



## **O Processo de Medir: Utilização de Três Régua Distintas – Um Estudo no 3.º Ano de Escolaridade**

### **The Measuring Process: Using Three Different Rulers – A Study in the 3<sup>rd</sup> Grade**

Marta Susana Meireles **Teixeira**\*

 ORCID iD 0009-0003-2271-6405

Maria de Lurdes **Serrazina**\*\*

 ORCID iD 0000-0003-3781-8108

#### **Resumo**

Este artigo tem como objetivo compreender o processo de medir dos alunos, aquando da exploração de uma tarefa que inclui a utilização de três régua distintas, régua com marcações da unidade de medida, régua partida e régua padrão, através da discussão das estratégias de resolução dos alunos e das ações do professor e da investigadora no momento de discussão coletiva. A tarefa apresentada, de natureza exploratória, faz parte de uma sequência de tarefas integrada numa experiência de ensino realizada no 3.º ano de escolaridade. Trata-se de um estudo de natureza qualitativa na modalidade de investigação baseada em *design*. A recolha de dados realizou-se em contexto educativo, através da observação participante, e envolvendo vários instrumentos: gravações vídeo, registos fotográficos, registos escritos dos alunos e notas de campo. A análise de dados é centrada na análise de conteúdo do momento de discussão coletiva da tarefa. São analisadas as resoluções dos alunos relativamente ao processo de medir e as ações do professor e da investigadora, na condução daquele momento. Dos resultados, conclui-se que houve alterações no conhecimento dos alunos, tanto a nível conceptual como processual, embora continuem a existir algumas fragilidades no conhecimento conceptual. Destaca-se a discussão coletiva como momento facilitador dessas alterações, assim como as ações do professor e da investigadora, como contributos para a aprendizagem.

**Palavras-chave:** Unidade de Medida. Intervalos Espaciais. Marcas. Medida. Régua.

#### **Abstract**

This article aims to understand the measurement process used by students when solving a task that includes the use of three different rulers, a ruler with measurement unit brands, a broken ruler, and a standard ruler. This is done

---

\* Mestre em Educação (especialidade de Didática da Matemática) pela Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (FC-ULisboa). Doutoranda em Educação, especialidade de Didática da Matemática, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (IE-ULisboa), Lisboa, Portugal. E-mail: [martateixeira@edu.ulisboa.pt](mailto:martateixeira@edu.ulisboa.pt).

\*\* Doutora em Educação Matemática pela Universidade de Londres (UK). Professora Coordenadora Aposentada da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa (ESE-IPL), Lisboa, Portugal. E-mail: [lurdess@esex.ipl.pt](mailto:lurdess@esex.ipl.pt).

through the discussion of measurement strategies that students used and the actions of the teacher and the researcher during whole class discussion, as a contribution to the development of learning. The present task, of an exploratory nature, is part of a sequence of activities integrated into a teaching experiment in the 3<sup>rd</sup> grade. It is a qualitative study in the design-based research modality. Data collection took place in an educational context, through participant observation, involving several instruments: video recordings, photographic records, students' written records, and field notes. Data analysis is centered on the content analysis of the whole class discussion. Students' resolutions regarding the measurement process and the actions of the teacher and the researcher in conducting that moment are analyzed. From the results, it can be concluded that there were changes in students' knowledge, both at a conceptual and procedural level, although there are still some weaknesses in conceptual knowledge. The whole class discussion stands out as a facilitating moment for these changes, as well as the actions of the teacher and the researcher, as a contribution to learning.

**Keywords:** Unit of measurement. Spatial Ranges. Brands. Measurement. Ruler.

## 1 Introdução

Medir é uma atividade diária comum e saber medir corretamente é essencial. Apesar da sua importância, nem sempre o trabalho em sala de aula valoriza a medida, como acontece, por exemplo, com os números e operações (Smith III; Barrett, 2017). Assim, salienta-se a pertinência deste estudo, atendendo à relevância do tema Medida no currículo do 1.º Ciclo do Ensino Básico, a escassez de investigações realizadas em Portugal (Serrazina, 2017) e o facto de o ensino e aprendizagem do tema ser também uma preocupação presente em outros países (Smith III; Van Den Heuvel-Panhuizen; Teppo, 2011). Acresce que, a medida é uma das utilizações mais comuns da matemática, que permite articular dois grandes temas, geometria e números, e relacionar a matemática com outras áreas (NCTM, 2007; Smith III; Barrett, 2017). O processo de medir pode constituir a base para a aquisição de outros conceitos como o de fração ou de número racional e ainda na estatística (Smith III; Barrett, 2017). As atividades de medição ajudam a desenvolver competências fundamentais para o dia a dia, a reforçar conhecimentos sobre temas da matemática, a estabelecer conexões com outras áreas do currículo, envolvendo os alunos numa aprendizagem ativa. Através da resolução de problemas podem ser trabalhados conceitos e processos de medição, que serão formalizados e alargados ao longo da escolaridade (NCTM, 2007).

A utilização da régua como instrumento de medida usado pelos alunos no processo de medir, tem sido discutida por vários autores (por exemplo, Congdon; Kwon; Levine, 2018; Drake, 2014; Gómezescobar; Rodrigues; Fernández-Cézar, 2023). Estudos revelam que um número significativo de alunos, embora competentes no processo de medir, apresentam dificuldades no conhecimento conceptual deste processo (Bragg; Outhred, 2004; Drake, 2014; Solomon *et al.*, 2015), o que se torna evidente quando solicitados a medir comprimentos não alinhados com o zero, quando a régua não está numerada, ou quando questionados sobre o

significado do valor obtido na medição.

Este artigo tem como objetivo compreender o processo de medir dos alunos de uma turma de 3.º ano, aquando da exploração de uma tarefa que inclui a utilização de três réguas distintas, uma régua com as marcações da unidade de medida (u.m.), uma régua partida e a régua padrão, através da discussão das estratégias de resolução dos alunos e das ações do professor e da investigadora no momento de discussão coletiva. Tal como no estudo de Gómezescobar, Rodrigues e Fernández-Cézar (2023), neste trabalho são usadas réguas concretas para que os alunos possam realizar medições reais, possibilitando a interação física com o instrumento de medida e o objeto a ser medido, e assim desenvolver a base conceptual do processo de medir (Kamii, 1995).

## 2 Enquadramento teórico

### 2.1 A utilização da régua e o processo de medir

Para o NCTM (2007), o processo de medir é semelhante para qualquer grandeza: 1) escolher uma unidade; 2) comparar a unidade com a grandeza a medir e 3) determinar o número de unidades necessárias. Este número pode ser obtido por iteração da unidade e contagem do número de iterações (NCTM, 2007; Sarama; Clements, 2009), relacionando assim a iteração da unidade com um número, ou através de um instrumento de medida (NCTM, 2007).

Embora o processo de medir se inicie com a utilização de unidades discretas e manipuláveis (Smith III; Barrett, 2017), a passagem para a utilização de um instrumento de medição estruturado e padronizado como a régua é feita, muitas vezes, sem qualquer transição, não desenvolvendo os alunos um suporte mental que facilite esta mudança (Gómezescobar; Fernández-Cézar; Guerrero, 2018). Mas, aprender a utilizar a régua é um processo difícil e desafiante (Drake, 2014; Gómezescobar; Guerrero; Fernández-Cézar, 2020; Solomon *et al.*, 2015), que introduz a noção de quantidade contínua, a necessidade de partição em unidades iguais e explora a relação entre o número de unidades e o tamanho da unidade, ideias centrais na compreensão da medição (Solomon *et al.*, 2015).

Estudos revelam que as principais dificuldades manifestadas pelos alunos na utilização da régua são: 1) a conceptualização da unidade; 2) a relação entre a u.m. e os intervalos espaciais e 3) a medição de um comprimento quando este não está alinhado com o zero da régua (Congdon; Kwon; Levine, 2018; Solomon *et al.*, 2015). Estas dificuldades podem ser detetadas pela análise das estratégias usadas pelos alunos, no processo de medir. Um dos erros mais

comuns é a medição ser o resultado da leitura do número da régua, correspondente ao lado direito do comprimento, independentemente do ponto inicial da medição, o que sugere um conhecimento do processo, mas revela pouca compreensão no que representa a resposta (Congdon; Kwon; Levine, 2018; Gómezescobar; Guerrero; Fernández-Cézar, 2020; Solomon *et al.*, 2015). Drake (2014) identifica este erro também na medição com uma régua partida. Outro erro é a associação dos números à contagem das marcações, o que indica falta de compreensão das u.m. representadas na régua (Congdon; Kwon; Levine, 2018; Gómezescobar; Rodrigues; Fernández-Cézar, 2023), não entendendo as marcações como o limite das u.m. Desta contagem resulta um número maior do que os intervalos espaciais correspondentes ao comprimento. Este erro também é comum à medição feita com uma régua partida (Drake, 2014).

Para muitos alunos o processo de medir é visto apenas como um exercício, em que aplicam algumas regras para o alinhamento da extremidade do objeto com o zero da régua e a leitura do número mais próximo da outra extremidade (Bragg; Outhred, 2004). Porém, aprender a utilizar a régua não é suficiente para a compreensão do processo de medir, os alunos devem também desenvolver uma compreensão conceptual (Bragg; Outhred, 2004; Drake, 2014; Solomon *et al.*, 2015). Nesse sentido, Solomon *et al.*, (2015) defendem que o mais importante é perceber que a medição compreende a decomposição de uma quantidade contínua, o comprimento a medir, em unidades discretas e iguais, para de seguida serem contadas, o que na régua significa a sua divisão em intervalos espaciais iguais, as unidades, e compreender como as marcações da régua, os traços e os números, limitam essas unidades e podem ser usadas para a contagem. Cada marcação pode ainda ser usada como o início (o zero) para a medição do comprimento (Sarama; Clements, 2009). Kamii (1995) refere que a forma de construir esta base conceptual é proporcionar experiências com objetos concretos e realizar estimativas.

Solomon *et al.* (2015) indicam que a dificuldade persistente dos alunos em compreenderem a natureza das unidades lineares levanta questões sobre estratégias de aprendizagem que podem ajudar a reconhecer os intervalos espaciais de uma régua como unidades discretas. Esta incompreensão leva os alunos a desenvolverem apenas uma compreensão processual do processo de medir, o que é problemático na medição com uma régua partida (Solomon *et al.*, 2015), que pressupõe uma compreensão conceptual. Vários autores (Drake, 2014; Van de Walle; Karp; Bay-Williams, 2009) sugerem que os alunos devem construir as suas próprias régua com unidades reais. A marcação destas unidades na régua ajuda os alunos a compreenderem o seu significado, o início e o final de cada unidade (Bragg; Outhred, 2004), tornando explícita a relação entre os intervalos espaciais e as unidades discretas.

Solomon *et al.* (2015) sugerem também a utilização de cores na marcação dos intervalos espaciais, tornando-os mais visíveis, ou a introdução de réguas sem números para evitar erros nas estratégias de leitura, opinião também compartilhada por Van de Walle, Karp e Bay-Williams (2009) e Cullen e Barrett (2010). Estes autores referem ainda que a separação dos números e dos intervalos espaciais, em diferentes réguas, pode levar à identificação das dificuldades dos alunos no processo de medir, bem como às estratégias que utilizam. Estudos realizados por Gómezescobar, Rodrigues e Fernández-César (2023) indicam que situações reais de medição com utilização de réguas não padronizadas, antecedendo o uso da régua padrão, podem constituir uma boa base para a transição da passagem da medição com unidades discretas para a régua padronizada.

À medida que os alunos progredem na medição com a régua e respetivo significado, contar as unidades uma a uma começa a ser um processo ineficaz, surgindo a necessidade da sua numeração, o que introduz uma nova dificuldade, o significado do zero (Drake, 2014).

Drake (2014) e Van de Walle, Karp e Bay-Williams (2009) destacam também a importância da utilização da régua para medir comprimentos maiores do que as réguas dos alunos discutindo a forma como pode ser feito.

## 2.2 Estratégias de medição

Vários estudos indicam que as estratégias de medição utilizadas pelos alunos estão relacionadas com os constituintes da régua: números, marcações e intervalos espaciais (Gómezescobar; Rodrigues; Fernández-César, 2023; Solomon *et al.*, 2015). Com base na análise de vários estudos, Gómezescobar, Rodrigues e Fernández-César (2023) hierarquizam aquelas estratégias tendo em conta o nível de conceptualização do processo de medir. Assim, a primeira estratégia, considerada a um nível mais elementar, refere que o valor numérico atribuído à medição resulta da leitura do número da régua, coincidente com o final do objeto; a segunda estratégia refere-se à contagem das marcações e a terceira estratégia, a mais evoluída no que respeita à conceptualização, tem em conta os intervalos espaciais, identificando-os como representações da unidade, evidenciando uma perceção clara sobre a u.m. na régua. Estas estratégias evoluem à medida que o conhecimento sobre o processo de medir se desenvolve (Gómezescobar; Rodrigues; Fernández-César, 2023; Solomon *et al.*, 2015).

## 2.3 Discussão coletiva e ações do professor

A discussão coletiva insere-se na comunicação que ocorre em sala de aula e constitui uma oportunidade para o professor promover a comunicação matemática. Este tipo de discussão sustenta a construção do novo conhecimento, através da partilha de raciocínios, justificação e argumentação de ideias e da negociação de significados (Staples, 2007). Contudo, a discussão coletiva não ocorre de forma espontânea, tendo que ser preparada e orquestrada pelo professor. Stein *et al.* (2008) propõem um modelo que contempla cinco práticas para apoiar a preparação e condução destas discussões: 1) antecipação de estratégias e dificuldades dos alunos; 2) monitorização do seu trabalho autónomo; 3) seleção de estratégias importantes a partilhar; 4) sequenciação das intervenções dos alunos e 5) estabelecimento de conexões entre as diferentes estratégias.

As tarefas desenvolvidas em sala de aula em conjunto com as ações do professor, influenciam a forma como os alunos aprendem matemática (Stein *et al.*, 2008). O modelo de análise das ações do professor na promoção de discussões coletivas, proposto por Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013), apresenta as ações: 1) convidar, iniciando, geralmente, a discussão coletiva, na qual o professor incentiva a participação dos alunos a partilharem as suas estratégias, envolvendo-os assim na discussão; 2) apoiar/guiar, conduzindo os alunos na apresentação da informação; 3) informar/sugerir, disponibilizando informação ou validando afirmações dos alunos e 4) desafiar, incentivando os alunos a avançarem no conhecimento.

### 3 Metodologia

De acordo com o objetivo definido para este artigo, a tarefa aqui analisada é de natureza exploratória (Canavarro, 2011; Ponte, 2005) e faz parte de uma sequência de tarefas. O estudo segue uma abordagem qualitativa (Bogdan; Biklen, 1994), e tem por base uma experiência de ensino realizada no 3.º ano de escolaridade, na modalidade de investigação baseada em *design* (Mendes; Brocardo; Oliveira, 2016).

A experiência de ensino foi realizada numa escola pública do distrito de Lisboa, Portugal, numa turma constituída por 18 alunos, maioritariamente rapazes, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos. Os 17 alunos presentes no dia da realização da tarefa foram organizados em grupos de 3. Os nomes dos alunos são fictícios.

O estudo desenvolveu-se em três fases: 1) preparação da experiência, 2) sua implementação e 3) análise retrospectiva. A fase da preparação, realizada em colaboração com o professor da turma, envolveu a análise de documentos curriculares portugueses, as Aprendizagens Essenciais (Canavarro *et al.*, 2021; ME, 2018), e propostas curriculares

internacionais (por exemplo, NSW, 2017), no que se refere à Medida. Também foi analisado o quadro teórico para a grandeza comprimento, tendo sido formulada uma conjectura, pela investigadora (primeira autora), que considera que os alunos desenvolvem a compreensão de uma grandeza, assim como do respectivo processo de medição, percorrendo cinco níveis de aprendizagem: 1) identificação do atributo a medir; 2) medição informal: justaposição; 3) medição informal: iteração da u.m., 4) medição com u.m. padronizadas e 5) relação entre as u.m. padronizadas. Com base nesta conjectura, a investigadora definiu uma trajetória hipotética de aprendizagem para a grandeza comprimento. Para cada um dos níveis, foi construída e planejada, em colaboração com o professor, uma sequência de tarefas desafiantes e articuladas entre si, procurando seguir um percurso de aprendizagem coerente, promovendo o confronto e a discussão de ideias, com vista à construção do conhecimento.

Na fase da implementação, todas as tarefas propostas foram acompanhadas em sala de aula pela investigadora, como observadora participante, sendo as aulas conduzidas pelo professor. Com base na reflexão pós-aula, realizada também em conjunto com o professor, a sequência de tarefas previamente definida foi sendo revisitada, por ambos, analisando a necessidade ou não de proceder a ajustes e fazendo-os quando considerado pertinente.

A tarefa objeto deste artigo, *Quanto mede?*, faz parte de uma sequência de 5 tarefas exploratórias para desenvolver o nível 3): medição informal – iteração da u.m. Sendo a última tarefa deste nível, pretende também fazer a conexão com o nível seguinte, nível 4): medição com u.m. padronizadas. Por ser uma tarefa de natureza exploratória, a sua realização em sala de aula envolveu três momentos distintos: introdução, trabalho autónomo e discussão coletiva.

Os dados foram recolhidos através de observação direta e participante, com base em registos vídeo e fotográficos, recolha das produções escritas dos alunos e notas de campo, sendo posteriormente analisados de forma retrospectiva e aprofundada. A análise de dados baseou-se na análise de conteúdo dos dados recolhidos no momento de discussão coletiva, momento que se reveste de grande importância e apoia a construção conjunta de ideias, através de ouvir e responder às ideias dos outros, da partilha de raciocínios e da negociação de significados (Staples, 2007). Stein *et al.* (2008) referem que as tarefas realizadas em sala de aula, em conjunto com as ações do professor, influenciam a forma como os alunos aprendem matemática. Assim, são analisadas as estratégias de resolução usadas pelos alunos e as ações do professor e da investigadora,<sup>1</sup> no momento de discussão coletiva, como contributo à construção do novo conhecimento. A análise destas ações teve como suporte o quadro de Ponte, Mata-Pereira e

---

<sup>1</sup> A participação da investigadora nas aulas foi acordada previamente com o professor da turma que, embora sendo um professor experiente, não se sentia muito confortável com o ensino exploratório.

Quaresma (2013), tendo sido usado o quadro de indicadores de Araman, Serrazina e Ponte (2019), com pequenas adaptações.

#### 4 Resultados

O professor iniciou a aula com a distribuição, a cada grupo, do material necessário à concretização da tarefa: uma folha A3 com o seu enunciado, uma régua com as marcações das u.m. e uma tira de cartolina, uma régua partida e uma carta de jogar. Referiu ainda que iria ser necessário a régua (padrão) guardada no estojo e o caderno diário. Pretendíamos que os alunos medissem o comprimento de cada um dos objetos com as referidas régua. De seguida, deu algum tempo para que os alunos pudessem ler a tarefa e construissem a sua ideia sobre a mesma e esclareceu algumas dúvidas relacionadas com o enunciado. A realização da tarefa em trabalho autónomo pelos diferentes grupos teve duração de vinte minutos e a discussão coletiva, aproximadamente, uma hora e meia. De seguida apresentamos as diferentes estratégias usadas pelos grupos, na medição com cada uma das régua, partindo da sua apresentação e análise na fase de discussão coletiva, foco de análise de este artigo.

- *Medição do comprimento da tira de cartolina usando a régua com as marcações da u.m.*



**Figura 1** – Medição do grupo de Miguel  
Fonte: dados da pesquisa (2022)

Dando início à discussão coletiva, o professor convidou o grupo de Miguel (Figura 1) a relatar a estratégia usada.

*Miguel: Aqui, nós não encostámos a tira [ao início da régua], porque já sabíamos que tínhamos de começar no risco.*

*Margarida: Nós já sabíamos que a régua era 10. Como sobraram dois [referindo-se às duas últimas unidades marcadas na régua], então pegámos no 10 e tirámos 2. E deu 8. Então a tira mede 8 [...] unidades.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

Na sua intervenção, Miguel mostra conhecimento sobre o alinhamento do comprimento do objeto a medir, com o início da primeira unidade. No entanto, não é claro se é um entendimento ou uma memorização do processo, assim como a compreensão do significado de *risco*. O facto de as unidades não estarem visíveis não constituiu um problema na medição, dada a explicação da estratégia de cálculo apresentada.

*Investigadora: O que é que têm a dizer sobre a estratégia deste grupo?*

*Nuno: Foi difícil [...] medir.*

*Investigadora: Porquê?*

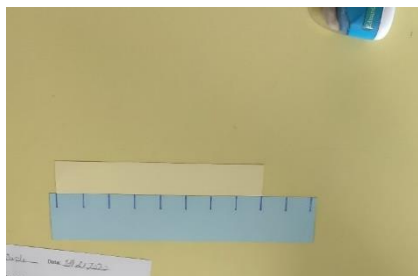
*Nuno: Porque não dava para contar os espacinhos, estavam tapados.*

*Santiago: Não dava para ver as unidades.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

A investigadora desafia a turma a refletir sobre a estratégia utilizada pelo grupo e desafia ainda Nuno, solicitando-lhe uma justificação para a sua afirmação. Nuno e Santiago mostram conhecimentos sobre o processo de medir, nomeadamente a contagem das u.m. Santiago associa ainda os intervalos espaciais à u.m.

Os grupos seguintes demonstraram conhecimento processual, nomeadamente o posicionamento do objeto por cima da régua, alinhando a extremidade com o início da primeira unidade marcada no instrumento de medida. Contudo, a contagem das unidades foi diferente, mostrando fragilidades no conhecimento conceptual do processo de medir.



**Figura 2** – Medição do grupo de Catarina  
Fonte: dados da pesquisa (2022)

O professor convidou o porta-voz do grupo de Catarina (Figura 2) a relatar a estratégia de medição utilizada.

*Catarina: Nós pusemos assim [a tira] e contámos cada tracinho.*

*Investigadora: Conta lá, para vermos como fizeram.*

*Catarina: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 [apontando para cada marcação].*

*Investigadora: Quanto é que mede a tira?*

*Duarte: 8.*

*Investigadora: Mas a Catarina contou 9!*

*Duarte: Eu sei porquê! Quando nós estávamos a medir, a Catarina contou 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 [apontando para as marcações]. E eu disse que estava errado! Porque tinha de começar no zero!*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

Embora a tira de cartolina esteja posicionada de forma correta, a apresentação da estratégia foi fundamental para se perceber o processo de medir. Nesta estratégia, os alunos contaram as marcações, não fazendo a sua relação com a u.m. A diferença é que Catarina iniciou a contagem no 1 e Duarte iniciou no zero. Embora pareça ter havido discussão durante o trabalho autónomo, a aluna não entendeu o porquê de a contagem iniciar-se no zero. Contudo, também não é claro que Duarte compreenda o significado deste número, poderá ser um facto memorizado por fazer parte do processo. Ambos demonstram conhecimento processual do processo de medir.

As intervenções da investigadora situam-se na ação de apoiar/guiar, apoiando Catarina na clarificação do seu discurso, focalizando a atenção de todos para a contagem; e incentivando a discussão, uma vez que o valor da medida obtida por Catarina é diferente do valor obtido por Duarte.

*Professor: Turma, o que é que têm a dizer?*

*[...]*

*Miguel: Eles imaginaram [os números]. E temos sempre de começar ... no zero.*

*Professor: Porquê?*

*Miguel: Porque é o início... da... unidade...*

*(Momento de discussão coletiva, 2022).*

O professor desafia os alunos a refletirem sobre a estratégia deste grupo. Miguel reforça a ideia de a contagem ter de iniciar no zero e mostra conhecimento, embora com alguma insegurança, do significado deste número, na justificação que apresenta ao desafio colocado pelo professor.

*Investigadora: A Catarina começou [a contagem] aqui... 1, 2, 3 ... [apontando para as marcações] O que é que ela está a contar?*

*Miguel: Está só a contar os tracinhos.*

*Investigadora: E quando nós estamos a medir, o que é que contamos?*

*Alunos: Contamos os espaços [...] as unidades.*

*(Momento de discussão coletiva, 2022).*

A investigadora guia os alunos, focalizando a sua atenção na estratégia de contagem apresentada por Catarina, e informa, redizendo a estratégia. De seguida, desafia-os para a reflexão. A turma demonstra algum conhecimento sobre o processo de medir, nomeadamente na contagem das u.m. Continuando:

*Investigadora: O Duarte imaginou que aqui é o zero .... E aqui é o 1 [apontando para as referidas marcações, na fotografia da régua projetada]. Então... se aqui for o zero ... e aqui o 1, ... o que é que já temos aqui? [apontando para o espaço entre estas marcações]*

*Aluno: Uma unidade.*

*Investigadora: Então, uma unidade, duas unidades [deslizando o indicador pelos respetivos espaços] e ... que número seria aqui?*

*Santiago: 2.*

*[...]*

*Investigadora: [...] Se contarmos os espaços, que são as unidades, são...*

*Alunos: 8.*

*Investigadora: Mas se contarmos os traços... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 [contando]... 9, como a Catarina disse.*

*Luís: Vai dar um a mais.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

Na ação de guiar/apoiar os alunos, a investigadora focaliza a sua atenção para a distinção entre a contagem das marcações e a contagem das unidades. Ao deslizar o dedo na identificação das unidades, apoia os alunos a entenderem as marcações como limite das unidades. Luís salienta o facto de a contagem das marcações apresentar um valor maior do que a contagem das u.m., o que justifica a diferença dos valores apresentados por Catarina e Duarte.

*Investigadora: O que significam os traços?*

*Duarte: São... a marcação das unidades.*

*Investigadora: Tenho uma unidade, começo logo a marcar esta unidade [apontando para o 1.º traço da régua]. É como se fosse ...*

*Aluno: O zero.*

*Investigadora: Quando acabo de desenhar a 1.ª unidade é que fico com o número 1, porque...*

*Luís: Porque já tens uma unidade.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

As intervenções da investigadora pretendem levar os alunos a compreenderem as marcações como os limites da u.m., estabelecendo assim a relação entre ambas, continuam a localizar-se na ação de guiar/apoiar os alunos, focalizando a atenção também para o significado do zero.

A síntese final desta tarefa teve como objetivo levar os alunos a compreenderem a necessidade da numeração numa régua e o respetivo significado. A investigadora, na ação de apoiar/guiar, questionou os alunos sobre o processo de medir com uma régua com marcas, para que compreendessem que neste tipo de régua há sempre a necessidade de contar as u.m., o que não se torna prático. Desafiou-os ainda à reflexão sobre esta medição, de modo a encontrarem uma estratégia mais fácil e rápida para a contagem das u.m.

*Alunos: [A régua deveria ter] Números.*

*[...]*

*Professor: Para que servem os números?*

*Alunos – Para contar as unidades de medida.*

*[...]*

*Professor: Onde é que colocamos os números?*

*Margarida: Em baixo [...] dos riscos.*

*Professor: E o zero? Onde é que colocamos o zero?*

*Duarte: No primeiro [...] traço.*

*Professor: Porquê?*

*Santiago: Porque ali ainda não há nenhuma unidade.*

*Miguel: Quer dizer que é o início de uma unidade de medida.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

As respostas dos alunos às questões colocadas pelo professor, que pretendiam desafiá-los para a reflexão, mostram conhecimento conceptual do processo de medir, nomeadamente a compreensão entre as u.m. representadas na régua e a sua numeração, entendendo as marcações como os limites das u.m., assim como o significado atribuído ao zero.

*Investigadora: [...] esta tira mede 8 unidades [referindo-se à tira ainda projetada], o que é que significa?*

*Santiago: Que contamos 8 unidades.*

*Investigadora: Exatamente! Não precisamos de ir contar as unidades até chegar aqui [apontando para o final da tira], porque o 8 já nos diz que até aqui já estão 8 unidades. (Momento de discussão coletiva, 2022).*

As intervenções da investigadora consolidam as intervenções do professor, a partir de um exemplo concreto do que foi discutido anteriormente, conduzindo os alunos para a conclusão.

- *Medição do comprimento de uma carta usando uma régua partida*

Nesta medição todos os grupos mostraram conhecimento processual do processo de medir, particularmente o posicionamento do objeto por cima da régua, alinhando a extremidade com o início da primeira unidade marcada no instrumento de medida, o que mostra compreensão deste processo, relativamente à medição feita com a régua anterior. Mais uma vez, o conhecimento conceptual mostrou fragilidades.



**Figura 3** – Medição do grupo de Ricardo  
Fonte: dados da pesquisa (2022)

O professor convidou o porta-voz do grupo de Ricardo (Figura 3) a relatar a estratégia usada.

*Nuno: Nós pusemos a carta por cima da régua e depois nós vimos que era 8 [apontando para o número].*

*Ricardo: Olhámos para os números [referindo-se à numeração da régua]. (Momento de discussão coletiva, 2022).*

Embora a carta esteja bem posicionada para o processo de medir, a explicação de Nuno e Ricardo é importante para a perceção da estratégia. Para este grupo, o valor da medição é o resultado da leitura do número da régua. Quando desafiados novamente pelo professor, mas

desta vez a avaliarem a estratégia utilizada pelo grupo, Nuno refere que a estratégia não está correta.

*Professor: Porquê?*

*Nuno: Porque tínhamos de contar os espaços.*

*Investigadora: Porque é que tinham de contar os espaços?*

*Nuno: Porque é a unidade... porque são os espaços da unidade de medida.*

*Investigadora: Então, quanto é que mede a carta?*

*Nuno: 4.*

*Investigadora: Mostra como fizeste.*

*Nuno: Uma, duas, três, quatro [apontando para as referidas unidades].*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

O professor desafiou Nuno a justificar o facto de considerar a estratégia incorreta. Ao apresentar uma alternativa à estratégia apresentada pelo seu grupo, Nuno mostrou compreender a relação entre a u.m. e os intervalos espaciais, assim como o processo de medição, o que mostra que parece ter havido uma alteração do seu pensamento desde a realização do trabalho autónomo. A investigadora apoia/guia Nuno na sua explicação.

Seguiu-se o grupo de Martinho. O professor convidou este aluno a relatar a estratégia usada. Martinho referiu que o grupo reparou que tinha errado nesta medição, pois alinhou a carta com a primeira unidade da régua, mas contou os traços e deveria ter contado os espaços. O reconhecimento do erro por este grupo parece ter resultado da discussão coletiva realizada até ao momento.



**Figura 4** – Medição do grupo de Catarina  
Fonte: dados da pesquisa (2022)

O professor convidou Duarte, elemento do grupo, a iniciar o relato da estratégia (Figura 4).

*Duarte: Nós imaginámos que não havia números [na régua] e começámos a ver ... no 2 era o zero, no 3 era o 1, no 4 era o 2, no 5 era 3, no 6 era 4, no 7 era 5, no 8 era 6, no 9 era 7, no 10 era 8. E nós pusemos a carta por cima da régua. Depois alinhámos com o 1.º tracinho e contamos os espaços.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

No relato da estratégia de medição usada, percebemos que o grupo atribuiu números às marcações das u.m., fazendo a correspondência com os números já existentes, transformando assim esta régua, numa régua padronizada e a iniciar no zero. No entanto, os alunos tiveram necessidade de contar também as u.m.

De seguida, a investigadora desafiou os alunos a refletirem sobre a estratégia usada pelo grupo do Duarte. Os alunos consideraram o uso de duas estratégias: a correspondência entre números e a contagem das u.m., referindo que o grupo poderia apenas ter usado uma, pois o resultado seria o mesmo, uma vez que os números contam os espaços.

Quando desafiados sobre o significado dos números numa régua:

*Margarida: [...] por exemplo, o número 1 serve para nos dizer que atrás há uma unidade.*

*Investigadora: E se for o 4?*

*Margarida: Há 4 unidades.*

*[...]*

*Martinho: Contam as unidades que já ... que estão atrás. [...] E é mais rápido do que contar os espaços!*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

As respostas de Margarida e Martinho relacionam os números com as u.m., acrescentando significado ao resultado de uma medição, mostrando conhecimento conceptual do processo de medir.

A investigadora prosseguiu com a síntese do processo de medir utilizando uma régua partida, onde foi evidenciado o conhecimento processual.

Como extensão da tarefa, a investigadora prosseguiu:

*Investigadora: Nesta régua partida, está aqui o 4 [apontando para a numeração do 1.º traço da régua projetada]. Quanto é que se partiu?*

*Inês: [...] 4.*

*Investigadora: Partiram-se 4 unidades. Porquê?*

*Inês: Porque a 1.ª [unidade] é do zero ao 1. Depois do 1 ao 2, do 2 ao 3 e do 3 ao 4 e faz 4.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

A investigadora questiona os alunos sobre a relação entre a numeração da régua e os intervalos espaciais. Dada a resposta de Inês, na ação de informar/sugerir, a investigadora reelabora a resposta e apoia a aluna a clarificar a sua afirmação. Inês mostra compreensão das u.m. marcadas na régua, entendendo as marcações como os limites destas unidades, evidenciando conhecimento conceptual.

- *Medição da largura do caderno diário utilizando a régua padrão*

Para medir a largura do caderno diário, alguns grupos fizeram apenas uma medição, dado o comprimento da régua usada, por exemplo o grupo de Carlos. Quando convidado a relatar a estratégia do seu grupo, Carlos referiu que alinou o zero da régua com o caderno

diário e o resultado da medição seria 21, pois era onde terminava o caderno diário, mostrando assim conhecimento processual do processo de medir.

Outros grupos fizeram esta medição em duas fases, uma vez que a régua usada era mais pequena do que a largura do caderno, por exemplo, o grupo de Martinho.



**Figura 5** – Medição do grupo de Martinho  
– fase I –  
Fonte: dados da pesquisa (2022)



**Figura 6** – Medição do grupo de Martinho  
– fase II –  
Fonte: dados da pesquisa (2022)

Na ação de convidar, a investigadora solicitou o relato da estratégia usada pelo grupo de Martinho, cuja régua era menor que o comprimento a medir (Figuras 5 e 6).

*Martinho: Nós alinhámos a régua com o caderno. [...] Depois, [...] marcámos o 15 e pusemos um tracinho [...] no caderno.*

*Investigadora: Onde é que está marcado o 15?*

*Martinho: O 15 está aqui [apontando, na Figura 5, fase I, para esta marcação que coincide com a última unidade da régua]. [Depois] onde pusemos o risco... pusemos outra vez [o início d]a régua ... deu 5.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

A compreensão da estratégia de medição do grupo só foi possível com a discussão coletiva. No relato de Martinho fica claro que, na fase I, os alunos alinharam o início da régua, e não a primeira marcação, com o caderno diário (Figura 5 - fase I). O final desta medição resulta da leitura da última unidade marcada na régua. No entanto, não é evidente o significado que o grupo atribui a este número. Na fase II (Figura 6), foi repetida a estratégia anterior. O grupo apresenta ainda dúvidas processuais no processo de medir.

A intervenção da investigadora, na ação de guiar/apoiar, pretende clarificar a resposta de Martinho.

*Investigadora: Afinal, quanto é que mede o caderno? Mede 5? Mede 15?*

*Martinho: 15 e acrescentámos mais 5, que era 20.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

A investigadora guia/apoia Martinho a clarificar e concluir a estratégia. Martinho é explícito na sua resposta, uma vez que esclarece como o grupo chegou ao valor final da medição da largura do caderno diário.

*Investigadora: O que é que têm a dizer?*

*Miguel: Eles não alinharam [o caderno] com o zero... no início.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

A investigadora desafia os alunos a refletirem sobre a estratégia apresentada. A afirmação de Miguel mostra conhecimento processual.

*Carlos: [Na fase II] O zero devia estar em cima do 15.*

*Investigadora: Porquê?*

*Carlos: Porque ... é o início ... da unidade.*

*Investigadora: Então, não era o início da régua que deveria estar aqui [apontando na Figura 5 para a marcação feita no caderno], mas o início da unidade...*

*Martinho: O zero.*

(Momento de discussão coletiva, 2022).

Na ação de desafiar, a investigadora solicita razões justificativas para a afirmação de Carlos. Face à justificação, na ação de informar/sugerir, reelabora a resposta do aluno e conclui. A justificação de Carlos evidencia conhecimento da relação entre a primeira marcação da régua e a u.m. Martinho relaciona o início da unidade com o zero, atribuindo significado a este número.

Para sintetizar, seguiu-se um momento de diálogo entre a investigadora e o professor com os alunos. Na ação de apoiar/guiar, a investigadora e o professor conduziram o pensamento dos alunos, de modo que os próprios redissessem e concluíssem o processo de medir com um instrumento de medida menor do que o comprimento a medir.

## 5 Discussão dos resultados

Este artigo tem como objetivo compreender o processo de medir dos alunos durante a exploração de uma tarefa que inclui a utilização de três réguas distintas, através da discussão das estratégias de resolução dos alunos e das ações do professor e da investigadora no momento de discussão coletiva.

A análise visual das estratégias usadas pelos grupos (Figuras 1, 2, 3, 4, 5 e 6) leva-nos a crer que os alunos poderão ter entendido esta tarefa como a realização de exercícios de medição, uma vez que aplicaram as regras do processo de medir: alinhamento com a primeira marcação e leitura do número coincidente com o final do objeto, evidenciando assim conhecimento processual (Bragg; Outhred, 2004). Poderíamos também inferir a estratégia usada pelos grupos,

através do valor numérico das suas medições, como nos estudos de Bragg e Outhred (2004), Cullen e Barrett (2010) ou Solomon *et al.* (2015), entre outros. Contudo, embora os alunos se mostrem competentes no processo de medir, numa análise mais aprofundada das suas estratégias e tendo como suporte a discussão coletiva, é possível verificar dificuldades no conhecimento conceptual, como referido na literatura (por exemplo Bragg; Outhred, 2004; Drake, 2014; Solomon *et al.*, 2015). De destacar a importância da discussão coletiva, não apenas para a compreensão das estratégias usadas pelos alunos através da partilha de raciocínios, mas também pelo confronto de ideias, pela justificação e argumentação, e negociação de significados (Staples, 2007), sustentando, desta forma, a construção do novo conhecimento.

A análise aprofundada dos dados evidencia o uso de estratégias e erros cometidos, igualmente indicados na literatura. A estratégia usada pelo grupo de Miguel (Figura 1) na medição com a régua com marcações da u.m., foi definida por Bragg e Outhred (2004) como estratégia mais sofisticada para encontrar o comprimento, uma vez que os alunos utilizaram a subtração. São também identificadas três estratégias apontadas por Gómezescobar, Rodrigues e Fernández-Cézar (2023): 1) o resultado da medição é a leitura do número da régua, coincidente com o final do objeto. Esta estratégia (Figura 3) foi usada pelo grupo de Ricardo, na medição com a régua partida. Este erro, também apontado por outros autores (Congdon; Kwon; Levine, 2018; Gómezescobar; Guerrero; Fernández-Cézar, 2020; Solomon *et al.*, 2015), mostra dificuldades na interpretação dos números e pouca compreensão no significado da resposta. No entanto, após a discussão coletiva os próprios alunos identificaram o erro, como no caso de Nuno; 2) contagem das marcações da u.m., que indica que os alunos as entendem como u.m. e não como os seus limites, apresentando falta de perceção da u.m., erro também apontado por vários autores (por exemplo, Gómezescobar; Rodrigues; Fernández-Cézar, 2023). Esta estratégia foi usada pelo grupo de Catarina (Figura 2), na medição com a régua com marcações da u.m., e pelo grupo de Martinho, na medição com a régua partida. Na discussão coletiva, também no grupo de Catarina, o diálogo com a investigadora leva os alunos a distinguirem entre a contagem das marcações e das u.m. Ainda nesta discussão, Luís identificou a diferença entre a contagem das marcações e a contagem das unidades; 3) têm em conta os intervalos espaciais, são apresentadas estratégias em que os alunos relacionam as u.m. com os intervalos espaciais. No grupo de Catarina (Figura 4), na medição com a régua partida, o relato da estratégia feito por Duarte mostra a contagem das u.m. Para estes alunos, cada u.m. pode ser considerada como o início da medição. De notar a alteração a nível conceptual do grupo (Catarina) relativamente à medição com a régua com marcações da u.m., passando da contagem

das marcações, à contagem das u.m., evidenciando compreensão da relação existente entre a u.m. e os intervalos espaciais, assim como a percepção das marcações como o limite das unidades. O grupo de Carlos, na utilização da régua padrão, também demonstra conhecimento do processo de medir, mas não é perceptível se este conhecimento é apenas processual ou também conceptual, uma vez que o relato mostra apenas que o grupo soube utilizar a régua. O momento de discussão coletiva também evidencia conhecimento conceptual por alguns alunos, por exemplo, Miguel e Santiago quando mostram compreensão entre as u.m. representadas na régua e a sua numeração. As dificuldades a nível processual foram apenas identificadas no grupo de Martinho na utilização da régua padrão, para medir comprimentos maiores do que o do instrumento de medida (Figuras 5 e 6), concretamente no alinhamento da primeira u.m. da régua, com o comprimento do objeto a medir, neste caso a largura do caderno diário. Esta dificuldade está em compreender a diferença entre o início da régua e o início da marcação da primeira u.m.

## 6 Conclusão

Os resultados mostram que os alunos do 3.º ano de escolaridade apresentam fragilidades no conhecimento conceptual do processo de medir, nomeadamente na interpretação dos significados das marcas e dos espaços numa régua padrão, como referido na literatura (por exemplo, Gómezescobar; Fernández-Cézar; Guerrero, 2018).

No momento de discussão coletiva foram exploradas as diferentes estratégias utilizadas pelos grupos, quando usaram três régua diferenciadas, uma régua com marcações da u.m., uma régua partida e a régua padrão, assim como os erros cometidos, sendo ainda discutido o processo de medir a nível processual e conceptual. Este momento proporcionou aos alunos a compreensão da necessidade da gradação numa régua, a fim de facilitar o processo de medir, assim como alguma alteração nos seus conhecimentos, tanto a nível processual como conceptual. Foi desenvolvido o conhecimento conceptual sobre este processo, nomeadamente a relação entre as u.m. e os intervalos espaciais, a compreensão das marcações como o limite da u.m., o significado da numeração numa régua e também o significado atribuído ao zero. Foi ainda desenvolvido o conhecimento processual: o alinhamento do comprimento a medir com a primeira marcação da unidade no instrumento de medida e a medida resultar da leitura do número da régua. A análise das estratégias apresentadas, a par da análise de conteúdo do momento de discussão coletiva, permite verificar que houve alterações do conhecimento dos alunos do processo de medir, resultantes da discussão coletiva. Assim, pelas estratégias

apresentadas e considerando a hierarquização de Gómezescobar, Rodrigues e Fernández-César (2023), podemos considerar que houve alterações no conhecimento conceptual dos alunos: contagem das marcações da u.m.– régua com marcações (Figura 2) e régua partida (grupo de Martinho) – e a relação entre os intervalos espaciais e a u.m. – régua partida (Figura 4) e régua padrão (grupo de Carlos). Como resposta ao objetivo deste artigo, podemos dizer que o processo de medir desenvolveu-se com a utilização das três régua, mas de forma diferente a nível processual e conceptual, havendo mais facilidade com o conhecimento processual, desenvolvendo-se o conhecimento conceptual de forma mais gradual.

O professor e a investigadora tiveram papéis fundamentais neste processo, salientando-se as suas ações no momento de discussão coletiva. Foram identificadas as quatro ações do professor propostas por Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013), sendo as ações de apoiar/guiar e desafiar as mais usadas ao longo da discussão coletiva.

O momento da síntese final, realizado para cada uma das régua usadas, pretendeu sistematizar as aprendizagens, revestindo-se como momento de institucionalização dessas aprendizagens, no qual puderam ser revistos e aperfeiçoados conhecimentos já existentes.

Sugere-se a realização de novos estudos com a medição de objetos reais e usando u.m. não padronizadas, posteriormente a construção de régua com estas unidades e respetiva utilização, e o uso de régua partidas, como forma de desenvolvimento do conhecimento conceptual, antecedendo o uso da régua padrão. Recomenda-se ainda a medição de comprimentos com um instrumento de medida de menor comprimento. O uso de tarefas exploratórias, que permitam a discussão, argumentação e justificação de ideias, com vista à construção coletiva do conhecimento matemático, é também de incentivar, sendo fundamental o papel do professor.

## Agradecimentos

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, no âmbito da UIDEF - Unidade de Investigação e Desenvolvimento em Educação e Formação, UIDB/04107/2020, <https://doi.org/10.54499/UIDB/04107/2020>, e por meio de uma bolsa de doutoramento atribuída à primeira autora (2021.04798.BD).

## Referências

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L.; PONTE, J. P. “Eu perguntei se o cinco tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. **Educação**

**Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 2, p. 466-490, 2019. DOI: 10.23925/1983-3156.2018v21i2p466-490. Disponível em: [https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/42505/pdf\\_1](https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/42505/pdf_1). Acesso em: 13 julho 2022.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRAGG, P.; OUTHRED, L. A measure of rulers-The importance of units in a measure. *In*: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 28., 2004, Bergen. **Proceedings...** Bergen: Bergen University College, 2004. p. 159-165. Volume 2. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED489702.pdf>. Acesso em: 28 março 2023.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, [s.v.], n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A. P.; MESTRE, C.; GOMES, D.; SANTOS, E.; BRUNHEIRA, L.; VICENTE, M.; GOUVEIA, M. J.; CORREIA, P.; MARQUES P.; ESPADEIRO, G. **Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico**. Lisboa: ME-DGE, 2021. Disponível em: <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>. Acesso em: 31 ago. 2021.

CONGDON, E. L.; KWON, M. K.; LEVINE, S. C. Learning to measure through action and gesture: Children's prior knowledge matters. **Cognition**, Bethesda, v. 180, p. 182-190, June 2018. DOI: 10.1016/j.cognition.2018.07.002. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0010027718301859>. Acesso em: 14 junho 2023.

CULLEN, C. J.; BARRETT, J. E. Strategy use indicative of an understanding of units of length. *In*: ANNUAL CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS IN EDUCATION, 34., 2010, Belo Horizonte. **Proceedings...** Bristol: PME, 2010. p. 281-288. Volume 2. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/303543193\\_Strategy\\_use\\_indicative\\_of\\_an\\_understanding\\_of\\_units\\_of\\_length](https://www.researchgate.net/publication/303543193_Strategy_use_indicative_of_an_understanding_of_units_of_length). Acesso em: 14 junho 2023.

DRAKE, M.. Learning to measure length. **APCM**, [S. l.], v. 19, n. 3, p. 27-32, 2014.

GÓMEZESCOBAR, A.; FERNÁNDEZ-CÉZAR, R.; GUERRERO, S. Numbers and Space Intervals in Length Measurements in the Spanish Context: Proposals for the Transition to Measuring with the Ruler. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [S. l.], v. 16, n. 7, p. 1375-1386, 2018. DOI: 10.1007/s10763-017-9835-1. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/318690923\\_Numbers\\_and\\_Space\\_Intervals\\_in\\_Length\\_Measurements\\_in\\_the\\_Spanish\\_Context\\_Proposals\\_for\\_the\\_Transition\\_to\\_Measuring\\_with\\_the\\_Ruler](https://www.researchgate.net/publication/318690923_Numbers_and_Space_Intervals_in_Length_Measurements_in_the_Spanish_Context_Proposals_for_the_Transition_to_Measuring_with_the_Ruler). Acesso em: 28 março 2023.

GÓMEZESCOBAR, A.; GUERRERO, S.; FERNÁNDEZ-CÉZAR, R. How Long Is It? Difficulties with Conventional Ruler Use in Children Aged 5 to 8. **Early Childhood Education Journal**, [S. l.], v. 48, n. 6, p. 693-701, 2020. DOI: 10.1007/s10643-020-01030-y. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/339132651\\_How\\_Long\\_Is\\_It\\_Difficulties\\_with\\_Convention\\_al\\_Ruler\\_Use\\_in\\_Children\\_Aged\\_5\\_to\\_8](https://www.researchgate.net/publication/339132651_How_Long_Is_It_Difficulties_with_Convention_al_Ruler_Use_in_Children_Aged_5_to_8). Acesso em: 28 março 2023.

GÓMEZESCOBAR, A.; RODRIGUES, M.; FERNÁNDEZ-CÉZAR, R. Children's understanding of length measurement using a ruler in preschool and primary education: A cross-national longitudinal study. **Journal of Mathematical Behavior**, New Jersey, v. 69, n. 101048, p. 01-11, March 2023. DOI: 10.1016/j.jmathb.2023.. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0732312323000184>. Acesso em: 10 março 2023.

KAMII, C. Why Is the Use of a Ruler So Hard? *In: Proceedings of ANNUAL MEETING OF THE NORTH AMERICAN INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION*, 17., 1995, Columbus. **Proceedings... PME-NA**, 1995. p. 01-08. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED389558.pdf>. Acesso em: 22 out. 2022.

MENDES, F.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Especificidades e desafios da design research: O exemplo de uma experiência de ensino no 1.º ciclo. **Quadrante**, [S. l.], v. 25, n. 2, p. 51–75, 2016. DOI: 10.48489/quadrante.22938. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22938>. Acesso em: 10 jan. 2023.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO – ME. **Aprendizagens essenciais de Matemática**. Lisboa: ME - DGE, 2018.

NACIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS - NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: APM, 2007.

NEW SOUTH WALES – NSW. **Teaching Measurement Stage 2-Stage 3**. New South Wales: Department of Education Learning and Teaching Directorate, 2017.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. *In: GTI (Ed.). O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/3008>. Acesso em: 15 jan. 2011.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 2, p. 55-81, 2013. DOI: 10.48489/quadrante.22894. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22894>. Acesso em: 19 out. 2022.

SARAMA, J.; CLEMENTS, D. H. Geometric Measurement, Part 2. *In: SARAMA, J.; CLEMENTS, D. H. (orgs.). Early Childhood Mathematics Education Research*. Londres: Routledge, 2009. p. 293–316.

SERRAZINA, L. Contributos da investigação para a aprendizagem da Matemática. **Educação e Matemática**, Lisboa, [s.v.], n. 144-145, p. 2–8, 2017.

SMITH III, J. P.; BARRETT, J. The learning and teaching of measurement: Coordinating quantity and number. *In: CAI, J. (org.). Compendium for research in mathematics education*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2017. p. 355-385.

SMITH III, J. P.; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M.; TEPPA, A. R. Learning, teaching, and using measurement: Introduction to the issue. **ZDM – International Journal on Mathematics Education**, [S.l.], v. 43, n. 5, p. 617-620, 2011. DOI: 10.1007/s11858-011-0369-7. Acesso em: 26 set. 2011.

SOLOMON, T. L.; VASILYEVA, M.; HUTTENLOCHER, J.; LEVINE, S. C. Minding the gap: Children’s difficulty conceptualizing spatial intervals as linear measurement units. **Developmental Psychology**, [S. l.], v. 51, n. 11, p. 1564-1573, 2015. DOI: 10.1037/a0039707. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/282047370\\_Minding\\_the\\_Gap\\_Children's\\_Difficulty\\_Conceptualizing\\_Spatial\\_Intervals\\_as\\_Linear\\_Measurement\\_Units](https://www.researchgate.net/publication/282047370_Minding_the_Gap_Children's_Difficulty_Conceptualizing_Spatial_Intervals_as_Linear_Measurement_Units). Acesso em: 12 junho 2023.

STAPLES, M. Supporting Whole-Class Collaborative Inquiry in a Secondary Mathematics Classroom. **CRME**, [S. l.], v. 25, n. 2, p. 161-217, 2007.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell.



**Mathematical Thinking and Learning**, [S. l.], v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008. DOI:

10.1080/10986060802229675. Disponível em:

[https://www.researchgate.net/publication/250890079\\_Orchestrating\\_Productive\\_Mathematical\\_Discussions\\_Five\\_Practices\\_for\\_Helping\\_Teachers\\_Move\\_Beyond\\_Show\\_and\\_Tell](https://www.researchgate.net/publication/250890079_Orchestrating_Productive_Mathematical_Discussions_Five_Practices_for_Helping_Teachers_Move_Beyond_Show_and_Tell). Acesso em: 17 março 2022.

VAN DE WALLE, J. A.; KARP, K. S.; BAY-WILLIAMS, J. M. **Elementary and Middle School Mathematics**. 7th. ed. Edinburgh: Allyn & Bacon, 2009.

**Submetido em 18 de Dezembro de 2023.**

**Aprovado em 01 de Julho de 2024.**