



## **Previsão de crescimento de fendas de fadiga utilizando elementos finitos e inteligência artificial**

**TIAGO HENRIQUE DA CRUZ FERRA**  
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de  
Especialização de Manutenção e Produção

**Orientador:**

Doutor Ricardo Miguel Gomes Simões Baptista

**Júri:**

Presidente: Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Vogais:

Doutora Virgínia Isabel Monteiro Nabais Infante

Doutor Ricardo Miguel Gomes Simões Baptista



# **Previsão de crescimento de fendas de fadiga utilizando elementos finitos e inteligência artificial**

**TIAGO HENRIQUE DA CRUZ FERRA**  
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de  
Especialização de Manutenção e Produção

Orientador:

Doutor Ricardo Miguel Gomes Simões Baptista, ISEL/IPL

Júri:

Presidente: Doutora Maria Amélia Ramos Loja, ISEL/IPL

Vogais:

Doutora Virgínia Isabel Monteiro Nabais Infante, IST/UL

Doutor Ricardo Miguel Gomes Simões Baptista, ISEL/IPL



# Agradecimentos

Ao concluir mais uma etapa de extrema importância na minha vida pessoal e profissional, quero deixar os meus agradecimentos a todos os que fizeram parte desta jornada. Foram dois anos extremamente exigentes, para mim e para todos os que me rodeiam, mas foi um esforço que valeu a pena.

Desde o início do meu percurso acadêmico, procurei seguir sempre o caminho que mais pudesse contribuir para o alargamento do meu conhecimento, e a escolha do tema desta dissertação não poderia ter sido diferente. Optei por um desafio que me exigiu dedicação, perseverança e capacidade de superação, levando-me a explorar novas perspectivas e a desenvolver competências que considero essenciais para o meu crescimento pessoal, acadêmico e profissional.

Especialmente, quero deixar o meu mais sincero agradecimento ao meu orientador, Prof. Dr. Ricardo Baptista, pela paciência, disponibilidade e confiança depositada no meu trabalho. Sem o seu apoio não teria sido possível concluir esta dissertação.

Aos professores e colegas de curso do MEM, manifesto igualmente a minha gratidão pelos dois anos de partilha e aprendizagem. Levo comigo não apenas conhecimento, mas também valiosas lições de vida, boas memórias e amizades que certamente permanecerão.

Por último, mas de todo menos importante agradeço à minha família, o pilar da minha vida, pelo amor incondicional, apoio emocional e compreensão ao longo de todo este percurso. Espero ter-vos deixado orgulhosos.



## Declaração de integridade

Declaro que esta dissertação é o resultado da minha investigação pessoal e independente. O seu conteúdo é original e todas as fontes listadas nas referências bibliográficas foram consultadas e estão devidamente mencionadas no texto. Mais declaro que todas as referências científicas e técnicas relevantes para o desenvolvimento do trabalho estão devidamente citadas e constam das referências bibliográficas.

O autor

Tiago Ferra

Lisboa, 05 de dezembro de 2025



# Previsão de crescimento de fendas de fadiga utilizando elementos finitos e inteligência artificial

## Resumo

A análise da trajetória de propagação de fendas de fadiga constitui um desafio relevante na área da integridade estrutural, devido à complexidade associada à simulação numérica ou à experimentação. Em particular, o estudo de componentes sujeitos a carregamentos biaxiais revela-se ainda mais exigente, uma vez que envolve a aplicação simultânea e independente de forças em direções perpendiculares, aumentando significativamente a variabilidade dos cenários possíveis.

Neste trabalho, foi estudada a propagação de fissuras em provetes cruciformes sob carregamentos cíclicos biaxiais em fadiga, combinando metodologias numéricas baseadas no Método dos Elementos Finitos (FEM) com a aplicação de técnicas de Inteligência Artificial (AI), nomeadamente redes neuronais artificiais (ANN). Para a geração dos dados de treino da rede, recorreu-se a simulações numéricas que permitiram determinar os fatores de intensidade de tensão para fendas com diferentes geometrias, comprimentos e orientações. Uma vez treinada, a rede mostrou-se capaz de prever, de forma quase imediata, os fatores de intensidade de tensão necessários ao cálculo da direção e da taxa de crescimento da fenda.

Os resultados obtidos pela ANN foram comparados com as trajetórias de propagação calculadas exclusivamente por FEM. A análise dos desvios entre coordenadas, calculados através da raiz quadrada do erro médio quadrático (RMSE), revelaram um erro mínimo de 0,0006 mm e um erro máximo de 2,1890 mm, sendo o erro médio de 0,3613 mm. Assim, a abordagem híbrida FEM-IA revelou-se vantajosa pela sua elevada eficiência computacional, mantendo um nível de precisão adequado à previsão do comportamento em fadiga. Assim, os modelos baseados em redes neuronais demonstraram ser uma ferramenta promissora de apoio à análise estrutural, contribuindo para reduzir significativamente o tempo e os recursos necessários em estudos de propagação de fendas em regimes de carregamento complexo.

**Palavras-chave:** propagação de fendas, redes neuronais, fadiga, provetes cruciformes.



# Fatigue Crack Growth Prediction Using Finite Elements and Artificial Intelligence

## Abstract

The analysis of fatigue crack propagation trajectories is a significant challenge in the field of structural integrity due to the complexity associated with either numerical simulation or experimental testing. In particular, the study of components subjected to biaxial loading is especially demanding, as it involves the simultaneous and independent application of forces in perpendicular directions, which considerably increases the variability of possible scenarios.

In this work, the propagation of cracks in cruciform specimens under cyclic biaxial fatigue loading was investigated by combining numerical methodologies based on the Finite Element Method (FEM) with Artificial Intelligence (AI) techniques, namely artificial neural networks. Training data for the network were generated from numerical simulations that provided stress intensity factors for cracks with different geometries, lengths, and orientations. Once trained, the network was able to predict, almost instantaneously, the stress intensity factors required to calculate both crack growth direction and growth rate.

The results obtained by the ANN were compared with the propagation trajectories calculated exclusively by FEM. The analysis of the deviations between coordinates, calculated using the Root Mean Square Error (RMSE), revealed a minimum error of 0.0006 mm and a maximum error of 2.1890 mm, being on average 0,3613 mm. For this reason, the hybrid FEM-IA approach proved to be valuable for its high computational efficiency, maintaining a level of accuracy appropriate to the prediction of fatigue behaviour. Therefore, neural network-based models have proven to be a promising tool to support structural analysis, contributing to significantly reduce the time and resources required in crack propagation studies in complex loading regimes.

**Keywords:** crack propagation, neural networks, fatigue, cruciform specimens.



# Lista de Símbolos e de Siglas

## Símbolos

$\beta$	Ângulo inicial da fenda
$\delta$	Ângulo de fase
$\lambda$	Razão de biaxialidade
$\sigma$	Tensão longitudinal
$\lambda\sigma$	Tensão transversal
$K_I$	Fator de Intensidade de tensões – Modo I
$K_{II}$	Fator de Intensidade de tensões – Modo II
$K_{III}$	Fator de Intensidade de tensões – Modo III

## Siglas

AI	<i>Artificial Intelligence</i>
ANN	<i>Artificial Neural Network</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
CNN	<i>Convolutional Neural Network</i>
CTOD	<i>Crack Tip Opening Displacement</i>
CTSD	<i>Crack Tip Shear Displacement</i>
FEA	<i>Finite Element Analysis</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
LSTM	<i>Long Short-Term Memory</i>
ML	<i>Machine Learning</i>
MSED	<i>Minimum Strain-Energy Density</i>
MSS	<i>Maximum Shear Stress</i>
MTS	<i>Maximum Tangential Stress</i>
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i>
SIF	<i>Stress Intensity Factor</i>
VCTD	<i>Vector Crack Tip Displacement</i>



# Índice

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	ENQUADRAMENTO .....	2
1.2	MOTIVAÇÃO.....	2
1.3	OBJETIVO.....	4
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>7</b>
2.1	MECÂNICA DA FRATURA .....	8
2.1.1	<i>Fatores de intensidade de Tensões, <math>K_I</math>, <math>K_{II}</math>, <math>K_{III}</math> .....</i>	<i>9</i>
2.2	FADIGA MULTIAXIAL .....	11
2.2.1	<i>Tipos de provetes.....</i>	<i>11</i>
2.2.2	<i>Parâmetros de carregamento .....</i>	<i>12</i>
2.2.3	<i>Critérios de previsão de crescimento de fendas .....</i>	<i>13</i>
2.3	INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL .....	14
2.3.1	<i>Redes neuronais .....</i>	<i>16</i>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>19</b>
3.1	SOFTWARES UTILIZADOS.....	20
3.2	MODELAÇÃO DO PROVETE .....	21
3.3	ALGORITMO PARA CÁLCULO DE FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO .....	24
3.4	TREINO DA REDE NEURONAL .....	26
3.5	ALGORITMO PARA PREVISÃO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA.....	29
3.5.1	<i>Rede Neuronal.....</i>	<i>29</i>
3.5.2	<i>Elementos Finitos .....</i>	<i>30</i>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE RESULTADOS .....</b>	<b>33</b>
4.1	RESULTADOS - REDE NEURONAL.....	34
4.1.1	<i>Carregamento proporcional (<math>\lambda = 1</math>) .....</i>	<i>34</i>
4.1.2	<i>Carregamento não proporcional (<math>\lambda = 0,5</math>) .....</i>	<i>41</i>
4.1.3	<i>Carregamento não proporcional (<math>\lambda = 2</math>) .....</i>	<i>44</i>
4.2	COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS OBTIDOS POR ELEMENTOS FINITOS .....	46
4.2.1	<i>Carregamento proporcional (<math>\lambda = 1</math>) .....</i>	<i>47</i>
4.2.2	<i>Carregamento desproporcional (<math>\lambda = 0,5</math>).....</i>	<i>50</i>
4.2.3	<i>Carregamento desproporcional (<math>\lambda = 2</math>).....</i>	<i>52</i>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>57</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>61</b>
	<b>ANEXO 1 – CÓDIGO PARA GERAR SIFS.....</b>	<b>63</b>
	<b>ANEXO 2 – CÓDIGO DE TREINO DA REDE NEURONAL .....</b>	<b>65</b>

<b>ANEXO 3 – CÓDIGO DE PREVISÃO DE CRESCIMENTO DE FENDA (REDE NEURONAL).....</b>	<b>67</b>
<b>ANEXO 4 – CÓDIGO DE PREVISÃO DE CRESCIMENTO DE FENDA (FEM).....</b>	<b>73</b>
<b>ANEXO 5 – GRÁFICOS DE SIF'S E CRITÉRIOS DE PROPAGAÇÃO (<math>\lambda = 0,5</math>).....</b>	<b>77</b>
<b>ANEXO 6 – GRÁFICOS DE SIF'S E CRITÉRIOS DE PROPAGAÇÃO (<math>\lambda = 2</math>).....</b>	<b>81</b>

# Índice de figuras

FIGURA 2.1 - MODOS DE ABERTURA DE FENDAS (MARTINS ET AL., 2014). .....	10
FIGURA 2.2 - ESBOÇO DE PROVETE CRUCIFORME (LEE & TAYLOR, 2011). .....	12
FIGURA 2.3 – INFLUÊNCIA DA FASE DE CARREGAMENTO NA VIDA À FADIGA (LEE & TAYLOR, 2011). .....	13
FIGURA 2.4 – ARQUITETURA DE ANN FEEDFORWARD BAPTISTA ET AL. (2023). .....	17
FIGURA 3.1 - PROVETE CRUCIFORME MODELADO A TRÊS DIMENSÕES COM ZONA DIVIDIDA PARA GERAÇÃO DE MALHA APROPRIADA A PRESENÇA DE UMA FENDA. ....	22
FIGURA 3.2 - REPRESENTAÇÃO DA CARGA E CONDIÇÕES FRONTEIRA.....	23
FIGURA 3.3 - REPRESENTAÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS JUNTO ÀS DUAS FRENTE DE FENDA. ....	23
FIGURA 3.4 - REPRESENTAÇÃO DE PRÉ-FENDA COMPLEXA, COM ÂNGULO INICIAL DE FENDA E ÂNGULO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA.....	24
FIGURA 3.5 –CÁLCULO DE SIFs (FLUXOGRAMA).....	25
FIGURA 3.6 - REGRESSÃO DA REDE NEURONAL TREINADA. ....	27
FIGURA 3.7 - ERRO ENTRE VALOR OBTIDO EM SIMULAÇÃO E VALOR PREVISTO PARA CADA SIF ( $K_I$ E $K_{II}$ PARA CARREGAMENTO NA DIREÇÃO LONGITUDINAL (VERTICAL)) E TRANSVERSAL (HORIZONTAL)). ....	28
FIGURA 3.8 - COMPARAÇÃO RESULTADO REAL (SIMULADO) VS RESULTADO PREVISTO (REDE).....	28
FIGURA 4.1 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 0^\circ$ E $\delta = 0^\circ$ . ....	35
FIGURA 4.2 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 0^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	35
FIGURA 4.3 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 0^\circ$ E $\delta = 90^\circ$ . ....	36
FIGURA 4.4 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 15^\circ$ E $\delta = 90^\circ$ . ....	37
FIGURA 4.5 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 30^\circ$ E $\delta = 90^\circ$ . ....	37
FIGURA 4.6 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 45^\circ$ E $\delta = 90^\circ$ . ....	38
FIGURA 4.7 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 90^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	38
FIGURA 4.8 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 0^\circ$ E $\delta = 180^\circ$ . ....	39
FIGURA 4.9 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 15^\circ$ E $\delta = 180^\circ$ . ....	39
FIGURA 4.10 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 30^\circ$ E $\delta = 180^\circ$ . ....	40
FIGURA 4.11 - SIFs DURANTE O CICLO DE CARREGAMENTO DA PRÉ-FENDA PARA $\beta = 45^\circ$ E $\delta = 180^\circ$ . ....	40
FIGURA 4.12 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 180^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	41
FIGURA 4.13 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 0^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	42
FIGURA 4.14 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 90^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	42
FIGURA 4.15 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 180^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	43
FIGURA 4.16 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 0^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	45
FIGURA 4.17 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 90^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	45
FIGURA 4.18 - GRÁFICO DE PROPAGAÇÃO DE FENDA PARA $\delta = 180^\circ$ (CRITÉRIO $\max(\Delta KI)$ ). ....	46
FIGURA 4.19 - COMPARAÇÃO FEM VS AI ( $\lambda=1, \delta=0^\circ$ ). ....	48
FIGURA 4.20 - COMPARAÇÃO FEM VS AI ( $\lambda=1, \delta=90^\circ$ ). ....	48
FIGURA 4.21 - COMPARAÇÃO FEM VS AI ( $\lambda=1, \delta=180^\circ$ ). ....	49
FIGURA 4.22 - COMPARAÇÃO FEM VS AI ( $\lambda=0,5, \delta=0^\circ$ ). ....	51
FIGURA 4.23 - COMPARAÇÃO FEM VS AI ( $\lambda=0,5, \delta=90^\circ$ ). ....	51

FIGURA 4.24 - COMPARAÇÃO FEM vs AI ( $\lambda = 0,5$ , $\delta = 180^\circ$ ).....	52
FIGURA 4.25 - COMPARAÇÃO FEM vs AI ( $\lambda = 2$ , $\delta = 0^\circ$ ).....	53
FIGURA 4.26 - COMPARAÇÃO FEM vs AI ( $\lambda = 2$ , $\delta = 90^\circ$ ).....	54
FIGURA 4.27 - COMPARAÇÃO FEM vs AI ( $\lambda = 2$ , $\delta = 180^\circ$ ).....	54

## Índice de tabelas

TABELA 4.1 - RMSE PARA CARREGAMENTO PROPORCIONAL ( $\lambda = 1$ ). .....	49
TABELA 4.2 - RMSE PARA CARREGAMENTO PROPORCIONAL ( $\lambda = 0,5$ ). .....	52
TABELA 4.3 - RMSE PARA CARREGAMENTO PROPORCIONAL ( $\lambda = 2$ ). .....	55



# 1 Introdução

## 1.1 Enquadramento

A propagação de fendas de fadiga em componentes estruturais representa um desafio significativo, particularmente em contextos onde condições de carga multiaxiais estão presentes. Sob estas condições, uma fenda de fadiga pode ser defletida adotando trajetórias complexas, tornando assim a previsão do seu comportamento um problema não trivial, mas de alta relevância para garantir a integridade estrutural e a segurança de sistemas mecânicos.

Tradicionalmente, a análise e previsão do crescimento de fendas dependem de abordagens baseadas em cálculos numéricos complexos, como a análise de elementos finitos (FEA), ou de extensos programas experimentais que exigem recursos elevados. Essas técnicas, embora precisas, podem ser limitadas em termos de tempo e custo, especialmente em sistemas que exigem avaliações contínuas ou em estruturas críticas submetidas a cargas cíclicas.

Com o avanço da Inteligência Artificial (AI) e do *Machine Learning* (ML), novas oportunidades têm surgido para colmatar estes problemas de maneira mais eficiente e econômica. Técnicas baseadas em AI oferecem a possibilidade de criar modelos preditivos, treinados com dados experimentais e/ou numéricos, dispensando a necessidade de recorrer a cálculos analíticos contínuos e permitindo previsões rápidas e precisas. A AI possibilita a identificação de padrões complexos e não-lineares que caracterizam a propagação de fendas de fadiga multiaxial, algo que seria difícil de alcançar apenas com métodos tradicionais.

## 1.2 Motivação

A realização deste estudo é motivada por diversos fatores que destacam a sua importância e necessidade. Primeiramente, os desafios envolvidos na previsão do comportamento de fendas de fadiga multiaxial em componentes estruturais são significativos. Sob condições de carga complexas, as fendas podem seguir trajetórias curvas e imprevisíveis, tornando seu comportamento difícil de modelar e antecipar com precisão. Isso representa um problema crítico, especialmente considerando que as abordagens tradicionais, como cálculos numéricos detalhados e testes experimentais, exigem um elevado consumo de tempo e recursos, além de serem limitadas na sua capacidade de lidar com um grande número de cenários.

A relevância da segurança estrutural é outro fator central que motiva este estudo. O crescimento descontrolado de fendas de fadiga é uma das principais causas de falhas

em estruturas mecânicas, podendo levar a danos catastróficos e colocar vidas em risco. Portanto, prever com precisão o comportamento dessas fendas é essencial para reduzir riscos e aumentar a fiabilidade dos componentes estruturais, principalmente em indústrias como a aeroespacial, automóvel e construção civil, onde a integridade estrutural é crucial.

Além disso, as limitações das abordagens tradicionais reforçam a necessidade de novas soluções. Métodos como a FEA e ensaios reais em ambiente laboratorial, embora eficazes, são extremamente dependentes de recursos computacionais e financeiros, dificultando a sua aplicação em grande escala. Estes métodos também apresentam limitações no que diz respeito à análise de cenários complexos ou altamente variáveis, evidenciando a necessidade de alternativas mais rápidas e acessíveis.

O avanço da AI surge como uma oportunidade promissora para superar essas limitações. A AI oferece ferramentas capazes de resolver problemas complexos de forma eficiente. No entanto, ainda há uma lacuna na aplicação prática destas tecnologias para abordar a questão específica das fendas de fadiga multiaxial, o que torna este estudo uma contribuição valiosa para o avanço da área. Apesar dos avanços significativos da AI em outras áreas da engenharia, como otimização de processos e análise preditiva em cenários mais simples, a aplicação dessas técnicas em situações envolvendo cargas multiaxiais ainda enfrenta limitações importantes.

Primeiramente, existe uma carência de dados experimentais e numéricos suficientemente abrangentes e detalhados para alimentar modelos de AI dedicados à análise de fendas de fadiga multiaxial. Muitos estudos na área de fadiga concentram-se em condições de carregamento uniaxial ou em situações simplificadas, o que limita a representatividade e a eficácia de modelos aplicados a condições mais complexas, onde os padrões de propagação das fendas podem ser altamente não-lineares e difíceis de prever. A escassez de dados resultantes de carregamentos multiaxiais, especialmente aqueles que envolvem geometrias específicas, trajetórias curvas e variações nas propriedades dos materiais, representa um obstáculo significativo ao desenvolvimento de modelos de AI confiáveis.

Além disso, a própria natureza das fendas de fadiga multiaxial introduz desafios únicos. Sob condições de carregamento multiaxial, as fendas podem apresentar trajetórias imprevisíveis e conformações curvas, que são difíceis de modelar utilizando métodos tradicionais. Essa complexidade geométrica e dinâmica exige abordagens inovadoras para serem incorporadas em sistemas de AI, capazes de lidar com as

variáveis interdependentes que influenciam o comportamento das fendas. Embora existam avanços na análise numérica, como o uso de FEA, esses métodos ainda são frequentemente isolados do desenvolvimento de modelos baseados em AI, o que limita a exploração do potencial combinado dessas abordagens.

Outro aspecto importante é a seleção criteriosa das variáveis de entrada para o treino dos modelos de AI. Identificar os parâmetros mais relevantes, como características geométricas, propriedades dos materiais e condições de carregamento, é essencial para garantir a qualidade e a fiabilidade das previsões. Este estudo procura não apenas desenvolver um modelo preditivo, mas também explorar as melhores práticas na escolha das variáveis que afetam diretamente a propagação das fendas.

Por fim, a aplicação prática deste estudo pode trazer impactos significativos para a indústria. O desenvolvimento de um modelo eficiente e fiável tem o potencial de reduzir custos operacionais, otimizar processos de manutenção e prolongar a vida útil de componentes estruturais. Além disso, contribui para o estado da arte na área, explorando uma aplicação inovadora de AI e abrindo caminhos para futuras pesquisas e avanços tecnológicos.

Em resumo, este estudo é motivado pela necessidade de superar os desafios associados à previsão de fendas de fadiga multiaxial, aproveitar o potencial das tecnologias emergentes e atender à procura constante de soluções mais eficientes e fiáveis. Este estudo representa uma oportunidade de avançar no entendimento deste fenômeno e oferecer ferramentas práticas que podem transformar a forma como a integridade estrutural é analisada e garantida.

### 1.3 Objetivo

O principal objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo de AI capaz de prever o crescimento de uma fenda num provete cruciforme, eliminando a necessidade de utilizar ferramentas numéricas ou realizar ensaios experimentais. Sendo esse modelo capaz de prever o comportamento da fenda mesmo sob condições complexas de carregamento, sendo treinado com base em resultados numéricos previamente obtidos.

Para atingir este objetivo principal, foi necessário, primeiramente, selecionar um design adequado e definir as dimensões de um provete cruciforme representativo, de modo que existam dados numéricos e experimentais disponíveis para fins de validação e comparação. Em seguida, foi necessário determinar os tipos de carregamentos aos

quais o provete estaria submetido, garantindo que o modelo de inteligência artificial seja capaz de realizar previsões confiáveis do crescimento da fenda sob essas condições.

Posteriormente, criou-se um modelo numérico do provete, com o objetivo de calcular e analisar a distribuição dos fatores de intensidade de tensão (SIF) em diferentes cenários, considerando variados comprimentos, orientações e tipos de carregamento aplicados ao provete. Esses resultados numéricos foram utilizados para treinar o modelo de inteligência artificial, otimizando os parâmetros para garantir o melhor desempenho possível.

Um dos focos centrais do trabalho é a escolha criteriosa das variáveis de entrada do modelo, como parâmetros geométricos, materiais, condições de carga e tensões aplicadas. Esta etapa é crucial para assegurar que as previsões sejam robustas e generalizáveis. Com isso, pretende-se que o modelo final seja capaz de prever com alta precisão a trajetória e o comportamento de propagação das fendas em função das condições geométricas e de carga analisadas.

Uma vez treinado, o modelo é utilizado para prever o crescimento da fenda em diferentes condições de carregamento, permitindo a análise de seu desempenho. Por fim, os resultados obtidos são comparados com a bibliografia existente e com modelos alternativos, a fim de validar a eficácia e a precisão das previsões realizadas pelo modelo de AI desenvolvido.



## **2 Revisão Bibliográfica**

## 2.1 Mecânica da Fratura

A mecânica da fratura é um ramo da mecânica onde são estudados os processos que levam à propagação de fendas nos diversos materiais. Para este efeito, métodos analíticos da mecânica dos sólidos são utilizados para calcular a força necessária para a iniciação de fendas e métodos experimentais da mecânica dos sólidos para caracterizar a resistência dos materiais à fratura. Consiste no estudo da relação entre tensão e extensão na presença de um defeito ou fenda, podendo ser abordada num regime linear elástico (Mecânica da fratura linear elástica) ou elásto-plástico (Mecânica da fratura elásto-plástica). A existência de um defeito no material é o aspeto central da mecânica da fratura, já que esta estuda a relação entre a forma e dimensão deste e a falha mecânica do componente onde está presente.

Atualmente a mecânica da fratura é extremamente importante no projeto mecânico que antecede a utilização de um determinado componente. No entanto, devido às falhas resultantes do projeto e outras provenientes do processo de fabrico, estes componentes devem ser monitorizados e, no caso de falha, uma ampla investigação deve ser conduzida para que a causa seja identificada e sejam propostas as alterações necessárias ao projeto ou ao controlo de fabrico do referido componente. A ruína de um material manifesta-se por uma modificação geométrica ou metalúrgica de um determinado material. Estas modificações provocam sobretudo a alteração das propriedades mecânicas e térmicas de um dado componente, levando ao comprometimento das suas condições ideais de funcionamento.

Existem variados modos de falha, sendo que alguns podem até mesmo ocorrer em simultâneo. Entre os diversos modos de ruína, os principais ocorrem devido à corrosão, ao desgaste, à deformação elástica excessiva, à deformação plástica, à fratura frágil, à encurvadura e à fadiga. Normalmente, a falha dada por fadiga está associada a outros modos de falha. Para compreender as causas de falha reais e correlacioná-las com os estudos teóricos, recorre-se frequentemente à fratografia, que corresponde à análise da superfície fraturada.

A mecânica da fratura é essencial na análise de propagação de fendas de fadiga. Compreender como e o porquê das fendas se propagarem é vital para garantir a integridade estrutural e a segurança operacional e ocupacional em diversas indústrias. Uma das principais razões para a realização destes estudos é a prevenção de falhas catastróficas. Muitas falhas graves em estruturas, como pontes, aviões e edifícios, ocorrem devido ao crescimento instável de fissuras. Embora este tipo de estudos exija investimento, tanto ao nível de tempo como de recursos, este refletir-se-á numa redução

significativa nos custos a longo prazo, evitando manutenção corretiva, paragens não planeadas e coimas resultantes de acidentes. Recorrendo à análise da propagação de fendas, os engenheiros podem tomar medidas preventivas, realizando por exemplo inspeções regulares e manutenção preventiva, para evitar tais falhas.

Outro benefício importante é a otimização do projeto. Compreender o comportamento das fendas sob diferentes condições de carga permite uma constante otimização do design de componentes e estruturas para minimizar o risco de falhas, seja pela seleção de materiais mais adequados ou pela alteração da geometria dos componentes. Isto, contribui ainda para o desenvolvimento de novos materiais, com melhores propriedades de resistência à fratura, como é o caso dos compósitos, das ligas metálicas de alta resistência e das cerâmicas reforçadas. Além disso, a análise é essencial no desenvolvimento e na adesão a normas e regulamentações industriais, como as estabelecidas pela ASTM (American Society for Testing and Materials), que especificam métodos para testar e avaliar a resistência à fratura de materiais e componentes.

Para os fabricantes, a análise de propagação de fendas é vital para melhorar a qualidade dos produtos. Entender como e o porquê das fendas se iniciarem e se propagarem permite ajustar processos produtivos (por exemplo o processo de estampagem) para minimizar defeitos e melhorar a durabilidade e resistência dos produtos finais.

Em suma, a análise da propagação de fendas recorrendo à mecânica da fratura é uma ferramenta vital, permitindo que os engenheiros prevejam, previnam e controlem a falha de componentes e estruturas de forma eficaz. Compreender o comportamento das fendas é essencial para garantir a segurança, a durabilidade e a eficiência dos produtos.

### 2.1.1 Fatores de intensidade de Tensões, $K_I$ , $K_{II}$ , $K_{III}$

Na mecânica da fratura, os termos  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$  ou  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  referem-se aos SIF para diferentes modos de falha (Cui, 2002). Estes parâmetros refletem a redistribuição das tensões num corpo, dada a introdução de uma fenda. Os três modos (modo I - tração; modo II e III - corte) são utilizados para descrever a forma como uma fenda se propaga sob diferentes tipos de carregamento (Figura 2.1).

Cada um dos fatores de intensidade de tensão quantifica a magnitude do campo de tensão próximo à extremidade da fenda para o respetivo modo de abertura de fenda, ajudando a prever o crescimento da fenda e a prevenir a eventual falha do material sob

diferentes condições de trabalho. Exemplificando a mecânica da fratura utiliza estes modos para desenvolver critérios de falha, como o Critério de Fratura de Griffith (Cui, 2002).

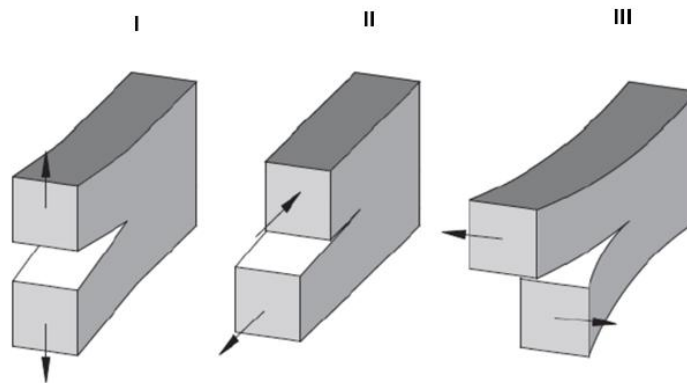


Figura 2.1 - Modos de abertura de fendas (Martins et al., 2014).

### 1. Modo I (modo de abertura, $K_I$ )

O modo I refere-se à abertura da fenda perpendicular ao plano da mesma. Isso acontece quando uma carga de tração é aplicada perpendicularmente ao plano da fenda. Este é o modo mais comum e geralmente o mais crítico, sendo que a maioria das fendas se propaga sob este tipo de carregamento.

### 2. Modo II (modo de corte no plano, $K_{II}$ )

O modo II envolve o deslizamento da fenda paralelamente ao plano da fenda e perpendicular à extremidade da fenda. Isso ocorre em condições em que o plano da fenda se encontra carregado ao corte.

### 3. Modo III (modo de corte anti-plano, $K_{III}$ )

O modo III envolve o deslizamento da fenda paralelamente à frente da fenda e perpendicular ao plano da fenda. Tal acontece quando uma carga de corte é aplicada tangencialmente ao plano da fenda, mas perpendicular ao movimento de deslizamento do Modo II. Este modo é o mais incomum, mas pode ocorrer em certas configurações de carregamento complexas.

Dada a maior probabilidade de ocorrência do modo I, o critério de falha é normalmente definido por este modo. Como propriedade inerente ao material, é definida a resistência do material à propagação de uma fenda como sendo a tenacidade à fratura,  $K_{IC}$ . A tenacidade à fratura é o valor crítico para o qual a fenda se irá começar a propagar. Ou seja, para que não haja propagação da fenda, o fator de intensidade de tensões no modo I não deve exceder a tenacidade do material,  $K_I \leq K_{IC}$ , ou para os

casos em que os modos I e II não sejam desprezáveis utiliza-se o critério de energia equivalente em que o fator de intensidade de tensões equivalente dos três modos não deverá exceder a tenacidade à fratura do material,  $\sqrt{K_I^2 + K_{II}^2 + K_{III}^2} \leq K_{IC}$ .

## 2.2 Fadiga multiaxial

A fadiga dos metais tem sido amplamente estudada sob condições de tensões uniaxiais para fins de previsão da vida útil em fadiga, no entanto, os elementos sujeitos à fadiga frequentemente estão submetidos a níveis significativos de tensões biaxiais. As tensões biaxiais surgem devido a fatores como a geometria, a heterogeneidade do material e carregamentos aplicados em diferentes direções, com frequências e/ou fases distintas.

Os efeitos das tensões biaxiais na fadiga têm sido investigados, tanto teoricamente quanto experimentalmente, por diversos investigadores, resultando em conclusões variadas e, por vezes, contraditórias (Lee & Taylor, 2011). Num carregamento biaxial, duas cargas são aplicadas ao material em dois eixos perpendiculares e de forma independente. Estes carregamentos podem gerar condições de proporcionalidade ou condições de não proporcionalidade entre as cargas aplicadas à fenda de fadiga (Floros et al., 2019).

### 2.2.1 Tipos de provetes

O estudo de fadiga multiaxial é realizado com o intuito de compreender como materiais e componentes estruturais respondem a carregamentos cíclicos que atuam em múltiplas direções simultaneamente. Quanto à geometria, os provetes podem assumir diferentes formatos, como provetes tubulares, cilíndricos maciços ou cruciformes (Infante-García et al., 2019).

A geometria cruciforme, que será abordada ao longo deste documento, é especialmente útil para simular estados de tensão planos e analisar casos de propagação de fendas em modo misto, envolvendo os modos I e II.

Na Figura 2.2, apresenta-se o provete considerado. Esta geometria tem sido utilizada também pela sua simplicidade (uma vez que não utiliza redução de espessura no seu centro) por diversos autores (Mall & Perel, 2015; Misak et al., 2013, 2014).

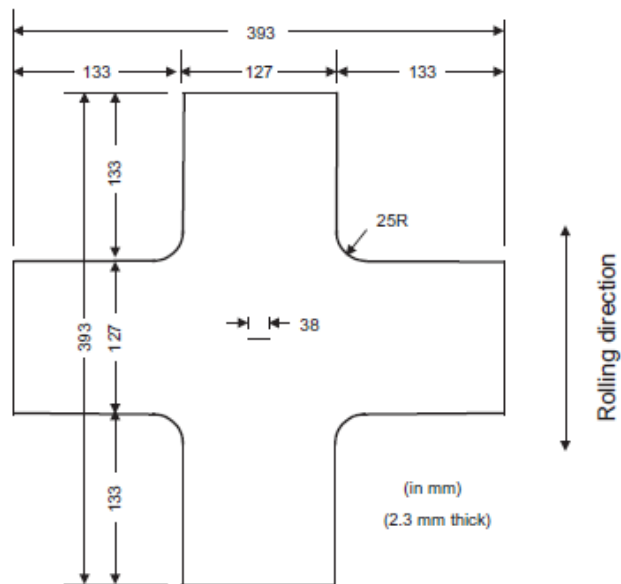


Figura 2.2 - Esboço de provete cruciforme (Lee & Taylor, 2011).

### 2.2.2 Parâmetros de carregamento

Diferentes tipos de tensões são aplicados aos provetes, representando o estado de tensão a que os elementos estruturais estão também sujeitos. Estes carregamentos podem ser proporcionais, quando a relação entre as tensões ou deformações permanece constante durante o ciclo, ou não proporcionais, quando as tensões ou deformações mudam de direção ou intensidade de forma independente. A esta relação, é dado o nome de razão de biaxialidade ( $\lambda$ ). Nos estudos consultados, a razão de biaxialidade varia entre 0 e 1,5. Isto significa que, quanto maior que a unidade for a razão de biaxialidade, maior será a tensão aplicada na direção vertical (secundária) e, quanto menor que a unidade for a razão de biaxialidade, maior será a tensão na direção horizontal (principal).

Outra variável importante são os ângulos de fase. No caso do carregamento em fase, as tensões variam de forma sincronizada no tempo, ou seja, atingem os seus valores máximos, mínimos e nulos em simultâneo, o que caracteriza uma diferença angular de  $0^\circ$ . Matematicamente, significa que as tensões em ambas as direções estão em sincronia perfeita, criando um estado de deformação que é uniforme e proporcional ao longo do ciclo, promovendo uma propagação de fenda controlada no material. Já no carregamento fora de fase, existe uma diferença de ângulo de fase entre as tensões aplicadas em ambas as direções. Normalmente, essa diferença é de  $180^\circ$ , o que significa que enquanto uma tensão está no seu valor máximo, a outra está no seu valor mínimo, e vice-versa. Esta assincronia cria um estado de deformação mais complexo, resultando em trajetórias de propagação de fendas mais irregulares e, frequentemente, em uma maior severidade no comportamento à fadiga do material. Esse comportamento

é representado matematicamente ao incluir o deslocamento angular de  $180^\circ$  na função que descreve a variação da tensão ao longo do tempo. Assim, em termos gerais, o ângulo de fase é o parâmetro que define como as tensões interagem temporalmente em um carregamento biaxial. Um ângulo de  $0^\circ$  corresponde ao carregamento em fase, enquanto um ângulo de  $180^\circ$  corresponde ao carregamento fora de fase. Essa diferença no ângulo de fase tem um impacto direto na distribuição das tensões, na direção de propagação da fenda e na vida útil do material sob fadiga (Mall & Perel, 2015).

Num estudo de fadiga biaxial de ligas de alumínio 1100-H14 e 7075-T651 sob diferentes condições de carregamento, razão de biaxialidade, níveis de tensão e entalhes, os resultados demonstram que para uma mesma razão de biaxialidade, uma tensão longitudinal mais baixa resulta em uma vida útil à fadiga mais longa, tanto sob carregamento em fase quanto fora de fase (Figura 2.3). Sob carregamento em fase, um aumento no valor de  $\lambda$  contribui para reduzir a taxa de crescimento de fenda e prolongar a vida à fadiga, enquanto sob carregamento fora de fase,  $\lambda$  tem pouco impacto nesses parâmetros (Lee & Taylor, 2011). Assim, reforça-se a importância da razão de biaxialidade e do ângulo de fase no comportamento mecânico de materiais submetidos a carregamentos complexos.

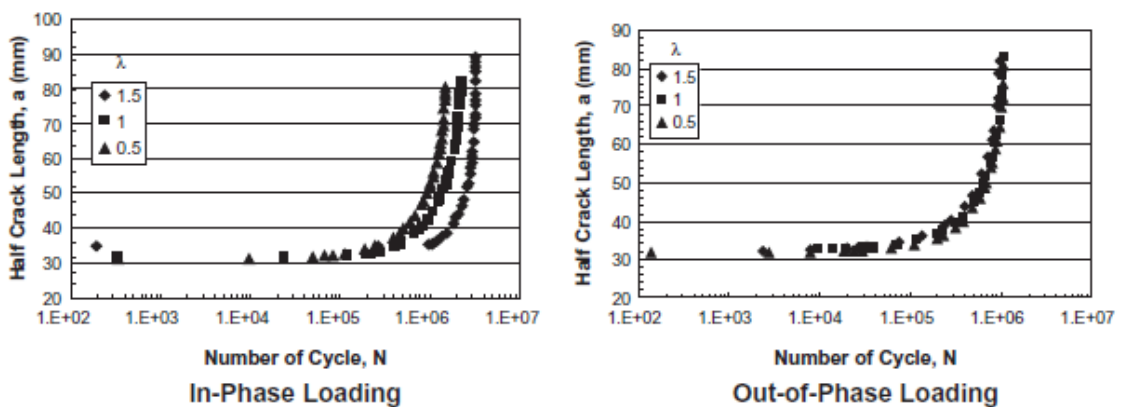


Figura 2.3 – Influência da fase de carregamento na vida à fadiga (Lee & Taylor, 2011).

### 2.2.3 Critérios de previsão de crescimento de fendas

Além dos ensaios laboratoriais, o estudo de fadiga multiaxial frequentemente envolve modelação numérica e simulações para prever o comportamento das fissuras. Existem três tipos principais de critérios: aqueles baseados nos SIF, em parâmetros de energia ou no deslocamento da ponta da fenda (CTOD) (Candeias et al., 2022).

Critérios clássicos, como o de Tensão Tangencial Máxima (MTS), Tensão de Corte Máxima (MSS) e Energia de Deformação Mínima (MSED), são amplamente utilizados

para prever as direções de crescimento de fissuras, com base nos fatores de intensidade de tensão  $K_I$  (modo I) e  $K_{II}$  (modo II) (Floros et al., 2019). Ambos apresentam previsões semelhantes para condições de corte moderadas, no entanto, para maiores razões de biaxialidade existe uma elevada discrepância entre ambos os critérios. De maneira geral, os critérios tradicionais fornecem boas estimativas em condições lineares ou levemente não lineares, mas as suas limitações em contextos de maior complexidade exigem ajustes ou a integração de novos fatores para aumentar sua aplicabilidade em estudos mais abrangentes. O MTS é mais adequado para carregamento proporcional puro de modo I ou de modo misto, enquanto o MSS pode ser útil em condições de modo II puro ou de carregamento fora de fase. Sob condições puramente de modo II, evidências experimentais mostram que a propagação da fenda ocorrerá inicialmente sob modo de corte, conforme o critério MSS, mas eventualmente mudará para o modo de tração (MTS) (Candeias et al., 2022).

Segundo Candeias et al. (2022) a evidência experimental mostra que, sob condições de modo II puro, a propagação da fissura inicialmente ocorre sob modo de corte, de acordo com o critério MSS, mas eventualmente a propagação transita para o modo I, como descrito pelo critério MTS. No entanto, os critérios baseados em SIF não conseguem capturar esse comportamento de transição entre modos. O Critério Vetorial de Deslocamento de Ponta de Fenda (VCTD), por outro lado, critério definido como a soma do deslocamento da abertura da ponta da fenda em tração (CTOD) e o deslocamento de corte da ponta da fenda (CTSD<sub>e</sub>), prevendo o crescimento da fenda por fadiga nas direções de modo I (tração) e modo II (corte), respetivamente, permite simulações de propagação de fadiga mais precisas, capturando essa transição de modo com maior eficácia (Baptista et al., 2023).

Para a monitorização do crescimento recorrendo à análise experimental, diversas técnicas são empregues, como o método de queda de potencial (*DC potential drop*), que mede o avanço da fissura ao longo dos ciclos de carregamento ou, por exemplo, através de análises fratográficas, que são realizadas com microscopia eletrônica de varrimento de modo a examinar características das superfícies de fratura, como estrias de fadiga e fissuras secundárias. As trajetórias das fissuras sob diferentes condições de carregamento, como em fase ou fora de fase, e diferentes razões de biaxialidade, são observadas para entender melhor o comportamento do material.

## 2.3 Inteligência artificial

A AI tem vindo a assumir, nas últimas décadas, um papel central em diversas áreas do conhecimento, destacando-se pela sua capacidade de processar grandes volumes

de dados, identificar padrões complexos e realizar previsões com elevado grau de precisão. O crescimento exponencial da capacidade computacional, aliado ao desenvolvimento de algoritmos avançados e ao acesso facilitado a bases de dados cada vez mais extensas, tem permitido que a AI seja aplicada com sucesso em setores tão distintos como a medicina, a indústria automóvel, a energia, a gestão financeira, entre outros. Esta tendência reflete não apenas a evolução tecnológica, mas também a necessidade crescente de soluções que sejam simultaneamente mais rápidas, eficientes e capazes de lidar com a incerteza inerente a sistemas complexos.

No campo da mecânica da fratura e da análise da propagação de fendas, a pertinência do recurso a técnicas de AI revela-se particularmente evidente. Tradicionalmente, a avaliação do comportamento das fendas sob condições de carregamento cíclico é realizada através de métodos numéricos, nomeadamente pelo método dos elementos finitos (FEM), que apesar da sua precisão, implica um custo computacional elevado e uma preparação morosa dos modelos. A utilização da AI, e em particular das redes neuronais artificiais, constitui uma abordagem alternativa que procura reduzir significativamente estes constrangimentos, permitindo explorar um vasto espaço de variáveis em menor tempo e com menor dependência de recursos de cálculo intensivo.

A aplicação da AI a este domínio encontra justificação adicional na sua capacidade de generalização. Uma rede neuronal, devidamente treinada com dados representativos, é capaz de prever a evolução da propagação de fendas em diferentes condições de carregamento ou geometria sem necessidade de repetir integralmente simulações numéricas demoradas. Este facto torna a AI não apenas uma ferramenta de previsão, mas também um complemento poderoso às metodologias clássicas, funcionando em simbiose com o método dos elementos finitos.

Assim, a escolha da inteligência artificial neste trabalho não surge apenas como uma solução inovadora, mas como uma resposta prática a um problema recorrente na análise estrutural: a necessidade de encontrar um equilíbrio entre rigor científico e eficiência computacional. Acresce ainda o facto de a AI se encontrar num estado de maturidade tecnológica que já demonstrou o seu valor em múltiplas áreas, reforçando a relevância da sua integração em estudos de engenharia. Ao aplicar esta tecnologia à previsão da propagação de fendas em regime de fadiga, abre-se caminho não só para reduzir significativamente o esforço computacional associado a este tipo de análises, mas também para potenciar novas abordagens híbridas que combinem a robustez do cálculo numérico com a versatilidade da previsão baseada num histórico de dados.

### 2.3.1 Redes neuronais

O conceito de Rede Neuronal Artificial (ANN) é inspirado no funcionamento do cérebro humano. O cérebro é composto por centenas de milhares de milhões de elementos de processamento, conhecidos como neurónios, e atua como um computador altamente complexo, não linear e paralelo. De forma semelhante, uma rede neuronal artificial funciona como um processador paralelo massivamente distribuído, em que os neurónios desempenham o papel de unidades de processamento. Durante o processo de treino, a rede neuronal artificial adquire conhecimento ao ajustar os pesos correspondentes, de forma a minimizar uma função de erro. Uma das principais vantagens desta técnica é a ausência da necessidade de realizar suposições prévias sobre o comportamento do material em análise, tornando-a superior em relação a outras técnicas convencionais de previsão (Gope et al., 2015).

A utilização de redes neuronais artificiais no estudo do crescimento de fendas por fadiga surge como uma abordagem promissora para contornar as limitações dos métodos tradicionais. Isso ocorre porque as redes neuronais são capazes de identificar e prever comportamentos complexos e não lineares que surgem ao longo do processo de fadiga, trazendo uma nova abordagem para melhorar a previsão da vida útil de componentes expostos à fadiga (Baptista et al., 2023).

Dois elementos essenciais numa ANN são a sua arquitetura e o seu processo de treino. A arquitetura define de que forma os nós estão conectados e como ocorre o fluxo de informação entre eles. Por outro lado, o treino consiste em ajustar o fluxo interno de informações na rede, utilizando resultados previamente conhecidos de um conjunto de entradas, permitindo assim prever resultados desconhecidos a partir de novos dados.

De acordo com Baptista et al. (2023), diversos tipos de RNA são aplicáveis ao estudo do processo de propagação de fadiga, incluindo Redes Neuronais Modulares, *Feedforward*, Função de Base Radial, Redes Auto-Organizadoras de Kohonen, Redes Neuronais Recorrentes (RNN), Redes Neuronais Convolucionais (CNN) e Redes de Memória de Longo/Curto prazo (LSTM). Cada uma delas tem propriedades específicas que podem ser adaptadas ao problema de fadiga, dependendo das características do carregamento e das condições do material.

As redes de *back-propagation*, utilizadas nesta dissertação, são redes que se referem a perceções multicamada e *feedforward*, treinadas com um algoritmo de *back-*

*propagation* de erros (uma técnica de minimização de erro). Deste modo, a arquitetura de uma rede neuronal artificial simples, baseada em back-propagation, consiste sobretudo num conjunto de nós distribuídos numa camada de entrada, uma ou mais camadas de neurónios ocultos e uma camada de saída. Os neurónios de cada camada estão interligados com os neurónios da camada subsequente, através de ligações, associadas a um peso que descreve a força dessa conexão. A Figura 2.4 exemplifica uma ANN com 3 neurónios na camada de entrada, 2 neurónios na camada de saída e 2 camadas escondida com 5 e 4 neurónios respetivamente.

Para além dos pesos entre cada ligação, cada neurónio tem uma função de ativação. A função de ativação pode ser linear ( $f(x) = cx$ ), tangencial ( $f(x) = \tanh(-cx)$ ), sigmoide ( $f(x) = \frac{1}{1+e^{-cx}}$ ) ou exponencial ( $f(x) = e^{-x^2}$ ) e estabelece o mapeamento entre camadas (dados de entrada e dados de saída).

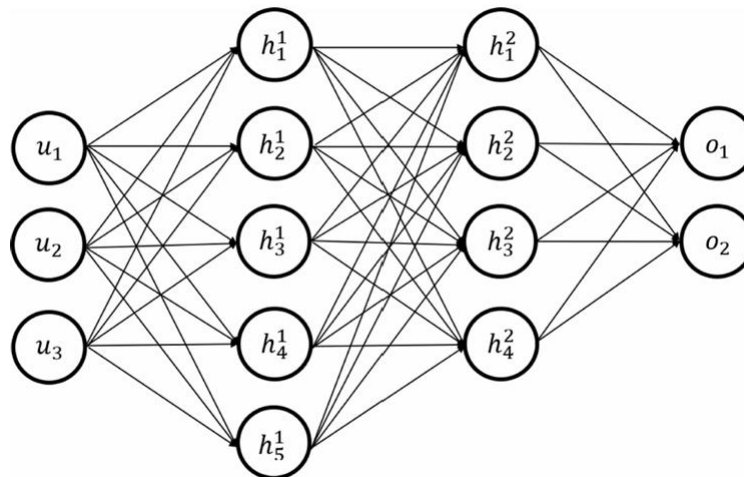


Figura 2.4 – Arquitetura de ANN *feedforward* Baptista et al. (2023).



## **3 Metodologia**

### 3.1 Softwares utilizados

No âmbito do presente estudo, o Abaqus, software desenvolvido pela Dassault Systèmes de simulação baseado na Análise por FEA, assumiu um papel central como ferramenta de simulação numérica baseada no FEM, permitindo a análise detalhada do comportamento de provetes cruciformes sujeitos a carregamentos biaxiais em fadiga. Este software possibilitou a construção de modelos tridimensionais, nos quais foram implementadas condições de fronteira representativas de diferentes cenários de solicitação mecânica. Através da definição de parâmetros como o rácio biaxial, a fase relativa entre os carregamentos e a frequência cíclica, tornou-se viável simular de forma controlada situações que se aproximam de condições reais de funcionamento. Uma das principais funcionalidades exploradas foi o cálculo dos SIF, que constituem um parâmetro fundamental para a descrição da intensidade de tensões na frente de fenda e, conseqüentemente, para a previsão da sua direção de propagação. Desta forma, o Abaqus forneceu resultados numéricos de elevada fiabilidade, que serviram não apenas para compreender o comportamento estrutural, mas também como base de dados essencial para a fase subsequente de integração com ferramentas de AI.

Em complemento, o MATLAB, software de cálculo numérico desenvolvido pela MathWorks Inc., desempenhou um papel igualmente determinante, funcionando como plataforma de desenvolvimento e implementação de algoritmos, análise numérica e implementação de modelos de previsão. A sua versatilidade foi particularmente útil em três vertentes principais. Em primeiro lugar, foi utilizado para tratamento e organização dos resultados obtidos no Abaqus, permitindo a conversão dos fatores de intensidade de tensão em conjuntos de dados estruturados para análise estatística e posterior utilização em redes neuronais. Em segundo lugar, o MATLAB serviu como ambiente de treino e validação de modelos de AI, nomeadamente ANN, capazes de aprender os padrões subjacentes ao crescimento e direção de propagação das fissuras. Estes modelos, treinados com dados provenientes das simulações FEM, permitiram reduzir significativamente o custo computacional, já que forneceram estimativas quase instantâneas do comportamento da fenda em novas condições de carregamento, sem necessidade de repetir simulações completas em Abaqus. Em terceiro lugar, o MATLAB foi ainda utilizado como ferramenta de visualização e comparação de resultados, permitindo gerar representações gráficas claras que facilitaram a avaliação da coerência entre os resultados do FEM e aqueles obtidos pela abordagem híbrida FEM–AI.

A utilização conjunta destes dois softwares resultou, assim, numa sinergia entre a robustez numérica do Abaqus e a flexibilidade computacional do MATLAB. Enquanto o Abaqus ofereceu a capacidade de modelar, com elevado detalhe, o campo de tensões

na frente de fenda e a resposta do material sob carregamentos complexos, o MATLAB proporcionou os meios necessários para transformar esses resultados em modelos preditivos mais ágeis e adaptáveis. Esta integração não só permitiu acelerar o processo de simulação e análise, como também abriu caminho para a exploração de metodologias híbridas que conciliam a precisão dos métodos numéricos tradicionais com a eficiência das técnicas baseadas em Inteligência Artificial.

### 3.2 Modelação do Provete

O objetivo deste estudo consiste na análise da propagação de fendas de fadiga. Para tal, foi selecionado o provete cruciforme, um modelo amplamente utilizado na literatura devido à sua capacidade de reproduzir estados de tensão multiaxiais. A adoção deste tipo de provete permite não só avaliar o comportamento da fissura sob carregamentos cíclicos, mas também investigar a influência de variáveis adicionais, tais como diferentes fases de carregamento e distintas razões de biaxialidade, possibilitando uma caracterização mais abrangente do fenómeno de propagação de fendas.

Considerando que a presente dissertação não tem como finalidade a análise de um material específico associado a uma aplicação prática, foi necessário selecionar propriedades mecânicas representativas que permitissem a realização de simulações de propagação de fendas de forma consistente e comparável com a literatura. Nesse sentido, optou-se por utilizar as propriedades de um aço inoxidável, caracterizado por um módulo de elasticidade de 193 GPa e um Coeficiente de Poisson de 0,3, em detrimento da liga de alumínio estudada no artigo de Lee, E. U., & Taylor, R. E. (2011).

A escolha do aço inoxidável justifica-se por ser um material amplamente documentado e utilizado em estudos numéricos, apresentando comportamento linear elástico bem definido e estável para a escala de carregamentos considerada. Assim, esta abordagem possibilita concentrar o estudo nos objetivos centrais da dissertação, nomeadamente a análise da propagação de fendas sob carregamentos biaxiais em fadiga e a integração de redes neuronais como ferramenta de apoio ao FEM, garantindo ao mesmo tempo a coerência e reprodutibilidade dos resultados.

O provete cruciforme foi modelado em Abaqus (Figura 3.1), permitindo representar de forma fidedigna a geometria típica utilizada em ensaios de propagação de fissuras sob carregamento biaxial. A escolha desta geometria permite estudar o comportamento da fissura em diferentes direções do plano e garante a compatibilidade com as técnicas de análise numérica aplicadas. Este provete (Figura 3.1), modelado de acordo com o representado no estudo de Lee & Taylor (2011), apresenta dois braços com um

comprimento de 393 mm e uma largura de 127 mm, o que permite o crescimento de fendas de fadiga com dimensão elevada. Os raios de curvatura de 25 mm são suficientemente elevados para não gerar concentrações de tensão de grandes dimensões, permitindo o crescimento de fendas sem serem influenciadas pelo seu valor. O comprimento da fenda foi variável durante o treino, mas posteriormente foi considerado como sendo 15 mm.

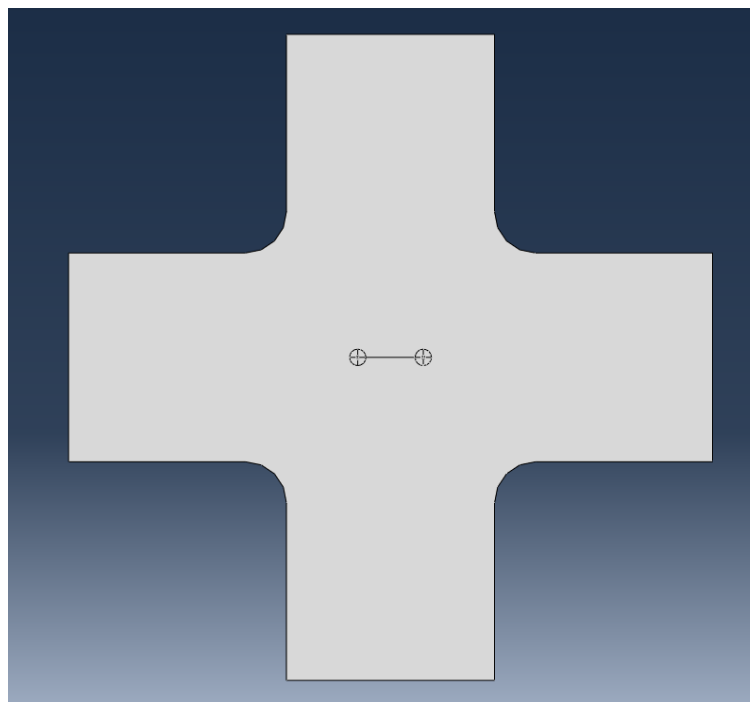


Figura 3.1 - Provete cruciforme modelado a três dimensões com zona dividida para geração de malha apropriada a presença de uma fenda.

No modelo tridimensional, foi introduzida uma pré-fenda na região central do provete. Para melhorar a definição da fenda e a qualidade da malha, foram criadas divisões nas faces adjacentes à ponta da fenda e inseridas pequenas circunferências nas extremidades da fissura. Esta abordagem facilita a utilização de elementos colapsados (*duplicate nodes*) na ponta da fenda, permitindo capturar corretamente a singularidade do campo de tensões.

Foi aplicada uma condição de carregamento biaxial com amplitude definida, juntamente com as condições de fronteira necessárias para garantir a estabilidade do modelo. Na Figura 3.2 é possível verificar as cargas aplicadas ao eixo horizontal e vertical, bem como a limitação de movimento na horizontal aplicada à base e a limitação de movimento horizontal aplicado ao lado esquerdo do provete. Desta forma o mesmo pode deformar-se livremente sem introduzir flexão dos seus braços. Este modelo foi gravado no Abaqus, servindo como base para as simulações subsequentes geradas automaticamente via MATLAB (que modificam devidamente este modelo).

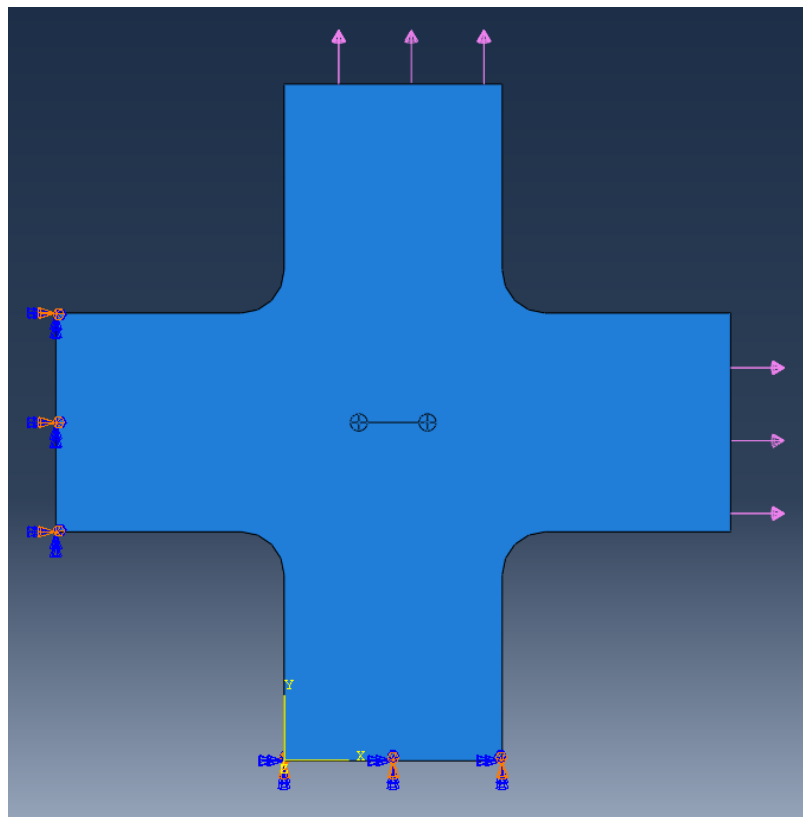


Figura 3.2 - Representação da carga e condições fronteira.

A malha foi refinada na região próxima à ponta da fissura (Figura 3.3), utilizando elementos colapsados para melhor representação do gradiente de tensões (Figura 3.3). O refinamento da malha nesta região é crítico para a precisão do cálculo dos fatores de intensidade de tensão.

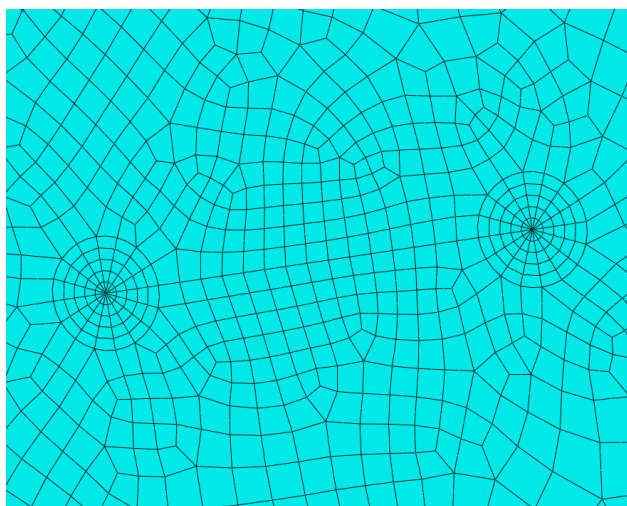


Figura 3.3 - Representação da malha de elementos finitos junto às duas frentes de fenda.

A simulação foi realizada em regime elástico linear, e os SIF foram obtidos através do método de integrais de contorno implementados no Abaqus, considerando elementos colapsados na fenda. Este resultado fornece os valores de SIF em modos I, II e III.

Numa fase inicial, o modelo de simulação incluía apenas uma pré-fenda com uma inclinação definida. Esta abordagem preliminar revelou-se essencial, uma vez que permitiu otimizar o algoritmo desenvolvido para a geração automática das simulações, além de servir como referência para a comparação entre os resultados numéricos obtidos e os valores teóricos esperados, beneficiando da simplicidade geométrica do modelo.

Numa etapa subsequente, foi introduzido um segundo *sketch* de pré-fenda, incorporando o ângulo adicional de propagação (Figura 3.4). Este modelo, mais representativo e complexo, foi adotado como a principal base de estudo para a previsão da propagação da fenda, constituindo-se como o suporte fundamental para a análise desenvolvida nesta dissertação.

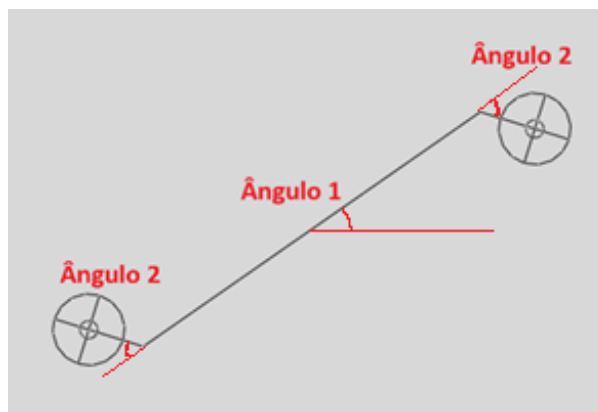


Figura 3.4 - Representação de pré-fenda complexa, com ângulo inicial de fenda e ângulo de propagação de fenda.

### 3.3 Algoritmo para cálculo de Fatores de Intensidade de Tensão

Com o intuito de automatizar a geração de dados necessários ao treino da rede neuronal, foi desenvolvido um código em MATLAB que interage diretamente com o Abaqus. O algoritmo percorre de forma sistemática várias combinações de variáveis geométricas, nomeadamente o comprimento da fenda e os ângulos de propagação inicial e secundário, gerando para cada caso as correspondentes simulações numéricas. A Figura 3.5 representa de uma forma visual e simplificada o funcionamento e contributo de cada software e linguagem de programação no cálculo dos SIFs.

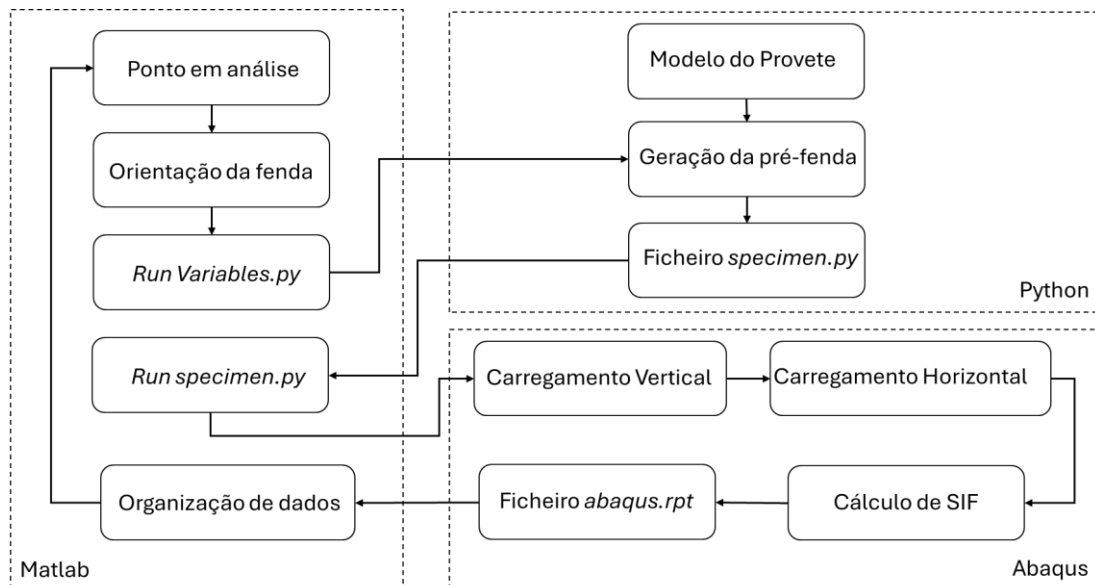


Figura 3.5 –Cálculo de SIFs (Fluxograma).

Numa primeira etapa, são calculadas as coordenadas características da geometria, de acordo com o modelo definido para as pré-fendas. Estas coordenadas são organizadas em vetores e gravadas num ficheiro em formato Python (*Variables.py*), que serve de interface com o Abaqus, substituindo os parâmetros de entrada do modelo de forma dinâmica.

De seguida, o MATLAB invoca o Abaqus em modo não interativo, executando o *script* “*specimen.py*”. Este ficheiro foi previamente adaptado do ficheiro gerado automaticamente pelo Abaqus (*abaqus.rpy*), substituindo os valores numéricos originais por variáveis genéricas, de modo a permitir a sua atualização automática. Assim, cada vez que o código em MATLAB gera um novo ficheiro “*Variables.py*” com os parâmetros geométricos e de carregamento, estas variáveis são lidas pelo Abaqus e incorporadas diretamente na modelação. O *script* atualizado passa a conter não apenas a geometria do provete e a definição das pré-fendas, mas também as condições de fronteira e os carregamentos específicos para a combinação em análise. Após a execução da simulação, o Abaqus gera um relatório em formato de texto (*abaqus.rpt*), que é posteriormente lido e processado pelo MATLAB.

O código extrai então os SIF para os modos I, II e III, referentes a ambas as frentes de fenda. Para assegurar a fiabilidade dos resultados, são calculadas médias sobre vários contornos de integração ao longo da espessura, reduzindo a variabilidade associada ao método numérico do integral de contorno com elementos colapsados. Os valores médios de  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$  são posteriormente organizados em matrizes, distinguindo-se os contributos correspondentes ao carregamento vertical e horizontal.

Por fim, os resultados são compilados e gravados num ficheiro de texto (*dados\_2.txt*), onde cada linha corresponde a uma combinação específica de variáveis geométricas e condições de carregamento. Este procedimento permitiu construir, de forma automática e mais eficiente, uma base de dados extensa e consistente, utilizada no treino e validação da rede neuronal desenvolvida.

Consultar Anexo 1 onde consta o *script* “*Fazer\_SIF\_specimen*” do MATLAB responsável por gerar os SIF para o modelo complexo de fenda.

### 3.4 Treino da Rede Neuronal

Após a geração da base de dados de SIF, resultante das simulações automáticas realizadas no Abaqus em conjunto com o MATLAB, procedeu-se ao desenvolvimento e treino da ANN. O objetivo consistiu em explorar a capacidade das redes neuronais para prever os valores dos SIF em diferentes direções de propagação, reduzindo a necessidade de recorrer continuamente a simulações de elementos finitos de elevado custo computacional.

Os dados organizados em ficheiro Excel foram importados para o MATLAB, onde se distinguiu o conjunto de entradas (comprimento da fenda, ângulo inicial da fenda e ângulo de propagação de fenda) das saídas (componentes dos SIF).

De modo a garantir estabilidade numérica durante o treino e melhorar a convergência do algoritmo de otimização, aplicou-se uma normalização estatística dos dados, baseada na subtração da média e divisão pelo desvio-padrão em cada variável. Os parâmetros de normalização foram guardados para posterior desnormalização dos resultados previstos pela rede, assegurando que os valores pudessem ser interpretados posteriormente com a mesma unidade de medida.

A arquitetura definida para a rede neuronal corresponde a uma rede densa *feed-forward*, totalmente conectada, composta por três camadas ocultas com 128, 64 e 32 neurónios, respetivamente. A escolha deste esquema decrescente permite que as camadas iniciais, mais largas, capturarem interações complexas entre as variáveis de entrada, enquanto camadas subsequentes, mais reduzidas, promovem a extração de representações mais compactas e relevantes, reduzindo simultaneamente o risco de sobreajuste.

Em cada camada oculta foi utilizada a função de ativação tangencial hiperbólica (*tanh*). Esta escolha é justificada pela natureza do problema, que consiste numa

regressão contínua onde os outputs podem assumir valores positivos e negativos. A função tanh é simétrica em torno da origem e fornece gradientes não saturados na vizinhança de zero, o que beneficia a aprendizagem quando as variáveis de entrada estão normalizadas (como é o caso após *standardization*). A camada final contém quatro neurónios lineares, correspondentes às quatro componentes de SIF a prever (KI e KII para ambos os carregamentos vertical e horizontal), sendo esta a configuração adequada para uma tarefa de regressão multivariada.

A divisão dos dados em *mini-batches* de tamanho 32 permitiu equilibrar a estabilidade do gradiente com a eficiência computacional: *batches* demasiado pequenos introduziriam ruído excessivo, enquanto *batches* muito grandes poderiam tornar o treino mais lento ou dificultar a generalização. Os dados foram embaralhados a cada época, assegurando que a rede não memoriza padrões artificiais derivados da sequência de apresentação.

O número máximo de épocas foi fixado em 1000, garantindo tempo suficiente para a estabilização do erro de validação. A utilização simultânea do *early stopping* (via “*ValidationPatience*”) assegurou que o processo de treino terminaria automaticamente caso não fossem observadas melhorias significativas, evitando sobreajuste e consumos computacionais excessivos.

Após o treino, os resultados foram avaliados em três dimensões:

- Gráficos de regressão, que permitem avaliar a correlação entre valores reais e previstos (Figura 3.6);

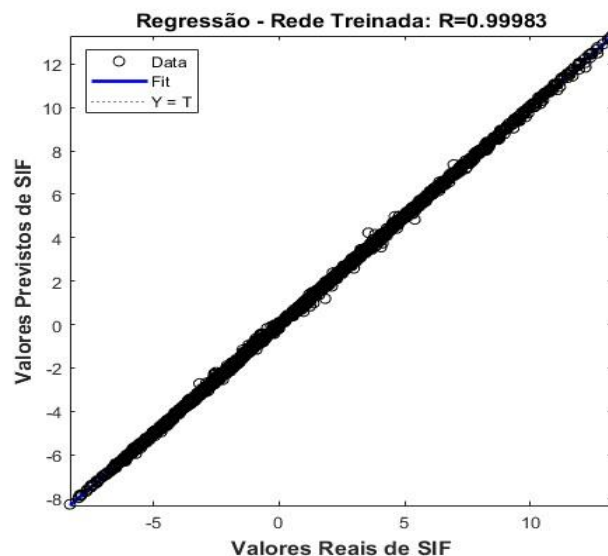


Figura 3.6 - Regressão da rede neuronal treinada.

- Erro absoluto médio por componente, apresentado graficamente, que evidencia a robustez da rede em cada direção de carregamento (Figura 3.7).

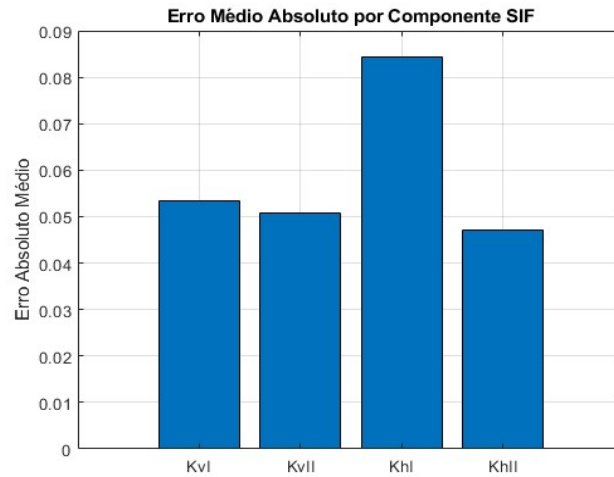


Figura 3.7 - Erro entre valor obtido em simulação e valor previsto para cada SIF ( $K_I$  e  $K_{II}$  para carregamento na direção longitudinal (vertical) e transversal (horizontal)).

- Comparações diretas (curva real vs. previsto) para cada componente de SIF, que possibilitam analisar o desempenho da rede amostra a amostra (Figura 3.8).

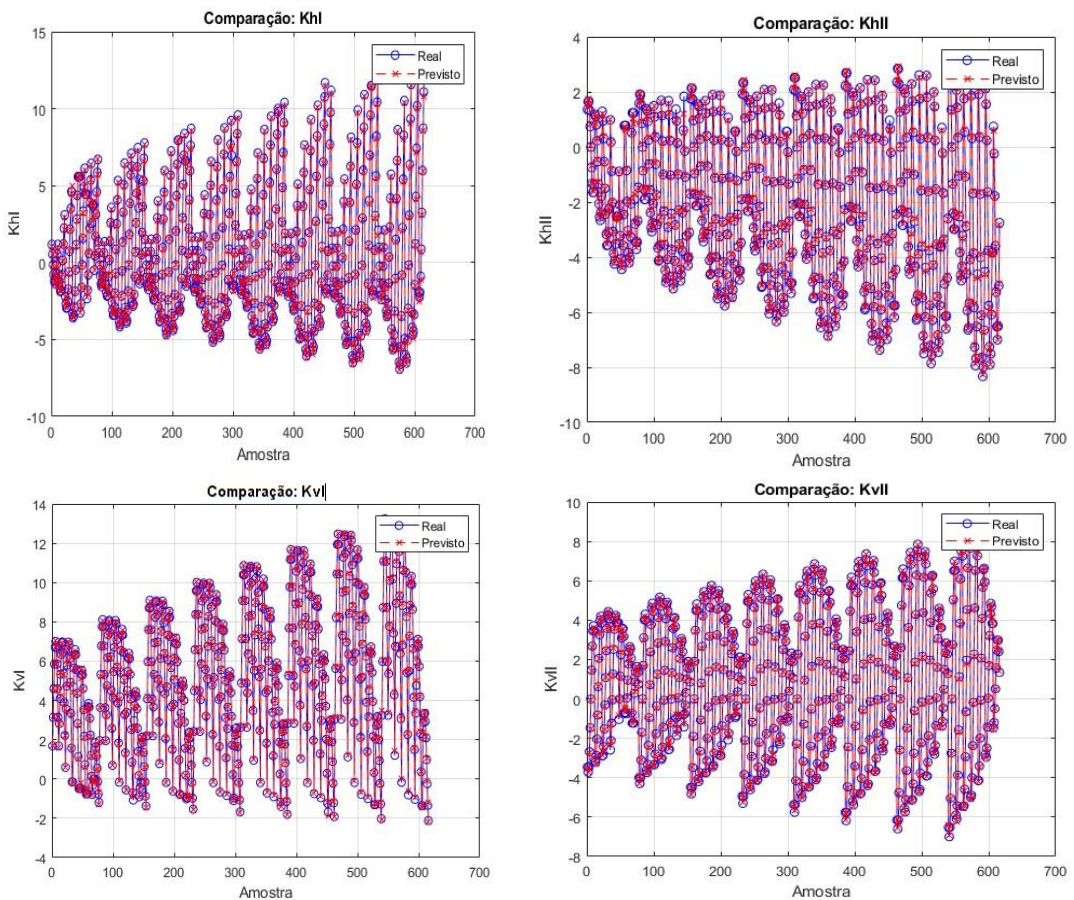


Figura 3.8 - Comparação resultado real (simulado) vs resultado previsto (rede).

Adicionalmente, foi calculado o erro global médio entre os valores reais e previstos, servindo como métrica de desempenho global da rede. Por fim, implementou-se a possibilidade de realizar previsões para novos casos, aplicando o mesmo processo de normalização das entradas e posterior desnormalização das saídas, de forma a obter resultados diretamente comparáveis com valores provenientes de simulações FEM.

Este procedimento permitiu estabelecer um modelo preditivo baseado em AI, capaz de reproduzir com elevada precisão os resultados das simulações numéricas, mas a um custo computacional reduzido. O modelo final foi guardado em ficheiro (.mat), juntamente com os parâmetros de normalização, garantindo a sua reutilização em fases posteriores do estudo.

Consultar Anexo 2 onde consta o *script* “Rede\_Neuronal\_Treinada” do MATLAB responsável por gerar os SIF para o modelo complexo de fenda.

## 3.5 Algoritmo para previsão de propagação de fenda

### 3.5.1 Rede Neuronal

Após o treino e validação da rede neuronal com base nos dados extraídos das simulações numéricas no Abaqus, foi desenvolvido o código em MATLAB que efetivamente é capaz de prever a propagação de fendas em provetes cruciformes sob condições de carregamento biaxial em fadiga. Este script constitui uma etapa fundamental, permitindo avaliar a aplicabilidade prática do modelo treinado.

O código inicia com o carregamento da rede neuronal previamente treinada, assim como dos parâmetros estatísticos usados no processo de normalização e desnormalização dos dados. Esta etapa garante a coerência entre o treino e a fase de previsão, assegurando que as novas entradas fornecidas à rede se encontram devidamente escaladas.

Em seguida, definem-se os parâmetros iniciais fixos da simulação, incluindo o comprimento inicial da pré-fenda, o incremento de crescimento por iteração, e as variáveis de carregamento biaxial, caracterizadas pelos valores médios e amplitudes nas direções vertical e horizontal. Paralelamente, estabelecem-se os diferentes valores de inclinação inicial da fenda ( $\beta_0$ ) a testar, bem como as condições de fase de carregamento ( $\delta$ ), de forma a avaliar a resposta do modelo em cenários distintos.

O processo de previsão é conduzido por uma função auxiliar, responsável por simular o avanço incremental da fenda. Para cada incremento de comprimento, as variáveis geométricas (comprimento, ângulo e orientação da fenda) são normalizadas e introduzidas na rede neuronal, que devolve como saída os valores previstos dos SIF para os modos I e II em cada direção de carregamento. Estes SIF são então utilizados no critério de propagação adotado para determinar o novo ângulo de crescimento da fenda, atualizando assim a sua trajetória de forma iterativa até atingir um comprimento limite previamente definido.

O código contempla ainda a geração de gráficos representativos da propagação da fenda para cada fase de carregamento. Cada gráfico inclui não só a trajetória prevista pela rede, mas também a representação das pré-fendas iniciais, permitindo verificar a consistência entre a geometria inicial e a evolução simulada.

Para além da visualização, o script incorpora uma vertente de armazenamento sistemático dos resultados, exportando os dados em diferentes formatos (.png, .fig, .mat e .csv). Esta abordagem garante a rastreabilidade da informação, possibilita a análise posterior em MATLAB ou noutras ferramentas, e assegura a preservação tanto da componente gráfica como numérica.

Desta forma, este procedimento constitui a base para a avaliação crítica do desempenho da rede neuronal no contexto da previsão de propagação de fendas. Ao permitir a reprodução de cenários complexos de solicitação com baixo custo computacional.

Consultar Anexo 3 onde consta o *script* “*Previsão\_Fenda\_Rede*” do MATLAB responsável por gerar a trajetória de propagação de fenda.

### 3.5.2 Elementos Finitos

De forma complementar à abordagem baseada em inteligência artificial, foi também implementada uma rotina em MATLAB destinada a simular a propagação de fendas com base nos resultados obtidos por elementos finitos no software Abaqus. Esta ferramenta tem como objetivo gerar trajetórias de crescimento diretamente a partir dos valores dos fatores de intensidade de tensão (SIFs) extraídos numericamente, permitindo assim estabelecer uma comparação de referência relativamente às previsões fornecidas pela rede neuronal.

O código inicia com a definição dos parâmetros geométricos e de carregamento que caracterizam a configuração inicial da fenda, incluindo o comprimento inicial, o

incremento de propagação por iteração e as condições biaxiais de carregamento. São igualmente considerados diferentes valores de inclinação inicial da fenda ( $\beta_0$ ), bem como as fases de carregamento ( $\delta$ ), assegurando uma análise abrangente para múltiplos cenários.

A propagação é conduzida por uma função auxiliar, a qual, em cada iteração, recorre ao cálculo dos fatores de intensidade de tensão para os modos I e II, tanto na direção vertical como na horizontal. Estes valores provêm diretamente da sub-rotina que recolhe os SIF simulados no Abaqus, assegurando que o processo de previsão está ancorado em resultados obtidos por análise numérica rigorosa. Os SIFs são depois integrados no critério de propagação adotado, que fornece o incremento angular correspondente e define assim a trajetória futura da fenda.

De modo análogo ao procedimento implementado para a rede neuronal, a simulação por FEM gera representações gráficas da evolução das fendas para cada combinação de parâmetros de entrada. Estas representações incluem a trajetória prevista em ambos os lados do provete (por simetria), assim como a geometria inicial das pré-fendas. Desta forma, é possível observar visualmente a influência da inclinação inicial e da fase de carregamento na evolução da propagação.

Para além da vertente gráfica, o código também contempla uma componente de armazenamento estruturado dos resultados. Os dados de cada simulação são agregados numa tabela e exportados em formato Excel (.xlsx), assegurando a rastreabilidade e a possibilidade de análises adicionais, enquanto os gráficos são guardados em formatos de imagem (.png) e de figura nativa do MATLAB (.fig).

Assim, esta rotina FEM fornece uma base de comparação robusta para validar e avaliar a aplicabilidade da rede neuronal previamente treinada. Ao reproduzir fielmente o processo físico através da extração direta dos SIF por elementos finitos, constitui-se como a referência de maior fidelidade no estudo, permitindo aferir a capacidade da metodologia baseada em AI para substituir ou complementar análises numéricas tradicionais.

Consultar Anexo 4 onde consta o *script* “Previsão\_Fenda\_FEM” do MATLAB responsável por gerar a trajetória de propagação de fenda.



## **4 Análise de Resultados**

## 4.1 Resultados - Rede Neuronal

Após a implementação das rotinas de simulação, apresentam-se de seguida os resultados relativos à propagação de fendas. Os gráficos obtidos permitem visualizar a trajetória de crescimento em função do comprimento da fenda, considerando diferentes valores de inclinação inicial ( $\beta$ ) e distintas fases de carregamento ( $\delta$ ).

Em cada representação, encontram-se assinaladas as pré-fendas iniciais e as trajetórias de propagação resultantes, tanto pelo lado positivo como pelo lado simétrico do provete. Esta abordagem permite evidenciar de forma clara a influência da orientação inicial da fenda e das condições de carregamento na evolução do seu percurso.

De forma a poder atestar a fiabilidade dos resultados apresentados pela AI, foram selecionados propositadamente um conjunto de variáveis que já foram tratadas em estudos encontrados na literatura exposta no segundo capítulo, mais concretamente o trabalho de Infante-García et al. (2019).

### 4.1.1 Carregamento proporcional ( $\lambda = 1$ )

A análise dos resultados obtidos com a rede neuronal inicia-se pela apresentação dos critérios de fratura que serviram de base para a previsão do caminho de propagação.

A Figura 4.1 mostra a evolução temporal dos fatores de intensidade de tensões  $K_I(t)$  e  $K_{II}(t)$  para o caso de carregamento simétrico e com inclinação inicial nula ( $\delta = 0^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$ ). Verifica-se que, nesta condição, a resposta é dominada pelo modo I, enquanto o contributo do modo II se mantém nulo ao longo do ciclo de carregamento. Este comportamento confirma a coerência física do modelo, uma vez que em situações de simetria pura o crescimento da fenda tende a ser governado pela abertura perpendicular ao plano da mesma.

Na Figura 4.1 é também visível o critério de propagação MTS  $\max(\Delta K^*_I)$  ou  $\min(\Delta K^*_{II})$ . Os valores de  $K^*_I$  e  $K^*_{II}$  representam o valor de SIF numa extensão virtual da fenda, prevendo um ângulo de propagação de  $0^\circ$ , ou seja um crescimento coplanar conforme referido.

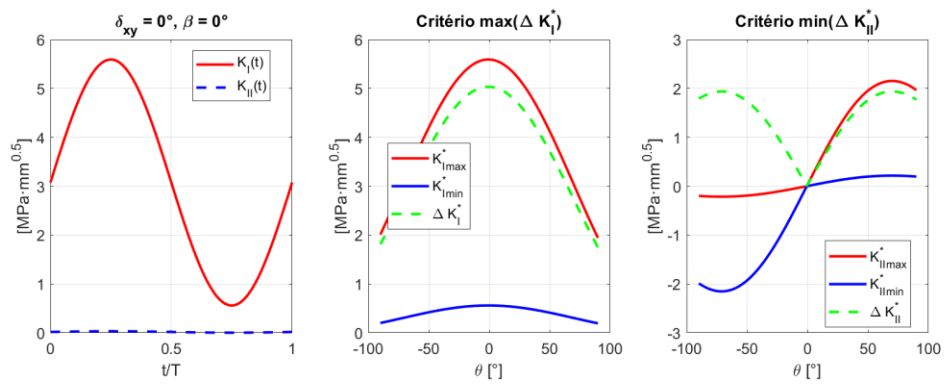


Figura 4.1 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

Estes critérios permitem identificar, para cada configuração, as direções preferenciais de crescimento da fenda, traduzindo-se em picos ou mínimos bem definidos nas curvas apresentadas. A análise destas curvas fornece uma primeira indicação sobre o comportamento esperado, servindo como referência para a posterior validação das trajetórias calculadas pela rede.

Os gráficos obtidos para carregamento em fase ( $\delta=0$ ) com diferentes inclinações de fenda ( $\beta$ ), revelaram-se idênticos pelo que é previsto que a trajetória de propagação seja similar. A Figura 4.2 demonstra precisamente isso, a fenda propaga sempre coplanar à direção da pré-fenda, tal como previsto pelos critérios de máxima variação de  $K_I^*$  e mínima variação de  $K_{II}^*$  que indicavam respetivamente o seu máximo e mínimo para um  $\theta=0$ .

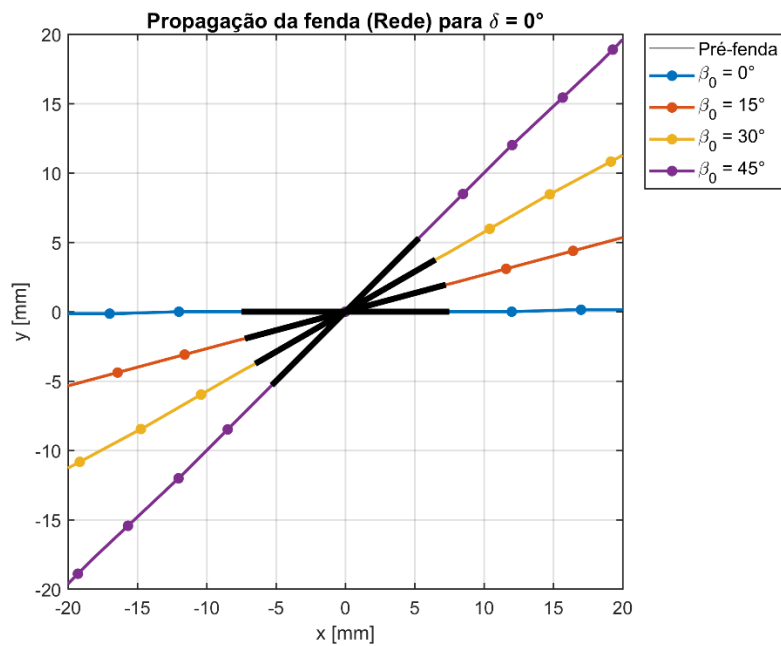


Figura 4.2 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 0^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

No caso do carregamento fora de fase ( $\delta = 90^\circ$ ) o comportamento varia de três formas distintas.

Quando a fenda está alinhada com a direção de carregamento horizontal ( $\beta=0$ ) a variação de  $K_I$  é semelhante ao que se identificou no carregamento em fase e  $K_{II}$  permanece nulo. Consequentemente, tanto o critério do máximo  $\Delta K_I^*$  como o critério do mínimo  $\Delta K_{II}^*$  convergem para a mesma previsão, indicando que a fenda se propagará de acordo com o modo I, em conformidade com a abertura máxima (Figura 4.3). Este cenário constitui uma situação de referência, em que não existe ambiguidade entre os critérios.

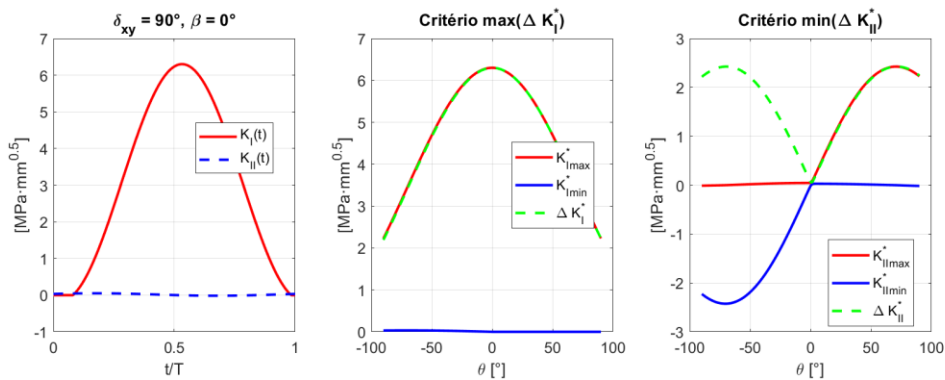


Figura 4.3 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

Nos casos em que a fenda tem uma inclinação inicial de  $15^\circ$  ou  $30^\circ$  é claro que o modo de propagação é misto, existindo uma variação de ambos os SIFs ao longo do ciclo de carregamento.

Com o aumento do ângulo para  $\beta = 15^\circ$ , surge uma componente de modo II já não negligenciável, embora  $K_I$  continue claramente dominante. Neste caso, o critério do máximo  $\Delta K_I^*$  aponta para uma direção próxima da normal ao carregamento (ângulos próximos de  $0^\circ$ ), enquanto o critério do mínimo  $\Delta K_{II}^*$  sugere um desvio angular superior, resultante da tentativa de reduzir os efeitos de corte. Desta forma, começa a observar-se uma divergência entre critérios, evidenciando o carácter misto da propagação. Por exemplo, para a situação descrita na Figura 4.4 é previsível que o ângulo inicial de propagação de fenda seja  $-20^\circ$  segundo o critério de máximo  $\Delta K_I^*$  e por outro lado seja  $-38^\circ$  segundo o critério de mínimo  $\Delta K_{II}^*$ .

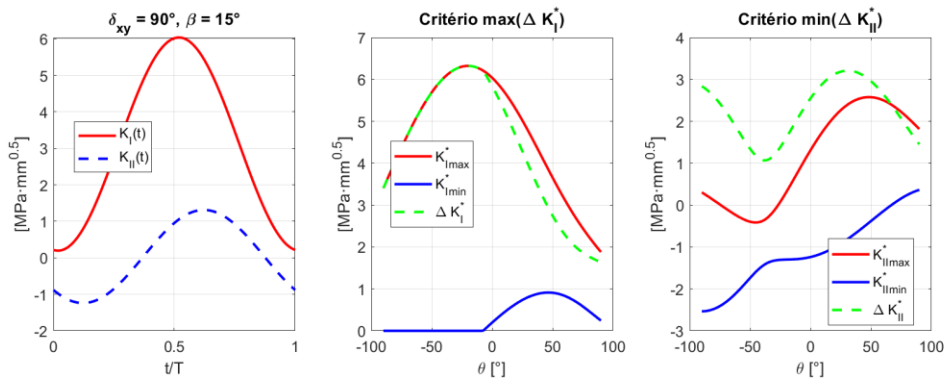


Figura 4.4 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 15^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

No caso de  $\beta = 30^\circ$ , a contribuição de  $K_{II}$  torna-se mais significativa, conduzindo a uma situação de maior competitividade entre modos. Ambos os critérios preveem trajetórias com inclinações negativas, no entanto o critério de mínimo  $\Delta K_{II}^*$  torna-se mais agressivo (Figura 4.5). A discrepância entre as previsões é aqui mais evidente, mostrando que a trajetória real dependerá não apenas do critério adotado, mas também de fatores adicionais, como as propriedades microestruturais do material.

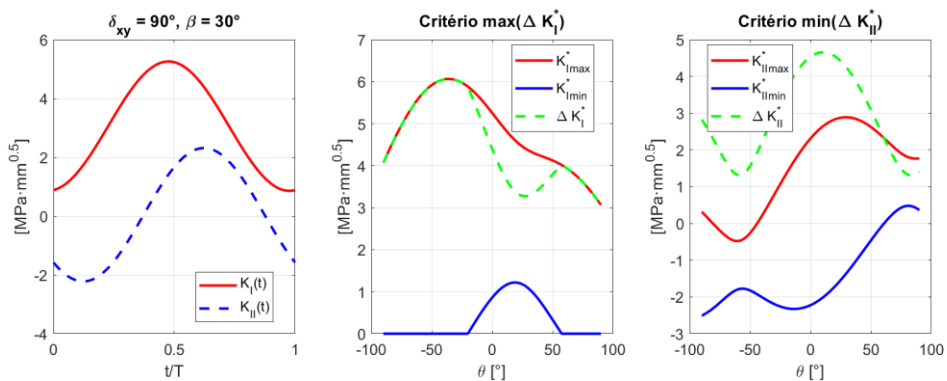


Figura 4.5 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 30^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

Para  $\beta = 45^\circ$ , a influência de  $K_{II}$  é ainda mais pronunciada, e a resposta global torna-se menos estável. O critério do máximo  $\Delta K_I^*$  indica possíveis direções simétricas de propagação, enquanto o critério do mínimo  $\Delta K_{II}^*$  sugere outro ângulo distinto, intensificando a divergência (Figura 4.6). Este é o regime em que a propagação em modo misto se manifesta de forma mais evidente, e em que a escolha do critério exerce maior impacto nos resultados. De referir que de acordo com o critério do máximo  $\Delta K_I^*$  para um ângulo inicial de  $45^\circ$  pode ocorrer bifurcação da fenda, dada a ocorrência de um valor máximo simétrico para um ângulo  $\theta$  de  $\pm 44^\circ$ . Mall & Perel (2015), testaram esta teoria na prática, comprovando que para  $\delta = 0^\circ$ , a fenda cresce de acordo com a direção inicial da fenda e quando é introduzido um desfasamento  $\delta = 90^\circ$ , a mesma segue duas trajetórias simétricas à direção inicial de propagação. Este fenómeno de bifurcação é demonstrado igualmente por Infante-García et al. (2019), sendo que o

ângulo de bifurcação se torna tanto maior quanto maior for o desfasamento entre carregamentos

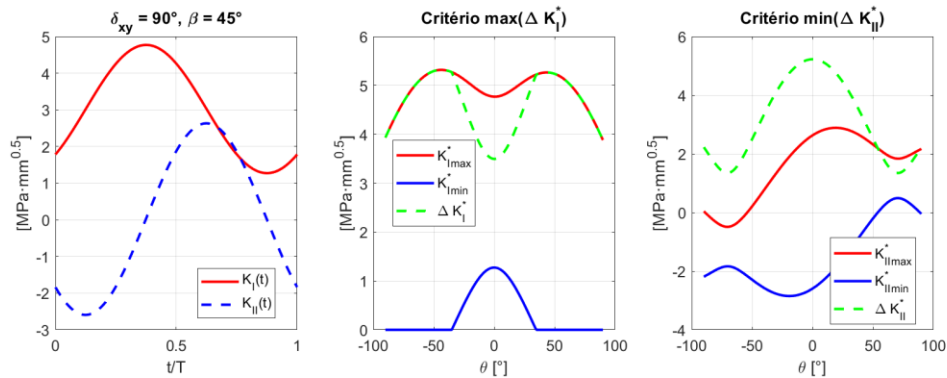


Figura 4.6 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 45^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

Em termos gerais, verifica-se de acordo com a Figura 4.7 que, para pequenos ângulos  $\beta$  ( $0-15^\circ$ ), a propagação é dominada pelo modo I, com trajetórias alinhadas com a abertura máxima. Para ângulos intermédios ( $30-45^\circ$ ), contudo, as previsões tornam-se menos claras, refletindo o caráter competitivo entre abertura e corte.

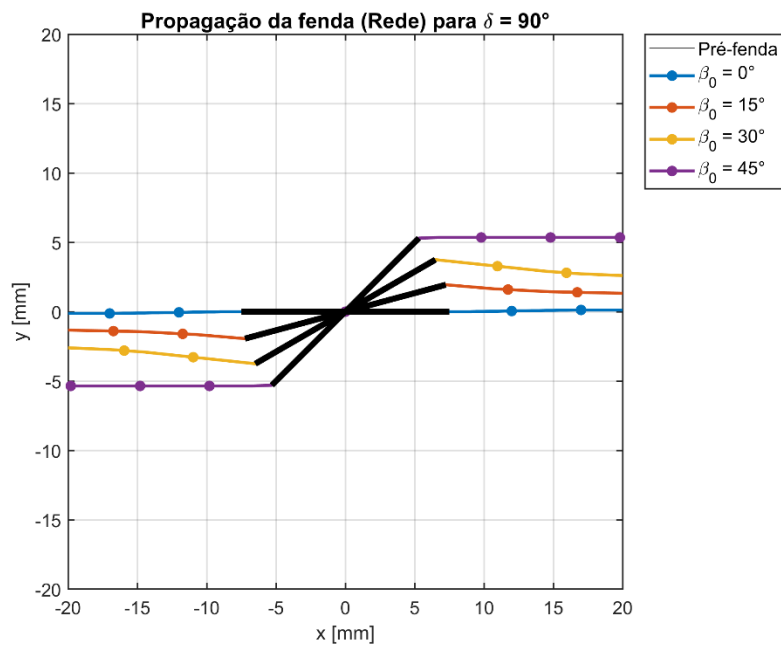


Figura 4.7 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 90^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

Tal como no caso anterior, quando o carregamento se encontra completamente fora de fase ( $\delta = 180^\circ$ ) o comportamento da fenda varia nas mesmas três formas distintas.

Para  $\beta = 0^\circ$ , o comportamento é essencialmente caracterizado por um modo I puro, uma vez que  $K_{II}(t)$  é praticamente nulo ao longo do ciclo. Consequentemente, os critérios do máximo  $\Delta K_I^*$  e do mínimo  $\Delta K_{II}^*$  convergem, prevendo trajetórias de propagação perpendiculares à direção de carregamento (Figura 4.8). Este cenário

corresponde a uma situação de referência, em que a propagação é dominada exclusivamente pela abertura, sem ambiguidade entre critérios.

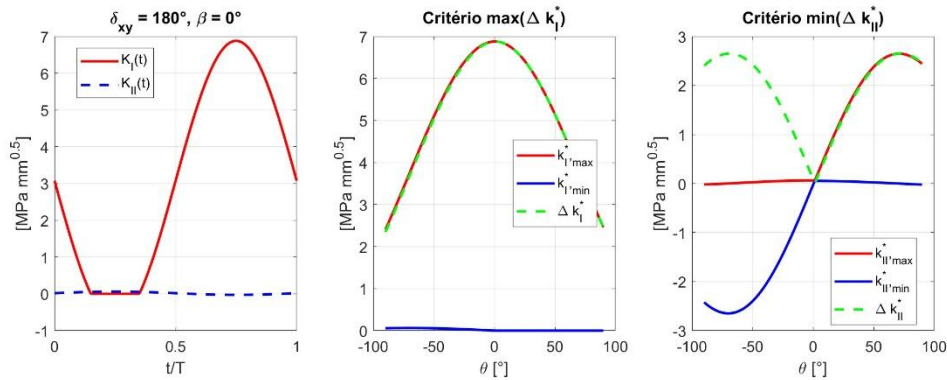


Figura 4.8 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

No caso de  $\beta = 15^\circ$ , surge já uma contribuição de modo II não negligenciável, embora  $K_I$  continue claramente predominante. O critério do máximo  $\Delta K_I^*$  sugere trajetórias próximas da normal ao carregamento, enquanto o critério do mínimo  $\Delta K_{II}^*$  prevê um desvio angular mais acentuado (Figura 4.9). Esta divergência traduz o início de um comportamento misto, em que os efeitos de corte começam a competir com a abertura.

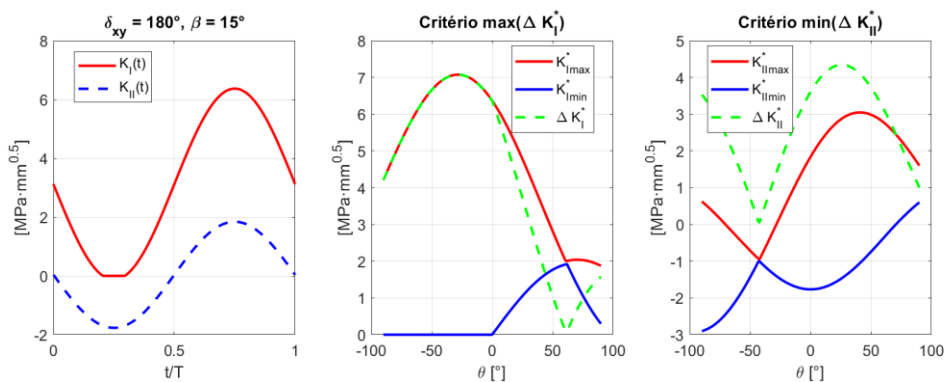


Figura 4.9 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 15^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

Para  $\beta = 30^\circ$ , a influência relativa de  $K_{II}$  ,é mais pronunciada, conduzindo a uma competição efetiva entre os modos I e II. Neste caso, o critério do máximo  $\Delta K_I^*$  prevê trajetórias orientadas para valores positivos de  $\theta$ , enquanto o critério do mínimo  $\Delta K_{II}^*$  sugere direções negativas (Figura 4.10). A discrepância entre previsões aumenta, refletindo a complexidade do regime misto e a dependência crescente de fatores adicionais, como a microestrutura do material ou a tenacidade à fratura.

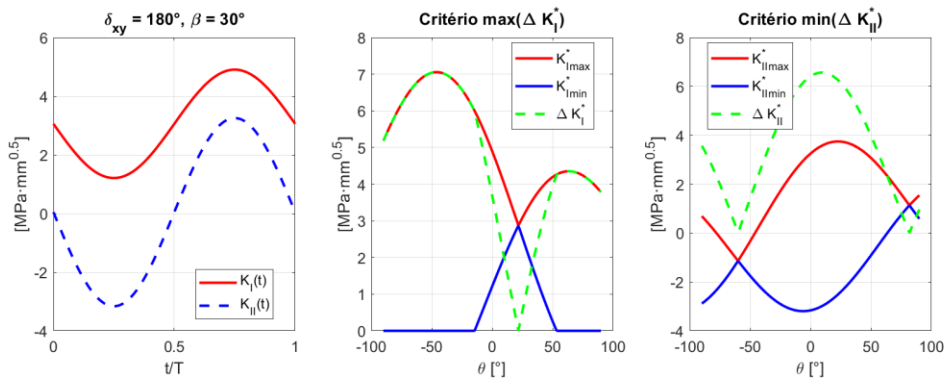


Figura 4.10 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 30^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

Finalmente, para  $\beta = 45^\circ$ , o modo II torna-se dominante, com  $K_I$  a assumir um papel residual. O critério do máximo  $\Delta K_I^*$  aponta para direções simétricas de propagação para  $\pm 56^\circ$ , enquanto o critério do mínimo  $\Delta K_{II}^*$  prevê trajetórias distintas com uma inclinação de  $\pm 71^\circ$  (Figura 4.11). Mais uma vez para um ângulo inicial de  $45^\circ$  é possível a ocorrência de bifurcação simétrica da fenda, de acordo com o critério MTS. Se por outro lado fosse considerado o critério de propagação MSS, propagação em modo de corte, a propagação seria coplanar, isto é, segundo a direção inicial da fenda.

A divergência entre critérios atinge aqui a sua forma mais marcada, espelhando um regime em que a propagação em modo misto é inequívoca e a escolha do critério assume impacto decisivo na previsão.

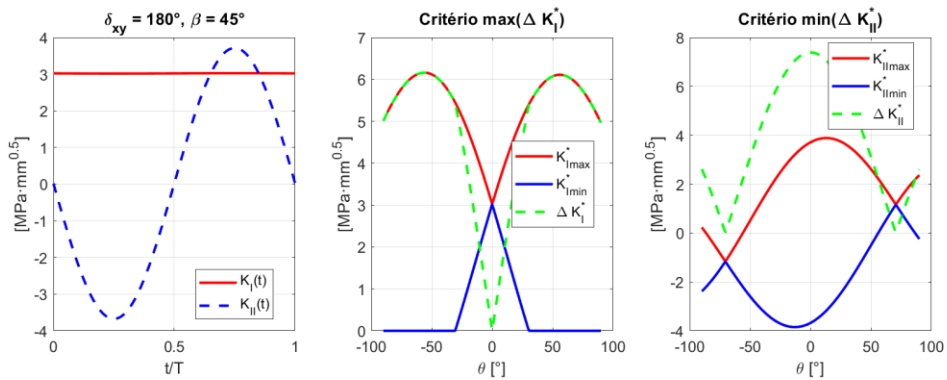


Figura 4.11 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 45^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

De forma geral, conclui-se que, sob carregamento fora de fase com  $\delta_{xy} = 180^\circ$ , os ângulos baixos de inclinação da fenda ( $\beta = 0^\circ$  e  $15^\circ$ ) são dominados pelo modo I, conduzindo a trajetórias de propagação alinhadas com a abertura máxima. Já para ângulos mais elevados ( $\beta = 30^\circ$  e  $45^\circ$ ), intensifica-se a contribuição do modo II, originando discrepâncias relevantes entre critérios e trajetórias mais incertas. Assim, este regime fora de fase destaca a sensibilidade da propagação à inclinação inicial da fenda, evidenciando a necessidade de critérios energéticos mais abrangentes quando o comportamento em modo misto se torna dominante (Figura 4.12).

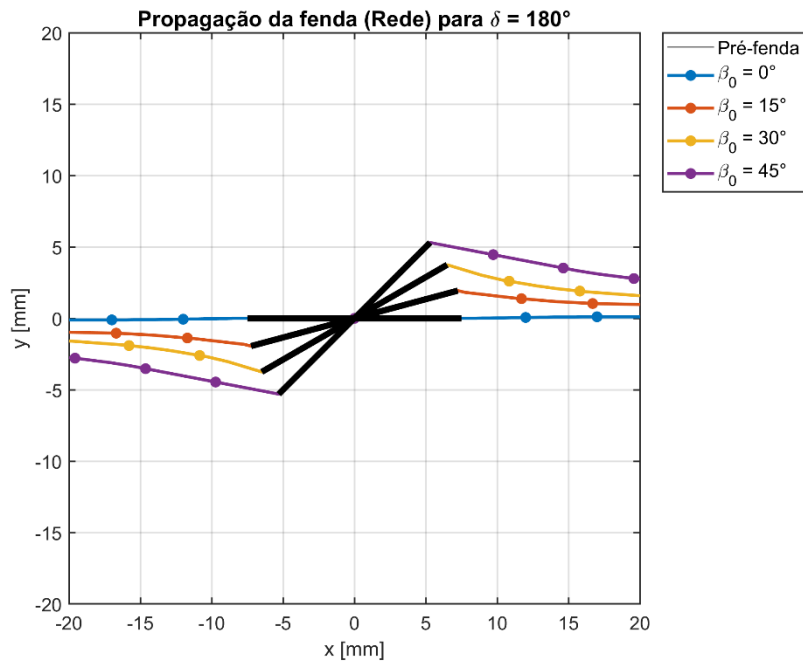


Figura 4.12 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 180^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

#### 4.1.2 Carregamento não proporcional ( $\lambda = 0,5$ )

Posteriormente, analisaram-se as condições de carregamento não proporcional. O primeiro caso considerado, corresponde à aplicação de metade da carga na direção horizontal, situação que quebra a simetria do problema e introduz uma interação mais significativa entre os modos I e II de abertura de fenda.

No caso de carregamento simétrico, foram apresentados e discutidos os resultados correspondentes à variação dos fatores de intensidade de tensão e dos critérios de propagação de fenda, obtidos para diferentes ângulos iniciais da fissura e fases de carregamento. De forma complementar, para o caso de carregamento não proporcional, correspondente à aplicação de metade da carga na direção horizontal, os resultados seguem a mesma metodologia de análise. Assim, por forma a não sobrecarregar o corpo do texto, os gráficos e resultados detalhados relativos a este caso encontram-se incluídos no Anexo 5.

Na Figura 4.13, correspondente ao caso  $\delta = 0^\circ$  (em fase), observa-se que, independentemente da inclinação inicial da fenda ( $\beta_0$ ), a propagação tende a alinhar-se com a direção horizontal. Este comportamento confirma que o contributo adicional do carregamento biaxial, mesmo sendo inferior ao principal, é suficiente para modificar a trajetória dominante, promovendo a extensão perpendicular ao eixo das tensões mais elevadas.

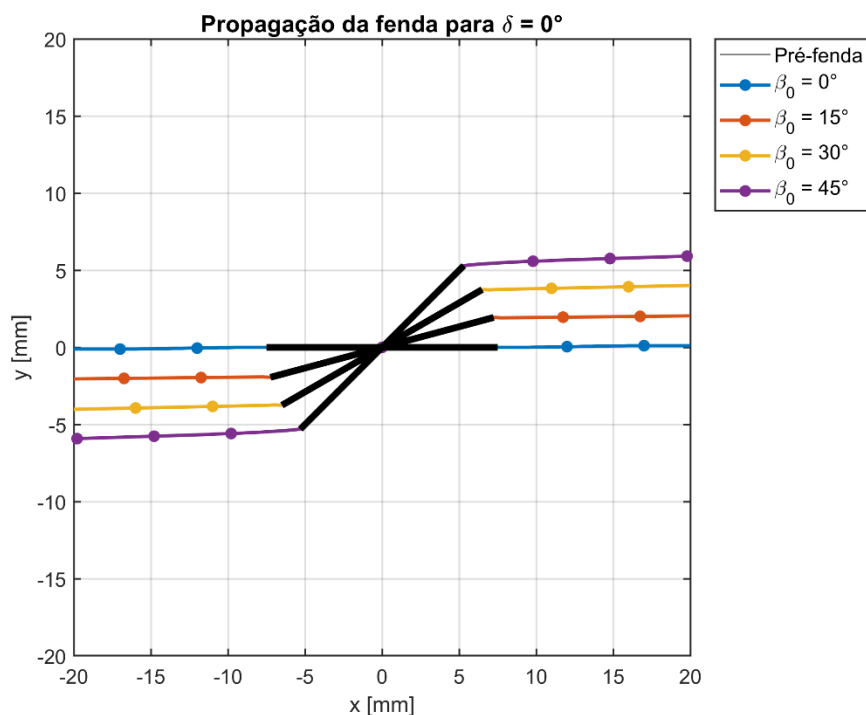


Figura 4.13 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 0^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

Na Figura 4.14, relativa ao caso  $\delta = 90^\circ$ , verifica-se um desvio mais evidente da propagação relativamente à fenda inicial. As trajetórias apresentam inclinações distintas em função de  $\beta_0$ , mostrando que a interação entre os modos I e II se torna mais pronunciada nesta configuração. A propagação não é puramente retilínea, e o efeito de corte introduzido pela biaxialidade conduz a uma dispersão maior das direções possíveis, em particular para  $\beta_0 = 30^\circ$  e  $45^\circ$ .

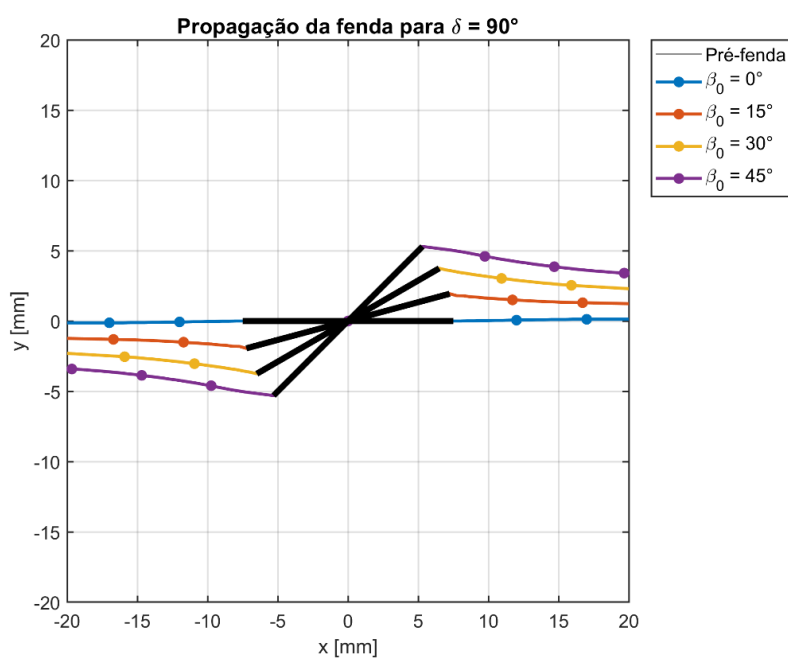


Figura 4.14 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 90^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

Por fim, na Figura 4.15, correspondente ao caso  $\delta = 180^\circ$ , as trajetórias exibem novamente uma orientação dominante aproximadamente horizontal, tal como para  $\delta = 90^\circ$ , mas com uma assimetria adicional entre as faces da fenda. Este resultado decorre da sobreposição do efeito da inclinação inicial com a ação combinada dos modos, reforçando a influência da razão de biaxialidade na estabilização de direções preferenciais de crescimento.

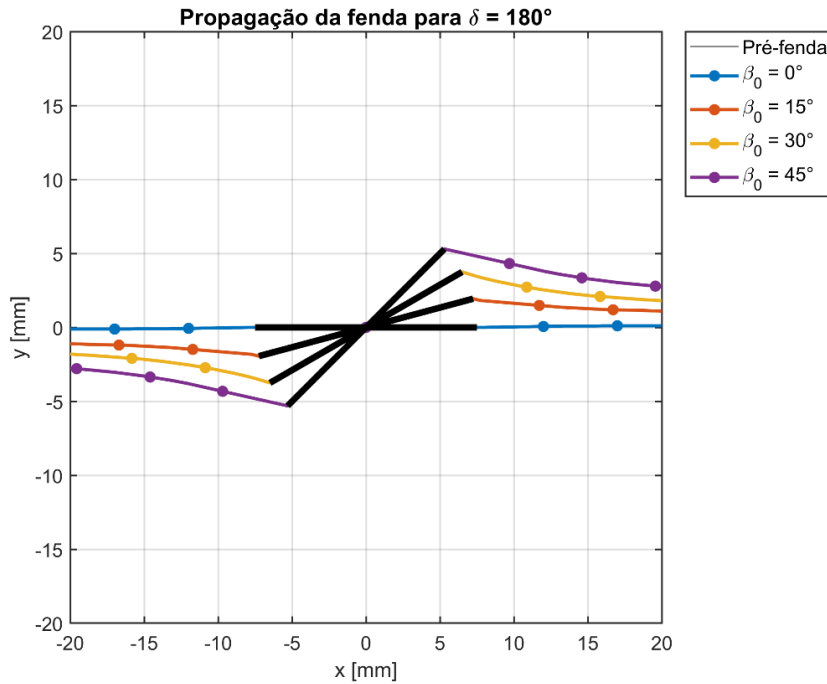


Figura 4.15 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 180^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

A análise da propagação de fenda evidencia que, ao contrário do que seria expectável num cenário de carregamento proporcional, a evolução tende a ocorrer predominantemente na direção horizontal. Este comportamento está diretamente associado à razão de biaxialidade considerada,  $\lambda = 0,5$ , a qual implica que a componente de carregamento vertical é superior à componente horizontal. Consequentemente, o modo I torna-se a contribuição dominante, conduzindo a uma propagação orientada segundo a abertura máxima.

Este efeito manifesta-se de forma clara nos resultados apresentados mesmo para ângulos iniciais de inclinação distintos da horizontal ( $\beta \neq 0^\circ$ ), onde a trajetória de crescimento não acompanha a direção coplanar à fenda inicial, mas realinha-se de modo a privilegiar a componente de abertura dominante. Em termos de fatores de intensidade de tensão, esta situação traduz-se em valores de  $K_I$  consistentemente superiores aos de  $K_{II}$ , reforçando o papel preponderante do modo I no avanço da fissura.

Importa salientar ainda que, embora a fase entre as cargas ( $\delta$ ) introduza diferenças na interação temporal entre os modos I e II, a tendência geral de propagação horizontal mantém-se invariável, uma vez que resulta da predominância imposta pela condição de biaxialidade. Assim, a razão  $\lambda = 0,5$  assume um papel determinante na definição da trajetória da fenda, sobrepondo-se ao efeito da inclinação inicial  $\beta$ .

#### 4.1.3 Carregamento não proporcional ( $\lambda = 2$ )

Num terceiro cenário, considerou-se a aplicação de metade da carga na direção vertical. Esta condição conduz a uma resposta ainda mais complexa, uma vez que os fatores de intensidade de tensão associados ao modo II assumem valores mais significativos, resultando em trajetórias de propagação fortemente inclinadas e, em alguns casos, com tendência a curvar-se ao longo do crescimento. Tal comportamento demonstra a robustez da rede neuronal, que conseguiu reproduzir as trajetórias de propagação em condições mais exigentes e fisicamente menos intuitivas.

De forma complementar, para o caso de carregamento não proporcional, correspondente à aplicação de metade da carga na direção vertical, os resultados foram obtidos seguindo a mesma metodologia de análise dos carregamentos anteriores. Assim, por forma a não sobrecarregar o corpo do texto, os gráficos dos SIF's e critérios de propagação de fenda encontram-se incluídos no Anexo 6.

Na Figura 4.16 ( $\delta = 0^\circ$ ), não foi representada a previsão de propagação para  $\beta = 0^\circ$ , uma vez que para este caso surgiram trajetórias instáveis. Este fenómeno tem que ver com um erro de computação gerado possivelmente por falta de dados de treino da rede em condições de propagação que levam a fenda para o quarto quadrante da figura. Para ângulos de orientação inicial diferentes ( $\beta = 15^\circ, 30^\circ$  e  $45^\circ$ ), a propagação tende a estabilizar, mantendo uma direção preferencial mais próxima do eixo vertical positivo.

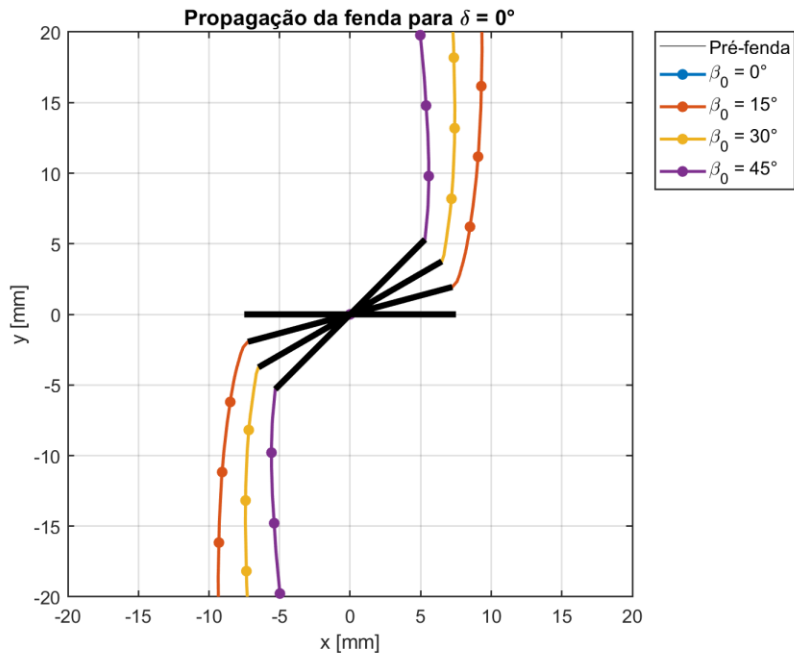


Figura 4.16 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 0^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

Na Figura 4.17 ( $\delta = 90^\circ$ ), verifica-se que embora o carregamento na direção horizontal seja superior, com a divergência no ângulo de fase o modo I volta a tomar destaque e como tal a trajetória da fenda inclinada a  $15^\circ$  deixa de tomar a orientação vertical e toma a uma orientação quase coplanar à pré-fenda.

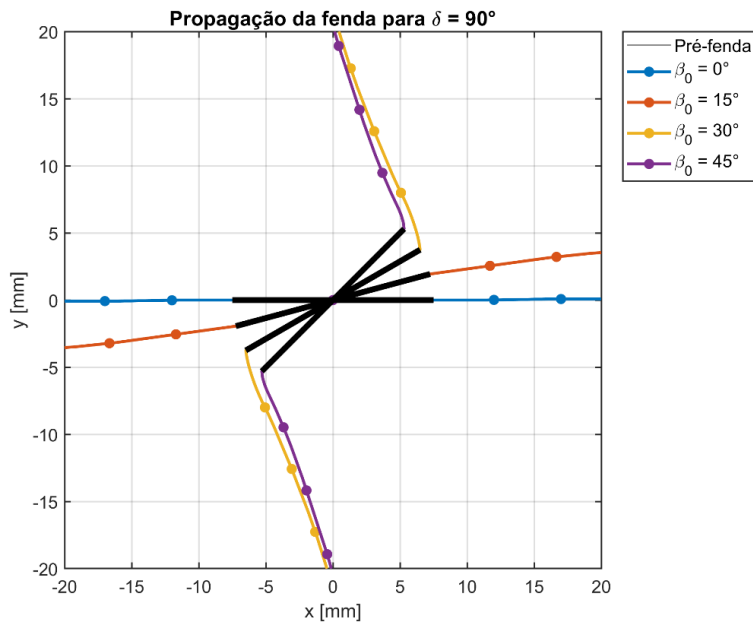


Figura 4.17 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 90^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

Por fim, na Figura 4.18 ( $\delta = 180^\circ$ ), o padrão é semelhante ao observado para  $\delta = 90^\circ$ , com trajetórias essencialmente lineares e alinhadas com o eixo vertical a partir de  $30^\circ$  de inclinação inicial. No entanto para  $15^\circ$  e  $0^\circ$  a trajetória torna-se ainda mais

horizontal, em função da razão de biaxialidade elevada condicionando fortemente a propagação a seguir a direção governada pelo modo predominante (modo I).

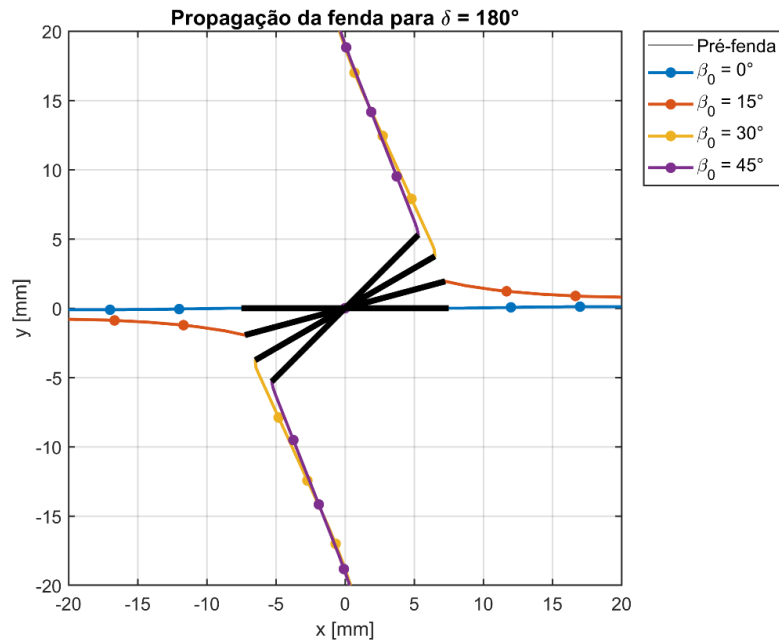


Figura 4.18 - Gráfico de propagação de fenda para  $\delta = 180^\circ$  (critério  $\max(\Delta K_I)$ ).

De um modo geral, a sequência de resultados evidencia que a rede neuronal treinada a partir da base de dados numérica não só reproduz os critérios de fratura de forma coerente, como também é capaz de prever trajetórias de propagação de fenda para diferentes condições de carregamento. A progressão desde o caso simétrico até aos casos mistos mostra a consistência e a adaptabilidade do modelo, permitindo concluir que a metodologia implementada constitui uma ferramenta eficiente e fiável para previsão de crescimento de fendas em condições complexas de carregamento.

## 4.2 Comparação com os resultados obtidos por Elementos Finitos

Nesta secção procede-se à análise comparativa entre as trajetórias de propagação de fenda previstas pela rede neuronal e aquelas obtidas através de simulações numéricas por FEM. O objetivo é avaliar o grau de concordância entre ambas as abordagens, identificando os cenários em que os resultados são coincidentes e aqueles em que surgem discrepâncias relevantes.

A comparação será realizada de forma sistemática para diferentes condições de carregamento, variando a razão de biaxialidade  $\lambda$ , o ângulo de fase  $\delta$  e a inclinação inicial da fenda  $\beta$ . Para cada combinação de parâmetros, serão apresentadas e

discutidas as trajetórias resultantes, destacando as tendências gerais, a influência das variáveis de entrada e a sensibilidade das previsões.

Este exercício permite não só validar a capacidade preditiva da rede neuronal face a um método de referência amplamente consolidado como o FEM, mas também compreender melhor os limites de aplicabilidade do modelo treinado, nomeadamente em condições de forte interação entre modos de fratura.

Para quantificar a precisão das previsões da rede neuronal relativamente ao FEM foi utilizada a raiz quadrada do erro médio quadrático (RMSE) aplicado à distância entre os pontos de propagação da fenda (Eq.1). RMSE é uma média (sempre positiva) do erro médio, e a medida mais utilizada até para otimização das redes neuronais. Dado que os resultados são fornecidos sob a forma de coordenadas  $(x, y)$ , o erro foi calculado a partir da distância vetorial entre os pontos previstos pela AI e os obtidos no FEM,  $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ . O valor de RMSE fornece uma medida direta do desvio médio quadrático entre estas trajetórias.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2})^2} \quad (\text{Eq.1})$$

#### 4.2.1 Carregamento proporcional ( $\lambda = 1$ )

No caso de razão de biaxialidade unitária ( $\lambda = 1$ ), o estado de carregamento caracteriza-se por amplitudes iguais das tensões aplicadas nas direções horizontal e vertical. Esta condição confere ao problema um carácter simétrico, no qual se espera que a trajetória da fenda resulte de um balanço entre os modos I e II.

Para  $\delta = 0^\circ$ , Figura 4.19, observa-se que a rede neuronal reproduz com elevada precisão a propagação prevista pelo FEM para todos os ângulos iniciais de pré-fenda, indicando em todos os casos trajetórias aproximadamente retilíneas e estáveis.

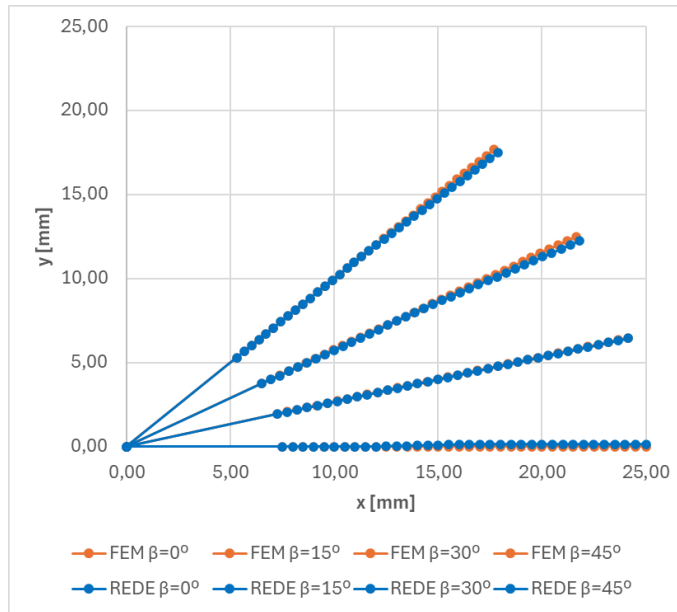


Figura 4.19 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda=1$ ,  $\delta=0^\circ$ ).

No caso de  $\delta = 90^\circ$ , Figura 4.20, o comportamento previsto mantém, de forma geral, consistência entre as duas metodologias, particularmente para  $\beta_0 = 0^\circ, 15^\circ$  e  $30^\circ$ , onde as trajetórias permanecem estáveis e próximas da horizontal. Todavia, para  $\beta_0 = 45^\circ$ , surgem diferenças significativas: a rede prevê uma propagação praticamente estacionária, enquanto o FEM indica uma mudança brusca de trajetória logo após o início da propagação, sugerindo uma sensibilidade acrescida a este ângulo inicial.

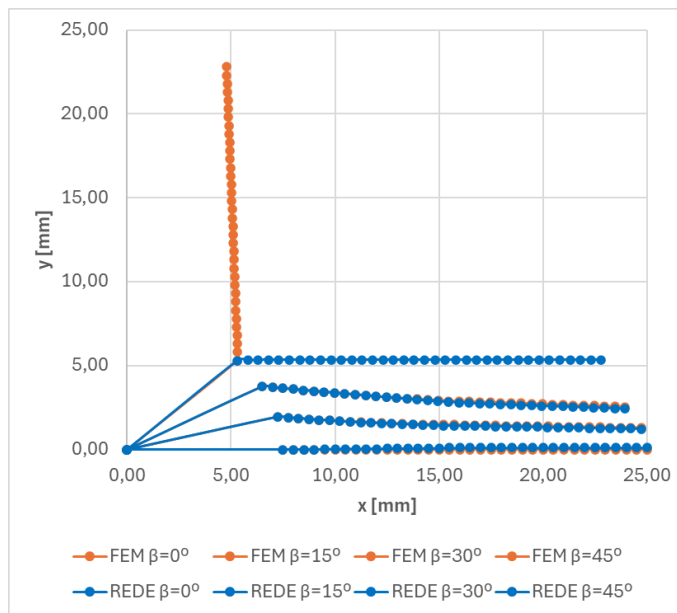


Figura 4.20 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda=1$ ,  $\delta=90^\circ$ ).

Na condição de  $\delta = 180^\circ$ , Figura 4.21, as previsões revelam uma boa concordância para  $\beta_0 = 0^\circ, 15^\circ$  e  $30^\circ$ , tal como denotado em  $\delta = 0^\circ$  e  $90^\circ$ . No entanto, o caso de  $\beta_0 = 45^\circ$  destaca-se novamente pela divergência marcada: a rede prevê ausência de crescimento significativo, ao passo que o FEM indica uma trajetória altamente instável

e inclinada, refletindo a maior complexidade da interação entre os modos de fratura neste regime.

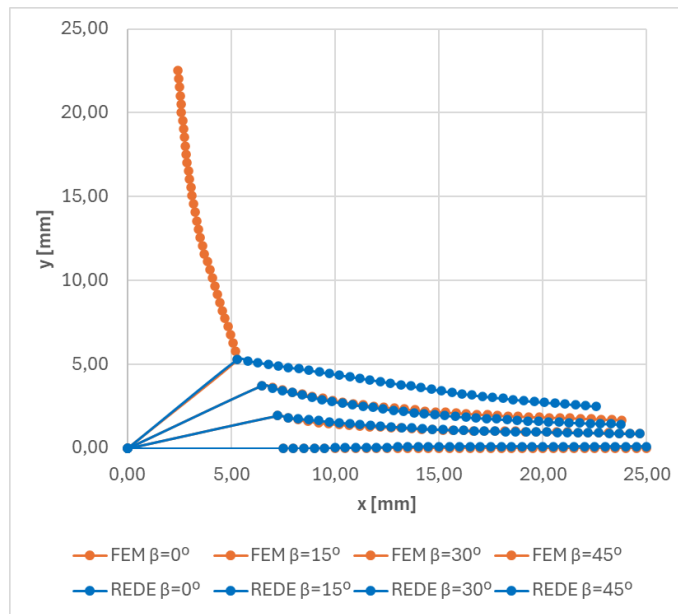


Figura 4.21 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda = 1$ ,  $\delta = 180^\circ$ ).

Na condição de carregamento  $\lambda = 1$ , os erros observados foram globalmente moderados, sobretudo para  $\delta = 90^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ , onde a rede neuronal acompanhou com elevada precisão a trajetória FEM (Tabela 4.1). Os valores significativamente elevados de 14.36 mm ( $\delta = 90^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ) e 16.54 mm ( $\delta = 180^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ) resultam do fenômeno de biaxialidade: nestes casos, FEM e AI seguiram trajetórias distintas, mas ambas fisicamente admissíveis, levando a um RMSE elevado apesar de não refletir um erro físico real. Este comportamento é típico para ângulos de inclinação elevada, onde coexistem múltiplos caminhos de propagação.

Tabela 4.1 - RMSE para carregamento proporcional ( $\lambda = 1$ ).

$\lambda=1$	RMSE [mm]			
	$\beta=0^\circ$	$\beta=15^\circ$	$\beta=30^\circ$	$\beta=45^\circ$
$\delta=0^\circ$	0,2899	0,1219	0,3070	0,2549
$\delta=90^\circ$	0,0977	0,0486	0,0756	14,3685
$\delta=180^\circ$	0,0889	0,0559	0,1839	16,5417

Em suma, no caso de carregamento com  $\delta = 0^\circ$ , as tensões aplicadas nos eixos horizontal e vertical encontram-se em fase, o que significa que o material é solicitado de forma simultânea e equilibrada em ambas as direções. Esta condição promove uma trajetória de propagação estável, praticamente retilínea, em que a fenda mantém a orientação definida pela sua inclinação inicial.

Quando a fase é alterada para  $\delta = 90^\circ$  ou  $\delta = 180^\circ$ , a aplicação das cargas deixa de ocorrer de forma simultânea, passando a apresentar um desfasamento temporal entre as componentes vertical e horizontal. Esta condição conduz a uma interação mais complexa entre os modos de fratura I e II, resultando numa resposta assimétrica e, conseqüentemente, numa possível alteração da trajetória de propagação da fenda. Este comportamento torna-se particularmente relevante para ângulos iniciais de  $\beta_0 = 45^\circ$  em que a orientação da fissura coincide com uma direção de sollicitação equidistante das principais direções de carregamento. Nestas condições, verifica-se a possibilidade de ocorrência de um fenómeno de bifurcação, em que a propagação da fenda pode desenvolver-se tanto na direção vertical como na horizontal.

Dada a igualdade entre as amplitudes de carregamento nos dois eixos, a propagação torna-se instável e difícil de prever, podendo evoluir preferencialmente em qualquer uma das direções. Este comportamento já havia sido discutido na literatura por Infante-García et al. (2019), que destacou a natureza competitiva da interação entre os modos de fratura sob carregamentos fora de fase e a conseqüente dificuldade em prever a trajetória da fissura quando as condições de simetria geométrica e de carregamento se sobrepõem. Assim, tanto o modelo numérico baseado no Método dos Elementos Finitos (FEM) como a rede neuronal treinada podem prever trajetórias alternativas de crescimento, ambas fisicamente admissíveis e consistentes com a simetria do carregamento aplicado.

#### 4.2.2 Carregamento desproporcional ( $\lambda = 0,5$ )

No caso de razão de  $\lambda = 0,5$ , o estado de carregamento caracteriza-se por uma amplitude de tensões onde o carregamento na direção vertical é o dobro do carregamento na direção horizontal. Esta condição confere ao problema um carácter assimétrico, no qual se espera que a trajetória da fenda resulte principalmente do modo I.

Para  $\delta = 0^\circ$ , Figura 4.22, em que as cargas atuam em fase, observa-se que a trajetória resultante privilegia a componente horizontal de crescimento, conseqüência da abertura controlada pela componente vertical dominante. Mesmo quando a fenda inicial se encontra inclinada ( $\beta \neq 0^\circ$ ), a trajetória tende a realinhar-se de modo a seguir a direção imposta pela predominância do modo I, revelando apenas pequenas deflexões iniciais que rapidamente se estabilizam.

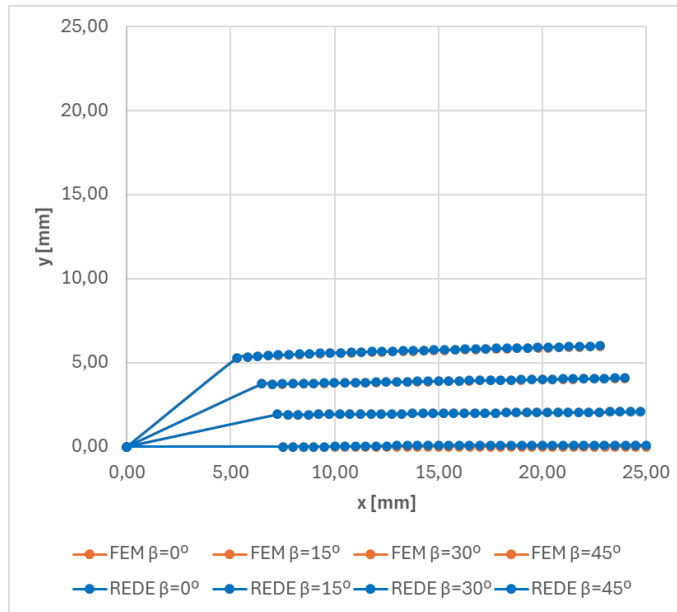


Figura 4.22 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda = 0,5$ ,  $\delta = 0^\circ$ ).

No caso de  $\delta = 90^\circ$ , Figura 4.23, a defasagem entre as cargas introduz uma maior interação temporal entre os modos I e II, o que se traduz em trajetórias com maior curvatura inicial, sobretudo para valores mais elevados de inclinação da pré-fenda.

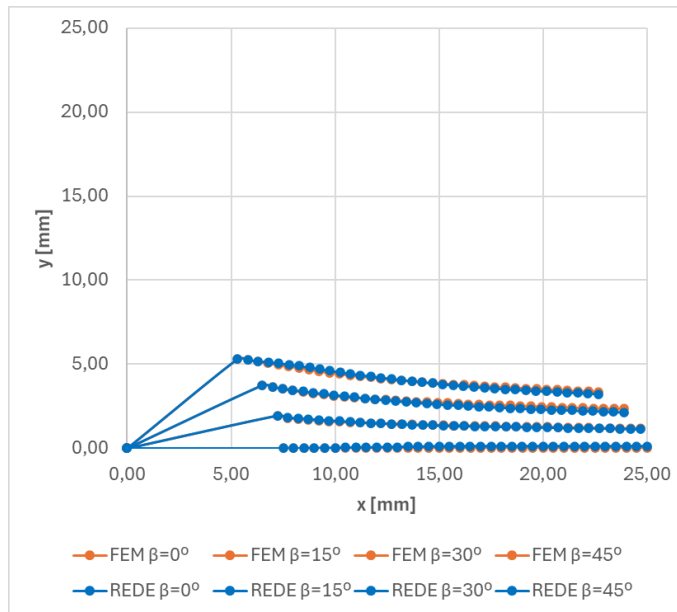


Figura 4.23 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda = 0,5$ ,  $\delta = 90^\circ$ ).

Por fim, para  $\delta = 180^\circ$ , Figura 4.24, em que as cargas atuam em oposição de fase, a propagação mantém o alinhamento horizontal imposto pela biaxialidade, mas surge uma maior assimetria nos ramos de crescimento, especialmente para ângulos iniciais elevados. A oposição de fase amplifica momentos em que o modo II se torna relativamente mais influente, resultando em desvios iniciais mais marcados que são reproduzidos de forma mais clara pelo FEM do que pela rede. A rede, neste caso, evidencia alguma limitação em capturar a magnitude destas deflexões, ainda que que seja pouco evidente.

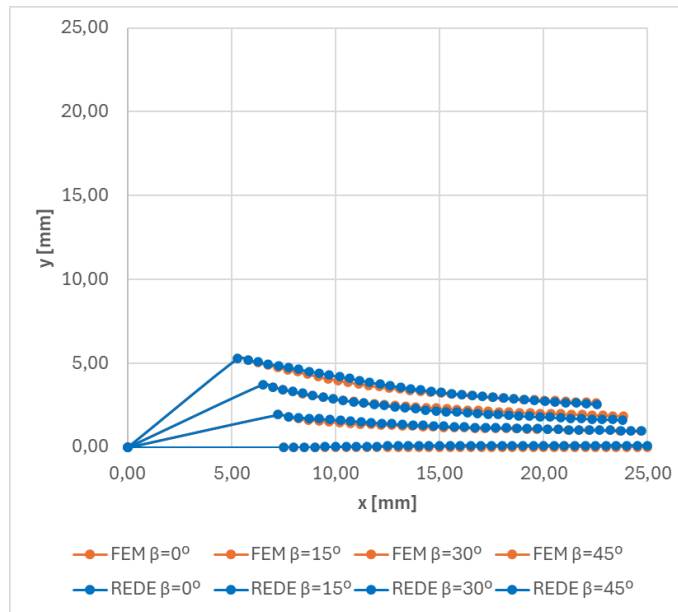


Figura 4.24 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda = 0,5$ ,  $\delta = 180^\circ$ ).

Para  $\lambda = 0,5$ , foram obtidos os erros mais reduzidos entre todas as situações analisadas, demonstrando uma elevada capacidade da rede neuronal em reproduzir a solução FEM (Tabela 4.2). Destaca-se o caso  $\delta = 0^\circ$ ,  $\beta = 15^\circ$ , com um RMSE praticamente nulo (0.0006 mm), refletindo sobreposição quase perfeita entre as trajetórias. No geral, esta condição favorece o domínio do modo I e reduz a influência da biaxialidade, facilitando a generalização da AI e conduzindo a previsões mais estáveis.

Tabela 4.2 - RMSE para carregamento proporcional ( $\lambda = 0,5$ ).

$\lambda=0.5$	RMSE [mm]			
	$\beta=0^\circ$	$\beta=15^\circ$	$\beta=30^\circ$	$\beta=45^\circ$
$\delta=0^\circ$	0,2726	0,0006	0,1201	0,1569
$\delta=90^\circ$	0,1015	0,0325	0,1173	0,0941
$\delta=180^\circ$	0,0902	0,0731	0,1540	0,1219

De forma global, a análise para  $\lambda = 0,5$  confirma que a predominância da componente vertical, traduzida em valores de  $K_I$  superiores, força a fenda a propagar-se horizontalmente, sobrepondo-se ao efeito da inclinação inicial da pré-fenda e ao desfasamento entre as cargas. Ainda que a fase  $\delta$  introduza diferenças na curvatura e simetria da trajetória, a direção de avanço é ditada sobretudo pela condição de biaxialidade.

#### 4.2.3 Carregamento desproporcional ( $\lambda = 2$ )

Para a razão de biaxialidade  $\lambda = 2$ , correspondente a um carregamento predominantemente horizontal, a propagação da fenda apresenta diferenças marcantes

face aos casos anteriores, tanto na sua trajetória como na concordância entre FEM e a rede neuronal. Em termos gerais, a componente horizontal mais elevada induz trajetórias que deixam de ser coplanares com a fenda inicial e que se alinham preferencialmente na direção ditada pelo modo II. No entanto, este cenário evidencia uma maior dispersão entre os resultados das duas metodologias, sendo esta a condição em que as divergências se revelam mais pronunciadas.

No caso de  $\delta = 0^\circ$ , Figura 4.25, tal como mencionado em 4.1.3 não foi representada a previsão de propagação para  $\beta = 0^\circ$  segundo a rede neuronal uma vez que esta apresentou um crescimento descontrolado. Este desvio pode estar associado ao facto de a fenda simulada pela ANN ter entrado numa região para a qual não existem dados de treino suficientes, resultando numa extrapolação incorreta, contrastando com o FEM, que prevê uma trajetória estável e retilínea. Para  $\beta = 15^\circ$ , a concordância entre os métodos é satisfatória, mostrando trajetórias próximas e consistentes. Contudo, a partir de  $\beta = 30^\circ$ , a dispersão começa a tornar-se evidente, aumentando progressivamente ao longo da propagação. Para  $\beta = 45^\circ$ , essa diferença é ainda mais marcada, com a rede a apresentar trajetórias mais afastadas das do FEM, refletindo a dificuldade em capturar o contributo do modo II.

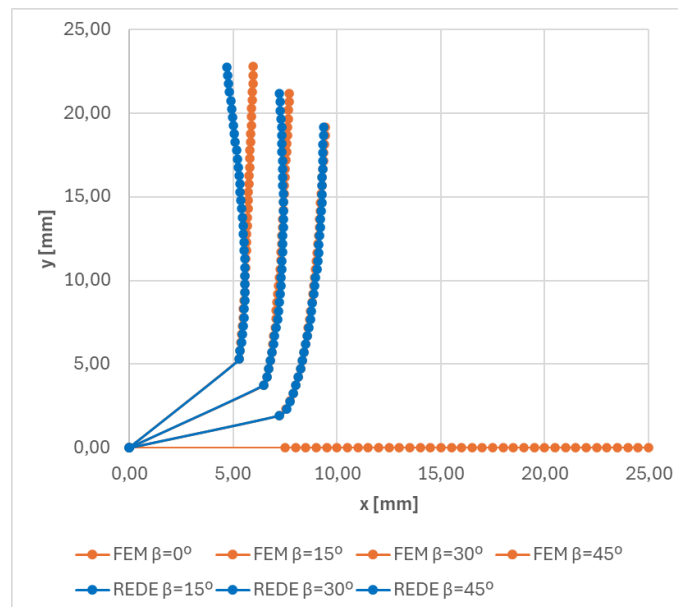


Figura 4.25 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda = 2$ ,  $\delta = 0^\circ$ ).

Quando  $\delta = 90^\circ$ , Figura 4.26, verifica-se uma boa aproximação entre rede e FEM para  $\beta = 0^\circ$  e  $\beta = 15^\circ$ , com trajetórias relativamente bem alinhadas. No entanto, a partir de  $\beta = 30^\circ$ , as discrepâncias tornam-se significativas. Enquanto o FEM apresenta uma trajetória curvada, evidenciando a influência crescente da componente vertical do carregamento, a rede mantém uma trajetória essencialmente retilínea, sem reproduzir

a tendência observada no modelo numérico. Este mesmo comportamento repete-se em  $\beta = 45^\circ$ , onde a divergência entre os métodos é ainda mais evidente.

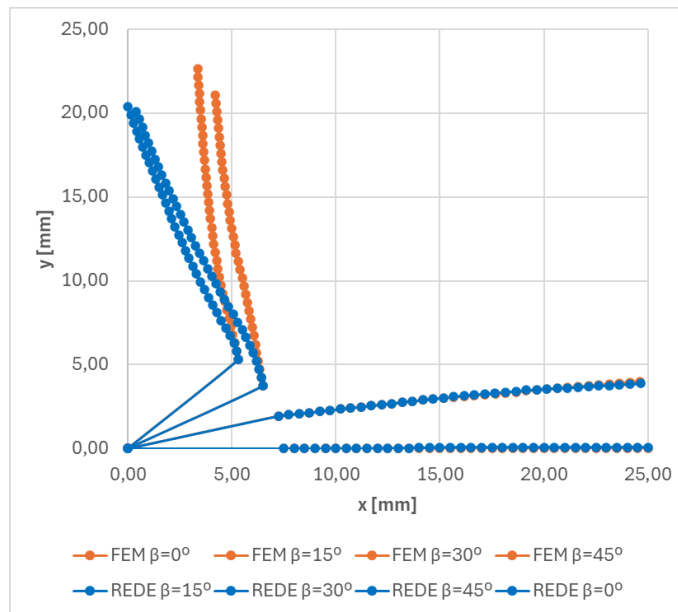


Figura 4.26 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda = 2, \delta = 90^\circ$ ).

No caso de  $\delta = 180^\circ$ , Figura 4.27, a conclusão retirada é semelhante à anterior, mas ainda mais evidente. Para  $\beta = 0^\circ$  e  $\beta = 15^\circ$ , os resultados mostram boa concordância entre a rede e o FEM, sugerindo que para baixos ângulos de inclinação a rede consegue reproduzir adequadamente o crescimento da fenda. No entanto, para  $\beta = 30^\circ$  e  $\beta = 45^\circ$ , as diferenças tornam-se marcantes: a rede mantém trajetórias retas e pouco adaptativas, enquanto o FEM prevê um desvio curvado da fissura, ajustando-se à orientação imposta pela componente vertical.

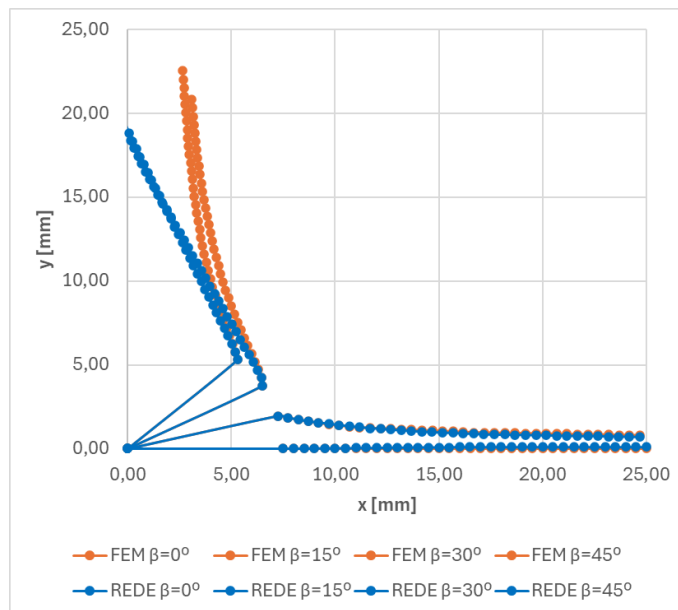


Figura 4.27 - Comparação FEM vs AI ( $\lambda = 2, \delta = 180^\circ$ ).

A condição  $\lambda = 2$  revelou os comportamentos mais complexos e erros mais elevados (Tabela 4.3). O valor extremo de 12,98 mm para  $\delta = 0^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$  foi desconsiderado, pois resulta de um comportamento anômalo da rede. Para os restantes casos, observou-se um aumento no erro para ângulos de inclinação e ângulos de fase mais elevados.

Tabela 4.3 - RMSE para carregamento proporcional ( $\lambda = 2$ ).

$\lambda=2$	RMSE [mm]			
	$\beta=0^\circ$	$\beta=15^\circ$	$\beta=30^\circ$	$\beta=45^\circ$
$\delta=0^\circ$	12,9863	0,0422	0,1736	0,5803
$\delta=90^\circ$	0,0597	0,0430	2,1890	2,1618
$\delta=180^\circ$	0,0889	0,0846	1,7918	1,8481

Em síntese, a condição  $\lambda = 2$  é a que expõe a maior dispersão entre a rede e o FEM em toda a análise. Para baixos ângulos de inclinação ( $\beta = 0^\circ$  e  $15^\circ$ ), os resultados são globalmente satisfatórios, mas a partir de  $\beta = 30^\circ$  as discrepâncias tornam-se progressivamente mais acentuadas. Este fenómeno pode estar associado tanto à ausência de dados suficientes no treino da rede para estas condições, como ao seu enviesamento para trajetórias dominadas pelo modo I, decorrente do treino ter sido realizado segundo carregamentos simétricos ( $\lambda = 2$ ) e em fase ( $\delta = 0^\circ$ ). Como resultado, esta razão de biaxialidade destaca-se como aquela em que se observam as maiores diferenças entre as duas abordagens, sobretudo para inclinações iniciais mais elevadas.



## **5 Conclusões e Trabalhos futuros**

A presente dissertação foi realizada com o objetivo de desenvolver uma rede neuronal capaz de prever o crescimento de fendas por fadiga em provetes cruciformes, sob diferentes condições de carregamento. O trabalho revelou a importância da integração entre diferentes ferramentas computacionais, neste caso o Abaqus e o Matlab, cuja sinergia permitiu não só a geração de dados de elevada complexidade, como também a sua posterior utilização para o treino e validação da rede neuronal.

Ao longo da análise, foi possível compreender de forma clara a influência de três fatores fundamentais na propagação da fenda: a razão de biaxialidade ( $\lambda$ ), a fase de carregamento ( $\delta$ ) e a inclinação inicial da fenda ( $\beta$ ). Os resultados mostraram que a rede neuronal foi capaz de reproduzir com boa aproximação a evolução prevista pelo método dos elementos finitos, em particular para casos dominados pelo modo I. No entanto, para condições em que a contribuição do modo II se torna mais significativa - como para maiores ângulos de inclinação da fenda ou em razões de biaxialidade elevadas, as previsões revelaram maiores discrepâncias, refletindo a necessidade de reforço da base de dados e da diversidade de cenários de treino.

Os resultados obtidos pela rede neuronal (ANN) foram comparados com as trajetórias de propagação calculadas exclusivamente pelo método dos elementos finitos (FEM). A análise dos desvios entre coordenadas, quantificados pelo erro quadrático médio (RMSE), revelou um erro mínimo de 0,0006 mm, um erro máximo de 2,1890 mm e um erro médio de 0,3613 mm, demonstrando, de forma geral, a boa capacidade de previsão da rede para ângulos de fase de carregamento ( $\delta$ ) menores e razões de biaxialidade moderadas ( $\lambda = 0,5 - 1$ ).

Algumas exceções foram observadas. O erro isolado de 12,9863 mm ( $\lambda = 2$ ,  $\delta = 0^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ ) é considerado atípico e deve ser desconsiderado. Já os erros mais elevados, como 14,3685 mm ( $\lambda = 1$ ,  $\delta = 90^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ) e 16,5417 mm ( $\lambda = 1$ ,  $\delta = 180^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ), são explicados pela complexidade/imprevisibilidade do fenômeno de biaxialidade e pela contribuição dominante do modo II de fratura. Nessas condições, a rede neuronal apresenta limitações devido à menor representatividade desses cenários na base de dados, refletindo a necessidade de maior diversidade e abrangência para treinar o modelo

O recurso à inteligência artificial neste contexto revelou-se particularmente relevante, não apenas pela sua aplicabilidade à previsão de fenômenos complexos, mas também pela demonstração da eficiência e do potencial de generalização do método. Num cenário em que a aplicação de algoritmos de inteligência artificial se tem tornado cada vez mais transversal, este trabalho contribui para demonstrar a sua utilidade no

domínio da mecânica da fratura e da fadiga multiaxial, abrindo caminho para novas perspectivas de análise e otimização.

No que respeita a trabalhos futuros, destaca-se em primeiro lugar a necessidade de aumentar e diversificar a base de dados, incluindo uma maior variedade de razões de biaxialidade e fases de carregamento. Tal permitirá reforçar a fiabilidade do modelo, sobretudo em cenários nos quais a contribuição do modo II é dominante. Para além disso, uma possível evolução do modelo consiste na sua capacidade de superar as limitações do Abaqus, nomeadamente ao otimizar a previsão da trajetória da fenda com base em critérios de propagação avançados. Este desenvolvimento seria particularmente relevante em casos de maiores ângulos de inclinação, em que a rede poderia ser capaz de prever fenómenos de bifurcação da fenda — um aspeto de elevada complexidade que ainda não se encontra bem reproduzido numericamente.

Adicionalmente, seria pertinente estender a aplicação desta metodologia a ensaios laboratoriais, de modo a validar a teoria com dados experimentais. A utilização de diferentes materiais e condições de carregamento reais permitiria não só confirmar a robustez da rede neuronal, como também avaliar a sua aplicabilidade prática no contexto da engenharia estrutural e do design de componentes sujeitos a fadiga.

Assim, esta dissertação representa não apenas um contributo científico relevante para a aplicação da inteligência artificial na previsão da propagação de fendas, mas também uma oportunidade de avanço metodológico, ao integrar a inteligência artificial com métodos numéricos de elevada precisão e ao abrir caminho para aplicações futuras em contextos experimentais e industriais.



## Referências bibliográficas

- Baptista, R., Moita, P., & Infante, V. (2023). Fatigue crack growth on modified CT specimens using artificial neural networks. *International Journal of Fatigue*, *167*, 107357. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2022.107357>
- Candeias, J., Baptista, R., Cláudio, R., Reis, L., & Freitas, M. (2022). On the influence of different in-plane biaxial loading conditions over FCG lives. *International Journal of Fatigue*, *157*. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106714>
- Cui, W. (2002). A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structures. *Journal of Marine Science and Technology*, *7*(1), 43–56. <https://doi.org/10.1007/s007730200012>
- Floros, D., Ekberg, A., & Larsson, F. (2019). Evaluation of crack growth direction criteria on mixed-mode fatigue crack growth experiments. *International Journal of Fatigue*, *129*, 105075. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2019.04.013>
- Gope, D., Gope, P. C., Thakur, A., & Yadav, A. (2015). Application of artificial neural network for predicting crack growth direction in multiple cracks geometry. *Applied Soft Computing*, *30*, 514–528. <https://doi.org/10.1016/J.ASOC.2015.02.003>
- Infante-García, D., Qian, G., Miguélez, H., & Giner, E. (2019). Analysis of the effect of out-of-phase biaxial fatigue loads on crack paths in cruciform specimens using XFEM. *International Journal of Fatigue*, *123*, 87–95. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2019.01.019>
- Lee, E. U., & Taylor, R. E. (2011). Fatigue behavior of aluminum alloys under biaxial loading. *Engineering Fracture Mechanics*, *78*(8), 1555–1564. <https://doi.org/10.1016/J.ENGFRACMECH.2010.11.005>
- Mall, S., & Perel, V. Y. (2015). Crack growth behavior under biaxial fatigue with phase difference. *International Journal of Fatigue*, *74*, 166–172. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.01.005>
- Martins, P. A. F., Bay, N., Tekkaya, A. E., & Atkins, A. G. (2014). Characterization of fracture loci in metal forming. *International Journal of Mechanical Sciences*, *83*, 112–123.

- Misak, H. E., Perel, V. Y., Sabelkin, V., & Mall, S. (2013). Crack growth behavior of 7075-T6 under biaxial tension–tension fatigue. *International Journal of Fatigue*, 55, 158–165. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2013.06.003>
- Misak, H. E., Perel, V. Y., Sabelkin, V., & Mall, S. (2014). Biaxial tension–tension fatigue crack growth behavior of 2024-T3 under ambient air and salt water environments. *Engineering Fracture Mechanics*, 118, 83–97. <https://doi.org/10.1016/J.ENGFRACMECH.2014.02.003>

## Anexo 1 – Código para gerar SIFs

```
clearvars
clear all
clc
rng('shuffle')

% Define as variáveis

for comp = [15 20 25 30 35 40 45 50]
    for angulo_1 = [0 15 30 45 60 75 90]
        for angulo_2 = [-75 -60 -45 -30 -15 0 15 30 45 60 75]

            % Apaga os ficheiros do ABAQUS

            delete Job-1.*
            delete *.rec
            delete abaqus.rpy.*

            % Escreve um ficheiro "Variables.py" que contem o valor das
            % variáveis a analisar

            % Calcula as coordenadas dos dois pontos de acordo com desenho
            % f é considerado constante

            f = 0.25;
            x1 = (comp/2)*cos(angulo_1*pi/180) -
f*(comp/2)*cos(angulo_2*pi/180);
            x2 = (comp/2)*cos(angulo_1*pi/180);
            y1 = (comp/2)*sin(angulo_1*pi/180) -
f*(comp/2)*sin(angulo_2*pi/180);
            y2 = (comp/2)*sin(angulo_1*pi/180);
            xmat = [0,0,0,0,-x2,-x1,x1,x2,0,0,0,0];
            ymat = [0,0,0,0,-y2,-y1,y1,y2,0,0,0,0];

            delete('Variables.py');
            fid = fopen('Var.txt', 'w');
            allOneString1 = sprintf('%.3f,' , xmat);
            allOneString1 = allOneString1(1:end-1);
            allOneString2 = sprintf('%.3f,' , ymat);
            allOneString2 = allOneString2(1:end-1);
            fprintf(fid,'xmat=[%s]\n',allOneString1);
            fprintf(fid,'ymat=[%s]\n',allOneString2);
            fclose(fid);
            system('ren Var.txt Variables.py');

            % Corre o ficheiro de Python que permite obter os resultados

            dos('abaqus cae script noGUI=specimen.py');

            % Abre e analisa o ficheiro de resultados do ABAQUS,
            % organizando os SIF obtidos

            ncontornos = 5; % Quantos contornos foram pedidos
            ntsteps = 2; % Quantos casos de carga
            npontos = 11; % Quantos nós existem ao longo da espessura
```

```

fid = fopen('abaqus.rpt');
k1k2k3 = textscan(fid, '%s%s%s%s',...
'HeaderLines',3,'CollectOutput',1);
k1k2k3 = k1k2k3{:};
fid = fclose(fid);
k1k2k3=str2num(char(k1k2k3{:},2));
nci = size(k1k2k3(:,1));
nk1k2k3 = nci(1);

for m = 1 : npontos
    for i = 1 : nsteps
        for j = 1 : ncontornos
            k11temp(j,i) = k1k2k3(i+ncontornos*nsteps*(m-
1)+nsteps*(j-1),1)/1000^0.5; % Converte as unidades
            k21temp(j,i) = k1k2k3(i+ncontornos*nsteps*(m-
1)+nsteps*(j-1)+ncontornos*nsteps*npontos,1)/1000^0.5;
            k12temp(j,i) = k1k2k3(i+ncontornos*nsteps*(m-
1)+nsteps*(j-1)+2*ncontornos*nsteps*npontos,1)/1000^0.5;
            k22temp(j,i) = k1k2k3(i+ncontornos*nsteps*(m-
1)+nsteps*(j-1)+3*ncontornos*nsteps*npontos,1)/1000^0.5;
            k13temp(j,i) = k1k2k3(i+ncontornos*nsteps*(m-
1)+nsteps*(j-1)+4*ncontornos*nsteps*npontos,1)/1000^0.5;
            k23temp(j,i) = k1k2k3(i+ncontornos*nsteps*(m-
1)+nsteps*(j-1)+5*ncontornos*nsteps*npontos,1)/1000^0.5;
        end
        % Faz a média dos contornos
        k11(m,i) = mean(mean(k11temp(:,i))); % KI, fenda 1
        k21(m,i) = mean(mean(k21temp(:,i))); % KI, fenda 2
        k12(m,i) = mean(mean(k12temp(:,i))); % KII, fenda 1
        k22(m,i) = mean(mean(k22temp(:,i))); % KII, fenda 2
        k13(m,i) = mean(mean(k13temp(:,i))); % KIII, fenda 1
        k23(m,i) = mean(mean(k23temp(:,i))); % KIII, fenda 2
    end
end

K1I = mean(k11)
K1III = mean(k12)
K1IIII = mean(k13)
K2I = mean(k21)
K2II = mean(k22)
K2IIII = mean(k23)

% Organiza os dados, KI, KII e KIII (fenda 1), KI, KII e KIII
(fenda 2)
% Cada fenda grava duas linhas, uma para o carregamento
vertical e outra para o carregamento horizontal

dados =
[comp,angulo_1,angulo_2,1,0;comp,angulo_1,angulo_2,0,1];
dados = [dados,k11',k12',k13',k21',k22',k23'];

% Adiciona os dados a um ficheiro de texto

dlmwrite('dados_2.txt',dados,'-append')

end
end
end

```

## Anexo 2 – Código de Treino da Rede Neuronal

```
%% 1. LER DADOS DO EXCEL
data = readtable('Dados_Neural_2.xlsx');
data = table2array(data); % Converter para matriz

% ENTRADAS: comprimento, Ângulo1, Ângulo2
X = data(:, 1:3)'; % (3 x N)

% SAÍDAS: KvI, KvII, KhI, KhII
T = data(:, [6 7 9 10])'; % (4 x N)

%% 2. NORMALIZAÇÃO (usando média e desvio padrão)
[Xn, muX, sigmaX] = zscore(X, 0, 2);
[Tn, muT, sigmaT] = zscore(T, 0, 2);

%% 3. DEFINIR ARQUITETURA DA REDE
layers = [
    featureInputLayer(3, 'Name', 'input') % 3 entradas
    fullyConnectedLayer(128, 'Name', 'fc1')
    tanhLayer('Name', 'tanh1')
    fullyConnectedLayer(64, 'Name', 'fc2')
    tanhLayer('Name', 'tanh2')
    fullyConnectedLayer(32, 'Name', 'fc3')
    tanhLayer('Name', 'tanh3')
    fullyConnectedLayer(4, 'Name', 'output') % 4 saídas
    regressionLayer('Name', 'regression')
];

%% 4. OPÇÕES DE TREINO
options = trainingOptions('adam', ...
    'InitialLearnRate', 0.001, ...
    'L2Regularization', 0.0001, ...
    'MaxEpochs', 1000, ...
    'MiniBatchSize', 32, ...
    'Shuffle', 'every-epoch', ...
    'ValidationFrequency', 10, ...
    'ValidationPatience', 20, ...
    'Plots', 'training-progress', ...
    'Verbose', false);

%% 5. TREINAR A REDE
net = trainNetwork(Xn', Tn', layers, options);

%% 6. PREVER E DESNORMALIZAR
Y_pred_n = predict(net, Xn'); % prever normalizado
Y_pred = (Y_pred_n') .* sigmaT + muT; % desnormalizar

%% 7. VISUALIZAÇÕES

% a) Gráfico de regressão
figure;
plotregression(Tn, Y_pred_n', 'Regressão - Saídas Normalizadas');

% b) Comparação real vs previsto
sif_labels = {'KvI', 'KvII', 'KhI', 'KhII'};
```

```

for i = 1:4
    figure;
    plot(T(i, :), 'b-o', 'DisplayName', 'Real'); hold on;
    plot(Y_pred(i, :), 'r--x', 'DisplayName', 'Previsto');
    title(['Comparação: ', sif_labels{i}]);
    xlabel('Amostra'); ylabel(sif_labels{i});
    legend; grid on;
end

% c) Erro absoluto por componente
erro_abs = abs(T - Y_pred);
figure;
bar(mean(erro_abs, 2));
xticklabels(sif_labels);
ylabel('Erro Absoluto Médio');
title('Erro Médio por Componente SIF');
grid on;

%% 8. AVALIAR ERRO GLOBAL
erro_medio = mean(vecnorm(T - Y_pred));
fprintf('Erro médio total: %.4f\n', erro_medio);

%% 9. PREVISÃO PARA NOVO CASO
novo_input = [35; 75; -45]; % [comprimento; ângulo1; ângulo2]

% Normalizar novo input
novo_input_n = (novo_input - muX) ./ sigmaX;

% Prever
saida_norm = predict(net, novo_input_n');

% Desnormalizar
saida_real = (saida_norm) .* sigmaT + muT;

% Mostrar resultados
disp('Previsão para novo caso:');
for i = 1:4
    fprintf('%s = %.4f\n', sif_labels{i}, saida_real(i));
end

%% 10. GUARDAR REDE
save('rede_SIF_melhorada.mat', 'net', 'muX', 'sigmaX', 'muT', 'sigmaT');

```

## Anexo 3 – Código de Previsão de Crescimento de Fenda (Rede Neuronal)

```
%% -----  
% Previsão_Fenda_Rede_.m  
% Simulação de propagação de fendas com recurso à rede neuronal  
%% -----  
  
clearvars  
clc  
rng('shuffle')  
  
%% -----  
% carregar rede já treinada  
load('rede_SIF_melhorada.mat', 'net', 'muX', 'sigmaX', 'muT', 'sigmaT');  
  
%% -----  
% parâmetros iniciais fixos  
a_zero = 15;  
a_inc = 1;  
medv = 0.55;  
ampv = 0.45;  
medh = 0.55;  
amph = 0.45;  
  
% valores de beta inicial a testar  
betas = [0, 15, 30, 45];  
cores = lines(length(betas)); % cores distintas  
  
% fases de carregamento (delta) e shift correspondente  
shifts = [0, 0.25, 0.5];  
deltas = [0, 90, 180];  
  
%% -----  
% função auxiliar para rotacionar 90°  
rot90_fun = @(x,y) deal(-y,x); % 90° anti-horário  
  
%% -----  
for s = 1:length(shifts)  
    shift = shifts(s);  
  
    % ----- gráfico original -----  
    figure('Position',[100 100 900 600]);  
    hold on; grid on; axis equal; box on;  
    xlim([-20 20]); ylim([-20 20]);  
    xticks(-20:5:20); yticks(-20:5:20);  
    ax = gca; ax.FontSize = 12; ax.LineWidth = 1;  
  
    title(['Propagação da fenda (Rede) para \delta = ',  
num2str(deltas(s)), '°'], ...  
        'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold')  
    xlabel('x [mm]', 'FontSize', 13)  
    ylabel('y [mm]', 'FontSize', 13)  
  
    legend_handles = gobjects(1, length(betas));  
    resultados = struct();  
end
```

```

for k = 1:length(betas)
    beta_zero = betas(k);
    theta_zero = beta_zero;

    [x_data, y_data] = simulacao_fenda(beta_zero, theta_zero, ...
        a_zero, a_inc, net, muX, sigmaX, muT, sigmaT, ...
        medv, ampv, medh, amph, shift);

    % guardar dados
    resultados(k).beta = beta_zero;
    resultados(k).x = x_data;
    resultados(k).y = y_data;
    resultados(k).x_espelho = -x_data;
    resultados(k).y_espelho = -y_data;

    % lado positivo com legenda
    legend_handles(k) = plot(x_data, y_data, '-o', ...
        'Color', cores(k,:), 'MarkerFaceColor', cores(k,:), ...
        'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 5, ...
        'MarkerIndices', 1:10:length(x_data), ...
        'DisplayName', ['\beta_0 = ', num2str(beta_zero), '°']);

    % lado espelho
    plot(-x_data, -y_data, '-o', ...
        'Color', cores(k,:), 'MarkerFaceColor', cores(k,:), ...
        'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 5, ...
        'MarkerIndices', 1:10:length(x_data));
end

% desenhar pré-fendas por cima
for k = 1:length(betas)
    beta_zero = betas(k);
    x_ini = a_zero/2 * cosd(beta_zero);
    y_ini = a_zero/2 * sind(beta_zero);
    plot([0, x_ini], [0, y_ini], '-k', 'LineWidth', 4);
    plot([0, -x_ini], [0, -y_ini], '-k', 'LineWidth', 4);
end

legend([plot(NaN,NaN,'-k'), legend_handles], ...
    'Pré-fenda', '\beta_0 = 0°', '\beta_0 = 15°', '\beta_0 =
30°', '\beta_0 = 45°', ...
    'Location', 'northeastoutside', 'FontSize', 12, 'Box', 'on');

% ----- guardar gráfico e dados -----
nome_base = ['grafico_propagacao_delta_' num2str(deltas(s))];
print(gcf, [nome_base '.png'], '-dpng', '-r300');
savefig(gcf, [nome_base '.fig']);
save([nome_base '.mat'], 'resultados');

fid = fopen([nome_base '.csv'], 'w');
fprintf(fid, 'beta,x,y,x_espelho,y_espelho\n');
for k = 1:length(resultados)
    n = length(resultados(k).x);
    for i = 1:n
        fprintf(fid, '%d,%.6f,%.6f,%.6f,%.6f\n', ...
            resultados(k).beta, ...
            resultados(k).x(i), resultados(k).y(i), ...
            resultados(k).x_espelho(i), resultados(k).y_espelho(i));
    end
end
fclose(fid);

```

```

% ----- gráfico rotacionado 90° -----
figure('Position',[100 100 900 600]);
hold on; grid on; axis equal; box on;
xlim([-20 20]); ylim([-20 20]);
xticks(-20:5:20); yticks(-20:5:20);
ax = gca; ax.FontSize = 12; ax.LineWidth = 1;

title(['Propagação da fenda (Rede) para \delta = ', num2str(deltas(s))
'° (rot90)'], ...
'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold')
xlabel('x [mm]', 'FontSize', 13)
ylabel('y [mm]', 'FontSize', 13)

legend_handles_rot = gobjects(1, length(betas));
resultados_rot = struct();

for k = 1:length(betas)
    beta_zero = betas(k);
    theta_zero = beta_zero;

    [x_data, y_data] = simulacao_fenda(beta_zero, theta_zero, ...
        a_zero, a_inc, net, muX, sigmaX, muT, sigmaT, ...
        medv, ampv, medh, amph, shift);

    [x_rot, y_rot] = rot90_fun(x_data, y_data);

    resultados_rot(k).beta = beta_zero;
    resultados_rot(k).x = x_rot;
    resultados_rot(k).y = y_rot;

    % lado positivo com legenda
    legend_handles_rot(k) = plot(x_rot, y_rot, '-o', ...
        'Color', cores(k,:), 'MarkerFaceColor', cores(k,:), ...
        'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 5, ...
        'MarkerIndices', 1:10:length(x_rot), ...
        'DisplayName', ['\beta_0 = ', num2str(beta_zero), '°']);

    % lado espelho
    [x_m, y_m] = rot90_fun(-x_data, -y_data);
    plot(x_m, y_m, '-o', ...
        'Color', cores(k,:), 'MarkerFaceColor', cores(k,:), ...
        'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 5, ...
        'MarkerIndices', 1:10:length(x_m));
end

% pré-fendas rotacionadas
for k = 1:length(betas)
    beta_zero = betas(k);
    x_ini = a_zero/2 * cosd(beta_zero);
    y_ini = a_zero/2 * sind(beta_zero);
    [x_pos, y_pos] = rot90_fun([0, x_ini], [0, y_ini]);
    [x_neg, y_neg] = rot90_fun([0, -x_ini], [0, -y_ini]);
    plot(x_pos, y_pos, '-k', 'LineWidth', 4);
    plot(x_neg, y_neg, '-k', 'LineWidth', 4);
end

legend([plot(NaN,NaN,'-k'), legend_handles_rot], ...
'Pré-fenda', '\beta_0 = 0°', '\beta_0 = 15°', '\beta_0 =
30°', '\beta_0 = 45°', ...
'Location', 'northeastoutside', 'FontSize', 12, 'Box', 'on');

```

```

% guardar gráfico rotacionado e dados
nome_base_rot = ['grafico_propagacao_delta_' num2str(deltas(s))
'_rot90'];
print(gcf, [nome_base_rot '.png'], '-dpng','-r300');
savefig(gcf, [nome_base_rot '.fig']);
save([nome_base_rot '.mat'], 'resultados_rot');

fid = fopen([nome_base_rot '.csv'],'w');
fprintf(fid, 'beta,x,y\n');
for k = 1:length(resultados_rot)
    n = length(resultados_rot(k).x);
    for i = 1:n
        fprintf(fid, '%d,%.6f,%.6f\n', ...
            resultados_rot(k).beta, ...
            resultados_rot(k).x(i), resultados_rot(k).y(i));
    end
end
fclose(fid);

disp([' Gráficos e dados  $\delta =$ ' num2str(deltas(s)) ' salvos (normal
e rotacionado 90°)']);
end

%% -----
% função auxiliar da simulação
function [x_data, y_data] = simulacao_fenda(beta_zero, theta_zero, ...
    a_zero, a_inc, net, muX, sigmaX, muT, sigmaT, ...
    medv, ampv, medh, amph, shift)

x_data = [0, (a_zero/2)*cos(beta_zero*pi/180)];
y_data = [0, (a_zero/2)*sin(beta_zero*pi/180)];

X = [a_zero,beta_zero,theta_zero];
Xn = (X' - muX) ./ sigmaX;
Y_pred_n = predict(net, Xn');
Y_pred = (Y_pred_n') .* sigmaT + muT;

KIv = Y_pred(1); KIIv = Y_pred(2);
KIh = Y_pred(3); KIIh = Y_pred(4);

theta_inc = mg(KIv,KIIv,KIh,KIIh,medv,ampv,medh,amph,shift);

a = a_zero + a_inc;
theta = theta_zero + theta_inc;
x_data = [x_data, x_data(2)+(a_inc/2)*cos(theta*pi/180)];
y_data = [y_data, y_data(2)+(a_inc/2)*sin(theta*pi/180)];
beta = atan2(y_data(3),x_data(3))*180/pi;

i = 4;
while a < 100
    X = [a,beta,theta];
    Xn = (X' - muX) ./ sigmaX;
    Y_pred_n = predict(net, Xn');
    Y_pred = (Y_pred_n') .* sigmaT + muT;

    KIv = Y_pred(1); KIIv = Y_pred(2);
    KIh = Y_pred(3); KIIh = Y_pred(4);

    theta_inc = mg(KIv,KIIv,KIh,KIIh,medv,ampv,medh,amph,shift);
end

```

```
    a = a + a_inc;
    theta = theta + theta_inc;
    x_data = [x_data, x_data(i-1)+(a_inc/2)*cos(theta*pi/180)];
    y_data = [y_data, y_data(i-1)+(a_inc/2)*sin(theta*pi/180)];
    beta = atan2(y_data(i),x_data(i))*180/pi;

    i = i + 1;
end
end
```



## Anexo 4 – Código de Previsão de Crescimento de Fenda (*FEM*)

```
%% -----
% Previsão_Fenda_FEM.m
% Simulação da propagação de fendas
%% -----

clearvars
clc
rng('shuffle')

%% -----
% parâmetros fixos
a_zero = 15;
a_inc = 1;
medv = 0.55;
ampv = 0.45;
medh = 0.55;
amph = 0.45;

% valores de beta inicial
betas = [0, 15, 30, 45];
cores = lines(length(betas));

% fases de carregamento (delta) e shift correspondente
shifts = [0, 0.25, 0.5];
deltas = [0, 90, 180];

%% -----
% loop sobre shifts (deltas)
for s = 1:length(shifts)
    shift = shifts(s);

    % criar figura
    figure('Position',[100 100 900 600]);
    hold on; grid on; axis equal; box on;
    xlim([-20 20]); ylim([-20 20]);
    xticks(-20:5:20); yticks(-20:5:20);
    ax = gca; ax.FontSize = 12; ax.LineWidth = 1;

    title(['Propagação da fenda para \delta = ', num2str(deltas(s)), '°'],
    ...
        'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold')
    xlabel('x [mm]', 'FontSize', 13)
    ylabel('y [mm]', 'FontSize', 13)

    legend_handles = gobjects(1, length(betas));

    % tabela para guardar os resultados de todos os betas
    T_all = table();
```

```

for k = 1:length(betas)
    beta_zero = betas(k);
    theta_zero = beta_zero;

    % simulação da propagação
    [x_data, y_data] = simulacao_fenda(beta_zero, theta_zero, ...
        a_zero, a_inc, medv, ampv, medh, amph, shift);

    % plota lado positivo com legenda
    legend_handles(k) = plot(x_data, y_data, '-o', ...
        'Color', cores(k,:), 'MarkerFaceColor', cores(k,:), ...
        'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 5, ...
        'MarkerIndices', 1:10:length(x_data), ...
        'DisplayName', ['\beta_0 = ', num2str(beta_zero), '°']);

    % plota lado espelhado
    plot(-x_data, -y_data, '-o', ...
        'Color', cores(k,:), 'MarkerFaceColor', cores(k,:), ...
        'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 5, ...
        'MarkerIndices', 1:10:length(x_data));

    % guardar os dados deste beta numa tabela
    T = table(repmat(beta_zero, length(x_data), 1), ...
        repmat(deltas(s), length(x_data), 1), ...
        (1:length(x_data))', x_data', y_data', ...
        'VariableNames', {'Beta', 'Delta', 'Iteracao', 'x', 'y'});

    % acumular
    T_all = [T_all; T];
end

% pré-fendas
for k = 1:length(betas)
    beta_zero = betas(k);
    x_ini = a_zero/2 * cosd(beta_zero);
    y_ini = a_zero/2 * sind(beta_zero);
    plot([0, x_ini], [0, y_ini], '-k', 'LineWidth', 4);
    plot([0, -x_ini], [0, -y_ini], '-k', 'LineWidth', 4);
end

legend([plot(NaN, NaN, '-k'), legend_handles], ...
    'Pré-fenda', '\beta_0 = 0°', '\beta_0 = 15°', '\beta_0 =
30°', '\beta_0 = 45°', ...
    'Location', 'northeastoutside', 'FontSize', 12, 'Box', 'on');

% -----
% salvar gráfico e dados
nome_arquivo = ['propagacao_delta_' num2str(deltas(s))];
print(gcf, [nome_arquivo '.png'], '-dpng', '-r300'); % PNG
savefig(gcf, [nome_arquivo '.fig']); % FIG
writetable(T_all, [nome_arquivo '.xlsx']); % Excel

disp(['✅ Resultados salvos: ' nome_arquivo '.png, .fig, .xlsx'])
end

```

```

%% -----
% função auxiliar da simulação
function [x_data, y_data] = simulacao_fenda(beta_zero, theta_zero, ...
    a_zero, a_inc, medv, ampv, medh, amph, shift)

% posição inicial
x_data = [0, (a_zero/2)*cosd(beta_zero)];
y_data = [0, (a_zero/2)*sind(beta_zero)];

% SIFs iniciais
[K1I,K1II,K2I,K2II] = specimen_SIF(x_data,y_data);
KIv = mean([K1I(1), K2I(1)]);
KIIv = mean([K1II(1), K2II(1)]);
KIh = mean([K1I(2), K2I(2)]);
KIIh = mean([K1II(2), K2II(2)]);

theta_inc = mg(KIv,KIIv,KIh,KIIh,medv,ampv,medh,amph,shift);

% primeira iteração
a = a_zero + a_inc;
theta = theta_zero + theta_inc;
x_data = [x_data, x_data(2)+(a_inc/2)*cosd(theta)];
y_data = [y_data, y_data(2)+(a_inc/2)*sind(theta)];
beta = atan2d(y_data(3), x_data(3));

i = 4;

% loop até comprimento máximo
while a < 50
    [K1I,K1II,K2I,K2II] = specimen_SIF(x_data,y_data);
    KIv = mean([K1I(1), K2I(1)]);
    KIIv = mean([K1II(1), K2II(1)]);
    KIh = mean([K1I(2), K2I(2)]);
    KIIh = mean([K1II(2), K2II(2)]);

    theta_inc = mg(KIv,KIIv,KIh,KIIh,medv,ampv,medh,amph,shift);

    a = a + a_inc;
    theta = theta + theta_inc;

    x_data = [x_data, x_data(i-1)+(a_inc/2)*cosd(theta)];
    y_data = [y_data, y_data(i-1)+(a_inc/2)*sind(theta)];
    beta = atan2d(y_data(i), x_data(i));

    i = i + 1;
end
end

```



## Anexo 5 – Gráficos de SIF's e Critérios de Propagação ( $\lambda = 0,5$ )

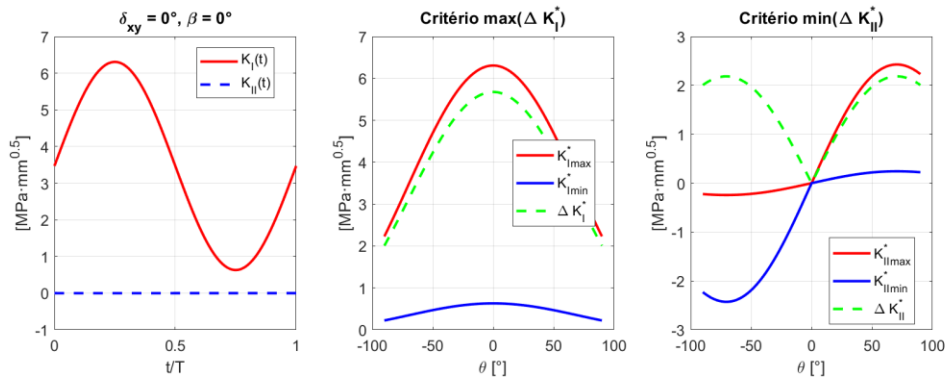


Figura A5.1 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

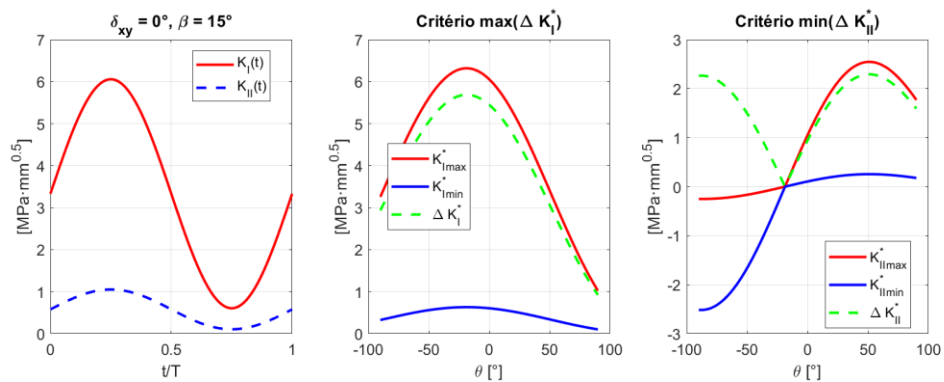


Figura A5.2 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 15^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

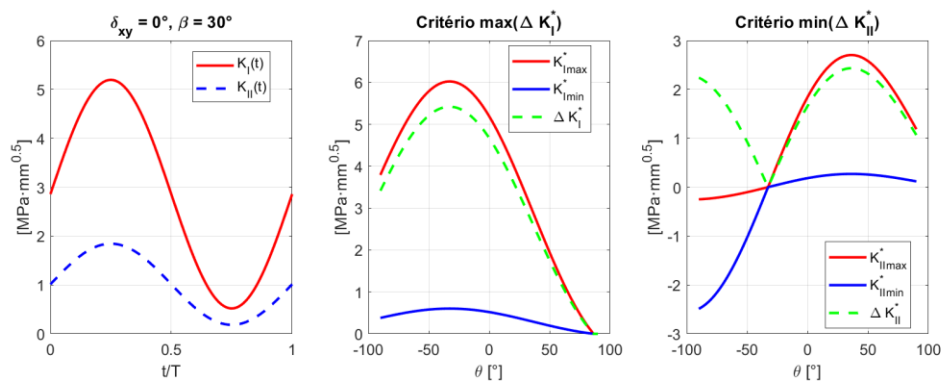


Figura A5.3 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 30^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

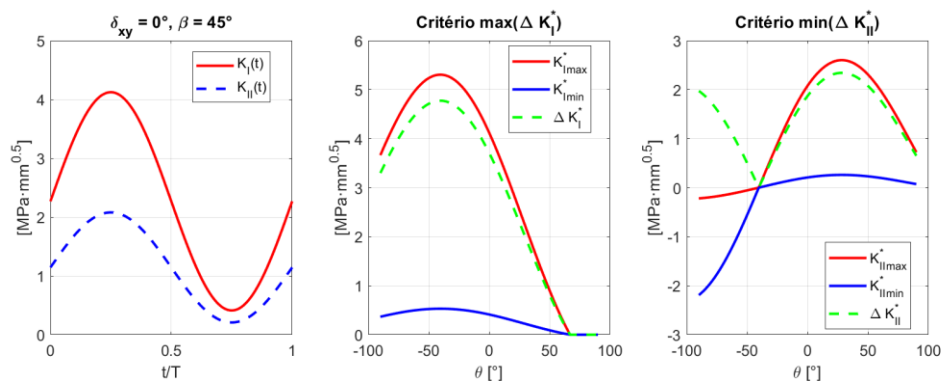


Figura A5.4 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 45^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

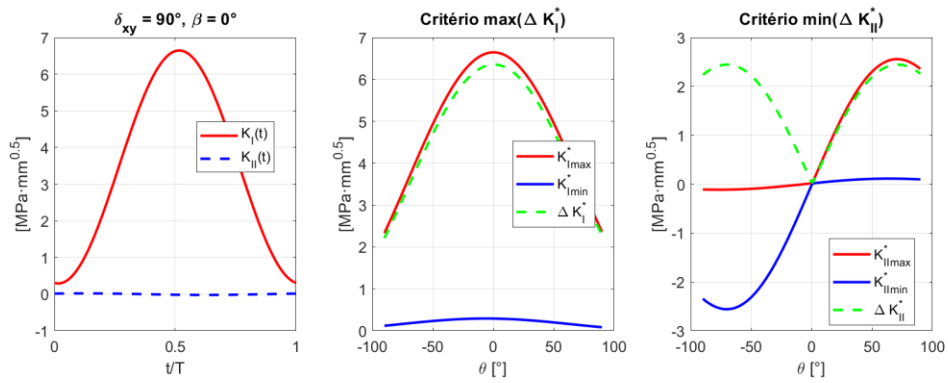


Figura A5.5 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

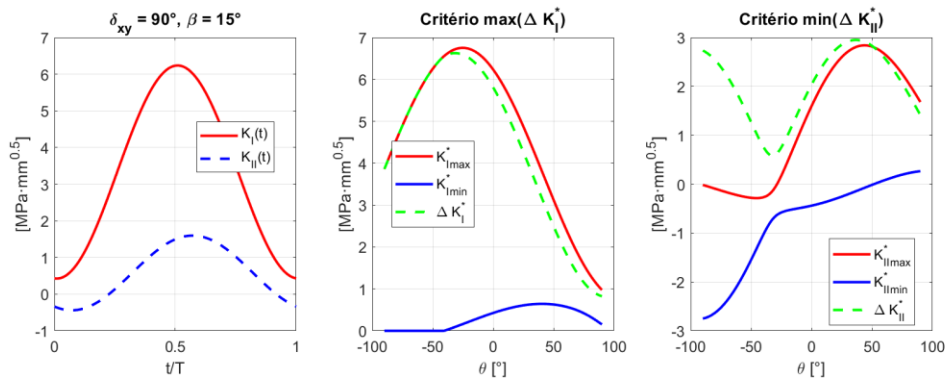


Figura A5.6 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 15^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

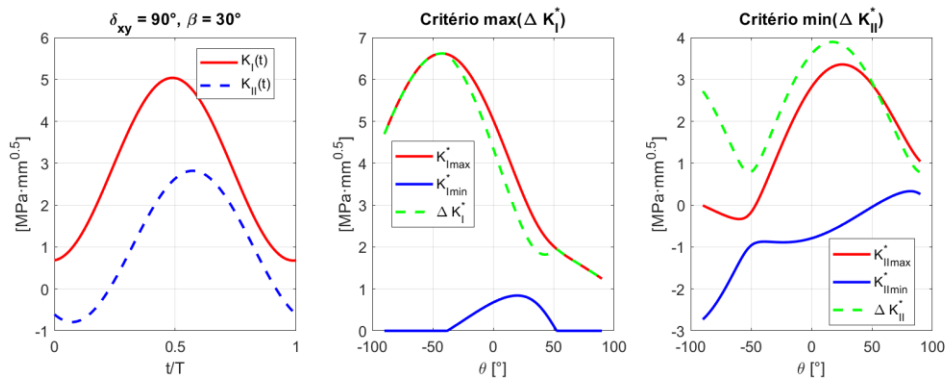


Figura A5.7 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 30^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

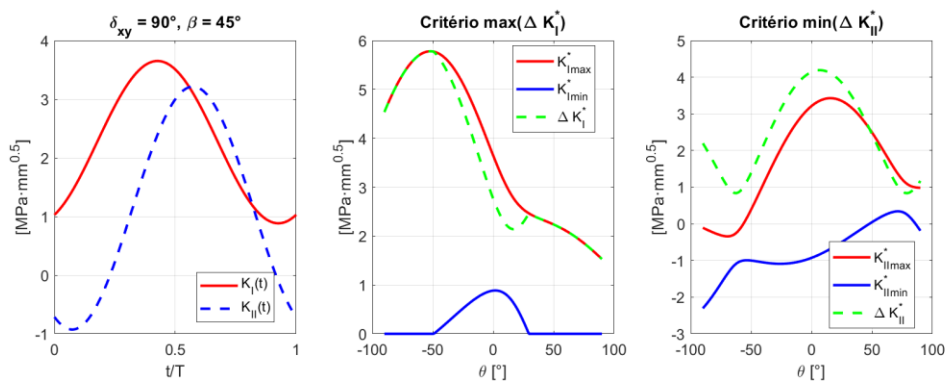


Figura A5.8 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 45^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

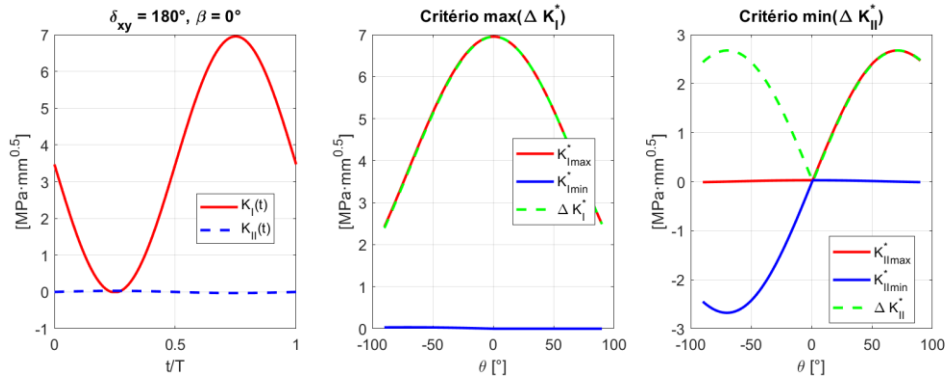


Figura A5.9 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$

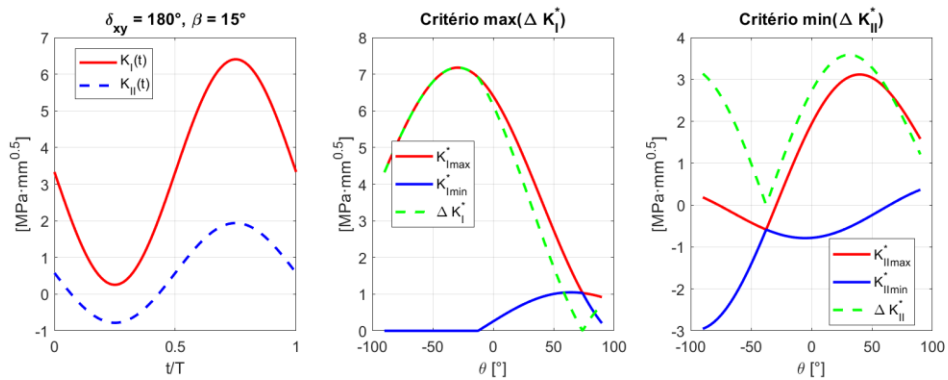


Figura A5.10 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 15^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

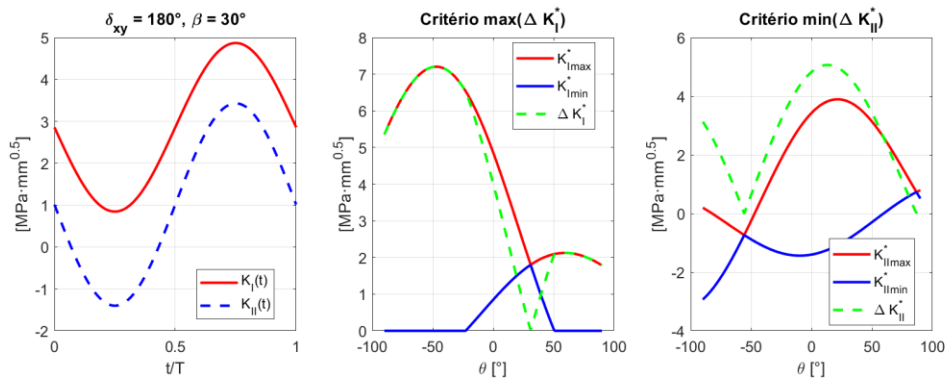


Figura A5.11 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 30^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

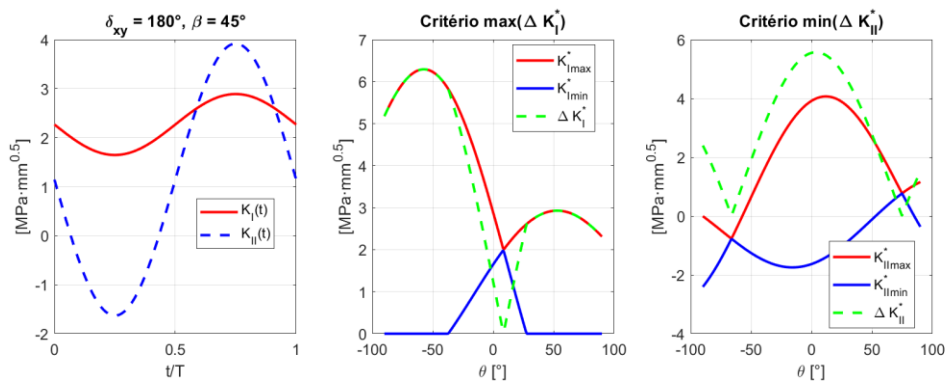


Figura A5.12 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 45^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .



## Anexo 6 – Gráficos de SIF's e Critérios de Propagação ( $\lambda = 2$ )

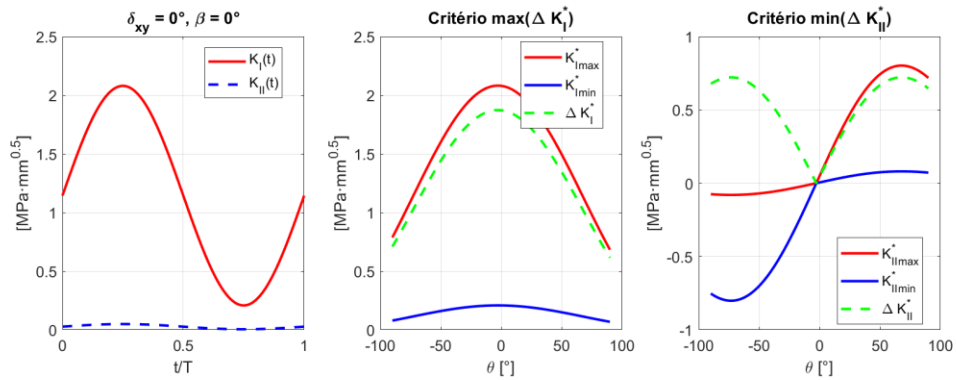


Figura A6.1 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

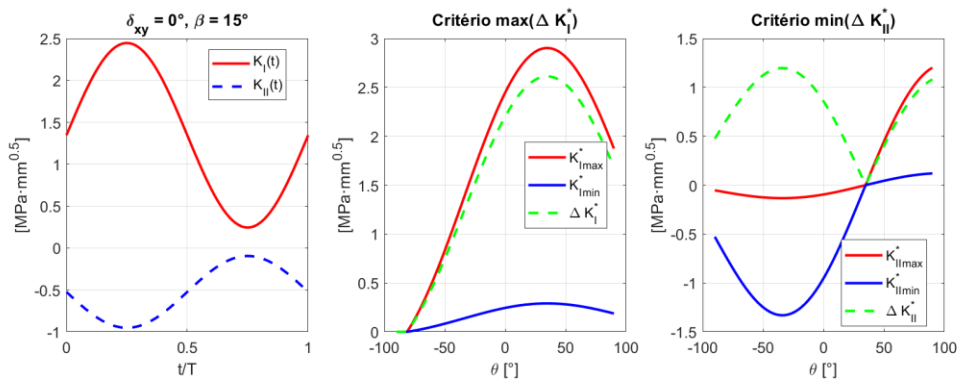


Figura A6.2 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 15^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

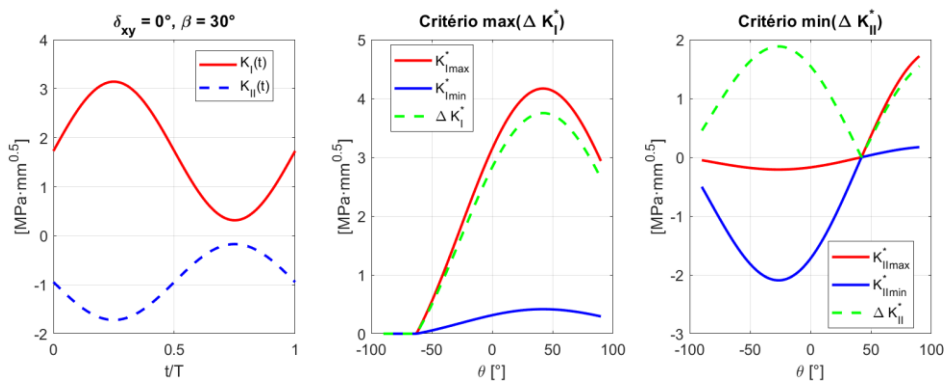


Figura A6.3 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 30^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

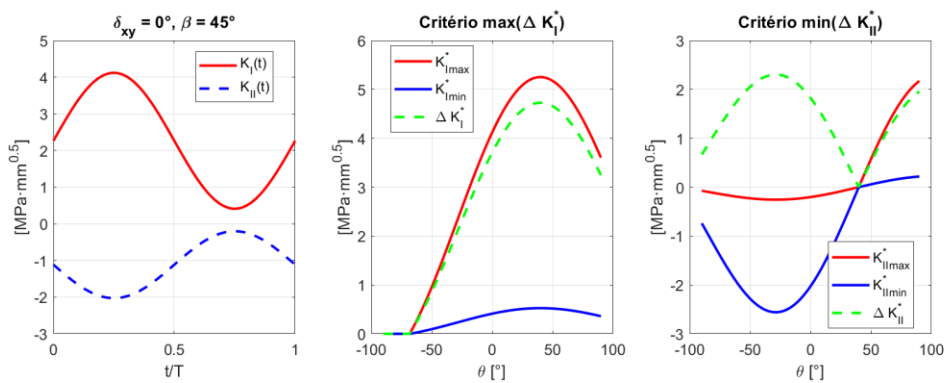


Figura A6.4 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 45^\circ$  e  $\delta = 0^\circ$ .

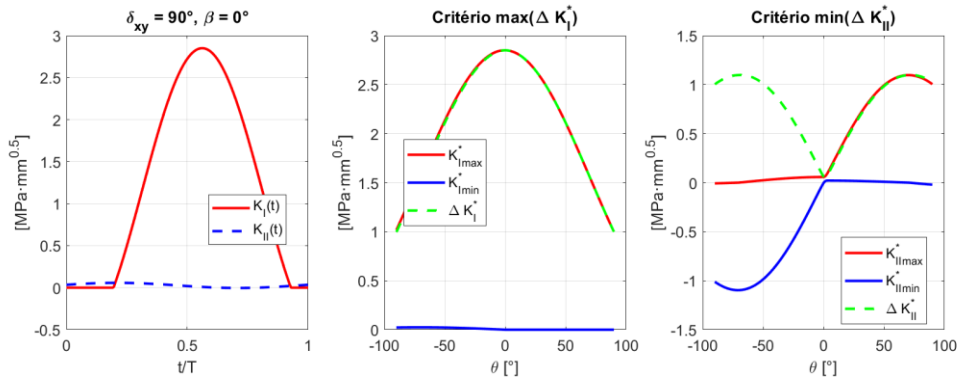


Figura A6.5 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

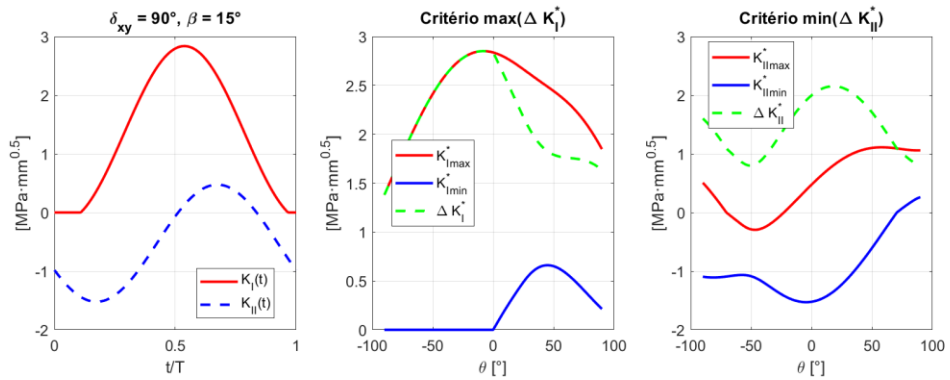


Figura A6.6 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 15^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

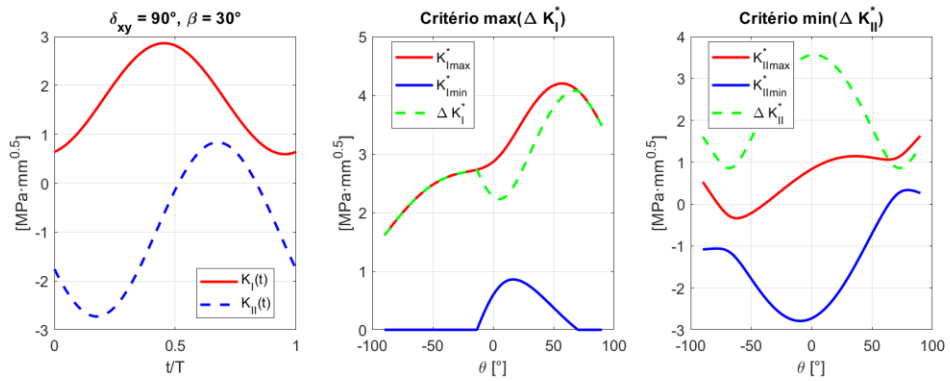


Figura A6.7 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 30^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

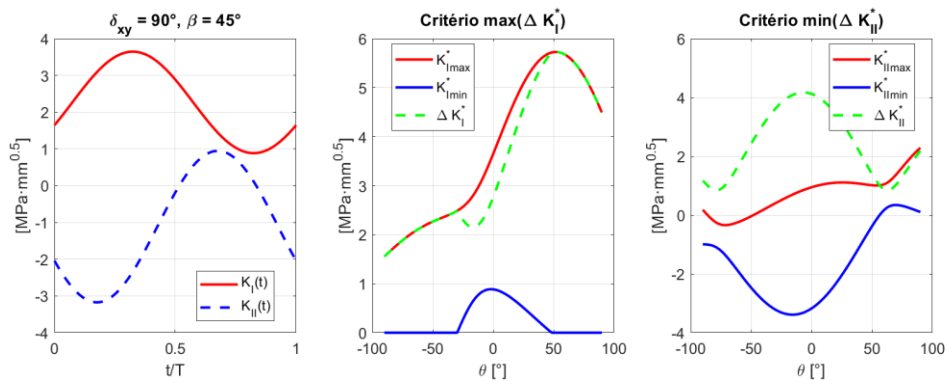


Figura A6.8 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 45^\circ$  e  $\delta = 90^\circ$ .

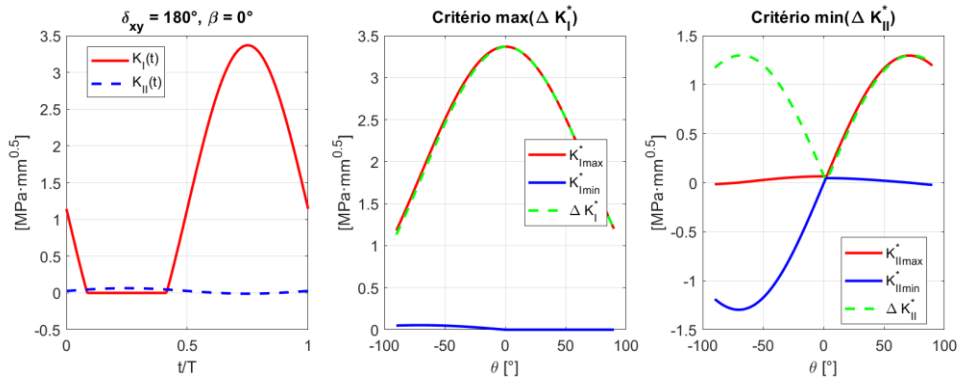


Figura A6.9 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 0^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$

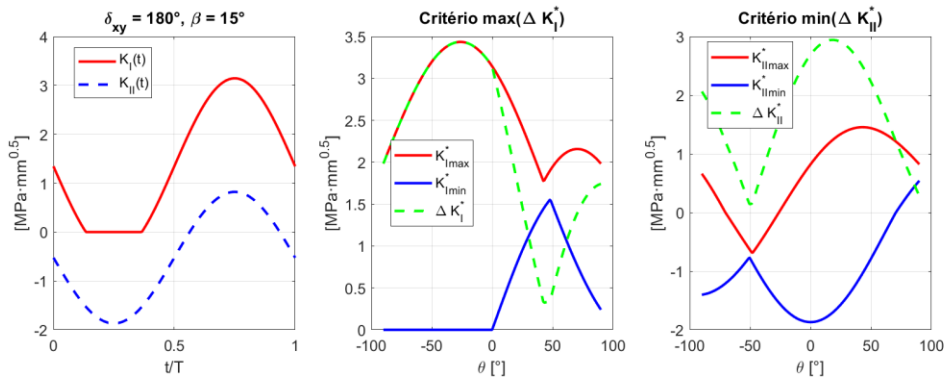


Figura A6.10 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 15^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

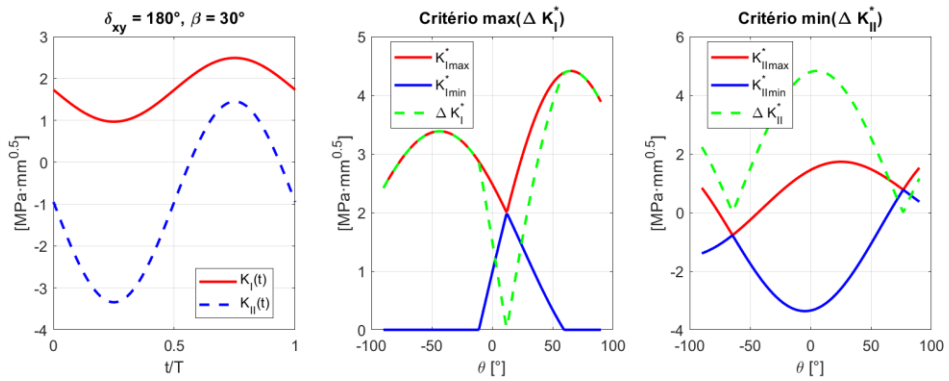


Figura A6.11 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 30^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

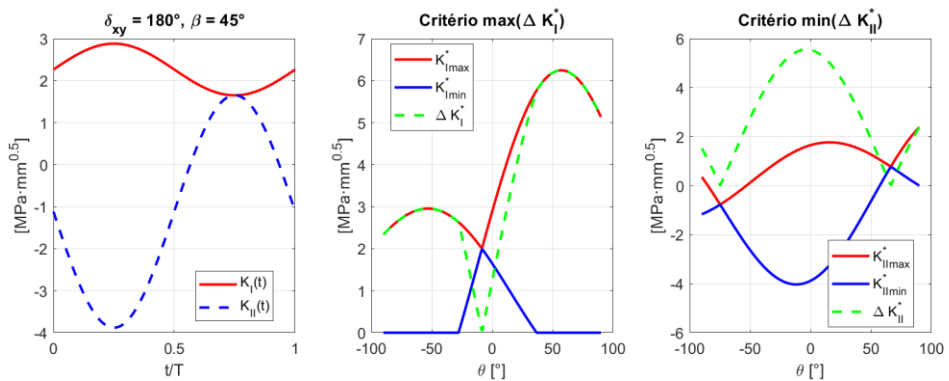


Figura A6.12 - SIFs durante o ciclo de carregamento da pré-fenda para  $\beta = 45^\circ$  e  $\delta = 180^\circ$ .

