O IMPACTO DO ENSINO EXPLORATÓRIO NA APRENDIZAGEM DE RELAÇÕES E REGULARIDADES EM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA NO 2.º CICLO

Rita Patrício

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2022-2023

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

O IMPACTO DO ENSINO EXPLORATÓRIO NA APRENDIZAGEM DE RELAÇÕES E REGULARIDADES EM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA NO 2.º CICLO

Rita Patrício

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Orientador: Ana Caseiro

2022-2023

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, por sempre terem acreditado e nunca terem duvidado de mim e das minhas capacidades (mesmo quando eu própria duvidava). Por todo o apoio e esforço realizado para conseguirem dar-me a melhor educação possível (a nível pessoal e académico). Por sempre terem visto em mim uma professora capaz de ensinar e ajudar crianças.

À minha restante família, pois sempre me apoiaram e confiaram nas minhas capacidades.

Aos meus amigos mais chegados, que sempre se demonstraram orgulhosos pelas minhas conquistas e estiveram comigo nos momentos mais necessários.

Aos restantes colegas de curso e professores da faculdade que, ao longo do mesmo, me mostraram diferentes perspetivas e atividades a realizar com alunos. Que me deram a conhecer diversas metodologias, estratégias e recursos, por forma a tornar-me numa profissional melhor. Por outras palavras, que me levaram a aprender mais.

À minha orientadora, que sempre me apoiou e ajudou, tendo sempre em consideração os meus interesses. Por todo o *feedback* e encorajamento, que me permitiu melhorar a nível profissional e pessoal.

À minha professora primária, que deu origem esta caminhada e deu-me vontade de seguir os seus passos, pelo gosto de ensinar e educar crianças.

Às pessoas que, ao longo de toda a minha escolaridade obrigatória, me fizeram perceber que tinha capacidades e competências para explicar os conteúdos quando não os compreendiam através da explicação dos professores. Contribuíram, também, para o "bichinho" de querer ensinar.

Às restantes pessoas que passaram pela minha vida e que me permitiram desenvolver e/ou aprofundar as minhas competências e capacidades, que nunca desistiram de mim e que sempre me deram apoio e confiança.

A todas as pessoas que me ensinaram algo que levo para a vida, um pequeno agradecimento não reflete a importância que todas tiveram, têm e sempre terão no meu crescimento pessoal e profissional.

Obrigada por tudo!

RESUMO

Este relatório encontra-se dividido em duas partes, sendo a primeira relativa à intervenção nos dois estágios realizados este ano, e a segunda relativa ao estudo desenvolvido.

Torna-se gradualmente mais necessário que o ensino acompanhe a evolução do mundo e, para tal, é importante recorrer a novas tipologias/naturezas das tarefas realizadas em sala de aula. Neste sentido, o objeto deste estudo são as tarefas de exploração e o principal objetivo é compreender o impacto do ensino exploratório na aprendizagem de Relações e Regularidades em Matemática.

Com base numa experiência em 2.º CEB, foram recolhidos dados de duas turmas do 6.º ano, pertencentes a uma escola TEIP. Neste estudo de natureza qualitativa, recorreu-se a documentos, observação e entrevista para a recolha de dados, e à análise de conteúdo para a análise dos mesmos. O estudo iniciou-se com a realização de um pré-teste, seguido de três tarefas de exploração, uma em cada semana e com base em conteúdos diferentes e finalizou-se com a realização de um pós-teste. É de referir que foram cumpridos os princípios éticos do processo de investigação.

Ao comparar os resultados obtidos no pré-teste com os do pós-teste, é percetível a evolução dos alunos nos conteúdos trabalhados, tendo sido verificada uma maior evolução relativamente ao conteúdo "Sequências". No entanto, houve alguns valores bastante baixos, pelo que se pensa que estejam relacionados com a relutância destes alunos para a aprendizagem.

Em conformidade com outros estudos realizados, as tarefas de exploração tiveram um impacto positivo na aprendizagem e compreensão dos conteúdos trabalhados e, através da observação e dos comentários que os alunos iam fazendo ao longo da investigação, este tipo e natureza de tarefas aumentou a motivação dos alunos e também a confiança nas suas próprias capacidades, sendo estes aspetos bastante importantes para a aprendizagem, tornando os alunos mais predispostos para tal.

Palavras-chave: Ensino Exploratório; Tarefas de Exploração; Relações e Regularidades; Razão, Proporção e Proporcionalidade Direta; Escalas; Sequências

ABSTRACT

This report is divided into two parts, the first relating to the intervention in the two internships carried out this year, and the second relating to the developed study.

It’s becoming gradually necessary for teaching to accompany the evolution of the world and, for that, it’s important to resort to new typologies/natures of the tasks used in the classroom. Therefore, this study’s object are exploration tasks and its main objective is to understand the impact of exploratory teaching on learning Relationships and Regularities in Mathematics.

Based on an experience in the 2nd Cycle of Basic Education, data was collected from two 6th grade classes, belonging to a TEIP school. In this qualitative study, documents, observation and interviews were the techniques used to collect data and content analysis was the technique used to analyze them. The study began with a pre-test, followed by three exploration tasks, one each week and based on different contents, and ended with a post-test. It’s important to refer that the ethical principles of the research process were complied with.

When comparing the results obtained in the pre-test with those in the post-test, it’s noticeable the evolution of the students in the learned contents, having been verified a greater evolution in relation to the content "Sequences". However, there were some very low values, which are thought to be related to these students' reluctance to learning.

In accordance with other studies, the exploration tasks had a positive impact on the learning and understanding of the contents worked on and, through observation and students’ comments made throughout the investigation, this type and nature of tasks increased the students' motivation and also confidence in their own abilities, very important aspects for learning, making students more predisposed to it.

Keywords: Exploratory Teaching; Exploration Tasks; Relations and Regularities; Ratio, Proportion and Direct Proportionality; Scales; Sequences

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS

APM	Associação de Professores de Matemática
CEB	Ciclo do Ensino Básico
PES II	Prática de Ensino Supervisionada II
TEIP	Territórios Educativos de Intervenção Prioritária
TPC	Trabalho Para Casa

INTRODUÇÃO

No âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, inserida no 2.º ano do mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, foi proposta a elaboração de um relatório final para a obtenção do grau de mestre.

Em termos globais, este relatório é dividido em duas partes – parte I e parte II. A primeira parte engloba três capítulos, sendo eles "Descrição sintética da prática pedagógica desenvolvida no 1.º CEB", "Descrição sintética da prática pedagógica desenvolvida no 2.º CEB" e também "Análise crítica da prática ocorrida em ambos os ciclos". No primeiro capítulo desta parte, são apresentadas de forma sucinta, as principais finalidades educativas da Instituição cooperante e o meio sociocultural e económico onde esta se insere, assim como as características da turma (ano de escolaridade, idades, níveis de desenvolvimento e aprendizagens e dificuldades identificadas). Para além destes tópicos, foi descrita de forma sintética, a problemática de intervenção (juntamente com os objetivos gerais, estratégias globais de intervenção e de integração curricular, atividades implementadas e processos de avaliação e regulação), assim como os dados recolhidos após esta intervenção. No segundo capítulo desta primeira parte foram abordados os mesmos tópicos, mas relativamente ao estágio em 2.º CEB. Por fim, esta primeira parte do relatório termina com uma análise crítica da prática ocorrida em ambos os ciclos, tendo sido realizada uma comparação entre estes, segundo tópicos como: i) desenvolvimento e respetivas competências esperadas dos alunos; ii) métodos de ensino-aprendizagem (processos de organização e desenvolvimento do currículo); iii) relação pedagógica; e iv) processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

A segunda parte deste relatório, encontra-se dividida em cinco capítulos, relativos ao estudo desenvolvido num dos estágios – no caso o de 2.º CEB. O primeiro capítulo desta parte denomina-se "Apresentação do estudo" e remete para a definição do tema e do problema/objeto de estudo, assim como para a explicitação dos objetivos do mesmo (gerais e específicos) e das questões de investigação. O segundo capítulo, "Fundamentação Teórica", está relacionado com a revisão de literatura necessária para uma melhor compreensão e desenvolvimento do estudo, pelo que foram definidos alguns conceitos (tarefa, atividade, proporcionalidade direta e padrão), foi abordada a importância do ensino exploratório no ensino da Matemática, o papel do professor neste ensino exploratório e, por fim, foi referida a importância da aprendizagem do tema "Relações e Regularidades" (e a relação do ensino exploratório com este tema). Relativamente ao terceiro capítulo desta segunda parte, "Metodologias", foi descrita de forma sucinta o contexto, os participantes e as opções metodológicas (natureza do estudo, técnicas de recolha e de análise de dados, com os respetivos instrumentos) e ainda foram referidos os princípios éticos cumpridos ao longo de todo o processo de investigação. No quarto capítulo desta parte, "Resultados", são apresentados os resultados dos dados obtidos através do estudo e a sua discussão, sendo que nesta fase é feito referência às questões de investigação, ao objetivo do estudo e a estudos realizados por outros autores (referenciados no capítulo da fundamentação teórica). Por fim, no último capítulo desta parte, "Conclusões", foram abordadas as conclusões obtidas com esta investigação e os constrangimentos ocorridos durante o desenvolvimento dos mesmos.

É de referir que este relatório apresenta ainda os capítulos "Introdução" (em que é apresentada a estrutura global do relatório), "Reflexão Final" (em que são abordados diversos tópicos relativos aos contributos e aspetos significativos da experiência desenvolvida), "Referências" e "Anexos", sendo que estes capítulos não estão inseridos em nenhuma das duas partes.

1.ª PARTE

1. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO 1.º CEB

Neste capítulo, será realizada uma caracterização sumária da prática pedagógica desenvolvida no 1.º CEB, em que serão referidos os seguintes aspetos: i) caracterização do meio e da escola onde foi realizada a prática, mencionando a principal finalidade educativa do Agrupamento; ii) caracterização do grupo de alunos, em que serão identificados o ano de escolaridade, as idades, os níveis de desenvolvimento e as aprendizagens e dificuldades identificadas; e, por fim, iii) descrição da intervenção realizada, em que será mencionada a problemática de intervenção, assim como os objetivos gerais, as estratégias globais de intervenção e de integração curricular, as atividades implementadas e os processos de avaliação – para a regulação das aprendizagens dos alunos e para o cumprimento dos objetivos gerais do Plano de Intervenção.

Ao longo de sete semanas, de finais de abril a início de junho, foi realizada uma prática pedagógica em 1.º CEB, cuja escola pertence ao concelho da Amadora, num contexto socioeconómico médio-alto. O agrupamento em que esta escola está inserida tem como principal finalidade educativa garantir que existe um ensino-aprendizagem de qualidade, de forma inclusiva e adaptada às necessidades dos alunos que o frequentam, de forma a que cada aluno consiga desenvolver ao máximo as suas competências, conhecimentos e capacidades, integrando-se ativamente na sociedade (Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas Cardoso Lopes, 2021-2025).

A turma estava inserida no 1.º ano de escolaridade e, por isso, as idades dos 24 alunos (14 rapazes e 10 raparigas) estavam compreendidas entre os 6 e os 7 anos. É ainda de realçar que dois destes alunos encontram-se abrangidos pelo Decreto-Lei nº 54/2018, embora apenas um deles precise da aplicação de medidas seletivas. Relativamente às aprendizagens e dificuldades identificadas, os alunos encontram-se num nível de desenvolvimento equiparado ao estágio Operatório-concreto, segundo Piaget, sendo este caracterizado pelo facto de as crianças possuírem inteligência operatória concreta que lhes permite realizar uma ação interiorizada. No entanto, ainda precisam de material concreto para realizarem essas mesmas operações. É de realçar que as crianças que se encontram neste estágio já começam a considerar o ponto de vista do outro, deixando o egocentrismo para trás (Silva et al., 2016).

A componente do currículo em que foram reconhecidas mais potencialidades foi a de Estudo do Meio, apesar de os alunos terem também bastantes competências e capacidades de Matemática e de Português desenvolvidas. Em Matemática, os alunos apresentam maiores fragilidades no que respeita as estratégias de cálculo e/ou resolução de problemas. Ao nível do Português, foi identificada como maior fragilidade a dificuldade em inferir o tema e resumir as ideias principais de um texto (devido à velocidade com que os alunos leem). Não obstante estas fragilidades nestas componentes do currículo, as maiores fragilidades desta turma remetem para as Competências Sociais, nomeadamente na gestão de conflitos e manifestações de atitudes de respeito, de responsabilidade e de cooperação entre pares.

Por este motivo, foi definida a seguinte problemática de intervenção, relacionada com as Competências Sociais: "Qual o impacto dos valores de Responsabilidade, Felicidade, Respeito, Paz e União, na relação entre pares?". Perante esta problemática, os objetivos gerais de intervenção estabelecidos foram: i) "Compreender a importância do desenvolvimento de valores" – pelo que era pretendido que os alunos compreendessem o impacto dos valores na relação entre colegas e no seu crescimento pessoal; ii) "Aplicar os valores em situações do dia-a-dia e entre pares" – com a intenção de, após os alunos perceberem a importância dos valores, que os soubessem aplicar naturalmente na sua vida; e iii) "Transmitir os valores aos que o rodeiam" – com o intuito de passar estes valores aos seus colegas e/ou outros indivíduos ao seu redor, de forma a melhorar a relação entre todos. É importante referir que foram escolhidos os valores de Responsabilidade, Felicidade, Respeito, Paz e União devido ao facto de as maiores fragilidades demonstradas pelos alunos estarem relacionadas com estes valores.

A intervenção nesta problemática tornou-se bastante relevante e cada vez mais se dá importância à Educação para a Cidadania (Oliveira, 2019), especialmente porque não é inato ao indivíduo saber viver em sociedade, sendo preciso que as crianças desenvolvam valores desde cedo, recorrendo à socialização (Saviani, 1993, citado por Valone et al, 2018). Contudo, estes autores referem ainda que, para além de trabalhar os conceitos relativos aos valores, é crucial também levar os alunos a perceber como estes são aplicados a nível social, para que estes ganhem sentido e significado. A educação não se caracteriza apenas pela aprendizagem de conteúdos académicos, mas também pela formação das crianças enquanto seres humanos e cidadãos pertencentes a uma sociedade (Saviani, 1993, citado por Valone et al, 2018). Em conformidade com esta conceção, Dewey (2007), citado por Lima (2021), o objetivo primário do processo educativo remete para "aprender a ser humano", sendo defendido pelo mesmo que a educação deveria ser vista como crescimento e não como instrumento. Desta forma, é importante que o professor considere, não só os fatores cognitivos, mas também psicossociais, de forma a respeitar a etapa do desenvolvimento maturacional em que se encontram os seus alunos, assim como é igualmente importante que este saiba e perceba as competências de como ensinar (Silva et al., 2016).

Por forma a atingir os objetivos definidos, foram estabelecidas as seguintes estratégias globais de intervenção e de integração curricular: i) para a componente de Matemática, implementámos dinâmicas de trabalhos a pares (resolução de problemas a pares) e promover tarefas de partilha de comentários e de diferentes estratégias matemáticas; ii) para Português, implementámos dinâmicas de trabalhos a pares (ditado a pares, escrita de textos a pares), promovemos tarefas de partilha de comentários e diferentes estratégias de raciocínio escrito, realizámos a rotina do "Estendal dos elogios" e da grelha "Preciso de ajuda" (para prática da expressão escrita) e promovemos os trabalhos de casa na ClassDojo (em que escreviam como puseram em prática, em casa, o valor da semana); iii) para a componente de Estudo do Meio, implementámos dinâmicas de trabalhos a pares (atividades experimentais) e promovemos o compromisso na resolução de conflitos, no conselho de turma; iv) no que respeita o Teatro, Artes Visuais e Música, implementámos dinâmicas de trabalhos a pares e promovemos tarefas de partilha de comentários e conceções; por fim, v) para a componente de Educação Física, tínhamos como estratégia a implementação de dinâmicas de trabalhos a pares (promover atividades motoras cujo sucesso é atingido pelo trabalho em equipa ou a pares). Para o desenvolvimento das Competências Sociais, foram promovidas todas as estratégias mencionadas anteriormente. É de referir ainda que existiu uma estratégia comum a todas as componentes do currículo, sendo ela a promoção do Tempo de Estudo Autónomo com o intuito de não só os alunos finalizarem os seus trabalhos (sentido de responsabilidade) mas também de auxiliarem os colegas quando estes precisassem.

Para implementar estas estratégias, foram realizadas diversas atividades para as diferentes componentes do currículo de forma a trabalhar variados conteúdos. Assim, para a componente da Matemática foram realizadas atividades que proporcionassem a aprendizagem do número 90, do número 100, da ordem das centenas, das diferentes representações do número, assim como atividades de resolução de problemas e de estratégias de cálculo. Para a componente de Português, foram realizadas atividades relativas a alguns casos de leitura, ao plural e singular, e ainda foi realizada uma atividade de trabalho de texto. No caso da componente de Estudo do Meio, foram realizadas variadas atividades que permitissem a aprendizagem sobre os tipos de casas e os espaços da casa, sobre itinerários, plantas, animais e sobre a distinção e produção de sons (com recurso a materiais do quotidiano e partes do corpo). Para as componentes do currículo de Artes Visuais, Teatro e Música foram realizadas, maioritariamente através de tertúlias, atividades que possibilitaram aos alunos o desenvolvimento de competências e capacidades relacionadas com a apropriação, reflexão, interpretação, comunicação, experimentação e criação. Por fim, para a componente do currículo de Educação Física, foram realizadas atividades relacionadas com os blocos 1 (Perícias e Manipulações) e 4 (Jogos). É importante referir que, de acordo com as necessidades dos alunos e os diferentes níveis em que estes se encontravam, foi realizada uma diferenciação pedagógica através da adaptação dos recursos ou das atividades realizadas.

O processo de avaliação e regulação das aprendizagens dos alunos foi realizado através de grelhas semanais, para avaliação do cumprimento das rotinas existentes em sala de aula, e de grelhas de observação relativas a cada atividade realizada com os alunos. Para além da elaboração destas grelhas, foi também analisada a grelha do Plano Coletivo de Trabalho, as produções dos alunos nas diversas atividades e os seus cadernos diários. É de realçar que a avaliação das aprendizagens dos alunos foi feita numa perspetiva de evolução, tendo sido realizada uma avaliação contínua e formativa. De uma forma sucinta, considero que os alunos tenham compreendido os conteúdos trabalhados, no entanto, para que estes sejam efetivamente aprendidos era necessário tê-los reforçado ao longo das semanas (e não apenas atividades de sistematização).

Por outro lado, o processo de avaliação e cumprimento dos objetivos gerais do Plano de Intervenção foi executado com recurso a uma grelha, para os alunos preencherem como autoavaliação, do cumprimento de cada valor trabalhado e também com recurso a uma grelha igual a esta, preenchida por nós, estagiárias. É de referir que o preenchimento destas grelhas foi realizado através de um código de cores, já habitual em sala de aula para as avaliações, sendo que o aluno era avaliado com a cor verde se tivesse demonstrado que tinha compreendido e que sabia aplicar o valor no seu dia-a-dia, ou era avaliado com amarelo se ainda tivesse de melhorar nestes aspetos. Para além das grelhas, foram também analisadas as produções dos alunos quanto às rotinas criadas (grelha "Preciso de Ajuda", TPCs da ClassDojo e "Estendal dos Elogios"). Em relação aos objetivos do Plano de Intervenção, penso que estes tenham sido cumpridos pela maioria dos alunos, embora ainda haja bastante trabalho pela frente até que os mesmos compreendam e apliquem naturalmente estes valores no seu dia-a-dia, pelo que devemos ter em consideração que nos estamos a referir a crianças de 6 anos, em que o conceito "valores" ainda é bastante abstrato.

Finalizado este estágio, posso afirmar que foi uma experiência bastante gratificante, pelo que me considero uma professora mais completa e preparada no que respeita determinados aspetos, comparativamente à professora que era quando o iniciei. Esta minha evolução apenas foi possível devido às dificuldades e constrangimentos sentidos, pois aprendemos mais significativamente através dos erros cometidos e da experiência vivida. Estes constrangimentos sentidos estavam relacionados com planificações, recursos e prática. No que respeita as planificações, estas, por vezes, encontravam-se pouco detalhadas relativamente ao modo como as atividades eram realizadas e também quanto à antecipação de fragilidades (e como as resolver). No que concerne os recursos, a grande fragilidade esteve relacionada com a fonte da letra utilizada, tendo esta grande importância quando se trata de um 1.º ano de escolaridade. Por fim, quanto à prática, a minha principal fragilidade esteve relacionada com a gestão do tempo e com a sistematização das atividades realizadas.

Assim sendo, apesar dos constrangimentos e dificuldades sentidas, posso afirmar que aprendi bastante com este estágio, especialmente a importância da reflexão após a realização de cada atividade e a reflexão em ação, pois só refletindo conseguimos evoluir e ser melhores a nível profissional e pessoal, em prol das aprendizagens dos alunos.

2. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO 2.º CEB

Para este capítulo, realizar-se-á uma caracterização sumária da prática pedagógica desenvolvida no 2.º CEB, pelo que serão esclarecidos os seguintes tópicos: i) caracterização do meio e da escola onde se realizou a prática, identificando a principal finalidade educativa do Agrupamento; ii) caracterização dos grupos de alunos, identificando o ano de escolaridade, as idades, os níveis de desenvolvimento e as aprendizagens e dificuldades identificadas em cada turma; e, por fim, iii) descrição da intervenção realizada, pelo que será referida a problemática de intervenção, assim como os objetivos e estratégias de intervenção e de integração curricular, as atividades realizadas e os processos de avaliação – para a regulação das aprendizagens dos alunos e para o cumprimento dos objetivos gerais do Plano de Intervenção.

Relativamente ao primeiro tópico, a escola onde se realizou a prática está inserida no concelho da Amadora, num contexto socioeconómico baixo, e encontra-se abrangida pelo programa "Territórios Educativos de Intervenção Prioritária" (TEIP). Este programa tem como principal objetivo combater as desigualdades sociais, através da intervenção em determinadas situações como, por exemplo, o insucesso escolar (Despacho n.º 147-B/ME/96, de 1 de Agosto, citado por Mouraz, 2017). É de referir que a principal finalidade educativa do agrupamento a que esta escola pertence é desenvolver integralmente os alunos e jovens, por meio de condições favoráveis à aprendizagem e aperfeiçoamento de competências e experiências, para uma vida ativa na sociedade (Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas da Damaia, 2018-2021).

O estágio em 2.º CEB foi realizado desde a segunda quinzena de janeiro até ao final de março, sendo importante referir que foi possível intervir em duas turmas, ambas do 6.º ano de escolaridade. Uma das turmas era composta por 22 alunos (15 rapazes e 7 raparigas), sendo a média de idades 11,7. Torna-se relevante mencionar que dois alunos se encontram abrangidos pelo Decreto-Lei n.º 54/2018, três alunos eram repetentes e existiam dois alunos não fluentes na Língua Portuguesa, pelo que as avaliações escolares estavam entre os níveis 2 (insuficiente) e 3 (suficiente). A outra turma em que interviemos, era composta por 20 alunos (8 rapazes e 12 raparigas), sendo a média de idades 11,5. Nesta turma existem também três alunos abrangidos pelo Decreto-Lei n.º 54/2018 e três alunos repetentes, sendo as avaliações escolares dos alunos da turma também entre os níveis 2 (insuficiente) e 3 (suficiente), apesar de a grande maioria se encontrar no nível 2. Ambas as turmas apresentavam um baixo rendimento escolar e desinteresse pela escola, relacionados com a falta de estudo em casa e com o mau comportamento, pelo que existiam bastantes episódios de indisciplina. Os níveis de desenvolvimento de ambas as turmas podem ser equiparados ao estágio Operatório-formal, sendo este caracterizado pelo facto de os adolescentes questionarem os valores transmitidos pelos pais, começando a construir os seus próprios valores e a tornar-se mais cientes dos seus próprios pensamentos, refletindo sobre os mesmos (Silva et al., 2016). Esta construção da personalidade, torna mais complexo o processo de aprendizagem, pois, da mesma forma que questionam os valores ensinados, questionam também a utilidade dos conteúdos trabalhados nas aulas, pelo que se revela crucial atribuir significado às aprendizagens realizadas. Embora os alunos se encontrem neste estágio, existem também algumas características do estágio anterior (Operatório-concreto) observadas nestes alunos, nomeadamente o egocentrismo (Silva et al., 2016), sendo que muitos deles preferiam trabalhar individualmente, não apreciando trabalhos em grupo.

As potencialidades e dificuldades identificadas eram bastante semelhantes em ambas as turmas, pelo que uma delas tinha como potencialidade o facto de demonstrar interesse em participar nas aulas, enquanto que na outra turma foi identificada como potencialidade o facto de estes demonstrarem interesse pelas atividades se fosse algo diferente da sua rotina. Quando estas situações ocorriam, o comportamento dos alunos, de ambas as turmas, melhorava, pelo que ficavam mais calmos e participativos. Em relação às fragilidades, ambas as turmas tinham dificuldade não só no cumprimento de regras de sala de aula, mas também na assiduidade, havendo muitos alunos a faltar às aulas ou a chegar à sala perto do final das mesmas. É importante realçar que os alunos, de ambas as turmas, tinham interesse em Educação Física e nas atividades práticas realizadas no âmbito das Ciências Naturais.

Tratando-se de uma escola englobada no programa TEIP, são comuns os casos de indisciplina, sendo esta definida como "(...) a transgressão das normas escolares, prejudicando as condições de aprendizagem, o ambiente de ensino ou o relacionamento das pessoas na escola." (Veiga, 2007, citado por Chaves, 2013, p. 20). Uma das razões que leva à ocorrência de situações de indisciplina remete para o facto de a escolaridade ser obrigatória, pelo que os alunos não compreendem o objetivo de frequentar a escola.

Outra razão, está relacionada com o funcionamento das mesmas, pelo que, se os alunos não percebem a razão de determinadas regras, não veem motivo para as cumprir, causando situações de indisciplina (Estrela, 2002; Veiga, 2007, citados por Chaves, 2013). É também sabido que a aprendizagem é influenciada pelo comportamento e que este pode ser uma das principais razões que justificam o baixo rendimento dos alunos a nível escolar (Bzuneck, 2004, citado por Aguiar, 2013).

Considerando as potencialidades, fragilidades e interesses detetados, foi definida a problemática "De que forma a promoção de uma aprendizagem ativa por parte dos alunos em sala de aula aumenta a motivação e interesse dos alunos pela escola?", cujos objetivos gerais de intervenção foram "Desenvolver a motivação e interesse dos alunos pela Matemática e Ciências Naturais", "Diminuir situações de indisciplina" e "Aumentar a assiduidade e pontualidade dos alunos". Por forma a atingir estes objetivos, recorremos a estratégias como: i) realização de trabalho em pequenos grupos; ii) priorizar a aprendizagem ativa por parte do aluno, essencialmente através de atividades práticas, em Ciências Naturais, ou tarefas de exploração, em Matemática; iii) uso de recursos digitais (projetor, computador e apresentações em formato *PowerPoint*); e também iv) criação de guiões de exploração para cada atividade prática de Ciências Naturais.

Como refere Veríssimo (2014), citado por Neto (2019), é fundamental utilizar estratégias adaptadas ao contexto (alunos e escola), por forma a responder às necessidades específicas de cada aluno. É ainda defendido que o tipo de tarefas realizadas em sala de aula apresenta grande influência no entusiasmo e motivação dos alunos, sendo necessária a promoção de tarefas variadas e adaptadas ao grau de desenvolvimento dos alunos, priorizando tarefas assentes no debate e na partilha de ideias (Aguiar, 2013). De acordo com Costa (2011), citado por Vasconcelos (2015), é tão importante ter em consideração a componente cognitiva dos alunos quanto a componente afetiva, pois, ao criar um ambiente positivo em sala, os alunos estarão mais motivados para as aulas, havendo consequentemente, uma melhoria no seu comportamento que, por sua vez, facilita o processo de ensino-aprendizagem.

Em relação às atividades realizadas ao longo desta prática pedagógica, na componente curricular de Matemática foram realizadas três tarefas de exploração sobre os conteúdos a trabalhar (uma sobre razão, proporção e proporcionalidade direta, outra sobre escalas e uma terceira sobre sequências) e, após a realização de cada tarefa de exploração, era apresentado um *PowerPoint* em que se abordava mais aprofundadamente cada conteúdo, existindo alguns exercícios de aplicação para serem realizados em grande grupo, com o objetivo de trabalhar os conteúdos de uma forma mais dinâmica e de partilha de ideias. Para a componente curricular de Ciências Naturais, foram utilizados também *PowerPoints* sobre cada sistema trabalhado, sendo que no final de cada conteúdo do sistema era realizado um esquema-síntese em conjunto com os alunos e, na sessão seguinte, era realizada uma atividade experimental/prática como forma de consolidação das aprendizagens. Para esta componente, foi também realizada uma questão-aula. Para ambas as componentes, foi elaborado e aplicado um *Kahoot* sobre o tópico "Relações e Regularidades", no caso da componente da Matemática, e outro *Kahoot* sobre o "Sistema Cardiovascular", no caso da componente curricular de Ciências Naturais.

Quanto aos processos de avaliação e regulação das aprendizagens dos alunos, foram preenchidas, para cada turma, grelhas para cada atividade realizada, através de um código de "S" para o cumprimento do indicador estabelecido, de "PV" se os alunos cumprissem, por vezes, o indicador e de "N" caso não se verificasse o seu cumprimento. Para o preenchimento destas grelhas foram utlizadas como fonte, além da observação, as produções dos alunos (fichas de trabalho, tarefas de exploração ou questões-aula realizadas). É de referir ainda que, para a avaliação das aprendizagens dos alunos, foi realizada uma ficha de avaliação para cada componente do currículo. De uma forma geral, posso afirmar que a grande maioria dos alunos demonstrou mais interesse pela escola e melhorou a sua assiduidade, embora tenha havido alunos que conseguiram melhorar as suas classificações nestas componentes do currículo comparativamente a fichas de avaliação anteriores e outros alunos mantiveram ou baixaram-nas.

Por fim, relativamente aos processos de avaliação e cumprimento dos objetivos gerais do Plano de Intervenção, foi preenchida uma grelha semanal, para cada turma, para a verificação e avaliação dos mesmos, sendo que estas foram preenchidas segundo o mesmo código das grelhas mencionadas anteriormente ("S", "PV" e "N"). Como fonte de informação, para além da observação, estas grelhas semanais foram preenchidas com a ajuda da análise realizada às produções dos alunos e à sua participação durante as aulas (seja na realização de exercícios, na resposta oral às questões feitas ou outros momentos de discussão coletiva). Uma vez mais, posso afirmar que, ao longo do estágio as situações de indisciplina e de desinteresse pela escola foram diminuindo.

Concluído o estágio em 2.º ciclo, posso afirmar que este foi imprescindível, pois apenas pudemos estagiar neste ciclo uma vez, em cinco anos de ensino superior. Pela falta de experiência em 2.º ciclo, foi difícil alterar a mentalidade de professora de 1.º ciclo (à qual já estava bastante habituada) para professora de 2.º ciclo, tendo havido bastantes constrangimentos ao longo do estágio – uns de natureza externa e outros de natureza interna. Os constrangimentos de natureza externa remeteram para o facto de o número de aulas previstas não ter correspondido ao número de aulas dadas, para dificuldades técnicas ocorridas durante as aulas (cabos danificados que impediam a projeção do *PowerPoint* elaborado), para a inconsistência quanto ao número de alunos a assistirem às aulas e também para o facto de ter ocorrido uma greve geral. No que respeita os constrangimentos de natureza interna, foram identificados os episódios de indisciplina, a falta de interesse e participação dos alunos nas tarefas sugeridas, a má gestão de tempo e algumas fragilidades quanto às planificações.

Apesar de todos os constrangimentos vivenciados, acredito que estes, embora tenham dificultado o nosso estágio, foram cruciais para a nossa aprendizagem enquanto futuras docentes. Este estágio revelou-se bastante importante, uma vez que me permitiu conhecer e experimentar diversas estratégias para lidar com a indisciplina e também me permitiu desenvolver formas de motivar os alunos através de tarefas de exploração (a título de exemplo). Para além disto, foi também importante ter tido a experiência de estagiar em 2.º ciclo (embora tenha sido a única).

3. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS OS CICLOS

Neste capítulo é pretendido realizar uma análise crítica da minha prática, realizada em ambos os ciclos, através de uma comparação crítica, reflexiva e fundamentada entre os dois contextos de estágio. Para tal, serão abordados os seguintes aspetos: i) desenvolvimento e respetivas competências esperadas dos alunos; ii) métodos de ensino-aprendizagem (processos de organização e desenvolvimento do currículo); iii) relação pedagógica; e iv) processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

Relativamente ao primeiro aspeto, é de realçar que, em 1.º ciclo são trabalhados mais conteúdos uma vez que lecionamos todas as componentes do currículo, contrariamente ao 2.º ciclo que apenas tivemos de lecionar conteúdos de Ciências Naturais e Matemática. Em contrapartida, no 2.º ciclo, os conteúdos trabalhados são mais complexos do que os conteúdos trabalhados em 1.º ciclo. Por estes motivos, são esperadas diferentes competências por parte dos alunos, quando comparamos 1.º ciclo com 2.º ciclo. Tendo em consideração que em 2.º ciclo apenas foi realizada prática nas componentes curriculares de Matemática e Ciências Naturais, só é possível realizar uma comparação de competências esperadas relativamente aos conteúdos destas duas componentes. Desta forma, segundo o documento das Aprendizagens Essenciais de Matemática no 1.º CEB (2021), é expectável que os alunos desenvolvam "Capacidades Matemáticas", assim como os temas "Números", "Álgebra", "Dados e Probabilidades" e também "Geometria e Medida". Segundo o documento das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 6º ano do 2.º CEB (2018), é expectável que os alunos desenvolvam as mesmas competências e conteúdos, embora sempre numa perspetiva de continuar a desenvolver determinadas competências e capacidades ou de aprofundar outros conhecimentos já adquiridos. Para a componente de Estudo do Meio (em 1.º CEB) e Ciências Naturais (em 2.º CEB), é de referir que os conteúdos trabalhados são diferentes, sendo que as aprendizagens essenciais de 1.º ano estão descritas de uma forma mais vaga e geral (Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio do 1.º ano, do 1.º CEB, 2018), enquanto que as de 6.º ano permitem um maior aprofundamento dos conhecimentos tornando-se, por razões óbvias, mais complexo (Aprendizagens Essenciais de Ciências Naturais do 6.º ano, do 2.º CEB, 2018).

Quanto ao segundo aspeto referido, é de realçar que no 1.º ciclo é relativamente mais fácil elaborar e planear tarefas que promovam a interdisciplinaridade e que impliquem uma aprendizagem ativa por parte dos alunos. Contrariamente a este ciclo, no 2.º ciclo recorreu-se mais a um método expositivo e sem interdisciplinaridade, apesar de termos promovido a participação dos alunos durante as aulas, de modo a mantê-los motivados e interessados nos conteúdos trabalhados. Torna-se importante destacar também a organização e gestão curricular de cada ciclo, uma vez que existem diferenças significativas. O documento curricular de Matemática do 1.º CEB, encontra-se organizado com base em quatro colunas: i) Temas, tópicos e subtópicos matemáticos – "Capacidades Matemáticas", "Números", "Álgebra", "Dados e Probabilidades" e ainda "Geometria e Medida"; ii) Objetivos de aprendizagem (aprendizagens essenciais); iii) Ações estratégicas de ensino do professor; e iv) Áreas de competências do Perfil dos Alunos (Aprendizagens Essenciais de Matemática do 1.º CEB, 2021). Por outro lado, o documento curricular de Matemática do 6.º ano do 2.º CEB, apesar de também se encontrar organizado em quatro colunas, a primeira apresenta ligeiras diferenças. As "Capacidades Matemáticas" (que envolve a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática) não são consideradas um tópico, mas sim conteúdos de aprendizagem de cada tema. As restantes colunas estão organizadas da mesma forma que em 1.º CEB (Aprendizagens Essenciais de Matemática do 6.º ano, do 2.º CEB, 2018). Relativamente à organização e gestão curricular das componentes de Estudo do Meio e Ciências Naturais, existem poucas diferenças, sendo uma delas relativa à primeira das quatro colunas em que este documento se encontra organizado. No caso do 1.ºCEB, a primeira coluna apresenta domínios, sendo eles "Sociedade", "Natureza", "Tecnologia" e "Sociedade/Natureza/Tecnologia" (Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio do 1.º ano, do 1.º CEB, 2018). Por outro lado, no caso do 6.º ano do 2.º CEB, a primeira coluna apresenta temas, sendo estes "Processos vitais comuns aos seres vivos" e "Agressões do meio e integridade do organismo" (Aprendizagens Essenciais de Ciências Naturais do 6.º ano, do 2.º CEB, 2018). É de realçar ainda que este documento, contrariamente ao documento curricular de 1.º CEB, apresenta (anteriormente à tabela), uma lista de aprendizagens essenciais transversais que os alunos devem desenvolver.

Torna-se importante referir que, para os dois aspetos explicados anteriormente, esta minha visão do currículo refletiu-se na minha prática, pelo que era mais fácil concretizar atividades dinâmicas e de aprendizagem ativa por parte dos alunos em 1.º CEB, comparativamente a 2.º CEB.

No que respeita o terceiro aspeto, é evidente que a relação pedagógica com os alunos de 1.º ciclo é bastante mais afetiva e próxima, comparativamente à relação que se tem com os alunos de 2.º ciclo. Isto pode dever-se ao facto de os alunos de 1.º ciclo passarem grande parte do seu dia com a professora, ao contrário dos alunos de 2.º ciclo que têm uma aula de Matemática e uma de Ciências Naturais, em média, por dia. Pode dever-se também ao facto de os alunos de idades menores, precisarem, à partida, de uma maior afetividade por parte do adulto e considerarmos que os adolescentes não sentem tanto essa necessidade. Apesar de ter tentado contrariar esta ideia, torna-se complicado criar uma relação tão próxima com os alunos de 2.º ciclo como a que existe com os de 1.º ciclo. Como referem Mahoney e Almeida (2005), citados por Pratti (2018), "Uma boa relação interpessoal entre professor e aluno é um fator determinante no sucesso dos processos de ensino e aprendizagem, pois o modo como essa relação se caracteriza reflete nas relações do aluno com o conhecimento." (p. 15). Segundo a autora, e com um ponto de vista com o qual eu concordo, a monodocência implica um convívio diário dos alunos com o professor, sendo possível vivenciar as potencialidades, as inseguranças e os medos dos alunos, com uma proximidade maior. Contrariamente, com a mudança da monodocência para a pluridocência, o grau de convívio e proximidade diminui na mesma progressão que o tempo vivido com os alunos (Pratti, 2018). O estudo desta autora mostrou, no entanto, que não só a passagem da monodocência para a pluridocência causa dificuldades e carências afetivas nos alunos, mas também todo um leque de modificações sociais, emocionais e psicológicas devido à entrada na pré-adolescência – justificando assim a complexidade da relação pedagógica no 2.º ciclo, comparativamente ao 1.º ciclo.

Por fim, no que concerne o último aspeto, uma vez mais, diferencia-se o 1.º ciclo do 2.º ciclo, pois, no primeiro referido, a regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais é feita, maioritariamente, através da observação ou de avaliação formativa. No 2.º ciclo, em contrapartida, esta regulação e avaliação é feita através de a observação da participação dos alunos em aula e através de avaliação formativa (trabalhos de casa) e sumativa (questões-aula e/ou fichas de avaliação). É de realçar ainda, a distinta importância dada aos comportamentos sociais, pelo que no 1.º ciclo os comportamentos sociais são tão importantes na avaliação como os conteúdos trabalhados, enquanto que no 2.º ciclo, os conteúdos têm maior relevância para a avaliação do que o comportamento social dos alunos. No entender de Santos e Pinto (2018), a avaliação formativa distingue-se da sumativa quanto à tipologia de processos – sendo que na primeira recorre-se a processos informais e na segunda a processos formais – e também quanto à tipologia de instrumentos utilizados – pelo que na primeira recorre-se maioritariamente à observação, não sendo possível obter a mesma informação sobre todos os alunos, enquanto que na segunda utilizam-se frequentemente testes/fichas de avaliação sumativa. Outra distinção entre estas duas avaliações remete para a forma como se perceciona o erro, sendo que na avaliação sumativa o erro é sinónimo de falta de saber, enquanto que na avaliação formativa o erro é uma demonstração das dificuldades (Santos, 2008; Jorro, 2000, citados por Santos & Pinto, 2018). Partilho da opinião destes autores quando os mesmos afirmam que as avaliações sumativas (baseadas em testes e classificações)

> "(...) traduzem uma visão muito limitada e redutora da avaliação pois, de acordo com os trabalhos de investigação da docimologia experimental (Noizet & Caverni, 1985), a avaliação não é uma medida, mas uma construção social sobre um desempenho (Pinto, 2002; Pinto & Santos, 2006) e os instrumentos e procedimentos utilizados, para além de nada medirem (Merle, 1996; Seibel & Levasseur, 2007), são muito redutores, pois excluem um conjunto de tarefas que os alunos têm de realizar no quotidiano, no cumprimento dos diversos programas." (Santos & Pinto, 2018, p. 504).

Por este motivo, considero que se devia dar, em 2.º ciclo, a mesma importância dada à avaliação formativa no 1.º ciclo.

Sucintamente, são evidentes as diferenças e semelhanças entre os dois ciclos, no entanto, considero que ter tido a oportunidade de estagiar em ambos os ciclos foi crucial para o meu crescimento enquanto futura docente, pelo que me sinto um pouco mais preparada para lecionar em 2.º ciclo. Penso, ainda, que aprendi bastante com ambos os estágios, apesar de ter melhorado, em cada um, diferentes competências e capacidades profissionais (como referido em capítulos anteriores). Posso ainda afirmar que, apesar de todas as diferenças entre os dois ciclos, ambos me fizeram refletir bastante, sendo esta prática fundamental para a profissão de docente e pretendo continuar a realizá-la, por forma a melhorar a nível pessoal e profissional.

2.a PARTE

1. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

As transformações que o mundo e a sociedade de hoje sofrem têm grade influência na nossa forma de pensar e, para uma geração que vive esta rápida evolução em primeira mão, existem métodos e estratégias utilizadas nas escolas que não facilitam a aprendizagem dos alunos. Neste sentido, a Associação de Professores de Matemática (APM) (1998) realizou um estudo baseado na alteração e diversificação do tipo e da natureza das tarefas realizadas em sala de aula, e na sua influência para a renovação do ensino e da aprendizagem da Matemática (Pires, 2011). Devido à importância da modificação do ensino da Matemática, o tema deste estudo remete para a realização de tarefas de exploração na aprendizagem de determinados conteúdos em Matemática – um assunto relevante, atual e de interesse geral (Sousa & Batista, 2011)

Segundo Sousa e Batista (2011), aquando da realização de um estudo, este deverá ser "(...) algo de inovador, tem de ter um sentido de oportunidade e um valor académico e prático" (p. 21), sendo também importante a familiaridade e afetividade ao objeto de estudo, assim como a consideração pelos recursos necessários (pelo que estes fatores não foram um problema). A minha experiência com tarefas de exploração iniciou-se no primeiro ano da faculdade, numa unidade curricular de Matemática. Após a primeira aula, apercebi-me que a aprendizagem da matemática vai mais além do que a simples exposição de conteúdos e posterior realização de exercícios de aplicação. Esta experiência, juntamente com o gosto em Matemática (enquanto ciência) e em ensinar Matemática, foram as fortes motivações pessoais que me levaram a realizar este estudo, justificando assim o critério da familiaridade e afetividade.

Assim, o objetivo geral desta investigação é compreender "O impacto do ensino exploratório na aprendizagem de Relações e Regularidades em Matemática" e para dar resposta ao mesmo, foram definidas as questões de investigação: i) De que forma as tarefas de exploração facilitam a aprendizagem e compreensão do conteúdo "Proporcionalidade Direta"?; e ii) De que forma as tarefas de exploração facilitam a aprendizagem e compreensão do conteúdo "Sequências"?.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentado o enquadramento teórico que esteve na base da realização deste estudo, pelo que se dividirá nos seguintes tópicos: i) a definição dos conceitos de tarefa e atividade; ii) a importância do ensino exploratório no ensino da Matemática, em que se abordará também a organização e estrutura de uma aula, assim como a caracterização de uma tarefa de exploração; e iii) a importância da aprendizagem do tema “Relações e Regularidades” e a relação do ensino exploratório com este tema.

2.1. Tarefa vs Atividade

Primeiramente, tratando-se de um estudo baseado no ensino exploratório, torna-se crucial compreender o que diferencia uma tarefa de uma atividade. No entender de Ponte (2014), a atividade “(...) diz respeito essencialmente ao aluno e refere-se àquilo que ele faz num dado contexto. Pelo seu lado, a tarefa representa apenas o objetivo de cada uma das ações em que a atividade se desdobra e é exterior ao aluno (...).” (p. 15). Este autor acrescenta que, normalmente, as tarefas são indicadas pelos docentes, mas, sendo interpretadas pelos alunos, podem originar diversas atividades.

2.2. Importância do Ensino Exploratório no ensino da Matemática

É sabido que o mundo atual requer novas exigências, sendo necessário que os alunos tenham a oportunidade de realizar tarefas matemáticas significativas que proporcionem raciocínios matemáticos, dando sentido ao conhecimento que surge através das discussões coletivas dessas mesmas tarefas (Canavarro et al., 2012).

Como referem Doyle (1988) e também Stein e Smith (1998), citados por Vale (2012), a tendência generalizada em educação matemática indica que, para uma aprendizagem eficaz, os alunos devem envolver-se ativamente em tarefas que sejam significativas e diversificadas. Neste sentido, é expectável que a exposição dos conteúdos seja substituída pelo diálogo e pela descoberta, embora isto exija do docente uma abordagem do tipo exploratório, em que o trabalho é centrado no aluno (Ponte, 2005; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008, citados por Canavarro et al., 2012).

O ensino exploratório defende, então, “(...) que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva.”

(Canavarro, 2011, p. 11), fazendo com que os conhecimentos e procedimentos matemáticos surjam com significado.

Este ensino exploratório da Matemática apresenta um carácter multidirecional baseado na comunicação e na interação social entre pares e entre alunos e professor, com o objetivo de construir e partilhar significados relativamente aos procedimentos matemáticos (Guerreiro et al., 2015). Todo este processo de construção de conhecimento através da interação social é influenciado por cada aluno, uma vez que existem conhecimentos e experiências prévias próprias de cada um (Menezes et al., 2014, citados por Guerreiro et al., 2015) e, por este motivo, a cooperação existente durante estas tarefas é um dos fatores mais importantes no ensino exploratório (Canavarro, 2011, citado por Guerreiro et al., 2015).

Este tipo de ensino apresenta diversas vantagens, nomeadamente: i) possibilitam a adequação ao desenvolvimento de determinadas capacidades transversais; ii) podem servir como contexto de aprendizagem de variados conceitos e procedimentos para que estes conhecimentos sejam construídos com significado e relevância; iii) podem servir como ponto de partida para a aprendizagem dos conteúdos e conceitos; e iv) atendem a tópicos fundamentais da aprendizagem relativos à forma como os alunos constroem o seu próprio conhecimento, recorrendo a diversos contextos (Canavarro et al., 2012; Ponte, 2014).

2.2.1. Tarefas de Exploração

As tarefas matemáticas têm como objetivo a introdução ou aprofundamento de determinado(s) conteúdo(s) matemáticos, assim como o desenvolvimento de diversas capacidades – raciocínio, resolução de problemas e comunicação (Menezes et al., 2015; Stein et al., 2008, citados por Guerreiro et al., 2015). No entender de Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), citados por este autor, e em concordância com Stein et al. (2008), uma aula de ensino exploratório da Matemática encontra-se dividida em quatro fases – introdução / lançamento da tarefa, realização / exploração da mesma, discussão coletiva e sistematização das aprendizagens proporcionadas pela tarefa.

No entender de Ponte (2005), citado por Ponte (2014), existem duas dimensões fundamentais relativamente a tarefas, sendo estas: i) o grau de desafio matemático – que dependem da dificuldade das questões, existindo o grau “reduzido” ou “elevado”; e ii) o grau de estrutura – pelo que existem os graus “fechado” ou “aberto”, sendo que em questões abertas, contrariamente às fechadas, há alguma indeterminação nas informações dadas ou nas informações pedidas. Tendo em consideração estas duas dimensões, uma tarefa de exploração é caracterizada por um grau de estrutura “aberto”, sendo acessível à grande maioria dos alunos, suscitando um alto grau de sucesso que desenvolve a sua autoconfiança.

Existe ainda a conceção de que os alunos não podem realizar uma tarefa sem os conhecimentos para tal. No entanto, aquando de uma abordagem exploratória, pretende-se que os alunos mobilizem conhecimentos que tenham aprendido fora da escola, valorizando a descoberta, por parte dos alunos, de métodos para a resolução do problema, sendo esta defendida como a melhor forma de aprender (Ponte, 2014).

2.3. O Ensino Exploratório e o tema “Relações e Regularidades”

2.3.1. Razão, Proporção, Proporcionalidade Direta

O estudo realizado por Silvestre e Ponte (2012) permitiu concluir que o ensino exploratório proporcionou a utilização de determinados conhecimentos prévios dos alunos, que foram aprofundados do ponto de vista matemático através do envolvimento em generalizações de regularidades, tendo sido, por isto, um estudo que propiciou uma aprendizagem significativa. No entender de Misailidou e Williams (2004), citados por Silvestre e Ponte (2012), este raciocínio proporcional é crucial para o desenvolvimento matemático dos alunos. Outro estudo concluiu que os alunos que apresentam maior competência procuram em padrões relações funcionais – também conhecidas como generalizações distantes, que implicam a compreensão da lei de formação –, enquanto que os alunos com menor competência recorrem a relações recursivas – conhecidas como generalizações próximas, em que se descobre o termo seguinte por contagem, tabela ou desenho (Stacey, 1989, citada por Vale, 2012).

2.3.2. Sequências

Um padrão de crescimento, ao mudar de forma previsível em relação ao termo anterior, apresenta uma grande importância na descoberta de conceitos e de propriedades, mas também na resolução de problemas em matemática (Orton, 1999; Vale et al., 2009, citados por Vale, 2012). Esta autora menciona ainda Polya (1998), referindo que, para esta, a procura de padrões proporciona a utilização de processos matemáticos como a exploração, a experimentação, a formulação, a conjetura, a generalização, a prova, a comunicação e a discussão de ideias, por forma a desafiar os alunos à utilização das suas capacidades de pensamento de ordem superior.

Vale (2012) refere ainda que o projeto em que participou provou a importância das tarefas de exploração: i) na descoberta e investigação de padrões (Barbosa, 2010; Pimentel, 2010; Vale, 2009; Vale et al., 2009, citados pela autora); ii) na motivação dos estudantes e docentes para o desenvolvimento de capacidades e para a estimulação da criatividade; iii) na investigação autónoma, proporcionada pela curiosidade, que permitiu um pensamento divergente (Vale & Pimentel, *in press*, citados pela autora); e iv) no desenvolvimento de experiências didáticas que facilitassem os docentes no ensino e os alunos na aprendizagem.

3. METODOLOGIA

3.1. Opções Metodológicas

3.1.1. Objetivos e Natureza do Estudo

Perante o objetivo do estudo (compreender "O impacto do ensino exploratório na aprendizagem de Relações e Regularidades em Matemática") e as questões de investigação (“De que forma as tarefas de exploração facilitam a aprendizagem e compreensão do conteúdo “Proporcionalidade Direta”?” e “De que forma as tarefas de exploração facilitam a aprendizagem e compreensão do conteúdo “Sequências”?”), é incontestável que se trata de um estudo de natureza qualitativa, uma vez que “(...) o investigador pretende desvendar a intenção, o propósito da ação, estudando-a na sua própria posição significativa, isto é o significado tem um valor enquanto inserido nesse contexto.” (Pacheco, 1993, citado por Coutinho, 2013, p. 28), estando, por isso, baseado num método indutivo.

Uma vez que este estudo remete para uma experiência em 2.º ciclo, é de referir que, de acordo com Reichardt e Cook (1986), Lincoln e Guba (1995), Colás (1998) e Bogdan e Biklen (1992), citados por Aires (2011), um dos métodos mais comuns de uma investigação qualitativa é o estudo de casos, sendo este uma análise pormenorizada e aprofundada de determinada situação, indivíduo ou acontecimento. Nesta investigação foi utilizada a modalidade de estudos de casos observacionais, que recorrem à observação participante e podem remeter a variadas temáticas.

3.1.2. Métodos e Técnicas de Recolha de Dados

No que respeita as técnicas de recolha de dados, foram utilizadas as seguintes: i) utilização de documentos – pré-teste (cf. Anexo A), tarefas de exploração (cf. Anexos E, K e Q) e pós-teste (cf. Anexo X); ii) observação naturalista e mediatizada – ocorrida durante as sessões em que foram aplicadas tarefas de exploração (os dados recolhidos foram registados através de notas de campo); e iii) entrevista.

A utilização de documentos, método indireto de recolha de dados, têm como principal função apoiar as informações obtidas através de métodos diretos (Aires, 2011).

Recorreu-se também à observação, sendo esta entendida como a recolha de informação através do convívio direto com as situações (Aires, 2011), pelo que se recorreu a uma observação naturalista (em que os dados são recolhidos no meio natural em que ocorrem) e mediatizada (observação participativa) (Lincoln, 1990; Miles & Huberman, 1994, citados por Coutinho, 2013).

Devido a alguns dados recolhidos não indicarem a realidade dos conhecimentos dos alunos após a aplicação das tarefas de exploração, sentiu-se a necessidade de recorrer a uma entrevista em *focus group*. Esta teve como principal objetivo compreender se os alunos saberiam efetivamente o que responder no pós-teste, uma vez que muitos deles não preencheram grande parte das questões presentes no mesmo. Para este estudo, como referido, recorreu-se à entrevista de grupo (entrevista realizada a diversos indivíduos em simultâneo, escolhidos previamente), semiestruturada (existindo um referencial flexível de perguntas guia) e centrada no problema (para recolha de dados específicos, com instrumentos preparados *a priori*) (Fontana & Frey, 1994, citados por Aires, 2011; Pardal & Lopes, 2011).

3.1.3. Métodos e Técnicas de Análise de Dados

Quanto às técnicas de análise de dados utilizadas, apenas se recorreu à análise de conteúdo, pelo que foram analisadas as resoluções dos alunos no pré-teste, no pós-teste e em cada tarefa de exploração realizada. É de referir que estas resoluções foram analisadas através de uma grelha de critérios de avaliação (cf. figura 1), de forma a que, no final, fosse possível comparar as resoluções de cada aluno relativamente às questões do pré-teste e do pós-teste sobre o mesmo conteúdo.

Figura 1.

Grelha de Avaliação, indicadores e descritores para apreciação de resolução de problemas

Critérios de avaliação, indicadores e descritores para apreciação da Resolução de Problemas

Critérios de avaliação	**Indicadores**	**Descritores**		
		Nível 1	**Nível 2**	**Nível 3**
Apropriação (relativa à compreensão)	Seleção pertinente de dados	Não seleciona os dados pertinentes	Seleciona parcialmente os dados pertinentes ou seleciona dados irrelevantes	Seleciona todos os dados pertinentes
	Interpretação	Interpreta de forma completamente errada[1]	Interpreta de forma parcialmente correta	Interpreta corretamente
Eficiência (relativo ao processo - estratégia)	Adequação da estratégia	Estratégia inexistente ou inadequada	Estratégia adequada	Estratégia adequada e poderosa (generalizável)
	Execução da estratégia	Comete erros e não conclui	Comete erros ou não conclui	Executa até ao fim de forma correta.
Eficácia (relativo ao produto - solução)	Correcção e completude da solução	Solução incorreta ou sem solução	Solução incorreta, mas coerente com a estratégia e com o problema ou Solução incompleta	Solução correta e completa

Comunicação				
	Indicadores	**Descritores**		
		Nível 1	**Nível 2**	**Nível 3**
	Explicitação do raciocínio	Não explicita ou explicita de forma incompreensível	Explicita parcialmente ou comete alguns erros	Explicita total e corretamente

[1] Se este nível conduzir a uma simplificação do problema, não use os restantes critérios de avaliação.

Adaptado de documento de trabalho fornecido pela Comissão de Acompanhamento do PMII e do NPMEB

Nota: Comissão de Acompanhamento do PMII e do NPMEB

3.2. Caracterização dos participantes

A presente investigação foi realizada nas duas turmas de 6.º ano do 2.º ciclo do ensino básico, referidas no capítulo 2 da primeira parte deste relatório. É importante mencionar que as capacidades, competências e conhecimentos matemáticos destas turmas, estavam bastante aquém do esperado para um 6.º ano, pelo que muitos dos alunos apresentavam dificuldades em aspetos básicos como somas e subtrações em cálculo mental. Por este motivo, muitos deles não apresentavam motivação para a escola ou para aprender, faltando às aulas na grande maioria das vezes.

É também importante referir que as tarefas de exploração foram realizadas em grupos de quatro ou cinco elementos, existindo em cada turma quatro grupos. Para a organização dos alunos por grupos, recorreu-se à junção heterogénea de alunos, com base nas suas capacidades matemáticas percebidas durante as duas semanas de observação. Neste sentido, a composição grupal privilegiada foi "grupos com alunos de habilidade média e alunos de baixa habilidade” (Silva, 1998, p. 141), pois Webb (1991), citado por Silva (1998), aponta que este é um dos tipos de composição grupal que fomenta a participação ativa da maioria dos elementos do grupo.

3.3. Princípios Éticos do Processo de Investigação

Durante toda a investigação, foram tidos em consideração os princípios éticos, relacionados com o princípio fundamental de respeito por cada pessoa: i) consentimento informado – pelo que os participantes foram informados e elucidados sobre os diversos aspetos relacionados com a sua participação; e ii) confidencialidade/privacidade – em que foi cumprido o direito dos participantes ao anonimato e discrição (Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2014).

4. RESULTADOS

4.1. Apresentação dos Resultados

É importante relembrar o processo realizado até à obtenção dos resultados pelo que, em primeiro lugar, foi realizado um pré-teste, aplicação das tarefas de exploração 1, 2 e 3 (em semanas diferentes e com duração diferente) e, por fim um pós-teste (que se tornou na ficha de avaliação dos alunos). Todos estes instrumentos foram analisados com base numa grelha de critérios de avaliação, indicadores e descritores para apreciação da Resolução de Problemas, adaptada de um documento de trabalho fornecido pela Comissão de Acompanhamento do PMII e do NPMEB.

Neste sentido, no presente capítulo será feita uma comparação entre as resoluções elaboradas no pré-teste com as resoluções elaboradas no pós-teste, relativamente aos mesmos conteúdos e tipo de questão. Serão demonstrados alguns exemplos de resolução dos alunos para uma melhor compreensão da justificação dada ao nível dos critérios de classificação atribuídos. Neste sentido, será também mais fácil visualizar a evolução dos alunos, nos diferentes conteúdos e, dentro destes, nas diferentes questões do pré-teste e do pós-teste.

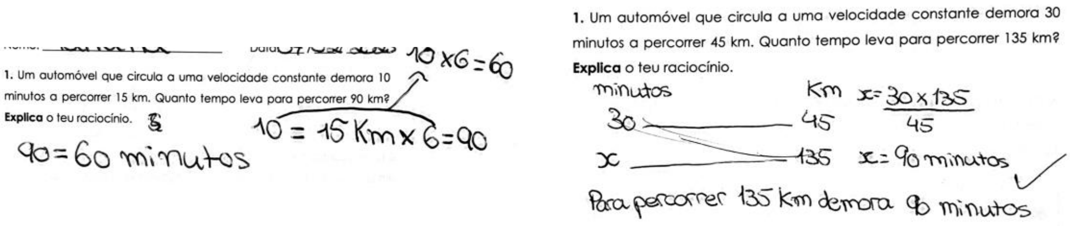
4.1.1. Conteúdos "Razão, Proporção e Proporcionalidade Direta"

Relativamente a estes conteúdos, verificou-se em quatro dos oito grupos que a maioria dos elementos evoluiu positivamente quando comparamos as questões do pré-teste com as do pós-teste.

A título de exemplo, quando comparamos a resolução do primeiro exercício do pré-teste com a resolução do exercício do pós-teste de um aluno (cf. figura 2), percebemos que o aluno consegue resolver o exercício recorrendo à multiplicação (no pré-teste) e recorrendo a regra de três simples (no pós-teste). Neste sentido, o aluno apresenta valores elevados nos critérios de classificação referidos anteriormente, sendo a única diferença relativa ao facto de ter dado uma resposta completa à questão.

Figura 2

Questão 1: Pré-teste vs Pós-teste



1. Um automóvel que circula a uma velocidade constante demora 10 minutos a percorrer 15 km. Quanto tempo leva para percorrer 90 km? **Explica** o teu raciocínio.

10 x 6 = 60

10 = 15 Km x 6 = 90

90 = 60 minutos

1. Um automóvel que circula a uma velocidade constante demora 30 minutos a percorrer 45 km. Quanto tempo leva para percorrer 135 km? **Explica** o teu raciocínio.

minutos — Km

30 — 45

x — 135

x = 30 x 135 / 45

x = 90 minutos

Para percorrer 135 Km demora 90 minutos

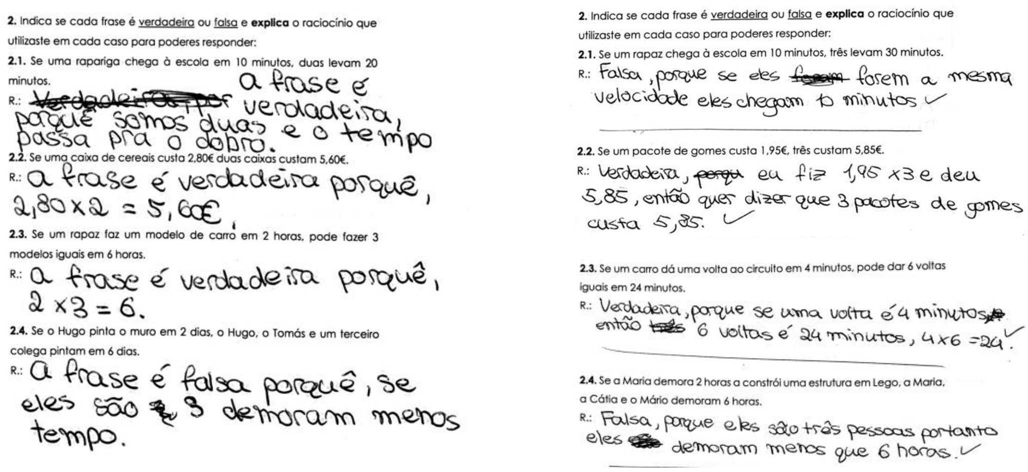
Nota: Retirado pelo autor (2023)

No entanto, verifica-se uma evolução na estratégia utilizada. É de referir ainda que, quanto aos restantes alunos, houve evoluções baixas e pouco acentuadas (positivas e negativas). Ocorreram ainda situações em que os alunos tinham conseguido dar resposta a esta pergunta no pré-teste, não tendo realizado a pergunta associada a este conteúdo no pós-teste.

Relativamente à questão 2, os alunos que conseguiram resolver corretamente estas questões no pré-teste, não tiveram dificuldades em resolvê-las também no pós-teste. o mesmo aconteceu com os alunos que resolveram incorretamente estas questões no pré-teste, pelo que resolveram também incorretamente no pós-teste. Houve, no entanto, situações de alunos que erraram uma ou mais alíneas no pré-teste e resolveram corretamente no pós-teste (cf. figura 3).

Figura 3

Questão 2: Pré-teste vs Pós-teste



2. Indica se cada frase é verdadeira ou falsa e **explica** o raciocínio que utilizaste em cada caso para poderes responder:

2.1. Se uma rapariga chega à escola em 10 minutos, duas levam 20 minutos.

R.: ~~Verdadeira, por~~ a frase é verdadeira, porquê somos duas e o tempo passa pra o dobro.

2.2. Se uma caixa de cereais custa 2,80€ duas caixas custam 5,60€.

R.: a frase é verdadeira porquê, 2,80 x 2 = 5,60€

2.3. Se um rapaz faz um modelo de carro em 2 horas, pode fazer 3 modelos iguais em 6 horas.

R.: a frase é verdadeira porquê, 2 x 3 = 6.

2.4. Se o Hugo pinta o muro em 2 dias, o Hugo, o Tomás e um terceiro colega pintam em 6 dias.

R.: a frase é falsa porquê, se eles são 3 demoram menos tempo.

2. Indica se cada frase é verdadeira ou falsa e **explica** o raciocínio que utilizaste em cada caso para poderes responder:

2.1. Se um rapaz chega à escola em 10 minutos, três levam 30 minutos.

R.: Falsa, porque se eles ~~forem~~ forem a mesma velocidade eles chegam 10 minutos

2.2. Se um pacote de gomes custa 1,95€, três custam 5,85€.

R.: Verdadeira, ~~porque~~ eu fiz 1,95 x 3 e deu 5,85, então quer dizer que 3 pacotes de gomes custa 5,85.

2.3. Se um carro dá uma volta ao circuito em 4 minutos, pode dar 6 voltas iguais em 24 minutos.

R.: Verdadeira, porque se uma volta é 4 minutos então 6 voltas é 24 minutos, 4 x 6 = 24.

2.4. Se a Maria demora 2 horas a constrói uma estrutura em Lego, a Maria, a Cátia e o Mário demoram 6 horas.

R.: Falsa, porque eles são três pessoas portanto eles demoram menos que 6 horas.

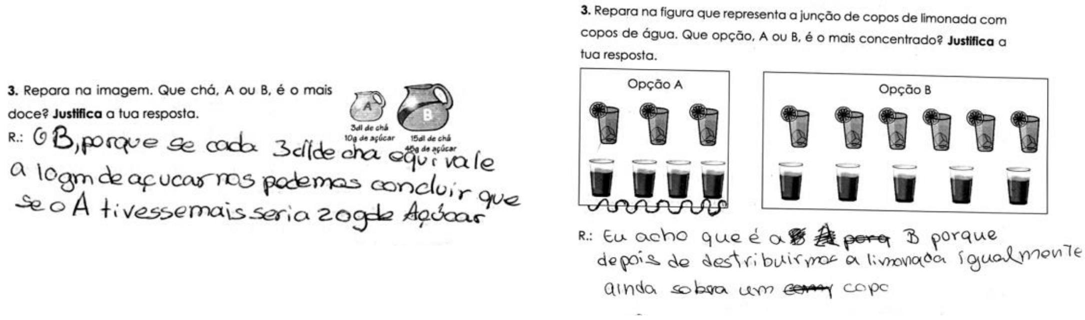
Nota: Retirado pelo autor (2023)

Para finalizar a análise dos resultados relativamente a estes conteúdos, a questão 3 foi aquela em que os alunos demonstraram mais dificuldades, pelo que no pré-teste é percetível que os alunos apenas compararam os valores relativos à quantidade de chá e de açúcar em ambos os jarros – esta sido a resolução mais comum em ambas as turmas.

Ao compararmos esta resolução com a realizada no pós-teste (cf. figura 4), compreendemos que o aluno em questão teve em consideração a proporção dos copos de limonada para os copos de água. desta forma, tendo em consideração os critérios de classificação, a resolução do pós-teste encontra-se num nível superior comparativamente à resolução do pré-teste, também devido ao facto de a resposta do pré-teste estar incorreta, contrariamente à do pós-teste.

Figura 4

Questão 3: Pré-teste vs Pós-teste



Nota: Retirado pelo autor (2023)

4.1.2. Conteúdo "Escalas"

Relativamente ao conteúdo escalas, é de referir que a maioria dos elementos de cinco grupos (num total de oito) conseguiram evoluir quando comparamos o pré-teste com o pós-teste.

Quanto à questão número 4, a grande maioria dos alunos passou da situação em que, ou não tinha resolvido a questão no pré-teste ou tinha resolvido de forma incorreta, para a situação em que já conseguiu resolver esta questão no pós-teste, embora de forma incompleta (sem apresentar os cálculos realizados - um dos critérios de classificação considerados). No entanto, ocorreu também a situação de um aluno não ter conseguido resolver a questão no pré-teste e ter conseguido nível máximo em todos os parâmetros dos critérios de classificação no pós-teste (cf. figura 5). É de referir que houve também alunos que não resolveram esta questão no pré-teste ou no pós-teste, apesar de ser uma minoria.

Figura 5

Questão 4: Pré-teste vs Pós-teste

4. A Joana decidiu desenhar, numa folha A4, a altura de quatro objetos à escala. Observa o exemplo e completa a tabela:

	Objeto A	Objeto B	Objeto C	Objeto D
Altura real	25 cm	16 cm	30 cm	[illegible]
Altura no desenho	5 cm		6 cm	9 cm
Escala	1:5	1:2		1:3

4. O Francisco decidiu desenhar, numa folha A4, o comprimento de quatro objetos à escala. Observa o exemplo e completa a tabela:

	Objeto A	Objeto B	Objeto C	Objeto D
Comprimento real	30 cm	24 cm	48 cm	15 cm
Comprimento no desenho	6 cm	12 cm	6 cm	5 cm
Escala	1:5	1:2	1:8	1:3

24:2=12 48:6=8 5×3=15

Nota: Retirado pelo autor (2023)

No que respeita a quinta questão, a grande maioria dos alunos não conseguiu resolvê-la no pré-teste, tendo conseguido resolvê-la de forma completa, tendo apresentado os cálculos elaborados. Por este motivo, obtiveram o nível máximo na grande maioria dos parâmetros de classificação considerados, como se pode verificar através da figura 6. Deu-se também a situação, embora com uma frequência mínima, de terem resolvido esta questão incorretamente no pré-teste e terei na resolvido corretamente, embora de forma incompleta (devido à ausência de cálculos realizados) no pós-teste.

Figura 6

Questão 5: Pré-teste vs Pós-teste

5. Um determinado microscópio aumenta a realidade 5 000 vezes. Se um biólogo observar uma bactéria com 0,0008 mm de diâmetro, qual é o tamanho ampliado dessa bactéria? **Explica** o teu raciocínio.

R.:

5. Um determinado microscópio aumenta a realidade 2 500 vezes. Se um biólogo observar uma bactéria com 0,0004 mm de diâmetro, qual é o tamanho ampliado dessa bactéria? **Explica** o teu raciocínio.

R.:

2,500 x 0,0004 = 1 cm

R: O tamanho ampliado da bactéria é de 1 cm

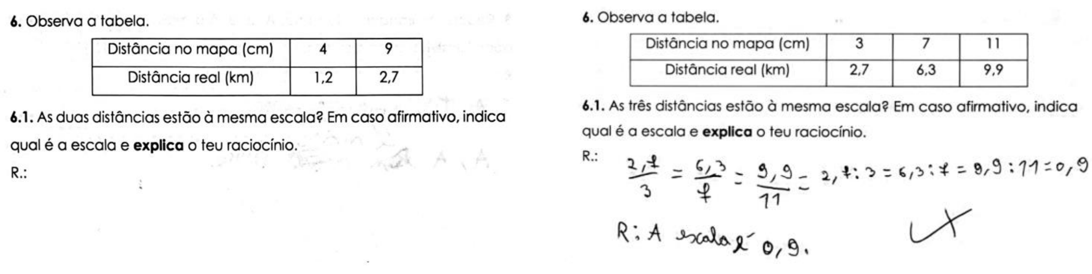
Nota: Retirado pelo autor (2023)

Considerando a questão 6.1., a grande maioria dos alunos insere-se numa de três situações: i) não ter resolvido esta questão no pré-teste e ter resolvido com alguns erros no pós-teste; ii) ter resolvido incorretamente esta questão no pré-teste e ter resolvido com alguns erros no pós-teste; e iii) não ter resolvido (ou ter resolvido incorretamente) no pré-teste e não ter resolvido (ou ter resolvido incorretamente) no pós-teste.

A primeira situação descrita pode ser comprovada com a figura 7, sendo importante referir que a grande maioria dos alunos que tentou resolver este exercício, cometeu o erro de não ter convertido a distância real de quilómetros para centímetros. este foi o único motivo pelo qual não obtiveram o nível máximo em todos os critérios de classificação considerados.

Figura 7

Questão 6.1.: Pré-teste vs Pós-teste



6. Observa a tabela.

Distância no mapa (cm)	4	9
Distância real (km)	1,2	2,7

6.1. As duas distâncias estão à mesma escala? Em caso afirmativo, indica qual é a escala e **explica** o teu raciocínio.

R.:

6. Observa a tabela.

Distância no mapa (cm)	3	7	11
Distância real (km)	2,7	6,3	9,9

6.1. As três distâncias estão à mesma escala? Em caso afirmativo, indica qual é a escala e **explica** o teu raciocínio.

R.: $\frac{2,7}{3} = \frac{6,3}{7} = \frac{9,9}{11} = 2,7:3 = 6,3:7 = 9,9:11 = 0,9$

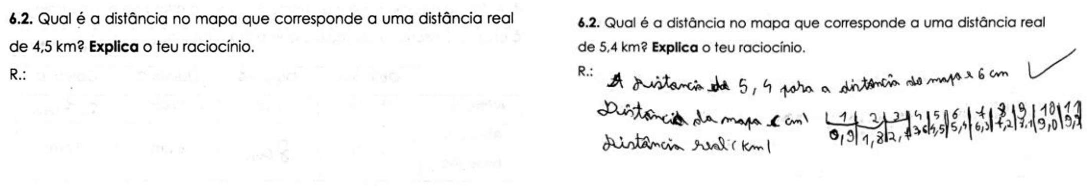
R: A escala é 0,9.

Nota: Retirado pelo autor (2023)

No que respeita a última questão relativa a este conteúdo, a grande maioria dos alunos não conseguiu resolvê-la no pré-teste ou no pós-teste. No entanto, é de realçar que houve alunos que, embora não tenham conseguido resolvê-la no pré-teste, conseguiram resolvê-la de forma completa no pós-teste (cf. figura 8), tendo sido atingido um nível elevado em todos os critérios de classificação, apesar de terem sido utilizadas estratégias diferentes. Ocorreram também situações (cf. figura 9) em que os alunos tinham respondido corretamente à questão no pré-teste e no pós-teste, embora com um erro de cálculo pois a escala indicada na alínea anterior estava incorreta (que também se verificou nos restantes alunos que resolveram a questão).

Figura 8

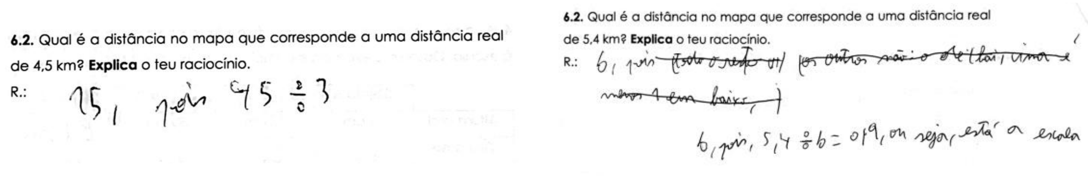
Questão 6.2.: Pré-teste vs Pós-teste (1)



Nota: Retirado pelo autor (2023)

Figura 9

Questão 6.2.: Pré-teste vs Pós-teste (2)



Nota: Retirado pelo autor (2023)

4.1.3. Conteúdo "Sequências"

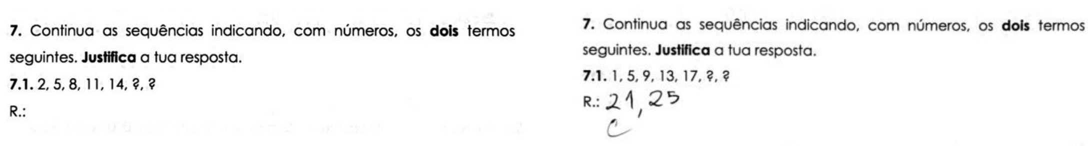
Por fim, no conteúdo "sequências", foi onde se verificou uma evolução bastante significativa em todos os grupos.

No que concerne a questão 7.1., ocorreram quatro situações distintas quando comparamos as resoluções do pré-teste com as do pós-teste: i) não ter resolvido a questão no pré-teste e ter resolvido corretamente mas de forma incompleta (devido à ausência de uma justificação) no pós-teste; ii) não ter resolvido a questão no pré-teste e ter resolvido corretamente e de forma completa no pós-teste; iii) ter resolvido incorretamente a questão no pré-teste e ter resolvido corretamente mas de forma incompleta (devido à ausência de uma justificação) no pós-teste; e iv) ter resolvido corretamente mas de forma incompleta (devido à ausência de uma justificação) no pré-teste e ter resolvido corretamente e de forma completa no pós-teste.

Assim, na primeira situação descrita, os alunos passaram de um nível 1 em todos os critérios de classificação considerados no pré-teste, para um nível mais elevado no pós-teste, sendo que apenas não obtiveram o nível máximo em todos os critérios devido à ausência de justificação (cf. figura 10).

Figura 10

Questão 7.1.: Pré-teste vs Pós-teste (1)


7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.
7.1. 2, 5, 8, 11, 14, ?, ?
R.:

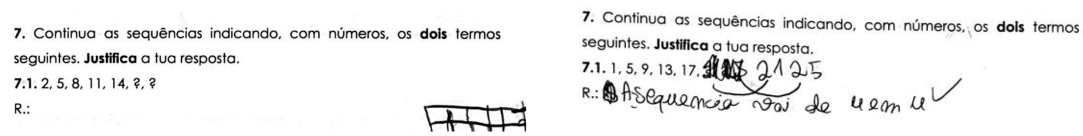
7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.
7.1. 1, 5, 9, 13, 17, ?, ?
R.: 21, 25
C

Nota: Retirado pelo autor (2023)

A segunda situação descrita foi das que ocorreu com maior frequência, tendo passado de um nível 1 em todos os critérios de classificação no pré-teste para o nível máximo em todos os critérios de classificação no pós-teste (cf. figura 11).

Figura 11

Questão 7.1.: Pré-teste vs Pós-teste (2)


7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.
7.1. 2, 5, 8, 11, 14, ?, ?
R.:

7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.
7.1. 1, 5, 9, 13, 17, 21 25
R.: A sequência vai de 4 em 4

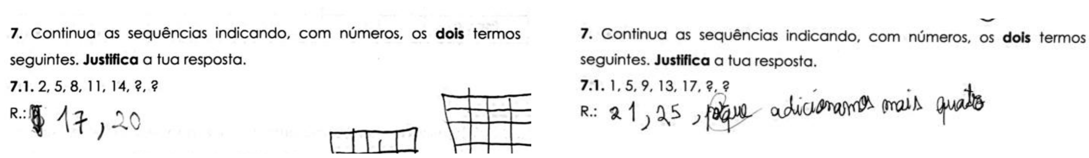
Nota: Retirado pelo autor (2023)

A terceira situação descrita, foi das menos frequentes, uma vez que a grande maioria dos alunos conseguiu resolver corretamente a questão no pré-teste, mesmo sem uma justificação.

Quanto à quarta situação descrita, esta também ocorreu com alguma frequência, pelo que os alunos, apesar de terem atingido um nível elevado nos critérios de classificação considerados no pré-teste, não atingiram o nível máximo devido à falta de justificação. No entanto, no pós-teste, conseguiram atingir este nível máximo (cf. figura 12).

Figura 12

Questão 7.1.: Pré-teste vs Pós-teste (3)


7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.
7.1. 2, 5, 8, 11, 14, ?, ?
R.: 17, 20

7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.
7.1. 1, 5, 9, 13, 17, ?, ?
R.: 21, 25, porque adicionamos mais quatro

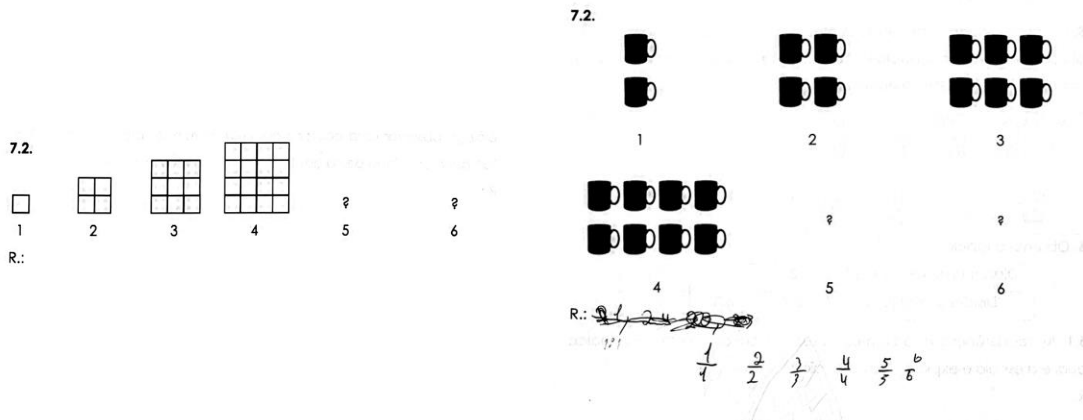
Nota: Retirado pelo autor (2023)

Relativamente à questão 7.2., ocorreram cinco situações distintas, sendo elas: i) não ter resolvido a questão no pré-teste e ter resolvido de forma incompleta (devido à ausência de justificação) no pós teste; ii) não ter resolvido a questão no pré-teste e ter resolvido de forma completa no pós-teste; iii) ter resolvido incorretamente a questão no pré-teste e ter resolvido de forma incompleta (devido à ausência de justificação) no pós-teste; iv) ter resolvido corretamente, mas de forma incompleta (devido à não explicitação da figura obtida na sequência), à questão no pré-teste e ter resolvido corretamente e de forma completa no pós-teste; e v) ter resolvido de forma correta mas incompleta no pré-teste e no pós-teste.

É possível verificar a primeira situação descrita através da figura 13, sendo que os alunos obtiveram o nível 1 na maioria dos critérios de classificação no pretexto e um nível 2 nestes mesmos critérios de classificação no pós-teste, não tendo obtido o nível máximo uma vez que a resolução estava incompleta (não foi demonstrada a disposição das canecas).

Figura 13

Questão 7.2.: Pré-teste vs Pós-teste (1)

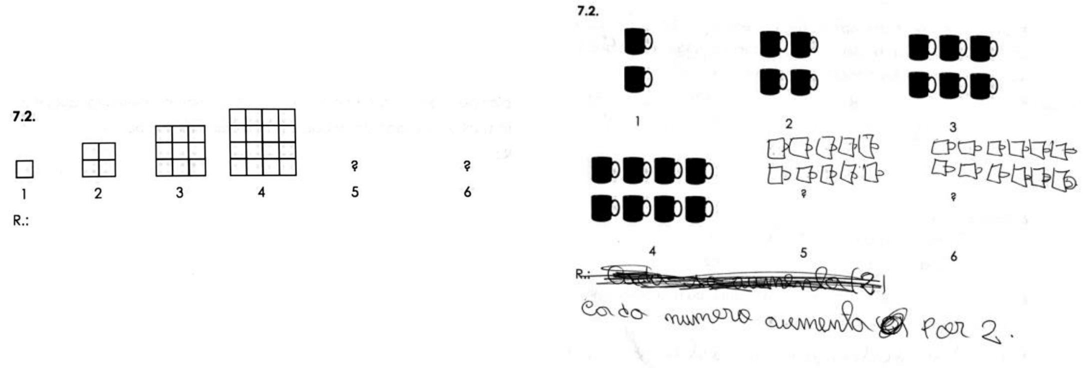


Nota: Retirado pelo autor (2023)

No que respeita a segunda situação descrita, os alunos passaram de um nível 1 nos critérios de classificação no pré-teste para o nível máximo nestes mesmos critérios de classificação no pós-teste, pelo facto de a resolução estar correta e completa (cf. figura 14).

Figura 14

Questão 7.2.: Pré-teste vs Pós-teste (2)

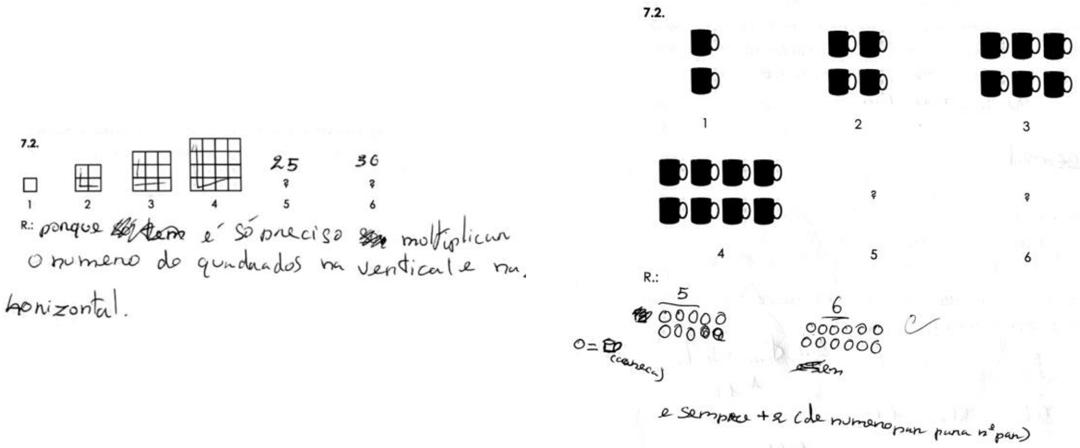


Nota: Retirado pelo autor (2023)

Para a terceira situação descrita, o nível dos critérios de classificação evoluiu para um nível 2, devido à ausência de justificação e a não demonstração da disposição das canecas. Ocorreu também, embora com uma frequência mínima, a quarta situação descrita anteriormente, pelo que os alunos passaram de um nível 2 nos critérios de classificação para o nível máximo, uma vez que a resolução se encontrava correta e completa (cf. figura 15).

Figura 15

Questão 7.2.: Pré-teste vs Pós-teste (3)

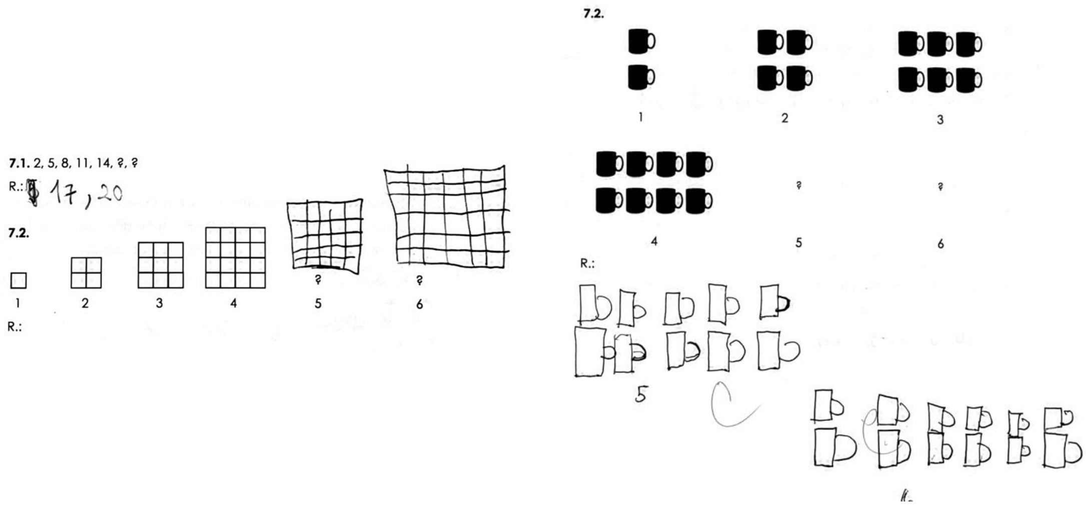


Nota: Retirado pelo autor (2023)

Por fim, a situação mais comum foi a quinta, pelo que não houve evolução no nível de cada critério de classificação, uma vez que, tanto no pré-teste como no pós-teste, existe algum erro o aspeto em falta (seja um erro na contagem dos quadrados ou a ausência de uma justificação) – cf. figura 16.

Figura 16

Questão 7.2.: Pré-teste vs Pós-teste (4)

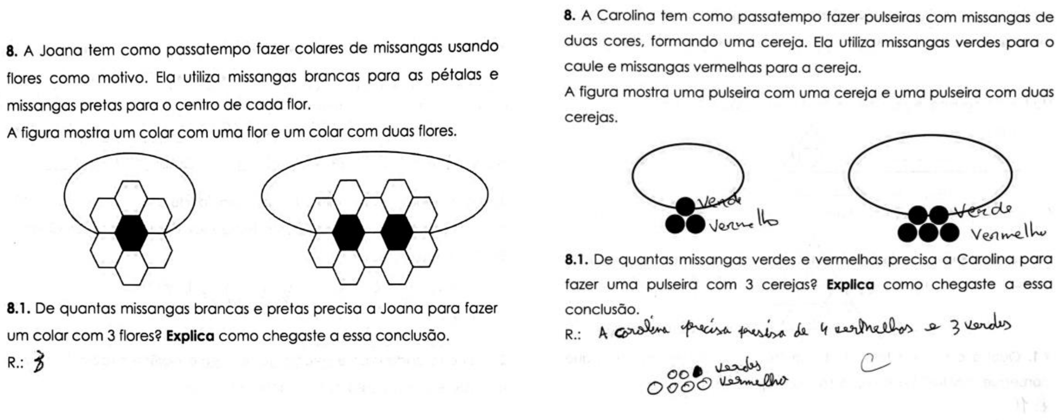


Nota: Retirado pelo autor (2023)

No que respeita a questão 8.1., a grande maioria dos alunos evolui positivamente, passando de uma ausência de resolução no pré-teste (ou resolvê-lo incorretamente), para uma resolução correta e completa no pós-teste. Neste sentido, o nível dos critérios de classificação evoluiu de um nível baixo (1) para o nível máximo, tal como demonstram a figura 17. É de realçar que houve também alunos que não resolveram esta questão no pré-teste ou no pós-teste.

Figura 17

Questão 8.1.: Pré-teste vs Pós-teste



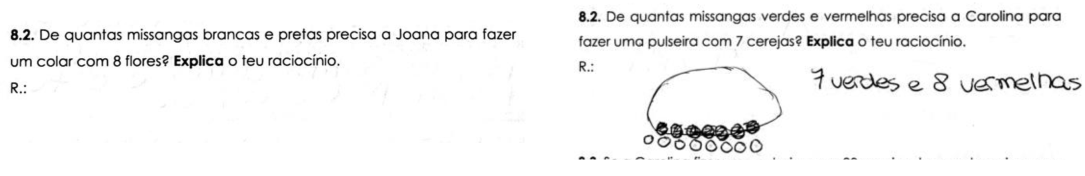
Nota: Retirado pelo autor (2023)

No que concerne a questão 8.2., as situações mais frequentes remetem para, num primeiro caso, os alunos não terem resolvido a questão no pré-teste e terem-na resolvido corretamente e de forma completa no pós-teste ou, num segundo caso, terem resolvido esta questão no pré-teste com alguns erros e terem resolvido corretamente e de forma completa no pós-teste.

Para o primeiro caso, os alunos passam do nível mínimo em cada critério de classificação considerado para um nível máximo – cf. figura 18.

Figura 18

Questão 8.2.: Pré-teste vs Pós-teste (1)

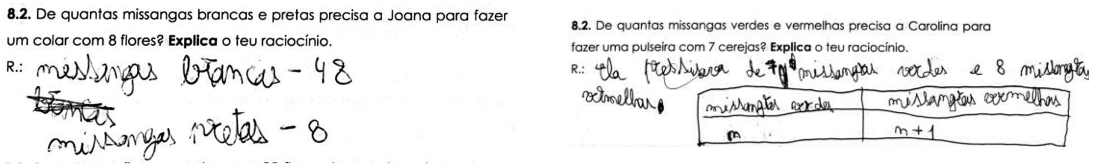


Nota: Retirado pelo autor (2023)

No segundo caso, os alunos passam de um nível 2 nos critérios de classificação para um nível máximo. Este nível 2 é justificado pelos erros existentes nas resoluções, que variam de resposta incompleta ou pela existência de parte da resposta incorreta (cf. figura 19).

Figura 19

Questão 8.2.: Pré-teste vs Pós-teste (2)

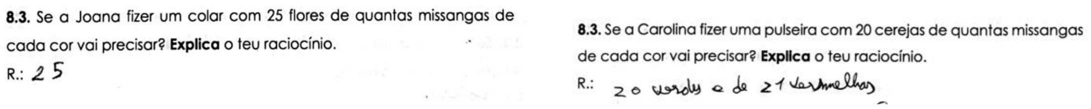


Nota: Retirado pelo autor (2023)

No que respeita a questão 8.3., as situações do pré-teste são bastante semelhantes às ocorridas na questão anterior, pelo que existem erros como resposta incompleta (cf. figura 20) ou parte da resposta incorreta. A única diferença prende-se com o facto de, no pós-teste, os alunos manterem o nível 2 na grande maioria dos critérios devido à ausência de justificação. É de referir que alguns alunos (poucos), conseguiram evoluir de um nível 2 para o nível máximo (cf. figura 21).

Figura 20

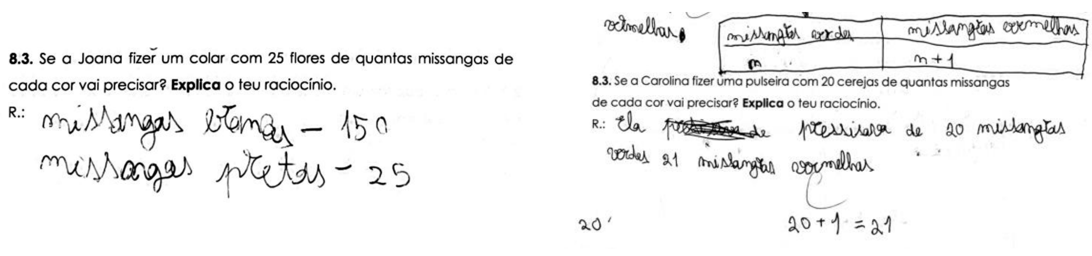
Questão 8.3.: Pré-teste vs Pós-teste (1)



Nota: Retirado pelo autor (2023)

Figura 21

Questão 8.3.: Pré-teste vs Pós-teste (2)

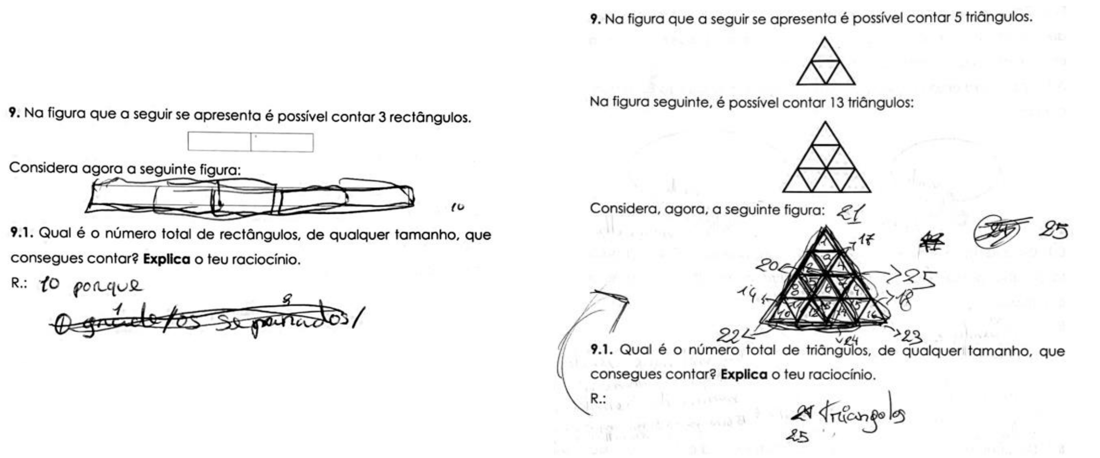


Nota: Retirado pelo autor (2023)

A questão 9 e respetivas alíneas (9.1. e 9.2.), foi aquela em que menos alunos resolveram e, dos que resolveram, a grande maioria fê-lo incorretamente, tendo sido esta a situação mais comum. No entanto, é de referir que um dos alunos, apesar de ter resolvido a questão 9.1. do pré-teste com alguns erros (nível 2 nos critérios de classificação, devido à ausência de raciocínio), esteve bastante perto da resposta correta e completa nesta questão do pós-teste (nível máximo nos critérios de classificação) – cf. figura 22.

Figura 22

Questão 9.1.: Pré-teste vs Pós-teste (1)

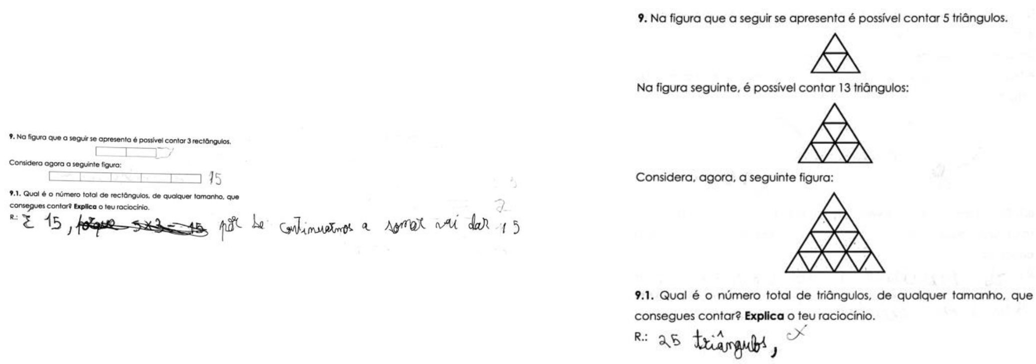


Nota: Retirado pelo autor (2023)

Por outro lado, deu-se também a situação de um aluno que conseguiu resolver esta questão corretamente, sem explicitar o seu raciocínio, no pré-teste e, tal como a aluna anterior esteve bastante perto da resposta correta nesta questão do pós-teste. Pela ausência de explicitação do raciocínio no pré-teste e no pós-teste, manteve o nível 2 nos critérios de classificação considerados – cf. figura 23.

Figura 23

Questão 9.1.: Pré-teste vs Pós-teste (2)

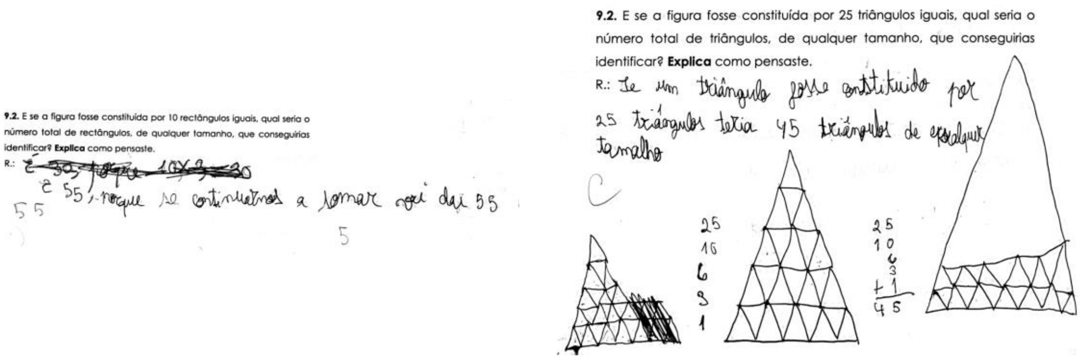


Nota: Retirado pelo autor (2023)

Por fim, quanto à alínea 9.2., a larga maioria dos alunos não a resolveu ou resolveu incorretamente, com valores bastante longes do esperado, tanto no pré-teste como no pós-teste. Apenas um aluno conseguiu resolver corretamente esta questão (com pouca explicitação do raciocínio elaborado) no pós-teste, embora a tenha resolvido de forma incorreta no pré-teste – cf. figura 24.

Figura 24

Questão 9.2.: Pré-teste vs Pós-teste



Nota: Retirado pelo autor (2023)

4.2. Discussão dos Resultados

Após analisar as resoluções dos alunos relativamente a cada conteúdo trabalhado, podemos afirmar que de uma forma geral, quanto aos conteúdos “Razão”, “Proporção” e “Proporcionalidade Direta”, verifica-se uma evolução significativa na grande maioria dos grupos (4), tendo existido apenas um grupo que não demonstrou evolução nenhuma, dois grupos que evoluíram negativamente e um grupo em que metade dos elementos evoluiu positivamente e a outra metade negativamente.

Por outro lado, no que respeita o conteúdo “Escalas”, foi possível verificar uma evolução bastante significativa em mais de metade dos grupos, pelo que apenas um grupo teve uma evolução negativa e dois grupos em que metade dos elementos evoluiu positivamente e a outra metade negativamente. não houve nenhum grupo que não tivesse demonstrado algum tipo de evolução.

No que concerne o conteúdo das “Sequências”, foi neste onde ocorreu a maior evolução por parte dos alunos, pelo que todos os grupos conseguiram melhorar o nível dos critérios de classificação no pós-teste comparativamente ao pré-teste.

Quanto às descidas verificadas, estas podem ter ocorrido devido a nervos, uma vez que o pós-teste foi realizado como uma ficha de avaliação sumativa – às quais os alunos apresentavam sempre alguma relutância e, automaticamente, o seu interesse diminuía, recusando-se mesmo a resolver os exercícios. Por este motivo, houve a necessidade de recorrer a uma entrevista em *focus group*, com o intuito de esclarecer se os alunos tinham efetivamente compreendido os conteúdos trabalhados através das tarefas de exploração e deixaram algumas questões do pós-teste em branco por se tratar de uma ficha de avaliação, ou se estas não tinham tido nenhum impacto positivo na aprendizagem dos alunos. No entanto, com esta entrevista consegui perceber que alguns dos alunos sabiam efetivamente como resolver os exercícios que tinham deixado em branco no pós-teste.

Neste sentido, torna-se bastante percetível que a utilização de um ensino exploratório para a aprendizagem destes conteúdos teve um grande impacto nos alunos a dois níveis. Por um lado, teve impacto a nível académico, pois os alunos conseguiram compreender mais facilmente os conteúdos e de forma mais significativa. Por outro lado, este ensino exploratório teve impactos a nível psicológico, pois aumentou a confiança, a motivação e o gosto (apesar de continuar a ser pouco) em aprender e realizar atividades matemáticas.

Tal como no estudo de Stacey (1989), citada por Vale (2012), os alunos com melhores avaliações escolares na componente curricular de Matemática recorreram às generalizações distantes, enquanto que os alunos com avaliações escolares mais baixas recorriam às generalizações próximas. Em concordância com o projeto desenvolvido por Vale (2012), também neste meu estudo as tarefas de exploração tornaram-se importantes pois, para além de proporcionarem a descoberta e investigação de padrões, também aumentaram a motivação dos alunos e consequente curiosidade que levou a uma tentativa de investigação autónoma – ocorreu, durante a tarefa de exploração sobre a sequência de fósforos, uma situação em que os alunos me vieram pedir mais fósforos para cada elemento do grupo pudesse reproduzir a sequência e descobrir o próximo termo.

Devido aos resultados obtidos neste estudo, posso afirmar que as tarefas de exploração facilitaram a aprendizagem e compreensão dos conteúdos “Proporcionalidade Direta” e “Sequências” na grande maioria dos alunos de ambas as turmas. Por este motivo, é possível afirmar também que o ensino exploratório teve impactos positivos na aprendizagem de Relações e Regularidades em Matemática, sendo que os resultados deste estudo vão ao encontro do expectável, tendo em consideração o quadro teórico de referência.

5. CONCLUSÕES

Deste estudo foram retiradas diversas conclusões, sendo importante retomar as questões de investigação – de que forma as tarefa de exploração facilitam a aprendizagem e compreensão do conteúdo “Proporcionalidade Direta”? e de que forma as tarefa de exploração facilitam a aprendizagem e compreensão do conteúdo “Sequências” – e o objetivo central – "O impacto do ensino exploratório na aprendizagem de Relações e Regularidades em Matemática: uma experiência no 2.º ciclo" – para uma melhor compreensão das conclusões.

Assim, quanto à primeira questão de investigação, posso concluir através dos resultados obtidos e consequente análise, que as tarefas de exploração facilitaram a aprendizagem e compreensão do conteúdo relativo à Proporcionalidade Direta (que envolvia os conteúdos de razão, proporção e escalas também), pelo que os alunos mostraram-se mais predispostos à aprendizagem dos conteúdos e mais seguros dos seus conhecimentos, devido às respostas dadas em sala de aula e aos pedidos para explicitação do seu raciocínio. Com alunos mais motivados e possuidores de alguns conhecimentos base obtidos através das tarefas, o processo de ensino-aprendizagem é facilitado, sendo que houve situações em que caso os alunos não estivessem a compreender determinado conceito ou procedimento matemático inerente a estes conteúdos, bastava estabelecer relação com as experiências vividas pelos alunos durante as tarefas de exploração para que os procedimentos tivessem significado e fizessem sentido.

Em relação à segunda questão de investigação, situações semelhantes a esta descrita ocorreram também na aprendizagem do conteúdo “Sequências”, pelo que os alunos faziam referência à tarefa de exploração realizada (sobre a sequência de fósforos).

Neste sentido, considero que o objetivo do estudo tenha sido cumprido, uma vez que foi possível examinar e averiguar o impacto do ensino exploratório na aprendizagem de Relações e Regularidades em Matemática, pelo que compreendi que se torna mais fácil compreender os conteúdos a ser trabalhados, após um primeiro contacto com os mesmos através de tarefas de exploração.

Apesar de o estudo ter sido realizado com sucesso, ocorreram alguns constrangimentos no desenvolvimento do mesmo, nomeadamente: i) o pouco tempo disponível para a realização do estudo, pois houve muitos dados a serem recolhidos e pouco tempo para o realizar; ii) a dificuldade nesta mesma recolha de dados, uma vez que muitos alunos faltavam às aulas ou apenas as frequentavam nos últimos dez minutos; e, ainda, iii) o facto de o pós-teste ter sido realizado enquanto ficha de avaliação sumativa, pois, como referido em capítulos anteriores, o facto de os alunos visualizarem aquelas questões como uma ficha de avaliação, aumentou o nervosismo de uns e a falta de vontade de outros, pelo que houve muitas questões cuja resolução não espelha o conhecimento real dos alunos.

Em conclusão, uma sociedade em constante mudança dispõe continuamente de novas exigências e a educação deve conseguir acompanhar esta transformação. Torna-se, então, necessário que os métodos de ensino evoluam, assim como as estratégias utilizadas durante as aulas. Os conteúdos devem ser trabalhados de forma dinâmica e deve ser deixada de lado a típica "exposição" de conteúdos e posterior realização de exercícios de aplicação. Num mundo onde estamos constantemente a ser bombardeados com rápidas e novas informações e descobertas, é igualmente importante preparar os nossos alunos para um pensamento crítico, sem perder a curiosidade em querer saber mais. Tudo isto é possível através de tarefas de exploração que "proporcionem um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção dos conceitos, a compreensão dos procedimentos, o conhecimento das formas de representação relevantes e das conexões de cada conceito dentro da Matemática e com outros domínios." (Ponte, 2005, citado por Ponte, 2014, p. 22).

REFLEXÃO FINAL

Esta (última) reflexão simboliza o fecho de mais um capítulo na minha vida académica, sendo importante, por este motivo, refletir acerca de três tópicos: i) o contributo da experiência desenvolvida na PES II nos dois ciclos de ensino; ii) os contributos da experiência no processo de investigação para o desenvolvimento de competências profissionais e/ou melhoria dos processos de ensino e aprendizagem; e, por fim, iii) aspetos significativos para o meu desenvolvimento pessoal e profissional, assim como dimensões a melhorar no exercício da profissão docente.

Quanto ao primeiro aspeto, foram diversos os contributos da experiência desenvolvida na PES II nos dois ciclos de ensino. Por um lado, ambos os estágios proporcionaram um aprofundamento do meu conhecimento quanto a diferentes estratégias e metodologias a serem utilizadas em sala de aula. No estágio em 2.º ciclo, aprofundei o meu conhecimento e prática relativamente a situações de indisciplina e desmotivação perante a escola e a aprendizagem, enquanto que em 1.º ciclo aprofundei o meu conhecimento e prática relativamente estratégias de gestão de grupo, de manter a atenção dos alunos e também sobre a importância da "reflexão em ação". Por outro lado, melhorei competências e capacidades já adquiridas, nomeadamente aquelas relacionadas como a elaboração de planificações, de recursos e também gestão de tempo.

Relativamente ao segundo tópico, a experiência vivida durante todo o processo de investigação foi crucial não só para o desenvolvimento de determinadas competências profissionais, mas também para a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem. Neste sentido, através do estudo realizado, foi-me possível compreender em ação a importância de atividades exploratórias na aprendizagem da Matemática, assim como me permitiu compreender a influência psicológica da expressão "ficha de avaliação sumativa", pelo que houve alunos que, embora soubessem como resolver determinados exercícios, não o fizeram por nervosismo ou por falta de vontade, sabendo que se tratava de uma avaliação (algo que os alunos estavam constantemente a realizar). Todos estes aspetos fazem com que no futuro, enquanto professora, tenha em consideração estes "pormenores" que, na realidade, não espelham os conhecimentos dos alunos, sendo importante conhecê-los e não basear a sua aprendizagem num mero número obtido através de testes. No que respeita a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem, reconheço ainda mais a importância e impacto das tarefas de exploração como introdução de conteúdos, pelo que pretendo, no futuro, recorrer a tarefas desta tipologia para o ensino dos conteúdos, qualquer que seja a componente do currículo em questão.

Por fim, no que concerne o último tópico, os aspetos significativos para o meu desenvolvimento pessoal remetem para o facto de ao longo de todos os estágios ter conseguido melhorar as minhas fragilidades, permitindo-me compreender que, quando realmente queremos algo e nos esforçamos para tal, conseguimos alcançá-lo. Desta forma, todos os estágios foram importantes para que eu compreendesse as minhas limitações, mas também as minhas potencialidades, assim como também me ensinaram a utilizar essas potencialidades como meio para colmatar as minhas fragilidades. Por outro lado, a nível profissional, sinto-me cada vez mais capaz para exercer a função docente, tendo todos os estágios sido significativos, cada um à sua maneira e incidindo em aspetos diferentes. O facto de, ao longo de todo o meu percurso académico ter tido a possibilidade de estagiar em pré-escolar, 1.º ano, 2.º ano, 3.º ano e 6.º ano, fornece-me um leque bastante variado de experiências e vivências que serão bastante úteis no meu futuro, enquanto professora.

Embora toda a experiência vivida me tenha permitido melhorar determinadas competências e aprofundar outras (assim como os meus conhecimentos relativamente a diversos fatores importantes na prática docente), é evidente que há sempre algo que um professor pode melhorar na sua prática. Neste sentido, penso que ainda existem diversos aspetos em que, apesar da evolução realizada até agora, preciso de continuar a melhorar, nomeadamente a "reflexão em ação" e a antecipação de fragilidades. Para tal, tenciono frequentar programas de formação contínua de professores, sendo irrefutável a necessidade e importância desta formação contínua durante o exercício profissional (Serafim, 2007). É ainda referido que, no entender de Nóvoa (2002), citado pela autora, que "(...) a referida formação não se adquire por acumulação de cursos, de conhecimentos, ou de técnicas, mas através de um exercício de reflexão crítica nas actividades pedagógicas e de reorganização constante da identidade pessoal." (pp. 51-52). Deste modo, formação contínua é entendida como aquela que se realiza ao longo da carreira profissional, posteriormente à obtenção da certificação profissional inicial, salientando a diferença entre estas duas vertentes de formação (Rodrigues & Esteves, 1993, citados por Silva, 2000). É da opinião de diversos autores, com a qual eu concordo plenamente, que a formação contínua apresenta extrema importância, produzindo efeitos positivos, a título de exemplo, na eficácia das organizações escolares (Nóvoa, 1992, citado por Serafim, 2007). Outra razão que justifica a formação contínua de professores remete para as características da sociedade pós-moderna que, ao acrescentar novas exigências ao saber e ao saber fazer, implica que os professores acompanhem esta evolução (Serafim, 2007). Como referido anteriormente, esta formação contínua não se baseia na acumulação de cursos, mas sim na constante reflexão, sendo esta considerada um potenciador do desenvolvimento profissional e pessoal (Silva, 2000). Este desenvolvimento profissional, por sua vez, envolve diversos fatores, entre os quais: i) possuir conhecimentos sobre o ensino; ii) as suas atitudes; iii) as suas relações interpessoais; e também iv) competências relacionadas com os processos pedagógicos (Silva, 2000). Neste sentido, é expectável que, durante a prática docente, o professor seja capaz de utilizar os conhecimentos específicos da componente do currículo e ainda leque vasto de competências que garantam o sucesso dessa mesma prática (Silva, 2000).

Assim sendo, o questionamento sistemático da minha própria prática, realizado através de todas as reflexões elaboradas ao longo do curso, permitiram-me melhorar esta mesma prática e aprofundar o meu conhecimento relativamente às diversas estratégias e metodologias existentes. Este melhoramento apenas foi possível devido ao processo inerente a uma reflexão, que implicou a análise das minhas ações de modo crítico e construtivo e o posterior questionamento dessas mesmas ações, relacionando-as com a complexidade de ocorrências numa sala de aula. Para além disto, exigiu também o reconhecimento dos erros, numa perspetiva construtiva, referindo aspetos positivos e aspetos a melhorar, por forma a compreender as razões que estiveram na origem dos aspetos menos positivos e como os ultrapassar. O facto de o processo de reflexão pressupor a fundamentação teórica, ensinou-me também a importância da pesquisa e de nunca parar de querer saber mais, com o intuito de melhorar a nossa prática e aumentar o nosso conhecimento. Outro aspeto importante das reflexões, remete para a capacidade de nos colocarmos em causa, sendo crucial aceitar críticas numa atitude de humildade.

Tenciono, por todos os motivos referidos anteriormente, continuar a refletir e a aprender mais, com o objetivo de melhorar a nível profissional e pessoal, a favor da aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

Agrupamento de Escolas Cardoso Lopes (2021-2025). *Projeto Educativo*. https://cardosolopes.net/site/2015-07-01-17-13-15/sobreagrupamento/projeto-educativo

Agrupamento de Escolas da Damaia (2018-2021). *Projeto Educativo*. https://www.aedamaia.pt/media/media/2018_2019/Direcao/Documentos/PE_AED_2018_2021.pdf

Aguiar, S. I. R. D. (2013). *A motivação dos alunos para o sucesso na matemática: Estudo de caso numa turma de 6o ano da Escola Básica e Secundária Padre Manuel Álvares* o [Dissertação de mestrado publicada]. Instituto Superior de Ciências Sociais e Políticas da Universidade de Lisboa.

Aires, L. (2011). Paradigma Qualitativo E Práticas de Investigação Educacional. Universidade Aberta.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, *115*, 11-17. https://dspace.uevora.pt/rdpc/handle/10174/4265

Canavarro, et al. (2012). *Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia*. In Canavarro, P., Santos, L. , Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L., & Carreira, S. (Orgs), Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/7041

Chaves, G. M. P. R. (2013). *A Escola Face às Manifestações de Indisciplina: Estudo de Caso sobre as Dinâmicas Organizacionais na Resolução da Indisciplina* [Dissertação de mestrado, Instituto Superior de Ciências Sociais e Políticas]. Repositório ULisboa. https://www.repository.utl.pt/bitstream/10400.5/6557/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20Mestrado%20Gra%C3%A7a%20Chaves.pdf

Coutinho, C. P. (2013). Capítulo 1 - Paradigmas, Metodologias e Métodos de Investigação. In Edições Almedina (Ed.). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática* (pp. 9-39*)*. Edições Almedina, S. A.

Coutinho, C. P. (2013). Capítulo 3 - A Revisão de Literatura. In Edições Almedina (Ed.). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática* (pp. 59-69). Edições Almedina, S. A.

Coutinho, C. P. (2013). Capítulo 9 - Análise de Dados em Planos Qualitativos. In Edições Almedina (Ed.). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática* (pp. 215-229). Edições Almedina, S. A.

Guerreiro et al. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké – fe/unicamp & feuff*, *23*(44), 279-295.

Lima, L. C. (2021). Democracia e educação: Dewey em tempos de crise da educação democrática. *Arquivos Analíticos de Políticas Educativas, 29* (154). https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/74905/1/Democracia%20e%20edu ca%c3%a7%c3%a3o%20-%20Dewey%20em%20tempos%20de%20crise%20da%20educa%c3%a7%c3%a3o%20 democr%c3%a1tica.pdf

Ministério da Educação (2018). *Aprendizagens Essenciais de Ciências Naturais do 6.º ano, do 2.º CEB.* http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/6_ciencias_naturais.pdf

Ministério da Educação (2018). *Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio do 1.º ano, do 1.º CEB.* http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/1_estudo_do_meio.pdf

Ministério da Educação (2018). *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 6º ano do 2.º CEB.* https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/6_matematica_18julho_rev.pdf

Ministério da Educação (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no 1.º CEB.*

Mouraz, A. (2017). Os Efeitos do Programa TEIP na Territorialização Curricular, vistos pela IGE. *Interacções*, *13*(46), 1-14. https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/2980/pdf

Neto, I. I. D. (2019). *Efeitos das Estratégias de Ensino na Indisciplina e na Motivação dos Alunos* [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa]. Repositório Científico. https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/11021/1/Relat%C3%B3rio%20final%20de%20Mestrado%20-%20In%C3%AAs%20Neto%29.pdf

Oliveira, D. F. S. (2019). *EDUCAÇÃO PARA A CIDADANIA: UM DESAFIO DA ESCOLA ACTUAL*. https://www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/documentos/congreso/viiicongreso/pdfs/1 85.pdf

Pardal, L. & Lopes, E. S. (2011). Capítulo III - Técnicas de Investigação Social. In Areal Editores (Ed.). *Métodos e Técnicas de Investigação Social* (pp. 69-105). Areal Editores.

Pires, M. V. (2011). Tarefas de investigação na sala de aula de Matemática: práticas de uma professora de Matemática. *Quadrante, 20*(1), 31-53.

Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 13-27). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P., Silvestre, A. I., Garcia, C., & Costa, S. (2010). *O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade direta pela exploração de regularidades*. Projeto IMLNA Promover a Aprendizagem Matemática em Números e Álgebra

Pratti, A. P. B. (2018). *Do uni ao pluri: mais professores, mais afetividades?* [Dissertação de mestrado, Instituto de Ciências Básicas da Saúde]. Repositório Digital LUME. https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/198165

Santos, L. & Pinto, J. (2018). Ensino de conteúdos escolares: A avaliação como Fator estruturante. In F. Veiga (Coord.), *O Ensino como fator de envolvimento numa escola para todos* (pp. 503-539). Lisboa: Climepsi Editores. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/28278/1/Ensino%20de%20conte%C3%BAdos%20escolares.pdf

Serafim, J. F. A. (2007). *Processos de formação contínua: limitações e eficácia em contextos de 1º ciclo - a vertente da educação especial* [Dissertação de mestrado, Faculdade de Ciências Humanas e Sociais – Universidade do Algarve]. UAlg. https://sapientia.ualg.pt/handle/10400.1/315

Silva et al. (2016). *O DESENVOLVIMENTO COGNITIVO INFANTIL SOB A ÓTICA DE JEAN PIAGET* [Dissertação de mestrado, Faculdade São Luís de França]. Repositório FSLF. https://portal.fslf.edu.br/wp-content/uploads/2016/12/tcc9-6.pdf

Silva, A. M. C. (2000). A formação contínua de professores: Uma reflexão sobre as práticas e as práticas de reflexão em formação. *Educação & Sociedade*, *21*(72), pp. 89-109. https://www.scielo.br/j/es/a/g5ZVLVWTNXd7rrr6ZbKynDr/?format=pdf&lang=pt

Silva, M. R. G. (1998). Considerações sobre o trabalho em grupo na aula de Matemática. *Mimesis*, *19*(2), 135-145. https://secure.unisagrado.edu.br/static/biblioteca/mimesis/mimesis_v19_n2_1998_art_07.pdf

Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (2014). Instrumento de Regulação Ético-Deontológica: Carta Ética.

Sousa, M. J. & Baptista, C. S. (2011). Etapa 1 - O Problema de Investigação. In Pactor (Ed.), *Como Fazer Investigação, Dissertações, Teses e Relatórios: Segundo Bolonha* (pp.18-29). LIDEL.

Vale, I. (2012). AS TAREFAS DE PADRÕES NA AULA DE MATEMÁTICA: UM DESAFIO PARA PROFESSORES E ALUNOS. *Interacções*, (20), 181-207.

Valone et al. (2018). *EDUCAÇÃO EM VALORES: O ENSINO EM VALORES NAS SÉRIES DO FUNDAMENTAL I*, *7* (2), 44-61. https://multivix.edu.br/wp-content/uploads/2018/07/revista-espaco-academico-v07-n02-artigo-03.pdf

Vasconcelos, O. N. (2015). *Motivação e Disciplina: Perceção de Alunos e Professores da Escola de Ensino Básico e Secundário da Bemposta, em Portimão (Algarve)* [Dissertação de mestrado, Universidade Fernando Pessoa]. Repositório Institucional. https://bdigital.ufp.pt/bitstream/10284/4815/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O%20OLGA%20VASCONCELOS.pdf

ANEXOS

Anexo A.
Enunciado Pré-teste

Pré-Teste

Este pré-teste será utilizado como fonte de recolha de dados para um trabalho de investigação. As tuas respostas são muito importantes para que este estudo tenha sucesso, por isso peço o teu esforço máximo na realização do mesmo. Obrigada!

Nome: ________________________________ Data: ____ / ____ / ________

1. Um automóvel que circula a uma velocidade constante demora 10 minutos a percorrer 15 km. Quanto tempo leva para percorrer 90 km? **Explica** o teu raciocínio.

2. Indica se cada frase é verdadeira ou falsa e **explica** o raciocínio que utilizaste em cada caso para poderes responder:

2.1. Se uma rapariga chega à escola em 10 minutos, duas levam 20 minutos.

R.:

2.2. Se uma caixa de cereais custa 2,80€ duas caixas custam 5,60€.

R.:

2.3. Se um rapaz faz um modelo de carro em 2 horas, pode fazer 3 modelos iguais em 6 horas.

R.:

2.4. Se o Hugo pinta o muro em 2 dias, o Hugo, o Tomás e um terceiro colega pintam em 6 dias.

R.:

3. Repara na imagem. Que chá, A ou B, é o mais doce? **Justifica** a tua resposta.

R.:

4. A Joana decidiu desenhar, numa folha A4, a altura de quatro objetos à escala. Observa o exemplo e completa a tabela:

	Objeto A	Objeto B	Objeto C	Objeto D
Altura real	25 cm	16 cm	30 cm	
Altura no desenho	5 cm		6 cm	9 cm
Escala	1:5	1:2		1:3

5. Um determinado microscópio aumenta a realidade 5 000 vezes. Se um biólogo observar uma bactéria com 0,0008 mm de diâmetro, qual é o tamanho ampliado dessa bactéria? **Explica** o teu raciocínio.

R.:

6. Observa a tabela.

Distância no mapa (cm)	4	9
Distância real (km)	1,2	2,7

6.1. As duas distâncias estão à mesma escala? Em caso afirmativo, indica qual é a escala e **explica** o teu raciocínio.

R.:

6.2. Qual é a distância no mapa que corresponde a uma distância real de 4,5 km? **Explica** o teu raciocínio.

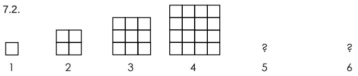
R.:

7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.

7.1. 2, 5, 8, 11, 14, ?, ?

R.:

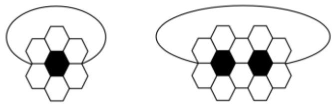
7.2.



R.:

8. A Joana tem como passatempo fazer colares de missangas usando flores como motivo. Ela utiliza missangas brancas para as pétalas e missangas pretas para o centro de cada flor.

A figura mostra um colar com uma flor e um colar com duas flores.



8.1. De quantas missangas brancas e pretas precisa a Joana para fazer um colar com 3 flores? **Explica** como chegaste a essa conclusão.

R.:

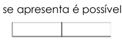
8.2. De quantas missangas brancas e pretas precisa a Joana para fazer um colar com 8 flores? **Explica** o teu raciocínio.

R.:

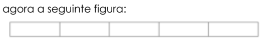
8.3. Se a Joana fizer um colar com 25 flores de quantas missangas de cada cor vai precisar? **Explica** o teu raciocínio.

R.:

9. Na figura que a seguir se apresenta é possível contar 3 rectângulos.



Considera agora a seguinte figura:



9.1. Qual é o número total de rectângulos, de qualquer tamanho, que consegues contar? **Explica** o teu raciocínio.

R.:

9.2. E se a figura fosse constituída por 10 rectângulos iguais, qual seria o número total de rectângulos, de qualquer tamanho, que conseguirias identificar? **Explica** como pensaste.

R.:

Anexo B.
Resolução Pré-teste

Pré-Teste

Este pré-teste será utilizado como fonte de recolha de dados para um trabalho de investigação. As tuas respostas são muito importantes para que este estudo tenha sucesso, por isso peço o teu esforço máximo na realização do mesmo. Obrigada!

Nome: ______________________________ Data: ____ / ____ / ________

1. Um automóvel que circula a uma velocidade constante demora 10 minutos a percorrer 15 km. Quanto tempo leva para percorrer 90 km? **Explica** o teu raciocínio.

Resolução 1:

- 90 = 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 = 6 x 15
- Se 90 é seis vezes 15 km, então irá demorar seis vezes mais tempo, mantendo a velocidade, ou seja, 6x10 = 60 min (1h).

Resolução 2:

- $\frac{90}{15} = 6$
- 10 x 6 = 60
- Se 90 é seis vezes 15 km, então irá demorar seis vezes mais tempo, mantendo a velocidade, ou seja, 6x10 = 60 min (1h).

2. Indica se cada frase é <u>verdadeira</u> ou <u>falsa</u> e **explica** o raciocínio que utilizaste em cada caso para poderes responder:

2.1. Se uma rapariga chega à escola em 10 minutos, duas levam 20 minutos.

R.: Falsa, pois apesar de serem duas raparigas, o caminho é o mesmo e andam à mesma velocidade.

2.2. Se uma caixa de cereais custa 2,80€ duas caixas custam 5,60€.

R.: Verdadeira, pois 2,80€ x 2 = 5,60€.

2.3. Se um rapaz faz um modelo de carro em 2 horas, pode fazer 3 modelos iguais em 6 horas.

R.: Verdadeira, pois 2 x 3 = 6.

2.4. Se o Hugo pinta o muro em 2 dias, o Hugo, o Tomás e um terceiro colega pintam em 6 dias.

R.: Falso, pois se uma pessoa sozinha demora 2 dias a pintar um muro, três pessoas demoram menos tempo a pintar o mesmo muro.

3. Repara na imagem. Que chá, A ou B, é o mais doce? **Justifica** a tua resposta.

- Colocamos a razão com o mesmo denominador para podermos comparar valores:

  Chá A: %çú(%) / (*á = #" / , = $" / #$

  Chá B: %çú(%) / (*á = $ / #$

- R.: O chá mais doce é o A, pois para a mesma quantidade de chá (15 dl), o chá A tem mais açúcar (50g) do que o chá B (45g).

4. A Joana decidiu desenhar, numa folha A4, a altura de quatro objetos à escala. Observa o exemplo e completa a tabela:

	Objeto A	Objeto B	Objeto C	Objeto D
Tamanho real	5 cm	6 cm	8 cm	9 cm
Tamanho no desenho	25 cm	30 cm	16 cm	27 cm
Escala	1:5	1:5	1:2	1:3

Objeto B:

- 6 x 5 = 30;
- R.: 30 cm.

Objeto C:

- Resolução 1: #. / / = 2;
- Resolução 2: 8 x %= 16 -> %= #. / / = 2;
- Resolução 3: #. / 0 = 8 -> %= #. / / = 2;

- R.: 1:2.

Objeto D:

- Resolução 1: $\frac{27}{3} = 9$;
- Resolução 2: 3 x x = 27 -> $x = \frac{27}{3} = 9$;
- Resolução 3: $\frac{27}{x} = 3$ -> $x = \frac{27}{3} = 9$;
- R.: 9 cm.

5. Um determinado microscópio aumenta a realidade 5 000 vezes. Se um biólogo observar uma bactéria com 0,0008 mm de diâmetro, qual é o tamanho ampliado dessa bactéria? **Explica** o teu raciocínio.

- 0,008 x 5 000 = 4
- R.:O tamanho ampliado da bactéria é 4 mm.

6. Observa a tabela.

Distância no mapa (cm)	4	9
Distância real (km)	1,2	2,7

6.1. As duas distâncias estão à mesma escala? Em caso afirmativo, indica qual é a escala e **explica** o teu raciocínio.

- 1,2 km = 120 000 cm;
- 2,7 km = 270 000 cm;
- $\frac{distância\ real}{distância\ no\ mapa} = \frac{120\ 000}{4} = 30\ 000$ -> escala = 1 : 30 000
- $\frac{distância\ real}{distância\ no\ mapa} = \frac{270\ 000}{9} = 30\ 000$ -> escala = 1 : 30 000
- R.: Sim, as duas distâncias estão à mesma escala, pois ao dividirmos a distância real pela distância no mapa, obtemos o mesmo resultado. A escala é 1 : 30 000.

6.2. Qual é a distância no mapa que corresponde a uma distância real de 4,5 km? **Explica** o teu raciocínio.

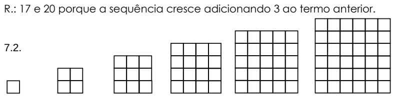
- 4,5 km = 450 000 cm;
- Escala = 1 : 30 000;
- 3456â8(4%): % / 3456â8(4%B<⍰= %>% = 30 000
- -$"⍰"" / 3456â8(4%B<⍰= %>% = 30 000
- -$"⍰"" / ,"⍰"" = $distância\ no\ mapa$
- $15 = distância\ no\ mapa$
- R.: A distância real de 4,5 km corresponde a 15 cm no mapa.

7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.

7.1. 2, 5, 8, 11, 14, ?, ?

R.: 17 e 20 porque a sequência cresce adicionando 3 ao termo anterior.

7.2.

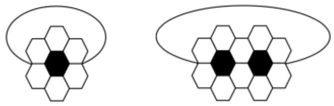


1 2 3 4 5 6

R.: os termos seguintes têm, respetivamente, 25 e 36 quadrados porque acrescenta-se uma linha e uma coluna ao quadrado do termo anterior.

8. A Joana tem como passatempo fazer colares de missangas usando flores como motivo. Ela utiliza missangas brancas para as pétalas e missangas pretas para o centro de cada flor.

A figura mostra um colar com uma flor e um colar com duas flores.



8.1. De quantas missangas brancas e pretas precisa a Joana para fazer um colar com 3 flores? **Explica** como chegaste a essa conclusão.

Resolução 1:

- Colar com uma flor: 1 missanga preta + 6 missangas brancas;
- Colar com duas flores: 2 missangas pretas + 10 missangas brancas;
- Número de missangas pretas = número de flores -> 3 flores têm 3 missangas pretas;
- Número de missangas brancas = número de missangas brancas do termo anterior + 4 -> 10 + 4 = 14 missangas brancas;
- Número de missangas total = missangas pretas + missangas brancas = 3 missangas pretas + 14 missangas brancas = 17 missangas;
- R.: A Joana precisa de 17 missangas, 3 pretas e 14 brancas para fazer um colar com 3 flores.

Resolução 2:

- Número de missangas pretas = número de flores -> 3 flores têm 3 missangas pretas;
- Número de missangas brancas = 4 x nº de flores + 2 -> 4 x 3 + 2 = 14 missangas brancas;
- Número de missangas total = missangas pretas + missangas brancas = 3 missangas pretas + 14 missangas brancas = 17 missangas;
- R.: A Joana precisa de 17 missangas, 3 pretas e 14 brancas para fazer um colar com 3 flores.

8.2. De quantas missangas brancas e pretas precisa a Joana para fazer um colar com 8 flores? **Explica** o teu raciocínio.

Resolução 1:

- Número de missangas pretas = número de flores -> 8 flores têm 8 missangas pretas;
- Número de missangas brancas = número de missangas brancas do termo anterior + 4:
  - uma flor tem 6 missangas brancas;
  - duas flores têm 10 missangas brancas (6 + 4 = 10);
  - três flores têm 14 missangas brancas (10 + 4 = 14);
  - quatro flores têm 18 missangas brancas (14 + 4 = 18);
  - cinco flores têm 22 missangas brancas (18 + 4 = 22);
  - seis flores têm 26 missangas brancas (22 + 4 = 26);
  - sete flores têm 30 missangas brancas (26 + 4 = 30);
  - oito flores têm 34 missangas brancas (30 + 4 = 34);
- Número de missangas total = missangas pretas + missangas brancas = 8 missangas pretas + 34 missangas brancas = 42 missangas;
- R.: A Joana precisa de 42 missangas, 8 pretas e 34 brancas para fazer um colar com 8 flores.

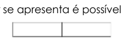
Resolução 2:

- Número de missangas pretas = número de flores -> 8 flores têm 8 missangas pretas;
- Número de missangas brancas = 4 x nº de flores + 2 -> 4 x 8 + 2 = 34 missangas brancas;
- Número de missangas total = missangas pretas + missangas brancas = 8 missangas pretas + 34 missangas brancas = 42 missangas;
- R.: A Joana precisa de 42 missangas, 8 pretas e 34 brancas para fazer um colar com 8 flores.

8.3. Se a Joana fizer um colar com 25 flores de quantas missangas de cada cor vai precisar? **Explica** o teu raciocínio.

- Número de missangas pretas = número de flores -> 25 flores têm 25 missangas pretas;
- Número de missangas brancas = 4 x nº de flores + 2 -> 4 x 25 + 2 = 102 missangas brancas;
- Número de missangas total = missangas pretas + missangas brancas = 25 missangas pretas + 102 missangas brancas = 127 missangas;
- R.: A Joana precisa de 127 missangas, 25 pretas e 102 brancas para fazer um colar com 25 flores.

9. Na figura que a seguir se apresenta é possível contar 3 rectângulos.



Considera agora a seguinte figura:

9.1. Qual é o número total de rectângulos, de qualquer tamanho, que consegues contar? **Explica** o teu raciocínio.

- Retângulo de tamanho 1 corresponde a 1 retângulo;
- Retângulo de tamanho 2 corresponde a 2 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 3 corresponde a 3 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 4 corresponde a 4 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 5 corresponde a 5 retângulos juntos;
- Contamos 5 retângulos de tamanho 1;
- Contamos 4 retângulos de tamanho 2;
- Contamos 3 retângulos de tamanho 3;
- Contamos 2 retângulos de tamanho 4;
- Contamos 1 retângulos de tamanho 5;
- Total = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 retângulos
- R.: O número total de retângulos que conseguimos contar é 15.

9.2. E se a figura fosse constituída por 10 rectângulos iguais, qual seria o número total de rectângulos, de qualquer tamanho, que conseguirias identificar? **Explica** como pensaste.

- Retângulo de tamanho 1 corresponde a 1 retângulo;
- Retângulo de tamanho 2 corresponde a 2 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 3 corresponde a 3 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 4 corresponde a 4 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 5 corresponde a 5 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 6 corresponde a 6 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 7 corresponde a 7 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 8 corresponde a 8 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 9 corresponde a 9 retângulos juntos;
- Retângulo de tamanho 10 corresponde a 10 retângulos juntos;
- Contamos 10 retângulos de tamanho 1;
- Contamos 9 retângulos de tamanho 2;
- Contamos 8 retângulos de tamanho 3;
- Contamos 7 retângulos de tamanho 4;
- Contamos 6 retângulos de tamanho 5;
- Contamos 5 retângulos de tamanho 6;
- Contamos 4 retângulos de tamanho 7;
- Contamos 3 retângulos de tamanho 8;
- Contamos 2 retângulos de tamanho 9;
- Contamos 1 retângulos de tamanho 10;
- Total = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 110 retângulos
- R.: O número total de retângulos que conseguimos contar é 110.

Anexo C.
Grelhas de análise das resoluções do Pré-teste - Turma X

Aluno	Perguntas	Apropriação		Eficiência		Eficácia	Comunicação	Apreciação Global da Questão	Média por Tema *	Apreciação Global da Tarefa
		Seleção pertinente dos dados	Interpretação do problema	Adequação da estratégia	Execução da estratégia	Correção e completude	Explicitação do raciocínio			
	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	1	1	1	3	1	1	1,33		
	2.2.	2	2	3	3	1	2	2,17		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00	1,03	
	2.4.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	3	2	1	1	3	1	2	1,67		
	4	2	2	2	3	2	1	2,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	1,00	
1	**6.1.**	3	2	1	3	1	2	2,00		1,26
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	8.2.	3	2	1	2	2	2	2,00	1,62	
	8.3.	3	2	1	2	2	2	2,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	1	3	1	1	1	1	1	1,33		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	1	1	1	1	1	2	1,17	1,92	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	3	3	2	1	2	2	2	2,00		
	4	3	3	1	3	3	1	2,33		
	5	3	3	1	3	3	1	2,33	1,46	
2	**6.1.**	2	1	1	1	1	1	1,17		1,11
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,21	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

<table>
<tr><td rowspan="17">3</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2,83</td><td rowspan="6">2,75</td><td rowspan="17">2,60</td></tr>
<tr><td>2.1.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td></tr>
<tr><td>2.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td></tr>
<tr><td>2.3.</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>2.4.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2,67</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,33</td><td rowspan="4">2,17</td></tr>
<tr><td>5</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td></tr>
<tr><td>6.1.</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>6.2.</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>2,33</td></tr>
<tr><td>7.1.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td><td rowspan="7">2,71</td></tr>
<tr><td>7.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td></tr>
<tr><td>8.1.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td></tr>
<tr><td>8.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>2,67</td></tr>
<tr><td>8.3.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>2,67</td></tr>
<tr><td>9.1.</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2,33</td></tr>
<tr><td>9.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2,33</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="17">5</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1,83</td><td rowspan="6">2,17</td><td rowspan="17">1,69</td></tr>
<tr><td>2.1.</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2,33</td></tr>
<tr><td>2.2.</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>2.3.</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>2.4.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2,83</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,00</td><td rowspan="4">0,92</td></tr>
<tr><td>5</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,33</td></tr>
<tr><td>6.1.</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,33</td></tr>
<tr><td>6.2.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>7.1.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td><td rowspan="7">1,71</td></tr>
<tr><td>7.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>2,67</td></tr>
<tr><td>8.1.</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>2,50</td></tr>
<tr><td>8.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>2,50</td></tr>
<tr><td>8.3.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>9.1.</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2,17</td></tr>
<tr><td>9.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2,17</td></tr>
</table>

6	1	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

7	1	0	0	0	0	0	0	0,00	1,33	0,47
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

8	**1**	2	1	1	1	1	1	1,17	2,28	0,94
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	2	1	1	2	2	1	1,50		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	2	2	2,67		
	3	3	3	2	2	2	2	2,33		
	4	3	3	1	3	3	1	2,33	0,58	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
9	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	0,83	0,72
	2.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.3.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.4.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,83	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	3	2	3	3	2	1	2,33		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,55	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	3	2	1	2	2	1	1,83		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		

12	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,56	2,38
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.3.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	3	1	2	3	2	2,33		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	2,33	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	6.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	2,26	
	7.2.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.1.	3	3	1	3	3	1	2,33		
	8.2.	3	2	1	2	2	1	1,83		
	8.3.	3	2	1	2	2	1	1,83		
	9.1.	3	3	2	3	3	1	2,50		
	9.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		
13	**1**	1	1	1	1	1	1	1,00	0,67	0,81
	2.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	3	2	1	2	2	2	2,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,25	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	2	1	2	2	1	1,83	1,26	
	7.2.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

14	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,36	1,97
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,25	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,62	
	7.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.1.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	8.2.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	8.3.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	9.1.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	9.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		

15	**1**	3	3	3	3	3	2	2,83	2,72	2,19
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	3	3	3	2	2	1	2,33	1,38	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,19	
	7.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	8.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.3.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		

16	**1**	3	3	2	2	2	2	2,33	1,69	0,74
	2.1.	3	3	3	2	2	2	2,50		
	2.2.	3	3	1	2	2	1	2,00		
	2.3.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.4.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	3	3	3	2	2	1	2,33	0,58	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

17	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	0,83	0,72
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	3	3	3	2	2	1	2,33	0,58	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,69	
	7.2.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

18	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,78	1,29
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	1	2	1	2	3	1	1,67		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00	0,75	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,33	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

19	**1**	1	1	1	1	1	1	1,00	2,33	1,07
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	2	2	2	2,50		
	2.3.	3	3	2	3	3	2	2,67		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	2	2	2	2	2	1	1,83		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,79	
	5	1	1	1	1	2	1	1,17		
	6.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,14	
	7.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

20	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,67	1,00
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	3	1	3	1	3	3	1	2,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,25	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

21	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

22	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,67	1,37
	2.1.	3	1	1	2	2	2	1,83		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	3	3	3	2	2	1	2,33	0,58	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	0,71	
	7.2.	3	3	3	2	2	1	2,33		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

24	**1**	1	1	1	1	1	1	1,00	1,44	0,86
	2.1.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	2.2.	2	2	1	2	2	1	1,67		
	2.3.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	2.4.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	3	1	2	1	2	2	1	1,50		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	1,00	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,29	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		

Anexo D.
Grelhas de análise das resoluções do Pré-teste - Turma Y

Aluno	Perguntas	Apropriação		Eficiência		Eficácia	Comunicação	Apreciação Global da Questão	Média por Tema *	Apreciação Global da Tarefa
		Seleção pertinente dos dados	Interpretação do problema	Adequação da estratégia	Execução da estratégia	Correção e completude	Explicitação do raciocínio			
	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	1,86	
	2.3.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.4.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
1	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		1,34
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.2.	3	2	2	2	2	2	2,17	1,67	
	8.3.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.1.	1	2	1	1	2	1	1,33		
	9.2.	1	2	2	2	2	2	1,83		
	1	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	3,00	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	3	3	3	3	3	3,00		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
2	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		1,90
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	3	2	3	3	3	2	2,67		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	2	2	2	2,50	2,05	
	8.3.	3	3	3	2	2	2	2,50		
	9.1.	1	2	1	1	2	1	1,33		
	9.2.	3	3	2	2	2	2	2,33		

3	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
4	**1**	3	3	2	3	3	2	2,67	1,94	1,28
	2.1.	1	3	1	3	1	1	1,67		
	2.2.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.3.	1	3	1	3	1	1	1,67		
	2.4.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	3	1	3	1	3	1	1	1,67		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00	0,71	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	3	1	1	2	2	2	1,83		
	6.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	7.1.	3	1	1	1	1	1	1,33	1,05	
	7.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.3.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		

5	**1**	1	1	1	1	1	1	1,00	1,83	1,80
	2.1.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.2.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.3.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.4.	1	3	1	3	1	1	1,67		
	3	3	3	2	2	2	2	2,33		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	1,00	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	2,24	
	7.2.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	8.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.3.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	9.1.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	9.2.	1	2	1	2	2	2	1,67		

6	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,89	1,52
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	3	2	2	2	2	2,33		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	1,58	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,31	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	3	1	2	2	2	2	2,00		
	2.1.	3	1	2	2	2	2	2,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,44	
	2.3.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	2.4.	3	3	3	3	2	2	2,67		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	2	2	2	2	2	1	1,83		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,46	
7	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		1,88
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.2.	3	2	2	2	2	1	2,00	2,21	
	8.3.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.2.	3	2	2	2	2	2	2,17		

	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,25	
8	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		0,27
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,52	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.1.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,47	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	1	2	1	3	1	1	1,50		
	3	3	3	2	2	2	2	2,33		
	4	3	2	2	2	2	1	2,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	1,83	
9	**6.1.**	3	3	2	2	2	2	2,33		2,02
	6.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	8.2.	3	2	2	2	2	2	2,17	1,74	
	8.3.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.1.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	9.2.	1	2	1	2	2	1	1,50		

	1	3	3	2	2	2	2	2,33		
	2.1.	1	3	1	3	1	1	1,67		
	2.2.	1	3	1	3	3	1	2,00	1,86	
	2.3.	1	3	1	3	3	1	2,00		
	2.4.	1	3	1	3	1	1	1,67		
	3	3	2	1	1	1	1	1,50		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,50	
11	**6.1.**	1	1	1	1	1	1	1,00		0,77
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

<table>
<tr><td rowspan="17">12</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td><td rowspan="6">2,67</td><td rowspan="17">2,13</td></tr>
<tr><td>2.1.</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>2.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td></tr>
<tr><td>2.3.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3,00</td></tr>
<tr><td>2.4.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2,83</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2,17</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>2,67</td><td rowspan="4">2,38</td></tr>
<tr><td>5</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>2,67</td></tr>
<tr><td>6.1.</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2,17</td></tr>
<tr><td>6.2.</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>7.1.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td><td rowspan="7">1,52</td></tr>
<tr><td>7.2.</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2,50</td></tr>
<tr><td>8.1.</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2,17</td></tr>
<tr><td>8.2.</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>8.3.</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td>9.1.</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>9.2.</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td rowspan="17">13</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,00</td><td rowspan="6">1,06</td><td rowspan="17">0,37</td></tr>
<tr><td>2.1.</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>2.2.</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>2.3.</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,33</td></tr>
<tr><td>2.4.</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td><td rowspan="4">0,00</td></tr>
<tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>6.1.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>6.2.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>7.1.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td><td rowspan="7">0,00</td></tr>
<tr><td>7.2.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>8.1.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>8.2.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>8.3.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>9.1.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>9.2.</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,00</td></tr>
</table>

14	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	1,22	0,53
	2.1.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	2.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.3.	1	3	1	1	1	1	1,33		
	2.4.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	3	1	2	1	1	1	1	1,17		
	4	1	2	2	2	2	1	1,67	0,42	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

16	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	1,75	1,48
	2.1.	1	2	1	3	1	1	1,50		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	3	2	2	2	2	1	2,00	0,50	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	1,81	
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	8.2.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	8.3.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.1.	1	2	2	2	2	2	1,83		
	9.2.	1	2	2	2	2	2	1,83		

	1	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,28	
	2.3.	3	3	1	1	2	1	1,83		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	2	1	2	2	1	1,83		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,75	
17	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		0,98
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	1	2	1	2	1	1	1,33		
	2.2.	3	3	3	2	2	2	2,50	1,61	
	2.3.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	2.4.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
18	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		0,83
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,64	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	2	2	2	2,50	2,11	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	3	2	2	2	2	1	2,00		
	5	3	3	3	3	3	3	3,00	1,83	
19	**6.1.**	3	3	2	2	2	2	2,33		1,18
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	2.2.	3	3	3	2	2	2	2,50	2,11	
	2.3.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,25	
20	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		1,53
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	8.2.	3	2	2	2	2	1	2,00	1,76	
	8.3.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.1.	1	2	2	2	2	1	1,67		
	9.2.	1	2	2	2	2	1	1,67		

21	1	1	1	1	1	1	1	1,00	1,56	1,26
	2.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	2.2.	1	3	1	1	2	1	1,50		
	2.3.	1	3	1	1	2	1	1,50		
	2.4.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,25	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	1,60	
	7.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.2.	3	2	2	2	2	2	2,17		

22	1	0	0	0	0	0	0	0,00	1,64	0,74
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.3.	3	3	1	1	3	1	2,00		
	2.4.	3	3	1	1	3	1	2,00		
	3	2	2	2	2	2	1	1,83		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,38	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	2	1	1	2	1	1,33		
	9.2.	1	2	1	1	2	1	1,33		

Anexo E.
Enunciado Tarefa de Exploração 1

Tarefa de Exploração 1 – As Pilhas

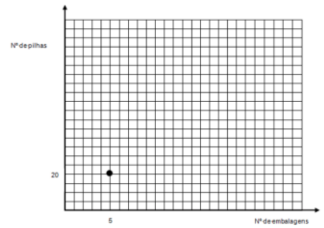
Grupo número: ______________ Data: ____ / ____ / _______

As pilhas do comando da televisão do Carlos deixaram de funcionar e, por isso, decidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entretanto, deparou-se com esta tabela informativa na zona onde se vendem as pilhas.

Número de Embalagens	Número de Pilhas
5	20
10	40
15	60
20	80

1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.

2. Completem o gráfico, utilizando os dados disponíveis na tabela.



3. Será possível determinar o número de pilhas que há em 25 embalagens? E em 32? Justifiquem a vossa resposta.

Anexo F.
Resolução Tarefa de Exploração 1

Tarefa de Exploração 1 – As Pilhas

Grupo número: _______________ Data: ____ / ____ / ________

As pilhas do comando da televisão do Carlos deixaram de funcionar e, por isso, decidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entretanto, deparou-se com esta tabela informativa na zona onde se vendem as pilhas.

Número de Embalagens	Número de Pilhas
5	20
10	40
15	60
20	80

1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.

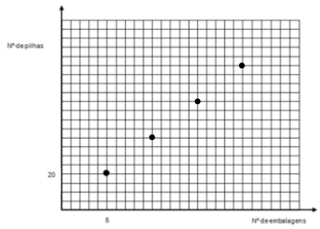
Resolução 1:
- 5 + 5 + 5 + 5 = 20;
- Logo, o número de pilhas é igual à soma do número de embalagens, quatro vezes;
- 10 + 10 + 10 + 10 = 40, 15 + 15 + 15 + 15 = 60 e 20 + 20 + 20 + 20 = 80;
- Logo, verifica-se a mesma relação para todos os casos da tabela.

Resolução 2:
- 5 x 4 = 20;
- Logo, o número de pilhas é o quadruplo do número de embalagens;
- 10 x 4 = 40, 15 x 4 = 60 e 20 x 4 = 80;
- Logo, verifica-se a mesma relação para todos os casos da tabela.

Resolução 3:
- 20 : 5 = 4;
- Logo, o número de pilhas é o quadruplo do número de embalagens;
- 40 : 10 = 4, 60 : 15 = 4 e 80 : 20 = 4;
- Logo, verifica-se a mesma relação para todos os casos da tabela.

Resolução 4:
- 5 : 20 = ¼ ;
- Logo, o número de embalagens é ¼ do número de pilhas -> o número de pilhas é o quadruplo do número de embalagens;
- 10 : 40 = ¼, 15 : 60 = ¼ e 20 : 80 = ¼;
- Logo, verifica-se a mesma relação para todos os casos da tabela.

2. Completem o gráfico, utilizando os dados disponíveis na tabela.



3. Será possível determinar o número de pilhas que há em 25 embalagens? E em 32? Justifiquem a vossa resposta.

Resolução 1:
- 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 100;
- Logo, o número de pilhas que existem em 25 embalagens é 100, pois se cada embalagem tem 4 pilhas, somamos as pilhas de 25 embalagens.
- 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 128;
- Logo, o número de pilhas que existem em 32 embalagens é 128, pois se cada embalagem tem 4 pilhas, somamos as pilhas de 32 embalagens;

Resolução 2:
- 25 x 4 = 100;
- Logo, o número de pilhas que existem em 25 embalagens é 100, pois se cada embalagem tem 4 pilhas, multiplicamos o número de pilhas pelas 25 embalagens.
- 32 x 4 = 128;
- Logo, o número de pilhas que existem em 32 embalagens é 128, pois se cada embalagem tem 4 pilhas, multiplicamos o número de pilhas pelas 32 embalagens.

Resolução 3:
- De acordo com o gráfico, a reta apresenta o ponto (25, 100);
- Logo, o número de pilhas que existem em 25 embalagens é 100;
- De acordo com o gráfico, a reta apresenta o ponto (32, 128);
- Logo, o número de pilhas que existem em 32 embalagens é 128;

Anexo G.
Quadro Framework Tarefa de Exploração 1

<table>
<tr><th colspan="3">Tarefa de Exploração 1 “As Pilhas”</th></tr>
<tr><th colspan="3">Introdução da Tarefa (15 min)</th></tr>
<tr><th>Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th><th>Ações da Professora</th><th>Gestão da Aula</th></tr>
<tr><td><u>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</u>
• Esclarecer eventuais dúvidas sobre a formulação das questões;
• Estabelecer objetivos (o que se quer saber?);

<u>Promover a adesão dos alunos à tarefa:</u>
• Desafiar para o trabalho.</td><td>• Familiarizar os alunos com o contexto da tarefa;
• Apresentar o enunciado da tarefa projetada;
• Solicitar a um aluno para ler o enunciado e cada questão;
• Após a leitura de cada questão, colocar questões de verificação para despistar possíveis dificuldades dos alunos, sobretudo relacionadas com a compreensão da tarefa (“que informações é que o enunciado nos dá?”; “o que se quer saber nesta pergunta?”).</td><td><u>Organizar o trabalho dos alunos:</u>
• Definir formas de organização do trabalho (grupos de quatro alunos para a realização da ficha e grande grupo para a discussão coletiva);
• Organizar materiais da aula (folhas com enunciado da tarefa).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Realização da Tarefa (35 min)</th></tr>
<tr><th>Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th><th>Gestão da Aula</th></tr>
<tr><td><u>Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:</u>
• Colocar questões e dar pistas;
• Sugerir representações;
• Focar ideias produtivas;
• Pedir clarificações e justificações;

<u>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</u>
• Promover o raciocínio dos alunos;</td><td><u>Promover o trabalho de pares/grupos:</u>
• Regular as interações entre alunos;

<u>Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:</u>
• Pedir registos escritos

<u>Organizar a discussão a fazer:</u></td></tr>
</table>

• Não validar a correção matemática das respostas dos alunos.	• Identificar e selecionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar e com representações relevantes); • Sequenciar as resoluções selecionadas (de linguagem natural para simbólica).

Questão	**Atividade dos Alunos**	**Ações da Professora**
1	• Investigar as relações de invariância entre variáveis; • Verificar que cada embalagem contém 4 pilhas; • Verificar que, para se obter o número total de pilhas, é necessário multiplicar o número de embalagens por 4; • Compreender que, se o número de embalagens aumenta, o número de pilhas total também aumenta.	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender que apenas uma embalagem contém 4 pilhas; • Compreender que existe uma relação entre as duas variáveis, mas não conseguir representá-la através de uma operação (multiplicação); <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar “conseguem perceber quantas pilhas tem uma embalagem apenas?”, “por que razão dizem que existem 4 pilhas em cada embalagem?”, “sabendo que cada embalagem tem 4 pilhas, que operação se realiza para obter o número total de pilhas quando temos 5 embalagens?”, “como chegaram à conclusão de que existe uma relação para todos os casos?”; • Responder aos alunos através de comentários.
2	• Representar a informação contida na tabela num gráfico de pontos;	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u>

<table>
<tr><td></td><td>Verificar que, quando o n.º de embalagens aumenta, o n.º de pilhas também aumenta.</td><td>Marcação da escala;
Decidir se devem unir os pontos, desenhando uma reta, ou não;
Compreender por que razão o n.º de embalagens se encontra no eixo do x e o n.º de pilhas no eixo do y;
<u>Como orientar os alunos:</u>
Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar “em que eixo do gráfico colocam os dados relativos ao n.º de embalagens? e ao n.º de pilhas? Porquê?”, "vão unir os pontos ou não? porquê?”, “conseguem perceber que, quando o n.º de embalagens aumenta, o n.º de pilhas também? observando o gráfico, como percebem isto?”;
Responder aos alunos através de comentários.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Identificar que existem 100 pilhas (através do gráfico ou de operações de multiplicação);
Identificar que existem 128 pilhas (através do gráfico ou de operações de multiplicação);</td><td>Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente;
<u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u>
Não compreender que o n.º de pilhas aumenta proporcionalmente, sendo possível descobri-lo através do gráfico ou através de operações de multiplicação, mesmo que a informação não esteja na tabela inicial;
<u>Como orientar os alunos:</u>
Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar “quantas pilhas existem em 25 embalagens? como chegaram a essa conclusão? conseguem perceber isso através do gráfico? conseguem obter esse resultado através de uma operação de multiplicação?”, “quantas pilhas existem em 32 embalagens? como chegaram a essa conclusão? conseguem perceber isso através do gráfico? conseguem obter esse resultado através de uma operação de multiplicação?”;
Responder aos alunos através de comentários.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Discussão da Tarefa (30 min)</th></tr>
<tr><th>Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th><th>Gestão da Aula</th><th>Atividade dos Alunos</th></tr>
<tr>
<td><u>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</u>
Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?);
Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas;
Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas;
<u>Regular as interações entre os alunos na discussão:</u>
Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas
Incentivar a resposta às questões colocadas</td>
<td><u>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</u>
Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos;
Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados;
<u>Gerir relações entre os alunos:</u>
Definir a ordem das apresentações
Promover e gerir as participações dos alunos na discussão.</td>
<td>Partilhar as resoluções, segundo a ordem estabelecida pela professora;
Responder às perguntas dos colegas e professora.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>Questão</th><th>Ações da Professora</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros;
Ouvir as apresentações (ouvir globalizante);
Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as suas ideias matemáticas (“porque dizem que apenas uma embalagem tem 4 pilhas?”, “como perceberam que existe uma relação para todos os casos?”);
Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação</td></tr>
</table>

	entre as diferentes estratégias (“o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?”, “qual é a resolução mais eficaz? porquê?”); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (compreender que apenas uma embalagem contém 4 pilhas; compreender que existe uma relação entre as duas variáveis, mas não conseguir representá-la através de uma operação – multiplicação).
2	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos (“em que eixo do gráfico colocaram os dados relativos ao n.º de embalagens? e ao n.º de pilhas? porquê?”, "uniram os pontos ou não? porquê?", “como é que analisaram o gráfico? como concluíram que quando o n.º de embalagens aumenta, o n.º de pilhas também?); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias (“o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?”, “qual é a resolução mais eficaz? porquê?”); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (marcação da escala; decidir se devem unir os pontos, desenhando uma reta, ou não; compreender por que razão o n.º de embalagens se encontra no eixo do x e o n.º de pilhas no eixo do y).
3	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante);

	• Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("quantas pilhas existem em 25 embalagens? como chegaram a essa conclusão? conseguem perceber isso através do gráfico? conseguem obter esse resultado através de uma operação de multiplicação?", "quantas pilhas existem em 32 embalagens? como chegaram a essa conclusão? conseguem perceber isso através do gráfico? conseguem obter esse resultado através de uma operação de multiplicação?"); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? Porquê?"); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (não compreender que o n.º de pilhas aumenta proporcionalmente, sendo possível descobri-lo através do gráfico ou através de operações de multiplicação, mesmo que a informação não esteja na tabela inicial).

Sistematização das Aprendizagens Matemáticas (20 min)

Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)	**Ações da Professora**	**Gestão da Aula**
Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico: • Identificar representações produtivas para obter generalizações (tabela); Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores:	• Ouvir globalizante; • Perguntas de verificação ("como é que concluímos que o n.º de pilhas existentes numa embalagem é 4?", "qual a relação entre o n.º de pilhas e o n.º de embalagens?", "como é que concluímos que a relação existente entre o n.º de embalagens e o n.º de pilhas se mantém?", "qual é o "aspeto" do gráfico que representa esta situação?", "o que significa este	Criar ambiente adequado à sistematização: • Focar os alunos no momento de sistematização coletiva; Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização: • Escrita da correção da ficha pelos alunos no enunciado.

• Evidenciar ligações com operações anteriormente trabalhadas (multiplicação).	aspeto do gráfico?”, “como determinamos o número de pilhas existentes em 25 e 32 embalagens?”); • Promover uma sistematização através de um processo comunicacional interativo e socialmente partilhado; • Ao longo das perguntas de verificação, referir alguns conceitos relacionados como razão, proporção, regra de três simples e proporcionalidade direta.	

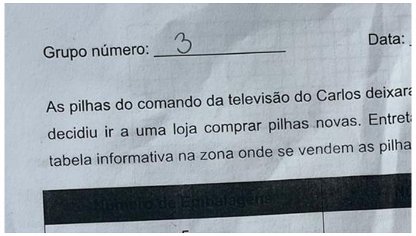
Anexo H.
PowerPoint da Discussão Coletiva – Turma X

Tarefa de Exploração 1
As Pilhas

Discussão Coletiva
Sistematização

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.

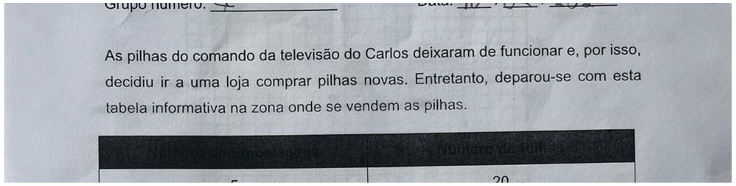


Grupo número: 3 Data:

As pilhas do comando da televisão do Carlos deixara
decidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entret
tabela informativa na zona onde se vendem as pilha

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.



As pilhas do comando da televisão do Carlos deixaram de funcionar e, por isso, decidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entretanto, deparou-se com esta tabela informativa na zona onde se vendem as pilhas.

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.

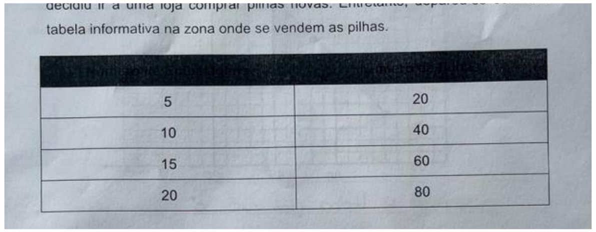
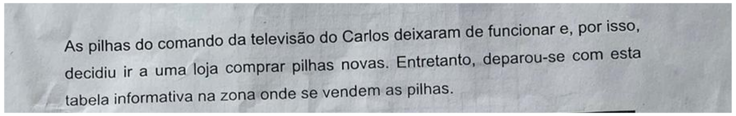


tabela informativa na zona onde se vendem as pilhas.

5	20
10	40
15	60
20	80

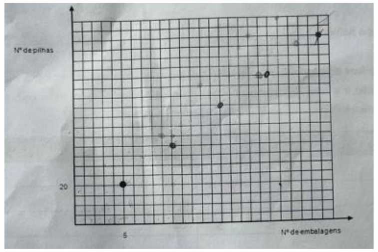
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.


As pilhas do comando da televisão do Carlos deixaram de funcionar e, por isso, decidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entretanto, deparou-se com esta tabela informativa na zona onde se vendem as pilhas.

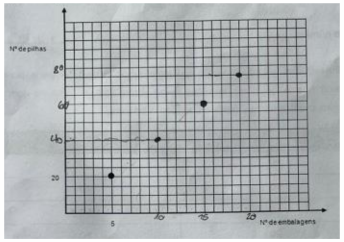
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

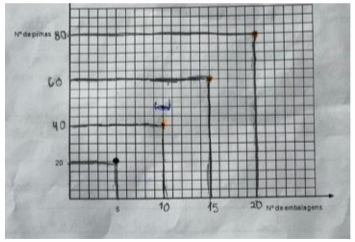
2. Completem o gráfico, utilizando os dados disponíveis na tabela.



Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

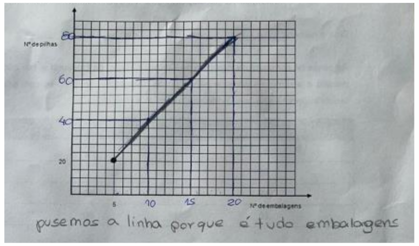
2. Completem o gráfico, utilizando os dados disponíveis na tabela.





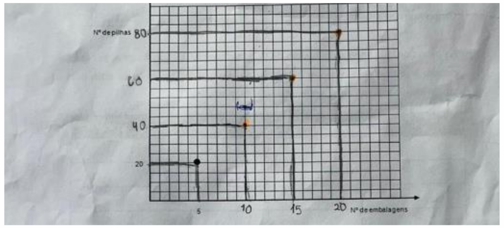
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

2. Completem o gráfico, utilizando os dados disponíveis na tabela.



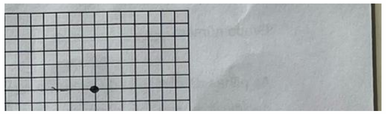
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

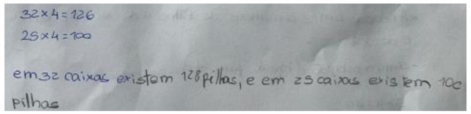
3. Será possível determinar o número de pilhas que há em 25 embalagens? E em 32? Justifiquem a vossa resposta.



Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

3. Será possível determinar o número de pilhas que há em 25 embalagens? E em 32? Justifiquem a vossa resposta.





Sistematização

- A relação era igual para todos os casos;
- Uma embalagem tinha 4 pilhas;
- Multiplicando o número de embalagens por 4, dá o número de pilhas;
- Dividindo o número de pilhas pelo número de embalagens, dá sempre 4;
- Não fazia sentido ter uma linha a unir os pontos no gráfico;
- No gráfico, cada quadrícula para cima valia 5 pilhas e a cada quadrícula para o lado valia 1 embalagem;
- Conseguimos concluir o número de pilhas de qualquer embalagem.

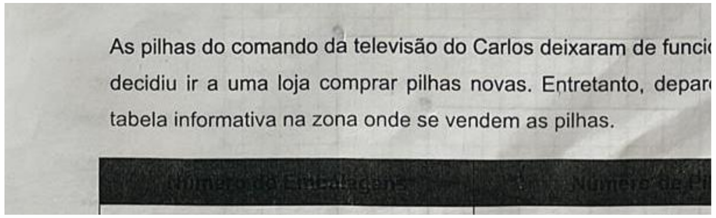
Anexo I.
PowerPoint da Discussão
Coletiva – Turma Y

Tarefa de Exploração 1
As Pilhas

Discussão Coletiva
Sistematização

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

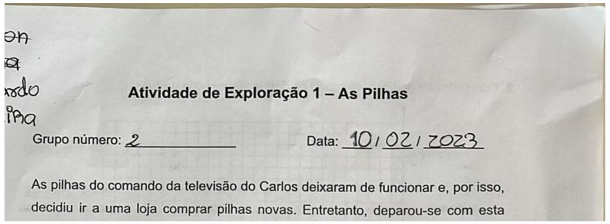
1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.


As pilhas do comando da televisão do Carlos deixaram de funci
decidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entretanto, depar
tabela informativa na zona onde se vendem as pilhas.

[redacted]

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.

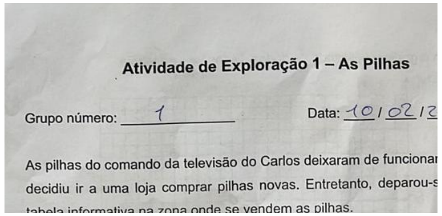

Atividade de Exploração 1 – As Pilhas

Grupo número: 2 Data: 10 / 02 / 2023

As pilhas do comando da televisão do Carlos deixaram de funcionar e, por isso, decidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entretanto, deparou-se com esta

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.

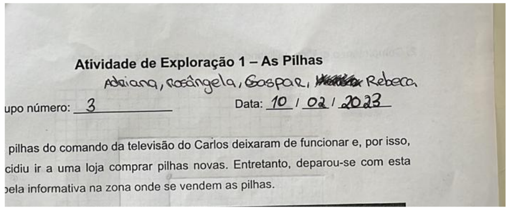

Atividade de Exploração 1 – As Pilhas

Grupo número: 1 Data: 10 / 02 / 2

As pilhas do comando da televisão do Carlos deixaram de funcionar
decidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entretanto, deparou-s
tabela informativa na zona onde se vendem as pilhas.

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

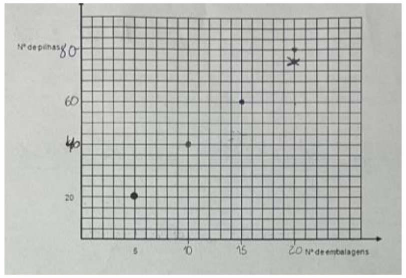
1. Expliquem que relação existe entre o número de pilhas e o número de embalagens. Verifiquem se esta relação é a mesma para todos os casos indicados na tabela.


Atividade de Exploração 1 – As Pilhas
Adriana, Rosângela, Gaspar, Rebeca
upo número: 3 Data: 10 / 02 / 2023

pilhas do comando da televisão do Carlos deixaram de funcionar e, por isso, cidiu ir a uma loja comprar pilhas novas. Entretanto, deparou-se com esta bela informativa na zona onde se vendem as pilhas.

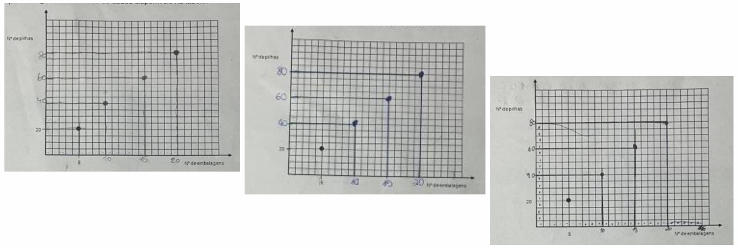
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

2. Completem o gráfico, utilizando os dados disponíveis na tabela.



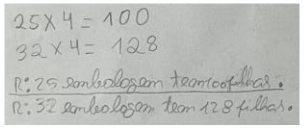
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

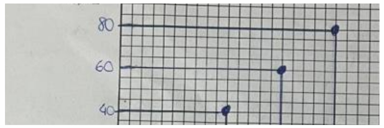
2. Completem o gráfico, utilizando os dados disponíveis na tabela.

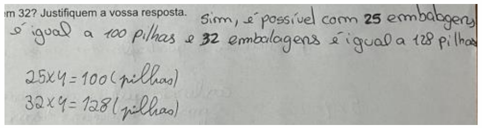


Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

3. Será possível determinar o número de pilhas que há em 25 embalagens? E em 32? Justifiquem a vossa resposta.



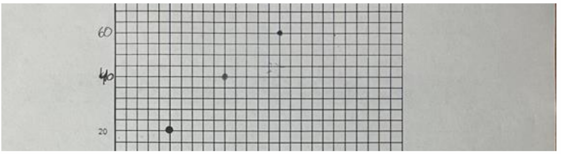



m 32? Justifiquem a vossa resposta. Sim, é possível com 25 embalagens é igual a 100 pilhas e 32 embalagens é igual a 128 pilhas

25x4=100 (pilhas)
32x4=128 (pilhas)

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas**

3. Será possível determinar o número de pilhas que há em 25 embalagens? E em 32? Justifiquem a vossa resposta.



Sistematização

- A relação era igual para todos os casos;
- Uma embalagem tinha 4 pilhas;
- Multiplicando o número de embalagens por 4, dá o número de pilhas;
- Não fazia sentido ter uma linha a unir os pontos no gráfico;
- Conseguimos concluir o número de pilhas de qualquer embalagem.

Outras conclusões:
- Dividindo o número de pilhas pelo número de embalagens, dá sempre 4;
- No gráfico, cada quadrícula para cima valia 5 pilhas e a cada quadrícula para o lado valia 1 embalagem;

Anexo J.
Grelhas de análise das resoluções da Tarefa de Exploração 1

Tarefa de Exploração 1 - As Pilhas										
Turma	Grupo	Perguntas	Apropriação		Eficiência		Eficácia	Comunicação	Apreciação Global da Questão	Apreciação Global da Tarefa
			Seleção pertinente dos dados	Interpretação do problema	Adequação da estratégia	Execução da estratégia	Correção e completude	Explicitação do raciocínio		
6.º X	Grupo 1	1	2	3	3	2	2	2	2,33	2,42
		2	3	3	3	2	2	-	2,60	
		3	3	3	2	2	3	1	2,33	
	Grupo 2	1	3	3	3	3	3	3	3,00	2,81
		2	3	3	3	2	2	-	2,60	
		3	3	3	3	3	3	2	2,83	
	Grupo 3	1	3	3	3	3	2	1	2,50	2,03
		2	3	3	3	2	2	-	2,60	
		3	1	1	1	1	1	1	1,00	
	Grupo 4	1	3	3	3	3	3	3	3,00	2,94
		2	3	3	3	3	3	-	3,00	
		3	3	3	3	3	3	2	2,83	
6.º Y	Grupo 1	1	3	3	3	3	2	2	2,67	2,64
		2	3	3	3	2	2	-	2,60	
		3	3	3	3	3	2	2	2,67	
	Grupo 2	1	1	3	2	2	2	1	1,83	2,48
		2	3	3	3	2	2	-	2,60	
		3	3	3	3	3	3	3	3,00	
	Grupo 3	1	3	3	3	3	3	3	3,00	2,94
		2	3	3	3	3	3	-	3,00	
		3	3	3	3	3	3	2	2,83	
	Grupo 4	1	3	3	3	3	2	3	2,83	2,89
		2	3	3	3	3	3	-	3,00	
		3	3	3	3	3	3	2	2,83	

Anexo K.
Enunciado Tarefa de Exploração 2

Tarefa de Exploração 2 – Escalas

Grupo número: ______________ Data: ____ / ____ / _______

1. Observem os objetos que têm na mesa e, com o auxílio da régua, registem o seu comprimento e a sua altura:

Objetos	Comprimento	Altura
1.		
2.		

2. Observem o panfleto e procurem as imagens dos objetos que têm na mesa. Usando de novo a régua, registem o seu comprimento e a sua altura no panfleto:

Objetos	Comprimento	Altura
1.		
2.		

3. Com as informações anteriores completem a tabela, determinando a escala que foi utilizada no panfleto:

	Objeto 1		Objeto 2	
	Comprimento	Altura	Comprimento	Altura
Medida no Panfleto				
Medida Real				
Escala				

4. O panfleto está à escala? Justifiquem a vossa resposta.

Anexo L.
Resolução Tarefa de Exploração 2

Tarefa de Exploração 2 – Escalas

Grupo número: ______________ Data: ____ / ____ / _______

1. Observem os objetos que têm na mesa e, com o auxílio da régua, registem o seu comprimento e a sua altura:

Objetos	Comprimento	Altura
1. Azeite Oliveira da Serra	6,2 cm	28,1 cm
2. Caixa *Ferrero Rocher*	17,8 cm	6,9 cm

2. Observem o panfleto e procurem as imagens dos objetos que têm na mesa. Usando de novo a régua, registem o seu comprimento e a sua altura no panfleto:

Objetos	Comprimento	Altura
1. Azeite Oliveira da Serra	0,7 cm	2,8 cm
2. Caixa *Ferrero Rocher*	2,3 cm	0,9 cm

3. Com as informações anteriores completem a tabela, determinando a escala que foi utilizada no panfleto:

	Objeto 1		Objeto 2	
	Azeite Oliveira da Serra		Caixa *Ferrero Rocher*	
	Comprimento	Altura	Comprimento	Altura
Medida no Panfleto	0,7 cm	2,8 cm	2,3 cm	0,9 cm
Medida Real	6,2 cm	28,1 cm	17,8 cm	6,9 cm
Escala	1:9	1:10	1:8	1:8

Resolução 1: regra de três simples

Objeto 1: Azeite Oliveira da Serra

Comprimento	Altura
Panfleto (cm) — Realidade (cm) 0,7 —— 6,2 1 —— x $x = \frac{1 \times 6,2}{0,7} = \frac{6,2}{0,7} \cong 8,86 \cong 9$	Panfleto (cm) — Realidade (cm) 2,8 —— 28,1 1 —— x $x = \frac{1 \times 28,1}{2,8} = \frac{28,1}{2,8} \cong 10,04 \cong 10$

Objeto 2: Caixa *Ferrero Rocher*

Comprimento	Altura
Panfleto (cm) — Realidade (cm) 2,3 —— 17,8 1 —— x $x = \frac{1 \times 17,8}{2,3} = \frac{17,8}{2,3} \cong 7,74 \cong 8$	Panfleto (cm) — Realidade (cm) 0,9 —— 6,9 1 —— x $x = \frac{1 \times 6,9}{0,9} = \frac{6,9}{0,9} \cong 7,67 \cong 8$

Resolução 2: propriedade fundamental das proporções

Objeto 1: Azeite Oliveira da Serra

Comprimento	Altura
$\frac{0,7}{6,2} = \frac{1}{x}$ $\text{imagem} \times x = \text{realidade} \times 1$ $x = \frac{\text{realidade} \times 1}{\text{imagem}} = \frac{6,2 \times 1}{0,7} = \frac{6,2}{0,7}$ $\cong 8,86 \cong 9$	$\frac{2,8}{28,1} = \frac{1}{x}$ $\text{imagem} \times x = \text{realidade} \times 1$ $x = \frac{\text{realidade} \times 1}{\text{imagem}} = \frac{28,1 \times 1}{2,8}$ $= \frac{28,1}{2,8} \cong 10,04 \cong 10$

Objeto 2: Caixa *Ferrero Rocher*

Comprimento	Altura
$\frac{2,3}{17,8} = \frac{1}{x}$ $\text{imagem} \times x = \text{realidade} \times 1$ $x = \frac{\text{realidade} \times 1}{\text{imagem}} = \frac{17,8 \times 1}{2,3}$ $= \frac{17,8}{2,3} \cong 7,74 \cong 8$	$\frac{0,9}{6,9} = \frac{1}{x}$ $\text{imagem} \times x = \text{realidade} \times 1$ $x = \frac{\text{realidade} \times 1}{\text{imagem}} = \frac{6,9 \times 1}{0,9} = \frac{6,9}{0,9}$ $\cong 7,67 \cong 8$

4. O panfleto está à escala? **Justifiquem** a vossa resposta.

No caso do objeto 1 (azeite Oliveira da Serra), este não se encontra à escala, pois a escala utilizada para o comprimento (1:9) é diferente da escala utilizada para a altura (1:10).

No caso do objeto 2 (caixa de *Ferrero Rocher*), este já se encontra à escala, pois a escala utilizada para o comprimento (1:8) é igual à escala utilizada para a altura (1:8).

Através da comparação das escalas utilizadas para os dois objetos, é possível concluir que o panfleto não se encontra à escala, pois obtivemos escalas diferentes para os dois objetos – o objeto 1 está à escala de 1:9 e 1:10, e o objeto 2 está à escala de 1:8.

Anexo M.
Quadro Framework Tarefa de Exploração 2

<table>
<tr><th colspan="3">Tarefa de Exploração 2 “Escalas”</th></tr>
<tr><th colspan="3">Introdução da Tarefa (15 min)</th></tr>
<tr><th>Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th><th>Ações da Professora</th><th>Gestão da Aula</th></tr>
<tr>
<td><u>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</u>
Esclarecer eventuais dúvidas sobre a formulação das questões;
Estabelecer objetivos (o que se quer saber?);
<u>Promover a adesão dos alunos à tarefa:</u>
Desafiar para o trabalho.</td>
<td>Familiarizar os alunos com o contexto da tarefa;
Apresentar o enunciado da tarefa projetada;
Solicitar a um aluno para ler o enunciado e cada questão;
Após a leitura de cada questão, colocar questões de verificação para despistar possíveis dificuldades dos alunos, sobretudo relacionadas com a compreensão da tarefa (“que informações é que o enunciado nos dá?”; “o que se quer saber nesta pergunta?”).</td>
<td><u>Organizar o trabalho dos alunos:</u>
Definir formas de organização do trabalho (grupos de quatro alunos para a realização da ficha e grande grupo para a discussão coletiva);
Organizar materiais da aula (folhas com enunciado da tarefa, folheto do “pingo doce” e do “continente”, objetos/produtos que constam nos folhetos e que serão medidos).</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Realização da Tarefa (35 min)</th></tr>
<tr><th>Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th><th>Gestão da Aula</th></tr>
<tr>
<td><u>Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:</u>
Colocar questões e dar pistas;
Sugerir representações;
Focar ideias produtivas;
Pedir clarificações e justificações;
<u>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</u>
Promover o raciocínio dos alunos;</td>
<td><u>Promover o trabalho de pares/grupos:</u>
Regular as interações entre alunos;
<u>Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:</u>
Pedir registos escritos
<u>Organizar a discussão a fazer:</u></td>
</tr>
</table>

• Não validar a correção matemática das respostas dos alunos.	• Identificar e selecionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar e com representações relevantes); • Sequenciar as resoluções selecionadas (de linguagem natural para simbólica).

Questão	Atividade dos Alunos	Ações da Professora
1	• Indicar o comprimento de cada objeto disponibilizado; • Indicar a altura de cada objeto disponibilizado.	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Distinguir comprimento de largura; • Ser o mais exato possível na medição. <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "conseguem dizer-me o que é o comprimento e o que é a largura?", "lembram-se de quando aprenderam a calcular as áreas dos polígonos? Nesses casos, o que era o comprimento e o que era a largura?"; • Sugerir que duas pessoas meçam o comprimento e a largura de cada objeto para comparar as medições obtidas – se a medida obtida do comprimento e altura for a mesma para as duas pessoas, a probabilidade de a medida estar perto da exata é maior; • Responder aos alunos através de comentários.
2	• Indicar o comprimento de cada objeto	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente;

	disponibilizado no panfleto; • Indicar a altura de cada objeto disponibilizado no panfleto.	<u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Distinguir comprimento de largura; • Dificuldades na medição de cada medida devido à pequena imagem disponibilizada no panfleto; • Ser o mais exato possível na medição. <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "conseguem dizer-me o que é o comprimento e o que é a largura?", "lembram-se de quando aprenderam a calcular as áreas dos polígonos? Nesses casos, o que era o comprimento e o que era a largura?"; • Sugerir que duas pessoas meçam o comprimento e a largura de cada objeto para comparar as medições obtidas – se a medida obtida do comprimento e altura for a mesma para as duas pessoas, a probabilidade de a medida estar perto da exata é maior; • Responder aos alunos através de comentários.
3	• Organizar a informação recolhida na tabela; • Realizar o quociente entre o comprimento do objeto 1 no panfleto e o comprimento do objeto real 1;	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender que operação é preciso realizar para conseguirem identificar a escala utilizada em cada objeto; • Compreender que o exercício pode ser resolvido através da propriedade fundamental das proporções ou da regra de três simples; • Representação da escala (forma numérica ou forma gráfica). <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "que operação é que acham que se utiliza para relacionar dois números? Como chegaram a essa conclusão?", "lembram-se de quando aprenderam as frações? O que

	• Realizar o quociente entre a altura do objeto 1 no panfleto e a altura do objeto real 1; • Identificar a escala utilizada para o comprimento do objeto 1; • Identificar a escala utilizada para a altura do objeto 1; • Realizar o quociente entre o comprimento do objeto 2 no panfleto e o comprimento do objeto real 2; • Realizar o quociente	representava o numerador? E o denominador? As frações não representam também uma relação entre dois números? Então como podem estabelecer agora uma relação entre a medida do objeto no panfleto e a medida do objeto real?”; • Responder aos alunos através de comentários.

	entre a altura do objeto 2 no panfleto e a altura do objeto real 2; • Identificar a escala utilizada para o comprimento do objeto 2; • Identificar a escala utilizada para a altura do objeto 2.	
4	• Comparar a escala utilizada para o comprimento do objeto 1 e a escala utilizada para altura do objeto 1; • Verificar se o objeto 1 se encontra à escala;	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender que, para o mesmo objeto, se a escala utilizada no comprimento for diferente da escala utilizada na altura, o objeto não está à escala (a relação entre as duas medidas não é constante); • Compreender que, para o mesmo objeto, se a escala utilizada no comprimento for igual à escala utilizada na altura, o objeto está à escala (a relação entre as duas medidas é constante); • Compreender que se as escalas utilizadas no objeto 1 forem diferentes das escalas utilizadas no objeto 2, o panfleto não está à escala (a relação entre os dois objetos não é constante);

	• Comparar a escala utilizada para o comprimento do objeto 2 e a escala utilizada para altura do objeto 2; • Verificar se o objeto 2 se encontra à escala; • Comparar as escalas do objeto 1 e as escalas do objeto 2; • Verificar se o panfleto se encontra à escala.	• Compreender que se as escalas utilizadas no objeto 1 forem iguais às escalas utilizadas no objeto 2, o panfleto está à escala (a relação entre os dois objetos é constante). <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar “o que acham que podem fazer para perceber se o panfleto está à escala ou não?”, “como chegaram à conclusão de que o panfleto está à escala?”, “como chegaram à conclusão de que o panfleto não está à escala?”; • Responder aos alunos através de comentários.

Discussão da Tarefa (30 min)		
Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)	**Gestão da Aula**	**Atividade dos Alunos**
<u>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</u> • Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?);	<u>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</u> • Dar por terminado o tempo de resolução	• Partilhar as resoluções, segundo a ordem estabelecida pela professora; • Responder às perguntas dos colegas e professora.

• Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas; • Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas; Regular as interações entre os alunos na discussão: • Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas • Incentivar a resposta às questões colocadas	da tarefa pelos alunos; • Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados; Gerir relações entre os alunos: • Definir a ordem das apresentações • Promover e gerir as participações dos alunos na discussão.	

Questão	Ações da Professora
3	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("como é que identificaram a escala de cada medida?", "porque é que realizaram o quociente entre a medida no panfleto e a medida real? Porque não o contrário", "porque é que representaram a escala dessa forma?", "existe mais alguma forma de representar a escala?"); • Se os alunos não apresentarem outras estratégias de resolução, o professor deve suscitá-las (propriedade fundamental das proporções ou regra de três simples); • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (não compreender como se representa a escala – forma numérica ou forma gráfica).

<table>
<tr>
<td>4</td>
<td colspan="2">

Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros;
Ouvir as apresentações (ouvir globalizante);
Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos (“como é que chegaram à conclusão de que o objeto está à escala?”, “como é que chegaram à conclusão de que o objeto não está à escala?”, “como é que chegaram à conclusão de que o panfleto está à escala?”, “como é que chegaram à conclusão de que o panfleto não está à escala?”;
Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo.

</td>
</tr>
<tr>
<th colspan="3">Sistematização das Aprendizagens Matemáticas (20 min)</th>
</tr>
<tr>
<th>Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th>
<th>Ações da Professora</th>
<th>Gestão da Aula</th>
</tr>
<tr>
<td>
Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico:

Identificar representações produtivas para obter generalizações (tabela);

Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores:

Evidenciar ligações com operações anteriormente trabalhadas (frações).

</td>
<td>

Ouvir globalizante;
Perguntas de verificação (“como é que identificámos a escala de cada medida do objeto?”, “como é que percebemos que o objeto 1 estava / não estava à escala?”, “como é que percebemos que o objeto 2 estava / não estava à escala?”, “como é que percebemos que o panfleto estava / não estava à escala?”;
Promover uma sistematização através de um processo comunicacional interativo e socialmente partilhado;
Ao longo das perguntas de verificação, relembrar os conceitos de razão, proporção, regra de três simples e proporcionalidade direta.

</td>
<td>
Criar ambiente adequado à sistematização:

Focar os alunos no momento de sistematização coletiva;

Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização:

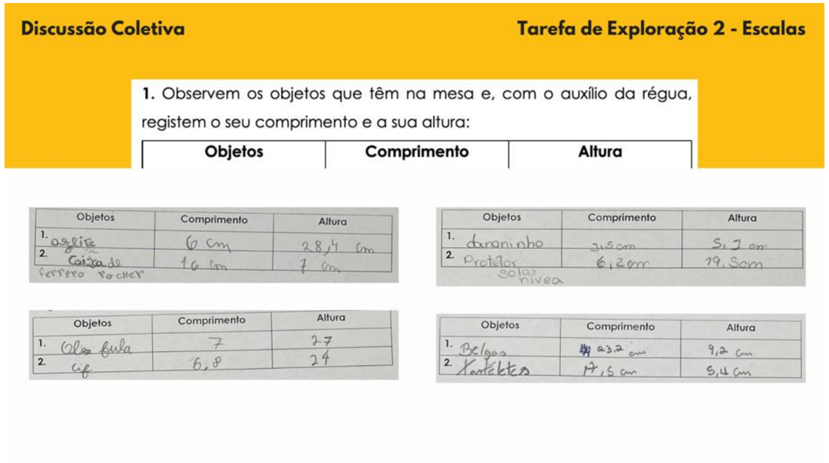
Escrita da correção da ficha pelos alunos no enunciado.

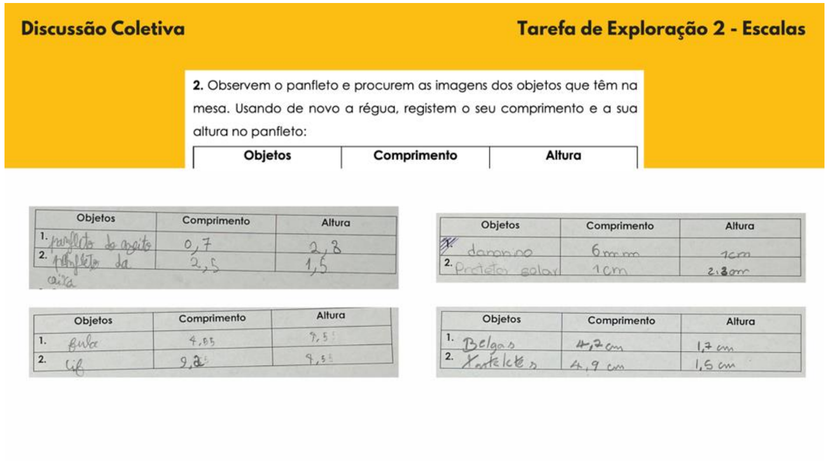
</td>
</tr>
</table>

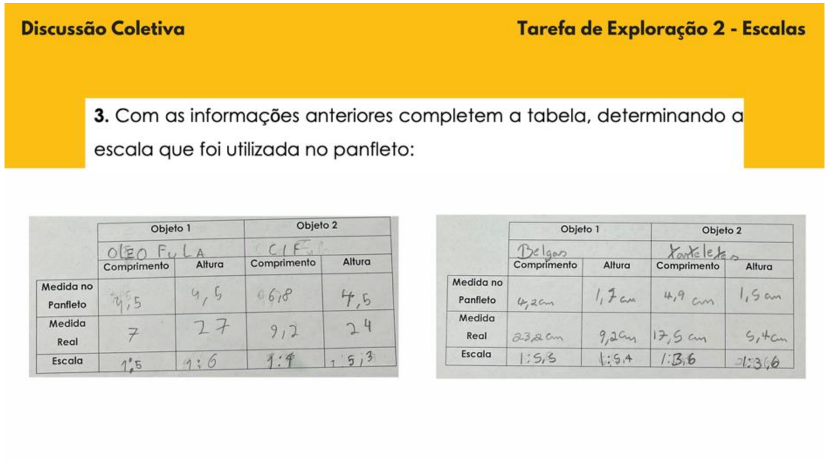
	• Ao longo das perguntas de verificação, esclarecer o conceito de escala.	

Anexo N.
PowerPoint da Discussão Coletiva – Turma X


Tarefa de Exploração 2
Escalas
Discussão Coletiva
Sistematização

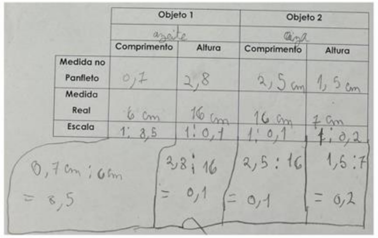

Discussão Coletiva
Tarefa de Exploração 2 - Escalas
1. Observem os objetos que têm na mesa e, com o auxílio da régua, registem o seu comprimento e a sua altura:
Objetos
Comprimento
Altura

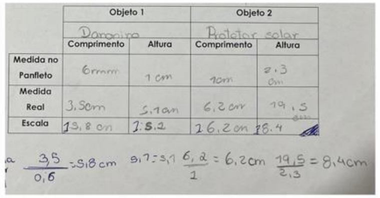

Discussão Coletiva
Tarefa de Exploração 2 - Escalas
2. Observem o panfleto e procurem as imagens dos objetos que têm na mesa. Usando de novo a régua, registem o seu comprimento e a sua altura no panfleto:
Objetos
Comprimento
Altura


Discussão Coletiva
Tarefa de Exploração 2 - Escalas
3. Com as informações anteriores completem a tabela, determinando a escala que foi utilizada no panfleto:
Objeto 1
Objeto 2
Comprimento
Altura
Medida no Panfleto
Medida Real
Escala

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 2 - Escalas**

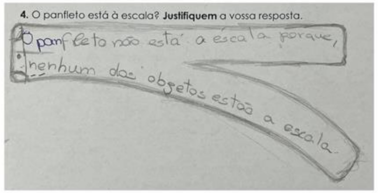
3. Com as informações anteriores completem a tabela, determinando a escala que foi utilizada no panfleto:

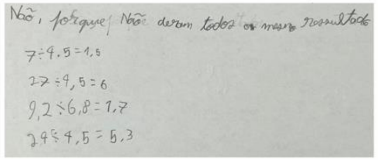




Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 2 - Escalas**

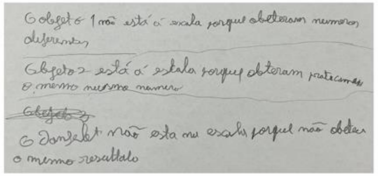
4. O panfleto está à escala? **Justifiquem** a vossa resposta.

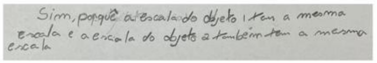




Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 2 - Escalas**

4. O panfleto está à escala? **Justifiquem** a vossa resposta.





Sistematização

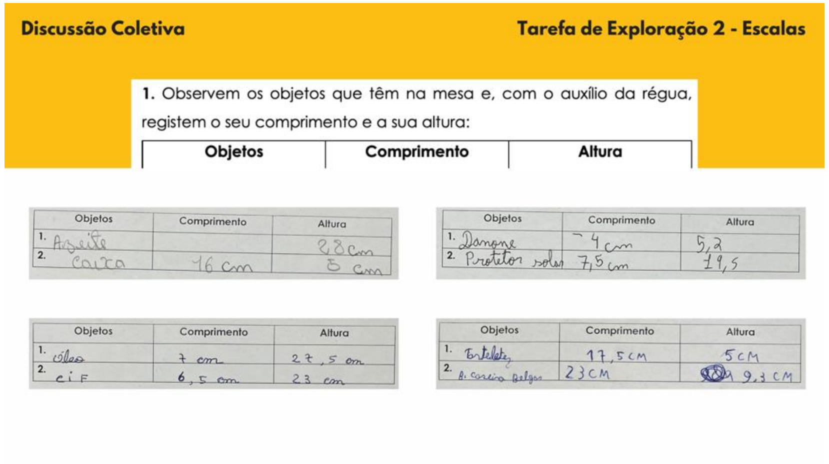
- Para calcular a escala fizemos: $\frac{\text{medida real}}{\text{medida no panfleto}}$
- Para calcularmos a escala, deve estar tudo na mesma unidade (neste caso estava tudo em cm);
- Escala -> 1 : $\frac{\text{medida real}}{\text{medida no panfleto}}$

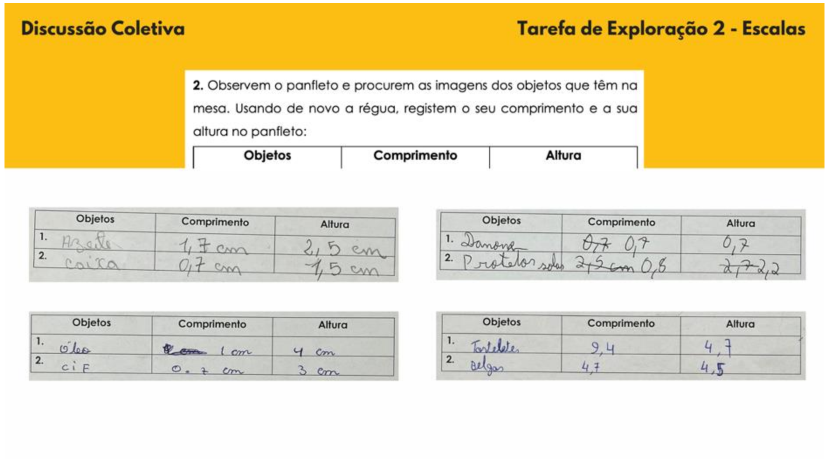
  Ex.: 1 : 4 -> 1 cm no panfleto corresponde a 4 cm na realidade.

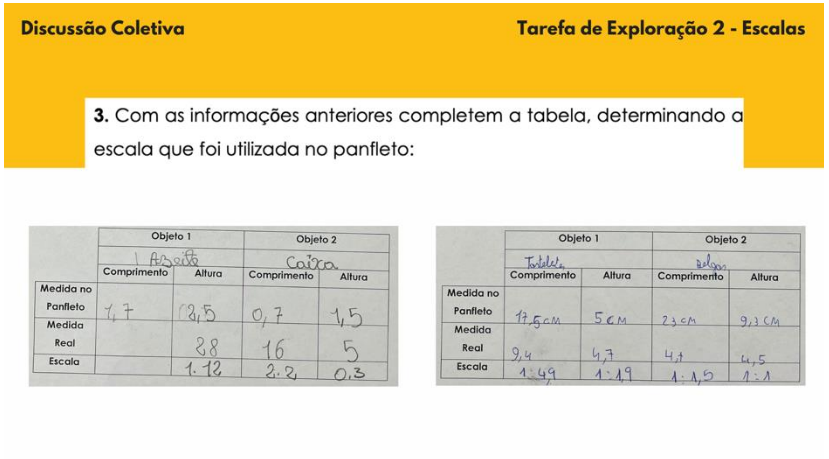
  panfleto real

Anexo O.
PowerPoint da Discussão Coletiva – Turma Y


Tarefa de Exploração 2
Escalas
Discussão Coletiva
Sistematização


Discussão Coletiva
Tarefa de Exploração 2 - Escalas
1. Observem os objetos que têm na mesa e, com o auxílio da régua, registem o seu comprimento e a sua altura:
Objetos
Comprimento
Altura


Discussão Coletiva
Tarefa de Exploração 2 - Escalas
2. Observem o panfleto e procurem as imagens dos objetos que têm na mesa. Usando de novo a régua, registem o seu comprimento e a sua altura no panfleto:
Objetos
Comprimento
Altura


Discussão Coletiva
Tarefa de Exploração 2 - Escalas
3. Com as informações anteriores completem a tabela, determinando a escala que foi utilizada no panfleto:
Objeto 1
Objeto 2
Comprimento
Altura
Medida no Panfleto
Medida Real
Escala

Discussão Coletiva — **Tarefa de Exploração 2 - Escalas**

3. Com as informações anteriores completem a tabela, determinando a escala que foi utilizada no panfleto:

	Objeto 1		Objeto 2	
	Comprimento	Altura	Comprimento	Altura
Medida no Panfleto	1 cm	4 cm	0.7 cm	3 cm
Medida Real	7 cm	27.5 cm	6:5 cm	23 cm
Escala	1:7	1:6	1:9	1:7

	Objeto 1		Objeto 2	
	Danone		Protetor solar	
	Comprimento	Altura	Comprimento	Altura
Medida no Panfleto	0,7	2,2 cm	0,7 cm	0,7 cm
Medida Real	4 cm	5,2 cm	7,5 cm	19,5 cm
Escala	1:5,7=	1:2,3	~~10,7~~ 1:10,7	1:27,8

Discussão Coletiva — **Tarefa de Exploração 2 - Escalas**

4. O panfleto está à escala? **Justifiquem** a vossa resposta.

4. O panfleto está à escala? **Justifiquem** a vossa resposta.
O Panfleto não está à escala.

4. O panfleto está à escala? **Justifiquem** a vossa resposta.
Não está.

4. O panfleto está à escala? **Justifiquem** a vossa resposta.
Não, o planfeto não tá à escala

os panfleto não está à escala P.q os numeros não são iguais.

Sistematização

- Para calcular a escala fizemos: $\frac{\text{medida real}}{\text{medida no panfleto}}$
- Para calcularmos a escala, deve estar tudo na mesma unidade (neste caso estava tudo em cm);
- Escala -> 1 : $\frac{\text{medida real}}{\text{medida no panfleto}}$

Ex.: 1 : 4 -> 1 cm no panfleto corresponde a 4 cm na realidade.

panfleto real

Anexo P.
Grelhas de análise das resoluções da Tarefa de Exploração 2

Tarefa de Exploração 2 - Escalas

Turma	Grupo	Perguntas	Apropriação		Eficiência		Eficácia	Comunicação	Apreciação Global da Questão	Apreciação Global da Tarefa
			Seleção pertinente dos dados	Interpretação do problema	Adequação da estratégia	Execução da estratégia	Correção e completude	Explicitação do raciocínio		
6.º X	Grupo 1	1	3	-	-	-	3	-	3,00	2,73
		2	3	-	-	-	2	-	2,50	
		3	3	2	3	2	2	-	2,40	
		4	3	3	3	3	3	3	3,00	
	Grupo 2	1	3	-	-	-	3	-	3,00	2,96
		2	3	-	-	-	3	-	3,00	
		3	3	3	3	3	3	-	3,00	
		4	3	3	3	3	3	2	2,83	
	Grupo 3	1	3	-	-	-	3	-	3,00	2,47
		2	3	-	-	-	1	-	2,00	
		3	3	3	1	2	2	-	2,20	
		4	3	3	3	3	2	2	2,67	
	Grupo 4	1	3	-	-	-	2	-	2,50	2,38
		2	3	-	-	-	2	-	2,50	
		3	3	3	1	2	2	-	2,20	
		4	3	2	3	2	2	2	2,33	
6.º Y	Grupo 1	1	2	-	-	-	2	-	2,00	1,75
		2	2	-	-	-	2	-	2,00	
		3	1	1	1	1	1	-	1,00	
		4	1	3	2	2	2	2	2,00	
	Grupo 2	1	3	-	-	-	3	-	3,00	2,55
		2	3	-	-	-	3	-	3,00	
		3	3	3	1	2	2	-	2,20	
		4	1	3	2	2	2	2	2,00	
	Grupo 3	1	3	-	-	-	2	-	2,50	2,53
		2	3	-	-	-	3	-	3,00	
		3	3	3	1	3	3	-	2,60	
		4	1	3	2	2	2	2	2,00	
	Grupo 4	1	2	-	-	-	2	-	2,00	2,11
		2	2	-	-	-	2	-	2,00	
		3	3	3	1	3	3	-	2,60	
		4	1	3	2	2	2	1	1,83	

Anexo Q.
Enunciado Tarefa de Exploração 3

Tarefa de Exploração 3 – Sequência com Fósforos

Grupo número: ______________ Data: ____ / ____ / _______

Observem a sequência em que os triângulos são construídos com fósforos.

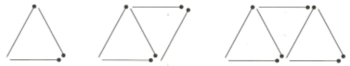


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1. Reproduzam as figuras, usando os fósforos necessários.

2. Que semelhanças observam entre as figuras?

3. Que diferenças observam?

4. Construam o 4.º e 5.º termos da sequência.

5. Completem a tabela seguinte:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados						

6. Expliquem como podem obter qualquer termo da sequência, a partir do termo anterior.

7. Qual é o número de fósforos do 15.º termo da sequência?

8. Utilizando 80 fósforos, conseguem construir uma figura que faça parte desta sequência? Sobram alguns fósforos?

9. Descubram uma regra que permita conhecer rapidamente qualquer termo da sequência. Expliquem como obtiveram essa regra.

Anexo R.
Resolução Tarefa de Exploração 3

Tarefa de Exploração 3 – Sequência com Fósforos

Grupo número: _______________ Data: ____ / ____ / ________

Observem a sequência em que os triângulos são construídos com fósforos.

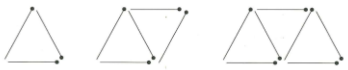
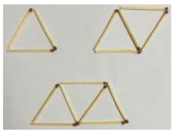


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1. Reproduzam as figuras, usando os fósforos necessários.



2. Que semelhanças observam entre as figuras?

R.:

- Cada figura é composta por triângulos.
- Na figura 1, existe um triângulo, na figura 2, existem dois triângulos e na figura 3, existem três triângulos.
- Cada triângulo é composto por três fósforos.
- Quando há mais do que um triângulo, estes encontram-se todos ligados uns aos outros.
- Quando um triângulo está ligado a outro, têm um lado comum que é representado por um fósforo.
- De uma figura para a seguinte, acrescenta-se sempre dois fósforos.
- O número de fósforos utilizados é sempre ímpar.

3. Que diferenças observam?

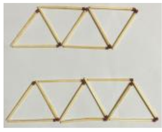
R.:

- O número de triângulos é diferente de figura para figura.
- O número de fósforos é diferente de figura para figura.

4. Construam o 4.º e 5.º termos da sequência.

4.º termo da sequência:

5.º termo da sequência:



5. Completem a tabela seguinte:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	21

6. Expliquem como podem obter qualquer termo da sequência, a partir do termo anterior.

R.: Tendo em conta que se adicionam dois fósforos da figura anterior para a figura seguinte, é possível concluir que se obtém qualquer termo da sequência adicionando dois fósforos ao termo anterior.

7. Qual é o número de fósforos do 15.º termo da sequência?

<u>Resolução 1:</u> tem 31 fósforos (por contagem)

<u>Resolução 2:</u> Se o 10º termo da sequência tem 21 fósforos e o próximo termo tem mais dois fósforos que o anterior, então o 11º tem 23, o 12º tem 25, o 13º tem 27, o 14º tem 29 e o 15º tem 31 fósforos.

<u>Resolução 3:</u> 2n + 1 = 2 x 15 + 1 = 31 fósforos.

<u>Resolução 4:</u> 3 + 2_{n-1} = 3 + 2 x 14 = 3 + 28 = 31 fósforos;

<u>Resolução 5:</u> n fósforos na horizontal + (n+1) fósforos na diagonal = total de fósforos -> sendo n, o número da figura ou número de triângulos por figura -> 15 fósforos na horizontal + 15+1 fósforos na diagonal = 15 fósforos na horizontal + 16 fósforos na diagonal = 31 fósforos.

*Nota: a resolução 3 e a resolução 5 são ambas 2n + 1, mas visualizadas de formas diferentes.

8. Utilizando 80 fósforos, conseguem construir uma figura que faça parte desta sequência? Sobram alguns fósforos?

<u>Resolução 1:</u>

- Primeiro triângulo = 3 fósforos;
- Restantes triângulos = + 2 fósforos;
- Total de fósforos = primeiro triângulo + restantes triângulos <=> 80 = 3 + 2x <=> 80 – 3 = 2x <=> 77 = 2x <=> x = $\frac{77}{2}$ <=> x = 38,5 -> existem 38 ou 39 triângulos;
- 38 x 2 + 3 = 76 + 3 = 79 fósforos -> é possível formar 39 triângulos (inicial + 38) e sobra 1 fósforo;
- 39 x 2 + 3 = 78 + 3 = 81 fósforos, já ultrapassa, por isso esta hipótese não conta;
- R.: Consegue formar-se a figura 39, com 79 fósforos, sobrando 1.

<u>Resolução 2:</u>

- 2n + 1 = 80 <=> 2n = 80 – 1 <=> 2n = 79 <=> n = $\frac{79}{2}$ <=> n = 39,5 -> é a figura 39 ou 40;
- Figura 39 -> 2 x 39 + 1 = 78 + 1 = 79 -> é possível formar 39 triângulos e sobra 1 fósforo;
- Figura 40 -> 2 x 40 + 1 = 80 + 1 = 81 -> já ultrapassa, por isso esta hipótese não conta;
- R.: Consegue formar-se a figura 39, com 79 fósforos, sobrando 1.

<u>Resolução 3:</u>

- 3 + 2 T_{n-1} = 80 <=> 2 Tn-1 = 80 – 3 <=> 2 T_{n-1} = 77 <=> T_{n-1} = $\frac{77}{2}$ <=> T_{n-1} = 38,5 -> o termo anterior é o 38 ou 39;
- Se o termo anterior for 38 -> 3 + 2 T_{n-1} = 3 + 2 x 38 = 3 + 76 = 79 fósforos -> a partir do termo 38, percebemos que a figura 39 tem 79 fósforos e sobra 1 fósforo;
- Se o termo anterior for 39 -> 3 + 2 T_{n-1} = 3 + 2 x 39 = 3 + 78 = 81 fósforos -> a partir do termo 39, percebemos que a figura 40 tem 81 fósforos e, por isso, já ultrapassa, ou seja, esta hipótese não conta;
- R.: Consegue formar-se a figura 39, com 79 fósforos, sobrando 1.

<u>Resolução 4:</u>

- n fósforos na horizontal + (n+1) fósforos na diagonal = total de fósforos;
- n + n + 1 = 80 <=> 2n + 1 = 80 <=> 2n = 80 – 1 <=> 2n = 79 <=> n = $\frac{79}{2}$ <=> n = 39,5 -> é a figura 39 ou 40;
- Figura 39 -> 2 x 39 + 1 = 78 + 1 = 79 -> é possível formar 39 triângulos e sobra 1 fósforo;
- Figura 40 -> 2 x 40 + 1 = 80 + 1 = 81 -> já ultrapassa, por isso esta hipótese não conta;
- R.: Consegue formar-se a figura 39, com 79 fósforos, sobrando 1.

*Nota: a resolução 2 e a resolução 4 são ambas 2n + 1, mas visualizadas de formas diferentes.

9. Descubram uma regra que permita conhecer rapidamente qualquer termo da sequência. Expliquem como obtiveram essa regra.

Resolução 1:

- 2n + 1 = número de fósforos -> sendo n, o número da figura ou número de triângulos por figura;
- Figura 1 -> tem 1 triângulo -> 2 x 1 + 1 = 2 + 1 = 3 fósforos;
- Figura 2 -> tem 2 triângulos -> 2 x 2 + 1 = 4 + 1 = 5 fósforos;
- Figura 3 -> tem 3 triângulos -> 2 x 3 + 1 = 6 + 1 = 7 fósforos;

Resolução 2:

- 3 + 2 T_{n-1} = número de fósforos -> sendo T_{n-1}, o termo da figura anterior à que se pretende descobrir;
- Figura 1 -> termo anterior é 0 -> 3 + 2 x 0 = 3 + 0 = 3 fósforos;
- Figura 2 -> termo anterior é 1 -> 3 + 2 x 1 = 3 + 2 = 5 fósforos;
- Figura 3 -> termo anterior é 2 -> 3 + 2 x 2 = 3 + 4 = 7 fósforos;

Resolução 3:

- n fósforos na horizontal + (n+1) fósforos na diagonal = total de fósforos -> sendo n, o número da figura ou número de triângulos por figura;
- Figura 1 -> tem 1 triângulo -> 1 fósforo na horizontal e 1+1 fósforos na diagonal = 3 fósforos;
- Figura 2 -> tem 2 triângulos -> 2 fósforos na horizontal e 2+1 fósforos na diagonal = 5 fósforos;
- Figura 3 -> tem 3 triângulos -> 3 fósforos na horizontal e 3+1 fósforos na diagonal = 7 fósforos;

Anexo S.
Quadro Framework da Tarefa de Exploração 3

<table>
<tr><th colspan="3">Tarefa de Exploração 3 “Sequência com Fósforos”</th></tr>
<tr><th colspan="3">Introdução da Tarefa (15 min)</th></tr>
<tr><th>Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th><th>Ações da Professora</th><th>Gestão da Aula</th></tr>
<tr>
<td>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:
• Esclarecer eventuais dúvidas sobre a formulação das questões;
• Estabelecer objetivos (o que se quer saber?);

Promover a adesão dos alunos à tarefa:
• Desafiar para o trabalho.</td>
<td>• Familiarizar os alunos com o contexto da tarefa;
• Apresentar o enunciado da tarefa projetada;
• Solicitar a um aluno para ler o enunciado e cada questão;
• Após a leitura de cada questão, colocar questões de verificação para despistar possíveis dificuldades dos alunos, sobretudo relacionadas com a compreensão da tarefa (“que informações é que o enunciado nos dá?”; “o que se quer saber nesta pergunta?”).</td>
<td>Organizar o trabalho dos alunos:
• Definir formas de organização do trabalho (grupos de quatro alunos para a realização da ficha e grande grupo para a discussão coletiva);
• Organizar materiais da aula (folhas com enunciado da tarefa, 40 fósforos para cada grupo).</td>
</tr>
<tr><th colspan="3">Realização da Tarefa (85 min)</th></tr>
<tr><th colspan="2">Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th><th>Gestão da Aula</th></tr>
<tr>
<td colspan="2">Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:
• Colocar questões e dar pistas;
• Sugerir representações;
• Focar ideias produtivas;
• Pedir clarificações e justificações;

Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:
• Promover o raciocínio dos alunos;</td>
<td>Promover o trabalho de pares/grupos:
• Regular as interações entre alunos;

Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:
• Pedir registos escritos;
• A estagiária tira foto a determinadas questões (questão n.º 2 e 5).</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">

- Não validar a correção matemática das respostas dos alunos.

</td><td>

<u>Organizar a discussão a fazer:</u>

- Identificar e selecionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar e com representações relevantes);
- Sequenciar as resoluções selecionadas (de linguagem natural para simbólica).

</td></tr>
<tr><th>Questão</th><th>Atividade dos Alunos</th><th>Ações da Professora</th></tr>
<tr><td>1</td><td>

- Reproduzir a figura 1, com recurso aos fósforos;
- Reproduzir a figura 2, com recurso aos fósforos;
- Reproduzir a figura 3, com recurso aos fósforos.

</td><td>

- Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente;

<u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u>

- Compreender que na segunda e terceira figuras, existem lados comuns aos triângulos e, por isso, são representados apenas por um fósforo;

<u>Como orientar os alunos:</u>

- Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar “conseguem perceber porque é que só existe um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos)?”, “Porque razão só colocaram um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos)?”;
- Responder aos alunos através de comentários.

</td></tr>
<tr><td>2</td><td>

- Identificar que cada figura é composta por triângulos;
- Identificar o número de

</td><td>

- Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente;

<u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u>

- Compreender que, quando existem lados em comum nos triângulos, estes são representados por um fósforo;

</td></tr>
</table>

	triângulos em cada figura; • Identificar que cada triângulo é composto por 3 fósforos; • Identificar que, quando há mais do que um triângulo, estes estão unidos uns aos outros; • Identificar que, quando os triângulos estão unidos, os lados comuns são representados por um fósforo; • Identificar que, de uma figura para a seguinte, acrescentam-	• Compreender quantas semelhanças existem. <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "conseguem perceber porque é que só existe um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos)?", "porque razão só colocaram um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos)?", "que figura geométrica é que os fósforos formam?", "já analisaram o número de triângulos em cada figura?", "já analisaram o número de fósforos utilizados em cada figura?", "como é que se forma a nova figura?"; • Responder aos alunos através de comentários.

	se dois fósforos; • Identificar que o número de fósforos em cada figura é sempre ímpar.	
3	• Identificar que o número de triângulos é diferente de figura para figura; • Identificar que o número de fósforos utilizados é diferente de figura para figura.	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender quantas diferenças existem; • Compreender que as figuras são compostas por triângulos e, consequentemente, compreender que o número de triângulos varia de figura para figura; • Compreender que os triângulos são compostos por três fósforos e, consequentemente, compreender que o número de fósforos varia de figura para figura. <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "que figura geométrica é que os fósforos formam?", "já analisaram o número de triângulos em cada figura?", "já analisaram o número de fósforos utilizados em cada figura?"; • Responder aos alunos através de comentários.
4	• Construir a figura 4 (4.º termo da sequência);	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente;

	• Construir a figura 5 (5.º termo da sequência).	<u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender que a figura 4 é composta por 4 triângulos; • Compreender que a figura 5 é composta por 5 triângulos; • Compreender que da figura anterior para a seguinte, acrescentam-se dois fósforos; • Compreender que, quando existem lados comuns aos triângulos, coloca-se apenas um fósforo; <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "a figura 1 era composta por quantos triângulos? E a figura 2? E a figura 3? Então, acham que a figura 4 e 5 vão ser compostas por quantos triângulos?", "formaram a figura 4 com 4 triângulos... Porquê?", "formaram a figura 5 com 5 triângulos... Porquê?", "Aqui (apontar para o lado comum dos triângulos), colocaram apenas um fósforo... Porquê?", "conseguem perceber porque é que só existe um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos)?"; • Responder aos alunos através de comentários.
5	• Identificar que, de uma figura para a seguinte, acrescentam-se dois fósforos; • Preencher a tabela quanto ao número de fósforos; • Identificar que o número	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender que da figura anterior para a seguinte, acrescentam-se dois fósforos; <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "aqui (apontar para o lado comum dos triângulos), colocaram apenas um fósforo... Porquê?", "conseguem perceber porque é que só existe um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos)?", "como chegaram à conclusão que a figura 10 é composta por 21 fósforos?";

	de fósforos em cada figura é sempre ímpar.	• Responder aos alunos através de comentários.
6	• Identificar que, do termo anterior para o seguinte, se acrescentam dois fósforos.	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender que todos os triângulos são formados por três fósforos mas, como existem lados comuns, da figura anterior para a seguinte acrescentam-se só dois fósforos; <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "aqui (apontar para o lado comum dos triângulos), colocaram apenas um fósforo... Porquê?", "conseguem perceber porque é que só existe um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos)?", "qual a diferença entre o número de fósforos da figura 1 e da figura 2? E da figura 2 para a figura 3?", "como chegaram à conclusão que a figura seguinte tem mais dois fósforos que a figura anterior?"; • Responder aos alunos através de comentários.
7	• Identificar que o 15.º termo da sequência é composto por 31 fósforos.	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender que existem estratégias mais rápidas para calcular o número de fósforos numa determinada figura, sem ser necessária a utilização dos fósforos ou da contagem de dois em dois;

		Como orientar os alunos: • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "conseguem definir alguma operação que vos permita descobrir o número de fósforos de qualquer figura? Como?", "já tentaram relacionar o número da figura com o número de fósforos? Ou seja, na figura 1 temos 3 fósforos, na figura 2 temos 5 fósforos, etc... Que relação existe entre os dois números?"; • Responder aos alunos através de comentários.
8	• Identificar que com 80 fósforos se consegue formar 39 triângulos; • Identificar que sobra um fósforo; • Identificar que estamos a representar a figura 39.	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; Eventuais dificuldades dos alunos: • Identificar quantos triângulos se consegue formar com 80 fósforos; • Compreender que, quando existem lados comuns aos triângulos, coloca-se apenas um fósforo; • Compreender que sobra um fósforo; • Compreender que estratégia utilizar para calcular de forma rápida o número de fósforos numa determinada figura, sem ser necessária a utilização dos fósforos ou da contagem de dois em dois; Como orientar os alunos: • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar "conseguem definir alguma operação que vos permita descobrir o número de fósforos de qualquer figura? Como?", "já tentaram relacionar o número da figura com o número de fósforos? Ou seja, na figura 1 temos 3 fósforos, na figura 2 temos 5 fósforos, etc... Que relação existe entre os dois números?", "repararam que o número de fósforos utilizados é sempre ímpar? Então, com 80 fósforos, acham que sobra algum?"; • Responder aos alunos através de comentários.

9	• Identificar que se consegue descobrir o número de fósforos de qualquer termo da sequência através de uma expressão geradora (2n + 1 ou 3 + 2 T_{n-1}).	• Ouvir e observar os alunos para monitorizar o rumo dos acontecimentos, através de um ouvir globalizante, de forma a avaliar como eles estão a pensar matematicamente; <u>Eventuais dificuldades dos alunos:</u> • Compreender que, quando existem lados comuns aos triângulos, coloca-se apenas um fósforo; • Compreender que existem estratégias para calcular de forma rápida o número de fósforos numa determinada figura, sem ser necessária a utilização dos fósforos ou da contagem de dois em dois; • Identificar a expressão geradora (lei de formação) 2n + 1 ou 3 + 2 T_{n-1} ou n fósforos na horizontal + n+1 fósforos na diagonal; <u>Como orientar os alunos:</u> • Colocar questões (focalização e inquirição) – questionar “conseguem definir alguma operação que vos permita descobrir o número de fósforos de qualquer figura? Como?”, “já tentaram relacionar o número da figura com o número de fósforos? Ou seja, na figura 1 temos 3 fósforos, na figura 2 temos 5 fósforos, etc... Que relação existe entre os dois números?”; • Responder aos alunos através de comentários.

Discussão da Tarefa (40 min)

Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)	**Gestão da Aula**	**Atividade dos Alunos**
<u>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</u> • Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?); • Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas;	<u>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</u> • Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos; • Promover atitude de respeito e interesse	• Partilhar as resoluções, segundo a ordem estabelecida pela professora; • Responder às perguntas dos colegas e professora.

• Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas; <u>Regular as interações entre os alunos na discussão:</u> • Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas • Incentivar a resposta às questões colocadas	genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados; <u>Gerir relações entre os alunos:</u> • Definir a ordem das apresentações • Promover e gerir as participações dos alunos na discussão.	

Questão	**Ações da Professora**
1	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as suas ideias matemáticas ("porque é que colocaram apenas um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos) se existem dois triângulos e cada triângulo é formado por três fósforos?", "como perceberam que existe uma relação para todos os casos?"); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? porquê?"); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (compreender que os lados comuns aos triângulos são compostos por um fósforo).
2	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros;

	• Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("porque razão só colocaram um fósforo aqui (apontar para o lado comum dos triângulos)?", "porque dizem que o número de triângulos equivale ao número da figura?", "como perceberam que o número de fósforos aumenta de uma figura para a seguinte? Aumenta quantos fósforos?"); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? porquê?"); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (caso haja semelhanças que nenhum grupo identificou, deve referi-las).
3	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("como chegaram à conclusão de que os fósforos formam um triângulo?", "como perceberam que o número de triângulos variava em cada figura?", "como perceberam que o número de fósforos variava em cada figura?"); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? Porquê?"); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las;

	• Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (caso haja diferenças que nenhum grupo identificou, deve referi-las).
4	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("como chegaram à conclusão de que a figura 4 era composta por 9 fósforos?", "como chegaram à conclusão de que a figura 5 era composta por 11 fósforos?", "aqui (apontar para o lado comum dos triângulos), colocaram apenas um fósforo... Porquê?"); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? Porquê?"); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (compreender que a figura 4 é composta por 4 triângulos e que a figura 5 é composta por 5 triângulos, compreender que da figura anterior para a seguinte, acrescentam-se dois fósforos e compreender que, quando existem lados comuns aos triângulos, coloca-se apenas um fósforo).
5	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("como chegaram à conclusão de que a figura 10 é composta por 21 fósforos?"); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e

	comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? Porquê?"); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo.
6	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("como chegaram à conclusão de que a figura seguinte tem mais dois fósforos que a figura anterior?"); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? Porquê?"); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo.
7	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("como chegaram à conclusão de que o 15.º termo tem 15 triângulos?", "como chegaram à conclusão de que o 15.º termo tem 31 fósforos?"; • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? Porquê?");

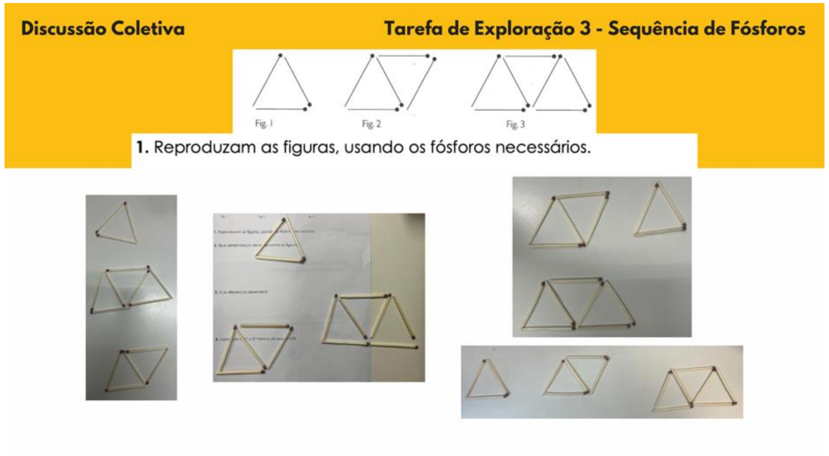
	• Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (caso nenhum grupo tenha utilizado uma das estratégias presentes na resolução, deve referi-las).
8	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("como descobriram uma forma de saber o número de fósforos de qualquer figura?", "como chegaram à conclusão de que iria sobrar um fósforo?", "havia outra forma de perceber que iriam sobrar fósforos, sem realizar contas?", "como chegaram à conclusão de que estamos a falar da figura 39?", "como chegaram à conclusão de que é possível formar 39 triângulos?"); • Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias ("o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?", "qual é a resolução mais eficaz? Porquê?"); • Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las; • Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (caso nenhum grupo tenha utilizado uma das estratégias presentes na resolução, deve referi-las).
9	• Pedir aos autores das resoluções selecionadas que exponham as suas estratégias, expliquem o seu raciocínio aos colegas e respondam às questões e comentários uns dos outros; • Ouvir as apresentações (ouvir globalizante); • Formular perguntas de inquirição, para que os alunos expliquem e justifiquem as ideias e procedimentos matemáticos ("como descobriram uma forma de saber o número de fósforos de qualquer figura?");

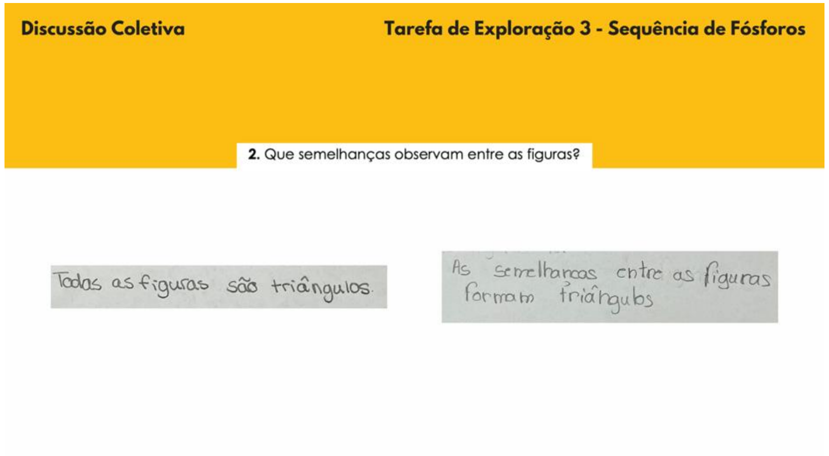
<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Formular perguntas de inquirição, para que se estabeleçam conexões entre as várias ideias matemáticas ou estratégias de resolução, de forma a incentivar a análise, confronto e comparação entre as diferentes estratégias (“o que é que esta resolução tem em comum com a(s) anterior(es)?”, “qual é a resolução mais eficaz? Porquê?”);
Se os alunos não apresentarem outras formas de representação da relação, o professor deve suscitá-las;
Se não surgir nenhuma resolução que demonstre uma possível dificuldade identificada anteriormente, o professor deve fazê-la surgir, questionando o grande grupo (caso não tenha surgido uma das expressões geradoras / lei de formação, 2n + 1 ou 3 + 2 T_{n-1} ou n fósforos na horizontal + n+1 fósforos na diagonal, deve referi-las).</td></tr>
<tr><th colspan="3">Sistematização das Aprendizagens Matemáticas (10 min)</th></tr>
<tr><th>Promoção da Aprendizagem Matemática (intenções)</th><th>Ações da Professora</th><th>Gestão da Aula</th></tr>
<tr><td>Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico:
Identificar representações produtivas para obter generalizações;
Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores:
Evidenciar ligações com operações anteriormente trabalhadas (proporção, proporcionalidade direta).</td><td>Ouvir globalizante;
Perguntas de verificação (“como é que concluímos que cada figura era composta por triângulos?”, “como é que concluímos que cada triângulo era composto por três fósforos?”, “como é que concluímos que, quando existe mais do que um triângulo, os lados comuns são representados por um fósforo?”, “como é que concluímos que o número de fósforos é sempre ímpar”, “como é que concluímos que, da figura anterior para a seguinte, se aumentam 2 fósforos?”, “como é que concluímos que se pode obter o número de fósforos de qualquer termo da</td><td>Criar ambiente adequado à sistematização:
Focar os alunos no momento de sistematização coletiva;
Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização:
Escrita da correção da ficha pelos alunos no enunciado.</td></tr>
</table>

	sequência através de uma operação?”; • Promover uma sistematização através de um processo comunicacional interativo e socialmente partilhado; • Ao longo das perguntas de verificação, referir alguns conceitos relacionados como proporção, proporcionalidade direta, sequência, expressão geradora (lei de formação) e termos da sequência.	

Anexo T.
PowerPoint da Discussão Coletiva – Turma X


Tarefa de Exploração 3
Sequência de Fósforos
Discussão Coletiva
Sistematização


Discussão Coletiva
Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
1. Reproduzam as figuras, usando os fósforos necessários.


Discussão Coletiva
Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos
2. Que semelhanças observam entre as figuras?
Todas as figuras são triângulos.
As semelhanças entre as figuras formam triângulos

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

2. Que semelhanças observam entre as figuras?

As semelhanças que nós observamos é que sempre mais dois

As semelhanças que nos observamos é que é sempre números ímpares

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

2. Que semelhanças observam entre as figuras?

São todos triângulos
usam todos fósforos
os números de fósforos da figura
são sempre ímpares

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

3. Que diferenças observam?

As figuras são formadas de forma diferentes

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

3. Que diferenças observam?

cada figura tem um tamanho diferente

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

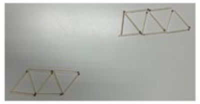
3. Que diferenças observam?

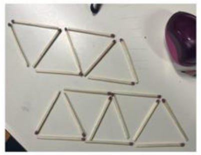
É que é sempre mais dois

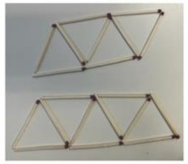
Apartir da figura 1 usam sempre mais do que dois fósforos para a próxima figura

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

4. Construam o 4.º e 5.º termos da sequência.







Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

5. Completem a tabela seguinte:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados						

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	13

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

5. Completem a tabela seguinte:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados						

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	21

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	21

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	21

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

6. Expliquem como podem obter qualquer termo da sequência, a partir do termo anterior.

Adicionando o número dois a dois até o, numero que queremos alcançar

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

6. Expliquem como podem obter qualquer termo da sequência, a partir do termo anterior.

Mais dois a formar um triângulo

Somamos mais dois de forma de obter um triângulo

A furma é um triangulo e é só acrescer mais dois fósforos na forma de um triânglo.

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

7. Qual é o número de fósforos do 15.º termo da sequência?

Para o 15.º termo da sequência é necessario 31 Fósforos.

O número de fósforos da sequência é 31

O número termo de fósforos é 31

O número de fósforos é 31

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

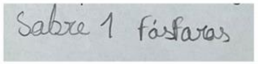
8. Utilizando 80 fósforos, conseguem construir uma figura que faça parte desta sequência? Sobram alguns fósforos?

38

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 17 \\ 19 \\ \hline 38 \end{array}$$

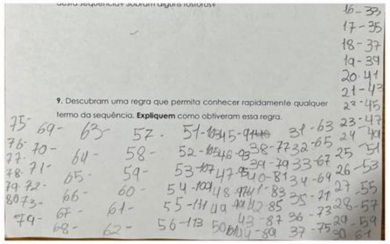
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

8. Utilizando 80 fósforos, conseguem construir uma figura que faça parte desta sequência? Sobram alguns fósforos?



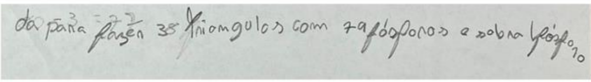
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

8. Utilizando 80 fósforos, conseguem construir uma figura que faça parte desta sequência? Sobram alguns fósforos?



Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

8. Utilizando 80 fósforos, conseguem construir uma figura que faça parte desta sequência? Sobram alguns fósforos?



Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

9. Descubram uma regra que permita conhecer rapidamente qualquer termo da sequência. **Expliquem** como obtiveram essa regra.

Sistematização

- As semelhanças entre as figuras são:
  - o número da figura é igual ao número de triângulos da figura;
  - cada triângulo é composto por três fósforos;
  - quando há mais do que um triângulo, estes encontram-se todos ligados uns aos outros;
  - quando um triângulo está ligado a outro, têm um lado comum que é representado por um fósforo;
  - de uma figura para a seguinte, acrescenta-se sempre dois fósforos, de forma a criar um novo triângulo;
  - o número de fósforos utilizados é sempre ímpar.
- As diferenças entre as figuras são:
  - o número de triângulos é diferente de figura para figura;
  - o número de fósforos é diferente de figura para figura;
  - de uma figura para a seguinte, acrescenta-se sempre dois fósforos.

Sistematização

- A lei de formação da sequência é: acrescenta-se sempre dois fósforos, de forma a criar um novo triângulo.

- A expressão geradora da sequência é:
  -> $2n + 1$;

  ou

  -> n fósforos na horizontal + $(n+1)$ fósforos na diagonal.

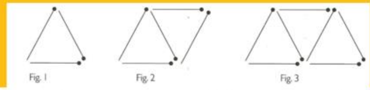
Anexo U.

PowerPoint da Discussão Coletiva - Turma Y

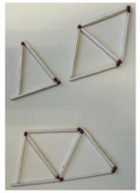
Tarefa de Exploração 3 Sequência de Fósforos

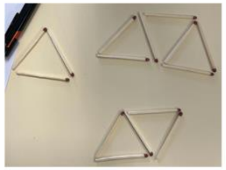
Discussão Coletiva
Sistematização

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**



1. Reproduzam as figuras, usando os fósforos necessários.





Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

2. Que semelhanças observam entre as figuras?

As figuras formam triângulos

Têm todas fósforos
todos triângulos
é sempres ~~impar~~ impar

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

2. Que semelhanças observam entre as figuras?

Triangulos, os palitos e o numero de palitos são impares

As semelhanças que observamos e que ~~[illegible]~~
todas as figuras são triângulares e aumenta
dois fósforos a cada sequência.

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

3. Que diferenças observam?

muda o número do fósforos

O numero de fosforos

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

3. Que diferenças observam?

As diferança são os triangulos e os
númmero de fósforos

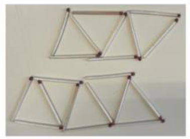
Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

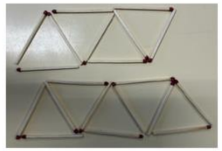
3. Que diferenças observam?

Existem triângulos em pé e deitados e vai
adicionando um triângulo a cada figura e
têm diferente o número de fósforo.

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

4. Construam o 4.º e 5.º termos da sequência.





Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

5. Completem a tabela seguinte:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados						

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	21

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	21

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	21

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

5. Completem a tabela seguinte:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados						

5×2

Porque o que foi ~~11+2=~~ $5 \times 2 = 10$ ~~111~~ $11+10=21$

5. Completem a tabela seguinte:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	10
Número de fósforos utilizados	3	5	7	9	11	21

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

6. Expliquem como podem obter qualquer termo da sequência, a partir do termo anterior.

Acrescentar dois fósforos

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

6. Expliquem como podem obter qualquer termo da sequência, a partir do termo anterior.

do termo anterior. Sumando mais 2.

$5 \times 2 = 10$ → $10 + 11 = 21$ 10 triangulos

$10 : 5 = 5$ 21 → nº de fósforos

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

6. Expliquem como podem obter qualquer termo da sequência, a partir do termo anterior.

do termo anterior. Aumentando mais dois fósforos em forma de triângulo

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

7. Qual é o número de fósforos do 15.º termo da sequência?

~~O número e 7 fósforos~~
é 37 fósforos

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

7. Qual é o número de fósforos do 15.º termo da sequência?

31 fósforos. (foto)

Discussão Coletiva **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

7. Qual é o número de fósforos do 15.º termo da sequência?

7. Qual é o número de fósforos do 15.º termo da sequência?

21 = 10 fósforos 10 para 15 faltam 5 $5 \times 2 = 10$

$21 + 10 = 31$

15 triangulos
31 nº de fósforos

Discussão Coletiva — **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

8. Utilizando 80 fósforos, conseguem construir uma figura que faça parte desta sequência? Sobram alguns fósforos?

80 fósforos da para faser 40 triângulos

Discussão Coletiva — **Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos**

9. Descubram uma regra que permita conhecer rapidamente qualquer termo da sequência. **Expliquem** como obtiveram essa regra.

Sistematização

- As semelhanças entre as figuras são:
  - o número da figura é igual ao número de triângulos da figura;
  - cada triângulo é composto por três fósforos;
  - quando há mais do que um triângulo, estes encontram-se todos ligados uns aos outros;
  - quando um triângulo está ligado a outro, têm um lado comum que é representado por um fósforo;
  - de uma figura para a seguinte, acrescenta-se sempre dois fósforos, de forma a criar um novo triângulo;
  - o número de fósforos utilizados é sempre ímpar.
- As diferenças entre as figuras são:
  - o número de triângulos é diferente de figura para figura;
  - o número de fósforos é diferente de figura para figura;
  - de uma figura para a seguinte, acrescenta-se sempre dois fósforos.

Sistematização

- A lei de formação da sequência é: acrescenta-se sempre dois fósforos, de forma a criar um novo triângulo.
- A expressão geradora da sequência é:
  -> $2n + 1$;

  ou

  -> n fósforos na horizontal + $(n+1)$ fósforos na diagonal.

Anexo V.
Grelhas de análise das resoluções da Tarefa de Exploração 3

Tarefa de Exploração 3 - Sequência de Fósforos										
Turma	Grupo	Perguntas	Apropriação		Eficiência		Eficácia	Comunicação	Apreciação Global da Questão	Apreciação Global
			Seleção pertinente dos dados	Interpretação do problema	Adequação da estratégia	Execução da estratégia	Correção e completude	Explicitação do raciocínio		
6.º X	Grupo 1	1	3	3	3	3	3	-	3,00	2,24
		2	2	2	2	2	2	2	2,00	
		3	2	2	2	2	2	2	2,00	
		4	3	3	3	3	3	-	3,00	
		5	3	3	3	3	3	1	2,67	
		6	3	3	3	3	3	3	3,00	
		7	1	3	3	3	3	1	2,33	
		8	1	3	3	3	2	1	2,17	
		9	0	0	0	0	0	0	0,00	
	Grupo 2	1	3	3	3	3	3	-	3,00	2,20
		2	2	2	2	2	2	2	2,00	
		3	2	2	2	2	2	2	2,00	
		4	3	3	3	3	2	-	2,80	
		5	3	3	3	3	3	1	2,67	
		6	3	3	3	3	3	3	3,00	
		7	1	3	3	3	2	1	2,17	
		8	1	3	3	3	2	1	2,17	
		9	0	0	0	0	0	0	0,00	
	Grupo 3	1	3	3	3	3	3	-	3,00	2,26
		2	2	2	2	2	2	2	2,00	
		3	2	2	2	2	2	2	2,00	
		4	3	3	3	3	3	-	3,00	
		5	3	3	3	3	2	1	2,50	
		6	3	3	3	3	2	3	2,83	
		7	1	3	3	3	3	1	2,33	
		8	3	3	2	3	2	3	2,67	
		9	0	0	0	0	0	0	0,00	
	Grupo 4	1	3	3	3	3	3	-	3,00	2,24
		2	2	2	2	2	2	2	2,00	
		3	2	2	2	2	2	2	2,00	
		4	3	3	3	3	3	-	3,00	
		5	3	3	3	3	3	1	2,67	
		6	3	3	3	3	3	3	3,00	
		7	1	3	3	3	3	1	2,33	
		8	1	3	3	3	2	1	2,17	
		9	0	0	0	0	0	0	0,00	

6.º Y		**1**	3	3	3	3	3	-	3,00	
		2	2	2	2	2	2	2	2,00	
		3	2	2	2	2	2	2	2,00	
		4	3	3	3	3	3	-	3,00	
	Grupo 1	**5**	3	3	3	3	3	1	2,67	1,41
		6	0	0	0	0	0	0	0,00	
		7	0	0	0	0	0	0	0,00	
		8	0	0	0	0	0	0	0,00	
		9	0	0	0	0	0	0	0,00	
		1	3	3	3	3	3	-	3,00	
		2	2	2	2	2	2	2	2,00	
		3	2	2	2	2	2	2	2,00	
		4	3	3	3	3	3	-	3,00	
	Grupo 2	**5**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,07
		6	3	3	3	3	2	2	2,67	
		7	3	3	3	3	3	3	3,00	
		8	0	0	0	0	0	0	0,00	
		9	0	0	0	0	0	0	0,00	
		1	3	3	3	3	3	-	3,00	
		2	2	2	2	2	2	2	2,00	
		3	2	2	2	2	2	2	2,00	
		4	3	3	3	3	3	-	3,00	
	Grupo 3	**5**	3	3	3	3	3	1	2,67	2,31
		6	3	3	3	3	3	3	3,00	
		7	3	3	3	3	3	3	3,00	
		8	3	3	2	2	2	1	2,17	
		9	0	0	0	0	0	0	0,00	
		1	3	3	3	3	3	-	3,00	
		2	2	2	2	2	2	2	2,00	
		3	2	2	2	2	2	2	2,00	
		4	3	3	3	3	3	-	3,00	
	Grupo 4	**5**	3	3	3	3	3	1	2,67	1,98
		6	3	3	3	3	2	3	2,83	
		7	3	3	3	2	2	1	2,33	
		8	0	0	0	0	0	0	0,00	
		9	0	0	0	0	0	0	0,00	

Anexo W.
Notas de Campo relativas a cada Tarefa de Exploração

Tarefa de Exploração 1 – Turma 6.ºX:

- A aula começa, pelo que é pedido aos alunos que se organizem em grupos (previamente selecionados pela estagiária – quatro grupos de 4/5 elementos cada);
    - ⇒ O que correu bem: a seleção da maioria dos grupos;
    - ⇒ O que correu mal: a disposição da sala (foi pedido que cada grupo juntasse duas mesas para a realização da tarefa em grupo, mas não era necessário, bastava uma mesa para todos conseguirem escrever e trabalhar);
- Após estarem todos organizados por grupos, foram distribuídos os enunciados e foi pedido que alguém lesse a primeira pergunta;
- Após a leitura da pergunta, a estagiária questionava os alunos sobre o que estes achavam que era suposto fazerem;
- O mesmo processo foi realizado para as restantes duas perguntas;
- Finalizada a introdução da tarefa de exploração, os alunos começaram a exploração, pelo que a estagiária ia circulando pela sala, auxiliando os grupos quando necessário através do questionamento (ver Framework);
- Os alunos realizaram a tarefa calmamente, sem indisciplina e com grande empenho;
- Na aula seguinte, foi finalizada a exploração da tarefa e iniciada a discussão coletiva;
    - ⇒ Nos primeiros minutos, os alunos não sabiam muito bem como explicar a sua resolução ou por que razão pensaram daquela forma, mas no final já estavam um pouco melhor;
    - ⇒ Durante a discussão, a estagiária questionou, em cada resolução, o que faltava para que a resposta estivesse 100% correta e completa, de forma a os alunos compreenderem o que fizeram bem e o que faltava;
- Na aula seguinte foi finalizada a discussão e realizada a sistematização, que também correu bem, pelo que os alunos conseguiram tirar conclusões de cada pergunta.

Tarefa de Exploração 1 – Turma 6.ºY:

- A aula começa, pelo que é pedido aos alunos que se organizem em grupos (previamente selecionados pela estagiária – quatro grupos de 4/5 elementos cada);

- $\Rightarrow$ O que correu bem: a disposição da sala e a seleção da maioria dos grupos;
- $\Rightarrow$ O que correu mal: seleção de dois grupos, visto que originou indisciplina (num grupo gerou uma discussão entre os elementos e noutro grupo gerou brincadeira);

- Após estarem todos organizados por grupos, foram distribuídos os enunciados e foi pedido que alguém lesse a primeira pergunta;
- Após a leitura da pergunta, a estagiária questionava os alunos sobre o que estes achavam que era suposto fazerem;
- O mesmo processo foi realizado para as restantes duas perguntas;
- Finalizada a introdução da tarefa de exploração, os alunos começaram a exploração, pelo que a estagiária ia circulando pela sala, auxiliando os grupos quando necessário através do questionamento (ver Framework);
- Os alunos realizaram a tarefa com um pouco de barulho (causado pela partilha de ideias), sem muita indisciplina e com empenho;
- Na aula seguinte, foi finalizada a exploração da tarefa e iniciada a discussão coletiva;
    - $\Rightarrow$ Nos primeiros minutos, os alunos não sabiam muito bem como explicar a sua resolução ou por que razão pensaram daquela forma, mas no final já estavam um pouco melhor;
    - $\Rightarrow$ Durante a discussão, a estagiária questionou, em cada resolução, o que faltava para que a resposta estivesse 100% correta e completa, de forma a os alunos compreenderem o que fizeram bem e o que faltava;
- Na aula seguinte foi finalizada a discussão e realizada a sistematização, que também correu bem, pelo que os alunos conseguiram tirar conclusões de cada pergunta.

Tarefa de Exploração 2 – Turma 6.º X:

- A aula começa, pelo que é pedido aos alunos que se organizem em grupos (previamente selecionados pela estagiária – quatro grupos de 4/5 elementos cada);
    - $\Rightarrow$ O que correu bem: a seleção da maioria dos grupos e a disposição da sala;
- Após estarem todos organizados por grupos, foram distribuídos os enunciados e os materiais necessários (dois produtos e duas imagens em panfleto);

- Foi pedido a um elemento do grupo 1 para ler a primeira pergunta e, após a leitura, a estagiária explicava o que era suposto fazerem;
- O mesmo processo foi realizado para as restantes perguntas;
- Finalizada a introdução da tarefa de exploração, os alunos começaram a exploração, pelo que a estagiária ia circulando pela sala, auxiliando os grupos quando necessário através do questionamento (ver Framework) – referiu que era necessário terem a primeira página terminada até ao final da aula (50 min);
- Os alunos realizaram a tarefa calmamente, sem indisciplina e com grande empenho;
- Na aula seguinte (mesmo dia), foi finalizada a exploração da tarefa e realizada a discussão coletiva;
  - ⇒ Uma vez que a discussão se realizou sem suporte digital (para ser mais rápido e pelo facto de cada grupo ter objetos diferentes), a estagiária ia questionando cada grupo sobre como realizou os exercícios, como obtiveram a escala e que conclusões tiraram quanto ao panfleto;
- Na aula seguinte foi realizada a sistematização, que também correu bem, pelo que os alunos conseguiram tirar conclusões sobre o tema escalas.

Tarefa de Exploração 2 – Turma 6.º Y:

- A aula começa, pelo que é pedido aos alunos que se organizem em grupos (previamente selecionados pela estagiária – quatro grupos de 4/5 elementos cada);
  - ⇒ O que correu bem: a seleção da maioria dos grupos e a disposição da sala;
  - ⇒ O que correu mal: havia alunos que, devido à experiência da última tarefa de exploração (ou pelo facto de estarem chateados com um colega do seu grupo), não queriam juntar-se novamente para a realização da nova tarefa de exploração;
- Após estarem todos organizados por grupos, foram distribuídos os enunciados e os materiais necessários (dois produtos e duas imagens em panfleto);
- Foi pedido a um elemento do grupo 1 para ler a primeira pergunta e, após a leitura, a estagiária explicava o que era suposto fazerem;
- O mesmo processo foi realizado para as restantes perguntas;

- Finalizada a introdução da tarefa de exploração, os alunos começaram a exploração, pelo que a estagiária ia circulando pela sala, auxiliando os grupos quando necessário através do questionamento (ver Framework) – referiu que era necessário terem a primeira página terminada até ao final do primeiro bloco (50 min);
- Os alunos realizaram a tarefa com bastante barulho (causado pela partilha de ideias de uns e pelas discussões e brincadeiras de outros), com muita indisciplina e pouco empenho;
- No bloco seguinte (mesmo dia), foi finalizada a exploração da tarefa e realizada a discussão coletiva;
  - ⇒ Uma vez que a discussão se realizou sem suporte digital (para ser mais rápido e pelo facto de cada grupo ter objetos diferentes), a estagiária ia questionando cada grupo sobre como realizou os exercícios, como obtiveram a escala e que conclusões tiraram quanto ao panfleto;
- Na aula seguinte foi realizada a sistematização, que também correu bem, pelo que os alunos conseguiram tirar conclusões sobre o tema escalas.

Tarefa de Exploração 3 – Turma 6.º X:

- A aula começa, pelo que é pedido aos alunos que se organizem em grupos (previamente selecionados pela estagiária – quatro grupos de 4/5 elementos cada);
  - ⇒ O que correu bem: a seleção da maioria dos grupos e a disposição da sala;
- Após estarem todos organizados por grupos, foram distribuídos os enunciados e os materiais necessários (fósforos);
- Foi pedido a um elemento do grupo 1 para ler a primeira pergunta e, após a leitura, a estagiária explicava o que era suposto fazerem;
- O mesmo processo foi realizado para as restantes perguntas da primeira página;
- Finalizada a introdução da tarefa de exploração, os alunos começaram a exploração, pelo que a estagiária ia circulando pela sala, auxiliando os grupos quando necessário através do questionamento (ver Framework) e tirando fotografias (para as questões 1 e 4) – referiu que era necessário terem realizado a ficha até ao exercício 5, até ao final da aula (50 min);

- Os alunos realizaram a tarefa calmamente, sem indisciplina e com grande empenho;
- Na aula seguinte (mesmo dia), foi finalizada a exploração da tarefa;
- Na aula seguinte (segunda), foi realizada a discussão e sistematização;

Tarefa de Exploração 3 – Turma 6.º Y:

- A aula começa, pelo que é pedido aos alunos que se organizem em grupos (previamente selecionados pela estagiária – quatro grupos de 4/5 elementos cada);
    - ⇒ O que correu bem: a seleção da maioria dos grupos e a disposição da sala;
    - ⇒ O que correu mal: alguns alunos reclamaram por terem de ir para os mesmos grupos, mas após ter informado que seria a última, deixaram de reclamar;
- Após estarem todos organizados por grupos, foram distribuídos os enunciados e os materiais necessários (fósforos);
- A estagiária leu cada pergunta e, após a leitura, explicava o que era suposto fazerem (apenas as perguntas da primeira página);
- Finalizada a introdução de parte da tarefa de exploração, os alunos começaram a exploração, pelo que a estagiária ia circulando pela sala, auxiliando os grupos quando necessário através do questionamento (ver Framework) e tirando fotografias (para as questões 1 e 4) – referiu que era necessário terem realizado a ficha até ao exercício 5, até ao final da aula (50 min);
- Os alunos realizaram a tarefa com um pouco de barulho (causado pela partilha de ideias), sem muita indisciplina e com empenho;
- Na aula seguinte (terça), foi finalizada a exploração da tarefa e realizada a discussão e sistematização;

Anexo X.
Enunciado Pós-teste

O Professor:	Classificação: ______________________________	Data: ____ / ____ / ____
	O Encarregado de Educação: ______________________	Data: ____ / ____ / ____

Lê todas as questões com muita atenção e responde da melhor forma possível. Apresenta todos os cálculos que fizeres! Bom trabalho!

1. Um automóvel que circula a uma velocidade constante demora 30 minutos a percorrer 45 km. Quanto tempo leva para percorrer 135 km? **Explica** o teu raciocínio.

2. Indica se cada frase é verdadeira ou falsa e **explica** o raciocínio que utilizaste em cada caso para poderes responder:

2.1. Se um rapaz chega à escola em 10 minutos, três levam 30 minutos.

R.:

2.2. Se um pacote de gomes custa 1,95€, três custam 5,85€.

R.:

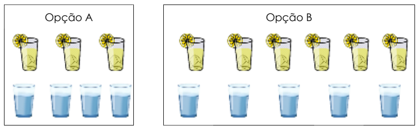
2.3. Se um carro dá uma volta ao circuito em 4 minutos, pode dar 6 voltas iguais em 24 minutos.

R.:

2.4. Se a Maria demora 2 horas a constrói uma estrutura em Lego, a Maria, a Cátia e o Mário demoram 6 horas.

R.:

3. Repara na figura que representa a junção de copos de limonada com copos de água. Que opção, A ou B, é o mais concentrado? **Justifica** a tua resposta.



R.:

4. O Francisco decidiu desenhar, numa folha A4, o comprimento de quatro objetos à escala. Observa o exemplo e completa a tabela:

	Objeto A	Objeto B	Objeto C	Objeto D
Comprimento real	30 cm	24 cm	48 cm	
Comprimento no desenho	6 cm		6 cm	5 cm
Escala	1:5	1:2		1:3

5. Um determinado microscópio aumenta a realidade 2 500 vezes. Se um biólogo observar uma bactéria com 0,0004 mm de diâmetro, qual é o tamanho ampliado dessa bactéria? **Explica** o teu raciocínio.

R.:

6. Observa a tabela.

Distância no mapa (cm)	3	7	11
Distância real (km)	2,7	6,3	9,9

6.1. As três distâncias estão à mesma escala? Em caso afirmativo, indica qual é a escala e **explica** o teu raciocínio.

R.:

6.2. Qual é a distância no mapa que corresponde a uma distância real de 5,4 km? **Explica** o teu raciocínio.

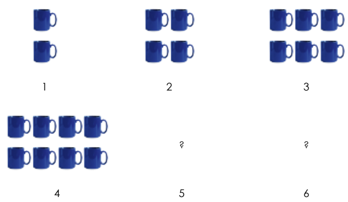
R.:

7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.

7.1. 1, 5, 9, 13, 17, ?, ?

R.:

7.2.



R.:

8. A Carolina tem como passatempo fazer pulseiras com missangas de duas cores, formando uma cereja. Ela utiliza missangas verdes para o caule e missangas vermelhas para a cereja.
A figura mostra uma pulseira com uma cereja e uma pulseira com duas cerejas.

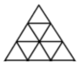
8.1. De quantas missangas verdes e vermelhas precisa a Carolina para fazer uma pulseira com 3 cerejas? **Explica** como chegaste a essa conclusão.
R.:

8.2. De quantas missangas verdes e vermelhas precisa a Carolina para fazer uma pulseira com 7 cerejas? **Explica** o teu raciocínio.
R.:

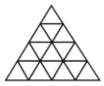
8.3. Se a Carolina fizer uma pulseira com 20 cerejas de quantas missangas de cada cor vai precisar? **Explica** o teu raciocínio.
R.:

9. Na figura que a seguir se apresenta é possível contar 5 triângulos.

Na figura seguinte, é possível contar 13 triângulos:



Considera, agora, a seguinte figura:



9.1. Qual é o número total de triângulos, de qualquer tamanho, que consegues contar? **Explica** o teu raciocínio.
R.:

9.2. E se a figura fosse constituída por 25 triângulos iguais, qual seria o número total de triângulos, de qualquer tamanho, que conseguirias identificar? **Explica** como pensaste.
R.:

Anexo Y.
Resolução Pós-teste

O Professor:	Classificação: ______________________________	Data: ____ / ____ / ____
	O Encarregado de Educação: ________________________	Data: ____ / ____ / ____

Lê todas as questões com muita atenção e responde da melhor forma possível. Apresenta todos os cálculos que fizeres! Bom trabalho!

1. Um automóvel que circula a uma velocidade constante demora 30 minutos a percorrer 45 km. Quanto tempo leva para percorrer 135 km? **Explica** o teu raciocínio.

Resolução 1:

- 135 = 45 + 45 + 45 = 3 x 45
- Se 135 é três vezes 45 km, então irá demorar três vezes mais tempo, mantendo a velocidade, ou seja, 3x30 = 90 min (1h30min).

Resolução 2:

- $\frac{135}{45} = 3$
- 30 x 3 = 90
- Se 135 é três vezes 45 km, então irá demorar três vezes mais tempo, mantendo a velocidade, ou seja, 3x30 = 90 min (1h30min).

Resolução 3:

$\frac{distância\ percorrida}{Tempo\ necessário} = \frac{Distância\ percorrida}{Tempo\ necessário} \Rightarrow \frac{45}{30} = \frac{135}{x}$

Utilizamos a Propriedade Fundamental das Proporções (extremo x extremo = meio x meio)

45 x x = 30 x 135

45 x x = 4050

$x = \frac{4050}{45}$

x = 90

R.: Leva 90 min (1h30min) para percorrer 135 km.

Resolução 4:

Utilizamos a regra de três simples

Distância percorrida		Tempo necessário
45	———	30
135	———	x

45 x x = 30 x 135

45 x x = 4050

$x = \frac{4050}{45}$

x = 90

R.: Leva 90 min (1h30min) para percorrer 135 km.

2. Indica se cada frase é verdadeira ou falsa e **explica** o raciocínio que utilizaste em cada caso para poderes responder:

2.1. Se um rapaz chega à escola em 10 minutos, três levam 30 minutos.

R.: Falsa, pois apesar de serem três rapazes, o caminho é o mesmo e andam à mesma velocidade.

2.2. Se um pacote de gomes custa 1,95€, três custam 5,85€.

R.: Verdadeira, pois 1,95€ x 3 = 5,85€.

Resolução 2:

$\frac{número\ de\ pacotes}{custo} = \frac{Número\ de\ pacotes}{custo} \Rightarrow \frac{1}{1,95} = \frac{3}{x}$

Utilizamos a Propriedade Fundamental das Proporções (extremo x extremo = meio x meio)

1 x x = 1,95 x 3

1 x x = 5,85

$x = \frac{5,85}{1}$

x = 5,85

R.: Verdadeira, pois três pacotes custam 5,85€ (1,95 x 3).

Resolução 4:

Utilizamos a regra de três simples

Número de pacotes		Custo
1	———	1,95
3	———	x

1 x x = 1,95 x 3

1 x x = 5,85

$x = \frac{5,85}{1}$

x = 5,85

R.: Verdadeira, pois três pacotes custam 5,85€ (1,95 x 3).

2.3. Se um rapaz faz um modelo de carro em 2 horas, pode fazer 3 modelos iguais em 6 horas.

R.: Verdadeira, pois 2 x 3 = 6.

Resolução 2:

$\frac{Número\ de\ modelos}{Tempo\ necessário} = \frac{Número\ de\ modelos}{Tempo\ necessário} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{x}$

Utilizamos a Propriedade Fundamental das Proporções (extremo x extremo = meio x meio)

1 x x = 2 x 3

1 x x = 6

$x = \frac{6}{1}$

x = 6

R.: Verdadeira, pois três modelos iguais demoram 6 horas a fazer (2 x 3).

Resolução 4:

Utilizamos a regra de três simples

Número de modelos		Tempo necessário
1	———	2
3	———	$

1 x $ = 2 x 3

1 x $ = 6

$ = @/!

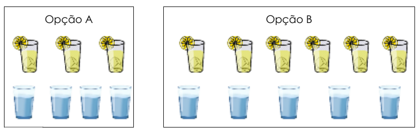
$ = 6

R.: Verdadeira, pois três modelos iguais demoram 6 horas a fazer (2 x 3).

2.4. Se a Maria demora 2 horas a constrói uma estrutura em Lego, a Maria, a Cátia e o Mário demoram 6 horas.

R.: Falso, pois se uma pessoa sozinha demora 2 horas a construir uma estrutura em Lego, três pessoas demoram menos tempo a construir a mesma estrutura em Lego.

3. Repara na figura que representa a junção de copos de limonada com copos de água. Que opção, A ou B, é o mais concentrado? Justifica a tua resposta.



- Colocamos a razão com o mesmo denominador para podermos comparar valores:

  Chá A: [illegible]

  Chá B: [illegible]

- R.: A opção B é a mais concentrada pois, para a mesma quantidade de água, utiliza mais copos de limonada.

4. O Francisco decidiu desenhar, numa folha A4, o comprimento de quatro objetos à escala. Observa o exemplo e completa a tabela:

	Objeto A	**Objeto B**	**Objeto C**	**Objeto D**
Comprimento real	30 cm	24 cm	48 cm	15
Comprimento no desenho	6 cm	12	6 cm	5 cm
Escala	1:5	1:2	1:8	1:3

Objeto B:

- Resolução 1: $\frac{24}{2} = 12$;
- Resolução 2: 2 x x = 24 -> $x = \frac{24}{2} = 12$;
- Resolução 3: $\frac{24}{x} = 2$ -> $x = \frac{24}{2} = 12$;
- Resolução 4:

  $\frac{Comprimento\ no\ desenho}{Comprimento\ real} = \frac{Comprimento\ no\ desenho}{Comprimento\ real} \Rightarrow \frac{x}{24} = \frac{1}{2}$

  Utilizamos a Propriedade Fundamental das Proporções (extremo x extremo = meio x meio)

  2 x x = 1 x 24

  2 x x = 24

  $x = \frac{24}{2}$

  x = 12
- Resolução 5:

  Utilizamos a regra de três simples

Desenho		Real
1	————	2
x	————	24

  2 x x = 1 x 24

  2 x x = 24

  $x = \frac{24}{2}$

  x = 12
- R.: 12 cm.

Objeto C:

- Resolução 1: $\frac{48}{6} = 8$;
- Resolução 2: 6 x x = 48 -> $x = \frac{48}{6} = 8$;
- Resolução 3: $\frac{48}{x} = 6$ -> $x = \frac{48}{6} = 8$;
- Resolução 4:

  $\frac{Comprimento\ no\ desenho}{Comprimento\ real} = \frac{Comprimento\ no\ desenho}{Comprimento\ real} \Rightarrow \frac{6}{48} = \frac{1}{x}$

  Utilizamos a Propriedade Fundamental das Proporções (extremo x extremo = meio x meio)

  6 x x = 1 x 48

  6 x x = 48

  $x = \frac{48}{6}$

  x = 8
- Resolução 5:

  Utilizamos a regra de três simples

Desenho		Real
1	————	x
6	————	48

  6 x x = 1 x 48

  6 x x = 48

  $x = \frac{48}{6}$

  x = 8
- R.: 1:8.

Objeto D:

- Resolução 1: 3 x 5 = 15;
- Resolução 2:

  $\frac{Comprimento\ no\ desenho}{Comprimento\ real} = \frac{Comprimento\ no\ desenho}{Comprimento\ real} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1}{3}$

  Utilizamos a Propriedade Fundamental das Proporções (extremo x extremo = meio x meio)

  1 x x = 5 x 3

  1 x x = 15

  $x = \frac{15}{1}$

  x = 15
- Resolução 3:

  Utilizamos a regra de três simples

Desenho		Real
1	————	3
5	————	x

  1 x x = 5 x 3

  1 x x = 15

  $x = \frac{15}{1}$

  x = 15
- R.: 15 cm.

5. Um determinado microscópio aumenta a realidade 2 500 vezes. Se um biólogo observar uma bactéria com 0,0004 mm de diâmetro, qual é o tamanho ampliado dessa bactéria? **Explica** o teu raciocínio.

Resolução 1:

- 0,0004 x 2 500 = 1
- R.:O tamanho ampliado da bactéria é 1 mm.

Resolução 2:

- 0,0004 mm = 0,00004 cm

  $\frac{Comprimento\ no\ microscópio}{Comprimento\ real} = \frac{Comprimento\ no\ microscópio}{Comprimento\ real} \Rightarrow \frac{2500}{1} = \frac{x}{0{,}00004}$

  Utilizamos a Propriedade Fundamental das Proporções (extremo x extremo = meio x meio)

  1 x x = 2500 x 0,00004

  1 x x = 0,1

  $x = \frac{0{,}1}{1}$

  x = 0,1 cm = 1 mm

Resolução 3:

- 0,0004 mm = 0,00004 cm

  Utilizamos a regra de três simples

Microscópio		Real
1	————	2500
x	————	0,00004

  1 x x = 2500 x 0,00004

  1 x x = 0,1

  $x = \frac{0{,}1}{1}$

  x = 0,1 cm = 1 mm

6. Observa a tabela.

Distância no mapa (cm)	3	7	11
Distância real (km)	2,7	6,3	9,9

6.1. As três distâncias estão à mesma escala? Em caso afirmativo, indica qual é a escala e **explica** o teu raciocínio.

- 2,7 km = 270 000 cm;
- 6,3 km = 630 000 cm;
- 9,9 km = 990 000 cm;
- $\frac{distância\ real}{distância\ no\ mapa} = \frac{270\,000}{3} = 90\,000$ -> escala = 1 : 90 000
- $\frac{distância\ real}{distância\ no\ mapa} = \frac{630\,000}{7} = 90\,000$ -> escala = 1 : 90 000
- $\frac{distância\ real}{distância\ no\ mapa} = \frac{990\,000}{11} = 90\,000$ -> escala = 1 : 90 000
- R.: Sim, as três distâncias estão à mesma escala, pois ao dividirmos a distância real pela distância no mapa, obtemos o mesmo resultado. A escala é 1 : 90 000.

6.2. Qual é a distância no mapa que corresponde a uma distância real de 5,4 km? **Explica** o teu raciocínio.

Resolução 1:

- 5,4 km = 540 000 cm;
- Escala = 1 : 90 000;
- $\frac{distância\ real}{distância\ no\ mapa} = 90\ 000$

  $\frac{540\ 000}{distância\ no\ mapa} = 90\ 000$

  $\frac{540\ 000}{90\ 000} = distância\ no\ mapa$

  $6 = distância\ no\ mapa$

Resolução 2:

- 5,4 km = 540 000 cm;

  $\frac{Distância\ no\ mapa}{Distância\ real} = \frac{Distância\ no\ mapa}{Distância\ real} \Rightarrow \frac{1}{90\ 000} = \frac{x}{540\ 000}$

  Utilizamos a Propriedade Fundamental das Proporções (extremo x extremo = meio x meio)

  90 000 x x = 1 x 540 000

  90 000 x x = 540 000

  $x = \frac{540\ 000}{90\ 000}$

  x = 6

Resolução 3:

- 5,4 km = 540 000 cm;

  Utilizamos a regra de três simples

Mapa		Real
1	————	90 000
x	————	540 000

  90 000 x x = 1 x 540 000

  90 000 x x = 540 000

  $x = \frac{540\ 000}{90\ 000}$

  x = 6

- R.: A distância real de 5,4 km corresponde a 6 cm no mapa.

7. Continua as sequências indicando, com números, os **dois** termos seguintes. **Justifica** a tua resposta.

7.1. 1, 5, 9, 13, 17, ?, ?

R.:

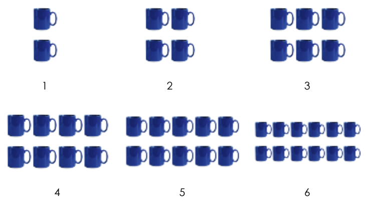
Resolução 1:

- 21 e 25 porque a sequência cresce adicionando 4 ao termo anterior;

Resolução 2:

- a expressão geradora é 4n – 3, sendo n o número do termo;
- 6º termo = 4 x 6 – 3 = 24 – 3 = 21;
- 7º termo = 4 x 7 – 3 = 28 – 3 = 25.

7.2.



R.:

Resolução 1:

- Os termos seguintes têm, respetivamente, 10 e 12 canecas porque acrescenta-se uma coluna de duas canecas ao termo anterior;

Resolução 2:

- a expressão geradora é 2n, sendo n o número do termo;
- 5º termo = 2 x 5 = 10 -> são colocadas duas linhas com 5 canecas cada;
- 6º termo = 2 x 6 = 12 -> são colocadas duas linhas com 6 canecas cada.

8. A Carolina tem como passatempo fazer pulseiras com missangas de duas cores, formando uma cereja. Ela utiliza missangas verdes para o caule e missangas vermelhas para a cereja.

A figura mostra uma pulseira com uma cereja e uma pulseira com duas cerejas.

8.1. De quantas missangas verdes e vermelhas precisa a Carolina para fazer uma pulseira com 3 cerejas? **Explica** como chegaste a essa conclusão.

Resolução 1:

- Pulseira com uma cereja: 1 missanga verde + 2 missangas vermelhas;
- Pulseira com duas cerejas: 2 missangas verdes + 3 missangas vermelhas;
- Número de missangas verdes = número de cerejas -> 3 cerejas têm 3 missangas verdes;
- Número de missangas vermelhas = número de missangas vermelhas do termo anterior + 1 -> 3 + 1 = 4 missangas vermelhas;
- Número de missangas total = missangas verdes + missangas vermelhas = 3 missangas verdes + 4 missangas vermelhas = 7 missangas;
- R.: A Carolina precisa de 7 missangas, 3 verdes e 4 vermelhas para fazer uma pulseira com 3 cerejas.

Resolução 2:

- Número de missangas verdes = n, sendo n o número de cerejas -> 3 cerejas têm 3 missangas verdes;
- Número de missangas vermelhas = n + 1, sendo n o número de cerejas -> 3 + 1 = 4 missangas vermelhas;
- Número de missangas total = missangas verdes + missangas vermelhas = 3 missangas verdes + 4 missangas vermelhas = 7 missangas;
- R.: A Carolina precisa de 7 missangas, 3 verdes e 4 vermelhas para fazer uma pulseira com 3 cerejas.

8.2. De quantas missangas verdes e vermelhas precisa a Carolina para fazer uma pulseira com 7 cerejas? **Explica** o teu raciocínio.

Resolução 1:

- Número de missangas verdes = número de cerejas -> 7 cerejas têm 7 missangas verdes;
- Número de missangas vermelhas = número de missangas vermelhas do termo anterior + 1:

  uma cereja tem 2 missangas vermelhas;

  duas cerejas têm 3 missangas vermelhas (2 + 1 = 3);

  três cerejas têm 4 missangas vermelhas (3 + 1 = 4);

  quatro cerejas têm 5 missangas vermelhas (4 + 1 = 5);

  cinco cerejas têm 6 missangas vermelhas (5 + 1 = 6);

  seis cerejas têm 7 missangas vermelhas (6 + 1 = 7);

  sete cerejas têm 8 missangas vermelhas (7 + 1 = 8);
- Número de missangas total = missangas verdes + missangas vermelhas = 7 missangas verdes + 8 missangas vermelhas = 15 missangas;
- R.: A Carolina precisa de 15 missangas, 7 verdes e 8 vermelhas para fazer uma pulseira com 7 cerejas.

Resolução 2:

- Número de missangas verdes = n, sendo n o número de cerejas -> 7 cerejas têm 7 missangas verdes;

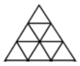
- Número de missangas vermelhas = n + 1, sendo n o número de cerejas -> 7 + 1 = 8 missangas vermelhas;
- Número de missangas total = missangas verdes + missangas vermelhas = 7 missangas verdes + 8 missangas vermelhas = 15 missangas;
- R.: A Carolina precisa de 15 missangas, 7 verdes e 8 vermelhas para fazer uma pulseira com 7 cerejas.

8.3. Se a Carolina fizer uma pulseira com 20 cerejas de quantas missangas de cada cor vai precisar? **Explica** o teu raciocínio.

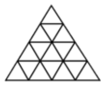
- Número de missangas verdes = n, sendo n o número de cerejas -> 20 cerejas têm 20 missangas verdes;
- Número de missangas vermelhas = n + 1, sendo n o número de cerejas -> 20 + 1 = 21 missangas vermelhas;
- Número de missangas total = missangas verdes + missangas vermelhas = 20 missangas verdes + 21 missangas vermelhas = 41 missangas;
- R.: A Carolina precisa de 41 missangas, 20 verdes e 21 vermelhas para fazer uma pulseira com 7 cerejas.

9. Na figura que a seguir se apresenta é possível contar 5 triângulos.

Na figura seguinte, é possível contar 13 triângulos:



Considera, agora, a seguinte figura:



9.1. Qual é o número total de triângulos, de qualquer tamanho, que consegues contar? **Explica** o teu raciocínio.

- Triângulo de tamanho 1 corresponde a 1 triângulo (de tamanho mais pequeno);
- Triângulo de tamanho 2 corresponde a 4 triângulos (de tamanho mais pequeno) juntos;
- Triângulo de tamanho 3 corresponde a 9 triângulos (de tamanho mais pequeno) juntos;
- Triângulo de tamanho 4 corresponde a 16 triângulos (de tamanho mais pequeno) juntos;
- Triângulo de tamanho 5 corresponde a 25 triângulos (de tamanho mais pequeno) juntos;
- Contamos 16 triângulos de tamanho 1;
- Contamos 6 triângulos de tamanho 2;
- Contamos 3 triângulos de tamanho 3;
- Contamos 1 triângulo de tamanho 4;
- Total = 16 + 6 + 3 + 1 = 26 triângulos.
- R.: O número total de triângulos que conseguimos contar é 26.

9.2. E se a figura fosse constituída por 25 triângulos iguais, qual seria o número total de triângulos, de qualquer tamanho, que conseguirias identificar? **Explica** como pensaste.

- Triângulo de tamanho 1 corresponde a 1 triângulo (de tamanho mais pequeno);
- Triângulo de tamanho 2 corresponde a 4 triângulos (de tamanho mais pequeno) juntos;
- Triângulo de tamanho 3 corresponde a 9 triângulos (de tamanho mais pequeno) juntos;
- Triângulo de tamanho 4 corresponde a 16 triângulos (de tamanho mais pequeno) juntos;
- Triângulo de tamanho 5 corresponde a 25 triângulos (de tamanho mais pequeno) juntos;
- Contamos 25 triângulos de tamanho 1;
- Contamos 10 triângulos de tamanho 2;
- Contamos 6 triângulos de tamanho 3;
- Contamos 3 triângulos de tamanho 4;
- Contamos 1 triângulo de tamanho 5;
- Total = 25 + 10 + 6 + 3 + 1 = 45 triângulos
- R.: O número total de triângulos que conseguimos contar é 45.

Anexo Z.
Grelhas de análise das resoluções do Pós-teste - Turma X

Pós-Teste - 6.º D

Aluno	Perguntas	Apropriação		Eficiência		Eficácia	Comunicação	Apreciação Global da Questão	Média por Tema *	Apreciação Global da Tarefa
		Seleção pertinente dos dados	Interpretação do problema	Adequação da estratégia	Execução da estratégia	Correção e completude	Explicitação do raciocínio			
1	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	1,19	1,49
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	1	1	1	1	2	1,50		
	3	3	3	3	3	2	2	2,67		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00	1,42	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	3	3	3	3	2	2	2,67		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	1,79	
	7.2.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	8.1.	3	2	1	1	1	1	1,50		
	8.2.	3	2	1	1	1	1	1,50		
	8.3.	3	2	1	1	1	1	1,50		
	9.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
2	**1**	3	3	3	2	1	1	2,17	1,92	1,06
	2.1.	1	1	1	2	1	1	1,17		
	2.2.	1	1	1	2	1	1	1,17		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	1	1	1	1	1	1	1,00		
	4	3	3	3	3	2	1	2,50	0,63	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,57	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		

3	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,86	2,67
	2.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	3	3	3	3	3	2	2	2,67		
	4	3	3	3	3	3	1	2,67	2,79	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	3	3	3	3	2	2	2,67		
	6.2.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	2,43	
	7.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	9.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
5	**1**	1	1	1	1	1	1	1,00	1,61	1,69
	2.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	2.2.	1	3	1	1	2	1	1,50		
	2.3.	1	3	1	1	2	1	1,50		
	2.4.	1	3	1	1	2	1	1,50		
	3	3	3	1	1	2	1	1,83		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,75	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,29	
	7.2.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	8.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.2.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	8.3.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	9.1.	3	3	2	2	2	3	2,50		
	9.2.	2	2	2	2	2	2	2,00		

7	1	-	-	-	-	-	-	#VALOR!	#VALOR!	#VALOR!
	2.1.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	2.2.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	2.3.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	2.4.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	3	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	4	-	-	-	-	-	-	#VALOR!	#VALOR!	
	5	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	6.1.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	6.2.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	7.1.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!	#VALOR!	
	7.2.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	8.1.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	8.2.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	8.3.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	9.1.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
	9.2.	-	-	-	-	-	-	#VALOR!		
8	1	0	0	0	0	0	0	0,00	1,69	1,30
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.3.	3	3	1	2	2	1	2,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,25	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	2	2	2	1	2,17	1,57	
	7.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.1.	3	3	3	3	2	2	2,67		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		

9	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	1,67	1,92
	2.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.2.	3	3	1	2	2	2	2,17		
	2.3.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	2.4.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	3	3	3	2	3	3	2	2,67		
	4	3	3	2	2	2	1	2,17	1,21	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	1	2	2	2	2	1	1,67		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,55	
	7.2.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	9.1.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	9.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
12	**1**	3	3	3	2	2	3	2,67	2,33	2,47
	2.1.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	2.4.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	3	3	3	2	3	3	3	2,83		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00	1,96	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	2	3	1	2	2	1	1,83		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,88	
	7.2.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	9.1.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	9.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		

13	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,29
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,25	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,57	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		

14	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	3,00	2,26
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	3	3	3	3	3	3,00		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00	1,42	
	5	3	3	3	2	2	3	2,67		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	2,12	
	7.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.3.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	9.1.	1	2	2	2	2	1	1,67		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

15	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,92	2,61
	2.1.	3	3	2	2	2	3	2,50		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	3	3	3	3	3	3,00		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00	2,58	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	6.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	2,36	
	7.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	8.2.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	8.3.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	9.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		
	9.2.	3	3	2	2	2	2	2,33		

16	**1**	1	1	1	1	1	1	1,00	0,75	0,48
	2.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	1	3	1	1	2	1	1,50		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,50	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,24	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	2	2	2	2	1	1,67		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

17	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	1,94	1,81
	2.1.	3	2	2	2	1	2	2,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	3	1	3	2	2	2	1	1,83		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00	1,00	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,17	
	7.2.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.2.	3	2	2	2	1	2	2,00		
	8.3.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.2.	3	2	2	2	2	2	2,17		
18	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	3,00	2,43
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	3	3	3	3	3	3,00		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00	2,88	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	3	3	3	2	2	2	2,50		
	6.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	1,69	
	7.2.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	8.1.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	8.2.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	8.3.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.1.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.1.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	2.2.	3	3	3	3	3	2	2,83	2,42	
	2.3.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	2	2	2	2	1	2,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	1	1	1	1	1	1	1,00	1,00	
19	**6.1.**	1	1	1	1	1	1	1,00		1,76
	6.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.2.	1	1	1	1	1	1	1,00	1,64	
	8.3.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.1.	1	2	2	2	2	1	1,67		
	9.2.	1	2	2	2	2	1	1,67		
	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	1,97	
	2.3.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.4.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	3	3	3	1	2	2	1	2,00		
	4	2	2	2	2	2	1	1,83		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,46	
20	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		0,80
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,92	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	2	3	2	2	3	2,50		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00		
	5	3	3	3	3	3	3	3,00	2,33	
22	**6.1.**	1	1	1	1	1	1	1,00		2,62
	6.2.	3	3	1	3	3	1	2,33		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.2.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,52	
	8.3.	3	2	1	2	1	2	1,83		
	9.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		

	1	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.2.	1	1	1	1	1	1	1,00	0,75	
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	1	3	1	1	2	1	1,50		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	1	1	1	1	1	1	1,00	0,75	
24	**6.1.**	1	1	1	1	1	1	1,00		0,54
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,24	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	2	2	2	2	1	1,67		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

Anexo AA. Grelhas de análise das resoluções do Pós-teste - Turma Y

Pós-Teste - 6.º E										
Aluno	**Perguntas**	**Apropriação**		**Eficiência**		**Eficácia**	**Comunicação**	**Apreciação Global da Questão**	**Média por Tema ***	**Apreciação Global da Tarefa**
		Seleção pertinente dos dados	**Interpretação do problema**	**Adequação da estratégia**	**Execução da estratégia**	**Correção e completude**	**Explicitação do raciocínio**			
1	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	1,47	1,53
	2.1.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	2.2.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	3	3	2	2	1	2	2,17		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00	0,33	
	5	3	1	1	1	1	1	1,33		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,26	
	7.2.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.3.	3	1	2	2	2	1	1,83		
	9.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.2.	3	2	2	2	2	2	2,17		
2	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	3,00	2,91
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	3	3	3	3	3	3,00		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00	2,83	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	3	3	3	2	2	3	2,67		
	6.2.	3	3	3	2	2	3	2,67		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,88	
	7.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	9.1.	3	3	3	2	2	3	2,67		
	9.2.	3	3	2	2	2	3	2,50		

4	1	0	0	0	0	0	0	0,00	1,39	1,50
	2.1.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	2.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.3.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	2.4.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	3	1	3	1	3	2	1	1,83		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,25	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	2,31	
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

5	1	3	3	3	3	3	3	3,00	1,78	1,35
	2.1.	1	2	1	3	1	1	1,50		
	2.2.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	2.3.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	2.4.	1	2	1	3	1	1	1,50		
	3	1	1	1	1	1	1	1,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	1,21	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	2	2	2	2	2	1	1,83		
	6.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	1,07	
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	3	3	1	3	3	1	2,33		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	3	2	2	2	2	2	2,17		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,69	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	2	2	2	1	2	2,00		
	3	3	3	3	3	3	3	3,00		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00		
	5	1	1	1	1	1	1	1,00	1,92	
7	**6.1.**	3	3	3	2	2	3	2,67		2,57
	6.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.2.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	2	2	3	2,67	2,83	
	8.3.	3	3	3	2	2	3	2,67		
	9.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	9.2.	3	3	3	2	2	3	2,67		

	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
	2.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,25	
8	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		0,21
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,36	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	1,97	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	3	3	3	2	3	3	3	2,83		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,58	
9	6.1.	3	3	2	2	2	2	2,33		1,42
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	8.2.	3	1	1	1	1	1	1,33	1,43	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.3.	1	2	1	3	2	1	1,67	0,83	
	2.4.	1	2	1	3	1	1	1,50		
	3	1	3	1	2	3	1	1,83		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	1	1	1	1	1	1	1,00	0,50	
11	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		1,05
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	7.2.	3	3	3	3	2	2	2,67		
	8.1.	3	3	3	2	2	1	2,33		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	1,55	
	8.3.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	2	1	1	1	1	1	1,17		

12	**1**	3	3	3	3	3	3	3,00	2,67	2,73
	2.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	2.2.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	3	3	3	3	3	3	3,00	2,88	
	5	3	3	3	3	2	3	2,83		
	6.1.	3	3	3	2	2	3	2,67		
	6.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,69	
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.2.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	8.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.2.	3	2	2	2	2	2	2,17		

13	**1**	1	1	1	1	1	1	1,00	1,81	1,76
	2.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	2.2.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	2	1	1	1	1	1,50		
	3	3	3	2	2	2	1	2,17		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	1,00	
	5	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67	2,17	
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	8.3.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.2.	3	2	2	2	2	1	2,00		

	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	2.2.	1	3	2	2	2	1	1,83	1,50	
	2.3.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	2.4.	1	3	2	2	2	1	1,83		
	3	1	3	1	2	2	1	1,67		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
14	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		0,89
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,88	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	1	3	2	2	2	2	2	2,17		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	2,72	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	3	2	2	2	2	2	2,17		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	3	2	3	2	2	2	2,33	1,46	
16	**6.1.**	3	3	3	2	2	2	2,50		1,96
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.2.	3	2	3	2	2	1	2,17	1,60	
	8.3.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.2.	3	2	2	2	2	2	2,17		

17	**1**	1	1	1	1	1	1	1,00	1,67	0,94
	2.1.	1	2	1	3	2	1	1,67		
	2.2.	1	2	1	3	2	1	1,67		
	2.3.	1	2	1	3	2	1	1,67		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	1	1	1	1	1	1	1,00		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00	0,50	
	5	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00	0,57	
	7.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.3.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

18	**1**	0	0	0	0	0	0	0,00	1,67	1,34
	2.1.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	2.2.	3	3	3	2	2	1	2,33		
	2.3.	1	3	1	2	2	1	1,67		
	2.4.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	3	1	3	1	2	2	1	1,67		
	4	3	3	3	2	2	1	2,33	1,33	
	5	3	3	3	3	3	3	3,00		
	6.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00	1,07	
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	1	2,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.2.	3	2	3	2	2	2	2,33	2,03	
	2.3.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	2.4.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	3	3	3	2	3	2	2	2,50		
	4	3	3	3	3	2	1	2,50		
	5	1	1	1	1	1	1	1,00	0,88	
19	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		1,35
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	7.2.	3	3	3	3	2	1	2,50		
	8.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	8.2.	0	0	0	0	0	0	0,00	1,05	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	3	1	2	2	2	1	1,83		
	2.1.	3	2	2	2	2	2	2,17		
	2.2.	3	3	3	2	2	3	2,67	2,11	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	3	3	3	3	2	1	2,50		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,63	
20	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		1,76
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	7.2.	3	2	3	2	2	2	2,33		
	8.1.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	8.2.	3	3	3	3	3	2	2,83	2,12	
	8.3.	3	3	3	3	3	2	2,83		
	9.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		

	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.2.	3	3	3	3	3	3	3,00	1,31	
	2.3.	3	3	3	3	3	3	3,00		
	2.4.	3	1	1	2	2	2	1,83		
	3	0	0	0	0	0	0	0,00		
	4	0	0	0	0	0	0	0,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	
21	**6.1.**	0	0	0	0	0	0	0,00		1,25
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	7.2.	3	3	3	2	2	1	2,33		
	8.1.	3	3	3	3	3	1	2,67		
	8.2.	3	3	3	3	3	1	2,67	1,93	
	8.3.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	9.1.	3	3	2	2	2	1	2,17		
	9.2.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	1	0	0	0	0	0	0	0,00		
	2.1.	1	2	1	2	2	1	1,50		
	2.2.	1	3	1	3	2	1	1,83	1,44	
	2.3.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	2.4.	1	3	1	3	2	1	1,83		
	3	1	2	2	2	2	1	1,67		
	4	1	1	1	1	1	1	1,00		
	5	0	0	0	0	0	0	0,00	0,50	
22	**6.1.**	1	1	1	1	1	1	1,00		1,12
	6.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.1.	0	0	0	0	0	0	0,00		
	7.2.	3	3	3	3	2	3	2,83		
	8.1.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	8.2.	1	1	1	1	1	1	1,00	1,19	
	8.3.	1	1	1	1	1	1	1,00		
	9.1.	3	3	3	2	2	2	2,50		
	9.2.	0	0	0	0	0	0	0,00		