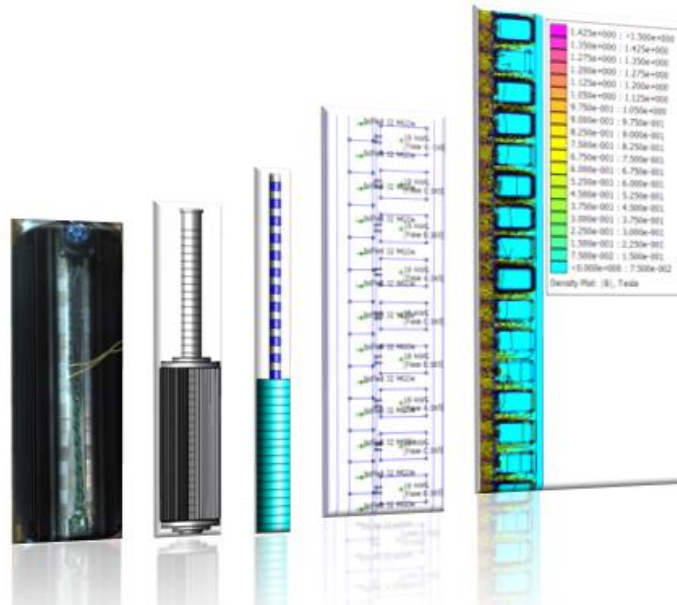




ISEL
INSTITUTO SUPERIOR DE
ENGENHARIA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia Eletrotécnica Energia e Automação



Modelação e Análise da Máquina Linear Tubular de Ímanes Permanentes, Através do Método dos Elementos Finitos

JÚLIO MARTINS LEITÃO

(Licenciado em Engenharia Eletrotécnica)

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Eletrotécnica – Ramo de Energia

Orientador:

Professor Doutor Ricardo Jorge Ferreira Luís

Júri:

Presidente: Professor Doutor Luís Manuel dos Santos Redondo

Vogais: Professora Doutora Rita Marcos Fontes Murta Pereira

Fevereiro de 2017

RESUMO

Esta Tese descreve a aplicação do método dos elementos finitos ao estudo e análise de uma máquina linear tubular de ímanes permanentes.

Apresentam-se algumas aplicações relevantes deste tipo de máquinas elétricas, nas áreas da energia, indústria e dos transportes.

Neste trabalho desenvolve-se o modelo geométrico da máquina linear tubular recorrendo à ferramenta de desenvolvimento baseada no método dos elementos finitos, *Finite Element Method Magnetics*, FEMM[®].

O modelo de elementos finitos da máquina linear tubular é testado em ambiente de simulação numérica Matlab/Simulink[®], que integra os componentes de um posicionador eletromecânico linear constituído pela máquina linear tubular, conversor de eletrónica de potência e sistema de controlo.

Descrevem-se todas as sub-rotinas desenvolvidas para a integração do modelo de elementos finitos da máquina linear tubular no modelo de simulação numérica do posicionador eletromecânico linear. Desta forma, é possível obter de forma automática as suas características de funcionamento.

O modelo de elementos finitos da máquina linear tubular desenvolvido, permitiu obter os parâmetros analíticos que modelam matematicamente o comportamento dinâmico da máquina elétrica, bem como algumas características internas, como sejam a força eletromotriz desenvolvida, a força de retenção e a força eletromagnética desenvolvida em função do ângulo de carga.

O modelo de elementos finitos da máquina linear tubular contém um modelo geométrico paramétrico que, através da linguagem de programação Lua[®], permitiu ajustar de forma automática todos os elementos construtivos do modelo geométrico às características conhecidas da máquina elétrica real.

PALAVRAS-CHAVE

Motor linear tubular; Máquina de ímanes permanentes; Método dos elementos finitos; Modelo analítico; Modelo numérico

ABSTRACT

This thesis describes the finite element method application in the study and analysis of a permanent-magnet tubular linear machine.

Some relevant applications of these electrical machines in the areas of energy, industry and transport are presented.

In this work, a geometric model of the tubular linear machine is developed using the finite element method software, Finite Element Method Magnetics, FEMM[®].

The finite element model of the tubular linear machine is tested in numerical simulation environment Matlab/Simulink[®], which integrates components of a linear electromechanical positioner formed by tubular linear machine, power electronic converter and control system.

All the developed subroutines for the integration of the finite element model of the tubular linear machine in numerical simulation model of linear electromechanical positioner are described. This allows to obtain automatically its operating characteristics.

The developed finite element model of the tubular linear machine allows the analytical parameters that mathematically model the dynamic behavior of the electric machine, as well as some internal characteristics of the machine, such as, the electromotive force, cogging force and the developed electromagnetic force as a function of the electric load angle.

The finite element model of the tubular linear machine contains a parametric geometric model that, through the Lua[®] programming language, allowed to automatically adjust all the constructive elements of the geometric model to the real electrical machine known characteristics.

KEYWORDS

Tubular Linear Motor; Permanent magnet machines; Finite element method; analytical model; numerical model

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer ao Instituto Superior de Engenharia de Lisboa - ISEL, que me permitiu ter muitas das respostas às minhas imensas perguntas e que contribuiu para a minha formação académica nesta instituição de referência em Portugal.

A todos os membros e Professores da Área Departamental de Engenharia Eletrotécnica que se cruzaram comigo durante o meu percurso académico, o meu muito obrigado.

O meu profundo agradecimento pelo tempo, ajuda, orientação e paciência dispensada durante toda a execução deste trabalho, ao meu orientador Prof. Doutor Ricardo Jorge Ferreira Luís.

Aos meus colegas de curso, mas fundamentalmente amigos Paulo Lopes, José Farinha, Carlos Caldeira, Pedro Assis e restantes colegas que tive o prazer de trabalhar e que me ajudaram na evolução no curso, sem eles teria sido muito mais difícil.

À Teresa pela paciência que teve nas minhas ausências, pela compreensão e apoio.

Por todas as dificuldades por que passaram, este trabalho dedico-o aos meus pais.

Muito obrigado por tudo.

Júlio Leitão

Fevereiro de 2017

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbf{a}, \frac{dv}{dt}$	Aceleração, [m/s ²]
a_n	Coefficientes de expansão do método de <i>Rayleigh–Ritz</i>
a_p	Potencial magnético, [A-Espira]
a_{ref}	Aceleração de referencia, [m/s ²]
cap	Variável do elemento capacitivo, [F]
dA	Varição infinitesimal numa área, [m ²]
dl	Varição infinitesimal numa linha, [m]
dq	Varição infinitesimal de uma variável genérica
d_{ref}	Desaceleração de referencia, [m/s ²]
dW	Varição infinitesimal de energia, [J]
dx	Varição infinitesimal da posição ou deslocamento, [m]
$d\lambda$	Varição infinitesimal do fluxo ligado, [Wb]
e	Variável genérica de esforço
$e1$	Variável genérica de esforço, lado primário do Girador ou Transformador
$e2$	Variável genérica de esforço, lado secundário do Girador ou Transformador
f	Variável genérica de fluxo
f_a	Frequência de alimentação, [Hz]
f_g	Função de estado genérica
$f1$	Variável genérica de fluxo, lado primário do Girador ou Transformador
$f2$	Variável genérica de fluxo, lado secundário do Girador ou Transformador
$f(v)$	Função onde intervêm várias forças de atrito, [N]
g	Aceleração gravítica, [m/s ²]
h_g	Função de estado genérica
\mathbf{i}_{abc}	Matriz das correntes trifásicas no referencial abc, [A]
\mathbf{i}_{dq}	Matriz das correntes trifásicas no referencial dq0, [A]
\mathbf{i}	Índice numérico
i	Corrente elétrica, [A]
i_a	Corrente associada à fase a, [A]
i_b	Corrente associada à fase b, [A]
i_c	Corrente associada à fase c, [A]

i_d	Corrente elétrica do estator segundo o eixo d, no referencial dq0, [A]
ind	Variável do elemento indutivo ou inercial, [H]
i_q	Corrente elétrica do estator segundo o eixo q, no referencial dq0, [A]
i_d^*	Corrente de comando segundo o eixo d, no referencial dq0, [A]
i_q^*	Corrente de comando segundo o eixo q, no referencial dq0, [A]
k, m, n, \mathfrak{m}	Índices inferiores do operador matemático somatório
m_T	Massa total do veio e da carga, [Kg]
\bar{n}	Vetor normal à superfície
p, q	Funções genéricas
p_m	Momento generalizado
q_c	Carga elétrica, [C]
q_x	Deslocamento generalizado
$\dot{q}, \frac{dq}{dt}$	Coordenada genérica da velocidade
$\ddot{q}, \frac{d^2q}{dt^2}$	Coordenada genérica da aceleração
\dot{q}_k	Coordenada genérica da velocidade de ordem k
\ddot{q}_k	Coordenada genérica da aceleração de ordem k
res	Variável do elemento dissipativo, [Ω]
r_k	Parâmetro genérico de ordem k
rr	Eixo axissimétrico correspondente à coordenada cartesiana xx
t	Tempo, [s]
t_f	Instante final do movimento, [s]
t_0	Instante inicial do movimento, [s]
\mathbf{u}_{abc}	Matriz das tensões trifásicas no referencial abc, [V]
\mathbf{u}_{dq}	Matriz de tensões no referencial dq0, [V]
u_n	Função base do método de <i>Rayleigh–Ritz</i>
$v, \frac{dx}{dt}$	Velocidade, [m/s]
v_i	Potenciais dos nós dos elementos triangulares de 1ª ordem, [V]
v_{ref}	Velocidade de referencia, [m/s]
v_s	Velocidade de <i>Stribeck</i> , [m/s]
v^*	Velocidade de comando, [m/s]
x	Posição ou deslocamento, [m]

x_i	Posições dos nós dos elementos triangulares de 1ª ordem, [m]
x_{ref}	Posição de referencia, [m]
x^*	Posição de comando, [m]
zz	Eixo axissimétrico correspondente à coordenada cartesiana yy
A_0, A_1 e A_2	Componentes do vetor potencial magnético
\vec{A}, \bar{A}	Vetor potencial magnético, [Wb-m]
\vec{B}	Vetor indução magnética, [T]
\vec{B}_{rr}	Vetor indução magnética segundo o eixo axissimétrico rr, [T]
C	Matriz das funções lineares do método de <i>Rayleigh–Ritz</i>
Cap	Elemento capacitivo, [F]
$C_p(s)$	Controlador de posição no domínio da frequência
$C_v(s)$	Controlador de velocidade no domínio da frequência
$CVC(s)$	Função transferência que modeliza o circuito de comando do ondulator de tensão
$C(\theta)$	Matriz de transformação de <i>Blondel-Park</i>
$C(\theta)^T$	Matriz transposta da matriz de transformação de <i>Blondel-Park</i>
\vec{D}	Vetor campo de deslocamento elétrico, [C/m ²]
\vec{E}	Vetor campo elétrico, [V/m]
F	Força, [N]
F_c	Força de atrito de <i>Coulomb</i> , [N]
F_{dis}	Função dissipativa de <i>Rayleigh</i>
F_e	Força eletromagnética, [N]
F_{est}	Função de estado
$F_e(s)$	Força eletromagnética no domínio da frequência
F_m	Força mecânica, [N]
$Fr(s)$	Força resistente no domínio da frequência
F_s	Força de atrito estático, [N]
GY	Elemento Girador
GYd	Relação numérica de transformação do girador
H	Momento angular, [Nms]
\vec{H}	Vetor campo magnético, [A/m]
I_{aM}	Corrente máxima associada à fase a, [A]
I_{bM}	Corrente máxima associada à fase b, [A]

I_{cM}	Corrente máxima associada à fase c, [A]
I_d	Corrente elétrica segundo o eixo direto, [A]
Ind	Elemento indutivo ou inercial, [H]
I_q	Corrente elétrica segundo o eixo quadratura, [A]
$I_q(s)$	Corrente elétrica segundo o eixo q, no referencial dq0 e domínio da frequência
$I(\xi)$	Funcional do princípio variacional
$I_q^*(s)$	Corrente elétrica de comando segundo o eixo q, no referencial dq0 e domínio da frequência
\vec{j}	Vetor densidade de corrente elétrica, [A/cm ²]
K	Matriz dos parâmetros de expansão do método de <i>Rayleigh–Ritz</i>
K_f	Constante de força, [N/A]
K_{iv}	Ganho integral do compensador de velocidade, [s ⁻¹]
K_{pv}	Ganho proporcional do compensador de velocidade, [s ⁻¹]
K_v	Coefficiente de atrito viscoso
L_{abc}	Matriz dos coeficientes de auto-indução e indução mutua dos enrolamentos do estator no referencial abc, [H]
L_{ag}	Lagrangeano de um sistema, [J]
L_{auto}	Auto-indutâncias, [H]
L_{MRR}	Operador no método de <i>Rayleigh–Ritz</i>
L_{11}	Auto-indutância associada à fase a, [A]
M_{mass}	Massa, [Kg]
M_{mol}	Massa molecular, [mole]
M_{mutua}	Indutâncias mutuas, [H]
MGY	Elemento girador modular
MTF	Elemento transformador modular
M_{12}	Indutância mutua associado às fases a e fase b, [A]
M_{13}	Indutância mutua associado às fases a e fase c, [A]
N	Índice superior do operador matemático somatório
N_e	Número de espiras
P_g	Potência genérica
P_{res}	Pressão hidráulica ou acústica, [N/m ²]
Q	Força generalizada, [N]
Q_k	Força não conservativa de ordem k, [N]

Q_v	Variação do fluxo volumétrico hidráulico ou acústico, [m ³ /s]
R	Resistência elétrica, [Ω]
Res	Elemento dissipativo, [Ω]
R_s	Matriz das resistências dos enrolamentos do estator, [Ω]
S_e	Entropia, [J/K]
SE	Fonte de esforço
SF	Fonte de força
T_{bin}	Binário, [Nm]
T_{emp}	Temperatura, [K]
TF	Elemento Transformador
TFr	Relação numérica de transformação do transformador
T_m	Energia cinética, [J]
T'_{cm}	Co-energia cinética, [J]
U	Tensão elétrica, [A]
U_d	Tensão elétrica segundo o eixo direto, [V]
U_q	Tensão elétrica segundo o eixo quadratura, [V]
U_0	Força eletromotriz, [V]
V	Energia potencial, [J]
V_{ol}	Volume, [m ³]
$V(s)$	Velocidade no domínio da frequência
$V^*(s)$	Velocidade de comando no domínio da frequência
W_c	Funcional dos elementos triangulares de 1ª ordem
W_{cm}	Co-energia magnética, [J]
W_{IP}	Energia armazenada nos ímãs permanentes, [J]
W_m	Energia magnética, [J]
X_d	Reactância elétrica segundo o eixo direto, [Ω]
X_q	Reactância elétrica segundo o eixo quadratura, [Ω]
$X(s)$	Posição no domínio da frequência
$X^*(s)$	Posição de comando no domínio da frequência
Y	Matriz das funções base do método de <i>Rayleigh–Ritz</i>
α	Ângulo genérico
γ	Ângulo de corrente, [°]
γ_k	Função comutação, ($k=a,b,c$)

δ	Ângulo de carga, [°]
ε	Permitividade elétrica, [F/m]
ζ	Domínio geral do método de elementos finitos
θ	Deslocamento angular, [rad]
λ	Comprimento de onda, [m]
μ	Permeabilidade elétrica
$v(x)$	Função potencial num ponto, [V]
ξ	Função desconhecida do princípio variacional
ξ_x, ξ_y	Funções desconhecidas do princípio variacional nas coordenadas cartesianas
ρ	Densidade volúmica de carga, [C/m ³]
σ	Condutividade elétrica, [$\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$]
ς	Potencial químico, [J/mole]
φ	Ângulo entre a corrente e tensão, [°]
χ	Função original do princípio variacional
ω	Velocidade angular, [rad/s]
Λ	Fluxo ligado, [Wb]
Γ	Fronteira do método de elementos finitos
Γ_p	Impulso de pressão
Γ^I	Porção de fronteira do método de elementos finitos
Γ^2	Segunda porção de fronteira do método de elementos finitos
Φ	Fluxo magnético, [Wb]
Φ_f	Valor existente na porção de fronteira
Φ_{front}	Função desconhecida de fronteira
Φ_t	Fluxo magnético total, [Wb]
Ψ_{abc}	Matriz dos fluxos ligados dos enrolamentos do estator no referencial abc, [Wb]
Ψ_{dq}	Matriz dos fluxos ligados dos enrolamentos do estator no referencial dq0, [Wb]
Ψ_m	Fluxo magnético máximo estabelecido pelos ímanes permanentes nos enrolamentos do estator, [Wb]
$\Psi_{m_{abc}}$	Matriz dos fluxos ligados estabelecidos pelo ímanes permanentes nos enrolamentos do estator no referencial abc, [Wb]
Ψ_M	Fluxo magnético máximo estabelecido pelos ímanes permanentes nos enrolamentos do estator no modelo da máquina, no referencial dq0, [Wb]
0	Junção paralela genérica

1 Junção série genérica

SIGLAS

AA – Análise Analítica

AC – Corrente alternada (de *Alternated Current*)

AN – Análise Numérica

AWS – de *Archimedes Wave Swing*

BEM – Método de Elemento Fronteira (de *Boundary Element Method*)

CAD – Desenho Assistido por Computador (de *Computer Aided Design*)

CGS – Sistema de unidades Centímetro-Grama-Segundo

CLD – de *California Linear Devices*

DC – Corrente contínua (de *Direct Current*)

EDO – Equação Diferencial Ordinária

EDP – Equação Diferencial Parcial

EDS – de *Electro-Dynamic Suspension*

EMS – de *Eletro-Magnetic Suspension*

FDM – Método de Diferenciais Finitos (de *Finite Differential Method*)

FEA – Análise de Elementos Finitos (de *Finite Element Analysis*)

FEM – Método de Elementos Finitos (de *Finite Element Method*)

fem – Força Eletromotriz

FMM – Força Magneto Motriz

HB – de *Heaving Bouy*

LSM – de *Linear Synchronous Motors*

MA – Modelação Analítica

MCM – Método *MonteCarlo* (de *MonteCarlo Method*)

MEC – Circuito Magnético Equivalente (de *Magnetic Equivalent Circuit*)

MLT-IP – Máquina Linear Tubular de Ímanes Permanentes.

MM – Método dos Momentos (de *Moment Method*)

MN – Modelação Numérica

MRR – Método *Rayleigh–Ritz*

NdFeB – Neodímio-Ferro-Boro

PB – de *Power Bouy*

PEL – Posicionador Eletromecânico Linear

PMM – Método do Ponto Espelhado (de *Method Mirrored Point*)

PI – Compensador Proporcional Integral

2D – Duas dimensões

3D – Três dimensões

CONVENÇÕES

1 – BIBLIOGRAFIA

Neste trabalho as referências bibliográficas são efetuadas de acordo com a norma portuguesa em vigor, NP 405-1:1994. Dentro desta norma, optou-se pela utilização de citações entre parênteses com o número que lhe está atribuído na bibliografia.

A bibliografia contém as referências realizadas ao longo do texto, listadas segundo a ordem da primeira invocação no texto.

É considerada a utilização de abreviaturas, nos seguintes casos: nomes próprios de autores e editores literários; títulos de publicação em série, de acordo com a NP 139:1964; palavras e termos utilizados nas referências bibliográficas de acordo com a NP 3680:1989.

2 – SISTEMA DE UNIDADES DE MEDIDA

Neste texto é utilizado, salvo menção expressa em contrário, o Sistema Internacional (SI) de unidades de medida, bem como os símbolos e abreviaturas normalmente para os múltiplos e submúltiplos das diversas unidades. Por ser um sistema de unidades bem conhecido essas abreviaturas não são citadas na secção “Abreviaturas” contida neste documento.

Excetua-se o caso da energia dos ímanes permanentes, que se optou pelo sistema de unidades CGS (Centímetro-Grama-Segundo), por terem sido usados os ímanes permanentes disponíveis na biblioteca do *software* utilizado.

3 – UTILIZAÇÃO DE ESTRANGEIRISMOS

Ao longo desta dissertação utilizam-se alguns estrangeirismos fundamentalmente por dois motivos. O primeiro refere-se a palavras que ainda não se encontrem definidas na língua portuguesa e o segundo refere-se a palavras em que a mera tradução linguística faça perder o significado técnico atribuído às mesmas no original.

Assim, todos os estrangeirismos são realçados ao longo do texto em *itálico*.

4 – NOME DE FICHEIROS, VARIÁVEIS E OPÇÕES

O nome das variáveis é escrito entre aspas a negrito e *itálico*, e.g., “***variável***”, enquanto as opções que as variáveis admitem é escrito apenas entre aspas, e.g., “opção”. O nome dos

ficheiros é escrito em *itálico* e entre aspas, *e.g.*, “*ficheiro.lua*”. O nome de procedimentos ou funções de sub-rotinas é escrito apenas em *itálico*, *e.g.*, *FunçãoOuProcedimento*.

ÍNDICE

Capítulo 1	1
Introdução	1
1.1 – Motivação	1
1.2 – Objetivos	2
1.1 – Enquadramento	3
1.2 – Estrutura da Dissertação	3
Capítulo 2	5
Aplicações e técnicas de modelação	5
2.1 – Máquinas lineares trifásicas	5
2.1.1 – Aplicações das máquinas elétricas lineares	7
2.1.2 – Máquina linear tubular de ímãs permanentes	12
2.2 – Modelação analítica	14
2.2.1 – Transformações reais e complexas	14
2.2.2 – Lagrangeano	17
2.2.3 – Grafos de ligação energética	21
2.3 – Modelação numérica	28
2.4 – Conclusões	33
Capítulo 3	35
Modelação pelo método dos elementos finitos	35
3.1 – Introdução	35
3.2 – Potencial magnético	36
3.3 – Equações de Maxwell	36
3.4 – Condição fronteira	38
3.5 – Método variacional (Rayleigh–Ritz)	40
3.6 – Discretização	43
3.6.1 – Elementos triangulares de 1ª ordem	43
3.7 – Ferramentas utilizadas	46
3.8 – Conclusões	47
Capítulo 4	49
Construção do modelo de elementos finitos	49
4.1 – Motor linear tubular considerado	49
4.2 – Estrutura do modelo de elementos finitos	51
4.2.1 – Sub-rotinas desenvolvidas na construção e otimização do modelo	51
4.3 – Variáveis globais da construção geométrica e análise	57

4.3.1 – Localização das variáveis	57
4.3.2 – Cálculo da área útil da cava	67
4.4 – Pré-análise e otimização do modelo	69
4.5 – Determinação da força eletromagnética desenvolvida em função do ângulo de carga	75
4.6 – Conclusões	78
Capítulo 5.....	79
Análise de elementos finitos do posicionador eletromecânico linear	79
5.1 – Modelo analítico do motor linear	79
5.2 – Posicionador eletromecânico linear PEL.....	81
5.3 – Interligação entre os diferentes ambientes.....	85
5.4 – Determinação dos parâmetros do motor linear no referencial dq com uma carga de 350N	86
5.4.1 – Correntes.....	86
5.5 – Indutâncias no referencial abc	88
5.6 – Resultado do ensaio com ambos os modelos para uma carga de 350 N.....	93
5.7 – Conclusões	95
Capítulo 6.....	97
Conclusões.....	97
6.1 – Conclusões globais	97
6.2 – Desenvolvimento futuro	98
Bibliografia.....	99
Anexo A.....	103
Sub-rotinas desenvolvidas	103
A.1 – Sub-rotinas de otimização em Lua [®]	103
A.2 – Sub-rotinas de simulação para MatLab/Simulink [®]	103

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Conversão de motor rotativo para linear (modificado de [4]).....	6
Figura 2.2 – Reconfiguração para obter uma configuração linear tubular, [4].	6
Figura 2.3 – Tipos de máquinas rotativas AC, DC e eletronicamente controladas, (extraído de [6]).	7
Figura 2.4 – Máquina linear e rotativa (modificado de [7]).	8
Figura 2.5 – Mola magnética com motor linear (modificado de [7]).	8
Figura 2.6 – Máquinas lineares na produção de energia a partir de fontes renováveis, [10]: Sistema <i>Archimedes Wave Swing</i> (AWS) a), Sistema <i>Heaving Buoy</i> (HB) b), Motor <i>Stirling</i> acoplado com uma máquina linear (modificado de [11]) c).....	9
Figura 2.7 - Modelo de uma suspensão ativa (modificado de [12]): Modelo de suspensão ativa a), Suspensão ativa montada num automóvel b).	10
Figura 2.8 - Formato da linha ferroviária do sistema <i>Trans-Rapid</i> Alemão, (modificado de [13]).	10
Figura 2.9 - Tipos de máquinas lineares usadas no sistema ferroviário (modificado de [3])...	11
Figura 2.10 - Matriz linear <i>Halbach</i> , [18].	13
Figura 2.11 - Magnetização radial e axial, (modificado de [19]).	13
Figura 2.12 – Configuração dos ímanes na forma radial no modelo em estudo.	14
Figura 2.13 – Relação entre os referenciais $\alpha\beta 0$ e $dq0$, [21].	15
Figura 2.14 – Relação entre os vários grupos de referenciais, [21].	16
Figura 2.15 - Curva característica de um material magnético, (retirado de [26]).	19
Figura 2.16 – Elementos básicos com um porto: Elemento Capacitivo a), Elemento Indutivo b) e Elemento Resistivo c).....	24
Figura 2.17 – Fontes de energia: Fonte de Esforço a) e Fonte de Fluxo b).....	24
Figura 2.18 – Elementos básicos com dois portos: Transformador a) e Girador b).....	24
Figura 2.19 – Elementos de junção: Junção “0” a) e junção “1” b).	25
Figura 2.20 – Causalidades dos elementos Capacitivo, Indutivo e Resistivo (modificado a partir de [27] e [30]): Marcação da causalidade a), Sentido da causalidade b) e Relação entre parâmetros c).	26
Figura 2.21 – Ligação energética como elemento bilateral, [28]: Causalidade do esforço a) e Causalidade de fluxo b).	27
Figura 2.22 – Causalidade para as fontes de fluxo e esforço: Fonte de esforço a) e Fonte de fluxo b).	27
Figura 2.23 – Causalidade do Transformador e Girador: Causalidade a) e Relação paramétrica b).....	28
Figura 2.24 - Processos de controlo na análise do problema (adaptado de [33]).	32
Figura 3.1 - Divisão eletromagnética para aplicações físicas, (adaptado de [37]).	35

Figura 3.2 – Condições fronteira de <i>Dirichlet's</i> e de <i>Neumann's</i>	39
Figura 3.3 – Subdivisão do domínio em elementos finitos de primeira ordem, (retirado de [59]).....	44
Figura 3.4 – Discretização do modelo em estudo por elementos triangulares de 1ª ordem.....	47
Figura 4.1 – Placa de ligação das bobinas no estator.....	49
Figura 4.2 – Pontos de junção da placa de circuito impresso: Acesso exterior ao ponto comum da estrela J4 e Interligação com o extremo da placa de circuito impresso J5 a), ligação das três fases J1, J2 e J3 b) e interligação entre a junção J5 e J6 c).....	50
Figura 4.3 – Esquema de ligação das bobinas da MLT-IP.	50
Figura 4.4 – Pormenor da placa de circuito impresso da MLT-IP.....	51
Figura 4.5 – Etapas principais do modelo.....	56
Figura 4.6 – Variáveis para a definição do problema.	57
Figura 4.7 - Variáveis usadas para otimização do modelo inicial.	58
Figura 4.8 - Variáveis utilizadas para a criação do estator.	59
Figura 4.9 - Variáveis para a construção do veio.....	61
Figura 4.10 - Configuração do tamanho dos elementos na malha.	62
Figura 4.11 - Propriedades do circuito elétrico (estator).	62
Figura 4.12 - Valores de configuração da fronteira.	63
Figura 4.13 – Variáveis para o pós-processamento.	64
Figura 4.14 – Localização das variáveis no modelo.	65
Figura 4.15 – Variáveis internas da Cava	66
Figura 4.16 – Localização das variáveis para o pós-processamento.....	66
Figura 4.17 – Inversão do sentido do enrolamento.....	67
Figura 4.18 - Área útil da cava.....	68
Figura 4.19 - Distribuição espacial do fluxo magnético relativo às fases a, b e c.	71
Figura 4.20 - Formas de onda da força eletromotriz.....	72
Figura 4.21 - Força de retenção.	73
Figura 4.22 - Pontos de recolha do valor da saturação magnética.....	74
Figura 4.23 - Valores de saturação magnética nas diferentes cavas.	74
Figura 4.24 - Curva de magnetização do núcleo ferromagnético <i>M-45 Steel</i> , utilizado no estator.....	75
Figura 4.25 - Diagrama de vetores de uma máquina síncrona, (adaptado de [32]).	76
Figura 4.26 – Força eletromagnética e ângulo de carga desenvolvido para diferentes níveis de corrente.....	77
Figura 5.1 - Diagrama de blocos do principio de funcionamento do posicionador eletromecânico linear, (retirado de [2]).....	82
Figura 5.2 – Geração da posição de comando, (retirado de [2]).....	83

Figura 5.3 - Controlador de posição do PEL, (retirado de [2]).	84
Figura 5.4 - Controlador de velocidade do PEL, (retirado de [2]).	84
Figura 5.5 - Diagrama geral Matlab\Simulink [®] e FEMM [®] .	85
Figura 5.6 - Diagrama da <i>Embedded Function</i> do Matlab\Simulink [®] .	86
Figura 5.7 - Evolução das correntes <i>versus</i> aceleração: Resposta temporal das correntes da MA, [2] a) e as correntes impostas no FEMM [®] b).	87
Figura 5.8 - Corrente i_q de referência.	88
Figura 5.9 - Cálculo das indutâncias para a fase a.	91
Figura 5.10 - Correntes atribuídas para o cálculo das indutâncias: Correntes atribuídas à fase a a), correntes atribuídas à fase b b) e correntes atribuídas à fase c c).	92
Figura 5.11 - Diagrama geral da MA e da MN.	93
Figura 5.12 - Forças eletromagnéticas desenvolvidas no MA e MN: Força eletromagnética desenvolvida na MA a) e força eletromagnética desenvolvida na MN b).	94

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Grafos de energia para diferentes domínios	23
Tabela 2.2 – Principais características de vários métodos numéricos (adaptado de [33])	30
Tabela 4.1 – Pseudo-código da sub-rotina “ <i>MLT-IP.lua</i> ”	52
Tabela 4.2 – Pseudo-código da sub-rotina “ <i>Veio.lua</i> ”	53
Tabela 4.3 – Pseudo-código da sub-rotina “ <i>Estator.lua</i> ”	53
Tabela 4.4 – Pseudo-código da sub-rotina “ <i>MatrixFases.lua</i> ”	54
Tabela 4.5 – Pseudo-código da sub-rotina “ <i>Materiais.lua</i> ”	54
Tabela 4.6 – Pseudo-código da sub-rotina “ <i>Fronteira.lua</i> ”	54
Tabela 4.7 – Pseudo-código da sub-rotina “ <i>Analise.lua</i> ”	55
Tabela 4.8 – Pseudo-código da sub-rotina “ <i>Saturacao.lua</i> ”	56
Tabela 4.9 - Dimensões do veio	69
Tabela 4.10 – Dimensões do estator	70
Tabela 4.11 – Dimensões usadas na discretização	71
Tabela 4.12 - Valores do desfasamento entre as fases abc	73
Tabela 4.13 – Posições do ângulo de carga	77
Tabela 5.1- Indutâncias medidas da MLT-IP em laboratório.....	89

Capítulo 1

Introdução

1.1 – Motivação

Com o avançar da inovação industrial, cada vez mais são necessárias técnicas de modelação que se aproximem o mais possível do comportamento real daquilo que se pretende desenvolver, com vista a melhorar os produtos, reduzir custos de produção, otimizar o fabrico entre outros aspetos importantes. O método de elementos finitos é suficiente e permite obter resultados bastante precisos, levando em conta as condições de não linearidade dos materiais utilizados e no comportamento e características no decurso do desenvolvimento de máquinas elétricas.

O Método de Elementos Finitos (*Finite Element Method*, FEM) tem aplicação nos vários ramos da Engenharia e na Engenharia Eletrotécnica, designadamente no cálculo e distribuição espacial do campo magnético para o projeto e desenvolvimento de máquinas elétricas.

Com o FEM, é possível simular sistemas eletrónicos de potência, sensores de posição e em conjunto com modelos de máquinas elétricas, sejam rotativas ou lineares, prever o comportamento do conjunto máquina e sistema de controlo, nomeadamente a precisão, força eletromagnética desenvolvida ou velocidade.

O aumento significativo na produção de terras-raras foi possível produzir ímanes permanentes com melhores propriedades magnéticas e com menores dimensões. Isto deve-se principalmente à utilização de ímanes permanentes constituídos por neodímio, ferro e boro (NdFeB), [1].

Com a redução das dimensões dos ímanes permanentes é possível construir máquinas lineares das mais variadas dimensões, podendo ser utilizadas nas várias indústrias transformadoras, na substituição de atuadores lineares pneumáticos ou de sistemas rotativo-linear.

Uma das aplicações mais recorrentes da máquina linear tubular consiste na utilização como servomotor, com tarefas como alterar direção, ou elevação de objetos entre tapetes, em linhas

de montagem ou na substituição de sistemas com movimento rotativo/linear. São máquinas com características superiores, nomeadamente quanto à precisão, ruído, velocidade, rigidez, rendimento, problemas ambientais, controlo e custos de manutenção, [2], em comparação com outro tipo de atuadores lineares baseados em acoplamentos mecânicos, sistemas pneumáticos ou sistemas hidráulicos.

Em seguimento do estudo realizado em, [2], que recorre a métodos analíticos, surge o interesse em efetuar o estudo da mesma máquina, mas utilizando o FEM para se obterem os parâmetros internos da máquina e curvas características.

O sistema de controlo, geração de correntes e de posição são simulados em ambiente Matlab/Simulink[®], utilizando os seus respetivos modelos analíticos. Através de uma *embedded function* do Matlab/Simulink[®] os valores das correntes estatóricas e da posição do veio são transferidos para o modelo de elementos finitos da máquina linear tubular desenvolvido em *software* FEMM[®].

1.2 – Objetivos

Pretende-se com este trabalho, construir um modelo computacional de uma Máquina Linear Tubular de Ímanes Permanentes (MLT-IP) existente no Laboratório de Máquinas Elétricas do ISEL, utilizando o FEM.

Os principais objetivos deste trabalho são os seguintes:

- ❖ Desenvolver um modelo de elementos finitos de uma MLT-IP existente em laboratório;
- ❖ Aprofundar os conhecimentos na utilização ferramentas computacionais para projeto e análise de máquinas elétricas, recorrendo a *software* de FEM e de simulação numérica como o Matlab/Simulink[®].
- ❖ Obtenção de parâmetros e características de funcionamento da MLT-IP;
- ❖ Interligação do modelo de elementos finitos da MLT-IP com o modelo de simulação numérica de um posicionador eletromecânico linear;

Obtenção de resultados de ambas as simulações de ambos os modelos.

1.1 – Enquadramento

Este trabalho foi desenvolvido no ISEL para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Eletrotécnica do ramo de energia. Pretende-se também aplicar uma alternativa à modelação de acionamentos lineares, recorrendo a técnicas avançadas de modelação computacional aplicadas ao estudo de máquinas elétricas, acrescentando valor ao trabalho realizado em [2], usando o método dos elementos finitos.

1.2 – Estrutura da Dissertação

Esta Dissertação está estruturada em seis capítulos sendo o objetivo do primeiro capítulo expor a motivação para a realização da Dissertação, os objetivos, quais os temas que serão abordados e a respetiva estrutura do trabalho.

No segundo capítulo descrevem-se as aplicações relevantes das máquinas lineares com ênfase nas máquinas lineares tubulares. São descritos três métodos de modelação analítica (MA) comumente utilizados no estudo e análise de máquinas elétricas e apresenta-se uma introdução ao método dos elementos finitos, como forma de modelação numérica.

O terceiro capítulo descreve-se o princípio de cálculo do método dos elementos finitos, e descrevem-se as ferramentas utilizadas.

No quarto capítulo apresenta-se a MLT-IP a ser modelada, descreve-se o modelo computacional desenvolvido, apresentando a sua estrutura na linguagem de programação Lua[®] e consequente pré-análise e otimização.

No quinto capítulo apresenta-se de forma resumida o PEL desenvolvido em, [2], a interligação dos diferentes ambientes computacionais, a obtenção dos parâmetros do modelo desenvolvido em FEM da MLT-IP, resultados da simulação numérica e sua análise.

No sexto e último capítulo apresentam-se as conclusões finais e possíveis desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Aplicações e técnicas de modelação

2.1 – Máquinas lineares trifásicas

A história da máquina linear pode ser acompanhada até pelo menos ao início de 1840, feito por *Charles Wheatstone* na Grã Bretanha. Em 1889, os norte-americanos *Schuyler S. Wheeler* e *Charles S. Bradley* apresentaram um pedido de patente para motores lineares síncronos e assíncronos para o sistema ferroviário. Foram atribuídas patentes Norte Americanas ao inventor alemão *Alfred Zehden* em 1902 e 1907. Uma série de patentes alemãs para comboios de levitação magnética e movidos por motores lineares foram atribuídas a *Hermann Kemper* entre 1935 e 1941. No final de 1940, o Professor *Eric Laithwaite* do *Imperial College*, em Londres desenvolveu o primeiro modelo em tamanho real, [3].

As máquinas lineares são dispositivos eletromecânicos destinados a fazerem movimentos lineares unidireccionais ou bidireccionais. São máquinas que podem ter alguns centímetros de comprimento, no caso de ambientes fabris, onde é necessário movimentos curtos e precisos, ou podem tem quilómetros, no caso da sua aplicação em transporte ferroviário.

Estas máquinas podem ser utilizadas como motores ou geradores. A funcionar como motor a energia eléctrica é convertida em energia mecânica linear e como gerador a energia fornecida por um movimento linear forçado é convertida para energia eléctrica.

Na Figura 2.1 exemplifica a forma conceptual de como é possível modificar um motor rotativo em um acionamento eletromecânico linear. Ao “cortar-se” o estator ao meio (*a*) e “espalmado-o” (*b*) obtém-se os dois lados de um motor linear como em (*d*) e (*e*), [4].

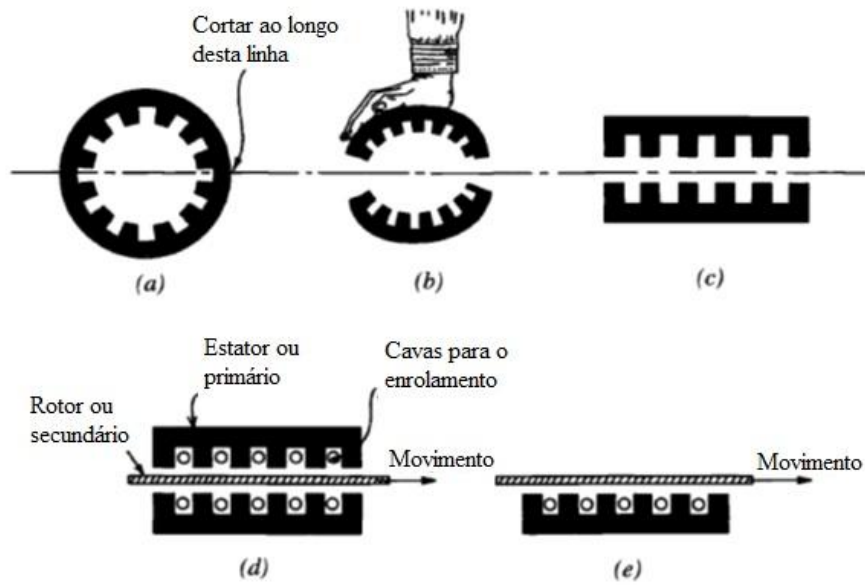


Figura 2.1 – Conversão de motor rotativo para linear (modificado de [4]).

O secundário ou rotor pode ter o formato tubular, de acordo com a Figura 2.2.

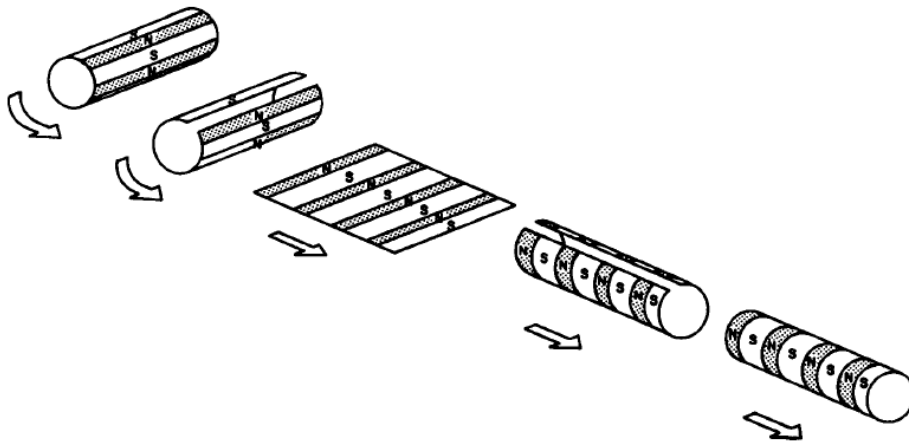


Figura 2.2 – Reconfiguração para obter uma configuração linear tubular, [4].

Virtualmente quase todas as máquinas rotativas podem ser convertidas para acionamentos lineares eletromecânicos, [5]. Na Figura 2.3 exemplificam-se as ramificações familiares dos diversos motores rotativos, que poderão ter uma configuração linear associada, [6].

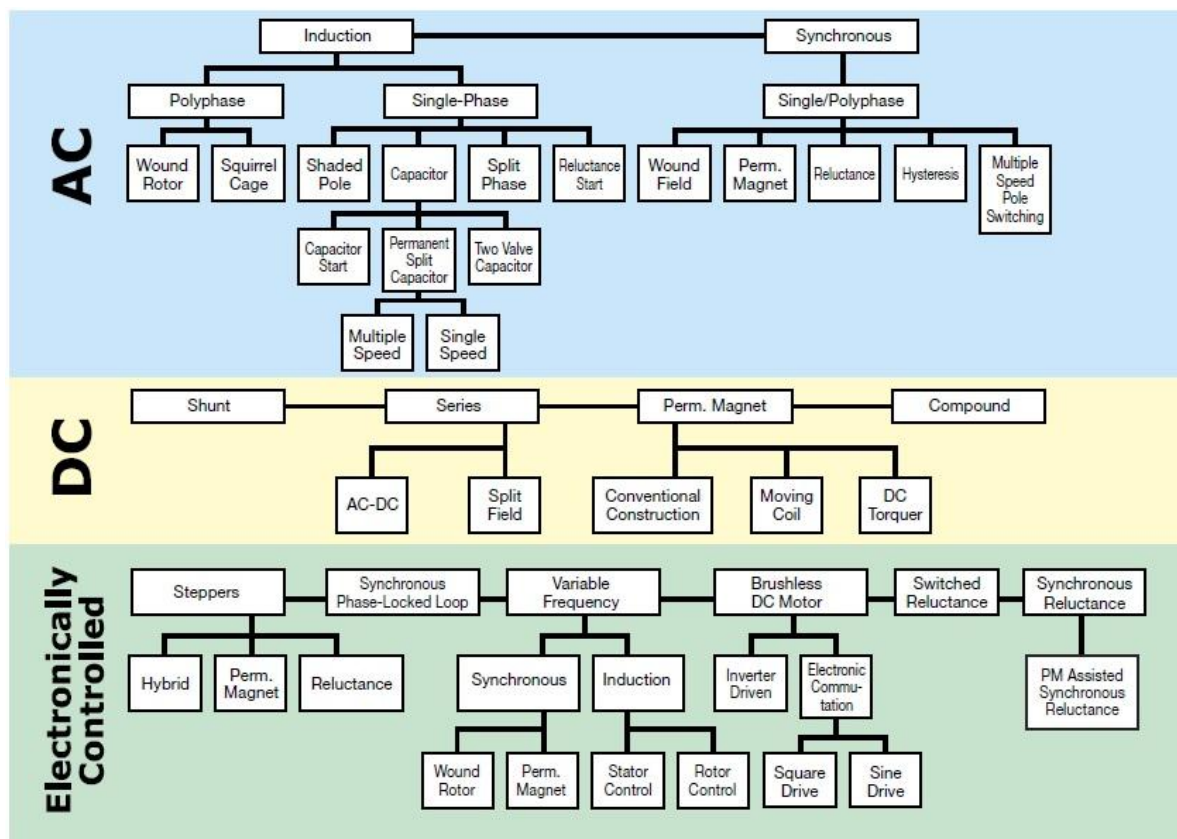


Figura 2.3 – Tipos de máquinas rotativas AC, DC e eletronicamente controladas, (extraído de [6]).

2.1.1 – Aplicações das máquinas elétricas lineares

Os acionamentos lineares na indústria têm as mais diversas aplicações, que podem ir desde o deslocamento tridimensional até à estampagem e rotulagem de objetos. Estas máquinas podem ser construídas inclusive por duas partes combinadas de movimento linear e rotativo, Figura 2.4, em que a conversão linear para rotativo é efetuado por uma transmissão mecânica do tipo parafuso sem-fim ou o par fuso-rosca, [7].

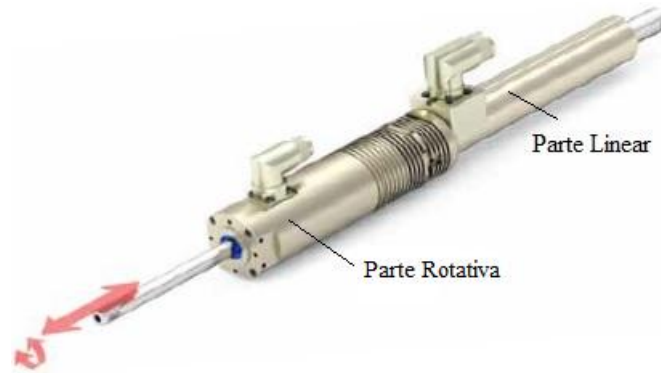


Figura 2.4 – Máquina linear e rotativa (modificado de [7]).

Outra das aplicações dos motores lineares consiste na possibilidade de substituir molas convencionais, permitindo aplicar uma força de forma constante mesmo quando aumenta o alongamento da mola, [7], conforme a Figura 2.5.

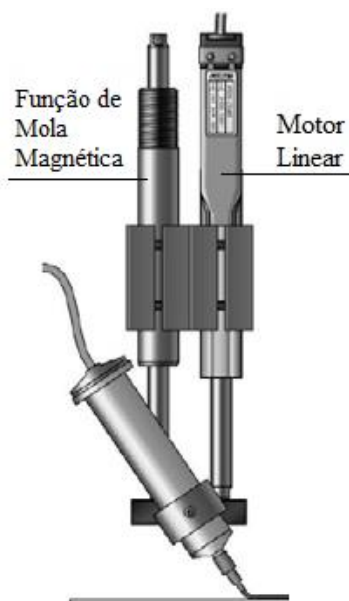


Figura 2.5 – Mola magnética com motor linear (modificado de [7]).

Nas energias renováveis, nomeadamente no ramo da energia das ondas, destaca-se a utilização de máquinas elétricas lineares em sistemas de pontos de absorção, como o *Archimedes Wave Swing* (AWS) e *Power Bouy* (PB) ou *Heaving Bouy* (HB). Estes sistemas utilizam geradores lineares para aproveitamento da energia das ondas, conforme se apresenta na Figura 2.6. São sistemas constituídos por dois corpos, uma boia e um gerador e a produção

de energia elétrica é obtida pela diferença entre a oscilação das ondas e a inércia da base onde se encontra o gerador linear.

Como fornecedor de energia para o acionamento de um gerador linear, são usados motores *Stirling*, cujo o princípio de funcionamento se baseia na diferença de temperatura entre dois pontos no motor, [8].

Usando um acoplamento de um motor *Stirling* com uma máquina linear é possível tirar proveito da energia solar, em zonas do planeta onde o período de exposição ao sol é mais prolongado. No ponto quente do motor são concentrados os raios solares através de uma parabólica, obtendo-se um ponto extremamente quente e outro com uma temperatura inferior, provocando assim o acionamento de um veio que está acoplado a um motor linear, [9].

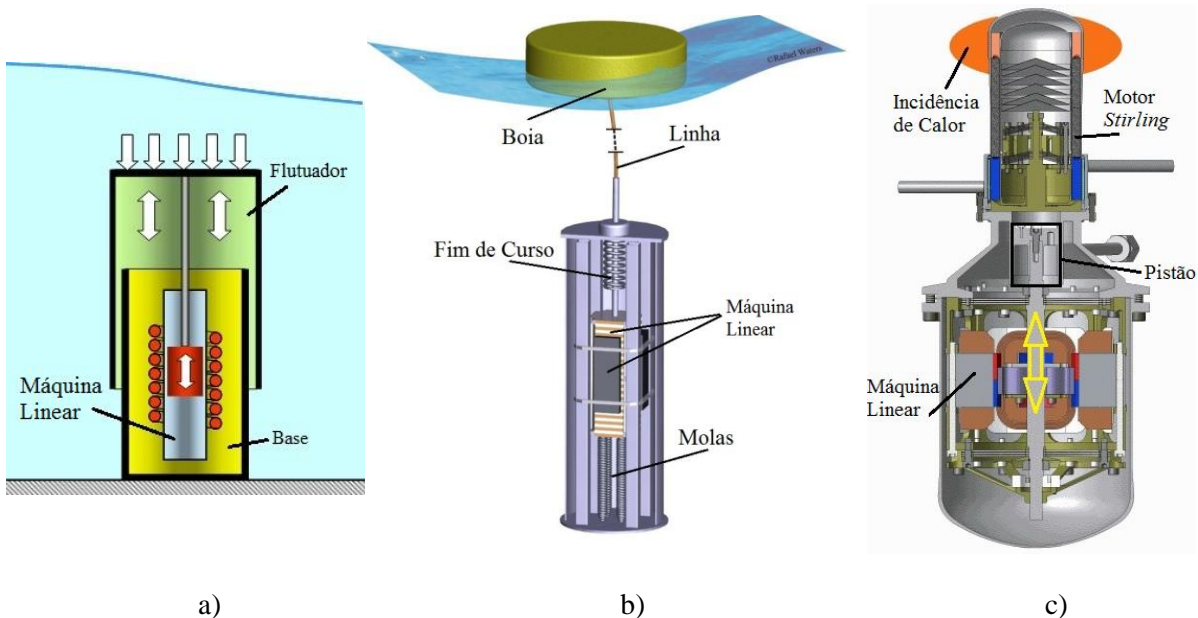


Figura 2.6 – Máquinas lineares na produção de energia a partir de fontes renováveis, [10]: Sistema *Archimedes Wave Swing* (AWS) a), Sistema *Heaving Buoy* (HB) b), Motor *Stirling* acoplado com uma máquina linear (modificado de [11]) c).

No domínio dos transportes é possível aplicar máquinas lineares à indústria automóvel no fabrico de suspensões semi-ativas e ativas, com vista a obter uma maior estabilidade da viatura e um maior conforto dos passageiros. A Figura 2.7 apresenta algumas das partes da constituição de uma suspensão ativa, destacando-se o enrolamento trifásico no estator e o rotor de ímanes permanentes.

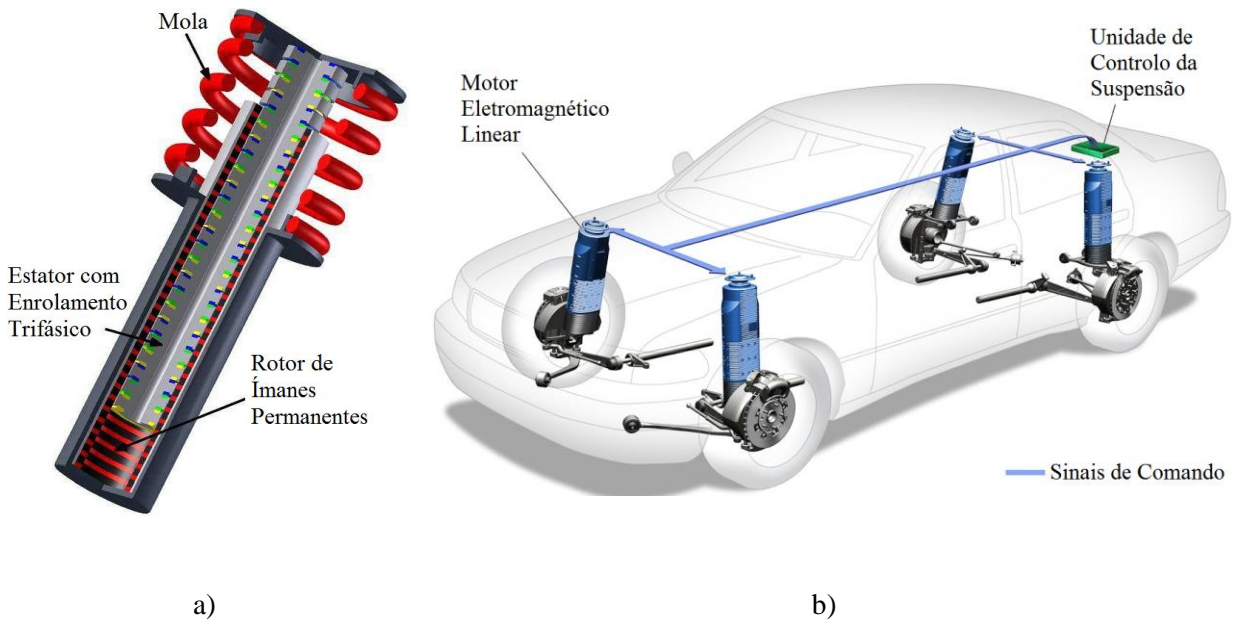


Figura 2.7 - Modelo de uma suspensão ativa (modificado de [12]): Modelo de suspensão ativa a), Suspensão ativa montada num automóvel b).

No transporte ferroviário existem comercialmente dois tipos de sistemas de levitação magnética, um sistema funciona pelo princípio de atração magnética (*Eletro-Magnetic Suspension*, EMS) e o outro por repulsão magnética (*Electro-Dynamic Suspension*, EDS). No caso do EMS, o princípio de funcionamento baseia-se no uso de bobinas em forma de "U", cuja função é controlar a corrente trifásica, com o formato Motor Síncrono Linear (*Linear Synchronous Motors*, LSM), conforme se apresenta na Figura 2.8, [13].

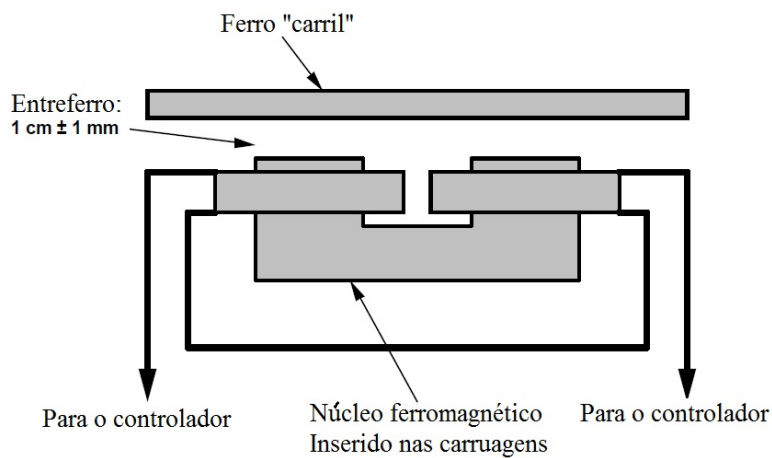


Figura 2.8 - Formato da linha ferroviária do sistema *Trans-Rapid* Alemão, (modificado de [13]).

Na parte inferior da estrutura das carruagens são colocados eletroímãs, provocando a levitação e excitação do LSM. A propulsão do comboio é obtida controlando a amplitude e frequências das correntes estatóricas colocadas ao nível da via, com os eletroímãs das carruagens excitados, [13].

A Figura 2.9 apresenta os vários tipos de máquinas lineares utilizadas no transporte ferroviário.

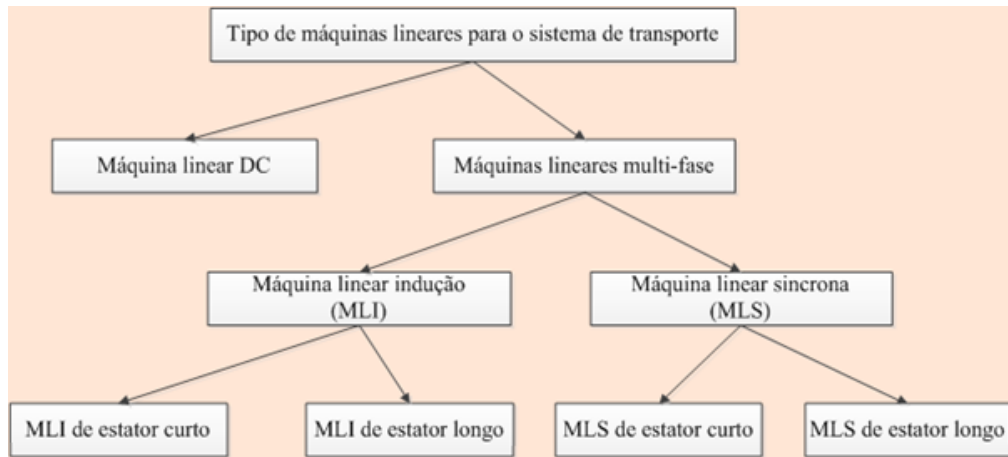


Figura 2.9 - Tipos de máquinas lineares usadas no sistema ferroviário (modificado de [3]).

No sistema EDS as forças de repulsão são produzidas entre bobinas em curto-circuito fixas. Nas carruagens são colocados eletroímãs supercondutores arrefecidos a criogénio. No carril estão inseridos eletroímãs em forma de "U" que abraçam a parte inferior da carruagem. Em cada lado do carril são colocadas bobinas em curto-circuito não energizadas e que servem tanto como levitação como de guia lateral, sendo montadas na posição vertical. Além disso, a propulsão é feita através de um enrolamento trifásico vertical instalado em cada lado do carril e em conjunto com os eletroímãs das carruagens forma um LSM com um núcleo de ar. O enrolamento trifásico estacionário produz um campo magnético viajante e corresponde ao enrolamento do induzido de um motor síncrono convencional. Os eletroímãs supercondutores da carruagem correspondem ao sistema de excitação de uma máquina síncrona. Quando o comboio é impulsionado pelo LSM, este passa pelas bobinas de curto-circuito em alta velocidade e assim são induzidas correntes nestas bobinas em conjunto com o campo magnético excitado pelos eletroímãs supercondutores que produzem fortes forças de estabilização repulsivas nas laterais do comboio. Os mesmos eletroímãs supercondutores são utilizados tanto para levitação, orientação lateral e propulsão, [14].

Exemplo de transporte que usa o sistema EMS é o *Trans-Rapid* desenvolvido na Alemanha e aplicado também na rede de metro da Suíça. O sistema EDS encontra-se na província de *Yamanashi*, no Japão, [14].

Em desenvolvimento encontra-se o sistema *Inductrack* inicialmente proposto pelo *Lawrence Livermore National Laboratory* em 1996, que difere dos sistemas anteriores no conceito de redução de energia necessária para a propulsão e levitação do comboio. O comboio é equipado com um ou mais arranjos *halbach* de ímanes permanentes e no carril é montado blocos de bobinas em sistema trifásico e em circuito fechado, onde são induzidas as correntes. Devido à autoindução e também às induções mútuas entre as bobinas, a fase das correntes induzidas desloca-se 90°, maximizando assim a força de levitação e minimizando a força de deslocamento horizontal. O sistema *Inductrack* está em contínua evolução, estando já desenvolvida a terceira versão deste sistema (patente *US8578860 B2*), visando principalmente o transporte de cargas mais elevadas, [15].

2.1.2 – Máquina linear tubular de ímanes permanentes

Existem várias formas na disposição dos ímanes quanto à sua orientação onde as mais usuais na construção de motores lineares são a disposição radial, axial, [16] e *Halbach*, este último arranjo em homenagem ao seu criador o Físico *Klaus Halbach* (1925-2000), [17]. A orientação *Halbach* ideal tem num dos lados uma forma sinusoidal na disposição do campo magnético, enquanto do outro lado dos ímanes este é quase totalmente cancelado, originando uma maior concentração de campo magnético do lado em que este não é cancelado. A configuração da Figura 2.10 a) seria a configuração ideal, mas é impraticável para os fabricantes. Apesar de as matrizes de quatro apresentadas na Figura 2.10 b) ou oito ímanes, Figura 2.10 c), de comprimento de onda, λ , não serem ideais, constituem uma melhoria em relação à disposição radial ou axial, [18].

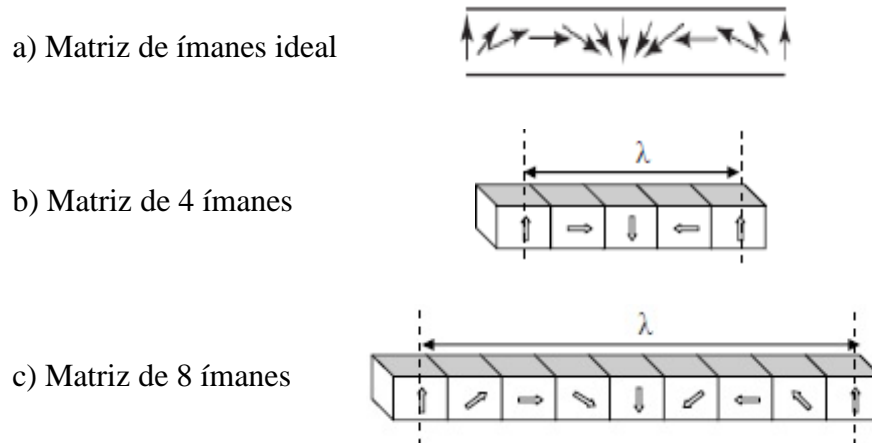


Figura 2.10 - Matriz linear *Halbach*, (retirado de [18]).

A Figura 2.11 apresenta a diferença entre a magnetização radial e axial. As setas indicam a direção da indução magnética \vec{B} . Por convenção, considera-se que as linhas de campo magnético saem do polo norte (N) e fecham-se pelo polo sul (S).

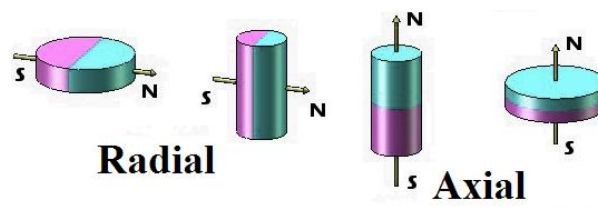


Figura 2.11 - Magnetização radial e axial, (modificado de [19]).

Na máquina em estudo nesta Dissertação, os ímanes estão colocados de forma radial conforme a Figura 2.12.

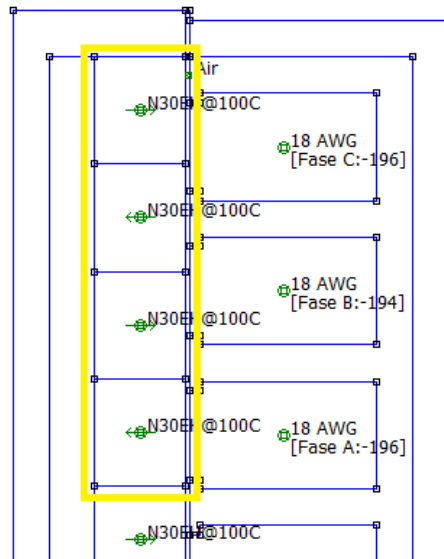


Figura 2.12 – Configuração dos ímanes na forma radial no modelo em estudo.

2.2 – Modelação analítica

Nesta secção abordam-se as várias formas de MA usuais em máquinas elétricas, destacando-se três formas de modelação mais utilizadas: as transformações reais e complexas, o Lagrangeano e os grafos de ligação energética.

Nas transformações reais e complexas o objetivo é transformar a complexidade trifásica num modelo equivalente bifásico.

No método Lagrangeano é usada a física clássica para a obtenção da energia resultante do sistema.

O método dos grafos de ligação energética é mais recente tendo a particularidade de ser usado para modelizar vários tipos de sistemas, baseando-se no princípio do fluxo de energia.

2.2.1 – Transformações reais e complexas

Os modelos obtidos para as máquinas elétricas de corrente alternada são válidos em regime estacionário e em regime transitório, que por sua vez são utilizados para a obtenção e análise de respostas dinâmicas destes sistemas em cadeia aberta e cadeia fechada. Em regime transitório é utilizada a teoria dos circuitos e admitindo as seguintes hipóteses:

1. O circuito magnético é considerado linear, ou seja, despreza-se a saturação magnética e a histerese.
2. Consideram-se distribuições sinusoidais de ondas de força magneto motriz e enrolamentos distribuídos sinusoidalmente.
3. Desprezam-se as perdas no ferro.

Devido à complexidade das máquinas elétricas de corrente alternada, torna-se necessário transformar os enrolamentos trifásicos por enrolamentos bifásicos equivalentes, nos quais é necessário introduzir a teoria das transformações.

A esta transformação de dois eixos de potência invariante dá-se o nome de transformação de Concordia.

A transformação $\alpha\beta 0$, também conhecida por transformação de *Clarke* em homenagem à primeira Engenheira Eletrotécnica formada no *Massachusetts Institute of Technology Edith Clarke (1883–1959)*, [20], pode ser interpretado como sendo a transformação de um sistema trifásico balanceado para duas fases balanceadas em quadratura.

A transformação $\alpha\beta 0 \rightarrow dq0$ não é mais que a mudança de referencial de duas fases balanceadas em quadratura estacionárias para um referencial rotativo $dq0$ em quadratura. A partir da transformação $dq0$, obtêm-se os modelos *Blondel-Park*. O nome da transformação é em homenagem a *André-Eugène Blondel (1863-1938)*, Engenheiro Civil Francês e de *Robert H. Park (1902-1994)*, Engenheiro Eletrotécnico Norte-Americano.

Na Figura 2.13 estão representados os vetores de transformação de um referencial $\alpha\beta 0$ para o referencial $dq0$.

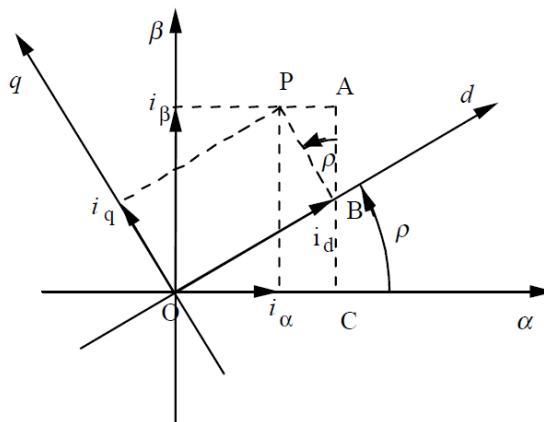


Figura 2.13 – Relação entre os referenciais $\alpha\beta 0$ e $dq0$, (retirado de [21]).

Ao vetor (x,y) no plano real corresponde ao plano de *Argand*, em homenagem ao Matemático Francês *Jean-Robert Argand* (1768-1822),[22], a um número complexo $x+jy$.

A equivalência complexa das variáveis $\alpha\beta 0$ são as variáveis $+/-0$ ou componentes simétricas instantâneas e a equivalência complexa das variáveis $dq0$ são as componentes $fb0$ ou variáveis complexas rotativas, [21].

A Figura 2.14 apresenta a relação entre as várias matrizes utilizadas para a passagem para os diferentes referenciais.

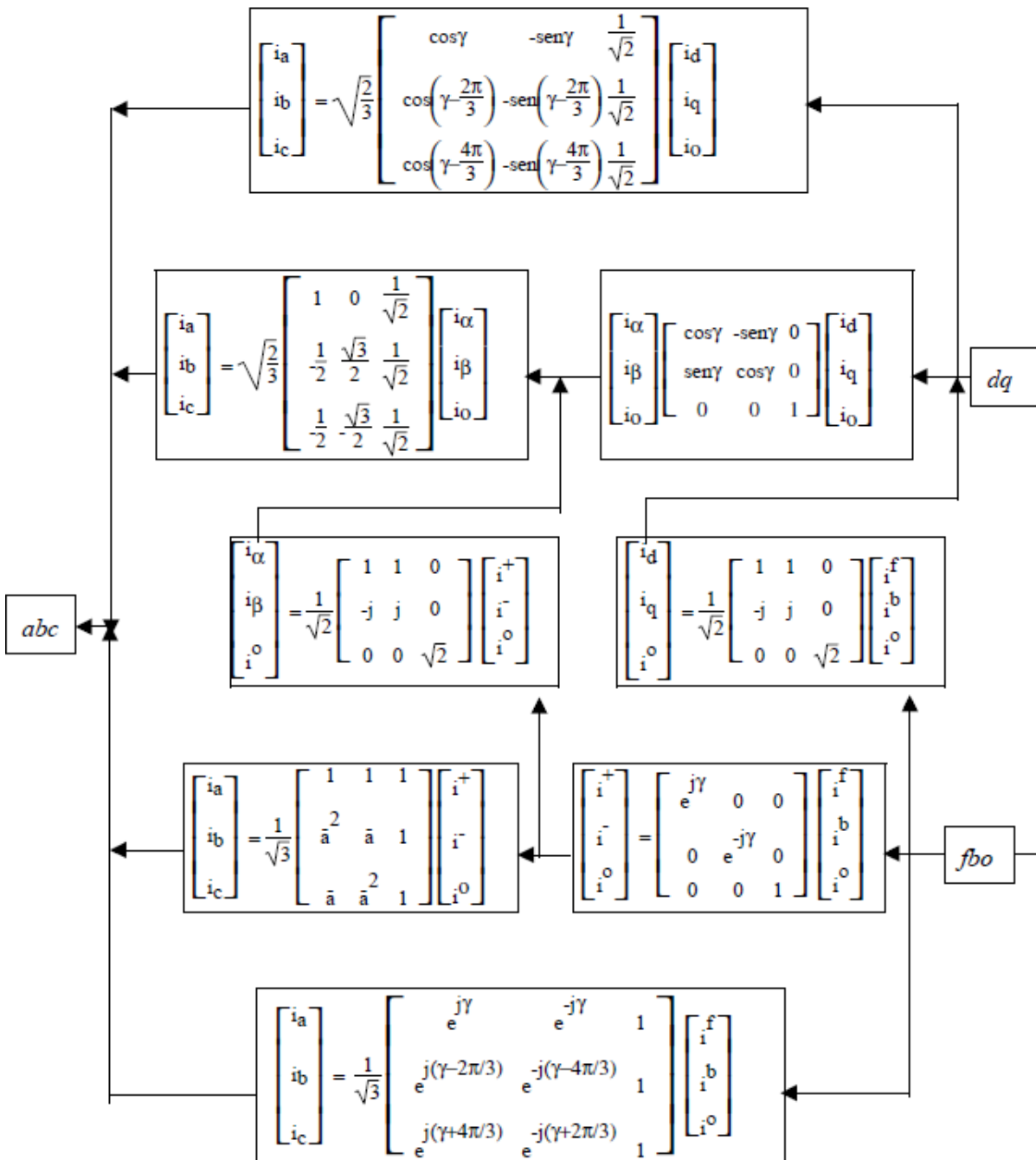


Figura 2.14 – Relação entre os vários grupos de referenciais, (retirado de [21]).

Nas ligações dentro da MA do PEL e o modelo de elementos finitos da MLT-IP são consideradas as seguintes transformações de referenciais, utilizando as matrizes de *Concordia*, (2.1) e a de *Blondel-Park*, (2.2), [23].

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.2.2 – Lagrangeano

Os sistemas podem ser modelados pela teoria clássica, nomeadamente pela 2ª Lei de *Newton* conforme, (2.3).

$$\sum F = M_{mass} \mathbf{a} \quad (2.3)$$

Onde F simboliza a força, M_{mass} a massa e \mathbf{a} a aceleração de um corpo. Nesta abordagem, é necessário ter conhecimento das acelerações envolvidas têm de ser sistemas simples, caso contrário é muito difícil criar um modelo devido à complexidade de se obter as equações que regem o problema, nomeadamente lidar com equações vetoriais, constrangimentos de como ligar todo o sistema e não existem procedimentos generalistas, [24].

No entanto, é possível usar um método diferente, que não necessita de usar explicitamente a equação (2.3). Este método é conhecido pelo nome de *Euler-Lagrange*, ou Lagrangeano, [25].

O método de *Lagrange* pode ser aplicado a sistemas mecânicos ou eletromagnéticos, mas apenas válido quando existe conservação de energia (princípio de *Hamilton*), ou seja, onde o trabalho usado na passagem entre dois estados, depende apenas do estado inicial e do estado final.

As características físicas do sistema podem ser representadas por funções de estado, e a energia total nesse sistema é função dessas funções de estado, assim define-se como Lagrangeano do

sistema, L_{ag} , como sendo a diferença entre a energia cinética, T_m , e a energia potencial, V , ou seja, representa o balanço energético do sistema a modelar, (2.4).

$$L_{ag} = T_m - V \quad (2.4)$$

Se forem consideradas funções de estado com apenas duas variáveis, genericamente designadas por f_g e h_g , independentemente do sistema físico que se pretenda estudar pode-se calcular uma variação infinitesimal de energia, dW , (2.5).

$$dW = f_g \times dh_g \quad (2.5)$$

Assim, aplicado ao sistema elétrico, sendo f_g a corrente, i , que passa no circuito e h_g o fluxo ligado, Λ , de acordo com (2.6).

$$dW = i \times d\Lambda \quad (2.6)$$

No caso de um sistema mecânico em que x é o deslocamento e F_m a força mecânica, (2.7).

$$dW = F_m \times dx \quad (2.7)$$

Assim, verifica-se uma grande semelhança no tratamento de todas as componentes físicas do sistema considerado, recorrendo às suas variáveis genéricas.

Como num sistema dinâmico se pode recorrer a várias variáveis de estado e existindo movimento, tem de ser considerado o fator tempo, t , [26]. Representa-se de forma generalizada as variáveis para o cálculo da energia cinética $T_m(t, q_1, \dots, q_n, \frac{dq_1}{dt}, \dots, \frac{dq_n}{dt})$ e da energia potencial $V(t, q_1, \dots, q_n)$, respetivamente.

Sendo $\frac{dq}{dt}$ as derivadas em relação ao tempo das variáveis generalizadas q , reescrevendo fica $\frac{dq}{dt} = \dot{q}$, como sendo a coordenada generalizada da velocidade e $\frac{d^2q}{dt^2} = \ddot{q}$ como sendo a coordenada generalizada da aceleração.

Se o sistema variar do estado $q_k(t_1)$ para $q_k(t_2)$, (2.8), permite expressar a função de estado do sistema F_{est} , ou uma ação.

$$F_{est} = \int_{t_1}^{t_2} L_{ag}(q_k, \dot{q}_k, t) \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.8)$$

Para que (2.8) caracterize o sistema, uma das condições necessárias é que cumpra a equação de *Lagrange*, (2.9).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{ag}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L_{ag}}{\partial q_k} = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.9)$$

De forma a incluir os efeitos das forças dissipativas existentes num sistema não conservativo, recorre-se à função dissipativa de *Rayleigh* F_{dis} , (2.10).

$$F_{dis} = \frac{1}{2} r_k \dot{q}_k^2 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.10)$$

Onde r_k é um parâmetro genérico. Assim pode-se reescrever (2.9) de forma a incluir a função dissipativa, (2.11), ou seja, a inclusão das perdas do sistema, na construção do modelo.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{ag}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L_{ag}}{\partial q_k} + \frac{\partial F_{dis}}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.11)$$

Em (2.11), Q_k representa a força não conservativa atuando na coordenada generalizada q_k em função do tempo. Com base em (2.11) é possível obter as equações dinâmicas do sistema de conversores eletromecânicos, escolhendo as coordenadas generalizadas q_k , determinar as forças não conservativas Q_k , obter a função dissipativa F_{dis} e por fim obter o Lagrangeano conservativo (2.4) e substituí-lo em (2.11).

No FEM pode ser levado em conta a saturação magnética dos materiais utilizados, tal como é possível fazê-lo no caso da MA. A Figura 2.15 apresenta uma curva característica de um material magnético, onde a energia magnética W_m é definida por, (2.12).

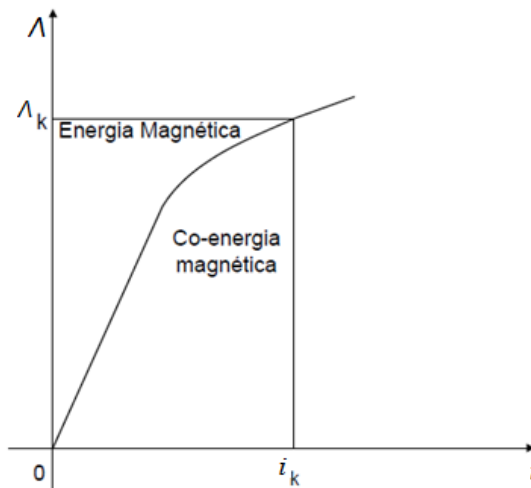


Figura 2.15 - Curva característica de um material magnético, (retirado de [26]).

$$W_m = \int_0^\Lambda i d\Lambda \quad (2.12)$$

Em (2.12), i é a corrente que atravessa uma determinada indutância no sistema eletromagnético e Λ o fluxo ligado dessa mesma indutância.

A co-energia, W_{cm} , é calculada de acordo com, (2.13), sendo uma grandeza fictícia e sem significado físico.

$$W_{cm} = \int_0^i \Lambda di \quad (2.13)$$

No entanto, as derivadas parciais da energia em relação ao fluxo de ligação e da co-energia em relação à corrente, permitem calcular a corrente e o fluxo de ligação respetivamente, conforme (2.14) e (2.15).

$$\frac{\partial W_m}{\partial \Lambda} = i \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial W_{cm}}{\partial i} = \Lambda \quad (2.15)$$

Derivando (2.15) em ordem ao tempo, a variação da co-energia em relação a uma variação de corrente permite calcular o valor de tensão aplicado a uma indutância conforme, (2.16).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_{cm}}{\partial i} \right) = \frac{d\Lambda}{dt} = u \quad (2.16)$$

Estes conceitos permitem alargar a definição do conceito de Lagrangeano em (2.4), considerando L_{ag} função das variáveis generalizadas da posição q_k , da velocidade \dot{q}_k e do tempo t , sendo esta variação definida por, (2.17).

$$dL_{ag} = \frac{\partial L_{ag}}{\partial q} dq + \frac{\partial L_{ag}}{\partial \dot{q}} d\dot{q} + \frac{\partial L_{ag}}{\partial t} dt \quad (2.17)$$

Para determinar um instante generalizado (q_1, \dot{q}_1) , então tem-se $dt = 0$, assim (2.17) fica de acordo com, (2.18).

$$L_{ag} = \int_0^{q_1} \frac{\partial L_{ag}}{\partial q} dq + \int_0^{\dot{q}_1} \frac{\partial L_{ag}}{\partial \dot{q}} d\dot{q} \quad (2.18)$$

Fisicamente o primeiro termo em (2.18) corresponde ao simétrico da energia potencial $-V$. Como a força generalizada Q pode ser definida por $\frac{\partial L_{ag}}{\partial q}$, então a energia potencial pode ser definida por, (2.19).

$$V = \int_0^{q_1} (-Q) dq \quad (2.19)$$

Sendo o conceito de momento generalizado dado por, (2.20).

$$p_m = \frac{\partial L_{ag}}{\partial \dot{q}} \quad (2.20)$$

O segundo termo de (2.18) representa a co-energia cinética T'_{cm} e recorrendo ao momento generalizado p_m , pode ser escrito conforme, (2.21).

$$T'_{cm} = \int_0^{\dot{q}_1} p_m d\dot{q} \quad (2.21)$$

Assim a expressão do Lagrangeano, levando em conta a saturação magnética pode ser reescrito conforme, (2.22).

$$L_{ag} = T'_{cm} - V \quad (2.22)$$

Se o meio magnético for linear, então $T'_{cm} = T_m$, não existindo qualquer alteração em relação à expressão (2.4), caso contrário se for escolhida a co-energia magnética para a formulação do Lagrangeano, a variável generalizada do deslocamento será a carga elétrica q_c . Se for usado a energia magnética, a variável generalizada do deslocamento será o fluxo de ligação λ , [26].

2.2.3 – Grafos de ligação energética

Os grafos de ligação energética (GLE) foram idealizados pelo Professor *H. Paynter* no *Massachusetts Institute of Technology* em 1959, [27] e permitem modelizar vários tipos de sistemas, nomeadamente hidráulicos, mecatrónicos e sistemas termodinâmicos.

Os grafos representam o fluxo da energia, P_g . Este fluxo energético é definido por duas variáveis de potência, denominadas por fluxo e esforço, representadas respetivamente pelas letras f e e , (2.23).

$$P_g = e \times f \quad (2.23)$$

Da integração em ordem ao tempo das variáveis de potência, e e f , obtém-se o momento e o deslocamento generalizado p e q_x , respetivamente, (2.24) e (2.25).

$$p = p(t_0) + \int_0^t e(t) dt \quad (2.24)$$

$$q_x = q_x(t_0) + \int_0^t f(t) dt \quad (2.25)$$

Assim, existe uma analogia entre os diferentes domínios de energia, resumidamente representados na Tabela 2.1, [28] e [29].

Tabela 2.1 – Grafos de energia para diferentes domínios

Domínio	Esforço	Fluxo	Momento	Deslocamento	Potência [W]	Energia [J]
Generalizado	e	f	$p = \int e dt$	$q_x = \int f dt$	$P_g = e f$	$\int e dq_x$ $\int f dp$
Mecânica de translação	Força F [N]	Velocidade v [m/s]	Momento p [Ns]	Deslocamento x [m]	$F v$	Cinética $\int v dp$ Potencial $\int F dx$
Mecânica rotacional	Binário T_{bin} [Nm]	Velocidade Angular ω [rad/s]	Momento Angular H [Nms]	Deslocamento Angular θ [rad]	$T_{bin} \omega$	Cinética $\int \omega dH$ Potencial $\int T_{bin} d\theta$
Elétrico	Tensão U [V]	Corrente i [A]	Fluxo de Ligação Λ [Wb]	Carga Q [C]	$U i$	Elétrico $\int U dq$ Magnética $\int i d\Lambda$
Magnético	Força Eletromotriz fem [V]	Variação do fluxo $\frac{d\theta}{dt}$ [Wb/s]	-	Fluxo Magnético Φ [Wb]	$fem \frac{d\theta}{dt}$	$\int T d\theta$
Hidráulico e Acústico	Pressão P_{res} [N/m ²]	Variação do fluxo volumétrico Q_v [m ³ /s]	Impulso de pressão Γ_p [N/m ² s]	Volume V_{ol} [m ³]	$P_{res} Q_v$	Cinética $\int Q_v d\Gamma_p$ Potencial $\int P dV_{ol}$
Térmico	Temperatura T_{emp} [K]	Variação da entropia $\frac{dS_e}{dt}$	-	Entropia S_e [J/K]	$T_{emp} \frac{dS_e}{dt}$	$\int T_{emp} dS_e$
Químico	Potencial químico ζ [J/mole]	Variação molar $\frac{dM_{mol}}{dt}$ [1/mole]	-	Massa molecular M_{mol} [mole]	$\zeta \frac{dM_{mol}}{dt}$	$\int \zeta dM_{mol}$

O método é baseado em representação gráfica dos fluxos e dos esforços entre as várias variáveis do sistema, ou ligações energéticas. Os elementos são função das variáveis com a característica de terem uma ou duas portas de ligação. Os elementos de uma porta são representativos dos pontos extremos do sistema e denominam-se por elemento Capacitivo (Cap), Resistivo (Res) e Indutivo ou Inercial (Ind). Os elementos Cap e Ind são conhecidos por *buffers* ou armazenadores de energia enquanto o elemento Res é conhecido por

As junções “0” e “1” são elementos cuja finalidade é a ligação energética paralelo e série num circuito elétrico entre outros elementos e podem conter mais que duas portas, para distinguir os vários elementos, estes podem ser numerados começando em 1, conforme Figura 2.19.

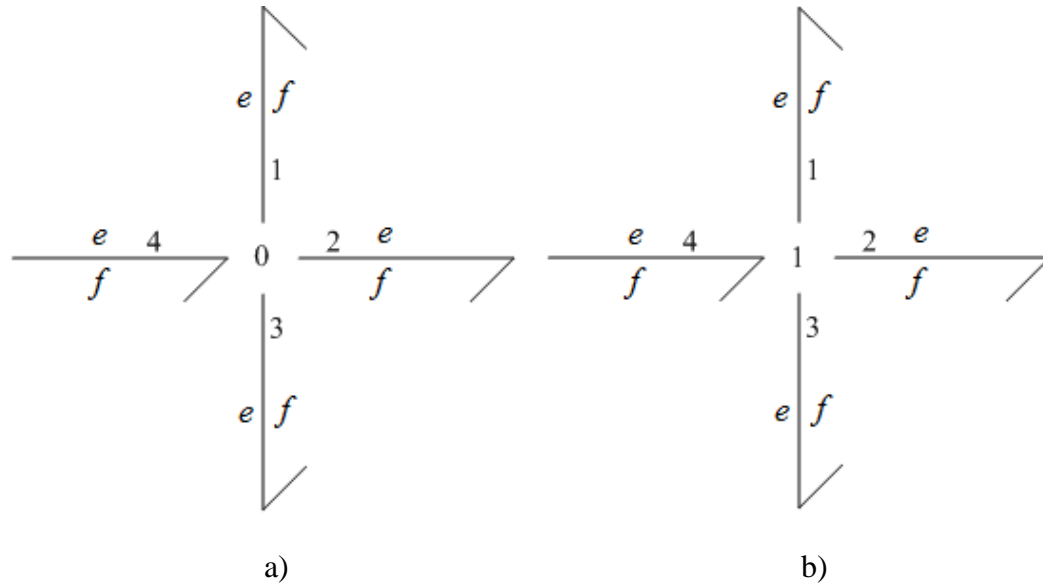


Figura 2.19 – Elementos de junção: Junção “0” a) e junção “1” b).

Após a apresentação dos símbolos, é necessário identificar os sentidos energéticos de um sistema, para isso são utilizadas regras em cada porto de todos os elementos, utilizando as causalidades dos vários elementos que estabelecem a relação entre causa e efeito das diferentes variáveis.

Quando é escolhido a causalidade na porta de um elemento deve ser colocado um traço, mas esta escolha não é arbitrária, para além de existirem regras, também depende de procedimentos sequenciais. As regras para atribuir as causalidades aos portos dos elementos com um porto, está representado na Figura 2.20.

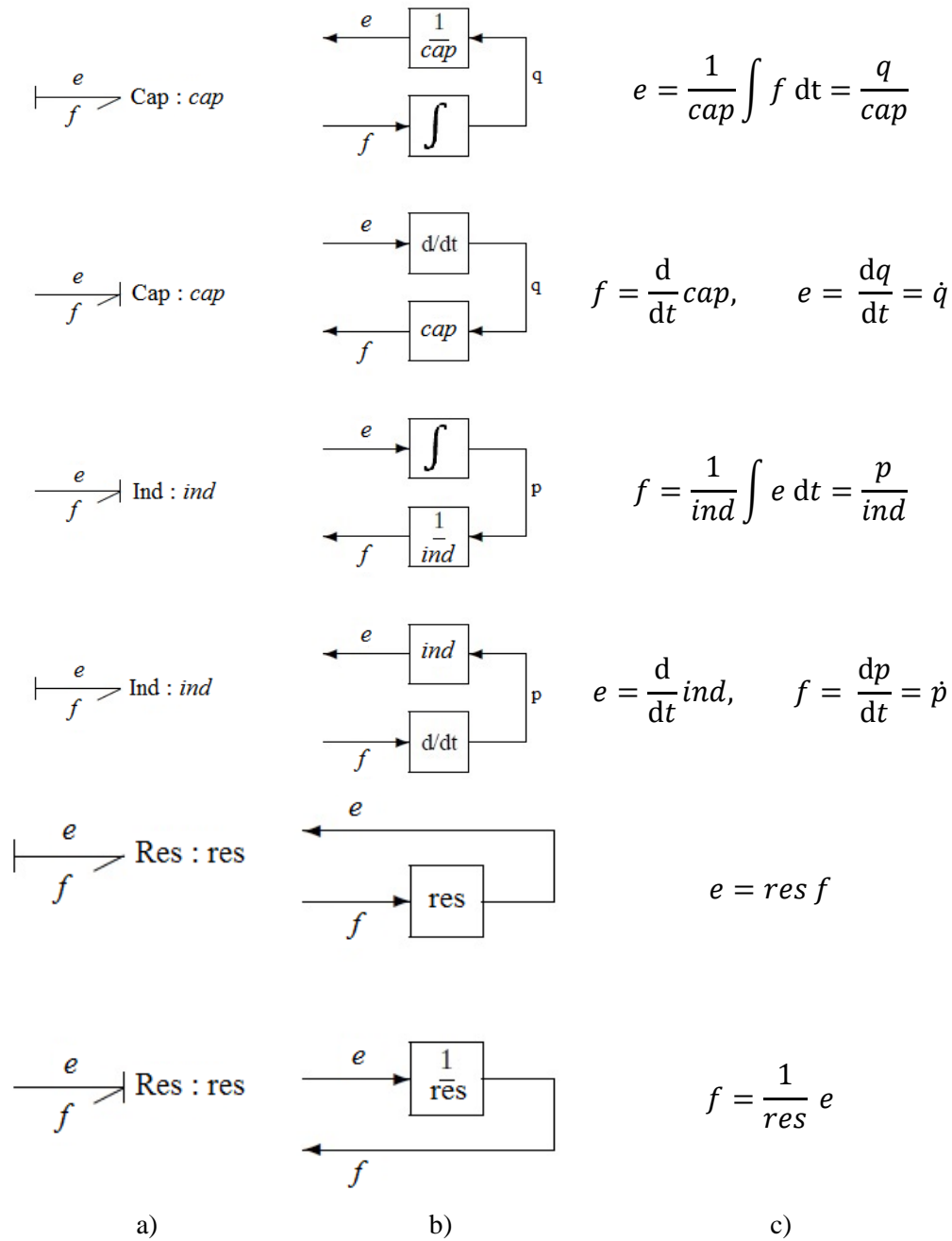


Figura 2.20 – Causalidades dos elementos Capacitivo, Indutivo e Resistivo (modificado a partir de [27] e [30]): Marcação da causalidade a), Sentido da causalidade b) e Relação entre parâmetros c).

Convencionou-se que a causalidade de esforço existe em direção ao traço e a causalidade de fluxo se afasta dele, conforme Figura 2.21.

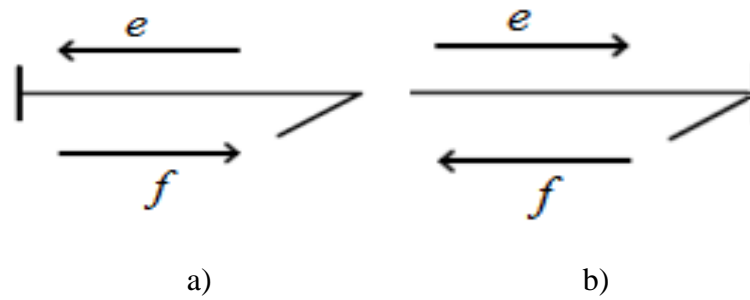


Figura 2.21 – Ligação energética como elemento bilateral, [28]: Causalidade do esforço a) e Causalidade de fluxo b).

Nos elementos ativos de fluxo (SF) e de esforço (SE), a escolha da causalidade é única, conforme Figura 2.22.

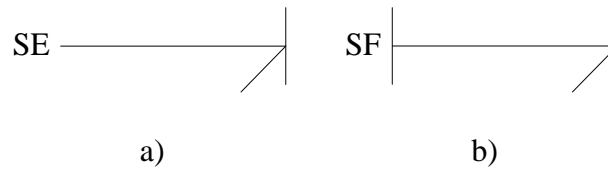


Figura 2.22 – Causalidade para as fontes de fluxo e esforço: Fonte de esforço a) e Fonte de fluxo b).

No caso dos elementos com 2 portos, o transformador e o girador, as causalidades são marcadas conforme Figura 2.23.

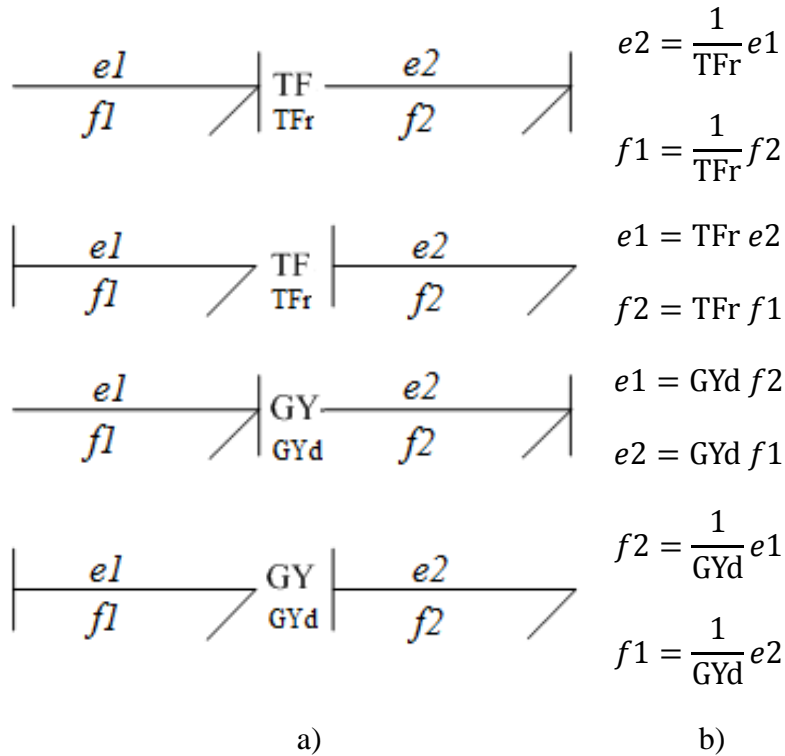


Figura 2.23 – Causalidade do Transformador e Girador: Causalidade a) e Relação paramétrica b).

2.3 – Modelação numérica

Devido à maior exigência na redução de custos e utilização de materiais diferenciados na construção de máquinas elétricas, a MA não é a forma mais adequada para o seu desenvolvimento. Na MA, torna-se geralmente difícil de alcançar resultados mais fidedignos, devido a características não lineares de alguns materiais utilizados, da mistura de diferentes tipos de materiais, distribuição do campo magnético, aspetos mecânicos e térmicos, complexidade de construção de algumas máquinas e por fim aspetos sobre a dinâmica em termos temporais, [31].

A forma de ultrapassar estas dificuldades consiste na utilização da modelação numérica. Este método foi proposto na década de 40, tendo sido só aplicado quase dez anos depois em *design* aeronáutico e na análise estrutural. Só anos mais tarde é que este método começou a ser amplamente implementado no estudo e análise de máquinas. Hoje é o método mais difundido para a solução de problemas no campo vetorial, [32].

Existem três passos principais para a criação de um modelo computacional de qualquer problema físico, primeiro passo é a definição do problema, segundo é a criação do modelo matemático e o terceiro passo é a simulação computacional.

O primeiro passo consiste em idealizar o problema recorrendo às características físicas que se conheçam, como dimensões, comportamento dos vários materiais sujeitos a algumas das leis bem conhecidas. É provável que não seja possível encontrar todas estas características por não ser possível entender certos comportamentos internos do que se pretende modelizar.

O segundo passo é a representação do que foi idealizado num modelo matemático usando as equações que governam o problema. Este passo pode ser dividido em quatro etapas, a primeira etapa consiste na discretização da região, ou seja, subdividir uma região num número finito de sub-regiões, a segunda etapa é a aproximação da solução, utilizando uma interpolação polinomial e a obtenção das equações de todos os elementos.

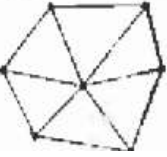
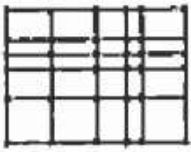

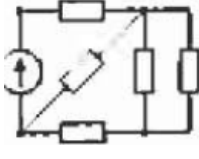

Alguns dos principais métodos utilizados para a resolução das equações são os seguintes, [33] e [34]:

- ❖ Método dos elementos finitos (*Finite Element Method*, FEM)
- ❖ Método das diferenças finitas (*Finite Differential Method*, FDM)
- ❖ Método dos elementos fronteira (*Boundary Element Method*, BEM)
- ❖ Circuito magnético equivalente (*Magnetic Equivalent Circuit*, MEC)
- ❖ Método do ponto espelhado (*Method Mirrored Point*, PMM)
- ❖ Método dos momentos (*Moment Method*, MM)
- ❖ Método *Montecarlo* (*MonteCarlo Method*, MCM)

De todos os métodos acima mencionados, estes são aplicados para problemas específicos de natureza temporal, geométrica ou linear, no entanto, o FEM é o mais usado devido à flexibilidade de análise estática ou transitória, integração de CAD para a construção geometria na maioria dos *softwares* existentes e condições lineares ou não lineares dos materiais utilizados.

A Tabela 2.2 apresenta alguns dos métodos e suas características.

Tabela 2.2 – Principais características de vários métodos numéricos (adaptado de [33])

Método	Discretização	Aproximação geométrica	Não lineares	Custo computacional
FEM		Bastante flexível	Possível	Alto
FDM		Inflexível	Possível	Alto
BEM		Bastante flexível	Problemático	Alto
MEC		Geometrias específicas	Possível	Muito baixo
PMM	 $m_1 \cdot q$ $m_2 \cdot q^*$	Geometrias simples	Por fatores constantes	Baixo

A terceira etapa inclui a condensação das equações de todos os elementos e a quarta etapa, consiste na resolução do sistema de equações polinomiais para a obtenção da solução final, [35].

No caso do FEM, as equações são resolvidas por métodos variacionais, destacando-se o método de *Rayleigh-Ritz* e o método de *Galerkin*. A diferença entre ambos os métodos consiste no uso de integrais ponderados no método de *Galerkin*, que difere da forma fraca usada pelo método de *Rayleigh-Ritz* apresentado no Capítulo 3, [36]. Existem outras técnicas para a resolução das equações diferenciais, tais como a de *Runge-Kutta* ou de *Euler*, [37].

Estes métodos de resolução das equações diferenciais são efetuados automaticamente nas aplicações atualmente existentes.

Algumas aplicações comerciais têm licenças gratuitas para estudantes, com algumas limitações destacando as duas limitações mais usuais que passam pela limitação do número de nós e elementos na criação da malha, ou sem qualquer limitação na construção da malha, mas com limite temporal. Outra opção para a simulação computacional poderá passar pela utilização de aplicações livres.

Algumas destas aplicações trazem várias ferramentas integradas para o estudo de:

- ❖ Estática;
- ❖ Eletromagnetismo;
- ❖ Transitórios;
- ❖ Estruturas;
- ❖ Térmico.

A lista seguinte não é exaustiva, contendo algumas das aplicações comerciais mais relevantes:

- ❖ *COMSOL Multi Physics, COMSOL*, [38];
- ❖ *MagNet, Infolytica*, [39];
- ❖ *Maxwell, ANSYS*, [40];
- ❖ *FLUX, CEDRAT Software*, [41];
- ❖ *JMAG-Designer, JMAG*, [42];
- ❖ *Integrated Engineering Software*, [43].

Listam-se as aplicações livres, algumas delas desenvolvidas em universidades e centros de investigação:

- ❖ *FEMM*, [44];
- ❖ *MaxFEM*, [45];
- ❖ *Agros2D*, [46];
- ❖ *Elmer*, [47];
- ❖ *GetDP*, [48].

Em [49] pode ser encontrado uma lista mais vasta de aplicações livres e comerciais disponíveis, sendo alguns desenvolvidos especificamente para o desenho e desenvolvimento de máquinas elétricas.

De uma forma geral, a simulação computacional é dividida em três fases distintas:

- ❖ Pré-processamento;
- ❖ Processamento;
- ❖ Pós-processamento.

No pré-processamento recorrendo a *software* apropriado aplicam-se técnicas de desenho assistido por computador (*Computer Aided Design, CAD*) sendo criado o modelo geométrico e inseridas as propriedades dos materiais e definidas as fronteiras do modelo computacional.

Na fase de processamento realiza-se o cálculo de todas as equações do modelo computacional, tarefa que pode ser relativamente rápida dependendo da complexidade do modelo geométrico, *e.g.*, se o CAD é em 2D ou 3D, e de se considerar ou não as não-linearidades das propriedades dos materiais envolvidos.

No pós-processamento são disponibilizados os vários parâmetros calculados no processamento, sendo possível a visualização e análise gráfica do modelo computacional desenvolvido.

A Figura 2.24 exemplifica resumidamente o controlo de todos os processos de análise.

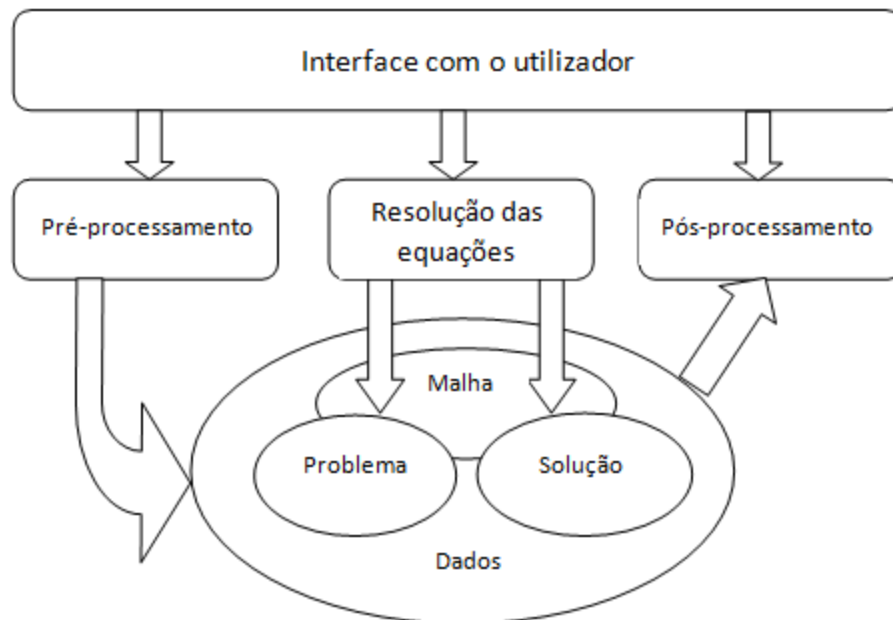


Figura 2.24 - Processos de controlo na análise do problema (adaptado de [33]).

2.4 – Conclusões

Verifica-se que é possível construir máquinas lineares com características eletromagnéticas similares às máquinas homólogas rotativas.

O aumento da produção de ímanes permanentes com melhores propriedades magnéticas, recorrendo às terras raras permitiu a redução das dimensões dos ímanes permanentes, impulsionando a produção deste tipo de máquinas, sendo aplicadas aos setores da indústria, transportes e produção de energia elétrica.

Estas máquinas podem ter uma constituição relativamente simples, ou de alguma complexidade, como por exemplo quando se recorre a soluções construtivas no arranjo *Halbach* de 8 ou mais ímanes permanentes.

A análise analítica é útil no caso de problemas com algum grau de simplificação e desde que se tenha conhecimento das equações físicas que regem o sistema, obtendo-se a solução exata das equações diferenciais parciais (EDP), utilizando transformações de sistemas complexos para sistemas mais simples.

No caso da análise numérica apesar de não se obter a solução exata das EDP's o FEM tem a vantagem de ser usado em qualquer problema com diferentes geometrias. Como na análise analítica, também neste caso há métodos diferentes (FDM, BEM, PMM...) mais apropriados para utilizar na resolução de diferentes tipos de problemas. Destacam-se também já algumas aplicações de simulação livres e comerciais com diferentes ferramentas já integradas para o pré-processamento, processamento e pós-processamento.

Capítulo 3

Modelação pelo método dos elementos finitos

3.1 – Introdução

Os fenómenos e grandezas que ocorrem no eletromagnetismo (EM) foram estabelecidas por cientistas anteriores a *James Clerk Maxwell* (1831-1879), é o caso de *André-Marie Ampère* (1775 -1836), *Carl Friedrich Gauss* (1777-1855), *Michael Faraday* (1791-1867), *Heinrich Lenz* (1804-1865), entre outros. No entanto, existia incompatibilidade entre as fórmulas e leis estabelecidas por estes. Em 1862, *Maxwell* introduziu um termo adicional na lei de *Ampère* e assim conseguiu sintetizar estes fenómenos e grandezas em quatro fórmulas com interdependência entre todas as variáveis, obtendo-se assim uma solução é única, [37].

O estudo dos fenómenos e problemas eletromagnéticos pode ser dividido em vários ramos como é apresentado no diagrama da Figura 3.1, evidenciando-se as áreas de estudo do campo magnético, sendo utilizado neste trabalho o estudo magnetostático.

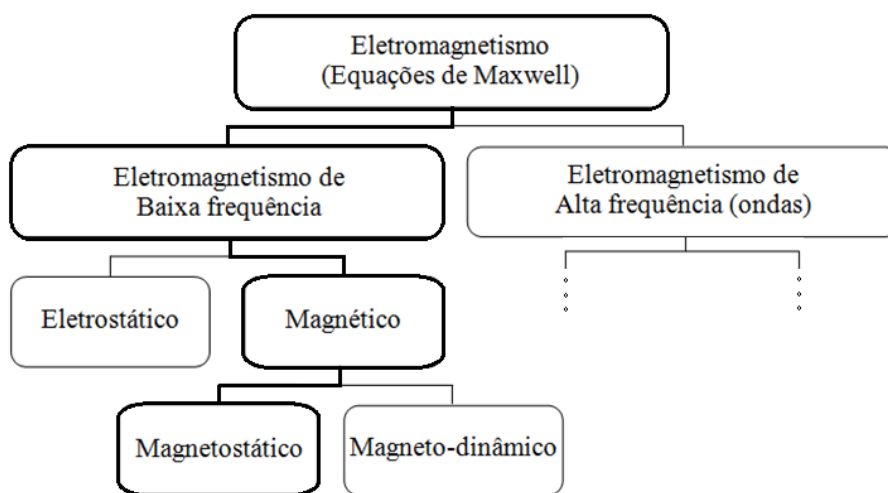


Figura 3.1 - Divisão eletromagnética para aplicações físicas, (adaptado de [37]).

A análise pelo método dos elementos finitos envolve quatro passos principais, o primeiro passo consiste na discretização, onde a região do problema a ser estudado é subdividido num

número finito de sub-regiões ou elementos mais pequenos, o segundo passo consiste na formulação das equações para os elementos típicos, o terceiro passo focaliza-se na junção de todas as equações dos elementos da região e o quarto passo consiste na resolução das equações do problema global, [50].

3.2 – Potencial magnético

Para o cálculo da magnitude e a distribuição da densidade de fluxo entre outros fenómenos eletromagnéticos é necessário considerar duas componentes vectoriais, mesmo em 2D. Assim alguns dos métodos computacionais utilizados são na forma de potenciais onde em muitos casos são quantidades escalares, [51].

Os potenciais normalmente usados são:

- ❖ Potencial escalar magnético, a_p - Este potencial é expresso em ampère-espira. Uma das grandezas onde é usado é no cálculo da força magneto motriz (FMM). É um escalar puro mesmo em 3D;
- ❖ Vetor potencial magnético, \vec{A} - Este potencial é expresso em weber-metro em direcção à componente vectorial a considerar e pela componente de corrente produzida por ele. É uma medida de fluxo. É uma grandeza vectorial.

3.3 – Equações de Maxwell

No sistema de coordenadas cartesiano, as funções podem depender das coordenadas parciais x , y e z , ou seja, uma função é representada pelas suas variáveis parciais $f(x,y,z)$.

O operador *Nabla*, ∇ , é usado em cálculo vectorial e define-se conforme (3.1).

$$\nabla = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.1)$$

Onde $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$ e $\frac{\partial}{\partial z}$ são derivadas parciais e \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} são os vetores unitários e ortogonais entre si, representando respetivamente as direcções dos eixos cartesianos, x , y e z , [37].

O *Nabla* é um operador matemático que, por si só, não é associado a qualquer significado geométrico. É a interação do operador *Nabla* com outras quantidades físicas que lhe confere significado geométrico, [37].

As equações de *Maxwell* são definidas tendo em consideração o espaço e o tempo e na forma diferencial e integral, para o estudo magnetostático o termo temporal é nulo. As equações (3.2) a (3.5) estão na forma diferencial.

$$\text{rot}\vec{H} = \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\text{div}\vec{B} = \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.3)$$

$$\text{rot}\vec{E} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.4)$$

$$\text{div}\vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (3.5)$$

Onde:

\vec{H} – Representa o campo magnético.

\vec{B} – Representa a densidade do fluxo magnético ou indução magnética.

\vec{E} – Representa o campo elétrico.

\vec{D} – Representa a densidade do fluxo elétrico ou campo de deslocamento elétrico.

\vec{J} – Representa a densidade de corrente elétrica.

ρ – Representa a densidade volúmica de carga.

ε – Representa a permissividade elétrica.

No caso de problemas estacionários as derivadas parciais de \vec{D} e \vec{B} são nulas.

As equações na forma integral, apresentam-se nas equações (3.6) a (3.9), [37].

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{J} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.6)$$

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3.7)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.8)$$

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_T \quad (3.9)$$

Onde em (3.9) Q_T representa a carga total. As equações (3.2) e (3.6) referem-se à lei de *Ampère*, as equações (3.3) e (3.7) representam a lei de *Gauss* para o magnetismo, as equações (3.4) e (3.8) representam a lei de *Faraday* para a indução, enquanto (3.5) e (3.9) representam a lei de *Gauss*, [37].

Estas equações completam-se com as equações de constituição, (3.10) e (3.11), respetivamente.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.10)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.11)$$

A (3.10) estabelece a relação entre as propriedades dos materiais e as grandezas magnéticas, enquanto a (3.11) estabelece a relação entre as propriedades dos materiais e as grandezas elétricas, onde μ representa a permeabilidade elétrica e σ a condutividade elétrica do meio.

3.4 – Condição fronteira

As equações diferenciais e as derivadas parciais apenas aceitam uma única solução, se inicialmente forem corretamente definidos condições fronteira no problema.

Considerando uma função desconhecida Φ_{front} , uma porção de fronteira Γ^1 que está contida em Γ , no qual pertencente a um domínio ζ , então a condição fronteira de *Dirichlet's* pode ser homogénea caso se verifique (3.12) ou não homogénea caso se verifique (3.13).

$$\Phi_{front} = 0 \text{ em } \Gamma^1 \quad (3.12)$$

$$\Phi_{front} = \Phi_f \text{ em } \Gamma^1 \quad (3.13)$$

Onde Φ_f é um valor existente na porção de fronteira Γ^1 .

Se tivermos uma porção Γ^2 contida em Γ , então a condição é homogénea de segundo tipo de *Neumann's* em (3.14), é homogénea de terceiro tipo no caso (3.15), em (3.16) a condição é não homogénea, também conhecida por condição de *Robin's*, [32] e [52].

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ em } \Gamma^2 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} + k\vec{A} = 0 \text{ em } \Gamma^2 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} + k\vec{A} = a_p \text{ em } \Gamma^2 \quad (3.16)$$

Onde a_p refere-se ao potencial magnético e \vec{A} é o vetor potencial magnético.

Na Figura 3.2 está representado as condições fronteira de *Neumann's* e *Dirichlet's* aplicado ao vetor potencial magnético \vec{A} . A condição de *Dirichlet's* as linhas da densidade do fluxo magnético \vec{B} são tangentes à fronteira e no caso da condição de *Neumann's* se a derivada em direção à normal é constante, então as linhas de potencial constante passam pela fronteira definida Γ^2 , [33].

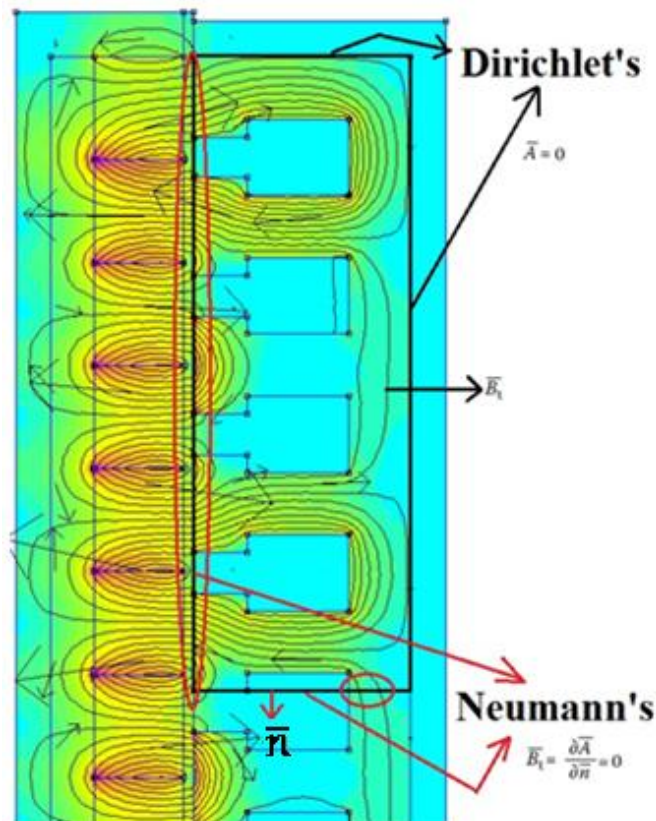


Figura 3.2 – Condições fronteira de *Dirichlet's* e de *Neumann's*.

3.5 – Método variacional (Rayleigh–Ritz)

Na resolução das equações diferenciais ordinárias (EDO) ou para as equações diferenciais parciais (EDP) usadas nos modelos em FEM, desenvolveram-se duas formas de resolução deste tipo de equações diferenciais, a chamada forma forte e a forma fraca.

A forma forte consiste na resolução direta das equações diferenciais que governam o problema físico e as condições de contorno, enquanto a forma fraca recorre aos métodos numéricos aproximados na forma de representações integrais das equações diferenciais que governam o problema físico. A forma forte requer continuidade nas soluções das variáveis dependentes, o mesmo não é necessário para a resolução dos integrais das equações diferenciais da forma fraca e independentemente das funções que definem as variáveis, elas têm de ser diferenciáveis até à ordem da equação diferencial que define o problema. A resolução direta das equações diferenciais na forma forte é difícil e limitada a casos onde os problemas físicos e as geometrias são relativamente simples, tal como também condições de contorno regulares. A forma fraca permite a aplicação de um método único para resolver diferentes tipos de problemas físicos, devido à transformação das equações diferenciais para a forma integral serem genéricos, podendo esta transformação ser empregue em diferentes tipos de equações diferenciais, [53].

Os métodos usados para a resolução na forma fraca são o método dos resíduos e o método variacional. O método *Rayleigh–Ritz* (MRR) é empregue na resolução dos integrais no *software* FEMM[®], [54].

O MRR é um método para minimizar um funcional. É um método direto porque não necessita de recorrer às equações diferenciais que definem o problema. Este método foi apresentado inicialmente por *Lord Rayleigh*. Mais tarde *Walther Ritz* criou um método relativamente parecido com o de *Lord Rayleigh* e após *Walther Ritz* ter publicado o seu segundo artigo, *Lord Rayleigh* dá os parabéns a *Walther Ritz* pelo trabalho desenvolvido, mas considera que não foi reconhecido o trabalho inicialmente feito por ele, [55] e [56].

O princípio variacional pode ser definido através de, (3.17).

$$I(\xi) = \int_S F(x, y, \xi, \xi_x, \xi_y) dS \quad (3.17)$$

Considerando a função operador definida por, (3.18).

$$L_{MRR}\xi = \chi \quad (3.18)$$

Onde L_{MRR} é um operador linear qualquer, ξ é uma função desconhecida e χ é a função original.

A solução de (3.18) minimiza o funcional (3.19).

$$I(\xi) = \langle L_{MRR}\xi, \xi \rangle - 2\langle \xi, \chi \rangle \quad (3.19)$$

O objetivo principal é minimizar o integral definido em, (3.17). No MRR são selecionadas funções específicas lineares e independentes, chamadas funções expansivas ou funções base u_n , para a construção de uma solução aproximada de (3.17), satisfazendo a condição fronteira. A solução é dada na forma de series finitas como em, (3.20).

$$\tilde{\xi} \simeq \sum_{n=1}^N a_n u_n + u_0 \quad (3.20)$$

Onde u_0 satisfaz a condição fronteira não homogénea e u_n satisfaz a condição fronteira homogénea, a_n são os coeficientes de expansão a serem determinados e $\tilde{\xi}$ a solução aproximada da solução exata, ξ . Substituindo (3.20) em (3.17) e convertendo o integral $I(\tilde{\xi})$ numa função com N coeficientes a_1, a_2, \dots, a_N , obtém-se (3.21).

$$I(\tilde{\xi}) = I(a_1, a_2, \dots, a_N) \quad (3.21)$$

A função (3.21) é mínima quando as derivadas parciais referentes a cada coeficiente forem nulas, conforme (3.22).

$$\frac{\partial I(\tilde{\xi})}{\partial a_1} = 0, \frac{\partial I(\tilde{\xi})}{\partial a_2} = 0, \dots, \frac{\partial I(\tilde{\xi})}{\partial a_N} = 0 \quad (3.22)$$

Desta forma obtém-se N equações simultâneas. O sistema de equações lineares algébricas obtidas são resolvidas para se descobrir os parâmetros a_N , que depois serão substituídos em (3.20). Se $\tilde{\xi} \rightarrow \xi$ tal como $N \rightarrow \infty$, então o procedimento converge para a solução exata.

Substituindo (3.20) em (3.19), ignorando u_0 , pois estes podem ser agrupados no lado direito da equação, obtém-se (3.23).

$$I(\tilde{\xi}) = \left\langle \sum_{m=1}^N a_m L_{MRR} u_m, \sum_{n=1}^N a_n u_n \right\rangle - 2 \left\langle \sum_{m=1}^N a_m u_m, \chi \right\rangle \quad (3.23)$$

Desenvolvendo (3.23), dá origem a (3.24).

$$\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \langle L_{MRR} u_m, u_n \rangle a_n a_m - 2 \sum_{m=1}^N \langle u_m, \chi \rangle a_m \quad (3.24)$$

Expandindo (3.24) em potências de a_m resulta em (3.25).

$$\begin{aligned} I(\xi) &= \langle L_{MRR} u_m, u_m \rangle a_m^2 \\ &+ \sum_{\substack{n \\ n \neq m}}^N \langle L_{MRR} u_m, u_n \rangle a_m a_n \\ &+ \sum_{\substack{k \\ k \neq m}}^N \langle L_{MRR} u_k, u_m \rangle a_k a_m - 2 \langle \chi, u_m \rangle a_m \\ &+ \text{termos que não contêm } a_m \end{aligned} \quad (3.25)$$

Um operador L_{MRR} é auto-adjunto se, $\langle L_{MRR} \xi, \chi \rangle = \langle \xi, L_{MRR} \chi \rangle$, [57]. Assumindo que L_{MRR} é auto-adjunto e substituindo k por n na segunda soma de, (3.25).

$$I(\xi) = \langle L_{MRR} u_m, u_m \rangle a_m^2 + 2 \sum_{\substack{n \\ n \neq m}}^N \langle L_{MRR} u_m, u_n \rangle a_n a_m - 2 \langle \chi, u_m \rangle a_m + \dots \quad (3.26)$$

Selecionando a_m para que o funcional $I(\xi)$ seja minimizado, a expressão (3.26) tem de satisfazer (3.22). Assim diferenciando (3.26) em ordem a a_m e igualando a zero, fica-se com, (3.27).

$$\sum_{n=1}^N \langle L_{MRR} u_m, u_n \rangle a_n = \langle \chi, u_m \rangle, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (3.27)$$

A equação (3.27) colocada na forma matricial origina, (3.28).

$$\begin{bmatrix} \langle L_{MRR} u_1, u_1 \rangle & \langle L_{MRR} u_1, u_2 \rangle & \dots & \langle L_{MRR} u_1, u_N \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle L_{MRR} u_N, u_1 \rangle & \langle L_{MRR} u_N, u_2 \rangle & \dots & \langle L_{MRR} u_N, u_N \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \chi, u_1 \rangle \\ \vdots \\ \langle \chi, u_N \rangle \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Ou na forma simbólica matricial fica como em (3.29).

$$[\mathbf{C}][\mathbf{K}] = [\mathbf{Y}] \quad (3.29)$$

Resolvendo (3.33) em ordem à matriz $[\mathbf{K}]$ e substituindo os parâmetros de expansão a_n em (3.20), obtém-se a solução aproximada, $\tilde{\xi}$. A forma matricial (3.28) chama-se sistema *Rayleigh-Ritz*.

As funções de expansão são seleccionadas para satisfazer a condição fronteira do problema. O parâmetro u_0 é escolhido para satisfazer a condição fronteira não homogénea, enquanto u_n ($n=1,2,\dots,N$) é escolhido para satisfazer a condição fronteira homogénea. Se as condições fronteira determinadas forem todas homogéneas (condições de *Dirichlet*), $u_0=0$. O MRR tem no entanto duas grandes limitações. A primeira limitação encontra-se no princípio variacional em (3.17), pois pode não existir o princípio variacional em alguns problemas quando as equações não são auto-adjuntas, *i.e.*, no caso das derivadas de ordem ímpar. A segunda limitação está na dificuldade ou às vezes, impossibilidade de achar as funções u_0 que satisfaçam as condições fronteira globais para geometrias mais complexas, [56].

3.6 – Discretização

Nesta secção abordam-se os elementos triangulares de 1ª ordem para discretização a 2D, exemplificando um método de cálculo do valor em cada nó.

3.6.1 – Elementos triangulares de 1ª ordem

Para se poder aplicar o FEM, é necessário subdividir a região relacionada com o problema, em sub-regiões chamadas elementos finitos. A esta subdivisão dá-se o nome de discretização. Na formação destes elementos, cada elemento não pode estar presente em dois meios diferentes, [58].

Na Figura 3.3 apresentam-se os diferentes conceitos a considerar para a aplicação do FEM num exemplo electrostático. Definem-se nós aos pontos x_1, x_2, x_3 e x_4 . O potencial eléctrico é definido pelos pontos v_1, v_2, v_3 e v_4 , no qual dois destes potenciais já se conhecem os valores devido às condições fronteira e estes potenciais são v_1 e v_4 , enquanto os potenciais v_2 e v_3 serão os que se irão calcular pelo FEM, [59].

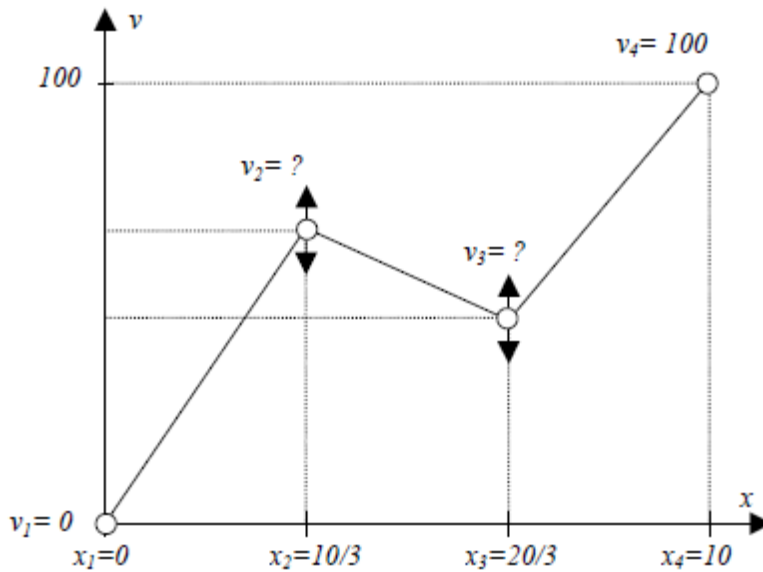


Figura 3.3 – Subdivisão do domínio em elementos finitos de primeira ordem, (retirado de [59]).

O funcional para o cálculo das variáveis v_2 e v_3 é dado por, (3.30).

$$W_c(v) = \frac{1}{2} \int_0^{10} \varepsilon \left[\frac{dv}{dx} \right]^2 dx - \int_0^{10} \rho v dx \quad (3.30)$$

Os elementos finitos estão contidos nos intervalos $[x_1, x_2]$, $[x_2, x_3]$ e $[x_3, x_4]$ onde é aplicada a interpolação para o cálculo do potencial elétrico. Para a aplicação do método variacional é necessário que exista continuidade do potencial em todos os nós, aplicando-se a interpolação linear. Para o elemento $[x_i, x_{i+1}]$ o valor do potencial é dado por, (3.31).

$$v(x) = v_i \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} + v_{i+1} \frac{x_i - x}{x_i - x_{i+1}} \quad (3.31)$$

E para o gradiente é dado por, (3.32).

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v_{i+1} - v_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (3.32)$$

Para o cálculo dos valores dos potenciais desconhecidos v_2 e v_3 usa-se o funcional (3.30) e onde será inserida a função $v(x)$ definida em (3.31), depois desta obter-se-ão os valores dos potenciais desconhecidos.

A subdivisão do domínio permite que o funcional seja obtido através da soma dos integrais sobre os elementos finitos e expresso de forma simbólica por, (3.33).

$$W_c = \int_0^{10} = \int_{x_1}^{x_2} + \int_{x_2}^{x_3} + \int_{x_3}^{x_4} = W_{c1} + W_{c2} + W_{c3} \quad (3.33)$$

A contribuição de W_{ci} no elemento $[x_i, x_{i+1}]$ é escrito por, (3.34).

$$\begin{aligned} W_{ci} &= \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \varepsilon \left[\frac{v_{i+1} - v_i}{x_{i+1} - x_i} \right]^2 dx - \int_{x_i}^{x_{i+1}} \rho \left[v_i \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} + v_{i+1} \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right] dx = \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon \frac{[v_{i+1} - v_i]^2}{x_{i+1} - x_i} - \frac{1}{2} \rho [v_{i+1} + v_i] [x_{i+1} - x_i] \end{aligned} \quad (3.34)$$

Substituindo as variáveis genéricas pelas variáveis da Figura 3.3, o integral vem como, (3.35).

$$\begin{aligned} W_c &= \frac{1}{2} \varepsilon \frac{[v_2 - v_1]^2}{x_2 - x_1} - \frac{1}{2} \rho [v_2 + v_1] [x_2 - x_1] \\ &+ \frac{1}{2} \varepsilon \frac{[v_3 - v_2]^2}{x_3 - x_2} - \frac{1}{2} \rho [v_3 + v_2] [x_3 - x_2] \\ &+ \frac{1}{2} \varepsilon \frac{[v_4 - v_3]^2}{x_4 - x_3} - \frac{1}{2} \rho [v_4 + v_3] [x_4 - x_3] \end{aligned} \quad (3.35)$$

As condições estacionárias de W_c respeitantes às duas variáveis v_2 e v_3 , resultam nas seguintes duas equações, (3.36).

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_c}{\partial v_2} &= \varepsilon \frac{v_2 - v_1}{x_2 - x_1} - \frac{1}{2} \rho [x_2 - x_1] - \varepsilon \frac{v_3 - v_2}{x_3 - x_2} - \frac{1}{2} \rho [x_3 - x_2] \\ \frac{\partial W_c}{\partial v_3} &= \varepsilon \frac{v_3 - v_2}{x_3 - x_2} - \frac{1}{2} \rho [x_3 - x_2] - \varepsilon \frac{v_4 - v_3}{x_4 - x_3} - \frac{1}{2} \rho [x_4 - x_3] \end{aligned} \quad (3.36)$$

Considerando fixa a relação entre a permitividade elétrica e a densidade da carga elétrica, conforme (3.37).

$$\frac{\rho}{\varepsilon} = 1 \quad (3.37)$$

Obtém-se assim as duas equações para as duas incógnitas v_2 e v_3 , conforme (3.38).

$$\begin{aligned} \frac{3v_2}{5} - \frac{3v_3}{10} &= \frac{10}{3} \\ -\frac{3v_2}{10} + \frac{3v_3}{5} &= \frac{100}{3} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Sendo a solução geral das duas incógnitas v_2 e v_3 expresso por, (3.39).

$$\begin{aligned}v_2 &= \frac{400}{9} = 44,4(4) \text{ V} \\v_3 &= \frac{700}{9} = 77,7(7) \text{ V}\end{aligned}\tag{3.39}$$

3.7 – Ferramentas utilizadas

A aplicação para a criação do modelo em FEM usada foi o FEMM[®], versão 4.2, desenvolvida por *David Meeker*, [44]. O programa FEMM[®] é constituído por vários subprogramas que permitem o estudo de problemas eletromagnéticos de baixa frequência, em 2D no domínio planar ou axissimétrico, sendo o presente trabalho realizado no domínio axissimétrico.

Permite também abordar os problemas magnetostáticos, magneto-harmónicos, permitindo a análise envolvendo materiais com propriedades magnéticas lineares e não lineares, electrostáticos e problemas de fluxo de calor em regime estacionário.

O método utilizado para a resolução das equações diferenciais é o método variacional.

A aplicação divide-se em três partes;

- ❖ A parte interativa (*femm.exe*) que tem como principal objetivo a interface com o utilizador para a parte de pré-processamento e pós-processamento. Contém uma interface CAD para o desenho em 2D da geometria do modelo, escolha de materiais e definição da fronteira. No pós-processamento é possível obter vários valores recorrendo à resolução de integrais, desenho de gráficos e verificação do comportamento de campos (fluxo, densidade de fluxo, calor).
- ❖ Para a discretização é usado o programa *Triangle (triangle.exe)*, desenvolvido por *Jonathan Shewchuk* e onde pode ser consultada documentação adicional em [60].
- ❖ Por último, existem dois programas para a resolução das equações diferenciais parciais, um específico para problemas magnéticos (*fkern.exe*) e o outro para a resolução de problemas electrostáticos (*belasolv.exe*).

No presente trabalho, os elementos criados são elementos triangulares de primeira ordem.

A Figura 3.4 apresenta um exemplo da discretização do modelo usado neste trabalho e em pormenor a malha criada no entreferro.

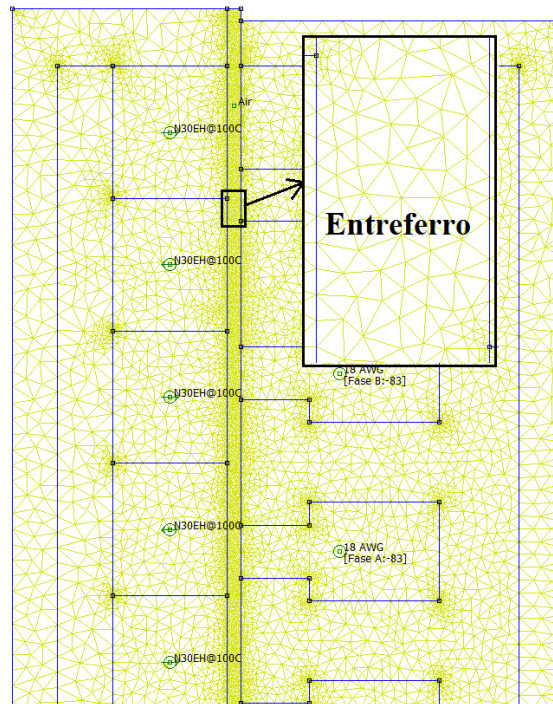


Figura 3.4 – Discretização do modelo em estudo por elementos triangulares de 1ª ordem.

A linguagem de programação Lua[®] é integrada na parte interativa (*femm.exe*) e permite criar o modelo automaticamente, incluindo a escolha de materiais, agrupamento de segmentos ou nós, definição da fronteira, escolha do número de espiras e sentido do enrolamento. Na fase de pós-processamento é possível retirar valores e grava-los em ficheiro para posterior análise.

Todos os campos da aplicação que sejam editáveis, é possível passar valores via linguagem Lua[®] incluindo até formulas.

Outra ferramenta que faz parte é a possibilidade de interligação entre aplicação FEMM[®] e o MatLab/Simulink[®]. Esta ferramenta permite adaptar o código Lua[®] para código Matlab[®] (ficheiros *.m) e interagir com o Simulink[®] através de um bloco “*embedded function*”, [53].

3.8 – Conclusões

Após vários cientistas terem formulado as equações principais relacionadas com o eletromagnetismo, estas não eram compatíveis entre elas, ou seja não existia uma única solução para o problema em causa. Assim a contribuição de *Maxwell* foi determinante para

que existisse uma interdependência entre as várias equações que regem o domínio eletromagnético.

Para contornar o problema para obter uma solução geral que em simultâneo satisfaça as equações de *Maxwell* para problemas físicos eletromagnéticos, criou-se uma grandeza vetorial auxiliar, o vetor potencial \vec{A} . Desta forma, obtém-se uma equação equivalente para as equações de *Maxwell* que regem o problema físico.

A contribuição relevante para o eletromagnetismo foi a introdução da componente temporal, estabelecendo uma ligação entre as várias formulações dos fenómenos físicos e magnéticos existentes na época, tendo sido um dos maiores contributos para a física clássica.

Para que as equações diferenciais tenham apenas uma única solução, é necessário restringir o domínio do problema, recorrendo-se assim à definição de fronteiras.

O MRR é uma das formas diretas para minimizar um funcional definido pelas equações polinomiais resultantes das equações diferenciais que regem o problema físico. Como não necessita de recorrer às formas diferenciais, enquadra-se no método da forma fraca. Este é o método empregue no *software*, FEMM[®] para a resolução das equações polinomiais.

No cálculo dos elementos triangulares de 1ª ordem, é usada a interpolação linear para o cálculo do potencial elétrico. Sem continuidade do potencial elétrico não é possível posteriormente aplicar o método variacional. No entanto para se obterem resultados próximos da realidade é necessário subdividir a região do problema em sub-regiões mais pequenas, ou seja é necessário efetuar a discretização do problema. Quanto mais sub-regiões existirem maior será o custo computacional e que poderá não trazer melhores resultados.

Verifica-se que a aplicação FEMM[®] é suficiente para o estudo de problemas magnetostáticos, estáticos e de fluxo de calor mas apenas em modo estacionário. Das ferramentas que possui para um *software* livre destaca-se a possibilidade de transferência bidirecional de dados entre o FEMM[®] e o MatLab/Simulink[®], a construção geométrica automatizada e análise pós-processamento.

Capítulo 4

Construção do modelo de elementos finitos

4.1 – Motor linear tubular considerado

A Máquina Linear Tubular de Ímanes Permanentes (MLT-IP) utilizada foi fabricada pela marca *California Linear Devices* - CLD[61] modelo 40206D12T-LCB-CV[62], entretanto adquirida pela *Moog Inc.* O rotor é constituído por ímanes permanentes posicionados de forma radial e o estator é constituído por 18 bobinas inseridas num núcleo ferromagnético. As bobinas L10 à L18 têm o enrolamento oposto às bobinas L1 a L9, perfazendo 6 polos.

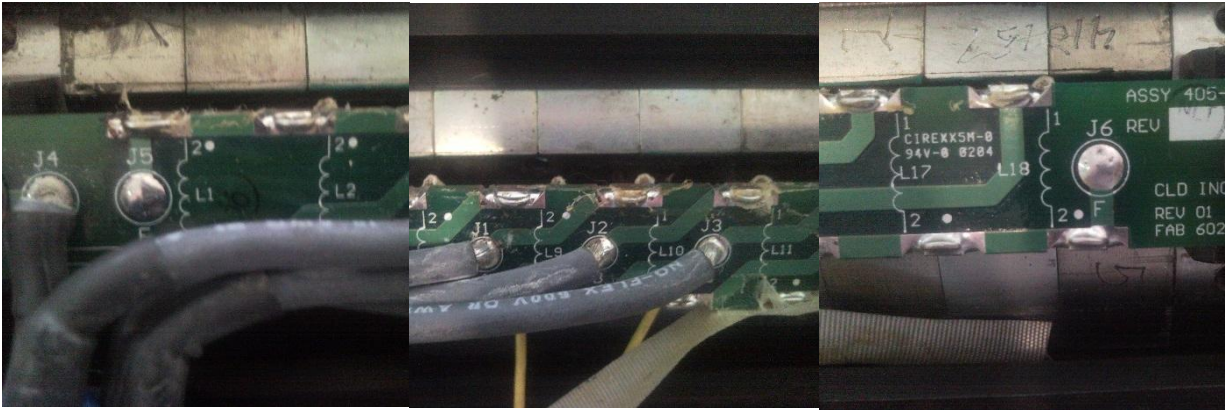
A máquina é constituída por uma placa de circuito impresso, onde interliga as 18 bobinas e com acesso exterior ao ponto comum da ligação em estrela.

A Figura 4.1 apresenta a MLT-IP com o acesso ao circuito de ligação das bobinas disponível.



Figura 4.1 – Placa de ligação das bobinas no estator.

As junções J5 e J6 são o ponto comum da ligação em estrela e a junção J4 é o ponto de acesso do exterior conforme ilustrado na Figura 4.2.



a)

b)

c)

Figura 4.2 – Pontos de junção da placa de circuito impresso: Acesso exterior ao ponto comum da estrela J4 e Interligação com o extremo da placa de circuito impresso J5 a), ligação das três fases J1, J2 e J3 b) e interligação entre a junção J5 e J6 c).

De acordo com o circuito da placa de ligação das bobinas da Figura 4.1 e Figura 4.2, construiu-se o esquema de ligação das bobinas conforme a Figura 4.3.

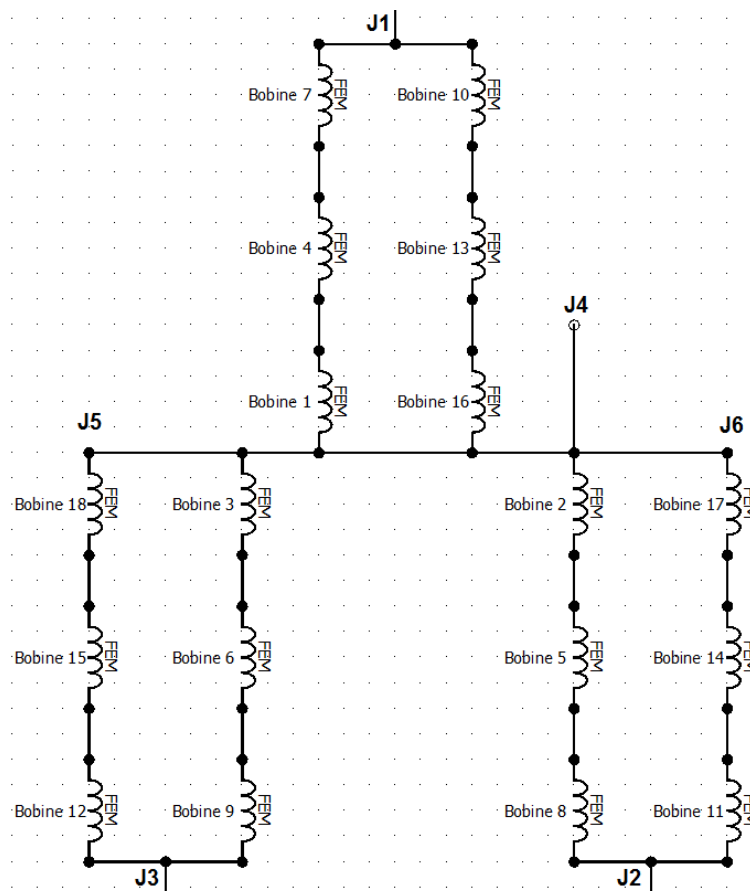


Figura 4.3 – Esquema de ligação das bobinas da MLT-IP.

Em pormenor a placa de circuito impresso da Figura 4.1, ilustrado na Figura 4.4.

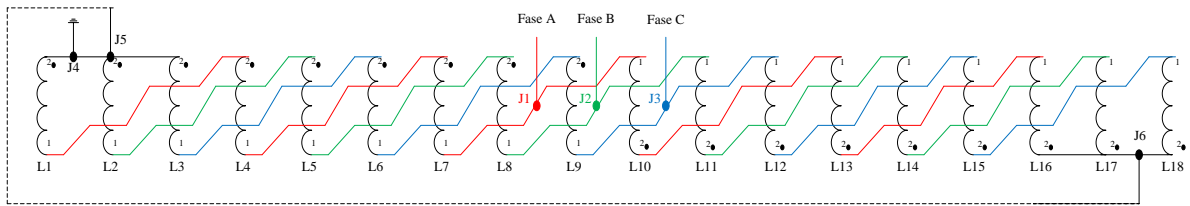


Figura 4.4 – Pormenor da placa de circuito impresso da MLT-IP.

4.2 – Estrutura do modelo de elementos finitos

Nesta secção apresentam-se as sub-rotinas criadas para a construção do modelo e explica-se o pseudo-código de cada uma.

4.2.1 – Sub-rotinas desenvolvidas na construção e otimização do modelo

❖ Configuração geral do modelo - “Variaveis.lua”.

Este ficheiro encontra-se dividido em oito secções, cada uma delas com as variáveis globais que serão utilizadas em todo o modelo.

A primeira secção estão as variáveis para a definição do problema no programa FEMM[®].

Na segunda secção encontra-se as variáveis para o movimento do veio e início ou não da análise do modelo.

A terceira secção tem as variáveis para a construção do estator, materiais utilizados, bitola e formato interno das cavas. O número de espiras é calculado automaticamente de acordo com o formato interno da cava, fator de enchimento e tipo de bitola, no entanto é necessário atribuir um valor, que será reduzido caso seja impossível colocar esse número de espiras dentro da cava.

A quarta secção é constituída pelas variáveis para a construção do veio e escolha de materiais.

Na quinta secção contém as variáveis de configuração da malha.

Na sexta secção estão as variáveis para o circuito elétrico.

Na sétima secção estão as variáveis para a definição da fronteira.

E por último as variáveis relacionadas com a sub-rotina “*Analise.lua*”.

- ❖ “*MLT-IP.lua*” - Ficheiro principal do modelo, onde são desencadeadas as restantes sub-rotinas, sendo o seu pseudo-código representado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Pseudo-código da sub-rotina “*MLT-IP.lua*”

<p><i>Início</i></p> <p><i>Liga às sub-rotinas “Variaveis.lua”, “Estator.lua”, “Veio.lua”, “Fronteira.lua”, “Mover.lua” e “Analise.lua”;</i></p> <p><i>Cria problema em FEMM;</i></p> <p><i>Constrói o veio;</i></p> <p><i>Constrói o estator;</i></p> <p><i>Define a fronteira;</i></p> <p><i>Grava modelo;</i></p> <p><i>Inicia o movimento e análise;</i></p> <p><i>Fim</i></p>
--

- ❖ “*Veio.lua*” - Cria o eixo interno da máquina e associa material, sendo o seu pseudo-código representado na Tabela 4.2. Atribuíram-se grupos diferentes, tanto ao veio como ao estator, para separar as duas áreas e assim poder-se mover apenas o veio nas simulações.

Tabela 4.2 – Pseudo-código da sub-rotina “*Veio.lua*”

<p style="text-align: center;"><i>Início</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Liga à sub-rotina “Materiais.lua”;</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Atribui materiais aos ímanes e ao exterior do veio;</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Constrói os ímanes;</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Atribui o grupo 30 aos segmentos e nós;</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Atribui material ao interior do veio;</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Retorna o valor do fim do veio;</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Fim</i></p>

- ❖ “*Estator.lua*” - Cria a estrutura e atribui o material do estator, forma de laminação, forma de enrolamento e bitola das bobinas, sendo o seu pseudo-código representado na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Pseudo-código da sub-rotina “*Estator.lua*”

<p style="text-align: center;"><i>Início</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Liga às sub-rotinas “Materiais.lua” e “Circuito.lua”</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Atribuição de valores às variáveis locais</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Criação dos materiais do estator, entreferro e bobinas</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Criação do circuito (corrente e tipo de ligação)</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Construção do interior da cava</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Cálculo da área da cava</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Cálculo do número de espiras</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Criação do exterior do estator</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Atribuição dos materiais ao estator, entreferro e bobinas</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Fim</i></p>
--

- ❖ “*MatrixFases.lua*” - Tem a função de atribuir o nome das fases em cada cava, sendo o seu pseudo-código representado na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Pseudo-código da sub-rotina “*MatrixFases.lua*”

<p><i>Início</i></p> <p><i>Atribuição do nome das bobinas</i></p> <p><i>Fim</i></p>

- ❖ “*Materiais.lua*” - Neste ficheiro está definido qual a bitola usada e a escolha dos materiais da biblioteca do programa FEMM[®], sendo o seu pseudo-código representado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Pseudo-código da sub-rotina “*Materiais.lua*”

<p><i>Início</i></p> <p><i>Procedimento para atribuição de diferentes materiais</i></p> <p><i>Fim</i></p>

- ❖ “*Fronteira.lua*” - Após a finalização da construção geometria do modelo é definido os limites da fronteira, sendo o seu pseudo-código representado na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Pseudo-código da sub-rotina “*Fronteira.lua*”

<p><i>Início</i></p> <p><i>Criação dos nós</i></p> <p><i>Criação dos segmentos</i></p> <p><i>Seleção dos segmentos</i></p> <p><i>Atribuição de grupo fronteira</i></p> <p><i>Atribuição de materiais à fronteira</i></p> <p><i>Fim</i></p>
--

- ❖ “*Analise.lua*” - Inicia a análise do modelo.

Esta sub-rotina é dividida em dois procedimentos, o primeiro procedimento com o nome *CriaFicheiro* tem a função de criar os ficheiros de dados e o segundo procedimento com o nome *Analise* tem como função inicializar a análise ao modelo, sendo o seu pseudo-código representado na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Pseudo-código da sub-rotina “*Analise.lua*”

Procedimento	Pseudo-código
<i>CriaFicheiro</i>	<p style="text-align: center;"><i>Início</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Cria ficheiro</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Retorna nome do ficheiro</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Fim</i></p>
<i>Analise</i>	<p style="text-align: center;"><i>Início</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Ligação à sub-rotina “Saturacao.lua”</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Início da análise</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Carregamento da solução</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Grava imagem do resultado</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Grava resultados da análise no ficheiro “Dados.csv”</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Chama a sub-rotina “Saturacao.lua”</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Fim</i></p>

- ❖ “*Saturacao.lua*” - Tem como finalidade monitorizar e registar em ficheiro se há ou não saturação magnética na estrutura da máquina, sendo o seu pseudo-código representado na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Pseudo-código da sub-rotina “Saturacao.lua”

<p><i>Início</i></p> <p><i>Grava para o ficheiro “Saturacao.csv” o valor de Br e Hr de todas as cavas.</i></p> <p><i>Fim</i></p>
--

A Figura 4.5 apresenta as várias etapas desde a construção do modelo, até às opções existentes para a realização da análise de elementos finitos do modelo desenvolvido.

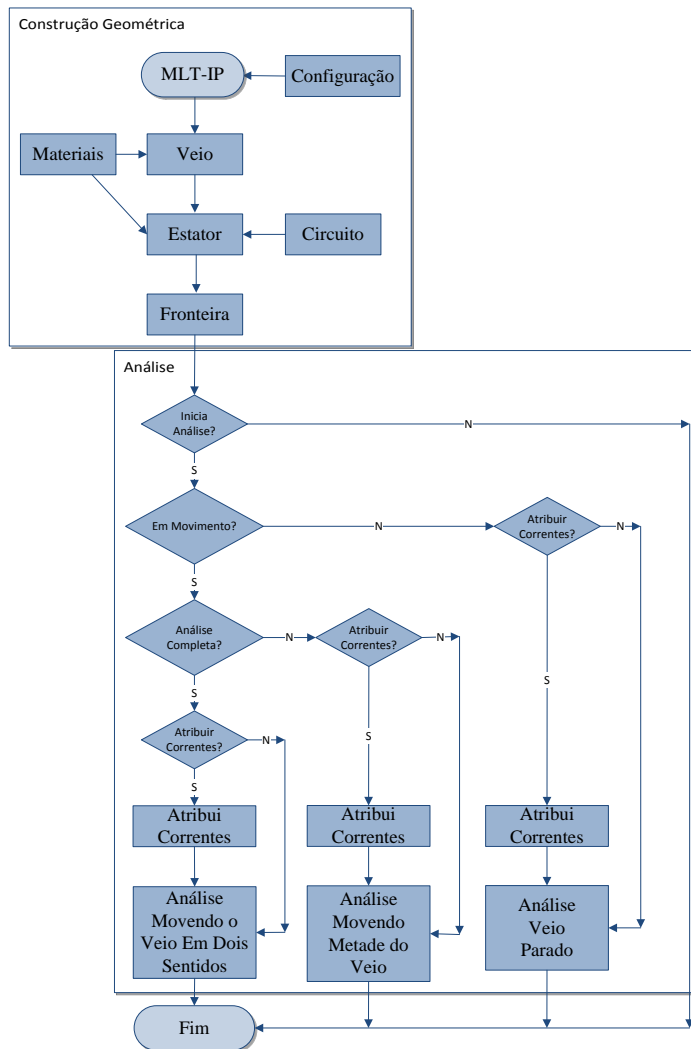


Figura 4.5 – Etapas principais do modelo.

4.3 – Variáveis globais da construção geométrica e análise

Nesta secção é feita uma correspondência entre as variáveis gerais que são possíveis de alterar e a localização delas no modelo de elementos finitos. Para que seja mais explícito a visualização do nome das variáveis foi retirado os comentários existentes no ficheiro “*Variaveis.lua*” apenas para a criação das imagens.

4.3.1 – Localização das variáveis

Na Figura 4.6 apresentam-se as variáveis necessárias para inicializar a criação do modelo da MLT-IP no *software* FEMM[®].

```

--#####
-- DOMINIO DO PROBLEMA
--#####
Dominio=0 --0=> Magnetostatico
--#####
-- VARIÁVEIS PARA O PROBLEMA
--#####
TipoProblema="axi"
UnidadesComprimento="millimeters"
Frequencia=0
Profundidade2D="d"
PrecisaoSolver=1E-8
AnguloMalha=29
Solver="Succ. Approx"
    
```

Figura 4.6 – Variáveis para a definição do problema.

As definições e funcionalidades das variáveis de inicialização são:

- ❖ “*Dominio*” – Seleciona-se o domínio do problema, neste caso magnetostático;
- ❖ “*TipoProblema*” – Serve para escolher o tipo de problema, se é um problema planar ou axissimétrico;
- ❖ “*UnidadesComprimento*” – Escolha das unidades de comprimento a usar no modelo;
- ❖ “*Frequencia*” – Frequência elétrica que se deve escolher para o problema;
- ❖ “*Profundidade2D*” - É válida apenas para problemas planares, como a variável “*TipoProblema*” tem a opção “axi”, “*Profundidade2D*” pode assumir qualquer valor, sem qualquer influência para a configuração do problema axissimétrico;

- ❖ “*PrecisaoSolver*” – É o erro máximo admissível do resíduo, quando são calculadas as equações diferenciais. Quanto menor for, maior é o custo computacional em tempo de processamento;
- ❖ “*ÂnguloMalha*” – Na discretização do domínio em elementos triangulares de 1ª ordem, o valor aqui colocado é um dos ângulos internos dos elementos triangulares. Tem um valor máximo e mínimo e este valor deve ser ajustado caso não seja possível criar a malha;
- ❖ “*Solver*” – Tipo de *solver* a usar. Possíveis opções “Succ. Approx” e “Newton”.

Na Figura 4.7 apresenta-se a lista das variáveis para controlo do movimento do veio, na pré-análise com vista a otimização das dimensões internas da máquina.

```
--#####:
-- VARIÁVEIS PARA O MOVIMENTO
--#####:
Incremento=1
NSimulacoes=60
Analisa="Sim"
Movimento="Metade"
Repeticoes=1
```

Figura 4.7 - Variáveis usadas para otimização do modelo inicial.

Descrevem-se as variáveis de otimização:

- ❖ “*Incremento*” – É o valor que o veio se deve deslocar. O valor é em milímetros;
- ❖ “*NSimulacoes*” – Serve para testar o modelo com deslocamentos e correntes gravados em ficheiro, mas que não se pretenda fazer a totalidade dos dados, mas sim apenas um certo número de simulações;
- ❖ “*Analisa*” – Quando é carregado o ficheiro “*Mlt-ip.lua*” no FEMM[®], pode ser iniciado logo o processamento ou apenas o desenho geométrico do modelo. Com a opção “Sim” inicia a análise, com a opção “Nao” apenas faz o desenho do modelo;
- ❖ “*Movimento*” – Permite especificar se o veio fica “Parado”, se movimenta apenas “Metade” ou se faz o movimento “Completo”, ou seja, se sobe e depois desce. A opção de “Completo” permitiu verificar que o veio não se moveria mais que o limite do estator. Quando interligado com o PEL, o movimento completo não é implementado, movendo-se apenas 0,3 m;

- ❖ “**Repeticoes**” – Serve para especificar o número de vezes que o veio sobe e desce. Como está relacionada com a variável “**Movimento**”, não tem utilidade quando interligado com o PEL, pois o movimento do veio é inteiramente controlado pela posição vinda PEL.

A Figura 4.8 lista as variáveis para a criação do estator.

```
--#####
--  VARIÁVEIS PARA A CONSTRUÇÃO DO ESTATOR
--#####
DenteCava="Recto"
EspessuraExterior=3
rDenteCava=3
zDenteCava=1.9
EspessuraCavas=8
EspessuraTopos=3
CompMax=288
LarguraMax=22.495
EntreFerro=0.5
EnchimentoCava=0.70
NCavas=18
GrupoEstator=20
Bitola="18 AWG"
Espiras=500
MatEst="M-45 Steel"
OrientacaoLaminas=1
MatEntreFerro="Air"
RaioPequeno=0
RaioGrande=0
MaxSeg=1
Angulo=90
```

Figura 4.8 - Variáveis utilizadas para a criação do estator.

Definem-se as variáveis para a criação do estator:

- ❖ “**DenteCava**” - A variável “**DenteCava**” pode ter duas opções, as palavras “**Recto**” ou “**Curvo**”. Se tiver a opção “**Curvo**” e as variáveis “**RaioGrande**” ou “**RaioPequeno**” tiverem a opção “0” (zero), então não será feito qualquer curva no interior da cava e as variáveis “**zDenteCava**” e “**rDenteCava**” não têm qualquer influência. Se tiver a opção “**Recto**” então ficam sem qualquer influência as variáveis “**RaioGrande**” ou “**RaioPequeno**” e as variáveis “**zDenteCava**” e “**rDenteCava**” vão configurar o topo do dente da cava como é apresentado na Figura 4.14 e em pormenor na Figura 4.15;
- ❖ Das variáveis “**EspessuraExterior**” até “**EntreFerro**” são variáveis que se referem as dimensões no modelo e podem ser localizadas na Figura 4.14, à exceção da variável “**CompMax**” que contém o valor do comprimento do estator;
- ❖ “**EnchimentoCava**” – Especifica o valor em que o espaço dentro da cava é preenchido pelas espiras e é sensivelmente de 70%;

- ❖ “*NCavas*” – Refere-se ao número de bobinas existentes na máquina;
- ❖ “*GrupoEstator*” – Especifica o grupo a que o estator está associado;
- ❖ “*Bitola*” – Especifica o tipo de condutor utilizado para a construção das bobinas. Este valor foi possível retirar da própria máquina e o condutor utilizado tem cerca de 1mm de diâmetro, que corresponde ao “18 AWG” no sistema de referência de condutores *American Wire Gauge*. Existe a opção de alterar este valor desde “15 AWG” até “28 AWG”. Esta lista de condutores e o respetivo diâmetro encontra-se no ficheiro “*Materiais.lua*”. O valor do diâmetro é necessária para o cálculo automático do número de espiras;
- ❖ “*Espiras*” – Especifica o número de espiras a utilizar. Este valor é apenas automaticamente reduzido, dependendo do formato interno da cava que se pretenda desenhar, ou seja, o número a introduzir deve ser sempre por excesso. O valor de 500 espiras foi testado para o máximo de área possível de ter disponível sem ocorrência de erros no desenho;
- ❖ “*MatEst*” – Não se sabe qual o material utilizado no estator, escolhendo-se a opção “M-45 Steel” por ser vulgarmente utilizado na construção de motores elétricos;
- ❖ “*OrientacaoLaminas*” – Especifica a orientação das lâminas no estator. As opções disponíveis para a laminação do estator são, paralela ao plano “0” (zero), paralela ao eixo *rr* (axissimétrico) “1”, paralela ao eixo *zz* (axissimétrico) “2”;
- ❖ “*MatEntreFerro*” – Material utilizado no entreferro;
- ❖ “*MaxSeg*” – Especifica a espessura do traço no arco desenhado. O valor varia entre “0,01” e “10”, sendo “10” o mais espesso;
- ❖ “*Ângulo*” – Especifica o nível de curvatura do arco desenhado. Se tiver o valor “1” desenha uma reta, se tiver o valor “180” desenha metade de uma circunferência.

A Figura 4.9 lista as variáveis gerais para a construção do veio.

```

--#####
-- VARIÁVEIS PARA A CONSTRUÇÃO DO VEIO
--#####
InicioVeio=9.525
LarguraIman=14.875
LarguraEixoInterno=1
PassoPolar=11.7094
AjusteVeio=0
NImans=60
Orientacao=180
Posicao="H"
GrupoVeio=30
MatVeio="316 Stainless Steel"
MatImans="NdFeB 52 MGOe"

```

Figura 4.9 - Variáveis para a construção do veio.

As características e utilidades das variáveis representadas na Figura 4.9 são:

- ❖ “*InicioVeio*” – Especifica o início da construção do veio;
- ❖ “*LarguraIman*” – Dimensão do íman segundo o eixo *rr* (axissimétrico);
- ❖ “*LarguraEixoInterno*” – Os ímanes são suportados por um tubo interno, segundo desenhos técnicos disponíveis do fabricante. O valor a colocar refere-se à espessura desse tubo;
- ❖ “*PassoPolar*” – Dimensão do íman segundo o eixo *zz* (axissimétrico). Este valor é disponibilizado pelo fabricante;
- ❖ “*NImans*” – Valor aproximado segundo o valor do “*PassoPolar*” e do comprimento total do eixo;
- ❖ “*Orientacao*” – Especifica o valor de orientação magnética dos ímanes. Os valores “45” e “90” criam arranjos *Hallbach* de 8 ou 4 ímanes respetivamente. O valor de “180” cria um arranjo radial e o valor de “0” (zero) cria um arranjo axial;
- ❖ “*Posicao*” – É possível atribuir duas opções, “V” ou “H”. Com a opção “H” e tendo a variável “*Orientacao*” com o valor de “180” é desenhado um arranjo de ímanes em forma radial, se for colocado “V” é desenhado um arranjo axial;
- ❖ “*GrupoVeio*” – Atribui um grupo ao veio. Deve ser diferente do valor atribuído ao estator para ser possível mover apenas o veio nas simulações;
- ❖ “*MatVeio*” – Material utilizado no tubo interno, sendo escolhido “316 Stainless Steel”;
- ❖ “*MatImans*” – O íman usado é “NdFeB 52 MGOe” com 891300A/m de energia coerciva, 0.667 MS/m de condutividade elétrica, permeabilidade relativa linear de

1,05 e 52 MGOe (MegaGauss Oersteds) de energia magnética. A escolha deste íman permitiu obterem-se valores para a força eletromotriz (fem) próximos dos valores fornecidos pela documentação técnica da MLT-IP.

Na Figura 4.10 encontra-se a configuração do tamanho dos elementos de todas as áreas da máquina. Quanto menor for o valor atribuído, maior será o número de nós e elementos.

```

--#####
--      CONFIGURAÇÃO DAS MALHAS
--#####
MeshFases=1
MeshEstator=1
MeshImans=1
MeshVeio=1.5
MeshEntreFerro=0.15
MeshFronteira=1.5
    
```

Figura 4.10 - Configuração do tamanho dos elementos na malha.

A Figura 4.11 contém os parâmetros para configurar o circuito elétrico.

```

--#####
--      CONFIGURAÇÃO DO CIRCUITO ELECTRICO
--#####
Corrente=0
TipoLigacao=1
CarregarCorrentes="Sim"
DadosIa="ic.txt"
DadosIb="ib.txt"
DadosIc="ia.txt"
CarregarPosicao="Sim"
DadosPosicao="inc.txt"
Ia=0
Ib=0
Ic=0
    
```

Figura 4.11 - Propriedades do circuito elétrico (estator).

Definem-se as variáveis de configuração dos circuitos elétricos da MLT-IP:

- ❖ “*Corrente*” – Variável utilizada na criação do circuito;
- ❖ “*TipoLigacao*” – Variável para especificar se a corrente nas bobinas é considerada como densidade de corrente \vec{J} , conhecida por ligação paralelo e a opção é a “0” (zero), ou levar em conta o número de espiras, conhecida por ligação serie e a opção é “1”;
- ❖ “*CarregarCorrentes*” – Caso se pretenda carregar valores de correntes e posição do veio automaticamente, escolher a opção “Sim”, caso contrário escolher a opção

- “Nao”. Se a opção for “Sim” todos os ficheiros terão de ser especificados nas variáveis “*DadosIa*”, “*DadosIb*” e “*DadosIc*”;
- ❖ “*CarregarPosicao*” – Permite carregar incrementos para o deslocamento do veio de um ficheiro de dados. O nome do ficheiro é colocado na variável “*DadosPosicao*”;
 - ❖ “*Ia*”, “*Ib*” e “*Ic*” – Caso se pretenda atribuir valores de corrente especificamente a cada fase, deve-se alterar a variável “*CarregarCorrentes*” para “Nao”. A variável “*CarregarCorrentes*” com a opção “Sim” prevalece em relação a valores que se atribuem a “*Ia*”, “*Ib*” e “*Ic*”. Caso se pretenda trocar a sequência das fases, basta trocar o nome dos ficheiros com os valores das correntes.

Na Figura 4.12 expõem-se as variáveis ligadas à configuração da fronteira do problema.

```

--#####
--          VARIÁVEIS PARA A FRONTEIRA
--#####
NomeFront="Fronteira"
A0=0
A1=0
A2=0
AnguloFronteira=0
Mu=0
Sig=0
c0=0
c1=0
FormatoFronteira=0
DistPeca=InicioVeio
MatFront="Air"
    
```

Figura 4.12 - Valores de configuração da fronteira.

Definem-se as variáveis de configuração das condições de fronteira do modelo geométrico da MLT-IP:

- ❖ “*A₀*”, “*A₁*” e “*A₂*” - O tipo de fronteira escolhido é a de definição do vetor potencial magnético \vec{A} (*Prescribed A*), para problemas axissimétricos, [53]. Estas variáveis são os parâmetros de (4.1);

$$\vec{A} = (A_0 + A_1 r r + A_2 z z) e^{j\alpha} \quad (4.1)$$

- ❖ “*ÂnguloFronteira*” – Ângulo α para o tipo de fronteira *Prescribed A*;
- ❖ As variáveis “*Mu*”, “*Sig*”, “*c0*” e “*c1*” são variáveis para serem usadas nos outros problemas que não têm influência no domínio magnetostático;

- ❖ "**FormatoFronteira**" - Serve para escolher o tipo de fronteira, exemplo de opções disponibilizadas pelo *software* FEMM[®], para *Prescribed A* "0" (zero), periódica "1", antiperiódica "2", mista "3", etc;
- ❖ "**DistPeca**" - Variável para indicar a que distancia deve ficar a fronteira da peça desenhada. Caso a opção seja "InicioVeio" a fronteira é sempre desenhada na origem do eixo *rr* (axissimétrico);
- ❖ "**MatFront**" - Especifica o material da fronteira.

A Figura 4.13 contém a lista das variáveis a utilizar no pós-processamento.

```

--#####
--          VARIÁVEIS PARA POS-PROCESSAMENTO
--#####
NomeFichDados="dados.csv"
NomeFichSat="Saturacao.csv"
TipoDeDensidade="bmag"
Legenda=1
Desenho=0
LimiteSuperiorDisp=1.5
LimiteInferiorDisp=0
    
```

Figura 4.13 – Variáveis para o pós-processamento.

Definem-se as variáveis de pós-processamento:

- ❖ "**NomeFichDados**" – Nome a atribuir ao ficheiro de recolha de dados no processamento;
- ❖ "**NomeFichSat**" – Nome a atribuir ao ficheiro que contém o valor da saturação magnética no estator, entre as várias cavas;
- ❖ "**TipoDeDensidade**" – Tipo de densidade que será apresentada no pós-processamento. A opção "bmag" apresenta a densidade de fluxo \vec{B} ;
- ❖ "**Legenda**" – Apresenta ou não a legenda nos gráficos no pós-processamento;
- ❖ "**Desenho**" – Apresenta a densidade a cores, opção "0" (zero) ou apenas a cinzento "1";
- ❖ "**LimiteSuperiorDisp**" e "**LimiteInferiorDisp**" – Especifica os valores superiores e inferiores da escala de densidade.

A Figura 4.14 especifica as variáveis usadas para a construção do modelo.

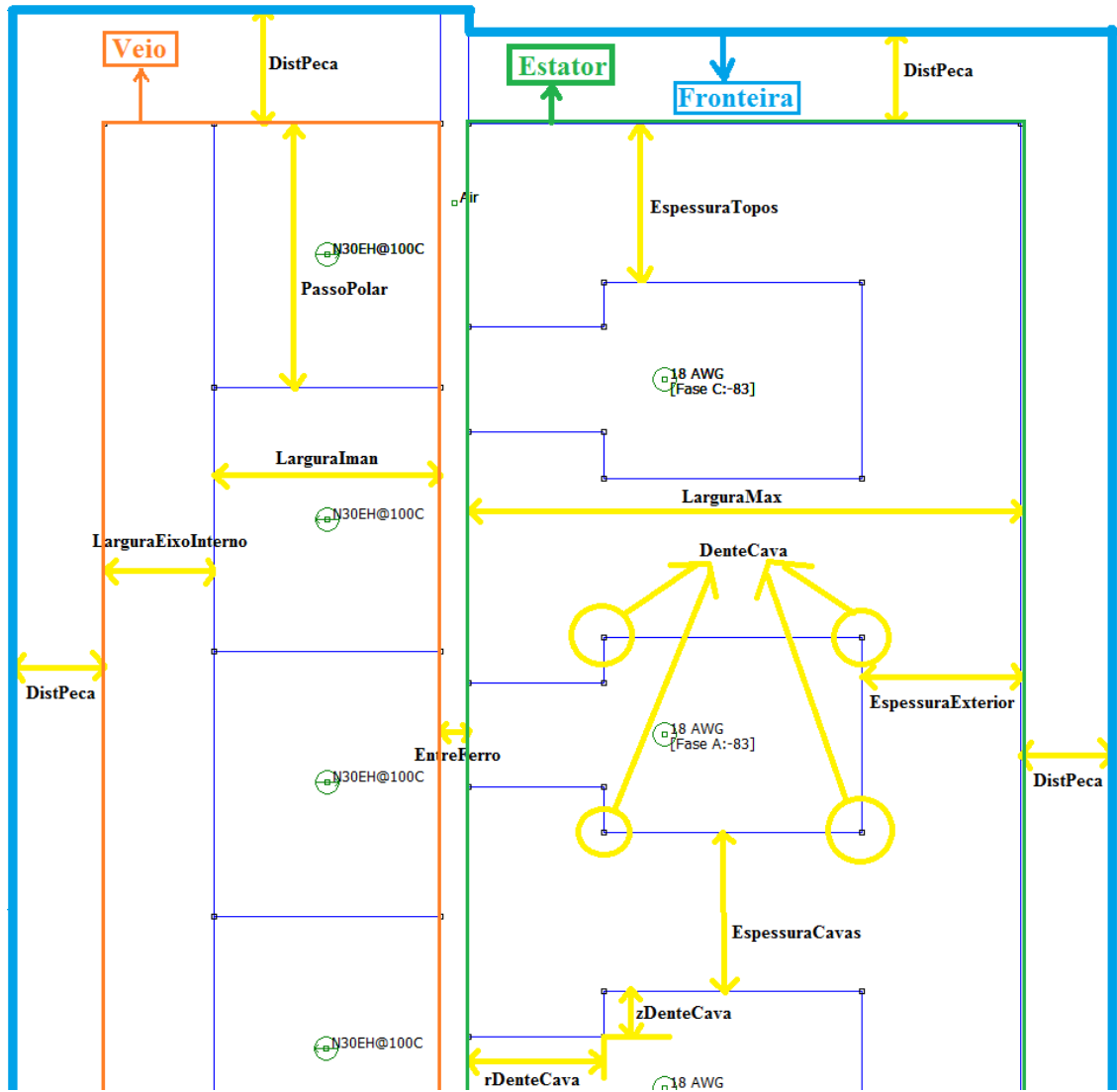


Figura 4.14 – Localização das variáveis no modelo.

A Figura 4.15 apresenta o nome das variáveis usadas para configurar a construção interna da cava.

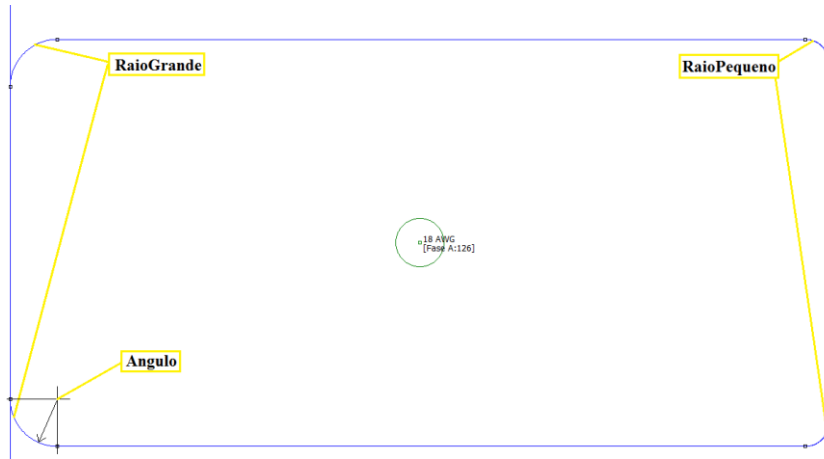


Figura 4.15 – Variáveis internas da Cava

Na Figura 4.16 apresenta-se a referência das variáveis para o pós-processamento.

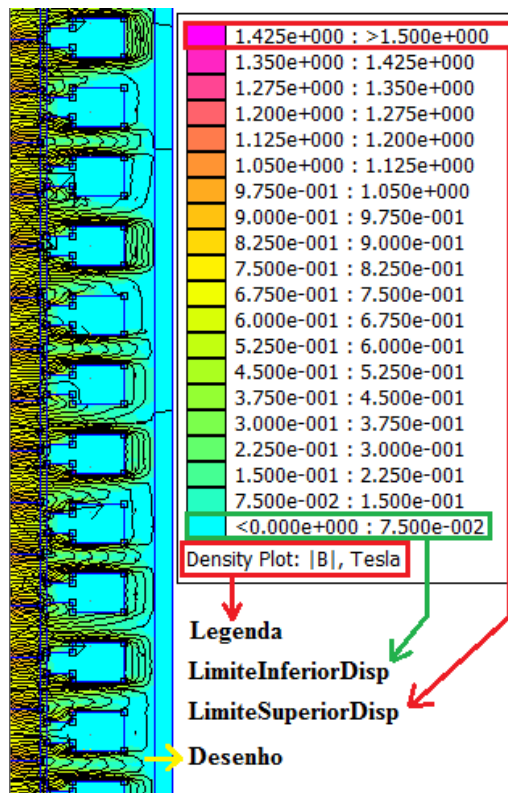


Figura 4.16 – Localização das variáveis para o pós-processamento.

Após a nona cava é invertido o sentido de enrolamento das bobinas, esse pormenor é apresentado na Figura 4.17, onde a Fase C na nona cava tem 83 espiras e a Fase A na décima cava tem -83 espiras.

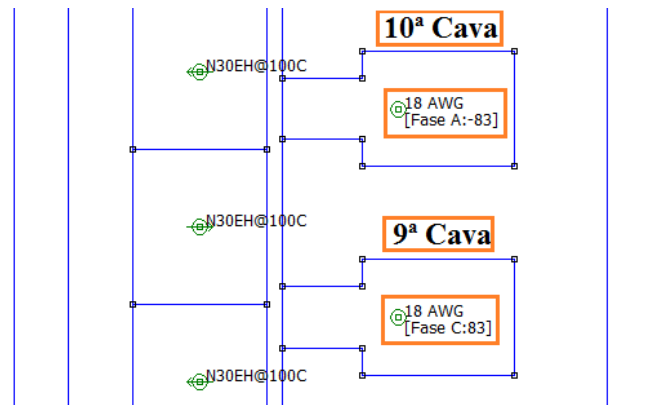


Figura 4.17 – Inversão do sentido do enrolamento.

4.3.2 – Cálculo da área útil da cava.

Conforme a escolha da configuração interna ser “Recto” ou “Curvo” o cálculo da área interna difere. Um exemplo de cálculo da área interna mais complexo é quando são usados valores diferentes para as variáveis “*RaioGrande*” e “*RaioPequeno*”.

Na Figura 4.18 estão identificadas as variáveis para o cálculo da área útil da cava. A área A4 não é contabilizada para a área útil. No caso de a cava ter ângulos retos a área útil começa a partir de “*rDenteCava*” e não do “*EntreFerro*”.

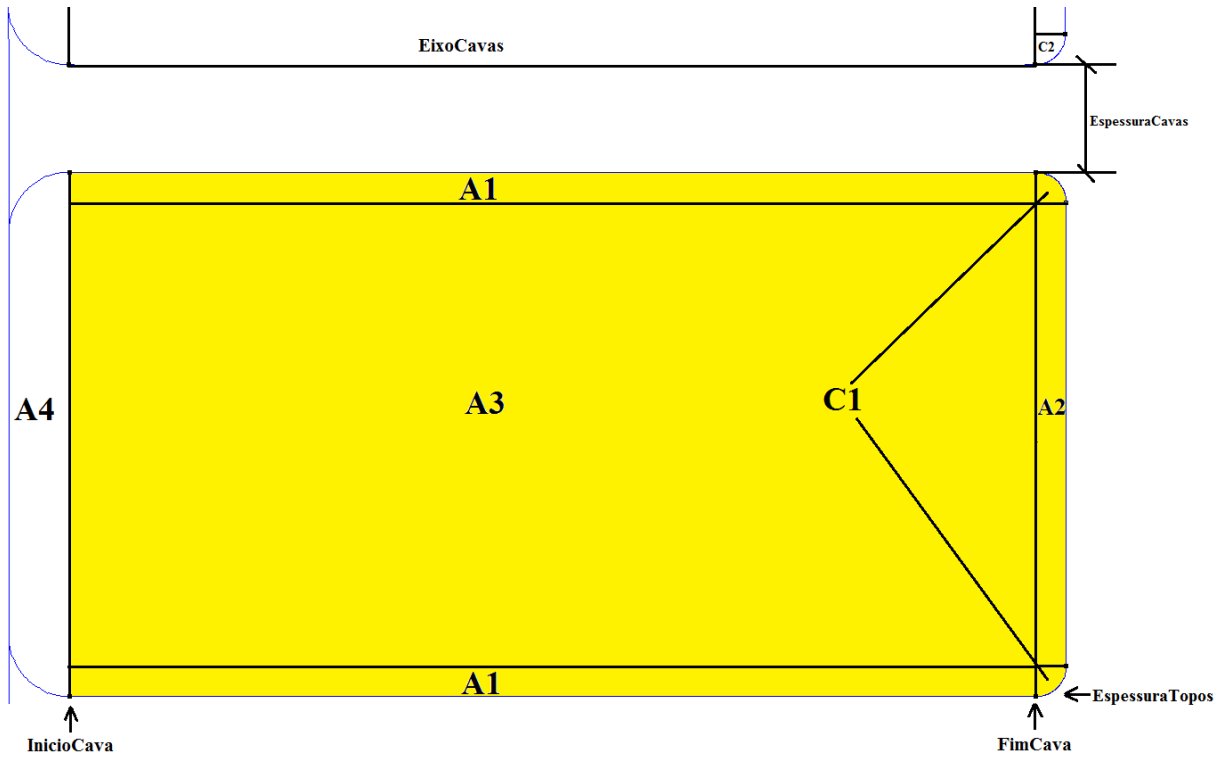


Figura 4.18 - Área útil da cava.

O cálculo da área $A1$ efetua-se de acordo com (4.2).

$$A1 = (FimCava - InicioCava) \times RaioPequeno \times 2 \quad (4.2)$$

A área de $A2$ é calculada de acordo com (4.3).

$$A2 = (EixoCavas - EspessuraCavas - 2 \times RaioPequeno) \times RaioPequeno \quad (4.3)$$

A área $A3$ é calculada conforme (4.4).

$$A3 = (FimCava - InicioCava) \times (EixoCavas - EspessuraCavas - 2 \times RaioPequeno) \quad (4.4)$$

A área $C1$ é calculada conforme (4.5).

$$C1 = \frac{(2 \times 90 \times \pi \times RaioPequeno^2)}{360} \quad (4.5)$$

A área útil para enchimento de espiras é conforme (4.6).

$$AreaUtil = (A1 + A2 + A3 + C1) \times EnchimentoCava \quad (4.6)$$

O número de espiras é atribuído reduzindo o valor por defeito colocado no ficheiro "Variaveis.lua" na variável "Espiras" até a área total ocupada por N_e espiras ser menor ou igual à área calculada.

4.4 – Pré-análise e otimização do modelo

Para a construção e otimização geométrica do modelo, recorreu-se a sucessivos ajustes dimensionais da estrutura interna, chegando-se aos valores da Tabela 4.9.

Os valores foram obtidos de acordo com o desenho técnico do modelo, [54] e algumas medidas efetuadas ao MLT-IP.

O passo polar elétrico é de 0,922 in, o que equivale a cerca de 23,419 mm, contendo cada polo 4 ímanes permanentes.

Tabela 4.9 - Dimensões do veio

Veio		
Variáveis	Dimensão [mm]	
PassoPolar	11,709	
LarguraIman	14,875	
LarguraEixoInterno	1	
Íman	“NdFeB 52 MGOe”	
NImans	60	

Para a construção do estator optou-se por impor o seu tamanho total, dando origem a que todas as cavas sejam iguais em área, tal como os dentes dessas mesmas cavas. A outra possibilidade seria construir cava a cava até perfazer as 18, tendo sempre em conta o tamanho total do estator para que este não ficasse superior ao da máquina real. Com este método ter-se-ia forma de alterar o tamanho de todas as cavas tal como a espessura de todos os dentes das cavas. Concluiu-se após várias simulações que as formas de onda das três fases não estão completamente desfasadas 120° entre si, não sendo possível corrigir este desfasamento sem ter acesso às dimensões internas do estator, tentando-se minimiar este erro de desfasamento.

As dimensões otimizadas para o estator encontram-se na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Dimensões do estator

Estator	
Variáveis	Dimensão [mm]
DenteCava	“Recto”
LarguraMaxima	22,995
EspessuraTopos	3
EspessuraExterior	3
EspessuraCavas	8
zDenteCava	1,9
rDenteCava	3
EntreFerro	0,5
CompMax	288
Espiras	113

A Tabela 4.11 contém as dimensões usadas na discretização do modelo.

Tabela 4.11 – Dimensões usadas na discretização

Discretização	
Variáveis	Dimensão [mm]
MeshFases	1
MeshEstator	1
MeshImans	1
MeshVeio	1,5
MeshEntreFerro	0,15
MeshFronteira	1,5

Com a simulação da MLT-IP em vazio e deslocando o veio de 0,1 mm em cada simulação, obtiveram-se as formas de onda do fluxo magnético conforme a Figura 4.19.

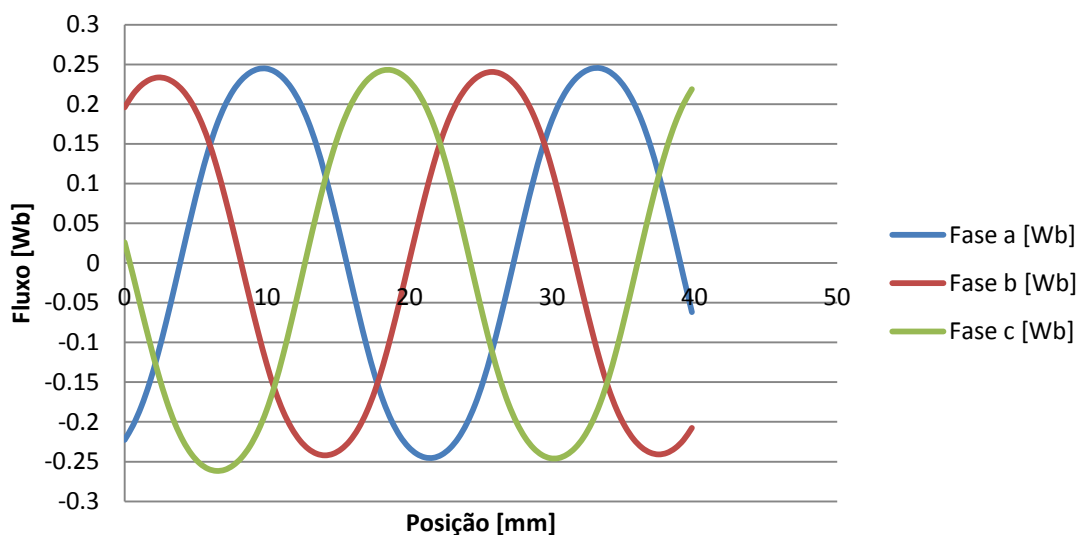


Figura 4.19 - Distribuição espacial do fluxo magnético relativo às fases a, b e c.

Na documentação técnica da MLT-IP é indicado uma constante da *fem* fase-fase de $126,8 V_{ph-ph}/(m/s)$, sendo o valor por fase e considerando uma velocidade linear de 1 m/s, de acordo com (4.7).

$$fem_{ph} = \frac{126,8}{\sqrt{3}} = 73,21 \text{ V} \quad (4.7)$$

A *fem* é definida pela Lei de *Faraday* e pela Lei de *Lenz* conforme (4.8).

$$fem = -\frac{d\Phi_t}{dt} \quad (4.8)$$

Onde Φ_t representa o fluxo magnético total.

A velocidade v define-se da forma (4.9).

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{v} \quad (4.9)$$

Substituindo (4.9) em (4.8) fica conforme (4.10).

$$fem = -\frac{d\Phi_t}{dx} \times v \approx -\frac{\Delta\Phi_t}{\Delta x} \times v \quad (4.10)$$

Para uma velocidade de 1 m/s obtiveram-se as formas de onda apresentadas na Figura 4.20.

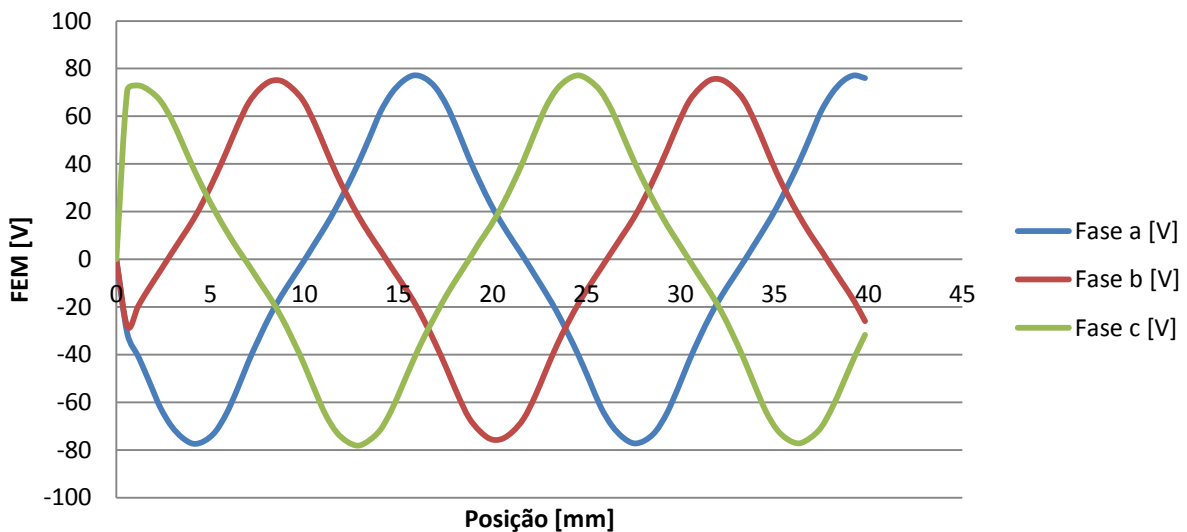


Figura 4.20 - Formas de onda da força eletromotriz.

A Tabela 4.12 contém os valores da posição, onde a *fem* cruza o eixo das abcissas e o respectivo valor de desfasamento. O período nas três fases é de 23,4 mm. Verifica-se assim da Tabela 4.12 que as *fem* se encontram desfasadas entre si num ângulo elétrico de cerca de 120°, com um erro relativo até 5%.

Tabela 4.12 - Valores do desfasamento entre as fases abc

Fase	fem [V]	Posição [mm]	Desfasamento [mm]
C	2,35	7,03	---
B	3,46	14,64	7,61
A	6,55	22,25	7,61
C	0,12	30,44	8,19

A Figura 4.21 apresenta a forma de onda da força de retenção e amplitude máxima. Verifica-se que a amplitude máxima ronda os 85 N, valor muito superior à força de retenção fornecido pelo fabricante de 44.48 N, [63]. Devido à simetria do estator e de não ser possível corrigir dimensões sem influenciar outros parâmetros, optou-se por dar prioridade ao aperfeiçoamento do valor da fem em detrimento da força de retenção.

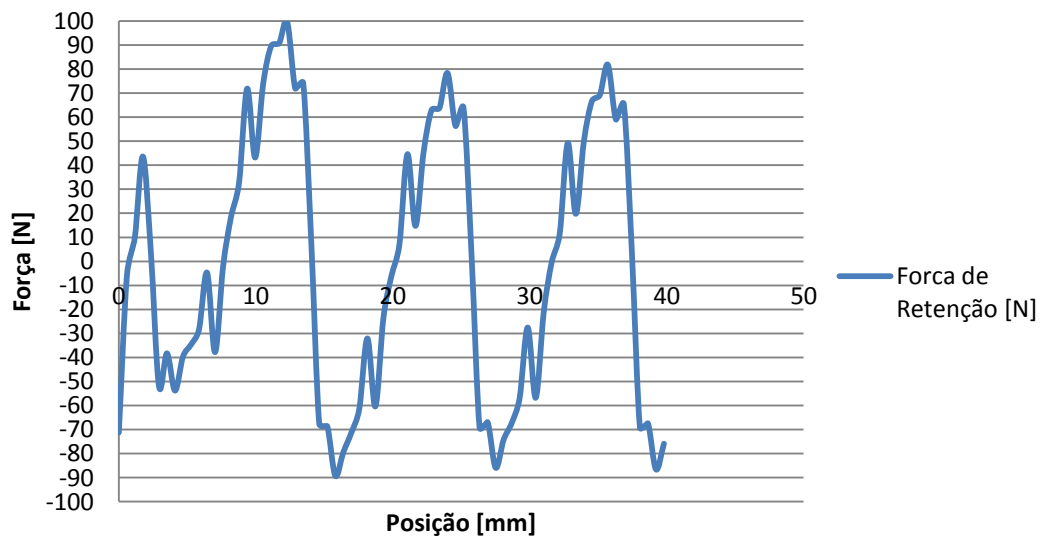


Figura 4.21 - Força de retenção.

A Figura 4.22 especifica o local onde é retirado o valor da saturação magnética.

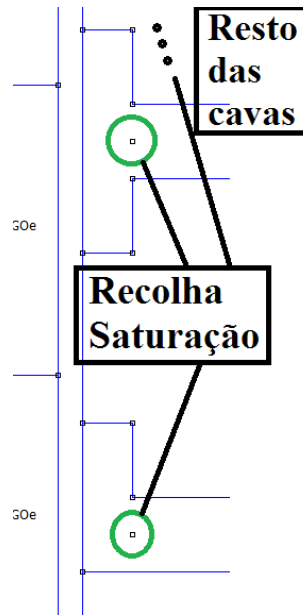


Figura 4.22 - Pontos de recolha do valor da saturação magnética.

Na Figura 4.23 apresenta-se o valor da saturação magnética de cada cava. Foi utilizado uma amostra de correntes para uma carga de 350 N da MA do PEL realizado em, [2].

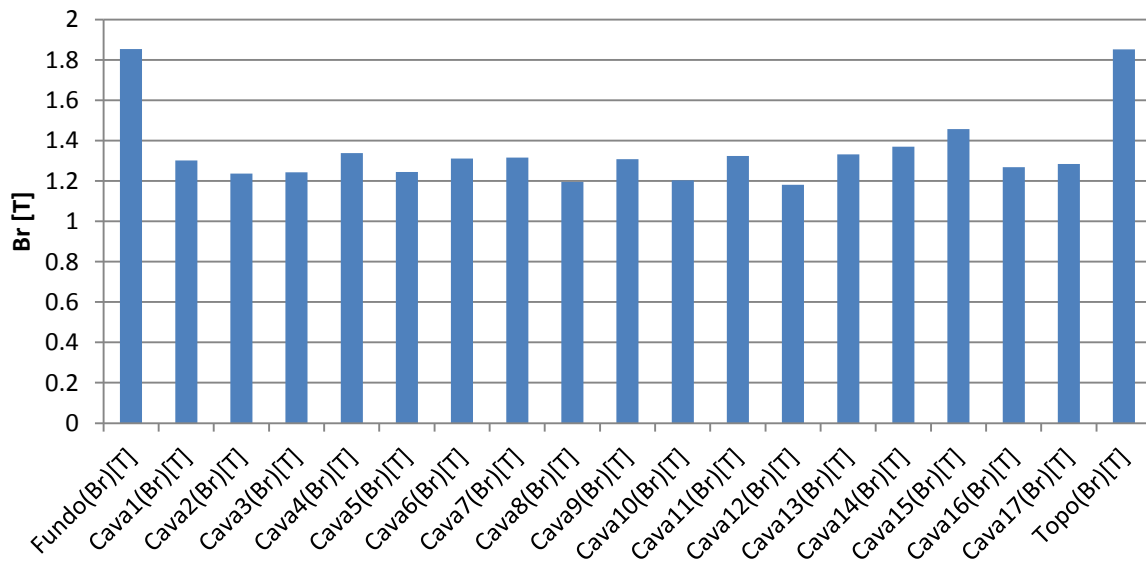


Figura 4.23 - Valores de saturação magnética nas diferentes cavas.

Tanto as correntes como a posição são carregadas, configurando o ficheiro "*variaveis.lua*".

Verifica-se que nas extremidades do modelo o valor do campo magnético está próximo da saturação magnética, conforme a curva de magnetização do material utilizado no estator, Figura 4.24.

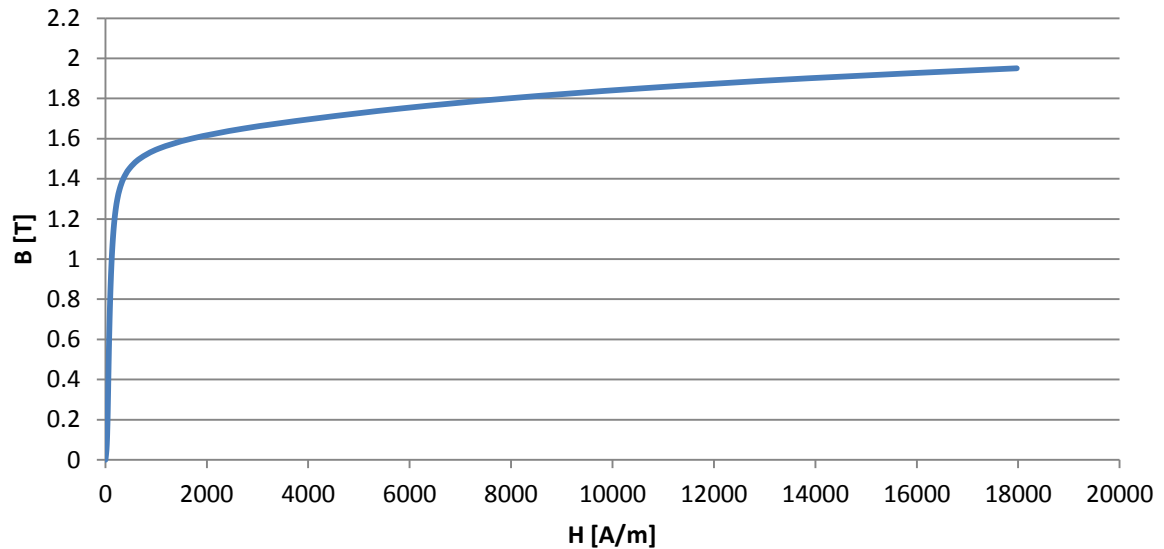


Figura 4.24 - Curva de magnetização do núcleo ferromagnético *M-45 Steel*, utilizado no estator.

4.5 – Determinação da força eletromagnética desenvolvida em função do ângulo de carga

O ângulo de carga elétrico é o desfasamento que ocorre entre a força eletromotriz e o valor de tensão de alimentação, conforme o diagrama de vetores da Figura 4.25.

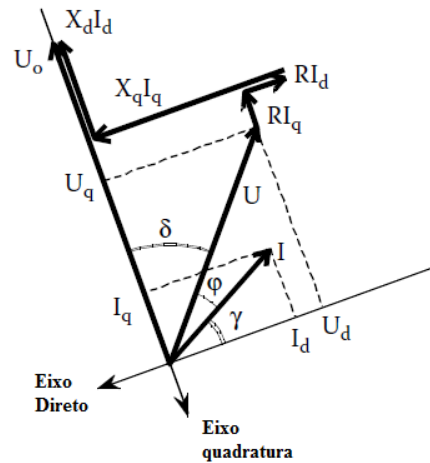


Figura 4.25 - Diagrama de vetores de uma máquina síncrona, (adaptado de [32]).

Onde:

U – Tensão de alimentação

U_0 – Força eletromotriz

U_d – Tensão segundo o eixo direto

U_q – Tensão segundo o eixo em quadratura

R – Resistência dos enrolamentos

X_d – Reatância do eixo direto

X_q – Reatância do eixo em quadratura

I_d – Corrente segundo o eixo direto

I_q – Corrente Segundo o eixo em quadratura

γ – Ângulo de corrente

δ – Ângulo de carga

ϕ – Ângulo entre a corrente e a tensão

A força eletromagnética desenvolvida pela máquina em função das amplitudes das correntes pode ser determinada fixando o campo magnético viajante no espaço e deslocar sucessivamente o rotor, ou manter o rotor fixo, deslocando o campo magnético viajante por variação temporal das correntes do estator.

Assim, o processo para o cálculo do ângulo de carga consistiu em atribuir um valor fixo de corrente com valores opostos às fases b e c e à fase a atribuído 0A. De seguida foi deslocado o veio 0,1 mm para se obter valores mais precisos da posição em que as curvas cruzam o eixo das abcissas. Foi simulado para os valores de corrente com amplitude máxima de 5, 10, 20, 35, 50 e 90A, sendo o resultado obtido apresentado no gráfico da Figura 4.26.

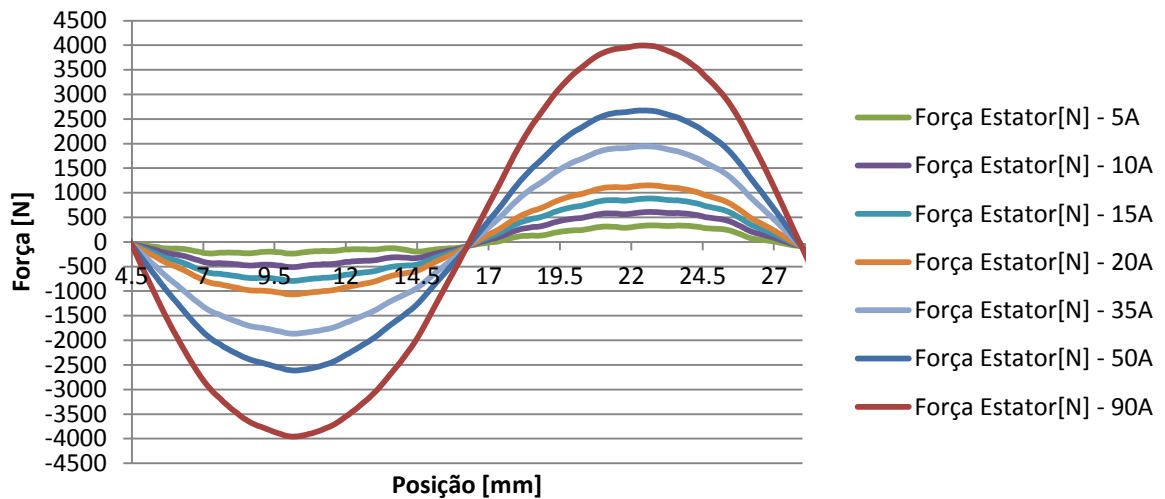


Figura 4.26 – Força eletromagnética e ângulo de carga desenvolvido para diferentes níveis de corrente.

A Tabela 4.13 contém as posições para os diferentes níveis de correntes testadas.

Tabela 4.13 – Posições do ângulo de carga

Direção Corrente	Sentido Negativo [mm]	Sentido Positivo [mm]	Máximo [mm]	Mínimo [mm]
5 A	4,0	17,3	22,7	10,1
10 A	4,2	16,8	22,7	10,1
15 A	4,3	16,6	22,7	10,1
20 A	4,4	16,6	22,6	10,1
35 A	4,4	16,5	22,6	10,2
50 A	4,5	16,4	22,5	10,2
90 A	4,5	16,4	22,3	10,1
Média	4,3	16,7	22,6	10,1

A determinação da força eletromagnética desenvolvida em função do ângulo de carga permite estabelecer a posição síncrona do rotor com o campo magnético viajante, quando a máquina se encontra em vazio.

Com o valor médio obtido de 16,7 mm, procedeu-se ao ajuste da posição do veio, com vista à realização das simulações seguintes. Qualquer um dos quatro valores pode ser utilizado, a diferença entre eles é que será necessário fazer o ajuste na sequência de fases que chegam ao FEMM[®].

Após a otimização do modelo, adaptou-se o código Lua[®] para o código Matlab[®], sendo criado o modelo em Simulink[®] da MLT-IP, que se apresenta no Capítulo 5

4.6 – Conclusões

Apresentou-se a máquina de base a este trabalho, retirando-se algumas das medidas exteriores, a forma de ligação das bobinas dos enrolamentos do estator e o diâmetro do condutor utilizado nessas bobinas.

Apresentaram-se as várias rotinas construídas, as suas funcionalidades e interdependências, resumindo-se finalmente o fluxograma de possíveis acontecimentos durante uma simulação.

Foi necessário construir um modelo e otimizar aspetos dimensionais desconhecidos, principalmente a dimensão interna das cavas e número de espiras, sendo estas atribuídas automaticamente, conforme a área disponível e nível de enchimento da própria cava. Este processo foi implementado em linguagem Lua[®] por ser uma das linguagens permitidas no programa FEMM[®] para a construção geométrica.

No fim da construção do modelo de elementos finitos da MLT-IP, passou-se à sua otimização levando em conta dados fornecidos pelo fabricante e os materiais que foram escolhidos para a constituição do modelo.

Procedeu-se à obtenção do posicionamento síncrono do veio com o campo viajante do estator através da força eletromagnética em função do ângulo de carga.

Capítulo 5

Análise de elementos finitos do posicionador eletromecânico linear

5.1 – Modelo analítico do motor linear

As equações que modelizam de forma analítica a máquina linear em termos eletromagnéticos, podem ser representadas matricialmente conforme (5.1).

$$\mathbf{u}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \mathbf{L}_{abc} \frac{d\mathbf{i}_{abc}}{dt} + \frac{dx}{dt} \frac{d\boldsymbol{\Psi}_{m_{abc}}}{dx} \quad (5.1)$$

Onde \mathbf{u}_{abc} representa a matriz das tensões nas fases a , b e c ; \mathbf{R}_s representa a matriz da resistência estatórica; \mathbf{i}_{abc} representa a matriz da corrente nas três fases; \mathbf{L}_{abc} representa a matriz das indutâncias nas três fases; $\boldsymbol{\Psi}_{m_{abc}}$ representa a matriz de fluxos ligados estabelecido entre os ímanes permanentes nos enrolamentos do estator.

A força eletromagnética que é desenvolvida pela máquina é obtida pela razão entre variação da co-energia e a variação das coordenadas de posição, tal como, (5.2).

$$F_e = \frac{\partial W_{cm}}{\partial x} \quad (5.2)$$

onde a co-energia é definida conforme (5.3).

$$W_{cm} = \frac{1}{2} [\mathbf{i}_{abc}]^T [\mathbf{L}_{abc}] [\mathbf{i}_{abc}] + [\mathbf{i}_{abc}]^T [\boldsymbol{\Psi}_{abc}] + W_{IP} \quad (5.3)$$

Onde W_{IP} representa a energia armazenada nos ímanes permanentes.

Considera-se que o MLT-IP se encontra na posição vertical e cuja a equação mecânica é representado como em (5.4).

$$F_e = m_T \frac{dv}{dt} + m_T g + f(v) \quad (5.4)$$

Onde m_T representa a massa do veio mais a massa da carga colocada no veio, $\frac{dv}{dt}$ representa a aceleração do veio, g representa a aceleração gravítica e $f(v)$ representa uma função onde intervém várias forças de atrito e que é definido por (5.5).

$$f(v) = K_v v + F_c \operatorname{sgn}(v) + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2} \operatorname{sgn}(v) \quad (5.5)$$

A variável K_v representa o coeficiente de atrito viscoso, F_c a força de atrito de *Coulomb*, F_s a força de atrito estático, v_s a velocidade de *Stribeck* e $\operatorname{sgn}(v)$ a função sinal da velocidade definida por (5.6).

$$\begin{cases} \operatorname{sgn}(v) = 1 & \text{se } v > 0 \\ \operatorname{sgn}(v) = -1 & \text{se } v < 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

As equações (5.1), (5.2) e (5.4) definem o comportamento do MLT-IP no referencial abc, [2].

Para o estabelecimento das leis de controlo do MLT-IP, as equações (5.1) e (5.2) são reescritas no referencial dq através da aplicação da matriz de transformação de *Blondel-Park* $C(\theta)$ definida em (5.7).

$$C(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\operatorname{sen}(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\operatorname{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & -\operatorname{sen}\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Por cada percurso angular ω efetuado pelo campo girante, corresponde a um campo viajante θ cuja a relação é dada por (5.8), [2].

$$\theta = \frac{\pi}{\tau_p} x \quad (5.8)$$

onde τ_p é o passo polar e x o deslocamento linear.

As matrizes de (5.1) no fim da aplicação da matriz de transformação $C(\theta)$ ficam definidas como em (5.9).

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{dq} = C(\theta)^T \mathbf{u}_{abc} \\ \mathbf{i}_{abc} = C(\theta) \mathbf{i}_{dq} \\ \Psi_{dq} = C(\theta)^T \Psi_{abc} \end{cases} \quad (5.9)$$

A equação (5.2) após aplicada a matriz de transformação $C(\theta)$ ficam definidas como em (5.10).

$$F_e = \frac{\pi}{\tau_p} \Psi_M i_q \quad (5.10)$$

Onde Ψ_M é definido como em (5.11).

$$\Psi_M = \sqrt{\frac{3}{2}} \Psi_m \quad (5.11)$$

As equações (5.9) e (5.10) definem o modelo da MLT-IP no referencial dq, [2].

5.2 – Posicionador eletromecânico linear PEL

Na Figura 5.1 apresentam-se os blocos que fazem parte do conversor de potência que controla a MLT-IP. O conversor de potência é constituído pelo gerador do comando de posição, controlador de posição, controlador de velocidade, controlador vetorial das correntes e pelo ondulator trifásico.

As variáveis de controlo no interior do conversor de potência designam-se por x^* , v^* e i_q^* e as variáveis exteriores ao conversor de potência designam-se por x_{ref} , v_{ref} , a_{ref} e d_{ref} .

A corrente de comando i_d^* considera-se nula para minimizar as perdas por efeito Joule e permitir que a força eletromagnética seja máxima no PEL.

Tanto o controlador de posição como o controlador de velocidade são constituídos por compensadores do tipo proporcional-integral (PI) e um anel que permite controlo antecipado (*feedforward*).

O modelo do PEL contém um limitador de corrente no anel de controlo de velocidade para limitar a corrente de comando i_q^* e assim proteger o conversor estático e a MLT-IP, [2].

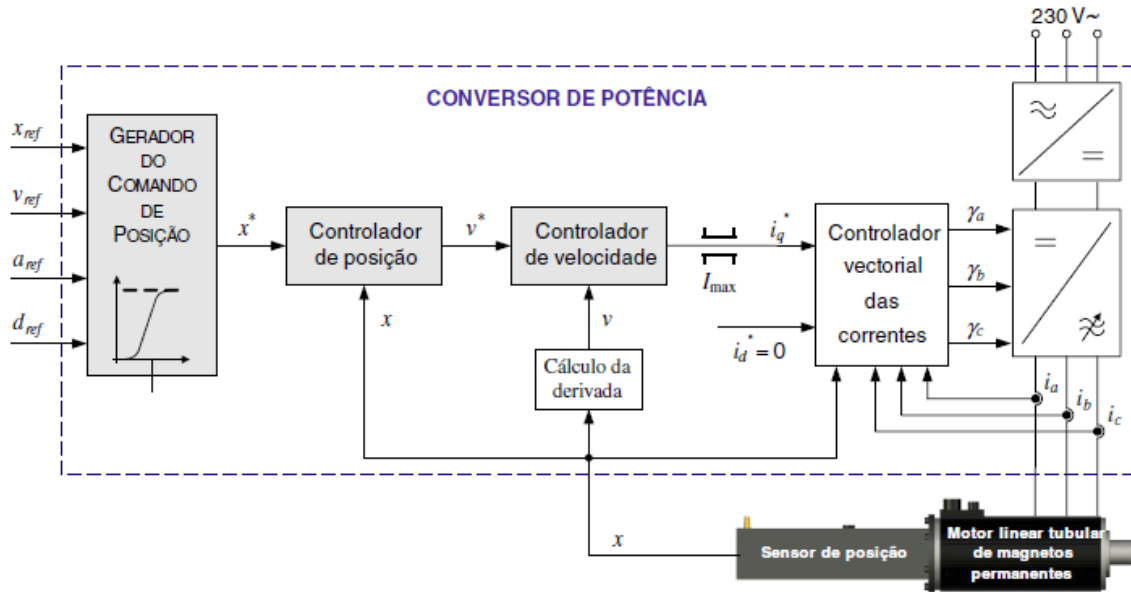


Figura 5.1 - Diagrama de blocos do princípio de funcionamento do posicionador eletromecânico linear, (retirado de [2]).

O gerador do comando de posição impõe o deslocamento pretendido para o veio da MLT-IP, através da posição de referência, x_{ref} , tendo como limites a aceleração, velocidade e desaceleração de referência, a_{ref} , v_{ref} e d_{ref} , respectivamente. O movimento do veio evolui de forma trapezoidal conforme Figura 5.2, ou seja, no intervalo de tempo t_0 e t_1 , apresenta um movimento uniformemente acelerado, um movimento uniforme com velocidade constante no intervalo de tempo t_1 e t_2 e um movimento desacelerado entre t_2 e t_f , [2].

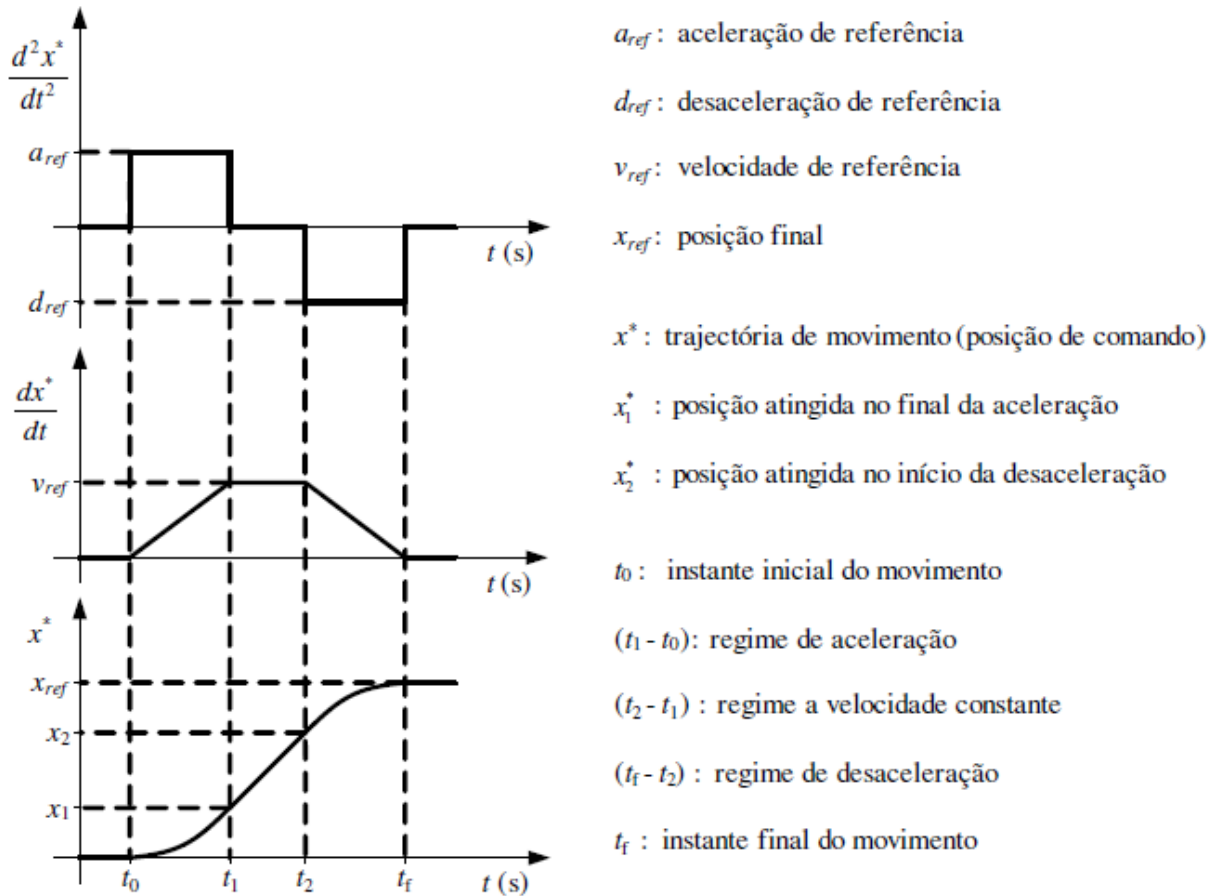


Figura 5.2 – Geração da posição de comando, (retirado de [2]).

A Figura 5.3 apresenta o diagrama de blocos do anel de controlo de posição do PEL e na malha de ação um bloco com a função de transferência em cadeia fechada do anel interno de controlo de velocidade $\frac{V(s)}{V^*(s)}$ e uma integração adicional da velocidade para atingir a coordenada de posição.

Com o compensador proporcional $C_p(s)$, pretende-se que para uma perturbação do sistema do tipo degrau, a resposta do sistema de controlo de posição seja do tipo criticamente amortecida e sem qualquer sobrelevação, [2].

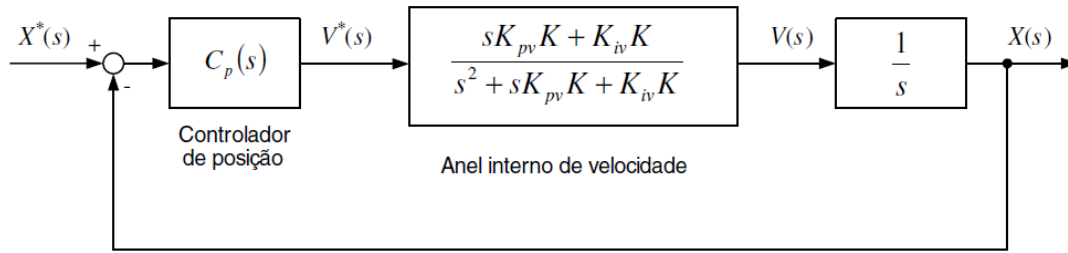


Figura 5.3 - Controlador de posição do PEL, (retirado de [2]).

A Figura 5.4 apresenta o diagrama de blocos do anel interno de controle de velocidade do PEL. A função transferência $CVC(s)$ modeliza o circuito de comando do ondulator de tensão e a parte elétrica da MLT-IP associado ao ondulator de tensão.

A parte mecânica da MLT-IP é modelizado pela função de transferência $\frac{1}{m_T s}$ após ter sido aplicada a transformada de Laplace à equação mecânica (5.4).

$$\left(\overset{L}{\rightarrow}\right) F_e(s) - F_r(s) = m_T s V(s) \Leftrightarrow \frac{V(s)}{F_e(s) - F_r(s)} = \frac{1}{m_T s} \quad (5.12)$$

Onde F_e representa a força eletromagnética, F_r representa as massas conjuntas do veio e das cargas aplicadas mais a função $f(v)$ que engloba as forças de atrito viscoso, a força de atrito de *Coulomb*, a força de atrito estático, a velocidade de *Stribeck* e a função sinal da velocidade.

Com o compensador PI do anel interno do controlador de velocidade $C_v(s)$, pretende-se que permita reduzir o efeito de perturbação da carga em regime estacionário, [2].

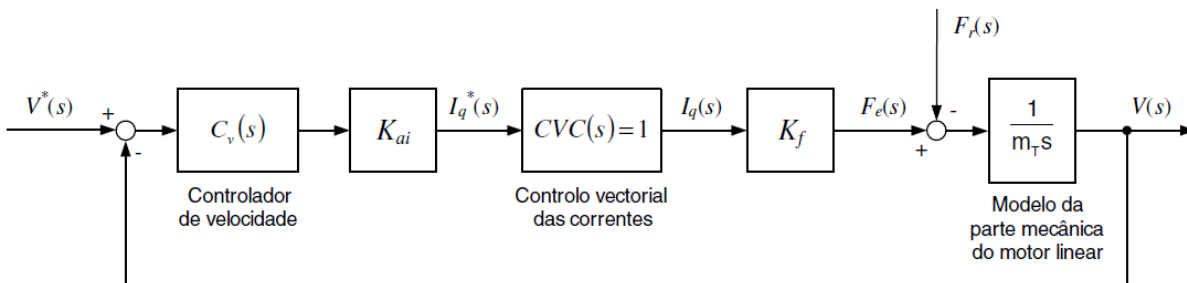


Figura 5.4 - Controlador de velocidade do PEL, (retirado de [2]).

O ondulator de tensão é controlado através dos sinais de disparo γ_a , γ_b e γ_c vindos do controlador vetorial de correntes que por sua vez recebe os sinais das correntes i_a , i_b e i_c que

alimentam o MLT-IP e o valor da corrente de comando i_q^* disponibilizado pelo controlador de velocidade, [2].

5.3 – Interligação entre os diferentes ambientes

Após a otimização do modelo, foi adaptado o código Lua[®] para código Matlab\Simulink[®]. No Simulink[®] foi usado uma *Embedded Function* para estabelecer a comunicação entre o Matlab\Simulink[®] e o FEMM[®]. A Figura 5.5 apresenta o fluxo de dados entre os dois ambientes.

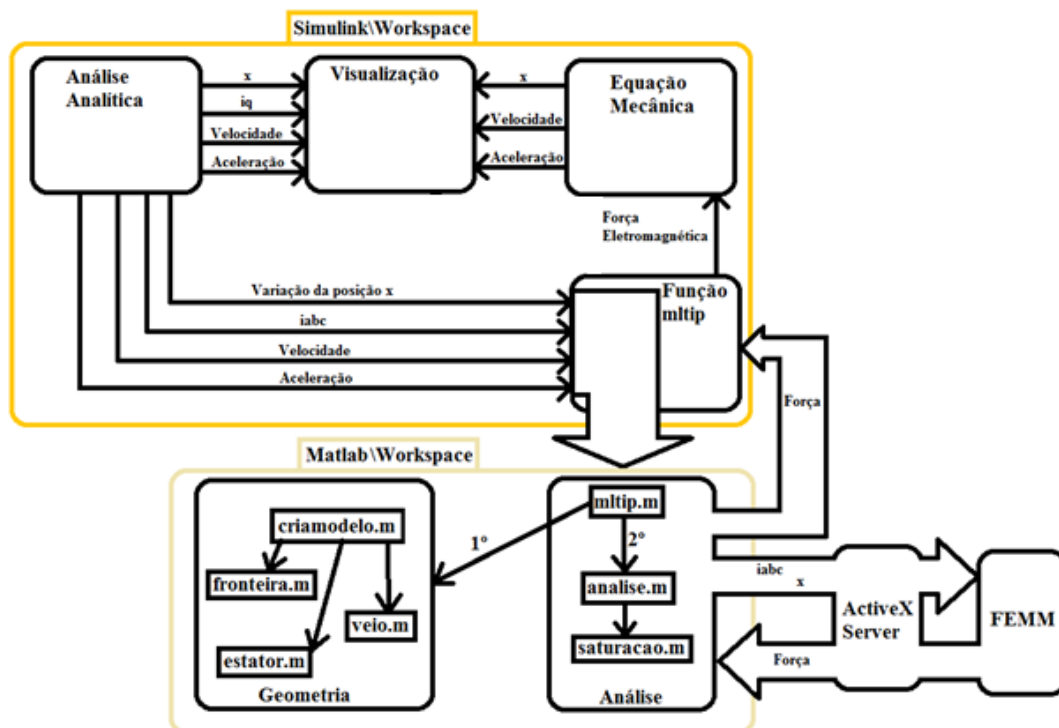


Figura 5.5 - Diagrama geral Matlab\Simulink[®] e FEMM[®].

O ficheiro "*mltip.lua*" durante a otimização passou a chamar-se "*criamodelo.m*" e o ficheiro "*mltip.m*" tem a função de verificar a existência do modelo, a interligação entre o Matlab\Simulink[®] e o FEMM[®] e inicializar a análise do modelo.

Para o ambiente Matlab\Workspace[®] são enviadas as variáveis "*Tempo*", "*Velocidade*" e "*Aceleracao*" para referência, apenas as correntes e a posição são enviadas para o modelo em FEM. Do modelo retorna o valor da força calculada no estator e enviada para a equação mecânica para o cálculo da nova posição e velocidade.

As variáveis de retorno têm de ter sempre um valor atribuído quando chegam ao ambiente Matlab\Simulink®, sendo sempre necessário inicializa-las conforme a linha 2 da Figura 5.6. O ficheiro "moltip.m" é chamado conforme ilustrado na linha 3 da Figura 5.6, onde a variável "ForcaEstator" é a variável de retorno e a função feval contém o nome da função que vai ser chamada e as variáveis que vão para o ambiente Matlab\Workspace® ou FEMM®.

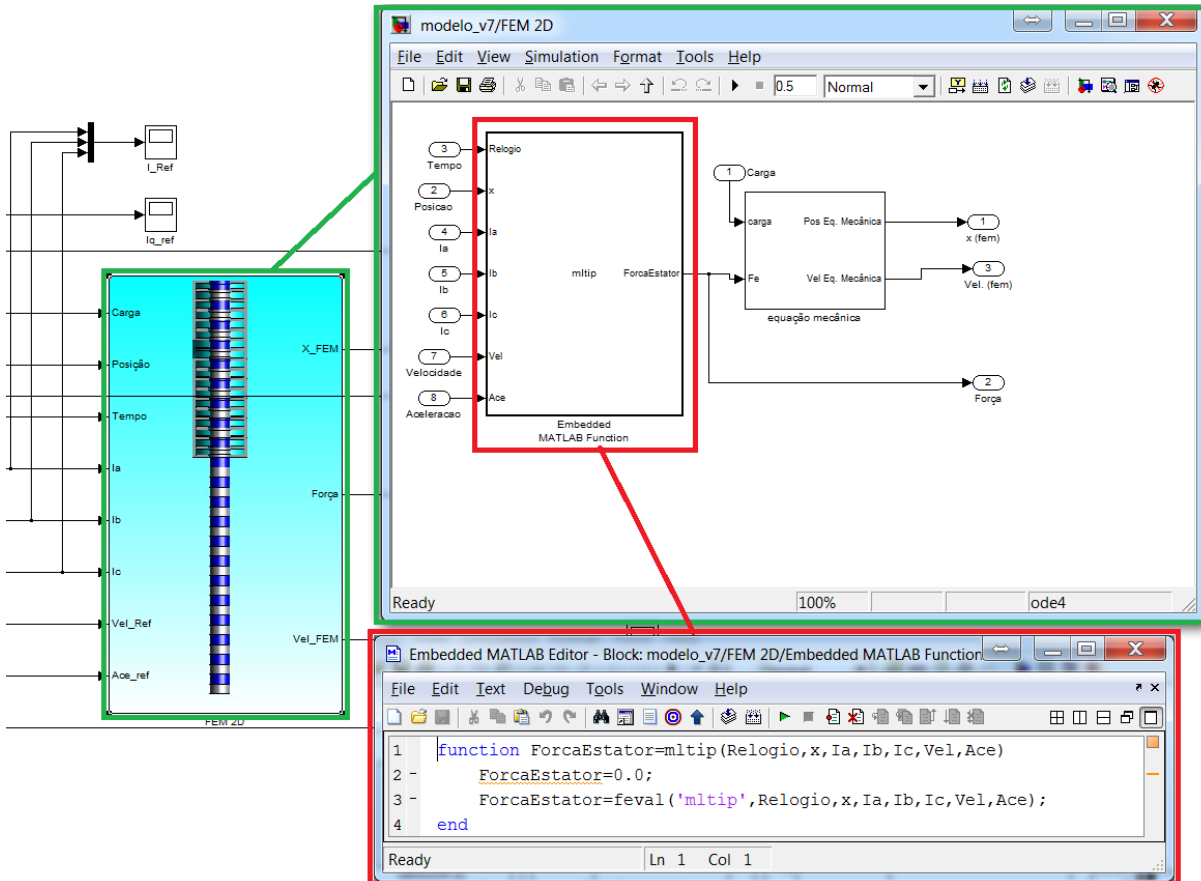


Figura 5.6 - Diagrama da *Embedded Function* do Matlab\Simulink®.

5.4 – Determinação dos parâmetros do motor linear no referencial dq com uma carga de 350N

5.4.1 – Correntes

Nas máquinas rotativas trifásicas o campo girante é obtido pela soma vetorial das três fases, distribuídas espacialmente entre si de 120°.

Desenvolvendo (5.9) obtém-se as expressões para o cálculo das correntes da MLT-IP no referencial dq0. O cálculo das correntes dos eixos direto e em quadratura é dado por, (5.13).

$$\begin{cases} i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(I_{aM} \cos(\theta) + I_{bM} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + I_{cM} \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right) \\ i_q = -\sqrt{\frac{2}{3}} \left(I_{aM} \sin(\theta) + I_{bM} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + I_{cM} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right) \end{cases} \quad (5.13)$$

A Figura 5.7 a) apresenta a evolução das correntes criadas na MA conforme evolui o valor da aceleração. As correntes de referência no controlo do PEL de I_{aM} , I_{bM} e I_{cM} são impostas no modelo em FEM conforme a Figura 5.7 b).

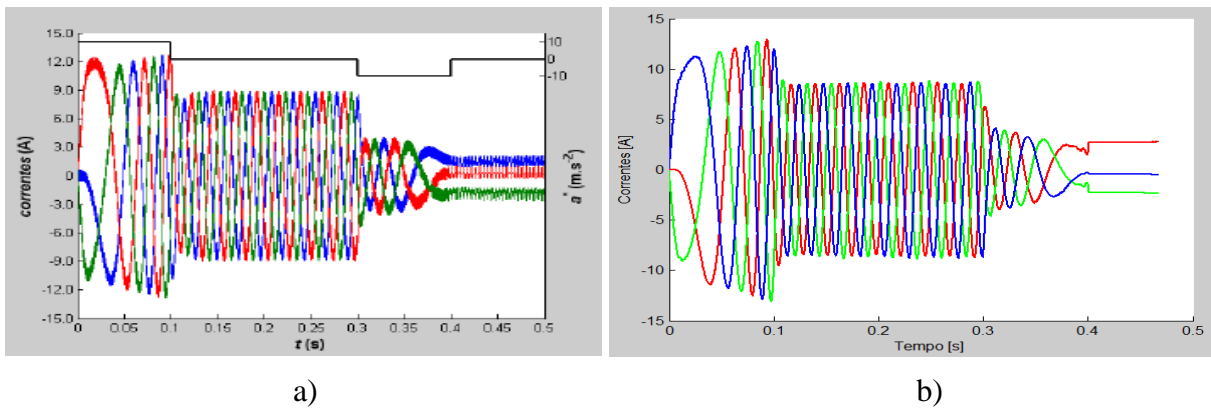


Figura 5.7 - Evolução das correntes *versus* aceleração: Resposta temporal das correntes da MA, [2] a) e as correntes impostas no FEMM[®] b).

Verifica-se na zona de aceleração um aumento da frequência das correntes no intervalo de tempo [0;0,1]. No intervalo de tempo [0,1;0,3] onde a velocidade é constante, verifica-se um aumento da frequência e uma redução na amplitude das correntes. Na zona de desaceleração, no intervalo de tempo [0,3; 0,5] verifica-se uma diminuição da amplitude, tal como a diminuição progressiva da frequência até se atingir uma continuidade na forma de onda das correntes, instante em que o rotor fica parado.

A Figura 5.8 apresenta a corrente i_q de referência da MA a partir da qual são geradas as correntes estáticas no referencial abc , impostas no modelo em FEM, usando a transformação de *Blondel-Park*.

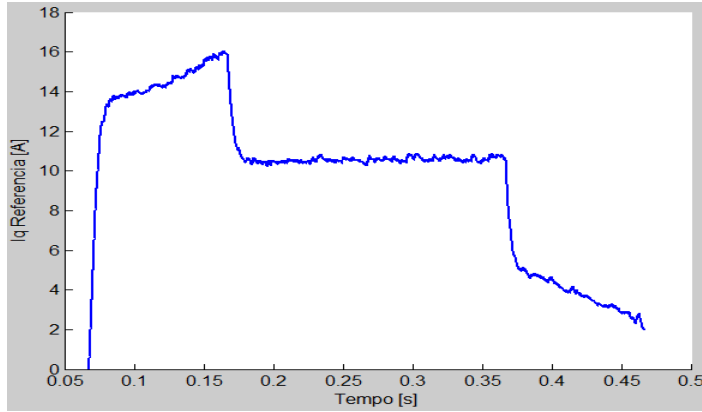


Figura 5.8 - Corrente i_q de referência.

5.5 – Indutâncias no referencial abc

Foram retiradas as medidas das indutâncias de todas as bobinas e entre fases da MLT-IP com o equipamento da marca Metrix, modelo Ix3131, com a referência de laboratório RLC_01 e com dois fios condutores, apresentando-se os valores na Tabela 5.1. As medidas foram efetuadas sem o rotor colocado (sem ímanes permanentes).

Na MA, a matriz de indutâncias da MLT-IP foi construída atribuindo metade do valor da indutância_{ph-ph} com o valor de 15,1 mH para as auto-indutâncias e de 1/4 para as indutâncias mútuas de acordo com a matriz (5.14).

$$\begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & L_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & L_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,55 & 3,78 & 3,78 \\ 3,78 & 7,55 & 3,78 \\ 3,78 & 3,78 & 7,55 \end{bmatrix} [\text{mH}] \quad (5.14)$$

Com os ímanes permanentes retirados e substituídos por ar no modelo de elementos finitos da MLT-IP, procedeu-se à simulação de acordo com o sugerido em [53], ou seja, para o cálculo das auto-indutâncias é usado a fórmula descrita em (5.15).

$$L_{auto} = \frac{\int \vec{A} \cdot J dV}{i^2} \quad (5.15)$$

Em (5.15), \vec{A} simboliza o vetor potencial magnético, J a densidade de corrente que circula na cava, dV um volume infinitesimal da cava onde reside a bobina e i^2 a corrente que circula na bobina.

Tabela 5.1- Indutâncias medidas da MLT-IP em laboratório

	120 Hz (mH)	Fator de Qualidade	1 Khz (mH)	Fator de Qualidade
L1	4,237	2,19	2,324	1,78
L2	4,048	2,16	2,252	1,8
L3	4,252	2,08	2,246	1,73
L4	4,313	2,22	2,374	1,75
L5	4,084	2,15	2,219	1,73
L6	4,298	2,11	2,276	1,72
L7	4,263	2,20	2,351	1,78
L8	4,097	2,14	2,244	1,78
L9	4,187	2,08	2,216	1,74
L10	4,167	2,20	2,281	1,75
L11	4,225	2,14	2,305	1,78
L12	4,220	2,13	2,313	1,83
L13	4,149	2,21	2,303	1,78
L14	4,197	2,12	2,289	1,81
L15	4,209	2,14	2,314	1,81
L16	4,086	2,17	2,242	1,76
L17	4,191	2,12	2,256	1,76
L18	4,137	2,14	2,251	1,77
Fase A - Fase B	14,11	2,46	8,147	1,86
Fase A - Fase C	14,62	2,40	8,123	1,80
Fase B - Fase C	14,56	2,40	8,015	1,79

As indutâncias mútuas são calculadas de acordo com (5.16).

$$M_{mutua} = \frac{\int \vec{A}_1 \cdot \vec{J}_2 dV_2}{i_1 i_2} \quad (5.16)$$

Onde \vec{A}_1 é a componente do vetor potencial \vec{A} produzida pela primeira bobina, \vec{J}_2 representa a o vetor densidade de corrente produzida pela segunda bobina, i_1 e i_2 são as correntes das primeira e segunda bobinas, respetivamente. O volume dV_2 significa que o integral é retirado sobre o volume da segunda bobina. Rearranjando a equação (5.16) para uma forma mais simples e verificando que $i_2 \times n_2 = \vec{J}_2 \times a_2$, ou seja, o número total de *Ampère* vezes o número de espiras da segunda bobina é igual à densidade de corrente da segunda bobina vezes a área da segunda bobina. Substituindo por \vec{J}_2 em (5.16) resulta em (5.17).

$$M_{mutua} = \frac{n_2}{i_1 \times a_2} \times \left(\int_{\vec{J}_{2+}} A_1 dV_2 - \int_{\vec{J}_{2-}} A_1 dV_2 \right) \quad (5.17)$$

O primeiro integral representa a contribuição das espiras das bobinas da fase b que aponta para fora do plano (bobinas 2, 5 e 8) e o segundo integral é a contribuição das espiras das bobinas da fase b e que aponta para dentro do plano (bobinas 11, 14 e 17), [53].

Como todas as cavas têm a mesma área, a diferença dos integrais em (5.17) anulam-se, dando origem a valores nulos das indutâncias mútuas. Para contornar este problema acrescentou-se um fator de qualidade de construção de todas as cavas, ou seja, na realidade uma cava não tem exatamente a mesma área das restantes, existindo uma variação ligeira no valor das áreas. O fator de qualidade escolhido foi de $\pm 0,5\%$ da área que é calculada para atribuição automática do número de espiras. Com este valor, as áreas variam sensivelmente $\pm 0,5\text{ mm}$ entre si.

A simulação para o cálculo das indutâncias da fase a consistiu em atribuir valores de correntes à fase a, com um passo de cálculo de 0,05 s e desativou-se as bobinas das fases b e c, conforme Figura 5.9.

Procedendo-se de igual forma para as restantes fases b e c, obtendo-se um valor médio para as indutâncias mútuas e auto-indutâncias conforme (5.18);

$$\begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & L_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & L_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,420 & 1,029 & 0,659 \\ 1,029 & 1,435 & 1,027 \\ 0,661 & 1,029 & 1,439 \end{bmatrix} [\text{mH}] \quad (5.18)$$

Com o passo de cálculo escolhido, o valor das correntes atribuídas são praticamente aleatórias, abrangendo assim um maior espectro de valores, conforme a Figura 5.10.

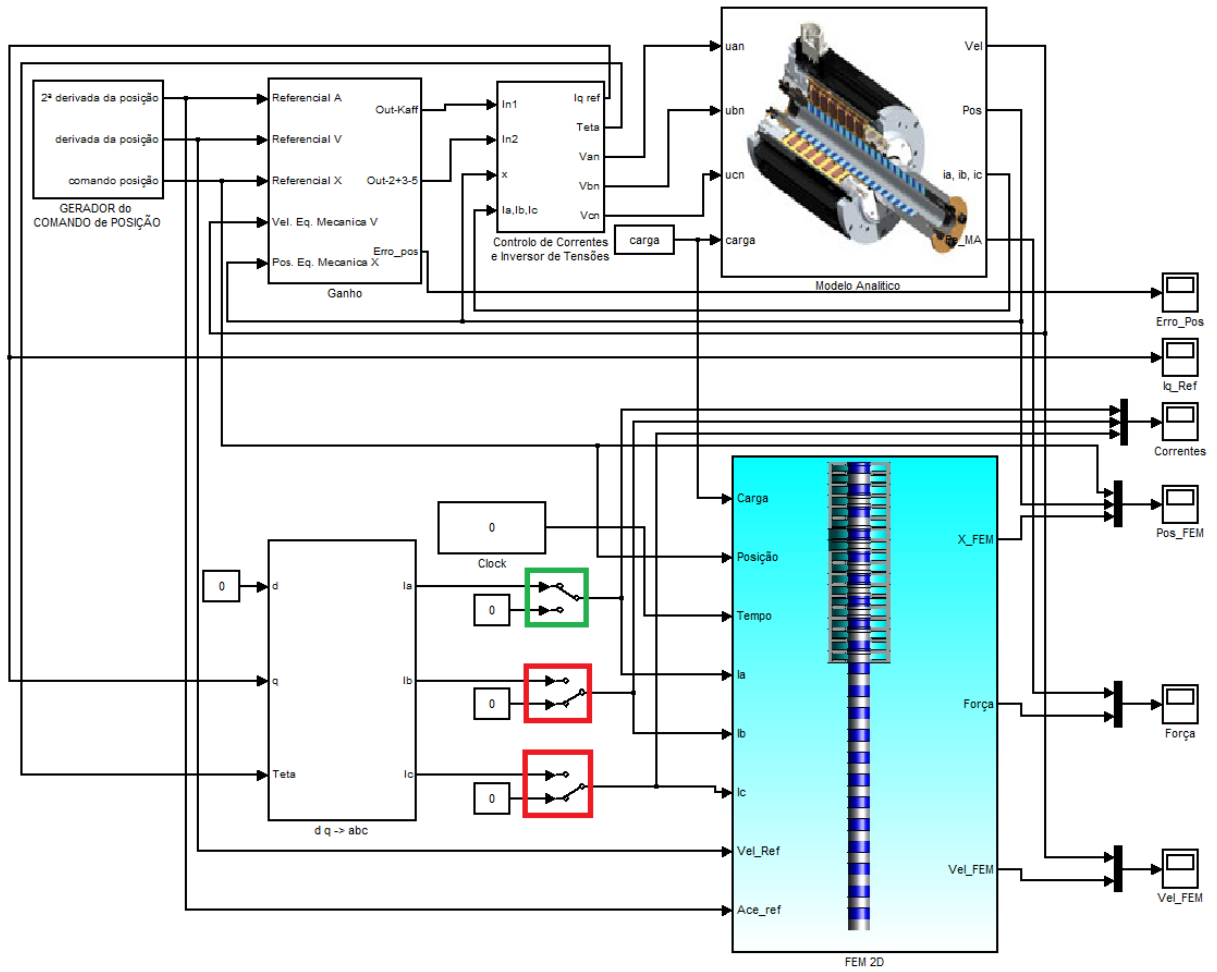
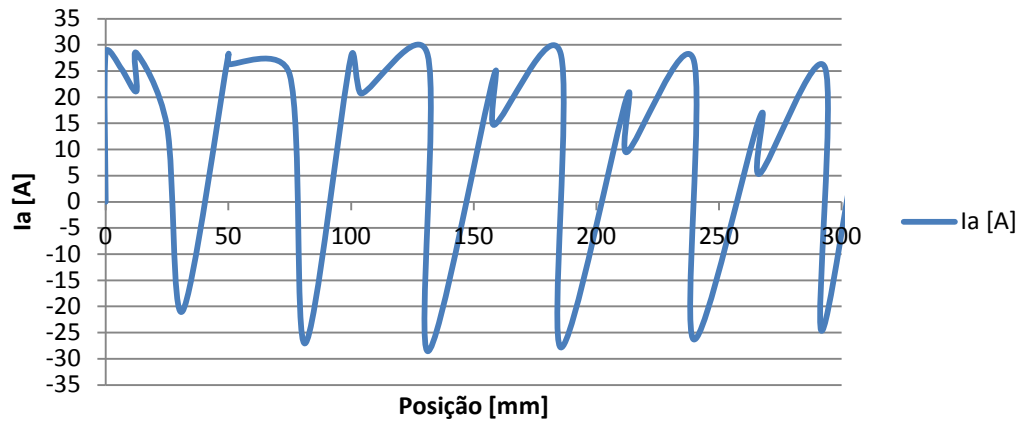
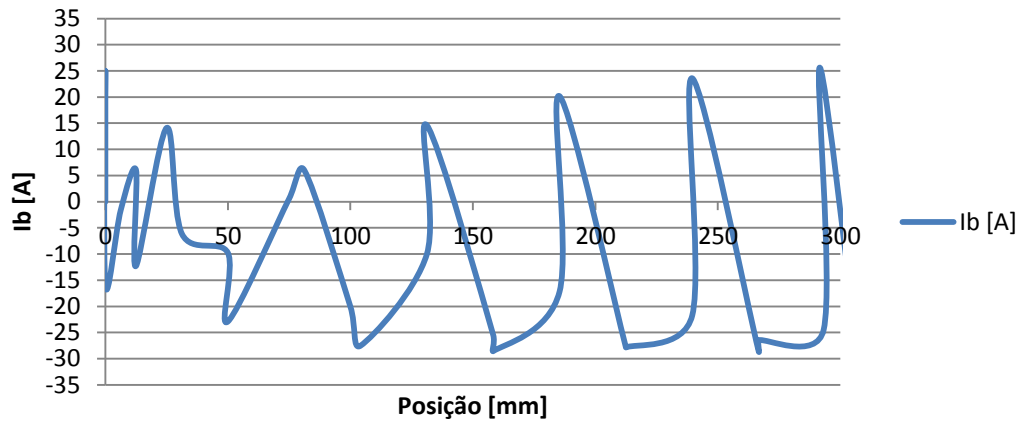


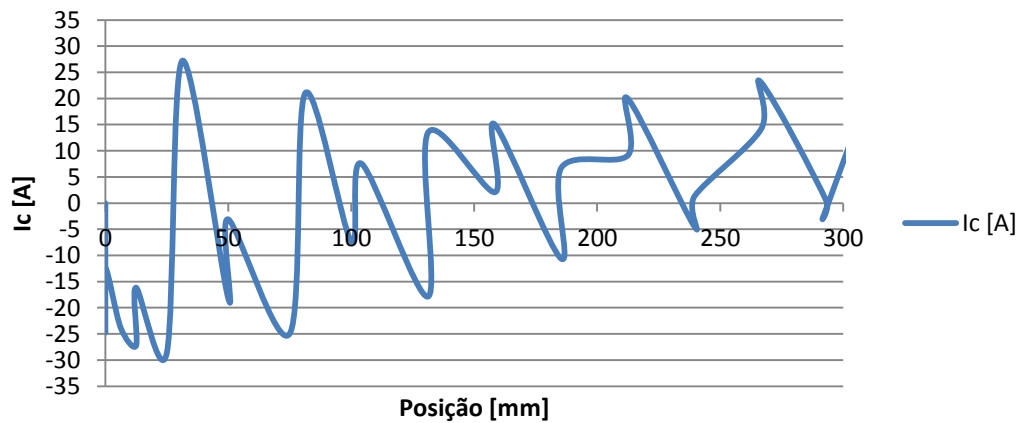
Figura 5.9 - Cálculo das indutâncias para a fase a.



a)



b)



c)

Figura 5.10 - Correntes atribuídas para o cálculo das indutâncias: Correntes atribuídas à fase a a), correntes atribuídas à fase b b) e correntes atribuídas à fase c c).

5.6 – Resultado do ensaio com ambos os modelos para uma carga de 350 N

A Figura 5.11 apresenta o esquema de ligação do PEL, MA e da modelação numérica (MN). O PEL gera os níveis de tensão em função da posição, velocidade e os valores de corrente resultante da MA. Por sua vez é utilizado o valor da posição da MA e imposto à MN. Utilizando o valor da posição de referência na MN, a corrente I_{q_Ref} superava sempre o valor limite de 35A, possivelmente devido à incorreta ou dessincronizada posição do veio em relação ao campo viajante do estator.

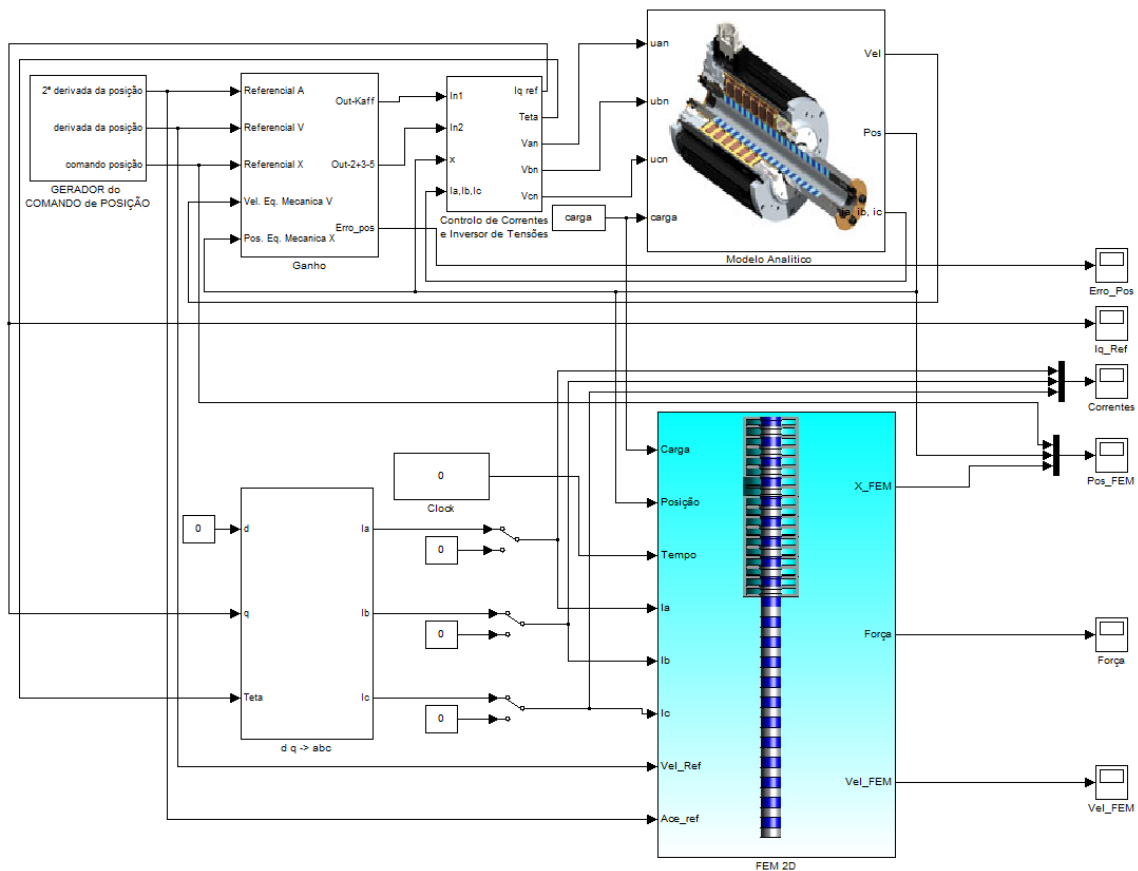
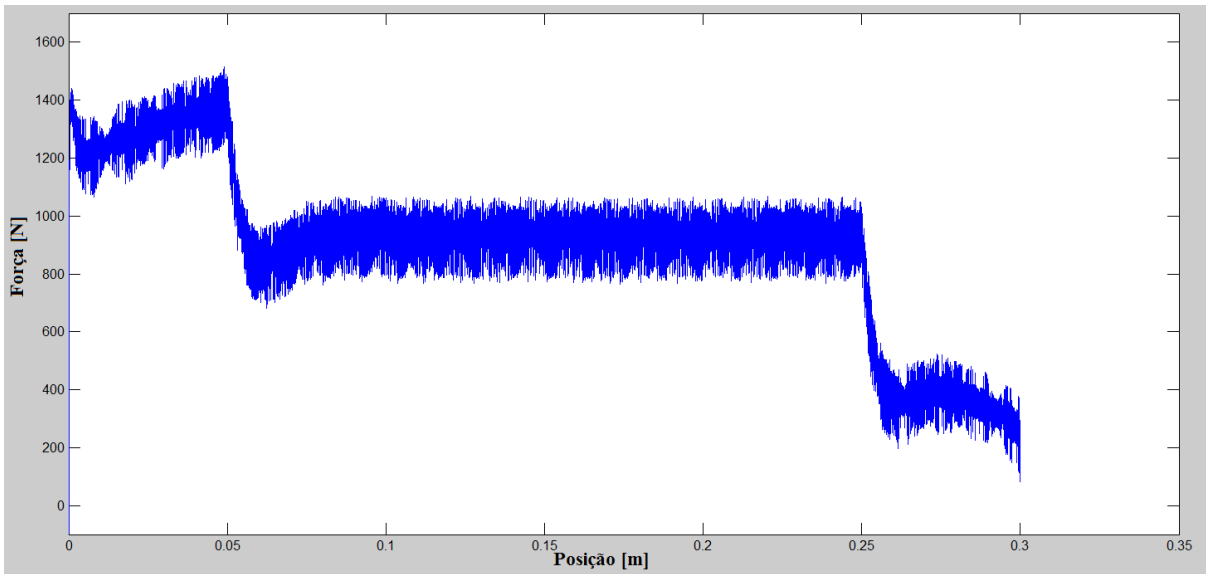
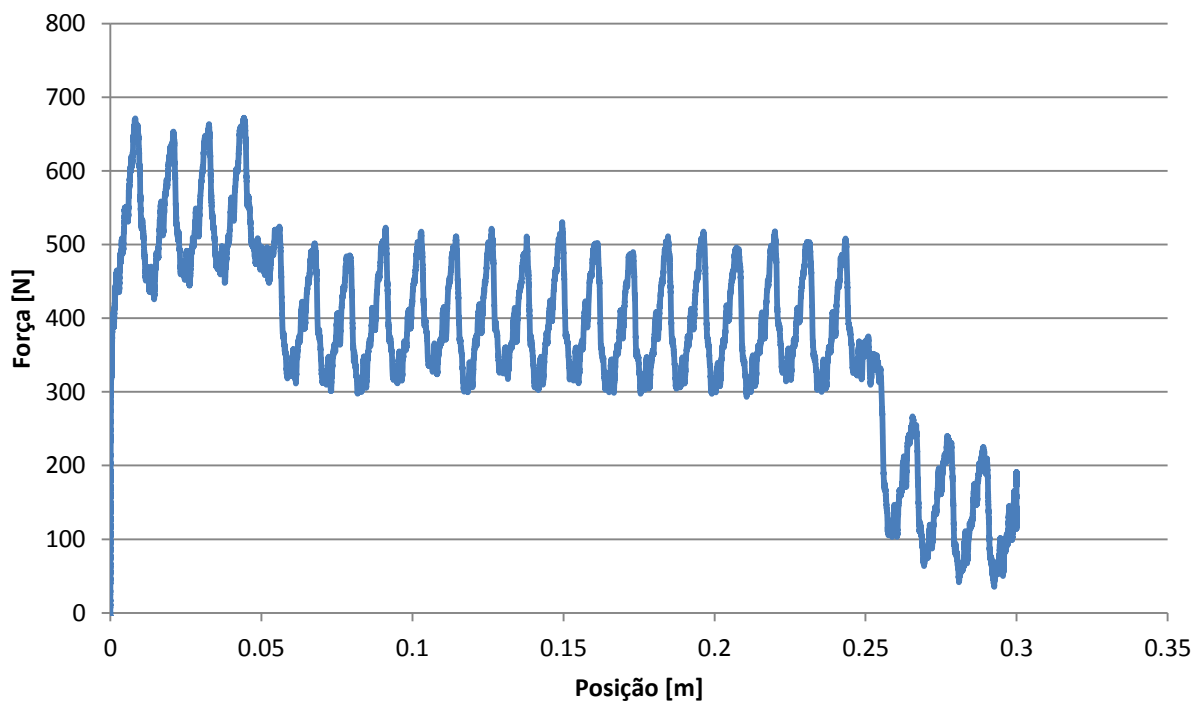


Figura 5.11 - Diagrama geral da MA e da MN.

Na Figura 5.12 a) e b) apresenta-se o desenvolvimento da força eletromagnética da MA e da MN, com uma aceleração de 10 m/s^2 no intervalo de posição $[0;0,05]$ m, com uma velocidade constante no intervalo de posição $[0,05;0,25]$ m e uma desaceleração no intervalo de posição $[0,25;0,3]$ m.



a)



b)

Figura 5.12 - Forças eletromagnéticas desenvolvidas no MA e MN: Força eletromagnética desenvolvida na MA a) e força eletromagnética desenvolvida na MN b).

Verifica-se que a força eletromagnética desenvolvida em ambos os modelos tem um comportamento semelhante nas trajetórias de aceleração, velocidade constante e

desaceleração. O valor da força eletromotriz na MN ser muito inferior ao valores encontrados na MA, poderá se dever a uma força de retenção muito mais elevado que o disponibilizado na documentação técnica.

5.7 – Conclusões

Apresentou-se de forma resumida a modelação matemática da MLT-IP, incluindo a equação mecânica e o processo de transformação para o referencial dq , sendo uma método de modelação relativamente incompleto por não levar em conta na máquina em estudo a situação da existência dos fluxos das extremidades.

Apresentou-se o princípio de funcionamento e modelação do PEL em uso nas simulações efetuadas.

Apresentou-se o modo de interligação entre o Matlab\Simulink[®] e o FEMM[®].

Retiraram-se alguns dos parâmetros eletromagnéticos da MLT-IP, evidenciando-se a mais-valia da MN, nomeadamente no cálculo do fluxo e das indutâncias.

Neste capítulo realizaram-se os ensaios de simulação do PEL em conjunto com o modelo de elementos finitos para uma trajetória trapezoidal, com uma carga de 350 N, verificando-se em alguns parâmetros, nomeadamente a posição e a força desenvolvida uma diferença bastante acentuada do resultante da MA.

Capítulo 6

Conclusões

Este capítulo finaliza o trabalho, onde são sumarizadas as conclusões do trabalho e sugestões para desenvolvimentos futuros.

6.1 – Conclusões globais

Neste trabalho, descreveram-se as diversas aplicações e formas existentes no mercado de máquinas lineares e máquinas lineares tubulares, com ou sem ímanes permanentes. Construiu-se um modelo computacional de uma MLT-IP existente no Laboratório de Máquinas Elétricas do ISEL, utilizando o FEM. Otimizou-se o modelo de acordo com os dados físicos e eletromagnéticos fornecidos no catálogo do fabricante e com o modelo desenvolvido retiram-se alguns dos seus parâmetros eletromagnéticos.

Verificou-se que recorrendo às terras raras é possível construir ímanes permanentes com melhores propriedades magnéticas, permitindo em a redução das suas dimensões, o que contribui para a produção de máquinas lineares de dimensões reduzidas.

Abordaram-se as equações que regem os fenómenos eletromagnéticos nas máquinas elétricas, destacando-se a contribuição de *Maxwell* para a unificação das equações existentes. Demonstrou-se o método variacional Rayleigh-Ritz utilizado para a resolução dos integrais resultantes das equações diferenciais que regem o problema físico e modelizado no *software* de elementos finitos FEMM[®].

Apresentou-se a máquina linear em estudo e as rotinas necessárias para a construção e otimização do modelo de elementos finitos. Implementou-se este modelo em FEMM[®], sendo integrado na MA do PEL em Matlab/Simulink[®].

Realizaram-se várias simulações com vista a recolha dos parâmetros da MLT-IP e com diferentes valores de corrente obteve-se o comportamento dinâmico do modelo da MLT-IP para o valor de 350 N de carga aplicada ao veio.

6.2 – Desenvolvimento futuro

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho deparou-se com três possibilidades relevantes de desenvolvimento futuro, nomeadamente o ajuste paramétrico na construção do modelo, a utilização de um *software* de elementos finitos mais avançado e redução do tempo de simulação numérica.

Assim propõem-se as seguintes linhas de investigação;

1. Propõe-se a utilização de *software* de ajuste paramétrico para a otimização automática do modelo;
2. A utilização de *software* de elementos finitos mais avançado, nomeadamente que permita a análise eletromagnética transitória e que utilize o modelo tridimensional;
3. Devido ao forte custo computacional da análise de elementos finitos integrada em ambiente de simulação MatLab\Simulink[®], sugere-se a implementação de técnicas de *cloud computing* como forma de reduzir o tempo global de simulação numérica.

Bibliografia

- [1] L. H. Lewis and F. Jiménez-Villacorta, “Perspectives on Permanent Magnetic Materials for Energy Conversion and Power Generation,” *Metall. Mater. Trans. A*, vol. 44A, January, pp. 2–20, 2012.
- [2] R. Luís, “DESENVOLVIMENTO DE UM CONTROLADOR FUZZY PARA UM POSICIONADOR ELECTROMECHANICO LINEAR,” Instituto Superior Técnico, 2007.
- [3] R. Hellinger and P. Mních, “Linear Motor-Powered Transportation: History, Present Status, and Future Outlook,” *Proc. IEEE*, vol. 97, no. 11, pp. 1892–1900, 2009.
- [4] I. Boldea and S. A. Nasar, *Linear electric actuators and generators*. New York: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1997.
- [5] I. Boldea and S. A. Nasar, “Linear Induction Motors,” in *The Induction Machines Design Handbook, Second Edition*, CRC Press, 2009, pp. 589–637.
- [6] “SMMA_MotorFamily_c.pdf.” [Online]. Available: http://www.smma.org/pdf/SMMA_MotorFamily_c.pdf. [Accessed: 28-Apr-2016].
- [7] “Linmot-linear-machines-applications.” [Online]. Available: http://www.montrol.com.tw/download/2014download/LM/Overview_Marketing_e_recent.pdf. [Accessed: 10-May-2016].
- [8] “Motor Stirling.” [Online]. Available: http://www.mhs.ox.ac.uk/wp-content/uploads/MHS_Poster_Stirling.pdf. [Accessed: 27-Sep-2016].
- [9] R. Davenport and L. Spiegel, “Saic Solar Dish Concentrator With Stirling Engine,” 2013.
- [10] A. F. O. Falcão, “The history of and progress in wave energy conversion devices - Wave Energy Conversion Modelling 1 to 5(2014).pdf.” [Online]. Available: [https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/3779580629428/Wave_Energy_Conversion_Modelling_1_to_5\(2014\).pdf](https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/3779580629428/Wave_Energy_Conversion_Modelling_1_to_5(2014).pdf). [Accessed: 11-Apr-2016].
- [11] “Linear alternator discussion - Stirlingengineforum.com.” [Online]. Available: <http://stirlingengineforum.com/viewtopic.php?t=1585>. [Accessed: 04-Jun-2016].
- [12] M. Rakshith, Y. K. L, and S. G. Vikas, “Bose Automotive Suspension,” no. 4, pp. 13–18, 2014.
- [13] R. F. Post, “Toward More Efficient Transport : The Inductrack Maglev System,” *Glob. Clim. Energy Proj. Adv. Transp. Work.*, October, 2005.
- [14] J. F. Gieras and Z. J. Piech, *Linear Synchronous Motors: Transportation and Automation Systems*, First Edit. CRC Press, 2000.
- [15] R. F. Post and D. Ryutov, “The Inductrack concept: A new approach to magnetic levitation,” 1996.
- [16] L. Yan, L. Zhang, T. Wang, Z. Jiao, C.-Y. Chen, and I.-M. Chen, “Magnetic Field of Tubular Linear Machines with Dual Halbach Array,” *Prog. Electromagn. Res.*, vol. 136, November 2012, pp. 283–299, 2013.

-
- [17] “Klaus Halbach.” [Online]. Available: http://lib-docs.web.cern.ch/lib-docs/Archives/biographies/Halbach_K-200008.pdf. [Accessed: 27-Sep-2016].
- [18] H. Allag, J. P. Yonnet, and M. E. H. Latreche, “3D analytical calculation of forces between linear halbach-type permanent-magnet arrays,” *ELECTROMOTION*, Jul 2009, Lille, Fr. 2009. <hal-00402515>.
- [19] “Tudo Sobre direção de magnetização | ímãs de neodímio.” [Online]. Available: <http://www.imaeneodimio.com.br/ima-de-neodimio/direcao-de-magnetismo/>.
- [20] “Edith Clarke - Engineering Hall of Fame.” [Online]. Available: <http://www.edisontechcenter.org/Clarke.html>. [Accessed: 20-Apr-2016].
- [21] G. Marques, “Dinâmica das Máquinas Eléctricas.” folhas de apoio - Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2002.
- [22] J. J. O’Connor and E. F. Robertson, *Jean-Robert Argand*. University of St Andrews.
- [23] CIPROMEC, “Capítulo 4 - MODELOS GENERALIZADOS DAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS.” Sebenta de Complementos de Máquinas Eléctricas - CIPROMEC - I.S.E.L., Lisboa.
- [24] J.-L. Lagrange, “Lecture #7 Lagrange’s Equations Lagrange’s Equations,” *Massachusetts Inst. Technol. © How*, vol. 1, 2003.
- [25] D. Morin, “The Lagrangian Method.” .
- [26] CIPROMEC, “Capítulo 3 - ESTUDO DA DINÂMICA DOS CONVERSORES ELECTROMECHANICOS.” Sebenta de Complementos de Máquinas Eléctricas - CIPROMEC - I.S.E.L., Lisboa.
- [27] W. Borutzky, A. Orsoni, and Z. Richard, “Bond Graph Modelling and Simulation of Mechatronic Systems An Introduction into the Methodology,” in *20th European Conference on Modelling and Simulation*, 2006.
- [28] CIPROMEC, “Capítulo 8 - GRAFOS DE LIGAÇÃO ENERGÉTICA.” Sebenta de Complementos de Máquinas Eléctricas - CIPROMEC - I.S.E.L., Lisboa.
- [29] I. W. Borutzky, *Bond Graph Methodology*. Londres: Springer-Verlag London, 2010.
- [30] J. A. Kypuros, *System Dynamics and Control with Bond Graph Modeling*. Edinburg, Texas: CRC Press, 2013.
- [31] C. Gupta, S. Marwaha, and M. S. Manna, “Finite Element Method As an Aid To Machine Design : a Computational Tool,” *Proc. COMSOL*, 2009.
- [32] N. Bianchi, *Electrical Machine Analysis Using Finite Elements*. CRC Press, 2005.
- [33] K. Hameyer and R. Belmans, *Numerical modelling and design of electrical machines and devices*. Southampton, UK: WIT Press, 1999.
- [34] R. Bargallo, *Finite Elements for Electrical Engineering*. 2006.
- [35] J. Peiro and S. Sherwin, “Finite Difference, Finite Element and Finite Volume Methods for Partial Differential Equations,” *Handb. Mater. Model.*, vol. I: Methods, pp. 1–32, 2005.
- [36] E. J. Ruggiero, “Modeling and Control of SPIDER Satellite Components,” 2005.
- [37] J. P. A. Bastos and N. Sadowski, *Electromagnetic modeling by finite element methods*, no. 117. 2003.
- [38] COMSOL, “COMSOL Multiphysics®,” 2016. [Online]. Available: <https://www.comsol.pt/comsol-multiphysics>. [Accessed: 15-Jul-2016].

- [39] Infolytica, “MagNet,” 2016. [Online]. Available: <http://www.infolytica.com/en/products/magnet/>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [40] ANSYS, “ANSYS Maxwell,” 2016. [Online]. Available: <http://www.ansys.com/Products/Electronics/ANSYS-Maxwell>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [41] Cedrat, “Flux leading software...,” 2016. [Online]. Available: <http://www.cedrat.com/en/software/flux.html>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [42] JMAG, “JMAG-Designer,” 2016. [Online]. Available: <https://www.jmag-international.com/products/jmag-designer/index.html>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [43] Integrated SE, “Produts,” 2016. [Online]. Available: <https://www.integratedsoft.com/products>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [44] D. C. Meeker, “Finite Element Method Magnetics, Version 4.2 (12Jan2016).” [Online]. Available: <http://www.femm.info>. [Accessed: 22-Mar-2016].
- [45] University of Santiago Compostela, “MaxFEM.” [Online]. Available: <http://www.usc.es/en/proyectos/maxfem/>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [46] P. Karban, F. Mach, P. Kůs, D. Panek, and I. Doležel, “Numerical solution of coupled problems using code Agros2D,” in *Computing*, 2013, vol. 95, SUPPL.1, pp. 381–408.
- [47] C.-I. C. for Science, “Elmer,” 2016. [Online]. Available: <https://www.csc.fi/web/elmer>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [48] P. Dular and C. Geuzaine, “GetDP,” 2016. [Online]. Available: <http://getdp.info/>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [49] D. Meeker, “Finite Element Method Magnetics : ComputationalMagneticsLinks,” 2016. [Online]. Available: <http://www.femm.info/wiki/ComputationalMagneticsLinks>. [Accessed: 15-Jul-2016].
- [50] M. N. O. Sadiku, “A simple introduction to finite element analysis of electromagnetic problems,” *IEEE Trans. Educ.*, vol. 32, no. 2, pp. 85–93, 1989.
- [51] A. Reece and T. Preston, *Finite Element Methods in Electrical Power Engineering*. Oxford: Oxford University Press, 2000.
- [52] I. Boldea and L. Tutelea, *ELECTRIC MACHINES Steady State, Transients, and Design with MATLAB®*. CRC Press, 2010.
- [53] D. Meeker, “Finite Element Method Magnetics Version 4.2 User Manual,” p. 158, 2010.
- [54] Gamboa V. Pedro, “Introdução ao Método dos Elementos Finitos.” [Online]. Available: <http://webx.ubi.pt/~pgamboa/pessoal/10371/apontamentos/01-IntroducaoAoMetodoDosElementosFinitos.pdf>. [Accessed: 28-Dec-2016].
- [55] A. W. Leissa, “The historical bases of the Rayleigh and Ritz methods,” *J. Sound Vib.*, vol. 287, no. 4–5, pp. 961–978, 2005.
- [56] M. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics - Second Edition*. Boca Raton: CRC Press, 2001.
- [57] “Operadores auto-adjuntos (simétricos e hermitianos). Teorema espectral.” [Online]. Available: <http://cmup.fc.up.pt/cmup/alga/teorespectral/modulo9.pdf>. [Accessed: 29-Dec-2016].
- [58] E. S. Hamdi, *Design of Small Electrical Machines*. Cardiff: John Wiley & Sons, 1998.

- [59] G. Meunier, *The Finite Element Method for Electromagnetic Modeling*. Wiley.
- [60] “Triangle: A Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator.” [Online]. Available: <http://www.cs.cmu.edu/%257Equake/triangle.html>.
- [61] “Moog Acquires California Linear Devices.” [Online]. Available: <http://www.moog.com/news/operating-group-news/2008/moog-exps-high-performance-motor-solutions-acquires-california-linear-devices/>. [Accessed: 08-Mar-2016].
- [62] “LinearServoMotorDtS.pdf.” [Online]. Available: <http://www.moog.com/literature/MCG/LinearServoMotorDtS.pdf>. [Accessed: 08-Mar-2016].
- [63] C. L. Devices, “High Performance Linear Servo Motors: 4020C 4020D 5020C 5020D.” .

Anexo A

Sub-rotinas desenvolvidas

Neste anexo lista-se as sub-rotinas necessárias para a criação e otimização do modelo e as sub-rotinas criadas para a simulação.

A.1 – Sub-rotinas de otimização em Lua[®]

Analise.lua

AtribuiCorrentes.lua

Circuito.lua

Estator.lua

Fronteira.lua

Materiais.lua

MatrizFases.lua

Mlt-ip.lua

Mover.lua

Saturacao.lua

Variaveis.lua

Veio.lua

A.2 – Sub-rotinas de simulação para MatLab/Simulink[®]

Analise.m

AtribuiCorrentes.m

CriaFicheiro.m

CriaModelo.m

Descer.m

Estator.m

Fronteira.m

Figuras.m

ini_parametros.m

Materiais.m

MatrizFases.m

Mltip.m

modelo.mdl

Saturacao.m

Subir.m

VarGlobais.m

Variaveis.m

Veio.m

VerificaExistenciaDoModelo.m