

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE  
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

PROBLEMAS DE ROTAS COM  
CUSTOS CUMULATIVOS EM  
DISTRIBUIÇÃO LOGÍSTICA

---

Gisela Maria de Castro Oliveira

Lisboa, maio de 2017



INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E  
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

PROBLEMAS DE ROTAS COM  
CUSTOS CUMULATIVOS EM  
DISTRIBUIÇÃO LOGÍSTICA

Gisela Maria de Castro Oliveira

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Controlo de Gestão e dos Negócios, realizada sob a orientação científica de José Manuel de Oliveira Pires, professor coordenador da área científica de Matemática.

Constituição do Júri:

Presidente: Prof.<sup>a</sup> Doutora Maria do Rosário Justino

Vogal: Prof. Doutor Aníbal Manuel Mota Areia

Vogal: Prof. Doutor José de Oliveira Pires

Lisboa, maio de 2017

Declaro ser a autora desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas. Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência ao seu autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

À minha filha Catarina, nunca é tarde ....

*If you find a path with no obstacles, it probably doesn't lead anywhere.*

Frank A. Clark

*Joy lies in the fight, in the attempt, in the suffering involved, not in the victory itself.*

Mahatma Gandhi

A parte que ignoramos é muito maior que tudo quanto sabemos.

Platão

*The most wasted day of all is that on which we have not laughed.*

Nicolas Chamfort

## AGRADECIMENTOS

Uma dissertação de mestrado é o culminar de uma fase de aprendizagem, de um esforço e de um empenhamento para muitos de nós difícil pela nossa situação profissional e familiar, só possível por todo empenhamento pessoal e apoio obtido da família, colegas, amigos e professores aos quais deixo aqui o meu agradecimento.

Ao professor Oliveira Pires, orientador desta dissertação, por todo o apoio prestado, paciência e disponibilidade demonstrada, o meu muito obrigado.

À minha mãe, à minha irmã Cristina e aos meus vizinhos António e Manuela Dias pelo incentivo que me deram para a conclusão desta dissertação.

Aos meus colegas de trabalho pelo incentivo para ver esta tarefa terminada.

As minhas amigas e colegas de grupo que sempre me incentivaram a seguir em frente.

Aos meus amigos do coração, pelas palavras de carinho e de força.

Ao sr. Frederico Barreiras, Diretor de Operações da empresa Progelcone, pela amabilidade com que me recebeu e me forneceu os dados da empresa que me ajudaram na conclusão desta dissertação.

## RESUMO

Nesta dissertação aborda-se um importante problema de distribuição logística, o problema da determinação de rotas ótimas designadas na literatura da especialidade por *Vehicle Routing Problem* (VRP).

Estamos perante um mercado cada vez mais competitivo, em que a satisfação das necessidades dos clientes aparece em primeiro lugar, assim, o tempo de entregas toma especial importância, mas do mesmo modo a otimização de recursos e redução de custos é cada vez mais importante para a sobrevivência das organizações.

Esta dissertação apresenta, num contexto de logística, o problema de otimização de rotas com custos cumulativos, designado na literatura da especialidade por *Cumulative Vehicle Routing Problem* (CumVRP). Este problema, para além de permitir uma melhor otimização de rotas atendendo aos seus custos num todo, permite também, face a um VRP normal, obter o tempo mínimo de chegada aos clientes. E o problema mais indicado em termos de Logística Humanitária, em que é preciso gerir um conjunto de processos e sistemas envolvidos na mobilização de pessoas, recursos, habilidades e conhecimentos para socorrer vítimas de desastres, com o objetivo de estabelecer rotas que permitam no menor tempo possível chegar às áreas afetadas afim de poder prestar o socorro necessário

**Palavras-Chave:** Rotas, Custos, Custos cumulativos, otimização.

## ABSTRACT

This dissertation addresses an important problem of logistic distribution, the problem of determination of optimal routes designated in the specialty literature for Vehicle Routing Problem (VRP).

We are facing an increasingly competitive market, in which the satisfaction of customers' needs is vital, thus the delivery time takes special importance, but likewise the resource optimization and cost reduction is increasingly important for the survival of organizations.

This dissertation presents, in a context of logistics, the route optimization problem with cumulative costs, designated in the specialty literature by Cumulative Vehicle Routing Problem (CumVRP). This problem, in addition to allow a best route optimization in view of its costs in all, allows, in face of a normal VRP, the minimization of the arrival time to clients.

This dissertation presents, in a context of logistics, the route optimization problem with cumulative costs, designated in the specialty literature by Cumulative Vehicle Routing Problem (CumVRP). This problem, in addition to allow a best route optimization in view of its costs in all, allows, in the face of a normal VRP, the minimization of arrival time to clients. Is the most suitable in terms of humanitarian logistics, where is necessary to manage a set of processes and systems involved in mobilizing people, resources, skills and knowledge to assist victims of disasters, with the aim of establishing routes that allow in the shortest time possible to reach the affected areas in order to be able to provide the help necessary.

**Key-words:** Routes, Cost, Cumulative Cost, Optimization

# ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Introdução ao tema.....	1
1.2 Objetivos.....	1
1.3 Estrutura da Dissertação .....	1
<b>2. DISTRIBUIÇÃO LOGÍSTICA.....</b>	<b>3</b>
2.1 Introdução .....	3
2.2 Distribuição Física.....	5
2.3 Planeamento de rotas.....	6
<b>3. PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS .....</b>	<b>9</b>
3.1 Introdução .....	9
3.2 Variantes do VRP.....	12
3.3 Resolução do problema .....	16
3.4 Formulações para o CVRP.....	17
<b>4. PROBLEMAS DE PLANEAMENTO DE ROTAS COM CUSTOS CUMULATIVOS.....</b>	<b>24</b>
4.1 Introdução .....	24
4.2 Definição e aplicações do CVRP com custos cumulativos.....	24
4.3 Resolução do problema .....	25
4.4 Formulações para o CCVRP e para o CumVRP .....	27
<b>5. APLICAÇÃO PRÁTICA.....</b>	<b>32</b>
5.1 Introdução .....	32

<b>5.2</b>	<b>Descrição da empresa</b> .....	<b>32</b>
5.2.1	Centros de Distribuição .....	33
5.2.2	Operação de distribuição .....	34
5.2.3	Objetivos .....	36
5.2.4	Restrições do problema .....	36
<b>5.3</b>	<b>Seleção de dados</b> .....	<b>36</b>
<b>5.4</b>	<b>Resultados e respetiva análise</b> .....	<b>40</b>
5.4.1	Resultados para o CVRP .....	41
5.4.2	Resultados para o CCVRP .....	42
5.4.3	Comparação dos resultados para o CVRP e para o CCVRP .....	44
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>47</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>49</b>
	<b>ANEXOS</b> .....	<b>54</b>
	ANEXO 1 – Mapas de Portugal com a divisão da distribuição .....	54
	ANEXO 2 – Dados relativos às rotas .....	56

## INDICE DE TABELAS

TABELA 2.1 – PESO DA MERCADORIA TRANSPORTADA POR VEÍCULOS PESADOS DE MERCADORIAS.....	8
TABELA 5.1 – AS 10 MAIORES ZONAS POR ORDEM DE GRANDEZA DE ENCOMENDAS .....	37
TABELA 5.2 – DISTÂNCIAS MÉDIAS DOS ARMAZÉNS AS ZONAS.....	38
TABELA 5.3 – DADOS DA ZONA CE6000 POR DATA.....	38
TABELA 5.4 – RESUMO DAS ENCOMENDAS .....	39
TABELA 5.5– MATRIZ DE DISTÂNCIAS ENTRE OS PONTOS DE ENTREGA .....	40
TABELA 5.6– MATRIZ DE TEMPOS ENTRE OS PONTOS DE ENTREGA .....	40
TABELA 5.7 – SOLUÇÃO DO MODELO CVRP .....	42
TABELA 5.8 – SOLUÇÃO DO MODELO CCVRP .....	43
TABELA 5.9 – TEMPOS DE CHEGADA A CADA CLIENTE EM CADA UMA DAS VARIANTES, CVRP E CCVRP.....	45

## INDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – LOGÍSTICA INTEGRADA.....	5
FIGURA 5.1 - GAMA DE PRODUTOS DA PROGELCONE.....	33
FIGURA 5.2 – ESTRUTURA DO PROCESSO DE DISTRIBUIÇÃO E RECOLHA.....	34
FIGURA 5.3 – DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE CLIENTES POR ZONAS DE ENTREGAS.....	34
FIGURA 5.4 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA SOLUÇÃO DO CVRP.....	42
FIGURA 5.5 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA SOLUÇÃO DO CCVRP.....	44

## LISTA DE ABREVIATURAS

- CVRP – *Capacitated Vehicle Routing Problem*
- CCVRP – *Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem*
- CumVRP – *Cumulative Vehicle Routing Problem*
- DCVRP – *Distance-constrained Capacitated Vehicle Routing Problem*
- DVRP – *Distance-constrained Vehicle Routing Problem*
- G-VRP – *Green-Vehicle Routing Problem*
- MDVRP – *Multi Depot Vehicle Routing Problem*
- OPVR – *Open Vehicle Routing Problem*
- PLI – *Programação Linear Inteira*
- TSP – *Travelling Salesman Problem*
- VRP – *Vehicle Routing Problem*
- VRPB – *Vehicle Routing Problem with Backhauls*
- VRPBTW – *Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows*
- VRPHF - *Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet*
- VRPPD – *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*
- VRPPDTW – *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery and Time Windows*
- VRPSD - *Vehicle Routing Problem with Split Deliveries*
- VRPSPD – *Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery*
- VRPTW – *Vehicle Routing Problem with Time Windows*

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Introdução ao tema

No mercado, cada vez mais competitivo, a gestão operacional tem um grande peso, pela necessidade que as organizações sentem em gerir melhor os seus recursos com vista à satisfação dos seus clientes e otimização de custos.

As organizações vêm-se confrontadas com decisões de modo a serem eficientes e conseguirem colocar os produtos / serviços disponíveis aos consumidores nas quantidades, tempo e lugar certos.

Nas atividades de distribuição, numa gestão do dia-a-dia, existe, pois, a necessidade de gerir frotas, determinar rotas e alocar recursos. Neste sentido, o *Vehicle Routing Problem* tem principal importância, pois é o modelo que permite planear as rotas com vista à minimização de custos e a satisfação dos clientes com o serviço.

## 1.2 Objetivos

Avaliar a capacidade dos modelos de determinação de rotas ótimas com custos cumulativos no que respeita à determinação da solução ótima.

## 1.3 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação encontra-se estruturada em seis capítulos.

No presente capítulo é feita uma breve introdução ao tema a ser abordado na dissertação, os objetivos e a estrutura da mesma.

No segundo capítulo é feita uma abordagem ao tema da distribuição logística, com uma introdução ao tema da logística e evolução dos conceitos, em que se salienta a importância da distribuição física e o planeamento de rotas, e deste modo enquadrar o tema em estudo.

No terceiro capítulo abordam-se alguns dos problemas de roteamentos dos veículos, resolução e formulações para o CVRP.

No quarto capítulo aborda-se o tema do problema de planeamento de rotas com custos cumulativos, em que se apresenta uma definição e aplicação e aplicações para o CVRP com custos cumulativos, a resolução do CCVRP e formulações do CCVRP e CumVRP.

No quinto capítulo, apresenta-se uma aplicação prática em que se faz uma breve introdução a empresa em estudo, o processo de recolha de dados e a resolução e análise da aplicação do CVRP e CCVRP.

Por fim, no sexto e último capítulo, são apresentadas as conclusões finais do trabalho.

## 2. DISTRIBUIÇÃO LOGÍSTICA

### 2.1 Introdução

O termo logística tem a sua origem no termo grego *Logistike*<sup>1</sup> (ciência prática do cálculo), do latim *logisticus* e do francês *logistique*, que numa visão militar se define como «ramo da ciência da guerra que estuda a organização e o funcionamento dos diferentes serviços (intendência, material, saúde, transportes, etc.) com os quais se dá satisfação a todas as necessidades de vida e de combate das tropas em campanha»<sup>2</sup>.

As vitórias numa guerra, não dependiam apenas de uma boa gestão estratégica. Sem uma boa gestão logística, que garantisse que os soldados estariam nos locais necessários, em condições de lutar e com os meios para isso, as vitórias dificilmente aconteceriam. Podemos então afirmar que uma boa gestão estratégica por si só não garante o futuro de um empreendimento, e que uma boa gestão logística é um alicerce nos êxitos de uma organização.

O *National Council of Physical Distribution Management (NCPDM)*, criado em janeiro de 1963 surgiu da necessidade de uma regulação da logística. Um grupo de educadores, consultores e gestores que visionaram que os transportes, armazenamento e inventários seriam o futuro da logística, criaram o NCPDM que, numa perspetiva de adaptação aos tempos, viria a mudar de nome para *Council of Logistics Management (CLM)*, em 1985, e *Council of Supply Chain Management Professionals (CSCMP)*, em janeiro de 2005.<sup>3</sup>

O conceito de logística, tem, ao longo dos tempos, sofrido várias alterações procurando adaptar-se à realidade temporal. Em 1985 a Logística era definida como um processo responsável pelo “planeamento, implementação e controlo da eficiência e eficácia, dos custos, fluxos e armazenagem de matérias primas, produtos em curso e acabados e informação relacionada, desde o ponto de origem até ao ponto de consumo, em conformidade com os

---

<sup>1</sup> MACHADO, José P. - Dicionário etimológico da língua portuguesa, 2ª ed. (1967). Lisboa: Livros Horizonte, Lda. Vol. II, pág. 1431

<sup>2</sup> Dicionário da Língua Portuguesa da Porto Editora

<sup>3</sup> <http://www.thefreelibrary.com/i2+Executives+to+Present+New-Generation+Solutions+at+CSCMP+2006+...-a0154329234>

requisitos dos clientes”<sup>4</sup>. Já em 2003, deixa-se de falar em Logística para passar a falar da Gestão Logística, definindo-a como parte da Gestão da Cadeia de Abastecimento, abordando já o problema da logística inversa e a satisfação das necessidades dos clientes.

A Gestão Logística é responsável pela tomada de decisões de modo a que as organizações sejam eficientes e conseguiram colocar os produtos/serviços disponíveis aos consumidores nas quantidades, tempo e lugar certos. Para isso é necessário ter uma boa rede de distribuição, ou seja, os meios humanos e materiais que permitam a circulação dos produtos de um ou mais pontos até aos clientes finais.

A globalização trouxe novos desafios às empresas. A abertura dos mercados, o aumento da concorrência leva a que muitas empresas tenham a necessidade de aumentar as suas vantagens competitivas. A oferta de produtos/serviços novos ou melhorados, a qualidade e preços mais atrativos, podem ajudar uma organização a conseguir prosperar neste mercado. Neste contexto, a gestão operacional tem um grande peso, ajudando as organizações a gerir melhor os seus recursos com vista à satisfação dos clientes e otimização de custos.

No atual contexto competitivo, quem chegar primeiro ao mercado, quem for mais célere a dar informações, quem servir melhor, quem entender melhor as necessidades e expectativas dos clientes, tem mais possibilidades de ganhar a sua preferência e, assim, conseguir encomendas. (Moura, 2006: 23)

Numa perspetiva cada vez mais virada para a satisfação das necessidades dos clientes, as empresas tentam agilizar processos e reduzir custos de modo a satisfazer uma procura cada vez mais exigente quer a nível de qualidade quer a nível de custos. Neste panorama surge o conceito de logística integrada, que não é mais do que o controlo de todo o processo logístico, entre a origem dos bens e as mãos dos clientes finais.

Normalmente, a logística integrada é dividida em áreas, devendo as empresas organizar sistemas que permitam a coordenação das mesmas, e assim tornar os processos mais ágeis e eficazes. Na figura 2.1 apresenta-se um exemplo das diversas áreas da logística integrada.

---

<sup>4</sup> FLINT, Daniel J. e KENT, John L. (1997). Perspectives on the evolution of logistics thought, In: Journal of Business Logistics, Vol. 18, N° 2, p. 20



**Figura 2.1** – Logística Integrada

**Fonte:** [http://logisticandoetp.blogspot.pt/2012/11/logistica-integrada\\_26.html](http://logisticandoetp.blogspot.pt/2012/11/logistica-integrada_26.html)

Assim de acordo com a figura 2.1 a Logística Integrada é composta pela Logística de Abastecimento, pela Logística de Distribuição, pela Logística de Manufatura, pela Logística Organizacional e pela Logística Reversa, que têm como objetivo principal a redução dos custos totais e de desperdícios.

O presente trabalho vai focar-se na logística de distribuição, também denominada de distribuição física, responsável pela fase final do processo, ou seja, de levar os produtos aos clientes finais, garantido um serviço de qualidade, rápido e de baixo custo. Ao mesmo tempo também por ser aquela que contribui mais para o custo total do processo logístico,

## **2.2 Distribuição Física**

A distribuição física é a área da logística responsável por colocar à disposição dos clientes os produtos/serviços que necessitam, na quantidade desejada e no momento pretendido, para tal é necessário controlar 5 fatores, que são: que produtos e ou serviços os clientes necessitam; onde e quando são necessários; quantos, ou seja, que quantidades são precisas e como é que devem ser entregues (Gouveia, 1995).

De acordo com Melo (2000), no processo da distribuição física, deve-se ter em consideração os seguintes fatores: o nível de serviço, os armazéns ou depósitos, os sistemas de expedição, a

embalagem, o controle de existências e o ciclo de pedidos. O controlo destes fatores obriga a um planeamento preciso e à tomada de decisões, pois afetam os custos totais da logística.

Cada vez mais, nos tempos que correm e devido ao panorama económico, as empresas reduzem as suas existências, pelo custo das mesmas e pelo custo de armazenamento. Deste modo um serviço de distribuição rápido e fiável, toma especial importância no desenvolvimento económico. Conseguir fazer chegar os produtos aos clientes, na hora e na quantidade necessária, a um preço acessível é um fator decisivo para o sucesso de uma organização.

Sendo a distribuição física a fase final do processo, a redução do preço dos produtos e ou serviços, de modo a torná-los mais atrativos para os clientes, só é possível através da redução dos custos de logística.

De acordo com Ballou (1995), concorrem para a formação do custo total, o custo das existências, o custo do armazenamento, o custo administrativo de processamento das encomendas e o custo dos transportes. Uma boa gestão de todos estes custos pode resultar na redução do custo total e por consequência numa maior competitividade das empresas.

Para a redução dos custos, as empresas podem: efetuar um estudo das necessidades dos clientes, e assim adequar as suas existências, reduzindo o custo das existências, que por sua vez, podem contribuir para a redução dos custos de armazenamento; adequar os seus centros de distribuição às necessidades quer de localização quer em número, pois pode ser mais favorável ter mais centros de distribuição menores e de mais fácil acesso de que um centro grande e de difícil acesso; escolher meios de transportes mais económicos e fiáveis.

Os transportes representam, nos custos de distribuição, a maior parcela, pelo que é necessária uma boa gestão dos mesmos, e, por conseguinte, um bom planeamento de rotas.

### **2.3 Planeamento de rotas**

De acordo com estudo da União Europeia, os custos de logística representam entre 10% a 15% do custo total dos produtos, podendo estes serem reduzidos para metade caso fossem eliminados obstáculos como: a burocracia do processo, redes de transporte ineficientes, falta de infraestruturas e a não realização do mercado interno de transportes. Nos dias de hoje muitas empresas recorrem a empresas externas para o tratamento da sua logística, sendo que

as relações contratuais a longo prazo com essas empresas representam 16% da logística global, sendo os serviços expressos a chave para os negócios de entregas e do e-commerce.

De acordo com *Roland Berger Strategy Consultants and Barclays*, em 2011, o volume de negócios do sector logístico ascendia a 981 mil milhões de euros, esperando-se um crescimento anual de 3% até 2020, sendo por isso cada vez mais importante a adaptação das empresas às novas necessidades do mercado de modo a puderem subsistir face aos altos níveis de concorrência. Assim, a redução dos custos é um ponto importante para a sobrevivência das empresas.

Para as empresas que possuem frotas próprias, um dos principais pontos de preocupação é a crise petrolífera desencadeada em 2008 que levou à inflação dos preços dos combustíveis, contribuindo para o aumento dos custos de distribuição que representam uma fatia considerável dos custos logísticos. Independentemente de o preço do barril do petróleo ter começado a diminuir a partir do segundo semestre de 2014, o aumento de imposto sobre os produtos petrolíferos agravou-se não permitindo a redução dos custos. O problema de planeamento de rotas, revela-se nestes casos de especial importância no contexto da distribuição logística.

Outra preocupação da logística é o impacto ambiental do sector, em que, 19% das emissões totais dos gases de efeito de estufa na EU-27 são da responsabilidade do sector dos transportes, sendo o principal poluidor, o sistema de transporte rodoviário que contribui com 93,1% dessa quota (Eurostat, 2009). As empresas que têm preocupações sociais e ambientais conseguem ter mais vantagens competitivas, pelo que a adaptação dos sistemas de transportes às necessidades assume especial importância.

Na tabela 2.1, apresentam-se os dados divulgados pelo INE referente a transportes rodoviários de mercadorias por veículos pesados nos anos de 2011 a 2014.

**Tabela 2.1 – Peso da mercadoria transportada por veículos pesados de mercadorias**

Período de referência dos dados (1)	Localização geográfica (Continente)	Peso da mercadoria transportada (t) pelos veículos pesados de mercadorias por Localização geográfica (Continente), Tipo de parque, Tipo de transporte e Escalão de peso bruto/ tara; Anual (2)								
		Tipo de parque								
		Total			Por conta de outrem			Por conta própria		
		Tipo de transporte								
		Total	Nacional	Internacional	Total	Nacional	Internacional	Total	Nacional	Internacional
		Escalão de peso bruto/ tara								
		Total								
	t (milhares)	t (milhares)	t (milhares)	t (milhares)	t (milhares)	t (milhares)	t (milhares)	t (milhares)	t (milhares)	
2014	Continente	145 990	120 272	25 718	97 193	73 379	23 814	48 797	46 893	1 904
2013	Continente	147 304	121 477	25 827	105 353	80 421	24 933	41 951	41 056	895
2012	Continente	147 473	128 521	18 952	93 219	75 980	17 240	54 254	52 542	1 712
2011	Continente	219 807	196 087	23 720	136 784	114 790	21 994	83 023	81 298	1 725

Peso da mercadoria transportada (t) pelos veículos pesados de mercadorias por Localização geográfica (Continente), Tipo de parque, Tipo de transporte e Escalão de peso bruto/ tara; Anual - INE, Inquérito ao Transporte Rodoviário de Mercadorias

Nota(s):

(1) Não estão disponíveis elementos do parque por conta própria para os anos 2000 a 2003.

(2) Inclui tráfego realizado em território estrangeiro

**Fonte:** Instituto Nacional de Estatística

De acordo com a tabela 2.1., podemos concluir que, a grave crise financeira sentida em Portugal em 2011, e conseqüente perda de poder económico, levou a um decréscimo nos transportes totais de 32,91% no ano de 2012 face a 2011. Comparando 2014 com 2012, apenas se verificou um decréscimo de 1%, justificado pela austeridade que se instalou e pela perda de poder económico. Se analisarmos os transportes por conta própria vs transportes por conta de outrem, verifica-se que em 2012 vs 2011 houve um decréscimo proporcional em ambas, mas quando comparando 2013 vs 2012 os transportes por conta de outrem apresentam um acréscimo de 13,02% enquanto os transportes por conta própria decrescem 22,68%. Já em 2014 vs 2013 verifica-se a inversão da tendência com os transportes por conta de outrem a decrescer 7,75% e os transportes por conta própria a crescerem 16,32%. Pode-se concluir que em 2014 já começavam a haver sinais de retoma económica, e que as empresas, face aos custos crescentes com as empresas de distribuição, voltaram a optar por ter os seus próprios serviços recorrendo menos às empresas especializadas.

Face ao exposto, os problemas de planeamentos de rotas num processo de distribuição logística assumem grande importância na redução dos custos de distribuição e, consecutivamente dos custos logísticos. Os problemas de planeamento de rotas de veículos ou *Vehicle Routing Problems* (VRP), são os problemas mais utilizados e estudados na otimização de rotas. De fácil modelação e adaptação a casos e necessidades reais, que podem ir de transportes de mercadorias, a transportes escolares ou assistência médica, ou à simples recolha do lixo.

## 3. PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

### 3.1 Introdução

Um importante problema que surge em logística, nomeadamente na distribuição ou recolha de produtos, ou em ambos os casos, é o da determinação de um conjunto de rotas de custo mínimo a ser realizado por uma frota de veículos sediada num determinado local, usualmente designado de depósito, que deve servir um conjunto de clientes dispersos geograficamente considerando algumas restrições operacionais. Este problema é designado por problema de roteamento de veículos e é conhecido, na literatura da especialidade, por *Vehicle Routing Problem* (VRP).

Desde que surgiu, o VRP tem sido objeto de um considerável trabalho de investigação com vista à sua resolução e à sua adaptação a situações que podem ser modeladas através de restrições adicionais incluídas no modelo original. Esse trabalho originou a publicação de centenas de artigos científicos e de alguns livros. A título de exemplo, refira-se a extensa bibliografia proposta por Laporte e Osman (1995) e a bibliografia anotada proposta por Laporte (1997), assim como os livros de Golden e Assad (1988), Ball, Magnanti, Monma e Nemhauser (1995), Toth e Vigo (2002) e Golden, Raghavan e Wasi (2008).

Neste capítulo faz-se uma abordagem ao VRP e às variantes deste problema mais conhecidas da literatura. Assim, na secção 3.2, apresenta-se a definição da versão básica do VRP. Na secção 3.3, apresentam-se algumas variantes desta versão bem como algumas aplicações das mesmas. Na secção 3.4, é feita uma referência à dificuldade de resolução do problema e apontados os métodos mais utilizados para a referida resolução. Finalmente, na secção 3.5, apresentam-se os principais tipos de formulações que têm sido propostas para a versão básica do problema.

### 3.1 Definição do problema básico

O VRP foi originalmente proposto por Dantzig e Ramser (1959) para resolver uma aplicação real para distribuição de gasolina em estações de serviço. Na sua forma inicial, o problema é definido como segue. Existe uma frota de veículos, cada um deles com capacidade limitada e idêntica, sediada num local designado por depósito; é conhecida a procura de cada cliente assim como o custo de transporte entre dois quaisquer clientes e entre o depósito e cada

cliente. O VRP consiste em determinar um conjunto de rotas de custo mínimo, cada uma delas com início e fim no depósito e realizadas por um único veículo, tal que cada cliente é visitado exatamente uma vez e em que a procura total dos clientes em cada rota não excede a capacidade do veículo.

Esta versão inicial do VRP é conhecida na literatura como *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP). Para definir matematicamente o problema, recorre-se normalmente ao uso de estruturas matemáticas, conhecidas como grafos. De um modo informal, um grafo consiste num conjunto  $N$  de pontos, designados por nodos ou vértices, e num conjunto de linhas unindo pares de pontos. As linhas podem ter, ou não, orientação. No primeiro caso, as linhas denominam-se de arcos e o grafo diz-se orientado, sendo usualmente representado por  $G = (N, A)$ . No segundo caso, as linhas denominam-se de arestas e o grafo diz-se não orientado, sendo usualmente representado por  $G = (N, E)$ . Um grafo que contém arcos e arestas diz-se um grafo misto. Um grafo não orientado ou misto pode ser transformado num grafo orientado substituindo cada aresta por dois arcos.

No grafo associado ao VRP, um dos pontos representa a localização do depósito enquanto os restantes representam a localização dos clientes. Cada linha representa a ligação direta entre os clientes e entre estes e o depósito. O caso em que o grafo é orientado corresponde à situação em que o custo de viajar entre os clientes e entre estes e o depósito depende do sentido em que o trajeto é efetuado, devido, por exemplo, à existência de vias de sentido único. O caso do grafo não orientado corresponde à situação em que esse custo é independente do sentido em que o trajeto é realizado. Assume-se que existe uma ligação direta entre cada par de clientes e entre estes e o depósito e, por isso, o grafo diz-se completo.

Assim, dependendo do tipo de grafo associado ao CVRP, existem duas versões para o problema: a versão assimétrica se o problema é definido sobre um grafo orientado e a versão simétrica se é definido sobre um grafo não orientado. Neste trabalho considera-se a versão assimétrica.

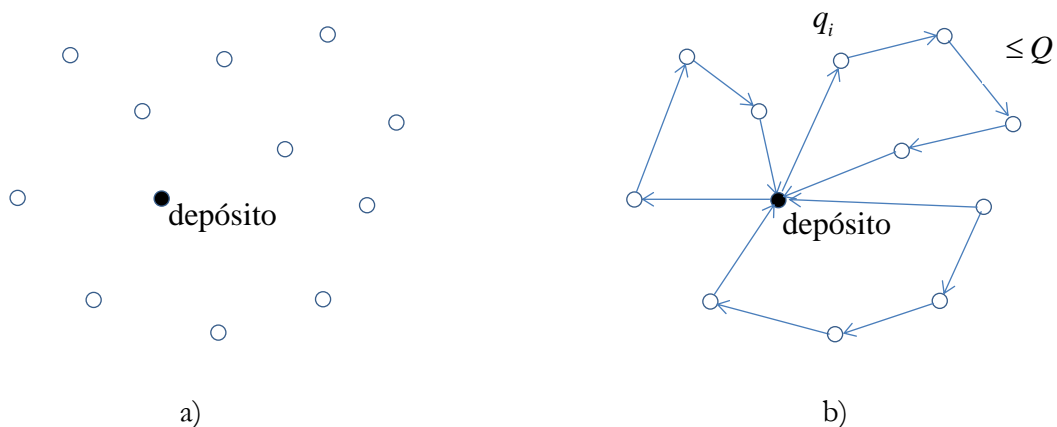
O CVRP pode então ser descrito, em termos da teoria de grafos, como se segue. Seja  $G = (N, A)$  um grafo orientado onde  $N = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  é um conjunto de nodos em que o nodo 0 representa o depósito, onde estão sediados os veículos, e os restantes  $n$  nodos representam os clientes que se pretendem servir a partir do depósito, e onde

$A = \{(i, j): i, j \in N, i \neq j\}$  é um conjunto de arcos que representam as ligações diretas entre os clientes e entre estes e o depósito. Considere-se ainda que a cada cliente  $i$  está associada uma procura positiva de  $q_i$ , com  $i = 1, \dots, n$ , unidades e que existe uma frota constituída por  $m$  veículos idênticos cada um deles com capacidade positiva  $Q$ , disponível no depósito. A fim de garantir a admissibilidade, assume-se que  $q_i \leq Q$  para cada  $i = 1, \dots, n$ . Assume-se também que o número  $m$  de veículos é não inferior ao número mínimo de veículos necessário para servir todos os clientes. Este número mínimo pode ser determinado através da resolução do problema do empacotamento associado ao CVRP, como se refere em Toth e Vigo (2002). Denotando por  $r(S)$ , com  $S \subseteq N \setminus \{0\}$ , o número mínimo de veículos necessários para servir todos os clientes em  $S$ , esse número é muitas vezes substituído por

$$\left\lceil \sum_{i \in S} q_i / Q \right\rceil.$$

Designando por  $c_{ij}$  o custo de transporte associado a cada arco  $(i, j)$ , o CVRP consiste em determinar o conjunto de  $m$  rotas de menor custo com início e fim no depósito tal que cada cliente seja visitado exatamente uma vez e em que a soma das procuras dos clientes numa mesma rota não exceda a capacidade  $Q$  do veículo que efetua essa rota.

Na figura 3.1 ilustra-se a forma da solução do problema onde, em a), se representa o depósito (a negrito) e o conjunto de clientes a visitar e, em b), se representa uma solução para o problema.



**Figura 3.1** – VRP: a) localização do depósito e dos clientes; b) solução do problema.

**Fonte:** Elaboração própria

De salientar que, quando a procura de cada cliente é unitária, a restrição de capacidade corresponde a uma restrição sobre o número máximo de clientes a visitar, ou sobre o número máximo de nodos na solução.

Refira-se também que quando existe um só veículo e a capacidade do veículo é superior à procura total dos clientes, isto é,  $Q \geq \sum_i q_i$ , o CVRP reduz-se ao problema do caixeiro viajante, conhecido na literatura por *the Travelling Salesman Problem* (TSP), pelo que o CVRP é uma generalização do TSP.

Este último problema consiste em determinar a ordem pela qual um caixeiro-viajante deve visitar um conjunto de cidades, visitando cada uma delas exatamente uma vez e regressando à cidade de partida, por forma a que o custo do percurso efetuado seja mínimo. O TSP é considerado na literatura da especialidade um dos mais importantes problemas de otimização combinatoria, quer pela dificuldade de resolução, quer pela grande aplicação a situações do mundo real e à resolução de outros problemas de otimização combinatoria como se refere, por exemplo, em Pires (2001). É evidente que consideração idêntica pode ser feita sobre o problema de roteamento de veículos.

Existem situações reais onde várias restrições operacionais são ignoradas pelo CVRP, pelo que diversas variantes deste problema podem ser consideradas quando tais restrições são contempladas. Algumas dessas variantes são apresentadas na próxima secção.

### **3.2 Variantes do VRP**

Uma das variantes do CVRP é o problema de roteamento com restrições de distância máxima, conhecido na literatura por *Distance-constrained Vehicle Routing Problem* (DVRP). Esta variante considera, para cada rota, uma restrição de comprimento máximo, definido em termos de distância ou de tempo de viagem, em vez de uma restrição de capacidade. Este problema utiliza-se normalmente quando existe a necessidade de respeitar o cumprimento dos horários de trabalho dos motoristas. Quando, para além das restrições de distância máxima, se consideram também as restrições de capacidade, o problema é designado por *Distance-constrained Capacitated Vehicle Routing Problem* (DCVRP).

Outra variante é aquela que considera janelas de tempo para visitar os clientes, isto é, a cada cliente está associado um intervalo de tempo dentro do qual cada cliente tem de ser visitado.

Nesta variante, não é permitido a chegada de um veículo para servir um cliente depois do instante final do intervalo de tempo em que tem de ser visitado. No entanto, um veículo pode chegar antes do instante inicial desse intervalo e, nesse caso, haverá um tempo de espera para poder servir o cliente. Esta variante é conhecida na literatura por *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW) e distingue-se do CVRP por considerar restrições temporais para além das restrições de capacidade. Este problema pode ser aplicado no serviço de entregas, por exemplo, em supermercados e de encomendas postais, em que se estipula um horário previamente escolhido pelo cliente para ser servido (ver, Golden, Assad e Wasil (2002)).

O problema designado na literatura por *Vehicle Routing Problem with Backhauls* (VRPB) é uma outra variante do VRP que considera a existência, numa mesma rota, de clientes a serem visitados para entregas de mercadorias e para recolha das mesmas. Assim, os clientes são agrupados em dois subconjuntos, um formado pelos clientes onde são feitas entregas e outro por clientes onde são feitas recolhas, onde os clientes do primeiro subconjunto são visitados antes dos clientes do segundo conjunto. O objetivo é de minimizar os custos e otimizar a utilização dos veículos ao aproveitar a sua capacidade na volta ao centro de distribuição.

Quando um VRPB inclui janelas de tempo para visitar os clientes tem-se uma outra variante designada na literatura por *Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows* (VRPB<sub>TW</sub>). Uma das aplicações práticas deste modelo sugerido por Thangiah, Potvin e Sun (1996) é o das empresas produtoras de bens que fazem a distribuição desses mesmos bens pelos seus clientes e aproveitam os veículos vazios para transportar matérias primas dos seus fornecedores para a origem, tendo em conta que tanto os clientes como os fornecedores têm horários de funcionamento.

No caso onde são realizadas entregas e recolhas de mercadorias em simultâneo aos clientes, tem-se uma outra variante do CVRP conhecida na literatura por *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery* (VRPPD). Nesta variante, a mercadoria é recolhida em determinados clientes e transportada para outros onde, em cada cliente, o processo de recolha é efetuado a seguir ao processo de entrega. Se a origem e destino das mercadorias são o mesmo, por exemplo o depósito, tem-se o *Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery* (VRPSPD). A aplicação deste problema à vida real foi inicialmente proposta por Min (1989) que sugeriu o estudo de uma rede de distribuição de livros de uma biblioteca pública no condado de Franklin, Ohio (EUA).

O VRPPD pode também incluir janelas de tempo para visitar os clientes e nesse caso temos um problema designado na literatura como *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery and Time Windows* (VRPPDTW). Este problema tem como objetivo minimizar os custos, as distâncias e os tempos de espera entre clientes. Uma das utilizações práticas sugeridas por Cordeau (2006) é o serviço de transportes de doentes, em que existe a necessidade de coordenar o transporte dos doentes para os diversos centros médicos, e os tempos de consultas / tratamentos, de modo a conseguir reduzir os tempos de espera de cada doente pelo transporte e assim assegurar a satisfação dos clientes.

As variantes do problema referidas anteriormente, assumem que cada cliente é apenas visitado por um único veículo. Dror e Trudeau (1989, 1990) abordam o caso em que cada cliente pode ser visitado por mais do que um veículo se tal conduzir a uma redução de custos, assumindo este caso especial importância quando a encomenda de um cliente excede a capacidade de cada veículo. No entanto, esta variante, designada na literatura por *Vehicle Routing Problem with Split Deliveries* (VRPSD), não é aplicável a todos os casos, porque, segundo os estudos de Archetti, Hertz e Speranza (200a), e Archetti, Savelsbergh e Speranza (2006b), só se a procura média dos clientes for superior a 50% da capacidade total dos veículos e a variabilidade da mesma for relativamente baixa (Archetti *et al.*, 2006b) é que o problema apresenta melhorias significativas relativamente à solução obtida através da aplicação de um VRP.

Outra variante do VRP é o *Multi Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP) abordada por Bodin, Golden, Assad e Ball (1983) que considera a existência de múltiplos depósitos, isto é, vários centros de distribuição que servem um conjunto de clientes, podendo funcionar independentemente ou interligados. No caso de funcionarem independentemente, os clientes são afetos a um centro de distribuição específico e as rotas determinadas por um VRP. No caso de os múltiplos depósitos funcionarem interligados, assume-se que um veículo inicia a sua rota num centro de distribuição, mas termina-a noutra centro. Uma das aplicações reais desta variante prende-se com a indústria dos refrigerantes e foi proposta por Golden e Wasil (1987).

Uma variante que recentemente tem merecido a atenção de alguns investigadores, é a variante do CVRP onde o objetivo principal é minimizar o tempo médio de chegada aos clientes em vez de minimizar o tempo total gasto para realizar as rotas. Numa perspetiva económica temos a aplicação na entrega de, por exemplo, bens perecíveis ou no transporte ou recolha de pessoas. Numa outra perspetiva, não económica, deparamo-nos com a Logística Humanitária

(LH), que de acordo com Van Wassenhove (2006), é definida como um conjunto de processos e sistemas envolvidos na mobilização de pessoas, recursos, habilidades e conhecimentos para socorrer vítimas de desastres e representa 80% das atividades de socorro à população vulnerável. O objetivo é o de estabelecer rotas que permitam no menor tempo possível chegar às áreas afetadas afim de poder prestar o socorro necessário (Ngueveu, Prins e Calvo, 2010). Esta variante é objeto de estudo deste trabalho e será apresentada no capítulo 4.

Uma outra variante, inicialmente abordada por Schrage (1981) e desenvolvida mais tarde por Sariklis e Powell (2000), é o *Open Vehicle Routing Problem* (OVRP), que diverge do CVRP, por considerar que os veículos não terminam as suas rotas no centro de distribuição, mas sim no último cliente visitado. O objetivo é o de minimizar o número de veículos a utilizar e as distâncias a percorrer, considerando que o custo da viagem de retorno, do último cliente visitado ao depósito, é largamente inferior ao custo com um novo veículo pelo que é desconsiderado. Este problema aplica-se aos serviços de distribuição subcontratados em que os veículos apenas recolhem os bens nos centros de distribuição, não tendo a necessidade / obrigação de a eles voltar no fim da rota, como são os exemplos de entregas expresso de encomendas e jornais (Li, Golden e Wasil, 2007).

Todas as variantes apresentadas anteriormente, consideram que os veículos utilizados são similares. No entanto Taillard (1999) propõe uma nova variante, denominada por *Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet* (VRPHF), que considera que os veículos com características diferentes, quanto a capacidades e custos. Nesta variante, o objetivo é o de determinar a melhor frota e a melhor rota que permita minimizar o custo total.

Uma preocupação crescente com o meio ambiente e o impacto ambiental na distribuição logística, tem levado a que muitos autores abordem a problemática dos consumos, como é o caso do *Energy Minimizing Vehicle Routing Problem* (EMVRP) proposto por Kara, Kara e Yetis (2007). A importância da renovação das frotas por veículos amigos do ambiente toma especial importância sendo que o problema é a autonomia dos mesmos. A possibilidade de paragens para abastecimentos permitindo assim aumentar as distâncias percorridas e reduzir o risco de ficar sem combustível, é proposto pelo modelo *Green-VRP* (G-VRP) apresentado por Erdoğan e Miller-Hooks (2012).

### 3.3 Resolução do problema

Como já se referiu na secção 3.2, o CVRP é uma generalização do TSP e, tal como este, pertence à classe dos problemas “difíceis” (Lenstra e Rinnooy Kan, 1981). Na realidade, o CVRP é um problema mais difícil de resolver do que o problema do caixeiro-viajante. Esta classe de problemas é constituída pelos problemas para os quais não se conhece, e acredita-se que não existe, um algoritmo eficiente para a sua resolução. Entende-se por algoritmo eficiente um algoritmo em que o tempo necessário para resolver qualquer instância é limitado por uma função polinomial na dimensão do problema, neste caso dada pelo número de nodos  $n$  e, conseqüentemente, o número de clientes.

Este facto, assim como a grande aplicação do problema a situações do mundo real, tem motivado que uma grande quantidade de trabalho de investigação sobre o problema tenha sido realizado e publicado desde o seu aparecimento. Esse trabalho tem incidido no desenvolvimento de variantes que procuram dar resposta a situações do mundo real, algumas das quais foram descritas na secção anterior, e no desenvolvimento de métodos com vista à resolução do problema e das suas variantes.

Assim, à semelhança do que acontece com outros problemas de otimização combinatória, duas abordagens têm sido utilizadas com vista à resolução do problema. Uma dessas abordagens consiste no desenvolvimento de métodos exatos que permitem a obtenção da solução ótima, mas cujo tempo necessário para obter essa solução é, para determinadas instâncias, demasiado elevado, comprometendo assim a obtenção de tal solução em tempo útil.

Uma outra abordagem, que consome muito menos tempo e daí a sua importância na resolução do problema, consiste no desenvolvimento de métodos aproximados, também conhecidos por métodos heurísticos, métodos meta-heurísticos e métodos híbridos que integram aspetos de várias meta-heurísticas. A solução obtida por estes métodos não tem a garantia de ser ótima, podendo mesmo nem sequer estar próxima da solução ótima. Contudo, esta abordagem revela-se bastante atrativa uma vez que o tempo necessário para obter uma solução é normalmente bastante inferior ao tempo gasto pelos métodos exatos. O valor da solução encontrada pelos métodos aproximados constitui um limite superior para o valor da solução ótima de uma instância do problema.

Os métodos exatos para a resolução do CVRP, bem como dos problemas de otimização combinatória em geral, baseiam-se, em muitos casos, no uso de algoritmos enumerativos do tipo *branch-and-bound*. O sucesso destes métodos depende, em grande parte, dos limites inferior e superior para o valor da solução ótima de uma instância do problema. Os limites inferiores para um problema de minimização, como é o caso do CVRP e suas variantes, são geralmente obtidos por recurso a uma relaxação de uma formulação em programação linear inteira (PLI) para o problema. Deste modo várias formulações têm sido propostas para o CVRP e suas variantes. Na secção que segue apresentam-se os principais tipos de formulações para o problema.

Antes, refira-se que uma grande quantidade de métodos, exatos e aproximados, têm sido propostos para o CVRP e para cada uma das suas variantes. Os trabalhos apresentados Laporte (2009), Toth e Vigo (2014) e Laporte, Ropke e Vidal (2014) permitem ter uma ideia atual do estado da arte nesta matéria.

Mais recentemente, têm sido propostos métodos que permitem tratar de forma unificada diversas variantes do problema de roteamento de veículos, como se pode observar, por exemplo, em Vidal, Crainic, Gendreau e Prins (2014).

### **3.4 Formulações para o CVRP**

Como se refere, por exemplo em Toth e Vigo (2002), existem basicamente três tipos de formulações para o CVRP: formulações baseadas no problema da partição de um conjunto, formulações baseadas no fluxo de veículos e formulações baseadas no fluxo de mercadorias. Nas formulações do primeiro tipo, existe uma variável associada a cada rota. Nas formulações do segundo tipo, usam-se variáveis de dois índices para indicar se o movimento de veículos de um cliente para outro é, ou não, efetuado, ou variáveis de três índices em que o terceiro índice serve para distinguir um veículo de outro. Nas formulações do terceiro tipo, usam-se variáveis adicionais de fluxo incluídas nas formulações do primeiro tipo. Estas variáveis permitem reduzir consideravelmente o número de restrições que impede a existência de rotas não admissíveis.

Como se refere em Letchford e Salazar-González (2006), os algoritmos que têm obtido maior sucesso na resolução do VRP são baseados nas formulações de fluxo de veículos com dois índices ou nas formulações baseadas no problema da partição, ou numa combinação das duas,

como acontece com os algoritmos propostos por Lysgaard, Letchford e Eglese (2004) e Fukasawa, Lysgaard, Poggi de Aragão, Reis, Uchoa e Werneck (2006). Não obstante tal facto, as formulações de fluxo de mercadorias ou produtos revelam-se bastantes úteis em variantes do CVRP onde as variáveis de fluxo podem ser usadas para modelar a estrutura de custos inerentes a essas variantes, como é o caso do VRP com custos cumulativos, apresentado em Kara, Kara e Yetis (2008), que será abordado no capítulo seguinte juntamente com o CVRP cumulativo, apresentado em Ngueveu *et al.* (2010). Antes, para uma melhor compreensão das formulações que serão apresentadas para tal variante, apresentam-se as formulações básicas para o CVRP.

Em muitas situações o número de veículos que constituem a frota sediada no depósito é ilimitado; noutras esse número é limitado superiormente e noutras é um número exato. De referir que no primeiro caso é normal recorrer ao aluguer de veículos cujo custo deve ser contabilizado na função objetivo. No que se segue consideram-se os dois últimos casos.

### 3.4.1 Formulação baseada no problema da partição de um conjunto

A formulação para o CVRP baseada no problema da partição de um conjunto foi originalmente proposta por Balinski e Quandt (1964). Para escrever tal formulação, os autores consideraram uma variável associada a cada rota possível realizada por um veículo. Seja então  $S$  o conjunto de todas as rotas possíveis e seja  $c_j$  o custo associado à rota  $j$  e  $a_{ij}$  um coeficiente binário tal que

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se e só se o o cliente } i \text{ é servido pela rota } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} .$$

Seja ainda  $x_j$ , para cada  $j \in S$ , uma variável binária tal que:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a rota } j \text{ é efetuada} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} .$$

O CVRP pode então ser formulado como um problema de partição do seguinte modo:

$$\min \sum_{j \in S} c_j x_j \tag{3.1}$$

$$s. a. \quad \sum_{j \in S} a_{ij} x_j = 1 \quad i = 1, \dots, n \tag{3.2}$$

$$\sum_{j \in S} x_j = m \quad i = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in S \quad (3.4)$$

A função objetivo (3.1) indica que se pretende minimizar o custo total das rotas a realizar. As restrições (3.2) garantem que cada cliente é visitado somente por uma rota. As restrições (3.3) garantem que são usados  $m$  veículos, isto é, são realizadas  $m$  rotas. As restrições (3.4) indicam a natureza das variáveis.

Note-se que a formulação anterior não explicita o uso das variáveis e dos custos associados a cada arco referidos na secção 3.1. No entanto, estas variáveis e custos são usados para a determinação do custo  $c_j$ , associado a cada rota, através da resolução do problema do caixeiro viajante.

Uma desvantagem associada à formulação anterior é o elevado número (exponencial) de variáveis envolvido na mesma e os problemas “difíceis” que é necessário resolver para a determinação do custo ótimo associado a cada rota.

### 3.4.2 Formulações baseadas no fluxo de veículos

A primeira formulação para o CVRP baseada no fluxo de veículos foi proposta por Laporte e Nobert (1983). Para tal considere-se um grafo orientado  $G = \{N, A\}$ , definido na secção 3.2, e sejam:

$c_{ij}$  - tempo de viagem entre os nodos  $i$  e  $j$ ;

$q_i$  - peso não negativo associado ao nodo  $i \in V'$  que representa a procura ou a oferta nesse nodo;

$Q$  - capacidade de cada veículo.

Considerem-se ainda as variáveis  $x_{ij}$  tais que

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \text{ está na solução ótima} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Assumindo  $c_{ii} = \infty$ , para todo o  $i$ , o CVRP pode então ser formulado do seguinte modo:

$$\min \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij} \quad (3.5)$$

$$s. a. \sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (3.7)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = m \quad (3.8)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = m \quad (3.9)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in N \setminus S} x_{ij} \geq \left\lceil \sum_{i \in S} q_i / Q \right\rceil \quad S \subseteq N \setminus \{0\}; S \neq \{\} \quad (3.10)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j = 0, \dots, n \quad (3.11)$$

A função objetivo (3.5) indica que se pretende minimizar o custo total das rotas a efetuar. As restrições (3.6) e (3.7) garantem que a cada nodo chega um arco e de cada nodo sai um arco, respetivamente, garantindo assim que cada cliente é visitado exatamente uma vez. As restrições (3.8) e (3.9) garantem, respetivamente, que o número de veículos que saem e chegam ao depósito é igual a  $m$ . As restrições (3.10) garantem a não existência de sub-rotas, isto é, de rotas não admissíveis. O valor  $\lceil x \rceil$  indica o maior inteiro que não excede  $x$ . Finalmente, as restrições (3.11) indicam a natureza binária das variáveis.

O modelo (3.5) – (3.11) pode facilmente ser adaptado para o caso em que o número de veículos a usar é, no máximo, igual a  $m$ . Nesse caso, as restrições (3.8) e (3.9) são substituídas pelas seguintes desigualdades, respetivamente:

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} \leq m \quad (3.8a)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = \sum_{j=1}^n x_{0j} \quad (3.9a)$$

Como foi referido antes, o modelo (3.5) – (3.11) utiliza variáveis com dois índices para indicar se um veículo efetua o trajeto associado a um arco e é conhecido por modelo de fluxos de veículos com dois índices. Um outro modelo utiliza variáveis com três índices em que o

terceiro índice identifica o veículo e é conhecido por modelo de fluxos de veículos com três índices (ver, por exemplo, Toth e Vigo, 2002).

### 3.4.3 Formulações baseadas no fluxo de mercadorias

As formulações baseadas em fluxo de mercadorias usam, para além das variáveis de dois índices utilizadas nas formulações de fluxos de veículos, um conjunto de variáveis não negativas associadas aos arcos para indicar a quantidade de fluxo ao longo desses arcos. Este tipo de formulações foi inicialmente proposto por Garvin, Crandall, John e Spellman (1957) e posteriormente desenvolvidas por Gavish e Graves ((1979), (1982)) para variantes do TSP e do VRP.

A seguir apresenta-se uma formulação baseada no fluxo de mercadorias proposta por Gavish e Graves (1979) e que é uma adaptação para este problema da formulação de fluxo proposta por este autor para a versão assimétrica do problema do caixeiro viajante. Para tal, considerem-se novamente as variáveis  $x_{ij}$  para indicar se o arco  $(i, j)$  está, ou não, na solução ótima, isto é,

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \text{ está na solução ótima} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases},$$

Considerem-se ainda as variáveis não negativas  $y_{ij}$  que indicam a quantidade de fluxo no arco  $(i, j)$ . Assumindo  $c_{i,i} = \infty$  para todo o  $i$ , tem-se então a seguinte formulação para o CVRP, para o caso de entrega de produtos:

$$\min \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij} \quad (3.12)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (3.14)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = m \quad (3.15)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = m \quad (3.16)$$

$$\sum_{j=0}^n y_{ji} - \sum_{j=0}^n y_{ij} = q_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3.17)$$

$$y_{ij} \leq Qx_{ij} \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (3.18)$$

$$y_{ij} \geq 0 \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (3.19)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (3.20)$$

Como no modelo anterior, a função objetivo (3.12) indica que se pretende minimizar o custo total das rotas a efetuar. As restrições (3.13) e (3.14) garantem que a cada cliente chega um só veículo e de cada cliente sai um só veículo, respetivamente, isto é, cada cliente é visitado exatamente uma vez. As restrições (3.15) e (3.16) garantem que existem  $m$  veículos que saem do depósito e chegam ao depósito, respetivamente. As restrições (3.17) são as restrições de conservação de fluxo relativas a cada cliente. Estas restrições indicam que a diferença entre a quantidade de fluxo que chega a um cliente  $i$  e a quantidade de fluxo que sai desse cliente é igual a  $q_i$  unidades de fluxo, garantindo assim que  $q_i$  unidades de fluxo são entregues ao cliente  $i$ . As restrições (3.18) são as restrições de capacidade que indicam a quantidade máxima de fluxo em cada arco. Finalmente, as restrições (3.19) e (3.20) indicam a natureza das variáveis. As restrições (3.19) indicam também a quantidade mínima de fluxo em cada arco.

No modelo anterior, as restrições (3.18) e (3.19) podem ser substituídas respetivamente pelas restrições

$$y_{ij} \leq (Q - q_i)x_{ij} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (3.18a)$$

$$y_{ij} \geq q_j x_{ij} \quad i, j = 1, \dots, n; \quad (3.19a)$$

permitindo obter uma formulação mais forte, em termos de relaxação em programação linear (Gavish, 1984).

Um caso particular do modelo anterior é obtido quando a procura associada a cada cliente é igual a 1, isto é,  $q_i = 1$ , para  $i = 1, \dots, n$ . Note-se que, neste caso, o valor de  $y_{ij}$  indica o número de clientes que falta visitar depois de se ter visitado o cliente  $i$ .

No modelo anterior considerou-se, como foi referido, a existência de uma frota constituída por  $m$  veículos a ser utilizado. No caso de  $m$  constituir um valor máximo para o número de veículos a utilizar nas restrições (3.15) e (3.16) são substituídas pelas restrições (3.8a) e (3.9a), à semelhança do que aconteceu no modelo (3.5) - (3.11).

No caso de recolha de produtos, uma formulação válida para o CVRP é obtida substituindo na formulação anterior as restrições (3.17) pelas restrições

$$\sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=0}^n y_{ji} = q_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3.17a)$$

Neste caso, as restrições de conservação de fluxo (3.17a) indicam que a diferença entre a quantidade de fluxo que sai de um cliente  $i$  e a quantidade de fluxo que chega a esse cliente é igual a  $q_i$  unidades de fluxo, garantindo assim que  $q_i$  unidades de fluxo são recolhidas ao cliente  $i$ .

Uma vantagem associada às formulações baseadas em fluxos de mercadorias, referidas anteriormente, é a de permitirem um número polinomial de restrições que eliminam sub-rotas indesejáveis. Uma outra vantagem refere-se a variantes onde a estrutura de custos pode ser descrita através das variáveis do fluxo de mercadorias, como é o caso do problema de roteamento de veículos com custos cumulativos que será apresentado no capítulo seguinte.

As formulações anteriores são formulações de uma comodidade e envolvem um número de variáveis e de restrições da ordem de  $n^2$ . Existem também formulações de fluxos de várias comodidades que envolvem um maior número de variáveis e de restrições, da ordem de  $n^3$  (ver Letchford e Gonzalez, 2015).

## 4. PROBLEMAS DE PLANEAMENTO DE ROTAS COM CUSTOS CUMULATIVOS

### 4.1 Introdução

No capítulo anterior foram apresentados alguns problemas de planeamento de rotas que normalmente surgem no processo de distribuição logística. Mais precisamente, apresentou-se o problema de roteamento de veículos com restrições de capacidade, denotado por CVRP, e referiram-se as suas principais variantes. Esses problemas têm por objetivo principal a minimização dos custos associados à distância total percorrida. Em muitas situações, num contexto de satisfação dos clientes ou de logística humanitária, o objetivo principal passa pela minimização do tempo médio de chegada a cada cliente. Este tipo de problemas são normalmente designados por problemas de planeamento de rotas, ou de roteamento, com custos cumulativos.

Neste capítulo faz-se uma abordagem à variante do CVRP com custos cumulativos, conhecida na literatura da especialidade por *Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem* e, por isso, denotada usualmente por CCVRP, assim com a uma extensão desta variante, designada por *Cumulative Vehicle Routing Problem* e denotado por CumVRP. Assim, na secção 4.2, são definidos os dois problemas e referidas algumas das suas aplicações. Na secção 4.3, apresentam-se formulações em programação linear inteira para os referidos problemas. Por fim, na secção 4.4, referem-se as abordagens que têm sido realizadas com vista à resolução dos referidos problemas.

### 4.2 Definição e aplicações do CVRP com custos cumulativos

O CCVRP é uma variante, relativamente recente, do CVRP que difere deste apenas pela estrutura de custos que adota e foi inicialmente estudada por Ngueveu *et al.* (2010). Neste problema, o objetivo consiste na minimização da soma dos tempos de chegada aos clientes ou, equivalentemente, do tempo médio de chegada aos clientes, em vez da tradicional minimização do custo (tempo, distância, etc.) total em servir todos os clientes, procurando assim fornecer o serviço a todos os clientes o mais cedo possível. Neste tipo de problemas, o objetivo é centrado na satisfação dos clientes em vez da minimização dos custos em servir esses clientes.

Como aplicações deste tipo de problema, há a referir as situações onde se pretende chegar a cada cliente o mais depressa possível, como é o caso da entrega de comida a clientes. Uma outra aplicação refere-se ao envio de equipas de socorro em situações de desastres (catástrofes) naturais tais como maremotos e terramotos onde se pretende reduzir o sofrimento e perdas de vida. A recolha ou a entrega de bens perecíveis e o transporte de pessoas onde a prioridade é chegar aos locais tão rapidamente quanto possível, constituem outros exemplos de aplicação deste tipo de problema. No contexto do transporte (entrega e recolha) de pessoas, há a salientar o caso dos transportes escolares, onde se pretende minimizar o tempo gasto pelos alunos durante o transporte.

Kara *et al.* (2008) apresentaram uma variante do CCVRP onde a função objetivo é definida não como a soma dos tempos de chegada, mas como a soma dos produtos destes pela procura do nodo, como se refere em Lysgaard e Wøhlk (2014). Os autores designam esta variante do CCVRP por CumVRP e referem duas aplicações do CumVRP: o problema do roteamento com minimização de energia do veículo e o problema de minimização da distância média percorrida ou do tempo médio gasto por estudante durante o transporte escolar.

Note-se que, como se refere em Campbell, Vandenbussche e Hermann (2008), a solução do CVRP não reflete a rapidez, equidade e justiça que caracterizam o transporte a realizar no contexto da logística humanitária.

A variante do CCVRP sem as restrições de capacidade dos veículos é conhecida por *k-Travelling Repairmen Problem*, onde  $k$  designa o número de veículos disponíveis.

### **4.3 Resolução do problema**

Como se refere em Ngueveu *et al.* (2010), o CCVRP pertence à classe dos problemas difíceis, referida no capítulo anterior. A abordagem à resolução do CCVRP tem sido feita através de métodos exatos e métodos aproximados, à semelhança do que acontece com os problemas de otimização combinatória, em geral, e com o CVRP, em particular. Contudo, tratando-se de um problema que começou a ser estudado recentemente, o número de trabalhos publicados sobre o mesmo é ainda reduzido.

Relativamente aos métodos exatos, apenas é conhecido o trabalho desenvolvido por Lysgaard e Wøhlk (2014) que propuseram o primeiro e único algoritmo exato para resolução do CCVRP, conhecido até à presente data. Trata-se de um algoritmo *branch-and-cut-and-price*

baseado numa formulação que combina duas formulações: uma formulação baseada no problema da partição e a formulação de fluxos de veículos para o CVRP para o caso simétrico. Através do seu algoritmo, os autores resolveram instâncias envolvendo até 150 clientes.

Do ponto de vista dos métodos aproximados, são conhecidos alguns trabalhos que são referidos de seguida. O primeiro trabalho foi desenvolvido por Ngueveu *et al.* (2010), no qual, os autores apresentam uma formulação em PLI para o problema e procedimentos para obter limites inferiores e superiores. Os limites inferiores são derivados das propriedades do CCVRP, enquanto os limites superiores são obtidos por recurso a um algoritmo memético (um algoritmo que usa a pesquisa local dentro de estrutura de um algoritmo genético para intensificar a pesquisa). Para avaliar a qualidade dos limites superiores que podem ser obtidos através do referido algoritmo, os autores realizaram experiências computacionais com instâncias propostas por Christofides, Mingozzi e Toth (1979), envolvendo entre 50 e 199 clientes.

Ribeiro e Laporte (2012) propuseram uma meta heurística designada por *Adaptive Large Neighborhood Search* e aplicaram-na às instâncias referidas anteriormente, propostas por Christofides *et al.* (1979) e usadas por Ngueveu *et al.* (2010), e também a instâncias de maior dimensão, envolvendo entre 240 e 483 clientes, propostas por Golden, Wasil, Kelly e Chao (1998). Os resultados apresentados pelos autores mostram que, para a grande maioria das instâncias testadas, o seu algoritmo supera o algoritmo de Ngueveu *et al.* (2010).

Chen, Dong e Niu (2012) propuseram um algoritmo de pesquisa local iterada que combina técnicas de perturbação com pesquisa local. Contudo, os resultados obtidos por estes autores são de qualidade inferior aos obtidos por Ribeiro e Laporte (2012).

Ke e Feng (2013) propuseram uma heurística de duas fases para a obtenção de uma solução aproximada para o problema. Estes autores fazem uma comparação da performance dos resultados obtidos pelo seu algoritmo e pelos algoritmos propostos por Ngueveu *et al.* (2010) e Ribeiro e Laporte (2012). Em resultado dessa comparação, e em linha com a comparação feita por Ribeiro e Laporte (2012), os autores concluem que o seu algoritmo e o proposto por Ribeiro e Laporte (2012) são os que fornecem a melhor solução aproximada conhecida até à data para cerca de metade das instâncias testadas.

Vidal *et al.* (2014) propuseram uma meta-heurística, designada por *Unified Hybrid Genetic Search* (UHGS). Para avaliar a performance do seu algoritmo, os autores realizaram experiências

computacionais sobre 29 variantes do VRP, incluindo o CCVRP, e usando 42 instâncias conhecidas da literatura. Os resultados obtidos mostram que, em geral, este algoritmo iguala ou supera os melhores resultados conhecidos até a data para as diversas variantes, incluindo o caso do CCVRP.

Relativamente ao CumVRP apenas é conhecido o trabalho desenvolvido por Kara *et al.* (2008). Estes autores propuseram duas formulações em PLI, baseadas em modelos de fluxos, uma para o caso da entrega de produtos e outra para o caso da recolha dos mesmos. Usando estas formulações e a versão 8.1 do *software cplex*, os autores resolveram instâncias envolvendo até 31 cidades e considerando um número de veículos a variar entre 4 e 9. A ideia de usar variáveis de fluxo para modelar custos cumulativos tinha também já sido utilizada por Gouveia e Pires (1999) no contexto do problema do caixeiro viajante cumulativo.

#### 4.4 Formulações para o CCVRP e para o CumVRP

Inspirados no trabalho desenvolvido por Kallehague, Larsen e Madsen (2006) sobre o VRP com janelas temporais, Ngueveu *et al.* (2010) propuseram uma formulação em PLI para o CCVRP que se apresenta de seguida. Para tal considere-se um grafo não orientado  $G = (V, E)$  onde  $V = \{0, 1, \dots, n, n+1\}$  é um conjunto de vértices e  $E = \{(i, j): i, j \in V, i < j\}$  é o conjunto das arestas que ligam os vértices. Os vértices 0 e  $n+1$  representam o depósito e  $V' = \{1, \dots, n\}$  representa o conjunto dos clientes. Considerem-se ainda os seguintes parâmetros:

$c_{ij}$  - tempo de viagem entre os nodos  $i$  e  $j$ ;

$q_i$  - peso não negativo associado ao nodo  $i \in V'$  que representa a procura ou a oferta nesse nodo ( $0 < q_i \leq Q$ );

$R$  - conjunto de veículos idênticos de capacidade  $Q$  ( $Q > 0$ ).

Sejam as variáveis binárias  $x_{ij}$  e as variáveis contínuas  $t_i^k$  definidas do seguinte modo, respetivamente:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ percorre a aresta } (i, j) \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases};$$

$t_i^k \equiv$  tempo de chegada do veículo  $k$  ao cliente  $i$ .

O CCVRP pode então ser formulado como um problema de programação linear inteira do seguinte modo:

$$\min \sum_{k \in R} \sum_{i \in V'} t_i^k \quad (4.1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i \in V} x_{ij}^k = \sum_{i \in V} x_{ji}^k \quad j \in V', k \in R \quad (4.2)$$

$$\sum_{k \in R} \sum_{j \in V} x_{ij}^k = 1 \quad i \in V' \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{j \in V} q_i x_{ij}^k \leq Q \quad k \in R \quad (4.4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j}^k = 1 \quad k \in R \quad (4.5)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+1}^k = 1 \quad k \in R \quad (4.6)$$

$$t_i^k + c_{ij} - (1 - x_{ij}^k)M \leq t_j^k \quad i \in V \setminus \{n+1\}, j \in V, k \in R \quad (4.7)$$

$$t_i^k \geq 0 \quad i \in V, k \in R \quad (4.8)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i \in V, j \in V, k \in R \quad (4.9)$$

A função objetivo (4.1) minimiza a soma dos tempos de chegada aos clientes. As restrições (4.2) são restrições de conservação de fluxo que garantem que se um veículo chega ao cliente  $i$  então ele deve sair desse cliente. As restrições (4.3) indicam que cada cliente é servido por um e um só veículo. As restrições (4.4) garantem que a procura total transportada pelo veículo  $k$  não excede a sua capacidade. As restrições (4.5) e (4.6) garantem que cada veículo inicia e termina a sua rota no depósito. As restrições (4.7) indicam que se o cliente  $j$  é servido imediatamente a seguir ao cliente  $i$  então o tempo de chegada do veículo  $k$  ao cliente  $j$  ( $t_j^k$ ) deve ser maior ou igual que o tempo de chegada do veículo  $k$  ao cliente  $i$  ( $t_i^k$ ) mais o tempo de transporte entre os clientes  $i$  e  $j$ . Nestas restrições,  $M$  é uma constante positiva de valor suficientemente grande. Estas restrições garantem a não existência de sub-rotas (ver Nogueira, *et al.* ((2010)). Finalmente, as restrições (4.8) e (4.9) indicam o tipo das variáveis de decisão.

Para o caso do CumVRP, a variante do CCVRP apresentada em Kara *et al.* (2008), estes autores apresentaram duas formulações baseadas nas formulações de fluxo de mercadorias apresentadas na subsecção 3.4.3. Para tal considere-se novamente um grafo orientado  $G = (N, A)$  onde  $N = \{0, 1, \dots, n\}$  é um conjunto de nodos e  $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$  é o conjunto de arcos que ligam esses nodos. O nodo 0 representa o depósito e os restantes nodos representam os clientes. Considerem-se ainda os seguintes parâmetros:

$d_{ij}$  - distância entre os nodos  $i$  e  $j$ ;

$q_i$  - peso não negativo associado ao nodo  $i$  que representa a procura ou a oferta nesse nodo;

$m$  - número de veículos idênticos de capacidade  $Q$ .

$Q_0$  - valor inicial do fluxo da origem ao primeiro nodo da rota, no caso de recolha, ou o valor do fluxo final do último nodo da rota à origem, no caso de entrega;

Sejam as variáveis binárias  $x_{ij}$  e as variáveis contínuas  $y_{ij}$  definidas do seguinte modo, respetivamente:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \text{ está na solução óptima} \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

$y_{ij} \equiv$  quantidade de fluxo no arco  $(i, j)$  se o veículo viaja de  $i$  para  $j$

O CumVRP pode, para o caso de entrega de produtos, ser formulado como um problema de programação linear inteira do seguinte modo:

$$\min \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} y_{ij} \quad (4.10)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.11)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (4.12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = m \quad (4.13)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = m \quad (4.14)$$

$$\sum_{j=0}^n y_{ji} - \sum_{j=0}^n y_{ij} = q_i \quad i = 1, \dots, n \quad (4.15)$$

$$y_{i0} = Q_0 x_{i0} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.16)$$

$$y_{ij} \leq (Q - q_i) x_{ij} \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (4.17)$$

$$y_{ij} \geq (Q_o + q_j) x_{ij} \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (4.18)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (4.19)$$

Na formulação anterior  $q_0 = 0$  e, para facilitar a notação, assume-se que  $i \neq j$ . A função objetivo (4.10) indica que se pretende minimizar o custo total das rotas dado pelo produto da distância entre dois nodos e o fluxo que percorre o arco definido por esses dois nodos. As restrições (4.11) e (4.12) garantem que a cada cliente chega um só veículo e de cada cliente sai um só veículo, respetivamente, isto é, cada cliente é visitado exatamente uma vez. As restrições (4.13) e (4.14) garantem que são usados  $m$  veículos. As restrições (4.15) são as restrições de conservação de fluxo relativas a cada cliente. Como referido anteriormente, estas restrições indicam que a diferença entre a quantidade de fluxo que chega a um cliente  $i$  e a quantidade de fluxo que sai desse cliente é igual a  $q_i$  unidades de fluxo, garantindo assim que  $q_i$  unidades de fluxo são entregues ao cliente  $i$ . Estas restrições impedem a existência de sub-rotas. As restrições (4.16) indicam o valor do fluxo no primeiro arco de cada rota. Por sua vez, as restrições (4.17) são as restrições de capacidade para cada arco e garantem que o fluxo num arco que não esteja na solução é igual a zero. As restrições (4.18) indicam um limite inferior para o fluxo em cada arco. As restrições (4.19) são as restrições de integralidade e indicam a natureza das variáveis. Note-se que, devido às restrições (4.18), as restrições de não negatividade para as variáveis de fluxo não são necessárias.

A formulação anterior pode facilmente ser adaptada para o caso de recolha de produtos. Basta, para o efeito, substituir as restrições (4.15) – (4.18) pelas seguintes restrições, respetivamente:

$$\sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=0}^n y_{ji} = q_i \quad i = 1, \dots, n \quad (4.15a)$$

$$y_{0i} = Q_0 x_{0i} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.16a)$$

$$y_{ij} \leq (Q - q_j) x_{ij} \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (4.17a)$$

$$y_{ij} \geq (Q_o + q_i) x_{ij} \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (4.18a)$$

À semelhança do que acontece com o CVRP, o modelo anterior pode também ser facilmente adaptado para o caso em que  $m$  representa o número máximo de veículos a ser usado. Basta, para o efeito, substituir as restrições (4.13) e (4.14) pelas restrições (3.8a) e (3.9a) apresentadas na secção 3.4.2.

Como se mostra em Kara *et al.* (2008), quando a matriz dos custos é simétrica não é necessário fazer a distinção entre o caso de entrega e caso de recolha, pelo que a formulação (4.1) – (4.2) é válida para ambos os casos.

## 5. APLICAÇÃO PRÁTICA

### 5.1 Introdução

Este capítulo destina-se a apresentar os resultados da aplicação de alguns dos modelos apresentados nos capítulos 3 e 4 a uma empresa do sector do comércio de bens de consumo, bem como uma análise a esses resultados. Mais especificamente, pretende-se analisar as diferenças entre as soluções fornecidas pelo CVRP e pelo CCVRP. Assim, na secção 5.2, é feita uma descrição da empresa para uma contextualização do problema. Na secção 5.3, é descrito o modo como foram obtidos os dados. Por fim, na secção 5.4 são apresentados os resultados obtidos e é feita uma análise a esses resultados.

### 5.2 Descrição da empresa

A Progelcone é uma PME familiar e foi fundada em 1982, quando o seu fundador regressa de Moçambique e constrói de raiz o seu negócio. A produção de cones de bolacha a nível industrial era na época uma oportunidade de negócio fiável, pois vinha colmatar a inexistência de produção disponível, pois na altura apenas a Olá tinha produção própria, mas para seu consumo exclusivo.

A empresa inicia a sua atividade em 1983, e vinga no mercado quer pela aquisição de outra empresa, a Pinguim, que também se dedicava ao negócio dos gelados, mas tinha uma unidade fabril obsoleta, quer pela assinatura, em 1989, do contrato de produção de cones para a Olá, que preferiu desinvestir a investir na unidade fabril envelhecida que detinha.

No entanto a sazonalidade do negócio dos gelados em Portugal, não permitiria uma empresa subsistir no mercado, levando a que a empresa em 1988 decidisse diversificar a sua atividade, alargando a sua gama de produtos para o mercado dos gelados.

Nos tempos atuais produz bolachas para gelados e pastelaria, plásticos descartáveis para contacto com géneros alimentícios por processo de injeção, executa impressão de copos, embalagem de géneros alimentícios e comercializa todos os produtos relacionados com gelados, embalagens descartáveis para restauração, produtos alimentares de *Food Service*, produtos de higiene e limpeza, utensílios e equipamentos. Podemos ver na Figura 5.1 as marcas e produtos comercializados.

	Produtos para gelados
	Embalagens descartáveis para restauração
	Produtos alimentares de Food Service
	Produtos de higiene e limpeza profissional
	Utensílios e Equipamentos

**Figura 5.1** - Gama de Produtos da Progelcone

**Fonte:** Progelcone

Criada na zona de Lisboa, concelho de cascais, tinha inicialmente o seu raio de ação circunscrita à grande Lisboa, tendo vindo a adquirir outros centros de distribuição já existentes em Albufeira e Maia e assim expandindo a sua zona geográfica de comercialização e assim estar mais perto dos seus clientes.

No entanto a Progelcone não foge ao avançar dos tempos e aposta também na internacionalização, tendo para isso, em 2007, adquirido um centro de distribuição em Espanha. Para além disso, também exporta essencialmente para os mercados Africano e Europeu.

A empresa tem sede na Abóboda, onde detém edifício destinado aos serviços centrais administrativos, um armazém próprio e uma unidade fabril.

### **5.2.1 Centros de Distribuição**

A empresa detém 4 armazéns, o principal situado nas instalações da Progelcone em Abóboda, 3 secundários, sendo que 2 se situam no norte e sul do país, e o terceiro em Espanha, na zona de Alicante. O armazém do sul do país, situa-se em Ferreiras, concelho de Albufeira, e cobre toda a área do Algarve. Já o do norte, situa-se na Maia e cobre grande parte do norte do país, mas mais para o litoral.

Numa perspetiva de minimização de custos a empresa opta por não fazer armazenamento nos centros de distribuição, possuindo apenas nestes um stock mínimo para satisfação de pequenas necessidades. Assim todas as encomendas efetuadas durante o dia são preparadas no armazém central, na Abóboda, por volta das 21h carregadas em camiões por ordem de

distância, e enviadas durante a noite para os centros de distribuição. À chegada aos centros, as encomendas são divididas pelos carros de distribuição, que seguem depois os seus percursos. Na figura 5.2 podemos ver o esquema da estrutura de distribuição e recolha da Progelcone.

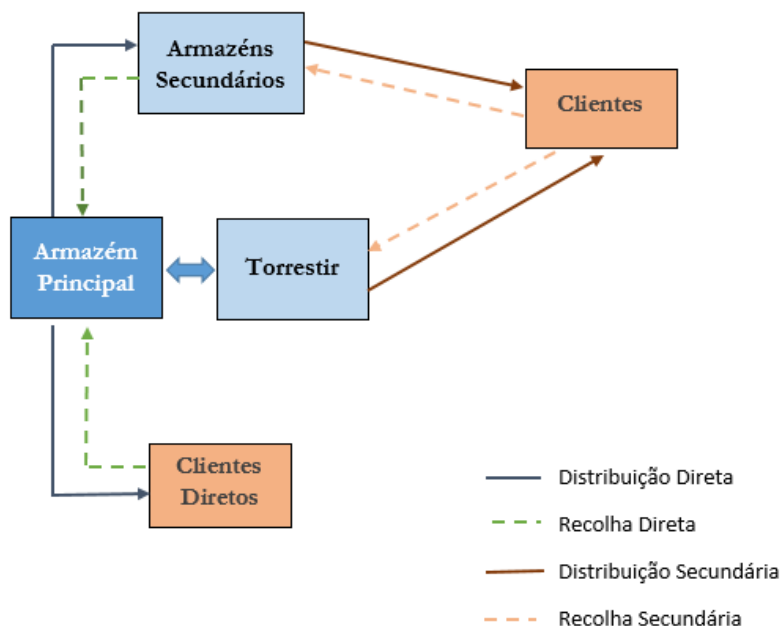


Figura 5.2 – Estrutura do processo de distribuição e recolha

### 5.2.2 Operação de distribuição

A Progelcone tem clientes espalhados por todo o país, pelo que para facilitar a operação, dividiu o país por zonas e por rotas conforme se pode ver no anexo 1. As zonas que apresentam maior concentração de clientes são: o grande e Porto, a região da grande Lisboa e o Algarve. Na figura 5.3 podemos ver a distribuição por zonas dos clientes.

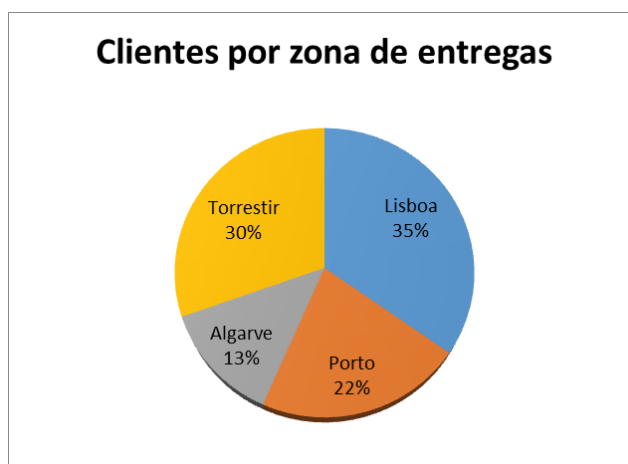


Figura 5.3 – Distribuição do número de clientes por zonas de entregas

As 3 zonas asseguradas pela Progelcone representam apenas 30% do território português, mas ao mesmo tempo representam 70% do volume de negócios da empresa, que ronda os 14.000.000,00€ anuais. Isto levou a que a empresa tivesse decidido, com vista à operacionalização da sua distribuição e minimização de custos, entregar a distribuição dos restantes clientes a terceiros, tendo sido escolhido o Grupo Torrestir que opera no ramo de transportes rodoviários de mercadorias desde 1962, e oferecem serviços de nas áreas de logística e transportes. Sendo uma das principais empresas de transportes nacionais, assegurando distribuição porta-a-porta em 24 horas.

O principal objetivo da empresa é a satisfação dos clientes, e conseqüente fidelização, ficando a minimização de custos de distribuição em segundo lugar. Para a Progelcone, não existe encomenda que não seja satisfeita, independentemente do tamanho / quantidade, assim a relação proveito / custo não é tida em conta na decisão de entrega, acabando a empresa muitas vezes por assumir os custos, que são compensados pelos proveitos que advêm da fidelização dos clientes.

A empresa possui uma frota de 60 viaturas, na sua maioria atribuídas à atividade comercial, havendo a preocupação de selecionar viaturas com baixos consumos e manutenções controladas. As viaturas atribuídas à distribuição são na sua maioria da marca Toyota, modelo Dyna apresentando uma capacidade de carga de 12 m<sup>3</sup> e um consumo médio de 12 l/100 km.

As entregas são efetuadas nos dias úteis, sendo estabelecido um calendário semanal de rotas a serem visitadas. Para além das rotas normais, existem entregas denominadas “sem rota definida”, que são cargas extra especiais. Em determinadas rotas existem janelas temporais a serem respeitadas, assim a norma é primeiro servir esses clientes, normalmente grandes superfícies e centro comerciais, e posteriormente os restantes clientes. Os motoristas são os responsáveis por definir a sequência da rota. Assim, a cada cliente é atribuído um “stop”, ou seja, um número de ordem na sequência de clientes a serem visitados. Em média cada veículo percorre 90 km diariamente.

A zona da grande Lisboa serve 16 rotas e ainda é responsável pelos fretes e despachos de mercadoria para outros destinos, e tem ao seu serviço 9 viaturas. A zona sul tem ao seu serviço 3 viaturas, que asseguram as oito rotas todos os dias uteis. A zona norte serve 8 rotas, e tem ao seu serviço 3 viaturas. A Torrestir assegura diariamente 20 rotas.

### **5.2.3 Objetivos**

O objetivo deste estudo é o de determinar rotas ótimas de distribuição e determinar até que ponto não será mais vantajoso que uma rota agora servida pela Torrestir, passe a ser efetuada diretamente pela Progelcone, expandido assim o seu território de ação. Este estudo irá munir a empresa com uma ferramenta de trabalho que lhes permitirá equacionar uma alteração do sistema de rotas com a consequente poupança nos custos, bem como expandir os seus serviços para passar a fazer entregas de gelados.

A empresa tem preocupações quer ambientais quer com o controlo de custos, pelo que têm vindo a renovar a sua frota com veículos com índices de emissão de CO<sub>2</sub> baixos, com consumos baixos e com custos de manutenção controlados, e equaciona até 2018 passar a ter na sua frota veículos elétricos, uma vez que estes têm vindo a evoluir e já conseguem ter uma capacidade e maior autonomia (170Km). Na recente renovação adquiriu 24 Citroen Nemos, que são comerciais com um volume de carga de 2,5 m<sup>3</sup> e 539kg, que apresentam um consumo de 4,5 l/100km.

Para este estudo, vamos considerar que os veículos a serem utilizados são as carrinhas Citroen Nemo.

### **5.2.4 Restrições do problema**

Como foi dito anteriormente, a empresa valoriza a satisfação do cliente pelo que na resolução do problema existem restrições que devem ser tidas em consideração, como:

- Não existem quantidades mínimas de encomenda;
- As encomendas devem ser satisfeitas no prazo máximo de 48h;
- As encomendas não devem exceder a capacidade de carga dos veículos;
- Os clientes só devem ser visitados uma vez por dia;
- Cada rota inicia-se e termina no armazém.

## **5.3 Seleção de dados**

A empresa disponibilizou a base de dados dos clientes servidos pela Torrestir e os dados de faturação do mês de setembro de 2012, em que, para facilitar a compreensão do problema, se considera que as atuais rotas realizadas pela Torrestir correspondem a zonas. Assumindo que

cada fatura correspondia a uma entrega, obteve-se o número de entregas feitas por zona durante o mês, bem como o peso bruto e volume ocupado pelas encomendas, permitindo assim selecionar a zona com mais movimento. Para a seleção também se teve em atenção a distância média entre o armazém e a zona.

**Tabela 5.1** – As 10 maiores zonas por ordem de grandeza de encomendas

<b>Cod.Zona</b>	<b>Nº de Fat.</b>	<b>Peso Bruto Total</b>	<b>Volume total (litros)</b>
CE2000	160	3.558	20.653
CE5015	119	2.546	20.553
CE3000	117	2.730	20.726
CE6000	97	2.954	16.770
CE5060	94	2.345	10.694
CE5050	88	2.112	14.653
CE1020	58	1.504	7.510
CE5005	53	1.253	4.541
SU2020	51	2.746	95.481
CE5000	44	1.655	7.761
<b>Total Geral</b>	<b>881</b>	<b>23.402</b>	<b>219.342</b>

Na tabela 5.1, podemos ver as zonas ordenadas por ordem de grandeza do número de faturas, ou seja, de encomendas efetuadas, sendo apenas apresentadas as 10 maiores zonas entre as 17 zonas servidas. Pela sua análise, podemos comprovar que a zona que apresenta o maior número de encomendas é a zona CE2000, e a que apresenta maior volume ocupado é a SU2020.

Na tabela 5.2 temos a indicação do código e nome das zonas, bem como a distância aos armazéns selecionados: sendo o armazém 01 o armazém principal, localizado em Abóboda e o armazém 030, o armazém da Maia.

**Tabela 5.2** – Distâncias médias dos armazéns as zonas

Zonas		Arm 01	Arm 030
Código	Nome		
CE1020	Mealhada	240	115
CE2000	Coimbra	223	136
CE3000	Leiria	153	201
CE5000	Beira Alta 1	379	249
CE5005	Guarda	370	249
CE5015	Viseu	344	132
CE5050	Beira Baixa 2	185	241
CE5060	Beira Baixa 2	150	234
CE6000	Ribatejo	102	293
SU2020	Alto Alentejo	258	282

Pela análise da tabela 5.2, podemos comprovar que a zona que apresenta menor distância a um centro de distribuição é a CE6000, sendo que a nível de grandeza de encomendas se encontra em quarto lugar. Assim a zona escolhida foi a CE6000 que serve o Ribatejo a partir do armazém principal.

Selecionada a zona a servir, analisaram-se as encomendas de modo a selecionar um dia a estudar. A tabela 5.3 apresenta as datas em que foram efetuadas entregas, o número de faturas (encomendas), o peso bruto e o volume das encomendas em m<sup>3</sup>.

**Tabela 5.3** – Dados da zona CE6000 por data

DataFactura	Nº de Fat.	Peso Bruto Total	Volume Total (m3)
03/09/2012	4	11,89	-0,03
05/09/2012	23	1.140,83	5,83
07/09/2012	4	38,48	0,22
12/09/2012	16	571,70	3,77
14/09/2012	2	70,73	0,34
17/09/2012	1	17,88	0,02
19/09/2012	21	512,21	3,21
24/09/2012	1	-2,84	-0,01
26/09/2012	23	542,72	3,22
28/09/2012	2	50,00	0,20
<b>Total Geral</b>	<b>97</b>	<b>2.953,58</b>	<b>16,77</b>

Analisada a tabela 5.3, selecionou-se o dia 05/09/2012 que é o que apresenta maior volume de encomendas e peso bruto. As 23 encomendas do dia, referem-se a 17 clientes, mas como 8 estão posicionados no mesmo espaço comercial, considera-se que existem apenas 10 pontos de entrega, conforme podemos verificar na tabela 5.4.

**Tabela 5.4 – Resumo das encomendas**

Data da Factura	Ponto entrega	Índice	NrCli	Dist.Arm. (min)	Nº de Doc	Peso Bruto Total	Volume Total (litros)
	1	i1	Armazém				
05/09/2012	2	i2	22450	71	1	11	80
05/09/2012	3	i3	14742SEDE	74	1	78	1.050
05/09/2012	4	i4	29597	77	1	2	20
05/09/2012	5	i5	19812	62	1	5	80
05/09/2012	6	i6	14480DEUS	54	1	106	310
05/09/2012	7	i7	08087SANTA	70	2	25	30
05/09/2012	7	i7	09683SANTA	70	4	234	680
05/09/2012	7	i7	16633WSHOP	70	1	27	120
05/09/2012	7	i7	19383SANTA	70	1	66	310
05/09/2012	7	i7	21811SANTA	70	1	20	50
05/09/2012	7	i7	22693SANTA	70	1	49	130
05/09/2012	7	i7	22693WSHOP	70	1	87	350
05/09/2012	7	i7	33216SANTA	70	1	19	50
05/09/2012	8	i8	22521SANT1	70	2	79	700
05/09/2012	9	i9	28557SANTA	82	1	17	230
05/09/2012	10	i10	33442LIBER	69	1	6	40
05/09/2012	11	i11	27560SANTA	68	2	311	1.600
<b>Totais</b>					<b>23</b>	<b>1.141</b>	<b>5.830</b>

A tabela 5.4 apresenta, para a data da entrega selecionada, o número de um ponto de entrega e índice atribuído a cada cliente, o número de cliente definido pela empresa, a distância em minutos entre o centro de distribuição e o ponto de entrega, o número de encomendas realizadas por cada cliente, o peso bruto das encomendas por cliente e o volume em litros das mesmas.

Dos dados fornecidos pela empresa, apenas constava as moradas dos clientes, não existindo qualquer referência a distâncias ou tempos de percurso, pelo que se recorreu à ferramenta *Google maps* para determinar as distâncias e tempos de entregas.

Nas tabelas 5.5 e 5.6 podemos ver as matrizes de distância e tempo correspondente à deslocação entre o centro de distribuição e os pontos de entrega.

**Tabela 5.5–** Matriz de distâncias entre os pontos de entrega

Índices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		81,8	95,4	87,2	63,2	65,9	96	96,2	106	96,2	96,6
2	81,8		31,7	6	10	11,8	42,1	42,2	49,2	42,3	41,7
3	95,4	31,7		28,8	41,1	37,2	46,5	46,7	53,7	46,4	46,1
4	87,2	6	28,8		15,6	17,4	36,8	37	44	37	36,4
5	63,2	10	41,1	15,6		4,6	51,5	51,7	58,6	51,7	51,1
6	65,9	11,8	37,2	17,4	4,6		53,4	53,5	60,5	53,5	53
7	96	42,1	46,5	36,8	51,5	53,4		0,15	8,5	0,45	0,9
8	96,2	42,2	46,7	37	51,8	53,5	0,15		11,3	0,6	1,1
9	106	49,2	53,7	44	58,6	60,5	8,5	11,3		8,8	8,3
10	96,2	42,3	46,4	37	51,8	53,5	0,45	0,6	8,8		0,5
11	96,6	41,7	46,1	36,4	51,1	53	0,9	1,1	8,3	0,5	

**Tabela 5.6–** Matriz de tempos entre os pontos de entrega

Índices	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11
i1		71	74	77	62	54	70	70	82	69	68
i2	71		30	8	14	15	40	41	43	40	38
i3	74	30		31	33	34	45	41	45	41	41
i4	77	8	31		20	21	34	34	43	34	34
i5	62	14	33	20		6	45	45	42	45	43
i6	54	15	34	21	6		44	44	44	44	44
i7	70	40	45	34	45	44		2	14	5	9
i8	70	41	41	34	45	44	2		15	7	11
i9	82	43	45	43	42	44	14	15		15	14
i10	69	40	41	34	45	44	5	7	15		7
i11	68	38	41	34	43	44	9	11	14	7	

## 5.4 Resultados e respetiva análise

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos para a instância descrita anteriormente. Para obtenção desses resultados foram utilizados o modelo de fluxo de mercadorias descrito em (3.12) – (3.20) para o caso do *Capacitated vehicle routing problem* (CVRP) e o modelo (4.1) – (4.9)

para o caso do *Cumulative Capacitated vehicle routing problem* (CCVRP). Nesses modelos, e com base nos dados referidos anteriormente, considera-se a existência de três veículos para efetuar as rotas, isto é, considera-se  $m = R = 3$ .

Os modelos usados foram escritos em *Optimization Programming Language* usando a versão 12.5 do *software* CPLEX *Optimization Studio Academic Research*. As experiências computacionais foram realizadas num computador portátil Intel, Core i7 CPU de 2,8 Ghz equipado com 8 GB de memória RAM e no ambiente informático Windows 7.

#### 5.4.1 Resultados para o CVRP

Para o caso do CVRP, obteve-se a seguinte solução ótima:

$$x_{13} = x_{17} = x_{1,10} = x_{25} = x_{34} = x_{42} = x_{56} = x_{61} = x_{78} = x_{81} = x_{9,11} = x_{10,9} = x_{11,1} = 1;$$

Restantes variáveis em  $x$  iguais a zero;

$$y_{13} = 1.540 ; y_{25} = 390 ; y_{34} = 490 ; y_{42} = 470 ; y_{17} = 2.420 ; y_{56} = 310 ; y_{78} = 700 ;$$

$$y_{9,11} = 1.600 ; y_{1,10} = 1.870 ; y_{10,9} = 1.830 .$$

Restantes variáveis em  $y$  iguais a zero.

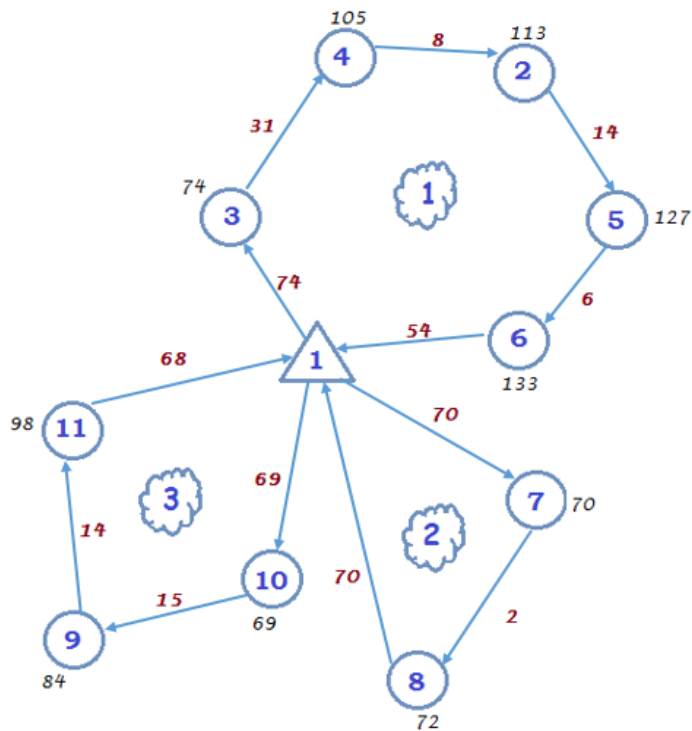
O valor desta solução é de 495 minutos e o tempo de CPU necessário para a obter foi 0,58 segundos. Este valor é o tempo total mínimo necessário para realizar as três rotas para a entrega das encomendas requeridas pelos clientes.

Na tabela 5.7, apresenta-se a informação relativa às três rotas a realizar de acordo com a solução obtida. A primeira e a segunda colunas identificam as rotas; a terceira coluna indica o número de clientes visitados em cada rota; a quarta coluna indica o volume (em litros) de mercadoria transportada em cada rota; a quinta coluna indica o tempo (em minutos) necessário para realizar cada rota; a quinta e última coluna indica o tempo total (em minutos) necessário para realizar todas as rotas.

**Tabela 5.7 – Solução do modelo CVRP**

Nº Rota	Rota de Distribuição	Nº clientes visitados	Volume total (litros)	Tempo (min)	Custo Operação (min)
1	i1 → i3 → i4 → i2 → i5 → i6 → i1	5	1.540	187	
2	i1 → i7 → i8 → i1	2	2.420	142	
3	i1 → i10 → i9 → i11 → i1	3	1.870	166	495

Na figura 5.4 apresenta-se esquematicamente a solução encontrada para uma melhor visualização da mesma. Uma etiqueta associada a cada arco indica o tempo (em minutos) de trajeto associado a esse arco e uma etiqueta associada a cada nodo indica o tempo (em minutos) de chegada a cada cliente. O valor indicado no centro da rota identifica a rota.



**Figura 5.4 – Representação gráfica da solução do CVRP**

### 5.4.2 Resultados para o CCVRP

Para o caso do CCVRP, obteve-se a seguinte solução ótima:

$$x_{16}^1 = x_{24}^1 = x_{3,12}^1 = x_{43}^1 = x_{52}^1 = x_{65}^1 = 1;$$

$$x_{1,11}^2 = x_{9,12}^2 = x_{11,9}^2 = 1;$$

$$x_{1,10}^3 = x_{78}^3 = x_{8,12}^3 = x_{10,7}^3 = 1;$$

Restantes variáveis em  $x$  iguais a zero;

$$t_2^1 = 74 \quad , \quad t_3^1 = 113 \quad , \quad t_4^1 = 82 \quad , \quad t_5^1 = 60 \quad , \quad t_6^1 = 54 \quad , \quad t_{12}^1 = 187 \quad ;$$

$$t_9^2 = 82 \quad , \quad t_{11}^2 = 68 \quad , \quad t_{12}^2 = 164 \quad ;$$

$$t_7^3 = 74 \quad ; \quad t_8^3 = 76 \quad ; \quad t_{10}^3 = 69 \quad ; \quad t_{12}^3 = 146 \quad ;$$

Restantes variáveis em  $t$  iguais a zero;

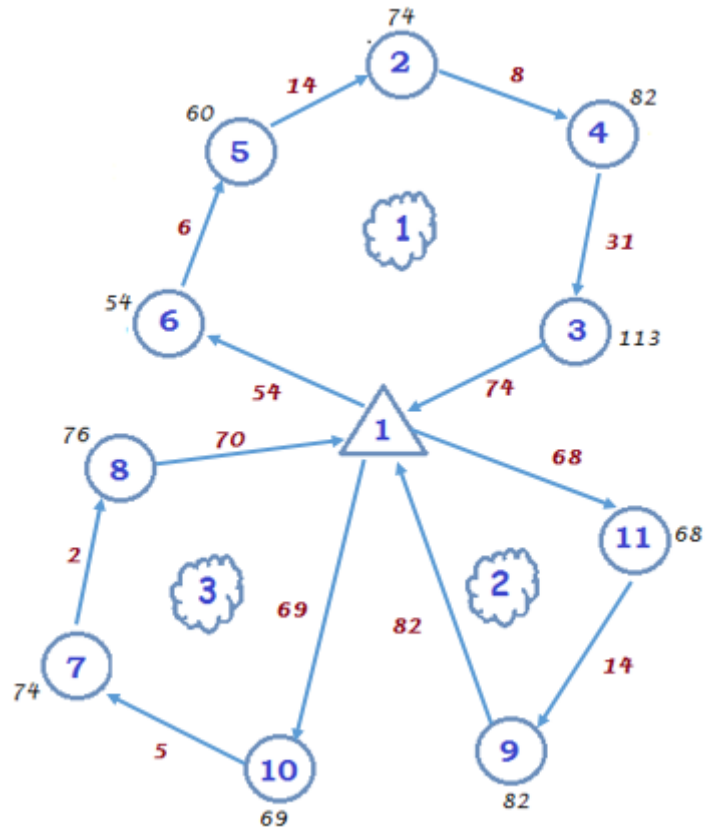
O valor desta solução é de 752 minutos e o tempo de CPU necessário para a obter foi de 70,27 minutos. Note-se que esta solução corresponde à soma dos tempos acumulados de chegada a cada cliente. O tempo total necessário para realizar as três rotas foi de 497 minutos, conforme consta da tabela 5.8 onde se apresenta a informação relativa às três rotas na sequência da solução obtida anteriormente. Esta tabela segue a estrutura da tabela 5.7 apresentada anteriormente.

**Tabela 5.8 – Solução do modelo CCVRP**

Nº Rota	Rota de Distribuição	Nº clientes visitados	Volume total (litros)	Tempo (min)	Custo Operação (min)
1	i1 → i6 → i5 → i2 → i4 → i3 → i1	5	1.540	187	
2	i1 → i11 → i9 → i1	2	1.830	164	
3	i1 → i10 → i7 → i8 → i1	3	2.460	146	497

A solução contém o nodo 12, que foi omitido na tabela 5.8 por ser uma cópia do nodo 1 (depósito).

À semelhança do que foi feito na subsecção 5.3.1, para o caso do CVRP, na figura 5.5 apresenta-se esquematicamente a solução encontrada para o caso do CCVRP. Uma etiqueta associada a cada arco indica o tempo (em minutos) de trajeto associado a esse arco e uma etiqueta associada a cada nodo indica o tempo (em minutos) de chegada a cada cliente. O valor indicado no centro da rota identifica a rota.



*Figura 5.5* – Representação gráfica da solução do CCVRP

### 5.4.3 Comparação dos resultados para o CVRP e para o CCVRP

Nas subseções anteriores fez-se uma análise aos resultados obtidos por cada uma das variantes do VRP, o CVRP e o CCVRP. Nesta subseção faz-se uma análise comparativa desses resultados. Em primeiro lugar, refira-se que o tempo necessário para realizar todas as rotas, no caso do CVRP, é de 8 horas e 15 minutos enquanto que, no caso do CCVRP, esse tempo é de 8 horas e 17 minutos. Portanto, o tempo total necessário para realizar as rotas é menor na variante CVRP quando comparada com a variante CCVRP, como seria de esperar. Note-se que enquanto no primeiro caso, o objetivo é a minimização do custo, neste caso o tempo, total necessário para visitar todos os clientes, no segundo caso, o objetivo é a minimização da soma dos tempos de chegada a cada cliente. De referir que para a instância em estudo, a diferença entre esses tempos é muito pouco significativa.

Relativamente ao tempo de chegada a cada cliente verifica-se que existem diferenças significativas para a maioria dos clientes. Para facilitar essa comparação apresenta-se na tabela 5.9 os tempos necessários de chegada a cada cliente para cada uma das variantes, CVRP e

CCVRP. Da observação desta tabela verifica-se que na variante CCVRP, o tempo de chegada a cada cliente é inferior ao verificado na variante CVRP, para a maioria dos clientes, 6 em 10, sendo consideravelmente inferior em 4 desses clientes. Para um dos clientes, os tempos fornecidos pelas duas variantes são iguais, enquanto que para dois dos clientes a variante CCVRP fornece tempos de chegada ligeiramente superiores aos fornecidos pela variante CVRP. Apenas para um dos clientes o tempo fornecido por CCVRP é consideravelmente superior ao fornecido pelo CVRP.

**Tabela 5.9** – Tempos de chegada a cada cliente em cada uma das variantes, CVRP e CCVRP.

Cliente	Modelo	
	CVRP	CCVRP
2	113	74
3	74	113
4	105	82
5	127	60
6	133	54
7	70	74
8	72	76
9	84	82
10	69	69
11	98	68

A análise acabada de fazer vem reafirmar o que tem sido referido na literatura (ver, por exemplo Ribeiro e Laporte, 2012) que as soluções fornecidas pelas duas variantes do VRP em estudo podem ser bastantes diferentes e que a solução fornecida pelo CVRP, embora de menor custo, pode servir os clientes bastante mais tarde do que a fornecida pelo CCVRP. Este aspeto revela-se importante quando está em causa a entrega de determinado tipo de produto ou no contexto da logística humanitária, onde se pretende chegar mais rápido aos locais de catástrofe de modo a poder prestar auxílio e socorrer as vítimas o mais depressa possível.

Relativamente à diferença de tempos necessários para obtenção da solução em cada uma das variantes, 0,58 segundos para o CVRP e 4.216,47 segundos para o CCVRP, a mesma deve-se ao facto de o modelo utilizado para o CCVRP ser muito fraco em termos de relaxação linear, quando comparado com o modelo usado para o CVRP. Tal facto sugere o desenvolvimento

de novos modelos para o CCVRP que permitam obter uma melhor solução em termos de relaxação linear, o que não é uma tarefa fácil que vai para além do âmbito da presente dissertação. Adicionalmente refira-se que o CCVRP é um problema mais difícil de resolver do que o CVRP.

## 6. CONCLUSÕES

Neste contexto de crise, as organizações para sobreviverem, têm cada vez mais de procurar fidelizar os seus clientes, através da satisfação das necessidades destes. Os clientes são cada vez mais exigentes, quer na qualidade dos produtos e ou serviços, quer em relação ao preço, e uma boa relação qualidade/preço. Neste âmbito, as organizações têm, a necessidade de gerir toda uma estrutura operacional que permita a satisfação dos clientes e a minimização dos custos.

O objetivo principal desta dissertação foi o de mostrar que, num contexto de logística, a utilização de um problema VRP possibilita a otimização das rotas, e que as várias derivações do problema permitem uma melhor adaptação às situações e necessidades de cada organização, ajudando-as no planeamento das rotas de distribuição e consecutivamente na satisfação das necessidades dos clientes.

O VRP e algumas das suas variantes, permitem a determinação de um conjunto de rotas de custo mínimo, a ser realizado por uma frota de veículos sediada num determinado local, usualmente designado de depósito, que deve servir um conjunto de clientes dispersos geograficamente considerando algumas restrições operacionais. Tendo presente este último objetivo, uma nova variante do VRP, mais precisamente do CVRP, tem sido proposta recentemente. Trata-se do CVRP cumulativo (CCVRP), que permite reduzir o tempo de chegada aos clientes e assim aumentar a sua satisfação

A aplicação dos problemas CVRP e CCVRP a uma situação prática permitiu ter uma ideia, em termos quantitativos, das diferenças entre os dois problemas. Assim, apesar de os custos totais serem semelhantes, o CCVRP permite obter uma solução ótima mais favorável em termos de tempos de chegada aos clientes. Têm-se assim, que o CCVRP é o mais indicado caso a empresa decida enveredar pela distribuição de gelados, uma que se pretende chegar o mais rápido possível a cada cliente. Este problema, é também, o mais adequado a logística humanitária, em que o objetivo principal é o de, em caso de desastre, fazer chegar o mais rápido possível a ajuda aos sinistrados.

Tendo presente este último objetivo, uma nova variante do VRP, mais precisamente do CVRP, tem sido proposta ultimamente. Trata-se do CVRP cumulativo (CCVRP) que permite reduzir o tempo médio de chegada aos clientes e conseqüentemente aumentar a sua satisfação.

Espero, com esta dissertação, ter conseguido apresentar um tema que considero atual e cada vez mais necessário para uma boa gestão operacional e que se enquadra na área deste mestrado.

Para investigação futura, seria interessante o desenvolvimento de novos modelos para o CCVRP que permitam obter uma melhor solução em termos de relaxação linear, bem como, uma abordagem mais prática do problema, através da aplicação do problema a casos práticos diversificados, e se possível na área da proteção civil.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARCHETTI, C.; HERTZ, A.; SPERANZA, M. G. – A Tabu search algorithm for the split delivery vehicle routing problem. **Transportation Science**. ISSN: 0041-1655. 40 (2006a) 64-76
- ARCHETTI, C.; SAVELSBERGH, M.W.P.; SPERANZA, M. G. – Worst-case analysis for split delivery vehicle routing problems. **Transportation Science**. ISSN: 0041-1655. 40 (2006b) 226-234
- BALINSKI, M. L.; QUANDT, R. E. – On an Integer Program for a Delivery Problem. **Operations Research**. ISSN: 0030-364X. 12: 2 (1964) 300-304.
- BALL, M.; MAGNANTI, T.; MONMA, C.; NEMHAUSER, G. – Network Models. **Handbooks in Operations Research and Management Science**. 1995. ISBN: 978-0-444-89292-8.
- BALLOU, R. H. - **Logística Empresarial: transporte, administração de materiais e distribuição física**. São Paulo: Editora Atlas, 1995. ISBN: 978-8-5224-0874-0.
- BODIN, L.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, A. I. – Routing and Scheduling of Vehicles and Crews: the state of the art. **Computers & Operations Research**. ISSN: 0305-0548. 10: 2 (1983) 63-211.
- CAMPBELL, A. M.; VANDENBUSSCHED, D.; HERMANN, N. – Routing for Relief Efforts. **Transportation Science**. ISSN: 0041-1655. 42: 2 (2006) 127-145.
- CHEN, P.; DONG, X.; NIU, Y. - An Iterated Local Search Algorithm for the Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem. In H. Tan Ed.: **Technology for Education and Learning**. Berlin: Springer, 2012. ISBN: 978-3-642-27710-8. pp. 575-581.
- CHRISTOFIDES, N.; MINGOZZI, A.; TOTH, P. – The Vehicle Routing Problem. In N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth & S. Sandi Eds. **Combinatorial Optimization**. Chichester: John Wiley & Sons Inc, 1979.
- CORDEAU, J.-F. - A Branch-and-Cut Algorithm for the Dial-a-Ride Problem. **Operations Research**. ISSN: 0030-364X. 54: 3 (2006) 573–586.
- Council of Supply Chain Management Professionals (CSCMP)** [Em linha]. [Consult. em 26-08-2015]. Disponível em <https://cscmp.org/about-us/supply-chain-management-definitions>
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. – The Truck Dispatching Problem. **Management Science**. ISSN: 0025-1909. 6 (1959) 80-91.
- DROR, M.; TRUDEAU, P. – Saving by Split Delivery Routing. **Transportation Science**. ISSN: 0041-1655. 23: 2 (1989) 141-145.
- DROR, M.; TRUDEAU, P. –Split Delivery Routing. **Naval Research Logistics**. ISSN: 1520-6750. 37: 3 (1990) 383-402.

- ERDOĞYAN, S.; MILLER-HOOKS, E. – A Green Vehicle Routing Problem. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**. ISSN: 1366-5545. 48 (2012) 100-114.
- FUKASAWA, R.; LYSGAARD, J.; POGGI DE ARAGÃO, M.; REIS, M.; UCHOA, E.; WERNECK, R. F. - Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. **Mathematical Programming**. ISSN: 0025-5610. 106: 3 (2006) 491-511.
- GARVIN, W. W.; CRANDALL, H. W.; JOHN, J. B.; SPELLMAN, R.A. – Applications of vehicle routing in the oil industry. **Management Science**. ISSN: 0025-1909. 3 (1957) 407-430.
- GAVISH, B. - **The delivery problem: new cutting planes procedures**. Presented at the TMS XXVI conference, Copenhagen 1984.
- GAVISH, B.; GRAVES, S. C. - **The Travelling Salesman Problem and Related Problems**. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center, 1978. Working paper.
- GAVISH, B.; GRAVES, S. C. – **Scheduling and routing in transportation and distribution systems: Formulations and new relaxations**. Rochester: Graduate School of Management, University of Rochester, 1982.
- Global Logistics Markets - Logistics in Transition** [em linha]. [Consult. em 25-04-2016]. Disponível em [http://www.supplychain247.com/paper/global\\_logistics\\_markets\\_logistics\\_in\\_transition](http://www.supplychain247.com/paper/global_logistics_markets_logistics_in_transition)
- GOLDEN, B.; ASSAD, A. - **Vehicle Routing: Methods and Studies**. Amsterdam: North-Holland, 1988. ISBN: 978-0-4447-0407-8.
- GOLDEN, B. L.; ASSAD, A. A.; WASIL - Routing Vehicles in the Real World: Applications in the Solid Waste, Beverage, Food, Dairy, and Newspaper Industries. In P. Toth, D. Vigo Eds. – The Vehicle Routing Problem, Vol. 9 - **MOS-SIAM Series on Optimization**. Philadelphia: SIAM. 2002. ISBN: 978-1-61197-358. pp 245–2861.
- GOLDEN, B.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E. – **The Vehicle Routing Problem: latest advances and new challenges**. Dordrecht: Springer, 2008. ISBN: 978-0-387-77777-1.
- GOLDEN, B. L.; WASIL, E. A. - OR Practice - Computerized Vehicle Routing in the Soft Drink Industry. **Operations Research**. ISSN: 0030-364X. 35: 1 (1987) 6-17.
- GOLDEN, B. L.; WASIL, E. A.; KELLY, J. P.; CHAO, I-M. - The Impact of Metaheuristics on Solving the Vehicle Routing Problem: Algorithms, Problem Sets, and Computational Results. In T. G. Crainic & G. Laporte. **Fleet Management and logistics**. Kluwer Academic Publishers, 1998. ISBN: 978-1-4613-7637-8. pp 33-56.
- GOUVEIA, L. M. B. – **Logística e Gestão da Distribuição** [Em linha]. (1995). [Consult. em 25-03-2016]. Disponível em [http://homepage.ufp.pt/lmbg/textos/ldg/lgd\\_ap2.pdf](http://homepage.ufp.pt/lmbg/textos/ldg/lgd_ap2.pdf)

- GOUVEIA, L.; PIRES, J.M. - The asymmetric travelling salesman problem and a reformulation of the Miller–Tucker–Zemlin constraints. **European Journal of Operational Research**. ISSN: 0377-2217. 112 (1999) 134-146.
- GOLDEN, B. L.; WASIL, E. A.; KELLY, J. P.; CHAO, I-M. - The Impact of Metaheuristics on Solving the Vehicle Routing Problem: Algorithms, Problem Sets, and Computational Results. In T. G. CRAINIC and G. LAPORTE eds. - **Fleet Management and Logistics**. New York: Springer, 1998. ISBN: 978-1-4613-7637-8. pp 33-56.
- KARA, Imdat; KARA, Bahar Yetis; YETIS M. Kadri - Energy Minimizing Vehicle Routing Problem. In A. Dress, Y. Xu & B. Zhu Eds. – **Combinatorial Optimization and applications**. Berlin: Springer, 2007. ISBN 978-3-540-73555-7. pp. 62-71.
- KARA, Imdat; KARA, Bahar Yetis; YETIS M. Kadri - Cumulative Vehicle Routing Problem. In T. Caric & H. Gold - **Vehicle Routing Problem**. Viena: I-tech, 2008. ISBN 978-953-7619-09-1. pp. 85-98
- KE, L.; FENG, Z. - A two-phase metaheuristic for the cumulative capacitated vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**. ISSN: 0305-0548. 40: 2 (2013) 633-638.
- LAPORTE, G. – Vehicle Routing. In M. DELL’AMICO, F. MAFFIOLI e S. MARTELLO Eds. **Annotated Bibliographies In Combinatorial Optimization**. Chichester: John Wiley & Sons Inc, 1997.
- LAPORTE, G. – Fifty Years of Vehicle Routing. **Transportation Science**. ISSN 0041-1655. 43 (2009) 408-416.
- LAPORTE, G.; NORBERT, Y. – Generalized Travelling Salesman Problem Through n sets of nodes: an Integer Programming Approach. **INFOR: Information Systems and Operational Research**. ISSN: 0315-5986. 21: 1 (1983) 61-75.
- LAPORTE, G.; OSMAN, I. H. – Routing Problems: A bibliography. **Annals of Operations Research**. ISSN 0254-5330. 61 (1995) 227-262.
- LAPORTE, G.; ROPKE, S.; VIDAL, T. – Heuristics for the Vehicle Routing Problem. In P. Toth and D. Vigo Eds. – **Vehicle Routing: Problems and Applications - MOS-SIAM Series on Optimization**. Philadelphia: SIAM. 2014. ISBN: 978-1-61197-358-7. pp 87-116
- LENSTRA, J. K.; RINNOOY KAN, A. H. G. - Complexity of vehicle routing and scheduling problems. **Networks**. ISSN: 1097-0037. 11: 2 (1981) 221–227
- LETCHFORD. A. N.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J. J. – Projection results for vehicle routing. **Mathematical Programming – Series B**. ISSN: 0025-5610. 105: 2 (2006) 251-274.
- LETCHFORD. A. N.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J. J. – Stronger multi-commodity flow formulations of the capacitated vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**. ISSN: 0377-2217. 224: 3 (2015) 730-738.

- LI, F.; GOLDEN, B.; WASIL, E. - The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. **Computers and Operations Research**. ISSN: 0305-0548. 34: 10 (2007) 2918.
- LYSGAARD, J.; LETCHFORD, A. N.; EGGLESE, R. W. - A New Branch-and-Cut Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem. **Mathematical Programming**. ISSN: 0025-5610. 100: 2 (2004) 423-445.
- LYSGAARD, J.; WØHLK, S. - A branch-and-cut-and-price algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem. **European Journal of Operations Research**. ISSN: 0377-2217. 236: 3 (2014) 800-810.
- Logistics and multimodal transport** [em linha]. [Consult. em 28-03-2016]. Disponível em [http://ec.europa.eu/transport/themes/logistics\\_multimodal/logistics/index\\_en.htm](http://ec.europa.eu/transport/themes/logistics_multimodal/logistics/index_en.htm)
- MOURA, Benjamim do Carmo – **Logística: Conceitos e tendências**. V.N.Famalicao: Centro Atlântico, 2006. ISBN 989-515-019-2.
- MIN, H. K. - The Multiple Vehicle-Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-Up Points. **Transportation Research Part A-Policy and Practice**. ISSN: 0965-8564. 23: 5 (1989) 377-386.
- NGUEVEU, S. U.; PRINS, C.; CALVO, R. W. - An effective memetic algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**. ISSN: 0305-0548. 37: 11 (2010) 1877-1885.
- PIRES, J. M. - **Formulações para o Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico e sua aplicação a um problema de desenho de redes com topologia em forma de anel**. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Departamento de Estatística e Investigação Operacional, 2001.
- RIBEIRO, G. M.; LAPORTE, G. - An adaptive large neighborhood search heuristic for the cumulative capacitated vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**. ISSN: 0305-0548. 39: 3 (2012) 728-735.
- SARIKLIS, D.; POWELL, S. - A heuristic method for the open vehicle routing problem. **Journal of the Operational Research Society**. ISSN: 0160-5680. 51 (2000) 564-573.
- SCHRAGE, L. - Formulation and structure of more complex/realistic routing and scheduling problems. **Networks**. ISSN: 1097-0037. 11: 2 (1981) 229–232.
- TAILLARD, E. - A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP. **RAIRO – Operations Research**. ISSN: 0399-0599. 33 (1999) 1-14.
- TANGIAH, S. R.; POTVIN, J. Y.; SUN, T. – Heuristic Approaches to Vehicle Routing with Backhauls and Time Windows. **Computers & Operations Research**. ISSN: 0305-0548. 23: 11 (1996) 1043-1057.
- TOTH, Paolo; VIGO, Daniele - Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem. **Discrete Applied Mathematics**. ISSN 0166 – 218X. 123 (2002) 487-512

TOTH, Paolo; VIGO, Daniele – Vehicle Routing Problems, Methods and Applications. 2<sup>a</sup> Ed. In P. Toth and D. Vigo Eds. - **MOS-SIAM Series on Optimization**. Philadelphia: SIAM, 2014. ISBN: 978-1-61197-358-7.

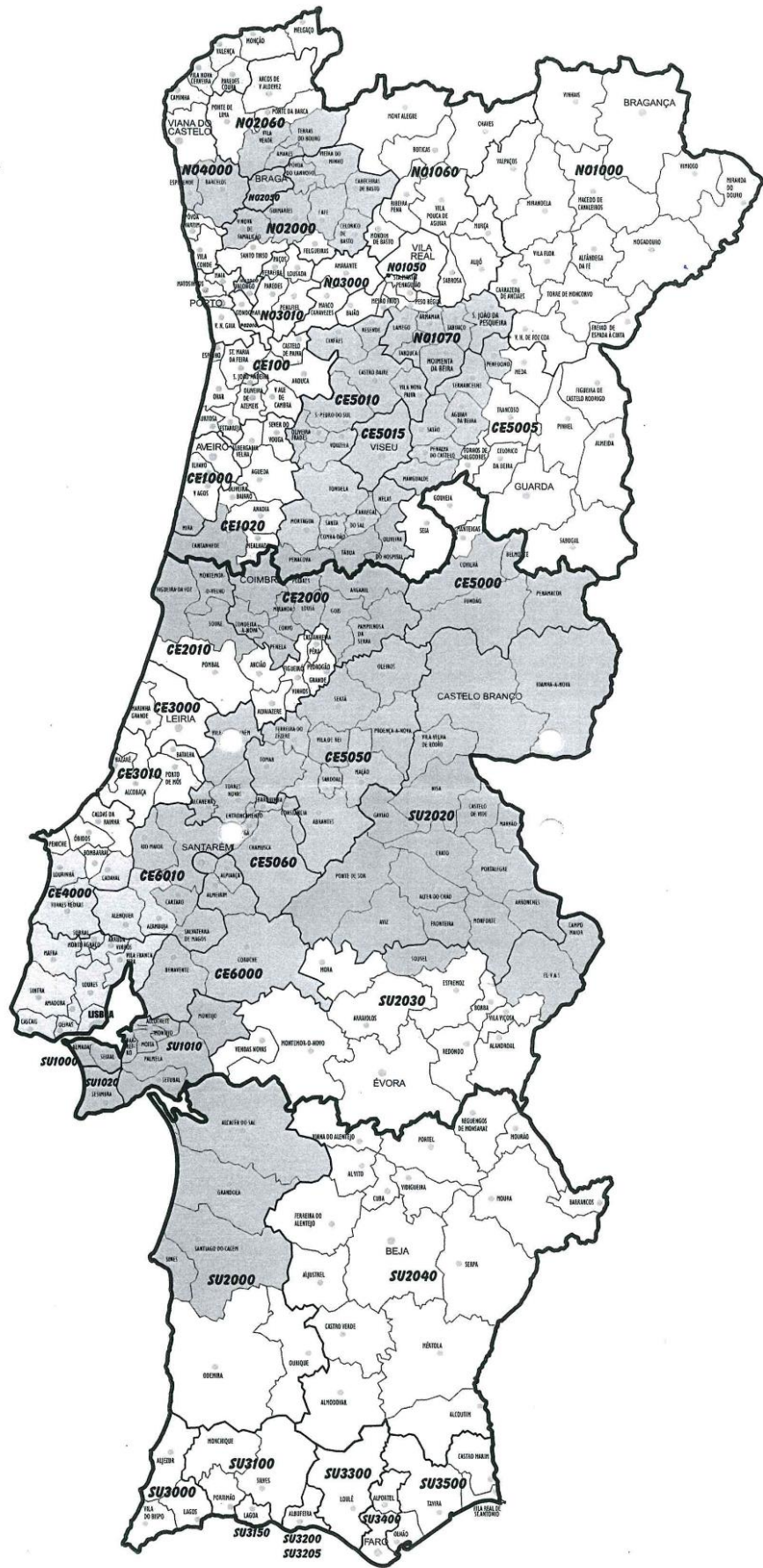
VAN WASSENHOVE, L. N. - Humanitarian aid logistics: supply chain management in high gear. **Journal of The Operational Research Society**. ISSN: 0160-5682. 57: 5 (2006) 475-489.

VIDAL, T.; CRAINIC, T. G.; GENDREAU, M.; PRINS, C. – A unified solution framework for multi-attribute vehicle routing problems. **European Journal of Operational Research**. ISSN: 0377-2217. 234: 3 (2014) 658-678.

# ANEXOS

## ANEXO 1 – Mapas de Portugal com a divisão da distribuição





## ANEXO 2 – Dados relativos às rotas

**Tabela A2.1 - Rotas da grande Lisboa**

Rota	Localidades	Rota	Localidades
LX1000	Estoril - Cascais	LX7000	Loures
LX1010	Oeiras - Parede	LX8000	Alverca
LX2000	Algés - Baixa	CE4000	Torres Vedras - Peniche
LX2010	Algés - S. Marcos	CE6010	Rio Maior
LX3000	Parque das Nações	SU1000	Margem sul 1
LX4000	Avenidas Novas	SU1020	Margem Sul 3
LX4010	Saldanha - StªApolónia	IL1000	Despachos
LX5000	Odivelas	IL2000	Despachos
LX5010	Pontinha - Camarate	FRETES	Diversos
LX6000	Linha de Sintra - Ericeira	TRAINSARE	Diversos

**Tabela A2.2 - Exemplo de calendário semanal da grande Lisboa**

	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
<b>CARRO 1</b>	SU1020	LX1000	SU1020	SU1020	LX1000
<b>CARRO 2</b>	LX6000	LX1010	DIVERSOS	LX6000	LX1010
<b>CARRO 3</b>	SU1000	LX7000 / LX 5000	LX7000 / LX5000	SU1000	LX7000 / LX5000
<b>CARRO 4</b>	LX3000	LX4010	LX3000	LX4010	LX3000
<b>CARRO 5</b>	LX4000	LX5010	LX5010	LX4000	LX5010
<b>CARRO 6</b>	CE6010 / LX8000	LX2000	CE6010 / LX8000	LX2000	LX2000
<b>CARRO 7</b>	CE4000	LX2010	LX2010	CE4000	LX2010
<b>CARRO 8</b>	IL1000 / IL2000	TRAINSARE	IL1000 / IL2000	FRETES	FRETES
<b>CARRO 9</b>	FÉRIAS				

**Tabela A2.3 - Rotas da zona Norte**

Rota	Localidades
CE1000	Aveiro
CE1010	Stª Maria da Feira
NO3000	Maia
PO2010	Porto Norte / Matosinhos
PO3000	Porto Nascente
PO3010	Porto Poente
PO4010	Gaia / Espinho
PO4020	Porto Centro

**Tabela A2.4 - Exemplo de calendário semanal da zona Norte**

	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA
<b>CARRO 1</b>	NO3000 / PO2010	PO3000	NO3000	PO2010	PO3000
<b>CARRO 2</b>	CE1000	CE1010	CE1000	CE1010	CE1000
<b>CARRO 3</b>	PO4020 / PO3010	PO4010	PO4020	PO3010	PO4010

**Tabela A2.5 - Rotas da zona Sul**

<b>Rota</b>	<b>Localidades</b>
SU3000	Aljezur - Lagos - Vila Bispo
SU3100	Monchique - Portimão- Silves
SU3150	Lagoa
SU3200	Albufeira Nascente
SU3205	Albufeira Poente
SU3300	Loulé
SU3400	Alportel - Faro - Olhão
SU3500	Alcoutim - Castro Marim - Tavira - VRSA

**Tabela A2.6 – Rotas entregues à Torrestir**

<b>Rota</b>	<b>Zona</b>	<b>Rota</b>	<b>Zona</b>
CE1020	Mealhada	CE6000	Ribatejo
CE2000	Coimbra	NO1000	Bragança
CE2010	Fig da Foz - Pombal	NO1050	Chaves - Vila Real - Lamego
CE3000	Leiria	NO2000	Guimarães
CE3010	Batalha - Nazaré	NO2050	Braga - Amares
CE5000	Beira Alta 1	NO4000	Viana do Castelo
CE5005	Guarda	SU2000	Alentejo Litoral
CE5015	Viseu	SU2020	Alto Alentejo
CE5050	Beira Baixa 2	SU2030	Vendas Novas - Elvas
CE5060	Beira Baixa 2	SU2040	Alentejo Interior