

## A CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADO NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA\*

Margarida Rodrigues  
Escola Básica 2º e 3º Ciclos de Bocage

Nesta comunicação, darei a conhecer parte do estudo que conduzi no âmbito do mestrado em Informática e Educação, no que respeita à natureza da compreensão desenvolvida pelos alunos no contexto da aula de Matemática. A investigação teve como objectivo compreender e analisar o significado matemático, construído pelos alunos, em interacção social, focando a utilização do computador em actividades de construção geométrica.

### Alguns conceitos teóricos

Sendo a aprendizagem da Matemática perspectivada como um processo de construção de significado, intrinsecamente ligada à participação dos aprendizes em actividade, focarei três autores – Leont’ev, Vygotsky e Voigt – que distinguem os conceitos de sentido e significado de uma forma semelhante, embora contextualizados em diferentes estudos: Leont’ev na sua teoria da actividade, Vygotsky no estudo do pensamento e da linguagem, e Voigt que se assume, não como um teórico, mas como um investigador no âmbito da educação matemática.

O *sentido* é pessoal, decorrente das relações que o indivíduo estabelece entre: (a) o motivo e a acção definida por objectivos, no âmbito da *actividade* concebida como um sistema dinâmico com três níveis hierarquizados (o motivo, a acção direccionada por objectivos, e a operação) – se muda o motivo de uma acção, também correlativamente muda o seu sentido – sendo formado pela experiência do indivíduo (Leont’ev, 1978); e (b) o objecto e o seu contexto (Vygotsky, 1995), daí que se considere a

---

\* A investigação aqui relatada teve o apoio do Instituto de Inovação Educacional através da Medida 2 do Programa SIQE (Sistema de Incentivos à Qualidade da Educação).

ambiguidade como uma característica da natureza dos objectos matemáticos, numa situação escolar, uma vez que um mesmo objecto pode ter múltiplas interpretações (Voigt, 1994).

O *significado*, por outro lado, é social, decorrente das relações estabelecidas entre a acção definida por objectivos e a operação, tendo um carácter público, explícito e generalizável, e sendo desenvolvido através das práticas sociais da humanidade, é fixo na forma de linguagem (Leont'ev, 1978). O *significado* permanece estável ao longo de todas as alterações de sentido ocorridas em diferentes contextos, sendo construído através do desenvolvimento das interações sociais, pela partilha dos diferentes sentidos contextualizados (Vygotsky, 1995; Voigt, 1994). Voigt (1994) considera mesmo a negociação do significado matemático como uma condição necessária à ocorrência da aprendizagem de Matemática, uma vez que é através desta negociação que são construídos significados matemáticos consensuais na sala de aula resultantes da partilha, por parte dos alunos e professor, dos múltiplos sentidos dos objectos matemáticos.

Ao debruçar-me na problemática da aprendizagem, tive necessidade de estudar também a natureza da compreensão e devo referir que foi o início da análise de dados e a constatação da primazia da acção no modo como os alunos desenvolviam a sua compreensão matemática que me levaram a um aprofundamento teórico de parte da filosofia de Heidegger, enquadrada na abordagem enactivista, por me parecer que a sua concepção de compreensão se adequava aos dados empíricos do meu estudo. Considero portanto existir uma interacção entre a análise teórica e a análise de dados, sendo que os conceitos teóricos constituem ferramentas com que se pode alcançar uma compreensão mais plena e profunda do fenómeno em estudo.

Passarei então, a apresentar, de uma forma sintética, as principais características de diferentes abordagens que assumem, portanto, diferentes concepções de compreensão e de cognição.

A abordagem objectivista, baseada numa tradição racionalista, incorpora uma corrente de pensamento designada comumente por cognitivismo, e concebe a cognição como o tratamento da informação através da manipulação de símbolos, representantes de aspectos do mundo real, a partir de regras sequenciais. Nesta abordagem, os objectos do mundo físico são identificáveis: as suas propriedades são bem definidas e objectivas, não dependendo da interpretação das pessoas – o significado existe de uma forma objectiva, independentemente da experiência. O mundo objectivo da realidade física e o mundo subjectivo dos pensamentos e sentimentos são concebidos como dois mundos separados e independentes, sendo o

mundo exterior predefinido e representado mentalmente pelos sujeitos.

Nos finais da década de 70, no âmbito das ciências e das tecnologias da cognição, as ideias sobre a emergência e a auto-organização são reavivadas e, consubstanciando-se na abordagem conexionista, vêm reafirmar a crítica à computação simbólica como suporte adequado às representações. A cognição é, agora, encarada como a emergência de esquemas globais numa rede dinâmica de elementos simples, em distribuição paralela, cujas interações cooperativas são sensíveis ao contexto. A representação é definida como uma configuração global e emergente (excluindo portanto a intervenção de uma unidade central de tratamento de informação manipulada em forma de símbolos, tal como era teorizado pela abordagem cognitivista).

Ilustrarei esta abordagem com um exemplo de um modelo de rede neuronal computacional, conforme se pode observar na Figura 1, e onde se pode verificar que, tal como acontece no modo de funcionamento do cérebro, tudo o que acontece na rede é função de todos os seus elementos constitutivos (os neurónios) que se encontram ligados entre si.

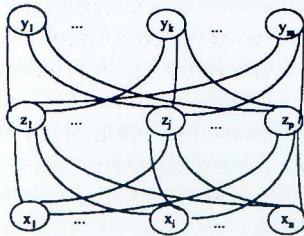


Figura 1. Modelo de rede neuronal com três camadas de neurónios interconectados entre si  
(adaptado de Fausett, 1994, p. 291)

Uma vez que os modelos conexionistas se aproximam mais dos modelos biológicos, foi possível integrar, de uma forma relativa, as investigações efectuadas quer no domínio da Inteligência Artificial quer no das neurociências.

A neurocomputação, que constituiu um conteúdo curricular do meu mestrado (que considerei apaixonante), voltou a assumir alguma importância na pesquisa de diferentes concepções de cognição, assumindo agora uma dimensão mais abrangente. Creio, pois, que a importância do estu-

do das redes neuronais computacionais modeladoras das redes neuronais fisiológicas se justifica pelo avanço que provocou na produção de conhecimento acerca dos mecanismos cerebrais, tendo tido

um profundo impacto tanto no desenvolvimento das tecnologias educativas associadas intrinsecamente a uma componente cognitiva como no desenvolvimento de novas abordagens nas teorias da educação, no que isso implica em termos de repensar as relações entre aprendizagem, desenvolvimento cognitivo, e objectivos educacionais ligados às práticas educativas (Rodrigues, 1997, p. 93).

Podemos nós, portanto, reafirmar, em conjunto com Varela (1988/s.d., p. 10): “não se pode separar as ciências cognitivas e a tecnologia cognitiva sem amputar esta ou aquelas de um elemento complementar vital”.

Varela (1988/s. d.) propõe uma abordagem, que designaremos por enactivista, em alternativa à anterior, e que integra a corrente conexionista, na qual se concebe a cognição como a acção produtiva de fazer-emergir um mundo ao longo de um historial não interrompido através das mudanças estruturais dos elementos da rede. O termo *enacção* designa a proximidade entre acção e actor: existe uma ligação circular entre a acção e a interpretação através da qual tanto o sujeito como o objecto se definem e constituem simultânea e correlativamente. Esta ideia é subjacente à análise de Heidegger de compreensão apresentada por Winograd e Flores (1993, p. 31): “o interpretado e o interpretante não existem independentemente: existência é interpretação, e interpretação é existência”.

Esta abordagem oferece, pois, uma crítica à noção de representação ao considerar que se a cognição inclui o uso de representações, não está, contudo, baseada nelas, colocando a ênfase na noção de acção. Vejamos um exemplo ilustrativo da crítica à representação de uma realidade objectiva relativo à percepção da cor:

Quando uma vara é iluminada por uma luz branca num dos lados e por uma luz vermelha no outro, duas sombras são projectadas, uma das quais vermelha (sobre um fundo geralmente cor-de-rosa) e a outra *verde*. Se nos perguntarmos acerca de algo objectivo a ser observado, não existe uma luz com um espectro de comprimentos de onda normalmente chamado verde, apenas as tonalidades de vermelho, branco, e cor-de-rosa. Contudo, Maturana e outros investigadores postularam que os padrões de actividade neuronal produzidos

são os mesmos dos produzidos por uma luz de um único comprimento de onda normalmente chamado verde. A presença de “verde” para o sistema nervoso não é simplesmente correlativa à presença de certos comprimentos de onda de luz, mas o resultado de um complexo padrão de actividade relativa entre diferentes neurónios. (Winograd e Flores, 1993, p. 41).

A inteligência é definida como a faculdade de penetrar num mundo partilhado. É o sujeito que, ao agir, através das interacções com os outros, faz emergir a propriedades do mundo envolvente, conferindo-lhe significado. O significado é, portanto, fundamentalmente social: a existência é baseada na actividade social.

Existe, relativamente à perspectiva teórica do presente estudo, uma adesão à abordagem enactivista na qual se inscrevem os biólogos Maturana e Varela bem como o filósofo Heidegger.

Este filósofo distingue dois tipos de compreensão – a prática e a teórica – dando uma importância fundamental à primeira.

A compreensão prática é imediata e primária, no sentido de ser primeira. Compreendemos, actuando, irreflectidamente, no mundo envolvente que se encontra *ready-to-hand*, com as suas propriedades invisíveis, não reconhecidas explicitamente. A essência da cognição “é a experiência pré-reflectiva de estar envolvido numa situação de actuação” (Winograd e Flores, 1993, p. 97).

A compreensão teórica deriva da compreensão prática, sendo reflexiva e consciente. A interpretação da realidade implica uma ruptura com essa realidade, através da qual, os objectos e as suas propriedades emergem, tornando-se visíveis, *present-at-hand*, quando se relacionam com a nossa actividade.

A este propósito, poderei referir o exemplo de uma colega que, ao comunicar num congresso a experiência pedagógica decorrida num ano lectivo com a sua direcção de turma, apresentou de uma forma bastante clara quatro fases no processo de desenvolvimento da autonomia dos seus alunos. Quando indagada sobre a forma como ela teria planificado o seu trabalho no início e ao longo do ano lectivo mediante aquelas quatro fases – fases estas que corresponderam a períodos de trabalho com características marcadamente diferenciadas – a colega pôde então explicitar que foi a reflexão que acompanhou o trabalho preparatório da sua comunicação que a fez tomar consciência dessas mesmas quatro fases. Ou seja, aquilo que parecia uma estrutura definida *a priori*, de facto não o era. E provavelmente, se não tivesse preparado a referida comunicação, a estrutura do

trabalho desenvolvido ter-se-ia mantido invisível. Foi a compreensão teórica, de natureza analítica, reflexiva e consciente, que possibilitou que emergissem, de forma tão clara, as propriedades estruturantes que atravessaram, como um eixo, todo o trabalho desenvolvido ao longo de um ano lectivo numa turma.

Outros autores, embora em domínios diversos, aproximam-se de certa maneira da concepção heideggeriana de compreensão. É o caso de Leont'ev (1978) quando afirma que só reconhecemos algo quando se torna objecto da nossa consciência, e para tal, é necessário que o mesmo constitua objectivo da acção, em última instância, que se relacione com o motivo da actividade. Por seu lado, Pea (1993), ao designar os objectivos por *desejos*, no âmbito do sistema de actividade que envolve pessoas, ambiente e ferramentas, estabelece uma taxinomia de desejos, cada um correspondente a uma experiência diferente trazida para a situação para realizar a actividade. De entre eles, encontro dois que me parecem particularmente idênticos aos dois tipos de compreensão referidos atrás: (a) *desejo-habitual* caracterizado pela repetição de acções familiares com a incorporação dos recursos físicos ou humanos na actividade, tornando-se assim os instrumentos invisíveis no que se refere às suas propriedades mediadoras, e como tal, a cognição carece de reflexividade (compreensão prática); e (b) *desejo-circunstancial* caracterizado pelo facto de intenção e meta não existirem especificamente, uma vez que as mesmas surgem, oportunisticamente, em resposta à revelação das propriedades de uma situação ou instrumento que emergem durante a acção (compreensão teórica).

Dois conceitos que passarei a apresentar sucintamente são os de *recurso estruturante* e *artefacto matemático* por serem operacionalizados nos resultados do estudo, discutidos na presente comunicação e relacionados com a concepção heideggeriana de compreensão.

É a antropóloga Lave (1988) que introduz o conceito de *recurso estruturante* como algo que suporta uma dada situação, dando-lhe forma estrutural. Os recursos estruturantes articulados encontram-se na actividade, em relação com as pessoas-em-acção, e “em relação com o cenário, tomando forma na intersecção de múltiplas realidades” (pp. 97-98). É esta intersecção que propicia a estruturação mútua de diferentes recursos.

Brown, Collins e Duguid (1988) encaram os conceitos matemáticos como *artefactos matemáticos* uma vez que consideram que os mesmos só serão compreendidos quando explorados e apropriados, ou seja, usados como ferramentas ou artefactos, ao invés de serem olhados como algo de abstracto e perfeitamente definido.

## Metodologia

Optei por uma metodologia de natureza qualitativa, segundo um paradigma interpretativo, uma vez que assumo que:

(a) não existe uma realidade objectiva, independente do pensamento e da actividade cognitiva dos indivíduos, já que a realidade é construída socialmente e é mediada pela interpretação; e (b) o objectivo fundamental da investigação não é explicar relações causais através de técnicas objectivas de medição, no âmbito de um delineamento de estudo experimental em que o investigador se mantém distanciado do fenómeno em estudo, mas sim compreender um dado fenómeno e explicar relações dialécticas entre elementos mutuamente constitutivos, a partir das perspectivas dos participantes envolvidos no mesmo, através do envolvimento do investigador nas situações a estudar, pela participação nas actividades em ocorrência, no respectivo contexto natural, com o propósito de ficar imerso no próprio fenómeno (Bogdan e Biklen, 1994; Denzin e Lincoln, 1984; Firestone, 1987; Smith e Heshusius, 1986). (Rodrigues, 1997, p. 114)

No âmbito do objectivo do presente estudo, só se torna possível captar a complexidade do fenómeno da aprendizagem, inseparável do contexto educativo, se estudarmos todas as suas componentes – a natureza dos significados matemáticos construídos pelos alunos em situação de sala de aula, a utilização do computador, e as interacções sociais – de uma forma holística, relacionando-as intrinsecamente, de tal forma que, ao atendermos a uma das dimensões consideradas, tenhamos simultaneamente em conta a influência recíproca das outras. Esta perspectiva de investigação, em que as componentes do fenómeno não podem ser estudadas isoladamente, é, precisamente, atingida através de métodos qualitativos (Merriam, 1991).

Tomando como unidade de análise a actividade matemática escolar dos alunos, observei e analisei a actividade matemática de um grupo de quatro alunos de uma turma de 8º ano na sala de aula de Matemática.

Observei todas as aulas de Matemática da turma dedicadas ao estudo da unidade didáctica *Lugares Geométricos*, o qual se inseria no projecto de Área-Escola da turma e contemplava a utilização do *Cabri* na maior parte das aulas. Logo após as aulas, eu redigia as notas de campo referen-

tes às observações que tinha feito.

Todas as tarefas propostas nas aulas foram da responsabilidade da professora, não tendo existido, neste aspecto, qualquer intervenção da minha parte. Nas aulas observadas, assumi um duplo papel – de investigadora e simultaneamente de professora –, circulando pelos diversos grupos e interagindo com os alunos, tal como a professora de Matemática participante no estudo.

A turma era composta por 24 alunos e estava organizada em grupos de quatro alunos. Estes grupos foram formados no início do ano lectivo e mantiveram-se durante todo o ano. Todas as aulas de Matemática, em todo o ano lectivo, decorriam em trabalho de grupo. Nas aulas que funcionaram na sala dos computadores, os grupos que estavam a utilizar o computador subdividiam-se em grupos de dois alunos, de modo a permitir uma maior participação por parte dos mesmos.

Da necessidade de fazer uma observação, em profundidade, que desse conta do fenómeno, tal como ele ocorre, seguindo o respectivo processo (Merriam, 1991), decorreu a opção de proceder a registos vídeo, que pudessem ser vistos e revistos (tantas vezes quantas quisesse) após a ocorrência dos acontecimentos na sala de aula. Estes registos assumiram grande importância na análise de dados do presente estudo uma vez que captaram pormenores importantes da actividade matemática dos alunos e das suas interacções verbais e não-verbais que escaparam à minha observação directa (tanto mais que circulei igualmente por todos os grupos de trabalho para permitir que as suas interacções se desenvolvessem sem a presença constante de uma professora) e que foram posteriormente dissecados e analisados.

Feita a opção de proceder a registos vídeo, tive necessidade de seleccionar um grupo de alunos que fosse alvo dos mesmos. O grupo seleccionado foi indicado pela professora como o que melhor satisfazia o meu critério de selecção: grupo de alunos onde fossem habituais a discussão e a frequência de interacções verbais. Ser-me-ia mais fácil tentar perceber e analisar o pensamento dos alunos e a sua construção de significados se esse mesmo pensamento fosse, pelo menos, em parte, traduzido em palavras, e da forma mais natural possível, para que se evitasse a situação de o investigador ter de incitar os alunos a 'pensar em voz alta'.

Coloquei portanto uma câmara de vídeo, a que estava ligado um microfone, junto do grupo seleccionado nas aulas em que funcionaram como grupo de quatro, e duas câmaras com os respectivos microfones junto dos subgrupos quando os mesmos utilizavam os computadores.

Foram utilizados, na presente investigação, essencialmente, três

métodos de recolha de dados: a observação participante, entrevistas semi-estruturadas aos 4 alunos do grupo alvo de registo vídeo, e documentos.

Os documentos incluíram: (a) os registos em vídeo da actividade dos quatro alunos do grupo seleccionado, na sala de aula, e respectivas interações com a professora; (b) os registos em vídeo das entrevistas; (c) os trabalhos dos alunos realizados no período da recolha de dados; (d) o dossier de turma; e (e) o dossier do projecto de Área-Escola.

A análise de dados foi sendo feita por fases sucessivas, num processo de interacção entre a dedução e a indução, num processo de interacção entre a análise teórica e os dados recolhidos.

A primeira fase acompanhou o trabalho de campo, tendo sido, ainda, pouco consistente e pouco sistematizada. A segunda fase da análise de dados coincidiu com o acto de transcrever, em definitivo, os episódios videogravados, o que ocorreu após a recolha de dados. Foi nesta fase que a análise ganhou profundidade, e que os dados começaram a ser organizados por categorias, resultantes dedutivamente, quer das questões do estudo, quer dos conceitos fortes teóricos, e simultaneamente, emergentes indutivamente, dos próprios dados. A teoria ajudou a entender e a construir os dados e a recolha empírica ajudou a entender os conceitos teóricos. A terceira fase de análise caracterizou-se por um trabalho de síntese e conduziu à criação de relações entre as várias categorias na procura da compreensão global do fenómeno em estudo.

### **Apresentação de alguns resultados**

#### ***O Problema do Campismo***

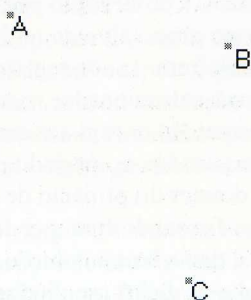
Os alunos encontravam-se na sua sala de aula usual (não dispendo portanto do computador) reunidos em grupos de quatro e foram confrontados com o enunciado da seguinte tarefa:

O Gustavo foi encontrar-se com os seus amigos ao Parque de Campismo de Vilar de Mouro.

Quando chegou, notou que as três tendas já estavam montadas e que não estavam alinhadas.

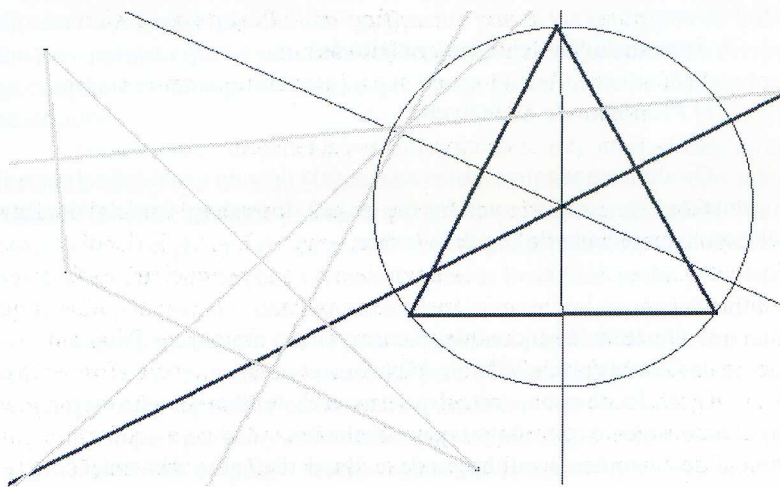
Vou arrumar a minha tenda a igual distância das deles!

Mas como?



**Figura 2.** Localização dos pontos correspondentes às três tendas, incluída na ilustração do problema

A apresentação desta tarefa por parte da professora foi feita imediatamente após a concretização de uma outra tarefa – a *Actividade 5* – ainda nessa mesma aula, na qual verificaram que o circuncentro de um triângulo se encontrava a igual distância dos seus vértices por recurso ao traçado, com o compasso, da circunferência circunscrita ao triângulo. A *Actividade 5* foi feita a partir do trabalho impresso e desenvolvido, a partir da tarefa designada por *Actividade 4*, por intermédio do *Cabri*, na aula anterior. A folha impressa tinha triângulos e as mediatrizes dos respectivos lados.



**Figura 3.** Circunferência circunscrita ao triângulo (Actividade 5)

Por isso mesmo, quando iniciaram a concretização da resolução do *Problema do Campismo*, os alunos ainda não tinham uma noção clara de que o ponto que procuravam seria obtido, pura e simplesmente, pela intersecção das mediatrizes, mas fazia-lhes sentido que repetissem todas as acções realizadas nas *Actividades 4 e 5* – traçado do triângulo, das mediatrizes dos lados do triângulo e da circunferência circunscrita ao triângulo – uma vez que todos estes elementos estavam presentes no final da concretização da *Actividade 5* no momento em que explicitaram a equidistância do circuncentro de um triângulo aos seus vértices como uma das suas propriedades. Vejamos um excerto da transcrição relativa à resolução do *Problema do Campismo*:

Tiago- Tens de fazer um triângulo, pá. A fazer de conta. E depois mete o centro.

(...)

Ana- Temos de ir medir as mediatrizes. E depois a partir do centro... (...) Agora, marcamos o círculo outra vez, o circuncentro...

(...)

Professora- Vocês já têm uma ideia onde vai ficar a tenda, ou acham que só depois de terem feito ali as mediatrizes é que vão saber?

Ana- Acho que é depois das mediatrizes. (...) Ó stora, (*aponta para um ponto específico da folha*) deve-se situar mais ou menos práqui [sic] assim.

Professora- Mas não me sabes dizer assim... sem ser um ponto na folha.

Ana- É um ponto da circunferência também.

Conforme se pode verificar quer pela intervenção inicial do Tiago “E depois mete o centro” quer pela intervenção da Ana “E depois a partir do centro...”, existe nos alunos uma ideia de que as mediatrizes farão encontrar o centro da circunferência circunscrita ao triângulo. Mas o que guia o seu trabalho é essencialmente a repetição das acções feitas anteriormente nas *Actividades 4 e 5*, tal como fica evidenciado pela afirmação da Ana “Agora, marcamos o círculo **outra vez**”. Mas ainda não é uma ideia clara e consciente, tanto que, quando confrontados pela professora para indicar de antemão a localização da tenda, através da verbalização do seu relacionamento com algum dos lugares geométricos estudados – “sem ser um ponto na folha” – a Ana diz que será “um ponto da circunferência”.

Podemos portanto afirmar que os objectos matemáticos *mediatriz*,

*circuncentro* e *circunferência* funcionaram nesta fase como *recursos estruturantes articulados* (Lave, 1988). Recursos estruturantes porque são utilizados por se supor que serão necessários mas sem que lhes sejam reconhecidas, à partida, as suas propriedades (Heidegger, 1962, referido por Winograd e Flores, 1993) no seu inter-relacionamento. Ou seja, são usados por se encontrarem disponíveis, e não por serem procurados intencionalmente, como seriam se os alunos soubessem, clara e previamente, o fim e o contributo que cada um deles teria na resolução da tarefa proposta. Será, contudo, a sua simultaneidade que facultará a sua estruturação mútua, fazendo com que a compreensão prática ceda lugar à compreensão teórica (Heidegger, 1962, referido por Winograd e Flores, 1993). É pois pelo facto de os recursos estruturantes se encontrarem articulados que, progressivamente e em simultâneo com a actividade dos estudantes, irão dando forma uns aos outros, constituindo-se mutuamente, pela clarificação e emergência das suas propriedades. Vamos perceber como, olhando um pouco mais para o excerto seguinte da transcrição:

A professora aproxima-se. Os alunos tinham acabado de traçar a circunferência.

Ana- Stora... Este circuncentro não coiso [sic] porque não toca naquele...

(...)

Professora- Eu não sei se vocês estão a ver bem que circunferência estão a fazer. Qual é o ponto?

(...)

Ana- Então, estamos a marcar no circuncentro.

Professora- Será que traçaram bem as mediatrizes? Verifiquem lá.

Após constatarem que as mediatrizes estavam mal traçadas, é a professora que as traça. O Tiago abre o compasso e traça a circunferência, assim que a professora acaba de traçar duas mediatrizes.

Professora- Agora... Ah! E aqui? (*assinala o circuncentro com o lápis*) É o quê?

Tiago- Agora mete-se aí o centro.

Ana- O circuncentro.

Professora- E aí põem o quê?

Tiago- O compasso.

Professora- Sim. Mas... Não era para pôr o compasso, era para pôr uma tenda. Onde é que se põe a tenda?

Ana- (apontando para o circuncentro) Aqui.

O Tiago aponta também para o circuncentro.

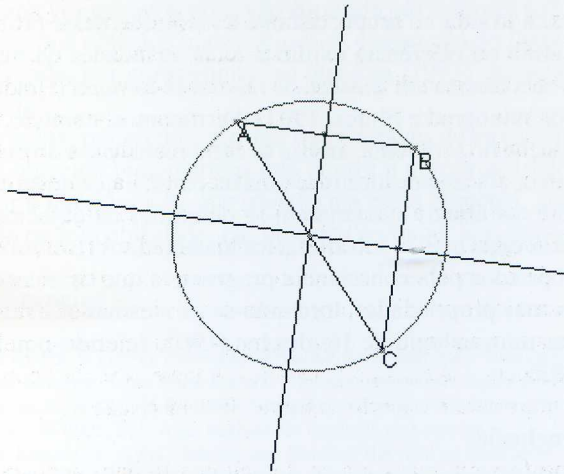


Figura 4. Aspecto final do trabalho do grupo relativo ao Problema do Campismo

O acto de traçar a circunferência estava intimamente associado ao processo de apropriação do circuncentro, uma vez que as propriedades deste foram estudadas, na *Actividade 5*, com o recurso ao objecto matemático *circunferência*, e tendo ambos os objectos (circuncentro e circunferência) nascido em comunhão, não foram nunca dissociados. A união dos mesmos pode ser evidenciada por várias vezes:

1. “Agora, marcamos o círculo outra vez, o circuncentro...” – A Ana, querendo designar a circunferência com o termo “círculo”, como que dá a entender que o circuncentro haveria de emergir da circunferência.
2. “Este circuncentro não coiso [sic] porque não toca naquele...” - Aquilo que constituiu um processo de validação do circuncentro encontrado é também um processo de génese do mesmo, como se o circuncentro se encontrasse ainda num estado embrionário, de procura. Portanto, neste caso, não temos circuncentro porque não temos a circunferência esperada: circunscrita ao triângulo.
3. O acto do Tiago de traçar a circunferência circunscrita ao triângulo logo após o traçado das duas mediatrizes pela professora não é um acto de validação (o Tiago tinha confiança na correcção do traçado da professora) mas sim um acto de mútua constituição do circuncentro.

4. “Onde é que se põe a tenda?” “Aqui.”, diz a Ana, apontando em conjunto com o Tiago para o circuncentro – a emergência das propriedades do circuncentro foi feita **com** a circunferência.

Nunca existiu no grupo, durante a resolução deste problema, qualquer discussão ou referência explícita às propriedades da mediatriz, encontrando-se a mesma em situação de *readiness-to-hand* (Heidegger, 1962, referido por Winograd e Flores, 1993). Verificamos, contudo, que ao longo da resolução do problema, ambas as compreensões, a do circuncentro e a da mediatriz, foram constitutivas uma da outra, e que ao se estruturarem mutuamente, os alunos apropriaram-se de ambos os objectos matemáticos. Objectos estes que, sendo artefactos matemáticos (Brown et al., 1988), foram apropriados pela consciência progressiva que os alunos vão tendo acerca das suas propriedades, tornando-se as mesmas visíveis – *present-at-hand*, na terminologia de Heidegger (1962, referido por Winograd e Flores, 1993).

### Conclusões

Os alunos desenvolvem, primeiro, uma compreensão prática, em conjunção com as suas acções irreflectidas com os objectos matemáticos, através das quais conferem um sentido pessoal a esses objectos ligado ao contexto empírico.

É a intersecção de diferentes realidades que faz surgir a *articulação de recursos estruturantes*: é a sua simultaneidade que faz com que dêem forma estrutural umas às outras. Diferentes objectos matemáticos são utilizados pelos alunos por estes suporem que será necessária a sua presença simultânea mas sem lhes reconhecerem, à partida, as suas propriedades no seu inter-relacionamento.

Só depois é que os alunos desenvolvem uma compreensão teórica, de natureza reflexiva e consciente, pela qual eles efectuem generalizações, acompanhada de um processo de ruptura, através do qual as propriedades dos objectos matemáticos emergem ao seu reconhecimento (Heidegger, 1962, referido em Winograd e Flores, 1993; Leont’ev, 1978; Vygotsky, 1995).

É pelo facto de os diversos objectos matemáticos se estruturarem mutuamente que os alunos se vão apropriando desses mesmos artefactos matemáticos, interpretando-os, conferindo-lhes significado, e compreendendo, num nível reflexivo, por que razão eles se inter-relacionam, através da emergência das suas propriedades que se tornam visíveis para os alunos.

Em todo o processo de aprendizagem evidenciado pelos alunos, a

compreensão e a acção desenvolvem-se em conjunção sendo, portanto, mutuamente constitutivas. Os alunos não têm pois uma ideia previamente definida e clara das acções a conduzir, segundo algum tipo de plano sequencial, uma vez que as acções vão surgindo em resposta à revelação das propriedades dos objectos matemáticos. A conjunção do fazer-compreender corresponde, por conseguinte, ao que Pea (1993) designa por *desejo circunstancial*.

Em suma, poderemos afirmar que é através do envolvimento prático com os objectos matemáticos que ocorre a apropriação dos mesmos, dando lugar à interpretação que transforma esses objectos, anteriormente em situação de invisibilidade, em objectos reconhecidos explicitamente.

## Referências

- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora. (Trabalho original em inglês publicado em 1991)
- Brown, J., Collins, A., & Duguid, P. (1988). *Situated cognition and the culture of learning*. (Report Nº IRL 88 0008) Palo Alto: Institute for Research on Learning.
- Denzin, N., & Lincoln, Y. (1994). Introduction: Entering the field of qualitative research. In N. Denzin e Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*. Newbury Park: Sage.
- Fausett, L. (1994). *Fundamentals of neural networks: architectures, algorithms, and applications*. Nova Jersey: Prentice-Hall International, Inc.
- Firestone, W. A. (1987). Meaning in method: The rhetoric of quantitative and qualitative research. *Educational Researcher*, 16 (7), 16-21.
- Heidegger, M. (1962). *Being and time*. Nova Iorque: Harper & Row.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Leont'ev, A. (1978). *Activity, consciousness and personality*. N. J.: Prentice Hall.
- Merriam, S. (1991). *Case study research in education: A qualitative approach* (2ª ed.). São Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Pea, R. (1993). Practices of distributed intelligence and designs for education. In G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations*. Cambridge, Massachusetts: Cambridge University Press.
- Rodrigues, M. (1997). *A aprendizagem da Matemática enquanto processo de construção de significado mediada pela utilização do computador*. Tese de mestrado. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Smith, J. K., & Heshusius, L. (1986). Closing down the conversation: The end of the quantitative qualitative debate among educational inquirers. *Educational Researcher*, 15 (1), 4-13.
- Varela, F. J. (s.d.). *Conhecer as ciências cognitivas: Tendências e perspectivas*. Lisboa: Instituto Piaget. (Trabalho original em francês publicado em 1988)
- Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 275-298.
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamento e linguagem* (5ª ed.). São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda. (Trabalho original em inglês publicado em 1961)
- Winograd, T., & Flores, F. (1993). *Understanding computers and cognition: A new foundation for design* (8ª ed.). Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.