



## **O PRÉ-ESFORÇO EM LAJES. AS SUAS PRINCIPAIS APLICAÇÕES E VANTAGENS.**

**ANABELA TOMÁS PAULINO**  
Licenciada em Engenharia Civil

Trabalho de Dissertação de natureza científica para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil (na Área de Especialização de Estruturas)

Orientador:

Mestre Especialista, João Carlos dos Santos Barata

Júri:

Presidente: Mestre, Cristina Ferreira Xavier de Brito Machado

Vogais:

Doutor, Luciano Alberto do Carmo Jacinto

Mestre Especialista, João Carlos dos Santos Barata

**Setembro de 2016**





## **AGRADECIMENTOS**

O meu obrigado especial vai para o meu orientador científico Engenheiro João Carlos dos Santos Barata, pela disponibilidade, amizade e a boa vontade de me orientar nesta dissertação e para os meus pais, irmão e restante família pelo carinho e apoio durante a elaboração deste trabalho e durante toda a minha formação.

Os meus agradecimentos estendem-se também a todos aqueles que de uma forma direta ou indireta me apoiaram durante o meu percurso académico, no Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, com especial relevância para os docentes do Departamento de Engenharia Civil, que sempre mostraram uma elevada cooperação, competência e rigor na transmissão de conhecimentos.





## RESUMO

O princípio do pré-esforço consiste em submeter um material, incapaz de resistir a solicitações num certo sentido, a esforços iniciais de sentido contrário. Assim, a técnica do pré-esforço aplicado ao betão não é mais do que uma deformação imposta à estrutura, antes do início da sua utilização, submetendo-a a um estado de tensão que, em geral, contraria os efeitos associados às ações a que estas vão estar sujeitas.

Este trabalho pretende abordar a aplicação do sistema de pré-esforço por pós-tensão em lajes, identificando as suas principais aplicações e vantagens no domínio da construção de edifícios.

Além disso, um dos objetivos é fazer uma introdução em relação aos diferentes sistemas de pré-esforço por pós-tensão: o sistema multicordão aderente e o sistema monocordão não aderente.

Ao longo do trabalho é feita, além de uma análise teórica, a ilustração desta técnica através de exemplos de casos práticos de diferentes modos de execução e com várias particularidades de interesse relevante, por forma a conseguir uma perspetiva ampla relativamente a esta técnica.

### Palavras-chave:

- Estruturas de Betão Armado
- Lajes Maciças
- Cabos de Pré-Esforço
- Pós-Tensão
- Sistema Multicordão de Pré-Esforço Aderente
- Sistema Monocordão de Pré-Esforço Não Aderente
- Eurocódigo 2





## **ABSTRACT**

The principle of prestressing involves subjecting a material, unable to resist the stresses in a certain direction, to stresses in the opposite direction. Thus, the technique of prestressing applied to the concrete is no more than a deformation imposed on the structure before the use, by subjecting it to a stress state that, in general, counteracts the effects associated with actions that these will be subject.

This paper aims to address the application of prestressing for post-tensioned slabs system, identifying its main applications and advantages in buildings construction field.

In addition, one of the goals is to make an introduction for the different prestressing by post-tensioning systems: the multistrand bonded system and the monostrand unbonded system.

Throughout the work is performed, besides a theoretical analysis, this technique illustration by examples of practical cases of different execution modes and various peculiarities of major interest in order to achieve a broad perspective on this technique.

### **Keywords:**

- Reinforced Concrete Structures
- Reinforced Concrete Slabs
- Prestress Cables
- Postensioning
- Multistrand Bonded Prestressing System
- Monostrand Unbonded Prestressing System
- Eurocode 2





## ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS .....	III
RESUMO .....	V
ABSTRACT.....	VII
ÍNDICE GERAL.....	IX
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XIII
ÍNDICE DE TABELAS .....	XVIII
SIGLAS E ABREVIATURAS .....	XIX
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	1
1.2 MOTIVAÇÃO.....	1
1.3 ÂMBITO E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO .....	1
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO DE DISSERTAÇÃO .....	2
1.5 ESTADO DA ARTE .....	3
1.5.1 SITUAÇÃO ATUAL NACIONAL.....	5
1.5.2 SITUAÇÃO ATUAL INTERNACIONAL .....	6
2 BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO POR PÓS-TENSÃO.....	9
2.1 GENERALIDADES .....	9
2.2 ANTECEDENTES .....	10
2.3 CONCEITOS BÁSICOS .....	15
2.3.1 BETÃO ARMADO VS. BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO.....	16
2.3.2 TIPOS DE ARMADURAS NO BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO .....	21
2.4 INTERESSE PELO PRÉ-ESFORÇO POR PÓS-TENSÃO EM LAJES DE EDIFÍCIOS.....	22
2.4.1 TIPOS DE LAJES EM EDIFÍCIOS .....	22
2.4.2 LAJES MACIÇAS DE BETÃO ARMADO .....	24
2.4.3 VANTAGENS DAS LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO .....	27
3 ACESSÓRIOS E COMPONENTES PARA A REALIZAÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO .....	33
3.1 ARMADURA ATIVA .....	33
3.2 ARMADURA PASSIVA .....	35
3.3 ANCORAGENS E ACOPLADORES .....	36
3.3.1 ANCORAGENS ATIVAS .....	36
3.3.2 ANCORAGENS PASSIVAS .....	37



---

3.4	BAINHAS.....	38
3.5	OUTROS ACESSÓRIOS .....	41
3.6	BETÃO.....	42
3.7	INJEÇÃO DA CALDA DE CIMENTO.....	42
4	SISTEMAS EXISTENTES DE PRÉ-ESFORÇO POR PÓS-TENSÃO EM LAJES.....	43
4.1	SISTEMA MONOCORDÃO AUTO-EMBAINHADO ( <i>MONOSTRAND SYSTEM</i> ) .....	44
4.1.1	VANTAGENS E INCONVENIENTES DO SISTEMA MONOCORDÃO AUTO-EMBAINHADO - SISTEMA NÃO ADERENTE.....	45
4.2	SISTEMA MULTICORDÃO EM BAINHA PLANA ( <i>FLAT DUCT SYSTEM</i> ) .....	46
4.2.1	VANTAGENS E INCONVENIENTES DO SISTEMA MULTICORDÃO EM BAINHA PLANA - SISTEMA ADERENTE.....	48
4.3	ANÁLISE COMPARATIVA.....	49
5	PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO .....	51
5.1	TIPOLOGIA SEGUNDO A FORMA DA LAJE.....	51
5.1.1	SISTEMAS BIDIRECIONAIS .....	51
5.1.2	SISTEMAS UNIDIRECIONAIS.....	56
5.2	RELAÇÃO ESPESSURA/VÃO .....	57
5.3	TRAÇADO DOS CABOS .....	60
5.3.1	TRAÇADO EM ALÇADO .....	60
5.3.2	TRAÇADO EM PLANTA .....	63
6	DIMENSIONAMENTO DE LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO.....	71
6.1	COMBINAÇÕES DE AÇÕES .....	71
6.1.1	QUANTIFICAÇÃO DAS AÇÕES PARA OS ESTADOS LIMITE ÚLTIMOS ( <i>ELU</i> ).....	71
6.1.2	QUANTIFICAÇÃO DAS AÇÕES PARA OS ESTADOS LIMITE DE SERVIÇO ( <i>ELS</i> ).....	72
6.2	AÇÃO DE PRÉ-ESFORÇO.....	73
6.2.1	FORÇA DE PRÉ-ESFORÇO NAS ANCORAGENS .....	73
6.2.2	PERDAS INSTANTÂNEAS DE PRÉ-ESFORÇO .....	75
6.2.3	PERDAS DIFERIDAS DE PRÉ-ESFORÇO.....	77
6.3	TRAÇADO DO CABO .....	78
6.4	VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITE ÚLTIMOS ( <i>ELU</i> ).....	82
6.4.1	VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA À FLEXÃO .....	82
6.4.2	VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO ESFORÇO TRANSVERSO.....	82
6.4.3	VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇAMENTO .....	87

---



---

6.4.4	ARMADURA PASSIVA NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU).....	101
6.5	VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITE DE SERVIÇO (ELS) .....	104
6.5.1	LIMITAÇÃO DAS TENSÕES .....	104
6.5.2	CONTROLO DA FENDILHAÇÃO .....	105
6.5.3	CONTROLO DAS DEFORMAÇÕES.....	107
6.5.4	CONTROLO DAS VIBRAÇÕES.....	110
6.5.5	ARMADURA PASSIVA NO ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO (ELS).....	111
7	RESISTÊNCIA AO FOGO .....	113
7.1	LAJES MACIÇAS SIMPLEMENTE APOIADAS .....	115
7.2	LAJES MACIÇAS CONTÍNUAS .....	115
7.3	LAJES FUNGIFORMES MACIÇAS .....	116
8	CASO DE ESTUDO: PROCESSO CONSTRUTIVO DE EXECUÇÃO DE LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO NUM EDIFÍCIO HABITACIONAL E DE COMÉRCIO.....	117
8.1	INTRODUÇÃO.....	117
8.2	DESCRIÇÃO DO EDIFÍCIO.....	117
8.3	LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR POS-TENSÃO .....	118
8.3.1	ASPETOS PRINCIPAIS DO PROJETO .....	119
8.3.2	PROCESSO CONSTRUTIVO DE EXECUÇÃO DE LAJES PRÉ-ESFORÇADAS .....	120
9	CONCLUSÕES.....	139
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	143
	BIBLIOGRAFIA WEB.....	145
	ANEXOS.....	147
	ANEXO I - SISTEMAS DE PRÉ-ESFORÇO (VSL).....	149
	ANEXO II - LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO (FREYSSINET) .....	151



**ÍNDICE DE FIGURAS**

Figura 1 – Parque de estacionamento subterrâneo com lajes em betão armado pré-esforçado [B1]	3
Figura 2 – Edifício de escritórios com lajes em betão armado pré-esforçado. Malaysia Telekom Tower em Kuala Lumpur [B1]	3
Figura 3 – Moradia unifamiliar com lajes em betão armado pré-esforçado [W1]	4
Figura 4 – Cordões, cabos e ancoragens de pré-esforço [W2]	4
Figura 5 – Instalação dos cabos de pré-esforço numa laje [B1]	5
Figura 6 – Edifício <i>Marina City</i> , Chicago, Estados Unidos da América [W3]	6
Figura 7 – Torres de <i>Colòn</i> (Madrid, Espanha) [W4]	6
Figura 8 – Edifício <i>Al Faisaliyah Center</i> , Riade, Arábia Saudita [W5]	7
Figura 9 – Hotel <i>Burj Al Arab</i> , Dubai, Emiratos Árabes Unidos [W6]	7
Figura 10 – Pré-esforço aplicado na construção de um barril de madeira [adaptado de W7]	10
Figura 11 – Ilustração da patente de <i>P. H. Jackson</i> [adaptado de W8]	11
Figura 12 – Ilustração da patente de <i>C. F. W. Döhring</i> [W9]	11
Figura 13 – <i>Eugène Freyssinet</i> (1879-1962) [W10]	13
Figura 14 – Ponte sobre o rio <i>Marne</i> , em Luzancy, França [W11]	13
Figura 15 – Sequência do pré-esforço por pré-tensão	15
Figura 16 – Viga bi-apoiada com uma carga pontual <i>P</i> aplicada a meio vão	16
Figura 17 – Diagrama de tensões na seção central (meio vão)	17
Figura 18 – Anulação das trações na seção de meio vão através de uma força de pré-esforço centrada	18
Figura 19 – Anulação de trações na seção através da força de pré-esforço excêntrica	20
Figura 20 – Laje unidirecional de vigotas e abobadilhas [W13]	22
Figura 21 – Laje reticular (ou bidirecional) fungiforme aligeirada [W14]	22
Figura 22 – Esquema da flexão de uma laje [adaptado de W15]	24
Figura 23 – Transmissão de cargas numa laje maciça	25
Figura 24 – Funcionamento geral do pré-esforço em laje a partir do funcionamento numa viga contínua [adaptado B2]	27
Figura 25 – Vantagens de um edifício em betão armado pré-esforçado vs. betão armado convencional [B1]	30
Figura 26 – Bobina de aço pré-esforçado [W16]	33
Figura 27 – Armadura de punçoamento - cabos [B6]	35



---

Figura 28 – Exemplo de uma ancoragem ativa [B7]	36
Figura 29 – Exemplo de uma ancoragem passiva [B7]	37
Figura 30 - Bainhas metálicas [W17] e plásticas nervuradas [W18]	39
Figura 31 - Bainhas com nervuras anelares [B6]	40
Figura 32 - Acoplamento com fita adesiva [B6]	40
Figura 33 - Ancoragens ativas e passivas para sistema monocórdão [B7]	44
Figura 34 - Ancoragem de continuidade para sistema monocórdão [B7]	44
Figura 35 - Ancoragens ativas para sistema multicórdão [B7]	46
Figura 36 - Ancoragens de continuidade (ou acopladores) para sistema multicórdão [B7]	47
Figura 37 - Ancoragens passivas para sistema multicórdão [B7]	47
Figura 38 - Lajes fungiformes maciças de espessura constante [B9]	51
Figura 39 - Lajes fungiformes maciças de espessura constante com capitel de espessura variável [B9]	53
Figura 40 - Lajes fungiformes maciças de espessura constante com capitel de espessura constante [B9]	53
Figura 41 - Lajes aligeiradas bidirecionais [B9]	54
Figura 42 - Lajes bidirecionais com vigas planas ou altas [B9]	55
Figura 43 - Lajes unidirecionais com vigas planas ou altas [B9]	56
Figura 44 - Lajes aligeiradas unidirecionais [B9]	57
Figura 45 - Laje fungiforme maciça com e sem capitel	58
Figura 46 - Vários efeitos de pré-esforço [B11]	61
Figura 47 - Efeito do traçado em alçado do cabo de pré-esforço [B11]	61
Figura 48 - Efeito do traçado em alçado do cabo de pré-esforço em elementos contínuos (sem efeito de excentricidades nas extremidades) [B11]	62
Figura 49 - Efeito do traçado em alçado do cabo de pré-esforço em elementos contínuos (com efeito de excentricidades nas extremidades) [B11]	62
Figura 50 - Traçado dos cabos de pré-esforço trapezoidal [B11]	62
Figura 51 - Laje com cabos concentrados nas duas direções [adaptado de B2]	64
Figura 52 - Laje com cabos distribuídos nas duas direções [adaptado de B2]	64
Figura 53 – Laje com cabos concentrados numa direção e distribuídos na outra [adaptado de B2]	65
Figura 54 – Lajes com cabos em disposição mista [adaptado de B2]	65
Figura 55 – Distribuição comum de cabos de pré-esforço em lajes fungiformes maciças [B11]	66
Figura 56 – Compensação de cargas: cabos distribuídos em toda a laje. [B12]	66



---

Figura 57 – Compensação de cargas: cabos distribuídos numa direção e concentrados em bandas na direção ortogonal [B12]	67
Figura 58 – Compensação de cargas: cabos concentrados em bandas nas duas direções [B12]	67
Figura 59 – Exemplos de lajes fungiformes maciças com espessuras variáveis [B11]	68
Figura 60 - Exemplos de lajes fungiformes aligeiradas nervuradas [B11]	69
Figura 61 - Forças equivalentes ao pré-esforço na zona das ancoragens [B13]	73
Figura 62 - Cargas equivalentes ao pré-esforço segundo um traçado poligonal [B13]	74
Figura 63 - Troço infinitesimal de um traçado parabólico [13]	74
Figura 64 - Cabo com traçado parabólico [B13]	75
Figura 65 - Exemplo do traçado do cabo (teórico e real) [adaptado de B4]	78
Figura 66 - Traçado do cabo no vão de extremidade [adaptado de B4]	79
Figura 67 - Traçado do cabo no vão intermédio [adaptado de B4]	81
Figura 68 - Definição de $A_{st}$ [B14]	83
Figura 69 – Modelo de treliça [B14]	85
Figura 70 - Primeiros perímetros de controlo típicos em torno de áreas carregadas [B14]	87
Figura 71 - Perímetro de controlo junto de uma abertura [B14]	88
Figura 72 - Primeiros perímetros de controlo junto a um bordo livre ou a um canto [B14]	88
Figura 73 - Largura para cálculo da força vertical de desvio dos cabos de pré-esforço que reduz a força efetiva de punção [B15]	89
Figura 74 - Mecanismo de rotura por punção de um pavimento de laje [B16]	90
Figura 75 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar interior [B14]	91
Figura 76 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um esforço axial centrado na ligação entre uma laje e um pilar interior [B17]	92
Figura 77 - Valores recomendados para $\beta$ [B14]	93
Figura 78 – Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido, $u_1$ [B4]	95
Figura 79 - Perímetros de controlo para pilares interiores [B14]	96
Figura 80 - Princípio de distribuição das armaduras de punção [B4]	97
Figura 81 - Armadura de colapso progressivo em pilar interior [B18]	100
Figura 82 - Diagrama de tensões da armadura passiva [adaptado de B4]	101
Figura 83 (Figura 5.1 da EN 1992-1-2)- Curvas de referência para a temperatura crítica dos aços para betão armado e de pré-esforço, $\theta_{cr}$ [B14]	114
Figura 84 - Interior do edifício. Fachadas pré-existentes. [B6]	117
Figura 85 - Vista geral. Fachadas pré-existentes. [B6]	119



---

Figura 86 - Ancoragem do tipo M. [B6]	120
Figura 87 - Cofragem de uma das lajes [B6]	121
Figura 88 - Remate perimetral da cofragem [B6]	122
Figura 89 - Planta de implantação dos cabos, elaborada pela empresa <i>Freyssinet</i> [B6]	122
Figura 90 - Localização dos alinhamentos dos cabos: alturas e negativos [B6]	123
Figura 91 - Marcação dos alinhamentos dos cabos [B6]	123
Figura 92 - Trabalhos de marcação dos alinhamentos dos cabos [B6]	124
Figura 93 - Tubagem para passagem de instalações [B6]	124
Figura 94 - Montagem da armadura passiva inferior [B6]	125
Figura 95 - Trabalhos com a armadura passiva inferior [B6]	125
Figura 96 - Reforços ao punçoamento antes da sua instalação [B6]	126
Figura 97 - Reforço ao punçoamento (revestimento do pilar com chapas metálicas) [B6]	126
Figura 98 - Trabalhos de montagem das bainhas [B6]	127
Figura 99 - Disposição de uma bainha [B6]	127
Figura 100 - Disposição das bainhas com as respetivas selagens e encontro com reforços [B6]	128
Figura 101 - Ancoragem ativa [B6]	128
Figura 102 - Vista geral da montagem das bainhas [B6]	129
Figura 103 - Bolbo para ancoragem passiva [B6]	129
Figura 104 - Ferramentas para a execução dos bolbos [B6]	130
Figura 105 - Peça tipo "bala" para o embainhamento [B6]	130
Figura 106 - Esquema do embainhamento das armaduras [B6]	131
Figura 107 - Armadura para reforço das ancoragens ativas [B6]	131
Figura 108 - Ancoragens passivas [B6]	131
Figura 109 - Selagem e montagem da armadura superior [B6]	132
Figura 110 - Tubos de purga na extremidade das ancoragens ativas [B6]	132
Figura 111 - Tubos de purga na extremidade das ancoragens passivas [B6]	133
Figura 112 - Bomba de betão estática [B6]	133
Figura 113 - Trabalhos durante a betonagem [B6]	134
Figura 114 - Espalhamento do betão [B6]	134
Figura 115 - Juntas de betonagem metálicas [B6]	135
Figura 116 - Organização da obra sobre o betão após a sua secagem e endurecimento [B6]	135
Figura 117 - Macaco hidráulico de pré-esforço [B6]	136
Figura 118 - Bombas hidráulicas de pré-esforço [B6]	136
Figura 119 - Aplicação da força de pré-esforço em ancoragens com macaco monocórdão [B6]	137



Figura 120 - Ancoragens após a aplicação da força de pré-esforço [B6]	137
Figura 121 - Preparação de macaco hidráulico multicordão [B6]	137
Figura 122 - Aplicação da força de pré-esforço com macaco hidráulico multicordão [B6]	138
Figura 123 - Equipamento de injeção [B6]	138



---

**ÍNDICE DE TABELAS**

Tabela 1 - Vantagem económica de uma laje em betão armado vs. betão pré-esforçado [adaptado de B4]	31
Tabela 2 - Características principais dos cordões de 7 fios [adaptado de B5]	34
Tabela 3 - Características do sistema monocordão auto-embainhado vs. sistema multicordão em bainha plana [W19]	49
Tabela 4 - Relações altura/vão recomendadas pelo código americano <i>PTI</i>	58
Tabela 5 - Pré-dimensionamento da espessura a adotar numa laje pré-esforçada [B10]	59
Tabela 6 - Características geométricas do traçado do cabo no vão de extremidade [adaptado de B4]	80
Tabela 7 - Características geométricas do traçado do cabo no vão intermédio [adaptado de B4]	81
Tabela 8 - Valores de $k$ para áreas carregadas retangulares [B14]	91
Tabela 9 - Valores de $r_{sup}$ e $r_{inf}$ [B14]	104
Tabela 10 – Valores básicos da relação vão/altura útil para elementos de betão armado sem esforço normal de compressão [adaptada da tabela 7.4N de B14]	108
Tabela 11 - Frequência crítica em estruturas sujeitas a vibrações causadas por movimento de pessoas (fonte: CEB-FIP MODEL CODE 1990)	110
Tabela 12 (Quadro 5.8 da EN 1992-1-2) - Dimensões e distâncias mínimas ao eixo de lajes maciças simplesmente apoiadas de betão armado ou pré-esforçado armadas numa direcção e em duas direcções	115
Tabela 13 (Quadro 5.9 da EN 1992-1-2) - Dimensões e distâncias mínimas ao eixo de lajes fungiformes maciças de betão armado ou pré-esforçado	116



## SIGLAS E ABREVIATURAS

### Letras Latinas Minúsculas

$a$	distância
$b$	largura total de uma seção transversal
$d$	altura útil de uma seção transversal
$e$	excentricidade
$f$	flecha da parábola
$f_{ck}$	valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade
$f_{ctk}$	valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples
$f_{ctm}$	valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples
$f_{pk}$	valor característico da tensão de rotura à tração do aço das armaduras de pré-esforço
$f_{p0,1\%}$	valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,1 % à tração do aço das armaduras de pré-esforço
$f_y$	tensão de cedência à tração do aço das armaduras para betão armado
$f_{yk}$	valor característico da tensão de cedência à tração do aço das armaduras para betão armado
$g$	valor da ação permanente uniformemente distribuída
$h$	altura de uma seção transversal
$k$	variação angular parasita por metro: $0.055 \leq k \leq 0.010$ , na falta de valores precisos pode adotar-se $k = 0.007$
$k(\theta)$	$X_k(\theta)/X_k$ factor de redução de uma propriedade de resistência ou de deformação dependente da temperatura do material $q$
$l$ (ou $L$ )	comprimento; vão
$p$	valor da ação de pré-esforço uniformemente distribuída



- $q$  valor da ação variável uniformemente distribuída
- $q^*$  valor da carga equivalente de pré-esforço uniformemente distribuída
- $r$  raio
- $s$  espaçamento entre armaduras
- $t$  tempo após a aplicação do pré-esforço, em horas
- $u_i$  perímetro do perímetro de controlo  $i$
- $x$  comprimento do cabo entre a ancoragem e o ponto de cálculo  $x$
- $z_{cp}$  - distância entre as armaduras de pré-esforço e o centro de gravidade da secção de betão (excentricidade):  $z_{cp} = |e_0|$

### Letras Latinas Maiúsculas

- $A$  ação de acidente
- $A_c$  área da secção transversal de betão (para uma laje:  $A=h$ )
- $A_{Ed}$  valor de calculo de uma acao sismica:  $A_{Ed} = \gamma_1 \cdot A_{Ek}$
- $A_p$  área das armaduras de pré-esforço
- $A_s$  área da secção de uma armadura para betão armado
- $E$  classe de resistência ao fogo para o critério de estanquidade durante 30 ou 60, 90, ...minutos de exposição ao fogo padrão
- $E_{cm}(t)$  módulo de elasticidade instantâneo do betão à idade  $t$  (cláusula 3.1.3(3) da EN 1992-1-1)
- $E_d$  valor de cálculo dos efeitos das acções para o cálculo à temperatura normal
- $E_{d,fi}$  valor de cálculo dos efeitos das acções em situação de incêndio
- $E_p$  valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço de pré-esforço:  $E_p = 195$  GPa para os cordões de armadura ativa de pré-esforço
- $E_s$  valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço de uma armadura para betão armado



- $F_{pk}$  valor característico da força de rotura à tração do aço das armaduras de pré-esforço
- $F_{p0,1\%}$  valor característico da força limite convencional de proporcionalidade a 0,1 % à tração do aço das armaduras de pré-esforço
- $G_k$  valor característico de uma ação permanente
- $I$  classe de resistência ao fogo para o critério de isolamento durante 30, ou 60... minutos de exposição ao fogo padrão
- $I_c$  momento de inércia da seção de betão (para uma laje:  $I = \frac{h^3}{12}$ )
- $L$  (ou  $l$ ) comprimento; vão
- $M_{cr}$  momento fletor de fissuração
- $M_{Ed}$  momento fletor atuante
- $M_{Rd}$  momento fletor resistente
- $M_{qp}$  momento fletor devido à combinação quase permanente de ações
- $P$  carga pontual; força concentrada de pré-esforço
- $Q^*$  valor da carga concentrada equivalente de pré-esforço
- $Q_k$  valor característico de uma ação variável
- $R$  raio; classe de resistência ao fogo para o critério de resistência durante 30 ou 60, 90, ... minutos de exposição ao fogo padrão
- $V_{Ed}$  valor de cálculo do esforço transversal atuante
- $V_{Rd}$  valor de cálculo do esforço transversal resistente do elemento com armadura de esforço transversal
- $V_{Rd,c}$  valor de cálculo do esforço transversal resistente do elemento sem armadura de esforço transversal
- $V_{Rd,s}$  valor de cálculo do esforço transversal equilibrado pela armadura de esforço transversal na tensão de cedência



$V_{Rd,max}$  valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo do elemento, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas

### Letras Gregas Minúsculas

$\alpha$  ângulo

$\beta$  ângulo

$\gamma_c$  coeficiente parcial relativo ao betão

$\gamma_G$  coeficiente parcial relativo às ações permanentes

$\gamma_P$  coeficiente parcial relativo a ações de pré-esforço

$\gamma_Q$  coeficiente parcial relativo às ações variáveis

$\gamma_s$  coeficiente parcial relativo ao aço das armaduras de betão armado

$\delta_r$  valor da deformação por reentrada das cunhas, que depende do sistema de pré-esforço

$\varepsilon$  extensão ou deformação

$\varepsilon_{cs}$  extensão de retração desde o início até ao dia  $t$ , em valor absoluto:  $\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$ , de acordo com a cláusula 3.1.4(6) da EN 1992-1-1

$\theta$  soma dos valores absolutos dos desvios angulares do cabo entre a ancoragem e o ponto de cálculo  $x$

$\theta_{cr}$  temperatura crítica [°C]

$\lambda$  alcance das perdas por reentrada das cunhas

$\mu$  coeficiente de atrito angular (=0.19 para cabos aderentes e =0.10 para cabos não aderentes);  
valor característico da resistência à tração do aço de pré-esforço:  $\mu = \frac{\sigma_{pm0}}{f_{pk}}$

$\rho_{1000}$  valor da perda por relaxação (em %), 1000 h após a aplicação de pré-esforço a uma temperatura média de 20 °C:  $\rho_{1000} = 2,5\%$  para cordões de baixa relaxação (cláusula 3.3.2 da EN 1992-1-1)

$\sigma_p$  valor da tensão de pré-esforço



- 
- $\sigma_{pm0}$  valor absoluto da tensão inicial de pré-esforço, antes das perdas instantâneas (cláusula 5.10.3(2) da EN 1992-1-1)
- $\sigma_{s,fi}$  tensão do aço em situação de incêndio
- $\sigma_{c,max}$  tensão de compressão máxima
- $\sigma_{c,QP}$  tensão de compressão no betão ao nível das armaduras, devida ao peso próprio, ao pré-esforço inicial e a outras ações quase-permanentes, em valor absoluto
- $\sigma_{t,max}$  tensão de tração máxima
- $\sigma_{p,max}$  tensão máxima aplicada à armadura de pré-esforço
- $\varphi(t,t_0)$  coeficiente de fluência no instante  $t$  para uma carga aplicada no instante  $t_0$
- $\psi_{0,i}$  coeficiente para a determinação do valor de combinação de uma ação variável
- $\psi_{1,i}$  coeficiente para a determinação do valor frequente de uma ação variável
- $\psi_{2,i}$  coeficiente para a determinação do quase-permanente de uma ação variável

### Letras Gregas Maiúsculas

- $\Delta\varepsilon$  - variação da extensão sofrida pelo cabo, devida à reentrada das cunhas
- $\Delta\sigma_c(t)$  variação de tensão no centro de gravidade das armaduras à idade  $t$
- $\Delta\sigma_\mu$  variação de tensão de pré-esforço devida às perdas por atrito nas armaduras
- $\Delta\sigma_{el}$  variação de tensão de pré-esforço devida à deformação instantânea do betão
- $\Delta\sigma_{sl}$  variação de tensão de pré-esforço devida às perdas por reentrada das cunhas
- $\Delta\sigma_{p,c+s+r}$  valor absoluto da variação de tensão nas armaduras devida à fluência, à retração e à relaxação na seção  $x$ , no instante  $t$
- $\Delta\sigma_{pr}$  valor absoluto da variação de tensão nas armaduras na seção  $x$ , no instante  $t$ , devida às perdas por relaxação do aço de pré-esforço
- $\Phi$  diâmetro exterior da bainha de pré-esforço



## **Acrónimos e Siglas**

CEB – *Comité Européen du Béton*

FIP – *Fédération Internationale de la Précontrainte*

EN 10138-1 – *Prestressing steels: General requirements*

EN 10138-2 – *Prestressing steels: Wire*

EN 10138-3 – *Prestressing steels: Strand*

EN 1990-1-1 – Eurocódigo 0 - Bases para o Projecto de Estruturas.

EN 1991-1-1 – Eurocódigo 1 - Acções em estruturas. Acções gerais: Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios.

EN 1992-1-1 – Eurocódigo 2 - Projecto de Estruturas de Betão. Regras gerais e regras para edifícios.

EN 1992-1-2 – Eurocódigo 2 - Projeto de Estruturas de Betão. Regras gerais. Verificação da resistência ao fogo.

ELS – Estado Limite de Serviço (ou de Utilização)

ELU – Estado Limite Último

F.N. – fibra neutra (ou linha neutra)

GEE – gases com efeito de estufa

PVC – policloreto de vinila

XC... – classe de exposição para o risco de corrosão induzida por carbonatação



## **1 INTRODUÇÃO**

### **1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS**

O presente documento estabelece o Trabalho Final de Mestrado - do curso de Engenharia Civil, na Área de Especialização de Estruturas do ISEL - Instituto Superior de Engenharia de Lisboa. O tema abordado foi a aplicação do pré-esforço em lajes, identificando as suas principais aplicações e vantagens no domínio da construção de edifícios.

### **1.2 MOTIVAÇÃO**

Esta dissertação foi motivada pelo interesse em aprofundar o conhecimento da técnica construtiva do pré-esforço por pós-tensão em lajes de edifícios.

Pretendeu-se, além de uma análise teórica, ilustrar esta técnica através de exemplos de casos práticos de diferentes modos de execução e com várias particularidades de interesse relevante, por forma a conseguir uma perspetiva ampla relativamente a esta técnica.

### **1.3 ÂMBITO E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO**

A utilização de lajes pré-esforçadas por pós-tensão em edifícios é uma técnica relativamente recente em Portugal. No entanto, o pré-esforço, vulgarmente utilizado desde há muitos anos em obras de arte no mundo inteiro, particularmente em pontes de grandes vãos, contenção de reactores nucleares, estádios, etc., impõe-se cada vez mais no domínio da construção de edifícios. Com o aumento do número de obras e dadas as exigências cada vez maiores de segurança, conforto e rapidez de execução, este tipo de solução tem-se tornado cada vez mais frequente. Porém, os estudos e investigações neste âmbito não têm acompanhado o mesmo ritmo.

Com esta dissertação pretendeu-se abordar as diferentes aplicações usualmente empregues na construção de lajes de edifícios com grandes superfícies de pavimento livres, bem como identificar para cada situação qual a solução mais vantajosa.

Um dos objetivos foi informar das vantagens de carácter funcional e económico de elementos construtivos que se executam com betão pré-esforçado, valorizando o sistema por pós-tensão em comparação com sistemas mais convencionais e estudando a sua implantação em função das suas tipologias estruturais e cálculos.



A avaliação da técnica do betão armado pré-esforçado por pós-tensão em lajes de edifícios foi realizada através de critérios básicos de engenharia. Por conseguinte, o objetivo não foi uma profunda análise estrutural dos elementos de betão armado pré-esforçado, mas unicamente dar a conhecer o sistema de uma forma simples e o mais exata possível. No entanto, tentou-se avaliar minuciosamente todas as condicionantes que podem ser determinantes para a solução construtiva concreta.

Os exemplos reais serviram para ilustrar alguns pormenores do processo construtivo que conduzem a uma correta execução de elementos com esta técnica. Além disso, tentou-se, através de documentos e manuais técnicos, textos normativos e catálogos comerciais, detalhar minuciosamente a solução de pós-tensão em lajes de edifícios.

Assim, o objetivo desta dissertação consistiu em informar sobre um sistema construtivo inovador, ampliar os conhecimentos acerca do mesmo para uma possível utilidade profissional e fomentar a inovação no setor da construção.

#### **1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO DE DISSERTAÇÃO**

Esta dissertação é composta por nove capítulos:

- Capítulo 1: apresentação do tema e definição dos objetivos do trabalho.
- Capítulo 2: conceito de betão armado pré-esforçado por pós-tensão, particularmente em lajes de edifícios, e as vantagens deste sistema.
- Capítulo 3: componentes necessários para a realização do pré-esforço.
- Capítulo 4: sistemas de pré-esforço por pós-tensão existentes em lajes, nomeadamente o sistema multicordão aderente e o sistema monocordão não aderente.
- Capítulo 5: pré-dimensionamento de lajes pré-esforçadas por pós-tensão: relação espessura/vão e traçado dos cabos em planta e em alçado.
- Capítulo 6: dimensionamento de lajes pré-esforçadas por pós-tensão: verificação da segurança aos estados limites últimos e de utilização, ação do pré-esforço, respetivas perdas e traçado do cabo.
- Capítulo 7: verificação da resistência ao fogo das lajes pré-esforçadas por pós-tensão.
- Capítulo 8: caso de estudo da execução de lajes pré-esforçadas por pós-tensão num edifício habitacional e de comércio.
- Capítulo 9: principais conclusões obtidas no decorrer da elaboração do trabalho.



## 1.5 ESTADO DA ARTE

As tendências arquitectónicas modernas e o nosso modo de vida privilegiam as grandes superfícies de pavimentos livres, a flexibilidade do ordenamento interior e a facilidade de transformação e de circulação dos espaços. Tais exigências podem ser satisfeitas com recurso ao pré-esforço por pós-tensão, o qual permite a realização de grandes espaços sem obstáculos, com um número de pilares reduzido e espessuras de laje reduzidas, que facilitam a subdivisão posterior para áreas comerciais, administrativas, assim como amplos espaços públicos (Figura 1).



Figura 1 - Parque de estacionamento subterrâneo com lajes em betão armado pré-esforçado [B1]

A flexibilidade de aplicação do pré-esforço fornece uma solução económica para a concepção de pavimentos e terraços numa grande diversidade de projectos. Não existem utilizações-tipo específicas para as lajes pré-esforçadas. Prova disso é o seu emprego para praticamente a totalidade de usos em edifícios, tais como: centros comerciais, edifícios de escritórios e habitação, vivendas, hotéis, parques de estacionamento, museus, tribunais, teatros e cinemas, terminais de transporte, centros de exposições e convenções, edifícios industriais, centros desportivos, escolas, universidades e hospitais (Figura 2).



Figura 2 - Edifício de escritórios com lajes em betão armado pré-esforçado. Malaysia Telekom Tower em Kuala Lumpur [B1]



Assim, e apesar de mais comumente utilizadas em edifícios habitacionais multifamiliares, comerciais ou de outro uso público, as lajes em betão armado pré-esforçado são também cada vez mais utilizadas em edifícios habitacionais de menor escala devido a exigências arquitectónicas, como por exemplo, a moradia unifamiliar ilustrada na Figura 3. O uso de pré-esforço permitiu espaços ininterruptos no nível inferior, onde grandes janelas se podem abrir para conectar os espaços interiores com as áreas ao ar livre.



Figura 3 - Moradia unifamiliar com lajes em betão armado pré-esforçado [W1]

A clareza no interior dos edifícios e a diminuição de espessura das lajes proporciona um valor acrescentado que, geralmente, compensa o sobrecusto da construção que implica o aumento de vãos em edifícios importantes situados nas grandes cidades, pelo que a aplicação do pré-esforço proporciona as condições ideais para a sua realização.

Compostos, em geral, por cordões aderentes ou não aderentes auto-embainhados, os cabos de pré-esforço (também denominados "armaduras ativas"), são instalados e fixados em ancoragens, sendo tensionados após a betonagem com a ajuda de equipamentos ligeiros (Figura 4).



Figura 4 - Cordões, cabos e ancoragens de pré-esforço [W2]



Na Figura 5 ilustra-se a instalação dos cabos de pré-esforço numa laje.



Figura 5 - Instalação dos cabos de pré-esforço numa laje [B1]

### 1.5.1 SITUAÇÃO ATUAL NACIONAL

Em Portugal, a técnica do pré-esforço aplica-se maioritariamente ao campo das obras públicas e minoritariamente em edifícios de habitação. Isto é especialmente evidente se falarmos de betão pré-esforçado por pós-tensão.

Talvez uma das razões que tem levado a isso seja a falta de informação sobre os tipos de lajes pré-esforçadas existentes e as suas vantagens técnicas e económicas. Outro motivo pode estar na formação tradicional de muitos projetistas de estruturas, habituados às técnicas tradicionais do betão armado. Apesar disto, a utilização do pré-esforço por pós-tensão na construção de lajes de edifícios permitiu a realização de projetos de edifícios de uma certa envergadura.

As vantagens económicas do emprego do pré-esforço são evidentes, quando se trata de dispor de vãos relativamente grandes em edifícios, que excedam a gama de lajes de betão armado unidirecionais ou bidirecionais com soluções reticulares, de uso habitual em Portugal. Até ao momento, o pré-esforço em edifícios tem sido aplicado raramente e o motivo carece de uma explicação aparente, devido, por um lado, aos resultados satisfatórios que se podem deduzir a partir dos edifícios construídos com lajes pré-esforçadas no nosso país e, por outro lado, pela existência de projetistas e construtores, cuja capacidade no domínio da técnica do betão pré-esforçado tem sido amplamente demonstrada através da experiência desenvolvida nos últimos anos em obras civis, e especialmente em pontes, cujas recentes execuções levadas a cabo em Portugal constituem uma referência internacional.



## 1.5.2 SITUAÇÃO ATUAL INTERNACIONAL

Atualmente em países como os Estados Unidos ou a Austrália, esta técnica é muito divulgada mas o seu progresso na Europa tem sido menor. Enquanto que 75% do aço de pré-esforço utilizado nos Estados Unidos ou na Austrália é usado na pós-tensão, no caso da Europa atinge apenas 10%. [B2]

As figuras 6, 7, 8 e 9 ilustram algumas realizações de lajes pré-esforçadas por pós-tensão em edifícios.



Figura 6 - Edifício *Marina City*, Chicago, Estados Unidos da América [W3]



Figura 7 - Torres de *Colón*, Madrid, Espanha [W4]



Figura 8 - Edifício *Al Faisaliyah Center*, Riade, Arábia Saudita [W5]



Figura 9 - Hotel *Burj Al Arab*, Dubai, Emiratos Árabes Unidos [W6]





## 2 BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO POR PÓS-TENSÃO

### 2.1 GENERALIDADES

Designa-se betão armado pré-esforçado por pós-tensão ao betão que é submetido a esforços de compressão por meio de armaduras ativas (cabos de aço de alta resistência), depois de vertido e de ter atingido uma determinada presa, mais concretamente, a sua resistência característica.

O betão armado pré-esforçado surgiu da busca de uma alternativa que permitisse superar certas limitações encontradas na técnica do betão armado tradicional. Atualmente, o pré-esforço é uma técnica altamente testada que oferece soluções fiáveis, económicas e estéticas no projeto de estruturas.

A partir do momento em que surgiu, a técnica do betão armado pré-esforçado teve uma grande difusão por todo o mundo, destacando-se a sua aplicação na engenharia civil e fundamentalmente, na construção de pontes.

Uma das consequências do desenvolvimento desta técnica foi a notável evolução da geometria das pontes nas últimas décadas, onde foram aplicadas novas técnicas construtivas que aumentaram as possibilidades para vencer grandes vãos, encurtaram os tempos de execução e proporcionaram uma série de vantagens relativas à durabilidade, segurança e economia.

Em relação aos edifícios, a aplicação de betão armado pré-esforçado nos últimos anos, apesar de não ter influenciado significativamente o seu aspeto exterior, trouxe um aumento na disponibilidade de recursos. A arquitetura contemporânea enfrenta a necessidade de projetar espaços cada vez mais amplos que permitam flexibilidade tanto de uso como de distribuição dos espaços. No entanto, a execução de grandes vãos está condicionada pela limitação da espessura das lajes, a qual é muito rigorosa em edifícios. A introdução da técnica do pré-esforço por pós-tensão em lajes de edifícios, há já mais de três décadas, abriu uma série de possibilidades construtivas impensáveis com a técnica do betão armado tradicional. São muitas as vantagens que o betão armado pré-esforçado oferece na fase de projetar a estrutura de um edifício.

Esta técnica, implantada com êxito nos Estados Unidos, Austrália e parte da Europa, não conseguiu ainda singrar em Portugal, onde a maior parte das lajes de edifícios continuam a ser executadas em betão armado tradicional. No entanto, existe no nosso país um interesse por esta tecnologia tanto por centros de investigação como por empresas de construção.

## 2.2 ANTECEDENTES

A execução de pré-esforço é antiga e está presente em diferentes ramos tecnológicos. São exemplos disso os barcos dos *vikings*, em que o convés e a borda eram comprimidos por meio de tirantes em madeira, ou quando se apertavam cintas metálicas à volta de aduelas de madeira para construir barris (Fig. 10). Os barris ficavam sujeitos a uma tensão que provocava um esforço de compressão entre as aduelas, permitindo-lhes resistir à tração em arco produzida pela pressão interna do líquido contido no seu interior. Do mesmo modo, a câmara de ar de uma roda é outro exemplo da aplicação do princípio do pré-esforço: **submeter um material, incapaz de resistir a solicitações num certo sentido, a esforços iniciais de sentido contrário.**

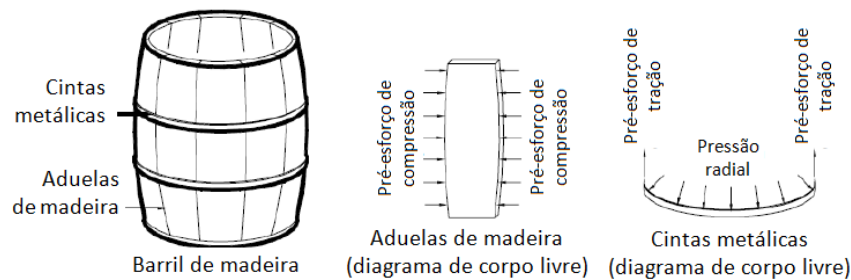
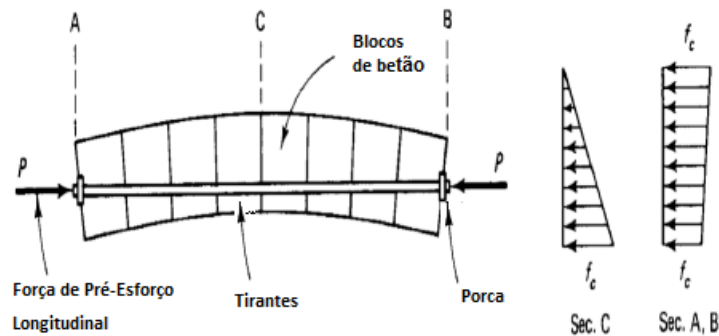


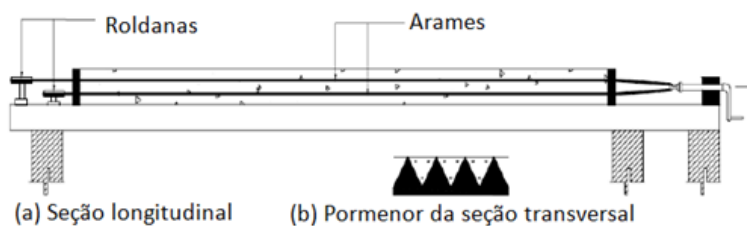
Figura 10 - Pré-esforço aplicado na construção de um barril de madeira [adaptado de W7]

Por volta de 1860, *A. Considère*, um engenheiro francês, construiu na Finisterra, França, um cais com blocos de granito interligados por barras verticais pré-esforçadas. As barras eram ancoradas pelas suas roscas através de uma porca. Este sistema é ainda utilizado em pré-esforço por meio de barras.

A primeira proposta para pré-esforçar betão remonta a 1886, quando *P. H. Jackson*, um engenheiro norte-americano, regista a patente US 375999, "*Constructions of artificial stone or concrete pavements*", em que propõe a utilização de tirantes pré-esforçados (fornecidos com ancoragens roscadas ou de cunha), para a construção de arcos para coberturas e pisos, em blocos de betão[B2] (Figura 11).

Figura 11 - Ilustração da patente de *P. H. Jackson* [adaptado de W8]

Dois anos mais tarde, em 1888, o alemão *C. F. W. Döhning*, regista a patente DRP 53548, um sistema para reforçar elementos de betão pré-fabricado com armadura pré-tracionada. Estávamos na origem do pré-esforço por pré-tensão usando armaduras tracionadas antes da betonagem das peças. Com este sistema, a força de pré-esforço é transmitida ao betão pela aderência das armaduras. Este sistema é, ainda hoje, utilizado no fabrico de elementos pré-fabricados de betão armado pré-esforçado [B2] (Figura 12).

Figura 12 - Ilustração da patente de *C. F. W. Döhning* [W9]

Em 1903, o francês, *C. Rabut*, o mentor de *Eugène Freyssinet*, construiu mísulas de betão na cidade de Paris (Rue Rome), onde pré-esforçou as armaduras e ancorou os tirantes com porcas apoiadas em placas de aço. [B2]

Em 1906, o alemão *M. Koenen* registou uma nova patente com armaduras pré-esforçadas, realizando o primeiro ensaio com armadura depois da peça já estar betonada. Criou um aparelho através do qual aplicava uma força de tração prévia ao elemento e posteriormente uma carga inferior à inicial. No entanto, a tensão aplicada às armaduras perdia-se com o tempo até quase se anular. [B2]

Seguiram-se novos ensaios e patentes sem muito êxito devido à baixa resistência dos aços utilizados, uma vez que o efeito do pré-esforço se dissipava devido às perdas diferidas (retração e fluência do betão), fenómenos estes ainda desconhecidos naquela época.



Em 1908, o norte-americano *C. H. Steiner* registou uma nova patente onde propunha que, após a aplicação de uma pequena quantidade de tensão de pré-esforço às armaduras com o betão ainda fresco, de modo a quebrar a ligação entre o aço e o betão, se reajustassem as armaduras, logo que o betão ganhasse uma certa presa, aplicando-lhe uma força mais elevada, com o objetivo de recuperar algumas das perdas. [B2]

Os primeiros êxitos práticos foram obtidos em 1919 pelo alemão *K. Wettstein*, que com o objetivo de alcançar uma resistência do betão o mais alta possível, utilizou como armadura cordas de piano, com uma resistência de 1400 a 2000 N/mm<sup>2</sup>. Imediatamente percebeu que não fazia sentido colocar no betão as cordas sem serem tracionadas. Assim, tracionou-as até um ponto próximo do seu limite elástico, colocando-as próximo da superfície (ou seja, afastadas do centro geométrico da seção). Com uma notável intuição, percebeu que a aderência betão/armadura era função da superfície específica de contacto, pelo que utilizou um grande número de cordas finas em vez de utilizar um menor número de cordas de maior seção. Estes elementos de betão armado eram altamente elásticos e admitiam grandes deformações sem fissurar. [B2]

Provavelmente, foi o norte-americano *R. H. Dill*, o primeiro a perceber, em 1923, que deveriam utilizar-se fios de alta resistência a tensões elevadas. Ensaiou barras de aço de grande resistência, pintadas para evitar a sua aderência ao betão, tracionando-as e ancorando-as com porcas ao betão, depois que este ganhasse presa. [B2]

Mas nenhuma das tentativas anteriores deram origem a uma técnica de betão pré-esforçado onde o domínio total tivesse sido adquirido e permitisse que se generalizasse. Eram atos isolados, alguns deles brilhantes, mas com importância limitada em engenharia. No entanto, diversos investigadores desenvolveram patentes que melhoraram alguns aspetos específicos da nova técnica, alargando o seu campo de aplicação.

Um dos principais problemas enfrentados pelas patentes era o encurtamento do betão devido à retração e à fluência (perdas diferidas). Estes fenómenos eram ainda desconhecidos naquela época. Essas deformações davam origem às perdas de tensão aplicadas previamente às armaduras e, portanto, o pré-esforço perdia toda a sua eficácia. Foi por isso que os testes ao pré-esforço com armaduras ordinárias falharam. Era necessário utilizar aço de muito maior resistência para absorver as perdas diferidas devidas à retração e à fluência, sem que quase todo o efeito do pré-esforço fosse perdido.

*Eugène Freyssinet* (Figura 13) foi o primeiro investigador a ter a noção das distintas funções do aço e do betão no betão armado pré-esforçado, das perdas de pré-esforço devidas à retração e fluência do betão, assim como da necessidade da utilização de betão e aço de altas resistências. Dedicou-se, desde



1911, a observar o fenómeno da fluência lenta e da retração do betão, vindo a compreender a sua natureza, tendo sido o primeiro a tirar conclusões corretas sobre esses efeitos no comportamento do betão armado pré-esforçado. Estas noções permitiram-lhe avaliar com precisão essas perdas que ocorrem desde o início, levando-o a utilizar aço de alta resistência, que, como visto anteriormente, é necessário para que o resultado do pré-esforço seja efetivo. [B2]



Figura 13 - *Eugène Freyssinet* (1879-1962) [W10]

Em 1928, *E. Freyssinet* registou a sua primeira patente sobre pré-esforço em França, tendo-a registado em outros países pouco tempo depois. O sistema de pré-esforço permitia aplicar tensões no aço superiores a  $400 \text{ N/mm}^2$ . [B2]

Em 1939, desenvolveu um sistema de ancoragem através de cunhas cónicas para as ancoragens das extremidades e desenhou macacos de dupla ação, os quais tensionavam os fios e de seguida pressionavam os cones machos dentro dos cones fêmea para ancorá-los às placas de ancoragem. Em 1941 projetou a primeira ponte em betão armado pré-esforçado, situada sobre o rio *Marne*, em Luzancy, França (Figura 14).



Figura 14 - Ponte sobre o rio *Marne*, em Luzancy, França [W11]



Sucederam-se rapidamente novas invenções, especialmente por parte de engenheiros alemães, como *F. Dishinger*, que em 1934 regista a patente DRP 727429, na qual propõe colocar os cabos fora da seção de betão. Tratavam-se de elementos tensores semelhantes aos das vigas atirantadas. [B2]

Entre 1940 e 1942, o belga *Gustave Magnel* desenvolveu um procedimento de ancoragem através do qual os fios eram tensionados simultaneamente e eram ancorados com uma simples cunha de metal em cada extremidade. Com este método construiu, em 1948, a primeira ponte com vigas contínuas sobre o rio Mosa, em Sclayn, Bélgica, de 2x62m de vão (betão pré-esforçado sem aderência). [B2]

A partir de aproximadamente 1949 inicia-se uma espécie de competição entre engenheiros e construtoras que conduziu a numerosos procedimentos novos. São de destacar os procedimentos, ainda em uso atualmente, dos engenheiros suíços *Birkenmaier*, *Brandestini*, *Ros y Vogt*, os quais desenvolveram procedimentos como o *BBRV* com cabeças de ancoragem recalçadas e o procedimento *VSL* com tensores entrançados. [B2]

A primeira construção que se realizou nos Estados Unidos da América em betão armado pré-esforçado foi a ponte *Walnut Lane*, inaugurada em 1951. Apenas nos finais dos anos 50 surgiram as lajes pós-tensionadas para pisos de edifícios mediante o procedimento de construção *lift-slab*, que consistia em betonar as lajes servindo umas de cofragem de outras, sendo depois elevadas até à sua posição definitiva. A pós-tensão destes elementos reduzia o peso, diminuía a espessura da laje e ajudava a controlar a fissuração. [B2]

Em 1952, realizou-se uma reunião em Cambridge, na qual se criou uma sociedade internacional com o nome *Fédération Internationale de la Précontrainte* (FIP). O objetivo principal deste grupo de engenheiros visionários era divulgar ao mundo este conceito relativamente desconhecido de construção com betão pré-esforçado, o qual foi conseguido motivando a integração de grupos nacionais em todos os países que tivessem particular interesse no assunto e facilitando um fórum internacional para o intercâmbio de informação. [B2]

Nos anos posteriores o desenvolvimento caracterizou-se principalmente pelo aumento da capacidade dos elementos tensores até aproximadamente 1500 kN e pela racionalização dos procedimentos construtivos, especialmente na construção de pontes. A investigação e a experiência revelaram que o pré-esforço parcial é, em muitos casos, preferível, quanto à capacidade de serviço, relativamente ao pré-esforço total. [B2]

No princípio da década de 60 deu-se um impulso decisivo nesta técnica com o método de cálculo de compensação de cargas, de modo que durante os anos 60-70, o desenvolvimento foi exponencial.

A implementação na Europa deu-se a partir de 1970 quando se efetuaram campanhas experimentais que permitiram conhecer melhor o comportamento destas estruturas. Ao mesmo tempo elaboraram-se normas e recomendações que facilitaram o projecto desta tipologia estrutural. [B2]

Em Portugal, a primeira ponte em betão armado pré-esforçado, a Ponte da Vala Nova, foi construída em 1954, entre Benavente e Salvaterra de Magos. O projeto foi confiado a *SETH*, tendo o projetista, Eng.º Francisco de Vasconcelos Mello, se deslocado à Freyssinet, em Paris, com vista à aquisição dos conhecimentos necessários. [W12]

### 2.3 CONCEITOS BÁSICOS

O betão armado pré-esforçado é um material que, graças a um tratamento mecânico inicial (uma pré-solicitação do betão à compressão), pode resistir a um estado de tensão que de outro modo não seria possível.

Esta pré-solicitação consiste na aplicação de forças de compressão convenientemente distribuídas, de forma a que a seção solicitada se encontre sempre (ou quase sempre) totalmente comprimida. Como consequência acrescida, resulta daí também um melhor controlo das deformações da peça. A sequência do pré-esforço por pós-tensão é ilustrada na Figura 15.

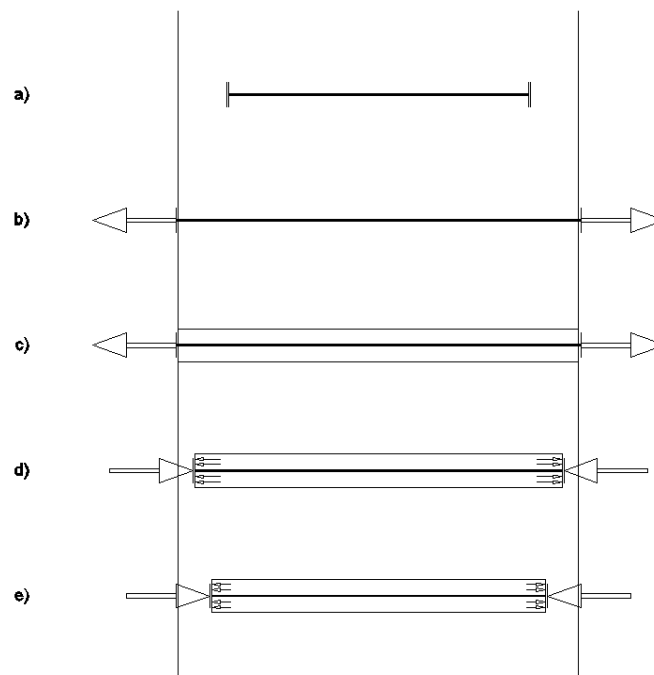


Figura 15 - Sequência do pré-esforço por pré-tensão



- a) A armadura de aço não está sujeita a nenhuma tensão.
- b) É aplicada uma força de tração na armadura até uma percentagem elevada do seu limite elástico.
- c) A peça é betonada mantendo-se externamente a tensão na armadura (o betão ainda não está submetido a tensões).
- d) Após o betão atingir uma certa presa necessária a armadura é libertada das suas restrições exteriores sendo ancorada à peça de betão. Como elemento sólido elástico que é o aço tende a encurtar, tentando recuperar o seu comprimento inicial. No entanto, as suas ancoragens e a aderência ao betão restringem o seu deslocamento. A tensão de tração a que a armadura está sujeita transmite-se ao betão circundante, comprimindo-o. **O betão fica nesta fase pré-esforçado.**
- e) Sob a compressão a que está submetido, o betão encurta por fluência. Como consequência da sua secagem e endurecimento ocorre um encurtamento adicional por retração. O encurtamento total resulta numa perda de tensão na armadura e, conseqüentemente, uma perda de compressão no betão.

Para obter um pré-esforço eficaz é necessário manter estas perdas num nível reduzido. Para isso utilizam-se aços especiais de alto limite elástico que admitam uma deformação elástica várias vezes superior ao encurtamento total do betão de modo que se mantenha uma elevada percentagem da força inicial de pré-esforço. O estado de tensão à qual se submete a armadura é a força de pré-esforço que atua sobre o elemento de betão, motivo pelo qual não provocará reações de apoio em estruturas isostáticas.

### 2.3.1 BETÃO ARMADO VS. BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO

Considere-se uma viga bi-apoiada de seção retangular constante, submetida a uma carga pontual  $P$  aplicada a meio vão, como ilustrado na Figura 16:

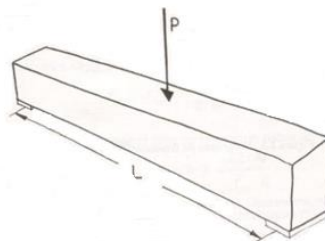


Figura 16 - Viga bi-apoiada com uma carga pontual  $P$  aplicada a meio vão

A seção mais solicitada é a de meio vão, submetida a um momento fletor  $M_{Ed} = 1/4 \cdot P \cdot L$  de sinal positivo.

i. Solução em Betão Armado

A armadura será colocada na parte inferior da viga, uma vez que o betão não é capaz de resistir às trações existentes nesta zona. Aplicando a carga na peça, o aço sofrerá um alongamento, entrando em tensão. Em todas as seções onde o betão envolvente fissura, a armadura resistirá às trações na totalidade.

O betão está sujeito à compressão na parte superior da seção limitada inferiormente pela fibra neutra, *F.N.*, linha que separa a zona comprimida da zona tracionada (Figura 17).

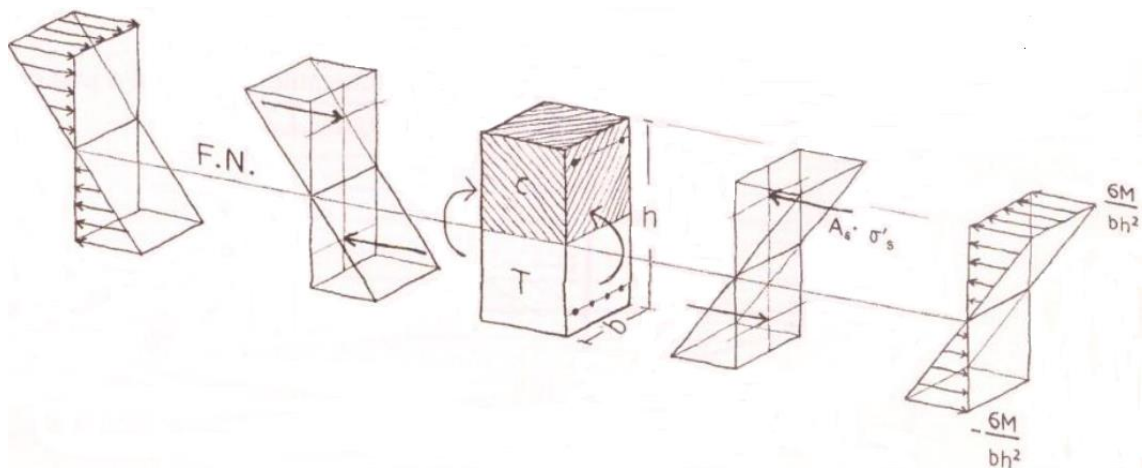


Figura 17 - Diagrama de tensões na seção central (meio vão)

O diagrama de tensões da Figura 17 sublinha as distintas funções resistentes do betão (comprimido) e do aço (tracionado). A máxima tensão de compressão no betão, que ocorre na fibra superior da seção, tem o valor

$$\sigma_{c,max} = -\frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}$$

Por simetria da seção, na sua fibra inferior ocorre uma tração máxima de sinal contrário, ou seja, de tração, com o valor:



$$\sigma_{t,max} = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}$$

Estas expressões foram obtidas a partir de fórmulas elementares da estática.

## ii. Solução em Betão Armado Pré-Esforçado Centrado

A solução em betão armado pré-esforçado assenta num conceito distinto. Como se pretende que a peça não fissure, e admitindo que o valor da tensão de resistência à tração do betão  $f_{ctk}$  é nulo, o seu conceito consiste em submeter o betão a uma compressão prévia, de forma a que uma vez posto em serviço não se verifiquem trações em nenhuma seção. Uma vez que o betão não vai fissurar (é calculada previamente uma força de pré-esforço para que se cumpra esta condição), não sendo imprescindível definir a posição da linha neutra, visto que toda a seção se comporta como um material homogeneamente resistente.

Para anular as trações no betão, impedindo a sua fissuração, é possível exercer uma compressão uniforme mediante armaduras centrais (pré-esforço centrado), bastando que essa força de pré-esforço produza uma compressão inicial, como ilustrado na Figura 18.

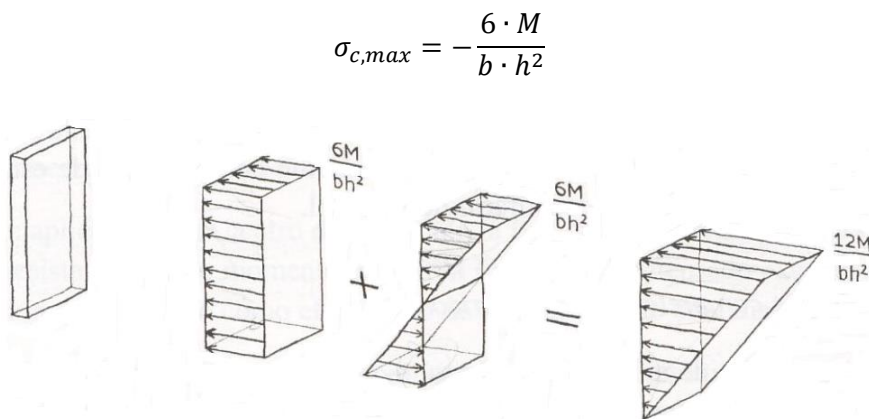


Figura 18 - Anulação das trações na seção de meio vão através de uma força de pré-esforço centrada

Contudo, enquanto que na fibra inferior é necessário compensar uma tração mediante compressão, obtendo-se um valor nulo, na fibra superior somam-se as compressões. Com efeito, a tensão resultante na fibra superior é:

$$\sigma_{total} = \sigma_{pré-esforço} + \sigma_{flexão} = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2} + \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2} = \frac{12 \cdot M}{b \cdot h^2}$$



Para que o betão resista, esta tensão deverá ser inferior ou igual a  $f_{ck}$ :

$$\sigma_{max} = \frac{12 \cdot M}{b \cdot h^2} \leq f_{ck}$$

Daqui resulta que a área da seção necessária deve ser:

$$A_{seção\ pré-esforçada} = b \cdot h \geq \frac{12 \cdot M}{f_{ck} \cdot h}$$

Esta não é, obviamente, a melhor solução, dado que exige duas vezes mais betão do que a solução em betão armado, onde a seção necessária seria:

$$A_{seção\ armada} = b \cdot h \geq \frac{6 \cdot M}{f_{ck} \cdot h}$$

E é também insatisfatória uma vez que a pré-compressão inicial aplicada,

$$\sigma_{pré-esforço} = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2} = \frac{1}{2} \cdot f_{ck}$$

só consome metade da capacidade resistente do betão na sua fibra mais solicitada. Isto significa que se comprimiu inutilmente a parte superior da seção, onde a carga exterior irá criar compressões, ao mesmo tempo que não é aproveitada ao máximo a capacidade resistente do betão na zona inferior da linha neutra.

Concluindo, a aplicação da força de pré-esforço no centro de gravidade da seção não é eficaz porque na parte superior da seção não se cumpre o objetivo de introduzir, através da força de pré-esforço, tensões opostas àquelas que irão solicitar a peça. Com esta solução ocorre um evidente desperdício de material.

### iii. Solução em Betão Armado Pré-Esforçado Excêntrico

No caso anterior, a aplicação da força de pré-esforço na fibra central beneficiou as fibras inferiores, onde ocorrem as trações, mas ao mesmo tempo penalizou as fibras superiores, onde à compressão devida à carga exterior adicionou a compressão devida à força de pré-esforço, duplicando-a.

A solução adequada consiste em deslocar o ponto de aplicação da força de pré-esforço para a parte inferior da seção, conforme esquematizado na Figura 19.

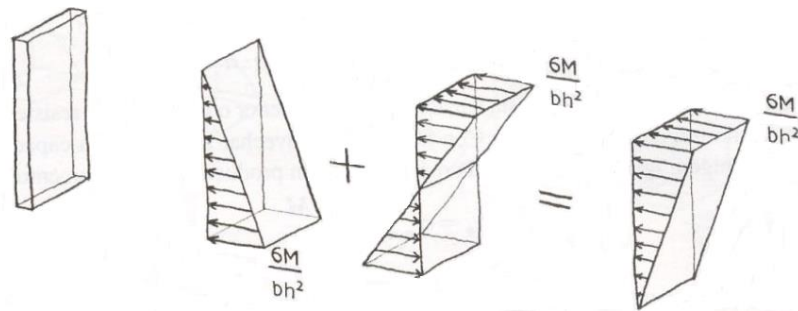


Figura 19 - Anulação de trações na seção através da força de pré-esforço excêntrica

Para impedir o aparecimento de fissuras (isto é, a existência de trações no estado de tensão final da peça), a força de pré-esforço deverá criar um estado de tensões conforme indicado na Figura 19; ou seja, compressão nula na fibra superior, e igual à resistência do betão  $f_{ck}$  na fibra inferior. Desta forma, consegue-se o máximo aproveitamento.

Igualando a tensão máxima à resistência como anteriormente,  $f_{ck} = \sigma_{max} = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}$ , obtém-se a área da seção necessária:

$$A_{seção\ pré-esforçada} = b \cdot h = \frac{6 \cdot M}{f_{ck} \cdot h}$$

Economiza-se assim cerca de 50% de material em relação à solução anterior, mantendo as dimensões da seção de betão armado.

A força de pré-esforço  $P$  resulta, neste caso,

$$P = 1/2 \cdot f_{ck} \cdot b \cdot h$$

aplicada no eixo de simetria vertical da peça e a  $h/3$  da fibra inferior. Como se pode constatar, o pré-esforço excêntrico requer metade da força, em relação à solução anterior.

#### iv. Do Traçado Excêntrico Reto ao Traçado Curvo

Embora se tenha obtido com o traçado excêntrico uma importante melhoria, esta limita-se sobretudo às seções centrais da peça.

A mesma excentricidade que é apropriada para a seção central pode ser excessiva para as seções de extremidade, onde o momento fletor devido ao peso próprio e à sobrecarga diminui ou mesmo se anula.



Por conseguinte, é necessário ajustar a excentricidade do pré-esforço, seção a seção, ao momento exterior,  $M_{Ed}$ , a que é necessário resistir.

Isto leva a formular e desenhar traçados curvos para as armaduras de pré-esforço. Intuitivamente, a forma destes traçados pode aproximar-se do polígono antifuncular das cargas.

### 2.3.2 TIPOS DE ARMADURAS NO BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO

Diferenciam-se dois tipos de armaduras no betão armado pré-esforçado:

- Armaduras ativas: armaduras de aço de alta resistência, através das quais se introduz a força de pré-esforço;
- Armaduras passivas: armaduras ordinárias habituais no betão armado, associadas às anteriores.

Esta distinção semântica estabelece-se pela seguinte razão: as armaduras passivas só começam a trabalhar quando a peça entra em carga, iniciando-se a sua deformação; pelo contrário, as armaduras ativas estão a trabalhar continuamente, independentemente do estado de carga da peça.

Dependendo da fase do processo de execução na qual se introduz a força de pré-esforço nas armaduras ativas, distinguem-se dois tipos de betão armado pré-esforçado:

- Betão armado pré-esforçado com armaduras pré-tensionadas: as armaduras são tracionadas antes da betonagem.
- Betão armado pré-esforçado com armaduras pós-tensionadas: as armaduras são tracionadas depois da betonagem, onde por sua vez se distinguem dois tipos, segundo a localização da armadura:

Com pré-esforço interior: quando as bainhas que contêm a armadura ativa se encontram embebidas dentro da seção de betão. Pode ainda dividir-se em duas situações distintas, com armadura aderente ou com armadura não aderente.

Com pré-esforço exterior: quando as bainhas que contêm a armadura ativa se encontram no exterior da seção de betão, permitindo o seu acesso.



## 2.4 INTERESSE PELO PRÉ-ESFORÇO POR PÓS-TENSÃO EM LAJES DE EDIFÍCIOS

### 2.4.1 TIPOS DE LAJES EM EDIFÍCIOS

Até à data, as lajes mais comumente utilizadas em edifícios foram as lajes unidirecionais aligeiradas com elementos pré-fabricados (vigotas + abobadilhas) (Figura 20), as lajes reticulares (ou bidirecionais) fungiformes aligeiradas (Figura 21) e as lajes maciças em betão armado.

As lajes unidirecionais aligeiradas com elementos pré-fabricados são as que oferecem menor "desempenho resistente", exigindo uma forma estrutural muito ordenada. No entanto, as suas vantagens relacionadas principalmente com a colocação em obra motivaram o seu grande uso na construção nacional, sobretudo em edificações de pequena e média dimensão.



Figura 20 - Laje unidirecional de vigotas e abobadilhas [W13]

A solução com lajes reticulares fungiformes aligeiradas funciona melhor do que a anterior em termos resistentes. Consiste em lajes com um sistema de nervuras nas duas direções combinado com zonas maciças junto aos pilares. Permitem absorver maiores irregularidades em planta, uma vez que devido à sua maior hiperstaticidade as cargas conseguem encontrar "caminhos" mais simples até aos pilares, permitindo assim maiores vãos.



Figura 21 - Laje reticular (ou bidirecional) fungiforme aligeirada [W14]



As lajes reticulares fungiformes aligeiradas não são mais do que um caso particular das lajes maciças. A maior diferença entre os dois tipos de lajes é a seguinte:

- Laje maciça: tem um comportamento multidirecional.
- Laje reticular fungiforme aligeirada: têm um comportamento bidirecional.

Esta diferença faz com que o "caminho" das cargas até aos apoios (pilares ou paredes resistentes) no caso da laje maciça seja mais direto, e portanto, melhor. Além disso, a laje maciça é mais hiperstática do que a laje reticular, já que tem um número "infinito" de nervuras.

Podem-se ordenar por ordem decrescente as três tipologias básicas de lajes pelo seu grau de eficiência (caminho de cargas mais curto) e segurança (grau de hiperstaticidade):

- Laje maciça.
- Laje reticular.
- Laje unidirecional.

O custo dos materiais tem uma incidência direta na eleição de uma tipologia de laje, por isso houve sempre a tendência para soluções aligeiradas. Além disso, a dinâmica da construção leva a que não se modifiquem os métodos conhecidos dos operários, com os quais os rendimentos da execução resultam aparentemente satisfatórios.

Existem várias razões para se ter iniciado uma mudança para soluções baseadas em lajes maciças. Entre elas incluem-se:

- facilidade construtiva;
- durabilidade da laje;
- redução de riscos laborais.

### 2.4.2 LAJES MACIÇAS DE BETÃO ARMADO

As lajes maciças são fáceis de construir, uma vez que não possuem o elemento aligeirante. Além disso, pelo facto de não existirem nervuras, as operações de escoramento, cofragem, armação do aço, betonagem e vibração, e em geral, o controlo e execução resultam mais económicas, uma vez que é possível reduzir os prazos de execução.

Estruturalmente, as prestações das lajes maciças são comparáveis às de uma laje aligeirada, uma vez que, embora as primeiras tenham mais peso que as últimas para a mesma espessura, a sua rigidez é maior (reduzindo flechas e vibrações), assim como o seu monolitismo e isolamento acústico que proporcionam.

Assim, definem-se as lajes maciças como placas bidirecionais planas, com uma dimensão (espessura) muito inferior às outras duas dimensões, e cuja solicitação principal é a flexão nas duas direções. A sua função mais importante é, portanto, a de transmitir as cargas que atuam na direção normal ao seu plano principal. A solução mais utilizada é a laje apoiada sobre apoios isolados, ou seja sobre pilares, com ou sem capitel (Figura 22).

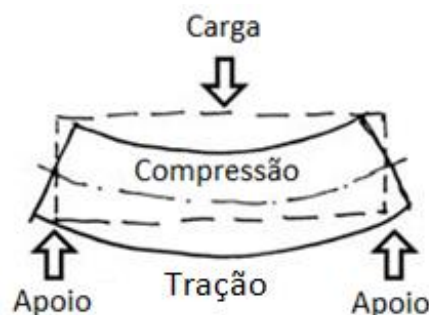


Figura 22 - Esquema da flexão de uma laje [adaptado de W15]

Estas superfícies bidirecionais trabalham maioritariamente apoiadas entre pilares ou paredes resistentes. As cargas aplicadas às lajes, incluindo o peso próprio, provocam flexões na laje e isto traduz-se no aparecimento de esforços de tração-compressão em cada seção do elemento:

- na zona comprimida o material que suporta os esforços é o betão, cuja resistência à compressão é excelente;
- na zona tracionada é o aço nervurado que suporta os esforços provocados pela flexão, dada a reduzida resistência do betão à tração .

O diagrama do momento fletor da laje indica as zonas onde aparecem as trações, e é nessas zonas que se deve concentrar a armadura passiva da laje.

Tratando-se de um elemento armado em ambas as direções, as flexões tendem a procurar o "caminho mais fácil" para poderem transmitir as cargas aos pilares ou apoios.

Este mecanismo de transmissão de cargas acaba por criar "pórticos principais virtuais" dentro da laje. A superfície restante da laje tem a função de transferir as cargas para esses pórticos.

Tomando um exemplo simples (Figura 23), o mecanismo de transmissão de cargas e esforços seria o seguinte:

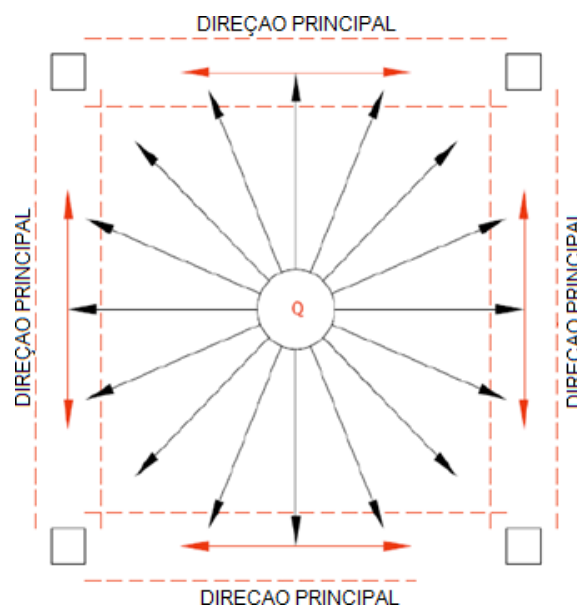


Figura 23 - Transmissão de cargas numa laje maciça

Indicam-se de seguida as vantagens e inconvenientes das lajes maciças em relação às lajes reticulares fungiformes aligeiradas e às lajes unidirecionais aligeiradas com elementos pré-fabricados.

#### Vantagens:

- Não há inconvenientes de utilização em zonas sísmicas ou zonas sujeitas a ações importantes do vento: devido à sua grande rigidez no plano, uniformizam os deslocamentos unidirecionais e têm ductilidade em ambas as direções (as lajes unidirecionais só apresentam rigidez na direção das nervuras).
- Permitem, em escala, industrializar o processo de construção: fácil execução da colocação das armaduras, vertimento e vibração do betão e sua correspondente supervisão.
- Redução da espessura total, permitindo uma maior altura livre entre pavimentos ou até mesmo reduzir a altura total do edifício.



- Bom isolamento acústico, permitindo deixar um acabamento em betão à vista ou aplicar o acabamento diretamente na face inferior, diminuindo custos posteriores na execução de tetos.
- Permitem uma maior liberdade de conceção em relação às soluções anteriores: é possível a execução de aberturas ou perímetros não ortogonais com mais facilidade. Existe uma maior flexibilidade na localização dos pilares em planta.
- Bom comportamento ao fogo, tanto pela sua função de separação (elemento contínuo de espessura constante) como pela sua capacidade de suporte (estruturas com um elevado grau de hiperstaticidade que admitem um considerável nível de redistribuição de esforços).
- Redução dos riscos de acidentes laborais: elimina-se a movimentação de elementos pesados (vigotas e/ou abobadilhas) que podem cair durante a montagem ou partir ao serem pisados.
- Melhoramento do impacto ambiental da obra: a exclusão de outros materiais, tais como os pré-fabricados de betão ou cerâmicos, incide no impacto ambiental da obra, e numa economia considerável dos custos de gestão do projeto.

Inconvenientes:

- Necessidade de uma maior capacidade de suporte: devido ao facto do seu peso ser superior, relativamente às soluções anteriores, são necessários apoios estruturalmente superiores.
- Necessidade de reforços no topo dos pilares para garantir a resistência da laje ao punçoamento.
- Em vãos exteriores as deformações podem ser elevadas e as aberturas de grandes dimensões podem causar problemas de comportamento.
- Menor isolamento térmico que as lajes pré-fabricadas aligeiradas.

## 2.4.3 VANTAGENS DAS LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO

### 2.4.3.1 Funcionamento do pré-esforço por pós-tensão numa laje

Extrapolando os conceitos básicos descritos anteriormente para o caso de uma viga bi-apoiada (caso isostático), a uma viga contínua apoiada sobre pilares (caso hiperstático) e, por sua vez, ao caso de uma laje (viga contínua apoiada sobre pilares em duas direções) fica introduzido o funcionamento geral do pré-esforço numa laje pré-esforçada por pós-tensão (Figura 24).

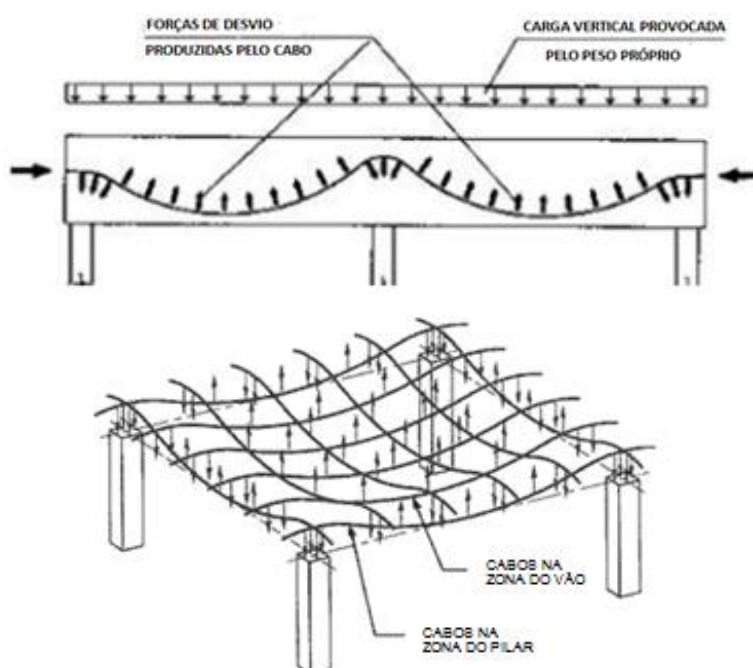


Figura 24 - Funcionamento geral do pré-esforço em laje a partir do funcionamento numa viga contínua [adaptado B3]

Mantendo a validade dos conceitos aplicados em lajes de betão armado, a ideia do pré-esforço é a de introduzir um estado de tensão, antes da estrutura ser carregada, de tal forma que anule, ou diminua, as tensões de tração no betão ao ser carregada.

Assim, o pré-esforço das lajes consiste em tracionar uma armadura ativa logo que a peça betonada tenha alcançado a resistência necessária para resistir às tensões induzidas pelas armaduras.

As armaduras ativas introduzem na estrutura uma série de forças que induzem tensões, em geral de sinal contrário ao das produzidas pelas ações gravitacionais aplicadas (peso próprio, sobrecargas, etc.), obtendo-se uma melhoria da capacidade resistente e comportamento.



As cargas transmitidas pelas armaduras ativas decompõem-se em forças concentradas nas extremidades da estrutura onde se situam as ancoragens, que pré-comprimem o betão, e forças de desvio, induzidas pelo traçado curvo dos cabos, que podem chegar a equilibrar o peso próprio da estrutura, incluindo as cargas permanentes e parte das sobrecargas.

#### 2.4.3.2 - Vantagens do pré-esforço por pós-tensão em lajes de edifícios

Durante a construção de um edifício, são três as principais preocupações:

- funcional: o edifício deve oferecer volumes e superfícies máximas para uma ocupação do solo e a nível dos pisos o mais reduzida possível;
- ecológica: o balanço energético global da construção deve fazer parte duma abordagem de desenvolvimento sustentável;
- económica: os custos do terreno e da construção devem ser otimizados no que diz respeito às superfícies exploradas geradas.

O betão pré-esforçado por pós-tensão, pelo seu desempenho, permite atingir estes objetivos graças a uma melhor utilização das características mecânicas do betão e do aço.

As tensões e flechas provocadas pelo peso próprio, e parcialmente pelas sobrecargas, são compensadas pelas tensões e flechas geradas pela curvatura dos cabos embebidos na espessura das lajes.

Dependendo da necessidade, é possível alterar e adequar diversos parâmetros: o esforço nos cabos, a sua curvatura e o seu espaçamento.

É também possível melhorar significativamente a capacidade de suporte das lajes através da aplicação deste princípio em duas direções perpendiculares, permitindo assim uma melhor utilização das características isotrópicas do betão.

Relativamente à mão-de-obra, o posicionamento de bainhas, cabos e ancoragens é realizado pelas equipas habituais em obra, com o mesmo nível de tolerância do posicionamento das armaduras passivas, ou seja, não requer uma formação específica, bastando para o efeito a supervisão de um técnico especializado em obra. Relativamente às intervenções de equipas especializadas aquando da aplicação da força de pré-esforço, estas são reduzidas.

O custo das lajes de um edifício representa, em geral, uma percentagem reduzida do total da estrutura. Assim, pode deduzir-se facilmente que não é suficiente avaliar os custos da magnitude dos vãos unicamente por motivos económicos.



O pré-esforço, especialmente adaptado a elementos planos, oferece inúmeras vantagens técnicas e económicas relativamente a elementos planos de betão armado convencionais, nomeadamente:

- Aumento da capacidade de carga das lajes.
- Adaptação à geometria variável e complexa da construção.
- Otimização da utilização das superfícies como consequência do aumento dos vãos, reduzindo-se assim o número de pilares.
- Ganhos em altura do edifício como consequência da diminuição da espessura das lajes, que se pode traduzir num aumento do número de pisos.
- Maiores vãos com maiores esbeltezas traduzem-se numa economia de betão e redução do peso próprio da estrutura (é possível reduzir até 30% a espessura da laje sem diminuir a sua capacidade portante). A redução do peso próprio da estrutura implica também uma diminuição de solicitações ao nível das fundações.
- Economia considerável em custo de materiais, principalmente betão e armadura passiva. Isto traduz-se numa estrutura mais económica na sua execução, já que são necessárias menores quantidades de aço nervurado como armadura passiva e a "nova" armadura ativa não repercute num incremento de custos no balanço global.
- A redução do peso próprio das lajes faz com que as solicitações sísmicas sejam de menor intensidade. Além disso, a sua grande ductilidade faz com que o seu comportamento sísmico seja significativamente superior ao de uma estrutura de betão convencional.
- Redução ou supressão do número de juntas de retração e de dilatação: a estrutura, ao estar comprimida numa idade precoce, fica sujeita a menores efeitos de retração do betão, repercutindo num aumento das distâncias entre juntas de dilatação, podendo inclusive eliminar-se parcial ou totalmente as mesmas.
- Maior resistência ao punçoamento devido a um apropriado traçado dos cabos que passam pelos apoios (pilares e/ou paredes resistentes).
- Melhor comportamento em relação à fissuração e, portanto, maior proteção das armaduras contra a corrosão. Além disso, a ausência de fissuração proporciona um ótimo comportamento do ponto de vista da resistência ao fogo.
- Impermeabilidade acrescida devido à compressão do betão.
- Utilização de cabos auto-protegidos.
- Alta resistência à fadiga, uma vez que a amplitude das variações de tensão na armadura ativa, sob cargas alternadas, é muito reduzida.

- Compensação das flechas em serviço: o pré-esforço pode introduzir deformações opostas às produzidas pelas cargas exteriores, reduzindo desta forma a flecha diferida; obtendo-se menores deformações em relação às lajes de betão armado convencional.
- Permitem uma descofragem mais precoce relativamente às de betão armado convencional, uma vez que as aplicações de tensão podem ser realizadas em idades precoces do betão. Isto resulta numa notável redução de prazos de execução e custos associados. A possibilidade de dar início aos trabalhos de alvenaria previamente é um dos motivos que faz com que a solução pré-esforçada seja excelente para uma obra com prazos de execução curtos.
- Menor impacto ambiental, devido à redução das quantidades de materiais utilizados.

Na Figura 25 é possível observar algumas dessas vantagens. Graças ao pré-esforço, toda a espessura do betão participa na resistência à flexão, independentemente do tipo de cargas e, conseqüentemente, a espessura do pavimento pode ser reduzida em relação a uma solução de betão armado semelhante.

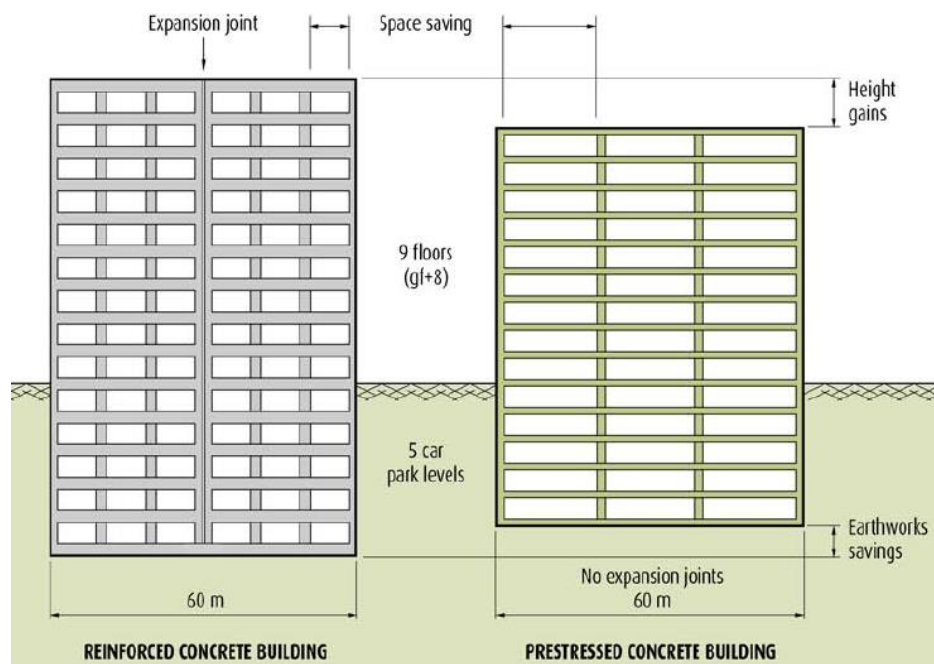


Figura 25 - Vantagens de um edifício em betão armado pré-esforçado vs. betão armado convencional

[B1]

Relativamente ao impacto ambiental, estudos realizados relativamente à construção de um edifício mostram que a redução das quantidades de materiais utilizados (betão, aço, ...) são a principal fonte de diminuição das emissões de CO<sub>2</sub> e da economia de energia. A energia utilizada na produção dos cabos de aço de alta resistência é largamente compensada pelo seu desempenho três vezes mais elevado. Sob este ponto de vista, a utilização da pós-tensão revela-se particularmente "amiga" do ambiente. [B4]

Exemplo [B4]:

Considere-se uma laje de 10x10m com 20 cm de espessura, com monocordões T15S, espaçados de 20 cm (12 kg/m<sup>2</sup>). Neste caso, é possível dispensar armaduras passivas longitudinais.

Compare-se agora esta solução com uma laje em betão armado com as mesmas dimensões em planta, que teria 45 cm de espessura e 19 kg/m<sup>2</sup> de armadura passiva.

A aplicação da EN 1992-1-1 permite ganhos relativos à altura do edifício (25 cm por piso) e a materiais, associados a uma melhoria significativa dos valores de emissão de carbono obtidos através das construções pré-esforçadas assim calculadas.

A Tabela 1 fornece uma primeira estimativa da potencial economia:

Comparação das soluções/m <sup>2</sup> de laje	Betão	Aço	Ancoragens
Betão Armado	0,45 m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	19 kg/m <sup>2</sup>	-
Betão Pré-Esforçado	0,20 m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	12 kg/m <sup>2</sup>	1,3 kg/m <sup>2</sup>
Diferença	-0,25 m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	-7 kg/m <sup>2</sup>	1,3 kg/m <sup>2</sup>

Tabela 1 - Vantagem económica de uma laje em betão armado vs. betão pré-esforçado [adaptado de B4]

As economias de materiais estão associadas à economia de gases com efeito de estufa (*GEE*) que podem ser avaliados da forma seguinte:

$$1 \text{ ton de betão} = 367 \text{ kg eq. CO}_2 \Rightarrow 1 \text{ m}^3 \text{ de betão} \approx 880 \text{ kg eq. CO}_2$$

$$1 \text{ ton de aço} = 3667 \text{ kg eq. CO}_2$$

Economia de eq. CO<sub>2</sub>:

$$\text{- betão} = 0,25 \text{ m}^3/\text{m}^2 \times 880 \text{ kg/m}^3 = 220 \text{ kg eq. CO}_2/\text{m}^2$$

$$\text{- aço} = (0,007 \text{ ton armadura} - 0,013 \text{ ton ancoragem})/\text{m}^2 \times 3667 \text{ kg} = - 22 \text{ kg eq. CO}_2/\text{m}^2$$

$$\text{Economia total: } 220 - 22 = 218 \text{ kg eq. CO}_2/\text{m}^2$$

Para um edifício com as dimensões em planta de 50 x 40 m, a economia por piso é de 400 ton eq. CO<sub>2</sub>.



No entanto, apesar do grande número de vantagens das lajes pré-esforçadas por pós-tensão relativamente às lajes de betão armado convencionais, existem também alguns inconvenientes, nomeadamente:

- A execução de etapas da instalação não previstas, ou a ancoragem de qualquer elemento na laje, com a obra executada, é um processo mais delicado do que em lajes tradicionais.
- A nível geral é importante recordar que os cabos são elementos que estão em tensão. Em caso de rotura, a tensão perde-se fazendo “saltar” a cunha situada no lado da ancoragem ativa, e com toda a probabilidade, rompendo a laje e fazendo sobressair o cordão ou os cordões. Quando se executam aberturas não previstas será muito importante tomar medidas de segurança necessárias para evitar danos materiais e pessoais.
- O betão que se utiliza, embora em menor quantidade, é de uma resistência superior e, portanto, a sua repercussão em custos/m<sup>3</sup> é maior.
- Relativamente ao equipamento, são necessários macacos hidráulicos de tração específicos.
- Ancorar estruturas auxiliares posteriormente à execução da estrutura requer um controlo exaustivo para a não deterioração ou corte de nenhum cabo em tensão.
- A quantidade de cofragem a executar é maior, uma vez que é necessário um espaço auxiliar para se poder tracionar os cabos.
- A rotura de um cordão, seja qual for a causa, requer uma reparação por vezes complexa.



### 3 ACESSÓRIOS E COMPONENTES PARA A REALIZAÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO

#### 3.1 ARMADURA ATIVA

A armadura ativa é de aço de alta resistência e serve para introduzir os esforços de pré-esforço. Pode dividir-se em quatro tipos: fios (*wires*), barras (*bars*), cordões (*strands*) de 2 ou 3 fios e cordões de 7 fios. O seu fornecimento em obra efetua-se por bobinas (Figura 26).

Denomina-se por cabo a unidade de armadura para efeitos de cálculo, isto é, o conjunto de armaduras de pré-esforço contidas numa mesma bainha.

Note-se que no pré-esforço por cabos não aderentes, os conceitos "cabos" e "cordões" confundem-se, pelo facto de se utilizarem geralmente cabos como um único cordão.



Figura 26 - Bobina de aço pré-esforçado [W16]

A sua principal característica consiste em ter um elevado limite elástico. Além disso, é necessária uma carga de rotura obviamente elevada e um importante alongamento de rotura que exclua a possibilidade de roturas frágeis. Como ordem de grandeza aproximada, o aço funciona:

- sob cargas permanentes: a cerca de  $1200 \text{ N/mm}^2$
- sob cargas máximas: a cerca de  $1300 - 1400 \text{ N/mm}^2$

Assim, o aço utilizado como armadura ativa em lajes pré-esforçadas deverá satisfazer os requisitos da norma em vigor. A norma EN10138 fixa as características mínimas dos materiais a empregar, as suas designações e os métodos de ensaio.



De acordo com essa Norma, as características mecânicas fundamentais que se utilizam para definir a qualidade do aço utilizado como armadura ativa são as seguintes:

- a) Diagrama tensão-deformação.
- b) Carga unitária máxima à tração,  $f_{p,max}$  (MPa).
- c) Limite elástico.
- d) Alongamento remanescente concentrado em rotura (%).
- e) Alongamento sob carga máxima (%).
- f) Módulo de Elasticidade,  $E_p$ .
- g) Estreitamento (%).
- h) Capacidade resistente à dobragem alternada.
- i) Relaxação.

Ainda que num passado recente se tenham utilizado armaduras ativas de maior capacidade mecânica, a tendência atual é optar por valorizar menos a busca de propriedades mecânicas e trabalhar com aços de maior resistência à corrosão e menor propensão à rotura frágil.

O cordão de aço é fabricado utilizando fios de aço de alto teor de carbono, o qual é tratado superficialmente, limpo e submetido a uma trefilagem e estiramento a frio para aumentar a sua resistência à tração. É também submetido a um tratamento termomecânico que lhe confere propriedades mais uniformes tais como um maior limite elástico, menores perdas por relaxação e um alongamento permanente.

Pode ser formado por 2, 3 ou 7 fios de aço. Contudo, em lajes pré-esforçadas usa-se habitualmente o cordão de 7 fios. Este pode encontrar-se em, basicamente, três diâmetros: 0,5" (13mm), 0,6" (15,2mm) e 0,62" (16mm) e deve satisfazer as especificações da norma EN 10138-3 (Tabela 2). Podem ser fornecidos com uma bainha de polietileno de alta densidade, designando-se neste caso cordão auto-embainhado (sistema monocordão). Os cordões auto-embainhados utilizam-se em pré-esforço exterior e também no pré-esforço de lajes.

Designação	Diâmetro nominal (mm)	Carga unitária máxima (N/mm <sup>2</sup> )	Área (mm <sup>2</sup> )	Peso (kg/m)	Carga máxima (kN)
Y 1860 S7	13,0	1860	100	0,781	186
	15,2		140	1,095	260
	16,0		150	1,170	279

Tabela 2 - Características principais dos cordões de 7 fios [adaptado de B5]

### 3.2 ARMADURA PASSIVA

A armadura passiva das lajes pré-esforçadas, seja em forma de varões ou de malhas electrossoldadas, será das mesmas características que as utilizadas em lajes de betão armado convencional.

A malha de armadura passiva, exceto nas zonas enunciadas de seguida, é semelhante à de uma laje de betão armado da mesma tipologia e complementa a armadura ativa, principalmente no que respeita à fissuração.

#### Armadura dos capitéis

A armadura dos capitéis é uma das partes mais complexas na execução de lajes pré-esforçadas de espessura fina. Esta armadura previne o punçoamento da laje sobre o pilar, acentuado pelos esforços do pré-esforço (Figura 27).



Figura 27 - Armadura de punçoamento - cabos [B6]

A concentração de armaduras de ambos os tipos em conjunto com os recobrimentos mínimos que devem ser respeitados tornam quase imprescindível a execução de um desenho de pormenor que permita ver que elementos entram em conflito.

Devem respeitar-se:

- quantidades e geometria da armadura passiva;
- o traçado dos cabos da armadura ativa, respeitando a excentricidade necessária;
- os recobrimentos mínimos por questões de durabilidade e resistência ao fogo.

Em alguns casos é necessário elevar o capitel da laje, solução que deve tentar evitar-se para facilitar a execução em obra.

### 3.3 ANCORAGENS E ACOPLADORES

Os cabos são ancorados através de ancoragens mecânicas individuais. As ancoragens consistem, geralmente, em placas metálicas, cunhas e elementos de proteção em relação à corrosão. São elementos através dos quais se transmite ao betão a força de pré-esforço concentrada na extremidade do cabo (zona de amarração). Os acopladores são utilizados para ligar armaduras individuais por forma a obter armaduras contínuas.

As ancoragens ativas devem estar localizadas em zonas onde haja maior flexibilidade de aplicação do pré-esforço, e nas extremidades opostas devem estar localizadas as ancoragens passivas.

Normalmente, ambas as ancoragens localizam-se nos extremos dos elementos estruturais. No entanto, em circunstâncias especiais, pode ser necessário deixar aberturas nas lajes para instalar as ancoragens ativas e aplicar o pré-esforço.

#### 3.3.1 ANCORAGENS ATIVAS

As ancoragens ativas estão situadas nas extremidades dos cabos, no lado por onde se realiza o tensionamento. Têm que ser capazes de permitir o esticamento dos cabos mas devem impedir o deslizamento em sentido contrário (Figura 28).

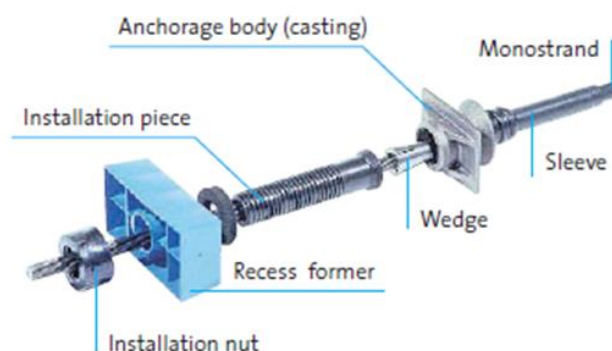


Figura 28 – Exemplo de uma ancoragem ativa [B7]

O efeito de ancoragem dos cabos consegue-se na maioria dos casos através de cunhas de aço que se dispõem entre o cordão e o orifício da placa de ancoragem. Uma vez que se tenha tracionado o cordão,



colocam-se as cunhas, cravando-as ligeiramente; quando o macaco hidráulico destensiona o cordão, este tenta retroceder, cravando mais as cunhas que, por sua vez, impedem o movimento do cabo.

As ancoragens ativas deverão desenvolver, pelo menos, 96% da carga de rotura mínima exigida para os cabos sem que chegue à rotura nem ao deslizamento da cunha. A penetração da cunha em ancoragens será de entre 4 a 6mm para cabos tracionados a 75% da sua carga máxima. O conjunto cabo-ancoragem deve ser capaz de resistir a ensaios estáticos e de fadiga. [B8]

Deverão ter a forma adequada para poder aplicar sem dificuldade o macaco hidráulico.

### 3.3.2 ANCORAGENS PASSIVAS

As ancoragens passivas são as que se situam na extremidade dos cabos no lado oposto àquele por onde se realiza o tensionamento. Devem evitar o deslizamento dos cabos para o interior da peça durante e após a aplicação da força de pré-esforço (Figura 29).

As ancoragens de pré-esforço concentram a sua força numa zona reduzida de betão que é preciso reforçar, confinando o betão após a ancoragem numa rede de armadura passiva que permite aumentar o seu desempenho.

A maioria dos catálogos técnicos dos sistemas de pré-esforço facultam informação sobre a quantidade e disposição da referida armadura de reforço. Contudo, ainda que nas ancoragens para lajes pré-esforçadas sejam utilizados normalmente varões de diâmetro entre 8 e 12mm nessa armadura, deve-se simplificar a mesma combinando-a com a própria laje de modo a facilitar a sua colocação.

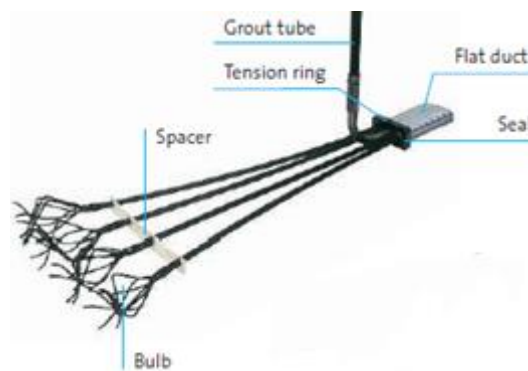


Figura 29 – Exemplo de uma ancoragem passiva [B7]



É importante comprovar em obra a existência da referida armadura, a sua profundidade e a separação da ancoragem.

Alguns catálogos de fabricantes de sistemas indicam uma separação mínima entre ancoragens. Essas separações obedecem normalmente à utilização de ancoragens isoladas em contornos pré-determinados. As ancoragens podem juntar-se até se tocarem entre si, se a zona for estudada e armada convenientemente.

Podem ser inacessíveis ou acessíveis, conforme a betonagem da ancoragem seja feita antes ou depois da aplicação da força de pré-esforço ao cabo.

Em geral, as ancoragens passivas podem classificar-se em três grupos:

- ancoragens passivas aderentes: a força de pré-esforço transmite-se ao betão através da aderência entre este e os elementos do cabo nele embebidos.
- ancoragens passivas semi-aderentes: parte da força é transmitida por aderência e o resto por apoio direto da ancoragem sobre o betão.
- ancoragens passivas não aderentes: toda a força de pré-esforço é transmitida por apoio direto da ancoragem, da mesma forma que nas ancoragens ativas.

A disposição dada às ancoragens passivas deverá ser aprovada pela direção de obra; e quando a sua eficácia não se justifique através do cálculo, antes de se proceder à sua aprovação deverão realizar-se os ensaios adequados para comprovar o seu comportamento nas condições de utilização.

### **3.4 BAINHAS**

As bainhas servem para materializar as condutas onde as armaduras ativas se encontram embebidas. Segundo o procedimento do pré-esforço por pós-tensão, dispõem-se antes da betonagem, bainhas metálicas ou plásticas de uma espessura que varia entre 0,2 e 1,5mm, seguindo o traçado dos cabos (Figura 30).



Figura 30 - Bainhas metálicas [W17] e plásticas nervuradas [W18]

No caso dos cordões não aderentes, a bainha é a sua própria manga de plástico. A bainha não adere ao cordão devido ao lubrificante/óleo que cobre o seu interior e tem uma aderência fraca ao betão devido à sua superfície lisa. Normalmente é de polietileno de alta densidade ou de outro material plástico não corrosivo. Por outro lado, a camada de óleo que se introduz entre a bainha e o cordão tem um caráter protetor em relação à corrosão.

As características exigíveis às bainhas são as seguintes:

- Estanqueidade durante a betonagem e a injeção: uma bainha não estanque pode ser obstruída por infiltrações de cimento, com elevado prejuízo.
- Resistência transversal ao esmagamento: deformações por golpes, efeitos da vibração e casos semelhantes (desengate, por exemplo).

As bainhas podem ser lisas, mas é muito mais vantajoso utilizar modelos com nervuras anelares, como os da Figura 31. Tais nervuras aumentam a sua rigidez transversal, reduzindo o risco de esmagamento total ou parcial da bainha. Na melhor das hipóteses, este esmagamento aumentaria as perdas por atrito; na pior, poderia chegar a bloquear a conduta, originando graves inconvenientes.



Figura 31 - Bainhas com nervuras anelares [B6]

- Flexibilidade longitudinal que lhes permita adaptar-se facilmente ao traçado definido no projeto. Deve ser suficiente para seguir sem dificuldade os traçados curvos.

Ambas as características, resistência transversal e flexibilidade longitudinal, se conjugam na bainha metálica habitual, constituída por uma folha nervurada enrolada helicoidalmente.

- Possibilidade de empalme/acoplamento para efetuar com facilidade empalmes e uniões entre bainhas que permitam alcançar qualquer comprimento sem perda das demais características. Normalmente, reforça-se a estanqueidade do empalme com fita adesiva. Para conseguir o seu acoplamento estanque com os elementos de ancoragem, reforça-se a estanqueidade do acoplamento com massas selantes (Figura 32).



Figura 32 - Acoplamento com fita adesiva [B6]



### 3.5 OUTROS ACESSÓRIOS

Os acessórios complementares mais utilizados são:

- Tubo de purga (ou purgador, ou respirador): trata-se de um tubo que estabelece a comunicação das bainhas de pré-esforço com o exterior. Coloca-se nos seguintes pontos:
  - pontos altos do traçado para evacuar o ar;
  - pontos baixos para evacuar a água;
  - pontos singulares.

Permite seguir a par e passo o avanço da injeção.

- “Boca” de injeção: peça que permite introduzir o produto de injeção nas bainhas de pré-esforço.
- Separadores: cilindros de aço de dureza reduzida (ou de plástico, desde que estejam livres de cloretos), de diâmetro ligeiramente inferior ao diâmetro interior da bainha, com furos longitudinais distribuídos regularmente, pelos quais passarão os fios. Os contornos de entrada e saída destes furos devem ser arredondados, para evitar as fortes concentrações de tensões que se gerariam num corte anguloso.

Empregam-se para introduzir vários fios numa mesma bainha (especialmente se o traçado apresentar curvaturas de diferentes sinais) com o duplo objetivo de:

- distribuir os cabos uniformemente no interior da bainha;
- diminuir, na medida do possível, as forças de atrito.
- Trompete de empalme: peça geralmente tronco-cónica que conecta a placa de distribuição com a bainha. Em alguns sistemas, está integrada com a mesma placa de distribuição.
- Tubo matriz: tubo (geralmente de polietileno de alta densidade) de diâmetro exterior um pouco inferior ao diâmetro interior da bainha, que se dispõe para assegurar a suavidade do traçado.
- Cadeiras: as cadeiras são o elemento que permite amarrar um cordão ou cabo a uma determinada distância da cofragem. Estas cadeiras podem ser de plástico ou de aço com separadores plásticos nos seus pés, ou podem executar-se em obra com varões de armadura passiva.



### 3.6 BETÃO

O betão utilizado nas obras de betão pré-esforçado por pós-tensão é um material totalmente análogo ao normalmente utilizado na técnica do betão armado convencional.

Serão necessárias maiores resistências do que quando se trabalha com betão armado, uma vez que com o pré-esforço o betão é submetido habitualmente a compressões muito mais elevadas. Aconselha-se a utilizar betões de resistência igual ou superior a 30 MPa. [B8]

Mais especificamente, nas estruturas de betão pré-esforçado, é aconselhável que o betão utilizado apresente duas propriedades mecânicas concretas:

- que alcance rapidamente altas resistências, para que as zonas que posteriormente serão tracionadas possam suportar rapidamente altas compressões;
- que o módulo de elasticidade seja elevado no momento de introduzir o pré-esforço, para reduzir as deformações e as perdas de tensão das armaduras que estas provocam.

A maior resistência exigida ao betão traz, em geral, vantagens económicas consideráveis para o betão pré-esforçado. Isso deve-se ao aproveitamento total que se faz da seção; no betão armado, pelo contrário, a influência de uma melhor qualidade do betão não tem consequências práticas em toda a zona tracionada, pelo que não existem vantagens económicas em exceder uma determinada resistência característica para peças de betão armado em flexão.

### 3.7 INJEÇÃO DA CALDA DE CIMENTO

As caldas de cimento são, geralmente, constituídas por cimento, água e plastificante. Em alguns casos, é possível adicionar-se um expansivo. O objetivo principal da injeção é melhorar a proteção dos aços contra a corrosão. Os produtos de injeção podem ser aderentes ou não aderentes, em função do objetivo ser ou não a aderência das referidas armaduras ao betão. O estabelecimento da aderência entre armaduras ativas e betão proporciona uma distribuição mais uniforme das eventuais fissuras e melhora a resistência à rotura das peças submetidas à flexão.

A durabilidade de uma obra com aplicação de pré-esforço depende fundamentalmente do sucesso da operação de injeção da calda de cimento. [B6]



#### **4 SISTEMAS EXISTENTES DE PRÉ-ESFORÇO POR PÓS-TENSÃO EM LAJES**

A introdução de pré-esforço em edifícios representa hoje um acréscimo de exigência e qualidade no processo construtivo, a par da certificação exigida em termos de materiais e equipamentos que constituem um sistema de pré-esforço, o método de execução assume hoje um papel relevante face à celeridade e controlo de qualidade dos trabalhos.

Tal como nas vigas, o pré-esforço em lajes apresenta vantagens óbvias. A utilização de pré-esforço permite a realização de vãos de maior dimensão, com lajes mais esbeltas e mais económicas concretizando as aspirações de arquitectos, promotores e engenheiros. No entanto, o facto de serem elementos de pequena espessura, implica uma limitação das excentricidades dos cabos e, conseqüentemente, a sua eficiência estrutural. Assim, os sistemas de pré-esforço aplicados a elementos esbeltos, como as lajes de edifícios, visam maximizar essa excentricidade e são, basicamente, de dois tipos:

- sistema constituído por cabos monocórdão auto-embainhados;
- sistema multicórdão, constituído por cabos de 3 ou 4 cordões, inseridos em bainhas achatadas;

sendo a principal distinção conferida pela respectiva aderência à seção de betão.

#### 4.1 SISTEMA MONOCORDÃO AUTO-EMBAINHADO (*MONOSTRAND SYSTEM*)

O sistema monocordão auto-embainhado é um sistema de pré-esforço não aderente onde os cabos de pré-esforço são constituídos por um único cordão auto-embainhado revestido por uma bainha de polietileno preenchida com um produto lubrificante (Figuras 33 e 34). Trata-se de um método eficiente, constituído por cordões leves, flexíveis e de fácil aplicação.

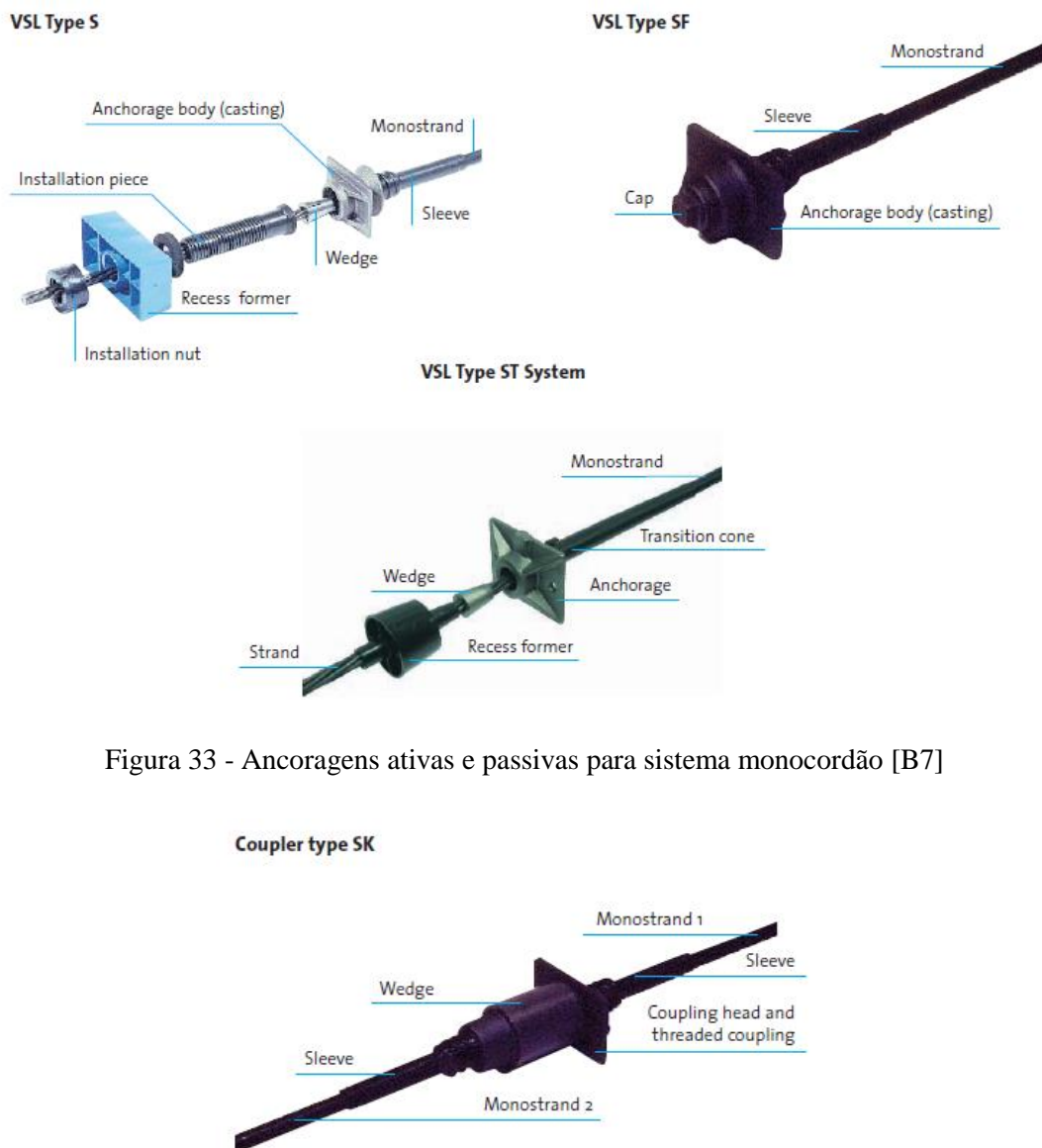


Figura 33 - Ancoragens ativas e passivas para sistema monocordão [B7]

Figura 34 - Ancoragem de continuidade para sistema monocordão [B7]



#### 4.1.1 VANTAGENS E INCONVENIENTES DO SISTEMA MONOCORDÃO AUTO-EMBAINHADO - SISTEMA NÃO ADERENTE

##### Vantagens:

- um ligeiro ganho de excentricidade face ao sistema aderente (permite um recobrimento reduzido);
- perdas por atrito muito reduzidas ( $\mu \approx 0.05$  a  $0.07$ );
- a flexibilidade do monocordão permite um traçado simples, de fácil colocação em obra, e também adaptável a geometrias complexas (maior liberdade do traçado em planta);
- uma maior rapidez de execução, dado que não requer a colocação de bainhas nem a sua injeção após a aplicação da tensão;
- os cabos têm uma dupla proteção contra a corrosão: bainha de polietileno e massas petrolíferas de proteção e lubrificação. Os cabos estão mais bem protegidos desde a fábrica até à betonagem da laje;
- tanto o produto lubrificante como a bainha plástica têm a dupla função de resistência à corrosão e de evitar qualquer tipo de aderência entre a armadura ativa e o betão estrutural.

##### Inconvenientes:

- não mobiliza no Estado Limite Último a resistência do aço de pré-esforço;
- no caso de ocorrência de uma rotura local de um cabo os efeitos são globais;
- em locais de elevado risco de incêndio deve ser evitada a sua utilização ou garantido um adequado recobrimento.

## 4.2 SISTEMA MULTICORDÃO EM BAINHA PLANA (*FLAT DUCT SYSTEM*)

O sistema multicordão é um sistema de pré-esforço aderente onde os cabos de pré-esforço são constituídos por vários cordões (geralmente 3 ou 4) não revestidos e introduzidos numa bainha nervurada metálica ou de *PVC* de alta densidade achatada (*flat duct*), posteriormente injetada com uma calda de cimento apropriada para o efeito (Figura 35).



Figura 35 - Ancoragens ativas para sistema multicordão [B7]

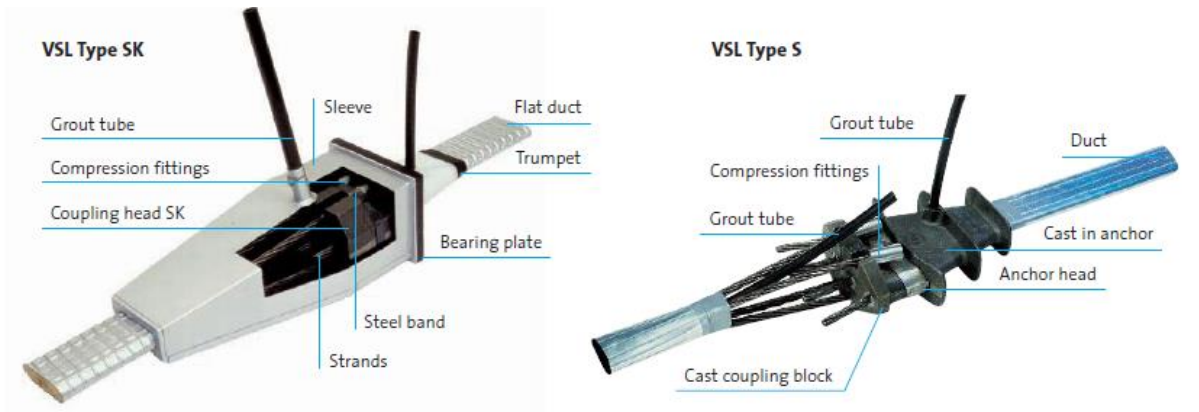


Figura 36 - Ancoragens de continuidade (ou acopladores) para sistema multicordão [B7]

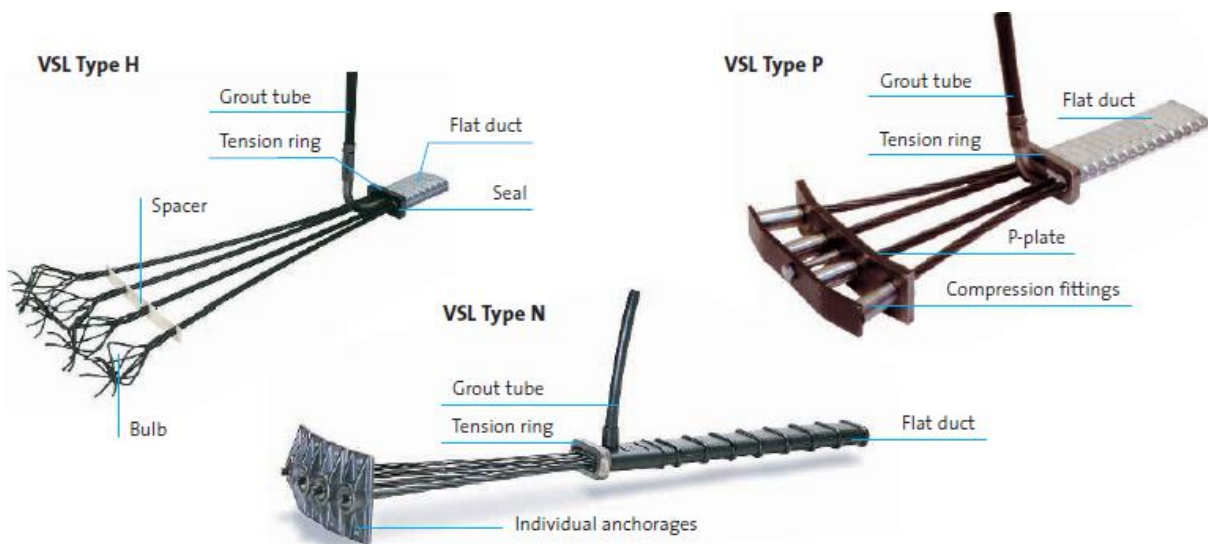


Figura 37 - Ancoragens passivas para sistema multicordão [B7]



#### 4.2.1 VANTAGENS E INCONVENIENTES DO SISTEMA MULTICORDÃO EM BAINHA PLANA - SISTEMA ADERENTE

##### Vantagens:

- mobiliza no Estado Limite Último a resistência máxima do aço de pré-esforço: para a mesma quantidade de aço, o momento resistente é superior, graças à aderência;
- melhor comportamento à fissuração, graças também à aderência;
- uma rotura local nunca se transforma em rotura global;
- protecção ao fogo um pouco superior em relação ao sistema não aderente.

##### Inconvenientes:

- injeção realizada em estaleiro.



### 4.3 ANÁLISE COMPARATIVA

As vantagens do sistema aderente são, de uma forma geral, estruturalmente superiores às do sistema não aderente. No entanto, um dos principais motivos pelo qual se pré-esforça uma laje é o controlo das deformações. Nesse caso a eficiência dos dois sistemas é idêntica. No entanto, no caso do prazo de execução da obra ser um dos principais requisitos, é preferível optar pelo sistema não aderente, uma vez que permite uma maior rapidez de execução.

Sistema		Monocordão		Multicordão	
		Não Aderente		Aderente	
Ancoragem	[-]	1F15	1F15	4F15	4F15
Aço	[MPa]	1860	1860	1860	1860
Diâmetro do cordão	[mm]	15,3	15,7	15,3	15,7
Área do cordão	[mm <sup>2</sup> ]	140	150	140	150
Nº cordões	[un]	1	1	4	4
Área do cabo	[mm <sup>2</sup> ]	140	150	560	600
Bainha	[mm]	Ø 18		75 x 21	
F <sub>pk</sub>	[kN]	260	279	1040	1116
F <sub>p0,1%</sub>	[kN]	229	246	916	984
F <sub>0</sub>	[kN]	206	221	824	886
E <sub>p</sub>	[kN/mm <sup>2</sup> ]	195 ± 10			

Tabela 3 - Características do sistema monocordão auto-embainhado vs. sistema multicordão em bainha plana [W19]





## 5 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO

Neste capítulo apresentam-se várias abordagens do pré-dimensionamento da espessura a utilizar numa laje pré-esforçada. Será também descrito o traçado dos cabos de pré-esforço em planta e em alçado.

### 5.1 TIPOLOGIA SEGUNDO A FORMA DA LAJE

Apresentam-se de seguida os principais tipos de lajes pré-esforçadas por pós-tensão, que como se pode ver, são semelhantes aos usados em lajes de betão armado convencional. Também se indicam as bandas de utilização para cada um deles, e as vantagens e inconvenientes da sua escolha.

Apesar de existirem várias formas de classificar estas lajes, optou-se pela separação entre sistemas bidirecionais e unidirecionais.

#### 5.1.1 SISTEMAS BIDIRECIONAIS

##### 5.1.1.1 Lajes Fungiformes Maciças de Espessura Constante

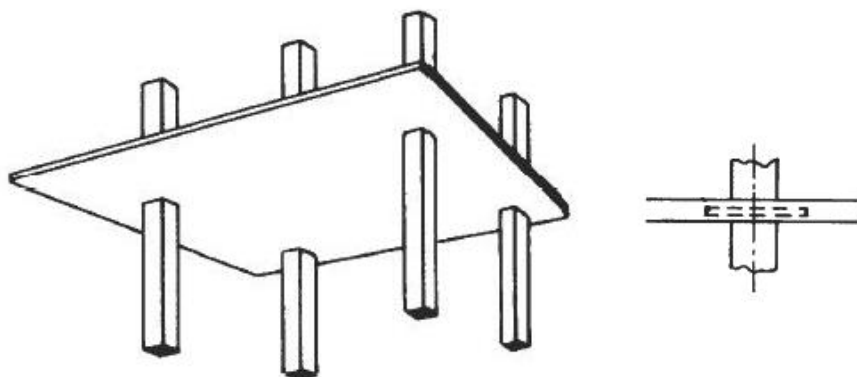


Figura 38 - Lajes fungiformes maciças de espessura constante [B9]



Campo de utilização:

- vãos até 12 m para cargas ligeiras a médias (edifícios de habitação, escritórios ou serviços);
- vãos até 6 m para cargas pesadas (parques de estacionamento).

Vantagens:

- espessura mais reduzida do que as lajes de betão armado convencional;
- cofragem muito simples e flexibilidade na disposição dos pilares;
- permitem, para o mesmo número de pisos, uma menor altura global do edifício;
- permitem uma grande rapidez de execução visto que possibilitam a redução de juntas.

Inconvenientes:

- para vãos grandes implica grande consumo de betão e maiores deformações do que os outros sistemas;
- grande flexibilidade e conseqüente deformabilidade a esforços horizontais; no entanto, pelo facto de serem pós-tensionadas, é-lhes imposta uma ação de compressão que cria um estado de pré-compressão nas fibras tracionadas de forma a rigidificar a laje, permitindo o controlo da fendilhação;
- não é conveniente a sua utilização no caso de vãos muito diferentes as duas direções, exceto quando se tenha pré-esforçado na direção de maior vão e se tenha simplesmente armado na outra direção;
- à medida que o vão aumenta começam a surgir problemas de punçoamento e/ou congestionamento de armadura passiva sobre os apoios; no entanto, quando a distribuição de pré-esforço é feita em concentração de cabos alinhada com os pilares, por forma a coincidir com os apoios, a sua resistência é bastante melhorada, contudo não dispensa a verificação ao punçoamento.

### 5.1.1.2 Lajes Fungiformes Maciças de Espessura Constante com Capitéis

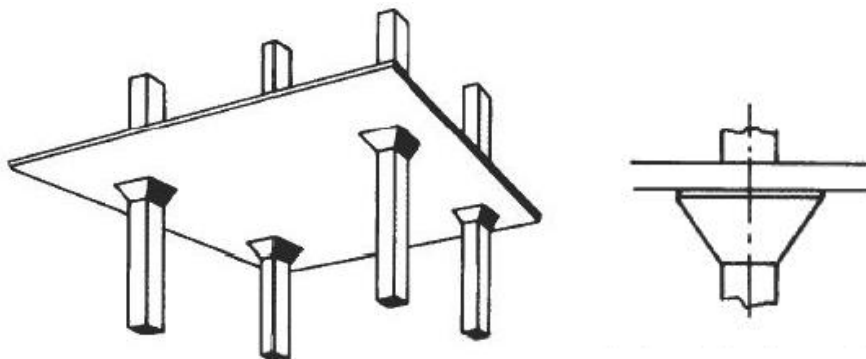


Figura 39 - Lajes fungiformes maciças de espessura constante com capitel de espessura variável [B9]

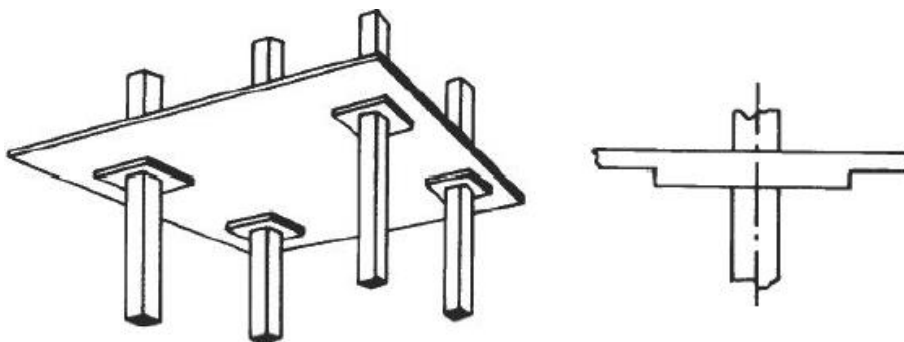


Figura 40 - Lajes fungiformes maciças de espessura constante com capitel de espessura constante [B9]

#### Campo de utilização:

- vãos até 13 m para cargas médias.

#### Vantagens em relação à tipologia anterior:

- melhor resistência ao punçoamento;
- menor consumo de betão para vãos grandes;
- menor congestionamento de armadura sobre os apoios.

#### Inconvenientes em relação à tipologia anterior:

- maior complexidade e custos de cofragem.



### 5.1.1.3 Lajes Aligeiradas Bidirecionais

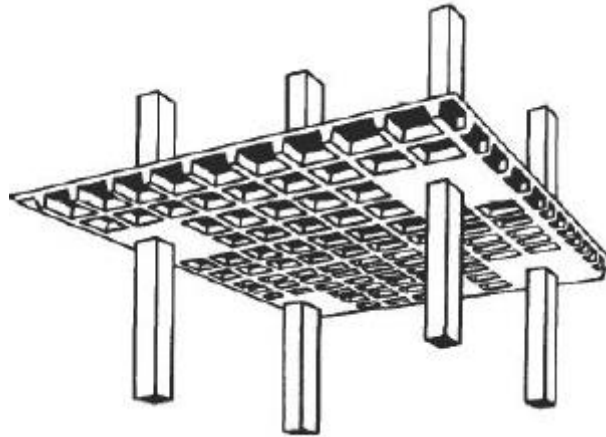


Figura 41 - Lajes aligeiradas bidirecionais [B9]

#### Campo de utilização:

- vãos até 18 m para cargas médias.

#### Vantagens:

- redução de consumo de betão bastante significativa em relação a lajes fungiformes maciças equivalentes para o mesmo vão;
- flexibilidade na disposição de pilares;
- redução do peso próprio para vencer o mesmo vão, o que implica uma economia a nível das fundações, quando aplicado a vários níveis de piso;
- solução bastante eficiente para suportar cargas elevadas, sendo uma opção muito usual em parques de estacionamento, grandes superfícies comerciais, armazéns, etc.

#### Inconvenientes:

- maior complexidade para cofrar e armar as nervuras;

Em betão armado pré-esforçado é mais comum ter-se lâmina de compressão inferior e superior (seção alveolar), para absorver as compressões. Esta tipologia não dispensa as mesmas verificações ao punçoamento que as anteriores, apesar de ser possível tornar maciça a zona em redor do pilar de apoio, e as verificações ao esforço transversal nas nervuras imediatamente após as zonas maciças.

Os aligeiramentos podem ser de blocos perdidos de material ligeiro ou de blocos recuperáveis.



#### 5.1.1.4 Lajes Bidirecionais com Vigas Planas ou Altas

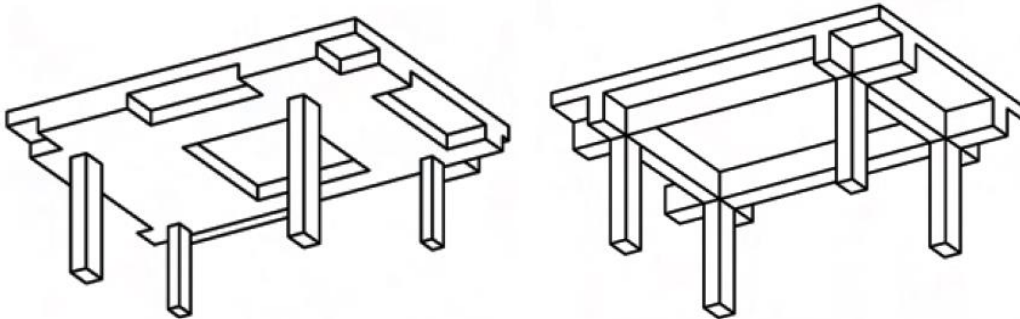


Figura 42 - Lajes bidirecionais com vigas planas ou altas [B9]

##### Campo de utilização:

- vãos superiores a 13-15 m em ambas as direções para cargas médias a pesadas.

##### Vantagens:

- admitem cargas concentradas com pequenas deformações.

##### Inconvenientes:

- elevado custo da cofragem;
- elevado custo de mão-de-obra;
- execução das instalações complicada.



## 5.1.2 SISTEMAS UNIDIRECIONAIS

### 5.1.2.1 Lajes Unidirecionais com Vigas Planas ou Altas

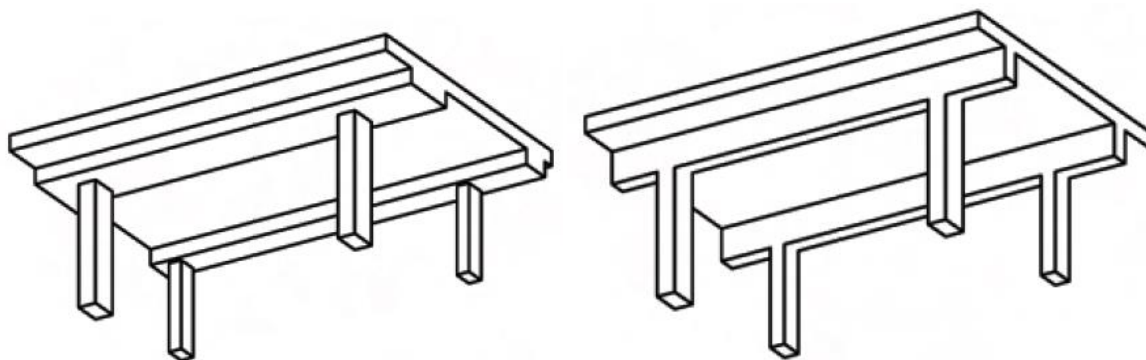


Figura 43 - Lajes unidirecionais com vigas planas ou altas [B9]

#### Campo de utilização:

- situações em que os vãos são muito distintos nas duas direções.

#### Vantagens:

- admitem cargas concentradas com pequenas deformações;

#### Inconvenientes:

- elevado custo da cofragem;
- elevado custo de mão-de-obra;
- execução das instalações complicada.

As vigas, quando localizadas no sentido do vão maior, podem ser pós-tensionadas, servindo de suporte à laje e conduzindo os esforços para os apoios (pilares ou paredes resistentes). No entanto, se as vigas estiverem localizadas no sentido do vão menor, podem não ser pós-tensionadas mas servirem de suporte à laje, podendo esta ser pós-tensionada de forma a vencer o vão.



### 5.1.2.2 Lajes Aligeiradas Unidireccionais

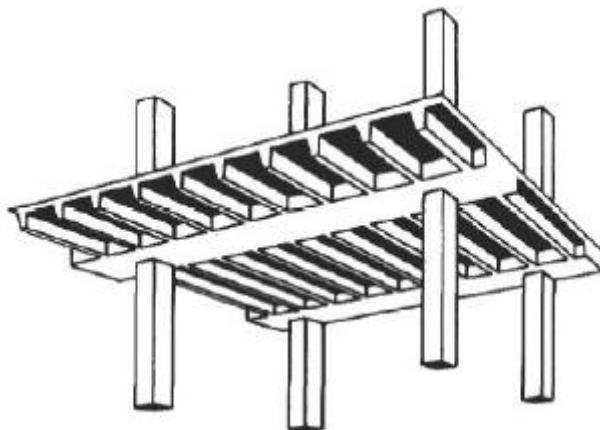


Figura 44 - Lajes aligeiradas unidireccionais [B9]

#### Campo de utilização:

- muito aconselhável quando os vãos são distintos em ambas direções (na ordem do dobro);
- solução muito utilizada, também, no caso de vãos únicos de 10 a 20 m.

A laje nervurada cobre o vão grande e a viga plana (zona maciça com a mesma espessura total) cobre o vão menor.

Se o vão perpendicular ao vão principal é pequeno, convém dimensioná-lo em betão armado. Neste caso, é mais comum dispor de lâminas de compressão inferior e superior, tipologia conhecida como laje "sandwich".

Nesta tipologia de laje, os cabos concentrados (banda) colocam-se na zona maciça (ou viga plana), fora do vão menor, e distribuem-se uniformemente nas nervuras (vão maior).

## 5.2 RELAÇÃO ESPESSURA/VÃO

A espessura duma laje fungiforme maciça pré-esforçada por pós-tensão é determinada tendo em conta, principalmente, a verificação ao punçoamento na zona dos apoios.

Os capitéis podem ser de espessura constante ou de espessura variável.

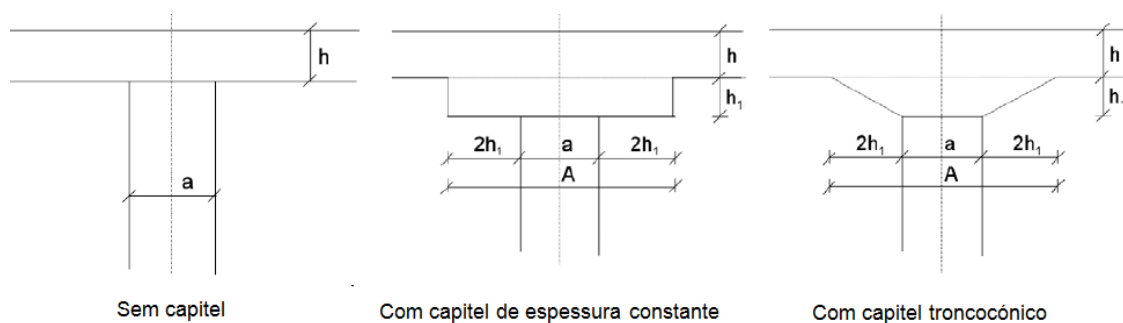


Figura 45 - Laje fungiforme maciça com e sem capitel

No caso das restantes tipologias de lajes pré-esforçadas por pós-tensão, o critério consiste na verificação das flechas.

A ação do pré-esforço opõe-se à ação das cargas permanentes e a uma percentagem das sobrecargas. Graças a um traçado apropriado dos cabos, só é necessário ter em conta o valor das sobrecargas remanescente quando a laje entra em serviço. Assim, a espessura das lajes pré-esforçadas por pós-tensão é inferior à espessura das lajes de betão armado convencionais, uma vez que a espessura destas últimas é função da soma da totalidade das cargas permanentes e sobrecargas e é condicionada, principalmente pela verificação das flechas.

Na Tabela 4 indicam-se as relações altura/vão, recomendados pelo código *PTI* (*Post-Tensioning Institute*) e *ACI 318-02* (*Building Code Requirements for Structural Concrete*)

Tipologia da laje	Vãos contínuos	Um só vão
Lajes maciças unidirecionais	1/50 - 1/45	1/45 - 1/40
Lajes maciças bidirecionais (sobre pilares)	1/48 - 1/40	---
Lajes aligeiradas bidirecionais	1/40 - 1/35	1/35 - 1/30
Lajes vigadas	1/35 - 1/30	1/30 - 1/26
Lajes com bandas unidirecionais	1/42 - 1/38	1/38 - 1/35

 Tabela 4 - Relações altura/vão recomendadas pelo código americano *PTI*



As relações referidas na tabela anterior podem ser aumentadas quando as flechas e as vibrações não forem críticas (Tabela 5).

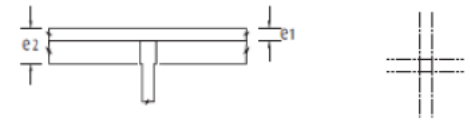
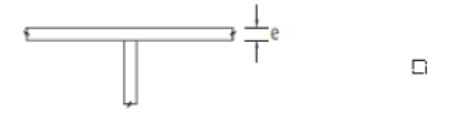
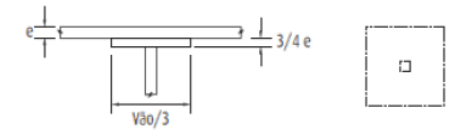
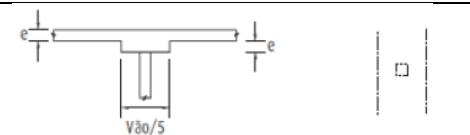
Tipologia da laje	Sobrecarga [kN/m <sup>2</sup> ]	Relação vão/espessura
	1,5	46
	2,5	42
	5,0	38
	1,5	42
	2,5	40
	5,0	36
	1,5	46
	2,5	44
	5,0	40
	1,5	48
	2,5	45
	5,0	40

Tabela 5 - Pré-dimensionamento da espessura a adotar numa laje pré-esforçada [B10]

Os valores apresentados nas duas tabelas anteriores, embora semelhantes, apresentam algumas diferenças. Uns são mais flexíveis do que os outros, uma vez que os valores obtidos no pré-dimensionamento são muito úteis para que se possa ter uma estimativa das dimensões dos elementos estruturais.

Apesar dos valores obtidos através das tabelas 4 e 5, é recomendável a adoção do valor  $h = 0,25$  m como espessura mínima a adotar numa laje pré-esforçada. Para valores inferiores de espessura, o pré-esforço perde muita eficiência.

Caberá ao projetista escolher os valores da tabela que a menor número de iterações necessitará fazer para a obtenção do valor final da espessura da laje.



### 5.3 TRAÇADO DOS CABOS

Os sistemas de pré-esforço por pós-tensão permitem a sua adaptação a todas as configurações de construção. Assim, a distribuição dos cabos deve ser analisada para cada solução particular. A transferência de cargas, desde o interior da laje até aos apoios, efetua-se da seguinte forma: os cabos do vão transmitem as cargas aos cabos sobre os pilares e estes, por sua vez, aos apoios.

#### 5.3.1 TRAÇADO EM ALÇADO

O pré-esforço funciona de duas formas em lajes de edifícios:

- por cabos retilíneos: permite compensar a retração e reduzir a seção de armadura necessária, porque o cálculo é feito à flexão composta e não à flexão simples;
- por um traçado curvo, criteriosamente escolhido (troços de parábola): induz a propagação das ações verticais no sentido ascendente, compensando, ou mesmo anulando, as cargas permanentes e, portanto, a deformação devida a essas cargas.

O traçado em alçado deverá ser aquele que melhor eficiência apresentar sob o ponto de vista de:

- controle das tensões máximas e mínimas;
- controle de deformação;
- estado limite último de resistência à flexão e esforço transversal ou punçoamento.

A utilização de cabos nas lajes tem um grande interesse prático quando se conseguem maximizar as excentricidades, tanto a meio dos vãos como sobre os apoios, por forma a conseguir as maiores cargas equivalentes possíveis, procurando-se, portanto, aproveitar ao máximo a altura disponível da laje.

O pré-esforço tem dois efeitos principais: axial e transversal (Figura 46).

O efeito axial confere ao betão uma compressão causada por forças nas ancoragens localizadas nas extremidades do cabo. No caso b) da Figura 46, a excentricidade do cabo reto causa flexão além de compressão; no caso c) da mesma figura, o uso de cabos com traçado curvo introduz um efeito transversal que pode ser projetado para neutralizar as cargas externas, com efeito de compressão, corte e flexão.

O efeito transversal do pré-esforço conduz uma certa parte da carga diretamente para o apoio. Para a restante carga, a estrutura terá uma maior resistência ao corte, ao punçoamento e à torção devido a tensões de compressão de efeito axial. O efeito do pré-esforço também irá reduzir a deformação em condições de serviço, devido à redução de carga externa como ao aumento da rigidez causada pela diminuição ou eliminação da fendilhação.

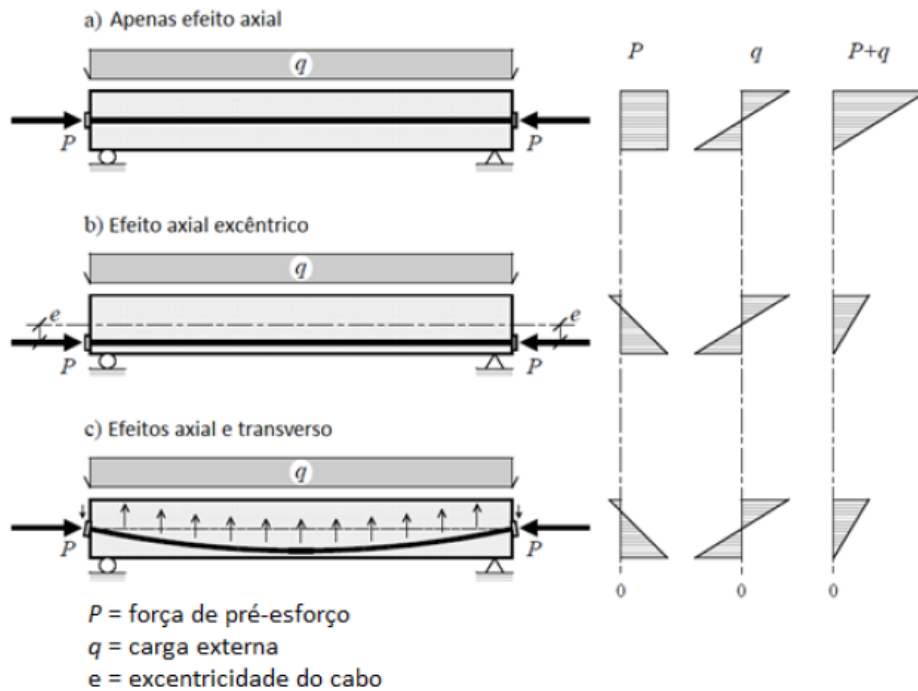


Figura 46 - Vários efeitos de pré-esforço [B11]

Com um traçado apropriado, as forças transversais podem equilibrar aproximadamente as cargas externas. Para uma melhor eficiência, o traçado do cabo pode corresponder ao diagrama de momentos fletores na medida do possível (Figura 47).

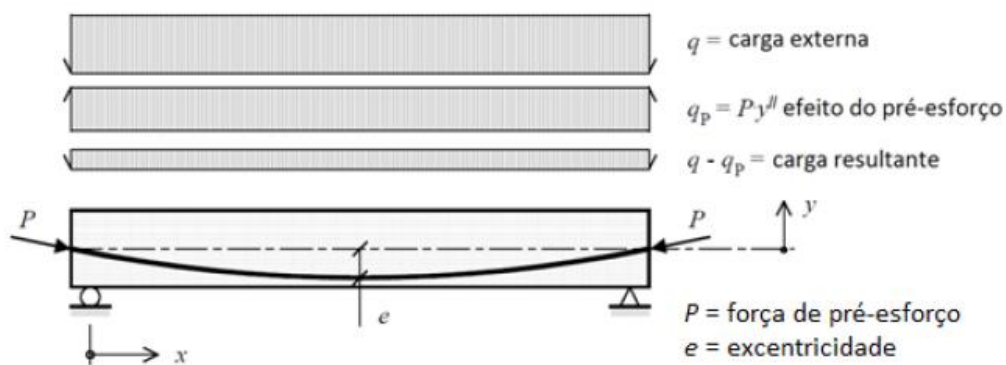


Figura 47 - Efeito do traçado em alçado do cabo de pré-esforço [B11]

Normalmente, os traçados de cabos estão localizados no centro de gravidade nas extremidades simplesmente apoiadas dos elementos. Se tal não acontecer, as excentricidades dão origem a momentos nas extremidades iguais a  $M_P = P.e$ , a que deve ser somado o efeito do esforço transversal  $q_P$ , tendo em conta as condições limite se a estrutura for hiperstática (Figura 48).

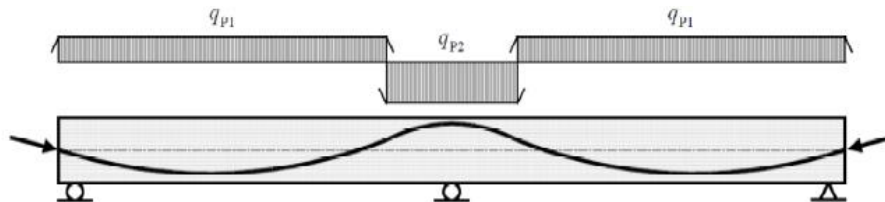


Figura 48 - Efeito do traçado em alçado do cabo de pré-esforço em elementos contínuos (sem efeito de excentricidades nas extremidades) [B11]

O efeito das excentricidades também pode ser visto como um efeito axial excêntrico (Figura 49).

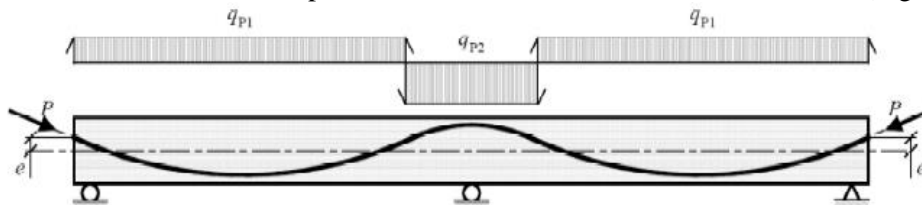


Figura 49 - Efeito do traçado em alçado do cabo de pré-esforço em elementos contínuos (com efeito de excentricidades nas extremidades) [B11]

A excentricidade nas extremidades dos elementos é usada para melhorar um certo efeito do pré-esforço. Assim, uma excentricidade na ancoragem acima do centro de gravidade do elemento (Figura 49) é favorável em relação ao corte, enquanto que uma excentricidade na ancoragem abaixo do centro de gravidade melhora os efeitos de deformação. [B11]

Se existirem grandes cargas concentradas localizadas, o traçado de cabos pode ser de formato trapezoidal com curvaturas coincidentes nessas localizações (Figura 50). Criam-se, desta forma, forças concentradas de sentido ascendente que contrariam diretamente as cargas externas indo ao encontro de um equilíbrio.

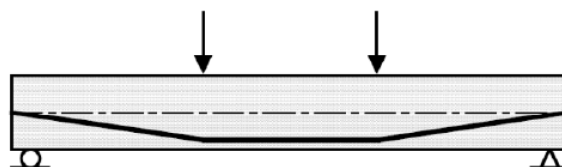


Figura 50 - Traçado dos cabos de pré-esforço trapezoidal [B11]

Pelo facto dos cabos utilizados em lajes serem, em geral, de eficácia limitada devido à excentricidade reduzida, podem-se adoptar raios de curvatura relativamente grandes, o que permite criar troços



retilíneos na zona de meio vão com razoável comprimento, com vantagens relativamente às deformações. Assim, muitas vezes adotam-se traçados com formato trapezoidal, com concordâncias curvas de raios pequenos nos vértices.

Por razões práticas, os traçados trapezoidais de cabos de pré-esforço são muitas vezes usados em lajes pré-esforçadas, mesmo que não existam cargas concentradas. Tal acontece porque parte do traçado dos cabos é apoiado diretamente sobre a armadura inferior da laje, o que simplifica bastante a sua execução.

Regra geral, para lajes ligeiramente reforçadas, o espaçamento máximo entre cabos, ou grupo de cabos, não deve exceder seis vezes a espessura da laje. [B11]

O suporte dos cabos deve ser especificado para assegurar o perfil do cabo assumido em projeto. O espaçamento máximo entre suportes deve seguir a especificação do fornecedor. Em geral, os valores desses espaçamentos estão próximos de 1,0 m. [B11]

### 5.3.2 TRAÇADO EM PLANTA

Dependendo do sistema, poderá ser mais eficiente concentrar o pré-esforço em bandas de laje nos alinhamentos dos pilares e/ou distribuídos na largura da laje. Em geral, mais de 50% dos cabos devem ser colocados em bandas ao longo dos alinhamentos dos pilares, pelo menos numa direção. E, pelo menos, dois cabos devem de atravessar os pilares. [B2]

Dependendo da relação entre vãos, os cabos poderão ser dispostos em uma ou em ambas as direções em planta. Isto aplica-se tanto a lajes fungiformes maciças e aligeiradas como a lajes maciças vigadas.

A partir destes conceitos definem-se quatro soluções para a disposição dos cabos em planta:

- concentrados nas duas direções;
- distribuídos nas duas direções;
- concentrados numa direção e distribuídos na outra;
- disposições mistas.

Tenta-se conjugar a facilidade construtiva com a eficiência estrutural sem que a resistência ao punçoamento diminua.



### 5.3.2.1 Concentrados nas duas direções

Todos os cabos se concentram sobre os pilares segundo as duas direções, como representado na Figura 51:

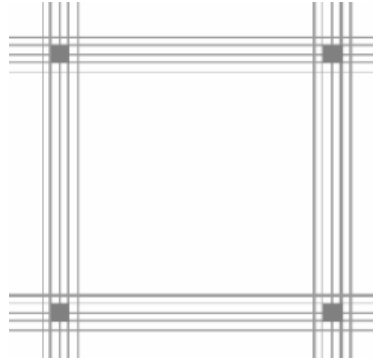


Figura 51 - Laje com cabos concentrados nas duas direções [adaptado de B2]

A principal vantagem desta solução é o aproveitamento total da armadura ativa em relação ao punçoamento além duma facilidade relativa de montagem. Não obstante, esta disposição obriga a dispor de uma grande quantidade de armadura passiva para transmitir as cargas desde o meio vão até ao eixo dos apoios.

### 5.3.2.2 Distribuídos nas duas direções

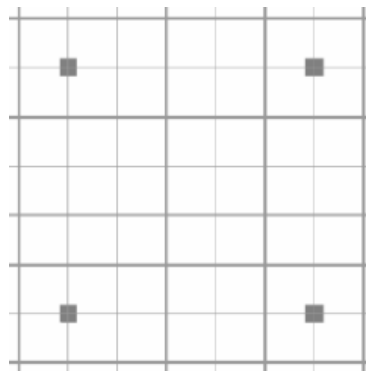


Figura 52 - Laje com cabos distribuídos nas duas direções [adaptado de B2]

Esta alternativa é muito eficiente estruturalmente (deformações reduzidas). No entanto, traz uma grande desvantagem construtiva devida a uma maior dificuldade de montagem. Além disso, com esta distribuição de cabos, não se aproveitam os benefícios em relação ao punçoamento.



### 5.3.2.3 Concentrados numa Direção e Distribuídos na Outra

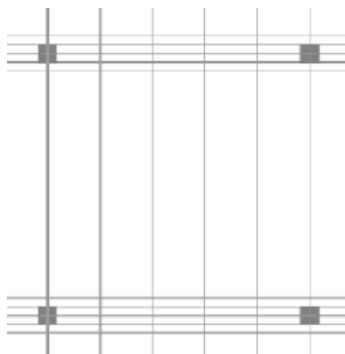


Figura 53 – Laje com cabos concentrados numa direção e distribuídos na outra [adaptado de B2]

Esta opção reúne as vantagens das duas soluções citadas anteriormente. Por um lado eliminam-se todas as interferências entre cabos e pilares, exceto um grupo de cabos distribuídos e, por outro lado, continua a tirar-se proveito das vantagens dos cabos de armadura ativa em relação a esforços de punçoamento.

Uma consequência importante desta distribuição é a melhoria do comportamento unidirecional em pré-rotura. No entanto, não se observam diferenças em relação a outras disposições sob ações de serviço.

Por todos estes motivos, esta opção tornou-se na mais utilizada. Além disso, em lajes com distribuição irregular de pilares é a melhor forma de garantir que toda a carga da laje é transferida para os pilares.

### 5.3.2.4 Disposições Mistas

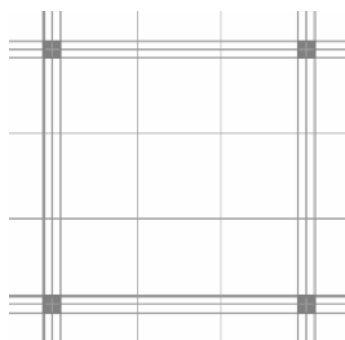


Figura 54 – Lajes com cabos em disposição mista [adaptado de B2]

Esta disposição consiste em concentrar metade dos cabos sobre os pilares e distribuir os restantes uniformemente. Isto pode fazer-se em uma ou nas duas direções. A opção mais usual é optar por esta distribuição numa direção e combiná-la com cabos concentrados na outra.

### 5.3.2.5 Traçado para cada Tipologia de Laje

#### – Lajes Fungiformes Maciças

Este tipo de estrutura é constituído por uma laje de espessura constante reduzida. A distribuição dos cabos de pré-esforço pode ser executada de três formas distintas (Figura 55): a) mista, b) em banda uniforme ou c) concentrada nas duas direções.

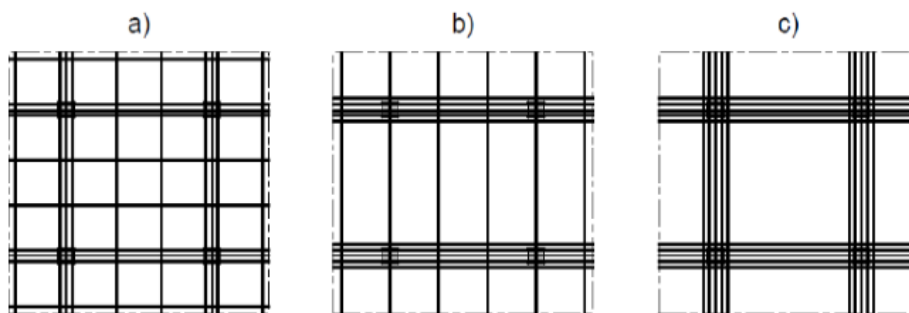


Figura 55 – Distribuição comum de cabos de pré-esforço em lajes fungiformes maciças [B11]

Nota: é recomendado que, em pelo menos uma direção, exista uma concentração de cabos alinhados com os apoios, considerando a concentração de forças e momentos fletores que ocorram ao longo dos apoios.

A situação a) da Figura 55 é a que proporciona uma melhor compensação de cargas (menor deformação em serviço).

Para a distribuição a) da Figura 55 a *FIP* recomenda, pelo menos, 50% dos cabos concentrados em bandas alinhadas com os pilares.

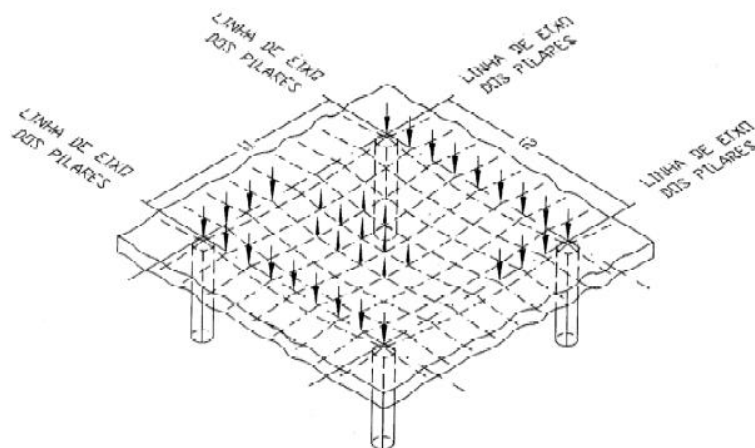


Figura 56 – Compensação de cargas: cabos distribuídos em toda a laje. [B12]

A distribuição b) da Figura 55 produz um efeito semelhante ao da distribuição a) da mesma figura, mas a carga é transferida por cabos distribuídos apenas numa direção e depois conduzida para os pilares por bandas de cabos concentrados na direção perpendicular (Figura 57).

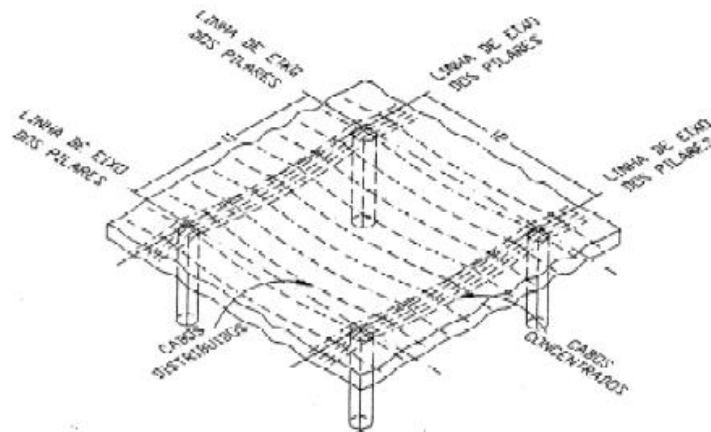


Figura 57 – Compensação de cargas: cabos distribuídos numa direção e concentrados em bandas na direção ortogonal [B12]

Na distribuição c) da Figura 55, o efeito transversal vai diretamente para os pilares. Para uma determinada quantidade de cabos, é geralmente a distribuição mais eficiente no que diz respeito às deformações e ao punçoamento. Neste caso, pode ser vista como uma laje apoiada em vigas (Figura 58).

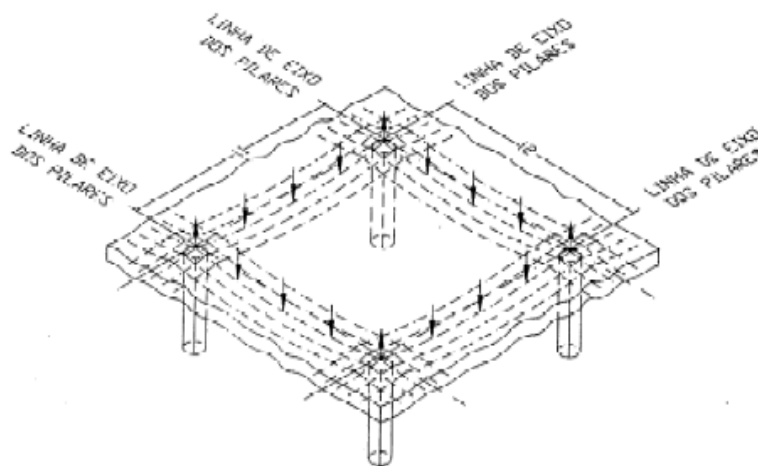


Figura 58 – Compensação de cargas: cabos concentrados em bandas nas duas direções [B12]

O efeito axial depende principalmente da quantidade total de cabos e não tanto da sua distribuição.

– Lajes Fungiformes Maciças de Espessura Variável

A eficiência dos cabos de pré-esforço pode ser melhorada ao aumentar a espessura das lajes ao longo de bandas entre pilares. Essas bandas podem ser localizadas em uma ou em duas direções (Figura 59).

Com o aumento da espessura das lajes apenas em torno dos pilares, os chamados capitéis, a resistência ao punçoamento é melhorada até certo ponto, dependendo da largura dos capitéis. Também a rigidez e a deformação são melhoradas.

Geralmente, o pré-esforço reduz ou elimina a necessidade de capitéis, sendo muitas vezes uma alternativa mais atraente para resolver o problema do punçoamento. No entanto, pode haver casos especiais em que ambos são utilizados.

Podem existir lajes fungiformes maciças de espessura variável: com bandas numa só direção (caso a) da Figura 59), com bandas nas duas direções (caso b) da Figura 59), e com capitéis em torno dos pilares (caso c) da Figura 59).

O traçado dos cabos é semelhante ao do caso anterior, sendo mais adequadas as disposições mistas.

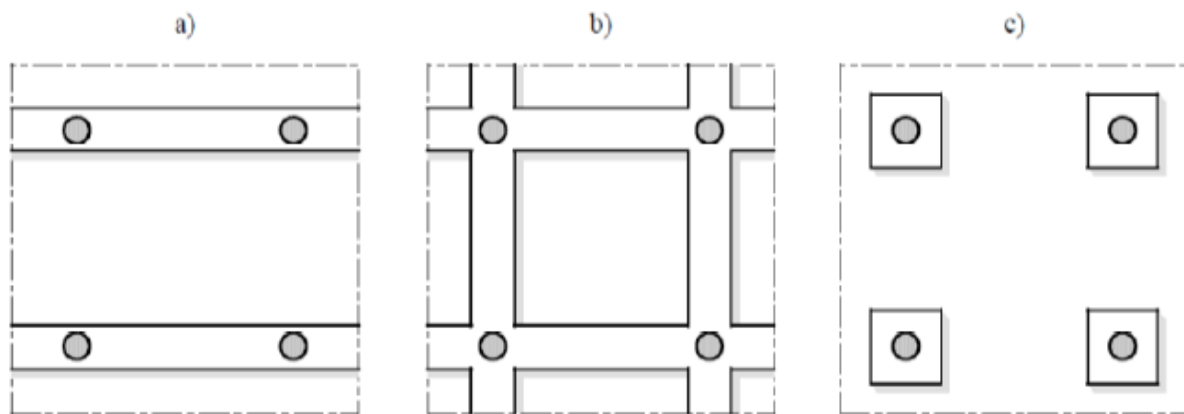


Figura 59 – Exemplos de lajes fungiformes maciças com espessuras variáveis [B11]

– Lajes Nervurada ou Fungiformes Aligeiradas

Este tipo de lajes pode ser analisado da mesma forma que o das lajes fungiformes maciças, com maior espessura ao longo de certos alinhamentos de pilares (bandas) ou com espessuras iguais às nervuras e com vazios para reduzir o peso próprio (Figura 60).

Podem existir lajes fungiformes aligeiradas: com bandas numa direção e nervuras na outra direção (caso a) da Figura 60), com bandas e nervuras nas duas direções (caso b) da Figura 60) e com nervuras nas duas direções em toda a parte, exceto na área em redor do pilar (capitel da espessura da laje) (caso c) da Figura 60).

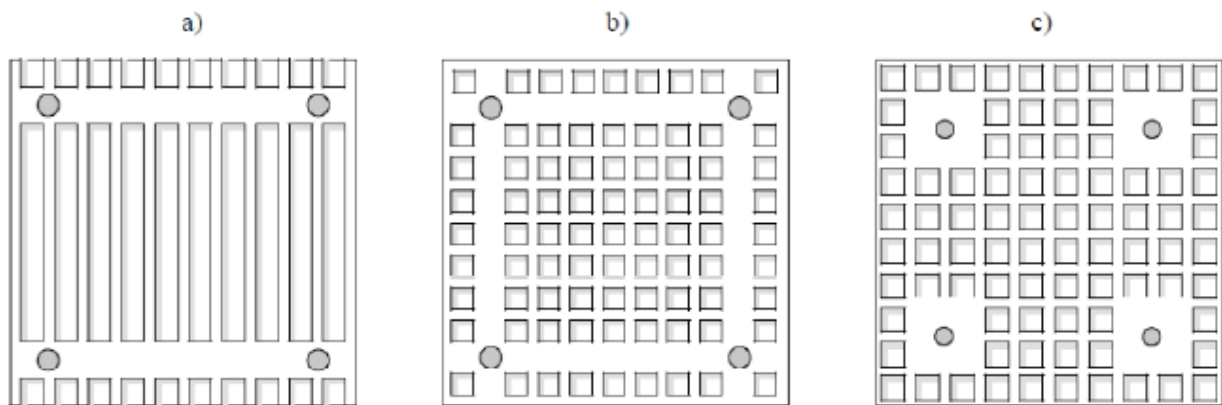


Figura 60 - Exemplos de lajes fungiformes aligeiradas nervuradas [B11]

As lajes fungiformes aligeiradas nervuradas podem ser pré-esforçadas por pós-tensão em uma ou nas duas direções. A escolha é regida pelos mesmos critérios que nas anteriores tipologias de laje, ou seja, de acordo com critérios de cargas e economia. Neste caso utilizam-se traçados em planta distribuídos em ambas as direções, e dispõem-se as zonas maciças nas linhas dos pilares, concentrando uma maior quantidade de cabos nestes.





## 6 DIMENSIONAMENTO DE LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO

Para o dimensionamento de lajes pré-esforçadas, o cálculo das solicitações é efetuado considerando a ação do pré-esforço como uma ação externa, reduzindo-se a uma carga distribuída  $p(x)$  e a um esforço normal centrado  $P(x)$ .

Neste capítulo será descrita a verificação da segurança aos Estados Limite Últimos (Flexão, Esforço Transverso e Punçoamento) e aos Estados Limite de Serviço (Limitação das Tensões, Controlo de Fendilhação, Limitação das Deformações e das Vibrações).

### 6.1 COMBINAÇÕES DE AÇÕES

As combinações dos efeitos das ações a considerar baseiam-se no valor de cálculo das ações permanentes, no valor de cálculo da ação variável base da combinação e nos valores de cálculo correspondentes aos valores de combinação das ações variáveis complementares.

#### 6.1.1 QUANTIFICAÇÃO DAS AÇÕES PARA OS ESTADOS LIMITE ÚLTIMOS (ELU)

Segundo a EN 1990, no caso da verificação da segurança em relação aos Estados Limite Últimos (ELU), deverão ser considerados dois tipos de combinações:

- **Combinações fundamentais:** em que intervêm ações permanentes e ações variáveis.

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

- **Combinações acidentais:** em que, para além das ações permanentes e ações variáveis, intervêm ações acidentais ou ações sísmicas.
- Combinações de ações para situações de projeto acidentais:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ou } \psi_{2,1}) Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$



As combinações de ações para situações de projeto acidentais deverão envolver uma ação de acidente explícita  $A$  (incêndio ou colisão), ou referir-se a uma situação após a ocorrência de um acidente ( $A=0$ ).

A escolha entre  $\psi_{1,1}Q_{k,1}$  ou  $\psi_{2,1}Q_{k,1}$  deverá ter em conta a situação de projeto acidental considerada (colisão, incêndio ou sobrevivência após uma situação de acidente).

- Combinações de ações para situações de projeto sísmicas:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

#### 6.1.2 QUANTIFICAÇÃO DAS AÇÕES PARA OS ESTADOS LIMITE DE SERVIÇO (*ELS*)

No caso da verificação da segurança em relação aos Estados Limite de Serviço (*ELS*), as combinações de ações a considerar dependem da duração do estado limite em causa:

- **Combinação rara ou característica**, associada a um estado limite de muito curta duração:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

- **Combinação frequente**, associada a um estado limite de curta duração:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

- **Combinação quase-permanente**, associada a um cenário de longa duração:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

## 6.2 AÇÃO DE PRÉ-ESFORÇO

Segundo a cláusula 5.10.2.1(1) da EN 1992-1-1, a tensão máxima aplicada à armadura de pré-esforço é dada pela expressão:

$$\sigma_{p,max} = \min \begin{cases} 0,80 \cdot f_{pk} \\ 0,90 \cdot f_{p0.1k} \end{cases}$$

Segundo a cláusula 5.10.3(2) da EN 1992-1-1, a tensão na armadura imediatamente após a aplicação ou a transferência do pré-esforço por pós-tensão e a amarração das armaduras é dada pela expressão:

$$\sigma_{pm0}(x) = \min \begin{cases} 0,75 \cdot f_{pk} \\ 0,85 \cdot f_{p0.1k} \end{cases}$$

### 6.2.1 FORÇA DE PRÉ-ESFORÇO NAS ANCORAGENS

As forças equivalentes aos efeitos do pré-esforço traduzem as ações dos cabos de pré-esforço sobre o betão em termos de forças, e são de dois tipos: forças nas ancoragens e forças de desvio nas zonas de mudança de direção do cabo.

As forças equivalentes aos efeitos do pré-esforço são auto-equilibradas, sendo nulas as reacções em estruturas isostáticas.

A determinação das cargas equivalentes na zona de ancoragem para um traçado genérico com uma determinada excentricidade pode ser feita, de acordo com a Figura 61:

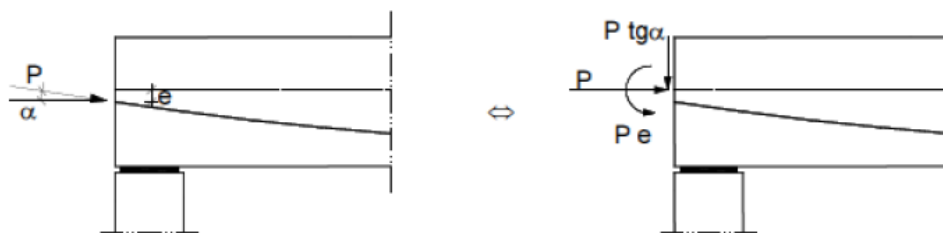


Figura 61 - Forças equivalentes ao pré-esforço na zona das ancoragens [B13]

- para um traçado poligonal, as cargas equivalentes ao pré-esforço podem ser determinadas de acordo com a Figura 62, onde as cargas equivalentes ao pré-esforço são dadas pela expressão:

$$Q^* = P \cdot \tan(\beta)$$

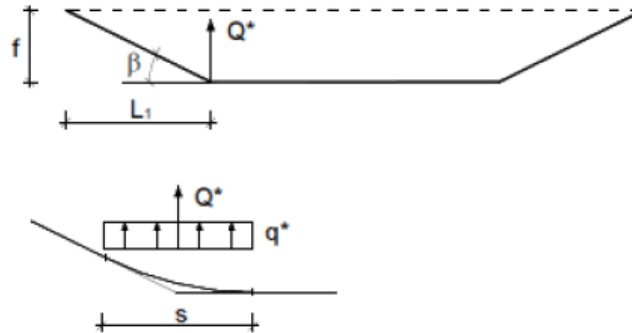


Figura 62 - Cargas equivalentes ao pré-esforço segundo um traçado poligonal [B13]

- para um traçado parabólico, considera-se o troço infinitesimal de cabo de pré-esforço da Figura 63 e as acções que o betão exerce sobre este:

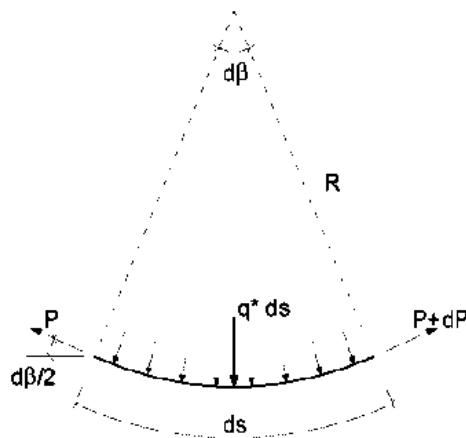


Figura 63 - Troço infinitesimal de um traçado parabólico [13]

Consideram-se desprezáveis as componentes horizontais das forças de desvio e, por equilíbrio de forças determina-se a carga equivalente ao pré-esforço  $q^*$ , dada por:

$$q^* = p \frac{d\beta}{ds}$$

Da equação da parábola  $\frac{d\beta}{ds} = \frac{8fP}{L^2}$ , onde  $f$  é a flecha da parábola de vão  $L$ .

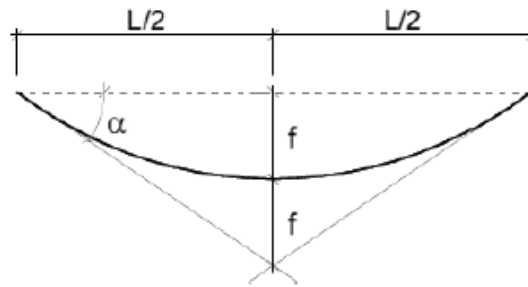


Figura 64 - Cabo com traçado parabólico [B13]

Se se admitir uma força de pré-esforço constante, é suficiente considerar-se a ação do pré-esforço como uma carga uniformemente distribuída com sentido ascendente. Logo:

$$q = P \frac{6f}{L^2}, \text{ numa consola}$$

$$q = P \frac{8f}{L^2}, \text{ numa viga simplesmente apoiada}$$

## 6.2.2 PERDAS INSTANTÂNEAS DE PRÉ-ESFORÇO

As perdas instantâneas são de três tipos: perdas por atrito nas armaduras, perdas devidas à deformação instantânea do betão e perdas por reentrada das cunhas.

$$\Delta\sigma_i = \Delta\sigma_\mu + \Delta\sigma_{el} + \Delta\sigma_{sl}$$

### 6.2.2.1 - Perdas devidas ao Atrito nas Armaduras

Segundo a cláusula 5.10.5.2(1) da EN 1992-1-1:

$$\Delta\sigma_\mu = \sigma_{p,max} \cdot [1 - e^{-\mu(\theta+k \cdot x)}]$$

em que:

$\mu$  - coeficiente de atrito entre a armadura de pré-esforço e a bainha;

$\theta$  - soma dos desvios angulares ao longo de um comprimento  $x$  (independentemente da sua direção ou do seu sinal);

$k$  - desvio angular parasita para as armaduras interiores (por unidade de comprimento).



### 6.2.2.2 - Perdas devidas à Deformação Instantânea do Betão

Segundo a cláusula 5.10.5.1(2) da EN 1992-1-1:

$$\Delta\sigma_{el} = E_p \cdot \sum \frac{j \cdot \Delta\sigma_c(t)}{E_{cm}(t)},$$

em que:

$\Delta\sigma_c(t)$  - variação de tensão no betão no centro de gravidade das armaduras no instante  $t$

$j$  - coeficiente igual a:

$(n-1)/2n$  em que  $n$  é o número de armaduras idênticas sucessivamente tracionadas. Como aproximação, poderá adotar-se para  $j$  o valor  $1/2$ ;

1 para as variações devidas a ações permanentes aplicadas após o pré-esforço.

### 6.2.2.3 - Perdas por Reentrada das Cunhas

O valor da reentrada das cunhas,  $\delta_r$ , num comprimento de influência  $\lambda$  a partir da ancoragem, é calculado pelo integral seguinte:

$$\delta_r = \int_0^\lambda \Delta\varepsilon dx = \int_0^\lambda \frac{\Delta\sigma_{sl}}{E_p} dx = \frac{1}{E_p} \int_0^\lambda \Delta\sigma_{sl} dx \Leftrightarrow \int_0^\lambda \Delta\sigma_{sl} dx = \delta_r \cdot E_p$$

em que:

$\delta_r$  - valor da deformação por reentrada das cunhas, que depende do sistema de pré-esforço

$\lambda$  - alcance das perdas por reentrada das cunhas

$\Delta\varepsilon$  - variação da extensão sofrida pelo cabo, devida à reentrada das cunhas

$\Delta\sigma_{sl}$  - variação de tensão no aço devida à reentrada das cunhas



### 6.2.3 PERDAS DIFERIDAS DE PRÉ-ESFORÇO

De uma forma simplificada, é possível avaliar as perdas diferidas num ponto da seção sob ações permanentes utilizando a seguinte expressão, preconizada na cláusula 5.10.6 (2) da EN 1992-1-1:

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0.80 \cdot \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{cp}^2\right) \cdot [1 + 0.8 \cdot \varphi(t, t_0)]}$$

em que:

$\Delta \sigma_{p,c+s+r}$  - valor absoluto da variação de tensão nas armaduras devida à fluência, à retração e à relaxação na seção  $x$ , no instante  $t$

$\varepsilon_{cs}$  - extensão estimada de retração, em valor absoluto

$E_p$  - módulo de elasticidade do aço de pré-esforço

$E_{cm}$  - módulo de elasticidade do betão

$\Delta \sigma_{pr}$  - valor absoluto da variação de tensão nas armaduras na seção  $x$ , no instante  $t$ , devida à relaxação do aço de pré-esforço:

$$\Delta \sigma_{pr} = 0.66 \cdot \sigma_{pm0} \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5}$$

onde:

$$\sigma_{pm0} = \sigma_{pmax} - (\Delta \sigma_{\mu} + \Delta \sigma_{sl} + \Delta \sigma_{el}) \rightarrow P_{m0} = \sigma_{pm0} \cdot A_p \text{ e } \sigma_{pm0} = \min[0.75 \cdot f_{pk}; 0.85 \cdot f_{p0,1k}]$$

$\varphi(t, t_0)$  - coeficiente de fluência no instante  $t$  para uma aplicação das cargas no instante  $t_0$

$\sigma_{c,QP}$  - tensão no betão ao nível das armaduras, devida ao peso próprio e ao pré-esforço inicial e, sempre que for relevante, a outras ações quase-permanentes, em valor absoluto

$A_p$  - área de todas as armaduras de pré-esforço no ponto  $x$  da seção

$A_c$  - área da seção transversal de betão

$I_c$  - momento de inércia da seção de betão

$z_{cp}$  - distância entre o centro de gravidade da seção de betão e as armaduras de pré-esforço

### 6.3 TRAÇADO DO CABO

O traçado, em alçado, dos cabos de pré-esforço acompanha o andamento do diagrama dos momentos fletores provocado pelas cargas permanentes.

Traçado simplificado: [B4]

A equação da parábola simples é da forma:  $y = a \cdot x^2$  com  $a = \frac{\delta}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$

Sendo a curvatura dada por:  $\frac{1}{r} = 2 \cdot a = \frac{8 \cdot \delta}{L^2}$  resulta que o valor da força radial é:  $p = \frac{P}{r} = \frac{8 \cdot P \cdot \delta}{L^2}$ .

com  $\delta$  = amplitude de variação do traçado do cabo num vão intermédio (Figura 65).

Pode efetuar-se um cálculo simples, como se segue:

- admitir que a percentagem das cargas permanentes e das cargas variáveis que se pretende compensar é, por exemplo:  $1,2 \cdot g$  ou  $g + \psi_2 \cdot q$ ;
- admitir uma tensão constante na armadura de  $\sigma_p = 0,65 \cdot f_{pk}$  para os cabos com um comprimento inferior a 50 m ( $0,6 \cdot f_{pk}$  para os cabos com comprimento superior):

$$\sigma_p = 0,65 \cdot 1860 = 1209 \approx 1200 \text{ MPa.}$$

- vem que a ação de pré-esforço é  $p = \frac{8 \cdot P \cdot \delta}{L^2} = 1,2 \cdot g$ , em que  $P = \frac{1,2 \cdot g \cdot L^2}{8 \cdot \delta}$

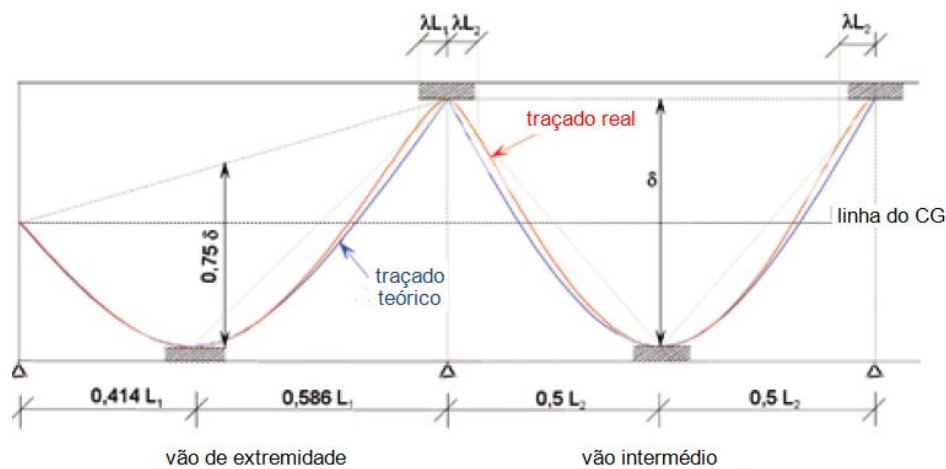


Figura 65 - Exemplo do traçado do cabo (teórico e real) [adaptado de B4]

Exemplo [B4]:

Para monocordões T15S (150 mm<sup>2</sup>), com classe de exposição XC1 (interior de um edifício) e com  $f_{ck}=30$  MPa, pode admitir-se  $\delta = h-0,07$ m para uma laje armada numa direção e  $\delta = h-0,08$ m para uma laje armada nas duas direções.

A força de pré-esforço é dada por:

$$P = \frac{A_p \cdot \sigma_p}{s} = \frac{150\text{mm}^2 \cdot 1200\text{MPa}}{s} \cdot 10^{-6} = \frac{1.2 \cdot g \cdot L^2}{8 \cdot \delta} \cdot 10^{-3} = \frac{1.2 \cdot 25 \cdot h \cdot L^2}{8 \cdot (h - 0.07)} \cdot 10^{-3}$$

O espaçamento dos monocordões é dado por:

$$s = 48 \cdot \frac{h-0.07}{h \cdot L^2} \text{ [m]}$$

Um estudo mais detalhado do traçado é efetuado com base nas Figuras 66 e 67:

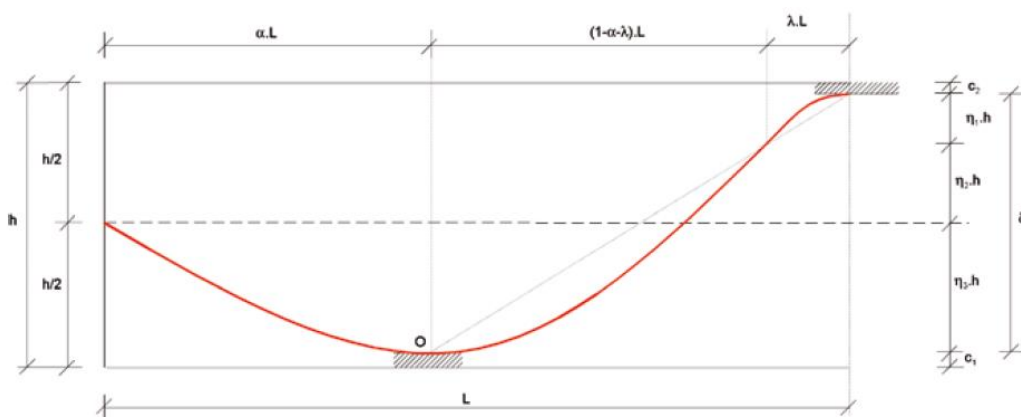
Vão de Extremidade:

Figura 66 - Traçado do cabo no vão de extremidade [adaptado de B4]

A amplitude da variação do traçado do cabo é dada por  $\delta = h - c_1 - c_2$ , em que  $c_1$  e  $c_2$  são os recobrimentos inferior e superior, respetivamente.

Reta inclinada da direita (a tracejado) que une os extremos:

$$p = \frac{\delta}{(1 - \alpha) \cdot L} = \frac{\eta_1 \cdot h}{\lambda \cdot L} = \frac{(\eta_2 + \eta_3) \cdot h}{(1 - \alpha - \lambda) \cdot L}$$

Donde:

$$\eta_2 + \eta_3 = \frac{1 - \alpha - \lambda}{1 - \alpha} \cdot \frac{\delta}{h}$$



Equação da parábola esquerda:

$$y = \beta \cdot x^2 \text{ com } \beta = \frac{0.5 \cdot h - c_1}{\alpha^2 \cdot L^2}$$

Para a abcissa  $(1 - \alpha - \lambda) \cdot L$ , tem-se:

$$y = (\eta_2 + \eta_3) \cdot h = \frac{1 - \alpha - \lambda}{1 - \alpha} \cdot \delta = \beta \cdot (1 - \alpha - \lambda)^2 \cdot L^2$$

Donde:

$$\delta \cdot \alpha^2 = (0.5 \cdot h - c_1) \cdot (1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha - \lambda)$$

Equação do 2º grau em ordem a  $\alpha$ :

$$\left[ \frac{\delta}{0.5 \cdot h - c_1} - 1 \right] \cdot \alpha^2 + (2 - \lambda) \cdot \alpha + \lambda - 1 = 0$$

Sendo as constantes  $A = \left[ \frac{\delta}{0.5 \cdot h - c_1} - 1 \right]$ ;  $B = 2 - \lambda$ ;  $C = \lambda - 1$ ;  $D = B^2 - 4 \cdot A \cdot C$

Resulta que:  $\alpha = \frac{\sqrt{D} - B}{2 \cdot A}$  e  $\eta_1 = \frac{\lambda \cdot \delta}{(1 - \alpha) \cdot h}$   $\eta_2 = 0.5 - \frac{c_2}{h} - \eta_1$   $\eta_3 = 0.5 - \frac{c_1}{h}$

		Parábola da esquerda $x < (1 - \lambda) \cdot L$	Parábola da direita $x \geq (1 - \lambda) \cdot L$
Distância do ponto mais baixo ao apoio esquerdo	$x_0$	$x - \alpha \cdot L$	$L - x$
	$\beta$	$\frac{0.5 \cdot h - c_1}{(\alpha \cdot L)^2}$	$\frac{\delta}{(1 - \alpha) \cdot \lambda \cdot L^2}$
Cota acima da cofragem	$y$	$c_1 + \beta \cdot x_0^2$	$h - c_2 - \beta \cdot x_0^2$
Inclinação	$y'$	$2 \cdot \beta \cdot x_0$	$2 \cdot \beta \cdot x_0$
Curvatura	$\frac{1}{r} = y''$	$2 \cdot \beta$	$-2 \cdot \beta$
Rotação acumulada depois do apoio esquerdo	$\theta$	$\theta_0 + \frac{2 \cdot (0.5 \cdot h - c_1) \cdot x_0}{\alpha^2 \cdot L^2}$	$\theta_0 + \frac{2 \cdot \delta}{L \cdot (1 - \alpha)} \cdot \left( 2 - \frac{x_0}{\lambda \cdot L} \right)$

Tabela 6 - Características geométricas do traçado do cabo no vão de extremidade [adaptado de B4]

A abcissa do ponto mais baixo é:  $\alpha \cdot L$ .

A rotação entre o apoio esquerdo e o ponto baixo é:  $\theta_0 = \frac{2 \cdot (0.5 \cdot h - c_1)}{\alpha \cdot L}$

A soma das variações angulares é:  $\theta = \theta_0 + \frac{4 \cdot \delta}{L \cdot (1 - \alpha)}$

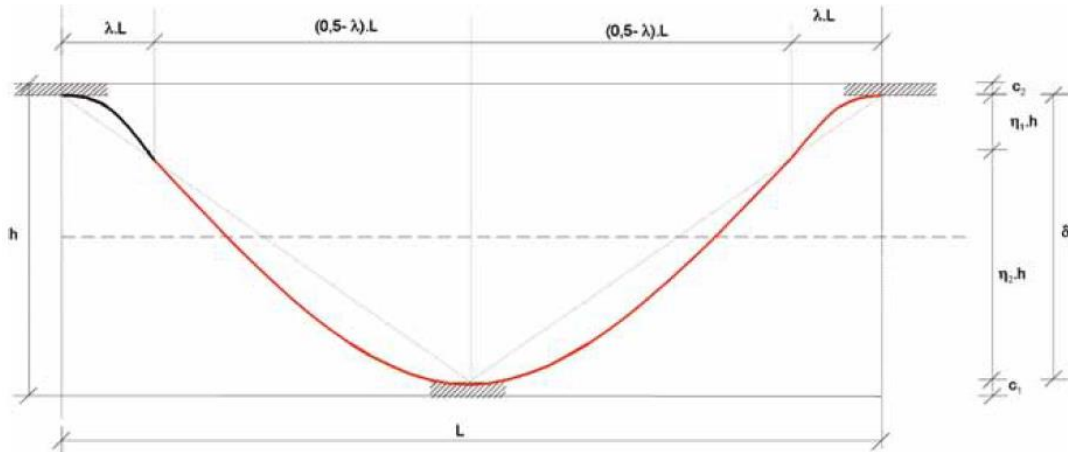
Vão de Intermédio:


Figura 67 - Traçado do cabo no vão intermédio [adaptado de B4]

Amplitude da variação do traçado do cabo:  $\delta = h - c_1 - c_2$

Reta inclinada da direita (a tracejado) que une os extremos:

$$p = \frac{(\eta_1 + \eta_2) \cdot h}{0.5 \cdot L} = \frac{\eta_2 \cdot h}{(0.5 - \lambda) \cdot L} = \frac{\eta_1 \cdot h}{\lambda \cdot L} = \frac{2 \cdot \delta}{L}$$

	Parábola da esquerda $x \leq \lambda \cdot L$	Parábola central $\lambda \cdot L < x \leq (1 - \lambda) \cdot L$	Parábola da direita $x \geq (1 - \lambda) \cdot L$
$x_0$	$x - \alpha \cdot L$	$x - 0.5 \cdot L$	$L - x$
$\beta$	$\frac{2 \cdot \delta}{\lambda \cdot L^2}$	$\frac{2 \cdot \delta}{(0.5 - \lambda) \cdot L^2}$	$\frac{2 \cdot \delta}{\lambda \cdot L^2}$
$y$	$h - c_2 - \beta \cdot x_0^2$	$c_1 + \beta \cdot x_0^2$	$h - c_2 - \beta \cdot x_0^2$
$y'$	$-2 \cdot \beta \cdot x_0$	$2 \cdot \beta \cdot x_0$	$2 \cdot \beta \cdot x_0$
$\frac{1}{r} = y''$	$-2 \cdot \beta$	$2 \cdot \beta$	$-2 \cdot \beta$
$\theta$	$\frac{4 \cdot \delta \cdot x_0}{\lambda \cdot L^2}$	$2\theta_0 + \frac{4 \cdot \delta \cdot (x - 0.5 \cdot L)}{(0.5 - \lambda) \cdot L^2}$	$4\theta_0 + \frac{4 \cdot \delta \cdot (x - L)}{\lambda \cdot L^2}$

Tabela 7 - Características geométricas do traçado do cabo no vão intermédio [adaptado de B4]

A rotação acumulada depois do apoio esquerdo e o ponto baixo é:  $\theta_0 = \frac{4 \cdot \delta}{L}$

A soma das variações angulares é:  $\theta = 4\theta_0 = \frac{16 \cdot \delta}{L}$



## 6.4 VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITE ÚLTIMOS (ELU)

### 6.4.1 VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA À FLEXÃO

Para o estado limite último de resistência à flexão, os esforços podem ser obtidos através de diversos métodos, nomeadamente elásticos ou plásticos.

A análise elástica (teoria da elasticidade) pode ser efetuada recorrendo a tabelas de esforços elásticos ou a métodos numéricos (exemplo: modelo de grelha, elementos finitos).

A análise plástica (teorema da plasticidade) pode ser aplicada quando a ductilidade do comportamento à flexão é garantida, ou seja, quando o dimensionamento das armaduras é efetuado para que a posição da linha neutra correspondente a este estado limite último seja tal que  $x/d \leq 0,25$ .

### 6.4.2 VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO ESFORÇO TRANSVERSO

Segundo a EN 1992-1-1, para a verificação da resistência em relação ao esforço transversal é necessário definirem-se os seguintes valores:

$V_{Rd,c}$  - valor de cálculo do esforço transversal resistente do elemento sem armadura de esforço transversal.

$V_{Rd,s}$  - valor de cálculo do esforço transversal equilibrado pela armadura de esforço transversal na tensão de cedência.

$V_{Rd,max}$  - valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo do elemento, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas.

A resistência ao esforço transversal de um elemento com armadura de esforço transversal é igual a:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{td}$$

Em regiões do elemento em que  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$  não é necessária armadura de esforço transversal.  $V_{Ed}$  é o valor de cálculo do esforço transversal na seção considerada resultante das ações exteriores e do pré-esforço (aderente ou não aderente). No entanto, deverá prever-se uma armadura mínima de esforço

transverso. No caso específico das lajes esta armadura mínima poderá ser omitida uma vez que é possível a redistribuição transversal das ações.

Nas zonas em que  $V_{Ed} > V_{Rd,c}$  deverá adotar-se uma armadura de esforço transverso suficiente de forma a que  $V_{Ed} \leq V_{Rd}$ .

#### 6.4.2.1 - Elementos para os quais não é necessária armadura de esforço transverso

Segundo a EN 1992-1-1, o valor de cálculo do esforço transverso  $V_{Rd,c}$  é obtido por:

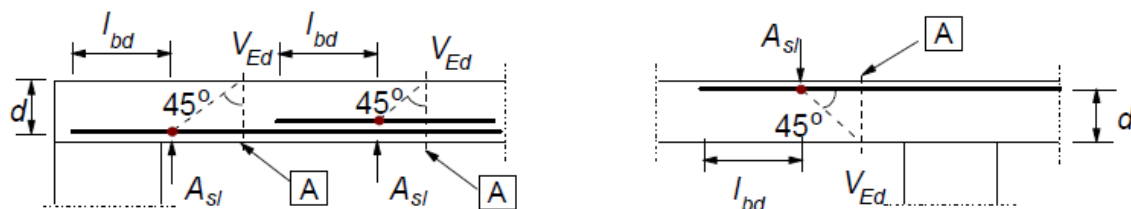
$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$$

em que:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}, \text{ com } \gamma_c = 1,5$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ (com } d \text{ em mm)}$$

$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02$  ( $A_{sl}$  - área da armadura de tração prolongada de um comprimento  $\geq (l_{bd} + d)$  para além da seção considerada, conforme ilustrado na Figura 68).



A - seção considerada

Figura 68 - Definição de  $A_{sl}$  [B14]

$f_{ck}$  em MPa

$$k_l = 0,10$$

$\sigma_{cp}$  - tensão de compressão do betão ao nível do centro de gravidade devida às ações axiais e/ou ao pré-esforço:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd} \text{ [MPa]}$$

$N_{Ed}$  - esforço normal na seção devido às ações aplicadas ou ao pré-esforço (>0 para compressão) [em N]



$A_c$  - área da seção transversal de betão [mm<sup>2</sup>]

$b_w$  - menor largura da seção transversal na área tracionada [mm]

$$v_{min} = 0,035k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

Em elementos pré-esforçados com um único vão e sem armadura de esforço transversal, a resistência ao esforço transversal das zonas fendilhadas em flexão poderá ser calculada utilizando a expressão anterior. Em zonas não fendilhadas em flexão (em que a tensão de tração por flexão é inferior a  $f_{ctk,0,05}/\gamma_c$ ), a resistência ao esforço transversal deverá ser limitada pela resistência à tração do betão. Nestas zonas, a resistência ao esforço transversal é obtida por:

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

em que:

$I$  - momento de inércia

$b_w$  - largura da seção transversal ao nível do centro de gravidade

$S$  - momento estático da área situada acima do eixo que passa pelo centro de gravidade da seção em relação a esse eixo

$$\alpha_1 = \frac{l_x}{l_{pt2}} \leq 1,0 \text{ para armaduras de pré-esforço por pré-tensão}$$

$$= 1,0 \text{ para outros tipos de pré-esforço}$$

$l_x$  - distância da seção considerada ao início do comprimento de transmissão

$l_{pt2}$  - limite superior do comprimento de transmissão da armadura de pré-esforço

$\sigma_{cp}$  - tensão de compressão do betão ao nível do centro de gravidade devida às ações axiais e/ou ao pré-esforço:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \text{ [MPa]}$$

#### 6.4.2.2 - Elementos para os quais é necessária armadura de esforço transversal

Segundo a EN 1992-1-1, o cálculo de elementos com armadura de esforço transversal baseia-se num modelo de treliça, conforme ilustrado na Figura 69:

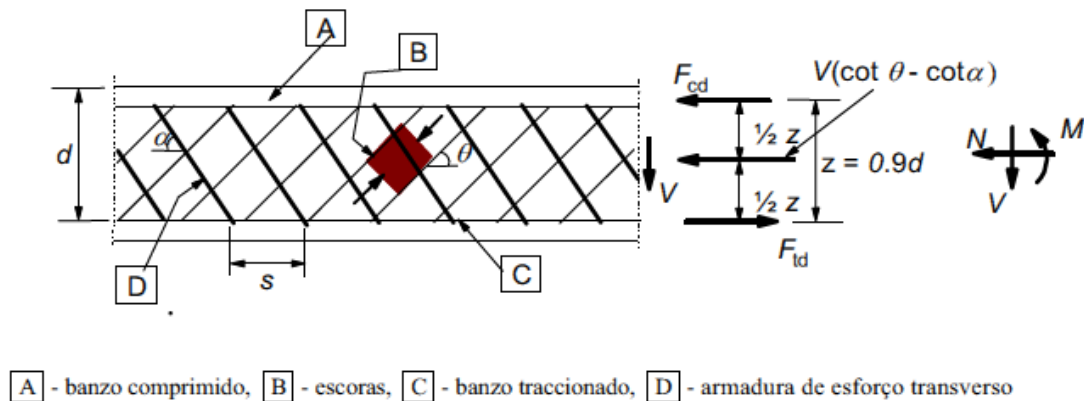


Figura 69 – Modelo de treliça [B14]

em que:

$\alpha$  - ângulo formado pela armadura de esforço transverso com o eixo da viga (medido positivo como representado na Figura 69)

$\theta$  - ângulo formado pela escora comprimida de betão com o eixo da viga:

- os valores limites recomendados para o ângulo  $\theta$  das escoras inclinadas são:  $1 \leq \cot\theta \leq 2,5$

$F_{td}$  - valor de cálculo da força de tração na armadura longitudinal

$F_{cd}$  - valor de cálculo da força de compressão no betão na direção do eixo longitudinal do elemento

$b_w$  - menor largura da seção entre os banzos traccionado e comprimido (=1,0 m, para o caso das lajes)

$z$  - braço do binário das forças interiores, para um elemento de altura constante, correspondente ao momento fletor do elemento considerado. Na verificação em relação ao esforço transverso numa seção de betão armado sem esforço normal utiliza-se, geralmente, o valor aproximado  $z = 0,9d$ .

No caso de elementos com armaduras de esforço transverso constituída por estribos verticais, o valor de cálculo do esforço transverso resistente,  $V_{Rd}$ , é o menor dos valores seguintes:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\theta$$

e



$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \frac{f_{cd}}{(\cot\theta + \tan\theta)}$$

em que:

$A_{sw}$  – área da seção transversal das armaduras de esforço transverso

$s$  – espaçamento dos estribos

$f_{ywd}$  – valor de cálculo da tensão de cedência das armaduras de esforço transverso

$v_1$  – coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transverso:

$$v_1 = 0,6 \quad \text{para } f_{ck} \leq 60\text{Mpa}$$

$$v_1 = 0,9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5 \quad \text{para } f_{ck} \geq 60\text{Mpa}$$

$\alpha_{cw}$  – coeficiente que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido :

$$\alpha_{cw} = 1,0 \quad \text{para estruturas não pré-esforçadas}$$

$$\alpha_{cw} = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \quad \text{para } 0 < \sigma_{cp} \leq 0,25 f_{cd}$$

$$\alpha_{cw} = 1,25 \quad \text{para } 0,25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd}$$

$$\alpha_{cw} = 2,5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) \quad \text{para } 0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,00 f_{cd}$$

em que:

$\sigma_{cp}$  – tensão de compressão média, considerada positiva, no betão devida ao valor de cálculo do esforço normal

A área efetiva máxima da seção transversal das armaduras de esforço transverso,  $A_{sw,max}$ , para  $\cot\theta = 1$  é obtida por:

$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}$$

No caso da alma conter bainhas metálicas injetadas de diâmetro  $\phi > b_w/8$ , a resistência ao esforço transverso,  $V_{Rd,max}$ , deverá ser calculada com base numa espessura nominal da alma (=1,0 m, para o caso das lajes):

$$b_{w,nom} = b_w - 0,5 \sum \phi$$

em que  $\phi$  é o diâmetro exterior da bainha e  $\sum \phi$  é determinado para o nível mais desfavorável.

- para bainhas metálicas injetadas com  $\phi \leq b_w/8$ :  $b_{w,nom} = b_w$
- para bainhas não injetadas, bainhas plásticas injetadas e armaduras não aderentes, a espessura nominal da alma é:  $b_{w,nom} = b_w - 1,2 \sum \phi$

O valor 1,2 na expressão anterior é introduzido para ter em conta a fissuração das escoras de betão devida à tração transversal. No caso de ser utilizada uma armadura transversal adequada, este valor poderá ser reduzido para 1,0.

A força de tração adicional na armadura longitudinal,  $\Delta F_{td}$ , devida ao esforço transversal  $V_{Ed}$  poderá ser calculada pela expressão:

$$\Delta F_{td} = 0,5 \cdot V_{Ed} \cdot (\cot \theta - \cot \alpha)$$

$(M_{Ed}/z) + \Delta F_{td}$  não deverá ser considerado superior a  $M_{Ed,max}/z$ , em que  $M_{Ed,max}$  é o momento máximo ao longo do elemento.

### 6.4.3 VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AO PUNÇOAMENTO

#### 6.4.3.1 Distribuição dos Efeitos das Ações e Perímetro de Controlo

Segundo a cláusula 6.4.2 da EN 1992-1-1, pode considerar-se que o primeiro perímetro de controlo,  $u_1$ , para efeitos da verificação da segurança ao punçoamento é definido a uma distância  $2d$  da área carregada, e o seu traçado deverá corresponder a um comprimento que seja o mínimo (Figura 70).

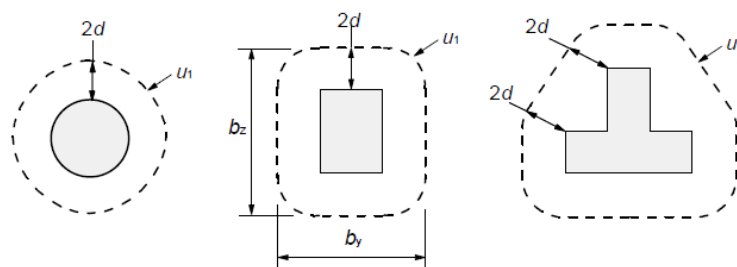


Figura 70 - Primeiros perímetros de controlo típicos em torno de áreas carregadas [B14]

Admitindo-se que a altura útil da laje é constante, poderá geralmente ser considerada igual a:

$$d_{eff} = \frac{(d_y + d_z)}{2}$$

em que  $d_y$  e  $d_z$  são as alturas úteis da armadura em duas direções ortogonais.

A EN 1992-1-1 faz também referência a perímetros de controlo para áreas carregadas junto de aberturas e para pilares de canto e de bordo (Figuras 71 e 72).

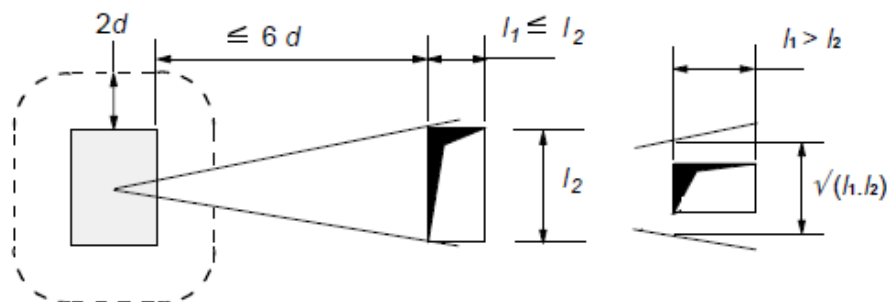


Figura 71 - Perímetro de controlo junto de uma abertura [B14]

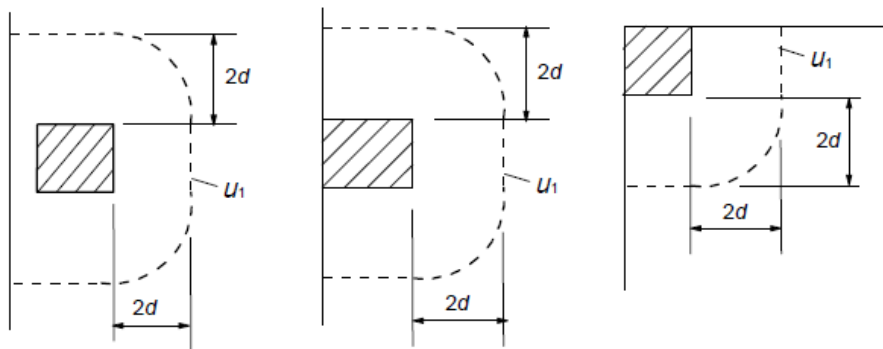
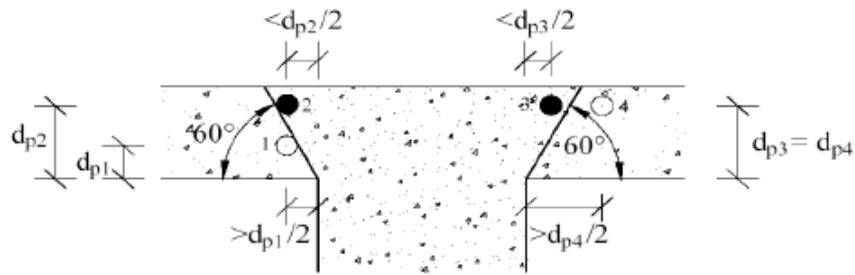


Figura 72 - Primeiros perímetros de controlo junto a um bordo livre ou a um canto [B14]

A força de punção atuante deve ser reduzida do somatório das forças de desvio vertical dos cordões de pré-esforço que passem no interior da distância  $d_p/2$ , sendo  $d_p$  a altura útil dos cordões, da face do pilar.

Se os cabos de pré-esforço forem dispostos no interior do pilar ou perto dele, as forças de desvio têm como efeito reduzir a força efetiva de punção atuante (Figura 73).



Legenda:

- Cordão a considerar no cálculo da força de desvio vertical
- Cordão a não considerar no cálculo da força de desvio vertical

Figura 73 - Largura para cálculo da força vertical de desvio dos cabos de pré-esforço que reduz a força efetiva de punção [B15]

Deste modo, a força efetiva de punção pode ser calculada através da expressão:

$$V_{Ed,eff} = V_{Ed} - V_{desvio}$$

#### 6.4.3.2 Estado Limite Último de Resistência ao Punção

O fenómeno de rotura por punção é uma característica muito própria das lajes fungiformes, sendo muitas vezes o que condiciona a espessura da laje ou obriga à existência de capitéis ou espessamentos na zona dos pilares. É uma rotura frágil, associada à grande concentração de esforços de corte, associados a esforços elevados de flexão, junto aos pilares. Esses esforços na zona de ligação laje-pilar podem originar tensões elevadas no betão, conduzindo à fendilhação ou rotura locais. Embora noutras circunstâncias, uma rotura local possa não significar a ruína generalizada de uma estrutura, uma rotura local por punção pode mesmo ditar a ruína de uma laje inteira, devido ao incremento de esforço transferido para os pilares adjacentes, ou até o colapso total de um edifício, provocado por uma rotura progressiva associada à queda da laje de um piso superior sobre uma de um piso inferior.

O estado limite último de punção está associado à formação de um tronco de cone que tem tendência para desligar-se do resto da laje, e resulta da interação de efeitos de corte de flexão na zona da laje próxima do pilar (Figura 74).

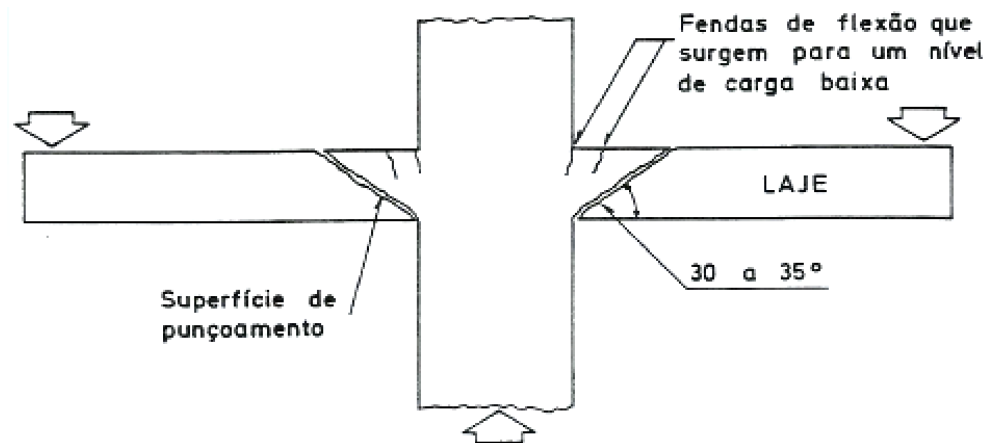


Figura 74 - Mecanismo de rotura por punçoamento de um pavimento de laje [B16]

Este tipo de rotura ocorre, em especial, devido à ação sísmica, tendo como origem cálculos incorrectos ou inexistentes, má betonagem e realização de aberturas não consideradas em projecto.

A verificação ao estado limite de resistência ao punçoamento é efetuada garantindo que o efeito da ação não exceda a resistência correspondente:

$$E_d \leq R_d$$

O efeito da acção,  $V_{Ed}$ , corresponde ao valor de cálculo da máxima tensão de corte por punçoamento.

O valor de cálculo da resistência é determinado em duas situações distintas (cláusula 6.4.3(1) da EN 1992-1-1):

- a tensão de corte atuante não pode exceder a tensão de corte correspondente à resistência à compressão no perímetro do pilar de apoio, ou perímetro da carga concentrada,  $V_{Rd,max}$ :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$$

- a tensão de corte atuante não pode exceder a resistência num perímetro de controlo, calculado sem armadura específica de punçoamento,  $V_{Rd,c}$ , ou com armadura de punçoamento,  $V_{Rd,cs}$ :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad \text{ou} \quad V_{Ed} \leq V_{Rd,cs}$$

No caso de punçoamento excêntrico, num perímetro de controlo em redor do pilar,  $u_i$  a tensão de punçoamento máxima é dada pela cláusula 6.4.3(3) da EN 1992-1-1:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d}$$

em que:

$d$  – altura útil média da laje, que poderá ser considerada igual a  $(d_x + d_z)/2$  em que:

$d_y, d_z$  - alturas úteis da seção de controlo nas direções  $y$  e  $z$ ;

$u_i$  - perímetro do perímetro de controlo considerado;

$\beta$  obtido por:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{w_1}$$

em que:

$u_1$  - perímetro do primeiro perímetro de controlo;

$k$  - coeficiente dependente da relação entre as dimensões do pilar  $c_1$  e  $c_2$  (Tabela 8);

$c_1/c_2$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
$k$	0,45	0,60	0,70	0,80

Tabela 8 - Valores de  $k$  para áreas carregadas retangulares [B14]

$w_1$  - módulo de flexão do primeiro perímetro de controlo  $u_1$  em torno do eixo do vetor momento (Figura 75);

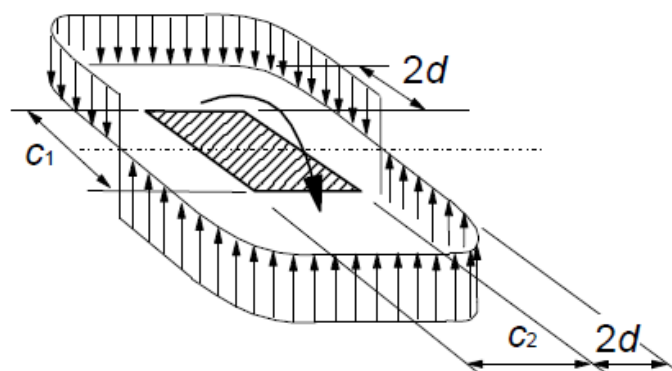


Figura 75 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar interior [B14]

No caso de punçoamento centrado, num perímetro de controlo em redor do pilar,  $u_i$ ,  $\beta=1$  e a tensão de punçoamento máxima é dada por (Figura 76):

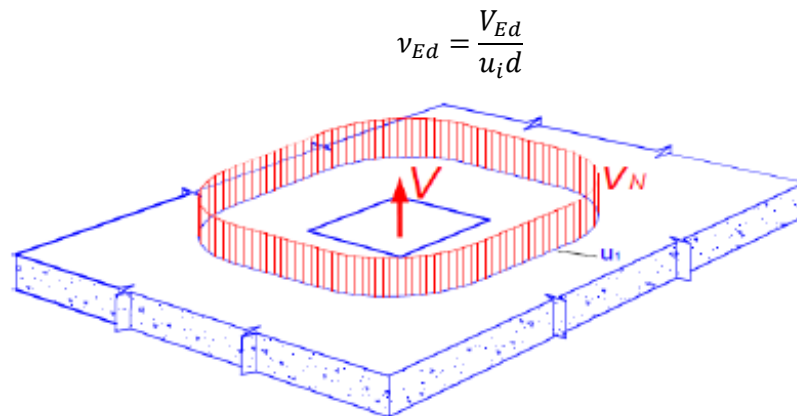


Figura 76 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um esforço axial centrado na ligação entre uma laje e um pilar interior [B17]

Estas tensões são uniformes ao longo de todo o perímetro  $u_i$ .

No caso de um pilar retangular interior em que a carga é excêntrica em relação aos dois eixos, poderá utilizar-se a seguinte expressão para  $\beta$ :

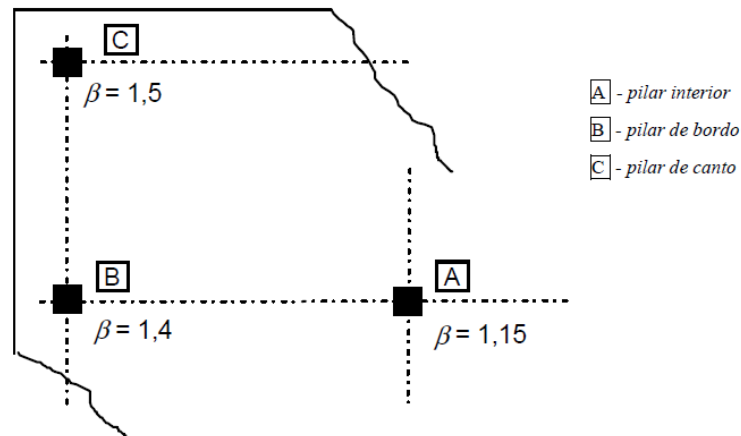
$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}$$

em que:

$e_y, e_z$  - excentricidades  $M_{Ed}/V_{Ed}$  segundo os eixos y e z, respetivamente

$b_y, b_z$  - dimensões do perímetro de controlo segundo y e z, respetivamente

A cláusula 6.4.3(6) da EN 1992-1-1 apresenta valores aproximados para  $\beta$  que podem ser usados numa estrutura em que a estabilidade lateral não dependa do funcionamento de pórtico entre a laje e os pilares, e os vãos adjacentes não difiram mais de 25% (Figura 77).

Figura 77 - Valores recomendados para  $\beta$  [B14]

Segundo a cláusula 6.4.4(1) da EN 1992-1-1, o valor de cálculo da resistência ao punçoamento de uma laje SEM armaduras específicas de punçoamento é dado pela expressão seguinte:

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_L f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp})$$

onde:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ (d em mm)}$$

$$\rho_L = \sqrt{\rho_{Ly} \cdot \rho_{Lz}} \leq 0,02$$

onde  $\rho_{Ly}$  e  $\rho_{Lz}$  correspondem às percentagens geométricas das armaduras de flexão aderentes da laje nas direções  $y$  e  $z$ , respetivamente. Os seus valores são os valores médios numa largura de laje igual à largura do pilar acrescida de  $3d$  para cada lado

$f_{ck}$  em MPa

$$k_1 = 0,10$$



$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2}$ , onde  $\sigma_{cy}$  e  $\sigma_{cz}$  são as tensões normais no betão na seção crítica nas direções  $y$  e  $z$  (em MPa, positivas se de compressão)

$$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}} \quad \text{e} \quad \sigma_{cz} = \frac{N_{Ed,z}}{A_{cz}}$$

$N_{Ed,y}$  e  $N_{Ed,z}$  - esforços normais atuantes (positivo quando se tratar de compressão)

$A_c$  - área de betão associada ao esforço normal  $N_{Ed}$  considerado

$$v_{min} = 0,035k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

É possível negligenciar a expressão  $C_{Rd,c}k(100\rho_L f_{ck})^{1/3}$  em relação a  $v_{min}$  pelo facto do valor de  $\rho_L$  ser muito baixo ou nulo.

Segundo a cláusula 6.4.5(1) da EN 1992-1-1, o valor de cálculo da resistência ao punçoamento de uma laje COM armaduras específicas de punçoamento é dado pela expressão seguinte:

$$V_{Rd,cs} = 0,75V_{Rd,c} + 1,5 \left( \frac{d}{s_r} \right) A_{sw} f_{ywd,ef} \frac{1}{u_1 \cdot d} \sin \alpha$$

onde:

$A_{sw}$  - área de um perímetro de armaduras de punçoamento em torno do pilar [ $\text{mm}^2$ ];

$s_r$  - espaçamento radial dos perímetros de armaduras de punçoamento [mm];

$f_{ywd,ef}$  - valor de cálculo da tensão efetiva de cedência das armaduras de punçoamento, obtida por:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \leq f_{ywd} \text{ [MPa], com } d \text{ em mm;}$$

$u_1$  - perímetro de referência;

$d$  - média das alturas úteis nas nas direções ortogonais [mm];

$\alpha$  - ângulo entre as armaduras de punçoamento e o plano da laje.

No caso de se adotar apenas um único perímetro de varões inclinados, poderá atribuir-se  $\frac{d}{s_r} = 0,67$



Segundo a cláusula 6.4.5(3) da EN 1992-1-1, na vizinhança do pilar, a resistência ao punçoamento é limitada por:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d} \leq v_{Rd,max} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

em que:

$u_0$  para um pilar interior:  $u_0 = \text{perímetro de controlo do pilar [mm]}$

para um pilar de bordo:  $u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$  [mm]

para um pilar de canto:  $u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$  [mm]

$c_1, c_2$  – dimensões do pilar representadas na Figura 78;

$$v = 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] (f_{ck} \text{ em Mpa})$$

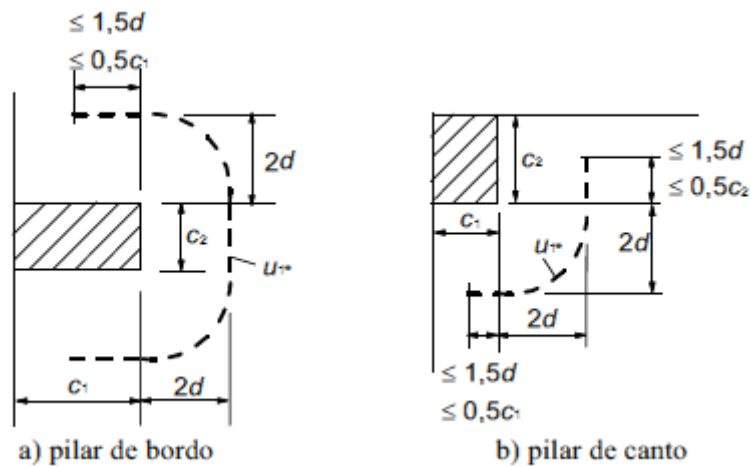


Figura 78 – Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido,  $u_1$  [B4]

Segundo a cláusula 6.4.5(4) da EN 1992-1-1, o perímetro de controlo para o qual não é necessária armadura de punçoamento,  $u_{out}$  (ou  $u_{out,ef}$ , ver Figura 79), é obtido pela expressão seguinte:

$$u_{out,ef} = \beta \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}$$

O perímetro exterior da armadura de punçoamento deverá ser colocado a uma distância não superior a  $kd$  no interior de  $u_{out}$  (ou  $u_{out,ef}$ , ver Figura 79).

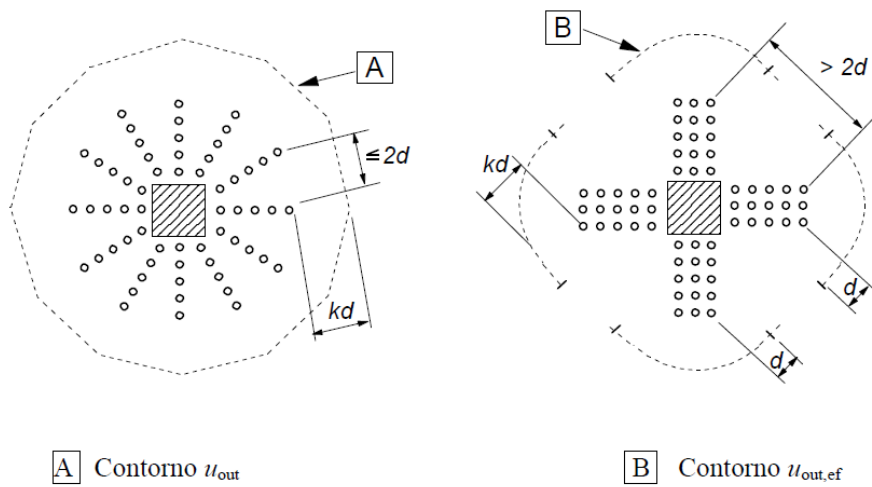
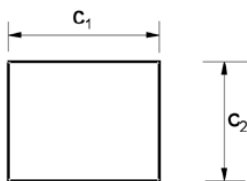


Figura 79 - Perímetros de controlo para pilares interiores [B14]

Exemplo 1: Verificação da segurança ao punçoamento de uma laje para os seguintes casos:

- A - Pilar central numa banda de laje intermédia
- B - Pilar de bordo numa banda de laje intermédia
- C - Pilar de canto

A - Pilar central numa banda de laje intermédia



– à face do pilar:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d} \leq V_{Rd,max} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

com:

$$\beta = 1,15$$

$$u_0 = 2(c_1 + c_2)$$

$$v = 0.6 \cdot \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] (f_{ck} \text{ em Mpa})$$

- a uma distância  $2d$  da face do pilar:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \leq V_{Rd,c}, \text{ para lajes sem armaduras de punçoamento}$$

com:

$$\beta = 1,15$$

$$u_1 = 2(c_1 + c_2) + 4\pi d \text{ (perímetro de controlo)}$$

$$V_{Rd,c} = v_{min} + 0,10 \cdot \sigma_{cp}$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$$k = \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2,0\right) \text{ (d em mm)}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P}{h}, \text{ (P = esforço de compressão devido ao pré-esforço para 1m de largura de laje)}$$

- armadura de punçoamento:

Se não se verificar a condição de verificação ao punçoamento, é necessário dispôr armaduras verticais em torno do pilar até uma distância  $u'_{out}$  da face do pilar, espaçados radialmente de  $s_r$ .

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(V_{Ed} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot u_1}{1,5 \cdot f_{ywd,ef}}$$

$$u_{out} = \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} \quad \text{e} \quad d'_{out} = d_{out} - 1,5d = \frac{u_{out} - 4c}{2\pi} - 1,5d$$

com  $d'_{out}$  a distância entre a face do pilar e o último perímetro de armadura.

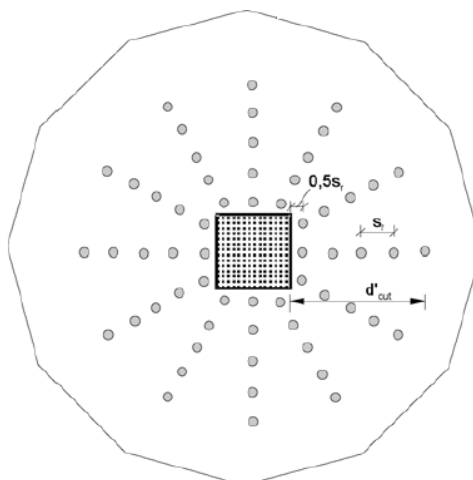
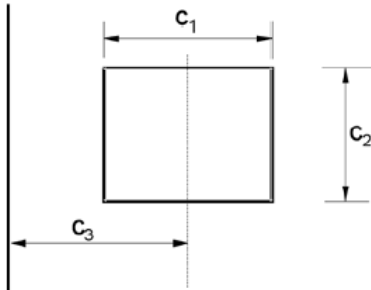


Figura 80 - Princípio de distribuição das armaduras de punçoamento [B4]

B - Pilar de bordo numa banda de laje intermédia

- à face do pilar:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d} \leq V_{Rd,max} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

com:

$$\beta=1,4$$

$$u_0 = \min[c_2 + 3d; c_2 + 2c_1]$$

$$v = 0,6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] \quad (f_{ck} \text{ em Mpa})$$

- a uma distância  $2d$  da face do pilar:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \leq V_{Rd,c}, \text{ para lajes sem armaduras de punçoamento}$$

com:

$$\beta=1,4$$

$$u_1 = c_1 + c_2 + 2c_3 + 2\pi d \quad (\text{perímetro de controlo})$$

$$V_{Rd,c} = v_{min} + 0,10 \cdot \sigma_{cp}$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

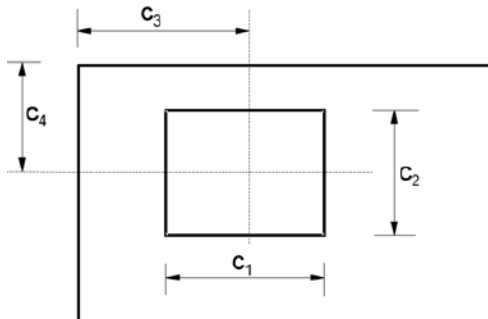
$$k = \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2,0\right) \quad (d \text{ em mm})$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P}{h}, \quad (P = \text{esforço de compressão devido ao pré-esforço para 1m de largura de laje})$$

- armadura de punçoamento:

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(V_{Ed} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot u_1}{1,5 \cdot f_{ywd,ef}}$$

$$u_{out} = \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} \quad \text{e} \quad d'_{out} = d_{out} - 1,5d = \frac{u_{out} - c_1 - c_2 - 2c_3}{\pi} - 1,5d$$

C - Pilar de canto

- à face do pilar:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d} \leq V_{Rd,max} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

com:

$$\beta=1,5$$

$$u_0 = \min[3d; c_1 + c_2]$$

$$v = 0,6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] (f_{ck} \text{ em Mpa})$$

- a uma distância  $2d$  da face do pilar:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \leq V_{Rd,c}, \text{ para lajes sem armaduras de punção}$$

com:

$$\beta=1,4$$

$$u_1 = 0,5c_1 + 0,5c_2 + c_3 + c_4 + \pi d \text{ (perímetro de controlo)}$$

$$V_{Rd,c} = v_{min} + 0,10 \cdot \sigma_{cp}$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$$k = \min\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2,0\right) (d \text{ em mm})$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P}{h}, (P = \text{esforço de compressão devido ao pré-esforço para 1m de largura de laje})$$

- armadura de punção:

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(V_{Ed} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot u_1}{1,5 \cdot f_{ywd,ef}}$$

$$u_{out} = \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} \quad \text{e} \quad d'_{out} = d_{out} - 1,5d = \frac{u_{out} - 0,5c_1 - 0,5c_2 - c_3 - c_4}{0,5\pi} - 1,5d$$

### 6.4.3.3 Comportamento Pós-Colapso

Para que haja um bom comportamento pós-rotura de lajes fungiformes é conveniente adotar uma armadura inferior sobre o pilar (armadura ordinária) e a colocação de cabos de pré-esforço a passar igualmente sobre os pilares, por forma a gerar um mecanismo secundário de resistência, e evitar uma rotura em cadeia, caso se verifique uma rotura por punçoamento num dos pilares.

Em 1998, a *FIP* apresentou disposições para reduzir os riscos de colapso progressivo, na hipótese de ocorrência de uma rotura local numa ligação pilar - laje fungiforme pré-esforçada, de acordo com a equação seguinte:

$$V_{Ed} \leq A_s f_y + A_p \frac{f_{pk}}{\gamma_s}$$

Os varões e os cabos de pré-esforço considerados no cálculo de  $A_s$  e  $A_p$ , respetivamente, deverão passar dentro da armadura longitudinal do pilar. A armadura não pré-esforçada deverá ser colocada junto à face inferior da laje e com uma amarração  $l_{b,net}$  mais a altura útil da laje, ou o comprimento de amarração se esta se fizer dentro do pilar.

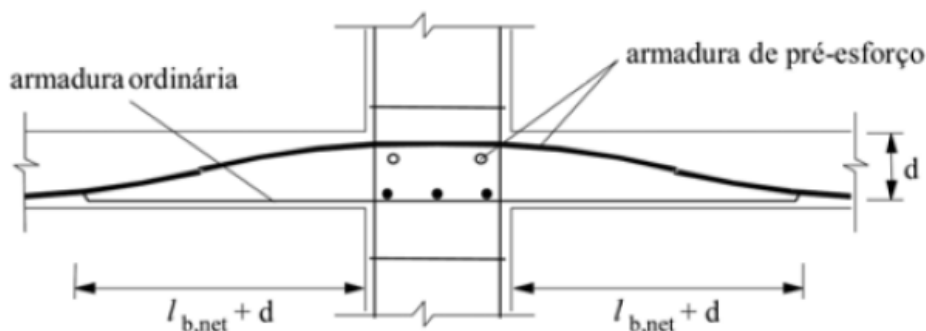


Figura 81 - Armadura de colapso progressivo em pilar interior [B18]

A armadura de pré-esforço poderá ser colocada junto à face superior da laje, mas deverá ter um traçado que a conduza para junto da face inferior à medida que se caminha para o meio vão na eventualidade de se utilizarem cabos de pré-esforço não aderentes. [B18]

## 6.4.4 ARMADURA PASSIVA NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU)

### 6.4.4.1 Caso de Armaduras de Pré-Esforço Aderente

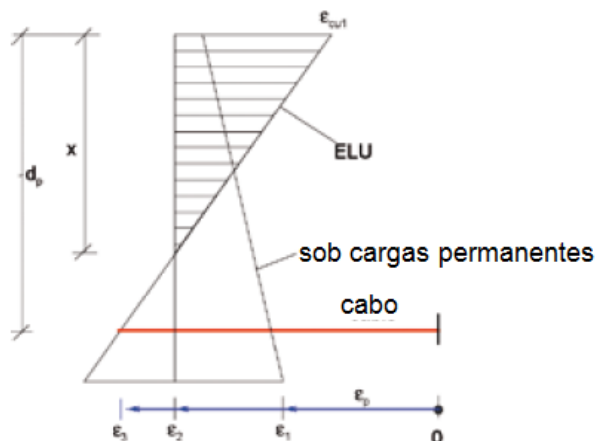


Figura 82 - Diagrama de tensões da armadura passiva [adaptado de B4]

- Alongamento da armadura de pré-esforço sob cargas permanentes e de pré-esforço:

$$\varepsilon_1 = \frac{P}{A_p \cdot E_p}$$

- Variação da deformação do betão ao nível do cabo sob cargas permanentes por forma a obter um valor nulo de deformações:

$$\Delta\varepsilon_1 = \alpha_p \cdot \frac{\sigma_{c1}}{E_p}$$

para um coeficiente de homogeneização  $\alpha = \frac{E_p}{E_{cm}}$  e  $\sigma_{c1} = \frac{P}{h} + \frac{(M_p + M_g) \cdot e_0}{\frac{h^3}{12}}$

onde:

$M_p$  – momento fletor provocado pela ação do pré-esforço;

$M_g$  – momento fletor provocado pelas restantes ações permanentes;

$e_0$  - excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção transversal de betão.

- $\Delta\varepsilon_2$  - deformação devida ao momento  $M_{Ed}$  no aço de betão armado que estaria ao mesmo nível que o cabo de pré-esforço.



A ação do pré-esforço traduz-se por um momento  $M_p = P \cdot e_0$  e uma força de pré-esforço  $P$  aplicada ao nível do centro de gravidade da armadura ativa.

Considerando  $M_1$  o momento relativo às armaduras de pré-esforço:

$$M_1 = M_{Ed} + P \cdot e$$

O momento reduzido é dado por:

$$\mu = \frac{M_1}{d_p^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow \xi = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \rightarrow \Delta\varepsilon_2 = \varepsilon_{cu2} \cdot \frac{1 - \xi}{\xi}$$

com  $\varepsilon_{cu2} = 3,5$  para  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ .

O valor da tensão  $\sigma_3 = f(\varepsilon_3)$  é obtido através da Figura 3.10 da EN 1992-1-1, em função de  $\varepsilon_3 = \varepsilon_{1+} + \Delta\varepsilon_{1+} + \Delta\varepsilon_2$ . Assim, o esforço tendo em conta o aumento da tensão é dado por:

$$P_1 = A_p \cdot \sigma_3$$

O esforço de compressão do betão é dado por:  $N_c = 0,8 \cdot f_{cd}$ , com  $x = \xi \cdot d_p$

A armadura passiva necessária vale, assim:  $A_s = \frac{N_c - P_1}{f_y}$  (se  $A_s < 0$ , então  $A_s = 0$ ).

#### 6.4.4.2 Caso de Armadura de Pré-Esforço Não-Aderente

Segundo a cláusula 5.10.8(2), da EN 1992-1-1, o aumento de tensão do pré-esforço efectivo para a tensão no estado limite último é dado por:

$$\Delta\sigma_{p,ULS} = 100 \text{ MPa}$$

de onde:

$$P_1 = P + 100 \cdot A_p$$

O cálculo é realizado para o caso de flexão composta no betão armado, considerando o momento atuante nas armaduras passivas tensionadas:

$$M_1 = M_{Ed} + P_1 \cdot (d - 0,5h)$$



O momento reduzido,  $\mu$ , é dado por:

$$\mu = \frac{M_1}{d^2 \cdot f_{cd}}$$

Sendo o valor de  $z$  obtido através de:

$$z = 0,5d \cdot (1 + \sqrt{1 - 2\mu}),$$

vem que o valor da armadura passiva necessária,  $A_s$ , é:

$$A_s = \left( \frac{M_1}{z} - P_1 \right) \cdot \frac{1}{f_y} \text{ (se } A_s < 0, \text{ então } A_s = 0).$$

em que:

$M_1$  - momento fletor atuante nas armaduras passivas tensionadas;

$d$  – altura útil da seção;

$z = d - 0,4x$  ( $x$  – distância entre a linha neutra da seção e a fibra mais comprimida).



## 6.5 VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITE DE SERVIÇO (ELS)

### 6.5.1 LIMITAÇÃO DAS TENSÕES

Em lajes pré-esforçadas por pós-tensão este assunto é importante, sobretudo, na verificação da segurança das zonas de ancoragem.

Segundo a cláusula 5.10.9 da EN 1992-1-1, nos cálculos nos estados limites de utilização devem considerar-se as possíveis variações do pré-esforço. São definidos dois valores característicos da tensão de pré-esforço no estado limite de utilização obtidos por:

$$\sigma_{k,sup} = r_{sup} \cdot \sigma_{pm} \quad \text{e} \quad \sigma_{k,inf} = r_{inf} \cdot \sigma_{pm}$$

em que:

$\sigma_{k,sup}$  - valor característico superior

$\sigma_{k,inf}$  - valor característico inferior

	Pré-Esforço Não Aderente	Pré-Esforço Aderente
$r_{sup}$	1,05	1,10
$r_{inf}$	0,95	0,90

Tabela 9 - Valores de  $r_{sup}$  e  $r_{inf}$  [B14]

Segundo a cláusula 7.2(1) da EN 1992-1-1, a tensão de compressão no betão deve ser limitada a um valor  $0,6.f_{ck}$ .

Segundo a cláusula 7.2(5) da EN 1992-1-1, o valor médio da tensão nas armaduras de pré-esforço não deverá exceder  $0,75.f_{pk}$ .



## 6.5.2 CONTROLO DA FENDILHAÇÃO

A fendilhação deve ser limitada de modo a que não prejudique o funcionamento correto ou a durabilidade da estrutura nem torne o seu aspecto inaceitável.

A fendilhação é normal em estruturas de betão armado sujeitas à flexão, esforço transversal, torção ou tracção resultantes de ações diretas ou de coação ou de deformações.

Poderão ser aceites fendas, sem procurar limitar a sua largura ou evitar a sua formação, desde que não prejudiquem o funcionamento nem a durabilidade da estrutura.

Deverá definir-se um valor limite  $w_{max}$  para a largura de fendas calculada,  $w_k$ , tendo em conta a função e a natureza da estrutura e os custos associados às medidas necessárias à limitação da fendilhação. [B14]

O cálculo do valor da abertura de fissuras  $w_k$  (Tabela 7.1N da EN 1992-1-1) é feito para seções fissuradas, ou seja, quando o momento atuante  $M_{qp}$ , em combinação quase permanente para armaduras não aderentes ou em combinação frequente para armaduras aderentes, verifica:

$$M_{qp} > M_{cr}$$

O momento de fissuração  $M_{cr}$  corresponde a uma tensão de tração do betão  $\sigma_{ct} = f_{ct,eff}$ , e é dado por:

$$M_{cr} = \frac{h^2}{6} \cdot \left( f_{ctm} + \frac{P}{h} \right)$$

Para elementos apenas com armaduras não aderentes, aplicam-se os requisitos relativos aos elementos de betão.

Para elementos com armaduras de pré-esforço aderentes e não aderentes, aplicam-se os requisitos relativos a elementos de betão pré-esforçado com armaduras aderentes.

A EN 1992-1-1 faz ainda referência ao controlo da fendilhação, com a utilização de quantidade mínima de armadura aderente nas zonas em que se prevejam tensões de tração.

O betão não fendilha para combinação quase-permanente se se verificar:

$$\sigma_c = \frac{M_{qp}}{b \frac{h^2}{6}} - \frac{P}{bh} < f_{ctm}$$



### 6.5.2.1 Armadura Passiva Mínima para o Controlo da Fendilhação

Segundo a cláusula 7.3.1(6) da EN 1992-1-1, nos casos em que o cálculo em ELS ou em ELU conduz a um valor nulo de armadura passiva, não é exigida armadura mínima.

Segundo a cláusula 7.3.2(4) da EN 1992-1-1, se o controle de fissuração for exigido, não é necessária armadura mínima apenas se o betão se encontra comprimido ou se o valor absoluto da tensão de tração no betão for inferior a  $f_{ct,eff}$ . Nesse caso:

$$A_{s,min} \cdot \sigma_s + \xi_1 \cdot A'_p \cdot \Delta\sigma_p = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}$$

com:

$$\sigma_s = f_{yk}$$

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{\phi_s}{\phi_p}} \text{ com:}$$

$\xi = 0,5$  para o caso de pós-tensão aderente e  $f_{ck} \leq 50$  MPa

$\phi_s$  - diâmetro máximo das armaduras passivas

$\phi_p = 1,75 \cdot \phi_{fio}$ , com 9,1 para um monocórdão T15 ou  $1,6\sqrt{A_p}$  para um conjunto de armaduras de seção  $A_p$

$A_p$  - área da seção de uma armadura ou de cabos de pré-esforço;

$A'_p$  - área da seção das armaduras pré ou pós-tensionadas existentes em  $A_{c,eff}$ ;

$A_{c,eff}$  - área da seção efetiva de betão tracionado que envolve as armaduras para betão armado ou de pré-esforço com uma altura  $h_{c,ef}$ , em que  $h_{c,ef}$  é o menor dos valores  $2,5(h-d)$ ,  $(h-x)/3$  ou  $h/2$ ;

$\Delta\sigma_p$  - variação de tensão nas armaduras de pré-esforço a partir do estado de extensão nula do betão no mesmo nível.

$$k_c = 0,4 \cdot \left[ 1 - \frac{\sigma_c}{k_1 \frac{h}{h^*} f_{ct,eff}} \right] \text{ (equação 7.2 da EN 1992-1-1), com:}$$

$$\sigma_c = \frac{P}{h}$$

$$k_1 = 1,5$$

$$h^* = \min[h; 1,0m]$$

$k = 1,0$  para  $h \leq 0,30m$  e  $k = 0,65$  para  $h \geq 0,80m$ , com interpolação entre estes limites;

$$f_{ct,eff} = f_{ctm}$$

$$A_{ct} = 0,5 \cdot h$$



### 6.5.3 CONTROLO DAS DEFORMAÇÕES

A deformação de um elemento ou de uma estrutura não deve ser excessiva para não pôr em causa o seu correto funcionamento e o seu aspeto.

O aspeto e as condições de utilização da estrutura podem ser alterados quando a flecha calculada de uma laje, sujeita a acções quase-permanentes, for superior a  $l/250$ . A flecha é calculada em relação aos apoios. Poderá prever-se uma contra-flecha para compensar parcial ou totalmente as deformações, mas, em geral, qualquer contra-flecha não deverá ser superior a  $l/250$ .

O cálculo das flechas deve ser feito em condições de carregamento apropriados devendo o método de cálculo adotado representar o comportamento real da estrutura e com o grau de precisão adequado aos objetivos de cálculo.

Segundo a cláusula 7.4.2 da EN 1992-1-1, em geral, não é necessário um cálculo explícito das flechas, uma vez que nos casos correntes são suficientes regras simples, tais como a limitação da relação vão/altura, para evitar, em situações normais, problemas de flecha.

A determinação do valor limite da relação vão/altura das lajes pode ser efetuado por duas formas distintas:

- ou utilizando as seguintes fórmulas (fórmulas simplificadas 7.16.a ou 7.16.b da EN 1992-1-1) ou a Tabela 10 (tabela 7.4N da EN 1992-1-1);

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right] \quad \text{se } \rho \leq \rho_0$$

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{se } \rho > \rho_0$$

em que:

$l/d$  – valor limite da relação vão/altura;

$K$  – coeficiente que tem em conta os diferentes sistemas estruturais;

$\rho_0$  – taxa de armaduras de referência =  $10^{-3} \sqrt{f_{ck}}$ ;

$\rho$  – taxa de armaduras de tração necessária a meio vão (ou no apoio no caso de consolas) para equilibrar o momento devido às acções de cálculo;



$\rho'$  – taxa de armaduras de compressão necessária a meio vão (ou no apoio no caso de consolas) para equilibrar o momento devido às ações de cálculo;

$f_{ck}$  em MPa

Sistema Estrutural	$K$	Betão fortemente solicitado $\rho = 1,5\%$	Betão levemente solicitado $\rho = 0,5\%$
Laje simplesmente apoiada armada numa ou em duas direções	1,0	14	20
Vão extremo de uma laje contínua armada numa direção ou de uma laje armada em duas direções contínua ao longo do lado maior	1,3	18	26
Vão interior de uma laje armada numa ou em duas direções	1,5	20	30
Laje sem vigas apoiada sobre pilares (laje fungiforme) (em relação ao maior vão)	1,2	17	24
Consola	0,4	6	8

Tabela 10 – Valores básicos da relação vão/altura útil para elementos de betão armado sem esforço normal de compressão [adaptada da tabela 7.4N de B14]

- ou fazendo uma integração da curvatura admitindo que a seção se encontra fissurada ou não fissurada, ou seja:
  - em seção não fissurada:  $se M_{qp} \leq M_{cr}$
  - em seção fissurada:  $se M_{qp} > M_{cr}$

Quando a tensão de tração do betão é inferior, ou ligeiramente superior, à tensão limite

$$f_{ct,fl} = \max[1,6h; 1] \cdot f_{ctm}$$

pode considerar-se a seção como não fissurada.



### 6.5.3.1 Coeficiente de Homogeneização

Com a introdução da EN 1992-1-1, o coeficiente de homogeneização,  $\alpha$ , já não é considerado constante e igual a 15, sendo necessário calculá-lo para cada projeto.

De acordo com o Anexo B da EN 1992-1-1 (expressão B.2), temos:

$$\varphi_{(\infty, t_0)} = \varphi_0 = \left[ 1 + \frac{1 - RH/100}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \cdot \frac{16.8}{f_{ck} + 8} \cdot \frac{1}{0.1 + t_0^2}$$

onde:

$RH$  - humidade relativa do meio ambiente, em %

$h_0$  - espessura equivalente do elemento, em mm:  $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u}$

$\alpha_1, \alpha_2$  - coeficientes que têm em conta a influência da resistência do betão:

$$\varphi_1 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7} \geq 1 \quad \text{e} \quad \varphi_2 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2} \geq 1, \quad \text{com } f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ [MPa]}$$

$t_0$  - idade à data do carregamento  $t_0$  corrigida:  $t_0 = t_{0,T} \cdot \left( \frac{9}{2 + t_{0,T}^{1.2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0.5$

$t_{0,T}$  - idade do betão à data do carregamento, em dias, corrigida em função da temperatura (expressão B.10 do Anexo B da EN 1992-1-1)

$\alpha = -1$  cimento da classe S;  $\alpha = 0$  cimento da classe N;  $\alpha = 1$  cimento da classe R

O coeficiente de homogeneização,  $\alpha$ , é dado pela seguinte expressão:  $\alpha = \frac{E_p(\text{ou } E_s)}{E_{cm}} \cdot (1 + \varphi_0)$



#### 6.5.4 CONTROLO DAS VIBRAÇÕES

As vibrações em lajes de edifícios podem advir de fontes externas, como é o caso do tráfego ferroviário e rodoviário, ou podem ter fonte de excitação no movimento de peões (como caminhar, saltar e dançar) ou devido a presença de máquinas, ou ainda devido ao vento, água, obras de construção, tais como condução ou a colocação de estacas-pranchas de vibração. A interação entre o peão e a estrutura pode ser caracterizada pela aplicação de uma ação periódica na laje. Tal facto conduz a uma resposta dinâmica do sistema que não deverá apenas cumprir critérios de segurança estrutural, mas também responder a critérios de serviço e de conforto humano.

Para garantir um comportamento satisfatório de uma estrutura a frequência natural de vibração relevante deve ser mantida suficientemente para além de valores críticos que dependem da função do edifício correspondente. (Tabela 11)

Estruturas	Frequência (Hz) $f_{crit}$
Ginásio e salões desportivos	8.0
Salões de dança e salas de concerto sem assento permanente	7.0
Salas de concerto com assento permanente	3.4
Estruturas para peões e ciclistas	(a definir caso a caso)

Tabela 11 - Frequência crítica em estruturas sujeitas a vibrações causadas por movimento de pessoas  
(fonte: CEB-FIP MODEL CODE 1990)



## 6.5.5 ARMADURA PASSIVA NO ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO (ELS)

### 6.5.5.1 Caso de Armaduras de Pré-Esforço Aderente

Determina-se o aumento de tensão nas armaduras, supondo que se permanece no domínio elástico.

Sendo:

$$\sigma_{c1} = \frac{P}{h} + \frac{(M_g + M_p) \cdot e_0}{\frac{h^3}{12}} \quad \text{e} \quad \sigma_{c2} = \frac{P}{h} + \frac{(M_g + M_p + M_q) \cdot e_0}{\frac{h^3}{12}}$$

- descompressão do betão:  $\Delta\sigma_c = \sigma_{c2} - \sigma_{c1}$
- alongamento do aço:  $\Delta\varepsilon_1 = \alpha \cdot \Delta\sigma_c$  (com  $\alpha$  = coeficiente de equivalência)
- força de pré-esforço:  $P_1 = P + \Delta\varepsilon_1 \cdot E_p \cdot A_p$
- método dos momentos relativos às armaduras tensionadas:  $M_1 = M_{ELS} + P_1 \cdot (d - 0,5h)$
- para determinar a seção das armaduras, procede-se por tentativas:

$$\beta = \frac{M_1}{d^2} \rightarrow \xi = \sqrt{\frac{6 \cdot \alpha \cdot \beta}{\sigma_s} \cdot \frac{1 - \xi}{3 - \xi}} \quad \text{por aproximações sucessivas, depois} \quad \sigma_c = \frac{\sigma_s}{\alpha} \cdot \frac{\xi}{1 - \xi}$$

Se  $\sigma_c > 0,6 \cdot f_{ck}$ , calcular  $\sigma_s = \alpha \cdot \sigma_c \cdot \frac{1 - \xi}{\xi}$  e recalculer de seguida  $\xi$  segundo o processo descrito anteriormente.

$$z = d \cdot \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) \rightarrow A_s = \left(\frac{M_1}{z} - P_1\right) \cdot \frac{1}{\sigma_s} \quad (\text{se } A_s < 0, \text{ então } A_s = 0).$$

A tensão nas armaduras passivas pode ser considerada igual a  $0,8 \cdot f_y$  (cláusula 7.2(5) da EN 1992-1-1).

### 6.5.5.2 Caso de Armaduras de Pré-Esforço Não Aderente

O aumento da tensão é difícil de determinar. Assim, por defeito, pode ser desprezada. O cálculo é feito como descrito anteriormente, com  $P_1 = P$ .





## 7 RESISTÊNCIA AO FOGO

Segundo a cláusula 5.2(5) da EN 1992-1-2, para as armaduras de pré-esforço admite-se que a temperatura crítica para varões é de 400 °C e para cordões e fios é de 350 °C. Esta hipótese corresponde aproximadamente a  $E_{d,fi} = 0,7 \cdot E_d$ ,  $f_{p0,1k}/f_{pk} = 0,9$  e  $\gamma_s = 1,15$  (nível de tensões  $\sigma_{s,fi}/f_{p0,1k}=0,55$ ).

Se não for efetuada uma verificação especial, de acordo com o disposto em 5.2(7) na EN 1992-1-2, para elementos tracionados, vigas e lajes pré-esforçadas, a distância necessária do eixo das armaduras ao paramento,  $a$ , deverá ser aumentada de:

- 10 mm para varões de pré-esforço, o que corresponde a  $\theta_{cr} = 400$  °C;
- 15 mm para fios e cordões de pré-esforço, o que corresponde a  $\theta_{cr} = 350$  °C.

Segundo a cláusula 5.2(7) da EN 1992-1-2, para elementos tracionados e para elementos simplesmente apoiados em flexão (exceto os elementos pré-esforçados com cabos não aderentes), para os quais a temperatura crítica é diferente de 500 °C, a distância do eixo das armaduras ao paramento, indicada nos Quadros 5.5, 5.6 e 5.9 da EN 1992-1-2, poderá ser alterada da forma seguinte:

- a) avaliar a tensão no aço,  $\sigma_{s,fi}$ , para as ações devidas à situação de incêndio ( $E_{d,fi}$ ) utilizando a expressão seguinte:

$$\sigma_{s,fi} = \frac{E_{d,fi}}{E_d} \cdot \frac{f_{yk}(20^\circ C)}{\gamma_s} \cdot \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}}$$

em que:

$\gamma_s$  - coeficiente parcial de segurança do aço para betão armado:  $\gamma_s=1,15$  (ver secção 2 da EN 1992-1-1);

$A_{s,req}$  - área de armadura necessária no estado limite último de acordo com a EN 1992-1-1;

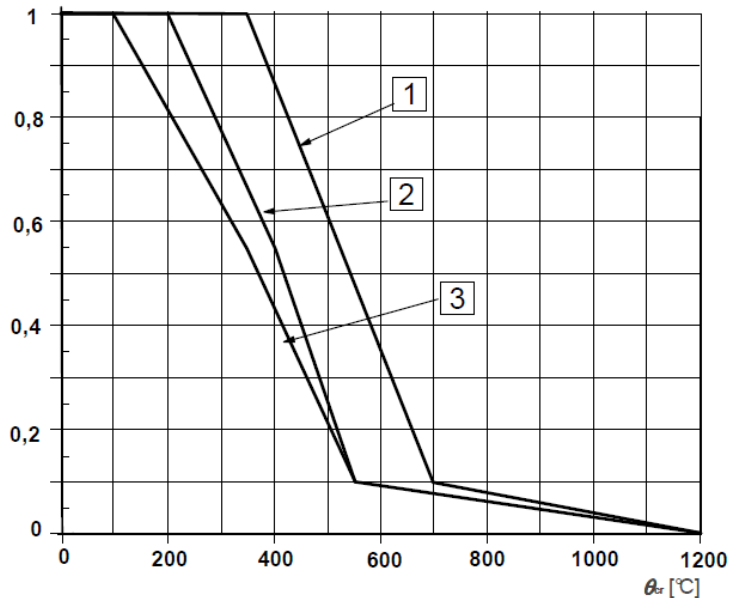
$A_{s,prov}$  - área da armadura efectivamente adoptada;

$E_{d,fi}/E_d$  - poderá ser avaliado segundo 2.4.2 da EN 1992-1-2.



- b) avaliar a temperatura crítica da armadura,  $\theta_{cr}$ , correspondente ao coeficiente de redução:
- $k_s(\theta_{cr}) = \sigma_{s,fi}/f_{yk}(20\text{ °C})$  utilizando a Figura 83 (curva de referência 1) para o aço para betão armado;
  - $k_p(\theta_{cr}) = \sigma_{p,fi}/f_{pk}(20\text{ °C})$  utilizando a Figura 83 (curva de referência 2 ou 3) para o aço de pré-esforço;

$k_s(\theta_{cr}), k_p(\theta_{cr})$



**Legenda:**

Curva 1: Aço para betão armado

Curva 2: Aço de pré-esforço  
(varões: ver EN 10138-4)

Curva 3: Aço de pré-esforço  
(fios e cordões: ver EN 10138-2 e -3)

Figura 83 (Figura 5.1 da EN 1992-1-2)- Curvas de referência para a temperatura crítica dos aços para betão armado e de pré-esforço,  $\theta_{cr}$  [B14]

- c) ajustar a distância mínima ao eixo, indicada nas figuras, à nova temperatura crítica,  $\theta_{cr}$ , utilizando a expressão seguinte, em que  $\Delta a$  é a alteração daquela distância em milímetros:

$$\Delta a = 0,1 \cdot (500 - \theta_{cr}) \text{ (mm)}$$



## 7.1 LAJES MACIÇAS SIMPLEMENTE APOIADAS

Resistência ao fogo padrão	Dimensões mínimas (mm)			
	espessura da laje $h_s$ (mm)	lajes armadas numa só direcção	distância ao eixo $a$	
			lajes armadas em duas direcções:	
1	2	3	$l_y/l_x \leq 1,5$	$1,5 < l_y/l_x \leq 2$
REI 30	60	10 <sup>*)</sup>	10 <sup>*)</sup>	10 <sup>*)</sup>
REI 60	80	20	10 <sup>*)</sup>	15 <sup>*)</sup>
REI 90	100	30	15 <sup>*)</sup>	20
REI 120	120	40	20	25
REI 180	150	55	30	40
REI 240	175	65	40	50

*$l_x$  e  $l_y$  são os vãos de uma laje armada em duas direcções (perpendiculares) em que  $l_y$  é o maior vão.  
Para lajes pré-esforçadas, deverá aumentar-se a distância ao eixo de acordo com 5.2(5).  
A distância ao eixo  $a$ , indicada nas colunas 4 e 5 para lajes armadas em duas direcções, refere-se a lajes apoiadas nos quatro lados.  
Caso contrário, essas lajes deverão ser tratadas como lajes armadas numa só direcção.  
\*) O recobrimento especificado na EN 1992-1-1 é, em geral, condicionante.*

Tabela 12 (Quadro 5.8 da EN 1992-1-2) - Dimensões e distâncias mínimas ao eixo de lajes maciças simplesmente apoiadas de betão armado ou pré-esforçado armadas numa direcção e em duas direcções

## 7.2 LAJES MACIÇAS CONTÍNUAS

Os valores indicados na Tabela 12 (colunas 2 e 4) também se aplicam a lajes contínuas armadas numa só direcção ou em duas direcções.

A tabela 12 e as regras seguintes aplicam-se a lajes no caso em que a redistribuição de momentos não excede 15 % para o cálculo à temperatura normal. Na ausência de um cálculo mais rigoroso e quando a redistribuição excede 15 % ou quando as regras construtivas presentes na EN 1992-1-2 não são seguidas, cada vão da laje contínua deverá ser avaliado como uma laje simplesmente apoiada utilizando a Tabela 12 (colunas 2, 3, 4 ou 5, respectivamente).

As regras indicadas na cláusula 5.6.3(3) da EN 1992-1-2 para vigas contínuas também se aplicam a lajes contínuas. Se estas regras não forem seguidas, cada vão da laje contínua deverá ser avaliado como simplesmente apoiado, como acima se especifica.

Deverá utilizar-se, no apoio intermédio, uma armadura superior mínima,  $A_s \geq 0,005.A_c$ , nos seguintes casos:



- a) o aço das armaduras é um aço endurecido a frio;
- b) lajes contínuas de dois vãos, nas quais não é conferida resistência à flexão nos apoios extremos, resultante de cálculo de acordo com a EN 1992-1-1 e/ou através de disposições construtivas adequadas (ver, por exemplo, a secção 9 da EN 1992-1-1);

### 7.3 LAJES FUNGIFORMES MACIÇAS

As regras seguintes aplicam-se a lajes fungiformes nas quais a redistribuição de momentos de acordo com a secção 5 da EN 1992-1-1 não excede 15 %. Caso contrário, as distâncias ao eixo deverão ser consideradas como no caso das lajes armadas numa só direcção (coluna 3 da Tabela 11) e a espessura mínima será a especificada na Tabela 13.

Resistência ao fogo padrão	Dimensões mínimas (mm)	
	espessura da laje $h_s$	distância ao eixo $a$
1	2	3
REI 30	150	10 <sup>*)</sup>
REI 60	180	15 <sup>*)</sup>
REI 90	200	25
REI 120	200	35
REI 180	200	45
REI 240	200	50

<sup>\*)</sup> O recobrimento especificado na EN 1992-1-1 é, em geral, condicionante.

Tabela 13 (Quadro 5.9 da EN 1992-1-2) - Dimensões e distâncias mínimas ao eixo de lajes fungiformes maciças de betão armado ou pré-esforçado

Para classes de resistência ao fogo iguais e superiores a REI 90, pelo menos 20 % da armadura superior total em cada direcção sobre os apoios intermédios, especificada na EN 1992-1-1, deverá ser prolongada ao longo de todo o vão. Esta armadura deverá ser colocada na faixa sobre os pilares.

A espessura mínima da laje não deverá ser reduzida (por exemplo, tomando em consideração os acabamentos de pavimento).

A distância ao eixo  $a$  refere-se à distância do eixo das armaduras da camada inferior.

No caso de lajes fungiformes maciças pré-esforçadas (cordões aderentes ou não aderentes), e na ausência de cálculos mais exatos, a resistência ao fogo é verificada desde que se respeitem as disposições mínimas da Tabela 12, com algumas disposições de armaduras passivas.



## 8 CASO DE ESTUDO: PROCESSO CONSTRUTIVO DE EXECUÇÃO DE LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO NUM EDIFÍCIO HABITACIONAL E DE COMÉRCIO

### 8.1 INTRODUÇÃO

Apresenta-se neste capítulo um conjunto de fotografias e respetivo texto descritivo das mesmas relativo ao processo construtivo de execução de lajes pré-esforçadas num edifício de habitação e de comércio, na cidade de Valência, em Espanha, no qual foram mantidas as fachadas pré-existentes.

Esta recolha de informação foi elaborada, tendo como base a tese final de mestrado "*Aplicación del Hormigón Postesado en Edificación*", elaborada em 2010 por Francisco Orts Borrás, aluno da Universidad Politécnica de Valência, referida na bibliografia do presente trabalho como [B6].

### 8.2 DESCRIÇÃO DO EDIFÍCIO

A planta do edifício é de forma trapezoidal com 45x25m, aproximadamente. As fachadas do edifício pré-existente foram mantidas.



Figura 84 - Interior do edifício. Fachadas pré-existentes. [B6]



Nos pisos de cave, a estrutura foi executada fundamentalmente por pilares e muros de suporte perimetrais em betão armado, que suportam lajes maciças também de betão armado. No entanto, as lajes de piso foram executadas em betão pré-esforçado devido aos grandes vãos como consequência do desaparecimento de alguns pilares no piso de rés-do-chão. Optou-se pela solução de lajes pré-esforçadas para aumentar os vãos da zona comercial, valorizando assim o preço por m<sup>2</sup>, e para facilitar a distribuição nas habitações de luxo.

Em traços gerais, o edifício ficou com a seguinte estrutura:

- seis pisos de cave, destinados a garagem;
- piso de rés-do-chão, destinado à entrada e a uso comercial;
- 1º piso, destinado a uso comercial;
- 2º e 3º pisos, destinados a habitação de luxo;
- 4º piso destinado a espaço para arrumação;
- laje de cobertura.

### 8.3 LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR POS-TENSÃO

A escolha de lajes pré-esforçadas por pós-tensão resultou das necessidades arquitetónicas para otimizar a exploração do edifício.

Para vãos de aproximadamente 11m, esta solução foi a mais racional, pois permite lajes com espessura menor, sem minorar as características estruturais e económicas.

A empresa *Freyssinet* efetuou os cálculos, forneceu e instalou o pré-esforço em cada uma das quatro lajes (4400 m<sup>2</sup> no total).

#### Estudo Comparativo entre Pré-Esforço Aderente e Não-Aderente

Depois da escolha da solução de lajes pré-esforçadas por pós-tensão foi necessário optar por um sistema de pré-esforço aderente ou não aderente. Assim, foi elaborado um estudo comparativo entre as duas soluções.

O sistema não aderente tem a vantagem de não requerer injeção posterior à aplicação da força de pré-esforço, com as vantagens de execução que isso implica; no entanto, com este sistema, no Estado Limite Último só é possível dispor da tensão média de pré-esforço em serviço acrescida de um certo



incremento, compatível com a deformação global entre as ancoragens. Isto pode levar a um incremento da armadura ativa requerida, especialmente no caso de cargas elevadas, como no caso deste edifício.

No sistema de pré-esforço com cabos aderentes é necessária a injeção posterior à aplicação da força de pré-esforço; no entanto, é possível dispôr de uma maior capacidade resistente da armadura ativa com a consequente diminuição de quantidades necessárias em relação ao sistema não aderente.

### 8.3.1 ASPETOS PRINCIPAIS DO PROJETO

A execução das lajes pré-esforçadas teve uma particularidade: as quatro fachadas do edifício pré-existente foram mantidas, tendo uma delas a particularidade de ser uma empena dividida com a construção vizinha, não sendo assim possível o acesso às ancoragens ativas que se situassem na extremidade da laje.



Figura 85 - Vista geral. Fachadas pré-existentes. [B6]

Nos casos em que não foi possível colocar as ancoragens ativas nos vãos de escada, vãos de elevador, vãos para ventilação ou clarabóias, recorreu-se à utilização de ancoragens do tipo M (Figura 86).



Figura 86 - Ancoragem do tipo M. [B6]

As espessuras da laje variaram entre os 32 e 35cm, em função das cargas atuantes.

Foi utilizado betão de resistência característica  $f_{ck} = 35$  MPa, aplicando-se a força de pré-esforço ao fim de 5 dias.

As ancoragens ativas utilizadas foram 4C15, 7C15, 5F15 e 4M15, da *Freyssinet*. As ancoragens do tipo C e F foram tracionadas com um macaco hidráulico monocordão, enquanto que as ancoragens do tipo M foram tracionadas com um macaco hidráulico multicordão.

As ancoragens passivas foram executadas com ancoragens *standard* por aderência tipo bolbo.

### 8.3.2 PROCESSO CONSTRUTIVO DE EXECUÇÃO DE LAJES PRÉ-ESFORÇADAS

A construção de cada uma das lajes pré-esforçadas pode esquematizar-se nas seguintes fases:

1. Execução da cofragem.
2. Localização dos cabos.
3. Montagem da armadura passiva inferior e reforço ao punçoamento.
4. Montagem das bainhas.
5. Embainhamento dos cabos e montagem das ancoragens ativas/passivas.
6. Montagem da armadura passiva superior e dos tubos de purga.



7. Betonagem.
8. Aplicação da força de pré-esforço.
9. Injeção da calda de cimento.

#### 8.3.2.1 – Execução da Cofragem

Foi utilizado o sistema de cofragem horizontal da marca *ULMA*, modelo *RAPID*. Trata-se de um sistema modular recuperável de fácil e rápida montagem, adequado para a execução deste tipo de lajes.

Este sistema permite a montagem prévia do reticulado metálico e a posterior colocação do tabuado. Assim, é possível recuperar o material da cofragem sem ser necessário desmontar a estrutura metálica que suporta as cargas e as transmite às escoras (Figura 87).

A cofragem, de aproximadamente 1000 m<sup>2</sup>, foi executada em 5 dias por uma equipa formada por 5 operários.



Figura 87 - Cofragem de uma das lajes [B6]

O piso, ao estar limitado nas quatro extremidades pelas fachadas existentes, apresentou um inconveniente para este sistema de cofragem. Foi necessário rematar dois dos lados da cofragem com tábuas de dimensões irregulares, uma vez que este sistema não se ajustava à superfície da laje (Figura 88). Consequentemente, foi necessário mais tempo para executar a cofragem, o que encareceu a sua montagem.



Figura 88 - Remate perimetral da cofragem [B6]

### 8.3.2.2 – Localização dos Cabos

Uma vez executada a montagem da cofragem horizontal e colocadas as escoras nos vãos interiores procedeu-se à localização dos cabos, de acordo com os desenhos executados pela empresa *Freyssinet* (Figura 89).

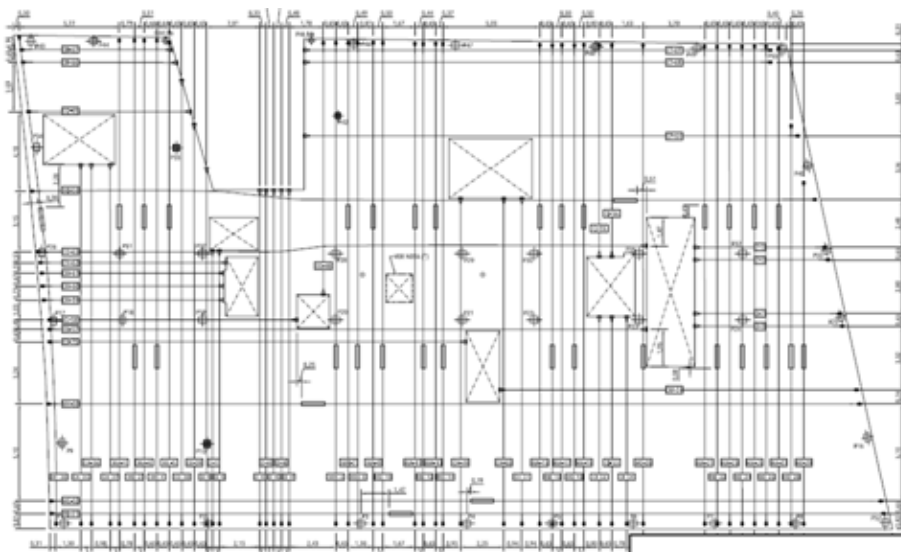


Figura 89 - Planta de implantação dos cabos, elaborada pela empresa *Freyssinet* [B6]

A localização consistiu na marcação do alinhamento de cada um dos cabos segundo as plantas do projeto. Ao mesmo tempo, e com um *spray*, foi marcada a localização da "cadeira" assim como a altura que deveria alcançar cada cabo em cada tramo, segundo as plantas de traçado dos cabos (Figura 90).



Figura 90 - Localização dos alinhamentos dos cabos: alturas e negativos [B6]



Figura 91 - Marcação dos alinhamentos dos cabos [B6]



Figura 92 - Trabalhos de marcação dos alinhamentos dos cabos [B6]

Simultaneamente à localização dos cabos, localizaram-se todas as furações necessárias para instalações futuras, pois em hipótese alguma se pode correr o risco de se cortar algum cabo. Para esse efeito colocaram-se tubos em PVC para passagem de instalações (Figura 93).



Figura 93 - Tubagem para passagem de instalações [B6]



### 8.3.2.3 – Montagem da Armadura Passiva Inferior e Reforço ao Punçoamento

Uma vez executadas todas as marcações, procedeu-se à montagem da armadura passiva e dos reforços ao punçoamento.

Sendo que a armadura base da laje era homogénea e constituída por diâmetros inferiores a 16 mm (diâmetro limite para uma tesoura manual eléctrica), optou-se pela colocação de uma malha eletrossoldada e varões soltos para os reforços necessários, otimizando assim os tempos de montagem (Figura 94).



Figura 94 - Montagem da armadura passiva inferior [B6]



Figura 95 - Trabalhos com a armadura passiva inferior [B6]



Tendo as lajes pré-esforçadas sido recalculadas pela empresa *Freyssinet* e o resto da estrutura, incluindo os pilares, ter sido calculada por outra empresa de projeto, surgiram incompatibilidades na dimensão dos mesmos. A empresa *Freyssinet* sugeriu a execução de capitéis de betão armado como reforço ao punçoamento. Esta solução foi de imediato rejeitada pela promotora, tendo a *Freyssinet* optado por um reforço ao punçoamento à base de chapas metálicas e varões de aço nervurado para evitar assim a rotura da laje (Figura 96).



Figura 96 - Reforços ao punçoamento antes da sua instalação [B6]

Em alguns casos, revestiram o topo dos pilares de betão com chapas metálicas ligadas com argamassas à base de resinas (Figura 97).



Figura 97 - Reforço ao punçoamento (revestimento do pilar com chapas metálicas) [B6]

#### 8.3.2.4 – Montagem das Bainhas

As bainhas foram apoiadas amarrando uma extremidade de cerca de 6-8mm a uma "cadeira" através de arames. Esta extremidade foi colocada à altura anteriormente marcada segundo o traçado de cada cabo (Figuras 98 e 99).



Figura 98 - Trabalhos de montagem das bainhas [B6]

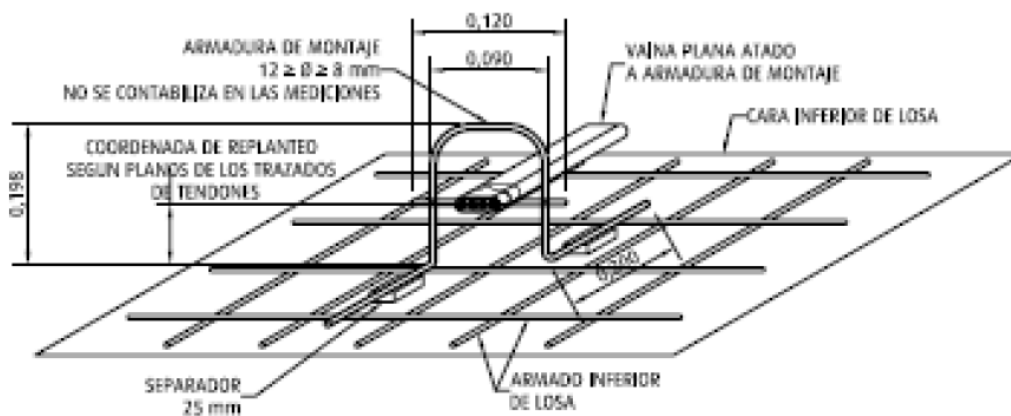


Figura 99 - Disposição de uma bainha [B6]



As bainhas foram fornecidas com um comprimento de 4 m. Assim, foi necessária a sua sobreposição nas extremidades para perfazer o comprimento total necessário. A união entre bainhas foi reforçada (ou selada) com fita adesiva para evitar que o betão fresco entrasse no seu interior (Figuras 100 e 101).



Figura 100 - Disposição das bainhas com as respetivas selagens e encontro com reforços [B6]



Figura 101 - Pormenor da selagem da bainha e ancoragem ativa [B6]



Figura 102 - Vista geral da montagem das bainhas [B6]

#### 8.3.2.5 – Embainhamento dos Cabos e Montagem das Ancoragens Ativas/Passivas

Esta operação realiza-se, sempre que possível, antes da betonagem. Isto deve-se ao facto de existirem riscos de enrugamento ou mesmo rotura das bainhas durante a betonagem, o que impediria a operação de embainhamento.

Uma vez cortados os cordões, procedeu-se à elaboração em obra do bolbo para a ancoragem passiva. A ancoragem passiva deste projeto é do tipo ilustrado na Figura 103:

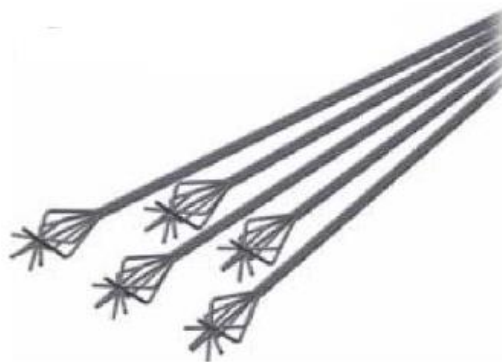


Figura 103 - Bolbo para ancoragem passiva [B6]

Para a execução destes bolbos utilizaram-se as ferramentas da Figura 104.

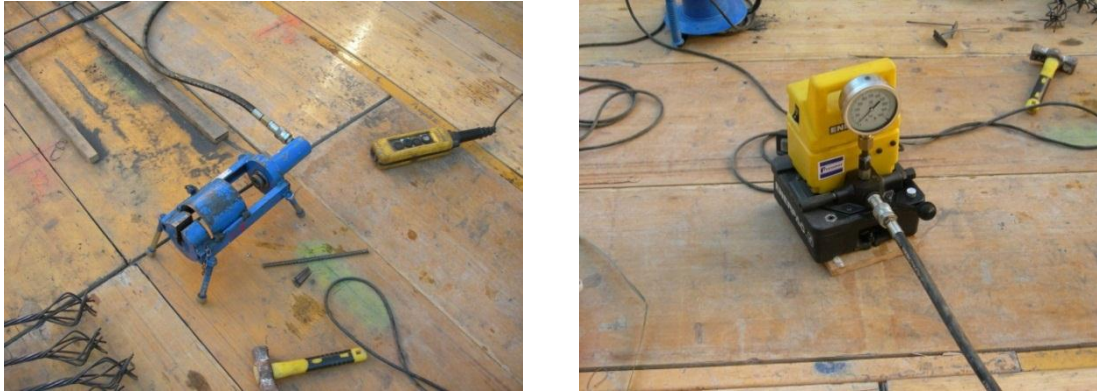


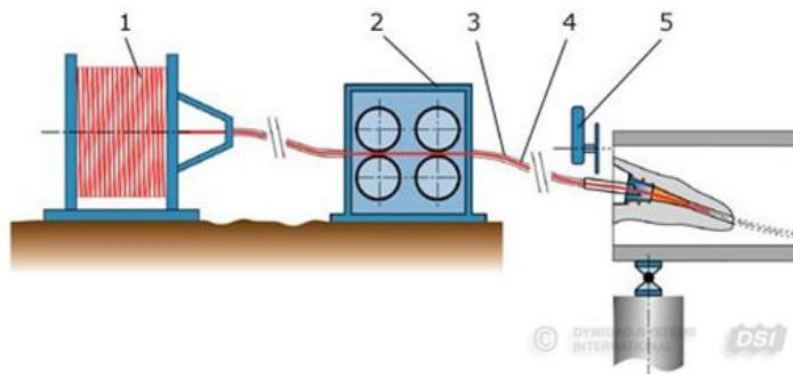
Figura 104 - Ferramentas para a execução dos bolbos [B6]

Estas exercem uma pequena compressão na extremidade do cordão dando-lhes a forma de bolbo, através de uma peça metálica em forma de bala (Figura 105) colocada na extremidade do cabo, que evita que este se desfie ou danifique a bainha.



Figura 105 - Peça tipo "bala" para o embainhamento [B6]

Finalmente, cortados os cordões e executados os bolbos da ancoragem passiva procedeu-se à introdução do cordão no interior da bainha. Para isso, foi instalada a bobina de armadura ativa no lança-cabos e de seguida procedeu-se ao embainhamento, conforme o esquema da Figura 106:



- 1 - Bobina
- 2 - Lança-cabos
- 3 - Cabo de aço
- 4 - Bainha
- 5 - Dispositivo de corte

Figura 106 - Esquema do embainhamento das armaduras [B6]

Dispõe-se, previamente, um reforço de armadura passiva de forma helicoidal em torno das ancoragens ativas (Figura 107).

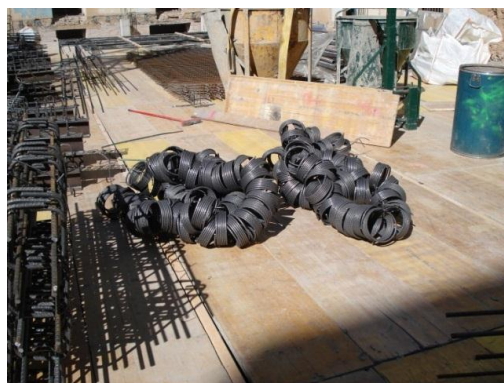


Figura 107 - Armadura para reforço das ancoragens ativas [B6]



Figura 108 - Ancoragens passivas [B6]



### 8.3.2.6 – Montagem da Armadura Passiva Superior e dos Tubos de Purga

Após o embainhamento dos cabos e a montagem das ancoragens, procedeu-se à montagem da armadura passiva superior (Figura 109) e à colocação dos tubos de purga (Figuras 110 e 111).

Os tubos de purga foram colocados ao longo das bainhas e em cada extremidade do cabo.



Figura 109 - Selagem e montagem da armadura superior [B6]

Nas extremidades das ancoragens ativas, onde foi instalado o macaco hidráulico para a execução do pré-esforço, os tubos de purga foram fixados mediante uma abraçadeira e arame (Figura 110).



Figura 110 - Tubos de purga na extremidade das ancoragens ativas [B6]

Nas extremidades das ancoragens passivas, por onde se purga a injeção, colocou-se espuma de poliuretano que além de fixar o tubo, impediu a entrada de betão no interior da bainha (Figura 111).



Figura 111 - Tubos de purga na extremidade das ancoragens passivas [B6]

#### 8.3.2.7 – Betonagem

O volume de betão necessário e os tempos disponíveis para a betonagem levaram à utilização em obra de betão bombeado. Pelo facto das fachadas terem sido mantidas e o edifício se localizar em pleno centro da cidade não foi possível a instalação de uma auto-bomba. A opção foi instalar uma bomba estática no interior da obra para verter o betão (Figura 112).



Figura 112 - Bomba de betão estática [B6]



Figura 113 - Trabalhos durante a betonagem [B6]

Para o espalhamento do betão nos pisos elevados foi instalado um distribuidor tipo "polvo" (Figura 114).



Figura 114 - Espalhamento do betão [B6]

As juntas de betonagem foram executadas com elementos metálicos, conforme ilustrado na Figura 115.



Figura 115 - Juntas de betonagem metálicas [B6]

As juntas de betonagem permitiram a execução das lajes em mais do que uma betonagem. Assim, foi possível tirar partido do betão da primeira bombagem como zona de armazenamento de materiais e ferramentas, após a sua secagem e endurecimento, e melhorar a organização da obra, uma vez que não existia uma zona com essa função.



Figura 116 - Organização da obra sobre o betão após a sua secagem e endurecimento [B6]

### 8.3.2.8 – Aplicação da Força de Pré-Esforço

Após a betonagem e descofragem da laje procedeu-se à colocação das cabeças de ancoragem e cunhas.

O processo de aplicação da força de pré-esforço teve início uma vez alcançada a resistência do betão e após os ensaios obrigatórios de rotura à compressão dos provetes de betão e a comunicação dos resultados ao responsável pela obra.

O equipamento de pré-esforço utilizado consistiu numa série de macacos e cilindros hidráulicos, assim como bombas hidráulicas para alcançar a carga de pré-esforço desejada (Figuras 117 e 118).



Figura 117 - Macaco hidráulico de pré-esforço [B6]



Figura 118 - Bombas hidráulicas de pré-esforço [B6]

A capacidade destes macacos oscila entre os 250 e 15000 kN.

O processo de aplicação do pré-esforço realizou-se de acordo com as indicações do programa de pré-esforço elaborado previamente.

As ancoragens do tipo C e F foram pré-esforçadas com macaco monocordão (Figuras 119 e 120), enquanto que as ancoragens do tipo M foram pré-esforçadas com macaco multicordão (Figuras 121 e 122).



Figura 119 - Aplicação da força de pré-esforço em ancoragens com macaco monocordão [B6]



Figura 120 - Ancoragens após a aplicação da força de pré-esforço [B6]



Figura 121 - Preparação de macaco hidráulico multicordão [B6]



Figura 122 - Aplicação da força de pré-esforço com macaco hidráulico multicordão [B6]

#### 8.3.2.9 – Injeção da Calda de Cimento

A injeção foi efetuada utilizando um equipamento de injeção à pressão (Figura 123). Os valores da pressão da bomba podem oscilar entre 3 e 7 atm.



Figura 123 - Equipamento de injeção [B6]

A injeção é realizada sempre a partir dum ponto baixo do cabo. Este ponto pode ser uma das ancoragens, quando disponha de uma tampa com a correspondente mangueira de injeção, ou ao longo do cabo, utilizando uma boca de injeção intermédia.

As bainhas foram previamente limpas com ar comprimido antes da injeção.



## 9 CONCLUSÕES

Uma das consequências do desenvolvimento da técnica do pré-esforço por pós-tensão foi a evolução da geometria das lajes dos edifícios, uma vez que aumentou a possibilidade para vencer grandes vãos, encurtando os tempos de execução e proporcionando uma série de vantagens relativas à durabilidade, segurança e economia. Assim, passou a ser possível projetar espaços cada vez mais amplos que permitam flexibilidade tanto de uso como de distribuição dos espaços.

Durante a construção de um edifício, são três as principais preocupações: funcional, ecológica e económica. O betão pré-esforçado por pós-tensão, pelo seu desempenho, permite atingir estes objetivos graças a uma melhor utilização das características mecânicas do betão e do aço.

Relativamente à mão-de-obra, o posicionamento de bainhas, cabos e ancoragens é realizado pelas equipas habituais em obra, ou seja, não requer uma formação específica, bastando para o efeito uma supervisão de um técnico especializado em obra. As intervenções de equipas especializadas aquando da aplicação da força de pré-esforço são reduzidas.

A redução de materiais, como o betão e o aço, numa solução de elementos estruturais em betão armado pré-esforçado não é suficiente para avaliar a redução de custos, uma vez que o custo das lajes de um edifício representa, em geral, uma percentagem reduzida do total da estrutura. A economia, ao ser utilizada esta solução, deve entender-se como uma economia presente durante toda a vida da estrutura.

Apesar da falta de legislação nacional dedicada à tecnologia de pré-esforço em lajes, não existem obstáculos técnicos para o seu desenvolvimento, sendo os projetos elaborados segundo bases conhecidas, nomeadamente a larga experiência adquirida na utilização desta tecnologia ao longo de várias décadas a nível internacional.

Sintetizam-se de seguida as vantagens técnicas e económicas resultantes do uso desta solução em lajes de edifícios, em relação à solução com lajes em betão armado convencional.

- Vantagens Estruturais:
  - os materiais de alta resistência utilizados na conceção das lajes (aços de alto limite elástico e betões de resistências elevadas) conferem-lhes um aumento notável da capacidade resistente quando submetidas à flexão;



- a maior resistência exigida ao betão traz vantagens económicas consideráveis devido ao aproveitamento total do betão (no betão armado, pelo contrário, a influência de uma maior resistência do betão não tem consequências práticas em toda a zona tracionada, pelo que não existem vantagens económicas em exceder uma determinada resistência característica para peças de betão armado em flexão);
  - o apropriado traçado dos cabos que passam pelos apoios (pilares, paredes resistentes, etc) leva a uma maior resistência ao punçoamento das lajes;
  - a diminuição da espessura das lajes implica uma considerável diminuição do peso próprio da estrutura em relação a uma estrutura com lajes de betão armado convencional, permitindo o aumento dos vãos a vencer, sem diminuição da sua capacidade portante; a redução do peso próprio da estrutura implica também uma diminuição das solicitações ao nível das fundações;
  - a diminuição dos efeitos da retração do betão, uma vez que os elementos são submetidos a esforços de compressão em idades precoces, permite o aumento do espaçamento entre juntas de retração e de dilatação, resultando na redução do seu número ou mesmo na sua supressão;
  - as forças de compressão introduzidas pelo pré-esforço equilibram as cargas exteriores, reduzindo não só as deformações instantâneas como também as diferidas.
- Melhor Comportamento Anti-Sísmico:
    - a redução do peso próprio das lajes faz com que as solicitações sísmicas sejam de menor intensidade;
    - a grande ductilidade das lajes faz com que o seu comportamento sísmico seja significativamente superior ao de uma laje de betão armado convencional.
- Vantagens Arquitetónicas:
    - a solução pré-esforçada possibilita a adaptação à geometria variável, e por vezes complexa, das construções modernas, otimizando-se assim a utilização das superfícies, como consequência do aumento dos vãos, o que implica a redução do número de pilares;
    - a diminuição da espessura das lajes possibilita ganhos em altura do edifício, traduzindo-se num aumento do número de pisos.
- Economia de Materiais e Equipamento:
    - a adoção do sistema pré-esforçado em lajes proporciona uma economia considerável no custo dos materiais, principalmente no betão e na armadura passiva: são necessárias menores



quantidades de betão e de aço nervurado como armadura passiva, e a utilização de armadura ativa não repercute num incremento de custos no balanço global;

- graças ao "efeito de costura" é possível a construção por fases, permitindo a reutilização do equipamento, solidarizando-se posteriormente os elementos construídos.
  
- Vantagens devidas à Diminuição da Fissuração:
  - uma laje pré-esforçada, ao encontrar-se permanentemente comprimida, oferece um ótimo comportamento em relação à fissuração, resultando em elementos mais rígidos, duráveis e estanques (ou impermeáveis), logo com uma maior proteção das armaduras em relação à corrosão e maior resistência ao fogo do que as lajes de betão armado convencional.
  
- Maior Resistência à Fadiga:
  - as lajes de betão pré-esforçado oferecem uma alta resistência à fadiga, uma vez que a amplitude das variações de tensão na armadura ativa, sob cargas alternadas, é muito reduzida.
  
- Compensação das flechas em serviço
  - o pré-esforço introduz deformações opostas às produzidas pelas cargas exteriores, reduzindo desta forma a flecha diferida, obtendo-se menores deformações em relação às lajes de betão armado convencional.
  
- Maior Rapidez de Execução:
  - após a conclusão dos trabalhos de pré-esforço numa laje a estrutura já é auto-resistente, pelo que permite a descofragem mais cedo relativamente às lajes de betão armado convencional, uma vez que as aplicações de tensão podem ser realizadas em idades precoces do betão. Isto resulta numa notável redução no tempo de execução e dos custos associados. Isto faz com que a solução pré-esforçada seja uma excelente opção para uma obra com prazos de execução curtos.
  
- Menor Impacto Ambiental:
  - a redução das quantidades de materiais utilizados (betão, aço, etc) é a principal fonte de diminuição das emissões de CO<sub>2</sub> e da economia de energia. A energia utilizada na produção dos cabos de aço de alta resistência é compensada pelo seu desempenho mais elevado.



No entanto, apesar do grande número de vantagens das lajes pré-esforçadas por pós-tensão relativamente às lajes de betão armado convencional, existem também alguns inconvenientes, nomeadamente:

- a execução de trabalhos não previstos, ou a ancoragem de qualquer elemento na laje após a obra executada, é um processo mais delicado do que em lajes tradicionais;
- os cabos são elementos que estão em tensão pelo que, em caso de rotura, essa tensão perde-se fazendo “saltar” a cunha situada no lado da ancoragem ativa, rompendo a laje e fazendo sobressair o cordão ou os cordões; assim, quando se executam aberturas não previstas inicialmente, é necessário tomar medidas de segurança para evitar danos materiais e pessoais;
- o betão utilizado, embora em menor quantidade do que nas lajes de betão armado convencional, é de resistência superior e, portanto, a sua repercussão em custos/m<sup>3</sup> é maior;
- relativamente ao equipamento, são necessários macacos hidráulicos de tração específicos;
- ancorar estruturas auxiliares posteriormente à execução de lajes pré-esforçadas por pós-tensão requer um controlo exaustivo para a não deterioração ou corte de nenhum cabo em tensão;
- a quantidade de cofragem a executar é maior, uma vez que é necessário um espaço auxiliar para se poder tracionar os cabos;
- a rotura de um cordão requer uma reparação, na maior parte das vezes, complexa.

Relativamente aos dois sistemas de pré-esforço por pós-tensão existentes, as vantagens do sistema aderente são, de uma forma geral, estruturalmente superiores às do sistema não aderente:

- no sistema aderente é necessária injeção de calda de cimento posteriormente à aplicação da força de pré-esforço; no entanto, é possível dispor de uma maior capacidade resistente da armadura ativa, com a conseqüente diminuição da quantidade necessária relativamente ao sistema não aderente.
- o sistema não aderente tem a vantagem de não requerer injeção de calda de cimento posteriormente à aplicação da força de pré-esforço, com as vantagens de execução que isso implica; no entanto, no ELU só é possível dispor da tensão média de pré-esforço em serviço, acrescida de um certo incremento, compatível com a deformação global entre as ancoragens, podendo isto levar a um incremento de armadura ativa requerida.

Assim, no caso do controlo das deformações ser o principal motivo pelo qual se pré-esforça uma laje, a eficiência dos dois sistemas é idêntica. No entanto, no caso do prazo de execução da obra ser um dos principais requisitos, é preferível optar pelo sistema não aderente, uma vez que permite uma maior rapidez de execução.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [B1] Catálogo "PT concrete slabs", *Freyssinet*, 2006.
- [B2] Alonso Cobo Escamilla, *Hormigón Pretensado*; Fundación Escuela de la Edificación, Madrid, 2010.
- [B3] Catálogo "Post-tensioned in Buildings", *VSL*, 1992
- [B4] *La Précontrainte dans le Bâtiment*, publicado por SEDIP ([www.sedip.org](http://www.sedip.org))
- [B5] prEN 10138-3:2000 – *Prestressing steel - Part 3: Strands*
- [B6] Borrás, Francisco Orts, *Aplicación del Hormigón Postesado en Edificación*, Valência, 2010.
- [B7] Catálogo "VSL Construction Systems", *VSL*, 2006
- [B8] Jacinto, Luciano, *Folhas da disciplina de Betão Estrutural III*, ISEL - Instituto Superior de Engenharia de Lisboa ( DEC - Departamento de Engenharia Civil), Lisboa, 2007
- [B9] *Post-Tensioning Systems for Slabs*, Technical Department Tensacciai, Tensacciai, 2008
- [B10] Freyssinet, *O pré-esforço em lajes*
- [B11] FIB Bulletin 31: *Post-tensioning in buildings*, Technical report, 2005
- [B12] Sousa Camposinhos, R , *Lajes Pré-Esforçadas por Cabos Não Aderentes: Um Guia de Dimensionamento e Projecto* - Dissertação para obtenção do Grau de Mestrado em Construção de Edifícios, FEUP, Porto, 1991
- [B13] Marchão, C.; Appleton, J.; *Estrutura de Betão Armado II, Modulo 1; Folhas da disciplina de EBAlI do IST*; 2011/2012.
- [B14] EN 1992-1-1 - Eurocódigo 2 - *Projeto de Estruturas de Betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*.
- [B15] Ramos, A.; *Punçamento em Lajes Fungiformes Pré-Esforçadas*, tese para obtenção do grau de doutor, Março de 2003, IST.



[B16] Appleton, J.; Camara, J.; Almeida, J.; Gomes, A.; Apontamentos de apoio às aulas do curso de Betão Armado e pré-esforçado II, volume I, dimensionamento e pormenorização de lajes, Março de 1989.

[B17] Ramos, A.; Lúcio, V.; Estrutura de betão Armado II, Folhas da disciplina de EBA II da FCT; 2010/2011.

[B18] Ramos, A.; Lúcio, V.; Comportamento pós-rotura de lajes fungiformes pré-esforçadas, Revista Portuguesa de Engenharia de estrutura. Serie II, nº 1, Julho de 2007



## **BIBLIOGRAFIA WEB**

- [W1] <http://www.contemporist.com/2015/02/28/a-house-designed-for-a-swiss-family-living-in-thailand/>
- [W2] <http://www.engenhariacivil.com/injeccao-calda-cimento-estruturas-betao-pre-esforcado>
- [W3] [http://40.media.tumblr.com/34fb4c296fc34ece1ec5db4649795e37/tumblr\\_mtjbanKRoq1r79v1io1\\_1280.jpg](http://40.media.tumblr.com/34fb4c296fc34ece1ec5db4649795e37/tumblr_mtjbanKRoq1r79v1io1_1280.jpg)
- [W4] <http://seraporblogs.blogspot.co.uk/>
- [W5] <http://www.irhal.com/Saudi-Arabia/Riyadh/Pictures/951-Al-Faisaliyah-Center.html>
- [W6] <http://www.emirates247.com/news/emirates/dubai-fireworks-as-burj-al-arab-turns-15-2014-10-31-1.568314>
- [W7] <http://www.slideshare.net/9833356555/introduction-to-prestressed-concrete>
- [W8] [http://www.ijset.in/wp-content/uploads/2014/12/122014.1416\\_tensioning\\_184-190.pdf](http://www.ijset.in/wp-content/uploads/2014/12/122014.1416_tensioning_184-190.pdf)
- [W9] [http://www.ijset.in/wp-content/uploads/2014/12/122014.1416\\_tensioning\\_184-190.pdf](http://www.ijset.in/wp-content/uploads/2014/12/122014.1416_tensioning_184-190.pdf)
- [W10] <http://www.famouspeopleinfo.com/wp-content/uploads/2011/10/Marie-Eug%C3%A8ne-Freyssinet-2.jpg>
- [W11] <http://www.la-defaite-oubliee.com/archive/2012-06/>
- [W12] <https://pontesvida.wordpress.com/2011/12/02/35-ponte-da-vala-nova/>
- [w13] <https://cddcarqfevale.files.wordpress.com/2012/04/vigota-tavela-3.jpg>
- [W14] <http://www.ferca.pt/sites/default/files/downloads/produtos/brochura-bloco.pdf>
- [W15] <http://www.engineersdaily.com/2016/03/bending-stress.html>
- [W16] <http://www.alreco.es/pt/cordoes-de-aco-pre-esforcado-en-10138/>
- [W17]
- [W18] <http://www.dsiamerica.com/products/post-tensioning/strand-post-tensioning-system/installation/ducts.html>
- [W19] <http://www.ferca.pt/pt/produto/fercablock/principios-caracteristicas>





## **ANEXOS**

**ANEXO I - Sistemas de Pré-Esforço (*VSL*)**

**ANEXO II - Lajes Pré-Esforçadas por Pós-Tensão (*Freyssinet*)**





**ANEXO I - SISTEMAS DE PRÉ-ESFORÇO (VSL)**





**ANEXO II - LAJES PRÉ-ESFORÇADAS POR PÓS-TENSÃO (FREYSSINET)**