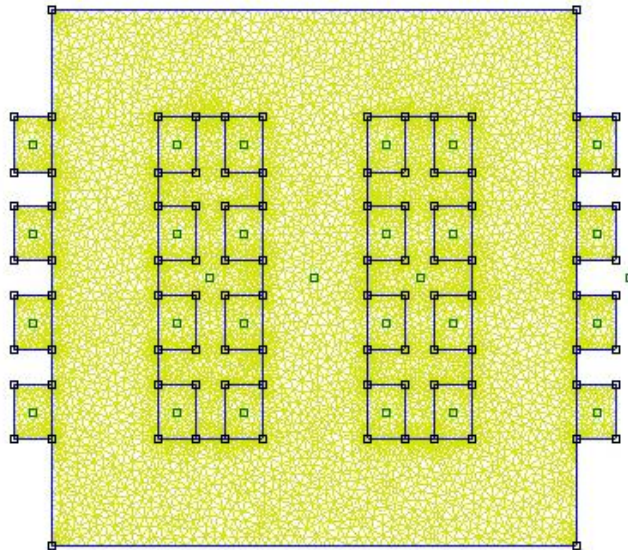


**INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA**  
**Departamento de Engenharia Eletrotécnica Energia e Automação**



## **Estudo de um Transformador Trifásico de Três Enrolamentos através do Método dos Elementos Finitos**

**FREDERICO ANTÓNIO CORTES CABRITA**  
(Licenciado em Engenharia Eletrotécnica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre  
em Engenharia Eletrotécnica – Ramo de Energia

Orientador:

Doutor Ricardo Jorge Ferreira Luís

Júri:

Presidente: Doutor Filipe André de Sousa Figueira Barata

Vogais:

Doutora Rita Marcos Fontes Murta Pereira

Doutor Ricardo Jorge Ferreira Luís

**Junho de 2023**

## **RESUMO**

Os transformadores trifásicos de três enrolamentos desempenham diversas funções em sistemas elétricos, algumas das quais requerem sistemas de controlo avançados para operar conversores eletrónicos de potência. Deste modo, surge a necessidade de se obter um modelo dinâmico deste tipo de transformador para o desenvolvimento de algoritmos de controlo apropriados ao controlo destes conversores eletrónicos.

Neste documento é apresentado um método para se desenvolver um modelo dinâmico de simulação numérica de um transformador trifásico de três enrolamentos em diversas condições de funcionamento. Designadamente procura-se modelar o comportamento transitório de imposição das correntes em vazio e em carga de um transformador deste tipo.

Para o desenvolvimento do modelo de simulação dinâmico recorre-se ao método dos elementos finitos, para se obter parâmetros de indutâncias próprias e mútuas que têm uma natureza não linear, difíceis de medir em laboratório. A não linearidade dos parâmetros do transformador foi determinada através do desenvolvimento de um modelo de elementos finitos do transformador.

## **PALAVRAS-CHAVE**

Modelo Dinâmico, Transformador Trifásico de Três Enrolamentos, Método dos Elementos Finitos



## **ABSTRACT**

Three-phase three-winding transformers have many applications in electrical systems, some of which require advanced control systems to operate electronic power converters, thus, the need for a dynamic simulation model of this type of transformer arises for the development of the appropriate control algorithms to operate these electronic converters.

This document presents a three-phase three-winding dynamic numerical simulation model under various conditions, in particular, the transient behavior of the no-load and load currents of the transformer.

For the development of the dynamic simulation model, the finite element method is used to obtain parameters of self and mutual inductances that have a nonlinear nature, difficult to measure in the laboratory. The nonlinear parameters are determined by developing a finite element model of the transformer.

## **KEYWORDS**

Dynamic Model, Three-Phase Three-Winding Transformer, Finite Element Method



## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria em primeiro lugar de agradecer ao meu orientador, o Professor Doutor Ricardo Luís, pela disponibilidade que apresentou para a realização deste trabalho, o tempo e esforço que apresentou foram fundamentais para a conclusão deste trabalho, tal como toda a experiência e conhecimento que partilhou durante o processo de realização deste estudo.

Agradeço também todo o Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, com um especial agradecimento aos professores que contribuíram para o meu percurso académico, e aos meus diversos colegas com quem partilhei este percurso, que sempre apresentaram um grande espírito de entreatajuda.

Devo um tremendo agradecimento à minha namorada Samanta, que todos estes anos sempre me apoiou em tudo o que precisei, inclusive para a realização deste trabalho, sem o apoio que me deu este percurso, inclusive neste trabalho, teria seria muito mais difícil.

Devo um agradecimento muito especial à minha família, que sempre esteve presente durante o meu percurso académico, a confiança que sempre depositaram em mim, tal como o esforço monetário que tiveram de fazer é que tornaram o meu percurso académico possível.

Um grande agradecimento a todos os meus amigos que me têm acompanhado, em especial ao Diogo, ao Hugo, ao Luís e ao Raminhos, por toda a companhia e apoio que têm disponibilizado ao longo de todos estes anos.

A todos que contribuíram de alguma forma para o meu percurso até agora, obrigado.



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos

#	descrição, unidades,
$A_{\text{nucleo}}$	Secção do núcleo, [m <sup>2</sup> ]
$B_{\text{max}}$	Valor de pico de campo magnético, [T]
$e''$	Força Contraeletromotriz, [V]
$e_y^{x''}$	Força contraeletromotriz da fase “y” do enrolamento “x”, [V]
f	Frequência, [Hz]
$H_{\text{max}}$	Valor de pico da intensidade do campo magnético, [A/m]
$I_P$	Corrente no primário, [A]
$I_S$	Corrente no secundário, [A]
$I_y^x$	Corrente da fase “y” do enrolamento “x”, [A]
$I_{\text{max}}^x$	Valor de pico de corrente do enrolamento “x”, [A]
i	Corrente, [A]
$i_{ABC}$	Matriz das correntes do enrolamento secundário de um TT2E, [A]
$i_{abc}$	Matriz das correntes do enrolamento primário de um TT2E, [A]
$i_{abc}^P$	Matriz da corrente trifásica do enrolamento primário, [A]
$i_{abc}^S$	Matriz da corrente trifásica do enrolamento secundário, [A]
$i_{abc}^t$	Matriz da corrente trifásica do enrolamento terciário, [A]
$i_{\text{max}}^P$	Valor de pico da corrente de excitação do primário, [A]
$i_J$	Corrente de uma bobina J, [A]
$i_{\alpha\beta 0}$	Corrente nas coordenadas $\alpha\beta 0$ , [A]
L	Indutância própria instantânea, [H]
L'	Indutância própria constante, [H]
L''	Indutância própria variável, [H]
$L_1$	Variável 1 da indutância própria decomposta, [H]
$L_2$	Variável 2 da indutância própria decomposta, [H]
$L_J$	Indutância própria de uma bobina J, [H]
$L_{\text{Max}}$	Indutância própria máxima, [H]
$L_{\text{Min}}$	Indutância própria mínima, [H]

$L_p$	Matriz da indutância do enrolamento primário, [H]
$L_s$	Matriz da indutância do enrolamento secundário, [H]
$L_t$	Matriz da indutância do enrolamento terciário, [H]
$L_{yz}^x$	Indutância própria entre as fases “y” e “z” do enrolamento “x”, [H]
$L_y^{x'}$	Indutância própria constante da fase “y” no enrolamento “x”, [H]
$L_{yz}^{x''}$	Indutância própria variável entre a fase “y” e a fase “z” no enrolamento “x”, [H]
$l_{Ext}$	Comprimento de uma espira exterior de uma bobina, [mm]
$l_{Int}$	Comprimento de uma espira interior de uma bobina, [mm]
$l_{Médio}$	Comprimento médio de uma espira de uma bobina, [mm]
$l_{mag}$	Comprimento do circuito magnético, [m]
$l_{Total}$	Comprimento total do fio de cobre de uma bobina, [m]
$M_{jk}^{xy}$	Indutância mútua entre a fase “j” do enrolamento “x” com a fase “k” do enrolamento “y”, [H]
$\bar{M}_{jk}^{xy}$	Média do valor de indutância mútua entre a fase “j” do enrolamento “x” com a fase “k” do enrolamento “y”, [H]
$M_{JK}$	Indutância mútua de uma bobina J com uma bobina K, [H]
$M_{n-m}$	Matriz das indutâncias mútuas entre enrolamentos n e m, [H]
$N_{Espiras}$	Número estimado de espiras,
$N_p$	Número de espiras no primário,
$N_s$	Número de espiras no secundário,
$R$	Resistência, [ $\Omega$ ]
$R_1$	Resistência do enrolamento primário, [ $\Omega$ ]
$R_2$	Resistência do enrolamento secundário, [ $\Omega$ ]
$R_p$	Matriz da resistência do enrolamento primário, [ $\Omega$ ]
$R_s$	Matriz da resistência do enrolamento secundário, [ $\Omega$ ]
$R_t$	Matriz da resistência do enrolamento terciário, [ $\Omega$ ]
$R_l$	Resistência por comprimento, [ $\Omega/m$ ]
$s$	Secção do condutor, [ $mm^2$ ]
$U_{ef}$	Tensão Eficaz, [V]
$U_{max}$	Valor de pico da tensão, [V]
$U_{max}^s$	Valor de pico da tensão do secundário, [V]

$U_P$	Tensão no primário, [V]
$U_S$	Tensão no secundário, [V]
$u$	Tensão, [V]
$u_{abc}$	Matriz das tensões do enrolamento primário de um TT2E, [V]
$u_{ABC}$	Matriz das tensões do enrolamento secundário de um TT2E, [V]
$u_{abc}^p$	Matriz da tensão trifásica do enrolamento primário, [V]
$u_{abc}^s$	Matriz da tensão trifásica do enrolamento secundário, [V]
$u_{abc}^t$	Matriz da tensão trifásica do enrolamento terciário, [V]
$u_{\alpha\beta 0}$	Tensão nas coordenadas $\alpha\beta 0$ , [V]
$\theta$	Ângulo de excitação, [°]
$\lambda_J$	Fluxo de uma bobina J, [Wb]
$\lambda_K$	Fluxo de uma bobina K, [Wb]
$\varphi_0$	Condição de ângulo inicial, [rad]
$\psi_{abc}^p$	Matriz do fluxo trifásico do enrolamento primário, [Wb]
$\psi_{abc}^s$	Matriz do fluxo trifásico do enrolamento secundário, [Wb]
$\psi_{abc}^t$	Matriz do fluxo trifásico do enrolamento terciário, [Wb]
$\psi_m$	Fluxo de excitação, [Wb]
$\psi_y^x$	Fluxo da fase “y” do enrolamento “x”, [Wb]
$\psi_{\alpha\beta 0}$	Componentes $\alpha$ , $\beta$ e 0 do fluxo, [Wb]
$\omega$	Frequência angular, [rad/s]



## **ABREVIATURAS**

AC – Corrente alternada (de *alternated current*)

CI – Central Inverter

DC – Corrente contínua (de *direct current*)

DCI – Dual-Central Inverter

DFIG – Gerador de indução duplamente alimentada (de *Double Fed Induction Generator*)

FEM – Método dos elementos finitos (de *Finite, Element Method*)

FFT – Transformada Rápida de Fourier (de *Fast Fourier Transform*)

MPPT – Monitoramento do ponto de potência máxima (de *Maximum Power Tracking Point*)

TT2E – Transformador trifásico de dois enrolamentos

TT3E – Transformador trifásico de três enrolamentos



# ÍNDICE

<b>Capítulo 1 .....</b>	<b>1</b>
Introdução .....	1
1.1 – Motivação do trabalho.....	1
1.2 – Objetivos .....	1
1.3 – Enquadramento do trabalho .....	2
1.4 – Estrutura da tese .....	3
<b>Capítulo 2 .....</b>	<b>5</b>
Transformador Trifásico de Três Enrolamentos .....	5
2.1 – Introdução .....	5
2.2 – Núcleo do Transformador .....	6
2.3 – Aplicações .....	8
<b>Capítulo 3 .....</b>	<b>17</b>
Modelo Dinâmico .....	17
3.1 – Introdução .....	17
3.2 – Modelo de simulação numérica .....	23
<b>Capítulo 4 .....</b>	<b>31</b>
Modelação do TT3E por método de Elementos Finitos .....	31
4.1 – Introdução .....	31
4.2 – Método de Elementos Finitos.....	33
4.3 – Propriedades do Problema.....	33
4.4 – Geometria.....	35
4.5 – Materiais.....	38
4.6 – Material: Bobinas .....	40
4.7 – Material: Núcleo do Transformador.....	46
4.8 – Material: Ar .....	51
4.9 – Condições de Fronteira .....	51
4.10 – Malha de Elementos Finitos.....	52
4.11 – Cálculo de Indutâncias .....	52
4.12 – Obtenção de Resultados e Conclusões .....	56

<b>Capítulo 5.....</b>	<b>59</b>
Resultados Obtidos.....	59
5.1 – Introdução.....	59
5.2 – Ensaio em Vazio alimentando o Primário com Recurso à Matriz de Indutâncias Médias.....	60
5.3 – Ensaio em Vazio alimentando o Primário com Recurso à Matriz de Indutâncias Variáveis com Ângulo Calculado.....	65
5.4 – Ensaio em Vazio alimentando o Primário com Recurso à Matriz de Indutâncias Variáveis com Ângulo Simulado.....	66
5.5 – Ensaio em Vazio alimentando o Terciário com Recurso à Matriz de Indutâncias Variáveis com Ângulo Simulado.....	73
5.6 – Ensaio em Carga.....	76
 <b>Capítulo 6.....</b>	 <b>83</b>
Conclusões.....	83
6.1 – Conclusões gerais.....	83
6.2 – Análise de resultados obtidos.....	84
6.3 – Perspectivas de desenvolvimento futuro.....	86
Bibliografia.....	89

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Transformador monofásico de núcleo <i>shell</i> (a) e de núcleo <i>core</i> (b).....	7
Figura 2.2 – TT2E com as bobinas empilhadas (a) e concêntricas (b).....	8
Figura 2.3 - Terceiro carril do metro de Lisboa (esquerda) e catenária dos comboios de Portugal (direita).....	10
Figura 2.4 – Ponte dodecafásica a díodos .....	11
Figura 2.5 – Comparação do conteúdo harmónico gerado entre uma ponte a seis díodos (esquerda) e uma a doze (direita) .....	12
Figura 2.6 – Esquema de um DFIG .....	13
Figura 2.7 – Esquema de um CI .....	14
Figura 2.8 – Esquema de um DCI .....	15
Figura 3.1 – Modelo de simulação do TT3E .....	23
Figura 3.2 – Subsistema de cálculo de correntes.....	24
Figura 3.3 - Subsistema de calculo de forças contraeletromotrizes com base na matriz de indutâncias médias.....	26
Figura 3.4 - Subsistema de calculo de forças contraeletromotrizes recorrendo à derivada por partes.....	27
Figura 3.5 - Matriz tridimensional de indutâncias variáveis .....	28
Figura 3.6 - Subsistema para calcular o ângulo de excitação .....	29
Figura 3.7 – Transformada de Clarke com potência invariante .....	29
Figura 3.8 – Subsistema de imposição de correntes.....	30
Figura 3.9 – Subsistema de cálculo de tensão quando imposta a corrente .....	30
Figura 4.1 – Transformador em estudo. ....	32
Figura 4.2 – Campos a introduzir os parâmetros para definição do problema.....	34
Figura 4.3 – Dimensões do núcleo do transformador.....	35
Figura 4.4 – Dimensões das bobinas na metade superior da coluna do transformador.....	36
Figura 4.5 - Geometria no FEMM.....	37
Figura 4.6 – Geometria do transformador e a região de fronteira do problema .....	37
Figura 4.7 – Campos a introduzir para definir um novo material .....	38
Figura 4.8 – Tipos de laminação [28].....	39
Figura 4.9 – Campos a inserir na etiqueta de bloco.....	40
Figura 4.10 – Dimensões de uma bobina, com a representação de uma espira média a azul ..	43
Figura 4.11 – Atribuição das bobinas aos blocos correspondentes .....	45
Figura 4.12 – Curvas de histeréticas de B-H (azul) e curva não histerética de B-H (Vermelho) .....	46
Figura 4.13 - Curva B-H não histerética introduzida no <i>software</i> FEMM.....	50

Figura 4.14 – Atribuição do núcleo ao bloco correspondente. ....	50
Figura 4.15 – Atribuição do Ar aos blocos correspondentes .....	51
Figura 4.16 – Geometria completa com malha de elementos finitos gerada .....	52
Figura 4.17 – Fluxograma do método de cálculo das indutâncias próprias e mútuas.....	54
Figura 4.18 – Gráfico que representa os componentes para separação de indutâncias .....	55
Figura 4.19 – Indutância mútua Mbcps .....	57
Figura 4.20 – Indutância própria Lbp total (verde), constante (laranja) e variável (verde)....	57
Figura 4.21 – Contornos e densidade de fluxo gerados por alimentar a fase B do primário no instante em que o ângulo da corrente de excitação é 45° .....	58
Figura 5.1 – Formas de onda da tensão imposta no primário .....	61
Figura 5.2 – Resposta temporal da corrente no primário .....	62
Figura 5.3 - Formas de onda da corrente do primário após o transitório .....	63
Figura 5.4 – Tensão medida no secundário.....	64
Figura 5.5 - Tensão medida no Terciário .....	64
Figura 5.6 – Resposta temporal da corrente do primário .....	66
Figura 5.7 – Ângulo de excitação gerado (esquerda) e calculado (direita).....	67
Figura 5.8 – Resposta temporal da corrente.....	68
Figura 5.9 – Formas de onda da corrente resultante .....	68
Figura 5.10 – Tensão induzida no secundário.....	69
Figura 5.11 – Tensão induzida no terciário.....	70
Figura 5.12 – Corrente medida na fase “a” medida em laboratório.....	71
Figura 5.13 – Forma de onda de corrente da fase “b” medida em laboratório .....	71
Figura 5.14 - Forma de onda de corrente da fase “c” medida em laboratório .....	72
Figura 5.15 – Análise FFT da tensão da fase “a” que alimenta o primário .....	73
Figura 5.16 – Tensão imposta no terciário.....	74
Figura 5.17 - Resposta temporal da corrente no Terciário.....	74
Figura 5.18 – Formas de onda da corrente do Terciário .....	75
Figura 5.19 – Tensões induzidas no Primário.....	75
Figura 5.20 – Tensões Induzidas no Secundário.....	76
Figura 5.21 – Correntes do primário (P) e secundário (S) no instante em que o transformador é ligado.....	77
Figura 5.22 – Correntes do primário no instante em que o transformador é ligado .....	78
Figura 5.23 – Correntes trifásicas do primário e corrente da fase “a” do secundário.....	78
Figura 5.24 - Correntes do primário no instante em que o transformador é ligado. ....	79
Figura 5.25 - Correntes do primário no instante em que o transformador é ligado .....	79
Figura 5.26 – Correntes do primário e corrente da fase “a” do secundário .....	80

Figura 5.27 – Resposta temporal da corrente trifásica do Primário e a fase “a” do secundário .....	81
Figura 5.28 – Resposta temporal das correntes trifásicas do primário e fase “a” do terciário .	82
Índice de Tabelas	
Tabela 4.1 – Características do Transformador .....	32
Tabela 4.2 – Dimensões do núcleo do transformador .....	35
Tabela 4.3 – Dimensões das bobinas e os espaços entre si num braço do transformador.....	36
Tabela 4.4 – Correntes máximas em cada enrolamento .....	41
Tabela 4.5 – Valores necessários para estimar o comprimento total das espiras .....	42
Tabela 4.6 – Definição do material da bobina.....	45
Tabela 4.7 – Valores que definem a curva B-H do transformador.....	48
Tabela 4.8 – Definição do material do núcleo.....	49



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1 – Características do Transformador .....	32
Tabela 4.2 – Dimensões do núcleo do transformador .....	35
Tabela 4.3 – Dimensões das bobinas e os espaços entre si num braço do transformador.....	36
Tabela 4.4 – Correntes máximas em cada enrolamento .....	41
Tabela 4.5 – Valores necessários para estimar o comprimento total das espiras .....	42
Tabela 4.6 – Definição do material da bobina.....	45
Tabela 4.7 – Valores que definem a curva B-H do transformador.....	48
Tabela 4.8 – Definição do material do núcleo.....	49



# Capítulo 1

## Introdução

Neste capítulo será apresentado sucintamente o tema em estudo, descrevendo as motivações que levaram à escolha do tema, tal como os objetivos que se pretendem alcançar ao longo da dissertação. Apresenta-se, também, o enquadramento do tema de estudo e a estrutura da dissertação, disponibilizando uma visão geral dos tópicos principais que são abordados em cada capítulo.

### 1.1 – Motivação do trabalho

O TT3E é um tema não muito referido na literatura académica, mas que desempenha diversas funções em sistemas elétricos, algumas as quais requerem sistemas de controlo avançados para operar conversores eletrónicos de potência ligados ao TT3E. Deste modo, é necessário obter um modelo dinâmico do TT3E para o desenvolvimento de algoritmos de controlo apropriados ao controlo comutado desses conversores eletrónicos.

Dada a natureza não linear de alguns parâmetros do transformador e considerando a complexidade do problema, que torna difícil a medição em laboratório com um medidor de LCR, considera-se que a forma ideal de obter estes parâmetros seja com recurso a métodos computacionais, dos quais o FEM se apresenta como um método adequado para este fim.

### 1.2 – Objetivos

Esta dissertação tem como principal objetivo a construção de um modelo dinâmico do funcionamento de um TT3E. Dever-se-á fazer o levantamento de dados do transformador para realização do seu modelo, tendo em conta que alguns dados não são facilmente medidos em laboratório, nomeadamente aqueles de cariz não linear, ter-se-á de recorrer adicionalmente a métodos computacionais para que estes possam ser obtidos.

Serão obtidos parâmetros do transformador recorrendo ao FEM, onde será construído um modelo de simulação do transformador, com os dados recolhidos anteriormente e dados adicionais caso se prove necessário. Com a solução obtida a partir desta simulação, será realizado um pós-processamento dos dados e estes serão introduzidos no modelo dinâmico de modo que este fique completo.

O modelo dinâmico, quando completo, irá simular o funcionamento dinâmico do TT3E, os resultados obtidos a partir deste serão comparados com as medições realizadas em laboratório a fim de se poder validar, ou não, o modelo de simulação obtido.

Os objetivos a completar ao longo deste trabalho são:

- Identificação de aplicações do TT3E;
- Ensaio de caracterização do TT3E;
- Desenvolvimento de um modelo dinâmico do tipo matricial do TT3E;
- Modelo de elementos finitos do TT3E;
- Resultados de simulação numérica;
- Comparação e validação dos resultados de simulação do modelo desenvolvido.

### **1.3 – Enquadramento do trabalho**

A utilização do TT3E enquadra-se num projeto que pretende desenvolver um *smart energy hub transformer*. Neste projeto pretende-se utilizar um TT3E que utilize o primário e o secundário para fazer interligação de redes AC de diferentes níveis de tensão, como habitual num posto de transformação, mas pretende-se utilizar um terciário onde será possível criar uma micro rede DC que permite diversas funcionalidades que utilizam este tipo de corrente, como produção de energia fotovoltaica, armazenamento de energia com baterias e carregamento de veículos elétricos.

Assim, o TT3E será utilizado como um *hub* de energia, realizando interligação entre redes AC e DC, mantendo a capacidade de fazer interligação entre diferentes redes AC com níveis de tensão distintos.

## 1.4 – Estrutura da tese

Esta dissertação está dividida em 6 capítulos, que se resumem seguidamente:

No Capítulo 1 apresenta-se sucintamente o tema em estudo, descrevendo as motivações, os objetivos que se pretendem alcançar, o enquadramento do tema de estudo e ainda a estrutura da dissertação.

No Capítulo 2 é feita uma breve apresentação do transformador e os diversos tipos que este pode apresentar, sendo um destes, o TT3E, descrevendo-se também as diversas áreas onde este pode ser aplicado.

No Capítulo 3 apresenta-se o modelo dinâmico e como, com base neste, se desenvolve um modelo de simulação numérica, descrevendo-se os passos a tomar para a construção deste em *software* de simulação numérica.

No Capítulo 4 descrevem-se os métodos utilizados para obter diversas características necessárias do TT3E, para construir um modelo deste com base no FEM; descrevem-se os passos que foram tomados para construir este modelo, tal como os ensaios laboratoriais necessários para que este fosse possível.

No Capítulo 5 apresentam-se os resultados obtidos pela simulação numérica do modelo do transformador, apresentando-se resultados de simulação não dinâmica e diversos de métodos de simulação dinâmica, mostrando qual o método que apresenta os resultados mais fiáveis; apresenta-se ainda a validação do modelo dinâmico comparando os resultados deste com os resultados obtidos em laboratório.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho realizado e as perspetivas de desenvolvimento futuro.



## Capítulo 2

# Transformador Trifásico de Três Enrolamentos

Neste capítulo será feita uma introdução aos transformadores, destacando a sua importância em sistemas elétricos, apresentando alguns campos de utilização e explicando sucintamente o seu funcionamento. Apresentam-se os seus componentes principais e as formas como estes podem ser construídos, enumerando as diferenças e as vantagens de cada uma.

Faz-se destaque para o TT3E, descrevendo-se as diversas áreas onde este pode ser aplicado, sendo estas em subestações, tração de locomotivas e navios, produção de energia eólica e fotovoltaica.

### 2.1 – Introdução

Um transformador é um elemento elétrico estático e passivo composto por bobinas acopladas por um meio magnético que conectam circuitos distintos, habitualmente a diferentes níveis de tensão. Permite, assim, que exista transferência de energia elétrica entre circuitos distintos bidireccionalmente, através do campo magnético [1]. São dos dispositivos com maior rendimento, sendo que transformadores com 95% de rendimento são comuns e é possível atingir rendimentos de 99%. Também se encontram no grupo de equipamentos mais caros, de maior dimensão e peso dentro da área da eletricidade [2].

A importância do transformador é imensa, desde sistemas de baixa potência com baixa tensão a sistemas com tensões muito elevadas. São os transformadores que possibilitam que a eletricidade que seja produzida em muito alta tensão, com potências elevadíssimas, possa ser utilizada para alimentar dispositivos de baixa tensão e baixa potência.

Realizam diversas funções, sendo que as mais habituais são: interligação de circuitos de tensões e correntes distintas, nivelção das impedâncias da fonte com a carga para transferência de potência máxima em sistemas eletrónicos e de controlo e isolamento galvânico de circuitos

ou isolamento de correntes contínuas (DC), mantendo continuidade de circuito de corrente alternada (AC).

O funcionamento do transformador surge a partir do fenómeno das indutâncias mútuas, quando um enrolamento é alimentado por uma fonte de tensão alternada, considerado enrolamento primário, é produzido um fluxo alternado no núcleo do transformador. O fluxo que circula no circuito magnético onde se encontram outros enrolamentos, denominado fluxo mútuo, induz corrente com a mesma frequência que no primário mas com uma amplitude dependente da relação de transformação, definido pelo rácio entre espiras dos enrolamentos, como apresenta a expressão (2.1).

$$\frac{N_P}{N_S} = \frac{U_P}{U_S} = \frac{I_S}{I_P} \quad (2.1)$$

Para certas aplicações, surgiu a necessidade de construir transformadores trifásicos, especialmente nos sistemas de geração, transporte e distribuição de energia. Os transformadores trifásicos podem ser obtidos através de um banco de três transformadores monofásicos com as devidas ligações entre si, ou uma unidade trifásica. A diferença entre estes é que o banco de transformadores tem custos mais elevados e ocupa um espaço maior, no entanto é mais fiável, devido a que em situação de avaria de uma das unidades, perde-se um terço da instalação em vez da sua totalidade, como acontece no caso de uma unidade trifásica, de fácil transporte e manutenção [1], [3]. Para a manutenção de uma unidade trifásica a reserva mínima é de 100%, no entanto, para o banco de transformadores monofásicos a reserva é de 33.3%, ou seja, uma unidade monofásica [4].

Os transformadores são essencialmente constituídos por duas partes, o núcleo e os enrolamentos.

## 2.2 – Núcleo do Transformador

O núcleo de um transformador pode ser construído de duas principais formas, como núcleo envolvente, também conhecido por couraçado, ou como núcleo envolvido, como apresenta a Figura 2.1. O núcleo couraçado produz fluxos livres, pois o fluxo induzido no núcleo pelas bobinas encontra dois caminhos paralelos, enquanto o núcleo envolvido produz fluxos ligados, pois o circuito magnético do fluxo irá passar por bobinas nos braços adjacentes [4].

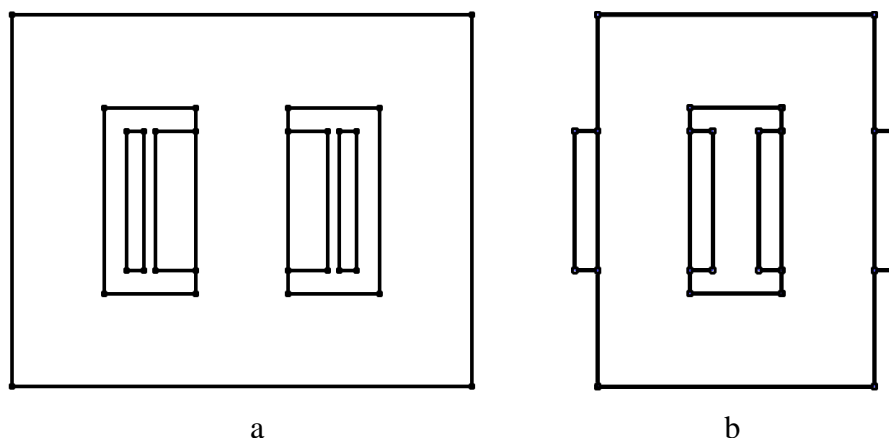


Figura 2.1 – Transformador monofásico de núcleo *shell* (a) e de núcleo *core* (b)

Normalmente, os núcleos são construídos utilizando materiais ferromagnéticos, sendo o mais comum o aço de silício que possui uma permeabilidade alta, para permitir que o fluxo produzido fique confinado a um espaço que ligue os enrolamentos primário ao secundário [5]. Devido à utilização de materiais ferromagnéticos não lineares são produzidas correntes de excitação não lineares, contendo harmônicas de 3<sup>a</sup> ordem.

O material utilizado normalmente é laminado com uma pequena camada de isolamento entre laminas, estas são utilizadas de modo a mitigar o efeito das correntes de Foucault, que podem causar perdas, aquecimento e desmagnetização do núcleo [3].

Os enrolamentos são constituídos por bobinas, num sistema monofásico são compostos no mínimo por duas bobinas, uma por enrolamento; num sistema trifásico, no mínimo, são constituídos por seis bobinas, uma para cada fase de cada enrolamento.

A disposição das bobinas num transformador é principalmente feita de duas formas, de forma concêntrica, também conhecida por coaxial, ou empilhadas, estas disposições estão representadas na Figura 2.2. Na maior parte dos casos são utilizadas bobinas concêntricas, pois estas apresentam a vantagem de minimizar as fugas de fluxo, devido ao facto de a distância entre bobinas ser muito menor [4].

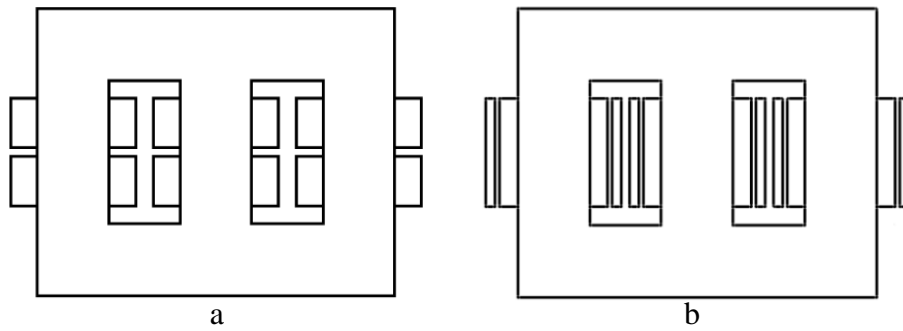


Figura 2.2 – TT2E com as bobinas empilhadas (a) e concêntricas (b)

## 2.3 – Aplicações

Por vezes, a utilização de um transformador trifásico de dois enrolamentos (TT2E) pode demonstrar-se insuficiente, nesses casos pode recorrer-se à utilização de TT3E. Estes transformadores contêm um enrolamento adicional, chamado de enrolamento auxiliar ou enrolamento terciário, mas em certos casos na literatura, quando o secundário e o terciário apresentam as mesmas características, pode considerar-se que o transformador é composto por um enrolamento primário e dois enrolamentos secundários.

Apresentam-se ao longo desta secção, situações em que a utilização de um TT2E se demonstra como insuficiente, utilizando-se então TT3E no seu lugar.

### 2.3.1 – Subestações

Em subestações nas quais seja necessária a instalação de um transformador com configuração estrela-estrela, pode recorrer-se a um TT3E que contenha um terceiro enrolamento em triângulo, normalmente utilizado apenas para interação magnética com o primário e secundário, pelo que, pode não ter terminais de ligação, nestes casos denomina-se de terciário embutido [6]. O terceiro enrolamento em triângulo pode mitigar a influência da corrente de excitação introduzida no transformador devido às não linearidades do núcleo ferromagnético, deixando que as correntes contendo as terceiras harmónicas circulem neste enrolamento, não passando para as linhas de transmissão [1], [7]. Com esta configuração o terciário em triângulo permite também estabilizar as tensões quando alimenta cargas desequilibradas [8].

Em alguns casos, o terceiro enrolamento pode ser utilizado para correção do fator de potência e regular a tensão. Isto é possível quando este é ligado a um condensador síncrono ou estático, permitindo injetar potência reativa no sistema.

O TT3E, no seu terceiro enrolamento, pode disponibilizar um nível de tensão diferente daquele encontrado no enrolamento primário e secundário ou pode também permitir que se possam interconectar três circuitos em diferentes tensões, possibilitando que este terceiro enrolamento possa ser usado como um enrolamento auxiliar que alimente a subestação em que se encontra instalado, retirando a necessidade de instalar um transformador para alimentação da subestação [1], [9].

Por vezes, por motivos económicos, pode utilizar-se um terciário com as mesmas características que o secundário para alimentação de cargas em cidades com elevada densidade populacional. Deste modo, utiliza-se menos equipamento de proteção de alta tensão, limitando ainda as correntes do lado da baixa tensão, pois os dois enrolamentos da carga não estão conectados ao mesmo barramento [10].

Em aplicações industriais, um TT3E pode substituir a utilização de dois TT2E, possibilitando que se corte no número de equipamentos de segurança, o que resulta em custos de instalação mais baixos e ocupa uma menor área. A utilização de menos equipamento leva a uma descida de custos de manutenção e permite simplificar a instalação. Um aspeto negativo de fazer esta substituição é que se ocorrerem de avarias no transformador, no caso de um TT3E perdem-se dois circuitos de alimentação, já no caso de um TT2E apenas se perderia um, isto agrava-se com o facto de que o custo de substituição de um TT3E é superior ao custo de um TT2E. Outro aspeto negativo é uma maior dificuldade no transporte e instalação, pois um TT3E tem um maior volume e peso face a um TT2E [11], [12].

Para transformadores de alta tensão pode ser utilizado um terceiro enrolamento de medida para testar excitação a uma tensão relativamente baixa, sendo apenas utilizado em testes durante o processo de fabrico [13].

### **2.3.2 – Tração de Locomotivas**

Em sistemas de tração de locomotivas, para alimentação das mesmas, utilizam-se catenárias suspensas ou um terceiro carril, como apresenta a Figura 2.3. Para a maior parte dos sistemas de tração de locomotivas a alimentação é realizada com corrente DC, pois este método de

alimentação permite que existam menos perdas, devido a ser influenciada apenas por componentes resistivos, ignorando-se fatores de potência.

O TT3E é utilizado nestes sistemas de tração de locomotivas na conversão de energia AC para energia DC, utilizando os enrolamentos do secundário para alimentar pontes de díodos trifásicas. Utiliza-se o enrolamento do secundário com configuração de estrela e o terciário em triângulo de modo que as fases destes enrolamentos tenham um desfasamento de  $30^\circ$ , deste modo obtém-se, na saída das pontes de díodos, uma corrente dodecafásica, com um desfasamento de  $15^\circ$  entre fases, esta corrente irá alimentar a catenária ou terceiro carril, que irá alimentar as locomotivas, idêntico ao sistema apresentado na Figura 2.4, apresentada na secção 2.3.3.



Figura 2.3 - Terceiro carril do metro de Lisboa (esquerda) e catenária dos comboios de Portugal (direita)

A vantagem de utilizar pontes dodecafásicas para conversão de energia AC para energia DC encontra-se no facto da tensão de saída possuir um menor efeito de *ripple*, tal como apresenta a Figura 2.5, presente na secção 2.3.3, do que aquele que se encontraria com a utilização de apenas uma ponte de díodos trifásica. Com a utilização de uma ponte dodecafásica existe ainda uma redução da amplitude das harmónicas que são absorvidas pelo transformador e na corrente convertida [7], [14].

### 2.3.3 – Tração de Navios

Os sistemas mais comuns de variadores eletrônicos de frequência (VEF) trifásicos consistem em alimentar uma ponte a 6 díodos trifásica, resultando numa saída com 6 fases, com defasamentos de  $60^\circ$  entre si. Esta configuração gera conteúdo harmónico que, em certas situações, não pode ser ignorado.

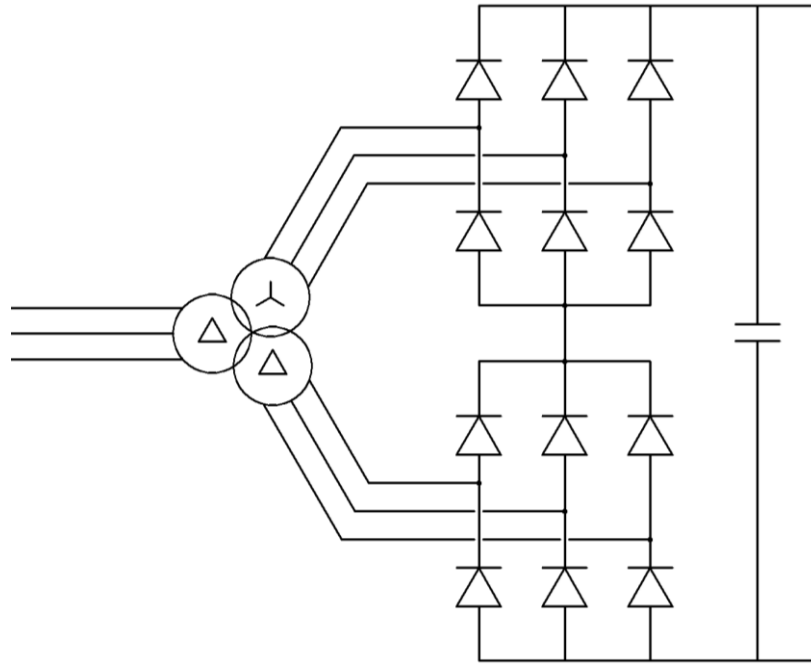


Figura 2.4 – Ponte dodecafásica a díodos

Para amenizar o problema das harmónicas pode optar-se por utilizar uma ponte dodecafásica, obtida recorrendo a um TT3E, como apresenta o esquema na Figura 2.4, configurado de forma que os enrolamentos do secundário e terciário se encontrem com um defasamento de  $60^\circ$ . Os enrolamentos do secundário e terciário são utilizados para alimentar pontes a 6 díodos trifásicas, obtendo na saída um total de 12 fases com defasamento de  $30^\circ$  entre si, como apresenta a Figura 2.5. Esta configuração reduz significativamente o conteúdo harmónico gerado pelo VEF.

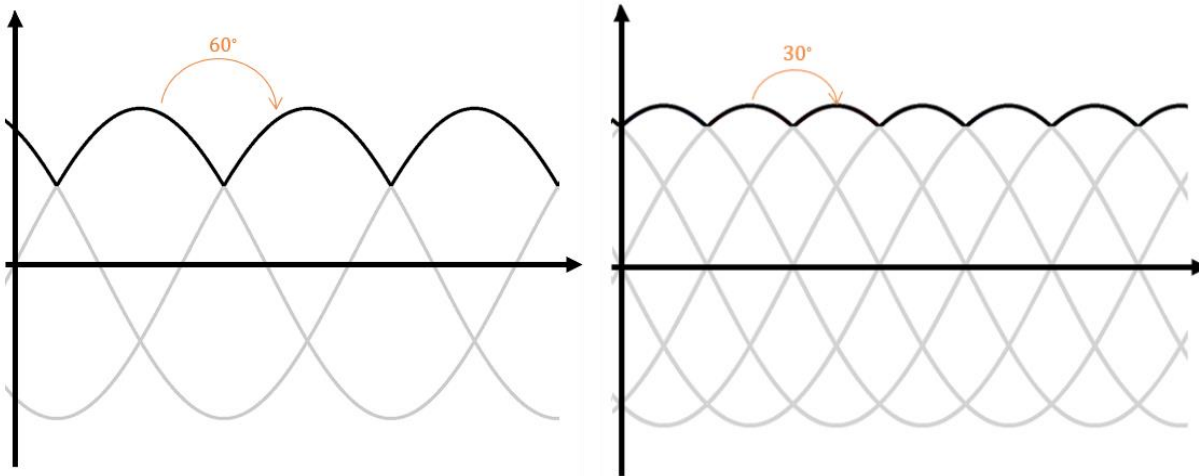


Figura 2.5 – Comparação do conteúdo harmónico gerado entre uma ponte a seis díodos (esquerda) e uma a doze (direita)

Para situações onde é necessária uma melhor qualidade da rede, podem utilizar-se duas configurações dodecafásicas, em que se utilizam 2 TT3E's em paralelo para alimentar cada uma destas, neste caso obtém-se um total de 24 fases com um desfasamento de  $7.5^\circ$  entre si [15], [16].

### 2.3.4 – Produção de Energia Eólica

Com a evolução no ramo da eletrónica de potência, os sistemas de conversão de energia eólica de velocidade variável tornaram-se mais populares, estes sistemas permitem ser controlados de modo a satisfazer melhor as necessidades da rede, visto que, para além de conseguirem extrair mais potência ativa que os geradores de velocidade fixa, podem também fornecer potência reativa e fazer controlo de frequência [17].

Um dos sistemas de conversão de energia eólica em energia elétrica de velocidade variável, que teve uma grande popularidade e ainda é utilizado na atualidade em alguns sistemas, é o gerador de indução duplamente alimentado (*Double Fed Induction Generator*, DFIG) que utiliza TT3E's.

A alimentação de um DFIG é realizada através de um TT3E, no qual o primeiro enrolamento encontra-se ligado à rede, o segundo faz ligação direta aos enrolamentos do estator da máquina e o terceiro faz ligação com os enrolamentos do rotor através de um sistema de eletrónica de potência [18], como está representado Figura 2.6. A utilização de um TT3E é justificada, neste

sistema, devido a este permitir alimentar o gerador de forma separada, dos quais um dos enrolamentos estará ligado a um sistema de eletrônica de potência, que requer um controlo rigoroso para regulação de velocidade e mitigar o efeito da distorção de harmónicas.

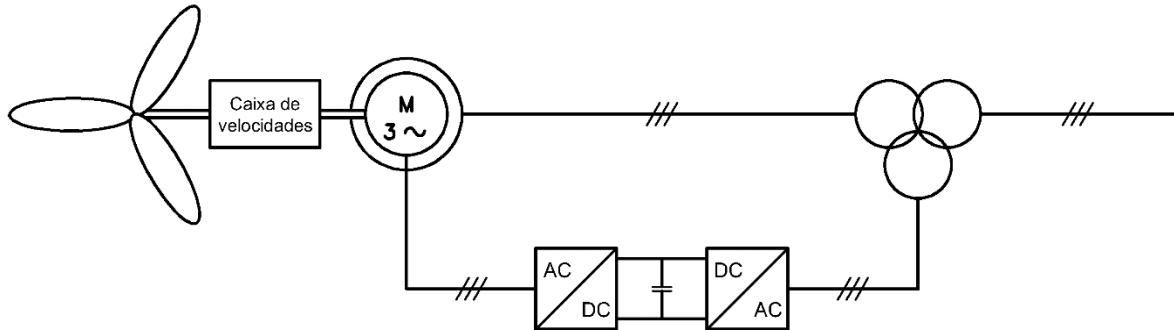


Figura 2.6 – Esquema de um DFIG

A vantagem de utilização deste sistema é que os conversores de eletrónica de potência utilizados podem ser controlados de forma a regular a potência ativa e reativa que é injetada na rede. Adicionalmente, os conversores no circuito do rotor podem eliminar a necessidade de arrancadores suaves. O sistema de eletrónica de potência consiste num conversor do lado do rotor e um outro conversor no lado da rede, interconectados através de um barramento DC. No sistema existem dois tipos de controladores fulcrais, o controlador do gerador, cuja função é extrair a potência máxima do vento e regular a potência reativa que é fornecida ou consumida à rede; e o controlador mecânico, composto por um controlador de binário e por um controlador de ângulo. O controlador de binário faz com que a máquina trabalhe no seu nível de potência ótimo, a baixas velocidades e o controlador de ângulo regula o ângulo das pás, para manter o nível de potência ótimo, quando há vento a alta velocidade [19].

### 2.3.5 – Produção de Energia Fotovoltaica

A produção em larga escala de energia solar fotovoltaica, normalmente, recorre a uma configuração *Central Inverter* (CI), apresentada na Figura 2.7, esta configuração é uma das mais baratas, simples e que consegue ter uma maior capacidade de potência instalada. Consiste em ter presente diversos módulos fotovoltaicos conectados em série, formando ramos que são conectados em paralelo, originando um agrupamento de painéis. Este é então ligado a um conversor de tensão trifásico, que converte a corrente DC, produzida pelos módulos

fotovoltaicos, para corrente AC, de modo que esta possa ser entregue à rede. Numa planta solar vários CI são ligados a um barramento, que se encontra ligado a um transformador de maiores dimensões e capacidades que, por sua vez, faz a interligação com a rede, permitindo que a planta solar injete potência nesta.

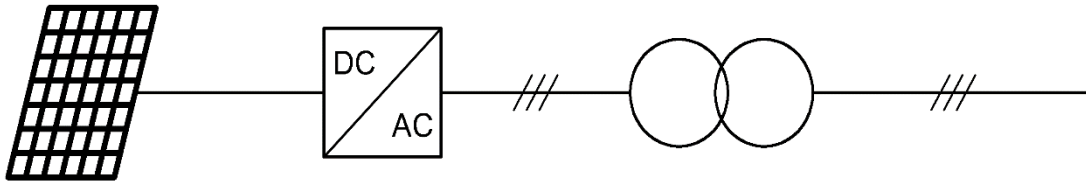


Figura 2.7 – Esquema de um CI

Este sistema apresenta rendimentos na ordem dos 97%, realiza o monitoramento do ponto de potência máxima (*Maximum Power Point Tracking*, MPPT) do grupo de módulos solares, controlando a tensão do barramento DC para o valor ótimo e efetua o controlo de potência ativa e reativa através da sincronização da corrente com a tensão. Os CI da planta solar são conectados à rede através de um filtro indutivo e um TT2E de baixa frequência, que fazem transformação de baixa para média tensão, alimentando assim a potência produzida na central fotovoltaica para a rede.

A configuração em CI é, por vezes, insuficiente ou apresenta custos mais elevados, pelo que foi introduzido o sistema de *dual-central inverter* (DCI), cuja configuração é apresentada na Figura 2.8. Esta consiste em utilizar dois agrupamentos de painéis fotovoltaicos, cada um ligado ao respetivo inversor, estando estes ligados aos enrolamentos secundários e terciários de um TT3E.

Um DCI permite que, para dois agrupamentos de painéis com os respetivos inversores, se possa utilizar apenas um TT3E em vez de dois TT2E, diminuindo assim os custos monetários. Este corte no número de transformadores torna possível que estes, o sistema de controlo, os conversores e os filtros possam ficar numa única cabine, o que significa que também se diminui o espaço ocupado. Esta configuração permite ainda reduzir o efeito de harmónicas com a utilização de um dos enrolamentos em triângulo, como no caso das subestações, em que a configuração em triângulo mitiga a influência das não linearidades do núcleo ferromagnético, que causa correntes de excitação com um elevado conteúdo harmónico, permitindo assim que as correntes que contenham terceiras harmónicas fiquem confinadas a circular no enrolamento

em triângulo. O rendimento desta configuração mostra-se mais benéfico face ao CI, pois nesta configuração os valores de rendimento rondam os 98%, um ponto percentual mais alto [20].

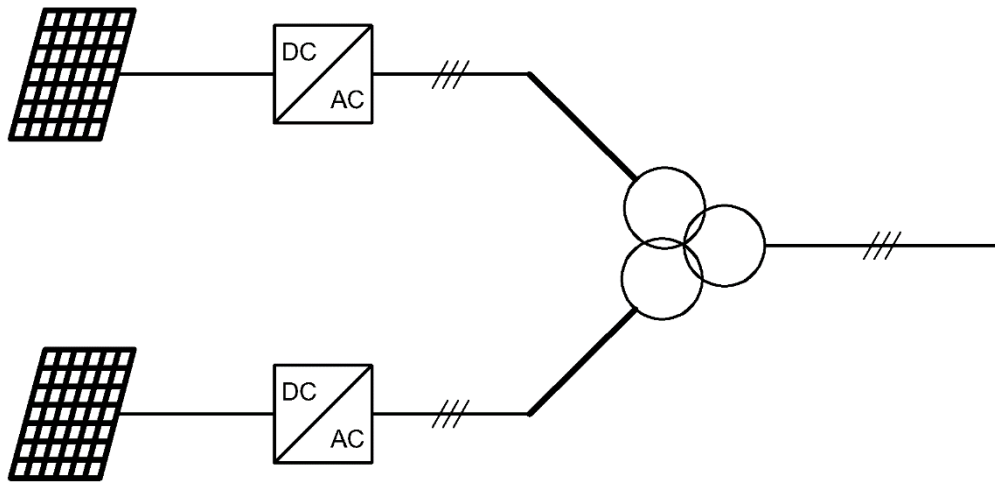


Figura 2.8 – Esquema de um DCI



## Capítulo 3

### Modelo Dinâmico

Neste capítulo descreve-se o processo de obtenção do modelo dinâmico de um TT3E, ao adaptar o modelo dinâmico de um TT2E, apresentam-se as diversas equações de funcionamento, descrevendo as suas variáveis.

Com o modelo dinâmico do TT3E estabelecido, apresenta-se como, com base neste, se desenvolve um modelo de simulação numérica. Enumeram-se os diversos subsistemas do modelo de simulação numérica, descrevendo-se os passos a tomar para a construção de cada um destes.

#### 3.1 – Introdução

Em engenharia, os modelos dinâmicos são essenciais para poder prever o funcionamento de diversos equipamentos, permitindo estudar o funcionamento em regime dinâmico com a presença de transitórios. Estes modelos possibilitam que sejam feitos estudos e testes em condições extremas, sem causar danos aos equipamentos nem perigo às pessoas que realizam os testes. Permitem ainda que se possam obter dados difíceis ou até impossíveis de obter em laboratório.

Para um TT3E não é suficiente um estudo em regime permanente. Existem diversas não linearidades que afetam o funcionamento de um transformador, tais como a influência do núcleo ferromagnético utilizado, ou a influência de fatores externos, como os efeitos causados por conversores de eletrónica de potência ligados ao transformador [21].

As equações básicas do funcionamento dinâmico de um TT2E encontram-se presentes em (3.1), cujas variáveis  $u_{abc}$ ,  $i_{abc}$ ,  $R_p$  e  $\psi_{abc}$  representam a tensão, corrente, resistência e fluxo do enrolamento primário, respetivamente. As variáveis  $u_{ABC}$ ,  $i_{ABC}$ ,  $R_s$  e  $\psi_{ABC}$  representam os mesmos parâmetros, mas relativas ao enrolamento secundário. Os fluxos  $\psi_{abc}$  e  $\psi_{ABC}$  podem ser representados pela expressão (3.2), que contém as mesmas variáveis que a expressão

anterior com a adição de  $L_p$  e  $L_s$ , que representam as indutâncias próprias do enrolamento primário e secundário, respetivamente, e  $M_{ps}$  e  $M_{sp}$  que representam as variáveis da indutância mútua entre o primário e secundário e vice versa, respetivamente [22].

$$\begin{bmatrix} u_{abc} \\ u_{ABC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{ABC} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{ABC} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{ABC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_p & M_{ps} \\ M_{sp} & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{ABC} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Dado que as equações (3.1) e (3.2) apenas descrevem o funcionamento dinâmico de um TT2E, realiza-se uma ampliação destas, adaptando-as de modo que possam descrever o funcionamento de um TT3E.

Esta expansão das equações consiste em adicionar termos alusivos ao terceiro enrolamento, permitindo assim obter equações que traduzam o funcionamento dinâmico de um TT3E, obtém-se deste modo a equação (3.3), cujas variáveis  $u_{abc}^p$ ,  $i_{abc}^p$ ,  $R_p$  e  $\psi_{abc}^p$ , que representam tensões, correntes, resistências e fluxos trifásicos do enrolamento primário.  $u_{abc}^s$ ,  $i_{abc}^s$ ,  $R_s$ , e  $\psi_{abc}^s$  representam parâmetros anteriormente referidos para o enrolamento secundário e  $u_{abc}^t$ ,  $i_{abc}^t$ ,  $R_t$  e  $\psi_{abc}^t$  representam novamente os mesmos parâmetros, mas correspondem com o terceiro enrolamento.

Obtém-se ainda a equação (3.4), que contém variáveis já descritas anteriormente com adição das variáveis  $L_p$ ,  $L_s$  e  $L_t$  que descrevem as indutâncias próprias do primário, secundário e terciário, respetivamente. Adicionalmente há uma variável  $M_{nm}$ , correspondente às indutâncias mútuas entre um enrolamento  $n$  e o enrolamento  $m$ . Como exemplo,  $M_{pt}$  lê-se indutância mútua entre o primário e o terciário.

$$\begin{bmatrix} u_{abc}^p \\ u_{abc}^s \\ u_{abc}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_p & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc}^p \\ i_{abc}^s \\ i_{abc}^t \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{abc}^p \\ \psi_{abc}^s \\ \psi_{abc}^t \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc}^p \\ \psi_{abc}^s \\ \psi_{abc}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_p & M_{ps} & M_{pt} \\ M_{sp} & L_s & M_{st} \\ M_{tp} & M_{ts} & L_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc}^p \\ i_{abc}^s \\ i_{abc}^t \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Podem obter-se equações mais detalhadas ao decompor as variáveis por fase, isto é, na sua forma matricial. Deste modo, a partir da equação (3.4) obtém-se (3.5). Nesta equação tem-se as

mesmas variáveis anteriormente descritas, mas decompostas por enrolamento e por fase. Leia-se  $\psi_y^x$  como fluxo da fase “y” do enrolamento “x”, por exemplo,  $\psi_b^s$  lê-se fluxo da fase “b” do secundário. Leia-se  $L_{yz}^x$  como indutância própria entre as fases “y” e “z” do enrolamento “x” entre as fases y e z, por exemplo,  $L_{ab}^p$  lê-se indutância própria entre as fases “a” e “b” no enrolamento primário.  $M_{jk}^{xy}$  representa a indutância mútua entre a fase “j” do enrolamento “x” com a fase “k” do enrolamento “y”, como exemplo,  $M_{ca}^{ps}$  lê-se indutância mútua entre a fase “c” do primário com a fase “a” do secundário.  $i_y^x$  representa a corrente da fase y no enrolamento x, tendo como exemplo,  $i_a^p$  lê-se corrente da fase “a” no primário.

$$\begin{bmatrix} \psi_a^p \\ \psi_b^p \\ \psi_c^p \\ \psi_a^s \\ \psi_b^s \\ \psi_c^s \\ \psi_a^t \\ \psi_b^t \\ \psi_c^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa}^p & L_{ab}^p & L_{ac}^p & M_{aa}^{ps} & M_{ab}^{ps} & M_{ac}^{ps} & M_{aa}^{pt} & M_{ab}^{pt} & M_{ac}^{pt} \\ L_{ba}^p & L_{bb}^p & L_{bc}^p & M_{ba}^{ps} & M_{bb}^{ps} & M_{bc}^{ps} & M_{ba}^{pt} & M_{bb}^{pt} & M_{bc}^{pt} \\ L_{ca}^p & L_{cb}^p & L_{cc}^p & M_{ca}^{ps} & M_{cb}^{ps} & M_{cc}^{ps} & M_{ca}^{pt} & M_{cb}^{pt} & M_{cc}^{pt} \\ M_{aa}^{sp} & M_{ab}^{sp} & M_{ac}^{sp} & L_{aa}^s & L_{ab}^s & L_{ac}^s & M_{aa}^{st} & M_{ab}^{st} & M_{ac}^{st} \\ M_{ba}^{sp} & M_{bb}^{sp} & M_{bc}^{sp} & L_{ba}^s & L_{bb}^s & L_{bc}^s & M_{ba}^{st} & M_{bb}^{st} & M_{bc}^{st} \\ M_{ca}^{sp} & M_{cb}^{sp} & M_{cc}^{sp} & L_{ca}^s & L_{cb}^s & L_{cc}^s & M_{ca}^{st} & M_{cb}^{st} & M_{cc}^{st} \\ M_{aa}^{tp} & M_{ab}^{tp} & M_{ac}^{tp} & M_{aa}^{ts} & M_{ab}^{ts} & M_{ac}^{ts} & L_{aa}^t & L_{ab}^t & L_{ac}^t \\ M_{ba}^{tp} & M_{bb}^{tp} & M_{bc}^{tp} & M_{ba}^{ts} & M_{bb}^{ts} & M_{bc}^{ts} & L_{ba}^t & L_{bb}^t & L_{bc}^t \\ M_{ca}^{tp} & M_{cb}^{tp} & M_{cc}^{tp} & M_{ca}^{ts} & M_{cb}^{ts} & M_{cc}^{ts} & L_{ca}^t & L_{cb}^t & L_{cc}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^p \\ i_b^p \\ i_c^p \\ i_a^s \\ i_b^s \\ i_c^s \\ i_a^t \\ i_b^t \\ i_c^t \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

As indutâncias podem ser decompostas em duas partes, a parte constante, correspondente ao valor da indutância de cada bobina e a parte variável, resultantes da corrente de excitação do transformador [1], obtendo-se assim a expressão (3.7), cuja primeira matriz de indutâncias é constante e a segunda matriz de indutâncias são em função da posição angular elétrica, que por motivos de simplificação da leitura, não se encontra representada.

Dado que a indutância constante corresponde ao valor físico de indutância da bobina, como as indutâncias mútuas são resultado de um fenómeno e não existem fisicamente, estas são apenas variáveis, deste modo, apenas as indutâncias próprias apresentam parte constante, que pode ser denominada condição inicial. Sendo assim, os novos termos presentes são  $L_y^x'$  que representa a indutância constante da fase “y” no enrolamento “x”, como exemplo,  $L_a^{p'}$  representa a indutância própria constante da fase “a” no enrolamento primário.  $L_{yz}^x''$  representa a indutância própria variável em função da posição angular elétrica,  $\theta$ , que se relaciona com a frequência angular elétrica de acordo com a equação (3.7), entre a fase “y” e a fase “z” no enrolamento “x”.

$$\begin{cases} \theta = \omega t \\ \omega = 2\pi f \end{cases} \quad (3.6)$$

Para cálculo da força eletromotriz tem-se, como exemplo, a expressão (3.8), nesta expressão calcula-se a força eletromotriz da fase “a” do enrolamento primário. Para realizar este cálculo é necessário obter o valor da força contraeletromotriz em função da posição angular elétrica,  $e_a^{p''}$ , cuja expressão está apresentada na equação (3.9), obtida a partir da multiplicação matricial da expressão (3.7) [22].

$$\begin{bmatrix} \psi_a^p(t) \\ \psi_b^p(t) \\ \psi_c^p(t) \\ \psi_a^s(t) \\ \psi_b^s(t) \\ \psi_c^s(t) \\ \psi_a^t(t) \\ \psi_b^t(t) \\ \psi_c^t(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a^p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_b^p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_c^p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_a^s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_b^s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_c^s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_a^t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_b^t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_c^t & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^p(t) \\ i_b^p(t) \\ i_c^p(t) \\ i_a^s(t) \\ i_b^s(t) \\ i_c^s(t) \\ i_a^t(t) \\ i_b^t(t) \\ i_c^t(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_a^p & L_{ab}^p & L_{ac}^p & M_{aa}^{ps} & M_{ab}^{ps} & M_{ac}^{ps} & M_{aa}^{pt} & M_{ab}^{pt} & M_{ac}^{pt} \\ L_b^p & L_b^{p''} & L_{bc}^p & M_{ba}^{ps} & M_{bb}^{ps} & M_{bc}^{ps} & M_{ba}^{pt} & M_{bb}^{pt} & M_{bc}^{pt} \\ L_c^p & L_{cb}^p & L_c^p & M_{ca}^{ps} & M_{cb}^{ps} & M_{cc}^{ps} & M_{ca}^{pt} & M_{cb}^{pt} & M_{cc}^{pt} \\ M_{aa}^{sp} & M_{ab}^{sp} & M_{ac}^{sp} & L_a^s & L_{ab}^s & L_{ac}^s & M_{aa}^{st} & M_{ab}^{st} & M_{ac}^{st} \\ M_{ba}^{sp} & M_{bb}^{sp} & M_{bc}^{sp} & L_b^s & L_b^{s''} & L_{bc}^s & M_{ba}^{st} & M_{bb}^{st} & M_{bc}^{st} \\ M_{ca}^{sp} & M_{cb}^{sp} & M_{cc}^{sp} & L_{ca}^s & L_{cb}^s & L_c^s & M_{ca}^{st} & M_{cb}^{st} & M_{cc}^{st} \\ M_{aa}^{tp} & M_{ab}^{tp} & M_{ac}^{tp} & M_{aa}^{ts} & M_{ab}^{ts} & M_{ac}^{ts} & L_a^{t''} & L_{ab}^t & L_{ac}^t \\ M_{ba}^{tp} & M_{bb}^{tp} & M_{bc}^{tp} & M_{ba}^{ts} & M_{bb}^{ts} & M_{bc}^{ts} & L_{ba}^t & L_b^t & L_{bc}^t \\ M_{ca}^{tp} & M_{cb}^{tp} & M_{cc}^{tp} & M_{ca}^{ts} & M_{cb}^{ts} & M_{cc}^{ts} & L_{ca}^t & L_{cb}^t & L_{cc}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^p(t) \\ i_b^p(t) \\ i_c^p(t) \\ i_a^s(t) \\ i_b^s(t) \\ i_c^s(t) \\ i_a^t(t) \\ i_b^t(t) \\ i_c^t(t) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$e_a^p = \frac{d\psi_a^p}{dt} = L_a^p \frac{di_a^p}{dt} + e_a^{p''} \quad (3.8)$$

$$e_a^{p''} = \frac{d}{dt} (L_a^{p''} \cdot i_a^p + L_{ab}^p \cdot i_{ab}^p + L_{ac}^p \cdot i_{ac}^p + M_{aa}^{ps} \cdot i_{aa}^{ps} + M_{ab}^{ps} \cdot i_{ab}^{ps} + M_{ac}^{ps} \cdot i_{ac}^{ps} + M_{aa}^{pt} \cdot i_{aa}^{pt} + M_{ab}^{pt} \cdot i_{ab}^{pt} + M_{ac}^{pt} \cdot i_{ac}^{pt}) \quad (3.9)$$

Com as expressões da dinâmica do transformador definidas, é necessário obter os valores dos diversos parâmetros para prosseguir à construção do modelo de simulação numérica. Várias das variáveis são facilmente obtidas em laboratório, nomeadamente a corrente e a tensão, através do ensaio em vazio do transformador, que são facilmente obtidas com recurso a um osciloscópio.

Parâmetros como as indutâncias são um caso diferente, necessitando ser obtidas recorrendo a métodos numéricos. Neste caso, foram obtidas a partir de um estudo com recurso ao método dos elementos finitos (FEM). Tendo em conta a característica de vazio do transformador, é possível construir uma tabela bidimensional com os valores de indutância em função de fluxo  $\psi$  e da posição angular elétrica da corrente de excitação  $\theta$ .

Para obter os valores de fluxo e do ângulo de excitação faz-se uma transformação das coordenadas das tensões e correntes de cada enrolamento de um sistema abc para um sistema  $\alpha\beta\gamma$  com potência invariante, recorrendo à expressão de matriz de Concordia (3.10), deste modo as variáveis passam a ficar todas num mesmo referencial estacionário [22], [23].

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

O fluxo é representado por  $\psi_m$ , calculado a partir da expressão (3.11), em que as variáveis  $\psi_\alpha$  e  $\psi_\beta$  são calculadas a partir da expressão (3.12), utilizando as variáveis  $u_{\alpha\beta\gamma}$  e  $i_{\alpha\beta\gamma}$ , que representam as tensões e correntes, respetivamente, nas coordenadas  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  e a variável R que corresponde à resistência do enrolamento a ser calculado.

$$\psi_m = \sqrt{(\psi_\alpha^2 + \psi_\beta^2)} \quad (3.11)$$

$$\psi_{\alpha\beta\gamma} = \int (u_{\alpha\beta\gamma} - R \cdot i_{\alpha\beta\gamma}) dt \quad (3.12)$$

O ângulo da corrente de excitação  $\theta$  é calculado a partir da equação (3.13), utilizando as variáveis  $\psi_\alpha$  e  $\psi_\beta$  anteriormente referidas, que são calculadas a partir de (3.12) [22].

$$\theta = \arctan\left(\frac{\psi_\beta}{\psi_\alpha}\right) \quad (3.13)$$

### 3.2 – Modelo de simulação numérica

Optou-se por fazer o modelo de simulação numérica dinâmico em *MATLAB/Simulink* [24]. O modelo completo encontra-se na Figura 3.1.

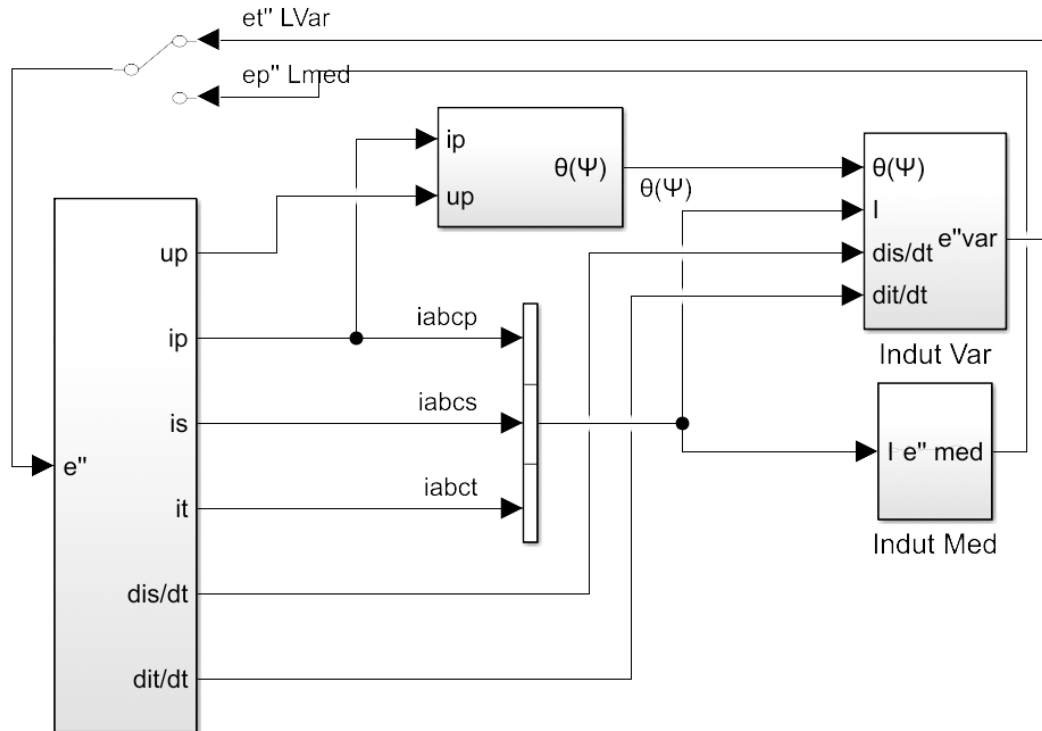


Figura 3.1 – Modelo de simulação do TT3E

Este modelo de simulação é composto por diversos subsistemas, que serão apresentados ao longo desta secção. Os enrolamentos podem ser definidos como sendo alimentados por uma fonte externa ou não, o enrolamento que estiver a ser alimentado, por sua vez, irá gerar uma corrente de excitação. Os sinais de corrente e tensão saídos do bloco a ser alimentado deverão ser introduzidos num bloco, que calcula a posição do ângulo de excitação  $\theta$ . As correntes dos enrolamentos são concatenadas, obtendo-se assim a matriz de correntes do transformador. Utiliza-se o ângulo de excitação calculado juntamente com a matriz das correntes do transformador para calcular a força contraeletromotriz gerada, com recurso à matriz de indutâncias variáveis. É possível ainda calcular a força contraeletromotriz com recurso a uma matriz com os valores médios das indutâncias utilizando apenas a matriz das correntes. Com a matriz de valores médios das indutâncias permite que seja realizada uma simulação mais rápida, no entanto esta não considera os efeitos das não linearidades do núcleo ferromagnético, assim, não permite uma simulação dinâmica do transformador.

Os sinais de força contraeletromotriz alimentam os respectivos enrolamentos, em que caso o enrolamento não tenha alimentação externa, este sinal assume o valor de tensão induzida no enrolamento. Colocam-se interruptores manuais de modo a selecionar qual a força contraeletromotriz que se pretende utilizar na simulação, seja utilizando a matriz de indutâncias variáveis ou utilizando a matriz de indutâncias médias.

### 3.2.1 – Enrolamentos

O subsistema dos enrolamentos encontra-se representado na Figura 3.2, este permite calcular as correntes recorrendo ao bloco de estados de espaço, com parâmetros matriciais.

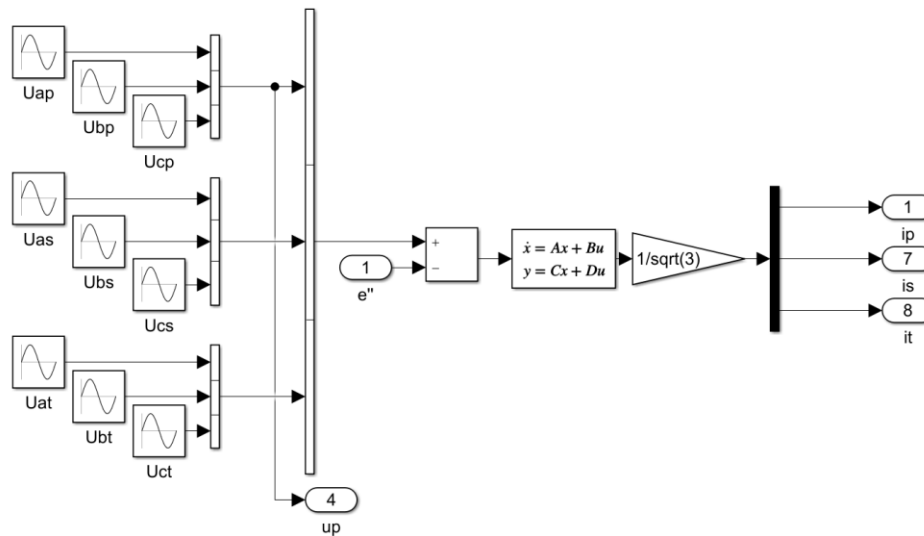


Figura 3.2 – Subsistema de cálculo de correntes

O modelo utiliza grandezas de fase que correspondem do lado do primário a tensões fase-fase ao se considerar ligações em triângulo ou correspondem a tensões fase-neutro considerando os enrolamentos ligados em estrela, sendo o ponto intermédio o terminal de neutro.

O subsistema contém três geradores de sinal sinusoidal para cada enrolamento, que simulam a tensão de alimentação, onde são introduzidas as expressões apresentadas na equação (3.14), em que  $U_{ef}$  representa a tensão eficaz do enrolamento que se pretende alimentar, em que se deve ter o cuidado de respeitar as características nominais do mesmo. Caso se pretenda que o respetivo enrolamento não esteja a ser alimentado, coloca-se este valor a zero. A variável  $\varphi_0$  representa a condição inicial do ângulo. O sinal gerado por estes blocos irá alimentar o subsistema com as equações de cada fase.

$$\begin{cases} u_a = U_{ef} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ u_b = U_{ef} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3} + \varphi_0\right) \\ u_c = U_{ef} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3} + \varphi_0\right) \\ \omega = 2 \cdot \pi \cdot 50 \end{cases} \quad (3.14)$$

O bloco de estado de espaços está configurado com base no sistema de equações (3.15):

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (3.15)$$

Assim, colocando a expressão de funcionamento do transformador (3.16), em função da corrente, obtém-se a expressão (3.17):

$$u = Ri + L \cdot \frac{di}{dt} + e'' \quad (3.16)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L} \cdot i + \frac{1}{L} (u - e'') \quad (3.17)$$

A partir da expressão (3.17), é possível obter alguns dos parâmetros necessários a colocar no bloco de estado de espaços, apresentados no sistema de equações (3.18):

$$\begin{cases} i = x \\ A = -\frac{R}{L} \\ B = \frac{1}{L} \\ u = (u - e) \end{cases} \quad (3.18)$$

Dado que saída do bloco de estados de espaço é a variável  $y$ , parametriza-se esta de modo que a saída devolva o valor de corrente, colocando-se os parâmetros presentes no sistema de equações (3.19):

$$\begin{cases} C = 1 \\ D = 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

Á saída do bloco de estado de espaços a matriz de corrente tem um ganho que divide o resultado por raiz quadrada de três de modo a obter os valores das correntes de fase no caso de se estar a simular uma ligação em triângulo.

### 3.2.2 – Força contraeletromotriz recorrendo à matriz de indutâncias médias

O cálculo da força contraeletromotriz utilizando-se a matriz de indutância com os valores médios é obtido conforme o subsistema apresentado na Figura 3.3. Este, tem como entrada a matriz das correntes do transformador. Estas são multiplicadas pela matriz de indutâncias médias do transformador a partir do bloco “gain” LMed, obtendo-se os fluxos do transformador como resultado, como apresenta a expressão (3.20), em que “ $\bar{\cdot}$ ” na parte superior das variáveis representa a média dos valores de indutância em ordem ao tempo.

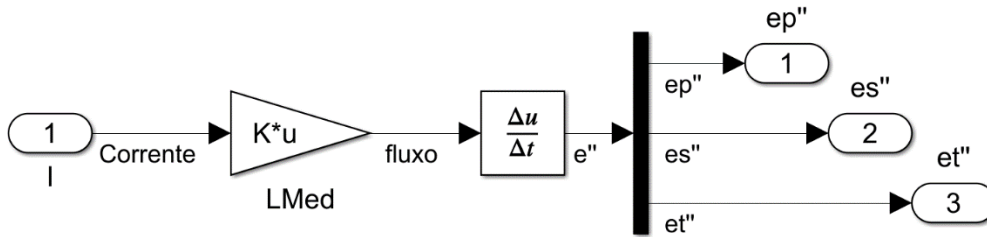


Figura 3.3 - Subsistema de calculo de forças contraeletromotrizes com base na matriz de indutâncias médias

$$\begin{bmatrix} \psi_a^p \\ \psi_b^p \\ \psi_c^p \\ \psi_a^s \\ \psi_b^s \\ \psi_c^s \\ \psi_a^t \\ \psi_b^t \\ \psi_c^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{L}_a^p & \bar{L}_{ab}^p & \bar{L}_{ac}^p & \bar{M}_{aa}^{ps} & \bar{M}_{ab}^{ps} & \bar{M}_{ac}^{ps} & \bar{M}_{aa}^{pt} & \bar{M}_{ab}^{pt} & \bar{M}_{ac}^{pt} \\ \bar{L}_{ba}^p & \bar{L}_b^p & \bar{L}_{bc}^p & \bar{M}_{ba}^{ps} & \bar{M}_{bb}^{ps} & \bar{M}_{bc}^{ps} & \bar{M}_{ba}^{pt} & \bar{M}_{bb}^{pt} & \bar{M}_{bc}^{pt} \\ \bar{L}_{ca}^p & \bar{L}_{cb}^p & \bar{L}_c^p & \bar{M}_{ca}^{ps} & \bar{M}_{cb}^{ps} & \bar{M}_{cc}^{ps} & \bar{M}_{ca}^{pt} & \bar{M}_{cb}^{pt} & \bar{M}_{cc}^{pt} \\ \bar{M}_{aa}^{sp} & \bar{M}_{ab}^{sp} & \bar{M}_{ac}^{sp} & \bar{L}_a^s & \bar{L}_{ab}^s & \bar{L}_{ac}^s & \bar{M}_{aa}^{st} & \bar{M}_{ab}^{st} & \bar{M}_{ac}^{st} \\ \bar{M}_{ba}^{sp} & \bar{M}_{bb}^{sp} & \bar{M}_{bc}^{sp} & \bar{L}_{ba}^s & \bar{L}_b^s & \bar{L}_{bc}^s & \bar{M}_{ba}^{st} & \bar{M}_{bb}^{st} & \bar{M}_{bc}^{st} \\ \bar{M}_{ca}^{sp} & \bar{M}_{cb}^{sp} & \bar{M}_{cc}^{sp} & \bar{L}_{ca}^s & \bar{L}_{cb}^s & \bar{L}_c^s & \bar{M}_{ca}^{st} & \bar{M}_{cb}^{st} & \bar{M}_{cc}^{st} \\ \bar{M}_{aa}^{tp} & \bar{M}_{ab}^{tp} & \bar{M}_{ac}^{tp} & \bar{M}_{aa}^{ts} & \bar{M}_{ab}^{ts} & \bar{M}_{ac}^{ts} & \bar{L}_a^t & \bar{L}_{ab}^t & \bar{L}_{ac}^t \\ \bar{M}_{ba}^{tp} & \bar{M}_{bb}^{tp} & \bar{M}_{bc}^{tp} & \bar{M}_{ba}^{ts} & \bar{M}_{bb}^{ts} & \bar{M}_{bc}^{ts} & \bar{L}_{ba}^t & \bar{L}_b^t & \bar{L}_{bc}^t \\ \bar{M}_{ca}^{tp} & \bar{M}_{cb}^{tp} & \bar{M}_{cc}^{tp} & \bar{M}_{ca}^{ts} & \bar{M}_{cb}^{ts} & \bar{M}_{cc}^{ts} & \bar{L}_{ca}^t & \bar{L}_{cb}^t & \bar{L}_c^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^p \\ i_b^p \\ i_c^p \\ i_a^s \\ i_b^s \\ i_c^s \\ i_a^t \\ i_b^t \\ i_c^t \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Ao fazer a derivada dos fluxos obtêm-se as forças contraeletromotrizes do transformador, utiliza-se um desmultiplexador para as organizar por enrolamento, obtendo-se assim como saída as forças contraeletromotrizes do primário, secundário e terciário.

É importante referir que ao utilizar a matriz com os valores médios de indutâncias, fenómenos como a corrente de magnetização não são introduzidos e deste modo não se consegue simular o TT3E num regime dinâmico como pretendido. No entanto, permite obter uma simulação simplificada do funcionamento do transformador com tempos de simulação mais curtos.

### 3.2.3 – Força contraeletromotriz recorrendo à matriz de indutâncias variáveis

Para se poder simular o TT3E em regime dinâmico é necessário recorrer à matriz de indutâncias variáveis ao invés da matriz com os valores médios, para tal, o cálculo desta é realizado com o subsistema apresentado na Figura 3.4, recorrendo à derivada por partes da expressão (3.8), obtém-se a expressão (3.21).

Ao optar por utilizar a derivada por partes retira-se a necessidade de utilizar o bloco de derivada do *Simulink*, assim diminuindo o tempo de simulação e o ruído resultante de forma significativa. As derivadas da corrente são obtidas a partir do seu cosseno, à exceção da corrente do enrolamento em que seja induzida tensão, sendo o único caso em que é utilizado o bloco de derivada, e as derivadas da indutância são calculadas a partir da derivada por definição.

Neste tem-se como entradas a matriz das correntes do transformador, o ângulo de excitação do primário e as derivadas das correntes secundária e terciária.

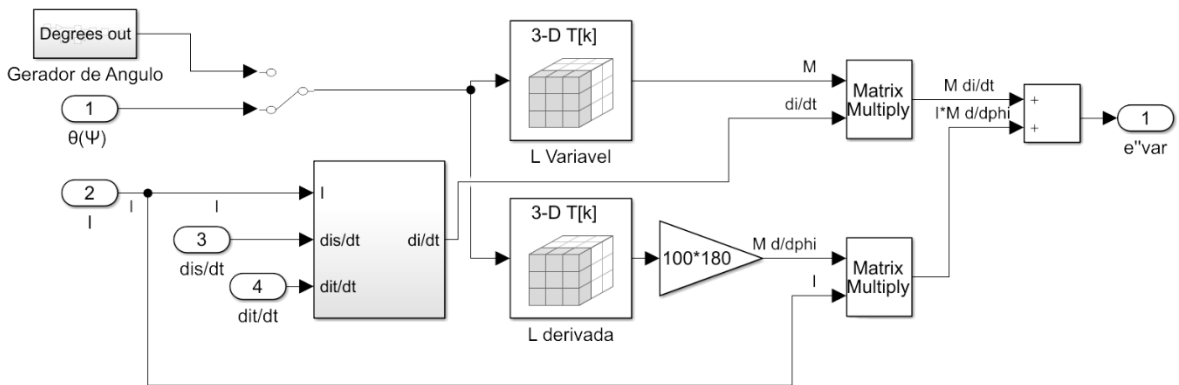


Figura 3.4 - Subsistema de calculo de forças contraeletromotrices recorrendo à derivada por partes

$$e''(\theta) = L''(\theta) \frac{di}{dt} + 2 \cdot f \frac{d\theta}{dt} L'(\theta) \cdot i(\theta) \quad (3.21)$$

A matriz de indutâncias variáveis e a sua derivada são introduzidas neste subsistema ao utilizar o bloco “*Direct Lookup Table (n-D)*”, definido de modo a implementar uma matriz tridimensional de indutâncias e suas derivadas [9×9×361], cujas duas primeiras dimensões correspondem às fases e a terceira dimensão ao ângulo de excitação, representada na Figura 3.5, em que utilizando o ângulo de excitação como entrada, que pode ter valores entre 0 e 360 graus, um dos blocos tenha à saída uma matriz bidimensional [9×9] com as indutâncias próprias e mútuas e no outro bloco as suas derivadas, correspondentes à coordenada seleccionada. Na

matriz, os valores de indutâncias são iguais quando o ângulo de excitação possui valor de 0 ou 360.

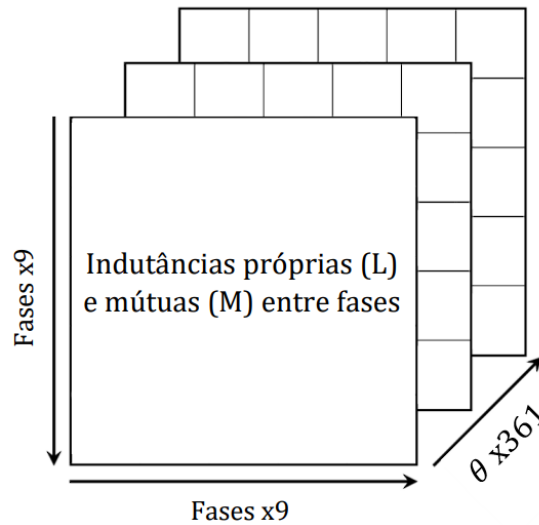


Figura 3.5 - Matriz tridimensional de indutâncias variáveis

Com as matrizes de indutâncias obtida, multiplica-se esta matriz pela derivada das correntes e soma-se à multiplicação entre a matriz da derivada das indutâncias e as correntes, obtendo-se assim um vetor com as forças contraeletromotrizes do transformador.

### 3.2.4 – Ângulo de excitação

O ângulo de excitação é obtido a partir do subsistema apresentado na Figura 3.6, este implementa as equações (3.11), (3.12) e (3.13), utilizando-se blocos que realizam a transformada de Clarke definidos como apresenta a Figura 3.7, ao qual é implementada a expressão (3.10) da transformada de Clarke com potência invariante.

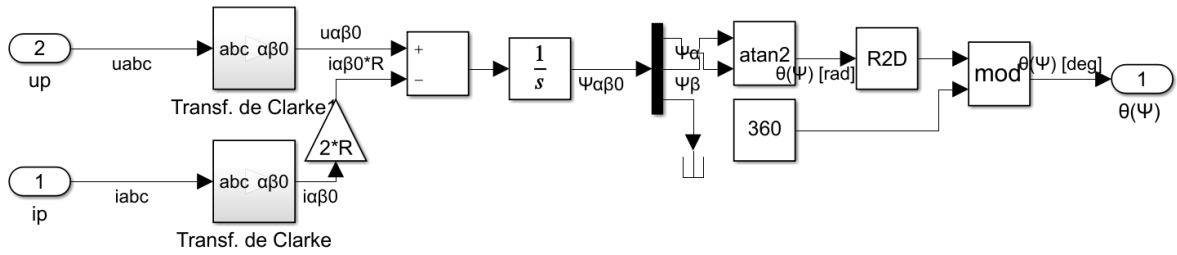


Figura 3.6 - Subsistema para calcular o ângulo de excitação

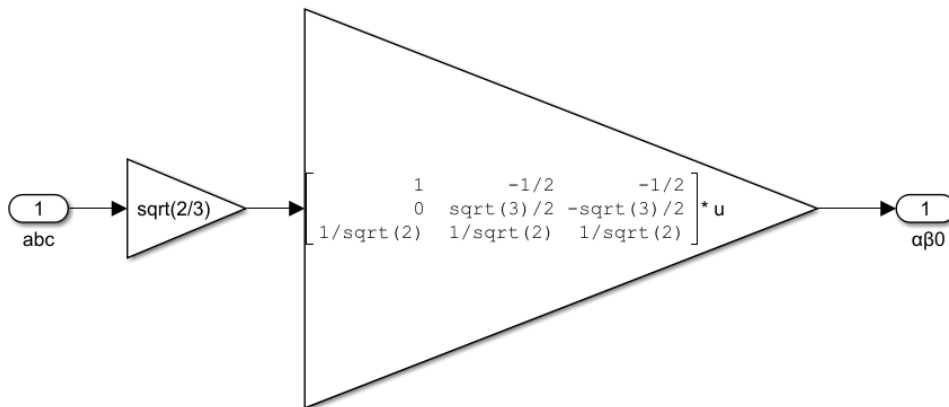


Figura 3.7 – Transformada de Clarke com potência invariante

O resultado de ângulo de excitação é obtido em radianos com intervalo de valores entre  $-\pi$  e  $\pi$ , mas a entrada do bloco da tabela pesquisável, apresentado na Figura 3.4, apenas aceita o ângulo em graus num intervalo de valores entre 0 e 360 graus, para tal, utiliza-se o bloco “*mod*”, que converte este sinal para um de 0 a 360 graus sem haver alteração de quadrante dos valores obtidos.

### 3.2.5 – Carga

Na simulação a carga é simulada ao impor valores de corrente na simulação. A corrente trifásica é imposta através do subsistema apresentado na Figura 3.8, este implementa a expressão (3.22), obtendo-se um sinal de saída da corrente trifásica, calcula-se ainda a derivada da corrente ao implementar a equação (3.23)

$$i(t) = I \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_{inicial}) \quad (3.22)$$

$$\frac{di}{dt} = I \cdot 2\pi f \cdot \cos(2\pi f \cdot t + \varphi_{inicial}) \quad (3.23)$$

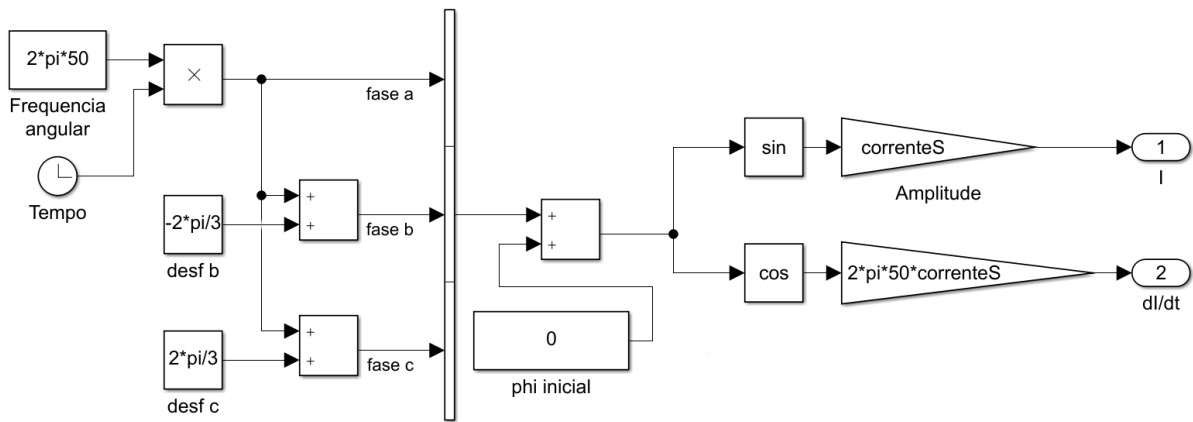


Figura 3.8 – Subsistema de imposição de correntes

O subsistema de carga está apresentado na Figura 3.9, neste subsistema calcula-se a tensão induzida no enrolamento em carga, neste caso, o enrolamento secundário, este subsistema implementa a equação (3.3).

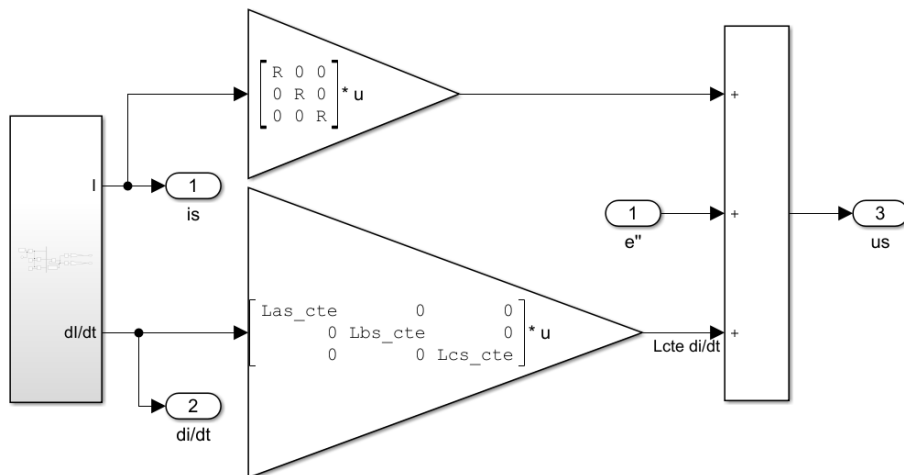


Figura 3.9 – Subsistema de cálculo de tensão quando imposta a corrente

## Capítulo 4

### Modelação do TT3E por método de Elementos Finitos

Neste capítulo descrevem-se as características do transformador, tal como os métodos laboratoriais utilizados, e todos os cálculos realizados, para obter as características que não eram diretamente disponibilizadas, como a geometria, número de espiras e características dos materiais do transformador.

Apresenta-se o *software* utilizado para obter o modelo de simulação com base no FEM e são descritos os passos realizados para construir o mesmo. Apresentam-se os cálculos realizados no pós-processamento da simulação, bem como alguns resultados e detalhes da simulação.

#### 4.1 – Introdução

O transformador que se pretende estudar encontra-se apresentado na Figura 4.1, este transformador foi fabricado pela Electro-Campo Lda. é de núcleo envolvido de três braços com bobinas empilhadas. Tem um total de 12 bobinas, 4 bobinas por coluna. No caso em estudo utiliza-se um par de bobinas por braço para o enrolamento primário e as restantes duas separadas para os enrolamentos secundário e terciário.



Figura 4.1 – Transformador em estudo.

Os dados da chapa de características do transformador estão apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Características do Transformador

Potência Global	4500 [VA]
Potência por Bobina	375 [VA]
Tensão Nominal	110 [V]
Corrente Nominal	3.4 [A]
Frequência Nominal	50 [Hz]

Para se poder efetuar o estudo dos elementos finitos é importante realizar o pré-processamento com rigor. Neste capítulo descreve-se o *software* utilizado, tal como as diversas etapas se realizam, relatam-se os ensaios realizados no laboratório de máquinas elétricas do ISEL para obter as informações necessárias a introduzir no *software* escolhido.

Descreve-se ainda como se efetua o cálculo de indutâncias próprias e mútuas no pós-processamento, tal como a separação da componente constante e variável das indutâncias próprias.

No fim deste capítulo, na secção 4.12, são apresentadas algumas informações sobre a simulação realizada, tal como alguns resultados obtidos.

## 4.2 – Método de Elementos Finitos

Para realizar o estudo através do método de elementos finitos, utiliza-se o *software* de código aberto *Finite Element Method Magnetics* (FEMM) [25]. Este realiza o FEM com base no método de minimização de energia. É composto por um conjunto de programas que permite uma análise FEM de diversos tipos de problemas: electrostáticos, de transferência de calor, de fluxo e de corrente. Podem ser modelados em domínios planares ou axissimétricos.

O *software* contém um conjunto de programas, uma interface gráfica interativa FEMM, que permite realizar o pré e pós-processamento do objeto de estudo, denominado “triangle.exe”[26], escrito por Jonathan Shewchuk, que gera a malha de elementos finitos da geometria introduzida, contém diversos programas para obter a resolução do problema consoante a sua tipologia. No caso em estudo será utilizado o “fkern.exe”, que permite resolver problemas magnéticos.

Escolheu-se este *software*, por ser simples, mas robusto e por não ter requerimentos altos de poder computacional, permitindo, portanto, ser usado em dispositivos disponíveis à generalidade do público. Devido à sua versatilidade, é possível utilizar este *software* em diversas interfaces diferentes, algumas das quais são *Python*, *Java* e *Octave/MATLAB*. Outro motivo de escolha é por ser um *software* em código aberto de distribuição livre.

Utiliza-se o FEMM a partir da interface *OctaveFEMM*, que é uma *toolbox* fornecida pelo pacote base do FEMM que permite recorrer às diversas funções do *software* via comandos de *MATLAB*[27].

Os parâmetros foram introduzidos como apresenta o anexo A.1A.1 –.

## 4.3 – Propriedades do Problema

O primeiro passo a realizar para modelizar o problema é definir as propriedades do mesmo. Os campos onde se devem introduzir os parâmetros para definir o problema em estudo estão apresentados na Figura 4.2.

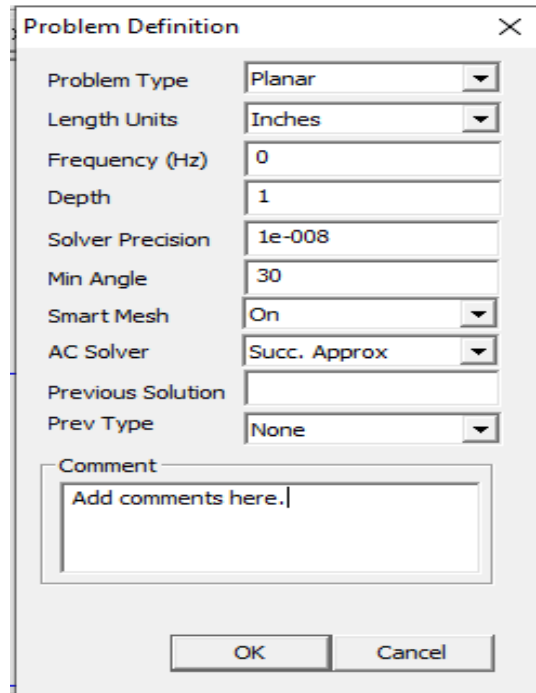


Figura 4.2 – Campos a introduzir os parâmetros para definição do problema.

O campo “*problem type*” refere-se ao domínio em que o problema em estudo se encontra, as opções disponíveis são “*planar*” ou “*axisymmetric*”. No caso em estudo selecciona-se “*planar*”, pois o objeto de estudo é uma máquina não rotativa. O campo “*length units*” permite seleccionar quais as unidades de comprimento utilizadas, neste campo selecciona-se “*millimeters*”, pois todas as medidas registadas do transformador foram em milímetros.

No campo “*frequency*” o valor mantém-se zero apesar do transformador funcionar a uma frequência de 50 [Hz]. Decidiu-se realizar o estudo deste modo pelo facto que ao introduzir uma frequência neste campo o *software* irá calcular a corrente e conseqüentemente as indutâncias em forma vetorial. Como no caso em estudo apenas se pretende obter os valores instantâneos isto torna o processo desnecessariamente mais complicado, resultando em tempos de simulação mais lentos por parte do FEMM. Para obter tempos de simulação mais rápidos poderia também alterar-se o valor de “*solver precision*” para valores mais altos.

Para realizar o estudo a 50 [Hz], apesar deste campo ser definido como zero, são calculados os diversos valores de corrente instantânea para as diversas posições angulares, tornando-se essencialmente um estudo a 50 [Hz].

No campo “*depth*” coloca-se o comprimento da profundidade do núcleo do transformador, portanto insere-se o valor que foi medido, de 82.5 [mm].

Em todos os outros campos deixaram-se os valores por defeito.

## 4.4 – Geometria

Define-se a geometria do objeto de estudo, começando pelo núcleo do transformador. Para que esta fosse introduzido foi necessário que se tirassem diversas medidas do mesmo, para tal foram utilizadas uma régua e uma craveira, as medidas retiradas estão apresentadas na Figura 4.3 com o nome definido das variáveis no código em *MATLAB* acompanhada pela Tabela 4.2 com os valores atribuídos a cada uma destas.

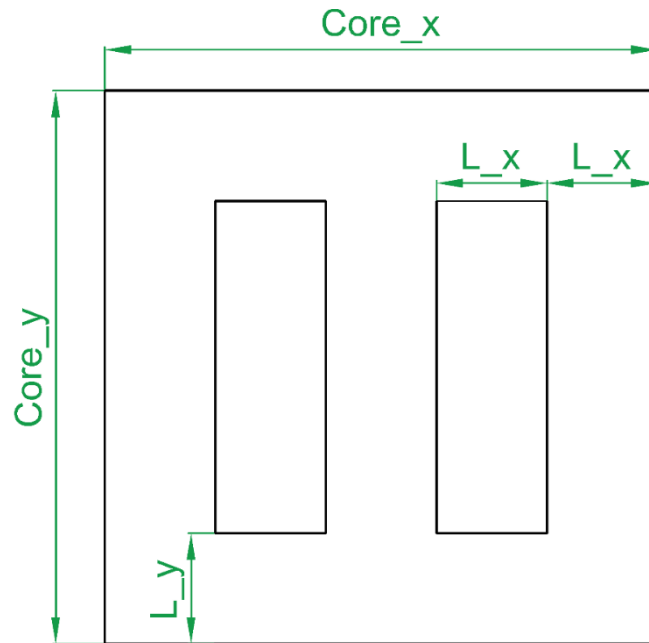


Figura 4.3 – Dimensões do núcleo do transformador

Tabela 4.2 – Dimensões do núcleo do transformador

Variável	Dimensão [unidades]
Core_y	250 [mm]
Core_x	250 [mm]
L_y	50 [mm]
L_x	50 [mm]

Seguidamente tiraram-se medidas às bobinas, confirmando que todas as bobinas partilham as mesmas dimensões. Para que a sua geometria possa ser colocada no *software*, e como as dimensões das bobinas são iguais, basta inserir a geometria num braço e realizar uma cópia desta geometria para os outros braços do transformador.

As dimensões das bobinas encontram-se apresentadas na Figura 4.4, com o nome definido das variáveis no código em *MATLAB* e com eixo de simetria a metade da coluna, acompanhada pela Tabela 4.3, com os valores atribuídos a cada variável.

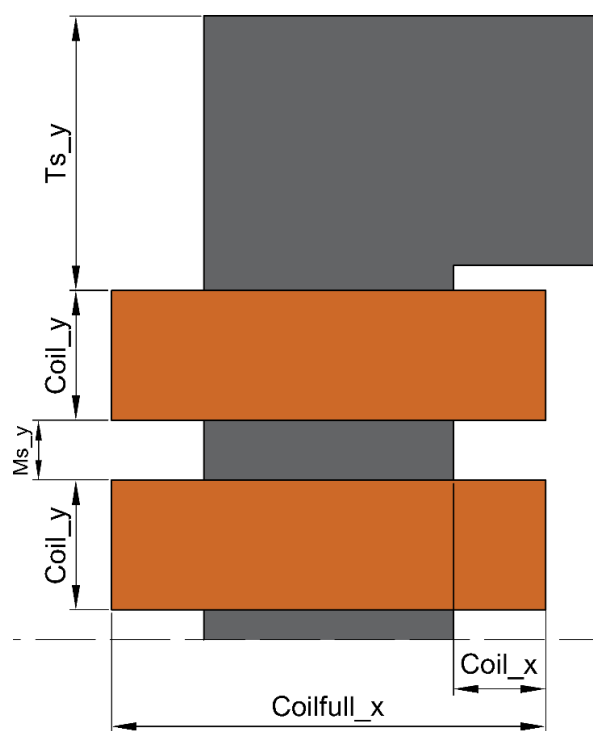


Figura 4.4 – Dimensões das bobinas na metade superior da coluna do transformador

Tabela 4.3 – Dimensões das bobinas e os espaços entre si num braço do transformador

Variável	Dimensão [Unidades]
Ts_y	55 [mm]
Ms_y	12 [mm]
Coil_y	26 [mm]
Coilfull_x	87 [mm]
Coil_x	18,5 [mm]

Estas medidas foram inseridas no *software* FEMM, resultando no desenho apresentado na Figura 4.5.

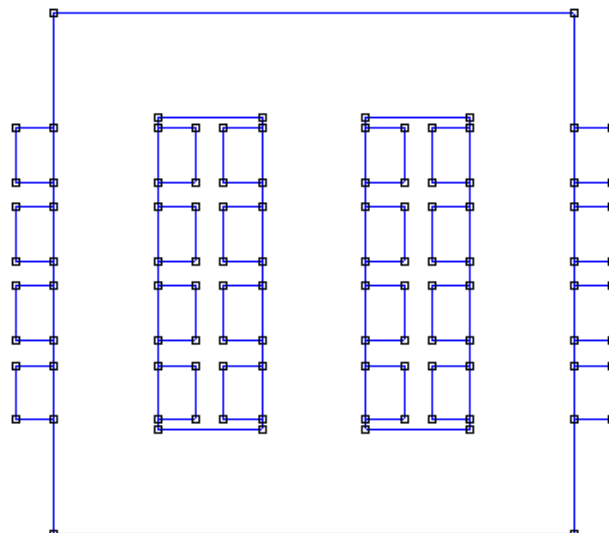


Figura 4.5 - Geometria no FEMM

Completar a parte da geometria falta definir uma região que englobe o TT3E de modo a definir a região a analisar pelo *software*. Para tal, decidiu-se desenhar um círculo com um diâmetro três vezes maior que o comprimento da largura do núcleo do transformador, ou seja, 750 [mm] de diâmetro, englobando assim a área suficiente do objeto de estudo. Para resultados mais precisos pode definir-se um círculo com um maior diâmetro. O desenho final da geometria do transformador em estudo é apresentado na Figura 4.6.

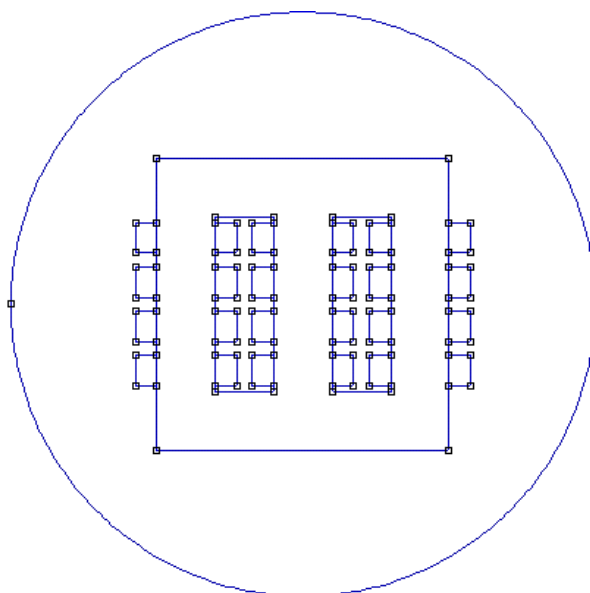


Figura 4.6 – Geometria do transformador e a região de fronteira do problema

## 4.5 – Materiais

Com a geometria definida, é necessário atribuir materiais às diferentes áreas que compõem o transformador. Podem ser utilizados materiais presentes na biblioteca do FEMM ou podem ser definidos novos materiais.

Para definir um novo material é necessário ter em consideração os campos apresentados na Figura 4.7.

Figura 4.7 – Campos a introduzir para definir um novo material

Para o campo “Name” coloca-se o nome a dar ao material.

Para o campo “B-H Curve” podem escolher-se duas opções, “Linear B-H Relationship” ou “Non-Linear B-H Curve” tendo em conta se o material apresenta ou não uma curva de magnetização linear. Caso este campo tenha a opção “Linear B-H Relationship” seleccionada, devem ser colocados valores que descrevam esta relação linear no campo “Linear Material Properties”. Caso contrário e se seleccione a opção “Non-Linear B-H Curve”, então o campo “Linear Material Properties” ficará bloqueado, mas permitindo que se possa colocar os dados

no campo “*Non Linear Material Properties*”, onde deve ser colocada a curva B-H não linear do material.

Nos campos “*Coercivity*”, “*Electrical Conductivity*” e “*Source Current Density*” devem ser colocados os valores de coercividade magnética caso o material seja um magneto permanente, condutividade elétrica e fonte de densidade de corrente para colocar um valor pré-definido de corrente DC no material respectivamente.

Por fim deve ser selecionado no campo “*Special Attributes: Lamination & Wire Type*” a característica que melhor descreva o material, as opções disponíveis são “*Not laminated or laminated in plane*”, “*laminated x or r*” e “*laminated y or z*” para definir materiais não laminados ou laminados como representado na Figura 4.8. Caso o material a definir seja um fio as opções a escolher são “*magnet wire*” para fios magnéticos redondos, “*square wire*” para fios magnéticos de forma quadrada, “*plain stranded wire*” e “*Litz wire*” para fios compostos por diversos fios enrolados, habitualmente utilizados em problemas de alta frequência [28].

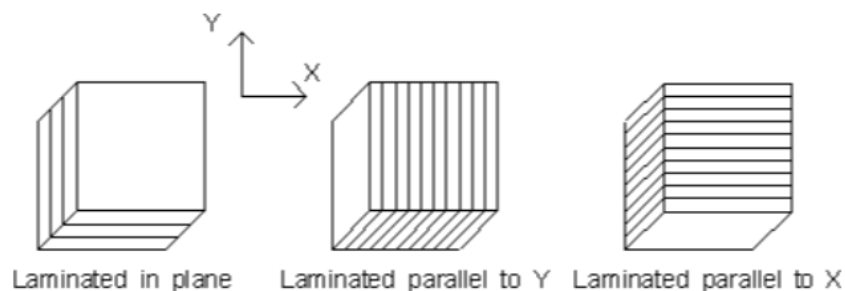


Figura 4.8 – Tipos de laminação [28]

A atribuição dos materiais à geometria é feita pelo meio de etiquetas de blocos. Estas etiquetas definem que o espaço em que a etiqueta se encontra é definido pelas características presentes nesta. As características a colocar nas etiquetas estão presentes na Figura 4.9. Estas são “*Block type*”, onde se coloca o material, da biblioteca do FEMM ou introduzido pelo utilizador. “*Mesh size*” onde se define as dimensões da malha, este campo fica bloqueado caso se selecione “*Let Triangle choose Mesh Size*”, neste caso o programa “*triangle.exe*” [26] define o tamanho da malha a usar. “*In Circuit*” define-se o circuito presente, ou não, no bloco. Caso algum circuito seja selecionado o campo “*Number of Turns*” fica desbloqueado para colocar o número de espiras presente no bloco. Os outros campos não foram utilizados ao longo do trabalho.

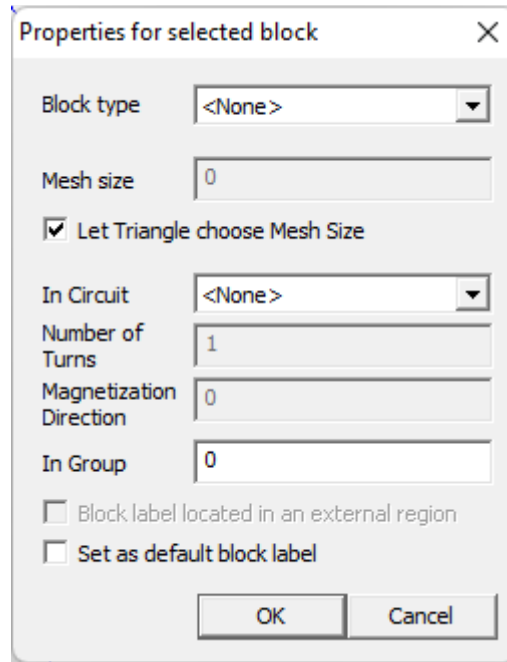


Figura 4.9 – Campos a inserir na etiqueta de bloco

## 4.6 – Material: Bobinas

### 4.6.1 – Circuitos

É necessário definir os circuitos antes de atribuir os materiais, pois no momento de atribuição dos materiais às geometrias correspondentes existe um campo para definir se o material é constituinte de um circuito e qual.

Para definir um circuito é apenas necessário atribuir um nome, definir se este se encontra em série ou em paralelo e definir o valor de corrente. Para o caso em estudo são criados nove circuitos, um para cada fase de cada enrolamento em série.

As correntes são calculadas segundo a equação (4.1), em que a variável  $I_y^x$  é a corrente da fase “y” do enrolamento “x”, A variável  $I_{\max}^x$  representa a corrente máxima à tensão nominal do enrolamento “x” e  $\theta$  representa o ângulo de excitação.

$$I_y^x = I_{\max}^x \cdot \sin(\theta) \quad (4.1)$$

Dado que no cálculo de indutâncias apenas se alimentará uma fase ao transformador, não é necessário que seja introduzido o desfasamento entre fases.

O valor da corrente máxima a ser utilizada foi medido em laboratório, realizando um ensaio em vazio ao transformador, utilizando ligações em triângulo no primário, estas medições serão as utilizadas mais tarde para validação do modelo dinâmico do TT3E.

Este ensaio foi realizado com recurso a um osciloscópio digital de dois canais YOKOGAWA DL1520, uma pinça amperimétrica Micsig® CP2100A e um medidor de tensão TESTEC TT – SI 9001. Alimentou-se o TT3E utilizando um autotransformador METREL HTN 0903.

Obtiveram-se os valores de corrente máxima das fases dos diferentes enrolamentos e os resultados obtidos encontram-se na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Correntes máximas em cada enrolamento

Variável	Valor [Unidade]
$I_{max}^p$	120 [mA]
$I_{max}^s$	240 [mA]
$I_{max}^t$	240 [mA]

#### 4.6.2 – Número de Espiras

Ao definir os materiais nos blocos da geometria correspondente, no caso de se encontrarem num circuito é necessário que seja definido o número de espiras a que este pertence. Como o transformador em estudo não disponibilizava qualquer informação sobre o número de espiras em cada bobina foi necessário estimar este valor.

Para realizar esta estimativa será necessário obter o comprimento total das espiras e o comprimento médio de uma espira. Assim, dividindo o comprimento total das espiras pelo comprimento médio é possível ter um valor estimado do número total de espiras de um enrolamento.

O valor do comprimento total das espiras é obtido tendo em conta que nas tabelas dos fabricantes é dado o valor de resistência por metro, deste modo ao saber a resistência de todas as espiras é possível obter o valor de comprimento total, como apresenta a expressão (4.2).

$$l_{Total} [m] = \frac{R[\Omega]}{R_l[\Omega / m]} \quad (4.2)$$

Para tal, o valor da resistência total de uma bobina foi medido com um ohmímetro, com o devido cuidado de medir o valor de resistência das pontas de prova, deste modo ao medir a resistência total dos enrolamentos de modo a subtrair ao valor medido na bobina é possível subtrair o valor da resistência das pontas de prova, como apresenta a expressão (4.3), obtendo-se o valor sem a influência das pontas de prova utilizadas para a medição.

Resistência das pontas de prova:  $0,19 \Omega$

Resistência do conjunto pontas de prova e enrolamentos:  $1,02 \Omega$

$$R_{Bobine} = R_{Conjunto} - R_{Pontas} \quad (4.3)$$

$$R_{Bobine} = 1,02 - 0,19 = 0,83[\Omega] \quad (4.4)$$

Com o valor da resistência obtido em (4.4), consultam-se as tabelas de resistência elétrica do fio de cobre esmaltado. Para saber qual a resistência elétrica a consultar é necessário saber o diâmetro ou secção do condutor. Foi medido o diâmetro de um condutor com uma craveira e o resultado foi de  $1,20$  [mm]. Repetiu-se esta medida para outras bobinas para confirmar que este valor era idêntico, o que se confirmou.

Tendo em conta o diâmetro obtido, ao consultar o catálogo dos fios de cobre em [29] é possível obter o valor de resistência por metro correspondente. Sendo este valor  $0,0169$  [ $\Omega/m$ ], todos os dados necessários para a estimativa do comprimento total das espiras encontram-se na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Valores necessários para estimar o comprimento total das espiras

Bitola (AWG)	Diâmetro [mm]	Secção[mm <sup>2</sup> ]	Resistência [ $\Omega/m$ ]
AWG 17	1,20	1,13	0,0169

Com o valor de resistência por metro e de resistência de uma bobina, recorrendo à expressão (4.2) foi possível estimar o comprimento total em (4.5)

$$l_{Total} [m] = \frac{0,83[\Omega]}{0,0169[\Omega/m]} = 49,11[m] \quad (4.5)$$

Para obter o valor estimado do número de espiras na bobina apenas falta obter o comprimento médio  $L_{Médio}$  de uma espira, para tal utilizam-se as medições de uma bobina, com os valores de perímetro exterior da bobina  $l_{Ext}$  e interior  $l_{Int}$ . Na Figura 4.10 apresentam-se as

dimensões da bobina pela sua vista superior, em que com a cor azul está representado o tamanho médio de uma espira, cujo comprimento se pretende estimar.

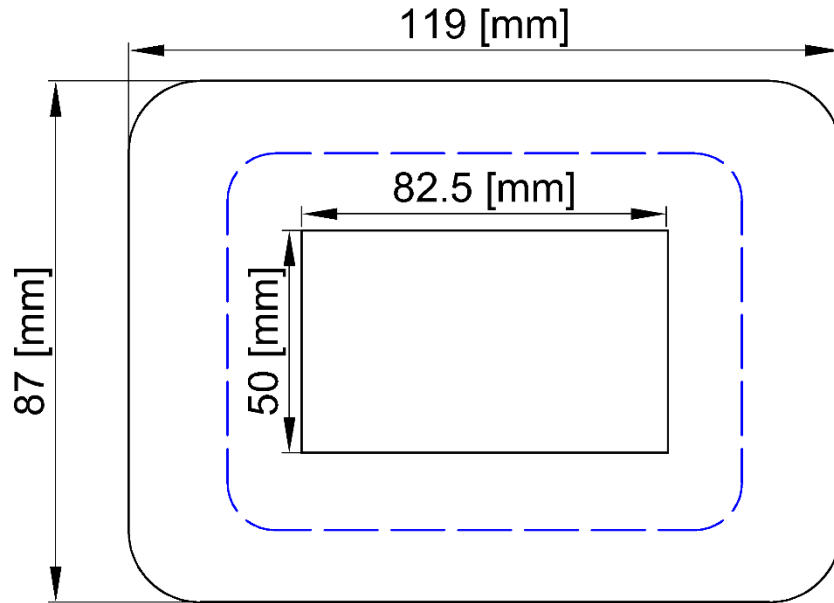


Figura 4.10 – Dimensões de uma bobina, com a representação de uma espira média a azul

O comprimento médio de uma espira é calculado através da equação (4.6), com o resultado apresentado na equação (4.7).

$$l_{Médio} = \frac{l_{Ext} - l_{Int}}{2} \quad (4.6)$$

$$l_{Médio} = \frac{2 \cdot (119 + 87) - 2 \cdot (82.5 + 50)}{2} [\text{mm}] = 0,3385 [\text{m}] \quad (4.7)$$

Deste modo, com o comprimento total das espiras e o comprimento médio de uma espira, é possível estimar o número de espiras com o quociente destes valores, como apresentado na expressão (4.8), obtendo-se o valor na equação.

$$N_{Espiras} = \frac{l_{Total}}{l_{Médio}} \quad (4.8)$$

$$N_{Espiras} = \frac{49.11[\text{m}]}{0.3385 \cdot 10^{-3}[\text{m}]} = 145 \quad (4.9)$$

Para verificar se o número de espiras em (4.9) obtido é válido, faz-se um cálculo de verificação, determinando a área ocupada pelos condutores e verificando que esta não é superior à secção da bobina. É necessário também ter em consideração que os condutores são redondos

e deixam ar entre eles, considera-se então que deve apresentar um fator de enchimento máximo de 2/3 a 3/4 do valor da área da secção da bobina.

Calculou-se a área ocupada pelos condutores através da expressão (4.10).

$$\text{Área ocupada pelos condutores [mm}^2\text{]} = n_{\text{espiras}} \cdot s \text{ [mm}^2\text{]} \quad (4.10)$$

$$\text{Área ocupada pelos condutores [mm}^2\text{]} = 145 \cdot 1.13 = 164 \text{ [mm}^2\text{]} \quad (4.11)$$

A área da secção da bobina é calculada tendo em conta as dimensões apresentadas na Figura 4.4 e na Tabela 4.3, cujas dimensões são calculadas na expressão (4.12).

$$\text{Secção bobina [mm}^2\text{]} = 26 \cdot 18.5 = 481 \text{ [mm}^2\text{]} \quad (4.12)$$

Portanto, como o valor da área obtida dos condutores, calculado na equação (4.11) é inferior à secção da bobina, calculada em (4.12), a primeira parte está confirmada. Falta então confirmar se respeita o fator de enchimento. Para tal calcula-se o rácio da área ocupada face à secção da bobina através da expressão (4.13).

$$\text{Fator de enchimento} = \frac{\text{Área ocupada pelos condutores [mm}^2\text{]}}{\text{Secção da bobina [mm}^2\text{]}} \quad (4.13)$$

$$\text{Fator de enchimento} = \frac{164 \text{ [mm}^2\text{]}}{481 \text{ [mm}^2\text{]}} = 0.34 \quad (4.14)$$

Assim, como o fator de enchimento, obtido na equação (4.14) é menor que os fatores de enchimento máximos, o número de espiras estimado está validado.

### 4.6.3 – Definição e Atribuição do Material

Para definir o material da bobina são introduzidos os valores apresentados na Tabela 4.6, em relação aos campos não referidos na tabela deixou-se o valor por defeito.

Tabela 4.6 – Definição do material da bobina

Campo	Valor
Nome	AWG 17
<i>B-H Curve</i>	<i>Linear B-H Relationship</i>
<i>Electrical Conductivity</i>	58 [MS/m] [30]
<i>Special Attributes: Lamination &amp; Wire Type</i>	<i>Magnet Wire</i>
<i>Strand diameter</i>	1.240 [mm]

As etiquetas de bloco são colocadas em todas as bobinas, o material definido para todas foi “AWG 17”. No campo circuito foi atribuído de forma diferente para as diversas bobinas consoante a sua localização, o número de espiras depende da posição da parte da bobina na coluna, do lado esquerdo é atribuído o valor estimado para o número de espiras positivo, do lado direito atribui-se esse mesmo valor, mas negativo, isto para indicar a direção do fluxo de corrente. As atribuições de características podem ser observadas na Figura 4.11.

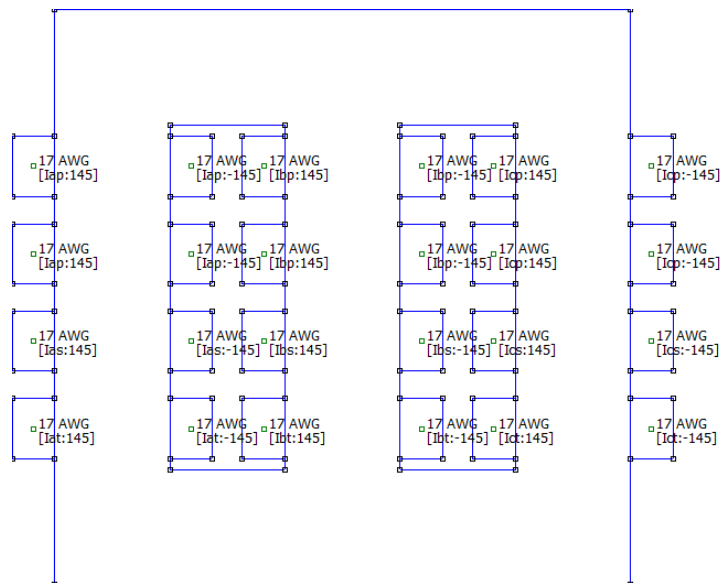


Figura 4.11 – Atribuição das bobinas aos blocos correspondentes

## 4.7 – Material: Núcleo do Transformador

### 4.7.1 – Curva B-H

Para o caso em estudo é necessário introduzir informações sobre o material utilizado no núcleo, estas não estavam disponibilizadas para o transformador em estudo, pelo que, teve de se estudar este material de modo a levantar as informações necessárias.

Um dos dados a ser introduzido é a curva não histerética B-H do material, esta é obtida ao unir-se os pontos máximos das curvas de histerese obtidas para diferentes níveis de tensão, apresenta-se como exemplo a Figura 4.12, em que são apresentados três ciclos de histerese, correspondentes a três níveis de tensão, e a curva não histerética a vermelho cruzará os pontos máximos de todas as curvas de histerese para todos os níveis de tensão [31].

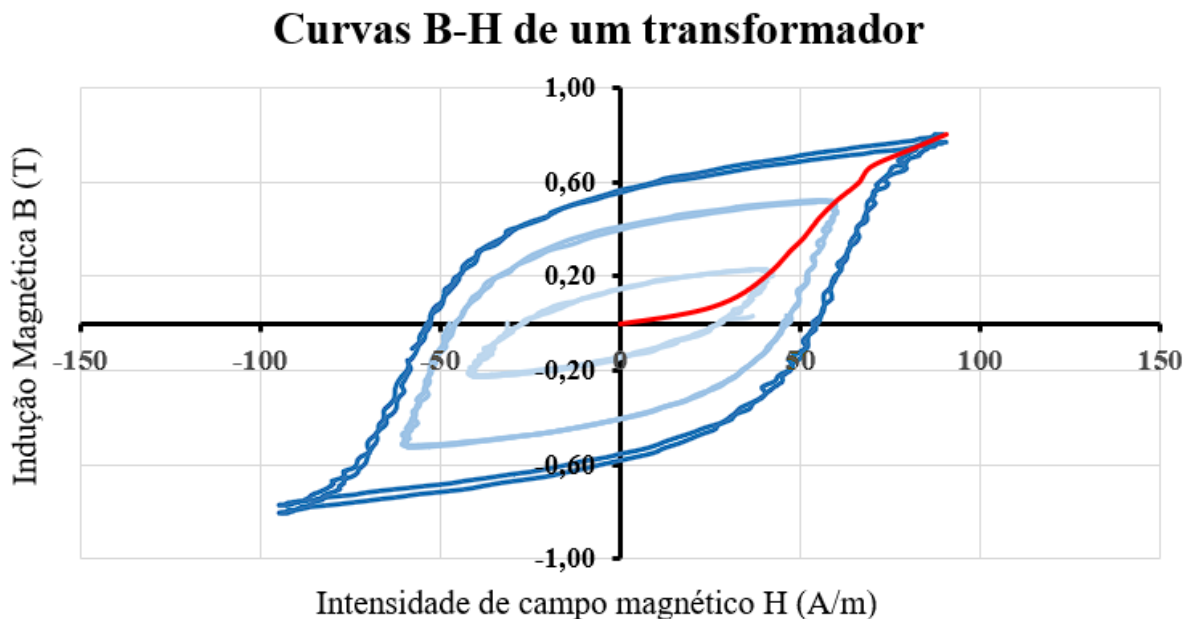


Figura 4.12 – Curvas de histeréticas de B-H (azul) e curva não histerética de B-H (Vermelho)

Para medir as curvas de histerese deste material, recorre-se a um ensaio em vazio do transformador em estudo, mas colocando este a funcionar como um TT2E, utilizando o primário com montagem em triângulo e o secundário em aberto. Neste ensaio varia-se a tensão do primário sensivelmente de 10 em 10 Volt e medem-se os valores de corrente de excitação no primário e da tensão induzida no secundário [32].

Tendo em conta que apenas se pretende obter a curva não histerética, apenas se medem os valores de pico. A intensidade do campo magnético é obtida a partir da corrente de excitação medida, como apresenta a expressão (4.15) em que  $H_{\max}$  corresponde à intensidade máxima do campo magnético,  $N_p$  é o número de espiras no primário,  $i_{\max}^p$  é o valor de pico da corrente de excitação no primário e  $l_{\text{mag}}$  é o comprimento do circuito magnético [33].

$$H_{\max} = \frac{N_p \cdot i_{\max}^p}{l_{\text{mag}}} \quad (4.15)$$

O valor máximo de indução magnética  $B_{\max}$  é calculado a partir da equação (4.16), onde  $U_{\max}^s$  representa o valor de pico da tensão induzida no secundário,  $N_p$  o número de espiras no primário,  $A_{\text{nucleo}}$  a secção do núcleo e  $\omega$  é a frequência angular, que pode ser calculada a partir de (4.17)

$$B_{\max} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{\max}^s}{N_p \cdot A_{\text{nucleo}} \cdot \omega} \quad (4.16)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (4.17)$$

Os aparelhos de medida utilizados neste ensaio foram: um osciloscópio digital de dois canais YOKOGAWA DL1520, uma pinça amperimétrica Micsig® CP2100A e um medidor de tensão TESTEC TT – SI 9001. Alimentou-se o primário utilizando um autotransformador METREL HTN 0903. Os valores obtidos a partir deste ensaio encontram-se na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Valores que definem a curva B-H do transformador

Tensão primário [V]	H Máximo [A/m]	B Máximo [T]
160	89,90	1,20
152	87,00	1,14
144	84,10	1,08
136	81,20	1,02
128	78,30	0,96
120	72,50	0,90
116	69,60	0,87
108	66,70	0,81
100	63,80	0,75
92	60,90	0,69
88	59,45	0,66
80	58,00	0,60
64	52,20	0,48
52	49,30	0,39
35	42,05	0,26
22	39,15	0,17
11	27,55	0,08
4,8	21,75	0,04
1,6	14,50	0,01
0	0,00	0,00

### 4.7.2 – Outras Características

Foi necessário retirar as medidas de uma lâmina de aço-silício, esta foi obtida por meio de uma craveira, obtendo-se um valor de 0,5 [mm]. Foi também necessário obter o valor da condutividade elétrica deste material, que como não era conhecido, foi utilizado um valor tabelado de lâminas de aço-silício para lâminas com a espessura correspondente à usada, tal como foi assumido um valor de fator de enchimento tendo em conta os valores usuais.

### 4.7.3 – Definição e Atribuição do Material

Com estes valores obtidos é possível completar a introdução do material do núcleo, este foi definido com os campos apresentados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Definição do material do núcleo

Campo	Valor
Nome	Nucleo
<i>B-H Curve</i>	<i>Nonlinear B-H Curve</i>
<i>Electrical Conductivity</i>	2 [MS/m] [34]
<i>Special Attributes: Lamination &amp; Wire Type</i>	<i>Laminated in-plane</i>
<i>Lam. Thickness</i>	0.5 [mm]
<i>Lam. Fill Factor</i>	0,98

No campo “*B-H Curve*” foram introduzidos os dados medidos presentes na Tabela 4.7, resultando na curva apresentada na Figura 4.13.

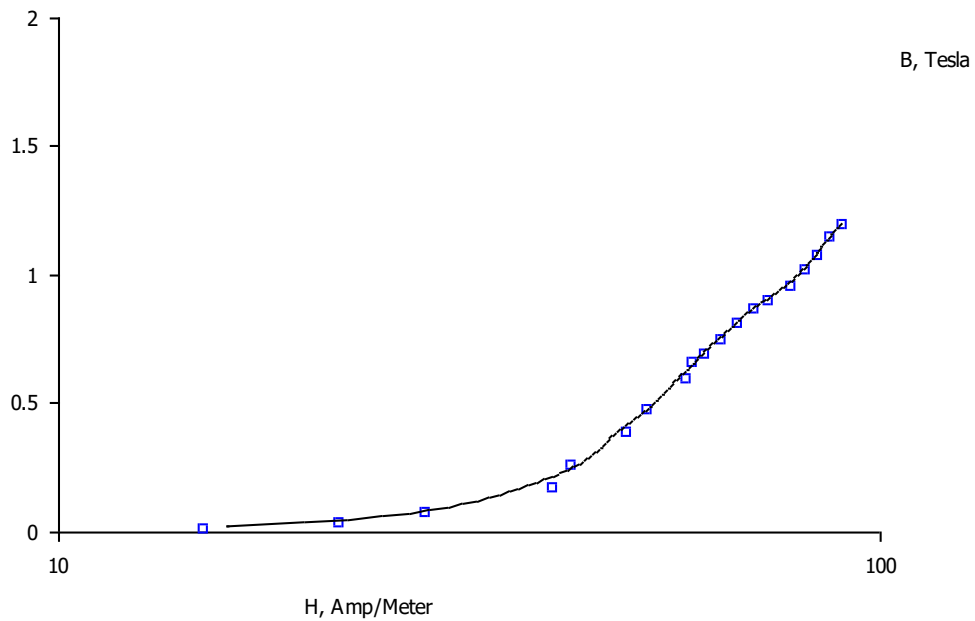


Figura 4.13 - Curva B-H não histerética introduzida no *software* FEMM

Para atribuir este material coloca-se apenas uma etiqueta algures dentro da figura geométrica correspondente ao núcleo, e no campo “*Block Type*” selecciona-se “núcleo”, obtendo-se o que a Figura 4.14 apresenta.

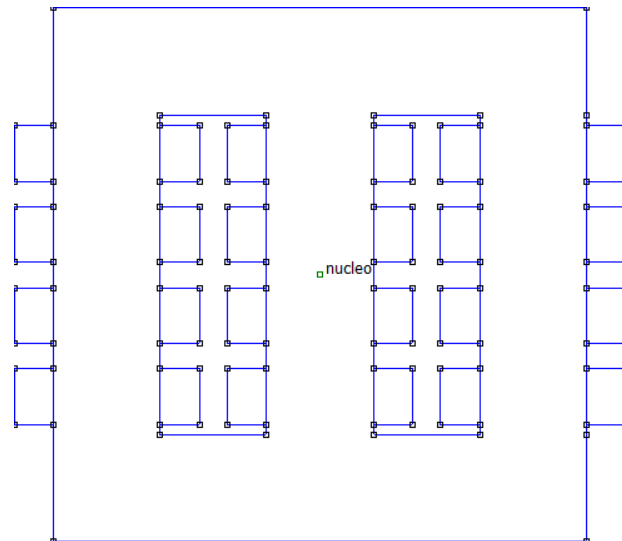


Figura 4.14 – Atribuição do núcleo ao bloco correspondente.

## 4.8 – Material: Ar

Para definir as regiões que contém ar, utiliza-se um material existente na biblioteca do FEMM, com o nome “*air*”, este é atribuído às janelas do transformador e à parte exterior do transformador, como apresenta a Figura 4.15.

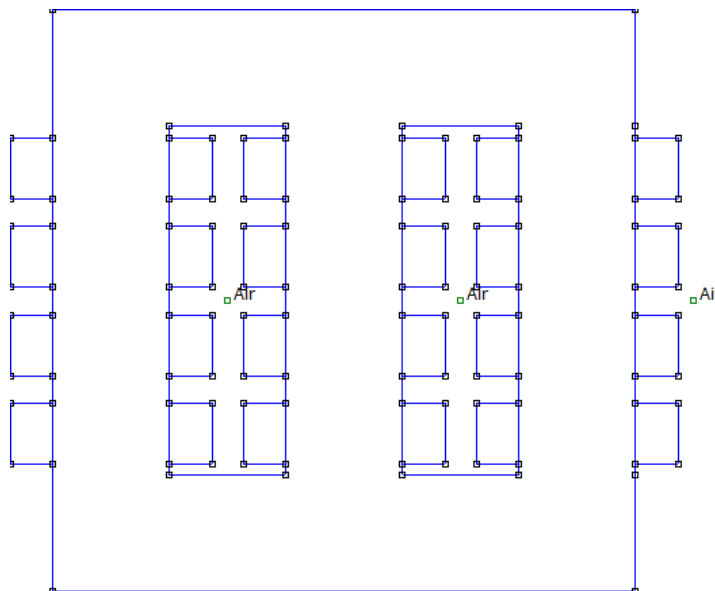


Figura 4.15 – Atribuição do Ar aos blocos correspondentes

## 4.9 – Condições de Fronteira

É necessário definir as condições do problema, para toda a geometria do TT3E deixa-se as condições de fronteira por defeito, que são as condições homogêneas de Neumann, estas definem a condição (4.18) ao longo da fronteira, forçando o fluxo a passar de um material para o outro a um ângulo de 90°.

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (4.18)$$

Para a circunferência que delimita a região do problema em estudo é atribuída a condição de fronteira Dirichlet, esta condição especifica que o valor do vetor A é zero, deste modo todo o fluxo magnético fica contido na parte interior da circunferência [28].

No anexo A.2 apresenta-se o código que realiza todas as etapas das secções anteriores, que termina ao concluir a etapa apresentada nesta secção.

## 4.10 – Malha de Elementos Finitos

Para completar a etapa de pré-processamento, aplica-se a malha de elementos finitos à geometria definida, esta é realizada automaticamente a partir do programa “triangle.exe” [26] incluído no *software* FEMM. Como referido anteriormente, o estudo deste problema FEM será realizado a partir de diversas iterações, pelo que, será sempre gerada uma nova malha para cada iteração. Estas são, no entanto semelhantes, apresentando-se como exemplo a malha da primeira iteração do problema na Figura 4.16. Esta é constituída por 20782 nós e 41202 elementos, em que perto de vértices a malha é mais densa, e no interior de figuras geométricas esta é mais dispersa.

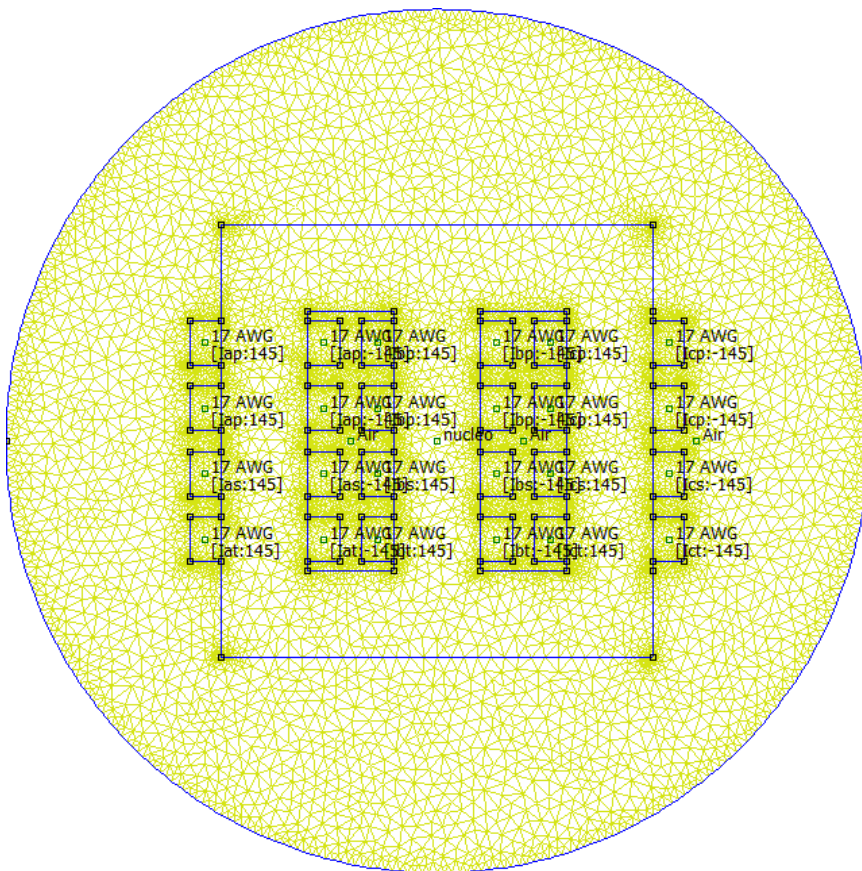


Figura 4.16 – Geometria completa com malha de elementos finitos gerada

## 4.11 – Cálculo de Indutâncias

Para calcular as indutâncias próprias e mútuas em função do ângulo elétrico presentes na expressão (3.5) recorre-se à expressão (4.19), em que a variável  $L_j$  representa a indutância própria de uma bobina  $J$  em função do ângulo elétrico, obtida a partir do quociente do fluxo em

função do ângulo elétrico, de uma bobina J, representado pela variável  $\lambda_J$ , com a corrente em função do ângulo elétrico, que alimenta essa mesma bobina, representada pela variável  $i_J$ .

Recorre-se à expressão (4.20) em que a variável  $M_{JK}$ , representa a indutância mútua entre uma bobina J e uma bobina K em função do ângulo elétrico, calculada a partir do quociente do fluxo em função do ângulo elétrico, de uma bobina K, representado pela variável  $\lambda_K$ , pela corrente em função do ângulo elétrico, que alimenta uma outra bobina J, representada pela variável  $i_J$  [1], [35].

$$L_J = \frac{\lambda_J}{i_J} \quad (4.19)$$

$$M_{JK} = \frac{\lambda_K}{i_J} \quad (4.20)$$

Para calcular as indutâncias são utilizados valores obtidos em ensaios com o transformador em vazio, em que apenas se alimenta uma bobina de cada vez. Deste modo cada bobina permite obter uma linha da matriz de indutâncias como apresentada na expressão (3.5).

Utiliza-se o método apresentado no fluxograma na Figura 4.17 para obter todas as indutâncias. Este processo terá um total de 9 iterações relativas aos diferentes ensaios em vazio para cada bobina. Para cada iteração de uma bobina haverá 361 iterações, correspondendo aos 360° graus a contar com zero num ciclo da corrente de excitação.

Deste modo o processo de cálculo de indutâncias terá um total de 3249 iterações.

O código utilizado para realizar este estudo pode ser encontrado no anexo A.3A.3 –.

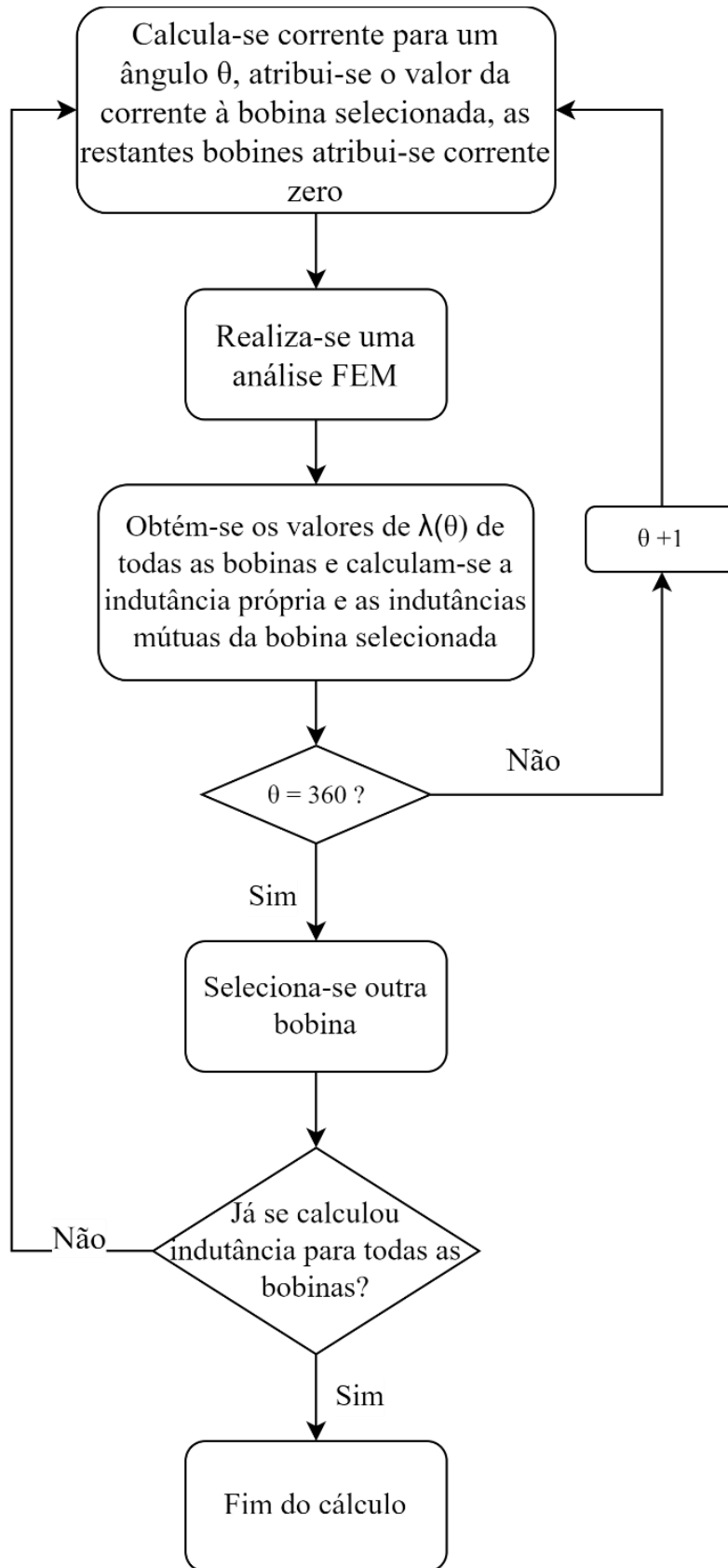


Figura 4.17 – Fluxograma do método de cálculo das indutâncias próprias e mútuas.

### 4.11.1 – Decomposição de Indutâncias Próprias

Nas expressão (3.7) são utilizados valores das indutâncias próprias decompostas em parte constante e parte variável, pelo que a expressão (4.19) se demonstra insuficiente, precisando de haver cálculos adicionais com os resultados obtidos a partir dessas expressões.

Uma indutância variável pode ser descrita pela expressão (4.21), que pode ser decomposta em parte constante e variável a partir do sistema de equações (4.22), em que  $L'$  representa a parte constante da indutância própria, igual ao valor de  $L_1$ . A parte variável  $L''$  é igual ao produto de um fator  $L_2$  com o cosseno de uma função  $\theta$  com o dobro da frequência, pois existem dois ciclos de variação de indutância para cada ciclo de variação de corrente.

$$L(\theta) = L_1 + L_2 \cdot \cos(2\theta) \quad (4.21)$$

$$\begin{cases} L' = L_1 \\ L'' = L_2 \cdot \cos(2\theta) \end{cases} \quad (4.22)$$

Os fatores  $L_1$  e  $L_2$  estão representados graficamente na Figura 4.18. O fator  $L_1$  é calculado de acordo com a expressão (4.23), subtraindo o fator  $L_2$  à indutância máxima. O fator  $L_2$  é obtido a partir da expressão (4.24), realizando a divisão da diferença entre o valor máximo e o valor mínimo de indutâncias por dois [1].

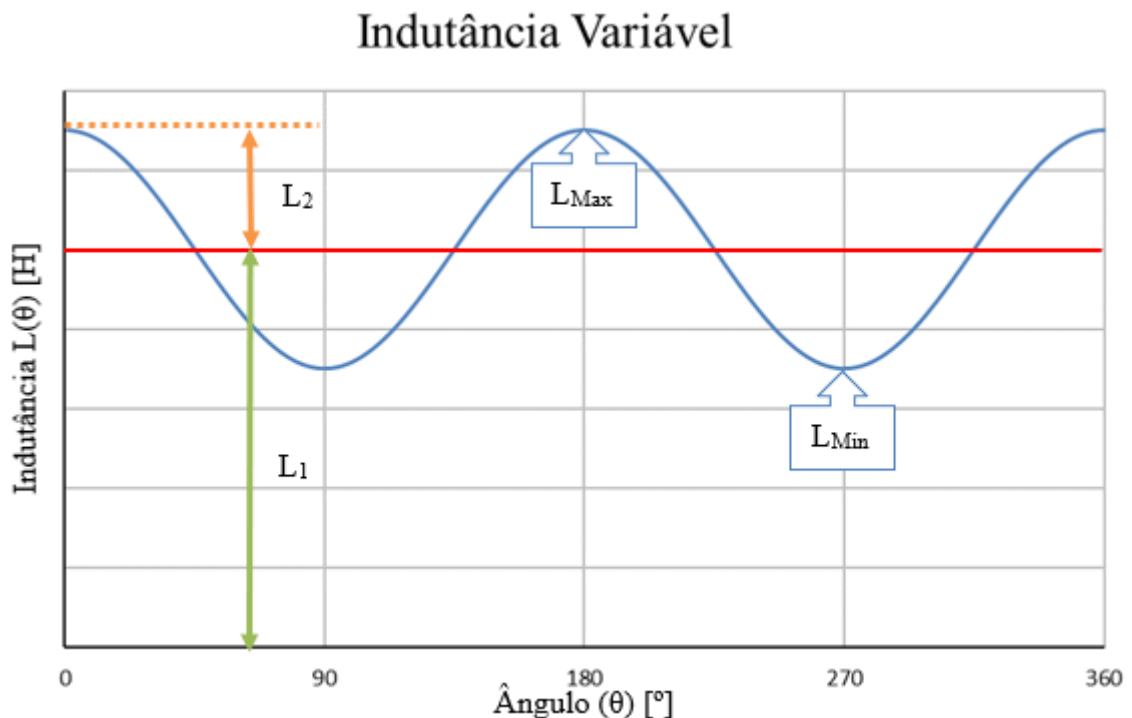


Figura 4.18 – Gráfico que representa os componentes para separação de indutâncias

$$L_1 = L_{Max} - L_2 \quad (4.23)$$

$$L_2 = \frac{(L_{Max} - L_{Min})}{2} \quad (4.24)$$

A decomposição das indutâncias próprias em parte constante e parte variável é introduzida no pós-processamento da análise FEM através do script “`sep_indut.m`”, que se encontra no Anexo A.4, neste obtém-se os valores máximos e mínimos dos vetores das indutâncias próprias e calcula-se diretamente a parte constante a partir da expressão (4.23), substituindo a variável  $L_2$  pela sua equação (4.24).

## 4.12 – Obtenção de Resultados e Conclusões

Utilizando o modelo e formulação apresentada ao longo deste capítulo, foi possível realizar o estudo FEM do TT3E através do *software* FEMM, de modo a obter as matrizes de indutâncias para os diversos ângulos da corrente de excitação.

Os resultados obtidos, juntamente com todos os parâmetros carregados previamente, guardados sob forma de variável MATLAB ao longo do estudo FEM, foram guardados num ficheiro “.m”, permitindo que estes dados fossem carregados sempre que se pretendesse realizar um estudo no modelo dinâmico sem necessitar de realizar novamente uma simulação do TT3E através do FEM.

A simulação FEM foi realizada num computador com um processador AMD Ryzen 5 3600 com 3.6 GHz, com 16Gb de memória RAM e uma placa gráfica AMD Radeon RX 6600. Esta teve um tempo total de simulação de 5 horas e 14 minutos. O tempo médio de simulação de cada iteração foi aproximadamente 3 segundos. Obteve-se um total de 6494 ficheiros, ocupando um total de 7.90 Gb.

As matrizes de indutâncias obtidas pelo FEM são guardadas sob forma de variável *MATLAB* num ficheiro .m para poderem ser utilizados diretamente na interface Simulink, onde é utilizado o modelo de simulação numérica dinâmico.

O valor mais elevado de indutância foi 4.3503 [H], na indutância mútua  $M_{bb}^{ps}$  e o valor mais baixo foi -5.0498 [H], na indutância própria  $L_{cb}^p$ .

Como exemplo dos resultados obtidos para uma iteração em específico tem-se o caso do ensaio em vazio alimentando-se apenas a bobina da fase “b” do primário.

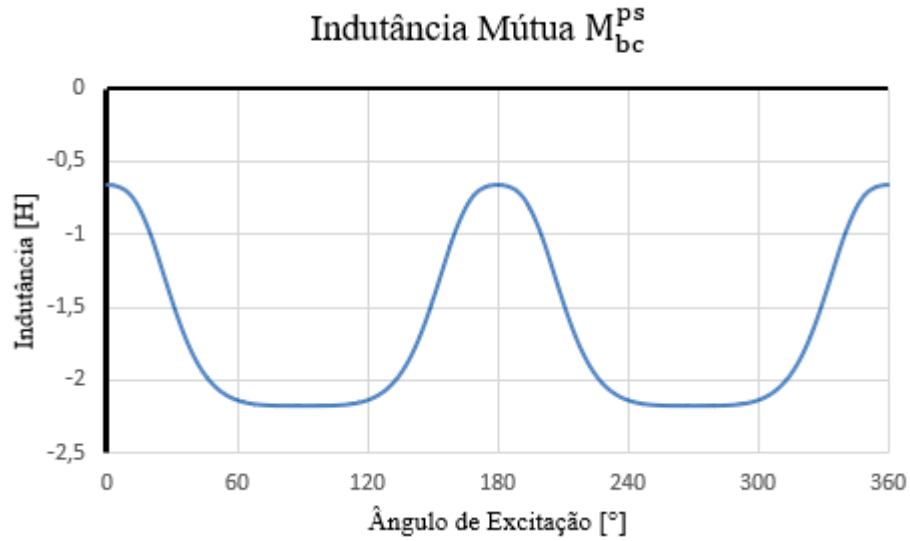


Figura 4.19 – Indutância mútua  $M_{bc}^{ps}$

O exemplo apresentado pela Figura 4.19 demonstra o gráfico dos valores de indutância mútua entre a fase “b” do primário e a fase “c” do secundário. É possível observar que a forma apresenta uma frequência duas vezes maior que a da corrente de excitação, como seria de esperar, como foi apresentado na secção 4.11.1, completando dois ciclos num espaço de  $360^\circ$ , todas as outras indutâncias obtidas partilhavam esta característica.

A separação de indutâncias do ensaio apresentado como exemplo é possível observar pela Figura 4.20, onde a azul está representada a indutância própria total ( $L_b^p$ ), a cor de laranja observa-se a componente constante da indutância ( $L_b^p$ ) e a verde observa-se a componente variável desta indutância ( $L_b^{p''}$ ).

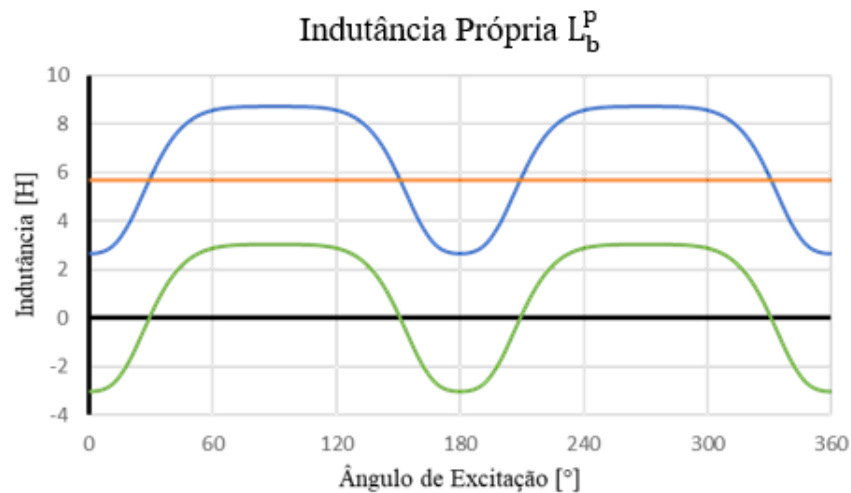


Figura 4.20 – Indutância própria  $L_b^p$  total (verde), constante (laranja) e variável (verde)

O FEMM permite obter diversas figuras, pelo que, como exemplo, na Figura 4.21 estão apresentados os contornos e a densidade de fluxo gerados por alimentar a fase B do primário na iteração do ângulo  $45^\circ$ .

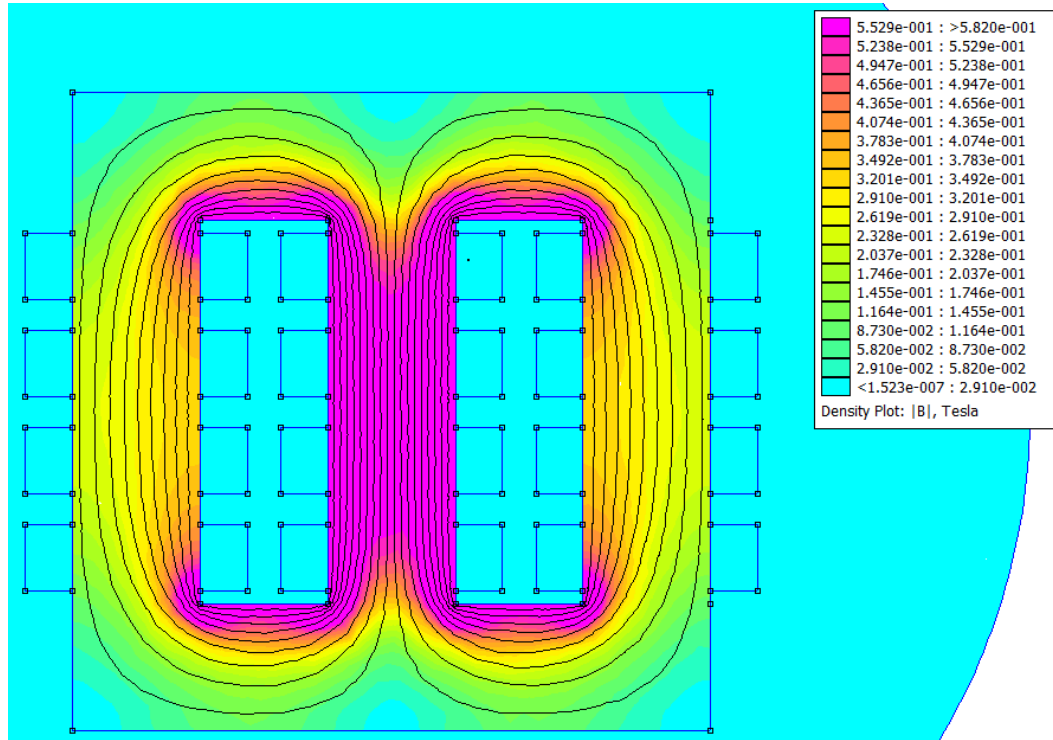


Figura 4.21 – Contornos e densidade de fluxo gerados por alimentar a fase B do primário no instante em que o ângulo da corrente de excitação é  $45^\circ$

## Capítulo 5

### Resultados Obtidos

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos nas diversas simulações realizadas com o modelo de simulação obtida, incluindo resultados de simulação não dinâmica e dinâmica, descrevendo-se alterações realizadas de modo a otimizar o modelo obtido.

Destaca-se qual o modelo que apresenta os resultados mais fiáveis e utiliza-se este para realizar simulações do funcionamento do transformador em vazio e em diferentes situações de carga, com a respetiva análise de dados obtidos.

Comparam-se os resultados de simulação com os resultados obtidos em laboratório de modo a validar o modelo obtido, destacando as imprecisões encontradas e quais as possíveis causas das mesmas.

#### 5.1 – Introdução

Com o modelo de simulação do funcionamento dinâmico de um TT3E obtido, tal como os dados necessários ao funcionamento do mesmo, nomeadamente a matriz de indutâncias do TT3E, prossegue-se com a realização de diversas simulações, com o objetivo de poder validar o modelo.

Realizam-se simulações em vazio, alimentando o primário utilizando a matriz com valores médios das indutâncias, obtendo-se um funcionamento não dinâmico, mas rápido e que permite fazer uma previsão dos resultados em regime dinâmico. Realizam-se, também, diversas simulações utilizando a matriz com os valores variáveis das indutâncias, obtendo assim o funcionamento dinâmico do transformador.

Realizam-se ainda simulações com o transformador em vazio, alimentando o secundário, e realiza-se uma outra simulação com o transformador em carga.

Todas as simulações apresentadas foram realizadas no mesmo computador, cujas especificações foram previamente apresentadas na secção 4.12.

Ao longo deste capítulo são apresentados valores de erro relativo, estes são calculados recorrendo à equação (5.1), onde  $e_r$  representa o erro relativo em percentagem,  $V_{\text{simulação}}$  o valor obtido em simulação e  $V_{\text{Medido}}$  o valor medido em laboratório.

$$e_r(\%) = \frac{|V_{\text{Simulação}} - V_{\text{Medido}}|}{V_{\text{Medido}}} \cdot 100 \quad (5.1)$$

## 5.2 – Ensaio em Vazio alimentando o Primário com Recurso à Matriz de Indutâncias Médias

No primeiro método para obter resultados, utilizou-se a matriz de indutâncias médias, neste método não se simula o TT3E em funcionamento dinâmico, mas permite aferir quais os resultados que serão obtidos quando a matriz de indutâncias variáveis for implementada. Este método é o mais rápido de simular, face aos métodos apresentados nas secções seguintes. Isto deve-se ao facto que é uma simulação mais simples, introduzindo apenas uma matriz bidimensional de indutâncias médias ao invés de uma matriz tridimensional de indutâncias variáveis.

Utilizou-se um tempo de simulação de vinte segundos e um passo de cálculo variável, com um valor máximo de  $1e^{-4}$  segundos. Ao tornar este valor mais pequeno não foram observadas alterações nos resultados, pelo que, por motivos de tempo de simulação mais curto, foi utilizado este valor de passo de cálculo. Foi utilizada uma seleção automática de *solver* por parte do *software* e todos os outros parâmetros foram colocados por defeito.

O tempo de simulação foi de aproximadamente dez segundos.

Apresentam-se na Figura 5.1 os valores da tensão do primário, para um intervalo de 0 a 0.08 segundos. Deste modo é possível observar nitidamente as formas de onda impostas, em que estas são perfeitamente sinusoidais. Confirma-se ainda que os valores de pico rondam os 310 Volt, utilizando estes valores pode fazer-se o cálculo apresentado na equação (5.2), de modo a confirmar que a tensão eficaz é correta.

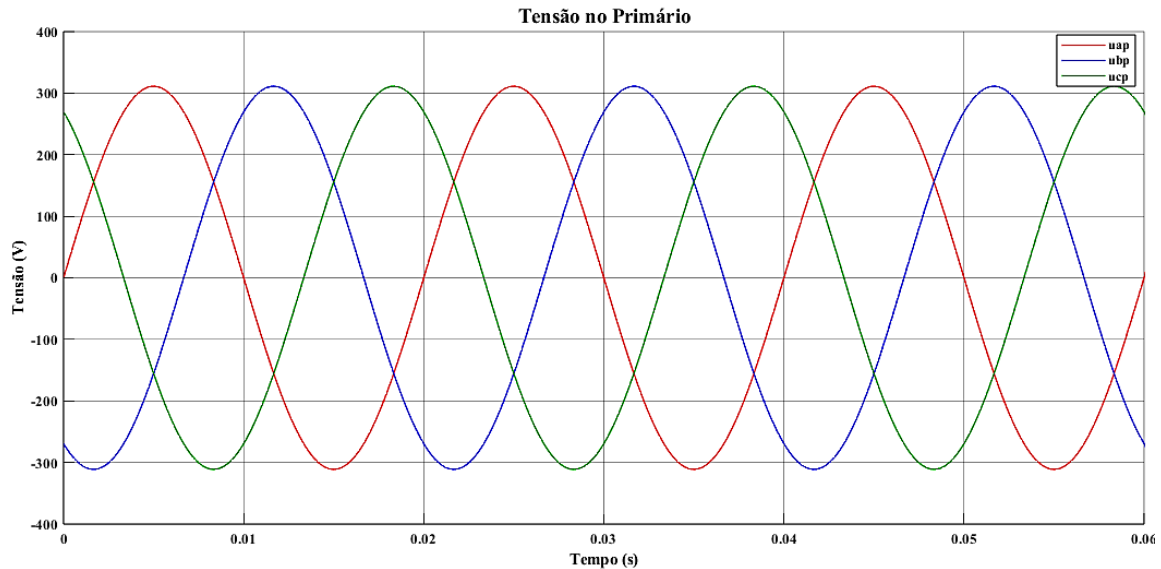


Figura 5.1 – Formas de onda da tensão imposta no primário

$$U_{ef} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \quad (5.2)$$

$$\Leftrightarrow U_{ef} = \frac{310}{\sqrt{2}} = 220 \text{ [V]}$$

### 5.2.1 – Corrente no Primário

Na Figura 5.2, observa-se a resposta temporal da corrente no primário do TT3E, num intervalo de 0 a 20 segundos. Pode constatar-se que esta possui um transitório começado quando o transformador é ligado e que termina passado 18 segundos.

Afere-se ainda que os valores iniciais das correntes são diferentes, cujas fases apresentam diferentes componentes contínuas. Estas componentes são impostas pela posição angular inicial  $\varphi_0$  da tensão imposta no sistema, ao variar o valor desta apenas haverá influência na posição inicial da corrente, não afetando o tempo de transitório, assim, com a simulação utilizando a matriz de valores médios de indutância permite ver um comportamento dinâmico sem influência das não linearidades provenientes da indutância variável.

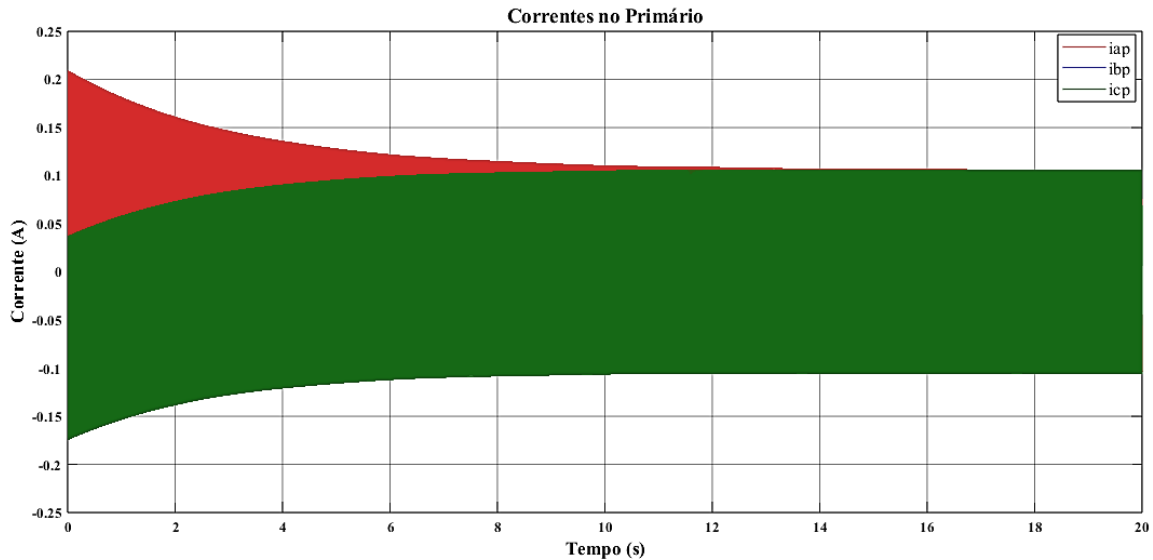


Figura 5.2 – Resposta temporal da corrente no primário

Na Figura 5.3 observa-se a resposta temporal das correntes num intervalo de 18 a 18,06 segundos, após o transitório terminar, esta permite observar de forma distinta as formas de onda de cada uma das fases. Verifica-se imediatamente que as formas de onda possuem um desfasamento de  $120^\circ$  entre si e são puramente sinusoidais, não contendo qualquer tipo de harmónicas, como esperado, visto que ao utilizar a matriz de valores médios de indutância não é introduzido o efeito da corrente de magnetização.

Constata-se ainda que os valores das fases “a” e “c” são semelhantes, com valores perto dos 0,11 A, valor próximo do medido em laboratório de 0,12 A, apresentando portanto um erro relativo de 8%, mas que a fase “b” é inferior, possuindo valores próximos dos 0,7 A, resultado que pode ser justificado por se encontrar no braço central do transformador, onde o fluxo gerado é distribuído pelos outros dois braços de forma igual, fenómeno que não ocorre nas outras fases.

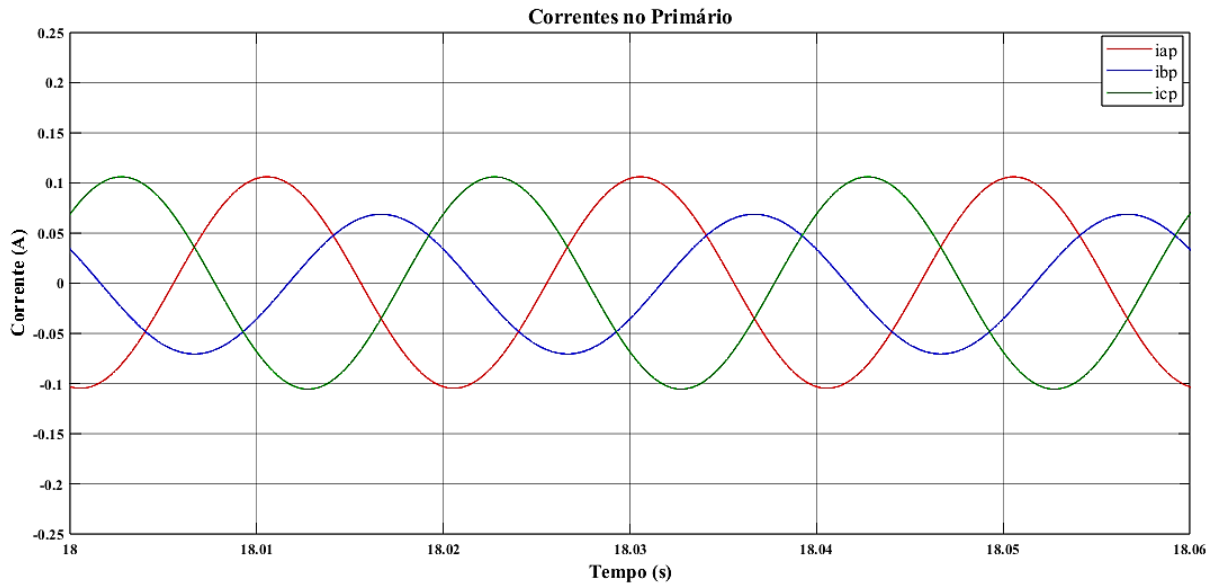


Figura 5.3 - Formas de onda da corrente do primário após o transitório

### 5.2.2 – Tensão no Secundário e Terciário

Na Figura 5.4 representam-se as formas de onda da força contraeletromotriz do secundário, que correspondem à tensão induzida neste enrolamento, num intervalo de 3 ciclos, com um maior intervalo de tempo não se observam transitórios. Verifica-se que as tensões são sinusoidais com um desfasamento de  $120^\circ$ , como era pretendido.

As fases “a” e “b” possuem valores semelhantes com aproximadamente 100 V de pico, enquanto a fase “c” possui valores com aproximadamente 60 V de pico, isto não são os resultados que se esperavam, especialmente os resultados da fase “c”, pois estes deveriam ter valores de 110 V eficazes, ou seja, uma tensão com valores de pico de 156 V como apresenta a expressão (5.3).

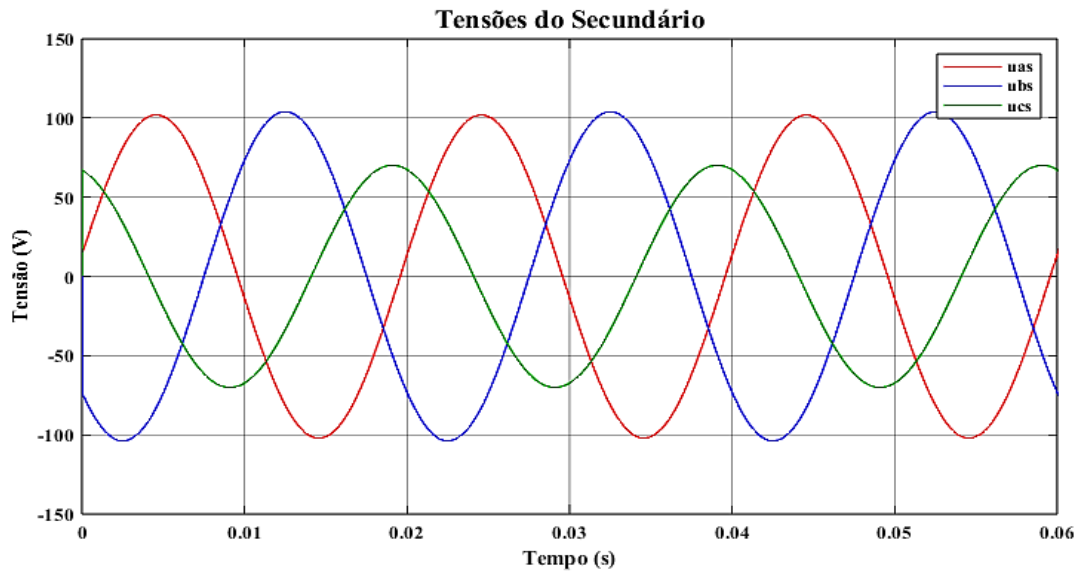


Figura 5.4 – Tensão medida no secundário

Na Figura 5.5, demonstram-se as formas de onda da força contraeletromotriz do terciário, que corresponde à tensão do terciário, num intervalo de 3 ciclos, não foram observados transitórios ao utilizar intervalos de tempo maiores. Verifica-se que as fases são sinusoidais com desfasamento de  $120^\circ$ , como se esperava. Em termos de valores, as fases são semelhantes entre si, ao contrário do que se observou no secundário, apresentando valores de pico de aproximadamente 110 V, estes valores não são os esperados, sendo o valor ideal de 156 V, valor este obtido a partir da expressão (5.3).

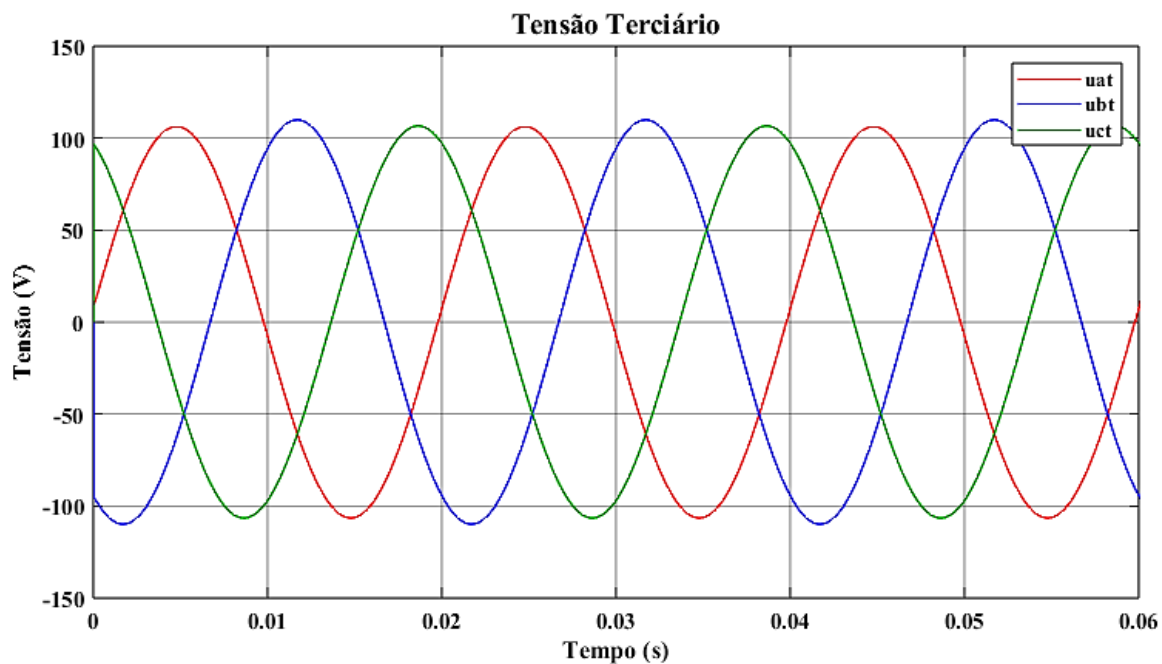


Figura 5.5 - Tensão medida no Terciário

$$U_{\max} = \sqrt{2}U_{ef} = \sqrt{2} \cdot 110 \approx 156 \text{ [V]} \quad (5.3)$$

Comparando os dois enrolamentos, verifica-se alguma concordância de valores, à exceção da fase “c” do secundário. Os valores de tensão da fase “c” do secundário apresentam 63% de erro relativo, os valores das restantes fases apresentam-se valores de tensão com 30% de erro relativo, erros significativos.

### **5.3 – Ensaio em Vazio alimentando o Primário com Recurso à Matriz de Indutâncias Variáveis com Ângulo Calculado**

Para simular o funcionamento do TT3E em regime dinâmico, é necessário introduzir a matriz de indutâncias variáveis, utilizando os blocos apresentados na secção 3.2.3 para cálculo matricial e obtenção de ângulo elétrico.

Utilizou-se um tempo de simulação de oito segundos com um passo de cálculo de 1e-6 segundos. Todos os outros parâmetros foram iguais aos utilizados para a simulação apresentada na secção anterior. A simulação demorou aproximadamente dezassete minutos. As tensões induzidas foram iguais às apresentadas na secção anterior.

#### **5.3.1 – Correntes no Primário**

Tendo em conta o que se observa na Figura 5.6, observa-se que o transformador apresenta diversas anomalias no seu funcionamento quanto à corrente, pois esta não apresenta o transitório inicial observado na secção anterior, e os valores divergem várias vezes ao longo do tempo, não havendo uma convergência definitiva de valores, pelo que terão de ser feitos ajustes à simulação de modo que esta possa ser validada.

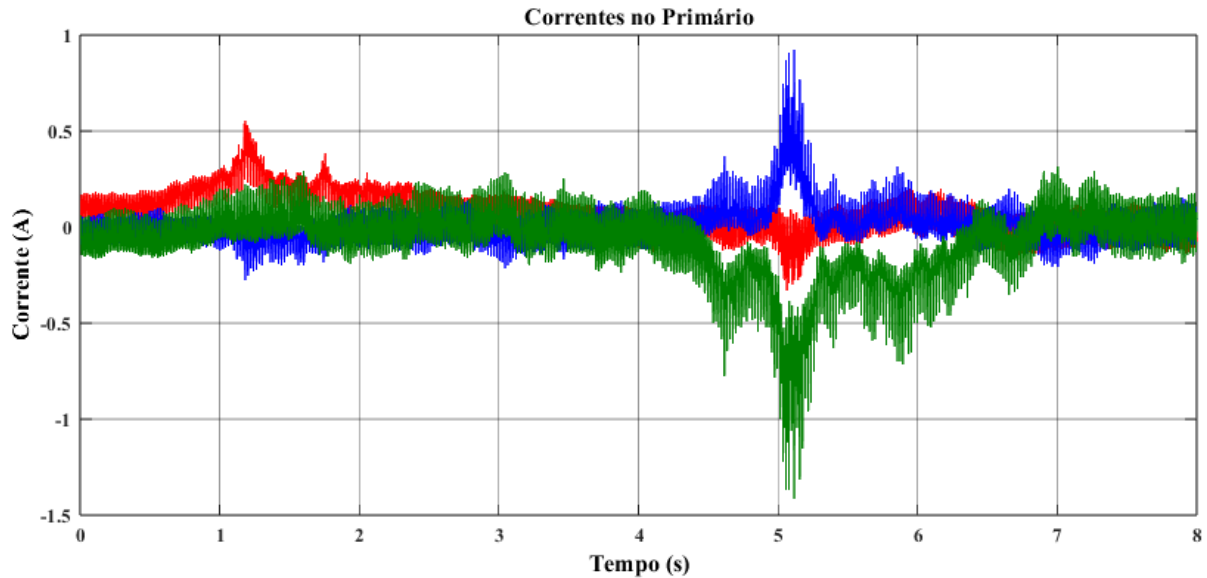


Figura 5.6 – Resposta temporal da corrente do primário

#### 5.4 – Ensaio em Vazio alimentando o Primário com Recurso à Matriz de Indutâncias Variáveis com Ângulo Simulado

Assume-se que os problemas de convergência de resultados sejam provenientes do cálculo do ângulo de excitação da corrente, que possivelmente não consegue fazer o cálculo corretamente do mesmo por se encontrar num sistema complexo de equações com diversas variáveis que dependem bastante umas das outras.

Isto observa-se com a Figura 5.7 do lado direito, cuja forma de onda não é um dente de serra perfeito, isto pode ser a causa dos problemas descritos na secção anterior.

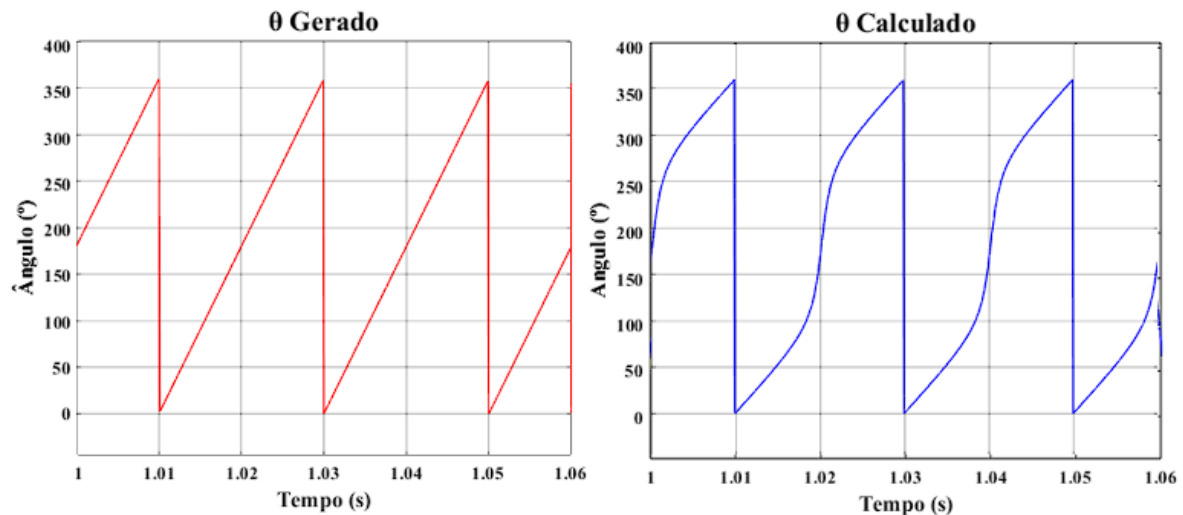


Figura 5.7 – Ângulo de excitação gerado (esquerda) e calculado (direita)

Considerando o que foi descrito, decidiu-se gerar um ângulo com as características que deveriam ser obtidas a partir do cálculo, assim utiliza-se um ângulo simulado e não calculado em função das variáveis da simulação. Gera-se este a partir de um gerador de sinal, com a função dente de serra, com os valores de 0 a 360 e uma frequência de 50 Hz.

A nova simulação foi realizada utilizando as mesmas características apresentadas na secção anterior, esta demorou aproximadamente 15 minutos.

Como nos ensaios anteriores, as tensões induzidas no primário mantiveram-se, pelo que, não serão apresentadas as formas de onda nesta secção.

#### 5.4.1 – Correntes no Primário

As correntes resultantes da simulação estão representadas na Figura 5.8, nesta é possível observar que os resultados convergem. Verifica-se que o transitório termina ao fim de 15 segundos, um transitório mais longo que aquele apresentado na secção 5.25.2 –, após o término deste, observa-se alguma flutuação nos resultados da corrente.

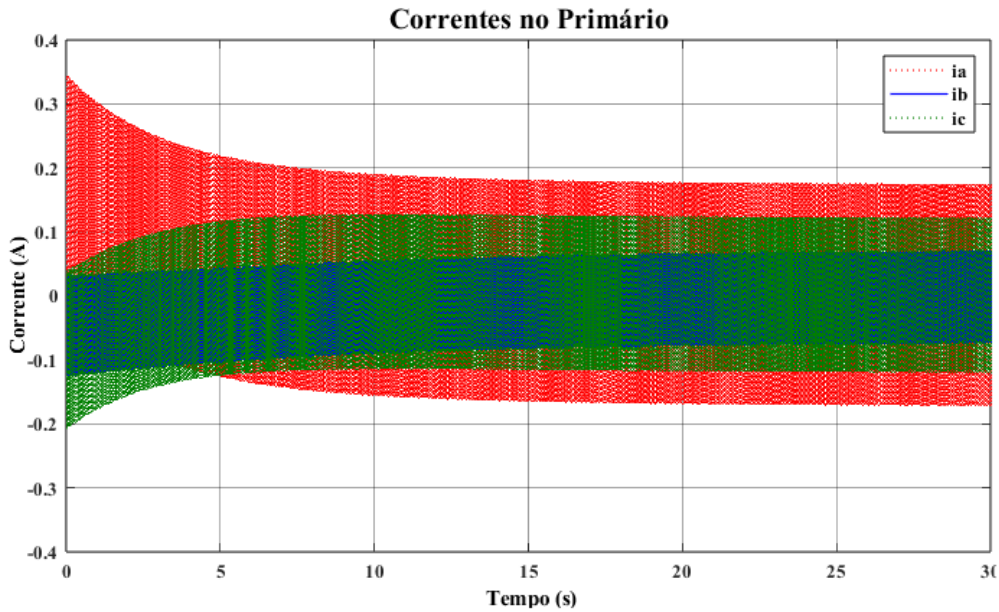


Figura 5.8 – Resposta temporal da corrente

Na Figura 5.9, observam-se as formas de onda da corrente do primário obtida, observa-se que as correntes apresentam todas valores de pico e formas de onda diferentes. A fase “a” tem uma forma aparentemente triangular, com um valor de pico de 0.171 A, a fase “b” tem uma forma aparentemente trapezoidal com um valor de pico de 0.075 A, por fim, a fase “c” tem uma forma aparentemente triangular, com os lados arredondados, com um valor de pico de 0.122 A.

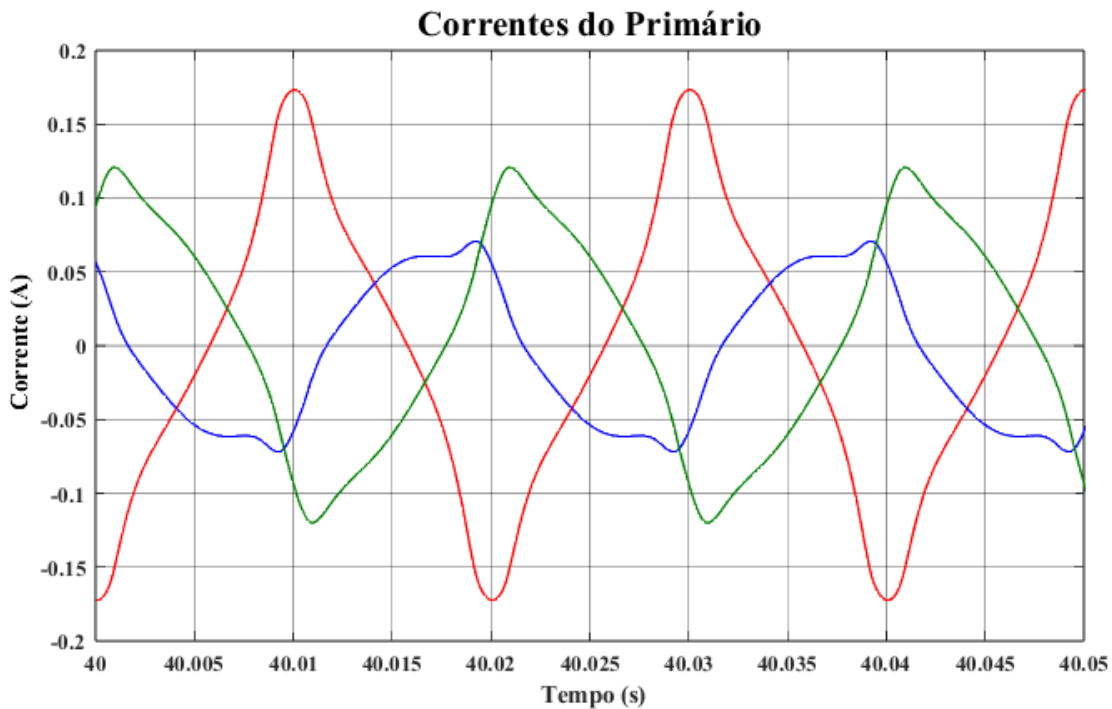


Figura 5.9 – Formas de onda da corrente resultante

### 5.4.2 – Tensões no Secundário e Terciário

Na Figura 5.10 observam-se as formas de onda da tensão induzida no secundário. É possível notar que apresentam um desfasamento de  $120^\circ$  entre si e que existe algum conteúdo harmónico, sendo este menos aparente na fase “a”. A fase “a” é aparentemente sinusoidal, com algumas harmónicas notáveis quando cruza os valores de 0 V e tem um valor de pico de 112 V, apresentando assim um erro relativo de 28%. A fase “b” é aparentemente sinusoidal também, com harmónicas presentes quando este cruza os valores de 50 V no flanco ascendente e -50 V no flanco descendente, tem um valor de pico de 109 V, apresenta assim um erro relativo de 30%. A fase “c” é a mais distinta, com uma forma aparentemente sinusoidal, mas com harmónicas bem notáveis nos seus picos, esta apresenta valores de pico de 65 V, apresentando um erro relativo de 58%.

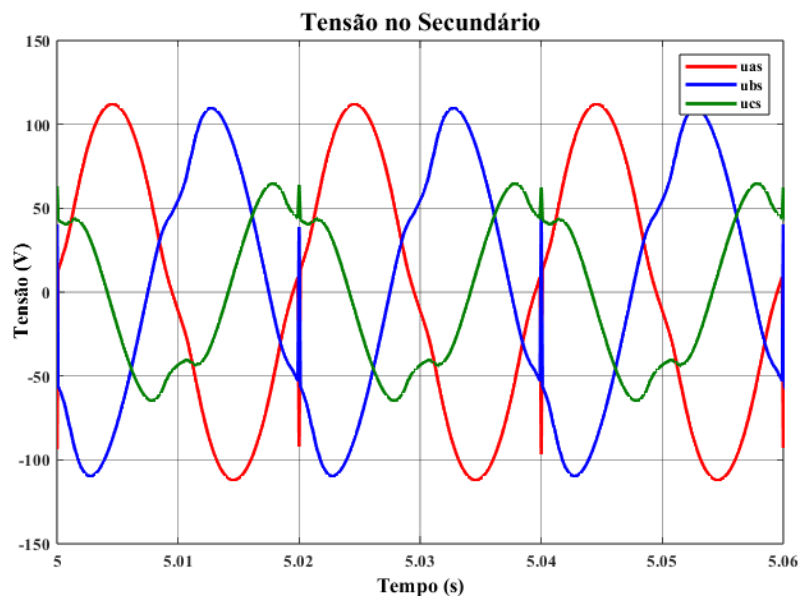


Figura 5.10 – Tensão induzida no secundário

Na Figura 5.11 observam-se as formas de onda da tensão induzida no terciário. Tal como as do secundário estas apresentam um desfasamento de  $120^\circ$  entre si apresentam conteúdo harmónico semelhante. A fase “a” e tem um valor de pico de 117 V, apresentando assim um erro relativo de 25%. A fase “b” tem um valor de pico de 111 V, apresenta assim um erro relativo de 28%. A fase “c” tem um valor de pico de 105 V, apresentando um erro de 32%.

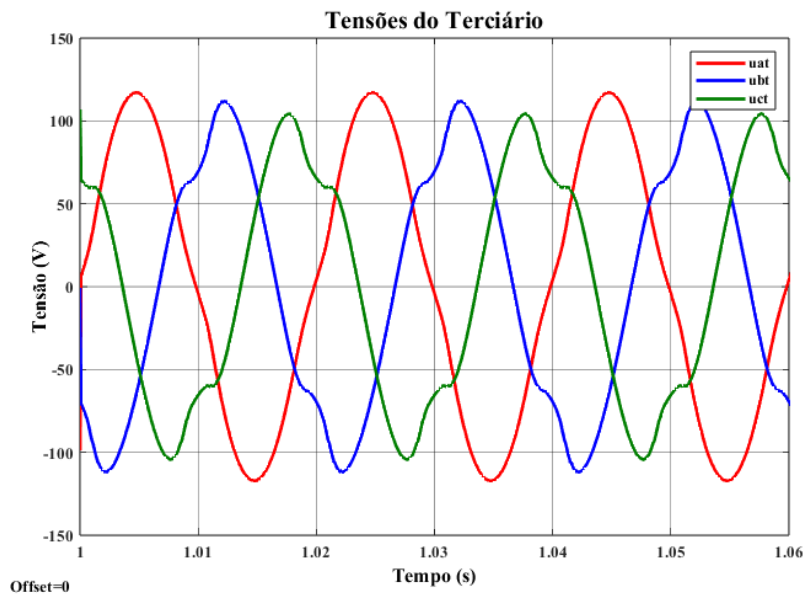


Figura 5.11 – Tensão induzida no terciário

### 5.4.3 – Validação de resultados

Para validar o sistema, comparam-se os resultados obtidos em simulação com os valores medidos em laboratório, para tal, em laboratório colocou-se o transformador com o primário em triângulo e os restantes enrolamentos em aberto, estas medições foram efetuadas com recurso ao osciloscópio digital de dois canais YOKOGAWA DL1520, uma pinça amperimétrica Micsig® CP2100A e um medidor de tensão TESTEC TT – SI 9001. Alimentou-se o primário utilizando um autotransformador METREL HTN 0903.

Os resultados do osciloscópio apresentam a forma de onda da corrente a vermelho, cujos valores apresentados estão com uma escala de 0,05 A por divisão.

A forma de onda da corrente da fase “a” medida no osciloscópio encontra-se na Figura 5.12, esta apresenta um valor de pico de 0,160 A e uma forma de onda aparentemente triangular, achatada nos picos.

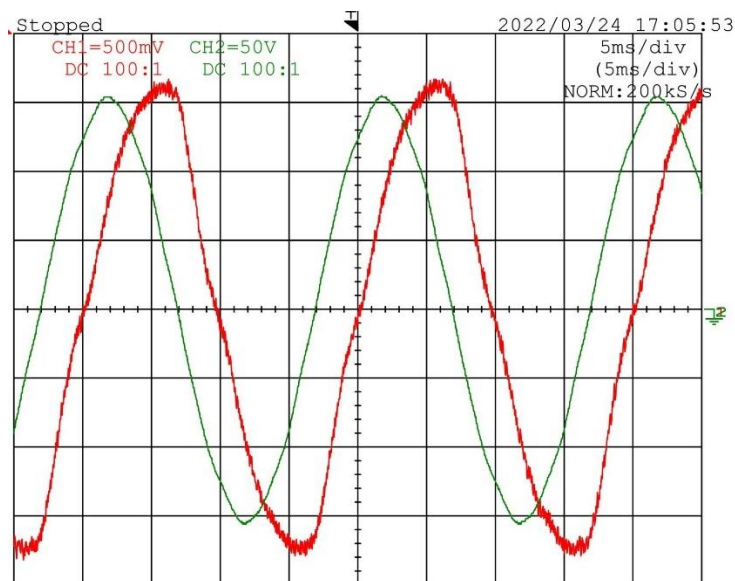


Figura 5.12 – Corrente medida na fase “a” medida em laboratório

Comparando a corrente da fase “a” resultante da simulação, representada na Figura 5.9, com a corrente medida em laboratório, apresentada na Figura 5.12, é possível verificar que a forma de onda é semelhante, e que existe um erro relativo de 6.9%.

A forma de onda de corrente medida no osciloscópio da fase “b” encontra-se na Figura 5.13, esta apresenta uma forma trapezoidal e apresenta um valor de pico de 0,085 A.

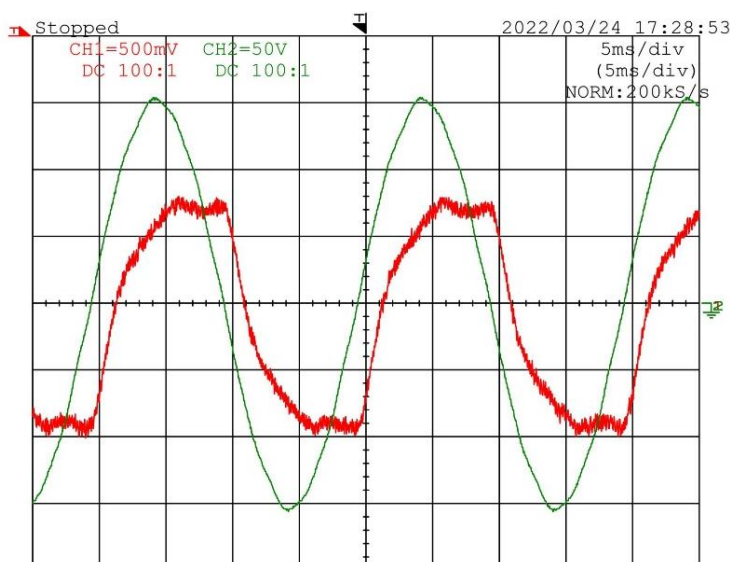


Figura 5.13 – Forma de onda de corrente da fase “b” medida em laboratório

Comparando a corrente da fase “b” resultante da simulação, representada na Figura 5.9, com a corrente medida em laboratório, apresentada na Figura 5.13, é possível verificar que a forma de onda é bastante semelhante, e que existe um erro relativo de 11.7%.

A forma de onda de corrente medida no osciloscópio da fase “c” encontra-se na Figura 5.14, esta apresenta uma forma aparentemente triangular, com valores de pico de 0.105 A.

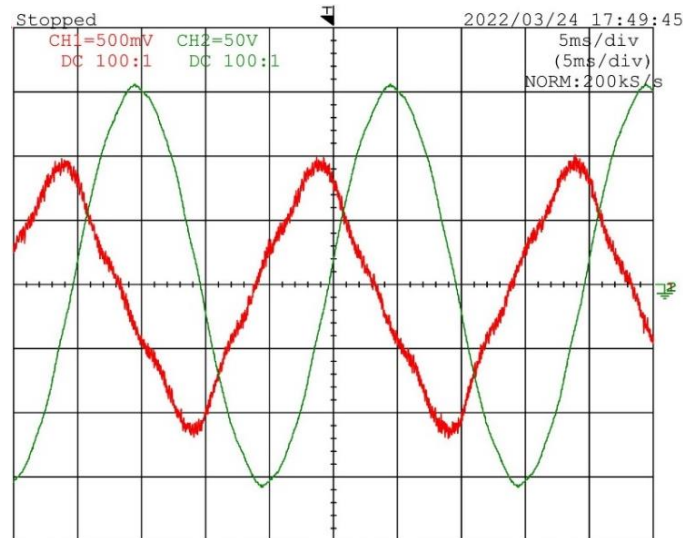


Figura 5.14 - Forma de onda de corrente da fase “c” medida em laboratório

Comparando a corrente da fase “c” resultante da simulação, representada na Figura 5.9, com a corrente medida em laboratório, apresentada na Figura 5.14, é possível verificar que a forma de onda difere ligeiramente, sendo que a resultante da simulação é significativamente mais arredondada face à medida em laboratório e possui a crista da onda em avanço, os valores apresentam um erro relativo de 16.2%.

Quanto às tensões induzidas nos enrolamentos secundário e terciário, estas apresentam alguma consistência nos resultados à exceção da fase “c” do secundário, estas são aparentemente sinusoidais com algum conteúdo harmónico, apresentam erros relativos entre os 25% e os 32%, à exceção da fase “c” que apresenta um erro de 58%.

O erro observado na fase “c” do secundário pode explicar o porquê da corrente da fase “c” também apresentar um erro elevado face às outras fases.

Tendo em conta as comparações apresentadas, o modelo pode ser validado com alguma margem de erro, especialmente no estudo da fase “c”.

É importante referir que parte do erro existente pode ser proveniente do equipamento utilizado em laboratório, por este pouco preciso para medir correntes reduzidas, observando-se

que nas formas de onda da corrente medida em laboratório, esta possui um ruído significativo, especialmente quando se comparam estas à onda da tensão que se encontra representada com uma cor verde, resultando em erros na obtenção de dados para realizar o modelo de simulação dinâmica tal como erros na parte de comparação de valores.

Em laboratório reparou-se ainda que as formas de onda da tensão que alimentava o transformador tinha pouca qualidade, apresentando algum conteúdo harmónico, foi feita uma medição de Transformada Rápida de Fourier (FFT, do inglês *Fast Fourier Transform*), apresentada na Figura 5.15, é possível verificar que contém um valor significativo de harmónicas de 5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 11<sup>a</sup> ordem, tal como contém harmónicas com menos intensidade de 3<sup>a</sup> e 13<sup>a</sup> ordem.

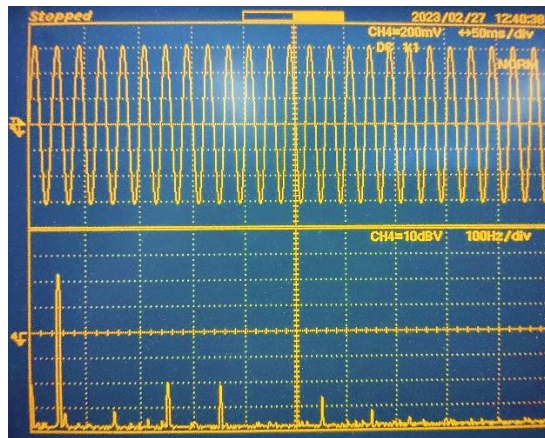


Figura 5.15 – Análise FFT da tensão da fase “a” que alimenta o primário

## 5.5 – Ensaio em Vazio alimentando o Terciário com Recurso à Matriz de Indutâncias Variáveis com Ângulo Simulado

Tendo em conta que o secundário e o terciário partilham a mesma relação de transformação face ao primário, o ensaio em vazio destes enrolamentos será idêntico, pelo que, apenas será realizado uma simulação com um destes enrolamentos a ser alimentado. Escolhe-se alimentar o enrolamento terciário sem uma razão particular.

A tensão imposta neste enrolamento está apresentada na Figura 5.16, esta apresenta um valor eficaz de 110 V, com valores de pico de 156 V.

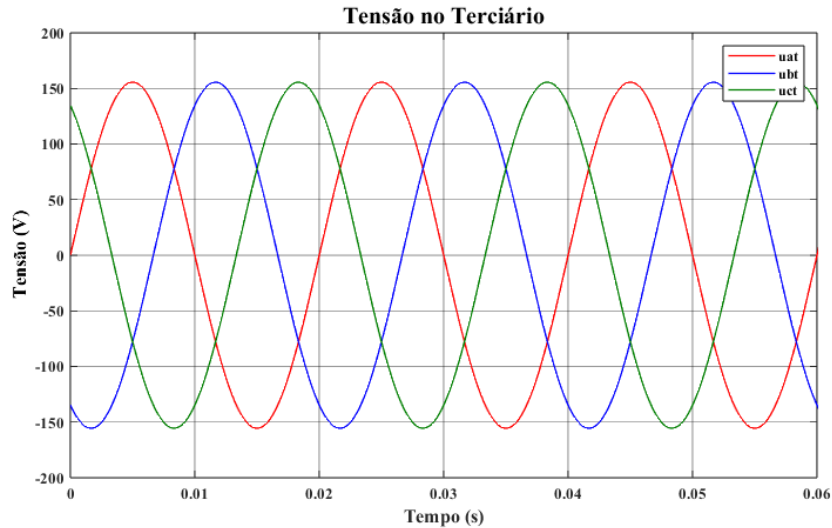


Figura 5.16 – Tensão imposta no terciário

### 5.5.1 – Correntes no Terciário

A resposta temporal da corrente no terciário encontra-se na Figura 5.17, esta apresenta um período transitório de aproximadamente 4,5 segundos, perto do dobro do tempo de transitório do ensaio em que se alimenta o primário.

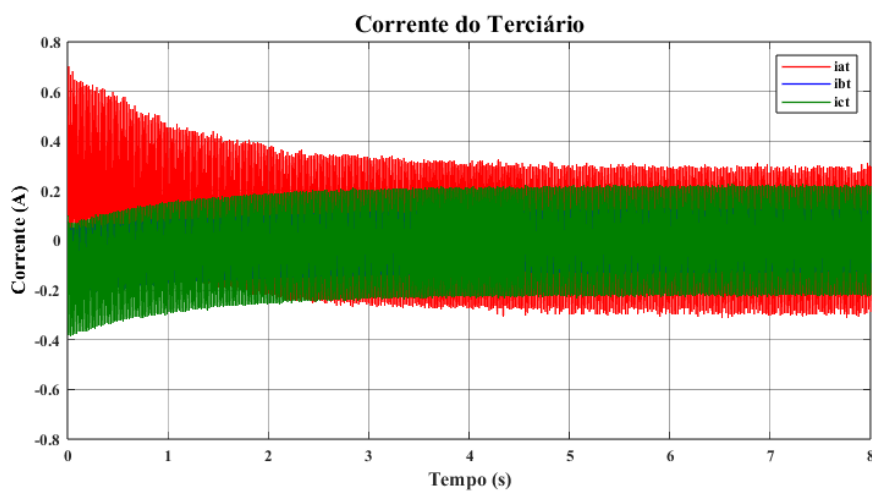


Figura 5.17 - Resposta temporal da corrente no Terciário

As formas de corrente do terciário estão apresentadas na Figura 5.18, nesta figura observa-se que apresentam conteúdo harmónico semelhante ao das formas de corrente medidas em laboratório. A fase “a” apresenta uma forma aparentemente triangular com valores de pico de 0,29 A. A fase “b” apresenta uma forma aparentemente sinusoidal, com valores de pico de 0,13. A fase “c” apresenta uma forma aparentemente triangular, com valores de pico de 0,22 A. Comparando os valores obtidos em simulação, com os valores esperados considerando a relação

de transformação entre o primário e o terciário, a fase “a” apresenta um erro relativo de 9.3%, a fase “b” de 23.5% e a fase “c” de 4.5%.

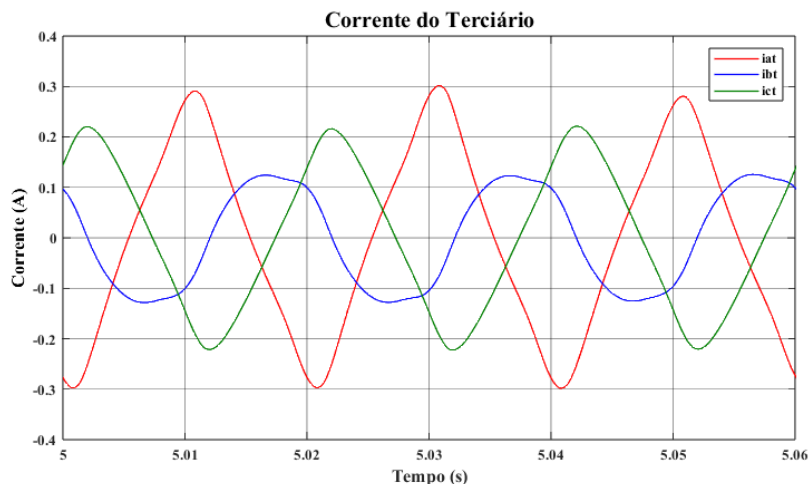


Figura 5.18 – Formas de onda da corrente do Terciário

### 5.5.2 – Tensões no Primário e Secundário

As tensões induzidas no primário encontram-se na Figura 5.19, apresentam conteúdo harmónico significativo. Os valores de tensão são semelhantes entre fases, com um valor de pico de aproximadamente 250 V, havendo um erro relativo de 19.4%.

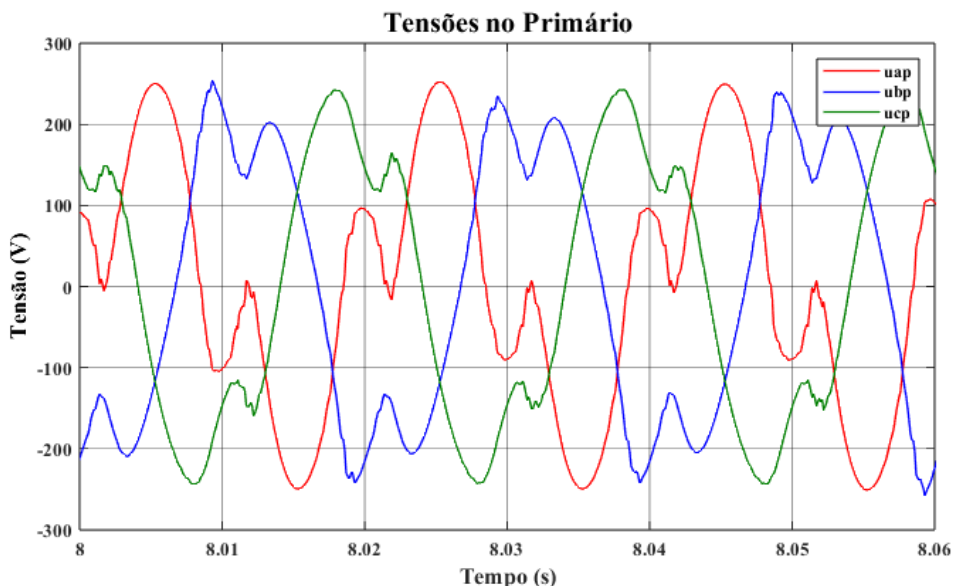


Figura 5.19 – Tensões induzidas no Primário

As tensões induzidas no primário encontram-se na Figura 5.20, como no ensaio anterior, estas apresentam conteúdo harmónico, no entanto, com maior intensidade. Os valores de tensão

são semelhantes entre as fases, ao contrário do ensaio anterior, em que a fase “c” era significativamente inferior face às outras, com um valor de pico de aproximadamente 130 V, havendo um erro relativo de 16.6%.

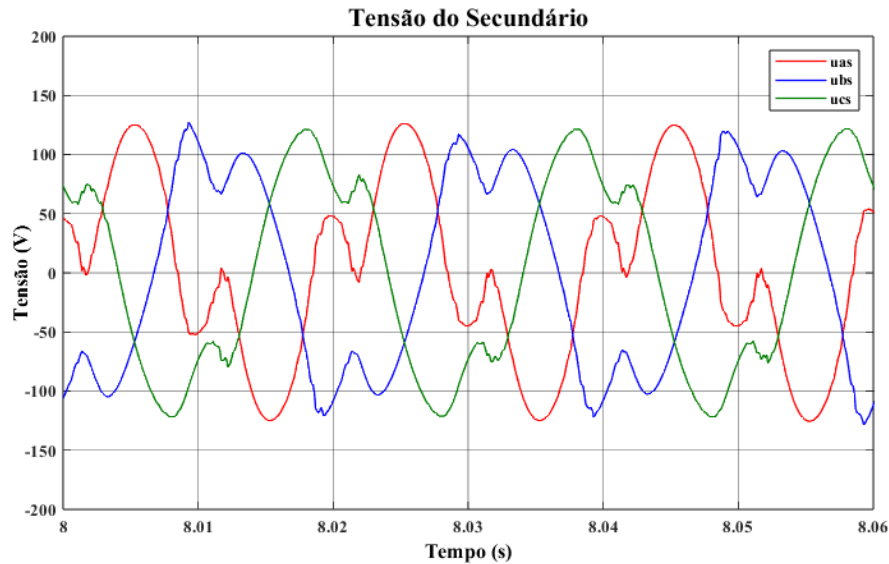


Figura 5.20 – Tensões Induzidas no Secundário

## 5.6 – Ensaio em Carga

Pretende realizar-se diversas simulações utilizando o modelo obtido com o transformador em diferentes situações de carga, estas são realizadas com base nos ensaios laboratoriais realizados, pretendendo-se validar os resultados obtidos em simulação com aqueles medidos em laboratório.

### 5.6.1 – Medições Laboratoriais

Em laboratório foram realizados três ensaios diferentes: com o secundário em carga, com o terciário em carga e com ambos, secundário e terciário, em carga. Em todos os ensaios realizados, alimentou-se sempre o primário e os enrolamentos encontravam-se ligados em estrela.

O material utilizado nestes ensaios foram um osciloscópio digital de quatro canais YOKOGAWA DL1540, uma pinça amperimétrica Tektronix A622, duas pinças amperimétricas FLUKE 80i-110s, uma pinça amperimétrica Micsig® CP2100A. Alimentou-se

o primário utilizando um autotransformador METREL HTN 0903, ligaram-se os enrolamentos secundário e terciário a duas diferentes cargas resistivas Langlois RHP40.

Nos diferentes ensaios analisaram-se as correntes dos diferentes enrolamentos na situação de arranque e em regime permanente. As cargas impostas nos ensaios tinham um valor de 160  $\Omega$ .

Ensaio com o secundário em carga:

A Figura 5.21 apresenta o transitório das correntes do primário e secundário quando o transformador é ligado. É possível observar que este transitório apenas está presente no primário. Observou-se também que o transitório era diferente cada vez que se ligava o transformador, fenómeno explicado devido às condições iniciais impostas pela rede. Na figura a escala é de 2 A por divisão.

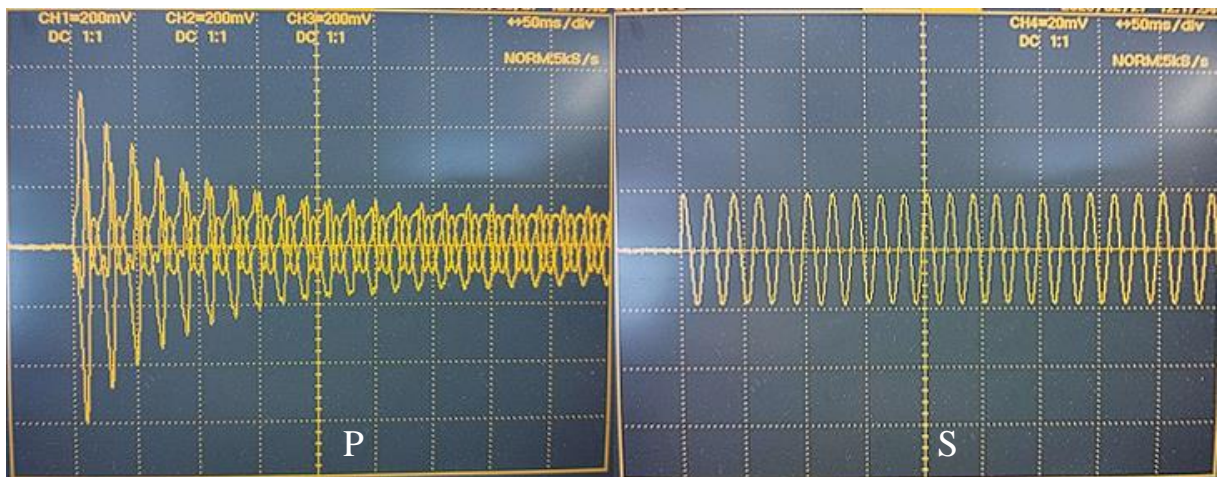


Figura 5.21 – Correntes do primário (P) e secundário (S) no instante em que o transformador é ligado.

A Figura 5.22 apresenta as diferentes fases do primário no instante em que o transformador é ligado, nesta figura é possível observar as formas de onda de cada fase e como esta contém um elevado conteúdo harmónico, a figura tem uma escala de 2 A por divisão vertical.

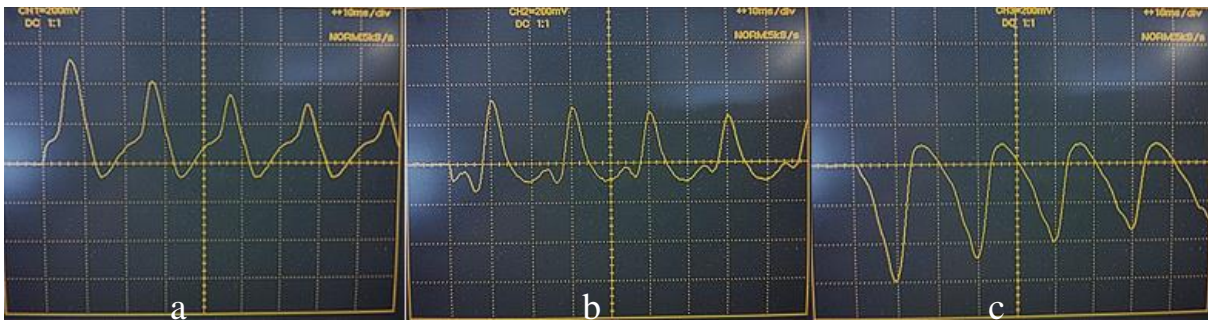


Figura 5.22 – Correntes do primário no instante em que o transformador é ligado

A Figura 5.23 demonstra as formas de onda de corrente no regime permanente com uma escala de 0,5 A por divisão, as formas de onda com amplitudes mais baixas correspondem às do primário, com a fase “a” a vermelho, a fase “b” a azul e a fase “c” a verde. A forma de onda de cor vermelho-escuro, com maior amplitude face às restantes, representa a fase “a” do secundário.

Verifica-se que as correntes do primário são aparentemente sinusoidais e que as harmónicas presentes na Figura 5.22 desaparecem, constata-se também que as harmónicas de corrente de excitação não estão visíveis, conclui-se, assim, que a introdução de uma carga altera a dinâmica do transformador, reduzindo os efeitos das harmónicas específicas do mesmo. Os valores de corrente observados são de, aproximadamente, 1 A para o primário e de, aproximadamente, 1,8 A no secundário.

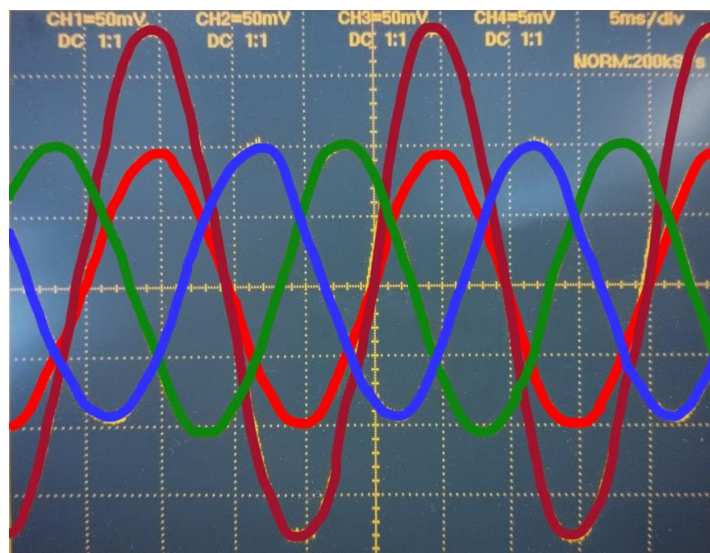


Figura 5.23 – Correntes trifásicas do primário e corrente da fase “a” do secundário

Ensaio com o Terciário em carga:

Os resultados obtidos para o ensaio com o terciário em carga foram bastante semelhantes aos obtidos no ensaio anterior, como seria de esperar, visto que o secundário apresenta as mesmas características do terciário, por essa razão, não serão apresentados os resultados deste ensaio para evitar apresentar resultados repetidos em que se retiram as mesmas conclusões do ensaio anterior.

Ensaio com o Secundário e Terciário em carga:

Na Figura 5.24 apresenta-se o transitório das correntes do primário quando o transformador é ligado, verificou-se que esta tem uma menor intensidade face aos ensaios em que apenas um dos enrolamentos estava em carga, concluindo-se, portanto, que as cargas amortecem as correntes de arranque do transformador, a escala da figura é de 1 A por divisão.

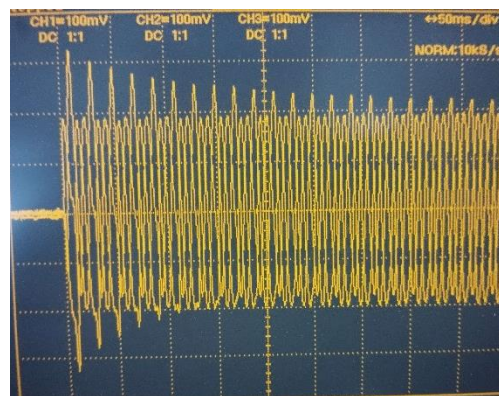


Figura 5.24 - Correntes do primário no instante em que o transformador é ligado.

Na Figura 5.25 observam-se as formas de onda da corrente do primário no início do transitório, face aos ensaios onde apenas um dos enrolamentos estava em carga, observa-se que neste ensaio aparentam possuir menor quantidade de harmónicas, corroborando a conclusão feita sobre como a presença de cargas alteram a dinâmica do transformador, diminuindo as harmónicas características do mesmo.

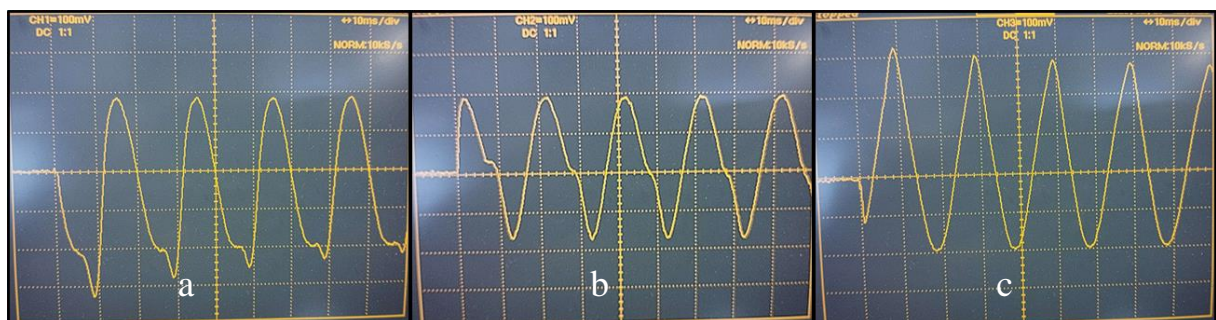


Figura 5.25 - Correntes do primário no instante em que o transformador é ligado

Na Figura 5.26 observam-se as correntes do primário representadas pelas formas de onda de amplitude menor, a fase “a” a vermelho, fase “b” a azul e fase “c” a verde, com uma escala de 1 A por divisão, verifica-se que estas possuem um valor de aproximadamente 1,9 A. Verifica-se, na onda de maior amplitude, a forma de onda da corrente da fase “a” do terciário de cor roxa, com uma escala de 0,5 A por divisão, afere-se que esta tem um valor de aproximadamente 1,8 A, como seria de esperar, visto que a carga apenas aumentou do ponto de vista do primário, com dois enrolamentos agora ligados às cargas.

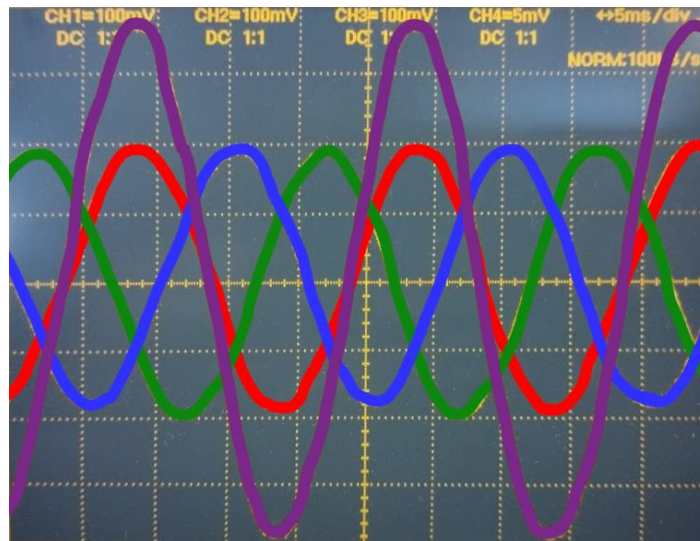


Figura 5.26 – Correntes do primário e corrente da fase “a” do secundário

### 5.6.2 – Simulação do TT3E: Secundário em Carga

Com o modelo de simulação obtido, alimenta-se o enrolamento primário com a tensão nominal e impõe-se no secundário o valor da corrente de carga medida em laboratório.

Utilizou-se um tempo de simulação de cinquenta segundos com um passo de cálculo de  $1e-4$  segundos. Todos os outros parâmetros foram iguais aos utilizados para as simulações apresentadas na secção anterior. A simulação demorou aproximadamente dez minutos. As tensões induzidas foram iguais às apresentadas na secção anterior.

A resposta temporal da corrente trifásica do primário resultante da simulação está presente na Figura 5.27, aqui verifica-se que as correntes do primário possuem algum conteúdo harmónico, mas significativamente menor que o verificado na simulação em vazio. A fase “a” do primário é a que possui um menor conteúdo harmónico, e possui uma amplitude de 1,23 A,

possuindo um erro relativo de 23%, as fases B e C são idênticas relativamente ao conteúdo harmónico e valores, com uma amplitude de 1.03 A, possuindo um erro relativo de 3%.

Verifica-se que a fase “a” do primário e a fase “a” do secundário possuem aproximadamente  $180^\circ$  de defasamento, enquanto nos resultados laboratoriais estas possuem um defasamento de aproximadamente  $0^\circ$ . Esta diferença de defasamentos é devida a uma imprecisão nas medições laboratoriais em que a pinça pode ter sido incorretamente colocada ou que a forma de onda esteja invertida no osciloscópio, pois o resultado que faria sentido seria com  $180^\circ$  de defasamento por ser uma corrente de carga face a uma corrente de alimentação.

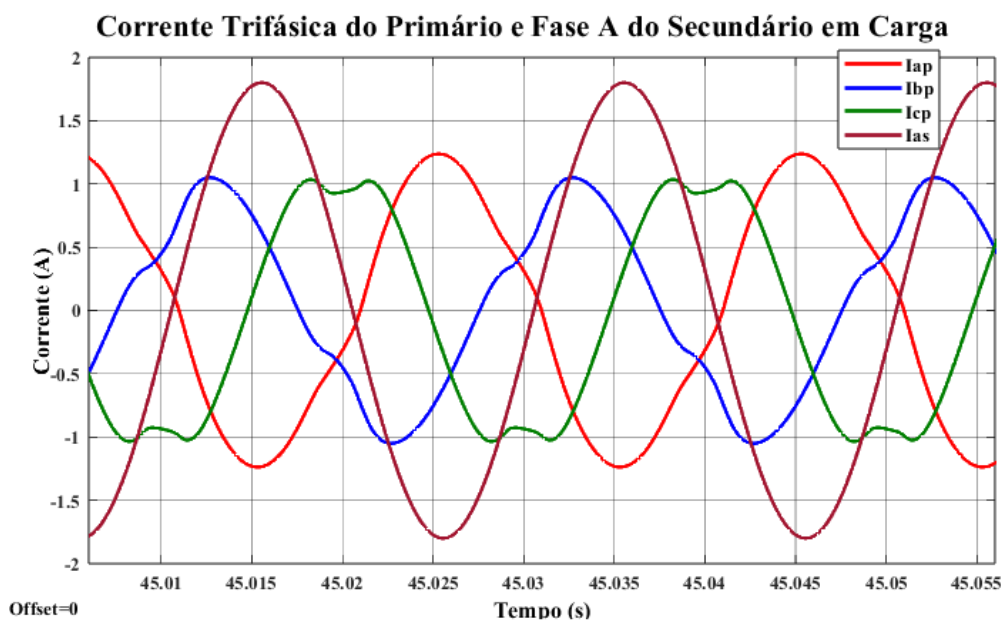


Figura 5.27 – Resposta temporal da corrente trifásica do Primário e a fase “a” do secundário

### 5.6.3 – Simulação do TT3E: Secundário e Terciário em Carga

Utilizou-se um tempo de simulação de oito segundos com um passo de cálculo de  $1e-4$  segundos. Todos os outros parâmetros foram iguais aos utilizados para as simulações apresentadas na secção anterior. A simulação demorou aproximadamente quatro minutos.

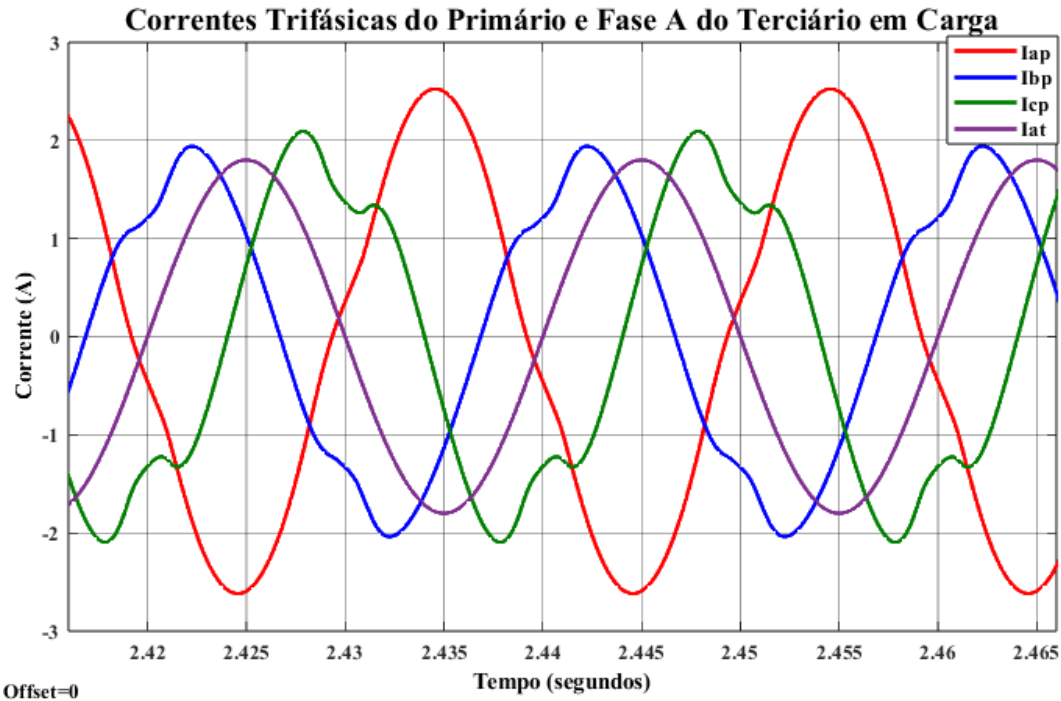


Figura 5.28 – Resposta temporal das correntes trifásicas do primário e fase “a” do terciário

A resposta temporal da corrente trifásica do primário resultante da simulação está presente na Figura 5.28, aqui verifica-se que as correntes do primário continuam a possuir algum conteúdo harmónico, idêntico à simulação com apenas o secundário em carga.

A fase “a” do primário é a que possui um menor conteúdo harmónico, no entanto possui uma maior diferença de amplitude, com uma amplitude de 2,52 A, possui um erro relativo de 32%, aumentando face ao ensaio anterior. A fase B continua a possuir algum conteúdo harmónico e a sua amplitude continua próxima dos resultados laboratoriais, com um valor de 1,94, possui um erro relativo de apenas 2%. A fase C, tal como a B, continua com algum conteúdo harmónico e os seus valores de amplitude afastaram-se dos laboratoriais face ao ensaio anterior, aumentando o erro relativo para 10%.

## Capítulo 6

### Conclusões

Neste capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho realizado, destacando os principais pontos abordados.

Analisa-se os dados obtidos de um modo geral e, com base nestes, realiza-se uma apreciação geral do modelo obtido. Apresentam-se as diversas dificuldades encontradas e como estas foram contornadas.

Por fim, apresentam-se perspectivas de desenvolvimento futuro com base no trabalho realizado de modo a contornar dificuldades encontradas e limitações que o modelo obtido apresenta.

#### 6.1 – Conclusões gerais

Nesta dissertação realizou-se um estudo da literatura que permitiu identificar diversos campos de aplicação do TT3E, permitindo perceber a importância do mesmo.

Conseguiu realizar-se diversos ensaios de caracterização do TT3E, onde foram encontradas dificuldades, nomeadamente a indisponibilização de características importantes do transformador, estas foram contornadas com um estudo adicional de métodos laboratoriais que permitissem obter estas características, permitindo assim adquirir conhecimentos para além dos objetivos principais que se pretendiam alcançar tal como ganhar capacidade de contornar problemas.

Conseguiu desenvolver-se um modelo dinâmico do tipo matricial do TT3E recorrendo-se a equações matriciais dos TT2E's, permitindo assim adquirir capacidade de analisar equações para um problema semelhante, e adaptá-lo para o problema em estudo. O modelo dinâmico foi obtido em MATLAB/Simulink, onde ao longo do processo de realização do modelo, foram

feitas diversas alterações e otimizações visando a melhorar a eficiência e precisão do mesmo, após diversas alterações, considera-se que se obteve um modelo ideal para realizar a análise do TT3E em estudo.

Realizou-se um modelo de FEM para obter parâmetros do TT3E para se utilizar no modelo dinâmico construído, recorrendo-se ao *software* FEMM com uma interface com o MATLAB, para completar esta etapa foi necessário realizar um estudo sobre como utilizar o *software*, em que foram realizados alguns exemplos mínimos de trabalho para confirmar que os métodos usados poderiam ser aplicados a uma maior escala com o TT3E. Realizou-se um outro estudo de modo a encontrar-se quais as equações a aplicar aos dados obtidos pelo *software* de modo a obter os resultados pretendidos para completar o modelo dinâmico do TT3E.

Com o modelo dinâmico do TT3E obtido, obtiveram-se resultados de simulação numérica sob diversas condições, tornando possível comparar os resultados do mesmo com resultados medidos em laboratório, visando validar o modelo de simulação obtido, onde se obtiveram resultados aquém do desejado.

## 6.2 – Análise de resultados obtidos

Com o modelo do TT3E em vazio, alimentando o enrolamento primário, foram obtidos diversos resultados com três diferentes simulações, uma utilizando a matriz de indutâncias médias, e outras duas com matriz de indutâncias variáveis, numa destas simulações os resultados não estavam a convergir, pelo que se realizou uma alteração no modelo na parte do cálculo do ângulo de fluxo que permitiu obter resultados que pudessem ser validados de certa forma.

Comparando os resultados obtidos em simulação com os valores medidos em laboratório foi possível validar o transformador com um erro relativo significativo, entre 6.9% a 16.2% nos valores de corrente e entre 25% e 32% nos valores de tensão, exceto a fase “c” do secundário que apresenta valores com um erro relativo de 58%. A fase “c” neste ensaio apresentou a maior percentagem de erro relativo, e apresentou maiores diferenças de forma de onda.

Utilizando o modelo corrigido da simulação em vazio em que se alimenta o primário, realizou-se novamente um ensaio em vazio, mas alimentando o enrolamento terciário, nestes resultados houve uma maior consistência entre fases, não havendo grande dispersão de valores quanto aos da fase “c”, em que as tensões apresentam um erro relativo de 19.4% no primário e

de 16.6% no secundário. Apresentaram formas de onda levemente diferentes face às obtidas no primário, o valor destas foi abaixo do esperado considerando a relação de transformação.

As simulações em carga apresentaram comportamentos esperados, como a diminuição do conteúdo harmônico, obtendo-se resultados bastante bons na fase “a” do primário, com muito pouco conteúdo harmônico, enquanto as fases “b” e “c” apresentam algumas imprecisões. Em termos de amplitude os resultados apresentam uma tendência inversa face às simulações em vazio, em que a fase “a” tornou-se a fase com a maior imprecisão nos valores, com um erro relativo máximo de 32%, enquanto as fases “b” e “c” apresentaram resultados mais próximos dos laboratoriais, com erros relativos máximos de 3% para a fase “b” e de 10% para a fase “c”.

### **6.2.1 – Dificuldades encontradas**

Encontrou-se dificuldades em validar o modelo, como referido anteriormente, supõe-se que estes problemas sejam causados pela complexidade do problema, especialmente pela presença de uma multiplicação matricial de uma matriz variável com 81 variáveis distintas, outra grande influência é o cálculo da derivada de uma matriz com 9 variáveis diferentes, esta derivada insere no modelo uma grande quantidade de ruído. O cálculo do ângulo da corrente provou-se problemático, possivelmente pela presença de diversas variáveis interdependentes.

A simulação em carga, após encontrar algumas dificuldades em simular, possivelmente causadas pela complexidade do problema em que colocando o transformador em carga está a exigir-se mais da simulação, em que a matriz de indutâncias variáveis passa a ser utilizada na sua totalidade. Realizaram-se algumas alterações de modo a otimizar a simulação, nomeadamente ao calcular a força contraeletromotriz a partir da derivada por partes e ao utilizar o bloco de estado de espaços em vez de subsistemas de cálculo diferencial das correntes.

O objeto de estudo não disponibilizava informação para que pudesse ser realizado um modelo de FEM com o rigor desejado, tornando necessário que esta informação tivesse de ser medida ou estimada, introduzindo assim uma maior quantidade de erros laboratoriais, provenientes dos equipamentos de medida e humanos na observação de valores.

Um fator de erro resultante da ausência de informação do objeto de estudo, é a medição realizada da curva B-H. Informação sobre como medir este parâmetro era escassa, e muitos dos métodos apresentados não eram possíveis de realizar, pois eram métodos destrutivos para o transformador, requerendo que este fosse totalmente desmontado na sua totalidade e exigiam

material não disponível no laboratório de máquinas do ISEL, como por exemplo a Epstein *Frame*. Consequentemente, os valores obtidos da curva B-H em laboratório encontravam-se num intervalo de dados curto face às curvas presentes na biblioteca do FEMM, o que não deverá ter grande influência no modelo de simulação visto que as correntes utilizadas para obter as indutâncias não deverão gerar campos magnéticos com intensidades maiores que aqueles presentes na curva obtida.

O número de espiras do transformador foi estimado com base em medições de comprimento e não um número exato de espiras que tenham sido contadas, o método utilizado gera também algumas questões sobre os erros possíveis que possam estar a ser introduzidos.

O modelo de FEM ser realizado num *software* 2D pode ter sido mais uma fonte de erros, pois está a limitar a duas dimensões um objeto tridimensional. Uma simulação tridimensional teria em consideração a profundidade total das bobinas, algo que em duas dimensões não é considerado. A simulação tridimensional poderia ter também melhores resultados em termos de fluxo ao possuir bobinas mais bem implementadas, em que é considerada a forma tridimensional desta e a forma como a corrente circula na mesma.

O modelo dinâmico do TT3E em MATLAB demonstrou alguns problemas a nível computacional e a nível de análise do modelo em si, havendo diversas mensagens por parte do *software* a avisar que existiam *loops* algébricos nas funções de equações em estudo, que seria de esperar tendo em conta a interdependência das variáveis existente.

### **6.3 – Perspetivas de desenvolvimento futuro**

Através da análise crítica dos resultados obtidos, foi possível identificar alguns problemas que precisam de ser resolvidos, e alguns pontos que podem ser melhorados.

Acredita-se que utilizando um TT3E que disponibilize a informação necessária na sua ficha de dados, efetuando os métodos apresentados ao longo deste documento se obteriam melhores resultados.

Caso se continue a utilizar o mesmo TT3E, deve realizar-se um maior estudo laboratorial para se poder medir com maior rigor a curva de B-H, realizando testes com os aparelhos de medida indicados para medir esta curva diretamente ou estudar métodos alternativos mais precisos, tal como utilizar métodos mais adequados e rigorosos para medir o número de espiras.

Poderia realizar-se um estudo FEM a partir de um *software* mais completo que o FEMM, como por exemplo, um que permita inserir a geometria com três dimensões, também se poderia manter o estudo com o FEMM com ficheiros de código otimizados.

O modelo dinâmico em MATLAB/Simulink poderia ser otimizado e corrigido em certas partes, como introdução de condições iniciais e corrigir o cálculo do ângulo elétrico. Também se poderia fazer simulações com passos de cálculo menor, o que permitiria obter resultados mais precisos, no entanto, teriam de ser consideradas outras formas de as realizar, como utilizar um computador com mais recursos ou utilizar computação em paralelo.

Poderia ser realizado um modelo dinâmico num método alternativo ao MATLAB/Simulink, de preferência, um método mais otimizado em termos de cálculos matriciais e de derivadas, e que seja menos exigente a nível de recursos computacionais, como por exemplo, um *software* que recorra a métodos não causais, que apresentam melhores respostas a problemas com derivadas face aos métodos causais, algo que as bibliotecas do software utilizam.

Deve ser realizado um futuro estudo para que se consiga realizar uma simulação do transformador em carga otimizando o modelo obtido ou ao utilizar um computador com mais recursos, outra opção seria obter o modelo com um *software* alternativo, utilizando as matrizes apresentadas e os dados obtidos.



## Bibliografia

- [1] D. P. Kothari e I. J. Nagrath, *Electric Machines - 4th ed.* New Delhi: Tata McGraw Hill Education Private Limited, 2010.
- [2] W. M. Flanagan, *Handbook of Transformer Design and Applications - 2nd ed.* McGraw-Hill, Inc., 1992.
- [3] J. Hindmarsh, *Electrical Machines And Their Applications - 4th ed.* Pergamon Press, 1984.
- [4] D. de P. L. Brandão, *Eletrotecnia Geral.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1987.
- [5] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, e S. D. Umans, *Electric Machinery Fundamentals - 6th ed.* McGraw-Hill, 2003.
- [6] J. J. Winders, *Power Transformers - Principles and Applications.* Allentown, Pennsylvania: Marcel Dekker, Inc., 2002. doi: 10.1109/mei.2003.1238729.
- [7] F. Luis e G. Moncayo, *Introduction to Electrical Power and Power Electronics.*
- [8] C. R. Bayliss e B. Hardy, *Transmission and Distribution Electrical Engineering - 3rd ed.* Elsevier Ltd, 2007.
- [9] G. K. Kaiser, «Three Winding Transformer», *The Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan*, vol. 45, n. 444, pp. 624–629, 1925, doi: <https://doi.org/10.11526/ieejjournal1888.45.624>.
- [10] N. Tleis, *Power systems modelling and fault analysis: Theory and practice.* Elsevier, 2019. doi: 10.1016/C2017-0-02262-0.
- [11] D. Brooks, D. Morency, e P. Tang, «Advances in industrial substation design using three winding power transformers», *Record of Conference Papers - Annual Petroleum and Chemical Industry Conference*, pp. 1–10, 2008, doi: 10.1109/PCICON.2008.4663980.
- [12] S. Nambi, J. Kazmierczak, T. Tadlock, e P. Parsan, «Application, Selection, and Design of Three-Winding Transformers in LNG and Petrochemical Facilities», *IEEE Trans Ind Appl*, vol. 56, n. 5, pp. 4632–4639, 2020, doi: 10.1109/TIA.2020.3004293.

- 
- [13] C. R. Bayliss e B. Hardy, *Transmission and Distribution Electrical Engineering - 3rd ed.* Elsevier Ltd, 2007.
- [14] M. Brenna, F. Foiadelli, e D. Zaninelli, *Electrical Railway Transportation Systems.* John Wiley & Sons, Inc., 2018. doi: 10.1002/9781119386827.
- [15] G. Abad, *Power Electronics and Electric Drives for Traction Applications.* 2016. doi: 10.1002/9781118954454.
- [16] M. Patel, *Shipboard Propulsion, Power Electronics, and Ocean Energy.* Taylor & Francis Group, LLC, 2012. doi: 10.1201/b11657.
- [17] H. T. Jadhav e R. Roy, «A comprehensive review on the grid integration of doubly fed induction generator», *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 49, n. 1, pp. 8–18, 2013, doi: 10.1016/j.ijepes.2012.11.020.
- [18] M. Moradzadeh, H. Shayeghi, L. Vandevelde, e M. Saif, «Impact of increased penetration of large-scale wind farms on power system dynamic stability - A review», *2015 IEEE 15th International Conference on Environment and Electrical Engineering, IEEEIC 2015 - Conference Proceedings*, pp. 1522–1526, 2015, doi: 10.1109/IEEEIC.2015.7165397.
- [19] S. Sahu e S. Behera, «A review on modern control applications in wind energy conversion system», *Energy and Environment*, vol. 33, n. 2, pp. 223–262, 2022, doi: 10.1177/0958305X21995929.
- [20] H. Abu-Rub, M. Malinowski, e K. Al-Haddad, *Power Electronics for Renewable Energy Systems, Transportation and Industrial Applications*, vol. 9781118634. 2014. doi: 10.1002/9781118755525.
- [21] J. P. Bastos e N. Sadowski, *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods.* Florianopolis, Brasil: Marcel Dekker, Inc., 2003.
- [22] O. A. Mohammed, Z. Liu, S. Liu, N. Y. Abed, e L. J. Petersen, «Finite element based transformer operational model for dynamic simulations», *PIERS 2005 - Progress in Electromagnetics Research Symposium, Proceedings*, pp. 496–500, 2005, doi: 10.2529/piers050408135103.
- [23] Mathworks, «MathWorks documentation for Clarke Transform». The MathWorks, Inc., 2022.
- [24] «MATLAB 2020a». The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.

- [25] «D. C. Meeker, Finite Element Method Magnetics, Version 4.2 (21Apr2019 Build), <https://www.femm.info>».
- [26] J. R. Shewchuk, «Triangle: A Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator». Berkley, California, 2005. [Em linha]. Disponível em: <http://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>
- [27] D. Meeker, «Finite Element Method Magnetics: OctaveFEMM User's Manual», 2018. [Em linha]. Disponível em: <http://www.femm.info>
- [28] D. Meeker, «Finite Element Method Magnetics - Version 4.2 - User's Manual», 2018.
- [29] Livre, «Tabela do Fio de Cobre Esmaltado». Livre Power, Lda., Lisboa.
- [30] S. W. Stratton, *Copper Wire Tables; Circular of the Bureau of Standards; No. 31*, 2nd ed. Washington: Department Of Commerce, United States of America, 1914.
- [31] Giorgio. Bertotti, *Hysteresis in Magnetism: For Physicists, Materials Scientists, and Engineers*. Torino, Italy: Academic Press, Inc., 1998.
- [32] A. Medina, A. M. Maldonado, L. Sánchez, G. Saucedo, e C. M. Sánchez, «Experimental determination of magnetic saturation and hysteresis characteristics in power transformers with the WVAV method», em *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference*, 2000, pp. 2434–2438. doi: 10.1109/pess.2000.867372.
- [33] W. L. Soong, «BH Curve and Iron Loss Measurements for Magnetic Materials», *Power Engineering Briefing Note Series*, vol. 5, n. 5, pp. 3–4, 2008.
- [34] JFE Steel Corporation, «Electrical Steel Sheets», *JFE Technical Report*, p. 32, 2003.
- [35] N. Bianchi, *Electrical Machine Analysis Using Finite Elements*. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2005. doi: 10.1201/b21362-8.



## Anexo A

### Código MATLAB Desenvolvido

Neste anexo apresenta-se os diferentes ficheiros com código MATLAB que foram desenvolvidos para construção e obtenção de resultados do modelo FEM, tal como introdução de valores a ser usados no modelo de simulação dinâmica do TT3E.

#### A.1 – Introdução dos parâmetros do TT3E “parametros.m”

```
%      Dimensoes      %
Core_y=250;           %Altura
Core_x=250;           %Largura
Core_z=82.5;         %Profundidade
L_x=50;               %Largura braco
L_y=50;               %Altura braco
Coilfull_x=87;       %Larg. total de uma bobina
Coil_x=(Coilfull_x-L_x)/2; %Larg. de um lado da bobina em corte
Coil_y=26;           %Alt. Bobina
Ts_y=55;             %Espaco entre braco e bobina
Ms_y=12;             %Espaco entre bobinas

%      Valores Nominiais      %
R=0.83;               %Resist. bobinas
Nesp=145;             %numero de espiras
Freq=0;

%      Cargas      %
CargaP=0;
CargaS=0;
CargaT=0;

%      Correntes      %
ang=0;
Imaxp=0.12;
Imaxs=0.24;
Imaxt=0.24;
```

#### A.2 – Pré processamento do modelo FEM “Modelo.m”

```
%%      Inicializacao FEMM      %%
openfemm           %Abre a interface FEMM
```

```

newdocument(0)           %Cria um novo documento
mi_showgrid             %Coloca a grelha no interface visual
mi_probdef(Freq,'millimeters','planar',1E-8,Core_z,-30,0)
%(Freq,units,type,precision,depth,minangle,(acsolver))
mi_shownames           %Os nomes das labels criadas estarão à vista
% Materiais
mi_getmaterial('Air');   %material ar
mi_addmaterial('17 AWG', 1, 1, 0, 0, 58, 0,0, 0, 3, 0, 0, 1, 1.200);
%Condutor utilizado
mi_addmaterial('nucleo',0,0,0,0,2,0.5,0,0.98,0,0,0,0,0);
%Material do nucleo
%Introdução dos valores da curva B-H do núcleo
mi_addbhpoint('nucleo',1.20,90);
mi_addbhpoint('nucleo',1.15,87);
mi_addbhpoint('nucleo',1.08,84);
mi_addbhpoint('nucleo',1.02,81);
mi_addbhpoint('nucleo',0.96,78);
mi_addbhpoint('nucleo',0.90,73);
mi_addbhpoint('nucleo',0.87,70);
mi_addbhpoint('nucleo',0.81,67);
mi_addbhpoint('nucleo',0.75,64);
mi_addbhpoint('nucleo',0.69,61);
mi_addbhpoint('nucleo',0.66,59);
mi_addbhpoint('nucleo',0.60,58);
mi_addbhpoint('nucleo',0.48,52);
mi_addbhpoint('nucleo',0.39,49);
mi_addbhpoint('nucleo',0.26,42);
mi_addbhpoint('nucleo',0.17,40);
mi_addbhpoint('nucleo',0.08,28);
mi_addbhpoint('nucleo',0.04,22);
mi_addbhpoint('nucleo',0.01,15);
% Introdução dos circuitos
mi_addcircprop('Iap', iap, 1)
mi_addcircprop('Ibp', ibp, 1)
mi_addcircprop('Icp', icp, 1)
mi_addcircprop('Ias', ias, 1)
mi_addcircprop('Ibs', ibs, 1)
mi_addcircprop('Ics', ics, 1)
mi_addcircprop('Iat', iat, 1)
mi_addcircprop('Ibt', ibt, 1)
mi_addcircprop('Ict', ict, 1)
%%           Desenho do Nucleo           %%
%perímetro do Nucleo
mi_drawrectangle(0,0,Core_x,Core_y);
%Label Nucleo
mi_addblocklabel(Core_x/2,Core_y/2);
mi_selectlabel(Core_x/2,Core_y/2);
mi_setblockprop('nucleo',1,0,' ',0,1,0);           %(blockname, automes,
meshsize, incircuit, magdir, group, turns)
mi_clearselected
% Janelas do transformador
mi_drawrectangle(L_x,L_y,2*L_x,Core_y-L_y);       %janela Esq.
% Label janela
mi_addblocklabel(L_x*3/2, Core_y/2);
mi_selectlabel(L_x*3/2, Core_y/2);
mi_setblockprop('Air',1,0,' ',0,2,0);
mi_clearselected
% Janela dir. (Simetria)
mi_selectrectangle(L_x,L_y,2*L_x,Core_y-L_y,4);
mi_mirror2(Core_x/2,0,Core_x/2,Core_y,4);
mi_clearselected

```

```

%%          Bobinas          %%
%Fase A
mi_drawrectangle(-Coil_x,Ts_y,0,Ts_y+Coil_y);
%terciario lado esq
mi_drawrectangle(L_x,Ts_y,Coil_x+L_x,Ts_y+Coil_y);
%terciario lado dir
mi_drawrectangle(-Coil_x,Ts_y+Coil_y+Ms_y,0,Ts_y+2*Coil_y+Ms_y);
%secundario lado esq
mi_drawrectangle(L_x,Ts_y+Coil_y+Ms_y,Coil_x+L_x,Ts_y+2*Coil_y+Ms_y);
%secundario lado dir
mi_drawrectangle(-Coil_x,Ts_y+2*(Coil_y+Ms_y),0,Ts_y+3*Coil_y+2*Ms_y);
%primario1 lado esq
mi_drawrectangle(L_x,Ts_y+2*(Coil_y+Ms_y),Coil_x+L_x,Ts_y+3*Coil_y+2*Ms_y);
%primario1 lado dir
mi_drawrectangle(-Coil_x,Ts_y+3*(Coil_y+Ms_y),0,Ts_y+4*Coil_y+3*Ms_y);
%primario2 lado esq
mi_drawrectangle(L_x,Ts_y+3*(Coil_y+Ms_y),Coil_x+L_x,Ts_y+4*Coil_y+3*Ms_y);
%primario2 lado dir
%Fase B
mi_selectrectangle(-Coil_x,Ts_y,Coilfull_x,Ts_y+Coil_y,2);
mi_copytranslate2(0,Ms_y+Coil_y,3,4);
mi_clearselected;
%Fase C
mi_selectrectangle(-Coil_x,L_y,Coilfull_x,Core_y-L_y,4);
mi_copytranslate2(2*L_x,0,2,4);
mi_clearselected;

%          Introdução dos Circuitos          %
%          Terciario          %
%          Fase A          %
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2),Ts_y+Coil_y/2); %lado esq
mi_selectlabel(-(Coil_x/2),Ts_y+Coil_y/2);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Iat',0,31,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y/2); %lado dir
mi_selectlabel(L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y/2);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Iat',0,31,-Nesp);
mi_clearselected;
%          Fase B          %
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2)+2*L_x,Ts_y+Coil_y/2); %lado esq
mi_selectlabel(-(Coil_x/2)+2*L_x,Ts_y+Coil_y/2);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ibt',0,32,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(3*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y/2); %lado dir
mi_selectlabel(3*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y/2);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ibt',0,32,-Nesp);
mi_clearselected;
%          Fase C          %
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2)+4*L_x,Ts_y+Coil_y/2); %lado esq
mi_selectlabel(-(Coil_x/2)+4*L_x,Ts_y+Coil_y/2);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ict',0,33,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(5*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y/2); %lado dir
mi_selectlabel(5*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y/2);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ict',0,33,-Nesp);
mi_clearselected;

%          Secundario          %
%          Fase A          %
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2),Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y); %lado esq

```

```

mi_selectlabel(-(Coil_x/2),Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ias',0,21,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y); %lado dir
mi_selectlabel(L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ias',0,21,-Nesp);
mi_clearselected;
% Fase B
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2)+2*L_x,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y) %lado esq
mi_selectlabel(-(Coil_x/2)+2*L_x,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y)
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ibs',0,22,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(3*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y); %lado dir
mi_selectlabel(3*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ibs',0,22,-Nesp);
mi_clearselected;
% Fase C
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2)+4*L_x,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y); %lado esq
mi_selectlabel(-(Coil_x/2)+4*L_x,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ics',0,23,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(5*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y); %lado dir
mi_selectlabel(5*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*3/2+Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ics',0,23,-Nesp);
mi_clearselected;

% Primario %
% Fase A
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2),Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y); %lado esq
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2),Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_selectlabel(-(Coil_x/2),Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y);
mi_selectlabel(-(Coil_x/2),Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Iap',0,11,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y); %lado dir
mi_addblocklabel(L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_selectlabel(L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y);
mi_selectlabel(L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Iap',0,11,-Nesp);
mi_clearselected;
% Fase B
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2)+2*L_x,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y); %lado esq
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2)+2*L_x,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_selectlabel(-(Coil_x/2)+2*L_x,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y);
mi_selectlabel(-(Coil_x/2)+2*L_x,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ibp',0,12,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(3*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y); %lado dir
mi_addblocklabel(3*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_selectlabel(3*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y);
mi_selectlabel(3*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Ibp',0,12,-Nesp);
mi_clearselected;
% Fase C
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2)+4*L_x,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y); %lado esq
mi_addblocklabel(-(Coil_x/2)+4*L_x,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_selectlabel(-(Coil_x/2)+4*L_x,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y);
mi_selectlabel(-(Coil_x/2)+4*L_x,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Icp',0,13,Nesp);
mi_clearselected;
mi_addblocklabel(5*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y); %lado dir

```

```

mi_addblocklabel(5*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_selectlabel(5*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*5/2+2*Ms_y);
mi_selectlabel(5*L_x+Coil_x/2,Ts_y+Coil_y*7/2+3*Ms_y);
mi_setblockprop('17 AWG',1,0,'Icp',0,13,-Nesp);
mi_clearselected

%%          Condicoes   Fronteira          %%
mi_addboundprop('Fronteira',0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0);          %mi addboundprop
- perscribed Core_y - parametros todos iguais a zero
mi_drawarc((Core_x/2)-Core_x,Core_y/2,(Core_x/2)+Core_x,Core_y/2,180,0);
mi_drawarc((Core_x/2)+Core_x,Core_y/2,(Core_x/2)-Core_x,Core_y/2,180,0);
mi_selectcircle(Core_x/2,Core_y/2,3*Core_x,3);
mi_setarcsegmentprop(1,'Fronteira',0,3);

mi_zoomnatural
%guarda-se um ficheiro FEM juntamente com um bitmap com a geometria
completa
mi_saveas('transformador_desenho.FEM')
mi_savebitmap('transformador_desenho.bmp')

```

### A.3 – Obtenção de resultados e pós-processamento FEM “Estudo\_TT3E.m”

```

run('parametros.m')          %Corre o ficheiro parametros.m
run('Modelo.m')              %Corre o ficheiro Modelo.m
pasta='';                    %caminho da pasta para guardar resultados, '/' deve
ser substituido por '\\\'
passo=1;                      %passo de calculo do angulo
iter=round(360/passo)+1;      %iterações totais do ciclo for
correspondente ao angulo
Dados=["Iap" "Ibp" "Icp" "Ias" "Ibs" "Ics" "Iat" "Ibt" "Ict"]; %Matriz de
dados

for coil=1:9                  %9 iteracoes, uma por fase de cada enrolamento
    for th=1:iter              %n iteracoes, dependentes do passo de calculo
        anteriormente definido
            ang=(th-1)*passo;    %calculo do angulo tendo em conta a
iteracao atual
            %Definicao do valor de corrente em funcao da posicao angular,
            %converte-se o angulo para radianos para poder ser lido pelas
funcoes sin
            iap(th)=Imaxp*sin(deg2rad(ang));
            ibp(th)=Imaxp*sin(deg2rad(ang));
            icp(th)=Imaxp*sin(deg2rad(ang));
            ias(th)=Imaxs*sin(deg2rad(ang));
            ibs(th)=Imaxs*sin(deg2rad(ang));
            ics(th)=Imaxs*sin(deg2rad(ang));
            iat(th)=Imaxt*sin(deg2rad(ang));
            ibt(th)=Imaxt*sin(deg2rad(ang));
            ict(th)=Imaxt*sin(deg2rad(ang));
            %Definicao de qual a fase de cada enrolamento é alimentada,
            %em funcao da iteracao coil
            if (coil==1)
                mi_setcurrent('Iap',iap(th));
                mi_setcurrent('Ibp',0);
                mi_setcurrent('Icp',0);
                mi_setcurrent('Ias',0);
                mi_setcurrent('Ibs',0);

```

```
mi_setcurrent('Ics', 0);
mi_setcurrent('Iat', 0);
mi_setcurrent('Ibt', 0);
mi_setcurrent('Ict', 0);
end
if (coil==2)
mi_setcurrent('Iap', 0);
mi_setcurrent('Ibp', ibp(th));
mi_setcurrent('Icp', 0);
mi_setcurrent('Ias', 0);
mi_setcurrent('Ibs', 0);
mi_setcurrent('Ics', 0);
mi_setcurrent('Iat', 0);
mi_setcurrent('Ibt', 0);
mi_setcurrent('Ict', 0);
end
if (coil==3)
mi_setcurrent('Iap', 0);
mi_setcurrent('Ibp', 0);
mi_setcurrent('Icp', icp(th));
mi_setcurrent('Ias', 0);
mi_setcurrent('Ibs', 0);
mi_setcurrent('Ics', 0);
mi_setcurrent('Iat', 0);
mi_setcurrent('Ibt', 0);
mi_setcurrent('Ict', 0);
end
if (coil==4)
mi_setcurrent('Iap', 0);
mi_setcurrent('Ibp', 0);
mi_setcurrent('Icp', 0);
mi_setcurrent('Ias', ias(th));
mi_setcurrent('Ibs', 0);
mi_setcurrent('Ics', 0);
mi_setcurrent('Iat', 0);
mi_setcurrent('Ibt', 0);
mi_setcurrent('Ict', 0);
end
if (coil==5)
mi_setcurrent('Iap', 0);
mi_setcurrent('Ibp', 0);
mi_setcurrent('Icp', 0);
mi_setcurrent('Ias', 0);
mi_setcurrent('Ibs', ibs(th));
mi_setcurrent('Ics', 0);
mi_setcurrent('Iat', 0);
mi_setcurrent('Ibt', 0);
mi_setcurrent('Ict', 0);
end
if (coil==6)
mi_setcurrent('Iap', 0);
mi_setcurrent('Ibp', 0);
mi_setcurrent('Icp', 0);
mi_setcurrent('Ias', 0);
mi_setcurrent('Ibs', 0);
mi_setcurrent('Ics', ics(th));
mi_setcurrent('Iat', 0);
mi_setcurrent('Ibt', 0);
mi_setcurrent('Ict', 0);
end
if (coil==7)
```

```

mi_setcurrent('Iap', 0);
mi_setcurrent('Ibp', 0);
mi_setcurrent('Icp', 0);
mi_setcurrent('Ias', 0);
mi_setcurrent('Ibs', 0);
mi_setcurrent('Ics', 0);
mi_setcurrent('Iat', iat(th));
mi_setcurrent('Ibt', 0);
mi_setcurrent('Ict', 0);
end
if (coil==8)
mi_setcurrent('Iap', 0);
mi_setcurrent('Ibp', 0);
mi_setcurrent('Icp', 0);
mi_setcurrent('Ias', 0);
mi_setcurrent('Ibs', 0);
mi_setcurrent('Ics', 0);
mi_setcurrent('Iat', 0);
mi_setcurrent('Ibt', ibt(th));
mi_setcurrent('Ict', 0);
end
if (coil==9)
mi_setcurrent('Iap', 0);
mi_setcurrent('Ibp', 0);
mi_setcurrent('Icp', 0);
mi_setcurrent('Ias', 0);
mi_setcurrent('Ibs', 0);
mi_setcurrent('Ics', 0);
mi_setcurrent('Iat', 0);
mi_setcurrent('Ibt', 0);
mi_setcurrent('Ict', ict(th));
end
%%      Ficheiros      %%
nficheiro=num2str(ang);      %guarda na variavel nficheiro o valor
do angulo numa string de texto
nomeficheiro = strcat(pasta,num2str(coil),'_ang', nficheiro,
'_resultado.fem'); %define o nome do ficheiro com distincao entre
enrolamento e pos angular
mi_saveas(nomeficheiro);      %guarda o ficheiro com o nome
definido na funcao anterior
%%      Malha      %%
mi_createmesh;      %gera uma malha de elementos finitos
mi_analyse(1);      %realiza a análise do problema
mi_loadsolution(); %Le os resultados da simulacao
mi_zoomnatural;

%alterar valores de corrente c angulo e fluxo
Dados_Iap=mo_getcircuitproperties('Iap');      %obtem propriedades
calculadas pelo FEMM para cada circuito
Dados_Ibp=mo_getcircuitproperties('Ibp');
Dados_Icp=mo_getcircuitproperties('Icp');
Dados_Ias=mo_getcircuitproperties('Ias');
Dados_Ibs=mo_getcircuitproperties('Ibs');
Dados_Ics=mo_getcircuitproperties('Ics');
Dados_Iat=mo_getcircuitproperties('Iat');
Dados_Ibt=mo_getcircuitproperties('Ibt');
Dados_Ict=mo_getcircuitproperties('Ict');
Dados=[Dados_Iap; Dados_Ibp; Dados_Icp; Dados_Ias;
Dados_Ibs;Dados_Ics; Dados_Iat; Dados_Ibt; Dados_Ict]; %guarda os dados
do circuito numa matriz
for Kdados=1:9

```

```

        I(Kdados)=Dados (Kdados,1);           %linhas corresp. a fases,
colunas corresp. a enrol. alimentado, nr de matriz corresp. a angulo do
ensaio
        U(Kdados)=Dados (Kdados,2);
        Flux(Kdados)=Dados (Kdados,3);
    end
    %Definicao de qual a linha da matriz está a ser calculada em funcao
da iteração coil
    if (coil==1)
        Laap(th,1)=Flux(1)/iap(th);           %expressao do calculo da indut.
guarda o resultado num vetor
        Labp(th,1)=Flux(2)/iap(th);
        Lacp(th,1)=Flux(3)/iap(th);
        Mapas(th,1)=Flux(4)/iap(th);
        Mapbs(th,1)=Flux(5)/iap(th);
        Mapcs(th,1)=Flux(6)/iap(th);
        Mapat(th,1)=Flux(7)/iap(th);
        Mapbt(th,1)=Flux(8)/iap(th);
        Mapct(th,1)=Flux(9)/iap(th);
    end
    if(coil==2)
        Lbap(th,1)=Flux(1)/ibp(th);
        Lbbp(th,1)=Flux(2)/ibp(th);
        Lbcp(th,1)=Flux(3)/ibp(th);
        Mbpas(th,1)=Flux(4)/ibp(th);
        Mbpbs(th,1)=Flux(5)/ibp(th);
        Mbpcs(th,1)=Flux(6)/ibp(th);
        Mbpat(th,1)=Flux(7)/ibp(th);
        Mbpbt(th,1)=Flux(8)/ibp(th);
        Mbpct(th,1)=Flux(9)/ibp(th);
    end
    if(coil==3)
        Lcap(th,1)=Flux(1)/icp(th);
        Lcbp(th,1)=Flux(2)/icp(th);
        Lccp(th,1)=Flux(3)/icp(th);
        Mcpas(th,1)=Flux(4)/icp(th);
        Mcpbs(th,1)=Flux(5)/icp(th);
        Mcpcs(th,1)=Flux(6)/icp(th);
        Mcpat(th,1)=Flux(7)/icp(th);
        Mcpbt(th,1)=Flux(8)/icp(th);
        Mcpct(th,1)=Flux(9)/icp(th);
    end
    if(coil==4)
        Masap(th,1)=Flux(1)/I(4);
        Masbp(th,1)=Flux(2)/I(4);
        Mascp(th,1)=Flux(3)/I(4);
        Laas(th,1)=Flux(4)/I(4);
        Labs(th,1)=Flux(5)/I(4);
        Lacs(th,1)=Flux(6)/I(4);
        Masat(th,1)=Flux(7)/I(4);
        Masbt(th,1)=Flux(8)/I(4);
        Masct(th,1)=Flux(9)/I(4);
    end
    if(coil==5)
        Mbsap(th,1)=Flux(1)/I(5);
        Mbsbp(th,1)=Flux(2)/I(5);
        Mbscp(th,1)=Flux(3)/I(5);
        Lbas(th,1)=Flux(4)/I(5);
        Lbbs(th,1)=Flux(5)/I(5);
        Lbcs(th,1)=Flux(6)/I(5);
        Mbsat(th,1)=Flux(7)/I(5);
    end

```

```

        Mbsbt(th,1)=Flux(8)/I(5);
        Mbsct(th,1)=Flux(9)/I(5);
    end
    if(coil==6)
        Mcsap(th,1)=Flux(1)/I(6);
        Mcsbp(th,1)=Flux(2)/I(6);
        Mcscp(th,1)=Flux(3)/I(6);
        Lcas(th,1)=Flux(4)/I(6);
        Lcbs(th,1)=Flux(5)/I(6);
        Lccs(th,1)=Flux(6)/I(6);
        Mcsat(th,1)=Flux(7)/I(6);
        Mcsbt(th,1)=Flux(8)/I(6);
        Mcsct(th,1)=Flux(9)/I(6);
    end
    if(coil==7)
        Matap(th,1)=Flux(1)/I(7);
        Matbp(th,1)=Flux(2)/I(7);
        Matcp(th,1)=Flux(3)/I(7);
        Matas(th,1)=Flux(4)/I(7);
        Matbs(th,1)=Flux(5)/I(7);
        Matcs(th,1)=Flux(6)/I(7);
        Laat(th,1)=Flux(7)/I(7);
        Labt(th,1)=Flux(8)/I(7);
        Lact(th,1)=Flux(9)/I(7);
    end
    if(coil==8)
        Mbtap(th,1)=Flux(1)/I(8);
        Mbtbp(th,1)=Flux(2)/I(8);
        Mbtcp(th,1)=Flux(3)/I(8);
        Mbtas(th,1)=Flux(4)/I(8);
        Mbtbs(th,1)=Flux(5)/I(8);
        Mbtcs(th,1)=Flux(6)/I(8);
        Lbat(th,1)=Flux(7)/I(8);
        Lbbt(th,1)=Flux(8)/I(8);
        Lbct(th,1)=Flux(9)/I(8);
    end
    if(coil==9)
        Mctap(th,1)=Flux(1)/I(9);
        Mctbp(th,1)=Flux(2)/I(9);
        Mctcp(th,1)=Flux(3)/I(9);
        Mctas(th,1)=Flux(4)/I(9);
        Mctbs(th,1)=Flux(5)/I(9);
        Mctcs(th,1)=Flux(6)/I(9);
        Lcat(th,1)=Flux(7)/I(9);
        Lcct(th,1)=Flux(8)/I(9);
        Lcct(th,1)=Flux(9)/I(9);
    end

    mi_saveas(nomeficheiro); %guarda novamente o ficheiro mas com os
    resultados incluidos
    mi_purgemesh();          %apaga a malha para se poder
    definir as novas condicoes
end
end
run('sep_indut.m')         %corre o sep_indut.m para realizar um pos-
processamento dos resultados

```

## A.4 – Pós processamento dos dados obtidos com o modelo FEM

```

%obtencao dos valores max. de ind. propria
Max_Lap=max(Laap,[],'all');
Max_Lbp=max(Lbbp,[],'all');
Max_Lcp=max(Lccp,[],'all');
Max_Las=max(Laas,[],'all');
Max_Lbs=max(Lbbs,[],'all');
Max_Lcs=max(Lccs,[],'all');
Max_Lat=max(Laat,[],'all');
Max_Lbt=max(Lbbt,[],'all');
Max_Lct=max(Lcct,[],'all');

%obtencao dos valores min. de ind. propria
Min_Lap=min(Laap,[],'all');
Min_Lbp=min(Lbbp,[],'all');
Min_Lcp=min(Lccp,[],'all');
Min_Las=min(Laas,[],'all');
Min_Lbs=min(Lbbs,[],'all');
Min_Lcs=min(Lccs,[],'all');
Min_Lat=min(Laat,[],'all');
Min_Lbt=min(Lbbt,[],'all');
Min_Lct=min(Lcct,[],'all');

%Calculo da indutancia constante
Lap_cte=Max_Lap-(Max_Lap-Min_Lap)/2;
Lbp_cte=Max_Lbp-(Max_Lbp-Min_Lbp)/2;
Lcp_cte=Max_Lcp-(Max_Lcp-Min_Lcp)/2;
Las_cte=Max_Las-(Max_Las-Min_Las)/2;
Lbs_cte=Max_Lbs-(Max_Lbs-Min_Lbs)/2;
Lcs_cte=Max_Lcs-(Max_Lcs-Min_Lcs)/2;
Lat_cte=Max_Lat-(Max_Lat-Min_Lat)/2;
Lbt_cte=Max_Lbt-(Max_Lbt-Min_Lbt)/2;
Lct_cte=Max_Lct-(Max_Lct-Min_Lct)/2;

%matriz 3D com as tabelas de ind. Var. 9x9 em func. do angulo x361
%junta todos os vetores de ind. Na respetiva pos. Da matriz e coloca estes
em func. Da pos. angular
for i=1:iter
L(:, :, i)=cat(3,[Laap(i)-Lap_cte Labp(i) Lcp(i) Mapas(i) Mapbs(i) Mapcs(i)
Mapat(i) Mapbt(i) Mapct(i); Lbap(i) Lbbp(i)-Lbp_cte Lbcp(i) Mbpas(i)
Mbpbs(i) Mbpcs(i) Mbpct(i); Lcap(i) Lcbp(i) Lccp(i)-
Lcp_cte Mcpas(i) Mcpbs(i) Mpcps(i) Mcpct(i) Mcpbt(i) Mcpct(i); Masap(i)
Masbp(i) Masct(i) Laas(i)-Las_cte Labs(i) Lacs(i) Masat(i) Masbt(i)
Masct(i); Mbsap(i) Mbsbp(i) Mbsct(i) Lbas(i) Lbbs(i)-Lbs_cte Lbcs(i)
Mbsat(i) Mbsbt(i) Mbsct(i); Mcsap(i) Mcsbp(i) Mcsct(i) Lcas(i) Lcbs(i)
Lccs(i)-Lcs_cte Mcsat(i) Mcsbt(i) Mcsct(i); Matap(i) Matbp(i) Matcp(i)
Matas(i) Matbs(i) Matcs(i) Laat(i)-Lat_cte Labt(i) Lact(i); Mbtap(i)
Mbtbp(i) Mbtcp(i) Mbtas(i) Mbtbs(i) Mbtcs(i) Lbat(i) Lbbt(i)-Lbt_cte
Lbct(i); Mctap(i) Mctbp(i) Mctcp(i) Mctas(i) Mctbs(i) Mctcs(i) Lcat(i)
Lcbt(i) Lcct(i)-Lct_cte]);
End

```

```

%Calcula a mat. de ind. Med., realizando a media da mat. L em func. do ang.
LMed=mean(L,3);

%Calculo da derivada da matriz de Ind. Variaveis
for k=1:361
    Lderiv(:,:,k)=(L(:,:,k+1)-L(:,:,k));
end

%Matriz de resistencias
MatR=[2*R 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
      0 2*R 0 0 0 0 0 0 0 0;
      0 0 2*R 0 0 0 0 0 0 0;
      0 0 0 R 0 0 0 0 0 0;
      0 0 0 0 R 0 0 0 0 0;
      0 0 0 0 0 R 0 0 0 0;
      0 0 0 0 0 0 R 0 0 0;
      0 0 0 0 0 0 0 R 0 0;
      0 0 0 0 0 0 0 0 R];

%Matriz de Ind. Constantes
MatLcte=[Lap_cte 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
         0 Lbp_cte 0 0 0 0 0 0 0 0;
         0 0 Lcp_cte 0 0 0 0 0 0 0;
         0 0 0 Las_cte 0 0 0 0 0 0;
         0 0 0 0 Lbs_cte 0 0 0 0 0;
         0 0 0 0 0 Lcs_cte 0 0 0 0;
         0 0 0 0 0 0 Lat_cte 0 0 0;
         0 0 0 0 0 0 0 Lbt_cte 0;
         0 0 0 0 0 0 0 0 Lct_cte];
    
```