

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE  
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

ESTUDO SOBRE A MEMÓRIA  
LONGA NA VOLATILIDADE DAS  
RENDIBILIDADES DO ÍNDICE  
NASDAQ 100: UMA ABORDAGEM  
COM BASE NOS MODELOS DE TIPO  
ARCH

---

Rodrigo Filipe Jorge Santos

Lisboa, dezembro de 2015



INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E  
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

ESTUDO SOBRE A MEMÓRIA  
LONGA NA VOLATILIDADE DAS  
RENDIBILIDADES DO ÍNDICE  
NASDAQ 100: UMA ABORDAGEM  
COM BASE NOS MODELOS DE TIPO  
ARCH

Rodrigo Filipe Jorge Santos

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Mestrado em Controlo de Gestão e dos Negócios, realizada sob a orientação científica da Professora Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes, com grau de Doutor em Métodos Quantitativos e Professora adjunta da área de finanças.

Constituição do Júri:

Presidente	_____	Doutora Maria do Rosário Justino
Arguente	_____	Doutor Manuel Mendes da Cruz
Vogal	_____	Doutora Sónia Ricardo Bentes

L i s b o a , d e z e m b r o d e 2 0 1 5

Declaro ser o autor desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas. Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência ao seu autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

*Dedico este trabalho a todos os meus entes queridos  
Não menos importante, à minha companheira Rute  
Muito Obrigado pela vossa ajuda ao longo desta jornada.*

## Agradecimentos

Agradecer torna-se imperativo mas nem sempre fácil, pois envolve o risco de nos esquecermos de alguém cujo contributo possa ter sido essencial para o desenvolvimento de determinado trabalho.

Ainda assim, e mesmo correndo o risco de poder ter esquecido de mencionar o nome de alguém, não poderia deixar de agradecer às seguintes pessoas que, mais ou menos ativamente, prestaram uma ajuda imprescindível para a conclusão desta investigação:

- À minha orientadora, Professora Doutora Sónia Ricardo Bentes, por um lado, pela atenção, disponibilidade e apoio prestados e, por outro, pelo otimismo e confiança desde sempre transmitidos;

- À minha família mais chegada, por me ouvirem e darem incentivos incondicionais e por compreenderem a ausência decorrente da realização desta dissertação.

- Aos meus colegas

Obrigado a todos!

## Resumo

O presente trabalho de investigação apresentado tem como principal propósito o cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Controlo de Gestão e dos Negócios.

Este trabalho irá abordar a temática da memória longa na volatilidade do índice NASDAQ e como é do conhecimento geral, o índice NASDAQ é um dos índices com maior volume de transações e onde o estudo da volatilidade é uma das ferramentas estatísticas muito importantes para os agentes económicos que operam com este índice.

Dessa forma vou aplicar os modelos de volatilidade condicionada – para o período compreendido entre 10/01/2000 a 20/11/2015, com recurso à Base de dados *Datastream*, onde são imprescindíveis para analisar se existe ou não o efeito de memória longa na volatilidade do índice NASDAQ 100. Decorrente da revisão da literatura é espectável que o modelo que melhor traduz a existência de memória longa, para o caso que me proponho estudar seja, o modelo *GARCH*; *IGARCH*; e *FIGARCH*, variantes do modelo *ARCH*.

Neste contexto, ao basear-me no princípio da análise risco/retorno que corresponde a um dos critérios com maior relevância no processo de tomada de decisão por parte dos investidores, nesta dissertação pretendo analisar a existência de memória longa num dos maiores índices de ações do mundo, o índice NASDAQ, num dado período de tempo.

**Palavras-Chave:** Memória Longa, Mercado Internacional, Volatilidade, *FIGARCH*, *ARCH*, Índice Tecnológico.

## Abstract

This presented research work has as main purpose the fulfilment of the requirements for the degree of Master in Management Control and Business.

This paper will address the issue of long memory in the volatility of NASDAQ index checking whether the behaviour of this index shows long memory even in the current context that is affected by financial instability. As is well known, the NASDAQ index is one of the indexes with the highest volume of transactions and where the study of volatility is one of the very important statistical tools for economic agents operating on this index

That way I will apply the conditional volatility models - for the period from 01/10/2000 to 11/20/2015, using the *Datastream* database, or not the effect of long memory in NASDAQ index, resulting from the literature review is expected that the model that best reflects the existence of long memory in case that we set out to study whether the *GARCH*; *IGARCH*; e *FIGARCH* models, a variant of the ARCH model.

In this context, to base myself on the principle of risk / return analysis that matches one of the criteria of greatest relevance in the decision-making process of investors, on this paper aims to analyse the existence of long memory in one of the largest stock index, the NASDAQ during a certain period of time.

**Keywords:** Long Memory, International Market, Volatility, FIGARCH, ARCH, Technological Index.

## Índice

Índice de Quadros .....	xi
Índice de Tabelas .....	xii
Índice de Figuras .....	xiii
Lista de abreviaturas/símbolos .....	xiv
I. CAPÍTULO – INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Âmbito do estudo e relevância do tópico de investigação .....	1
1.2 Objeto da investigação .....	2
1.3 Objetivos da dissertação e questões de investigação .....	3
1.4 Metodologia .....	4
1.5 Estrutura da dissertação .....	4
II. CAPÍTULO – REVISÃO DE LITERATURA .....	6
2.1 Noção e Tipos de Volatilidade .....	8
2.1.1 <i>Volatilidade Histórica ou Estatística</i> .....	11
2.1.2 <i>Volatilidade Implícita</i> .....	12
2.1.3 <i>Volatilidade Futura ou Previsional</i> .....	14
2.2 Considerações da comunidade académica sobre o melhor método para determinar a volatilidade futura .....	16
2.3 Os sorrisos da volatilidade .....	19
2.4 Sentimento do Mercado e seus indicadores .....	22
2.5 Padrões de comportamento da volatilidade .....	29
2.5.1 <i>Memória Longa</i> .....	30
2.6 Índices Bolsistas .....	32
2.6.1 <i>Definição e características de um índice bolsista</i> .....	32
2.6.2 <i>Principais índices bolsistas</i> .....	35
2.7 NASDAQ 100 .....	36
2.8 Modelos de Volatilidade e Previsão .....	39
2.8.1 <i>Modelo ARCH - Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i> .....	40
2.8.2 <i>Modelo GARCH - Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i> .....	45
2.8.3 <i>Modelo IGARCH - Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i> .....	48

2.8.4 Modelo FIGARCH - Fractionally Integrated Autoregressive Conditional Heteroscedastic.....	51
III. CAPÍTULO – DESCRIÇÃO DOS DADOS E EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS .....	52
3.1 Metodologia adotada.....	52
3.2 Descrição da amostra.....	53
3.3 Aplicação dos modelos de volatilidade.....	59
3.4 Verificação dos pressupostos .....	61
3.4.1 Testes de estacionariedade .....	61
3.4.2 Autocorrelação.....	64
3.4.3 Heterocedasticidade .....	66
3.5 Análise dos resíduos do modelo AR(p) .....	68
3.6 Estimação dos modelos AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) e AR(2)-FIGARCH(1,d,1).....	72
3.6.1 Estimação do modelo AR(2)-GARCH(1,1) .....	73
3.6.2 Estimação do modelo AR(2)-IGARCH(1,1) .....	74
3.6.3 Estimação do modelo AR(2)-FIGARCH(1,d,1).....	74
3.6.4 Análise conjunta dos resultados obtidos.....	75
3.6.5 Análise de Resíduos.....	77
3.6.6 Escolha do modelo adequado .....	79
3.7 Síntese do Capítulo.....	81
IV. CAPÍTULO – CONCLUSÕES .....	83
4.1 Futuras linhas de investigação .....	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	86

## Índice de Quadros

QUADRO 2.1 – COMPORTAMENTO DO ÍNDICE DE VOLATILIDADE .....	25
QUADRO 2.2 – CLASSIFICAÇÃO DOS NÍVEIS DE SENTIMENTOS DE MERCADO .....	26
QUADRO 2.3 – LISTA DE ACONTECIMENTOS RELEVANTES NO ÍNDICE NASDAQ100.....	36

## Índice de Tabelas

TABELA 2.1 – RESULTADO DA COMPARAÇÃO ENTRE OS VÁRIOS MODELOS PRESENTE NO ESTUDO DE POON E GRANGER (2003) .....	17
TABELA 3.1 – ANÁLISE PRELIMINAR SOBRE AS RENDIBILIDADES DO ÍNDICE NASDAQ 100 .....	59
TABELA 3.2 – TESTES DE ESTACIONARIEDADE .....	63
TABELA 3.3 – TESTE DE AUTOCORRELAÇÃO BG APLICADO ÀS RENDIBILIDADES .....	66
TABELA 3.4 – TESTE DE HETEROSCEDASTICIDADE ARCH- LAGRANGE MULTIPLIER .....	66
TABELA 3.5 – ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DOS RESÍDUOS DO MODELO AR(2) .....	69
TABELA 3.6 – TESTE DE AUTOCORRELAÇÃO BG APLICADO AO MODELO AR(2).....	72
TABELA 3.7 – ESTIMATIVAS DOS MODELOS AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) E AR(2)-FIGARCH(1,1) .....	73
TABELA 3.8 – TESTE ARCH-LM AOS RESÍDUOS DOS MODELOS AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) E AR(2)-FIGARCH(1,1).....	76
TABELA 3.9 – TESTES SIC, AIC E LOG-LIKELIHOOD NOS MODELOS AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) E AR(2)-FIGARCH(1,1).....	80

## Índice de Figuras

FIGURA 2.1 – NÍVEIS DE VOLATILIDADE .....	9
FIGURA 2.2 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA TENDÊNCIA DO INDEX <i>NASDAQ</i> EM 18 DE AGOSTO DE 2010. ....	15
FIGURA 2.3 – REPRESENTAÇÃO DO SORRISO PURO E FRANCO DA VOLATILIDADE.....	20
FIGURA 2.4 – REPRESENTAÇÃO DO SORRISO AMARELO OU FORÇADO DA VOLATILIDADE .	21
FIGURA 2.5 – REPRESENTAÇÃO DO SORRISO TROMBUDO DA VOLATILIDADE.....	22
FIGURA 2.6 – NÍVEIS DE OTIMISMO E PESSIMISMO NO RACIO PUT /CALL .....	28
FIGURA 2.7 – LISTA DE EMPRESAS QUE FAZEM PARTE DO ÍNDICE <i>NASDAQ</i> 100.....	38
FIGURA 2.8 – PROCESSO COM HETOSCEDASTICIDADE .....	39
FIGURA 3. 1– EVOLUÇÃO DOS PREÇOS DO ÍNDICE <i>NASDAQ</i> 100.....	54
FIGURA 3. 2 – TAXA DE CRESCIMENTO MÉDIO ANUAL DO ÍNDICE <i>NASDAQ</i> 100 .....	54
FIGURA 3. 3 – EVOLUÇÃO DAS RENDIBILIDADES DO <i>NASDAQ</i> 100 NO PERÍODO DE 10/1/2000 A 20/11/2015.....	57
FIGURA 3. 4 – SOBREPOSIÇÃO ENTRE O GRÁFICO DE PREÇOS E O DE RENDIBILIDADES DO <i>NASDAQ</i> 100 NO PERÍODO DE 10/1/2000 A 20/11/2015 .....	58
FIGURA 3. 5 – HISTOGRAMA DAS RENDIBILIDADES DO <i>NASDAQ</i> 100 NO DE 10/1/2000 A 20/11/2015.....	60
FIGURA 3. 6 – CORRELOGRAMA DAS RENDIBILIDADES DO ÍNDICE <i>NASDAQ</i> 100.....	65
FIGURA 3. 7– CORRELOGRAMA DO QUADRADO OS RESÍDUOS.....	67
FIGURA 3. 8 – HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS DO MODELO AR(2).....	70
FIGURA 3. 9 – CORRELOGRAMA DOS RESÍDUOS DO MODELO AR(2).....	71
FIGURA 3. 10 – HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS DO MODELO AR(2)-GARCH(1,1) .....	78
FIGURA 3. 11 – HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS DO MODELO AR(2)-IGARCH(1,1).....	78
FIGURA 3. 12 – HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS DO MODELO AR(2)-FIGARCH(1,D,1) .....	78

## Lista de abreviaturas/símbolos

AIC – Akaike Information Criterion

AR – Autoregressive

ARCH – Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

ARMA – Autoregressive Moving Average

BBR – Rácio Bull/Bear

BRIC – Brasil Rússia Índia China

CAPM – Capital Asset Pricing Model

CBOE – Chicago Board of Options Exchange

CMVM – Comissão de Mercado de Valores Mobiliários

DJIA – Dow Jones Industrial Average

EGARCH – Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

ETFs – Exchange Traded Funds

FMI – Fundo Monetário Internacional

GARCH – Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

HISVOL – Historical Volatility Models

IIS – Investors Intelligence Sentimente Survey

ISD – Implied Standard Deviation para opções

JB – Jarque-Bera

M-TAR – Momentum Threshold Autoregressive

OLS – Ordinary Least Squares

PCR - Rácio Put/Call

PIB – Produto Interno Bruto

PSI20 – Portuguese Stock Index

SETAR – Self Exciting Threshold Autoregressive

SIC - Schwarz Information Criterion

SV – Stochastic Volatility

S&P – Standard & Poor

TAR – Threshold AutoRegressive

TMI – Total Market Index

TSE – Tokyo Stock Exchange

TGARCH – Threshhold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

VI – Volatilidade Implícita

# I. CAPÍTULO – INTRODUÇÃO

## 1.1 Âmbito do estudo e relevância do tópico de investigação

No âmbito do Mestrado em Controlo de Gestão e do Negócios do Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa (ISCAL), foi indicado que seria necessário elaborar uma dissertação para cumprimento dos requisitos necessários para me poder candidatar à obtenção do grau de Mestre em Controlo de Gestão e do Negócios. Nessa medida optei por realizar o presente estudo, tendo em consideração a frágil conjuntura económica onde nos encontramos e à elevada dependência que temos de investidores internacionais.

Dessa forma é possível constatar por parte dos investidores uma crescente preocupação e rigor no processo de seleção dos investimentos nos mercados financeiros, bem como o nível de detalhe que é exigido no processo de monitorização subsequente, o que traduz o nível de confiança depositado por cada investidor em cada investimento. Quer estes sejam em ativos que se encontram expostos nos mercados financeiros (índices, ações, obrigações, etc...), ou na dívida pública dos países. Neste caso em particular a confiança os investidores depositam nos mercados financeiros encontra-se bastante abalada devido ao elevado grau de dívida pública de cada país e aos sucessivos pedidos de auxílio e resgate efetuados ao longo dos últimos anos, tal como referem Reinhart e Rogoff (2010: 4): «[e]ven in countries that have not experienced a major financial crisis, debt rose an average of about 20 percent in real terms between 2007 and 2009».

Ao realizar uma breve pesquisa sobre este tema em qualquer motor de busca da internet, denota-se que muito se tem escrito sobre como escolher “bons investimentos”, no caso do estudo aqui apresentado, verifica-se que houve um interesse crescente sobre o que são os mercados financeiros e como funcionam, quer a nível europeu, quer a nível mundial.

Apenas a título introdutório ao tema que será abordado ao longo deste trabalho, apresentamos um breve resumo, através da figura 1.1 sobre as cotações do índice NASDAQ 100 entre 2000 até finais de 2015 e onde se apresenta, mais adiante o racional para cada valorização e desvalorização significativas que o índice NASDAQ 100 registou, podendo no entanto existir outras razões que contribuam para tal aumento.



Figura 1.1 – Evolução do índice NASDAQ 100 entre 2000 e 2015

**Fonte:**[http://finance.yahoo.com/echarts?s=%5ENDX+Interactive#{"customRangeStart":947462400,"customRangeEnd":1447977600,"lineColor":"#000000","lineWidth":"2","range":"custom","showPrePost":false,"didDisablePrePost":true,"allowChartStacking":true}](http://finance.yahoo.com/echarts?s=%5ENDX+Interactive#{)

A volatilidade registada no índice NASDAQ 100 é um dos aspetos principais neste estudo, devido ao facto de cada vez mais ser importante escolher o melhor *timing* para iniciar, ou terminar um investimento de forma a maximizar a rentabilidade do mesmo. Nessa medida consideramos que este tópico de investigação é bastante pertinente uma vez que a utilização de modelos de volatilidade condicionada são cada vez mais uma ferramenta de auxílio à tomada de decisão e até à data poucos eram os estudos conhecidos que relacionavam a existência de memória longa no índice, face à sua rentabilidade e volatilidade, num contexto de crise e instabilidade financeira. Considerou-se ainda que este estudo possa ser de interesse geral dos investidores neste tipo de ativo, na medida em que seja possível perceber até que ponto o índice apresenta volatilidade em situação de crise e qual a melhor forma de avaliar o seu comportamento neste contexto, utilizando para tal os modelos ARCH.

## 1.2 Objeto da investigação

Este estudo tem como objeto de investigação a assimetria na volatilidade aplicada aos mercados de ações. Pretende-se que seja analisado o padrão da volatilidade de um dos índices de ações internacionais com maior interesse por parte dos investidores nos dias de hoje, mais concretamente o índice que me proponho a analisar é norte-americano e tem pelo nome NASDAQ 100, num dado período de tempo e contexto económico.

### 1.3 Objetivos da dissertação e questões de investigação

Através desta dissertação pretendo abordar uma das temáticas com maior relevância para os investidores dos mercados financeiros.

Nos dias de hoje uma análise completa e atempada sobre a variância dos preços de um ativo (volatilidade) é considerada como uma ferramenta essencial na teoria moderna da construção de portfólios.

A sua correta previsão permite mensurar os momentos de incerteza nos mercados financeiros ou nos próprios ativos sobre análise e é normalmente empregue como *proxy* para aferir o risco do investimento e antecipar as estratégias de maximização do retorno do investimento, tendo por base a evolução de fatores relacionados com o desempenho de um conjunto de empresas emitentes que compõem o índice, assim como da conjuntura económica que envolve esse mercado.

Podemos enumerar como fatores determinantes do desempenho das empresas, as boas e más notícias que são percecionadas pelo mercado sobre a empresa ou sobre o índice, onde esta se encontra inserida, relativamente ao seu aspeto organizacional, administrativo, *governance*, económico ou financeiro. Podendo estar ainda refletidos aspetos relacionados com a concorrência interna e externa, relacionados com o aparecimento de produtos substitutos, de novos regulamentos ambientais, com alterações legislativas de cariz tributário, entre outros aspetos com impacto direto na perceção que o mercado tem dessa entidade e que são transpostos implicitamente para o índice.

No que toca aos fatores de conjuntura económica podemos identificá-los através das taxas de juro, câmbio, inflação, bem como outras medidas de mensuração, tais como preço do petróleo, a recessão, as taxas de referência, o crescimento mundial e demais matérias.

Em suma, uma análise cuidada destes aspetos é tão relevante quanto a determinação das expectativas dos próprios investidores, quer estas sejam positivas, quer sejam negativas.

Assim sendo, torna-se particularmente importante verificar e compreender o comportamento do mercado como ferramenta essencial para apoio à tomada de decisão.

## 1.4 Metodologia

Para o desenvolvimento desta dissertação e para realizar a sua sustentação, a par da revisão da literatura disponível procedeu-se a um trabalho de pesquisa sobre a memória longa no índice NASDAQ 100, recorrendo-se ao estudo da modelação da volatilidade condicionada, nomeadamente os modelos auto-regressivos de heteroscedasticidade condicionada.

Para isso recorri à base de dados *Datastream* onde seleccionei uma amostra com as cotações de fecho diárias do referido índice, com o intuito de sobre elas poder aplicar os modelos *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (GARCH), *Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (IGARCH) e *Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (FIGARCH).

O objetivo desta dissertação é inferir e concluir qual destes modelos será o mais adequado para medir a volatilidade do mercado financeiro a longo prazo.

## 1.5 Estrutura da dissertação

A estrutura da dissertação encontra-se organizada em quatro capítulos:

Capítulo I – Neste capítulo é definido o objeto do estudo bem como a relevância do assunto em investigação, apresenta ainda o principal objetivo da dissertação bem como a metodologia que será utilizada para alcançar o mesmo.

Capítulo II – No capítulo seguinte é apresentada a abordagem teórica sobre o tema em estudo, onde são expostas as definições genéricas sobre os vários tipos de volatilidade. Numa segunda fase e ainda neste capítulo é explanada a revisão da literatura sobre os vários modelos que fazem parte do estudo, onde vão ser abordados de forma introdutória conceitos de modelação da memória longa na volatilidade, bem como um enquadramento detalhado sobre cada modelo, modelos esses que servirão de base ao estudo empírico.

Capítulo III – No terceiro capítulo é realizada uma contextualização da importância deste índice no estudo bem como a explicação de como foi possível obter elementos para realizar o estudo empírico e como essa informação foi tratada para ser integrada no processo de modelização. Na segunda parte deste capítulo onde será apresentado o processo de modelização realizado para cada um dos vários modelos em análise, assim como a

interpretação dos dados culminando na eleição do moledo mais adequado para estudar este índice.

Capítulo IV – Por último, neste capítulo pretende-se apresentar uma síntese do trabalho exposto e identificar as conclusões obtidas no decorrer da realização da dissertação, adicionalmente ambiciona-se sugerir e perspetivar soluções assim como melhorias em relação ao estudo da memória longa no referido índice.

## II. CAPÍTULO – REVISÃO DE LITERATURA

Um dos temas que tem tido bastante enfoque nos últimos anos, no âmbito das finanças tem sido a Memória Longa e a Volatilidade dos mercados financeiros, devido à sua relevância bem como a possibilidade de se poder prever a sua evolução de forma a conseguir compreender o comportamento do mercado financeiro em análise e aumentar o nível de rentabilidade face ao nível de risco, auxiliando dessa forma os investidores na tomada de decisão.

A sua utilização é vista como uma métrica para aferir e quantificar o risco dos ativos que constituem os mercados financeiros e o conhecimento do comportamento desses ativos condicionam a sua evolução, podendo constatar que tem o seu estudo sido alvo de várias pesquisas ao longo dos anos por parte de inúmeros autores.

No passado a Volatilidade era entendida como um conjunto de movimentos incertos e irregulares numa série temporal que não seguiam um padrão identificável. Assim segundo Bentes (2011), o primeiro investigador a debruçar-se sobre esta questão foi Kendall (1973), que concluiu que o comportamento da volatilidade era composto por movimentos completamente aleatórios.

Posteriormente com Bowerman e O'Connell (1979), foi demonstrado que a volatilidade após a redução das componentes de sazonalidade, respetivos ciclos e tendências representavam uma série de resíduos aleatórios ao longo de uma série cronológica, com média zero e uma variância uniforme.

Tendo esta ideia sido colmatada pelas investigações conduzidas por Grossman e Shiller (1981), Marsh e Merton (1986) e Porteba e Summers (1986), ao demonstrarem que na maior parte dos casos, as cotações dos ativos subjacentes não refletiam o valor fundamental da empresa, acentuando dessa forma a importância da influência da componente estocástica no comportamento dos mercados.

Bentes (2011: 33 - 34), indica no seu estudo que:

[o] papel da informação na definição de volatilidade não é de todo recente, tendo já anteriormente sido referido por Ross (1989), que a definiu precisamente como resultado do fluxo informativo entre vários intervenientes.

Todavia, um dos principais problemas que se colocam quando aborda este tema resulta do facto de a volatilidade não ser uma variável observável diretamente na natureza.

Adicionalmente, do decurso dos estudos de Engle (1982) e Bollerslev (1986), foi possível demonstrar que uma série de resíduos, poderia não apresentar um comportamento aleatório puro. Por outras palavras, verificaram que a volatilidade dos dados não era estável, em grande parte das séries temporais analisadas. O que levava a que as séries não apresentassem a homocedasticidade (desvios padrões constantes) desejável. Assim foi possível aferir que a volatilidade poderia ser modelada e dividida em segmentos de volatilidade incondicional (sempre constante) e a volatilidade condicional (poderia variar ao longo do tempo e ser estudada através de modelos de análise de heterocedasticidade condicional).

Com os estudos de Engle (1982) foi introduzido e desenvolvido uma classe de modelos instrumentais apelidado de Modelo ARCH – *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (Heteroscedasticidade Condicionada Auto-Regressiva), no qual a variância de uma série temporal que se altera ao longo do tempo conforme são observados os erros de previsão no passado.

Mais tarde, Bollerslev (1986) desenvolveu o Modelo GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (Heteroscedasticidade Condicionada Auto-Regressiva Generalizada), no qual a variância condicionada num determinado período de tempo, para além dos erros de previsão observados no passado, depende também das variâncias condicionadas observadas no passado. Bollerslev (1986) tentou demonstrar de uma forma mais simples com este modelo a dependência que a variância condicional tem da componente temporal.

Segundo Bentes e Ferreira (2014: 778-784) o modelo desenvolvido por Bollerslev (1986) apresentava as seguintes virtudes e limitações:

*the GARCH process introduced by Bollerslev (1986) has become quite popular in modelling conditional dependence in financial volatility. However, though this constitutes an effective tool to capture volatility clustering it has revealed inappropriate to accommodate for persistence since it assumes that shocks decay at a fast exponential rate. Therefore, it is only suitable to accounting for short-run effects.*

Para colmatar as limitações do modelo GARCH, Engle e Bollerslev (1986) formularam um novo modelo denominado de IGARCH – *Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, o qual permitia a existência de persistência infinita.

Contudo com a introdução desta formulação foi possível constatar que a memória de um mercado financeiro, como uma variável infinita é algo irrealista. Consecutivamente foi necessário criar uma abordagem alternativa, dado que a memória de longo prazo nos

mercados financeiros é um dos principais campos estudados no âmbito das finanças a nível global, está interligada com o elevado grau de persistência nas observações encontradas num determinado período.

Nessa medida, com o estudo de Baillie *et al.* (1996: 3-30), foi possível introduzir uma nova família de modelos, apelidados de *FIGARCH – Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, cujo principal objetivo é a realização de análises sobre a memória longa de um ativo o mais realista possível.

A metodologia a utilizar na realização desta dissertação tem por base a recolha de informações quanto à performance do índice em estudo de modo a podermos utilizar os modelos indicados anteriormente.

Verificando no final deste trabalho qual o melhor modelo que deve ser utilizado para analisar a memória longa do índice NASDAQ 100, ou a complementaridade dos vários modelos.

Com recurso ao Modelo referido, vamos avaliar o comportamento da memória longa num dos índices com maior nível de transações do mundo, NASDAQ 100, que retrata as 100 melhores empresas que estão integradas nesse índice.

## 2.1 Noção e Tipos de Volatilidade

A noção de volatilidade de um ativo financeiro é geralmente definida de forma genérica como sendo uma medida que traduz a instabilidade e incerteza<sup>1</sup> das cotações de um dado ativo numa janela temporal em observação.

Destaca-se porém os trabalhos realizados entre 1980 e 1990, que aportaram uma maior relevância ao estudo da volatilidade como uma medida de real importância para o estudo do justo valor dos ativos subjacentes e salientando para a influência da componente estocástica

---

<sup>1</sup> Os conceitos de risco e incerteza têm sido utilizados nos estudos realizados como vocábulos similares, sendo o seu significado utilizado neste trabalho. Porém, em bom rigor, estes vocábulos são considerados conceitos distintos. Dessa forma Knight (1921), considera que tanto o conceito de risco como o conceito de incerteza estão ambos associados ao conhecimento imperfeito de um determinado fenómeno, contudo, existe uma diferença conceptual entre eles. Quando se está numa situação de risco, é completamente desconhecido o resultado duma qualquer decisão tomada, contudo é conhecido o seu conjunto de soluções possíveis e a probabilidade de cada acontecimento no problema. Além disso, a noção de risco está associada à quantificação económica de perdas e ganhos, atendendo-se ao valor concreto das variáveis em causa. Ao contrário, numa situação de incerteza não se tem qualquer conhecimento sobre a probabilidade de acontecer um determinado resultados.

no comportamento dos mercados. Por outras palavras, podemos definir volatilidade como sendo uma medida estocástica que visa quantificar o risco de deter um ativo financeiro que está contido num dado mercado financeiro durante um período de tempo, obtendo dessa forma uma quantificação detalhada sobre a dispersão dos seus rendimentos podendo ainda realizar extrapolações dos mesmos para o próprio mercado.

Com base nesta medida podemos ainda retirar a seguinte relação superficial:

Quanto maior são os valores encontrados no universo em análise, maior será o valor da volatilidade e, por conseguinte, maior será o valor da incerteza implícita no ativo em análise, e o inverso também é recíproco. Face ao apresentado considera-se esta medida como sendo uma ferramenta de elevada importância para a gestão do nível de risco assumido, na seriação de títulos a integrar nas carteiras de investimento, estimar a possibilidade de variação de preços, afinar os mecanismos de proteção, entre outros.

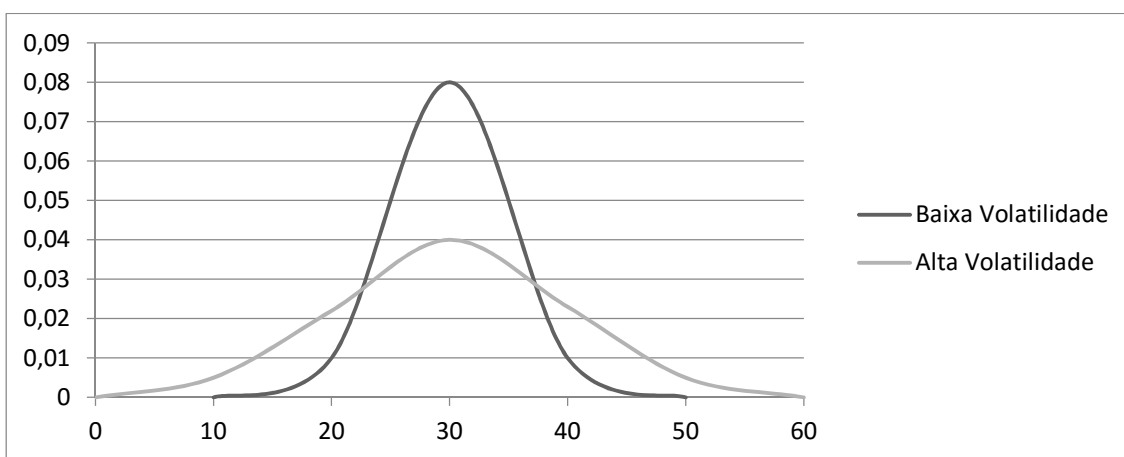


Figura 2.1 – Níveis de Volatilidade

**Fonte:** Ferreira (2009:352)

A forma de cálculo da volatilidade é construída com base no desvio padrão, simbolizado na maioria dos estudos analisados como “ $\sigma$ ” e tem como finalidade medir os desvios das cotações relativamente à sua média, sendo a sua interpretação a seguinte: Quanto mais elevado for o desvio padrão  $\sigma$ , mais afastadas estão as cotações face aos valores da sua média e o inverso é identicamente válido.

A sua fórmula de cálculo é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (2.1)$$

onde,

$n = n^\circ$  de observações

$X_t =$  logaritmo do quociente entre duas cotações sucessivas:  $\ln (P_t / P_{t-1})$

$\bar{X} =$  média aritmética de  $X_t$

No caso do utilizador deste modelo pretende calcular a volatilidade para outro intervalo temporal, terá de ter em atenção a base de calendário que está a utilizar. Dado que pode correr o risco de estar a utilizar, para calcular a volatilidade bases de calendário distintas.

Existe convencionado as seguintes bases de calendário:

- Ano comercial que corresponde a uma base de calendário de 360 dias e sendo normalmente representadas por  $\sigma\sqrt{360}$ .
- Ano civil que corresponde a uma base de calendário de 365 dias ou 366 dias (anos bissextos) e é representado por  $\sigma\sqrt{365}$  e  $\sigma\sqrt{366}$ , respetivamente.

Existem contudo inúmeros métodos para apurar a volatilidade de um ativo, deste modo verificou-se na análise realizada que cada especialista utiliza o valor / método que considera mais adequado, apesar do enquadramento realizado por estes nos seus estudos ser significativamente subjetivo.

Contudo para realizar este trabalho, torna-se indispensável deter um elevado domínio dos modelos anteriormente referidos. Sendo também necessário indicar que existem três tipos de volatilidade: Histórica ou Estatística, Implícita e Futura ou Previsional. Em suma consideramos indispensável desenvolver o conhecimento sobre cada uma delas, por forma a não existir falhas de compreensão entre cada uma.

### 2.1.1 Volatilidade Histórica ou Estatística

O procedimento mais simples de calcular volatilidade é definido no contexto acadêmico como volatilidade histórica ou estatística e traduz-se no processo de cálculo que utiliza na sua base de elementos/séries compostas por um intervalo de tempo já ultrapassado à data do estudo.

A volatilidade histórica ou estatística quantifica as oscilações do valor do ativo subjacente num período temporal já passado. Contudo na sua formulação mais simples é descrita por Duarte (2007) o processo reside na quantificação do desvio-padrão do rendimento periódico dos ativos subjacentes, num momento temporal imediatamente anterior ao qual se pretende estimar a volatilidade.

Contudo segundo Bentes (2011) esta métrica é normalmente aplicada com o objetivo de medir o risco total do ativo subjacente. Sendo calculada através da variância dos resultados ou desvio-padrão das variações dos logaritmos, tendo por base os preços registados pelo ativo subjacente no passado e, ou seja:

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (2.2)$$

A utilização que é dada à volatilidade histórica ou estatística materializa-se no estudo empírico ou na sua aplicação prática, como uma medida para a formulação de expectativas e conferindo aos utilizadores alguma aderência sobre o seu comportamento futuro com base em eventos passados. No entanto, poderá tornar-se limitador na realização de estimativas, pois os valores históricos dificilmente se repetem e normalmente nos modelos mais simples existe o pressuposto de que cada observação apresenta igual ponderação no modelo e não permite que nenhuma observação seja realçada.

Devido à inexistência de um consenso entre a comunidade de investigadores que foi fomentada com base na apresentação das fragilidades dos modelos, fez com que se tivesse em linha de conta outro aspeto para poder utilizar a volatilidade histórica que diz respeito ao tipo de informação a utilizar e se a mesma incorpora ou não ponderadores.

A utilização de ponderadores neste modelo visa, contrariamente ao que foi referido anteriormente, atribuir um menor peso aos acontecimentos mais antigos, dado que estes

conferem menor influência na volatilidade presente, e por sua vez, uma maior pertinência e enfoque sobre os acontecimentos mais recentes que apresentam maior impacto. Este processo é normalmente apelidado de Processo de Alisamento Exponencial.

Contudo, é ainda relevante destacar que todos estes modelos tentam determinar o valor futuro do ativo subjacente, porque este é a principal componente que incorpora o processo de formulação das expectativas e contribui ativamente para o processo de seleção dos investimentos por parte dos investidores e/ou analistas.

É importante acrescentar ainda que em outras situações são colocadas questões aos analistas no decorrer do processo de cálculo, por forma a aferir a fiabilidade dos resultados obtidos.

Nessa medida, considera-se que não é demais salientar que a volatilidade histórica reflete acontecimentos do passado e dessa forma não é possível refletir os acontecimentos futuros.

Em suma podemos concluir, que a utilização da volatilidade histórica pode servir de base ao cálculo da volatilidade futura, na medida em que a componente histórica tenta definir as linhas de tendência de um ativo subjacente. Sendo esta informação utilizada normalmente como base de partida para a formulação da volatilidade futura, o que está em linha com o que foi descrito por Bentes (2011: 31-55).

Esta medida é útil como *benchmark* sendo indispensável para comparar os valores obtidos com os resultantes de outros modelos mais complexos, como os que utilizam sucessões cronológicas financeiras na sua formulação (Brooks, 2002).

Contudo existem outros autores que utilizam o termo de volatilidade estatística, uma vez que consideram que a volatilidade contem informação que se traduz nos indicadores estatísticos e desta forma apelidarem esta volatilidade como volatilidade estatística.

### **2.1.2 Volatilidade Implícita**

A volatilidade implícita (VI) é um conceito que se aplica apenas a contratos de opções, apresentando dessa forma o que os mercados, na figura dos analistas e demais intervenientes, pensam naquele momento sobre a volatilidade das opções que estão a ser transacionadas e/ou alvo de análise, nesse momento.

Esta métrica não é mais nem menos que uma forma de cálculo que visa igualar o preço teórico com o preço real da opção subjacente, por outras palavras trata-se de uma métrica

que apresenta uma grande eficiência quando se pretende comparar os preços das opções para preços de exercício em diferentes maturidades.

Importa esclarecer que esta métrica é essencialmente utilizada na definição de estratégias de investimento bem como para realizar avaliações de opções. Contudo não é utilizada com o objetivo otimizar a *Hedge Account*.

Esta métrica baseia-se no Modelo de *Black-Sholes*, que coloca em evidência a variável que representa a volatilidade que utiliza o valor da opção como uma variável explicativa. Adicionalmente, segundo o que foi indicado por Ferreira (2009), é possível calcular também o valor da volatilidade implícita utilizando o algoritmo *Newton-Raphson*.

Normalmente no cálculo é utilizado o preço das opções na data de fecho do mercado, contudo constata-se que este modelo apresenta uma maior aderência / rigor nos resultados obtidos se for utilizando o valor médio dos preços *bid* e *ask*, para cada observação, no mesmo intervalo de tempo.

No que toca ao comportamento da volatilidade implícita esta normalmente adota uma tendência decrescente caso o preço da opção também apresente uma tendência decrescente e vice-versa, constatando-se que existe uma forte correlação entre volatilidade implícita e o valor dos preços da opção.

Dessa forma considera-se bastante importante conhecer a volatilidade implícita e a volatilidade histórica, para se poder estabelecer estratégias de investimento com recurso aos diferenciais de prémios.

Assim, segundo os estudos de Latané e Rendleman (1976: 369-381), podemos concluir que a volatilidade implícita é sempre superior à volatilidade histórica no que concerne à previsão da volatilidade futura, suportando dessa forma as suas conclusões com base nos resultados obtidos sobre opções e ações de 24 empresas, que se encontravam colocadas na Bolsa de Chicago (CBOE – *Chicago Board of Options Exchange*), à data do seu estudo.

Por outro lado, também Day e Lewis (1992), constataram no seu estudo que a volatilidade implícita não poderia englobar um maior volume de informação que a volatilidade histórica no que respeita à volatilidade futura, assim para obter essas conclusões examinaram as opções do Índice S&P 100 (OEX opções), no período compreendido entre 1983 e 1989.

Nessa sequência, Jorion (1995) tentou ir mais longe no que diz respeito ao desenvolvimento de modelos preditivos de volatilidade e cujo principal objetivo era:

*As with all efficiency tests, these results can be interpreted either as indicative of misleading test procedures, or as indicative of inefficient processing of information by option markets. The present article investigates whether these results carry over to the currency option markets, and provides a detailed analysis of the impact of faulty test procedures due to measurement errors or inappropriate statistical inferences.*

Para tal, socorreu-se dos estudos anteriores e replicou os ensaios descritos tentando comprovar uma de duas teorias, ou os estudos anteriores apresentavam erros ou as opções de mercado não eram eficientes. Adicionando ainda que a volatilidade implícita é uma previsão eficiente, contudo apresenta um enviesamento da volatilidade futura.

Assim, para realizar o seu estudo recorreu aos seguintes utensílios, que são normalmente utilizados para medir o nível de volatilidade e dos quais destaca-se os seguintes:

- Índices de Volatilidade;
- O rácio *put-call*;
- A paridade *put-call*.

Estes, conferem uma grande vantagem no que diz respeito à sua graduação, uma vez que proporciona uma graduação dos diferentes níveis de sensibilidade do mercado comparativamente com a sua intensidade.

### **2.1.3 Volatilidade Futura ou Previsional**

A volatilidade futura ou previewal tem sido considerada pela comunidade científica como uma das grandes questões a ultrapassar nos seus estudos. Dado que existe uma grande dificuldade em estimar o preço do ativo subjacente entre o período da contratação da opção até à sua maturidade, face ao nível de incerteza implícita.

Este tema apresenta grande relevância no processo de gestão adequada do nível de risco, exigindo aos académicos o desenvolvimento de um mecanismo que realize uma previsão minuciosa da flutuação do preço real de determinado ativo no mercado onde está a ser transacionado num momento futuro, tendo ainda em consideração que quanto mais inconstante estiver o mercado, maior será a instabilidade dos preços e por conseguinte maior será a incerteza no valor dos rendimentos finais.

Como é do conhecimento geral, o futuro por vezes é definido como sendo algo que é distante indefinido e imprevisível, dessa forma o que a comunidade acadêmica tenta realizar é um exercício que visa determinar uma linha de tendência, de modo a que esta se aproxime o mais possível do que vai acontecer num momento futuro e num determinado mercado onde está incluído o ativo em análise.

Para realizar este exercício são utilizados os valores de volatilidade passada e presente, como elementos catalisadores no início do processo de investigação e determinação de projeções sobre potenciais cenários, que podem ser verificáveis num momento futuros (volatilidade futura). Com o objetivo de obter a referida linha de tendência, como se pode ver na Figura 2.2 que se segue:



Figura 2.2 – Representação gráfica da tendência do index NASDAQ em 18 de Agosto de 2010.

Fonte: <http://www.distressedvolatility.com/2010/08/e-mini-s-russell-nasdaq-index-futures.html>

## 2.2 Considerações da comunidade acadêmica sobre o melhor método para determinar a volatilidade futura

Decorrente da análise realizada sobre os vários autores que abordam estas matérias é possível constatar que existem vários métodos que são indicados por estes, para proceder à determinação do valor da volatilidade. Dessa forma é possível inferir que não existe uma única metodologia que congregue em si própria o consenso da comunidade científica e universalmente aceite, como sendo o método mais correto para ser utilizado nestas situações. Assim sendo, foram utilizadas neste estudo algumas das variantes aos modelos ARCH/GARCH.

A título de exemplo sobre este tipo de discordância podemos enumerar os estudos de Christensen e Prabhala (1998: 125-150), que levanta a questão de qual a metodologia mais precisa para a previsão da volatilidade futura, por contrapartida do estudo de Poon e Granger (2003: 478-539), que tinha como objetivos de investigação aferir qual seria o modelo que teria maior aderência na determinação da volatilidade futura. Estes últimos realizaram um trabalho extremamente exaustivo, procedendo à revisão de 93 artigos científicos, que expressam previsões de volatilidade fora das amostras definidas inicialmente, esse conjunto era composto por ações, índices de ações e taxas de câmbio. A diversidade de ativos em análise, o volume de dados, o intervalo temporal e os intervalos de observações provocaram uma limitação no desenvolvimento das conclusões, dado que as comparações não podem ser consideradas de total fiabilidade.

Contudo, a conjugação de um leque tão vasto de estudos num único estudo demonstra ser bastante importante, para dotar o modelo em estudo de uma maior aderência face à realidade, bem como ajudar a clarificar a utilidade destes modelos, mas por outro lado a conjugação de todos esses elementos é algo de extrema complexidade, provocando algumas limitações como as indicadas anteriormente.

Assim de acordo com os autores Poon e Granger (2003: 478-539) no seu estudo *Forecasting Volatility in Financial Markets*, concluíram que os modelos de volatilidade implícita obtiveram resultados superiores aos modelos da família ARCH e aos referentes aos modelos de volatilidade histórica, como podemos ver na citação e na adaptação da tabela 2.1 que se seguem.

*The survey of papers includes 93 studies, but 27 of them did not involve comparisons between methods from at least two of these groups, and so were not helpful for comparison purposes.*

*The following table involves just pair-wise comparisons. Of the 66 studies that were relevant, some compared just one pair of forecasting techniques, others compared several. For those involving both HISVOL and GARCH models, 22 found HISVOL better at forecasting than GARCH (56 percent of the total), and seventeen found GARCH superior to HISVOL (44 percent). The full table is:*

Tabela 2.1– Resultado da comparação entre os vários modelos presente no estudo de Poon e Granger (2003: 478-539)

Comparação entre modelos	nº estudos	Estudos em %
HISVOL > GARCH	22	56%
GARCH > HISVOL	17	44%
HISVOL > ISD	8	24%
ISD > HISVOL	26	76%
GARCH > ISD	1	6%
ISD > GARCH	17	94%
SV > HISVOL	3	
SV > GARCH	3	
GARCH > SV	1	
ISD > SV	1	

**Fonte:** Adaptado de Poon e Granger (2003)

No estudo de Poon e Granger (2003: 478-539) estes concluíram que os modelos com base na volatilidade implícita apresentaram uma ligeira vantagem em relação aos modelos condicionais no que diz respeito à determinação da volatilidade futura.

Nessa medida, os autores com o intuito de suportar essa afirmação indicaram que esta metodologia (VI) apresenta como principal argumento a utilização de informação de mercado.

No mesmo sentido do estudo anterior, o estudo de Yu et al. (2010: 1-11) complementaram o que foi anteriormente referindo na medida em que verificou que normalmente o mercado é constituído por pessoas com um nível de conhecimento bastante sólido e bem preparadas para realizar e interpretar o estudo da volatilidade futura. Assim sendo as análises realizadas são normalmente mais eficientes do que as que são realizadas com base em valores de volatilidade no passado.

Contudo após ser realizada a revisão de Poon e Granger (2003: 478-539), a investigação nesta temática prosseguiu obtendo no entanto conclusões diferentes acerca de qual seria o modelo mais adequado para realizar a previsão da volatilidade.

Em seguida são apresentados dois estudos representativos da discrepância dentro da comunidade científica.

Começamos por apresentar o estudo de Becker et al. (2007: 2535-2549), que publicaram um estudo cujo principal objetivo seria tentar compreender se a volatilidade implícita detinha algum tipo de informação adicional quando comparada com os modelos de séries temporais.

Para tal os autores auxiliaram-se nos valores de volatilidade implícita que foram extraídos, do índice de volatilidade VIX da *Chicago Board Options Exchange* (CBOE).

O VIX corresponde a um índice de volatilidade criado pela CBOE e que tem como base os preços das opções sobre o índice de ações S&P 500.

Para realizar este estudo foram escolhidos vários modelos do tipo ARCH, de volatilidade estocástica e de volatilidade histórica. Nesta sequência, os autores decompueram os dados e as informações correlacionadas entre estes modelos e o índice VIX, tendo obtido um valor próximo de 16% para a variação que é exclusivamente explicada pela volatilidade implícita.

Posteriormente, debruçaram-se sobre se a variação havia explicado alguma componente da volatilidade futura, que os outros modelos não conseguiram interpretar.

Ao proceder à referida análise os autores concluíram que o índice VIX não acrescentou qualquer valor informativo quando o mesmo foi utilizado conjuntamente com um vasto leque de modelos baseados em séries históricas de rendibilidades.

Por sua vez, Yu et al. (2010: 1-11), direcionaram a sua investigação para realizar uma comparação entre o poder preditivo oferecido pela volatilidade implícita (VI) e pela volatilidade histórica no modelo GARCH - *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*, que faz parte dos modelos da família ARCH.

Para poder testar estas hipóteses os autores selecionaram um conjunto de opções que existiam nos índices Nikkei 225 do Japão e Hang Seng de Hong-Kong, para um período compreendido entre 1998 e 2005 e as conclusões obtidas mostraram que a análise da volatilidade futura com recurso à volatilidade implícita (VI) proporcionou alcançar resultados com maior aderência do que os conseguidos através das volatilidades que se basearam na informação histórica das opções.

Em jeito de conclusão podemos inferir que apesar da aparente falta de consenso da comunidade científica, sobre qual é o modelo que melhor transmite a capacidade preditiva sobre o ativo subjacente, ou por outras palavras, o que melhor possibilita prever a direção que a volatilidade do ativo apresentará num momento futuro.

Contudo no que diz respeito à utilização de modelos que suportam dados de alta frequência, intra-diários, o processo de cálculo da volatilidade é observável diretamente. Assim como esta particularidade não se aplica aos restantes modelos, a chamada volatilidade realizada tem adquirido um interesse crescente no que toca à sua utilização em conjunto com a teoria financeira neste campo de ação como por exemplo o estudo de Chiriac & Voev (2011: 922-947). Segundo o que conseguimos aferir neste processo de investigação, leva-nos a querer que ainda existe uma tendência generalizada para aceitar que a volatilidade implícita (VI) é uma das melhores ferramentas para proceder à determinação da volatilidade futura, a que os profissionais da área financeira e económica poderão recorrer neste âmbito ao estudo de Poon e Granger (2003: 478-539).

### **2.3 Os sorrisos da volatilidade**

Os sorrisos da volatilidade correspondem a representações gráficas originadas pela Volatilidade Implícita (VI) de opções, com o mesmo ativo e a mesma data de vencimento, para os diferentes preços de exercício que são espectáveis.

Nessa medida só é possível construir este tipo de gráfico com base no valor da volatilidade implícita para cada preço de exercício. Para determinar os valores de volatilidade implícita é utilizado o modelo *Black-Scholes*, que torna possível determinar a volatilidade de um ativo, que para isso basta que sejam contemplados os diferentes preços do mercado das opções. Para que tudo isto seja possível o modelo de *Black-Scholes* tem de reconhecer / considerar alguns pressupostos, sendo o primeiro deles o que abaixo se descreve.

Quando as opções apresentam a mesma data de vencimento, a este modelo indica que a Volatilidade Implícita tem o mesmo valor, independentemente do preço de exercício que se utilize. No entanto, a volatilidade implícita que se obtém é diferente para diferentes preços de exercício. Dessa forma esta tipologia de comportamento, traduz-se nos sorrisos de volatilidade.

Graficamente os sorrisos da volatilidade apresenta a forma de U, mostrando que para opções que se encontram *In-the-money* e *Out-of-the-money* o valor da VI é elevada e no caso em que as opções se encontram em *At-the-money* o valor da VI é mais baixo. Dessa forma o conceito *In-the-money*, *Out-of-the-money* e *At-the-money* correspondem às posições do valor intrínseco de uma opção, sendo ela de compra ou venda, dependendo se o mercado atribuir um valor que seja maior, igual ou menor do que o valor do preço de exercício.

Nesta sequência segundo Aurélio (2012: 9) existe um conjunto bastante alargado de estudos que referem esta temática.

Existem várias publicações científicas onde podem ser encontradas evidências sobre a existência do efeito sorriso, como por exemplo em Heynen *et al.* (1994), Taylor e Xu (1994), Duque e Paxon (1994), Gemmill (1996), Dumas *et al.* (1998), Viana (1998) e Duque e Viana (1999).

Contudo segundo o que consta no livro que analisamos “Opções Financeiras”, de Ferreira (2009: 386) os sorrisos da volatilidade podem ser classificados em três diferentes tipos:

- Sorriso puro e franco – *smile* (figura 2.3);
- Sorriso amarelo ou forçado – *skew*, *smirk* ou *sneer* (figura 2.4);
- Sorriso trombudo – *frown* (figura 2.5).

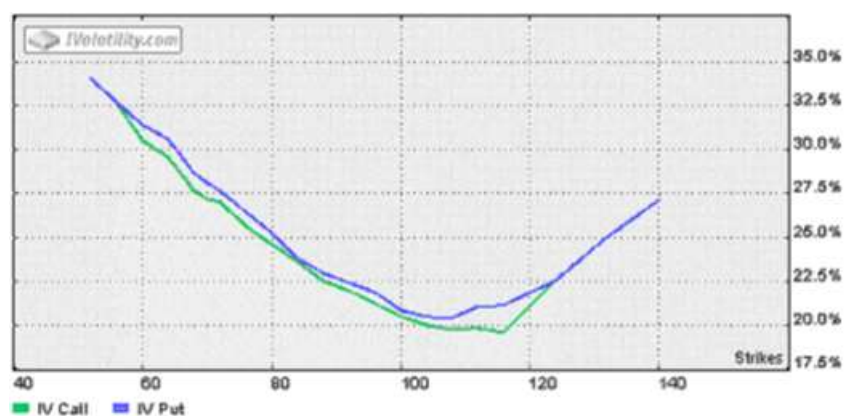


Figura 2.3 – Representação do sorriso puro e franco da volatilidade

Fonte: Ivolatility.com, Fevereiro 2010

A figura 2.3 mostra segundo informação disponível no site “Ivolatility.com” que se trata de uma volatilidade para um conjunto de opções que partilham a mesma data de vencimento, mas apresentam diferentes preços de exercício.

Assim, apreende-se que a relação entre o preço de exercício e a VI é o que se considera como sorriso da volatilidade. Nessa medida, se numa opção de compra, o preço de mercado (S) é superior ao preço de exercício (X) – apelidamos a opção como estando em *in-the-money* e assim sendo o valor que a VI presente é superior.

Por contrapartida, se numa dada opção de venda, o preço de mercado (S) é superior ao preço de exercício (X) indica-se que essa opção está *out-of-the-money* e nesse caso o valor apresentado pela VI continua a ser superior.

Em jeito de conclusão considera-se que de um modo geral, o ponto inferior na curva do sorriso da volatilidade corresponde à posição *at-the-money* o que corresponde em teoria a uma igualdade entre o preço de mercado e o preço de exercício ( $X = S$ ).

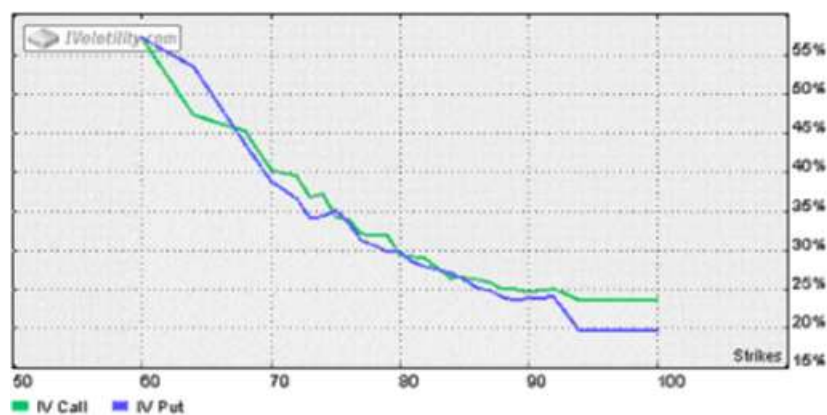


Figura 2.4 – Representação do sorriso amarelo ou forçado da volatilidade

**Fonte:** Ivolatility.com, Fevereiro 2010

A figura 2.4 apresenta a representação gráfica de um fenómeno da volatilidade que se traduz em sorriso amarelo ou sorriso forçado. Este sorriso da volatilidade foi apelidado dessa forma devido ao facto da linha que apresenta.

Assim, o sorriso forçado mostra que as opções de compra se encontram em *in-the-money* no extremo e quando as opções de venda se encontram em *out-of-the-money* no extremo. Indicam que o seu valor unitário é mais elevado do que aquilo que foi previsto pelo modelo *Black-Scholes*.

Por sua vez quando as opções de compra se encontram *out-of-the-money* e cumulativamente as opções de venda estão *in-the-money* podemos concluir que estas são mais baratas do que o modelo *Black-Scholes* previu.

Assim sendo podemos concluir que o sorriso forçado desvenda as expectativas dos vendedores de opções, que se traduzem numa crença de que é muito mais provável que se possam vir a materializar perdas da venda de opções de *puts* que estão *out-of-the-money* do que de *calls* que estão em *out-of-the-money*.

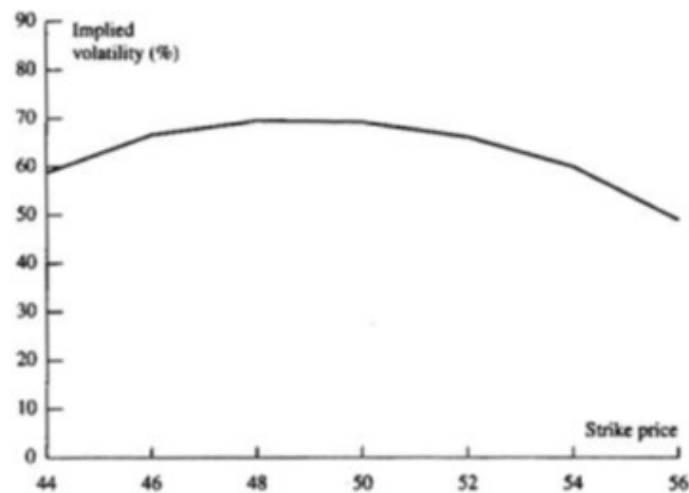


Figura 2.5 – Representação do sorriso trombudo da volatilidade

Fonte: Ivolatility.com, Fevereiro 2010

Em suma este tipo de sorriso representado na figura 2.5 apresenta a ultima categoria de sorrisos de volatilidade, cuja curvatura é o inverso da que é apresentada no sorriso aberto.

## 2.4 Sentimento do Mercado e seus indicadores

O mercado contempla na sua natureza objetiva vários aspetos dos quais importa destacar dois, que são considerados como os mais importantes no estudo da volatilidade. Estes estão normalmente ancorados em aspetos, considerados por vários autores como sendo bastante subjetivos, que são o impacto das características psicológicas e individuais dos investidores na formulação dos preços e um outro fator está mais direcionado para o sentimento do mercado.

Relativamente ao primeiro fator que foi enumerado, importa enaltecer o contributo que foi dado na investigação deste fator, por Cross et al. (2005) no seu trabalho de investigação onde foi possível formular e apresentar um modelo que era baseado em características de personalidade dos diferentes agentes económicos.

Nesse estudo foi analisado o impacto de pelo menos dois tipos de tensões que são retratadas no comportamento dos investidores, sendo estes a “cobardia” e a “inação”.

Por seu lado os autores consideraram que a cobardia está diretamente ligada a um desconforto que resulta de situações em que o investidor está numa posição negocial minoritária ou fragilizada, enquanto o sentimento de inação manifesta-se na necessidade crescente de modificar ou reavaliar um investimento.

Nessa medida constatou-se a existência de evidência empírica que as tensões ou sentimentos de ordem psicológica podem contribuir para a criação e manutenção de *fat tails* e/ou de *clusters* de volatilidade, eliminando dessa forma o efeito do fator cobardia, concluindo-se que esses desaparecem.

O conceito denominado de sentimento de mercado é algo que tem sido alvo de vários debates e estudos de índole académico levado a cabo por diversos autores. O ponto fulcral desta questão corresponde ao grande destaque que este assunto ostenta junto do estudo da volatilidade e o eventual sentimento dessa causalidade. Uma vez que grande parte dos argumentos que são apresentados reforçam a ideia e conduzem à constatação de que é de extrema necessidade proceder ao estudo deste sentimento, sendo o mesmo o alvo de análise, porque se tratar de uma variável que permanece ao longo do tempo e os sentimentos de otimismo ou pessimismo são propagados à medida que cada vez mais pessoas tomam conhecimentos dos factos e convergem para um dos sentimentos, seguindo nesse caso uma tendência consoante a sua predisposição.

Nessa medida, segundo o que foi apresentado por Smidt (1968), a influência do sentimento leva à existência de situações especulativas, enquanto Zweig (1973) afirma que o sentimento está relacionado com os efeitos cognitivos dos investidores. Assim, outros autores como Lee, Shleifer e Thaler (1991) definem que o sentimento dos investidores é um componente das suas expectativas que está correlacionado com o próprio retorno dos seus investimentos, sem que os mesmos estejam baseados em fundamentos lógicos.

Por conseguinte, consideramos importante realçar o que foi descrito por Bentes (2011):

Neste contexto, surgiram duas correntes perfeitamente distintas. A primeira defende uma relação de causa e efeito entre sentimento e volatilidade, podendo este ser utilizado para prever as rendibilidades futuras.

Por sua vez já Long et al. (1990) são defensores da primeira teoria enumerada, tendo como forma de sustentar a sua argumentação, construído um modelo que conclui que é o sentimento de incerteza que influência as tendências evolutivas do mercado e não o inverso. No entanto, no seu estudo não foi possível identificar de forma explícita o modo exato de como o sentimento poderá afetar a volatilidade, podendo o mesmo ocorrer em diversas situações.

Porém, pode ocorrer situações em que existam investidores no mercado com elevada sensibilidade de tal forma que provoquem eles próprios alterações no sentimento de incerteza, o que corresponderia de imediato à existência de uma reação. Como pode existir ainda situações em que os investidores possam ser menos sensitivos face ao sentimento de mercado o que leva a que estes a atuar no mercado apenas quando existe um forte sentimento de incerteza, ou *feeling* em relação à evolução do mercado.

Outros autores como Neal e Wheatley (1998), Wang (2001), Simon e Wiggins (2001) demonstraram nos seus estudos que o sentimento de mercado pode ser utilizado na previsão da volatilidade e das rentabilidades do período imediato seguinte. Contudo, nem todos os estudos permitiram concluir o mesmo, como exemplo disso temos os estudos de Brown e Cliff (2004) que se interrogaram sobre de que forma seria gerado o sentimento e tentando evidenciar que, o mesmo fosse causado pela inferência que é perceptível da volatilidade que está presente nos mercados financeiros. Fisher e Statman (2000) concluíram que a causalidade entre o sentimento e volatilidade pode ser significativa em ambos os sentidos. Uma vez que se trata de uma variável que persiste ao longo do tempo em que o estudo foi realizado, além disso podemos e devemos acrescentar, o facto de a arbitragem poder ser capaz de eliminar estratégias lucrativas de curto prazo, mas pode ser um mecanismo que se apresenta deficiente na correção de desvios de longo prazo, nessa medida, torna-se importante realizar uma medição sobre esta variável, apesar do carácter subjetivo que esta apresenta no sentimento de mercado, bem como a dificuldade que é verificada aquando da sua quantificação. O que leva a ser necessário desenvolver esforços para encontrar uma medida que permita determinar o seu valor.





Em suma podemos aferir que existem inúmeros e variados instrumentos que são atualmente utilizados para determinar o que se entende como sentimento do mercado, mas nesse vasto conjunto podemos destacar o Índice de Volatilidade Implícita, o Rácio Put/Call (PCR) e o Rácio Bull/Bear (BBR), por estes estarem entre os mais utilizados a nível académico.

- Assim sendo podemos descrever que o índice de volatilidade implícita (VI) têm como principal objetivo avaliar um conjunto de fatores, que entre estes estão as condições, os sentimentos e os níveis de confiança presentes nos mercados. Demonstrando dessa forma a sua relevância no que diz respeito à ajuda que é facultada por estes, para serem tomadas as decisões importantes sobre quais são as direções a seguir.

Os níveis de mercado e os níveis de volatilidade implícita (VI) apresentam-se discordantes entre si, porque no caso de existir um acontecimento que faça com que exista uma queda nas cotações, este acontecimento vai fazer com que se verifique um aumento nos níveis de VI podendo conduzir a uma potencial situação de pânico e por sua vez, uma subidas nas cotações que reduzirá os níveis de VI, reduzindo dessa forma os níveis de ansiedade e adrenalina presentes no mercado, o que se traduz num aumento do nível de satisfação.

Em forma de resumo podemos concluir que:

Quadro 2.1 – Comportamento do índice de volatilidade

Comportamento do índice de volatilidade	Instabilidade / Receio	Estabilidade / Confiança
Índice de volatilidade implícita elevado.		
Índice de volatilidade implícita baixo.		

Fonte: Elaboração própria

A grande vantagem deste indicador corresponde na possibilidade de ser agrupável em intervalos os valores da volatilidade implícita previamente calculados, para que se possa

proceder à sua classificação em diferentes níveis de sentimentos de acordo com a sua intensidade, que vão desde a inexistência de ansiedade até ao pânico externo.

Assim conforme apresentado por Ferreira (2009), pode-se identificar os seguintes tipos de sentimentos de mercado em relação aos níveis de volatilidade implícita:

Quadro 2.2 – Classificação dos níveis de sentimentos de mercado

Níveis de VI (%)	Sentimentos no Mercado
05 – 10	Não existe ansiedade; satisfação externa
10 – 15	Alguma ansiedade, mas muita pouca; grande satisfação ainda
15 – 20	Pouca ansiedade; satisfação moderada
20 – 25	Ansiedade moderada; pouca satisfação
25 – 30	Ansiedade moderada mas em crescimento
30 – 35	Ansiedade elevada
35 – 40	Ansiedade muito elevada
40 – 45	Ansiedade extrema
45 – 50	Início de pânico
50- 55	Pânico moderado
55- 60	Pânico instalado
60- 65	Pânico intenso
+ 65	Pânico extremo

**Fonte:** Adaptado de Ferreira (2009: 389)

Existe ainda evidências empíricas que quando se estabelece uma relação entre os níveis de volatilidade implícita e a evolução do mercado esta apresenta uma relação antagónica entre esses dois componentes, porque é possível traduzir que um acréscimo dos níveis de volatilidade está implicitamente associado a uma descida do valor das cotações, enquanto por sua vez, um decréscimo do valor da volatilidade corresponde sempre a um acréscimo das expectativas dos investidores tornando as mesma mais positivas.

Decorrente do que consta na obra de Ferreira (2009), os valores médios que são verificados neste tipo de índice estão contidos na faixa entre 20 e 30, o que corresponde à existência de um nível de ansiedade moderada. A maior e mais relevante vantagem deste indicador é

estritamente a possibilidade de ser realizada uma graduação em vários níveis do sentimento e com esta é possível fornece uma escala rigorosa sobre os níveis de sentimento do mercado, de acordo com a sua intensidade.

Poderá assim dizer-se, que de acordo com o estudo apresentado por Antognelli-Mcardle-Traub (2000), que o índice de volatilidade implícita «é um bom indicador em relação ao nível de receio ou de ambição», nos mercados de capitais.

Assim nesta medida torna-se possível avaliar o sentimento do mercado recorrendo dessa forma ao *Rácio Put/Call* (PCR), sendo calculado pela seguinte expressão:

$$\text{Rácio Put/Call} = \frac{\text{Volume das Opções de Venda (Puts)}}{\text{Volume das Opções de Compra (Calls)}} \quad (2.3)$$

Este rácio corresponde a um instrumento de medida que tenta atribuir uma valorização sobre o sentimento do mercado, mais concretamente sobre a futura direção do mercado. Este indicador atua como medida “ao contrário”, por outras palavras, como as opções de compra (*calls*) normalmente encontram-se associadas a subidas do valor do ativo subjacente no mercado, enquanto as opções de venda (*puts*) correspondem a desvalorizações no valor do ativo subjacente.

Assim sendo, enquanto a expectativa dominante no mercado é de descida verifica-se um aumento de procura de opções *puts*, uma vez que o objetivo do investidor é contratar um instrumento que o proteja de posições longas ou de possíveis momentos de especulação negativa sobre as cotações.

Por contrapartida, se a expectativa dos investidores é de subida a tendência destes é adquirir opções *calls*, protegendo o seu investimento de posições curtas ou de cariz especulativo decorrente do aumento dos preços.

Assim, se o volume de *calls* for excedido de forma significativa pelo volume de *puts*, podemos concluir que o mercado assumiu um sentimento retração face ao ativo em análise, e nessa medida o rácio *put/call* apresentará uma tendência para devolver valorizações muito positivas. Analisando este indicador com este tipo de resultado, existirá tendência para abandonar o mercado de ações e procurar mercados alternativos. Pelo contrário, quando o volume de *calls*

for superior aos de *puts*, diz-se que o sentimento de mercado é otimista, sendo que o rácio *put/call* tenderá a apresentar valores superiores a zero mas bastante inferiores à unidade.

Por exclusão de partes, sempre que o quociente entre *put* e *call* apresentar um valor unitário, significa que tanto as expectativas positivas como as negativas são idênticas. Conforme apresentado na figura 2.6 que se segue, a título de exemplo podemos considerar que os dois níveis apresentados como referência correspondem como base para este indicador: 0,60 e 0,70.

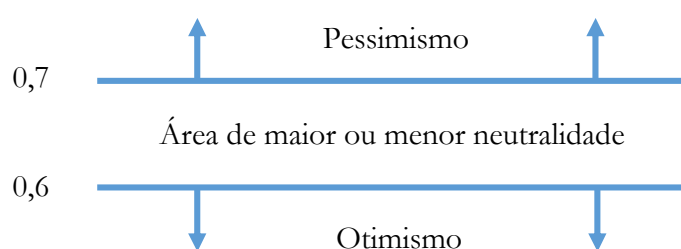


Figura 2.6 – Níveis de otimismo e pessimismo no rácio *put / call*

**Fonte:** Adaptado de Ferreira (2009: 415)

Podemos concluir que o sentimento tende para ser otimista abaixo de 0,6 enquanto acima de 0,7 considera-se como potencialmente pessimista. Contudo apesar de se considerar que as expectativas negativas só estão associadas a valores superiores a 1, vários autores acabaram por considerar prudente utilizar o valor de 0,7 para definir que limiar para a existência de situações de pessimismo, utilizando esse valor como sendo um indicador que a partir do qual o sentimento começa a ter conotação negativa.

Outro indicador que é utilizado para ajudar a definir o sentimento de mercado é designado por Rácio *Bull/Bear* (BBR), este foi publicado pela primeira vez pelo *Investor's Intelligence – New Rochelle, New York*, e que se materializa na consulta semanal a uma amostra de investidores e tem como principal objetivo, apurar a orientação do mercado – pela seguinte escala: otimista, neutra ou pessimista. Esta avaliação é feita através do quociente da seguinte expressão:

$$\text{Rácio Bull/Bear} = \frac{\text{Número de Investidores Optimistas (Bullish)}}{\text{Número de Investidores Pessimistas (Bearish)}} \quad (2.4)$$

Dessa forma quando se verifica uma subida geral das cotações diz-se que o mercado está *bullish* ou otimista, e caso se verifique o contrário, uma descida generalizada das cotações podemos aferir que o mercado está *bearish* ou pessimista.

Valores extremos registados no índice coincidem com altos (*tops*) e baixos (*bottoms*) nos mercados. Assim sendo caso obtivermos um valor da unidade podemos aferir que o número de investidores que consideram que o mercado vai subir é igual ao número dos que esperam que o mercado vá descer, por sua vez caso sejam apurados valores acima da unidade, podemos concluir que a maioria dos investidores tem uma perspetiva otimista face à evolução do mercado. O contrário corresponde por oposição, a uma perspetiva pessimistas sobre a evolução do mercado, conduzindo a um sentimento de desconfiança no mercado.

O índice *IIS – Investors Intelligence Sentimente Survey* surgiu pela primeira vez em Janeiro de 1963 e o seu autor é A. W. Cohen. A utilização do mesmo tem-se revelado um indicador que proporciona uma aderência bastante precisa o que torna possível obter bons resultados na avaliação do sentimento do mercado, em especial quando utilizado na tomada de decisões contrárias à corrente do mercado.

Concluimos desse modo que quando o mercado apresenta o sentimento de descida (*bearish*) será a melhor altura para os investidores adotarem posições longas ou de compras e quando está em subida (*bullish*) deverá adotar-se posições curtas ou de venda. Os indicadores apresentados anteriormente, e a sua análise, deverão ser tidos em conta em conjunto com outros indicadores em comparação, por forma a confirmar os resultados obtidos.

## **2.5 Padrões de comportamento da volatilidade**

Outros estudos consultados concluíram que existem vários padrões de comportamento e que estes são comuns nos diferentes mercados e são habitualmente designados por factos estilizados.

Os principais factos estilizados que são alvo de estudo são as *fat tails* na distribuição da volatilidade dos ativos financeiros, em seguida os *clusters* de volatilidade, em seguida a memória longa (*long memory*) na volatilidade das sucessões cronológicas financeiras, posteriormente a evidência de movimentos conjuntos (*co-movements*) na volatilidade dos mercados, e por fim a evidência de caos e a assimetria na volatilidade (efeito de alavanca).

### 2.5.1 Memória Longa

Um dos efeitos estilizados mais estudado é a memória longa, este efeito corresponde como o nome indica, à memória a longo prazo dos mercados financeiros que corresponde a um dos principais campos estudados no âmbito das finanças, quer nacionalmente, quer internacionalmente, estando a mesma correlacionada com o elevado grau de persistência nas observações encontradas num determinado período que se encontra em estudo.

A existência de memória de longo prazo quando aplicada ao estudo das séries de retornos dos ativos, poderá ter implicações quer ao nível do estudo da eficiência do mercado em estudo, quer da sua previsibilidade.

De acordo com o que foi descrito por Bentes (2013) na publicação “*On The Long Memory Property Of Stock Market Volatility: An Overview*” podemos considerar que a definição de memória longa corresponde à seguinte definição:

*Generally speaking, it is considered that long memory is related to a high degree of persistence of the observed data; hence these two terms are used as synonymous. More specifically, the presence of long-term memory means that the market does not immediately respond to an amount of information flowing into the financial market, but reacts to it gradually over a period. Therefore, past price changes can be used as significant information for prediction of future price changes. The main implication of long memory is that shocks to the volatility process tend to have long-lasting effects. Such persistence is a crucial component of risk management, investment portfolios and derivative pricing.*

Ainda assim, de acordo com Banerjee e Urga (2005: 1-34) a memória longa costuma estar relacionada na maioria das vezes a processos de raízes unitárias. Mas por outro lado os efeitos que são verificados no decorrer do estudo da memória longa mostram que os referidos efeitos de grande persistência no longo prazo foram identificados inicialmente por observações realizadas sobre aspetos de natureza não-financeira, como por exemplo os estudos de McLeod e Hipel (1995), *Exploratory spectral analysis of hydrological times series*.

Além dos autores referidos anteriormente por Banerjee e Urga (2005:1-34), o estudo realizado por Davidson e Terasvirta (2002) apresenta grande valor científico, por levar a cabo uma pormenorizada análise sobre os efeitos da memória longa e da sua dependência não linear nas sucessões cronológicas.

Assim sendo foi possível aferir que a memória longa podia ser detetada em séries temporais que estivessem relacionadas com o processo evolutivo das autocorrelações onde,

contrariamente ao que é verificável com a memória curta, os resultados obtidos tendem a apresentar uma cadência lenta e hiperbólica.

Em suma, se tivermos em consideração o que foi exposto no estudo de Belbutte (2013: 307-315), onde este indica que os valores atuais das variáveis que estavam em estudo à data, apresentaram uma tendência para suportar um grande impacto por via dos valores passados e longínquos.

No caso de Elder e Serletis (2008: 146-155), o seu estudo apresentou conclusões concretas sobre a memória longa e o seu potencial da previsibilidade em séries cronológicas, contudo após a análise da comunidade científica esta teoria foi inviabilizada, pelo facto de existir uma fraca forma de eficiência informacional nos mercados em análise.

Assim, e tendo em consideração o que foi descrito acima, é possível concluir-se que a sucessão cronológica, desde que estacionária e discreta, apresenta uma dependência de longo prazo, mas apenas se a sua autocorrelação satisfaça a igualdade seguinte:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\rho_j}{c_p j^{-\alpha}} = 1 \quad (2.5)$$

onde,

$c_p$  é uma constante arbitrária tal que  $0 < c_p < \infty$ ;

$\alpha$  é uma constante arbitrária tal que  $0 < \alpha < 1$ .

Em alternativa podemos ainda apresentar a referida igualdade da seguinte forma:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=n}^{\infty} |\rho_j| = \infty \quad (2.6)$$

sendo  $n$  o número de observações estudadas.

Da análise realizada sobre alguns estudos identificámos que uma autocorrelação é positiva quando os retornos dos ativos são de curto prazo e negativa para os retornos a longo prazo.

Assim sendo uma autocorrelação negativa origina que os preços dos ativos são considerados como sendo de reversão para a média, evidenciando assim a sua dependência pelo longo prazo.

A evidência de existir na memória longa nas séries de retornos dos índices bolsistas nos mercados financeiros sobre a sua eficiência e previsibilidade assumem assim um papel determinante para a tomada de decisões financeiras.

Podemos contudo referir que, caso uma série demonstre a presença de memória longa, então, de acordo com Gomes e Soares, a mesma depende de um parâmetro de diferenciação fracionária  $d$ , passível de estimação e de testes de hipóteses.

Assim, a memória longa nos mercados financeiros apenas é passível de ser evidenciada quando estudada através de modelos de volatilidade, modelos estes que serão de seguida abordados.

## **2.6 Índices Bolsistas**

Recorrendo ao dicionário da língua portuguesa, o termo Índice no contexto estatístico apresenta como definição o seguinte:

“Número calculado a partir dos elementos de um conjunto de dados numéricos, destinado a exprimir, de forma reduzida, a informação contida nesses dados (a média, a mediana, o desvio-padrão, etc.)”. Esta definição espelha exatamente qual é o principal objetivo de um índice bolsista, que corresponde à forma de como é dada a indicação do comportamento no mercado financeiro que é alvo desse indicador.

### **2.6.1 Definição e características de um índice bolsista**

Um índice não é mais nem menos que uma média que é calculada sobre os preços de um lote de ações previamente selecionadas, este lote normalmente tem como objetivo representar um sector ou mercado específico.

Por outras palavras podemos considerar que um índice é como um “cabaz” de ações que permite ter uma amostra bastante ampla sobre o comportamento de uma indústria, de um sector ou da economia que está em análise.

Quando se define um índice tem-se como principal objetivo que o desempenho coletivo destas ações consiga traduzir as tendências do mercado global que representam e além disso este tem de permitir que os investidores possam fazer um rastreio das alterações de valor que são verificadas num dado mercado de ações em geral. Os índices são ainda considerados como um ponto de referência na avaliação do sucesso de veículos de investimento tais como, por exemplo, carteira de títulos ou fundos mutualistas.

Assim, para que um índice indique o comportamento global do mercado de forma pormenorizada, deve conter um conjunto bastante lato de títulos como ações, obrigações, *commodities* e outros instrumentos que se considerem necessários, para que seja possível obter o mesmo tipo de composição que o mercado em estudo apresenta.

A forma de medida que é normalmente utilizada para aferir a evolução de um índice é o conceito de pontos, ou seja, um índice não é representado por valores em moeda e serve como indicação, se na média, os preços das ações estão numa fase de crescimento ou se estão em fase decrescente.

Em suma, a variação dos índices apresentam uma tendência que é expressa pela evolução que os próprios ativos subjacentes desse índice apresentam no mesmo momento em que é realizada a sua divulgação, ou num momento posterior onde é comparada a sua evolução com a performance do mesmo índice do dia anterior.

Um índice de ações é uma fonte de informação bastante significativa e de grande importância durante o processo de análise da volatilidade dos mercados financeiros. Nessa medida são-lhe atribuídas um conjunto de funcionalidades conforme se encontra descrito por Bentes (2011):

- Possibilidade de comparação histórica entre as rendibilidades dos diferentes mercados (*commodities*, ações, obrigações, etc.);
- Referencial de mercado útil, nomeadamente, para comparar a performance dos fundos de investimento;
- Indicador do nível de atividade económico, uma vez que as cotações são normalmente entendidas como o reflexo das expectativas do mercado, quanto à sua evolução;
- Considerado como um barómetro das oscilações do mercado, em particular, no que diz respeito a crashes e bolhas especulativas.

Existem índices para inúmeras finalidades que são considerados como índices gerais, mas existe a possibilidade de construir ou selecionar índices específicos de acordo com as necessidades dos investidores. Normalmente os índices gerais abarcam a totalidade das emissões que estão admitidas em negociação num determinado segmento de mercado ou na sua globalidade, e são interpretadas normalmente como tendo um índole meramente informativa. Como contrapartida os índices customizados pelos investidores agregam apenas uma parte do segmento do mercado, apresentando dessa forma a evolução de um conjunto fixo e bem definido de títulos.

Nessa medida é possível classifica-los segundo dois outros tipos de critérios de construção:

- Pelo sistema de ponderação – do preço, de proporção igual ou do valor de mercado ou dos valores de capitalização bolsistas.

Assim utilizando este processo na construção de um índice constatamos que numa primeira fase não é tido em consideração o peso do preço de ação que é adicionada ao índice, o que leva a que se verifiquem que os movimentos provocados pelas ações que apresentam elevado valor, sejam dominantes, uma vez que influenciariam a evolução do índice no mesmo sentido.

- Pela média, seja ela aritmética ou geométrica.

Neste processo de construção os preços individuais das ações necessitam de estar agregados para transmitir um único número, ou seja o valor do índice, e para isso recorre-se à média aritmética ou à média geométrica.

Desse modo na construção do índice bolsista, é necessário ter-se em linha conta um conjunto de critérios essenciais para que se possa mensurar o comportamento que é registado pelo mercado. Dessa forma enumera-se alguns dos seus elementos fundamentais:

- A composição e a representatividade do mercado alvo, considera-se que um índice deva ter uma composição que seja robusta, deverá incorporar o maior número possível de empresas, para ser significativamente representativo do comportamento que é registado pelo mercado em estudo;
- A forma de ponderação dos títulos que compõem o “cabaz” de títulos, uma vez que existem várias formas de o fazer e que de entre elas as que são normalmente utilizadas para índices de ações são a capitalização bolsista e a cotação;

- E por fim a escolha da data de referência, pela importância de se delimitar uma data para o início da contagem do índice.

Podemos concluir que um índice de ações é um indicador estatístico que reflete o valor agregado do mercado que o compõem. Em suma uma qualquer alteração num dos seus títulos ou no segmento de mercado, o índice refletirá essa mesma variação.

### **2.6.2 Principais índices bolsistas**

De acordo com a análise que foi realizada, constatamos que o conceito de índice de ações foi introduzido por Charles Dow, em 03 de Julho de 1884 e era composto na sua origem por 11 títulos. O objetivo que motivou o autor Charles Dow a criar este instrumento era capacitar os investidores da época com um instrumento que determinasse a tendência global do mercado acionista americano, que a essa data, segundo indicações da época se encontrava numa fase de crescimento e de grande complexidade.

Posteriormente em 1987, o índice foi dividido, para ser possível apresentar separadamente dois sectores que tinham características bastantes diferentes, ou seja o sector industrial e o sector dos caminhos-de-ferro. Dessa forma foi assim criado o índice *Dow Jones Railroad Average (DJIA)*, que era composto por um conjunto de 12 ações industriais.

Nos dias de hoje, este mesmo índice, é composto por 20 empresas industriais e que são transacionadas na bolsa *New York Stock Exchange (NYSE)*.

A nível mundial, existem inúmeros índices de ações internacionais destacando-se na Europa os seguintes – EUROSTOXX 50, FTSE100, DAX 30, CAC 40, IBEX 25, FTSE MIB, nos EUA os principais índices são os seguintes - DOW JONES, NASDAQ 100, S&P500 e na Ásia – NIKKI 225, HANG SENG, KOSPI.

No caso particular de Portugal, o principal índice de referência do mercado de capitais portugueses é o *PSI 20 – Portuguese Stock Index*. O primeiro valor base deste índice foi registado em 31 de Dezembro de 1992 com 3000 pontos. O PSI 20 como os demais índices reflete a evolução dos preços de um conjunto de emissões de ações, 20 neste caso. Estas foram seleccionadas do universo das empresas admitidas à negociação no Mercado de Valores Mobiliários como tendo maior dimensão e liquidez.

## 2.7 NASDAQ 100

O nome NASDAQ refere-se originalmente ao *National Association of Securities Dealers Automated Quotation System*.

O índice NDX é composto maioritariamente por empresas tecnológicas, denominado NASDAQ 100, contemplando cem empresas que laboram no mercado americano e que possuem maior capitalização bolsista. Têm como principal característica o facto das mesmas serem instituições não-financeiras, que laboram no mercado das grandes indústrias (sendo que a maioria das empresas cotadas neste índice estão afetas ao sector da tecnologia). Em seguida é possível verificar a lista de todas as empresas que incorporam o índice que irá ser estudado.

Consideramos ainda relevante apresentar uma breve descrição da história do índice compreendida entre 1971 a 2014.

Quadro 2.3 – Lista de acontecimentos relevantes no Índice NASDAQ 100

<b>Year</b>	<b>Historical Event</b>
1971	NASDAQ introduces the era of all-electronic trading. With this innovation, NASDAQ attracts new growth companies, such as Microsoft, Apple, Cisco, Oracle and Dell.
1987	OM, Europe's first derivatives exchange (founded in 1985) becomes the world's first exchange that is a publicly traded and listed.
1990	OM becomes the first exchange in history to transform the exchange business model by leveraging its capital markets and technology expertise to service the exchange industry. The company sold the world's first electronic exchange system for derivatives trading, commercializing its proprietary technology
2005	NASDAQ begins offering investor relations, public relations and multimedia services (technology-based monitoring, reporting and marketing) to listed companies to help promote their capital health. Today, this business represents more than 10% of total net revenue.
2007	NASDAQ merges with OMX, a leading exchange operator in the Nordics, to diversify and expand its global footprint, and changes its name to The NASDAQ OMX Group.

---

<b>Year</b>	<b>Historical Event</b>
2013	The NASDAQ OMX Group acquires Thomson Reuters' investor relations, public relations and Multimedia Solutions businesses, expanding its corporate solutions business. The acquisition makes The NASDAQ OMX Group a leading provider of company solutions to more than 10,000 corporate clients.
2014	The NASDAQ OMX Group is now known as Nasdaq, which represents its rising global brand recognition and new brand identity.

---

**Fonte:** <http://business.nasdaq.com/discover/nasdaq-story/index.html>

Em seguida podemos verificar na figura 2.7, a lista de todos os ativos que compõem o índice NASDAQ 100, à data deste estudo. Composto por diversos setores, desde o famoso sector tecnológico até ao sector de prestação de serviços, como o sector aeronáutico.

Por último, podemos ver ainda o volume que cada uma das entidades detém no índice.

Symbol	Name	Volume	Symbol	Name	Volume
ATVI	Activision Blizzard, Inc.	5.685.599	LIBYK	Liberty Global plc	4.790.702
ADBE	Adobe Systems Incorporated	3.792.644	QVCA	Liberty Interactive Corporation	1.967.090
AKAM	Akamai Technologies, Inc.	3.182.709	LILA	Liberty LiLAC Group	262.39
ALXN	Alexion Pharmaceuticals, Inc.	2.041.124	LILAK	Liberty LiLAC Group	422.078
GOOG	Alphabet Inc.	2.421.236	LMCA	Liberty Media Corporation	872.109
GOOGL	Alphabet Inc.	2.708.520	LMCK	Liberty Media Corporation	740.092
AMZN	Amazon.com, Inc.	4.361.273	LVNTA	Liberty Ventures	551.155
AAL	American Airlines Group Inc.	10.778.159	LLTC	Linear Technology Corporation	1.966.966
AMGN	Amgen Inc.	2.801.651	MAR	Marriott International, Inc.	3.159.777
ADI	Analog Devices, Inc.	2.901.569	MAT	Mattel, Inc.	13.972.363
AAPL	Apple Inc.	65.003.609	MU	Micron Technology, Inc.	35.210.609
AMAT	Applied Materials, Inc.	17.322.312	MSFT	Microsoft Corporation	47.006.491
ADSK	Autodesk, Inc.	2.312.296	MDLZ	Mondelez International, Inc.	9.722.244
ADP	Automatic Data Processing, Inc.	1.536.881	MNST	Monster Beverage Corporation	845.474
AVGO	Avago Technologies Limited	3.706.972	MYL	Mylan N.V.	9.710.338
BIDU	Baidu, Inc.	3.227.845	NTAP	NetApp, Inc.	4.709.410
BBBY	Bed Bath & Beyond Inc.	1.996.631	NFLX	Netflix, Inc.	18.735.608
BIIB	Biogen Inc.	1.654.957	NVDA	NVIDIA Corporation	6.908.645
BMRN	BioMarin Pharmaceutical Inc.	1.188.367	NXPI	NXP Semiconductors NV	4.788.006
CA	CA, Inc.	3.841.038	ORLY	O'Reilly Automotive Inc.	1.029.622
CELG	Celgene Corporation	4.106.166	PCAR	PACCAR Inc.	2.530.146
CERN	Cerner Corporation	2.214.910	PAYX	Paychex, Inc.	1.865.034
CHRW	CH Robinson Worldwide Inc.	2.361.432	PYPL	PayPal Holdings, Inc.	5.803.074
CHTR	Charter Communications, Inc.	1.791.268	QCOM	QUALCOMM Incorporated	17.223.486
CHKP	Check Point Software Technologies Ltd.	1.609.656	REGN	Regeneron Pharmaceuticals, Inc.	633.725
CSCO	Cisco Systems, Inc.	32.744.930	ROST	Ross Stores Inc.	3.129.396
CTXS	Citrix Systems, Inc.	1.525.419	SNDK	SanDisk Corp.	1.598.640
CTSH	Cognizant Technology Solutions Corporation	6.386.946	SBAC	SBA Communications Corp.	1.336.793
CMCSA	Comcast Corporation	27.093.360	STX	Seagate Technology Public Limited Company	5.003.288
COST	Costco Wholesale Corporation	2.434.039	SIRI	Sirius XM Holdings Inc.	29.857.104
DISCA	Discovery Communications, Inc.	6.131.402	SWKS	Skyworks Solutions Inc.	6.047.213
DISCK	Discovery Communications, Inc.	2.828.803	SPLS	Staples, Inc.	17.550.247
DISH	Dish Network Corp.	3.077.692	SBUX	Starbucks Corporation	13.453.719
DLTR	Dollar Tree, Inc.	2.800.605	SRCL	Stericycle, Inc.	1.139.824
EBAY	eBay Inc.	11.470.364	SYMC	Symantec Corporation	7.958.500
EA	Electronic Arts Inc.	4.644.729	TSLA	Tesla Motors, Inc.	2.831.518
EXPD	Expeditors International of Washington Inc.	1.922.840	TXN	Texas Instruments Inc.	5.097.663
ESRX	Express Scripts Holding Company	4.208.459	KHC	The Kraft Heinz Company	3.895.009
FB	Facebook, Inc.	24.813.496	PCLN	The Priceline Group Inc.	369.372
FAST	Fastenal Company	1.860.689	TSCO	Tractor Supply Company	789.337
FISV	Fiserv, Inc.	1.370.640	TRIP	TripAdvisor Inc.	1.447.124
GRMN	Garmin Ltd.	2.261.747	FOX	Twenty-First Century Fox, Inc.	4.889.686
GILD	Gilead Sciences Inc.	10.309.033	FOXA	Twenty-First Century Fox, Inc.	14.230.678
HSIC	Henry Schein, Inc.	546.11	VRSK	Verisk Analytics, Inc.	949.112
ILMN	Illumina Inc.	1.703.497	VRTX	Vertex Pharmaceuticals Incorporated	2.283.410
INCY	Incyte Corporation	1.463.717	VIAB	Viacom, Inc.	5.314.750
INTC	Intel Corporation	19.528.029	VIP	VimpelCom Ltd.	5.041.158
INTU	Intuit Inc.	2.344.960	VOD	Vodafone Group Plc	3.921.086
ISRG	Intuitive Surgical, Inc.	387.946	WBA	Walgreens Boots Alliance, Inc.	4.180.727
JD	JD.com, Inc.	7.091.830	WDC	Western Digital Corporation	4.266.221
GMCR	Keurig Green Mountain, Inc.	6.146.204	WFM	Whole Foods Market, Inc.	9.061.692
KLAC	KLA-Tencor Corporation	1.026.896	WYNN	Wynn Resorts Ltd.	2.911.635
LRCX	Lam Research Corporation	1.952.685	XLNX	Xilinx Inc.	1.866.755
LIBYA	Liberty Global plc	3.798.628	YHOO	Yahoo! Inc.	17.562.105

Figura 2.7 – Lista de empresas que fazem parte do Índice NASDAQ 100

Fonte: <http://finance.yahoo.com/q/cp?s=%5ENDX>

## 2.8 Modelos de Volatilidade e Previsão

A comunidade científica tem procurado ao longo de várias décadas compreender e aperfeiçoar o conhecimento em torno da volatilidade, porque esta não é observável diretamente nos mercados, mas ao descrever e compreender o seu movimento é possível reduzir a incerteza / risco no investimento.

Dos inúmeros modelos que têm sido apresentados ao longo das últimas décadas, todos eles têm o mesmo objetivo, ser capazes de prever potenciais alterações no comportamento dos mercados, captar essas mesmas alterações e interpretar os acontecimentos mais relevantes, tais como prever o impacto que se verifica quando existem boas e más notícias sobre um determinado acontecimento, ou a persistência, a reversão e a influência que é identificada sobre variáveis exógenas diversas.

Ao analisar a literatura é possível encontrar outras abordagens que também tentam explicar o comportamento da volatilidade, um exemplo disso é o recurso a modelos de heterocedasticidade condicionada, conforme Figura 2.8 que se segue.

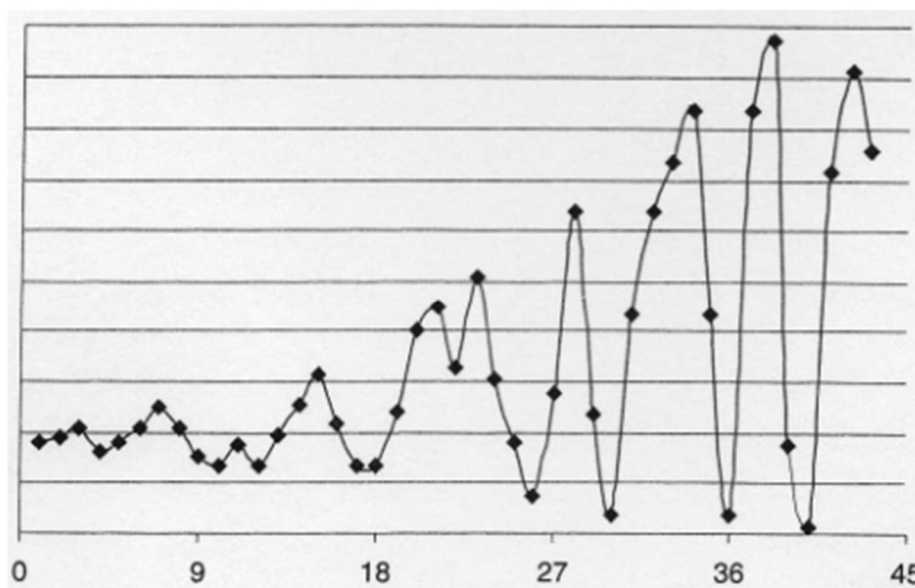


Figura 2.8 – Processo com Heterocedasticidade

**Fonte:** Ferreira (2009: 428)

Numa perspetiva histórica a primeira vez que se tentou proceder à modelagem da volatilidade foi por Engle (1982: 83-104) com recurso ao Modelo ARCH, que com base em valores dos

retornos verificados no passado, estabeleceu uma correlação ou modelagem da volatilidade para a inflação inglesa à data.

Este modelo tem vindo a ser alvo de inúmeros estudos na tentativa de o fazer evoluir, assim como tem sido utilizado como ponto de partida para a formulação de outros modelos, no sentido de modelar outros tipos de fenómenos, de maneira a adequar-se a cada situação concreta ou a cada objetivo que é idealizado pelo investigador. De modo a apresentar evidências da sua capacidade de previsão preditiva face a um determinado comportamento dos mercados, para que o modelo determine um resultado com um elevado grau de fiabilidade.

Por exemplo foi Bollerslev (1986: 307-327) que propôs um aperfeiçoamento do modelo inicial ARCH originando assim o denominado modelo GARCH, que é muito utilizado para descrever as séries financeiras.

A principal diferença entre os modelos corresponde à inclusão de volatilidades anteriores na fórmula da variância condicional permitindo ao modelo ser mais económico. No entanto, como o modelo GARCH aborda os retornos positivos e negativos da mesma forma e tendo em consideração que retornos negativos aumentam mais a volatilidade que os retornos positivos, outros investigadores procederam ao desenvolvimento de outros modelos para terminar de polir algumas arestas / limitações que existiam em ambos os modelos.

Nessa sequência foi através de Engle e Bollersvel (1986) que surgiu uma nova formulação apelidada de IGARCH e por Baillie et al. (1996), que posteriormente que foi divulgada uma versão mais aprimorada do antigo modelo ARCH que desta vez foi apelidada por FIGARCH. Estes modelos tentaram explicar o fenómeno das «dependências temporais observadas na volatilidade do mercado financeiro», tendo por base uma abordagem mais flexível e adequada, segundo o que é referido por Bentes (2011: 52).

Estes modelos são o principal objeto deste estudo e será apresentado em seguida uma revisão de cada modelo, com a sua definição e as suas limitações.

### **2.8.1 Modelo ARCH - Autoregressive Conditional Heteroscedastic**

Segundo o que foi descrito por Ferreira (2009: 433) entende-se como modelo ARCH o seguinte:

[o]s modelos ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) [...] podem ser considerados como uma forma especial de sucessões cronológicas não-lineares [...] [Estes] foram introduzidos numa forma simplificada por Engle [...], possibilitando um estudo mais

exaustivo das dinâmicas dos activos financeiros. Apenas um modelo ARCH descreve simultaneamente a variância condicionada.

Assim sendo, podemos considerar que uma das características que definem as séries financeiras é de que os retornos não apresentam variância constante no tempo e nessa medida são formados grupos com diferentes graus de volatilidade e com uma média constante.

Se tivermos como pressuposto que a volatilidade é previsível, mas que depende do fator tempo, o mesmo que Engle (1982: 83-104) assumiu como ponto de partida, conseguimos construir um modelo no qual a variância seria condicionada por uma equação algébrica, modelando dessa forma tanto a média como a variância condicionada.

Este modelo possui um conjunto de propriedades de cariz probabilístico, que são favoráveis à sua aplicação aos mercados acionistas. Que entre elas podemos destacar a não correlação ao longo do tempo, o que corresponde a uma distribuição que contem rendimentos extraordinariamente grandes e extremamente pequenos, sendo por essa razão uma distribuição bastante mais comuns e mais preditiva do que a distribuição normal poderia ser.

O modelo de *ARCH* é formulado com base na variância condicionada de uma variável aleatória, como por exemplo  $\mu_t$ , a qual é designada por  $\sigma_t^2$ , dando assim origem às expressões apresentada nas equações 2.7. e 2.8, que se seguem.

$$\sigma_t^2 = \text{var}(\mu_t | \mu_{t-1}, \mu_{t-2}, \dots) = E[(\mu_t - E(\mu_t)) | \mu_{t-1}, \mu_{t-2}, \dots] \quad (2.7)$$

onde  $E(\mu_t) = 0$ , sendo que

$$\sigma_t^2 = \text{var}(\mu_t | \mu_{t-1}, \mu_{t-2}, \dots) = E[\mu_t^2 | \mu_{t-1}, \mu_{t-2}, \dots] \quad (2.8)$$

**Fonte:** Bentes 2015, obra não publicada

Podemos afirmar que a variância condicionada de uma variável aleatória  $\mu_t$ , a qual será distribuída e que apresenta uma média de zero, terá de ser igual ao valor esperado condicionado do quadrado de  $\mu_t$ .

Tal como a fórmula 2.8 acima nos indica, este modelo apresenta uma distribuição com recurso aos retornos passados e tem em consideração uma função quadrática que mantém o pressuposto de que a autocorrelação se mantém na volatilidade das observações estudadas.

O modelo *ARCH* permite ainda que sejam realizados estudos na sua vertente mais simples, sendo esta apelidada por *ARCH* (q) e que apresenta a seguinte formulação 2.9:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \mu_t \quad (2.9)$$

onde,

$$\mu_t = v_t \sigma_t$$

$$v_t \cong N(0,1)$$

$$\text{cov}[v_t, \mu_{t-i}] = 0$$

e ainda por,

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \mu_{t-i}^2 \quad (2.10)$$

**Fonte:** Bentes 2015, obra não publicada

Contudo, com as restrições, do tipo  $\omega > 0$ ,  $\alpha_i > 0$ , e com  $i = 1, 2, \dots, q$ , de maneira a defender sempre a teoria que o somatório de todos os parâmetros deve ser obrigatoriamente inferior à unidade, contudo para que isso seja possível é fulcral que seja cumprida com a condição de estacionaridade fraca, tal como descrito no estudo de Bentes (2014):

*Consider the time series  $y_t$  and the associated prediction error  $\varepsilon_t \equiv y_t - E_{t-1}y_t$  where  $E_{t-1}$  is the expectations operator conditioned on time  $t-1$  information. By definition,  $\varepsilon_t$  is serially uncorrelated with mean zero but the conditional variance of the process  $\sigma_t^2$  is changing over time. In the classic ARCH(q) process proposed by [Engle (1982)] [ $\sigma_t^2$  is postulated to be a linear function of the lagged squared*

*innovations implying Markovian dependence dating back only  $q$  periods; that is,  $\varepsilon_{t-i}^2$  for  $i = 1, 2, \dots, q$*

Ou por Ferreira (2009: 433) onde refere que «a ordem do processo ( $q$ ) determina a extensão em termos temporais durante a qual um choque pode persistir condicionando a variância dos erros nos próximos períodos». De acordo com esta teoria, podemos referir que o processo ( $q$ ) assume um processo/modelo de ARCH ( $q$ ). Alguns autores defendem ainda que quanto maior for o valor de ( $q$ ), mais longos serão os episódios de volatilidade.

Assim sendo foi considerado por Silveira (2008), que este modelo apresenta uma vantagem relativamente à estimação dos seus parâmetros e que pode ser realizada facilmente pelo método de máxima verossimilhança condicional, ou seja *Maximum Likelihood Estimator*, que corresponde a um processo que tenta encontrar os valores mais apropriados para os parâmetros  $\omega$  e  $\alpha_i$ .

No entanto, este modelo apresenta algumas limitações nos pressupostos. Nessa medida Bentes (2011) enumera algumas das principais limitações que foram referidas por Brooks (2002) no seu estudo:

- Inexistência dum processo definido para a determinação do número de desfasamentos no sentido de captar a volatilidade do processo;
- Necessidade de existência dum número elevado de desfasamentos para captar todas as dependências da variância condicionada, o que resulta num modelo não parcimonioso;
- Possível violação das restrições de não negatividade: de facto, quanto mais parâmetros forem introduzidos na equação da variância condicionada mais provável se torna que ocorram valores estimados negativos.

Adicionalmente a estas limitações foi ainda referido por Ferreira (2009) as seguintes:

- Este modelo está apenas orientado para rendimentos de sucessões cronológicas e as decisões financeiras vão ainda depender de outras variáveis;
- O mesmo assume a existência de meios envolventes que embora sendo bastante estáveis, não capturam acontecimentos associados à turbulência apresentada nos mercados tais como fusões, aquisições, reestruturações, entre outros acontecimentos; e
- A evolução dos preços neste modelo é modelada com base no conhecimento comum, incorporando assim preços passados, mas não dando grande relevância a informações do foro particular de alguns intervenientes.

Algumas destas limitações foram ultrapassadas com desenvolvimentos teóricos e empíricos que foram colmatadas com a introdução de novos modelos, como o modelo GARCH ou qualquer uma das suas variantes.

### **2.8.2 Modelo GARCH - *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic***

Na sequência das limitações que enumeramos no modelo anterior, a comunidade científica considerou ser necessário proceder ao desenvolvimento ou por outras palavras à introdução de um novo modelo, cujo principal objetivo era tentar colmatar algumas das limitações identificadas no modelo original ARCH. Dessa forma surgiu um novo modelo com a denominação de GARCH (p,q) e o autor desse desenvolvimento foi Bollerslev (1986: 307-327), que em 1986 apresentou o modelo GARCH - *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* à comunidade científica, este constitui uma generalização do modelo ARCH que consiste em modelar a variância condicionada não só em função do quadrado dos erros passados, mas também em função dos próprios valores passados da variância condicionada, sendo à data considerado como um desenvolvimento bastante significativo.

Assim, podemos concluir que tanto o modelo ARCH como o modelo GARCH são processos estocásticos e cuja volatilidade condiciona os rendimentos futuros. Este autor indica ainda que a maior vantagem que foi introduzida, consiste na formulação ARCH, sendo baseada numa relação auto-regressiva que pode conduzir na prática a uma ordem de atrasos “q” significativamente grande e conseqüentemente levar à determinação de um importante número de parâmetros.

Por sua vez o modelo GARCH permite a presença de componentes auto-regressivos e de médias móveis na variância heteroscedástica dos ativos financeiros, tal como se pode verificar nos processos ARMA que foram propostos por Box e Jenkins (1976). Assim sendo, GARCH é um mecanismo que inclui as variâncias passadas na explicação das variâncias futuras. Mais concretamente, GARCH é uma técnica de séries temporais que admite a utilização do modelo de dependência serial da volatilidade Bollerslev (1986: 307-327).

Devido à dificuldade existente para estimar os coeficientes do modelo ARCH, resultado da frequente necessidade de uma ordem “q” elevada, o modelo GARCH adiciona a dependência da variância em relação à variância passada. Ou seja, este novo modelo permite avaliar a variância condicionada tanto em função do quadrado dos resíduos passados (modelo *ARCH*), como também dos próprios valores passados da variância condicionada.

A fórmula utilizada no modelo *GARCH* é expressa conforme o indicado em 2.11:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \mu_{t-i}^2 + \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.11)$$

sendo que:

$q$  pertence ao processo do modelo *ARCH*( $q$ )

$p$  pertence ao processo do modelo *GARCH*

no entanto é necessário que estejam reunidas as seguintes condições:

$$\omega \geq 0 ;$$

$$\alpha_i \geq 0 \ (i = 1, 2, \dots, q) ; \text{ e também}$$

$$\beta_i \geq 0 \ (i = 1, 2, \dots, p) ;$$

**Fonte:** Bentes 2015, obra não publicada

Onde é garantido, dessa forma que a variância condicionada não apresenta valores negativos.

É ainda de salientar que de todos os modelos utilizados no processo *GARCH*, a formulação mais utilizada é a que é expressa através da equação 2.12:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \mu_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2.12)$$

Desta forma segundo o que está descrito em Ferreira (2009), a variância resultante da equação anterior, é explicada por três efeitos:

$\omega$  – representa a componente constante;

$\alpha_1 \mu_{t-1}^2$  – corresponde à variância, componente *ARCH*;

$\beta_1 \sigma_{t-1}^2$  – representa a previsão da volatilidade com suporte no período anterior, componente *GARCH*.

À semelhança do modelo original ARCH, este modelo apresenta ainda algumas limitações e desvantagens, sendo a principal desvantagem o facto de este não ser capaz de modelar o efeito de assimetria quando existem diferentes volatilidades registadas independentemente se estas sejam positivas ou negativas.

Bollerslev (1986: 307-327), refere no seu estudo que o Modelo GARCH foi o que apresentou melhores resultados aquando da modelagem da dependência condicional da volatilidade financeira no entanto, apesar deste processo de modelagem ter sido considerado uma boa ferramenta e que se demonstrou eficaz na realização do estudo da volatilidade, revelou-se por outro lado inadequado quando se olha para o estudo da persistência na memória longa porque se verifica a existência de choques de decadência exponencialmente rápidos.

Conclui-se assim que este tipo de modelo só consegue ser eficaz, quando é aplicado a estudos que visam analisar os efeitos da volatilidade na memória no curto-prazo.

De acordo com o estudo realizado por Charlot e Marimoutou (2014), bem como na análise de Lunde e Hansen (2005) onde é referido que o modelo GARCH deve ser utilizado como o modelo que mais favorece o estudo sobre a volatilidade das taxas de câmbio.

Neste modelo é possível enumerar as seguintes desvantagens e limitações:

- Preocupação com a sensibilidade das estimativas do modelo relativamente à duração do período da previsão, com a distribuição utilizada e com a magnitude do desvio-padrão;
- Inexatidão dos resultados quando a distribuição dos resíduos não é gaussiana, ou normal;
- Sobreavaliação dos efeitos de persistência da volatilidade.

Tais limitações verificam-se quando se adotam pressupostos desajustados como sejam:

- A quantidade de informação a que os investidores têm acesso não é constante, como pressupõe o modelo;
- Não se conseguiu provar ainda que o desvio-padrão e a variância são métodos eficientes de previsão e evolução futura dos preços e rendibilidades; e
- Não se considera a composição do mercado no que se refere ao perfil dos investidores.

### 2.8.3 Modelo IGARCH - *Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*

Foram Engle e Bolerslev (1986) que desenvolveram o modelo *IGARCH*, como sendo uma extensão do modelo *ARCH* original e que tinha como principal objetivo colmatar as lacunas apresentadas pelos modelos anteriores, utilizado para isso a sobreavaliação da persistência ou por outras palavras a memória longa na equação da variância condicionada desde que se verifique que o modelo *GARCH(p,q)*, respeite a igualdade seguinte:

$$\hat{\alpha}(1) + \hat{\beta}(1) = \sum_{i=1}^q \hat{\alpha}_i + \sum_{i=1}^p \hat{\beta}_i = 1 \quad (2.13)$$

**Fonte:** Bentes 2015, obra não publicada

Caso esta não apresente o valor unitário, pode ainda esta formulação apresentar igualmente um valor próximo da unidade. Este modelo foi apelidado por alguns elementos da comunidade científica como sendo o modelo IGARCH – Integrated GARCH(p,q), contudo também se pode chamar de GARCH(p,q) integrado.

Posteriormente a ser verificada a igualdade apresentada em (2.13), é necessário ter em linha de conta um par de considerações para se poder utilizar a formulação do modelo IGARCH com base na fórmula original GARCH apresentada em seguida:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \mu_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.14)$$

**Fonte:** Bentes 2015, obra não publicada

- No caso de  $\omega = \mathbf{0}$ , estamos perante um modelo integrado na variância sem tendência, uma vez que não afetará a fórmula inicial;
- No caso de  $\omega \neq \mathbf{0}$ , estamos perante um modelo integrado na variância, no entanto aqui já exerce alguma tendência.

Dessa forma, segundo o que foi descrito por Bentes (2011: 50) se recorrermos à formula ARMA(max{p,q},q) é possível reescrever a seguinte fórmula:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \mu_{t-i}^2 + \beta_j \sigma_{t-j}^2. \quad (2.15)$$

**Fonte:** Bentes 2015, obra não publicada

Nesta sequência o objetivo principal dos autores deste modelo tinham como base o desenvolvimento de um mecanismo de medida em que fosse possível apresentar um modelo que pudesse trabalhar dados financeiros não estacionários, tendo em consideração uma grande parte dos dados financeiros de hoje em dia são considerados como não estacionários, permitindo dessa forma proceder à modelação de sucessões cronológicas não estacionárias, sem haver necessidade de existir uma pré-diferenciação entre as respetivas sucessões, isto é, desta forma é possível manter todas as características das informações que foram apresentadas nos dados originais sem haver o risco das mesmas serem alteradas aquando da diferenciação dos processos.

Concluída a introdução do modelo *IGARCH*, passamos então a apresentar a sua representação:

$$\Phi(L)(1-L)\sigma_t^2 = \omega + [1-\beta(L)]v_t \quad (2.16)$$

Tendo em consideração que:

$$\Phi(L) = [1 - \alpha(L) - \beta(L)] \text{ e } v_t \equiv \mu_t^2 - \sigma_t^2 \quad (2.17)$$

**Fonte:** Bentes 2015, obra não publicada

Podemos aferir, que o modelo de *IGARCH*, apesar de trazer algumas melhorias para os investigadores, não consegue mitigar todas as exigências colocadas pelos mesmos.

A principal razão para isso, segundo indicado por Bentes (2011) deriva do facto de existir «excessiva evidência de persistência nos dados financeiros levou os investidores a questioná-la, uma vez que não se reconhece qualquer razão plausível para esse efeito.»

Contudo, alguns autores, que entre eles destaca-se Baillie *et al*, (1996) obtiveram factos que demonstram a existência de uma persistência infinita na volatilidade, não tendo sido possível apresentar resultados concretos e satisfatórios para quem o utiliza uma vez que a memória

infinita é uma conjectura com elevado grau de subjetividade, motivando assim a comunidade científica para proceder à formulação de outro modelo que mitigasse essas fragilidades.

#### 2.8.4 Modelo FIGARCH - *Fractionally Integrated Autoregressive Conditional Heteroscedastic*

No seguimento do processo de investigação e desenvolvimento indicado anteriormente, que tem como principal objetivo colmatar as fragilidades apresentadas pelo modelo *IGARCH* foi apresentado à comunidade científica o modelo *FIGARCH*( $p,d,q$ ) fruto de um processo de desenvolvimento partilhado por vários autores, de entre os quais se destacam Baillie, et al, (1996).

O principal objetivo para se ter realizado esse desenvolvimento foi o de «proporcionar uma abordagem mais flexível e adequada para explicar e representar as dependências temporais observadas na volatilidade do mercado financeiro» Bentes (2011: 52).

Nessa medida o modelo *FIGARCH*( $p,d,q$ ), apresenta a seguinte formulação:

$$\Phi(L)(1-L)^d \sigma_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]\nu_t \quad (2.18)$$

**Fonte:** Bentes 2015, obra não publicada

Onde  $d$  corresponde ao parâmetro de integração fracionária, podendo o mesmo apresentar duas variáveis: se for verificado que  $d = 0$ , estamos perante o modelo de *GARCH*; caso a variável assumo o seguinte valor  $d = 1$ , estamos perante o modelo *IGARCH*. No entanto, se essa variável apresente valores no intervalo  $0 < d < 0,5$  o modelo é estacionário descrevendo apenas fenómenos de memória curta finita se por outro lado no caso da variável  $d$  apresente valores compreendidos entre  $0,5 < d < 1$  podemos concluir que o modelo apresenta fenómenos de memória longa finita. Por fim se forem registados nessa mesma variável valores superiores à unidade, caso  $d > 1$  o modelo diz-se explosivo, apresentando dessa forma como uma alternativa para determinar a memória longa infinita.

Em suma, esta formulação é considerada por vários autores como sendo o melhor modelo que deve ser aplicado ao estudo da memória longa nos mercados financeiros.

### III. CAPÍTULO – DESCRIÇÃO DOS DADOS E EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS

O objetivo deste capítulo é apresentar uma análise prática sobre o objeto deste estudo e sobre o grau de persistência ou de memória longa da rendibilidade do índice NASDAQ 100. Dessa forma iniciamos este capítulo com a apresentação dos dados cronológicos e a amostra que será objeto do estudo.

Neste caso, tratando-se de um estudo sobre as rendibilidades das cotações do índice NASDAQ 100, a amostra selecionada é composta por um conjunto bastante alargado de elementos de um determinado período (período de análise), onde, com recurso aos modelos estudados nos capítulos anteriores, será feita a aplicação dos referidos elementos aos modelos com o principal objetivo de provar que existe memória longa na volatilidade das rendibilidades do NASDAQ 100 e que os efeitos dos choques na volatilidade tendem a prolongar-se ao longo do tempo.

O presente capítulo será dividido em sete secções, onde vão ser abordados os seguintes temas:

- A metodologia adotada para proceder ao estudo do índice NASDAQ 100;
- A descrição da amostra;
- A aplicação dos modelos de volatilidade;
- Verificação dos pressupostos;
- Análise dos resíduos do modelo  $AR(p)$ ;
- Estimação dos modelos  $AR(2)$ -GARCH(1,1),  $AR(2)$ -IGARCH(1,1) e  $AR(2)$ -FIGARCH(1,1);
- Síntese do Capítulo.

#### 3.1 Metodologia adotada

Para desenvolver esta dissertação e suportar o processo de investigação, com foi indicado na revisão da literatura, realizou-se um trabalho de pesquisa sobre a memória longa no índice NASDAQ 100 direcionado para o estudo de modelação da volatilidade condicionada e respetivos modelos auto-regressivos de heteroscedasticidade condicionada.

Através da base de dados *Datastream* foi selecionada uma amostra com as cotações de fecho diárias do índice, cotações essas que foram trabalhadas e analisadas após aplicação dos modelos

*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (GARCH), Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (IGARCH) e Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (FIGARCH)* para se poder apurar qual destes modelos será o mais adequado para medir a volatilidade no mercado a longo prazo.

### **3.2 Descrição da amostra**

Na realização do estudo utilizou-se um conjunto de dados diários recolhidos através da base de dados *Datastream* no período compreendido entre 10/1/2000 a 20/11/2015.

*Datastream* é uma base de dados de elementos financeiros, onde é possível personalizar as séries (informação) e apresentá-la de forma intuitiva, podendo para isso ser possível apresentar a informação em forma de gráficos ou tabelas. Recorreu-se a esta ferramenta para facilitar a análise dos ativos (índice NASDAQ 100), que se encontra em estudo no período de tempo acima indicado.

Dessa forma, se for tido em consideração que já tinham sido definido o intervalo temporal do estudo, recorreu-se à ferramenta *Datastream* para obter a série de registos financeiros que foram registados sobre o índice, para posteriormente se dar início ao estudo da memória longa da rendibilidade do índice NASDAQ 100.

Assim sendo, ao realizar o processo de extração optamos por extrair a cotação de fecho diária para o índice NASDAQ 100 para o período de 10 de janeiro de 2000 até 20 de novembro de 2015 o que totalizam um conjunto de 4140 observações e cuja representação gráfica poderá ser observada em seguida:

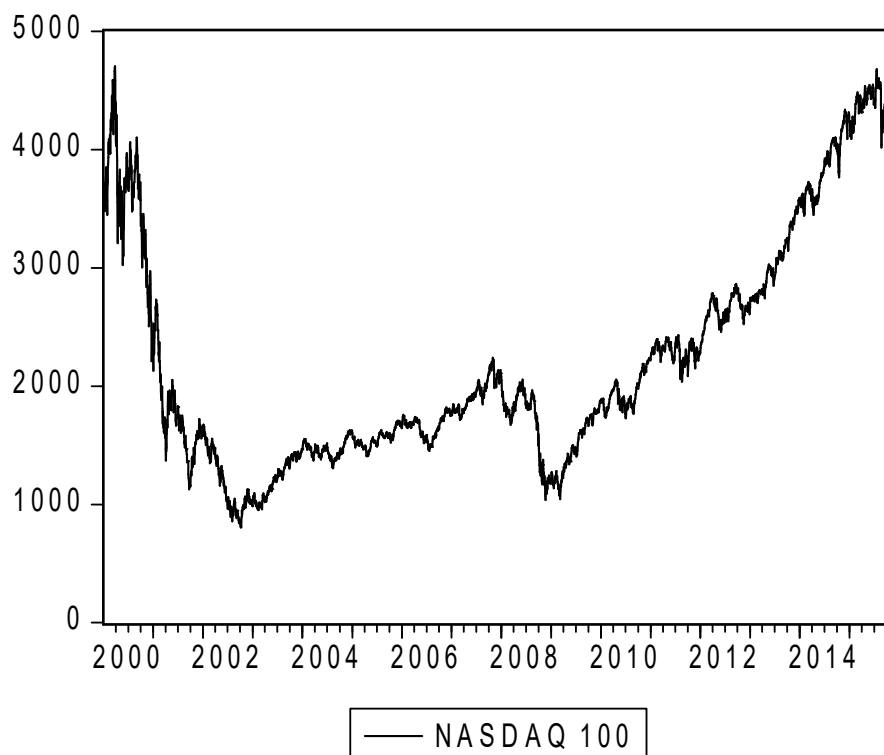


Figura 3. 1– Evolução dos preços do Índice NASDAQ 100

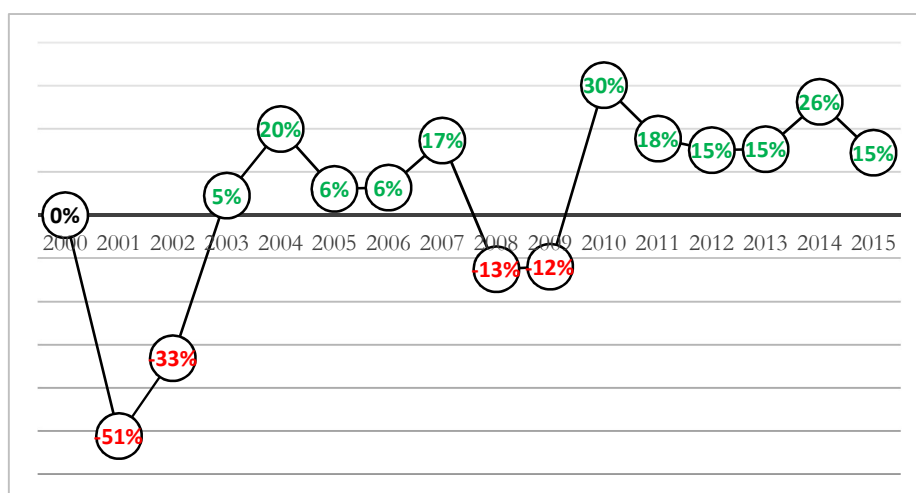


Figura 3. 2 – Taxa de crescimento médio anual do índice NASDAQ 100

Conforme se pode observar na Figura 3.1 e 3.2 acima apresentadas, é visível uma forte desvalorização a partir do ano de 2000, atingindo mínimos histórico em Novembro de 2002 com o valor de 804,65 pontos, em suma entre 10/01/2000 e 07/10/2002 o índice registou uma desvalorização de aproximadamente 2.913 pontos ou seja cerca de 78,35% do seu valor.

Este comportamento deveu-se ao facto de desde 2000 se ter verificado um decréscimo da atividade económica que foi apelidada por “*Early 2000s recession*” que afetou a maioria das economias dos países ditos desenvolvidos.

No caso particular deste índice, no final do primeiro trimestre do ano 2000, podemos verificar que as cotações começaram a descer de forma muito significativa, devido ao fenómeno “*The burst of the stock market bubble*” o que contribuiu para o decréscimo PIB registado no terceiro trimestre do mesmo ano.

Nos dois anos que se seguiram a economia registou dois acontecimentos que são conexos e que condicionaram a evolução do índice nesse período. O primeiro foi o atentado terrorista que ocorreu em 11 de setembro de 2001 e segundo foi o início da guerra no Afeganistão.

A conjugação destes três eventos enumerados anteriormente, levou a que o índice se mantivesse abaixo dos 1500 pontos até janeiro de 2004, sendo que a taxa de crescimento registada durante esse ano ascendeu a aproximadamente a 20%, como é possível constatar na figura 3.2, este comportamento foi originado pela subida das taxas de juro de referência, o que levou a que a cotação do dólar começasse a descer comparativamente com outros mercados, levando dessa forma os investidores aos mercados e por conseguinte, ter aumentado a valorização do índice nesse período. No entanto, como é habitual nos mercados, existe sempre alguma volatilidade e como este índice não é exceção, podemos constatar que nesse período existiu algumas oscilações, apesar destas não serem muito significativas.

Assim, o comportamento do índice manteve-se estável até ao final do terceiro trimestre de 2007. Após essa data assistiu-se ao colapso dos mercados financeiros, que foi provocado pelo escândalo Lehman Brothers em 15 de Setembro de 2008. Essa data também ficou marcada pelo início da crise financeira mundial, denominada de “*subprime mortgage crisis*”, esta crise originou uma redução de aproximadamente 53,71% no valor do índice NASDAQ 100, passando de 2.238,98 pontos em 31/10/2007 para 1.036,51 pontos em 20/11/2008, conduzindo assim à existência de alterações muito significativas nos investidores e que provocaram grande oscilação nos mercados.

Posteriormente a esta data podemos constatar na Figura 3.2, que a partir do final do ano de 2008 e início do ano de 2009 a economia mundial, bem como o índice em análise apresentam sinais de retoma tendo este registado um crescimento médio ao ano bastante significativo em 2010 com aproximadamente 30% face ao período anterior.

Contudo no ano de 2010 mais precisamente no dia 6 de Maio, aconteceu um evento que foi chamado de “*2010 Flash Crash*” e que provocou uma desvalorização no índice NASDAQ 100

cerca de 212 pontos, também o índice *Dow Jones Industrial Average* com o mesmo evento registou um impacto negativo no índice de 1.010 pontos no período compreendido entre as 14:42 minutos e as 14:47 minutos, contudo estes dois índices recuperaram a maioria da desvalorização verificada. O índice NASDAQ 100 fechou o dia com uma desvalorização de cerca 65 pontos e no *Dow Jones Industrial Average* recuperou 664 pontos dos 1010 pontos o que se traduziu numa desvalorizou de apenas 347 pontos. Contudo nesse mesmo dia o número de transações no índice NASDAQ 100 aumentou aproximadamente 240% e (223% no dia seguinte), comparativamente com o número médio de operações que foram realizadas entre 10 de janeiro de 2000 e 20 de novembro de 2015.

Após cinco meses foram apresentadas as conclusões da investigação realizada ao acontecimento e as conclusões obtidas indicam que este *crash* teve na sua origem a venda não usual de um grande conjunto de *E-Mini S&P contracts* e que foi potenciado por uma venda agressiva via operações de *high-frequency traders* (HFT).

Já em 2012, encontramos mais um evento significativo, mais especificamente no mês de maio o índice apresentou uma desvalorização significativa, muito por causa do pedido de resgate endereçado por Espanha para fazer face ao colapso do seu sector financeiro. Estas notícias provocaram algum alarmismo e desconfiança nos mercados a nível global, existindo à data alguma incerteza sobre a solidez financeira na Europa e até mesmo algumas dúvidas sobre a continuidade da comunidade europeia, tal como a conhecemos.

Por fim, no início de 2013, mais precisamente em Abril, registou-se um forte crescimento da cotação do índice, o que sob o ponto de vista de alguns economistas, este crescimento do valor do índice significa que a economia apresenta um crescimento positivo. A retoma registada é bem visível no comportamento do índice NASDAQ 100, ultrapassando a valorização máxima de 4.705 que foi registada em 27/03/2000, e dessa forma em 03/11/2015 registou-se a surpreendente marca de 4.719 pontos.

Contudo ainda no ano de 2015 assistimos a um fenómeno de desvalorização, que foi provocado pelo início das hostilidades entre a Rússia e a Ucrânia na tomada de posse da zona da Crimeia, esta situação incutiu nos mercados um ligeiro sentimento de desconfiança, mas que não teve impacto na performance apontada anteriormente para esse ano.

Já no que diz respeito à rendibilidade do índice NASDAQ 100 para o mesmo período em estudo, a mesma poderá ser observada na Figura 3.3 que se segue:

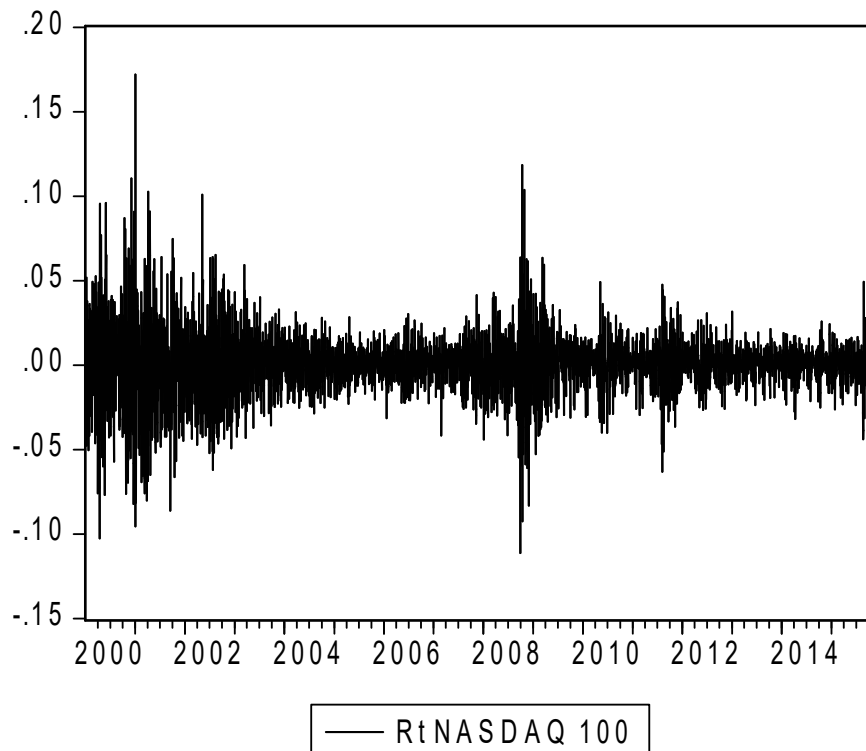


Figura 3. 3 – Evolução das rendibilidades do NASDAQ 100 no período de 10/1/2000 a 20/11/2015

Através da Figura 3.3 apresentada acima, é possível verificar que nem sempre os investimentos realizados tendo por base o índice NASDAQ 100 foram rentáveis, apresentando períodos de grande volatilidade que coincidem com os períodos já referenciados como pontos críticos anteriormente. Nomeadamente nos períodos compreendidos entre os anos de 2000 a 2003, 2007 a 2009, 2010, 2012, 2013 e 2014 a 2015 períodos estes em que se verificou algumas das piores crises financeiras a nível mundial, o que por sua vez originou períodos de elevada instabilidade nos mercados, provocando desse modo um nível superior de volatilidade na rentabilidade do índice NASDAQ 100.

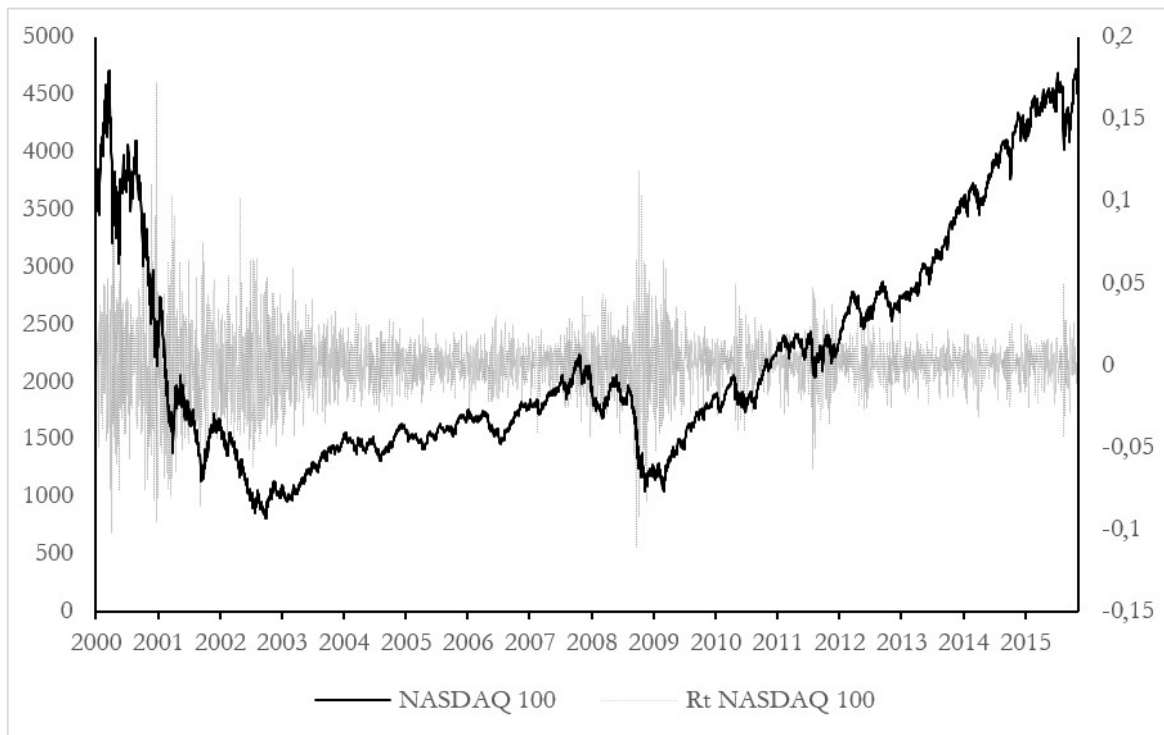


Figura 3. 4 – Sobreposição entre o gráfico de preços e o de rendibilidades do NASDAQ 100 no período de 10/1/2000 a 20/11/2015

Desta forma, e para atestar o que indicamos anteriormente agregamos os dois gráficos e assim é possível comparar este gráfico (rendibilidades) com o dos preços originais onde se verifica que os picos de alta volatilidade nas rendibilidades correspondem a picos no gráfico dos preços e a baixa volatilidade corresponde a descidas no gráfico dos preços.

Portanto, estes dois gráficos apresentam um elevado grau de sincronização e que estão em consonância um com o outro. Verificando-se ainda a existência de *clusters* muito evidentes: existindo um *cluster* de grande volatilidade entre 2000 e 2003 a que se segue outro de baixa volatilidade. Novamente, surge um *cluster* de alta volatilidade entre 2007 e 2008, a que se segue um de baixa volatilidade. Temos depois um *cluster* de alta volatilidade em 2010 e outro cerca de 2012. Finalmente no final de 2014 princípio de 2015 regista-se novamente outro *cluster* de elevada volatilidade.

A fórmula de cálculo usada para estudar a rentabilidade deste índice cujo gráfico é apresentado na Figura 3.4, que serviu de base ao estudo que aqui se apresenta foi a seguinte:

$$R_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})], \tag{3.1}$$

Onde  $P_t$  e  $P_{t-1}$  são os preços do índice NASDAQ 100 nos momentos  $t$  e  $t-1$ , respetivamente. Adicionalmente é importante indicar que todas as análises que constam neste trabalho incidem sobre as rendibilidades e não sobre os preços originais, porque como se verá mais adiante as rendibilidades são estacionárias o que constitui um pressuposto dos modelos de tipo GARCH.

### 3.3 Aplicação dos modelos de volatilidade

Antes de dar início à apresentação do estudo sobre a aplicação nos modelos de volatilidade com os dados referidos no ponto anterior, foi realizada uma breve análise sobre as rendibilidades verificadas no índice NASDAQ 100 para o período em análise e cujos resultados são apresentados na tabela 3.1 que se segue:

Tabela 3.1 – Análise preliminar sobre as rendibilidades do índice NASDAQ 100<sup>2</sup>

Estatísticas descritivas				
Média	Desvio-padrão.	Assimetria	Curtose	Teste J-B*
6,85E-05	0,018462	0,200186	9,652765	7662,378**

Nessa medida passamos inicialmente a apresentar uma sucinta explicação sobre as variáveis analisadas e os seus resultados que serviram de *input*, aquando da aplicação nos modelos de volatilidade condicionada.

Iniciamos esta análise com a média e desvio-padrão onde ao termos em consideração nos resultados que apurámos, podemos concluir que os rendimentos médios diários apresentam valores positivos, contudo muito próximos de zero. Sendo ainda importante destacar que a sua representatividade em comparação com o desvio-padrão assume valores de aproximadamente zero, pois o desvio-padrão apresenta valores positivos e substancialmente superiores à média. Constatámos ainda que a assimetria apurada é positiva e a curtose, que não é mais que uma medida de dispersão que caracteriza o pico ou "achatamento" da curva definida pela distribuição, apresenta valores extremamente positivos, podemos dessa forma aferir que não se trata de uma

<sup>2</sup> \*\* Estatisticamente significativa ao nível de 1%

\* Teste J-B representa o teste de Jarque-Bera

distribuição normal. Assim é possível vislumbrar ainda que a distribuição apresentada tem mais observações de um dos lados, dado que analisarmos a curtose constatamos que a mesma apresenta um resultado superior a 3, o que indicia que os dados não seguem uma distribuição normal (só estaríamos perante uma distribuição normal se a assimetria tivesse um valor de zero e a curtose apresentasse um valor = 3). Tal acontecimento é comprovado pelo teste de *Jarque-Bera*, contudo o resultado apurado rejeita à partida a hipótese da normalidade. É de salientar também que a média positiva bem como a assimetria indicam que no período considerado, que as rendibilidades eram positivas.

J-B é o teste de *Jarque Bera* com a hipótese nula ( $H_0$ ) testa se a série é normal. Verifica-se que se rejeita a hipótese nula de normalidade, o que se pode comprovar e observar recorrendo também à observação do histograma seguinte, Figura 3.5, que evidencia a presença de curtose (*fat tails*) bem como a não-normalidade dos dados.

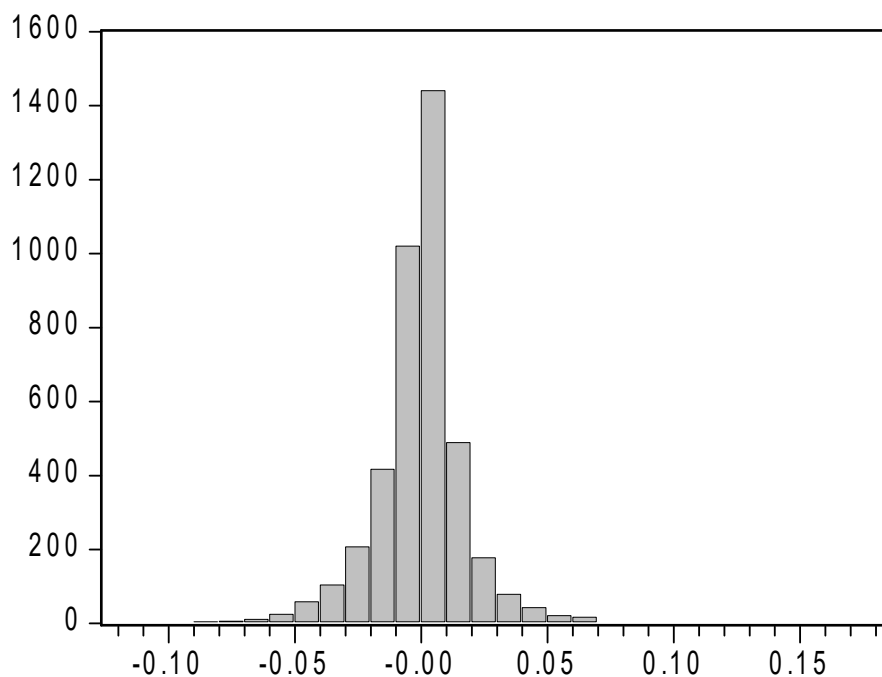


Figura 3. 5 – Histograma das rendibilidades do NASDAQ 100 no de 10/1/2000 a 20/11/2015

### 3.4 Verificação dos pressupostos

O processo de verificação dos pressupostos dos modelos em estudo é algo que permite fazer com que a aplicação dos mesmos aos dados trabalhados seja realizado com maior facilidade e rapidez, dessa forma é importante ter em consideração que se deve testar as seguintes vertentes:

- Testes de estacionariedade;
- Autocorrelação;
- Heterocedasticidade.

Estes três pontos de controlo são compostos por um conjunto bastante alargado de testes mais simples, mas que têm como objetivos garantir que os dados estão aptos para serem introduzidos nos modelos.

#### 3.4.1 Testes de estacionariedade

Iniciamos os testes de estacionariedade tendo por base a metodologia indicada por Mackinnon (1996), recorrendo dessa forma ao indicador *Augmented Dickey e Fuller (ADF)*. Este indicador testa a hipótese nula de não estacionariedade, tendo em conta um intervalo de valores críticos de -3.960241 (1%) e -3.410883 (5%) para tendência linear e constante com um número de *lags* em ambos os casos de 0. Outro indicador que foi utilizado para testar a estacionariedade dos dados foi o *Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin (KPSS)* este é um teste utilizado para a hipótese nula de estacionariedade. Os valores críticos são: 0,216 (1%) e 0,146 (5%) para tendência linear e constante e dessa forma considerou-se um *lag* no teste ADF e uma *bandwidth* de 31 no KPSS.

##### 3.4.1.1 *Augmented Dickey e Fuller – ADF: H0*

Segundo Bentes (2011: 109-121), podemos definir o teste *Augmented Dickey e Fuller – ADF* tendo por base a seguinte regressão em ordem a  $y_t$ :

$$\Delta y_t = \omega + \delta t + (\rho - 1)y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

Em que:

$\omega + \delta t$  – corresponde à tendência determinística;

$\rho$  – corresponde ao coeficiente de auto-regressão de  $y_t$ ;

$\lambda_i$  – corresponde aos coeficientes das diferenças desfasadas em  $\Delta y_t$ ;

$\varepsilon_t$  – materializa o fator da perturbação aleatória com o número de desfasamentos escolhido por forma a que  $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } (0, \sigma^2)$ .

Em suma este desfasamento são escolhidos com recurso ao critério SIC – *Schwarz information criterion* ou pelo critério AIC – *Akaike information criterion*.

Contudo é ainda necessário indicar que o argumento  $(\rho - 1)y_{t-1}$  da regressão anterior é utilizada com o fim de poder reter a estacionariade ou não estacionaridade do processo em causa, formando assim o procedimento *standard* para testar este tipo de hipóteses nulas.

### **3.4.1.2 Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin – KPSS: H0**

Tendo em consideração as fragilidades apresentadas por *Augmented Dickey e Fuller* – ADF Kwiatkowski *et al.* (1992: 159-178) apresentaram um novo teste apelidado de KPSS, em que a sua mais valia consiste na possibilidade de inverter as hipóteses que estão em análise.

Esta evolução, possibilitou que seja feita uma confirmação dos resultados obtidos pelo teste de estacionariedade *Augmented Dickey e Fuller* – ADF, na medida em que quando temos Hipótese Nula esta aponta para a existência de uma sucessão cronológica estacionária o que contraria a definição de Hipótese Alternativa de não-estacionaridade.

Em suma o teste KPSS tem na sua base a representação de elementos de sucessão cronológica e a seguinte formulação representa o referido modelo, que assenta na metodologia dos multiplicadores de *Lagrange*:

$$y_t = \mu t + z_t + u_t, \tag{3.3}$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t$$

Onde  $y_t$  corresponde ao somatório das seguintes variáveis:

$\mu t$  – representa a soma da tendência determinística;

$z_t$  – corresponde a um passeio aleatório;

$u_t$  – representa a variável residual estacionária;

$\varepsilon_t$  – indica que  $\varepsilon_t \sim i. i. d. (0, \sigma^2_\varepsilon)$

Nessa medida importa ainda referir que a Hipótese Nula de estacionariedade da sucessão cronológica é dada por  $\sigma^2_\varepsilon = 0$  que recorre ao processo TSP – *Trend Stationary Process*.

Todos estes elementos que constituem o teste KPSS, são necessários para indicar que a hipótese é contrária, isto é,  $H_0$  da série é estacionária. Portanto, aqui se aceitarmos  $H_0$  isto vem confirmar os resultados do teste anterior (ADF), o que nos dará maior segurança em relação aos resultados.

### 3.4.1.3 Cálculos e conclusões

Na sequência do que foi apresentado nos pontos anteriores apresento os resultados obtidos neste estudo.

Tabela 3.2 – Testes de Estacionariedade<sup>3</sup>

<i>Testes de raízes unitárias</i>	<i>ADF</i>	<i>KPSS</i>
<i>Constante + tendência</i>	<i>-49,6175**</i>	<i>0,072887</i>

<sup>3</sup> **Notas:** ADF significa *Augmented Dickey-Fuller* e KPSS representa *Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin* valores críticos de Mackinnon (1996) para a constante e tendência -3.960241 (1%) e -3.410883 (5%); número de lags em ambos os casos: 0.

Valores críticos do teste KPSS para a constante e tendência 0,216 (1%) e 0,146 (5%).

Considerou-se um *lag* no teste ADF e uma *bandwidth* de 31 no KPSS.

\*\* Denota um nível de significância de 1%.

Após realizar esta análise, constatou-se que as sucessões cronológicas são estacionárias e dessa forma, considera-se que podemos aplicar os modelos sem problemas, visto que este pressuposto é satisfeito. Porém, ainda temos que verificar a autocorrelação e heterocedasticidade.

### 3.4.2 Autocorrelação

Para dar início ao estudo da autocorrelação, começou-se por analisar a dependência linear nas várias sucessões cronológicas formadas pelas rendibilidades do índice NASDAQ 100. Dessa forma, os testes que são frequentemente utilizados na análise deste tema são o teste de *Ljung-Box*, associado à função de autocorrelação total e o teste de *Breusch-Godfrey* (BG), construído a partir do multiplicador de *Lagrange*.

O objetivo neste caso é utilizar o modelo de *Ljung-Box* até a 36ª ordem de correlação, em série, de forma a evidenciar de forma indiscutível que a hipótese nula apresenta ausência de correlação. Executado o teste, obtivemos os seguintes resultados, apresentados na Figura 3.6 que se segue.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.068	-0.068	19.437	0.000
		2	-0.048	-0.053	29.020	0.000
		3	-0.015	-0.022	29.944	0.000
		4	0.003	-0.002	29.984	0.000
		5	-0.024	-0.026	32.459	0.000
		6	-0.013	-0.018	33.213	0.000
		7	0.009	0.004	33.574	0.000
		8	0.011	0.010	34.088	0.000
		9	-0.014	-0.012	34.885	0.000
		10	0.001	-0.000	34.888	0.000
		11	-0.030	-0.032	38.514	0.000
		12	0.035	0.031	43.616	0.000
		13	0.063	0.066	60.199	0.000
		14	-0.002	0.009	60.223	0.000
		15	-0.021	-0.013	62.062	0.000
		16	0.024	0.023	64.373	0.000
		17	0.006	0.009	64.527	0.000
		18	-0.023	-0.015	66.635	0.000
		19	0.000	0.001	66.635	0.000
		20	-0.033	-0.039	71.240	0.000
		21	0.018	0.013	72.632	0.000
		22	-0.005	-0.004	72.722	0.000
		23	0.031	0.032	76.791	0.000
		24	-0.041	-0.036	83.734	0.000
		25	0.036	0.028	89.083	0.000
		26	0.001	-0.002	89.085	0.000
		27	0.031	0.036	93.007	0.000
		28	0.034	0.043	97.805	0.000
		29	-0.010	-0.008	98.215	0.000
		30	-0.004	0.000	98.289	0.000
		31	0.036	0.040	103.73	0.000
		32	-0.017	-0.006	104.96	0.000
		33	0.015	0.021	105.94	0.000
		34	-0.077	-0.074	130.57	0.000
		35	-0.031	-0.049	134.60	0.000
		36	0.013	0.004	135.29	0.000

Figura 3. 6 – Correlograma das rendibilidades do índice NASDAQ 100

Como se pode comprovar rejeita-se  $H_0$  pois não existe autocorrelação, porque a probabilidade de não existir acordo com os valores acima apresentados é zero para todos os casos, portanto, como os valores são estatisticamente significativos a um nível de significância de 1%, conclui-se que há autocorrelação.

Para dissipar qualquer dúvida que ainda pudesse existir no que diz respeito à autocorrelação consideramos necessário aplicar o teste chamado teste de *Breusch-Godfrey* (BG) em que  $H_0$  é a mesma, ou seja, não há autocorrelação.

Tabela 3.3 – Teste de autocorrelação BG aplicado às rendibilidades

<i>Teste Breusch-Godfrey (BG)</i>	<i>Estatística F</i>	<i>Estatística <math>\chi^2</math></i>
	4,407326**	65,31927**

**Notas:** Para calcular o valor do teste utilizaram-se 15 defasamentos.

\*\* Denota um nível de significância de 1%

Do resultado obtido em ambos os testes que estão refletidos na tabela 3.3, apresentada anteriormente, podemos afirmar para um nível de significância de 1% que a Hipótese Nula ( $H_0$ ) apresenta ter autocorrelação e como um dos pressupostos base dos modelos ARCH é a inexistência de autocorrelação temos que arranjar uma forma de a eliminar, a qual vamos abordar mais adiante.

### 3.4.3 Heterocedasticidade

Por fim, a última bateria de testes que vamos realizar, valida a existência de heterocedasticidade. Como os modelos da família ARCH são heterocedásticos só faria sentido utiliza-los se a série dos dados aparentasse ter heterocedasticidade.

Para realizarmos este estudo vamos utilizar o teste *ARCH-Lagrange Multiplier (ARCH-LM)* de Engle (1982: 83-104), o qual se refere ao modelo *ARCH* para a hipótese nula de não autoregressivo de heteroscedasticidade condicional e cujos resultados obtidos estão presentes na tabela 3.4 que se segue:

Tabela 3.4 – Teste de heteroscedasticidade ARCH- Lagrange Multiplier

<i>Teste ARCH-LM</i>	<i>Estatística F</i>	<i>Estatística <math>\chi^2</math></i>
	66,896**	809,631**

**Notas:** Para calcular o valor do teste utilizaram-se 15 defasamentos.

\*\* Denota um nível de significância de 1%

De acordo com o teste, como os valores são estatisticamente significativos a um nível de 1%, o que rejeita a Hipótese Nula de que não existe heterocedasticidade, leva a concluir que há heterocedasticidade.

Para confirmar este resultado obtidos com o teste *ARCH-Lagrange Multiplier*, utilizou-se ainda o teste *Ljung-Box*, de McLeod e Li (1983), ao quadrado dos resíduos, pelo que se apresenta o respetivo correlograma em seguida.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.245	0.245	247.96	0.000
		2	0.262	0.214	531.36	0.000
		3	0.203	0.112	702.73	0.000
		4	0.189	0.087	850.57	0.000
		5	0.233	0.137	1074.8	0.000
		6	0.217	0.101	1270.4	0.000
		7	0.209	0.077	1452.5	0.000
		8	0.229	0.098	1670.3	0.000
		9	0.220	0.081	1871.0	0.000
		10	0.302	0.168	2249.6	0.000
		11	0.250	0.086	2509.6	0.000
		12	0.217	0.034	2705.1	0.000
		13	0.169	-0.014	2824.0	0.000
		14	0.151	-0.019	2918.6	0.000
		15	0.163	-0.003	3028.5	0.000
		16	0.207	0.052	3206.0	0.000
		17	0.183	0.016	3345.0	0.000
		18	0.239	0.081	3581.7	0.000
		19	0.148	-0.033	3673.0	0.000
		20	0.207	0.037	3852.1	0.000
		21	0.251	0.100	4114.0	0.000
		22	0.184	0.009	4254.8	0.000
		23	0.135	-0.049	4330.4	0.000
		24	0.158	0.018	4434.7	0.000
		25	0.137	-0.004	4513.0	0.000
		26	0.193	0.036	4668.2	0.000
		27	0.187	0.030	4814.7	0.000
		28	0.202	0.033	4985.4	0.000
		29	0.152	-0.016	5081.2	0.000
		30	0.176	0.021	5210.8	0.000
		31	0.137	-0.035	5289.5	0.000
		32	0.217	0.077	5486.3	0.000
		33	0.154	0.007	5585.3	0.000
		34	0.174	0.027	5711.9	0.000
		35	0.152	0.016	5808.4	0.000
		36	0.164	0.010	5921.3	0.000

Figura 3. 7– Correlograma do quadrado os resíduos

Assim como podemos constatar nos resultados obtidos, os valores são estatisticamente significativos (probabilidades zero) então não temos outra opção se não rejeitar a Hipótese Nula de não existir heterocedasticidade. Concluindo assim dessa forma que existe heterocedasticidade o que justifica a utilização de modelos de tipo ARCH.

### 3.5 Análise dos resíduos do modelo AR(p)

Uma vez que a série das rendibilidades apresenta autocorrelação é necessário solucionar este problema. Para ultrapassar esta questão ajusta-se um modelo autoregressivo – AR( $p$ ) (autoregressive model) no sentido de remover qualquer tipo de autocorrelação.

Este tipo de modelos foi apresentado à comunidade científica pela primeira vez na década de 70 por Box e Jenkins (1976) e as principais vantagens que a utilização deste modelo aporta são a sua fácil aplicação e a sua simplicidade ao nível dos procedimentos estatísticos e dos procedimentos computacionais que estão envolvidos. Em suma considera-se que foi devido a esse facto que foi possível observar um rápido crescimento no número de estudos que utilizam e incorporam este tipo de modelos.

Estes modelos caracterizam-se na prática, pelo facto da variável  $y_t$  apresentar uma elevada dependência dos valores imediatamente anteriores, acrescido ainda de uma componente do erro, como podemos ver em seguida.

$$y_t = \omega + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

Onde:

$\omega$  – representa uma constante

$\varepsilon_t$  – corresponde ao erro que se pressupõe ser um processo ruído branco.

Adicionalmente, se manipularmos a equação 3.4, com base no operador de desfasamento  $L$ , onde  $L^i y_t = y_{t-i}$  simplificamos a expressão para o seguinte:

$$\phi(L)y_t = \omega + \varepsilon_t \quad (3.5)$$

$$\text{Onde } \phi(L)y_t = (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) \quad (3.6)$$

Assim sendo com base no correlograma que está representado na figura 3.7 e analisando a função de autocorrelação e de autocorrelação parcial opta-se por um modelo AR(2) para capturar a autocorrelação presente nos dados, conforme apresentado na tabela 3.5 que se segue.

Tabela 3.5 – Estatísticas descritivas dos resíduos do modelo AR(2)

	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Assimetria</i>	<i>Curtose</i>	<i>Jarque-Bera</i>
<i>Resíduos do modelo AR(2)</i>	<i>-9,54E-19</i>	<i>0,018367</i>	<i>0,079108</i>	<i>9,354808</i>	<i>6967,119**</i>

**Notas:** Teste J-B representa o teste de Jarque-Bera

\*\* Denota um nível de significância de 1%

Neste caso a Média e o Desvio-Padrão apresentam valores muito baixos e próximos de zero. Verifica-se também que a Média dos resíduos Desvio-Padrão modelo AR(2) é muito pequena quando comparada com o desvio-padrão. Por outro lado, a assimetria positiva e a curtose maior que 3 indicia que a distribuição dos resíduos do modelo AR(2) não é normal (na distribuição normal assimetria é zero e a curtose é 3). Tal facto é comprovado pelo teste de Jarque-Bera que rejeita  $H_0$  de normalidade com 1% de significância. Isto é ainda corroborado pelo histograma onde se pode ver claramente que os resíduos não seguem uma distribuição normal. De notar também a existência de média e assimetria positivas nos resíduos.

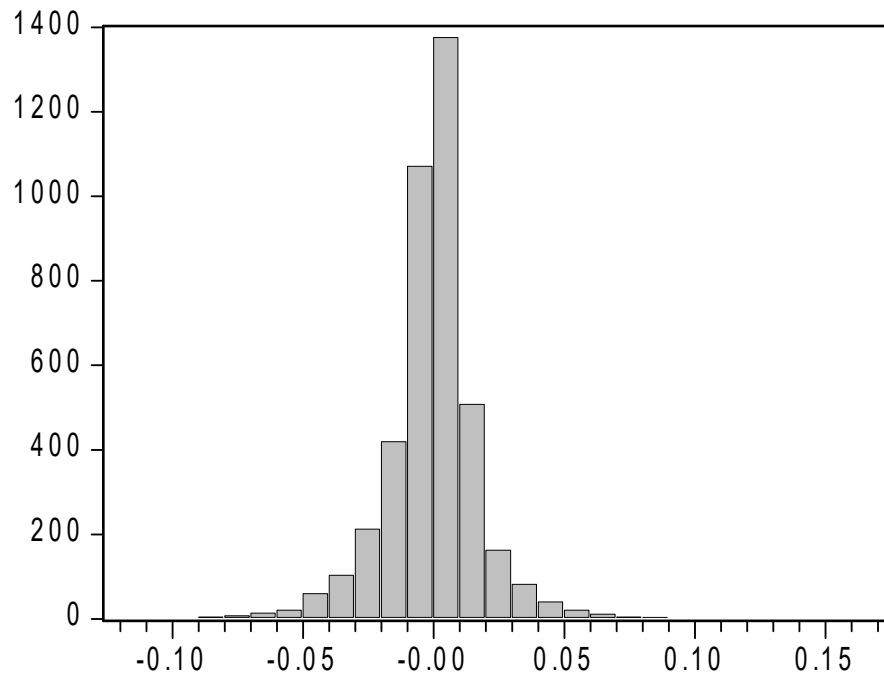


Figura 3. 8 – Histograma dos resíduos do modelo AR(2)

Para verificar se o modelo AR(2) foi suficiente para capturar a autocorrelação presente nos dados vamos verificar se depois de estimado o modelo AR(2) ainda existe autocorrelação nos seus resíduos. Para isso usa-se novamente o teste de *Ljung-Box* e de *Breusch-Godfrey* através dos quais obtivemos os seguintes resultados.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.002	-0.002	0.0136	0.907
		2	0.000	0.000	0.0136	0.993
		3	-0.024	-0.024	2.3916	0.495
		4	-0.004	-0.004	2.4568	0.652
		5	-0.026	-0.026	5.1796	0.394
		6	-0.014	-0.015	6.0372	0.419
		7	0.007	0.007	6.2632	0.509
		8	0.010	0.009	6.6686	0.573
		9	-0.016	-0.017	7.7319	0.561
		10	0.003	0.002	7.7590	0.652
		11	-0.027	-0.027	10.749	0.465
		12	0.039	0.039	17.150	0.144
		13	0.063	0.064	33.653	0.001
		14	0.006	0.005	33.828	0.002
		15	-0.016	-0.015	34.914	0.003
		16	0.021	0.023	36.669	0.002
		17	0.006	0.008	36.815	0.004
		18	-0.024	-0.020	39.218	0.003
		19	-0.003	0.000	39.244	0.004
		20	-0.033	-0.037	43.906	0.002
		21	0.016	0.015	44.919	0.002
		22	-0.003	-0.001	44.963	0.003
		23	0.029	0.029	48.530	0.001
		24	-0.036	-0.035	53.796	0.000
		25	0.037	0.032	59.411	0.000
		26	0.005	0.002	59.530	0.000
		27	0.036	0.037	64.994	0.000
		28	0.034	0.038	69.694	0.000
		29	-0.003	-0.009	69.731	0.000
		30	-0.001	0.001	69.739	0.000
		31	0.037	0.043	75.466	0.000
		32	-0.019	-0.012	76.983	0.000
		33	0.008	0.010	77.222	0.000
		34	-0.079	-0.077	103.44	0.000
		35	-0.034	-0.042	108.21	0.000
		36	0.008	0.013	108.48	0.000

Figura 3. 9 – Correlograma dos resíduos do modelo AR(2)

Como se verifica a  $H_0$  de não autocorrelação não é rejeitada (probabilidades elevadas) pelo que o modelo AR(2) captou a dependência linear na média. Seguidamente o teste de *Breusch-Godfrey* permite retirar as mesmas conclusões já que uma vez mais não se rejeita  $H_0$  de inexistência de autocorrelação conforme se pode constatar na tabela 3.6 que se segue.

Tabela 3.6 – Teste de autocorrelação BG aplicado ao modelo AR(2)

<i>Teste Breusch-Godfrey (BG)</i>	<i>Estatística F</i>	<i>Estatística <math>\chi^2</math></i>
	1,83034	3,661865

**Notas:** Para calcular o valor do teste utilizaram-se dois desfasamentos.

\*\* Denota um nível de significância de 1%

Como se comprova, os valores não são estatisticamente significativos revelando portanto a inexistência de autocorrelação. Conclui-se por isso que o modelo AR(2) usado foi suficiente para capturar esta característica dos dados. Sendo assim, já se pode estimar os modelos ARCH. Quanto à heterocedasticidade como já verificamos anteriormente que existia nos dados iniciais, os quais revelavam esta propriedade, não é necessário testar novamente.

### 3.6 Estimação dos modelos AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) e AR(2)-FIGARCH(1,d,1)

Conforme referido anteriormente, procedeu-se à estimação dos modelos de volatilidade AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) e AR(2)-FIGARCH(1,d,1).

Dessa forma todos os parâmetros foram estimados pelo *quasi maximum likelihood estimation method* utilizando o pacote de econométrico *OxMetrics 5.00*.

Adicionalmente, optou-se por utilizar a distribuição *t* de *Student* para estimar os modelos, uma vez que existem evidências de que os dados seguem uma distribuição não-normal com *fat tails*, como anteriormente demonstrado.

Em seguida é possível apresentar os parâmetros  $\hat{\omega}$ ;  $\hat{\alpha}$ ;  $\hat{\beta}$ ;  $d$  e *t* de *Student* para os modelos em estudo, de forma a ser possível aferir se estes mesmos são adequados para estudar o comportamento do índice NASDAQ 100.

Tabela 3.7 – Estimativas dos modelos AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) e AR(2)-FIGARCH(1,d,1)

Modelo	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$d$	$t$ de <i>Student</i>
GARCH	0,000881 **	0,0594 **	0,936264 **	-	7,519546 **
IGARCH	0,000862 **	0,057463 **	0,942537 **	-	8,564505 **
FIGARCH	0,000879 **	0,119963 **	0,690017 **	0,590665	8,403398 **

**Notas:** \*\* significativo a 1%.

\* significativo a 5%

Na sequência do cálculo realizado sobre a adequação de todos os coeficientes ao estudo, é possível aferir que estes são estatisticamente significativos a 1%. A significância estatística da distribuição  $t$  de *Student* revela ainda que esta é adequada para capturar o comportamento estatístico das rendibilidades do índice NASDAQ 100.

Desse modo podemos afirmar que o índice NASDAQ 100 apresentar memória longa na sua volatilidade, porque o resultado apresentado permitem demonstrar a existência desse fenómeno, contudo, em seguida vou proceder à análise de cada um dos modelos e dos seus resíduos para demonstrar qual deles é o mais eficiente para descrever este comportamento.

### 3.6.1 Estimação do modelo AR(2)-GARCH(1,1)

De acordo com Bollerslev (1986: 307-327), e conforme o descrito no ponto 2.8.2 do Capítulo II deste documento, o modelo de *GARCH* é uma ferramenta que nos permite avaliar a variância condicionada tanto em função do quadrado dos resíduos passados, como também dos próprios valores passados da variância condicionada, sendo a fórmula que deve ser utilizada a seguinte.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \mu_{t-i}^2 + \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3.7)$$

Podemos verificar ainda que os parâmetros  $\omega$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  da equação *GARCH* e o coeficiente  $t$  de *Student* são todos positivos e considerados altamente significativos uma vez que ao usarmos este

modelo os resultados devem descobrir parâmetros positivos e altamente significativos ao nível de 1%.

### 3.6.2 Estimação do modelo AR(2)-IGARCH(1,1)

À semelhança do que aconteceu com a criação do Modelo de GARCH, e tal como foi referido no ponto 2.8.3 do Capítulo II, Engle e Bollerslev (1986) desenvolveram o modelo IGARCH. Uma vez que este modelo é mais uma extensão do Modelo *ARCH* original, é utilizado para sobreavaliação da memória longa na equação da variância condicionada sempre que o Modelo *GARCH*(*p,q*), satisfaça a condição da equação 3.8 que se segue.

$$\hat{\alpha}(1) + \hat{\beta}(1) = \sum_{i=1}^q \hat{\alpha}_i + \sum_{i=1}^p \hat{\beta}_i \cong 1 \quad (3.8)$$

Uma vez estabelecida a equação anterior, existe a necessidade de se verificar outras duas condições para ser possível utilizar o modelo *IGARCH* na fórmula original *GARCH*, condições essas já previamente explicadas.

Portanto, e como já foi anteriormente referenciado, a fórmula para o Modelo *IGARCH* é a que correspondente à fórmula 3.9, que se segue:

$$\Phi(L)(1-L)\sigma_t^2 = \omega + [1-\beta(L)]v_t \quad (3.9)$$

Como se pode observar para o modelo *IGARCH*, ainda se verifica que os parâmetros  $\omega$  e  $\alpha$  são estatisticamente significativos a um nível de 1%.

### 3.6.3 Estimação do modelo AR(2)-FIGARCH(1,d,1)

Por último, o Modelo FIGARCH foi desenvolvido por Baillie [et. al.] (1996) e ficou conhecido como o Modelo FIGARCH(*p,d,q*).

O modelo FIGARCH(*p,d,q*), é assim apresentado pela fórmula seguinte, tal como já referenciado no ponto 2.8.4 do Capítulo II.

$$\Phi(L)(1-L)^d \sigma_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]v_t \quad (3.10)$$

Comparativamente aos demais modelos a principal mais-valia deste modelo é permitir uma abordagem mais flexível, por outras palavras, este modelo possibilita vários níveis intermédios de persistência, permitindo ainda acumular os dados dos outros modelos que na realidade não conseguem alcançar evidências de memória longa (*GARCH* e *IGARCH*).

Vislumbrando agora os resultados da tabela 3.7 para este modelo, é possível constatar que os parâmetros  $\omega$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  apresentam um nível de significância de 1% e com todos com valores positivos, relativamente ao *t* de *Student* este apresenta um valor positivo bem como um nível de significância de 1%.

Os valores destes parâmetros são semelhantes aos valores dos modelos *GARCH* e *IGARCH*, pelo que os seus significados também são semelhantes. No entanto, o modelo *FIGARCH* apresenta um novo parâmetro que até ao momento não tinha sido possível identificar/testar com os modelos *GARCH* e *IGARCH*, parâmetro esse que nos indica a diferença fracionária ( $d$ ). Este parâmetro varia entre  $0 \leq d \leq 1$ , uma vez que quanto mais perto este valor estiver da unidade, maior será o seu nível de persistência. Desta feita podemos ainda constatar que este parâmetro também apresenta um nível de significância de 1% tal como os restantes parâmetros já abordados.

#### 3.6.4 Análise conjunta dos resultados obtidos

No modelo simétrico *AR(2)-GARCH(1,1)* todos os coeficientes se revelaram positivos, o que aliado à sua significância estatística revela a existência de *clusters* na volatilidade, i.e., períodos de alta volatilidade sucedem-se a períodos de baixa e assim sucessivamente. O facto de no modelo *AR(2)-GARCH(1,1)* inicialmente estimado  $\alpha + \beta \cong 1$  sugere a existência de memória longa na série das rendibilidades do NASDAQ 100.

Em virtude disso, estimamos um *AR(2)-IGARCH(1,1)*, onde a mesma situação se passa relativamente ao somatório de  $\alpha$  mais  $\beta$ . No entanto este modelo apresenta como desvantagem o facto de considerar memória longa infinita.

Por um lado temos o GARCH que considera a inexistência de memória longa por outro temos o modelo IGARCH que assume que a memória longa é infinita. Como estes dois pressupostos parecem um pouco irrealistas estima-se o modelo FIGARCH que considera um nível intermédio de memória longa dada pelo coeficiente  $d$ .

Este modelo comporta ainda dois casos particulares: assim, quando  $d = 0$  obtém-se o modelo GARCH e quando  $d = 1$  apresenta-se o modelo IGARCH. Os resultados obtidos com a estimação do FIGARCH (1,  $d$ ,1) apontam para um nível de memória longa intermédia de 0,590665.

Note-se que o modelo FIGARCH(1,d,1) assume que  $0 \leq d \leq 1$ , deste modo, podemos concluir que os choques na volatilidade das rendibilidades do NASDAQ 100 tendem a persistir por um certo tempo, revelando a existência de memória nesta série temporal.

Para verificar se os modelos acima descritos capturaram os efeitos ARCH apresentam-se de seguida os resultados do teste ARCH-LM aos resíduos, bem como o correlograma do quadrado dos resíduos, estão apresentados na tabela 3.8, que se segue.

Tabela 3.8 – Teste ARCH-LM aos resíduos dos modelos AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) e AR(2)-FIGARCH(1,d,1)

<i>Teste ARCH-LM</i>	<i>AR(2)-GARCH(1,1)</i>	<i>AR(2)-IGARCH(1,1)</i>	<i>AR(2)-FIGARCH(1,d,1)</i>
<i>Estatística F</i>	<i>9,24278</i>	<i>9,32147</i>	<i>9,40514</i>

**Notas:** Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez defasamentos.

\*\* Denota um nível de significância de 1%

Como não se rejeita a Hipótese Nula de inexistência de heterocedasticidade então conclui-se pela inexistência deste fenómeno e, portanto, todos estes modelos conseguiram capturar este fenómeno, justificando-se por isso a necessidade de modelos de heterocedasticidade condicionada.

### 3.6.5 Análise de Resíduos

Para verificar se os modelos AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) e AR(2)-FIGARCH(1,d,1) com  $\varepsilon_t$  normal e *t de Student* foram bem ajustado, os resíduos padronizados são apresentados pela seguinte expressão:

$$\tilde{r}_t = r_t / \sqrt{h_t} \quad (3.11)$$

Estas variáveis são consideradas aleatórias i.i.d com distribuição normal padrão e *t de Student*. Para saber que a heteroscedasticidade condicional persiste nos resíduos, então pode-se aplicar o teste de Memória Longa para a sequência  $\tilde{r}_t^2$ . Como no caso de modelos GARCH, usualmente supomos que os  $\varepsilon_t$  são normais, ou seguem uma distribuição *t de Student*.

Consideramos necessário ter em consideração o seguinte, embora exista uma provável simetria visual nos histogramas dos retornos, este acontecimento não é um facto comum, especialmente num índice, como o NASDAQ 100, uma vez que existe a possibilidade de ocorrer um maior número de retornos positivos que retornos negativos, o qual faz com que o histograma seja assimétrico à direita. Isto verifica-se devido à natureza do mercado que normalmente apresenta tendência crescente.

Com base nessas medidas, resumo dos retornos diários do índice NASDAQ 100, podemos observar que a distribuição dos retornos possui uma leve assimetria à esquerda, já que o valor do coeficiente de assimetria é positivo mas com um elevado grau de proximidade ao valor 0,00. No que diz respeito à medida de curtose da distribuição dos retornos aparenta ser superior a 3, o que indica que tem uma curva menos achatada que a curva da distribuição Normal, ou seja, há uma menor quantidade de dados nas caudas da curva da distribuição dos retornos, do que na curva da distribuição Normal.

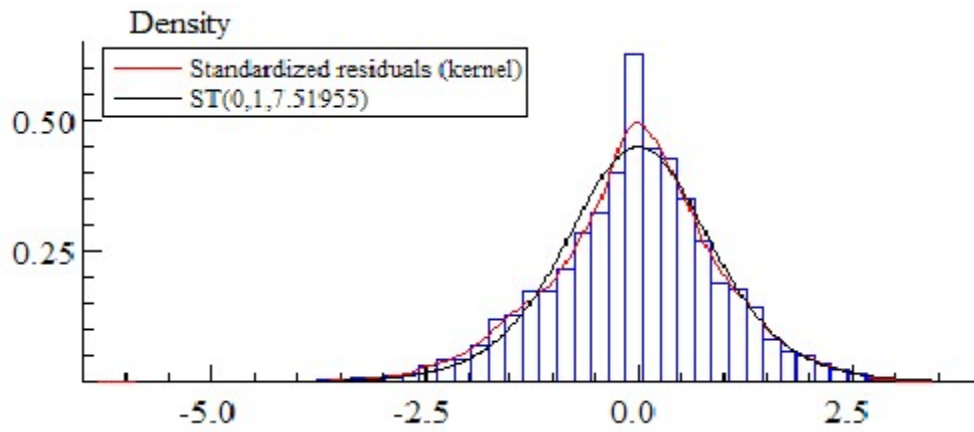


Figura 3. 10 – Histograma dos resíduos do modelo AR(2)-GARCH(1,1)

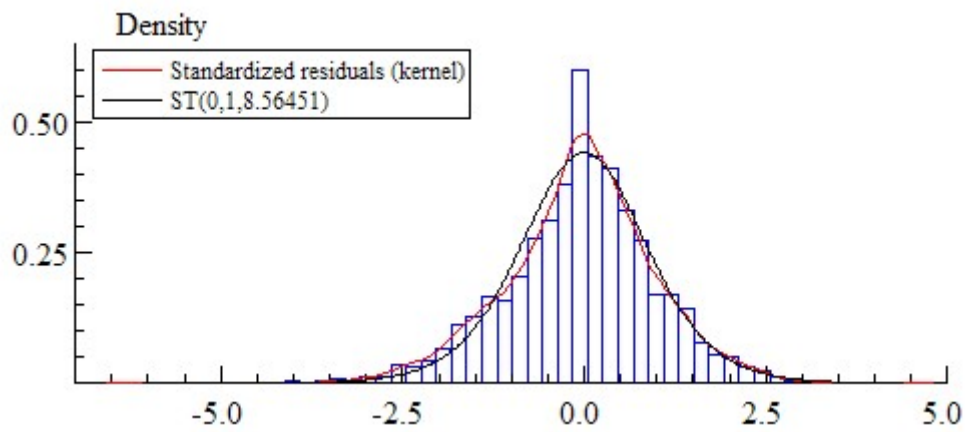


Figura 3. 11 – Histograma dos resíduos do modelo AR(2)-IGARCH(1,1)

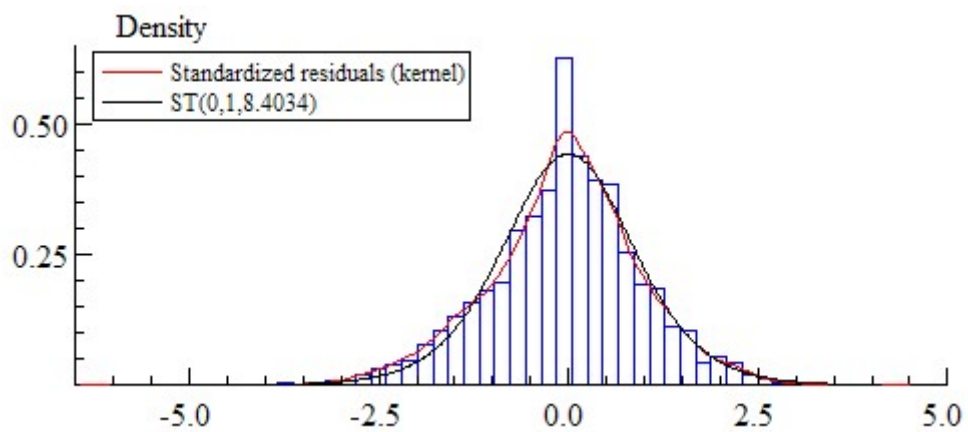


Figura 3. 12 – Histograma dos resíduos do modelo AR(2)-FIGARCH(1,d,1)

Pelos histogramas verifica-se que os resíduos dos modelos estimados não seguem uma distribuição normal em nenhum dos três modelos em estudo, contudo podemos indicar que a principal diferença que existe entre eles que é o facto de o modelo  $AR(2)$ - $GARCH(1,1)$ , comparativamente com os demais, apresentar nos modelos  $AR(2)$ - $FIGARCH(1,d,1)$  e  $AR(2)$ - $IGARCH(1,1)$  uma distribuição mais próxima da distribuição normal e sem enviesamentos significativos.

### 3.6.6 Escolha do modelo adequado

Segundo o que é indicado por Bentes (2011: 148-150), após terem sido apresentadas as considerações de natureza empírica, bem como depois de estimados os modelos  $GARCH(1,1)$ ,  $IGARCH(1,1)$  e  $FIGARCH(1,d,1)$  segue-se a fase onde se procura identificar a formulação mais favorável à descrição da dependência temporal da variância condicionada evidenciada pela rendibilidade do índice em estudo.

Para isso, recorre-se a um conjunto de medidas que avalia a bondade do ajustamento em cada um dos modelos, utilizando-se para o efeito os critérios de informação SIC, AIC e o valor máximo do logaritmo da função de verosimilhança (*log-likelihood*). O primeiro deles, atribuído a Schwarz (1978), e que é definido da seguinte forma:

$$SIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{k}{T} \ln T, \quad (3.12)$$

Onde:

$\hat{\sigma}^2$  – Representa a variância residual (o que é equivalente à soma dos quadrados dos resíduos dividida pelo número de graus de liberdade,  $T - k$ ),

$k$  – Indica o número total de parâmetros estimados e

$T$  – Corresponde à dimensão da amostra.

O segundo, desenvolvido por Akaike (1974), é dado pela seguinte expressão:

$$AIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}, \quad (3.13)$$

Apresentando, como principal desvantagem o facto do respetivo estimador não ser assintoticamente consistente ao contrário do que sucede com o critério SIC que, por isso, tende a ser mais parcimonioso na escolha do número ótimo de defasamentos. No sentido de realizar a escolha sobre qual é o melhor modelo para descrever o comportamento da volatilidade das rendibilidades usa-se os critérios de informação – SIC (*Schwarz Informatio Criterion*), AIC (*Akaike Information Criterion*) e *Log-likelihood* (função de verosimilhança). De acordo com a literatura o melhor modelo será aquele que maximiza o valor do critério *log-likelihood* e minimiza o SIC e o AIC. Os resultados encontram-se descritos na tabela 3.9 seguinte:

Tabela 3.9 – Testes SIC, AIC e *Log-Likelihood* nos modelos AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-IGARCH(1,1) e AR(2)-FIGARCH(1,d,1)

	<i>Log-Likelihood</i>	<i>SIC</i>	<i>AIC</i>
<i>AR(2)-GARCH(1,1)</i>	11529.981	-5.728198	-5.737606
<i>AR(2)-IGARCH(1,1)</i>	11525.958	-5.728261	-5.736101
<i>AR(2)-FIGARCH(1,d,1)</i>	11544.041	-5.733133	-5.744108

Assim sendo, tal como foi referido por Bentes (2011: 148-151) para se proceder à seleção do modelo, tendo em consideração a literatura, consideramos que o modelo a adotado deverá ser aquele que maximiza o logaritmo da função de verosimilhança e minimiza os critérios SIC e AIC. Contudo e apesar de Bollerslev e Mikkelsen (1996) terem defendido a utilização destes dois critérios na discriminação das formulações GARCH, IGARCH e FIGARCH, contudo estes são omissos relativamente ao logaritmo da função de verosimilhança. Adicionalmente, segundo Curto (2002), uma possível justificação para essa situação reside no facto de esta ser uma função sensível ao número dos parâmetros a estimar. Assim, e de acordo com os critérios aplicados o melhor modelo é o AR(2)-FIGARCH(1,d,1).

### 3.7 Síntese do Capítulo

Com o objetivo de analisar o grau de persistência das rendibilidades do índice NASDAQ 100 recorreu-se à recolha de uma amostra das rendibilidades deste para o período de 10/01/2000 a 20/11/2015 com a ajuda dos dados retirados da base de dados *Datastream*, tal como já indicado anteriormente.

Através da recolha desses dados, analisou-se os três modelos de volatilidade condicionada (*GARCH*, *IGARCH* e *FIGARCH*) para o respetivo período.

Este estudo foi realizado com recurso a vários passos, tendo sido a primeira etapa composta por uma análise preliminar aos dados com base nas estatísticas descritivas da variável em consideração. Nessa análise, concluiu-se que ao nível da autocorrelação os dados apresentavam ter essa qualidade e como um dos pressupostos dos modelos ARCH é a inexistência de autocorrelação, optou-se por utilizar o modelo autorregressivos AR(2). Após a sua aplicação voltámos a calcular todos os indicadores e variáveis que já tinham sido calculados até então, nesta sequência, concluiu-se que as rendibilidades do índice não apresentavam uma distribuição normal. No entanto, demonstrou-se que os resultados são estacionários, permitindo assim uma análise mais profunda de cada modelo.

Iniciou-se o processo de análise pelo modelo *GARCH*, análise esta que indicou que os parâmetros  $\omega$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  da equação *GARCH* e o coeficiente de cauda da distribuição  $t$  de *Student*, são todos positivos e significativos, contudo, este modelo não é eficiente para analisar/testar o nível de memória longa do índice. Embora o modelo não tenha a capacidade de testar o nível de memória longa, este satisfaz a condição necessária  $\alpha + \beta \cong 1$ , e evidência uma forte persistência no retorno das séries, o que se traduziu numa motivação para continuar a análise tendo por base a utilização dos outros modelos.

Desta forma, continuamos com o processo de análise sobre o modelo *IGARCH*, tendo-se verificado novamente que os parâmetros  $\omega$  e  $\alpha$  são significativos a um nível de 1%, confirmando-se ainda que os resultados obtidos em *IGARCH*(1,1) são integrados na variância, mantendo-se a  $H_0$ , o que nos leva a continuar a ter em consideração os valores obtidos pelo modelo *GARCH*. Concluiu-se desta forma que o modelo *IGARCH*(1,1) embora não tenha mostrado o resultado que procurávamos, deixou-nos em condições para continuar a análise e testar o modelo *FIGARCH*, na tentativa de obter o parâmetro de diferença fracionária ( $d$ ).

Por último, ao testar o modelo *FIGARCH* deparámo-nos com o parâmetro da diferença fracionária ( $d$ ), o qual apresenta um valor de 0,590665, valor este que indica a existência de um

nível intermédio de persistência para a série de retorno, uma vez que quanto mais perto este valor estiver da unidade, maior será o seu nível de persistência, dado que o seu valor é expresso no intervalo de  $0 \leq d \leq 1$ .

Conclui-se assim que, dos três modelos testados, o que revelou ter uma maior eficiência, no estudo, foi o modelo *FIGARC*, transmitindo-nos o nível de memória longa que a amostra apresenta.

## IV. CAPÍTULO – CONCLUSÕES

O estudo da volatilidade tornou-se ao longo dos últimos anos um assunto de extrema importância na literatura económica e financeira. Com principal destaque para a análise da volatilidade que é encarada como sendo uma ferramenta muito importante para a análise financeira, interessando, em termos teóricos e práticos, a todos os agentes económicos e/ou académicos que, direta ou indiretamente, intervêm nos mercados financeiros.

A volatilidade de um ativo não é mais nem menos que a variação do seu preço em relação à sua média, medida num determinado período de tempo e, no caso dos índices como o NASDAQ 100, está normalmente associada a fatores relacionados com o desempenho das respetivas empresas e mercados.

A maior parte dos estudos empíricos que foram alvo deste trabalho, que analisa o comportamento dos mercados financeiros em períodos muito específicos de grande volatilidade, normalmente associados a fases de diminuição acentuada na valorização dos seus ativos, podendo o contrário ser verificável quando os mercados entram em aceleração. No entanto várias têm sido as características observáveis no estudo da volatilidade e entre elas destaca-se o estudo da rendibilidade dos seus ativos.

Assim sendo, ao redigir a presente dissertação, foram incluídos diversos elementos de natureza teórica, combinados com alguns gráficos e tabelas cujo principal objetivo é elucidar o leitor sobre o assunto que é abordado ao longo do mesmo.

Nessa medida, e após se ter realizado a identificação dos aspetos introdutórios considerados necessários foi apresentada uma revisão da literatura enumerando os principais conceitos teóricos que são considerados como de grande relevância pela comunidade académica, sobre este tema, bem como o enquadramento histórico de alguns casos reais que ocorreram durante o período em estudo, uma vez que o estudo é sobre as rendibilidades do índice NASDAQ 100, que é considerado por muitos como sendo um dos índices com maior relevância a nível global.

O tema principal desta dissertação foi sem dúvida o índice NASDAQ 100, quer na vertente nacional como internacional. Para complementar este trabalho e ser possível realizar o estudo empírico, foi dada grande ênfase à teoria da memória longa na volatilidade, para que seja possível analisar a rendibilidade da volatilidade do índice durante o período em análise e de acordo com os acontecimentos que foram sucedendo na economia mundial, principalmente tendo em conta a crise financeira de 2000 e de 2008, que teve início há alguns anos e que ainda não está totalmente ultrapassada.

Durante a realização da revisão da literatura, foram ainda abordados de uma forma teórica alguns modelos que são considerados como essenciais para o desenvolvimento do estudo empírico, nessa medida surgiu a necessidade de explicar a sua teoria para dar a entender ao leitor quais os objetivos e as suas funcionalidades para cada um dos modelos em estudo.

Após termos realizado a revisão da literatura e no que respeita aos modelos em estudo sobre a volatilidade das rentabilidades, deu-se início à apresentação do estudo realizado, concluindo-se que, de entre os três modelos estudados (*GARCH*, *IGARCH* e *FIGARCH*), o que se revelou ser mais eficaz e eficiente para a análise deste tema foi o modelo *FIGARCH*, onde a principal diferença entre os três é que o modelo *FIGARCH* apresenta o parâmetro da diferença fracionária ( $d$ ), com um valor de 0,590665, o que permite apresentar um nível intermédio de persistência face ao retorno dos seus valores com base nos dados trabalhados, de forma a ter um ponto de comparação que é normalmente denominado de memória longa dos mercados.

Este valor indica-nos que os agentes económicos não podem apenas analisar os factos presentes e recentes, pois, com este estudo demonstra-se que o índice é um ativo que reage positiva ou negativamente com os acontecimentos socioeconómicos, mesmo que exista um intervalo de tempo extenso, dando por vezes a oportunidade de preparar os mercados de uma forma mais suave sobre o impacto na economia de um país, permitindo desta forma conseguir um incremento no nível de conhecimento / compreensão dos mercados a longo prazo.

Conclui-se então que para a amostra estudada no que diz respeito à cotação diária do índice NASDAQ 100 entre 10/01/2000 a 20/11/2015, que existe neste período uma forte persistência na memória na volatilidade das rendibilidades do índice NASDAQ 100.

Face ao exposto, estou convicto que o melhor modelo para analisar o comportamento da memória longa do índice NASDAQ 100 é o modelo *FIGARCH* muito devido ao parâmetro da diferença fracionária ( $d$ ).

#### **4.1 Futuras linhas de investigação**

Esta dissertação abordou uma pequena parte de um tema extremamente vasto e que tem permitido e ainda permite realizar diversos estudos nesta área. Podendo ainda esta dissertação servir de continuidade para futuros trabalhos nesta linha de investigação, ou seja seria interessante, fazer um estudo similar mas num universo mais abrangente, especialmente se a amostra selecionada fosse mais alargada para que seja possível proceder à comparação do comportamento dos restantes índices, considerados relevantes, pelos investidores internacionais. Desse modo, a análise comparativa da volatilidade das rendibilidades dos diversos índices internacionais, poderá apresentar uma ideia do potencial e do comportamento dos vários mercados, ou até setores, considerados de extrema relevâncias no contexto da atual economia, como instrumento que potência os ganhos e minimiza a incerteza implícita do investimento neste tipo de ativos.

Nota: Este trabalho foi redigido em conformidade com o novo acordo ortográfico.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO, Marísia A. – **Análise de Clusters e Volatilidade de Índices de Ações**. Lisboa: Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa, 2010. Dissertação de Mestrado.
- AKAIKE, H. – **A new look at the statistical model identification**. IEEE Transactions on Automatic Control. ISSN 0018-9286. 19: 6 (1974) 716-723.
- AURÉLIO, Cristina – **Assimetria na Volatilidade dos Mercados de Ações**. Lisboa: Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa. 2012. Dissertação de Mestrado.
- BAFFES, John. – **Oil spills on other commodities**. Resources Policy 32, 2007. 126–134.
- BAILLIE, Richard T.; BOLLERSLEV, Tim.; MIKKELSEN, Hans Ole – **Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity**. Journal of Econometrics. ISSN 0304-4076. 74: 1 (1996) 3-30.
- BALAKRISHNAN, N. – **Methods and Applications of Statistics in Business, Finance, and Management Science**. Canadá: John Wiley & Sons, Inc., 2010. 711 pp. ISBN 978-0-470-40510-9.
- BANERJEE, A.; URGA, G. – **Modelling structural breaks, long memory and stock market volatility: an overview**. Journal of Econometrics. ISSN 0304-4076. 129: 1 (2005) 1-34.
- BANERJEE, Anindya; URGA, Giovanni – **Modelling structural breaks, long memory and stock market volatility: an overview**. Journal of Econometrics. ISSN 0304-4076. 129: 1 (2005) 1–34.
- BECKER, R.; CLEMENTS, A.; WHITE, S. – **Does implied volatility provide any information beyond that captured in model-based volatility forecasts?**. Journal of Banking & Finance. ISSN 0378-4266. 31: 8 (2007) 2535-2549
- BEKAERT, Geert; WU, Guojun – **Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets**. *The Review of Financial Studies Spring*. The Society for Financial Studies. ISSN 0893-9454. 13: 1 (2000) 1-42.
- BELBUTE, J. – **Is the Euro-Area core price index really more persistent than the food and energy price indexes?**. Research in Economics. ISSN 1090-9443. 67: 4 (2013) 307-315.
- BELBUTE, José M. – **Procura final de energia em Portugal: Existe evidência sobre a presença de memória longa?** Évora: 2013. – Trabalho da Universidade de Évora – Documento de Trabalho nº 2013/01.
- BENTES, Sónia R. – **Measuring persistence in stock market volatility using the FIGARCH approach**. In Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. ISSN 0378-4371. 408: 1 (2014) 190-197.
- BENTES, Sónia R. – **Sobre a medição da volatilidade nos mercados bolsistas internacionais: evidência dos países do G7**. Lisboa: Edições Colibri, 2011. ISBN 978-989-689-124-4. 31-56.
- BENTES, Sónia R., FERREIRA, Nuno – **Modeling long memory in the EU stock market: Evidence from the STOXX 50 returns**. Lisboa: International Journal of the Latest Trends in Finance and Economics Sciences. ISSN 2047-0916. (2014) 778-784.
- BENTES, Sónia R.; MENEZES, Rui – **On the long memory property of stock market volatility: An overview**. International Journal of Academic Research. 5: 1 (2013) 14-21.

- BERAN, Jan. – **Statistics for Long Memory Processes**. New York: Chapman and Hall 1994. ISBN 041-204-901-5.
- BOLLERSLEV, Tim – **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**. *Journal of Econometrics*. ISSN 0304-4076. 31: 3 (1986) 307-327.
- BOLLERSLEV, Tim; CHOU, Ray; KRONER, Keneth – **ARCH Modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence**. *Journal of Econometrics*. ISSN 03044076. 52: 1(1992) 5-59.
- Bowerman, B.L.; O'Connell, R.T. – **Time Series and Forecasting: An Applied Approach**. 3.<sup>a</sup> ed. Belmont, Calif. : Duxbury Press, 729. ISBN 0534932517.
- BOX, G.E.P.; JENKINS G. M. – **Time series analysis: forecasting and control**. San Francisco: Holden-Day, 575. ISBN 0816211043.
- BROOKS, Chris. – **Introductory Econometrics for Finance**. 2.<sup>a</sup> ed. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 648. ISBN 0521873061.
- BROWN, Gregory W.; CLIFF, Michael T. – **Investor sentiment and the near-term stock market**. *Journal of Empirical Finance*. ISSN 0927-5398. 11: 1 (2004) 1-27.
- CAMPBELL, John Y.; HENTSCHEL, Ludger - **No news is good news: An asymmetric model of changing volatility of stock returns**. *Journal of Financial Economics*. 31: 3 (1992) 281–318.
- CHANG, Ming-Jen; LEE, Chih-Wei – **Announcement Effects and Asymmetric Volatility in Industry Stock Returns: Evidence from Taiwan**. *Emerging Markets Finance & Trade*. ISSN 1540-496X. 47: 2 (2011) 48–61.
- CHARLOT, Philippe.; MARIMOUTOU, Vélaloudom – **On the relationship between the prices of oil and the precious metals: Revisiting with a multivariate regimeswitching decision tree**. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 44 (2014) 456-467.
- CHIRIAC, R.; VOEV, V. – **Modelling and forecasting multivariate realized volatility**. *Journal of Applied Econometrics*. ISSN 0883-7252. 26: 6 (2011) 922-947.
- CHKILI, Walid; HAMMOUDEH, Shawkat; NGUYEN, Duc K. – **Volatility forecasting and risk management for commodity markets in the presence of asymmetry and long memory**. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 41: 1 (2014) 1–18.
- CHRISTENSEN, B; PRABHALA, N.R. – **The relation between implied and realized volatility**. *Journal of Finance*. ISSN 0304-405X. 5: 2 (1998) 125-150.
- COCHRAN, Steven J.; MANSUR, Iqbal; ODUSAMI, Babatunde – **Volatility persistence in metal returns: A FIGARCH approach**. *Journal of Economics and Business*. ISSN 0148-6195. 64: 4 (2012) 287-305.
- CROSS, R.; GRINFELD, M.; LAMBA, H. E.; SEAMAN, T. – **A threshold model of investor psychology**. *Physica A-Statistical Mechanics and Its Applications*. ISSN 0378-4371. 354 (2005) 463-478.
- CURTO, J. J. Dias, REIS, Elizabeth, ESPERANÇA, José P. – **Modeling the volatility of the Portuguese Stock Market – A comparative study with German and US markets**. *Cadernos do Mercado de Valores Mobiliários nº19*. CMVM. (2004). [Consult. 2 Set. 2015]. Disponível em: [www.cmvm.pt](http://www.cmvm.pt).
- CURTO, J. J. Dias; REIS, Elizabeth; ESPERANÇA, José P. – **Modelização das taxas de rendibilidade: estudo comparativo dos mercados de capitais português, alemão e norte-americano**. Lisboa: Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa, 2002. Tese de

doutoramento em Organização e Gestão de Empresas na especialidade de Métodos Quantitativos para Gestão.

DAVIDSON, James; TERÄSVIRTA, Timo T. – **Long memory and nonlinear time series**. Journal of Econometrics. ISSN 0304-4076. 100: 2 (2002) 105-112.

DAY, T.; LEWIS, C. - **Stock market volatility and the information content of stock index options**. Journal of Econometrics. ISSN 0304-4076. 52: 1/2 (1992) 267-287.

de LONG, J. Bradford; SHLEIFER, Andrei; SUMMERS, Lawrence H. e WALDMANN, Robert J. - **Positive Feedback Investment Strategies and Destabilizing Rational Speculation**. Journal of Finance. ISSN 0022-1082. 45: 2 (1990) 379-395.

DUARTE, Elisabete F. M. - **Análise das relações entre a volatilidade histórica e implícita e a volatilidade realizada do índice PSI-20**. Ayala Calvo, J.C. y grupo de investigación FEDRA. (2007) 928-943.

ELDER, J.; SERLETIS, A. – **Long memory in energy futures prices**. Review of Financial Economics. ISSN 1058-3300. 17: 2 (2008) 146-155.

ENGLE, R. F. – **A general approach to lagrange multiplier model diagnostics**. Journal of Econometrics. ISSN 0304-4076. 20: 1 (1982) 83-104

ENGLE, Robert F.; BOLLERSLEV, Tim – **Modelling the persistence of conditional variances**. Econometric Reviews. ISSN 0747-4938. 5: 1 (1986) 1-50.

FERREIRA, Domingos – **Instrumentos Financeiros**. Lisboa: Letras e Conceitos, Lda., 2011. 671 pp. ISBN 978-989-8305-21-3.

FERREIRA, Domingos – **Opções Financeiras Avançadas**. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2006. 538 pp. ISBN 978-972-618-413-3.

FERREIRA, Domingos – **Opções Financeiras. Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem**. 2.<sup>a</sup> ed. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2009. 572 pp. ISBN 978-972-618-519-2.

FERREIRA, Domingos – **Opções financeiras: gestão de risco, especulação e arbitragem**. 2.<sup>a</sup> ed. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2009. ISBN 978-972-618-519-2. cap. 2, cap. 9, cap. 10.

FISHER, Kenneth L.; STATMAN, Meir. - **Investor Sentiment and Stock Returns**. Financial Analysts Journal. ISSN 0015-198X. 56: 2 (2000) 16-23.

FRENCH, Kenneth R.; SCHWERT, G. William; STAMBAUGH, Robert F. - **Expected stock returns and volatility**. Journal of Financial Economics, ISSN 0304-405X. 19: 1 (1987) 3–30.

GLOSTEN, L.; JAGANNATHAN, R. – **A contingent claim approach to performance evaluation**. Journal of Empirical Finance. ISSN 0927-5398. 1: 2 (1994) 133-160.

GOMES, Luís P.; SOARES, Vasco S. – **Dependência de Longo Prazo em Retornos Accionistas: Modelação e Evidência Empírica Internacional**. Trabalho apresentado como prova de capacidade científica.

GONÇALVES, Esmeralda; LOPES, Nazaré M. – **Modelos GARCH e TGARCH: Estacionaridade forte, estacionaridade fraca, ergodicidade e comportamento limite do agregado temporal**. Portugaliae Mathematica – Sociedade Portuguesa de Matemática. ISSN 0032-5155. 50 (1993) 20.

GROSSMAN, Sanford J.; SHILLER, Robert J. – **The Determinants of the Variability of Stock Market Prices**. American Economic Review. ISSN 0002-8282. 71: 2 (1981) 222-227.

GUILLOCHON, Bernard – **Economia Internacional**. 2.<sup>a</sup> ed. Lisboa: Planeta Editora, 1993. ISBN 972-731-036-2. parte II. cap.7 217-218.

- HOOD, Matthew. MALIK, Farooq – **Is gold the best hedge and a safe haven under changing stock market volatility?**. Review of Financial Economics. ISSN 1058-3300. 22: 2 (2013) 47–52.
- JORION P. – **Predicting volatility in the foreign exchange market**. Journal of Finance. ISSN 0022-1082. 50: 2 (1995) 507-528.
- JUBERT, Roberto; PAIXÃO Márcia; MONTE, Paulo; LIMA, Wilemberg – **Um Estudo do Padrão de Volatilidade dos Principais Índices Financeiros do Bovespa: uma Aplicação de Modelos ARCH**. Revista UnB Contábil. ISSN 1984-3925. 11: 2 (2008) 221-239.
- KENDALL, M.G. – **Entropy, probability and information**. International Statistical Review. ISSN 0306-7734. 41: 1 (1973) 59-68
- KRUGMAN, Paul R.; OBSTFELD, Maurice; MELITZ, Marc J. – **International economics: theory and policy**. 9ª ed. Boston: Pearson, 2012. ISBN: 978-0-273-75409-1.
- KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. – **Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: how sure are we that economic time series have a unit root?**. Journal of Econometrics. ISSN 0304-4076. 54: 1-3 (1992) 159-178.
- LATANÉ, H.; RENDLEMAN, R – **Standard deviation of stock price ratios implied in option prices**. Journal of Finance, ISSN 0022-1082. 31: 2 (1976) 369-381
- LEE, Charles M.C.; SHLEIFER, Andrei e THALER, Richard H. – **Investor Sentiment and the Closed-End Fund Puzzle**. Journal of Finance. ISSN 0022-1082. 46: 1 (1991) 75-109.
- LEVINSON, Marc – **Guia dos Mercados Financeiros**. Lisboa: Caminho, 2005. ISBN 972-21-1723-8. 43-44.
- LUNDE, A.; HANSEN, P.R.. – **A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)?**. Journal of Applied Econometrics. ISSN 0883-7252. 20: 7 (2005) 873–889.
- MACKINNON, J. G. – **Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests**. Journal of Applied Econometrics. ISSN 0883-7252. 11: 6 (1996) 601-618.
- MAMON, Rogemar S.; ERLWEIN, Christina., GOPALUNI, Bhushan – **Adaptive signal processing of asset price dynamics with predictability analysis**. Information Sciences. ISSN 0020-0255. 178: 1 (2008) 203–219.
- MARSH, Terry A.; MERTON, Robert C. – **Dividend Variability and Variance Bounds Tests for the Rationality of Stock Market Prices**. The American Economic Review. ISSN 0002-8282. 76: 3 (1986) 483-498.
- MCLEOD, A. I.; LI, W. K. – **Diagnostic Checking ARMA Time Series Models Using Squared-Residual Autocorrelations**. Journal of Time Series Analysis. ISSN 0143-9782. 4: 4 (1983) 269-273.
- MCLEOD, A.I.; HIPEL, K.W. – **Exploratory spectral analysis of hydrological times series. Stochastic Hydrology and Hydraulics**. ISSN 0931-1955. 9: 3 (1995) 171-205.
- MEDEIROS, Eduardo R. – **Economia Internacional**. 4ª ed. Lisboa: Instituto Superior de Ciências Sociais e Políticas, 1994. ISBN ? parte II. p. 105-106; p. 217.
- MEDEIROS, Eduardo R. – **Economia Internacional**. 6ª ed. Lisboa: Instituto Superior de Ciências Sociais e Políticas, 2000. ISBN 972-9229-71-6. parte IV. p. 589-632.
- MEDEIROS, Eduardo R. – **Economia Internacional**. 7ª ed. Lisboa: Instituto Superior de Ciências Sociais e Políticas, 2003. ISBN 972-8726-24-4. parte IV. p. 733-798.

- MESA, Oscar J.; POVEDA, German – **The Hurst Effect: The Scale of Fluctuation Approach**. Water Resources Research. ISSN 1944-7973. 29: 12 (1993) 3995-4002.
- NEAL, Robert e WHEATLEY, Simon M. – **Do Measures of Investor Sentiment Predict Returns?**. The Journal of Financial and Quantitative Analysis. ISSN 0022-1090. 33: 4 (1998) 523-547.
- NELSON, D. – **Filtering and forecasting with misspecified ARCH models I. Getting the right variance with the wrong model**. Journal of Econometrics. ISSN 0304-4076. 52: 1 (1992) 61-90.
- Poon, S.; Granger, C. – **Forecasting volatility in financial markets: A review**. Journal of Economic Literature. ISSN 0022-0515. 41: 2 (2003) 478-539.
- PORTEBA, J.M., SUMMERS, L.H. – **The persistence of volatility and stock market returns**. American Economic Review. ISSN 0002-8282. 76: 1 (1986) 1142–1151.
- RABEMANANJARA, R.; ZAKOIAN, J.M. – **Threshold arch models and asymmetries in volatility**. Journal of Applied Econometrics. ISSN 0883-7252. 8: 1 (1994) 31-49.
- REINHART, Carmen M.; ROGOFF, Kenneth S. – **Growth in a Time of Debt**. NBER Working Paper No. 15639, 2010.
- ROSS, S. A. – Information and Volatility – **The No-Arbitrage Martingale Approach to Timing and Resolution Irrelevancy**. Journal of Finance. ISSN 0022-1082. 44: 1 (1989) 1-17.
- SCHWARZ, Gideon. – **Estimating the Dimension of a Model**. The Annals of Statistics. DOI 10.1214/aos/11763441366. 6: 2 (1978) 461-464.
- SILVEIRA, Thiago K. – **Modelo de Previsão com Volatilidade Estocástica**. São Paulo: Trabalho de Formatura apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2008.
- SIMON, David P.; WIGGINS III, Roy A. – **S&P Futures Returns and Contrary Sentiment Indicators**. Journal of Futures Markets. ISSN 0270-7314. 21: 5 (2001) 447-462.
- SMIDT, Seymour. – **A New Look at the Random Walk Hypothesis**. Journal of Financial & Quantitative Analysis. ISSN 0022-1090. 3: 3 (1968) 235-261.
- TRAUB, Heydon D.; FERREIRA, Luis; MCARDLE, Maria; ANTOGNELLI, Mauro. – **Fear and Greed in Global Asset Allocation**. The Journal of Investing. DOI 10.3905/joi.2000.319396. 9: 1 (2000) 27-31.
- WANG, Changyun – **Investor Sentiment and Return Predictability in Agricultural Futures Markets**. Journal of Futures Markets. ISSN 0270-7314. 21: 10 (2001) 929-952.
- YU, W.; LUI, E.; WANG, J. – **The predictive power of the implied volatility of options traded OTC and on exchanges**. Journal of Banking & Finance. ISSN 0378-4266. 34: 1 (2010) 1-11.
- ZWEIG, M. E. - **An Investor Expectations Stock Price Predictive Model Using Closed-End Fund Premiums**. Journal of Finance. ISSN 0022-1082. 28: 1 (1973) 67-78.