu desenvolvimento, sendo o tratamento dos seus dados realizado pelo Instituto Nacional de Estatística (INE).

As tabelas com os dados detalhados relativos aos *inputs* e *outputs*, constam dos apêndices A e B. No apêndice A apresentam-se os dados relativos aos atuais municípios, enquanto que no apêndice B apresentam-se os dados relativos aos municípios agregados.

Neste trabalho foram utilizados os modelos radiais, CCR e BCC, orientados para *inputs* e o modelo não radial SBM-Max, orientado para *inputs* e não orientado, para o cálculo da eficiência dos municípios. A opção por orientação para *inputs* deve-se ao facto de se pretender reduzir custos servindo um determinado número de habitantes residentes numa determinada área.

4.5 Resultados e respetiva análise

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos com a aplicação de alguns dos modelos apresentados no capítulo 3, bem como uma análise dos mesmos. Para obtenção desses resultados foi utilizado o *software* MaxDEA Basic 6.13, um *software* disponível gratuitamente em, <http://maxdea.com/>.

Estes resultados são apresentados nos apêndices C e D, devido à elevada quantidade de informação dos mesmos. Assim, no apêndice C são apresentados os índices da eficiência obtidos para os atuais municípios, enquanto que no apêndice D são apresentados os índices da eficiência obtidos para os municípios agregados.

Contudo, na tabela 4.3, apresentam-se os resultados globais obtidos para o caso em que se consideram retornos constantes de escala. Esta tabela está estruturada do seguinte modo: na primeira coluna indicam-se os três tipos de resultados que foram calculados; na segunda, terceira e quarta colunas apresentam-se os resultados obtidos, respetivamente, pelos modelos CCR/*inputs*, SBM-Max/*inputs* e SBM-Max/não orientado para os atuais municípios; nas três colunas seguintes apresentam os resultados obtidos pelos mesmos modelos para os municípios agregados.

Tabela 4.3 - Resultados globais através dos modelos com retornos constantes de escala.

	Retornos constantes de escala					
	Municípios atuais			Municípios agregados		
	CCR <i>inputs</i>	SBM-Max <i>inputs</i>	SBM-Max não orientado	CCR <i>inputs</i>	SBM-Max <i>inputs</i>	SBM-Max não orientado
Eficiência	0,62	0,59	0,40	0,75	0,68	0,55
Nº de municípios eficientes	7	7	7	17	17	17
Percentagem de nº de municípios eficientes	3%	3%	3%	15%	15%	15%

Fonte: Elaboração própria.

Da observação da tabela 4.3, verifica-se que o número de municípios eficientes e a respetiva percentagem face ao total de municípios, é igual nos três modelos quer para os atuais municípios, quer para os municípios agregados, como seria de esperar. No entanto a média global dos valores da eficiência difere, em ambos os casos de modelo para modelo.

De salientar as diferenças entre os valores obtidos para os atuais municípios e os municípios agregados. Essa diferença é notória no que respeita ao número de municípios eficientes e consequentemente à percentagem. Com a agregação o número de municípios eficientes aumentou de 7 para 17, isto é, quase que triplicou. Considerando o número total de municípios em cada caso, verifica-se que a percentagem de municípios eficientes quintuplicou com a agregação.

Na tabela 4.4, que segue a mesma estrutura da tabela 4.3, apresentam-se os resultados obtidos pelos modelos, mas considerando retornos variáveis de escala.

Tabela 4.4 - Resultados globais através dos modelos com retornos variáveis de escala.

	Retornos variáveis de escala					
	Municípios atuais			Municípios agregados		
	BCC <i>inputs</i>	SBM-Max <i>inputs</i>	SBM-Max não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM-Max <i>inputs</i>	SBM-Max não orientado
Eficiência	0,74	0,69	0,47	0,85	0,80	0,66
Nº de municípios eficientes	24	24	24	32	32	32
Percentagem de nº de municípios eficientes	9%	9%	9%	28%	28%	28%

Fonte: Elaboração própria.

Relativamente aos resultados apresentados na tabela 4.4, para o caso de retornos variáveis de escala, verifica-se que os diferentes valores são superiores aos apresentados, na tabela 4.3, para o caso de retornos constantes de escala, como seria de esperar. No que respeita às diferenças entre os valores obtidos para os atuais municípios e os municípios agregados, estas mantêm-se embora em menor escala, o número de municípios eficientes aumenta 1,4 vezes enquanto em termos percentuais esse número triplicou.

Relativamente aos valores totais de eficiência obtidos em ambas as tabelas 4.3 e 4.4, estes diferem consoante os modelos utilizados, mas pode-se constatar através da leitura destas duas tabelas que os valores de eficiência obtidos para o caso dos municípios agregados são sempre superiores aos obtidos no caso dos atuais municípios, o que vai de encontro ao defendido, ou seja, que uma agregação do número de municípios resultaria numa melhoria de eficiência dos mesmos.

Para uma análise mais detalhada, apresentam-se nas tabelas 4.5 e 4.6 os resultados por distrito para o caso de retornos constantes e de retornos variáveis de escala, respetivamente. Na primeira coluna dessas tabelas identificam-se os distritos, nas duas seguintes apresentam-se os resultados fornecidos pelos modelos CCR orientado para *inputs* relativos aos atuais municípios e aos municípios agregados, nas quarta e quinta colunas apresentam-se os resultados fornecidos pelos modelos SBM-Max orientado para *inputs* relativos aos atuais municípios e aos municípios agregados, nas sexta e sétima colunas apresentam-se os resultados fornecidos pelos modelos SBM-Max não orientado relativos aos atuais municípios e aos municípios agregados, por fim, nas duas últimas colunas apresentam-se o número de municípios eficientes relativamente aos atuais municípios e aos municípios agregados.

De acordo com a tabela 4.5, verifica-se que existem ganhos de eficiência com a agregação de municípios em todos os distritos e que, na maioria dos casos, esses ganhos são significativos. O maior ganho ocorre no distrito do Porto com a utilização do modelo SBM-Max não orientado em que o valor médio da eficiência passou de 0,24 com os atuais municípios para 0,64 com os municípios agregados. Outro distrito que importa destacar é o Castelo Branco onde o valor da eficiência passou a ser igual a 1 em todos os modelos usados, sendo que o maior ganho se verificou com o modelo SBM-Max não orientado. Neste distrito, da agregação resultou que os novos municípios passaram a ser todos eficientes.

Relativamente ao número de municípios eficientes por distrito, verifica-se que à exceção do distrito de Santarém que deixou de ter um município eficiente com a agregação, todos os

restantes mantiveram ou aumentaram o número de municípios eficientes com a agregação. Destacam-se os distritos de Beja, Castelo Branco e Porto que passaram a ter mais dois concelhos eficientes, sendo que no caso de Beja antes não existia qualquer município eficiente.

Tabela 4.5 - Resultados por distrito para o caso de retornos constantes de escala.

Distrito	CCR <i>inputs</i>		SBM-Max <i>inputs</i>		SBM-Max não orientado		Nº municípios eficientes	
	Atual	Agregado	Atual	Agregado	Atual	Agregado	Atual	Agregado
Aveiro	0,68	0,88	0,66	0,84	0,34	0,54	1	1
Beja	0,68	0,83	0,62	0,77	0,55	0,69	-	2
Braga	0,71	0,89	0,68	0,79	0,36	0,57	-	1
Bragança	0,61	0,74	0,58	0,68	0,54	0,62	-	1
Castelo Branco	0,76	1,00	0,73	1,00	0,67	1,00	2	4
Coimbra	0,58	0,73	0,56	0,68	0,38	0,51	-	-
Évora	0,64	0,73	0,58	0,68	0,52	0,63	-	1
Faro	0,44	0,49	0,41	0,42	0,25	0,32	-	-
Guarda	0,59	0,75	0,57	0,69	0,52	0,65	-	1
Leiria	0,66	0,86	0,63	0,75	0,46	0,65	1	1
Lisboa	0,67	0,73	0,65	0,67	0,25	0,33	1	2
Portalegre	0,65	0,75	0,56	0,68	0,49	0,57	-	-
Porto	0,77	0,87	0,72	0,79	0,24	0,64	1	3
Santarém	0,61	0,73	0,58	0,63	0,43	0,55	1	-
Setúbal	0,58	0,72	0,54	0,58	0,24	0,35	-	-
Viana do Castelo	0,51	0,65	0,49	0,58	0,31	0,48	-	-
Vila Real	0,52	0,66	0,49	0,60	0,40	0,52	-	-
Viseu	0,54	0,68	0,52	0,61	0,39	0,54	-	-
Total	0,62	0,75	0,59	0,68	0,40	0,55	7	17

Fonte: Elaboração própria.

Na tabela 4.6 apresenta-se o mesmo tipo de resultados apresentados na tabela 4.5, mas para o caso em que se consideram retornos variáveis de escala.

Tabela 4.6 - Resultados por distrito para o caso de retornos variáveis de escala

Distrito	BCC <i>inputs</i>		SBM-Max <i>inputs</i>		SBM-Max não orientado		Nº municípios eficientes	
	Atual	Agregado	Atual	Agregado	Atual	Agregado	Atual	Agregado
Aveiro	0,75	0,89	0,71	0,86	0,37	0,59	1	1
Beja	0,82	0,90	0,78	0,86	0,70	0,78	3	4
Braga	0,77	0,92	0,73	0,84	0,40	0,66	1	1
Bragança	0,72	0,90	0,70	0,87	0,59	0,79	1	2
Castelo Branco	0,89	1,00	0,87	1,00	0,80	1,00	4	4
Coimbra	0,71	0,83	0,66	0,78	0,43	0,60	-	-
Évora	0,76	0,80	0,71	0,76	0,59	0,68	1	1
Faro	0,51	0,52	0,47	0,47	0,27	0,35	-	-
Guarda	0,75	0,87	0,72	0,82	0,63	0,77	1	2
Leiria	0,82	0,95	0,76	0,92	0,57	0,84	3	4
Lisboa	0,78	0,83	0,73	0,79	0,35	0,50	2	3
Portalegre	0,82	0,92	0,79	0,87	0,66	0,76	3	2
Porto	0,79	0,96	0,74	0,94	0,31	0,82	2	4
Santarém	0,75	0,78	0,69	0,71	0,48	0,59	1	-
Setúbal	0,62	0,76	0,55	0,68	0,28	0,42	-	2
Viana do Castelo	0,60	0,79	0,55	0,73	0,32	0,48	-	-
Vila Real	0,69	0,79	0,63	0,74	0,44	0,61	-	1
Viseu	0,71	0,84	0,66	0,80	0,46	0,63	1	1
Total	0,74	0,85	0,69	0,80	0,47	0,66	24	32

Fonte: Elaboração própria.

A análise da tabela 4.6 permite obter conclusões idênticas às obtidas pela análise da tabela 4.5 relativamente aos ganhos conseguidos nos valores de eficiência com a agregação. Quanto ao número de municípios eficientes existem algumas diferenças provocadas pelo facto de, neste caso, existirem mais municípios atuais que são identificados como eficientes, como já se tinha verificado anteriormente. O distrito de Santarém continua a ser o único distrito que perde um município eficiente. O distrito do Porto, com mais dois municípios eficientes é o que sofre maior aumento.

Para terminar, na tabela 4.7, identificam-se, por distrito, os municípios atuais e os resultantes da agregação que são eficientes.

Tabela 4.7 - Identificação dos municípios eficientes.

Municípios eficientes				
Distrito	Retornos Constantes de Escala		Retornos Variáveis de Escala	
	Atuais	Agregados	Atuais	Agregados
Aveiro	Santa Maria da Feira	Anadia/Mealhada/Águeda/Oliveira do bairro	Santa Maria da Feira	Anadia/Mealhada/Águeda/Oliveira do bairro
Beja		Beja	Alvito	Beja
		Mértola	Barrancos	Odemira
			Odemira	Ferreira do Alentejo
				Mértola
Braga		Barcelos/Esposende	Esposende	Barcelos/Esposende
Bragança		Alfândega da Fé/Mogadouro	Mogadouro	Alfândega da Fé/Mogadouro
				Vinhais
Castelo Branco	Castelo Branco	Fundão/Penamacor/Belmonte/Covilhã	Belmonte	Fundão/Penamacor/Belmonte/Covilhã
	Idanha-a-Nova	Castelo Branco/Vila Velha de Rodão	Castelo Branco	Castelo Branco/Vila Velha de Rodão
		Idanha-a-Nova	Idanha-a-Nova	Idanha-a-Nova
		Oleiros/Proença-a-Nova/Sertã/Vila de Rei	Penamacor	Oleiros/Proença-a-Nova/Sertã/Vila de Rei
Évora		Arraiolos/Mora	Mora	Arraiolos/Mora
Guarda		Mêda/Figueira de Castelo Rodrigues/Vila Nova de Foz Côa	Manteigas	Mêda/Figueira de Castelo Rodrigues/Vila Nova de Foz Côa
				Sabugal
Leiria	Leiria	Leiria/Marinha Grande	Batalha	Alvaiázere/Ansião/Castanheira de Pera/Figueiró dos Vinhos/Pedrogão Grande
			Castanheira de Pera	Leiria/Marinha Grande
			Leiria	Alcobaça/Nazaré
				Batalha/Porto de Mós
Lisboa	Sintra	Cadaval/Alenquer/Azambuja/Vila Franca de Xira	Lisboa	Cadaval/Alenquer/Azambuja/Vila Franca de Xira
		Sintra	Sintra	Lisboa
				Sintra
Portalegre			Arronches	Gavião/Crato
			Fronteira	Monforte/Fronteira/Alter do Chão
			Monforte	
Porto	Valongo	Penafiel/Paredes/Gondomar/Valongo	Valongo	Penafiel/Paredes/Gondomar/Valongo
			Vila Nova de Gaia	Porto/Vila Nova de Gaia
		Póvoa de Varzim/Vila do Conde /Matosinhos/Maia Trofa/Santo Tirso/Paços de Ferreira/Lousada/Felgueiras		Póvoa de Varzim/Vila do Conde /Matosinhos /Maia Trofa/Santo Tirso/Paços de Ferreira/Lousada /Felgueiras
Santarém	Chamusca		Chamusca	
Setúbal				Alcochete/Montijo/Palmela
				Alcácer do Sal
Vila Real				Valpaços
Viseu			São João da Pesqueira	Mortágua/S. Comba Dão

Fonte: Elaboração própria.

5. Conclusões

As organizações têm sido objeto de diversas alterações nos últimos anos, o que levou a um aumento da preocupação das mesmas com a eficiência e a produtividade nas diferentes cadeias produtivas. Com isso, os termos eficiência e produtividade têm sido muito utilizados por políticos, empresários e técnicos de diferentes segmentos da economia.

Do ponto de vista teórico, a importância relativa das várias componentes da eficiência e da produtividade é colocada em discussão. De uma perspectiva aplicada, o seu estudo tornou-se importante porque este é o principal passo de um processo que pode conduzir a uma economia substancial de recursos, sendo os ganhos em eficiência e produtividade importantes para as organizações em ambientes competitivos (Farrel, 1957).

Existem várias metodologias para medir a eficiência das organizações entre as quais a metodologia DEA que tem sido objeto de grande utilização. Neste trabalho, esta metodologia é aplicada à avaliação de municípios em Portugal no ano de 2014. Mais concretamente foram utilizados os modelos radiais clássicos CCR e BCC, que permitem medir a eficiência de Farrel, bem como o modelo não radial, SBM-Max, que permite medir a eficiência segundo Pareto-Koopmans. Em todos os modelos foram considerados para retornos constantes e variáveis de escala.

Devido aos notórios os desequilíbrios existentes entre os vários municípios no que se refere ao número de habitantes e à área, tal como à densidade populacional, procedeu-se a uma agregação de municípios por forma a obter uma organização mais equilibrada em termos de municípios considerando o número de habitantes e a área. Deste modo, a referida agregação permitiu passar dos atuais 278 municípios para 117.

Os modelos da metodologia DEA referidos anteriormente foram então utilizados para avaliação dos atuais 278 municípios e dos 117 municípios agregados. Os resultados obtidos mostram que a agregação proposta permite ganhos de eficiência consideráveis.

Para além desses ganhos refira-se que a agregação de municípios permite uma organização mais homogénea e uma considerável redução de custos, estimada em pelo menos cerca de meio milhão de euros. Isto mostra que a reorganização administrativa, em termos de municípios, constitui um tema pertinente na reforma da administração pública em Portugal.

É evidente que as melhorias decorrentes de uma tal reorganização podem ser potenciadas se a mesma for acompanhada de medidas de descentralização que permitam prestar um melhor serviço aos cidadãos. Através do estudo realizado é possível verificar que uma forma simples de reorganização seria a de reduzir o número de municípios através da agregação dos mesmos.

Como já foi anteriormente referido não se conhecem trabalhos realizados sobre ganhos de eficiência com a agregação de municípios. Com este trabalho, conclui-se, com uma melhor organização territorial em termos de municípios, é possível existir uma melhor afetação de recursos ao nível nacional e aumentar a eficiência dos mesmos.

É evidente que para a agregação de municípios, outros critérios poderiam ser utilizados, no entanto estima-se que os resultados tenderiam a ser semelhantes.

Referências bibliográficas

- Afonso, A. e S. Fernandes (2006) Measuring Local Government Spending Efficiency: Evidence for the Lisbon Region, *Regional Studies*, 40, 39-53.
- Ammons, D.N., C. Coe e M. Lombardo (2001) Performance-Comparison Projects in Local Government: Participants Perspectives, *Public Administration Review*, 61.
- Associação nacional de Municípios Portugueses, Consultado em: <http://www.anmp.pt/index.php/municipios>, 9 de Setembro de 2016.
- Ball, A., M. Bowerman e S. Hawksorth (2000) Benchmarking in Local Government under a Central Government Agenda, *Benchmarking: An International Journal*, 7.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9).
- Boyne, G. A. (2002). Public and private management: what's the difference? *Journal of management studies*, 39(1).
- Brealey, R.A., Myers, S.C. (2003) Principles of Corporate Finance, 7th Edition, *McGraw-Hill*.
- Boussofiâne, A., Dyson, R. G., and Thanassoulis, E. (1991). Applied Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 52(1).
- Chang, T. S., Tone, K., & Wu, C. H. (2016). DEA models incorporating uncertain future performance. *European Journal of Operational Research*, 254(2).
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). Programming with linear fractional functionals. *Naval Research Logistics (NRL)*,9.
- Charnes, A., W. Cooper and E. Rhodes (1978), "Measuring the Efficiency of Decision Making Units", *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, nº 6.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1981). Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program follow through. *Management science*, 27(6).
- Charnes, A., Clark, C. T., Cooper, W. W., and Golany, B. (1985). A development study of Data Envelopment Analysis in measuring the efficiency of maintenance units in the US air forces. *Annals of Operations Research*, 2.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Sueyoshi, T. (1986). Least squares/ridge regression and goal programming/constrained regression alternatives. *European Journal of Operational Research*, 27(2).
- Charnes, A.; Cooper, W.; Rhodes, E. (2009). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2.

- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). An introduction to efficiency and productivity analysis. *Springer Science & Business Média*.
- Cooper, W. W., & Pastor, J. T. (1995). Global efficiency measurement in DEA. Alicante, Espanha, Departamento de Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Alicante.
- Cooper, William W., Lawrence M. Seiford, and Kaoru Tone. Introduction to data envelopment analysis and its uses: with DEA-solver software and references. *Springer Science & Business Média*, 2006.
- Cooper, W.; Seiford, L.; Tone, K. (2007). Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA – Solver software. *New York: Springer Science + Business Média*.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K., & Zhu, J. (2007). Some models and measures for evaluating performances with DEA: past accomplishments and future prospects. *Journal of Productivity Analysis*, 28(3).
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Zhu, J. (Eds.). (2011). Handbook on data envelopment analysis (Vol. 164). *Springer Science & Business Média*.
- Concelho Nacional da Educação, Consultado em: http://www.cnedu.pt/content/noticias/CNE/organiz_a%C3%A7%C3%A3o_escolar.pdf, 1 de Junho 2017.
- Decreto-Lei n.º 29/87, Diário da República, I Série, n.º 147, de 30 de Junho de 1987.
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica*, 19.
- DGAL (2014) Finanças Municipais 2014, Lisboa, Direção-Geral das Autarquias Locais.
- Drucker, P. F. (1999). Knowledge-worker productivity: The biggest challenge. *California management review*, 41(2).
- Färe, R., & Lovell, C. K. (1978). Measuring the technical efficiency of production. *Journal of Economic theory*, 19(1).
- Farrell, M. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120.
- Fare, R., Grosskopf, S., & Lovell, C. K. (1994). *Production frontiers*. Cambridge University Press.
- Figueiredo, S. P. (2005). Gestão do conhecimento: estratégias competitivas para a criação e mobilização do conhecimento na organização. *Rio de Janeiro: Qualitymark*.
- Geiger, D.R. (2001) Practical Issues in Avoiding Pitfalls in Managerial Costing Implementation, *Journal of Government Financial Management, Spring*.
- Grosskopf, S. (1993). Efficiency and productivity. *The measurement of productive efficiency: Techniques and applications*.

- Higgins, P. (2005) Performance and User Satisfaction Indicators in British Local Government: Lessons from a case study, *Public Management Review*, 7.
- Hoogenboezem, J.A. (2004) Local Government Performance Indicators in Europe: An Exploration, *International Review of Administrative Sciences*, 70.
- Hwang, S.-N. e T.-Y. Chang (2003) Using Data Envelopment Analysis to Measure Hotel Managerial Efficiency Change in Taiwan, *Tourism Management*, 24.
- Johnsen, Å. (2005). What does 25 years of experience tell us about the state of performance measurement in public policy and management?. *Public Money and Management*, 25(1).
- Kalirajan, K. (1981). An econometric analysis of yield variability in paddy production. *Canadian Journal of Agricultural Economics/Revue canadienne d'agroeconomie*, 29(3).
- Kaplan, R. S., & Norton, D. P. (1996). *The balanced scorecard: translating strategy into action*. Harvard Business Press.
- Kaplan, R. S., & Norton, D. P. (1992). In Search of Excellence—der Maßstab muß neu definiert werden. *Harvard manager*, 14(4).
- Kassai, S. (2002). *Utilização da análise por envoltória de dados (DEA) na análise de demonstrações contábeis* (Doctoral dissertation, Universidade de São Paulo).
- Koopmans, T. C. (1951). Activity analysis of production and allocation. *John Wiley and Sons*, New York.
- Kloot, L. e J. Martin (2000) Strategic Performance Management: A balanced Approach to Performance Management Issues in Local Government, *Management Accounting Research*, 11.
- Leandre Vieira, (2011), Seu Futuro em Administração, *Editora Campus/Elsevier*.
- Lei n.º 75/2013, Diário da República, I Série n.º 176, de 12 de Setembro de 2013.
- Lei n.º 169/99, Diário da República, I Série-A, n.º 219 de 18 de Setembro de 1999.
- Lovell, C. K. (1993). Production frontiers and productive efficiency. *The measurement of productive efficiency: Techniques and applications*, 3.
- Lynch, R. L., & Cross, K. F. (1992). *Measure up!: The essential guide to measuring business performance*. Mandarin.
- Mapa Oficial n.º 1-A/2013, Diário da República, 1.ª série N.º 242 de 13 de Dezembro de 2013.
- MaxDEA for Data Envelopment Analysis, MaxDEA Basic 6.13, consultado em <http://maxdea.com/>, 30 de Maio de 2016.
- Midwinter, A. (1994) Developing Performance Indicators for Local Government: The Scottish Experience, *Public Money & Management*, April–June.

- Neely A.D., Gregory, M.J. e K.W. Platts (1995) Performance Measurement System Desing - A Literature Review and Research Agenda, *International Journal of Operations & Production Management*, 15.
- Pareto, V. (190). 1971. *Manual of Political Economy*.
- Plant, T. e J. Douglas (2006) The Performance Management Continuum in Municipal Government Organizations, *Performance Improvement*, 45.
- Pordata, Finanças Autarquias, consultado em <http://www.pordata.pt/Municipios>, 9 de Setembro de 2016.
- Portal Autárquico, Contas de gerência, Consultado em, <http://www.portalautarquico.pt/pt-PT/financas-locais/dados-financeiros/contas-de-gerencia>, 9 de Setembro de 2016.
- Regulamento do Conselho da União Europeia N° 407/2010, Memorando de Entendimento da Troika, de 11 de Maio de 2010
- Ruggiero, J. (2000). Nonparametric estimation of returns to scale in the public sector with an application to the provision of educational services. *Journal of the Operational Research Society*.
- Sistema de Informação de Organização do Estado (SIOE), Contas Nacionais Consultado em, <https://www.sioe.dgaep.gov.pt/Default.aspx>, 9 de Setembro de 2016.
- Thanassoulis, E. (2001). Introduction to the Theory and Application of Data Envelopment Analysis. Massachusettes, USA: *Kluwer Academic Publishers*.
- Tone, K. (1997). DEA with controllable category levels. *In Proceedings of the Spring National Conference of the Operations Research Society of Japan*. Tokyo: *Tokyo Institute of Technology*.
- Tone, K. (2010). Variations on the theme of slacks-based measure of efficiency in DEA. *European journal of operational research*, 200(3).
- Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European journal of operational research*, 130(3).
- Tone, K.(2014). Dynamic DEA with network structure: A slacks-based measure approach. *Omega*, 42(1)
- Toni, A., & Tonchia, S. (2001). Performance measurement systems-models, characteristics and measures. *International Journal of Operations & Production Management*, 21(1/2).
- Worthington, A.C. e B.E. Dollery (1999) Measuring Performance in Australian Local Government: An Analysis of National and State-Based Frameworks, *Scholl of Economics and Finance Discussion Papers and Working Papers Series 058*, Scholl of Economics and Finance, Queensland University of Technology.

Wholey, J.S. e H.P. Hatry (1992) The Case for Performance Monitoring, *Public Administration Review*, 52.

APÊNDICES

APÊNDICE A – *Inputs e Outputs* relativos aos 278 municípios.

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitantes	Área do concelho (Km ²)
Águeda	243	2.467	33.858	47.729	335
Albergaria-a-Velha	188	1.269	15.480	25.252	158
Anadia	229	1.303	22.118	29.150	217
Arouca	179	1.090	20.322	22.359	329
<u>Aveiro</u>	538	4.070	86.237	78.450	197
Castelo de Paiva	142	1.050	14.761	16.733	115
Espinho	390	2.813	37.645	31.786	21
Estarreja	191	1.357	18.578	26.997	109
Ílhavo	200	1.630	29.089	38.598	73
Mealhada	178	1.374	20.714	20.428	111
Murtosa	77	571	9.729	10.585	73
Oliveira de Azeméis	407	3.135	38.041	68.611	164
Oliveira do Bairro	138	1.369	24.223	23.028	87
Ovar	291	2.560	36.363	55.398	147
Santa Maria da Feira	530	4.730	69.703	139.312	215
São João da Madeira	209	1.442	20.387	21.713	8
Sever do Vouga	95	625	9.675	12.356	130
Vagos	166	1.058	17.023	22.851	165
Vale de Cambra	189	1.218	19.382	22.864	147
Aljustrel	168	1.074	14.808	9.257	458
Almodôvar	208	1.199	15.537	7.449	778
Alvito	85	651	4.580	2.504	265
Barrancos	92	581	3.559	1.834	168
Beja	443	2.547	23.512	35.854	1.147
Castro Verde	176	1.126	13.692	7.276	569
Cuba	103	644	5.009	4.878	172
Ferreira do Alentejo	191	1.308	12.387	8.255	648
Mértola	257	1.423	15.779	7.274	1.293
Moura	331	1.925	21.418	15.167	958
Odemira	422	2.472	29.786	26.066	1.721
Ourique	156	1.426	18.649	5.389	663
Serpa	307	1.970	24.043	15.623	1.106
Vidigueira	164	1.015	7.930	5.932	316
Amares	138	1.140	11.913	18.889	82
Barcelos	569	4.356	64.522	120.391	379
Braga	864	8.123	102.009	181.494	183

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitantes	Área do concelho (Km2)
Cabeceiras de Basto	206	1.625	16.132	16.710	242
Celorico de Basto	226	1.455	17.221	20.098	181
Esposende	144	1.269	17.575	34.254	95
Fafe	252	2.346	33.404	50.633	219
Guimarães	851	7.504	94.640	158.124	241
Póvoa de Lanhoso	165	1.213	13.887	21.886	133
Terras de Bouro	151	1.258	9.736	7.253	277
Vieira do Minho	126	914	15.988	12.997	218
Vila Nova de Famalicão	832	5.578	74.725	133.832	202
Vila Verde	342	2.309	28.921	47.888	229
Vizela	152	1.498	33.943	23.736	25
Alfândega da Fé	119	861	9.589	5.104	322
Bragança	339	2.200	30.424	35.341	1.174
Carraceda de Ansiães	110	891	12.222	6.373	279
Freixo de Espada à Cinta	136	932	14.208	3.780	244
Macedo de Cavaleiros	220	1.415	15.917	15.776	699
Miranda do Douro	140	944	11.403	7.482	126
Mirandela	312	2.082	33.489	23.850	659
Mogadouro	143	846	15.910	9.542	760
Torre de Moncorvo	147	878	12.570	8.572	532
Vila Flor	88	912	11.919	6.697	266
Vimioso	131	928	13.047	4.669	482
Vinhais	167	1.067	15.274	9.066	695
Belmonte	50	350	7.306	6.859	119
Castelo Branco	224	2.266	59.362	56.109	1.438
Covilhã	278	1.967	41.014	51.797	556
Fundão	278	1.811	29.357	29.213	700
Idanha-a-Nova	216	1.317	16.554	9.716	1.416
Oleiros	109	682	10.971	5.721	471
Penamacor	98	688	10.957	5.682	564
Proença-a-Nova	137	867	10.012	8.314	395
Sertã	191	1.205	15.730	15.880	447
Vila de Rei	98	635	5.475	3.452	192
Vila Velha de Ródão	121	770	6.883	3.521	330
Arganil	175	1.017	13.826	12.145	333
Cantanhede	220	1.517	21.305	36.595	391
Coimbra	1.160	9.659	109.433	143.396	319
Condeixa-a-Nova	146	1.073	11.924	17.078	139
Figueira da Foz	468	3.219	43.644	62.125	379
Góis	121	902	7.809	4.260	263

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitantes	Área do concelho (Km2)
Lousã	195	1.282	14.878	17.604	138
Mira	149	1.128	14.027	12.465	124
Miranda do Corvo	144	936	13.558	13.098	126
Montemor-o-Velho	202	1.399	51.303	26.171	229
Oliveira do Hospital	175	1.180	19.406	20.855	235
Pampilhosa da Serra	136	767	11.601	4.481	396
Penacova	107	810	15.187	15.251	217
Penela	90	627	9.462	5.983	135
Soure	215	1.333	13.158	19.245	265
Tábua	136	1.045	11.714	12.071	200
Vila Nova de Poiares	124	704	9.152	7.281	84
Alandroal	153	1.185	21.939	5.843	543
Arraiolos	138	895	10.875	7.363	684
Borba	141	1.025	7.876	7.333	145
Estremoz	180	1.153	12.335	14.318	514
Évora	769	5.856	91.490	56.596	1.307
Montemor-o-Novo	311	2.077	18.701	17.437	1.233
Mora	137	754	5.957	4.978	444
Mourão	118	1.066	7.232	2.663	279
Portel	175	1.076	9.497	6.428	601
Redondo	205	1.270	10.184	7.031	370
Reguengos de Monsaraz	182	1.494	21.950	10.828	464
Vendas Novas	207	1.127	7.720	11.846	222
Viana do Alentejo	121	698	7.668	5.743	394
Vila Viçosa	151	1.048	9.365	8.319	195
Albufeira	819	6.242	77.364	40.828	141
Alcoutim	135	881	12.458	2.917	575
Aljezur	154	1.019	9.853	5.884	324
Castro Marim	133	855	23.035	6.747	301
Faro	515	4.207	64.633	64.560	202
Lagoa (Algarve)	388	2.046	28.690	22.975	88
Lagos	535	3.679	46.306	31.049	213
Loulé	1.070	7.860	102.347	70.622	764
Monchique	157	1.117	14.405	6.045	395
Olhão	286	2.830	28.492	45.396	131
Portimão	534	4.536	179.533	55.614	182
São Brás de Alportel	173	1.192	11.144	10.662	153
Silves	487	3.460	32.583	37.126	680
Tavira	352	2.761	29.739	26.167	607
Vila do Bispo	187	1.192	17.544	5.258	179

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitantes	Área do concelho (Km2)
Vila Real de Santo António	374	2.351	80.999	19.156	379
Aguiar da Beira	101	658	12.725	5.473	207
Almeida	160	966	13.283	7.242	518
Celorico da Beira	184	1.225	31.559	7.693	247
Figueira de Castelo Rodrigo	127	793	13.304	6.260	509
Fornos de Algodres	98	525	5.530	4.989	131
Gouveia	180	1.034	13.041	14.046	301
Guarda	464	2.829	34.255	42.541	712
Manteigas	64	414	6.045	3.430	122
Mêda	135	925	8.143	5.202	286
Pinhel	139	1.007	12.473	9.627	485
Sabugal	159	1.179	17.041	12.544	823
Seia	209	1.555	20.839	24.702	436
Trancoso	144	952	15.325	9.878	362
Vila Nova de Foz Côa	109	866	11.511	7.312	398
Alcobaça	272	2.174	33.015	56.693	408
Alvaiázere	90	556	13.027	7.287	160
Ansião	97	681	9.880	13.128	176
Batalha	73	603	10.641	15.805	103
Bombarral	151	990	10.715	13.193	91
Caldas da Rainha	241	2.002	35.388	51.729	256
Castanheira de Pêra	66	446	4.835	3.191	67
Figueiró dos Vinhos	127	883	9.216	6.169	173
Leiria	588	3.935	65.715	126.897	565
Marinha Grande	244	1.697	23.545	38.681	187
Nazaré	96	1.395	49.647	15.158	82
Óbidos	220	1.520	23.130	11.772	142
Pedrogão Grande	79	462	7.287	3.915	129
Peniche	319	1.808	16.655	27.753	78
Pombal	317	2.217	54.249	55.217	626
Porto de Mós	173	1.472	16.566	24.342	262
Alenquer	328	3.124	27.803	43.267	304
Amadora	997	8.880	87.446	175.136	24
Arruda dos Vinhos	148	1.128	9.602	13.391	78
Azambuja	205	1.673	11.944	21.814	263
Cadaval	167	1.123	10.521	14.228	175
Cascais	1.370	9.968	166.667	206.479	97
Lisboa	7.500	65.423	753.503	547.733	85
Loures	1.415	12.162	117.278	205.054	169
Lourinhã	242	1.877	21.742	25.735	147

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitantes	Área do concelho (Km2)
Mafra	477	4.237	65.598	76.685	292
Odivelas	784	6.913	77.976	144.549	26
Oeiras	1.664	10.280	128.852	172.120	46
Sintra	1.751	14.006	145.994	377.835	319
Sobral de Monte Agraço	161	865	7.910	10.156	52
Torres Vedras	532	3.545	44.734	79.465	270
Vila Franca de Xira	741	5.329	70.747	136.886	318
Alter do Chão	143	817	6.856	3.562	362
Arronches	65	810	11.144	3.165	315
Avis	178	1.026	7.727	4.571	606
Campo Maior	147	1.051	16.711	8.456	247
Castelo de Vide	134	720	6.186	3.407	265
Crato	88	805	13.482	3.708	398
Elvas	228	1.464	25.267	23.078	631
Fronteira	84	513	6.011	3.410	249
Gavião	91	704	7.296	4.132	295
Marvão	92	535	6.804	3.512	155
Monforte	136	748	5.378	3.329	420
Nisa	193	1.218	12.474	7.450	576
Ponte de Sor	191	1.433	21.876	16.722	840
Portalegre	311	1.859	18.487	24.930	447
Sousel	144	734	10.155	5.074	279
Amarante	394	2.690	32.121	56.264	301
Baião	203	1.483	15.036	20.522	175
Felgueiras	330	3.477	46.114	58.065	116
Gondomar	810	6.889	66.043	168.027	132
Lousada	298	2.950	32.292	47.387	96
Maia	713	6.044	64.415	135.306	83
Marco de Canaveses	321	2.161	30.804	53.450	202
Matosinhos	949	9.095	90.881	175.478	62
Paços de Ferreira	240	2.530	71.051	56.340	71
Paredes	440	4.411	82.496	86.854	157
Penafiel	389	3.590	57.781	72.265	212
Porto	2.454	19.694	182.023	237.591	41
Póvoa de Varzim	626	3.660	39.252	63.408	82
Santo Tirso	337	2.654	47.382	71.530	136
Trofa	183	1.883	45.969	38.999	72
Valongo	539	3.489	29.085	93.858	75
Vila do Conde	723	4.875	42.185	79.533	149
Vila Nova de Gaia	1.306	10.809	176.357	302.295	169

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitantes	Área do concelho (Km2)
Abrantes	330	2.327	30.799	39.325	715
Alcanena	148	936	12.063	13.868	127
Almeirim	141	1.387	13.684	23.376	222
Alpiarça	118	834	6.069	7.702	95
Benavente	270	1.749	16.581	29.019	521
Cartaxo	253	2.508	75.287	24.462	158
Chamusca	147	1.065	9.431	10.120	746
Constância	102	634	5.388	4.056	80
Coruche	258	1.943	29.219	19.944	1.116
Entroncamento	255	1.588	19.951	20.206	14
Ferreira do Zêzere	115	762	8.510	8.619	190
Golegã	84	652	7.573	5.465	77
Mação	171	975	9.771	7.338	400
Ourém	195	2.040	33.381	45.932	417
Rio Maior	195	1.769	23.331	21.192	273
Salvaterra de Magos	189	1.174	12.939	22.159	244
Santarém	513	4.286	54.643	62.200	560
Sardoal	127	849	5.884	3.939	92
Tomar	359	3.678	43.809	40.677	351
Torres Novas	314	2.455	25.908	36.717	270
Vila Nova da Barquinha	95	932	10.110	7.322	50
Alcácer do Sal	372	2.294	19.630	13.046	1.465
Alcochete	313	2.278	18.740	17.569	128
Almada	1.410	8.516	73.223	174.030	70
Barreiro	674	4.415	42.150	78.764	32
Grândola	344	2.638	20.510	14.826	808
Moita	713	4.257	29.025	66.029	55
Montijo	497	4.003	23.495	51.222	348
Palmela	823	5.416	36.671	62.831	463
Santiago do Cacém	476	3.148	27.867	29.749	1.060
Seixal	1.500	10.452	111.780	158.269	95
Sesimbra	819	5.578	51.737	49.500	195
Setúbal	1.139	8.625	117.325	121.185	172
Sines	335	2.620	31.734	14.238	203
Arcos de Valdevez	207	1.498	24.509	22.847	448
Caminha	248	1.657	21.197	16.684	136
Melgaço	206	1.440	14.606	9.213	238
Monção	148	1.358	15.357	19.230	211
Paredes de Coura	117	887	12.546	9.198	138
Ponte da Barca	161	1.254	15.518	12.061	182
Ponte de Lima	296	2.629	37.867	43.498	320

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitantes	Área do concelho (Km2)
Valença	186	1.595	16.257	14.127	117
Viana do Castelo	569	4.815	55.376	88.725	319
Vila Nova de Cerveira	153	1.135	11.870	9.253	108
Alijó	130	882	28.684	11.942	298
Boticas	116	739	9.953	5.750	322
Chaves	437	2.767	63.213	41.243	591
Mesão Frio	83	656	6.160	4.433	27
Mondim de Basto	127	881	7.519	7.493	172
Montalegre	176	1.312	20.518	10.537	805
Murça	84	799	8.288	5.952	189
Peso da Régua	190	1.349	26.472	17.131	95
Ribeira de Pena	181	1.063	16.224	6.544	217
Sabrosa	129	860	9.770	6.361	157
Santa Marta de Penaguião	77	667	9.672	7.356	69
Valpaços	169	1.262	15.052	16.882	549
Vila Pouca de Aguiar	215	1.487	31.377	13.187	437
Vila Real	331	2.180	30.707	51.850	379
Armamar	109	986	13.224	6.297	117
Carregal do Sal	93	666	7.392	9.835	117
Castro Daire	169	1.191	15.162	15.339	379
Cinfães	112	1.288	22.061	20.427	239
Lamego	231	1.397	25.859	26.691	165
Mangualde	225	1.417	18.582	19.880	219
Moimenta da Beira	123	905	13.045	10.212	220
Mortágua	112	782	11.175	9.607	251
Nelas	160	955	9.040	14.037	126
Oliveira de Frades	141	835	13.079	10.261	145
Penalva do Castelo	89	727	10.635	7.956	134
Penedono	84	544	8.210	2.952	134
Resende	198	1.333	11.597	11.364	123
Santa Comba Dão	127	793	14.116	11.597	112
São João da Pesqueira	59	648	15.103	7.874	266
São Pedro do Sul	322	2.030	18.419	16.851	349
Sátão	144	943	11.172	12.444	202
Sernancelhe	89	566	10.883	5.671	229
Tabuaço	98	665	11.237	6.350	134
Tarouca	166	1.310	11.861	8.048	100
Tondela	225	1.456	26.316	28.946	371
Vila Nova de Paiva	123	799	10.353	5.176	176

Fonte: Elaboração própria.

APÊNDICE B - *Inputs e Outputs* relativos aos 117 municípios

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitantes	Área do concelho (Km²)
Anadia/Mealhada/Águeda/Oliveira do Bairro	788	1.357	57.350	120.335	750
Arouca/Castelo de Paiva /Espinho Sta Maria da Feira/S. João da Madeira	1.450	4.149	91.640	231.900	688
Ílhavo/Vagos/Aveiro	904	3.513	86.679	139.899	435
Ovar/Oliveira de Azeméis/Vale de Cambra	887	2.951	75.478	146.873	458
Aljustrel/Castro Verde	344	1.126	22.800	16.533	1.027
Barrancos/Moura	423	1.925	19.981	17.001	1.126
Beja	443	2.547	18.810	35.854	1.147
Ferreira do Alentejo	191	1.308	9.909	8.255	648
Mértola	257	1.423	12.623	7.274	1.293
Odemira	422	2.472	23.829	26.066	1.721
Ourique/Almodôvar	364	1.426	27.349	12.838	1.441
Serpa	307	1.970	19.235	15.623	1.106
Vidigueira/Alvito/Cuba	352	1.015	14.015	13.314	753
Barcelos/Esposende	713	5.626	65.678	154.645	474
Braga/Vila Nova de Famalicão	1.696	8.123	141.387	315.326	385
Fafe/Celorico de Basto/Cabeceiras de Basto/Vieira do Minho	810	2.346	46.336	100.438	860
Guimarães/Vizela/Póvoa de Lanhoso	1.168	7.504	113.976	203.746	399
Terras de Bouro/Amares/Vila Verde	631	2.309	28.319	74.030	588
Alfândega da Fé/Mogadouro	262	861	20.399	14.646	1.082
Bragança	339	2.200	24.339	35.341	1.174
Carraceda de Ansiães/Vila Flor	198	912	19.313	13.070	545
Macedo de Cavaleiros	220	1.415	12.733	15.776	699
Miranda do Douro / Vimioso	271	944	19.560	12.151	608
Mirandela	312	2.082	26.791	23.850	659
Torre de Moncorvo/Freixo de Espada à Cinta	283	932	21.422	12.352	776
Vinhais	167	1.067	12.219	9.066	695
Castelo Branco/Vila Velha de Rodão	345	2.115	53.138	59.630	1.768
Fundão/Penamacor/Belmonte/Coilhã	704	1.787	49.801	93.551	1.939
Idanha-a-Nova	216	1.314	16.557	9.716	1.416
Oleiros/Proença-a-Nova/Sertão/Vila de Rei	535	1.131	33.924	33.367	1.505
Figueira da Foz/Montemor-o-Velho/Cantanhede/Mira	1.039	3.042	73.207	137.356	1.123

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitan-tes	Área do concelho (Km2)
Coimbra/Condeixa-a-Nova/Soure	1.521	7.833	91.976	179.719	723
Oliveira-do-Hospital/Tábua	311	1.158	24.941	32.926	435
Pampilhosa da Serra/Arganil/Góis	432	1.004	20.272	20.886	992
Penacova/Vila Nova de Poiares /Lousã/Miranda do Corvo/Penela	660	1.276	34.941	59.217	700
Alandroal/Redondo	358	1.270	25.698	12.874	913
Arraiolos/Mora	275	895	13.465	12.341	1.128
Estremoz/Borba/Vila Viçosa	472	1.153	23.660	29.970	854
Évora	769	5.856	73.192	56.596	1.307
Montemor-o-Novo/Vendas Novas	518	2.077	21.137	29.283	1.455
Portel/Viana do Alentejo	296	1.076	13.732	12.171	995
Reguengos de Monsaraz/Mourão	300	1.494	23.346	13.491	743
Albufeira/Lagoa/Silves	1.694	6.242	77.637	100.929	909
Loulé/Faro	1.585	7.860	93.509	135.182	966
Portimão/Aljezur/Monchique	845	4.536	114.122	67.543	901
Tavira/São Brás de Alportel/Olhão	811	2.830	38.849	82.225	891
Vila do Bispo/Lagos	722	3.679	51.079	36.307	392
Vila Real de Santo António/Castro Marim/Alcoutim	642	2.351	93.193	28.820	1.255
Aguiar da Beira/Trancoso	245	816	22.602	15.351	569
Almeida/Pinhel	299	945	20.692	16.869	1.003
Gouveia/Manteigas/Seia	453	1.527	31.998	42.178	859
Guarda/Celorico da Beira/Fornos de Algodres	746	2.744	449.574	55.223	1.090
Mêda/Figueira de Castelo Rodrigues/Vila Nova de Foz Côa	371	912	26.436	18.774	1.193
Sabugal	159	1.086	17.134	12.544	823
Alcobaça/Nazaré	368	2.077	66.614	71.846	490
Alvaiázere/Ansião/Castanheira de Pêra/Figueiro dos Vinhos /Pedrogão Grande	459	841	35.565	33.654	705
Batalha/Porto de Mós	246	1.383	21.877	40.147	365
Bombarral/Caldas da Rainha/Óbidos/Peniche	931	1.805	69.109	104.447	567
Leiria/Marinha Grande	832	3.696	71.660	165.583	752
Pombal	317	2.147	54.319	55.245	626
Amadora/Odivelas	1.781	8.880	132.338	319.685	50
Arruda dos Vinhos/Sobral de Monte Agraço/Mafra	786	4.237	66.488	100.232	422

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitan-tes	Área do concelho (Km2)
Cadaval/Alenquer/Azambuja/Vila Franca de Xira	1.441	5.329	67.768	216.195	1.060
Lisboa	7.500	65.423	602.803	547.733	85
Loures	1.415	12.162	93.822	205.054	169
Lourinhã/Torres Vedras	774	3.545	53.181	105.200	417
Oeiras/Cascais	3.034	10.280	236.415	378.599	143
Sintra	1.751	14.006	116.796	377.835	319
Arronches/Campo Maior	212	1.051	22.284	11.621	562
Avis/Sousel	322	1.026	14.306	9.645	885
Elvas	228	1.464	20.214	23.078	631
GaviãoCrato	179	805	16.622	7.840	693
Marvão/Castelo de Vide/Nisa	419	1.218	20.372	14.369	996
Monforte/Fronteira/Alter do Chão	363	817	14.596	10.301	1.031
Ponte de Sor	191	1.433	17.501	16.722	840
Portalegre	311	1.859	14.790	24.930	447
Amarante	394	2.690	25.697	56.264	301
Baião/Marco de Canaveses	524	2.161	36.672	73.972	377
Penafiel/Paredes/Gondomar/Valo-ngo	2.178	6.889	131.826	421.004	576
Porto/Vila Nova de Gaia	3.760	19.694	2.006.930	539.886	210
Póvoa de Varzim/Vila do Conde /Matosinhos/Maia	3.011	9.095	132.570	453.725	376
Trofa/Santo Tirso/Paços de Ferreira/Lousada/Felgueiras	1.388	3.477	135.973	272.321	491
Alpiarça/Almeirim/Salvaterra de Magos/Cartaxo	701	1.387	160.024	77.699	719
Benavente	270	1.749	16.581	29.019	521
Coruche	258	1.943	29.219	19.944	1.116
Rio Maior/Santarém	708	4.286	54.581	83.392	833
Sardoal/Mação/Abrantes	628	2.327	37.163	50.602	1.207
Tomar/Ferreira do Zêzere	474	3.678	41.855	49.296	541
Torres Novas/Alcanena/Ourém	657	2.455	44.631	96.517	814
Vila Nova da Barquinha /Entroncamento/Constância/ Golegã/Chamusca	683	1.588	29.374	47.169	967
Alcácer do Sal	372	2.294	15.704	13.046	1.465
Alcochete/Montijo/Palmela	1.633	5.416	44.187	131.622	939
Almada	1.410	8.516	58.578	174.030	70

Municípios:	Nº Funcionários (em 2014)	Custos com pessoal executivo (×1000 €)	Despesa sem pessoal executivo (×1000 €)	Nº Habitan- tes	Área do concelho (Km2)
Grândola	344	2.638	16.408	14.826	808
Moita/Barreiro	1.387	4.415	56.940	144.793	87
Seixal	1.500	10.452	89.424	158.269	95
Sesimbra/Setúbal	1.958	8.625	135.250	170.685	367
Sines/Santiago do Cacém	811	3.148	47.681	43.987	1.263
Arcos de Valdevez/Ponte da Barca	368	1.498	32.021	34.908	630
Melgaço/Monção	354	1.440	23.971	28.443	449
Paredes de Coura/Valença/Vila Nova de Cerveira/Caminha	704	1.657	34.647	49.262	499
Ponte de Lima/Viana do Castelo	865	4.815	52.216	132.223	639
Chaves	437	2.767	50.570	41.243	591
Mesão Frio/Peso da Régua/Santa Marta de Penaguião/Vila Real	681	2.180	40.886	80.770	570
Montalegre/Boticas	292	1.312	24.377	16.287	1.127
Ribeira de Pena/Vila Pouca de Aguiar/Mondim de Basto	523	1.487	44.096	27.224	826
Sabrosa/Alijó/Murça	343	882	37.393	24.255	644
Valpaços	169	1.262	12.041	16.882	549
Mortágua/S. Comba Dão	239	762	20.290	21.204	363
Armamar/Tabuaço/S. João da Pesqueira/Cinfães/Lamego/Resende	807	1.397	69.357	79.003	1.044
Carregal do Sal/Tondela	318	1.400	27.050	38.781	488
Castro Daire/Vila Nova de Paiva	292	1.164	20.526	20.515	555
Mangualde/Nelas/Penalva do Castelo/Sátão	618	1.378	39.682	54.317	681
Oliveira de Frades/S. Pedro do Sul/Vouzela	601	1.896	33.022	37.676	688
Penedono/Sernancelhe /Moimenta da Beira/Tarouca	462	1.218	24.745	26.883	683

Fonte: Elaboração própria

APÊNDICE C – Índices de eficiência para os atuais municípios.

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR <i>Inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado
Águeda	0,82372	0,774967	0,553699	0,835274	0,793989	0,562118
Albergaria-a-Velha	0,737451	0,721825	0,41636	0,810434	0,778337	0,451174
Anadia	0,737112	0,694976	0,437557	0,799394	0,737966	0,470235
Arouca	0,760583	0,708956	0,592382	0,826612	0,75798	0,633779
Aveiro	0,622643	0,563633	0,117024	0,631226	0,57065	0,17952
Castelo de Paiva	0,58132	0,568516	0,281737	0,68622	0,637235	0,300029
Espinho	0,381542	0,372076	0,017441	0,413931	0,402195	0,021017
Estarreja	0,681816	0,670861	0,272358	0,740983	0,721168	0,285621
Ílhavo	0,782905	0,738551	0,182596	0,821538	0,781522	0,189695
Mealhada	0,518536	0,510408	0,199144	0,56962	0,560123	0,204163
Murtosa	0,622564	0,617796	0,318905	0,863848	0,82175	0,434457
Oliveira de Azeméis	0,782015	0,772699	0,280469	0,795375	0,785157	0,281011
Oliveira do Bairro	0,637748	0,581284	0,18173	0,722656	0,63757	0,196629
Ovar	0,764191	0,75576	0,285759	0,775878	0,773876	0,288019
Santa Maria da Feira	1	1	1	1	1	1
São João da Madeira	0,495766	0,479764	0,014788	0,579359	0,551601	0,01498
Sever do Vouga	0,712856	0,701378	0,498658	0,899563	0,837858	0,671856
Vagos	0,719335	0,704064	0,425726	0,811822	0,763082	0,475908
Vale de Cambra	0,618844	0,607419	0,29924	0,700499	0,659538	0,317323
Aljustrel	0,560634	0,557335	0,53834	0,648779	0,629731	0,570784
Almodôvar	0,651994	0,63831	0,513105	0,724861	0,705762	0,537119
Alvito	0,697713	0,55332	0,442468	1	1	1
Barrancos	0,579051	0,414022	0,32616	1	1	1
Beja	0,895703	0,834454	0,826016	0,967821	0,837061	0,835335
Castro Verde	0,579628	0,576113	0,494311	0,676536	0,661682	0,523011
Cuba	0,588099	0,513606	0,496944	0,965198	0,944481	0,890961
Ferreira do Alentejo	0,66194	0,633189	0,556663	0,710976	0,696774	0,575552
Mértola	0,957997	0,856887	0,704619	0,961656	0,876542	0,714253
Moura	0,639218	0,616533	0,57207	0,657054	0,63136	0,574214
Odemira	0,844265	0,824258	0,796521	1	1	1
Ourique	0,648846	0,516747	0,352292	0,716098	0,624051	0,36549
Serpa	0,667361	0,663245	0,602476	0,674324	0,671785	0,602632
Vidigueira	0,566624	0,486076	0,459938	0,723319	0,662258	0,562976

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR <i>Inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado
Amares	0,680019	0,655148	0,285452	0,859833	0,743917	0,317164
Barcelos	0,922042	0,9156	0,622451	0,923924	0,917194	0,62755
Braga	0,841253	0,816014	0,193305	0,857988	0,821066	0,277483
Cabeceiras de Basto	0,517838	0,4987	0,34602	0,608522	0,548105	0,350943
Celorico de Basto	0,539557	0,528768	0,287639	0,619928	0,580111	0,291439
Esposende	0,969247	0,953611	0,799806	1	1	1
Fafe	0,813958	0,791238	0,450998	0,826841	0,811345	0,45913
Guimarães	0,769261	0,752782	0,193661	0,769868	0,756316	0,309122
Póvoa de Lanhoso	0,702643	0,686801	0,373882	0,809561	0,750745	0,400838
Terras de Bouro	0,480684	0,446498	0,434382	0,66039	0,568179	0,453226
Vieira do Minho	0,563406	0,544857	0,425031	0,651013	0,642137	0,465683
Vila Nova de Famalicão	0,798534	0,774239	0,186125	0,803218	0,774956	0,265714
Vila Verde	0,737724	0,721572	0,360138	0,7606	0,745934	0,362235
Vizela	0,594089	0,493994	0,043533	0,673331	0,558656	0,046593
Alfândega da Fé	0,516458	0,496816	0,448468	0,710229	0,70561	0,513937
Bragança	0,863438	0,857518	0,845829	0,864761	0,86065	0,854148
Carraceda de Ansiães	0,49122	0,461706	0,450667	0,651018	0,615146	0,50238
Freixo de Espada à Cinta	0,303716	0,300455	0,253774	0,51666	0,510202	0,274554
Macedo de Cavaleiros	0,743643	0,73593	0,733498	0,787599	0,76777	0,750654
Miranda do Douro	0,358164	0,352207	0,239366	0,569857	0,478813	0,266987
Mirandela	0,54201	0,523461	0,486874	0,565834	0,551232	0,497073
Mogadouro	0,937769	0,853419	0,813541	1	1	1
Torre de Moncorvo	0,711863	0,695589	0,651414	0,806066	0,777128	0,703623
Vila Flor	0,55581	0,49401	0,484102	0,746584	0,658017	0,564201
Vimioso	0,562307	0,534275	0,39925	0,718457	0,714288	0,430481
Vinhais	0,707234	0,704911	0,62939	0,762913	0,761149	0,663417
Belmonte	0,73986	0,69898	0,602829	1	1	1
Castelo Branco	1	1	1	1	1	1
Covilhã	0,88966	0,857968	0,728989	0,913844	0,873659	0,747113
Fundão	0,72096	0,692432	0,648618	0,74469	0,718603	0,652137
Idanha-a-Nova	1	1	1	1	1	1
Oleiros	0,715497	0,695866	0,609368	0,897732	0,8803	0,704616
Penamacor	0,879754	0,816457	0,719208	1	1	1
Proença-a-Nova	0,65272	0,646584	0,636898	0,798441	0,756145	0,699222

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR <i>Inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado
Sertã	0,67265	0,664547	0,61703	0,745217	0,710597	0,633284
Vila de Rei	0,490221	0,451392	0,418817	0,87287	0,852782	0,723241
Vila Velha de Ródão	0,586404	0,51617	0,409846	0,831039	0,814137	0,588992
Arganil	0,593755	0,57246	0,516942	0,698139	0,643925	0,538573
Cantanhede	0,924448	0,91193	0,831993	0,955956	0,947105	0,883147
Coimbra	0,562071	0,549717	0,115683	0,563369	0,550257	0,273894
Condeixa-a-Nova	0,653466	0,639639	0,379865	0,804615	0,7154	0,40939
Figueira da Foz	0,686403	0,672643	0,354658	0,695614	0,685064	0,403845
Góis	0,456726	0,435273	0,38952	0,702438	0,685294	0,511894
Lousã	0,531038	0,521035	0,258973	0,643991	0,583154	0,267191
Mira	0,454598	0,442707	0,241484	0,601276	0,527	0,253645
Miranda do Corvo	0,51057	0,500338	0,277452	0,645078	0,589498	0,297116
Montemor-o-Velho	0,615563	0,503862	0,278204	0,672945	0,535436	0,288309
Oliveira do Hospital	0,634912	0,624024	0,426254	0,707586	0,675031	0,447303
Pampilhosa da Serra	0,529058	0,503638	0,397229	0,748682	0,714503	0,445194
Penacova	0,700555	0,684599	0,543148	0,796332	0,782074	0,613564
Penela	0,436648	0,421122	0,354589	0,688004	0,645945	0,44037
Soure	0,65445	0,645876	0,485672	0,762157	0,704015	0,498262
Tábua	0,565893	0,548466	0,417182	0,71615	0,639913	0,444191
Vila Nova de Poiares	0,4082	0,386055	0,215023	0,709854	0,580482	0,269771
Alandroal	0,542766	0,46103	0,332944	0,622569	0,561959	0,34798
Arraiolos	0,837554	0,827261	0,75717	0,939544	0,929236	0,840905
Borba	0,439197	0,409089	0,318943	0,720185	0,574967	0,365376
Estremoz	0,7624	0,753959	0,743299	0,843706	0,806833	0,771157
Évora	0,453969	0,431136	0,376771	0,456092	0,431943	0,423885
Montemor-o-Novo	0,849902	0,798084	0,772894	0,912004	0,8	0,774545
Mora	0,917387	0,728227	0,705726	1	1	1
Mourão	0,465686	0,382666	0,269066	0,713714	0,669452	0,379736
Portel	0,77424	0,66973	0,59162	0,816291	0,796306	0,637106
Redondo	0,519156	0,452519	0,427284	0,62253	0,567272	0,468767
Reguengos Monsaraz	de 0,479359	0,450796	0,438943	0,539081	0,512456	0,467833
Vendas Novas	0,710342	0,568077	0,499926	0,866107	0,753213	0,623008
Viana do Alentejo	0,710339	0,678574	0,626917	0,927134	0,895326	0,805969
Vila Viçosa	0,457888	0,448071	0,372579	0,676481	0,575503	0,398455

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR <i>Inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado
Albufeira	0,236357	0,232125	0,04559	0,244852	0,241159	0,069871
Alcoutim	0,649718	0,598801	0,310588	0,810251	0,804153	0,344568
Aljezur	0,475526	0,458744	0,428739	0,647774	0,617219	0,484559
Castro Marim	0,437486	0,375346	0,351947	0,568063	0,494419	0,390991
Faro	0,514792	0,513103	0,129669	0,522927	0,522602	0,173781
Lagoa (Algarve)	0,370825	0,343606	0,081994	0,426876	0,381736	0,090997
Lagos	0,314505	0,307939	0,112986	0,333179	0,325343	0,144659
Loulé	0,364713	0,355474	0,189581	0,366234	0,358091	0,295343
Monchique	0,448902	0,436071	0,380112	0,568128	0,557701	0,404261
Olhão	0,715454	0,665833	0,236741	0,736269	0,684978	0,238428
Portimão	0,413401	0,328995	0,074329	0,422986	0,337294	0,093242
São Brás de Alportel	0,433093	0,426506	0,280604	0,62744	0,52808	0,285104
Silves	0,56281	0,550103	0,43413	0,563247	0,55963	0,480656
Tavira	0,534816	0,512473	0,434274	0,53775	0,528483	0,456622
Vila do Bispo	0,232623	0,228803	0,218858	0,370147	0,359422	0,223447
Vila Real de Santo António	0,308017	0,245507	0,21162	0,3408	0,271718	0,215692
Aguiar da Beira	0,433169	0,405422	0,40032	0,631581	0,61777	0,469005
Almeida	0,601556	0,593888	0,523898	0,706844	0,687616	0,562357
Celorico da Beira	0,285885	0,253441	0,251533	0,371604	0,336752	0,266093
Figueira de Castelo Rodrigo	0,666882	0,639714	0,548148	0,80771	0,778129	0,607468
Fornos de Algodres	0,511676	0,48487	0,423321	0,978345	0,903266	0,827256
Gouveia	0,638081	0,609923	0,519821	0,745647	0,678368	0,552483
Guarda	0,666448	0,646441	0,517228	0,676773	0,656929	0,569324
Manteigas	0,448718	0,441641	0,430192	1	1	1
Mêda	0,493316	0,468475	0,437065	0,712605	0,675669	0,538464
Pinhel	0,697893	0,676571	0,659346	0,763673	0,755803	0,704092
Sabugal	0,860459	0,832477	0,806277	0,903018	0,871925	0,834057
Seia	0,723212	0,700203	0,60597	0,750537	0,738391	0,614402
Trancoso	0,555509	0,539424	0,539332	0,642651	0,632653	0,569929
Vila Nova de Foz Côa	0,657695	0,621769	0,597326	0,79018	0,745182	0,649803
Alcobaça	0,951929	0,933912	0,853584	0,962843	0,954498	0,877377
Alvaiázere	0,517158	0,459924	0,411005	0,695954	0,639341	0,507418
Ansião	0,771572	0,751975	0,621021	0,924373	0,878062	0,773631
Batalha	0,891807	0,890478	0,687115	1	1	1

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR <i>Inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado
Bombarral	0,518878	0,510607	0,230694	0,736497	0,6252	0,255746
Caldas da Rainha	0,872776	0,856578	0,545889	0,894143	0,877961	0,561166
Castanheira de Pêra	0,360831	0,355533	0,270363	1	1	1
Figueiró dos Vinhos	0,403591	0,395167	0,344796	0,64896	0,571185	0,395696
Leiria	1	1	1	1	1	1
Marinha Grande	0,784602	0,770045	0,426723	0,821216	0,805156	0,443094
Nazaré	0,605461	0,388564	0,149041	0,743089	0,457165	0,182858
Óbidos	0,294628	0,288095	0,162069	0,36997	0,34728	0,16246
Pedrógão Grande	0,434036	0,411321	0,391016	0,874065	0,812407	0,563305
Peniche	0,578003	0,553227	0,14626	0,692668	0,612877	0,14768
Pombal	0,848338	0,774989	0,590918	0,867227	0,78646	0,592764
Porto de Mós	0,767137	0,72724	0,559764	0,810363	0,775252	0,580849
Alenquer	0,701314	0,649633	0,38219	0,719094	0,66693	0,383294
Amadora	0,798402	0,772993	0,023409	0,804429	0,77773	0,037824
Arruda dos Vinhos	0,534239	0,517561	0,215984	0,796407	0,652161	0,238971
Azambuja	0,748926	0,698406	0,551156	0,859999	0,760247	0,561546
Cadaval	0,583541	0,577922	0,394189	0,764898	0,664463	0,409272
Cascais	0,660702	0,632188	0,032961	0,707634	0,640501	0,128471
Lisboa	0,314121	0,308606	0,003223	1	1	1
Loures	0,673769	0,657384	0,074306	0,679494	0,660039	0,21258
Lourinhã	0,537553	0,52415	0,219089	0,591738	0,563463	0,220282
Mafra	0,631428	0,628695	0,226233	0,63654	0,635815	0,278859
Odivelas	0,796406	0,779631	0,029964	0,802343	0,779762	0,039819
Oeiras	0,56594	0,538721	0,013472	0,578058	0,540589	0,049101
Sintra	1	1	1	1	1	1
Sobral de Monte Agraço	0,464617	0,438412	0,158068	0,824959	0,6792	0,204269
Torres Vedras	0,768637	0,7583	0,327245	0,775327	0,76698	0,356742
Vila Franca de Xira	0,868892	0,857631	0,393948	0,869699	0,857815	0,456632
Alter do Chão	0,639553	0,518063	0,408071	0,820252	0,790638	0,572394
Arronches	0,740794	0,513498	0,363463	1	1	1
Avis	0,924445	0,676517	0,592367	0,966613	0,872653	0,69062
Campo Maior	0,401218	0,384548	0,362425	0,491115	0,486319	0,384719
Castelo de Vide	0,537228	0,45682	0,381696	0,828964	0,773994	0,598717
Crato	0,691023	0,528942	0,366304	0,870975	0,773104	0,433268

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR <i>Inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado
Elvas	0,730897	0,687675	0,66602	0,766092	0,729246	0,672174
Fronteira	0,571868	0,566204	0,496863	1	1	1
Gavião	0,592445	0,557698	0,492459	0,88361	0,870357	0,674634
Marvão	0,412829	0,40028	0,395024	0,848644	0,801536	0,562842
Monforte	0,924846	0,657406	0,583168	1	1	1
Nisa	0,601238	0,574429	0,494525	0,67895	0,656974	0,52286
Ponte de Sor	0,788894	0,761709	0,753837	0,805374	0,795529	0,774072
Portalegre	0,649737	0,635535	0,521788	0,698483	0,665342	0,522067
Sousel	0,472479	0,442885	0,411816	0,697619	0,651776	0,468036
Amarante	0,770364	0,753481	0,426002	0,783275	0,771839	0,426057
Baião	0,593043	0,581341	0,329541	0,697911	0,63622	0,336143
Felgueiras	0,670027	0,627464	0,145499	0,695061	0,643154	0,146258
Gondomar	0,973114	0,949525	0,550839	0,984388	0,95599	0,59633
Lousada	0,674886	0,634293	0,157153	0,693081	0,656014	0,157445
Maia	0,852541	0,840314	0,14054	0,862451	0,845639	0,141264
Marco de Canaveses	0,8146	0,804982	0,415107	0,84311	0,826587	0,42427
Matosinhos	0,811373	0,772719	0,061785	0,815422	0,774175	0,095259
Paços de Ferreira	0,893085	0,682021	0,08143	0,929114	0,708495	0,083901
Paredes	0,75138	0,651514	0,121884	0,763398	0,658964	0,170828
Penafiel	0,708764	0,688594	0,22703	0,724926	0,698771	0,246363
Porto	0,477519	0,466744	0,007148	0,484871	0,46731	0,045295
Póvoa de Varzim	0,609407	0,580691	0,076213	0,625918	0,591085	0,099467
Santo Tirso	0,881668	0,831032	0,272001	0,896952	0,845287	0,274364
Trofa	0,811259	0,648889	0,108587	0,867882	0,690821	0,111886
Valongo	1	1	1	1	1	1
Vila do Conde	0,625488	0,62241	0,130251	0,628877	0,624888	0,17709
Vila Nova de Gaia	0,928891	0,895947	0,144359	1	1	1
Abrantes	0,764293	0,748552	0,66017	0,773056	0,763767	0,671699
Alcanena	0,561784	0,546927	0,305751	0,718406	0,636583	0,340839
Almeirim	0,875572	0,804271	0,677612	0,939987	0,858743	0,736722
Alpiarça	0,51816	0,470122	0,313925	0,912825	0,831963	0,491843
Benavente	0,826825	0,821781	0,748379	0,861254	0,846437	0,749763
Cartaxo	0,371546	0,305048	0,124331	0,415417	0,32876	0,127246
Chamusca	1	1	1	1	1	1
Constância	0,354781	0,334703	0,250108	0,868839	0,76454	0,422253

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR <i>Inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado
Coruche	0,745418	0,719793	0,697529	0,746415	0,732808	0,701329
Entroncamento	0,429885	0,41011	0,020902	0,530174	0,482917	0,020931
Ferreira do Zêzere	0,569336	0,561095	0,472655	0,813111	0,710841	0,550745
Golegã	0,388618	0,376398	0,238224	0,78454	0,698827	0,349876
Mação	0,600726	0,560919	0,53211	0,737649	0,675397	0,596129
Ourém	0,920744	0,882722	0,778214	0,948144	0,905462	0,80204
Rio Maior	0,555914	0,519262	0,358256	0,586906	0,556662	0,362285
Salvaterra de Magos	0,785153	0,765776	0,587755	0,879252	0,830529	0,664228
Santarém	0,607063	0,582005	0,350701	0,607356	0,589636	0,423108
Sardoal	0,336277	0,284626	0,229725	0,741745	0,643034	0,329421
Tomar	0,52661	0,483542	0,260675	0,534244	0,496873	0,287746
Torres Novas	0,633158	0,616101	0,340328	0,65663	0,640994	0,340823
Vila Nova da Barquinha	0,368561	0,34082	0,133286	0,681535	0,556022	0,166337
Alcácer do Sal	0,894133	0,735457	0,666039	0,966464	0,771004	0,753046
Alcochete	0,355089	0,344463	0,141242	0,464717	0,392017	0,142498
Almada	0,754929	0,734977	0,055254	0,847973	0,743746	0,12364
Barreiro	0,645642	0,637778	0,031788	0,651896	0,645036	0,043249
Grândola	0,555148	0,507267	0,477524	0,566308	0,519591	0,478367
Moita	0,705624	0,604934	0,082402	0,736124	0,625431	0,101368
Montijo	0,787075	0,663697	0,450889	0,792699	0,672099	0,476146
Palmela	0,626978	0,539202	0,306564	0,635703	0,540212	0,371938
Santiago do Cacém	0,651448	0,623203	0,605849	0,68684	0,623966	0,61817
Seixal	0,54026	0,532455	0,030341	0,544876	0,534012	0,094462
Sesimbra	0,348044	0,346626	0,08614	0,358389	0,355673	0,134021
Setúbal	0,476285	0,466211	0,054273	0,476412	0,467823	0,137665
Sines	0,249195	0,240336	0,145309	0,296965	0,271943	0,153457
Arcos de Valdevez	0,652362	0,626435	0,544103	0,682358	0,668244	0,548665
Caminha	0,378848	0,371545	0,163635	0,454036	0,416456	0,166345
Melgaço	0,363287	0,355254	0,296868	0,48967	0,433886	0,30136
Monção	0,685648	0,637707	0,455701	0,75044	0,693704	0,47906
Paredes de Coura	0,444109	0,428761	0,295113	0,610822	0,551108	0,333714
Ponte da Barca	0,442646	0,426607	0,291946	0,554805	0,502933	0,303974
Ponte de Lima	0,649012	0,627438	0,354657	0,658767	0,644997	0,357784
Valença	0,409483	0,388625	0,179997	0,539642	0,449861	0,183182

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR <i>Inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado	BCC <i>inputs</i>	SBM <i>inputs</i>	SBM não orientado
Viana do Castelo	0,722408	0,697768	0,293337	0,726359	0,703076	0,352612
Vila Nova de Cerveira	0,368643	0,360599	0,199899	0,582176	0,475163	0,211229
Alijó	0,542963	0,448264	0,445385	0,654618	0,556579	0,485826
Boticas	0,546418	0,544498	0,508545	0,749733	0,734377	0,573994
Chaves	0,527351	0,479559	0,346017	0,546294	0,49135	0,377596
Mesão Frio	0,296366	0,286179	0,093859	0,851183	0,760107	0,163949
Mondim de Basto	0,497161	0,484187	0,407836	0,787463	0,658341	0,486223
Montalegre	0,700569	0,677111	0,59899	0,757276	0,719135	0,615445
Murça	0,5419	0,489665	0,463094	0,796174	0,712961	0,57616
Peso da Régua	0,405808	0,389311	0,134294	0,476319	0,438071	0,137298
Ribeira de Pena	0,318331	0,304688	0,287328	0,438566	0,411188	0,297484
Sabrosa	0,385754	0,380193	0,313393	0,623951	0,545432	0,363314
Santa Marta de Penaguião	0,44457	0,427947	0,225233	0,746666	0,661996	0,307783
Valpaços	0,808087	0,782641	0,76492	0,831225	0,823928	0,7894
Vila Pouca de Aguiar	0,424558	0,395803	0,393871	0,47094	0,455312	0,402167
Vila Real	0,841017	0,825747	0,605795	0,866169	0,84641	0,612733
Armamar	0,325932	0,2997	0,228169	0,514897	0,455322	0,26895
Carregal do Sal	0,645519	0,633077	0,443986	0,969693	0,916349	0,762095
Castro Daire	0,655499	0,642594	0,580734	0,717115	0,696371	0,598276
Cinfães	0,708309	0,656944	0,469163	0,806177	0,712342	0,528205
Lamego	0,606889	0,572096	0,267347	0,668446	0,612672	0,276755
Mangualde	0,546667	0,532603	0,324669	0,619388	0,580052	0,329447
Moimenta da Beira	0,5287	0,507886	0,430255	0,646858	0,620592	0,472778
Mortágua	0,607292	0,587281	0,540795	0,738716	0,715636	0,60254
Nelas	0,619914	0,6055	0,367711	0,861041	0,748954	0,465348
Oliveira de Frades	0,469538	0,449889	0,301061	0,616934	0,558606	0,330034
Penalva do Castelo	0,492705	0,468038	0,354319	0,698055	0,630749	0,438146
Penedono	0,327646	0,322738	0,314455	0,760135	0,727604	0,393964
Resende	0,393971	0,389366	0,215725	0,592736	0,487599	0,217862
Santa Comba Dão	0,498445	0,476848	0,263833	0,62749	0,581955	0,298429
São João da Pesqueira	0,69803	0,61398	0,597175	1	1	1
São Pedro do Sul	0,446582	0,432849	0,342383	0,511148	0,470753	0,343869
Sátão	0,588955	0,579444	0,43986	0,746624	0,674572	0,479179
Sernancelhe	0,539292	0,50375	0,49353	0,7627	0,738226	0,60018

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	<i>CCR Inputs</i>	<i>SBM inputs</i>	<i>SBM não orientado</i>	<i>BCC inputs</i>	<i>SBM inputs</i>	<i>SBM não orientado</i>
Tabuaço	0,404329	0,388952	0,320701	0,60547	0,577109	0,385967
Tarouca	0,311179	0,298776	0,165297	0,534472	0,421897	0,177307
Tondela	0,717227	0,685911	0,530303	0,762573	0,719706	0,545372
Vila Nova de Paiva	0,361592	0,358436	0,336151	0,587393	0,566468	0,378925
Viseu	0,903001	0,887001	0,668618	0,905435	0,891065	0,673231
Vouzela	0,627766	0,58919	0,47413	0,821002	0,713935	0,561379

Fonte: Elaboração própria.

APÊNDICE D - Índices de eficiência para os municípios agregados.

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR Inputs	SBM inputs	SBM não orientado	BCC inputs	SBM inputs	SBM não orientado
Anadia/Mealhada/Águeda/Oliveira do bairro	1	1	1	1	1	1
Arouca/Castelo de Paiva/Espinho/Sta Maria da Feira/S. João da Madeira	0,879078	0,874609	0,499562	0,892052	0,882945	0,623184
Ílhavo/Vagos/Aveiro	0,774683	0,677323	0,263436	0,797226	0,726006	0,326198
Ovar/Oliveira de Azeméis/Vale de Cambra	0,847287	0,788804	0,393252	0,877122	0,837989	0,416232
Aljustrel/Castro Verde	0,746953	0,702675	0,548322	1	0,76618	0,650895
Beja	1	0,625152	0,548733	1	0,648674	0,562486
Mértola	1	1	1	1	1	1
Barrancos/Moura	0,70424	0,657584	0,604707	1	1	1
Ferreira do Alentejo	0,780359	1	1	0,792672	1	1
Odemira	0,939198	0,850021	0,849286	0,721449	1	1
Ourique/Almodôvar	0,846567	0,745117	0,483397	0,876842	0,752492	0,504258
Serpa	0,755932	0,672183	0,591745	0,780332	0,720429	0,633764
Vidigueira/Alvito/Cuba	0,734343	0,649381	0,575075	0,946965	0,856317	0,706003
Barcelos/Esposende	1	1	1	1	1	1
Braga/Vila Nova de Famalicão	0,910975	0,765125	0,24125	0,910982	0,781569	0,442054
Fafe/Celorico de Basto/Cabeceiras de Basto/Vieira do Minho	0,830877	0,783108	0,649332	0,874262	0,834557	0,655509
Guimarães/Vizela/Póvoa de Lanhoso	0,825704	0,644391	0,208368	0,82699	0,675643	0,316712
Terras de Bouro/Amares/Vila Verde	0,885018	0,766378	0,740588	0,989467	0,92391	0,881614
Alfândega da Fé/Mogadouro	1	1	1	1	1	1
Bragança	0,900846	0,791345	0,785188	1	0,854827	0,839051
Carrazeda de Ansiães/Vila Flor	0,59395	0,568529	0,503487	0,916161	0,932969	0,811756
Macedo de Cavaleiros	0,83626	0,709766	0,695879	0,960706	0,898766	0,880312
Miranda do Douro / Vimioso	0,555638	0,52997	0,427153	0,962578	0,82243	0,610033
Mirandela	0,565069	0,487052	0,483005	0,857985	0,631505	0,497096
Torre de Moncorvo/Freixo de Espada à Cinta	0,677801	0,616966	0,445267	0,641407	0,815188	0,653742
Vinhais	0,765244	0,717788	0,608185	0,869697	1	1
Castelo Branco/Vila Velha de Rodão	1	1	1	1	1	1
Fundão/Penamacor/Belmonte/Covilhã	1	1	1	1	1	1
Idanha-a-Nova	1	1	1	1	1	1

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR Inputs	SBM inputs	SBM não orientado	BCC inputs	SBM inputs	SBM não orientado
Oleiros/Proença-a-Nova/Sertã/Vila de Rei	1	1	1	1	1	1
Coimbra/Condeixa-a-Nova/Soure	0,649809	0,568	0,267966	0,655543	0,590307	0,396243
Figueira da Foz/Montemor-o-Velho/Cantanhede/Mira	0,781792	0,769243	0,538295	0,801597	0,777191	0,652383
Oliveira-do-Hospital/Tábua	0,645279	0,601124	0,504523	0,89298	0,883936	0,593205
Pampilhosa da Serra/Arganil/Góis	0,807825	0,739594	0,660618	0,886221	0,82201	0,744863
Penacova/Vila Nova de Poiares/Lousã/Miranda do Corvo/Penela	0,770619	0,709611	0,590514	0,90959	0,828535	0,630349
Alandroal/Redondo	0,595427	0,550455	0,372929	0,670155	0,64807	0,458464
Estremoz/Borba/Vila Viçosa	0,730178	1	1	1	1	1
Évora	0,482716	0,660752	0,636344	0,861253	0,807484	0,684022
Arraiolos/Mora	1	0,402994	0,39274	0,487135	0,42782	0,400347
Montemor-o-Novo/Vendas Novas	0,948693	0,83528	0,83528	0,99677	0,922848	0,922848
Portel/Viana do Alentejo	0,874386	0,813522	0,75779	0,929688	0,892019	0,829082
Reguengos de Monsaraz/Mourão	0,505395	0,491508	0,39275	0,662531	0,64407	0,488748
Albufeira/Lagoa/Silves	0,452971	0,388365	0,251066	0,466263	0,416844	0,302254
Loulé/Faro	0,517023	0,447942	0,256116	0,519035	0,467506	0,357484
Portimão/Aljezur/Monchique	0,419256	0,354736	0,281373	0,439052	0,395475	0,305431
Tavira/São Brás de Alportel/Olhão	0,785682	0,681691	0,613377	0,815046	0,750547	0,621776
Vila do Bispo/Lagos	0,300449	0,263622	0,172109	0,37878	0,363373	0,190926
Vila Real de Santo António/Castro Marim/Alcoutim	0,480102	0,394398	0,332723	0,486274	0,411251	0,338779
Aguiar da Beira/Trancoso	0,62299	0,567484	0,509854	0,96192	0,893095	0,797002
Almeida/Pinhel	0,859838	0,798288	0,657228	0,919764	0,884411	0,836816
Gouveia/Manteigas/Seia	0,687314	0,639703	0,637681	1	0,77962	0,644414
Guarda/Celorico da Beira/Fornos de Algodres	0,472526	0,330206	0,327427	1	0,371834	0,327427
Mêda/Figueira de Castelo Rodrigues/Vila Nova de Foz Côa	1	1	1	0,787169	1	1
Sabugal	0,858345	0,804565	0,750248	0,522457	1	1
Alcobaça/Nazaré	0,969352	0,765566	0,676793	0,737421	1	1
Alvaiázere/Ansião/Castanheira de Pêra/Figueiro dos Vinhos/Pedrogão Grande	0,76978	0,61055	0,609858	1	1	1
Batalha/Porto de Mós	0,85284	0,746422	0,651525	1	1	1
Bombarral/Caldas da Rainha/Óbidos/Peniche	0,700653	0,696596	0,413588	1	0,731589	0,425502

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR Inputs	SBM inputs	SBM não orientado	BCC inputs	SBM inputs	SBM não orientado
Leiria/Marinha Grande	1	1	1	1	1	1
Pombal	0,875457	0,679781	0,530204	0,970839	0,798937	0,640923
Amadora/Odivelas	0,881798	0,758013	0,03648	0,882619	0,773406	0,075374
Arruda dos Vinhos/Sobral de Monte Agraço/Mafra	0,628829	0,540288	0,228739	0,661973	0,609086	0,259777
Lisboa	0,337513	1	1	0,709654	1	1
Loures	0,675139	0,266441	0,003504	0,748016	1	1
Lourinhã/Torres Vedras	0,705637	0,569974	0,080325	1	0,605121	0,135054
Oeiras/Cascais	0,6334	0,64001	0,300764	1	0,722489	0,30407
Cadaval/Alenquer/Azambuja/Vila Franca de Xira	1	0,58321	0,026856	1	0,586886	0,1888
Sintra	1	1	1	0,638404	1	1
Arronches/Campo Maior	0,530207	0,499425	0,419989	0,855001	0,807942	0,615015
Avis/Sousel	0,731725	0,694497	0,54294	0,914951	0,841599	0,650487
Elvas	0,737149	0,638979	0,633613	0,857607	0,848017	0,745586
Estarreja/Murtosa/Albergaria-a-Velha/Sever do Vouga/	0,825475	0,824089	0,53656	0,99136	0,964796	0,695123
Gavião/Crato	0,75686	0,675484	0,479294	0,722985	1	1
Marvão/Castelo de Vide/Nisa	0,656642	0,636315	0,48985	1	0,69417	0,544312
Monforte/Fronteira/Alter do Chão	0,991269	0,856722	0,758371	1	1	1
Ponte de Sor	0,855904	0,759457	0,738681	0,955697	0,920809	0,907649
Portalegre	0,708765	0,556958	0,529898	0,964316	0,794135	0,669338
Amarante	0,765312	0,64873	0,426709	0,91039	0,827253	0,479811
Baião/Marco de Canaveses	0,752916	0,696386	0,400833	0,85739	0,841988	0,429832
Porto/Vila Nova de Gaia	0,694662	1	1	1	1	1
Penafiel/Paredes/Gondomar/Valongo	1	0,405387	0,017236	1	1	1
Póvoa de Varzim/Vila do Conde/Matosinhos/Maia	1	1	1	1	1	1
Trofa/Santo Tirso/Paços de Ferreira/Lousada/Felgueiras	1	1	1	1	1	1
Alpiarça/Almeirim/Salvaterra Magos/Cartaxo	0,739077	0,569553	0,461921	0,810608	0,625515	0,493447
Benavente	0,796078	0,653249	0,626486	0,928162	0,865977	0,761973
Coruche	0,735335	0,674333	0,610381	0,789532	0,740945	0,67978
Rio Maior/Santarém	0,661697	0,567464	0,417184	0,682189	0,623973	0,441423
Sardoal/Mação/Abrantes	0,704112	0,626391	0,622992	0,704192	0,679717	0,63026
Tomar/Ferreira do Zêzere	0,556897	0,464607	0,335796	0,619183	0,558597	0,348611

DMU	Retornos constantes de escala			Retornos variáveis de escala		
	CCR Inputs	SBM inputs	SBM não orientado	BCC inputs	SBM inputs	SBM não orientado
Torres Novas/Alcanena/Ourém	0,860766	0,806259	0,663345	0,894604	0,874762	0,692043
Vila Nova da Barquinha /Entroncamento/Constância/Golegã/Chamusca	0,785021	0,645036	0,643807	0,8334	0,745546	0,650502
Alcácer do Sal	0,989959	0,861584	0,859328	0,945744	1	1
Alcochete/Montijo/Palmela	0,985525	0,727728	0,721831	0,744578	1	1
Almada	0,868046	0,634387	0,080626	0,831285	0,694097	0,086082
Grândola	0,650178	0,515421	0,469548	0,586633	0,60578	0,536201
Moita/Barreiro	0,742996	0,624315	0,078866	0,451812	0,71026	0,087634
Seixal	0,539877	0,449269	0,034451	0,515581	0,495045	0,059908
Sesimbra/Setúbal	0,437904	0,397193	0,080096	1	0,42778	0,171883
Sines/Santiago do Cacém	0,515454	0,463275	0,451507	1	0,490097	0,452733
Arcos de Valdevez/Ponte da Barca	0,611215	0,555541	0,530987	0,756082	0,743446	0,531255
Melgaço/Monção	0,547028	0,495054	0,438706	0,780076	0,736576	0,438729
Paredes de Coura/Valença/Vila Nova de Cerveira/Caminha	0,573071	0,515399	0,374935	0,75663	0,671533	0,383521
Ponte de Lima/Viana do Castelo	0,857477	0,736725	0,557877	0,875476	0,786292	0,561105
Chaves	0,491771	0,427717	0,353554	0,583002	0,535891	0,362584
Mesão Frio/Peso da Régua/Santa Marta de Penaguião/Vila Real	0,723846	0,692443	0,471797	0,837179	0,789772	0,477773
Montalegre/Boticas	0,775986	0,730996	0,598587	0,820977	0,775924	0,67889
Ribeira de Pena/Vila Pouca de Aguiar/Mondim de Basto	0,48492	0,449406	0,423876	0,591368	0,561061	0,4428
Sabrosa/Alijó/Murça	0,63663	0,54522	0,525258	0,924119	0,7757	0,685373
Valpaços	0,85687	0,731276	0,723932	1	1	1
Mortágua/S. Comba Dão	0,582347	0,55324	0,528276	0,875033	1	1
Armamar/Tabuaço/S. João da Pesqueira/Cinfães/Lamego/Resende	0,850609	0,703738	0,650902	0,872808	0,743118	0,69093
Carregal do Sal/Tondela	0,709482	0,641767	0,54079	0,831912	0,862401	0,614491
Castro Daire/Vila Nova de Paiva	0,575933	0,537519	0,527482	0,773364	0,806729	0,583632
Mangualde/Nelas/Penalva do Castelo/Sátão	0,643374	0,625706	0,529369	0,645394	0,749144	0,529775
Oliveira de Frades/S. Pedro do Sul/Vouzela	0,526391	0,467045	0,450497	0,784329	0,607221	0,451656
Penedono/Sernancelhe /Moimenta da Beira/Tarouca	0,592964	0,537643	0,52789	1	0,739134	0,555181
Viseu	0,933086	0,78443	0,565724	0,960715	0,878007	0,592638

Fonte: Elaboração própria.