



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia de Sistemas de Potência e Automação



Controlo Preditivo Distribuído para Conforto Térmico em Edifícios

NUNO MIGUEL CAETANO FÉLIX

(Licenciado em Engenharia Eletrotécnica e Automação Industrial)

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Eletrotécnica – ramo de
Automação e Eletrónica Industrial

Orientadores:

Prof. Dr. José Manuel do Vale Cardoso Prista Igreja

Eng.º Filipe André de Sousa Figueira Barata

Júri:

Presidente: Prof. Dr. Elmano da Fonseca Margato

Vogais:

Prof. Dr. José Manuel do Vale Cardoso Prista Igreja

Prof. Dr. Paulo José Duarte Landeiro Gambôa

Dezembro 2013

Agradecimentos

Gostava de expressar a minha gratidão pelo auxílio e disponibilidade prestada, no decorrer da elaboração desta dissertação de mestrado, pela dupla de professores José Manuel do Vale Cardoso Prista Igreja e Filipe André de Sousa Figueira Barata.

Ao meu colega e amigo Rui Manuel Rodrigues Campos pelo seu esforço e dedicação para o suporte dado na realização desta dissertação.

Agradeço aos colegas e amigos que fiz ao longo do meu percurso académico, foi um prazer ter tido a oportunidade de trabalhar em conjunto com eles.

Ao Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, em particular à Área Departamental de Engenharia Eletrotécnica de Sistemas de Potência e Automação.

Um especial agradecimento aos meus pais por terem estado sempre ao meu lado, e apoiado em todos os momentos do meu percurso académico.

Resumo

Os sistemas descentralizados são, hoje em dia, considerados como a solução mais adequada para controlar sistemas distribuídos em larga escala em que se incluem as redes distribuídas do tipo MPC (*Model Predictive Control*) aplicadas ao controlo de um sistema de climatização em edifícios. O controlo preditivo descentralizado pode ser visto como um conjunto de controladores locais ou agentes que comunicam e cooperam entre eles de forma a atingir objetivos locais que são compatíveis com objetivos de controlo globais. O controlo local prende-se pela necessidade de cada um dos edifícios ter de respeitar as suas condições de conforto térmicas com base no consumo de uma fonte de energia que é variável, limitada, e partilhada globalmente por todos os restantes edifícios.

Em particular pretende-se modelar e estudar um sistema de controlo preditivo descentralizado específico para edifícios com diferentes topologias e diferentes necessidades térmicas que estão acopladas pela partilha de um recurso energético limitado.

Palavras-chave

Controlo preditivo, controlo descentralizado, controlo distribuído, climatização, sistemas dinâmicos, otimização, gestão da procura.

Abstract

Decentralized systems are nowadays considered as the most appropriate solution to manage large-scale distributed systems which include distributed networks like MPC (Model Predictive Control) applied to the control of an air conditioning system in buildings. The predictive control can be seen as decentralized a set of local controllers or agents which they communicate and cooperate in order to achieve their goals and at the same time be compatible with local control objectives. The local control relates to the need of each of the buildings have to comply with their conditions of thermal comfort based on the consumption of an energy source that is variable, limited and shared globally by all the other buildings.

In particular we intend to model and study a system of decentralized predictive control for specific buildings with different topologies and different thermal requirements that are coupled by sharing a limited energy resource.

Keywords

Predictive control, decentralized control, distributed control, climate control, dynamic systems, optimization, demand side management.

Índice

Introdução.....	1
1.1 Motivação.....	2
1.2 Estado da Arte.....	3
1.3 Abordagem do Problema.....	4
1.4 Principal contribuição.....	6
1.5 Estrutura da dissertação.....	6
Identificação do Sistema.....	9
2.1 Modelo termodinâmico do edifício.....	11
2.1.1 Determinação de parâmetros.....	11
2.1.2 Circuito elétrico equivalente de um modelo termodinâmico genérico.....	13
2.1.3 Modelo de uma casa com uma divisão (Discreto).....	19
2.1.4 Modelo de uma casa com duas divisões (Discreto).....	22
2.2 Modelo controlo preditivo.....	27
2.3 Problema a resolver para cada topologia.....	30
2.3.1 Uma casa com uma divisão.....	30
2.3.2 Uma casa com duas divisões.....	33
2.3.3 Duas casas com a mesma fonte de energia.....	39
2.4 Algoritmo.....	40
Simulações.....	41
3.1 Casa com uma divisão.....	44
3.1.1 Maior penalização à violação da restrição de energia consumida.....	44
3.1.2 Maior penalização à restrição de limites de temperatura.....	47
3.2 Casa com duas divisões.....	50
3.2.1 Convergência de temperaturas entre ambas as divisões.....	50
3.2.2 Restrições de Potência em destaque.....	52
3.2.3 Restrição de temperatura em destaque.....	56
3.2.4 Restrição de Temperatura no MPC1 e Potência no MPC2 em destaque.....	60
3.2.5 Igualdade de penalizações nas violações das restrições.....	63
3.3 Duas casas com a mesma fonte de energia.....	67
3.3.1 Restrições de potência em destaque.....	68
3.3.2 Restrição de conforto em destaque.....	72
3.3.3 Igualdade de penalizações nas violações das restrições.....	76

3.3.4 Igualdade de penalizações nas violações das restrições com horizonte preditivo de 12 horas.....	80
3.3.5 Igualdade de penalizações nas violações das restrições com horizonte preditivo de 3 horas.....	84
Conclusões.....	88
4.1 Principais pontos.....	90
4.2 Trabalho futuro.....	91
Bibliografia.....	92
Referências.....	93
Anexo.....	96
5.1 Exemplo do algoritmo utilizado para o controlo térmico de uma casa com uma divisão.....	97
5.2 Artigo científico.....	103

Figura 1 - Ilustração da equivalência elétrica de uma resistência térmica	14
Figura 2 - Ilustração da equivalência elétrica de uma parede com dois materiais diferentes de isolamento.....	14
Figura 3 - Representação de um edifício	15
Figura 4 - Circuito elétrico equivalente de uma casa com uma divisão	16
Figura 5 - Topologia de um edifício com n divisões interligadas	17
Figura 6- Circuito equivalente de um edifício com n divisões interligadas	17
Figura 7 - Topologia do modelo termodinâmico escolhido para estudo	22
Figura 8 - Circuito elétrico equivalente de 2 quartos	22
Figura 9 - Temperatura exterior da habitação 3.1.1	44
Figura 10 - Característica de perturbação do sistema 3.1.1	45
Figura 11 - Energia consumida 3.1.1.....	46
Figura 12 - Temperatura interior da habitação 3.1.1	46
Figura 13 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.1.1	47
Figura 14 - Energia consumida 3.1.2.....	48
Figura 15 - Temperatura interior da habitação 3.1.2	48
Figura 16 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.1.2	49
Figura 17 - Temperatura exterior da habitação 3.2.1	51
Figura 18 - Característica de perturbação do sistema 3.2.1	51
Figura 19 - Temperatura interior da habitação 3.2.1	52
Figura 20 - Característica de perturbação do sistema 3.2.2.....	53
Figura 21 - Energia consumida 3.2.2.....	53
Figura 22 - Temperatura interior da habitação 3.2.2	54
Figura 23 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.2.2	54
Figura 24 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.2.2.....	55
Figura 25 - Característica de perturbação do sistema 3.2.3.....	57
Figura 26 - Energia consumida 3.2.3.....	57
Figura 27 - Temperatura interior da habitação 3.2.3	58
Figura 28 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.2.3	58
Figura 29 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.2.3.....	59
Figura 30 - Característica de perturbação do sistema 3.2.4.....	60
Figura 31 - Energia consumida 3.2.4.....	61
Figura 32 - Temperatura interior da habitação 3.2.4	61
Figura 33 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.2.4	62
Figura 34 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.2.4.....	62
Figura 35 - Característica de perturbação do sistema 3.2.5.....	64
Figura 36 - Energia consumida 3.2.5.....	64
Figura 37 - Temperatura interior da habitação 3.2.4	65
Figura 38 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.2.5	65
Figura 39 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.2.5.....	66
Figura 40 - Característica de perturbação do sistema 3.3.1	68
Figura 41 - Energia consumida 3.3.1.....	69
Figura 42 - Temperatura interior da habitação 3.3.1	69

Figura 43 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.1	70
Figura 44 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.1	70
Figura 45 - Característica de perturbação do sistema 3.3.2.....	73
Figura 46 - Energia consumida 3.3.2.....	73
Figura 47 - Temperatura interior da habitação 3.3.2	74
Figura 48 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.2	75
Figura 49 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.2.....	75
Figura 50 - Característica de perturbação do sistema 3.3.3.....	77
Figura 51 - Energia consumida 3.3.3.....	77
Figura 52 - Temperatura interior da habitação 3.3.3	78
Figura 53 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.3	78
Figura 54 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.3.....	79
Figura 55 - Característica de perturbação do sistema 3.3.4.....	81
Figura 56 - Energia consumida 3.3.4.....	81
Figura 57 - Temperatura interior da habitação 3.3.4	82
Figura 58 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.4	82
Figura 59 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.4.....	83
Figura 60 - Característica de perturbação do sistema 3.3.5.....	85
Figura 61 - Energia consumida 3.3.5.....	85
Figura 62 - Temperatura interior da habitação 3.3.5	86
Figura 63 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.5	86
Figura 64 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.5.....	87



Introdução

Neste capítulo introdutório, a resolução do problema de controlo de climatização de edifícios, utilizando o controlo preditivo distribuído do tipo MPC (*Model Predictive Control* sigla em inglês), surge como a motivação para a escrita desta dissertação. Para que possa avaliar as opções seguidas na resolução deste problema, será feita uma breve introdução literária que introduz o leitor na temática em estudo. O problema a ser resolvido será explicado no decorrer deste documento.

1.1 Motivação

O aumento do consumo energético, e dos custos a que esta chega ao consumidor final, têm-se tornado num problema difícil de equilibrar na sociedade moderna, totalmente dependente deste tipo de energia (elétrica). Só na Europa o sector dos edifícios representa 40% do consumo de energia total da União Europeia (UE). A redução do consumo de energia neste domínio é, portanto, uma prioridade no âmbito dos objetivos «20-20-20» em matéria de eficiência energética. (1)

Uma rede de distribuição elétrica inteligente (*Smart Grid*) (2) (3) é essencial para prover um serviço que seja fiável, seguro, relação custo/eficiência e responsável no impacto ambiental. Promovendo assim o uso eficiente da energia na rede, reduzindo os picos de procura de energia, isto tudo contribui para uma maior eficiência na gestão (*demand-side management*) (4) dos recursos disponíveis. Mas para que esta rede venha a existir, uma vasta gama de tecnologias têm de ser desenvolvidas e implementadas, tais como: Comunicações integradas, sistemas de medição, métodos de controlo avançados, entre outras áreas. É necessário assim começar a modernizar os sistemas de controlo dos diversos agentes presentes nesta rede inteligente.

Os sistemas de climatização representam um grande consumo de energia nestes agentes do sector doméstico, e quando mal dimensionados ou controlados, levam a perdas energéticas desnecessárias. Por isso é de extrema importância melhorar o sistema de controlo da climatização de edifícios, o que proponho-me a fazer nesta dissertação.

Como as exigências térmicas variam ao longo do dia numa habitação e uma boa parte das perturbações e exigências térmicas são previsíveis com algum tempo de antecedência, usou-se um controlador preditivo, do tipo MPC, neste estudo de novas

soluções de controlo de climatizações de edifícios. Este tipo de controlador permite que o sistema de controlo associado à climatização do edifício responda de forma rápida e antecipativa a variações de carga e temperatura previstas ao longo dia, mantendo a temperatura interior dentro dos valores desejados de conforto.

Este tipo de controlo pode ser dividido em vários controladores que interagem entre si, pela dinâmica dos sistemas físicos por si controlados. Permitem criar sistemas de controlo distribuído numa grande escala que comunicam entre si. Esta característica apresenta-se como uma vantagem sobre os sistemas de controlo clássicos centralizados, que em caso de falha comprometem todo o sistema, e num controlo distribuído, a falha de um agente (controlador) não compromete todo o sistema de controlo. Quanto maior for o número de entradas/saídas num sistema centralizado, maior será o esforço computacional necessário. Assim, o problema de controlo de um edifício é dividido (ou distribuído) em diversos subsistemas, minimizando o esforço computacional necessário.

1.2 Estado da Arte

Desde de 1970 várias técnicas têm sido desenvolvidas para o a implementação do controlo predito distribuído, para um sistema robusto de múltiplas variáveis, no controlo de processos industriais (5) (6) (7) (8) (9) (10). O desenvolvimento do controlo preditivo foi iniciado simultaneamente pelo J. Richalet (11) (12), e pela dupla C.R. Cutler e B.L. Ramaker (13). O primeiro algoritmo implementado com sucesso encontra-se nas referências acima mencionadas.

A tecnologia de controlo MPC evoluiu desde o sistema básico de controlo de múltiplas variáveis, para uma tecnologia que permite o controlo de processos dentro de restrições bem definidas de operação do processo (14) (15) (16).

O que contribuiu para o aumento de aceitação desta tecnologia na indústria desde 1985 pode ser enumerado em 4 pontos fundamentais:

- MPC é um modelo base de controlo para processos, que pode facilmente lidar com processos com uma grande atraso de tempo de atuação, bem como com processos instáveis;
- É um processo fácil de afinar;

- Os processos industriais têm as suas limitações, e a produção de alguns produtos exige especificidades de qualidade. O MPC consegue lidar com essas restrições de uma forma sistemática durante o processo e implementação do controlador.
- O MPC consegue lidar com mudanças estruturais, como sensores e falhas de atuadores, mudando os parâmetros e a estrutura do sistema e adaptando a estratégia de controlo numa base de amostras de tempo.

A principal razão da popularidade deste controlador reside no facto da capacidade de lidar com restrições de processos e de permitir o controlo sobre várias variáveis do sistema. Uma outra grande vantagem deste sistema reside no facto de ele ser auto ajustado, procurando sempre minimizar as variáveis de controlo.

Como todos os outros sistemas de controlo, este também apresenta as suas contrapartidas, uma delas pode ser enumerada como:

- A necessidade de um modelo detalhado do processo;

Apesar disso, este sistema continua a ser o preferido na indústria para sistemas de supervisão, comparativamente com sistemas de controlo PID ou LQ. Isto porque, apesar de o sistema PID ser de fácil ajuste, apenas pode ser aplicado em sistemas SISO (*single input single output*), já o controlador LQ pode ser aplicado a sistemas MIMO (*multiple input multiple output*), mas não consegue lidar com restrições impostas ao processo. Estas técnicas de controlo também apresentam dificuldades em lidar com processos instáveis.

Desde os trabalhos pioneiros nesta área de controlo, o MPC tem-se tornado na técnica mais abrangente de controlo de processos industriais. Recentemente esta técnica de controlo tem sido estudada para ser adaptada ao processo de controlo térmico de edifícios, trabalhos como o da equipa de Yudong Ma, Garrett Anderson, Francesco Borrelli (17) bem como o de D. Kolokotsaa, A. Pouliezosb, G. Stavrakakisc, C. Lazos (18), estudaram a aplicação do controlo MPC em sistemas térmicos de edifícios.

1.3 Abordagem do Problema

Esta dissertação foca-se no desenvolvimento de um sistema de controlo preditivo distribuído, para a climatização de edifícios. Serão consideradas várias topologias de edifícios, um edifício com apenas uma divisão, um edifício com duas divisões onde

ocorrem trocas termodinâmicas entre ambas, e por fim dois edifícios que encontram-se acoplados pela partilha da mesma fonte de energia elétrica. O objetivo principal é minimizar a potência global consumida (de todos os sistemas controlados), respeitando as restrições de conforto térmico exigidas ao sistema.

As vantagens deste tipo de controlo comparado com a clássica abordagem de controlo PID, está no uso de informação futura relevante nas decisões tomadas do processo de controlo (informações tais como: perfis previstos de temperatura ambiente exterior, radiação solar nas paredes exteriores, etc). Este tipo de sistemas permite processar múltiplas entradas/saída (MIMO), incorporar no processo de controlo restrições (tais como limites de potência de arrefecimento/aquecimento, limites de temperatura do edifício, etc).

Para desenvolver um controlador do tipo MPC, é necessário um modelo de estado do processo a ser controlado, a construção desse modelo será mais a frente explicado como se desenvolve. O modelo de estado do edifício, é utilizado num controlador MPC, com um horizonte de previsão de 24 horas (será usado também um horizonte menor de 12h e 3h, para verificar a influência desta característica). O objetivo do MPC é minimizar o consumo de energia para aquecer/arrefecer as divisões, manter as temperaturas dentro dos limites impostos ao controlo, reduzir os “picos” de consumo e respeitar os valores máximos de potência disponível.

Considerou-se na elaboração dos diferentes modelos de cada sistema, uma parede externa comum, e uma parede de separação entre ambas as divisões (no caso de um edifício com duas divisões acopladas). Para as paredes externas foi considerado uma parede equivalente com parâmetros concentrados, que apesar de não representar toda a realidade do sistema físico real, caracteriza as dinâmicas dominantes do sistema e permite acelerar a velocidade de cálculo numérico. A parede interna foi considerada como uma parede simples, sem caixa-de-ar.

Cada divisão de cada edifício será controlada por um MPC independente. Todos os sistemas de controlo partilham uma mesma fonte de energia (limitada) quando aplicável (no caso de múltiplas divisões ou edifícios).

Considerou-se que a energia elétrica disponível para uso do controlador, é uma energia limitada (como no caso de energias renováveis) e quando existe um consumo

excessivo de energia elétrica disponível no recurso limitado, a energia excedentária é fornecida pela rede elétrica pública. Quando a energia elétrica do recurso limitado não é totalmente consumida num período, o excedente é armazenado em baterias para uso posterior.

1.4 Principal contribuição

A principal contribuição desta dissertação consiste na demonstração teórica com base em simulação computacional de um sistema de controlo distribuído do tipo MPC, para uso num sistema de climatização de edifícios. Vários cenários serão considerados para a elaboração de conclusões a retirar desta dissertação.

Contribui também com metodologias de controlo para sistemas de climatização em edifícios em locais com forte presença de fontes de energia renovável, permitindo assim um uso mais eficiente da energia disponível na rede.

Consequência da realização desta dissertação foi o aparecimento de um Artigo Científico no âmbito da CETC 2013, tendo este sido atribuído a respetiva aprovação. Este artigo foi elaborado em parceria entre o Filipe André de Sousa Figueira Barata, Nuno Miguel Caetano Félix e Rui Neves Silva, onde são abordados alguns temas também presentes nesta dissertação.

1.5 Estrutura da dissertação

A presente dissertação está organizada pela seguinte ordem:

O capítulo 1 começa por explicar as razões que motivaram a escrita desta dissertação, depois segue-se uma contextualização histórica, o problema a ser resolvido e a principal contribuição desta dissertação são clarificados.

No capítulo 2 são identificados os sistemas estudados, bem como a formulação matemática necessária para descrever cada sistema. É apresentado o modelo a resolver pelo controlador MPC para sistema.

No capítulo 3 é apresentado varias simulações numéricas usando o software MATLAB, e a análise individual de cada simulação.

No capítulo 4 são apresentadas as conclusões e propostas futuras de estudo/aplicação desta dissertação.

No capítulo 5 é listado a bibliografia consultada no decorrer da realização desta dissertação.

No capítulo 6 contém os anexos relevantes para esta dissertação, um exemplo de código usado nas simulações numéricas e o Artigo Científico no âmbito da CETC 2013.

2

Identificação do Sistema

2.1 Modelo termodinâmico do edifício

2.1.1 Determinação de parâmetros

O calor (Q) é a energia transferida entre dois corpos ou sistemas que se encontram a diferentes temperaturas. Por convenção, se um corpo recebe energia sob a forma de calor (e não sob a forma de trabalho), a quantidade Q é positiva, e se um corpo fornece energia sob a forma de calor, a quantidade transferência Q é negativa.

A condutividade térmica é uma propriedade física dos materiais que é descrita como a quantidade de calor Q transmitida através de uma espessura L , numa direção normal à superfície de área A , devido a uma variação de temperatura ΔT , sob condições de estado em que a transferência de calor é dependente apenas da variação de temperatura.

A quantidade de calor Q que atravessa uma parede, por segundo, depende:

- É diretamente proporcional área da parede (A);
- É diretamente proporcional à diferença de temperaturas entre o interior da habitação (T_2) e o exterior (T_1);
- É inversamente proporcional à espessura (L) da parede.

$$\frac{Q}{\Delta t} = K \cdot A \cdot \left(\frac{\Delta T}{L}\right)$$

Equação 1

Onde $Q/\Delta t$ representa a energia transferida (J/s), K a condutividade térmica do material [W/(m.K)], A área da parede (m²), ΔT a diferença de temperaturas (K) e L a espessura.

Coefficiente de condutividade térmica é uma característica específica do material e corresponde à quantidade de energia, sob a forma de calor, que é trocada, num segundo, através de 1m² de superfície, quando a diferença de temperatura entre o interior e o exterior é de 1 K.

$$\frac{Q}{\Delta t} = U \cdot A \cdot \Delta T$$

Equação 2

Onde U é o coeficiente de condutividade térmica ($\text{W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$), com o coeficiente de condutividade térmica a relacionar-se através da seguinte expressão:

$$U = \frac{K}{L}$$

Equação 3

A unidade de U pode ser expressa em ($\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$)

O Calor específico é uma grandeza física que define a variação térmica de determinada substância ao receber determinada quantidade de calor. Também é chamado de capacidade térmica mássica. É constante para cada substância em cada estado físico. Pode-se dizer que o calor específico caracteriza uma substância (num determinado estado).

Determina-se da seguinte forma o calor específico de uma substância c a partir da capacidade térmica de um corpo composto por ela C e da massa desse corpo m .

$$c = \frac{C}{m}$$

Equação 4

Onde c é o coeficiente específico ($\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$) ou $\text{cal}/(\text{g}^\circ\text{C})$, C a capacidade térmica de um corpo, e m a massa desse corpo (kg).

É possível determinar o calor específico de uma substância a partir da quantidade de calor cedida a um corpo dessa substância (Q), da variação térmica que ele sofre (ΔT), e da massa desse corpo.

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

Equação 5

Igualando as equações (Equação 4 e Equação 5) em ordem à capacidade térmica, resulta, a equação que descreve a capacidade térmica:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Equação 6

A resistência de um material à transferência de calor, pode ser enunciado na seguinte expressão:

$$\dot{Q} = \frac{T_2 - T_1}{R}$$

Equação 7

Notação usada: $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$

Onde R é dado pela seguinte expressão:

$$R = \frac{L}{K \cdot A}$$

Equação 8

Sendo R a resistência térmica do material (K/W), K a condutividade térmica do material (W/(m.K)), A área da parede (m²). (19)

2.1.2 Circuito elétrico equivalente de um modelo termodinâmico genérico

Existe uma analogia elétrica de transferência de calor por condução, que pode ser explorada na resolução do problema. Esta analogia permite definir \dot{Q} como sendo a corrente elétrica, e por analogia a diferença de temperaturas $T_1 - T_2$, a diferença de tensão.

Desta forma uma parede sem caixa-de-ar poder ser representada como uma resistência elétrica pura à transferência de calor, no qual resulta o seguinte circuito equivalente elétrico e respetiva Equação 8:

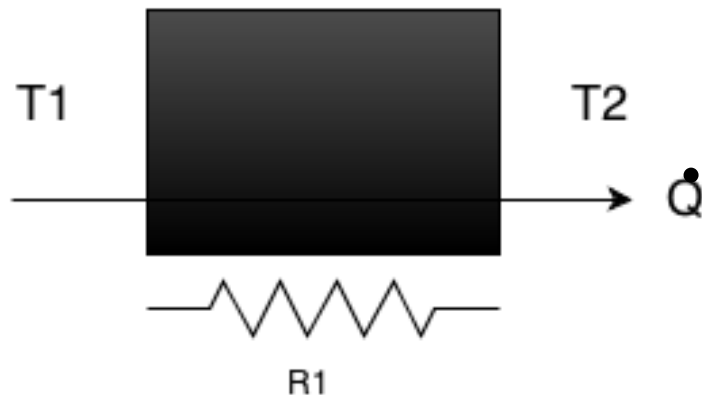


Figura 1 - Ilustração da equivalência elétrica de uma resistência térmica

Uma parede com dois tipos de materiais, como exemplifica a figura seguinte, tem como equivalente elétrico uma série de resistências.

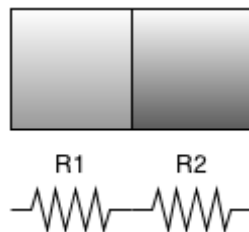


Figura 2 - Ilustração da equivalência elétrica de uma parede com dois materiais diferentes de isolamento

A capacidade de armazenamento de calor de um edifício é por analogia um condensador elétrico. Tendo estes pressupostos de analogia entre o modelo físico real e o modelo análogo equivalente elétrico, simplifica muito a resolução de problemas complexos de termodinâmica.

Assim numa primeira abordagem um edifício com apenas uma divisão pode ser expresso da seguinte forma:

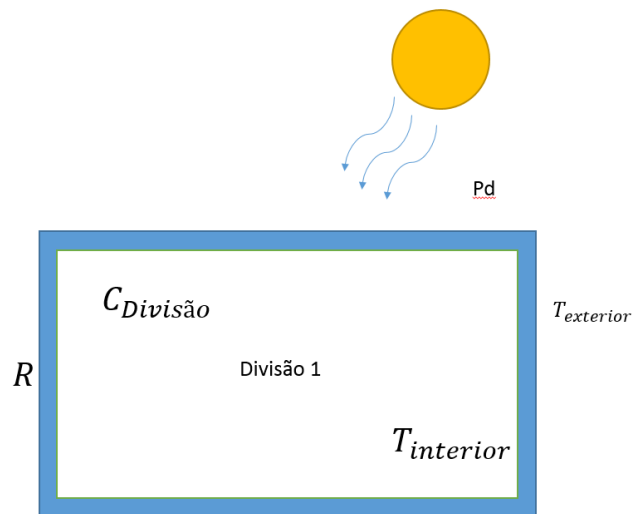


Figura 3 - Representação de um edifício

A casa encontra-se descrita nas seguintes equações (Equação 9 à Equação 11) e apesar de ser uma equação do primeiro grau, descreve as dinâmicas dominantes presentes na casa. (20) (21)

$$C \cdot T_{Divisão} \dot{=} (Q_{heat} - Q_{losses})$$

Equação 9

$$Q_{losses} = \frac{T_{Divisão} - T_{Exterior}}{R_{eq}}$$

Equação 10

$$R_{eq} = \frac{R_{parede} \times R_{janela}}{R_{parede} + R_{janela}}$$

Equação 11

Onde na Equação 10 representa o aquecimento/arrefecimento (kW), $T_{Divisão}$ a temperatura interior (K), C a capacidade térmica (kJ/K), Q_{heat} a energia de aquecimento/arrefecimento (kW) controlada mais a radiação solar direta e ocupantes, $T_{Exterior}$ é a temperatura exterior (K), e o parâmetro R_{eq} descreve a resistência térmica equivalente das paredes da casa (incluindo telhado e teto) e as janelas que isolam a casa do meio exterior. Estas características podem ser descritas num circuito elétrico equivalente:

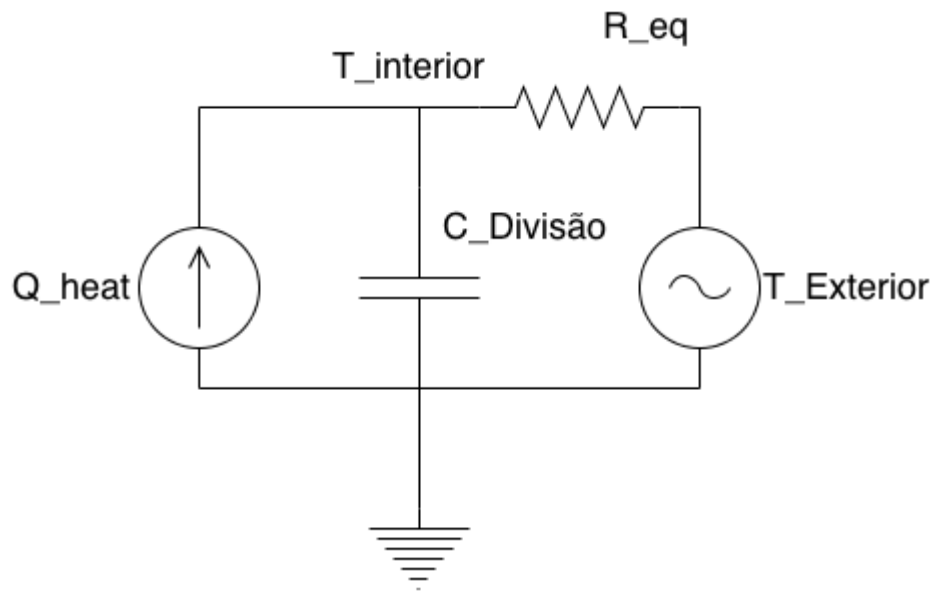


Figura 4 - Circuito elétrico equivalente de uma casa com uma divisão

Analisando o circuito resultante chega-se à seguinte equação que descreve o mesmo:

$$C \cdot \dot{T} = Q_{heat} + \frac{T - T_{out}}{R}$$

Equação 12

Partindo do mesmo princípio de analogia entre um modelo termodinâmico e um circuito elétrico equivalente, pode-se extrapolar para edifícios com diferentes topologias.

Para um edifício com n divisões e todas elas interligadas entre si (como representa a Figura 5), o modelo elétrico equivalente será contruído com base no circuito da Figura 4. Pode ser ilustrado pela seguinte Figura 6:

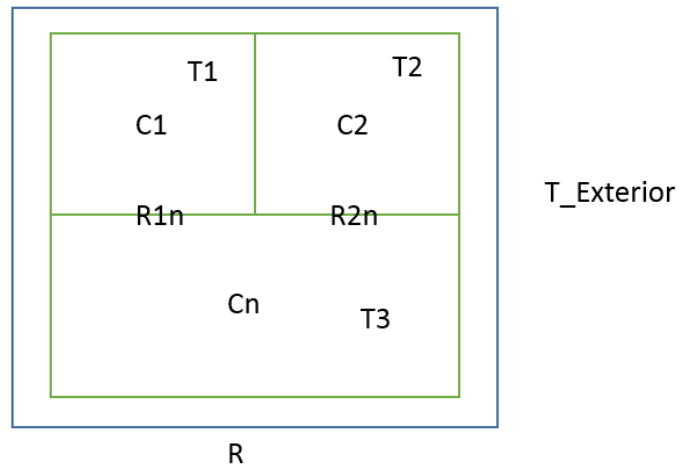


Figura 5 - Topologia de um edifício com n divisões interligadas

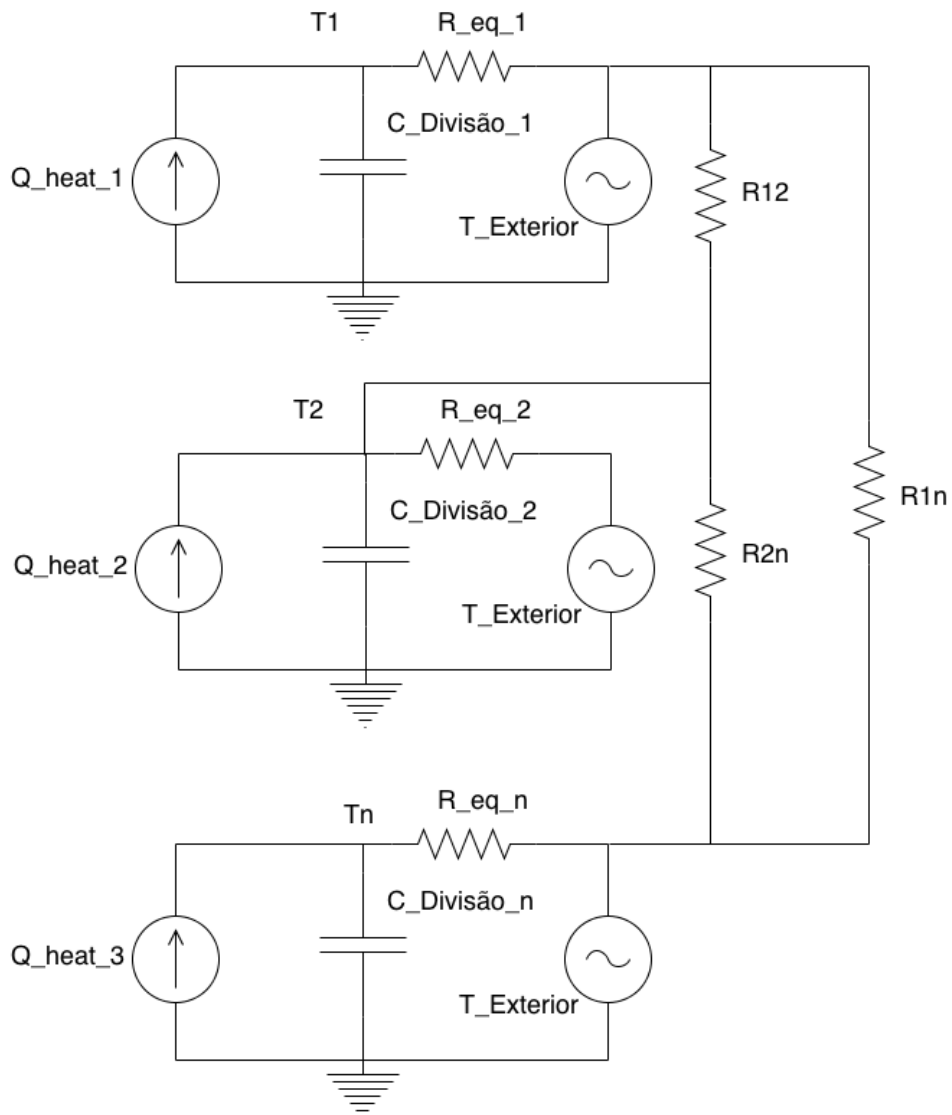


Figura 6- Circuito equivalente de um edifício com n divisões interligadas

Em termos matemáticos o circuito elétrico equivalente do edifício, é representado para cada uma das divisões pelas seguintes equações:

$$C_1 \cdot \dot{T}_1 = Q_{heat_1} + \frac{T_1 - T_{out}}{R} - \frac{T_1 - T_2}{R_{12}} - \frac{T_1 - T_n}{R_{1n}}$$

Equação 13

$$C_2 \cdot \dot{T}_2 = Q_{heat_2} + \frac{T_2 - T_{out}}{R} - \frac{T_2 - T_1}{R_{21}} - \frac{T_2 - T_n}{R_{2n}}$$

Equação 14

$$C_n \cdot \dot{T}_n = Q_{heat_n} + \frac{T_n - T_{out}}{R} - \frac{T_n - T_1}{R_{n1}} - \frac{T_n - T_2}{R_{n2}}$$

Equação 15

Podendo o ser Q_{heat} decomposto em:

$$Q_{heat} = Pd + u$$

Equação 16

Representando Pd a radiação solar direta mais cargas térmicas de pessoas ou objetos, u uma fonte controlada de aquecimento/arrefecimento do sistema.

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \\ \vdots \\ \dot{T}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC_1} - \frac{1}{R_{12}C_1} - \frac{1}{R_{1n}C_1} & & & & & & \\ & \frac{1}{R_{21}C_2} & & & & & \\ & & \frac{1}{RC_2} - \frac{1}{R_{21}C_2} - \frac{1}{R_{2n}C_2} & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & \frac{1}{R_{n1}C_n} - \frac{1}{R_{n1}C_n} - \frac{1}{R_{n2}C_n} & \\ & & & & & & \frac{1}{R_{12}C_1} \\ & & & & & & \frac{1}{R_{21}C_2} \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & \frac{1}{R_{2n}C_2} \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & \frac{1}{R_{n1}C_n} \\ & & & & & & \frac{1}{R_{n2}C_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{T_{ext}}{RC_1} \\ -\frac{T_{ext}}{RC_2} \\ \vdots \\ -\frac{T_{ext}}{RC_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{heat_1} \\ Q_{heat_2} \\ \vdots \\ Q_{heat_n} \end{bmatrix}$$

Equação 17

O parâmetro Q_{heat} como mencionado anteriormente representa a radiação solar direta, carga térmica de ocupantes, equipamentos elétricos, iluminação, máquinas, etc, e fontes de aquecimento/arrefecimento controlada. A Equação 17 pode ser reescrita por

forma a separar a fonte controlada de aquecimento/arrefecimento, das restantes perturbações (radiação solar direta e carga térmica de ocupantes) do sistema, resultando na Equação 18.

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \\ \vdots \\ \dot{T}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC_1} - \frac{1}{R_{12}C_1} - \frac{1}{R_{1n}C_1} & & & & & & \\ & \frac{1}{R_{21}C_2} & & & & & \\ & \vdots & & & & & \\ & \frac{1}{R_{n1}C_n} & & & & & \\ & & \frac{1}{RC_2} - \frac{1}{R_{21}C_2} - \frac{1}{R_{2n}C_2} & & & & \\ & & \vdots & & & & \\ & & \frac{1}{R_{n2}C_n} & & & & \\ & & & & \dots & & \\ & & & & & \frac{1}{R_{1n}C_1} & \\ & & & & & \frac{1}{R_{2n}C_2} & \\ & & & & & \vdots & \\ & & & & & \frac{1}{RC_n} - \frac{1}{R_{n1}C_n} - \frac{1}{R_{n2}C_n} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{T_{ext}}{RC_1} + \frac{Pd}{C_1} \\ -\frac{T_{ext}}{RC_2} + \frac{Pd}{C_2} \\ \vdots \\ -\frac{T_{ext}}{RC_n} + \frac{Pd}{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

Equação 18

Sendo u_1, u_2, \dots, u_n fonte controlada de aquecimento/arrefecimento do sistema.

2.1.3 Modelo de uma casa com uma divisão (Discreto)

A Equação 9 pode ser reescrita e modificada para um modelo discreto, usando a discretização de Euler com uma amostragem de Δt .

Discretização de Euler:

$$\dot{T} = \frac{T(k+1) - T(k)}{\Delta t}$$

Equação 19

Aplicando discretização de Euler na Equação 9:

$$T(k+1) = A.T(k) + B.u(k) + d(k)$$

Equação 20

Onde $A = 1 - \frac{\Delta t}{R_{eq} \cdot C}$; $B = \frac{\Delta t}{C}$; $d = \frac{Pd \cdot \Delta t}{C} + \frac{T_{oa} \cdot \Delta t}{R_{eq} \cdot C}$; $u(k)$ é a energia necessária de aquecimento/arrefecimento, $T(k)$ representa a temperatura interior, e $d(k)$ representa perturbações térmicas (kW) (tais como cargas térmicas geradas pelos ocupantes, radiação solar direta, aparelhos elétricos ou abertura de portas/janelas para renovação de ar).

Como exemplo, a Equação 20 pode ser escrita da seguinte forma:

$$T(1) = A.T(0) + B.u(0) + d(0)$$

Equação 21

$$T(2) = A.T(1) + B.u(1) + d(1)$$

Equação 22

Substituindo a Equação 21 na Equação 22:

$$T(2) = A[A.T(0) + B.u(0) + d(0)] + B.u(1) + d(1)$$

Equação 23

$$T(3) = A.T(2) + B.u(2) + d(2)$$

Equação 24

Substituindo a Equação 23 na Equação 24:

$$\begin{aligned} T(3) &= A[A[A.T(0) + B.u(0) + d(0)] + B.u(1) + d(1)] + B.u(2) + d(2) \\ &= A^3.T(0) + A^2.B.u(0) + A^2.d(0) + A.B.u(1) + A.d(1) + B.u(2) \\ &\quad + d(2) \end{aligned}$$

Equação 25

Portanto as equações em cima, para um horizonte preditivo genérico N podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$G = \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ AB & B & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A^2B & AB & B & \ddots & \dots & \vdots \\ A^3B & A^2B & AB & B & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & B & 0 \\ A^N B & A^{N-1}B & \dots & \dots & AB & B \end{bmatrix}$$

Equação 26

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A & 1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A^2 & A & 1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A^3 & A^2 & A & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ A^N & A^{N-1} & \dots & \dots & A & 1 \end{bmatrix}$$

Equação 27

$$T_S = [A \quad A^2 \quad A^3 \quad \dots \quad A^N]$$

Equação 28

Considerando $T = T_S \cdot T(0) + G \cdot U + WD$, substituindo as Equação 26 e Equação 28, resulta na seguinte Equação 29:

$$T = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix} T(0) + \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ AB & B & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A^2B & AB & B & \ddots & \dots & \vdots \\ A^3B & A^2B & AB & B & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & B & 0 \\ A^N B & A^{N-1} B & \dots & \dots & AB & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ u(N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A & 1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A^2 & A & 1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A^3 & A^2 & A & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ A^N & A^{N-1} & \dots & \dots & A & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(0) \\ d(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ d(N-1) \end{bmatrix}$$

Equação 29

2.1.4 Modelo de uma casa com duas divisões (Discreto)

O modelo termodinâmico usado para estudo do comportamento de um sistema controlado por um controlador distribuído (do tipo MPC), foi o de um edifício com duas divisões com uma parede a separa-las, e considerando-as com as mesmas características as paredes exteriores em ambas as divisões.

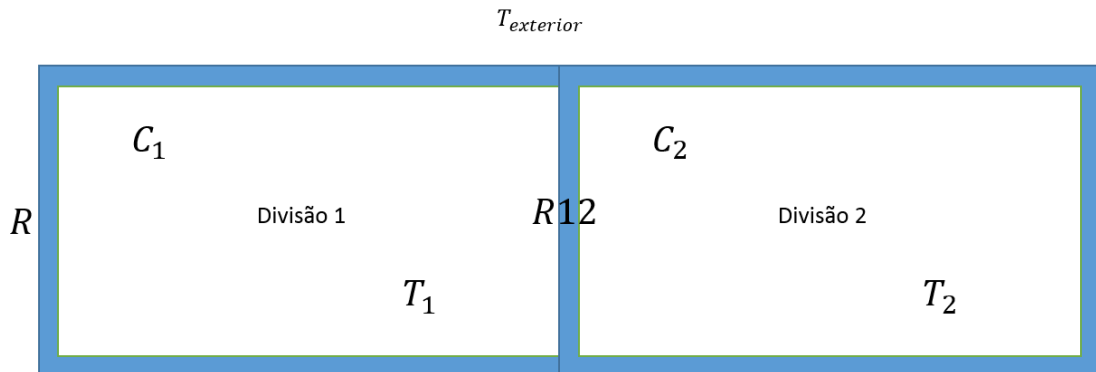


Figura 7 - Topologia do modelo termodinâmico escolhido para estudo

O circuito elétrico equivalente de um edifício com esta topologia por ser definido pelo seguinte:

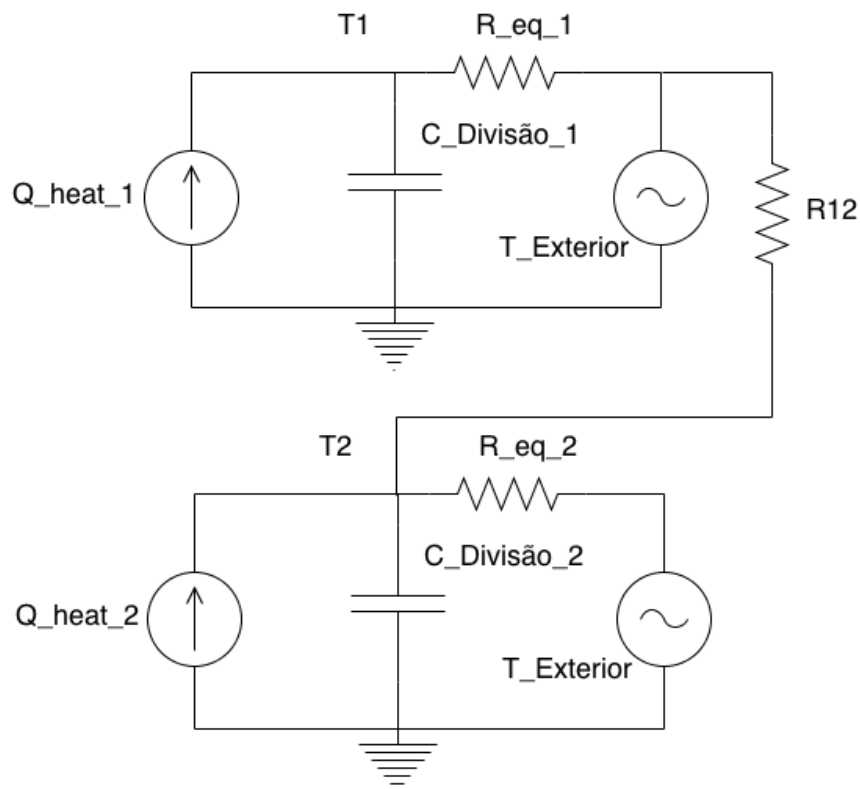


Figura 8 - Circuito elétrico equivalente de 2 quartos

Em termos matemáticos o circuito elétrico equivalente para uma das divisões do edifício, é representado pelas seguintes equações:

$$C_1 \cdot \dot{T}_1 = Pd_1 + \frac{T_1 - T_{out}}{R} - \frac{T_1 - T_2}{R_{12}}$$

Equação 30

$$C_2 \cdot \dot{T}_2 = Pd_2 + \frac{T_2 - T_{out}}{R} - \frac{T_2 - T_1}{R_{21}}$$

Equação 31

Separando as fontes de aquecimento/arrefecimento das perturbações (radiação solar e cargas térmicas de ocupantes) do sistema, resulta no seguinte par de equações (Equação 32 e Equação 33)

$$C_1 \cdot \dot{T}_1 = Pd_1 + \frac{T_1 - T_{out}}{R} - \frac{T_1 - T_2}{R_{12}} + u_1$$

Equação 32

$$C_2 \cdot \dot{T}_2 = Pd_2 + \frac{T_2 - T_{out}}{R} - \frac{T_2 - T_1}{R_{21}} + u_2$$

Equação 33

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R + R_{12}}{C_1 R} & \frac{1}{C_1 R_{12}} \\ \frac{1}{C_2 R_{21}} & -\frac{R + R_{21}}{C_2 R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{Pd_1}{C_1} + \frac{T_{out}}{C_1 R} \\ \frac{Pd_2}{C_2} + \frac{T_{out}}{C_2 R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Equação 34

Aplicando a discretização de Euler na divisão 1, resulta nas equações Equação 35 e Equação 36:

$$T_1' = \frac{T_1(k+1) - T_1(k)}{\Delta t}$$

Equação 35

$$T1(k + 1) = A_1 \cdot T1(k) + B_1 \cdot u_1(k) + d_1(k) + E_1 \cdot T2(k)$$

Equação 36

Onde $A_1 = 1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C_1}$; $B_1 = \frac{\Delta t}{C_1}$; $d_1 = \frac{Pd_1 \Delta t}{C_1} + \frac{T_{oa} \cdot \Delta t}{R \cdot C_1}$; $E_1 = \frac{\Delta t}{R_{12} \cdot C_1}$; $u_1(k)$ é a energia necessária de aquecimento/arrefecimento, $T1(k)$ representa a temperatura interior, $d_1(k)$ representa as perturbações térmicas (kW) (tais como cargas térmicas geradas pelos ocupantes, radiação solar direta, aparelhos elétricos ou abertura de portas/janelas para renovação de ar) e E_1 a característica da perturbação provocada pela temperatura T2.

Como exemplo, a Equação 36 pode ser escrita da seguinte forma para $k=1, \dots, 3$:

$$T1(1) = A_1 \cdot T(0) + B_1 \cdot u_1(0) + d_1(0) + E_1 \cdot T2(0)$$

Equação 37

$$T2(2) = A_1 \cdot T1(1) + B_1 \cdot u_1(1) + d_1(1) + E_1 \cdot T2(1)$$

Equação 38

Substituindo Equação 37 na Equação 38 resulta na Equação 39:

$$T1(2) = A_1 [A_1 \cdot T1(0) + B_1 \cdot u_1(0) + d_1(0) + E_1 \cdot T2(0)] + B_1 \cdot u_1(1) + d_1(1) + E_1 \cdot T2(1)$$

Equação 39

$$T2(3) = A_1 \cdot T1(2) + B_1 \cdot u_1(2) + d_1(2) + E_1 \cdot T2(2)$$

Equação 40

Substituindo a Equação 39 na Equação 40:

$$\begin{aligned} T(3) &= A_1 [A_1 [A_1 \cdot T1(0) + B_1 \cdot u_1(0) + d_1(0) + E_1 \cdot T2(0)] + B_1 \cdot u_1(1) + d_1(1) \\ &\quad + E_1 \cdot T2(1)] + B_1 \cdot u_1(2) + d_1(2) + E_1 \cdot T2(2) \\ &= A_1^3 \cdot T1(0) + A_1^2 \cdot B_1 \cdot u_1(0) + A_1^2 \cdot d_1(0) + A_1 \cdot B_1 \cdot u_1(1) + A_1 \cdot d_1(1) \\ &\quad + B_1 \cdot u_1(2) + d_1(2) + A_1^2 \cdot E_1 \cdot T2(2) + A_1 \cdot E_1 \cdot T2(1) + E_1 \cdot T2(2) \end{aligned}$$

Equação 41

Portanto as equações em cima, para um horizonte preditivo genérico N podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$G_1 = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 B_1 & A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 B_1 & A_1^2 B_1 & A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & B_1 & 0 \\ A_1^N B_1 & A_1^{N-1} B_1 & \dots & \dots & A_1 B_1 & B_1 \end{bmatrix}$$

Equação 42

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 & 1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 & A_1 & 1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 & A_1^2 & A_1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ A_1^N & A_1^{N-1} & \dots & \dots & A_1 & 1 \end{bmatrix}$$

Equação 43

$$T_{x_i} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 E_1 & E_1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 E_1 & A_1 E_1 & E_1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 E_1 & A_1^2 E_1 & A_1 E_1 & E_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & E_1 & 0 \\ A_1^N E_1 & A_1^{N-1} E_1 & \dots & \dots & A_1 E_1 & E_1 \end{bmatrix}$$

Equação 44

$$T_{s1} = [A_1 \quad A_1^2 \quad A_1^3 \quad \dots \quad A_1^N]$$

Equação 45

Considerando $T1 = T_{s1} \cdot T1(0) + G_1 \cdot U_1 + W_1 D_1 + T x_1 \cdot T2$ e substituindo a Equação 42 até à Equação 45 resulta na seguinte Equação 46:

$$\begin{aligned}
 T_1 = & \begin{bmatrix} A_1 \\ A_1^2 \\ A_1^3 \\ \vdots \\ \vdots \\ A_1^N \end{bmatrix} T0 + \begin{bmatrix} B_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 B_1 & A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 B_1 & A_1^2 B_1 & A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & B_1 & 0 \\ A_1^N B_1 & A_1^{N-1} B_1 & \dots & \dots & A_1 B_1 & B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(0) \\ u_1(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ u_1(N-1) \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 & 1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 & A_1 & 1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 & A_1^2 & A_1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ A_1^N & A_1^{N-1} & \dots & \dots & A_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(0) \\ d_1(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ d_1(N-1) \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} E_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 E_1 & E_1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 E_1 & A_1 E_1 & E_1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 E_1 & A_1^2 E_1 & A_1 E_1 & E_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & E_1 & 0 \\ A_1^N E_1 & A_1^{N-1} E_1 & \dots & \dots & A_1 E_1 & E_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2(0) \\ T_2(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ T_2(N-1) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Equação 46

Para a divisão 2, o conjunto de equações resulta em algo semelhante às utilizadas para a divisão 1:

$$T2(k + 1) = A_2 \cdot T2(k) + B_2 \cdot u_2(k) + d_2(k) + E_2 \cdot T1(k)$$

Equação 47

Onde $A_2 = 1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C_2}$; $B_2 = \frac{\Delta t}{C_2}$; $d_2 = \frac{P d_2 \Delta t}{C_2} + \frac{T_{oa} \cdot \Delta t}{R \cdot C_2}$; $E_2 = \frac{\Delta t}{R_{21} \cdot C_2}$; $u_2(k)$

Com $T_2 = T_{s2} \cdot T_2(0) + G_2 \cdot U_2 + W_2 D_2 + T x_2 \cdot T_1$ e substituindo a Equação 42 até à Equação 45 (trocando os índices), resulta a seguinte Equação 48:

$$\begin{aligned}
 T_2 = & \begin{bmatrix} A_2 \\ A_2^2 \\ A_2^3 \\ \vdots \\ \vdots \\ A_2^N \end{bmatrix} T_0 + \begin{bmatrix} B_2 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ A_2 B_2 & B_2 & \ddots & \cdots & \cdots & \vdots \\ A_2^2 B_2 & A_2 B_2 & B_2 & \ddots & \cdots & \vdots \\ A_2^3 B_2 & A_2^2 B_2 & A_2 B_2 & B_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & B_2 & 0 \\ A_2^N B_2 & A_2^{N-1} B_2 & \cdots & \cdots & A_2 B_2 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2(0) \\ u_2(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ u_2(N-1) \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ A_2 & 1 & \ddots & \cdots & \cdots & \vdots \\ A_2^2 & A_2 & 1 & \ddots & \cdots & \vdots \\ A_2^3 & A_2^2 & A_2 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ A_2^N & A_2^{N-1} & \cdots & \cdots & A_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_2(0) \\ d_2(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ d_2(N-1) \end{bmatrix} \\
 + & \begin{bmatrix} E_2 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ A_2 E_2 & E_2 & \ddots & \cdots & \cdots & \vdots \\ A_2^2 E_2 & A_2 E_2 & E_2 & \ddots & \cdots & \vdots \\ A_2^3 E_2 & A_2^2 E_2 & A_2 E_2 & E_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & E_2 & 0 \\ A_2^N E_2 & A_2^{N-1} E_2 & \cdots & \cdots & A_2 E_2 & E_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(0) \\ T_1(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ T_1(N-1) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Equação 48

2.2 Modelo controlo preditivo

Praticamente todos os processos têm um controlo, seja ele forçado ou natural (através de leis físicas). O ser humano não é exceção, sendo o modelo de controlo preditivo (MPC) o que mais se assemelha ao nosso sistema de controlo, quando nos movemos do ponto A para o ponto B.

Como exemplo, quando estamos a conduzir um carro, nós tomamos decisões com base no horizonte que se nos apresenta pela frente, se observarmos uma curva no nosso percurso, tomamos as ações necessárias previamente para conseguirmos fazer essa curva. Por analogia, o modelo de controlo preditivo também têm um horizonte de previsão, que é usado para tomar decisões no presente, tendo em conta o que se apresenta no futuro próximo.

O princípio de controlo MPC utilizado neste trabalho, permite atuar nos equipamentos de aquecimento/arrefecimento com base em medições atuais do estado da

temperatura da divisão, utilizando previsões de futuras perturbações (que podem ser obtidos através de serviços de previsões meteorológicas, termodinâmica consequente do acoplamento de divisões, rotinas na ocupação dos espaços, etc).

O MPC vai ter em consideração as restrições impostas ao sistema pelos atuadores de aquecimento/arrefecimento e aos limites de conforto térmico impostos pelo utilizador, tendo como objetivos:

- Minimizar a energia consumida em aquecimento/arrefecimento;
- Minimizar picos de consumo energético;
- Manter as zonas de conforto dentro das temperaturas desejadas;
- Manter o uso de energia dentro dos limites de energia impostos.

A cada espaço de tempo, cada agente tem de resolver o seu problema de MPC, que pode-se traduzir numa função de minimização de custo.

Estes dois agentes (um para cada uma das duas divisões), encontram-se acoplados pelo modelo termodinâmico das divisões, bem como por uma limitação de potência. Ou seja, a primeira divisão tem prioridade no consumo de energia de uma fonte limitada, ficando a segunda divisão com o remanescente.

Função de minimização de custo genérica:

$$\begin{aligned} \min_{U, \bar{\varepsilon}, \underline{\varepsilon}, \bar{\gamma}, \underline{\gamma}} & \sum_{k=0}^{N-1} u_{t+k|t}^2 \Delta t + \phi \max\{u_{t|t}^2, \dots, u_{t+N-1|t}^2\} \\ & + \rho \sum_{k=0}^{N-1} (\bar{\varepsilon}_{t+k|t}^2 + \underline{\varepsilon}_{t+k|t}^2) + \psi \sum_{k=0}^{N-1} (\bar{\gamma}_{t+k|t}^2 + \underline{\gamma}_{t+k|t}^2) \end{aligned}$$

Equação 49

Sujeita às seguintes restrições:

$$T_{t+k+1|t} = AT_{t+k|t} + Bu_{t+k|t} + d_{t+k|t}$$

Equação 50

$$\underline{T} - \underline{\varepsilon}_{t+k|t} \leq T \leq \bar{T} + \bar{\varepsilon}_{t+k|t}$$

Equação 51

$$\underline{U}_{A_i} - \underline{\gamma}_{t+k|t} \leq U \leq \bar{U}_{A_i} + \bar{\gamma}_{t+k|t}$$

Equação 52

$$\underline{\gamma}_{t+k|t}, \bar{\gamma}_{t+k|t}, \underline{\varepsilon}_{t+k|t}, \bar{\varepsilon}_{t+k|t} \geq 0$$

Equação 53

Na Equação 49, u representa a entrada de controlo de potência, Φ é a penalização nos picos de consumo de potência, ρ é a penalização pela violação da zona de conforto térmico, ψ a penalização da violação das restrições de potência, e N é o horizonte de previsão. Na Equação 51, $\bar{\varepsilon}$ e $\underline{\varepsilon}$ são vetores de violação das restrições de temperatura, que estão fora da zona de conforto definida em \bar{T} e \underline{T} (temperatura de controlo máxima/mínima). Em Equação 52 $\bar{\gamma}$ e $\underline{\gamma}$ são vetores de violação de potência que estão fora dos limites impostos em \bar{U}_{A_i} e \underline{U}_{A_i} (valor máximo e mínimo de potencia disponível, positivos e negativos visto haver necessidade de aquecer/arrefecer a divisão)

Num problema de minimização as restrições de igualdade têm de estar no formato de $Ax < B$,

$$x = [u, \underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}, \underline{\gamma}, \bar{\gamma}]^T$$

Equação 54

2.3 Problema a resolver para cada topologia

2.3.1 Uma casa com uma divisão

Substituindo a Equação 29 na restrição de igualdade de temperatura (Equação 51), resulta na seguinte Equação 55:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \underline{T}(1) \\ \underline{T}(2) \\ \underline{T}(3) \\ \vdots \\ \vdots \\ \underline{T}(N) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}(1) \\ \underline{\varepsilon}(2) \\ \underline{\varepsilon}(3) \\ \vdots \\ \vdots \\ \underline{\varepsilon}(N) \end{bmatrix} \\
 & \leq \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix} T(0) + \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ AB & B & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A^2B & AB & B & \ddots & \dots & \vdots \\ A^3B & A^2B & AB & B & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & B & 0 \\ A^N B & A^{N-1}B & \dots & \dots & AB & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ u(N-1) \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A & 1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A^2 & A & 1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A^3 & A^2 & A & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ A^N & A^{N-1} & \dots & \dots & A & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(0) \\ d(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ d(N-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{T}(1) \\ \bar{T}(2) \\ \bar{T}(3) \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{T}(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}(1) \\ \bar{\varepsilon}(2) \\ \bar{\varepsilon}(3) \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{\varepsilon}(N) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Equação 55

E a restrição de limite mínimo de temperatura é dado por:

$$\underline{T} - \underline{\varepsilon} \leq T$$

Equação 56

$$\underline{T} - \underline{\varepsilon} \leq T_s \cdot T(0) + G \cdot U + W \cdot D$$

Equação 57

$$-(\underline{\varepsilon} + G \cdot U) \leq -(\underline{T} - T_s \cdot T(0) - WD)$$

Equação 58

Através da Equação 58 e multiplicando pela Equação 54 resulta as matrizes A1 e B1:

$$A1_1 = [G_1; I_N; 0_N; 0_N; 0_N]$$

Equação 59

$$B1_1 = -(T1 - T_{s1} \cdot T1(0) - W_1 D_1)$$

Equação 60

Similarmente, para o limite superior de temperatura pode ser expresso da seguinte forma:

$$T \leq \bar{T} + \bar{\varepsilon}$$

Equação 61

$$T_s \cdot T(0) + G \cdot U + W \cdot D \leq \bar{T} + \bar{\varepsilon}$$

Equação 62

$$(\bar{\varepsilon} + G \cdot U) \leq -(\bar{T} - T_s \cdot T(0) - W \cdot D)$$

Equação 63

Através Equação 63 e multiplicando mais uma vez pela Equação 54 resulta as matrizes A2 e B2:

$$A2 = [G; 0_N; I_N; 0_N; 0_N]$$

Equação 64

$$B2 = \bar{T} - T_s \cdot T(0) - W \cdot D$$

Equação 65

As restrições de igualdade Equação 52, mínimo e máximo são dados pelas (Equação 63 à Equação 65) e (Equação 66 à Equação 67), respetivamente:

$$\underline{U} - \underline{\Upsilon} \leq U$$

Equação 66

$$-\underline{\Upsilon} - U \leq -\underline{U}$$

Equação 67

$$U \leq \bar{U} + \bar{\Upsilon}$$

Equação 68

$$U - \bar{Y} \leq \bar{U}$$

Equação 69

Através da Equação 67 e Equação 69 resultam as matrizes A3, A4, B3 e B4:

$$A3 = [-I_N; 0_N; 0_N; -I_N; 0_N]$$

Equação 70

$$B3 = \underline{U}$$

Equação 71

$$A4 = [I_N; 0_N; 0_N; 0_N; -I_N]$$

Equação 72

$$B4 = \bar{U}$$

Representando no formato final $Ax = b$:

$$\begin{bmatrix} -A1 \\ A2 \\ A3 \\ A4 \end{bmatrix} \cdot x = \begin{bmatrix} B1^T \\ B2^T \\ B3^T \\ B4^T \end{bmatrix}$$

Equação 73

2.3.2 Uma casa com duas divisões

2.3.2.1 Problema a resolver pelo primeiro MPC (associado à divisão 1)

Substituindo a Equação 46 na restrição de igualdade de temperatura (Equação 51), resulta na seguinte Equação 74:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \underline{T1}(1) \\ \underline{T1}(2) \\ \vdots \\ \vdots \\ \underline{T1}(N) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon1}(1) \\ \underline{\varepsilon1}(2) \\ \vdots \\ \vdots \\ \underline{\varepsilon1}(N) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} A_1 \\ A_1^2 \\ A_1^3 \\ \vdots \\ A_1^N \end{bmatrix} T0 + \begin{bmatrix} B_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 B_1 & A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 B_1 & A_1^2 B_1 & A_1 B_1 & B_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & B_1 & 0 \\ A_1^N B_1 & A_1^{N-1} B_1 & \dots & \dots & A_1 B_1 & B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(0) \\ u_1(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ u_1(N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 & 1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 & A_1 & 1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 & A_1^2 & A_1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ A_1^N & A_1^{N-1} & \dots & \dots & A_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(0) \\ d_1(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ d_1(N-1) \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} C_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_1 C_1 & C_1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_1^2 C_1 & A_1 C_1 & C_1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_1^3 C_1 & A_1^2 C_1 & A_1 C_1 & C_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & C_1 & 0 \\ A_1^N C_1 & A_1^{N-1} C_1 & \dots & \dots & A_1 C_1 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T2(0) \\ T2(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ T2(N-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{T1}(1) \\ \bar{T1}(2) \\ \bar{T1}(3) \\ \vdots \\ \bar{T1}(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon1}(1) \\ \bar{\varepsilon1}(2) \\ \bar{\varepsilon1}(3) \\ \vdots \\ \bar{\varepsilon1}(N) \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

Equação 74

E a restrição de limite mínimo de temperatura é dado por:

$$\underline{T1} - \underline{\varepsilon1} \leq T1$$

Equação 75

$$\underline{T1} - \underline{\varepsilon1} \leq T_{s1} \cdot T1(0) + G_1 \cdot U_1 + W_1 D_1 + T_{x1} T2$$

Equação 76

$$-(\underline{\varepsilon1} + G_1 U_1) \leq -(\underline{T1} - T_{s1} \cdot T1(0) - W_1 D_1 - T_{x1} T2)$$

Equação 77

Através da Equação 77 e multiplicando pela Equação 54 resulta as matrizes A1 e B1:

$$A1_1 = [G_1; I_N; 0_N; 0_N; 0_N]$$

Equação 78

$$B1_1 = \underline{T1} - T_{s1} \cdot T1(0) - W_1 D_1 - T_{x1} T2$$

Equação 79

Similarmente, para o limite superior de temperatura pode ser expresso da seguinte forma:

$$T1 \leq \overline{T1} + \varepsilon \overline{1}$$

Equação 80

$$T_{s1} \cdot T1(0) + G_1 \cdot U_1 + W_1 D_1 + T_{x1} T2 \leq \overline{T1} + \varepsilon \overline{1}$$

Equação 81

$$(\varepsilon \overline{1} + G_1 U_1) \leq -(\overline{T1} - T_{s1} \cdot T1(0) - W_1 D_1 - T_{x1} T2)$$

Equação 82

Através Equação 82 e multiplicando mais uma vez pela Equação 54 resulta as matrizes A2 e B2:

$$A2_1 = [G_1; 0_N; I_N; 0_N; 0_N]$$

Equação 83

$$B2_1 = \overline{T1} - T_{s1} \cdot T1(0) - W_1 D_1 - T_{x1} T2$$

Equação 84

As restrições de igualdade Equação 52, mínimo e máximo são dados pela (Equação 82 à Equação 84) e (Equação 85 à Equação 86), respetivamente:

$$\underline{U_1} - \underline{\Upsilon1} \leq U_1$$

Equação 85

$$-\underline{\Upsilon1} - U_1 \leq -\underline{U_1}$$

Equação 86

$$U_1 \leq \overline{U_1} + \overline{\Upsilon1}$$

Equação 87

$$U_1 - \overline{\Upsilon_1} \leq \overline{U_1}$$

Equação 88

Através da Equação 86 e Equação 88 resultam as matrizes A3, A4, B3 e B4:

$$A3_1 = [-I_N; 0_N; 0_N; -I_N; 0_N]$$

Equação 89

$$B3_1 = \underline{U_1}$$

Equação 90

$$A4_1 = [I_N; 0_N; 0_N; 0_N; -I_N]$$

Equação 91

$$B4_1 = \overline{U_1}$$

Equação 92

Finalmente após a construção das matrizes A1₁, A2₁, A3₁, A4₁, B1₁, B2₁, B3₁ e B4₁, o formato $Ax = B$:

$$\begin{bmatrix} -A1_1 \\ A2_1 \\ A3_1 \\ A4_1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -B1_1^T \\ B2_1^T \\ B3_1^T \\ B4_1^T \end{bmatrix}$$

Equação 93

2.3.2.2 Problema a resolver pelo segundo MPC (associado à divisão 2)

Substituindo a Equação 48 na restrição de igualdade de temperatura (Equação 51), resulta na seguinte Equação 94:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \underline{T1}(1) \\ \underline{T1}(2) \\ \vdots \\ \vdots \\ \underline{T1}(N) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon1}(1) \\ \underline{\varepsilon1}(2) \\ \vdots \\ \vdots \\ \underline{\varepsilon1}(N) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} A_2 \\ A_2^2 \\ A_2^3 \\ \vdots \\ A_2^N \end{bmatrix} T0 + \begin{bmatrix} B_2 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_2 B_2 & B_2 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_2^2 B_2 & A_2 B_2 & B_2 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_2^3 B_2 & A_2^2 B_2 & A_2 B_2 & B_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & B_2 & 0 \\ A_2^N B_2 & A_2^{N-1} B_2 & \dots & \dots & A_2 B_2 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2(0) \\ u_2(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ u_2(N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_2 & 1 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_2^2 & A_2 & 1 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_2^3 & A_2^2 & A_2 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ A_2^N & A_2^{N-1} & \dots & \dots & A_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_2(0) \\ d_2(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ d_2(N-1) \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} C_2 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_2 C_2 & C_2 & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ A_2^2 C_2 & A_2 C_2 & C_2 & \ddots & \dots & \vdots \\ A_2^3 C_2 & A_2^2 C_2 & A_2 C_2 & C_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & C_2 & 0 \\ A_2^N C_2 & A_2^{N-1} C_2 & \dots & \dots & A_2 C_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T1(0) \\ T1(1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ T1(N-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{T1}(1) \\ \bar{T1}(2) \\ \bar{T1}(3) \\ \vdots \\ \bar{T1}(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon1}(1) \\ \bar{\varepsilon1}(2) \\ \bar{\varepsilon1}(3) \\ \vdots \\ \bar{\varepsilon1}(N) \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

Equação 94

E a restrição de limite mínimo de temperatura é dado por:

$$\underline{T2} - \underline{\varepsilon2} \leq T2$$

Equação 95

$$\underline{T2} - \underline{\varepsilon2} \leq T_{s2} \cdot T2(0) + G_2 \cdot U_2 + W_2 D_2 + T x_2 T1$$

Equação 96

$$-(\underline{\varepsilon2} + G_2 U_2) \leq -(T2 - T_{s2} \cdot T2(0) - W_2 D_2 - T x_2 T1)$$

Equação 97

Através da Equação 97 e multiplicando pela Equação 54 resulta as matrizes A1 e B1:

$$A1_2 = [G_2; I_N; 0_N; 0_N; 0_N]$$

Equação 98

$$B1_2 = \underline{T2} - T_{s2} \cdot T2(0) - W_2 D_2 - T x_2 T1$$

Equação 99

Similarmente, para o limite superior de temperatura pode ser expresso da seguinte forma:

$$T2 \leq \overline{T2} + \overline{\varepsilon2}$$

Equação 100

$$T_{s2} \cdot T2(0) + G_2 \cdot U_2 + W_2 D_2 + T_{x2} T1 \leq \overline{T2} + \overline{\varepsilon2}$$

Equação 101

$$(\overline{\varepsilon2} + G_2 U_2) \leq -(\overline{T2} - T_{s2} \cdot T2(0) - W_2 D_2 - T_{x2} T1)$$

Equação 102

Através da Equação 102 e multiplicando mais uma vez pela Equação 53 resulta as matrizes $A2_2$ e $B2_2$:

$$A2_2 = [G_2; 0_N; I_N; 0_N; 0_N]$$

Equação 103

$$B2_2 = \overline{T2} - T_{s2} \cdot T2(0) - W_2 D_2 - T_{x2} T1$$

Equação 104

As restrições de igualdade (Equação 52) para a segunda divisão apresenta uma ligeira alteração comparativamente com a primeira divisão, pelo facto de a segunda divisão estar ligada à mesma fonte de energia da primeira divisão, o que como restrição de energia apresenta a seguinte equação:

$$\underline{U}_{A_i} - \underline{\gamma}_{t+k|t} + |U_x| \leq U \leq \overline{U}_{A_i} + \overline{\gamma}_{t+k|t} - |U_x|$$

Equação 105

As restrições de igualdade (Equação 105) mínimo e máximo são dados pelas (Equação 102 à Equação 104) e Equação 106 e Equação 107, respetivamente:

$$\underline{U}_2 - \underline{\Upsilon2} - |U_1| \leq U_2$$

Equação 106

$$-\underline{\Upsilon}_2 - U_2 \leq -\underline{U}_2 + |U_1|$$

Equação 107

$$U_2 \leq \overline{U}_2 + \overline{\Upsilon}_2 - |U_1|$$

Equação 108

$$U_2 - \overline{\Upsilon}_2 \leq \overline{U}_2 - |U_1|$$

Equação 109

Através da Equação 107 e Equação 109 resultam as matrizes A3, A4, B3 e B4:

$$A3_2 = [-I_N; 0_N; 0_N; -I_N; 0_N]$$

Equação 110

$$B3_2 = \underline{U}_2 + |U_1|$$

Equação 111

$$A4_2 = [I_N; 0_N; 0_N; 0_N; -I_N]$$

Equação 112

$$B4_2 = \overline{U}_2 - |U_1|$$

Equação 113

Finalmente após a construção das matrizes A1₂, A2₂, A3₂, A4₂, B1₂, B2₂, B3₂ e B4₂, o formato $Ax = B$:

$$\begin{bmatrix} -A1_2 \\ A2_2 \\ A3_2 \\ A4_2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -B1_2^T \\ B2_2^T \\ B3_2^T \\ B4_2^T \end{bmatrix}$$

Equação 114

2.3.3 Duas casas com a mesma fonte de energia

Uma das casas em estudo é igual à apresentada no subcapítulo anterior (2.3.2), a segunda casa estará limitada pela energia existente após a primeira casa a consumir. O que a nível de modelo matemático e problema a resolver pelo terceiro MPC, é igual à casa descrita no subcapítulo (2.3.1) com a exceção das restrições de consumo de energia.

Ambas as casas apenas estão ligadas pela mesma fonte de energia, não havendo trocas de termodinâmica, faz com que as alterações a fazer ao modelo da casa descrita do subcapítulo (2.3.1) reflitam-se apenas nas equações B3 e B4 do problema a resolver pelo terceiro MPC, visto serem estas as que transportam para o MPC as restrições de energia do sistema.

$$B3_{casa\ 2} = \underline{U_{casa\ 2}} + |U_{1+2}|$$

Equação 115

$$B4_{casa\ 2} = \overline{U_{casa\ 2}} - |U_{1+2}|$$

Equação 116

2.4 Algoritmo

O algoritmo utilizado nas simulações, é muito semelhante, seja ele para uma casa simples (apenas com uma divisão) ou para duas casas que interagem entre si, essa intereção pode ser feita através dos processos de termodinâmica ou pela partilha de recursos energéticos.

1. Em primeiro lugar defeniui-se as características da divisão, tais como: resistência térmica, capacidade térmica e temperatura inicial da divisão.
2. Atribui-se valores para as penalizações de violação de conforto térmico, violação dos limites de energia eléctrica e picos de consumo energético.
3. Defeniui-se os limites de consumo energético, conforto térmico, temperatura exterior, energia eléctrica disponível e horizonte de previsão.

Nota: O recurso energético U limitado, é partilhado por todos os agentes que controlam cada divisão. Os agentes terão uma ordem de acesso ao recurso energético. É dado prioridade ao consumo da energia dentro dos limites (que considera-se uma energia renovável), e só em ultimo caso poderá usar energia eléctrica da rede.

4. Dá-se inicio a um ciclo CH:
 - a. Inicia-se o problema de minimização, (de cada agente), para encontrar o ponto ótimo de consumo energético que satisfaça as restrições, para cada hora.
 - b. Aplica-se ao sistema primeiro valor ótimo obtido, e usa-se os seguintes do horizonte preditivo para determinar as perturbações que cada agente causara aos restantes agentes do sistema (no caso de múltiplos agentes).
5. O algoritmo termina quando terminar o ciclo descrito no ponto 4.

Nota: Encontra-se em anexo um exemplo do algoritmo implementado.

3

Simulações

Após ter obtido os vários modelos matemáticos de todos os sistemas pretendidos a simular, utilizou-se o *software* MATLAB, para demonstrar a eficácia do método de controlo utilizado. Começou-se por construir uma função que permite construir o modelo da habitação, de uma forma sistemática, fornecendo os parâmetros característicos do modelo físico, bem como do problema de MPC a resolver.

Em seguida construiu-se a função principal, onde se define limites de energia disponíveis (máximos e mínimos), perturbações ao sistema previstas, temperatura exterior prevista ao longo do dia. Para efeitos de comparações a nível de custos, foi definido nesta função um valor de custo para a energia consumida dentro dos limites impostos (0,07€/kWh), e outro valor para a energia consumida fora dos limites impostos (0,14€/kWh).

O horizonte preditivo usado foi de 24h e em alguns casos 12h, tendo sido todas as simulações realizadas para um dia inteiro (24h) de controlo de temperatura da habitação.

Após a construção destas funções, simulou-se o comportamento do sistema de controlo MPC para as diferentes topologias.

Observação: o comportamento da temperatura exterior e as perturbações ao sistema serão iguais ao longo das simulações, salvo alguma exceção devidamente assinalada junto da simulação em questão.

3.1 Casa com uma divisão

A Equação 29 deduzida no capítulo anterior, representa o modelo termodinâmico de uma casa com uma divisão, será utilizada nas simulações deste subcapítulo.

3.1.1 Maior penalização à violação da restrição de energia consumida.

Resistência Térmica (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
50	$9,2 \times 10^3$	100	500	2	24

Tabela 1 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.1.1

Φ é a penalização nos picos de consumo de potência, ρ é a penalização pela violação da zona de conforto térmico, ψ a penalização da violação das restrições de potência.

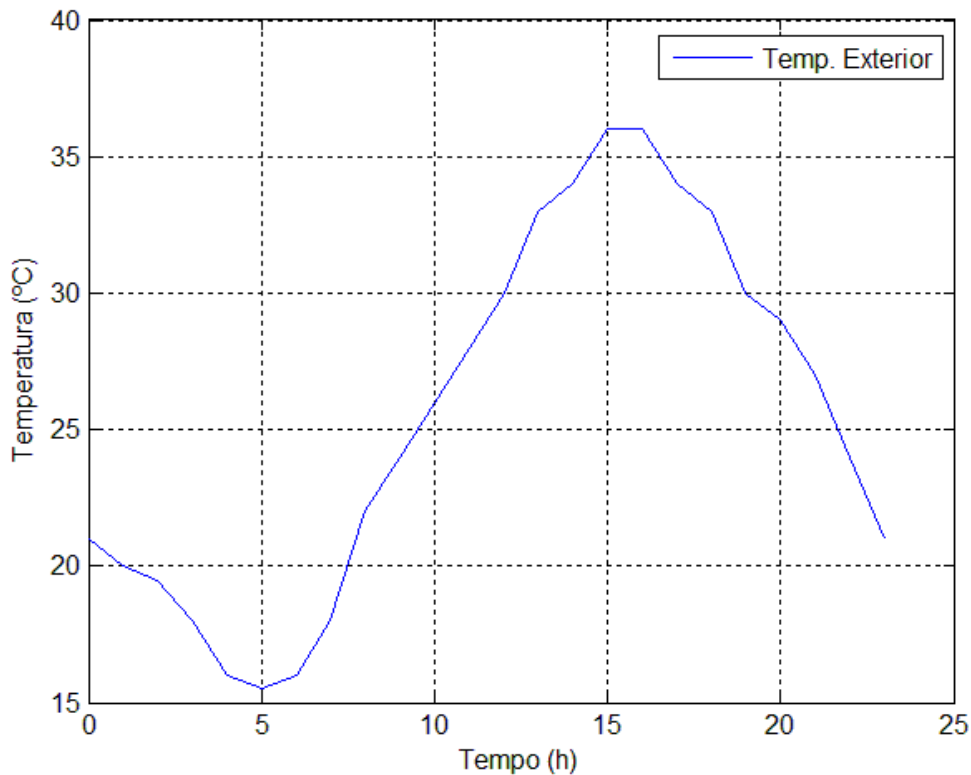


Figura 9 - Temperatura exterior da habitação 3.1.1

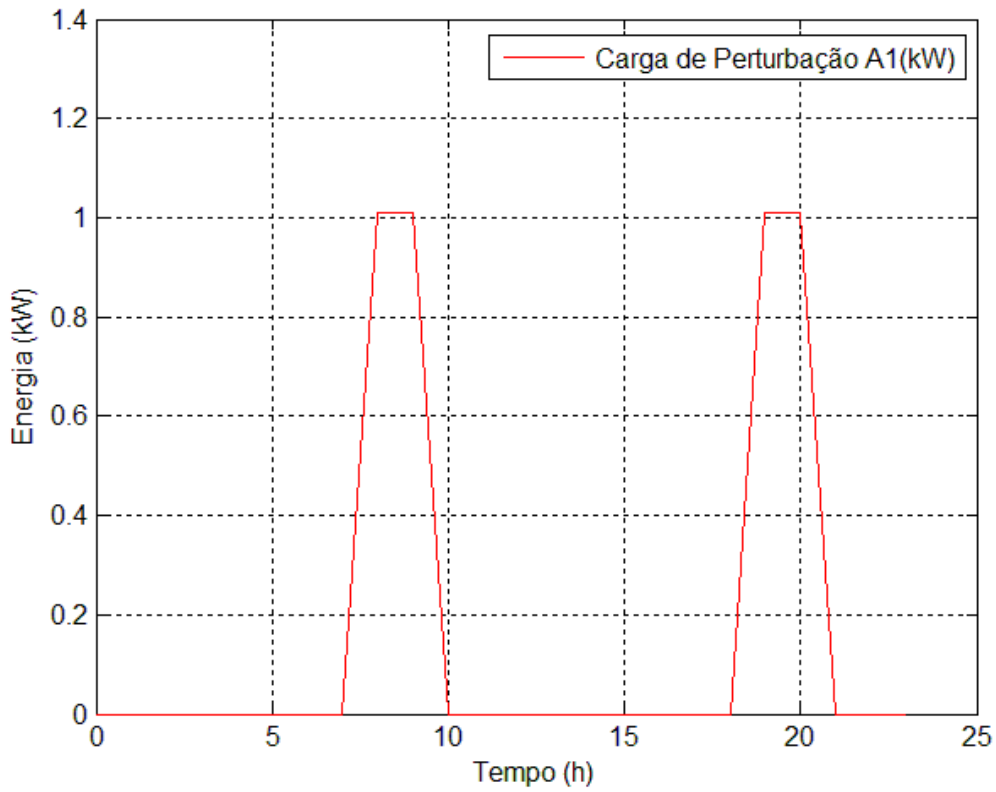


Figura 10 - Característica de perturbação do sistema 3.1.1

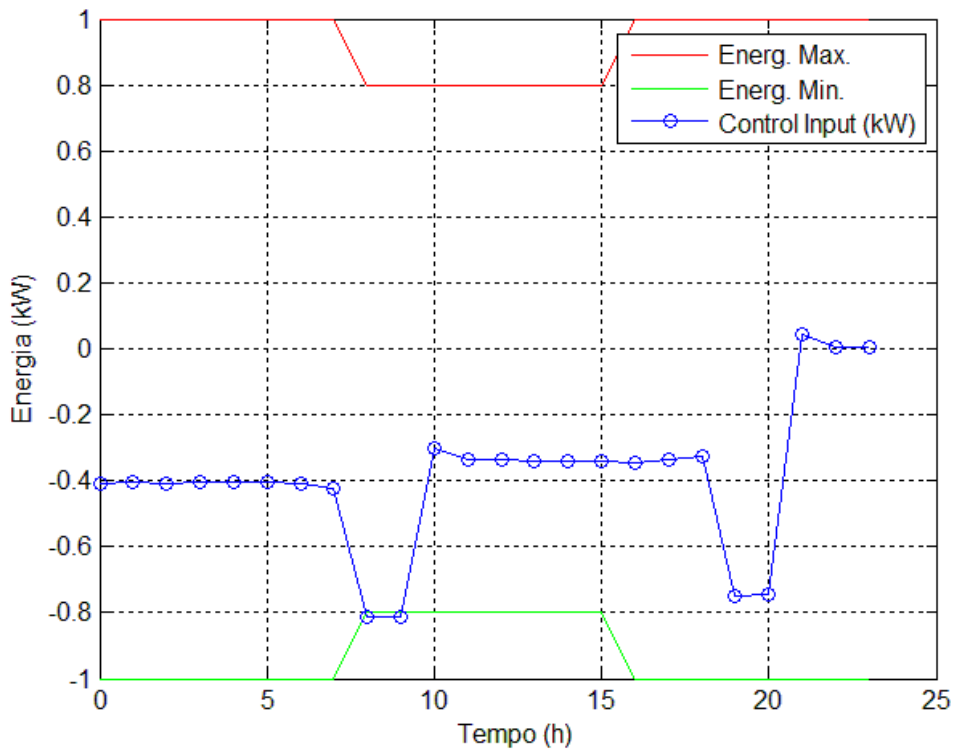


Figura 11 - Energia consumida 3.1.1

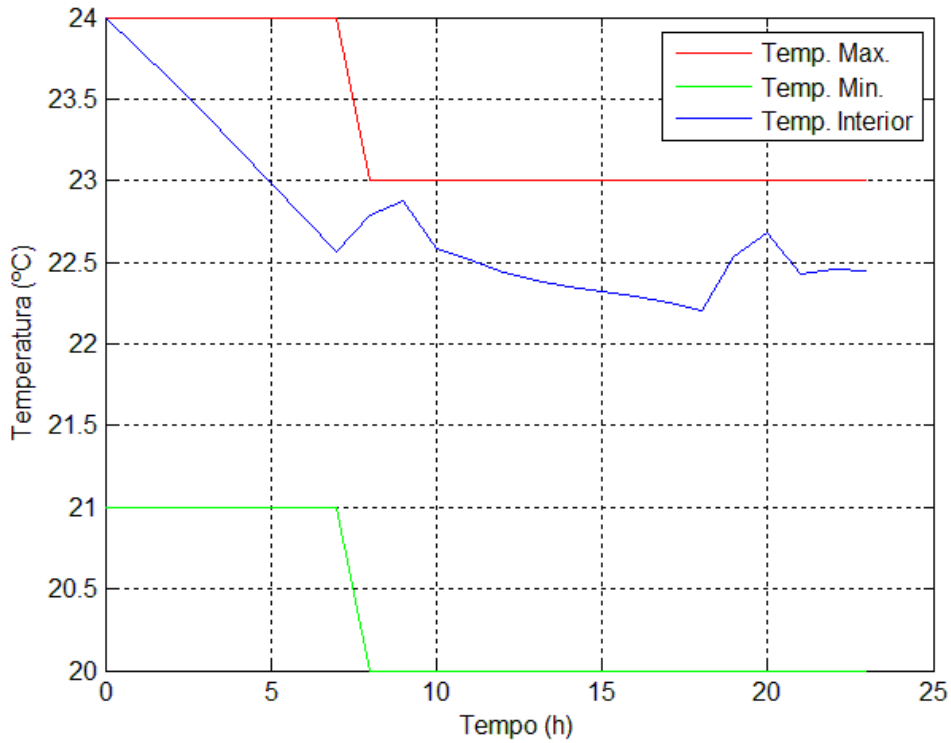


Figura 12 - Temperatura interior da habitação 3.1.1

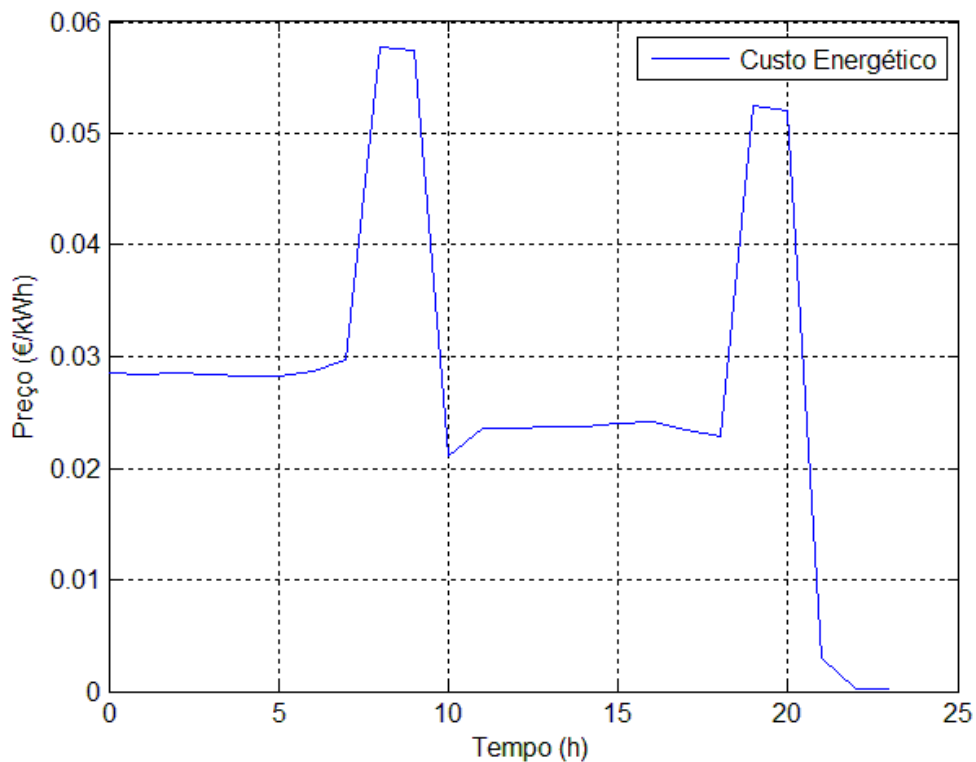


Figura 13 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.1.1

O custo total em energia consumida pela casa:

- o Custo: 1,32 €/24h

Ao analisar os gráficos obtidos, pode-se observar que a restrição de potência é respeitada ao longo do dia, com exceção feita no período compreendido entre as 8 e 9 horas. Neste mesmo período a restrição e temperatura está muito próxima de ser atingida também e ocorre uma perturbação que está a fazer subir a temperatura interior da habitação para muito próximo da restrição imposta da temperatura. Verifica-se também que devido à característica antecipativa do MPC, a divisão é previamente arrefecida para acomodar as perturbações.

Na evolução do custo energético associado ao consumo de potência da habitação, observa-se dois picos nos custos, que se encontram associados às perturbações bruscas impostas ao sistema.

3.1.2 Maior penalização à restrição de limites de temperatura

Resistência Térmica (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
50	$9,2 \times 10^3$	500	100	2	24

Tabela 2 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.1.2

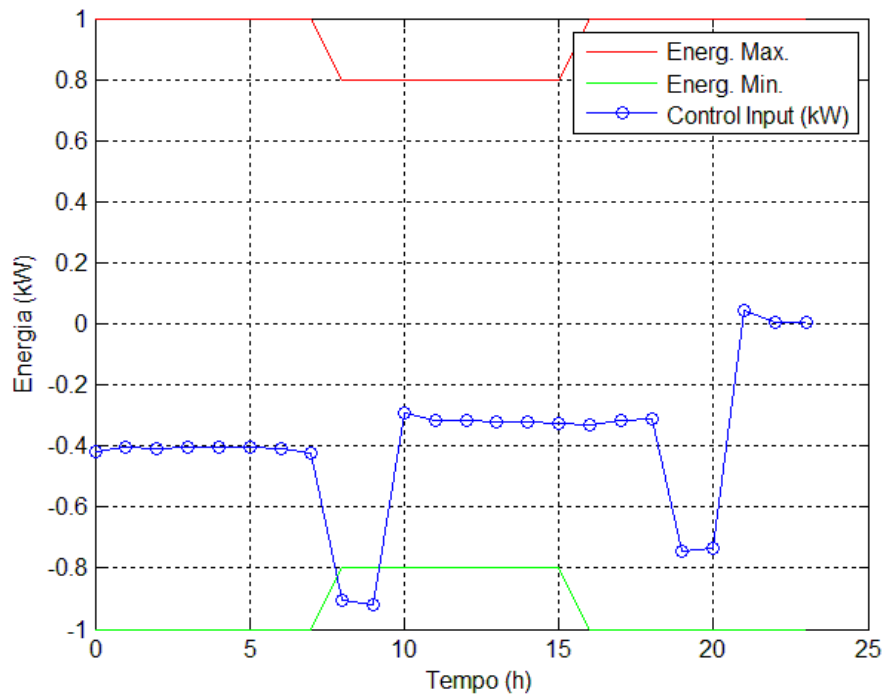


Figura 14 - Energia consumida 3.1.2

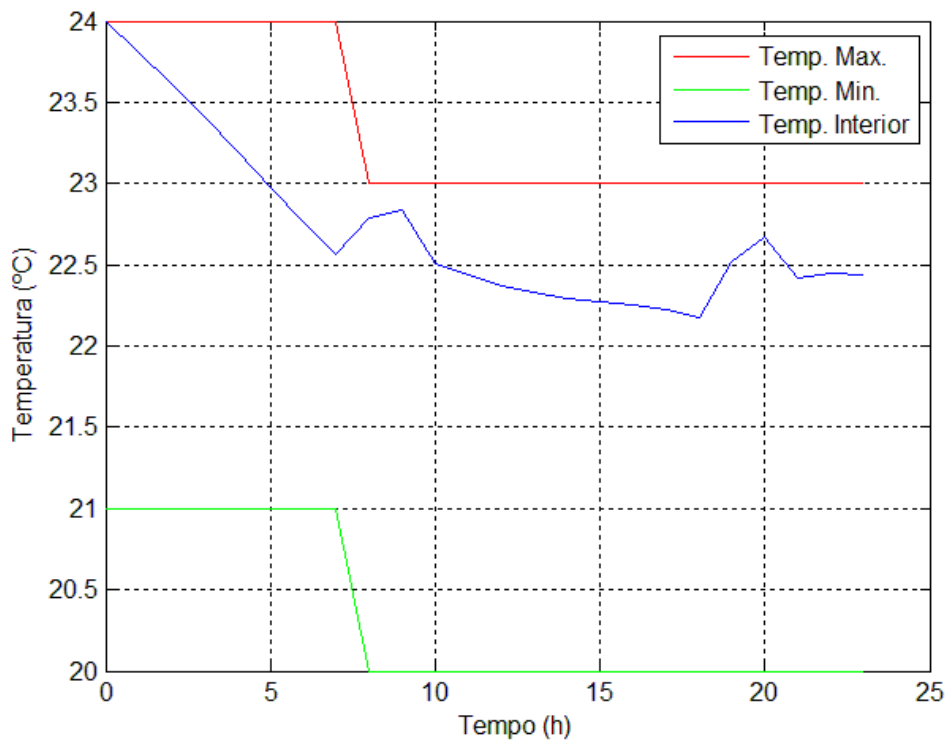


Figura 15 - Temperatura interior da habitação 3.1.2

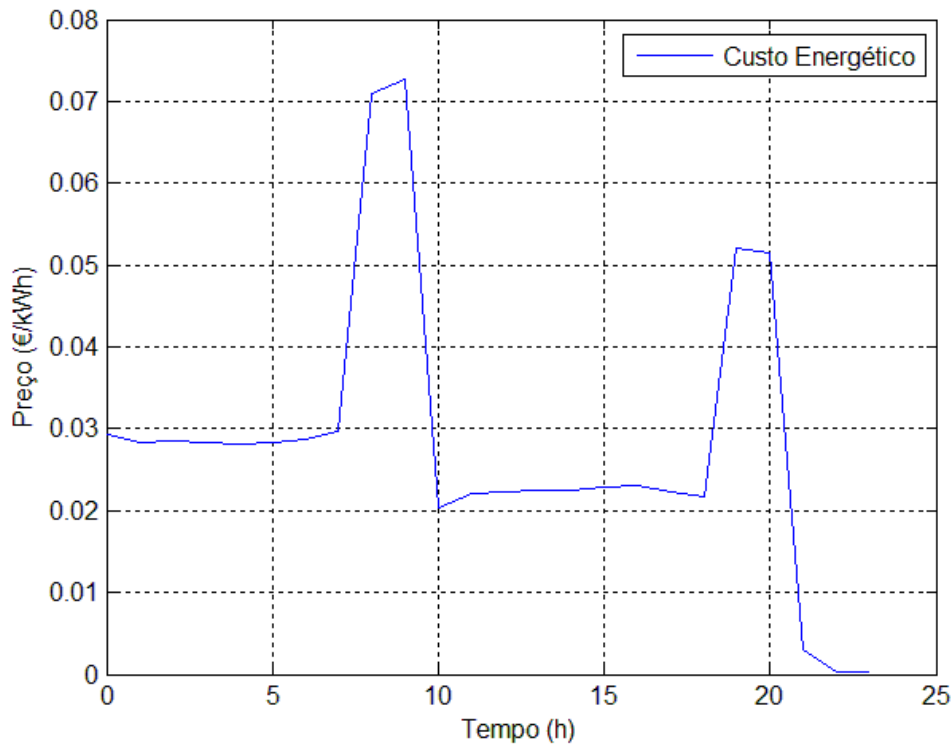


Figura 16 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.1.2

O custo total em energia consumida pela casa:

- Custo: 0,67 €/24h

Para possibilitar a comparação de resultados, os limites de potência, conforto térmico, perturbações e temperatura exterior são iguais às do item 3.1.1.

Com o mesmo comportamento ao nível das perturbações ao sistema, observa-se que a violação da restrição de potência entre as 8 e as 9 horas do dia, acentua-se nesta simulação. Isto deve-se ao aumento da penalização da violação dos limites de temperatura e do alívio da penalização da violação dos limites de potência. Quando o MPC resolve o problema de minimização, atendendo às restrições e às penalizações e encontra uma solução ótima que, apesar de violado os limites de potência, é a que apresenta melhor menor custo global para os parâmetros utilizados.

Com a alteração dos parâmetros verifica-se que o MPC privilegia o ajustamento de temperatura interior relativamente ao seu limite, em detrimento da potência consumida.

3.2 Casa com duas divisões

Nesta topologia, optou-se por considerar que a energia que não era totalmente gasta numa determinada hora, é armazenada na hora seguinte em baterias. Numa situação de violação da restrição de potência, ocorrendo um consumo acima dos limites disponíveis, considera-se que o excesso é consumido da rede externa de distribuição de energia ao qual a casa está ligada, sendo esta energia em termos de custos, mais cara 50%.

As Equação 46 e Equação 48 deduzidas no capítulo anterior, representam o modelo termodinâmico de uma casa com duas divisões, serão utilizadas nas simulações deste subcapítulo.

3.2.1 Convergência de temperaturas entre ambas as divisões

Esta simulação tem como objetivo mostrar para um sistema isolado, e sem fornecimento de qualquer tipo de energia para além da armazenada sob a forma de calor, que ambas as divisões tendem para uma temperatura de equilíbrio.

Divisão	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50×10^6	5	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	22
2	50×10^6	5	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	20

Tabela 3 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.2.1

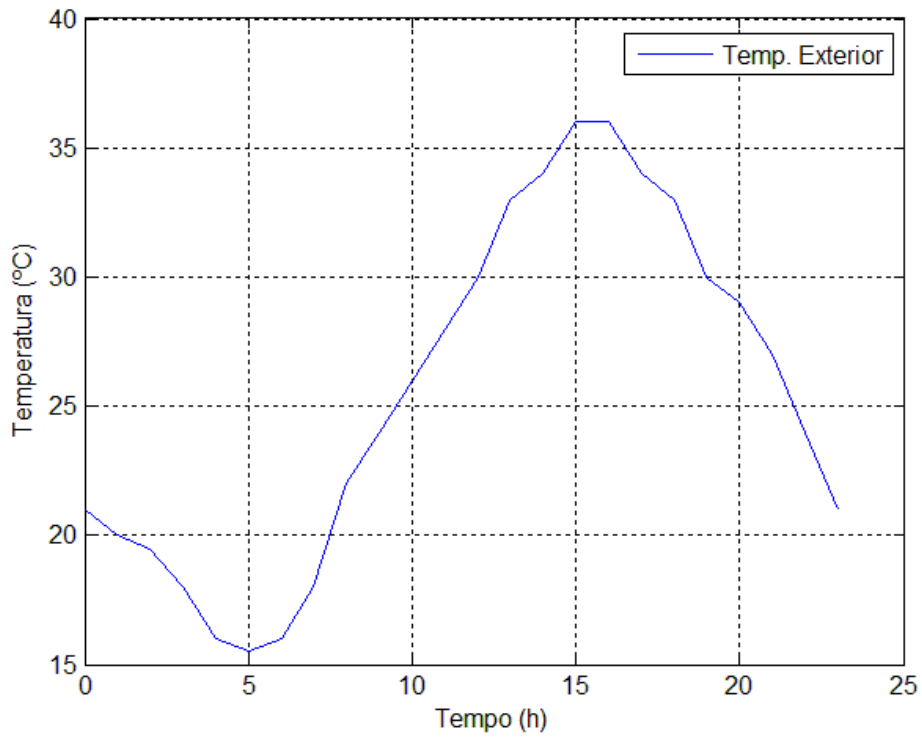


Figura 17 - Temperatura exterior da habitação 3.2.1

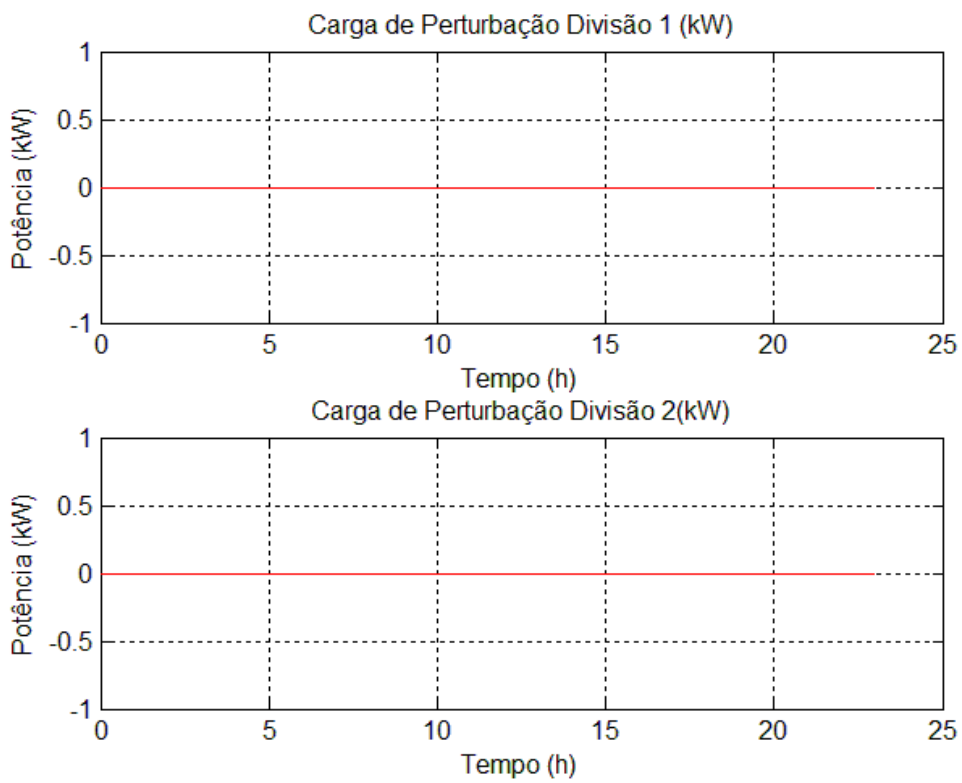


Figura 18 - Característica de perturbação do sistema 3.2.1

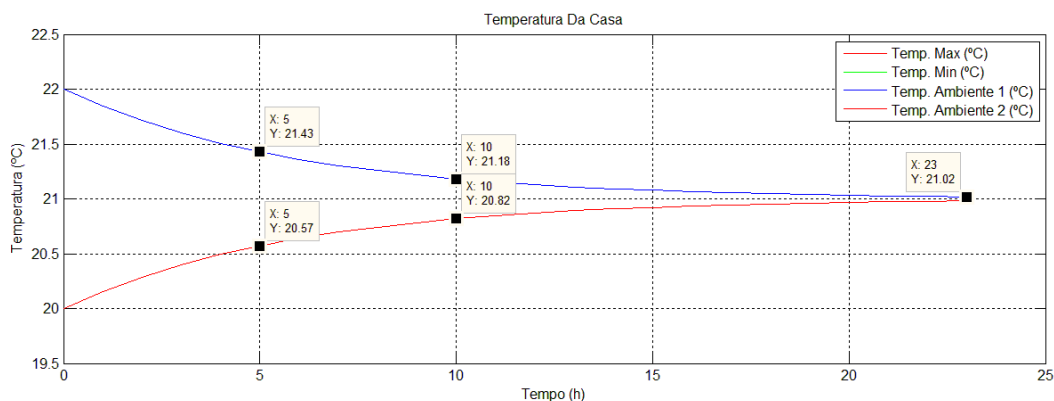


Figura 19 - Temperatura interior da habitação 3.2.1

Como esperado, tendo um valor elevado de resistência entre cada divisão com o meio exterior, e uma baixa resistência da parede intermédia entre ambas as divisões, observa-se uma tendência para que ambas as temperaturas interiores das divisões se encontrem num ponto de equilíbrio, e dadas as características da Tabela 3, tendem para um ponto de equilíbrio e o valor médio entre as duas temperaturas iniciais.

3.2.2 Restrições de Potência em destaque

Esta simulação tem por objetivo mostrar como funciona o sistema de armazenamento de energia. Foram atribuídos maiores penalizações à violação dos limites de potência, do que à violação dos limites de conforto térmico.

Ambas as divisões partilham a mesma fonte de potência, tendo a primeira divisão prioridade de acesso, e a segunda fica limitada a energia remanescente.

Divisão	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	$9,2 \times 10^3$	10	1000	2	22
2	50	5	$9,2 \times 10^3$	10	1000	2	22

Tabela 4 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.2.2

Nota: A temperatura exterior é igual à simulação anterior.

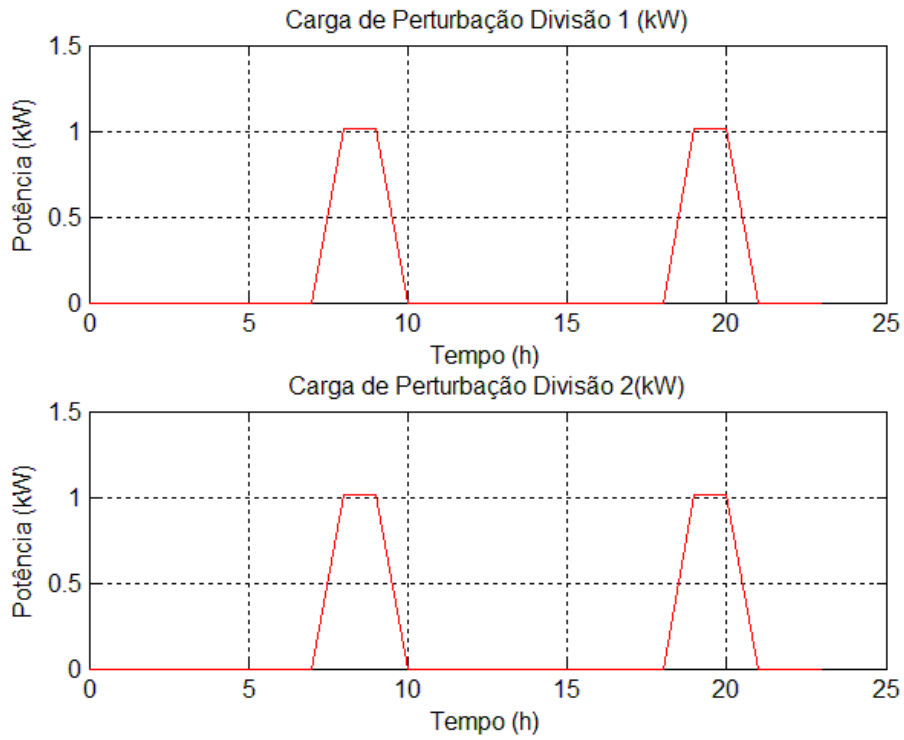


Figura 20 - Característica de perturbação do sistema 3.2.2

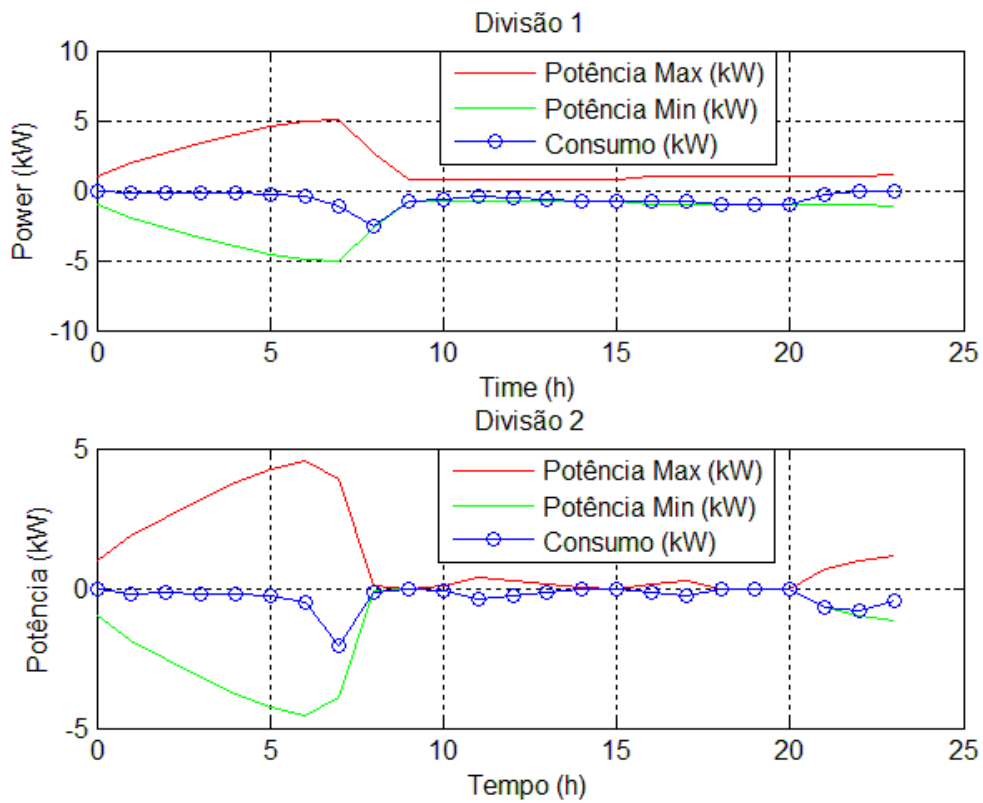


Figura 21 - Energia consumida 3.2.2

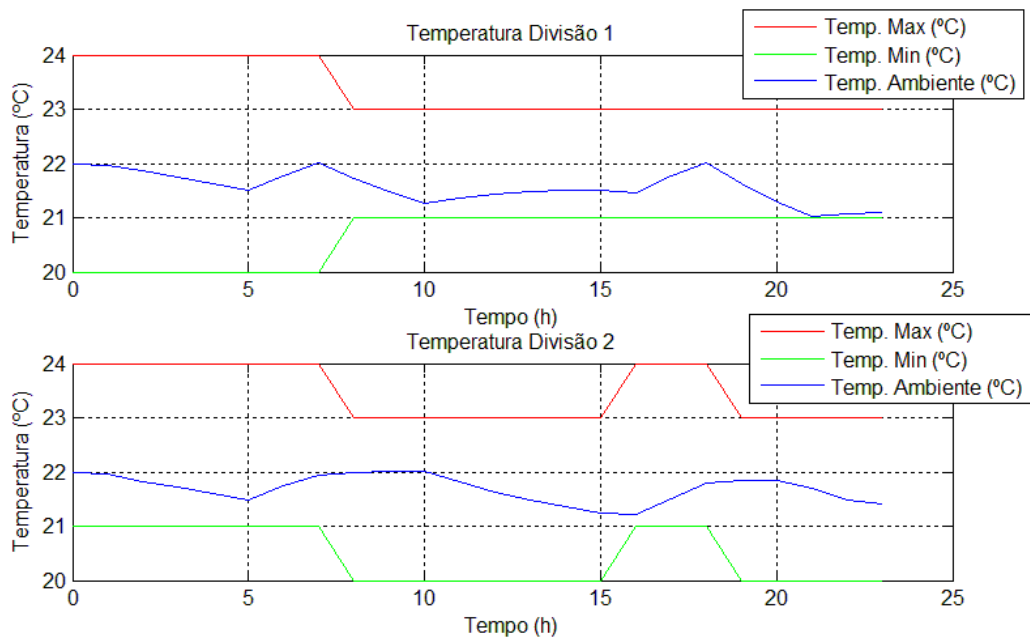


Figura 22 - Temperatura interior da habitação 3.2.2

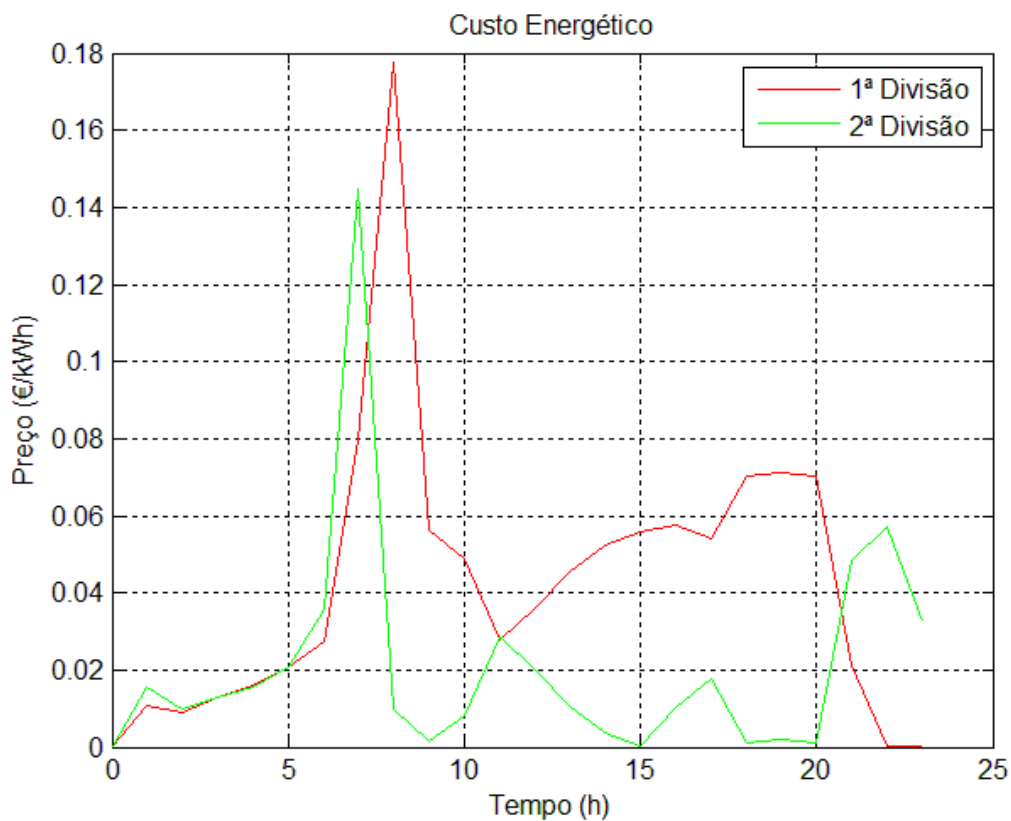


Figura 23 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.2.2

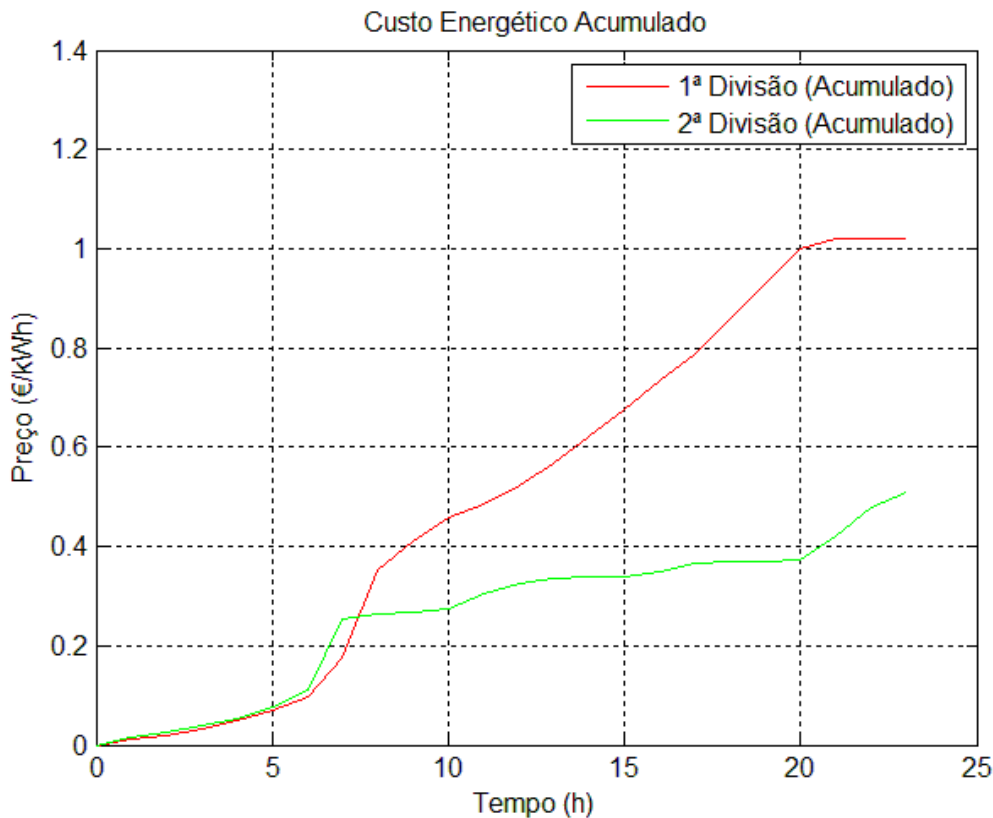


Figura 24 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.2.2

O custo total em energia consumida por cada divisão foi:

- Divisão 1: 1,02 €/24h
- Divisão 2: 0,51 €/24h

Nesta simulação pode-se verificar que ambas as divisões respeitam os limites de potência impostos. De início verifica-se um aumento considerável da energia armazenada, devido a ambos os controladores usarem muito pouca energia disponível. Mas assim que o controlador da primeira divisão dá ordem de consumo no limite das restrições de máximos e mínimos, verifica-se que energia restante para uso na segunda divisão fica limitada a um valor nulo.

Apesar de se estar a privilegiar os baixos consumos energéticos em detrimento do conforto, verifica-se que ainda assim o MPC encontra soluções que ao nível da temperatura interior, ambas as divisões respeitaram os limites impostos de conforto térmico.

A nível de custos, verifica-se picos entre as 7 e as 8 horas, que analisando o gráfico evolutivos dos custos em conjunto com o gráfico de potência consumida ao longo do dia, verifica-se que nesse mesmo período a energia gasta tem picos de consumo consideráveis.

3.2.3 Restrição de temperatura em destaque

Esta simulação é dada um maior destaque às restrições de conforto de temperatura, fazendo isso por atuar nas penalizações de violação de conforto em cada MPC, atribuído um valor muito superior a esta penalização comparativamente com a penalização de violação de limites de potência.

Divisão	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	9,2x10 ³	1000	10	2	22
2	50	5	9,2x10 ³	1000	10	2	22

Tabela 5 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.2.3

Nota: A temperatura exterior igual à simulação 3.2.1

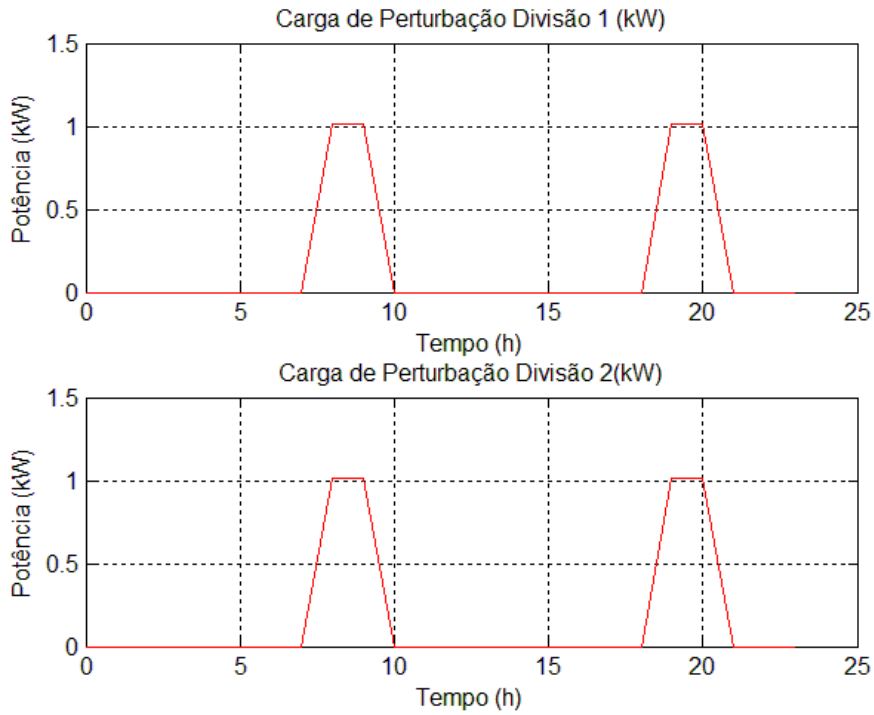


Figura 25 - Característica de perturbação do sistema 3.2.3

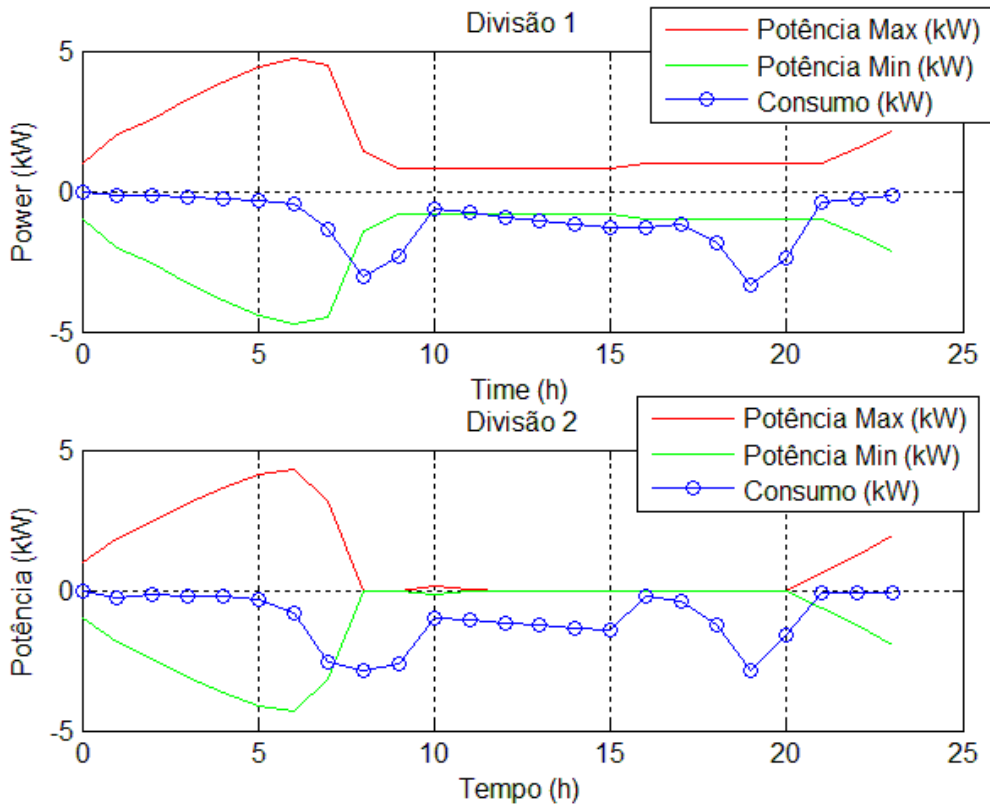


Figura 26 - Energia consumida 3.2.3

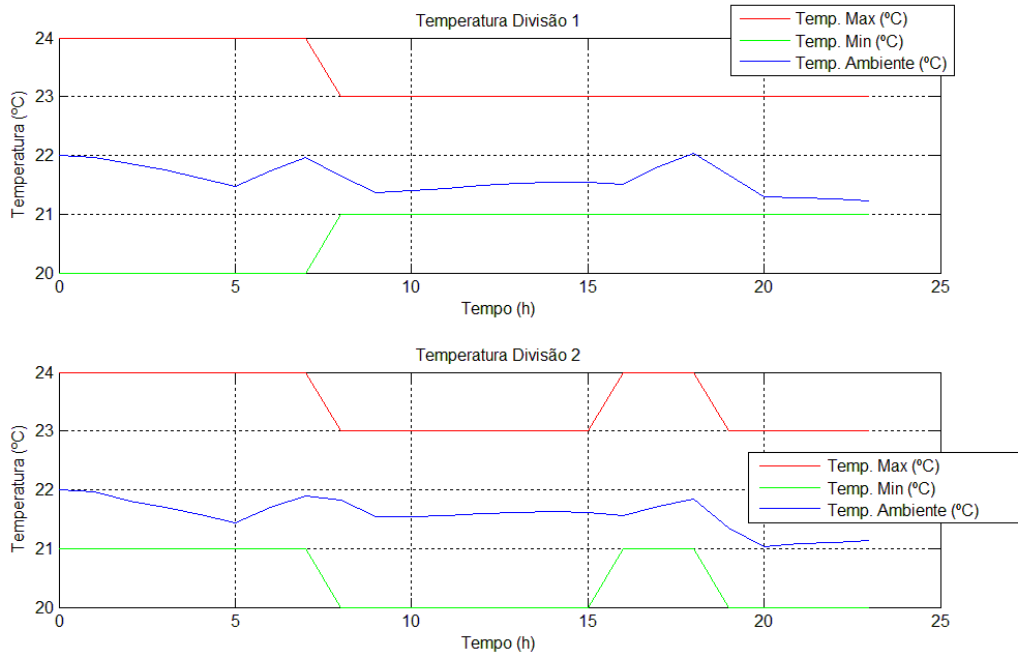


Figura 27 - Temperatura interior da habitação 3.2.3

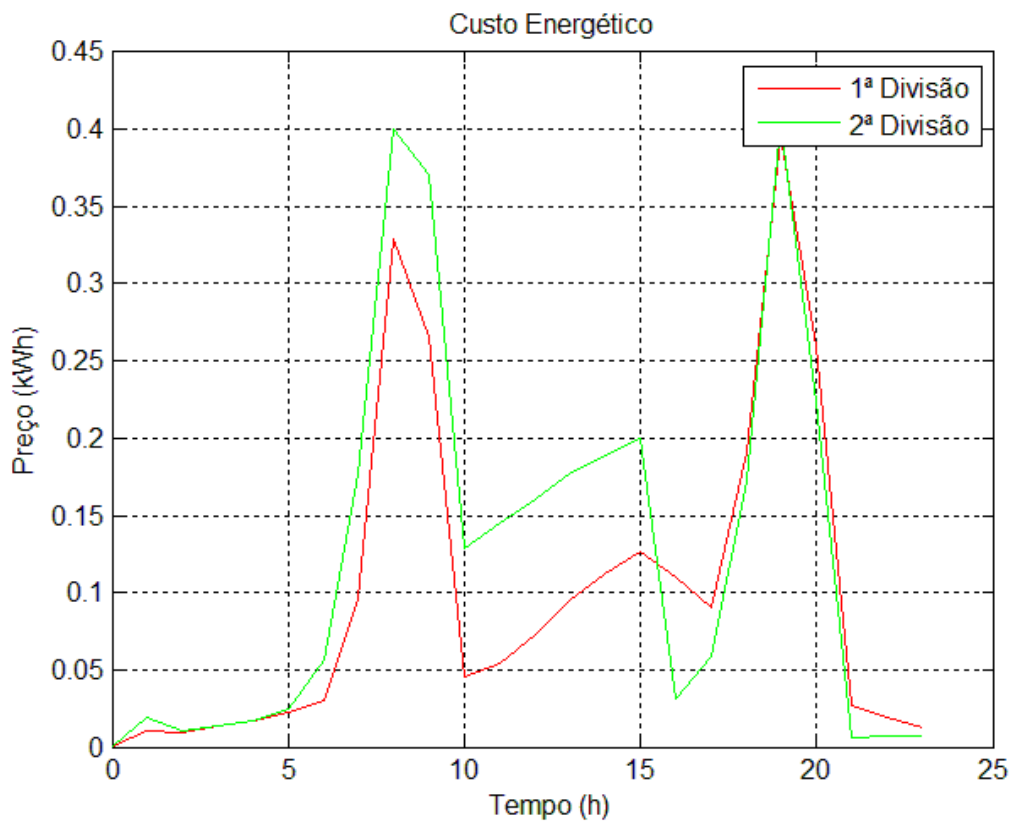


Figura 28 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.2.3

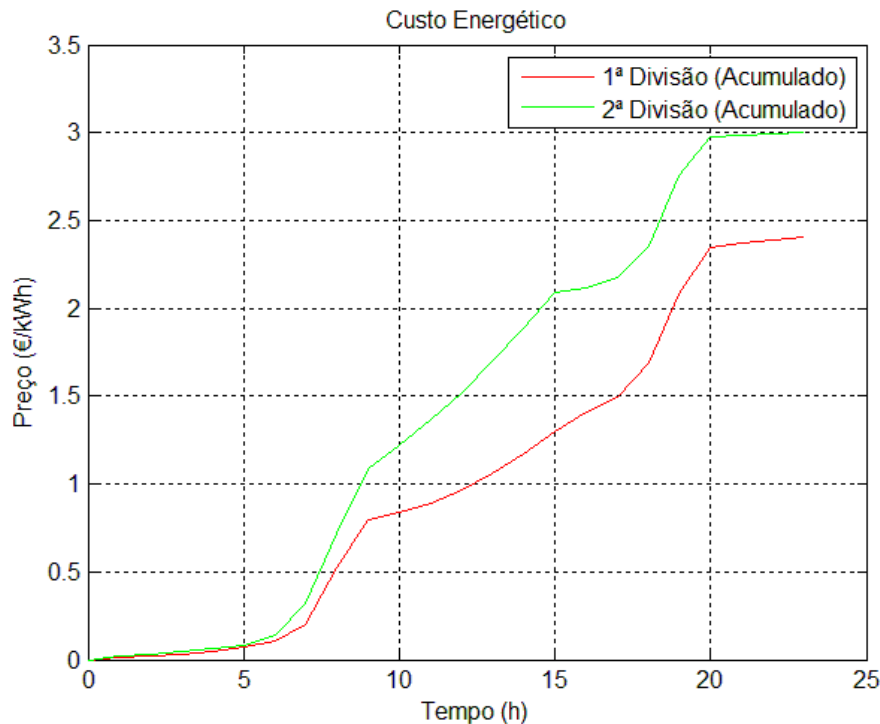


Figura 29 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.2.3

O custo total em energia consumida por cada divisão foi:

- Divisão 1: 2,40 €/24h
- Divisão 2: 3,00 €/24h

É notório o consumo fora dos limite de potência disponíveis, isto deve-se a este ser pouco penalizado na funcional de custo. O MPC da primeira divisão esgota por diversas vezes toda a potência disponível, o que leva a um consumo extraordinário para respeitar as restrições por parte do segundo MPC.

Ao nível da temperatura, ambos os MPC respeitam os limites impostos. De uma forma comparativa com a simulação anterior (3.2.2), mantêm uma maior estabilidade da temperatura interna de ambas as divisões, não estando estas tão próximas dos limites de conforto térmico estipulados.

Estando os custos energéticos, associados ao consumo de energia, esta configuração dos MPC apresenta um maior custo económico, e mais uma vez esse custo tem máximos coincidentes com os picos de perturbações em ambas as divisões, os custos montantes totais no fim de um dia, comparativamente com a simulação anterior (3.2.2) é 353% superior.

3.2.4 Restrição de Temperatura no MPC1 e Potência no MPC2 em destaque

Esta simulação tem por objetivo estudar o comportamento dos dois MPC quando estes têm diferentes penalizações para diferentes restrições. Assim, foi atribuído uma maior penalização à violação da restrição de temperatura no primeiro MPC, e o segundo MPC tem uma maior penalização da restrição de potência.

Divisão	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	$9,2 \times 10^3$	1000	10	2	22
2	50	5	$9,2 \times 10^3$	10	1000	2	22

Tabela 6 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.2.4

Nota: A temperatura exterior igual à simulação 3.2.1

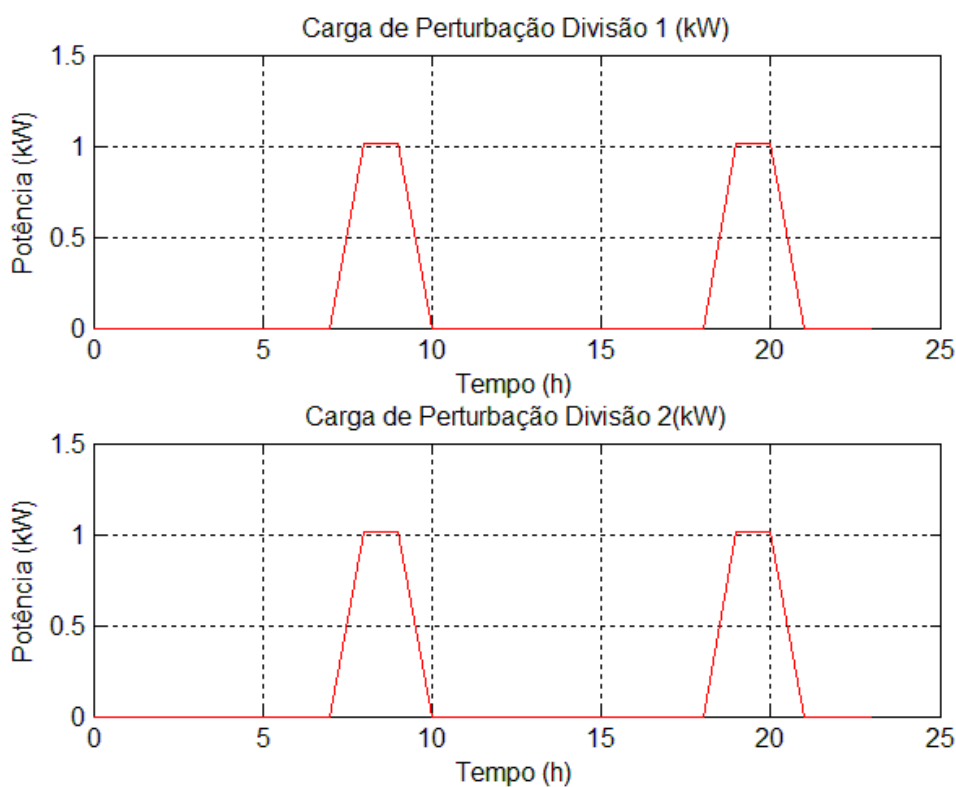


Figura 30 - Característica de perturbação do sistema 3.2.4

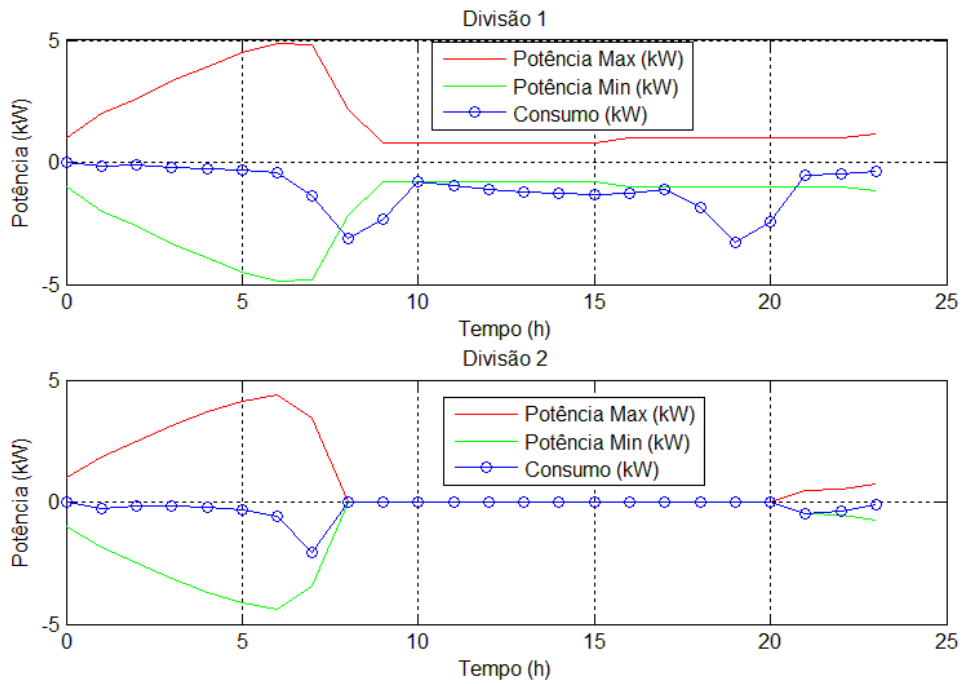


Figura 31 - Energia consumida 3.2.4

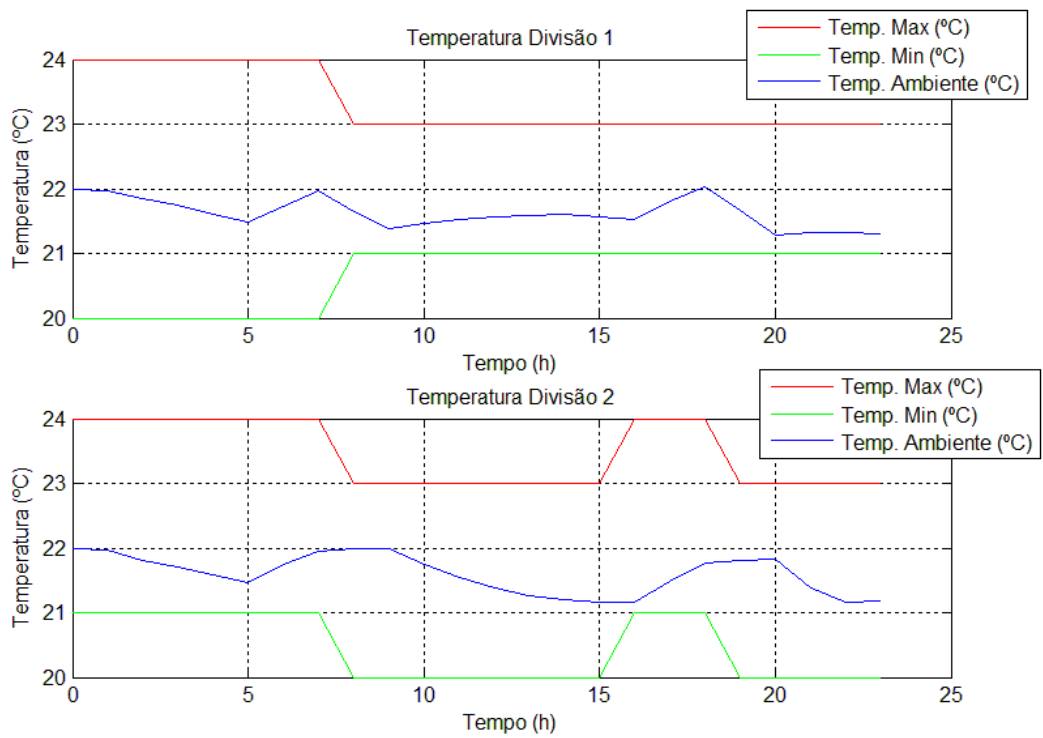


Figura 32 - Temperatura interior da habitação 3.2.4

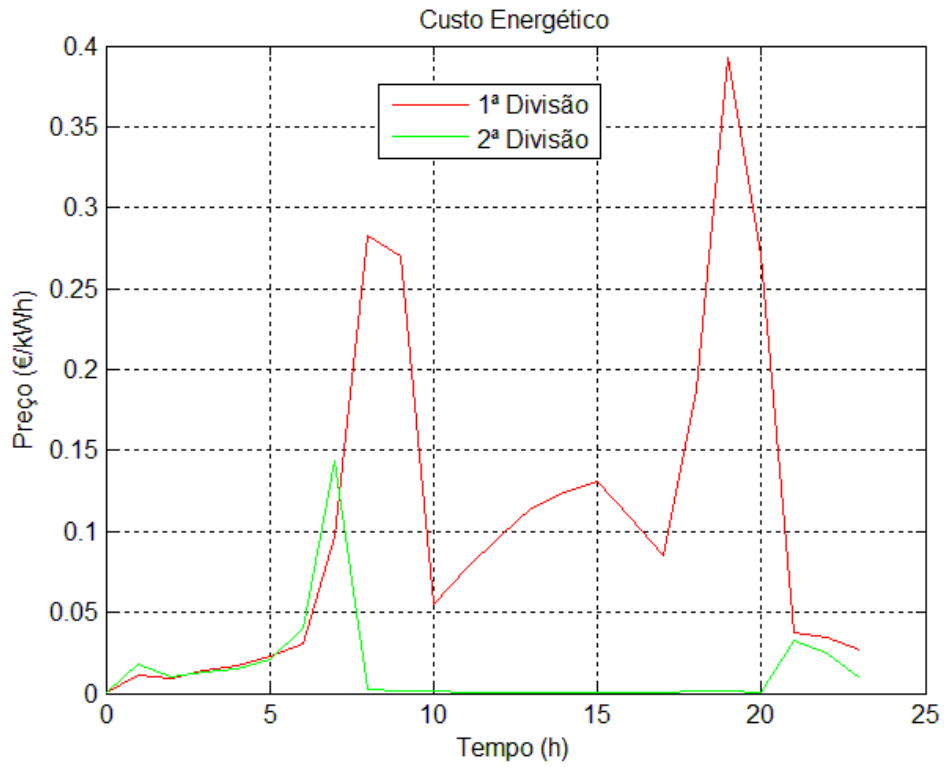


Figura 33 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.2.4

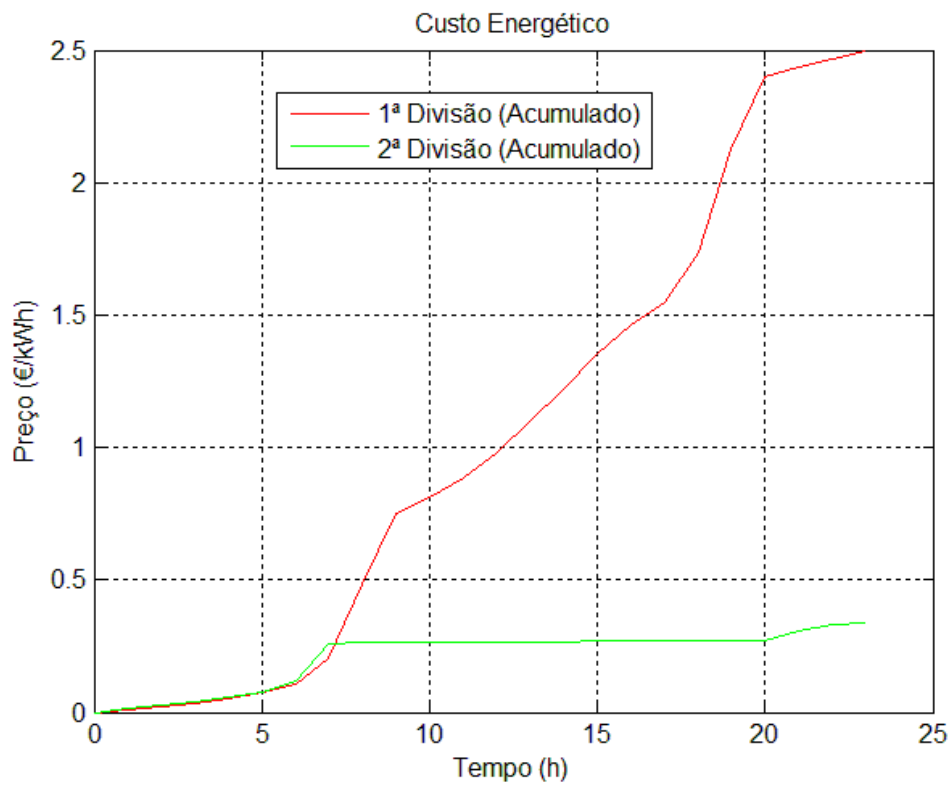


Figura 34 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.2.4

O custo total em energia consumida por cada divisão foi:

- Divisão 1: 2,50 €/24h
- Divisão 2: 0,34 €/24h

A gráfico da energia consumida evidência uma diferença entre penalizações por violação os limites de potência disponível. No primeiro MPC, verifica-se muitas vezes um consumo extraordinário, enquanto o segundo MPC quando não existe potência disponível, não consome.

A nível de temperaturas internas de cada divisão, verifica-se que ambas as divisões conseguem respeitar as restrições de conforto térmico impostas. Observa-se no entanto uma maior dificuldade no segundo MPC em cumprir com as restrições de potência, isto deve-se ao facto de ter prioridade em cumprir com as restrições de potência, com pouca ou quase nenhuma energia disponível.

Os custos nesta configuração, para a divisão 2, apresentam uma quebra considerável comparativamente com a simulação anterior (3.2.3), de aproximadamente menos 882%, e comparando com a simulação (3.2.2), menos 150%.

3.2.5 Igualdade de penalizações nas violações das restrições

Esta simulação os MPC foram configurados para terem as mesmas penalizações para as violações das restrições de potência e conforto térmico.

Divisão	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	22
2	50	5	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	22

Tabela 7 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.2.5

Nota: A temperatura exterior igual à simulação 3.2.1

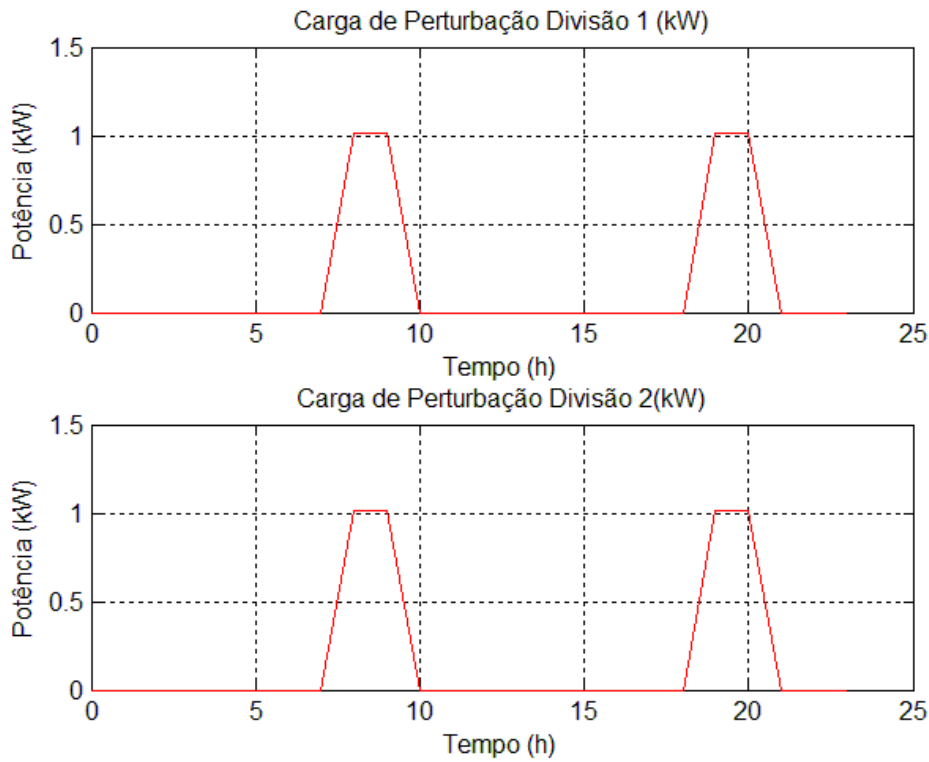


Figura 35 - Característica de perturbação do sistema 3.2.5

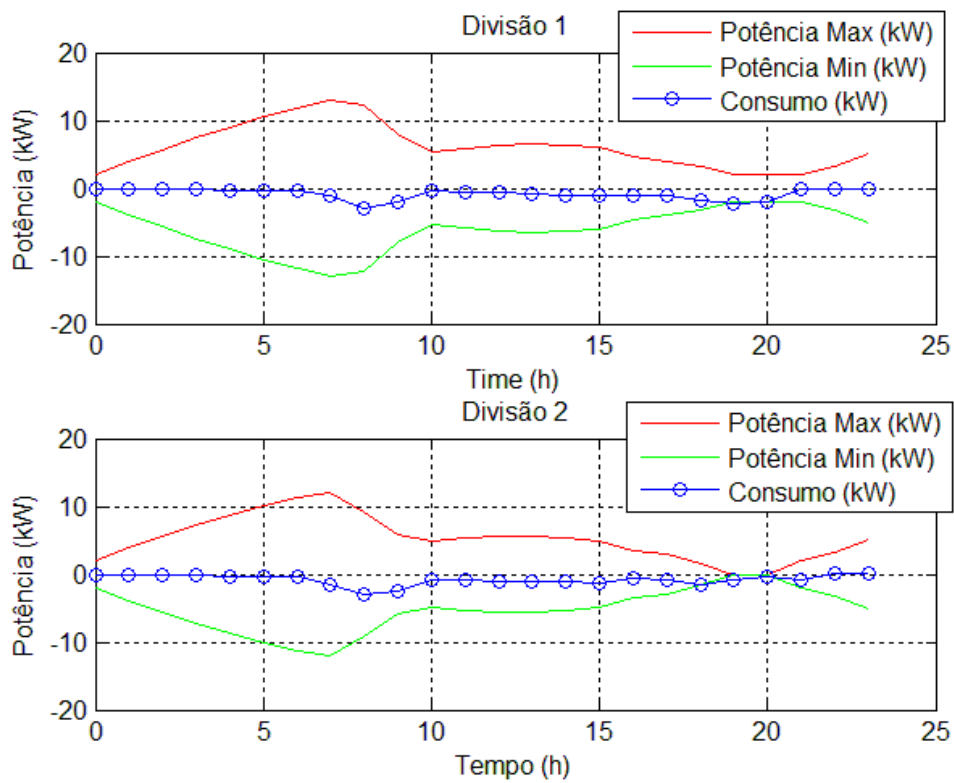


Figura 36 - Energia consumida 3.2.5

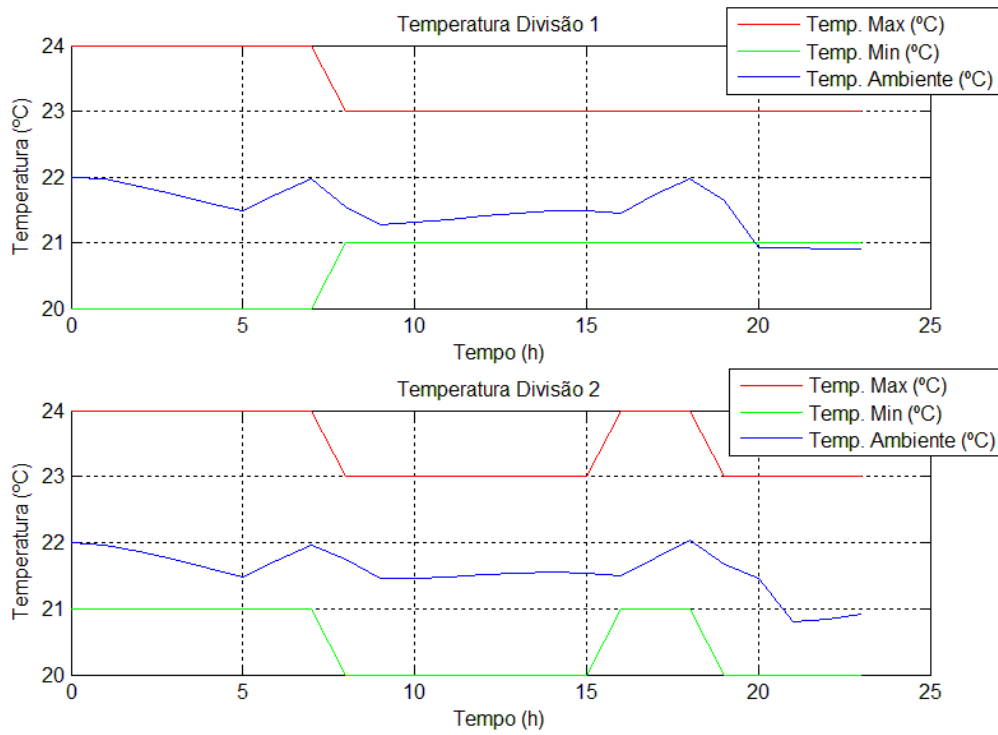


Figura 37 - Temperatura interior da habitação 3.2.4

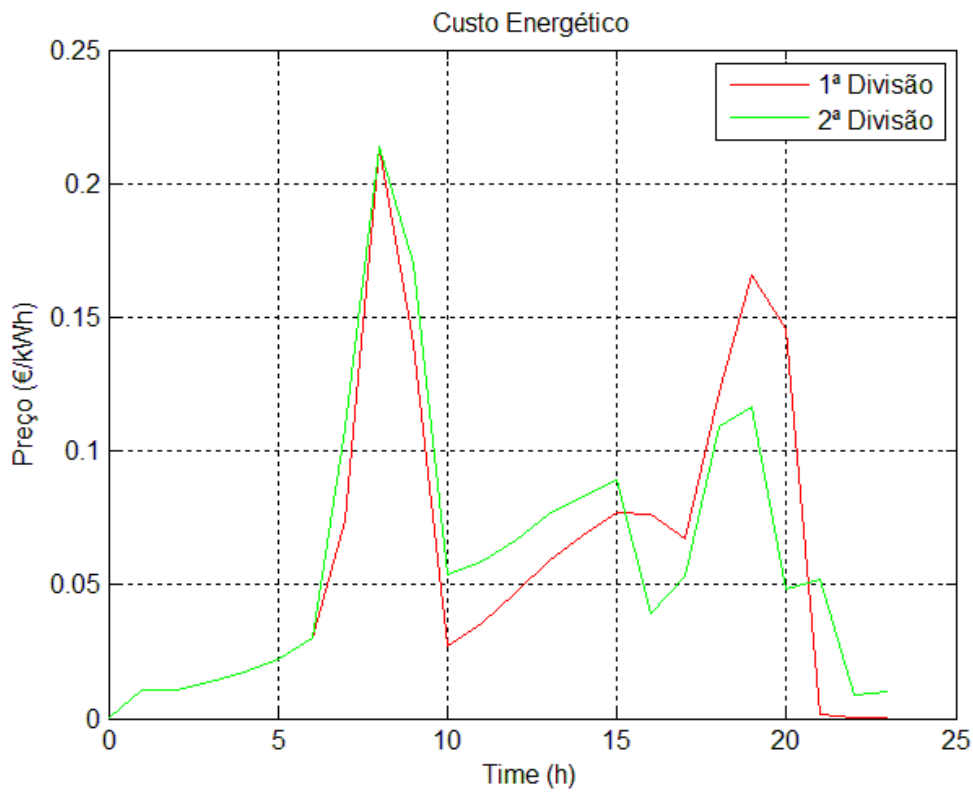


Figura 38 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.2.5

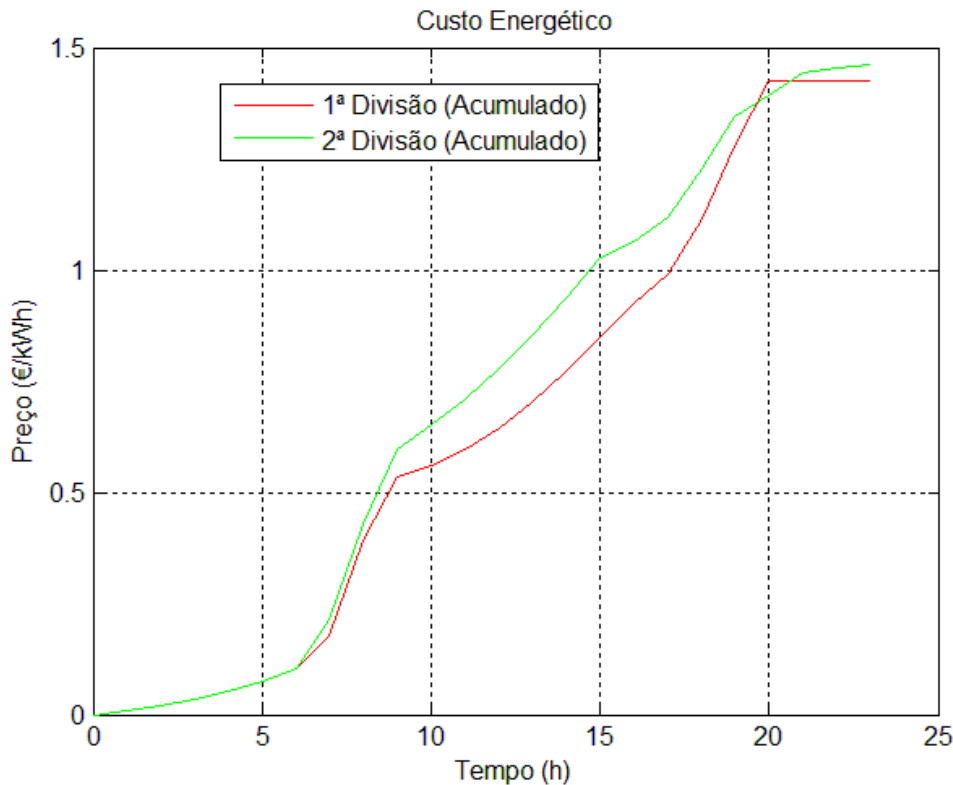


Figura 39 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.2.5

O custo total em energia consumida por cada divisão foi:

- Divisão 1: 1,43 €/24h
- Divisão 2: 1,46 €/24h

Analisando o gráfico de energia consumida, observa-se que ambos os MPC apresentam comportamentos equilibrados no uso de energia, tendo maioritariamente mais consumos dentro dos limites impostos, do que fora dos limites. Apenas não respeita os limites quando estes são nulos no caso do segundo MPC.

Ambas as restrições de conforto térmico, tanto no primeiro como no segundo MPC, são respeitadas. Existe uma pequena violação dos limites no fim do dia no primeiro MPC.

A nível de custos, verifica-se uma quebra nas amplitudes máximas registadas ao longo do dia, comparativamente com as simulações (3.2.3 e 3.2.4). A nível de custos no total das divisões, esta configuração apresenta um aumento de 188% comparativamente

com a configuração em 3.2.2, e menos 53% e mais 1% comparativamente com a configuração 3.2.3 e 3.2.4 respetivamente.

3.3 Duas casas com a mesma fonte de energia

Neste subcapítulo será estudado o comportamento de cada MPC, dois deles associados à primeira casa (igual à casa simulada no subcapítulo anterior 3.2), o terceiro MPC está associado à segunda casa com apenas uma divisão.

Considerou-se que ambas as habitações partilham a mesma fonte limitada de energia. Que existe um sistema de armazenamento de energia que permite que esta quando não consumida numa determinada hora, esteja disponível na hora seguinte. Caso os limites de energia sejam ultrapassados, o excesso consumido, será penalizado para efeitos de custos em mais 50%.

A temperatura exterior, usada em todas as seguintes simulações do subcapítulo 3.3, é igual a temperatura exterior usada na simulação 3.1.1 (Figura 9 - Temperatura exterior da habitação 3.1.1)

As Equação 46 e Equação 48 deduzidas no capítulo anterior, representam o modelo termodinâmico de uma casa com duas divisões, e a Equação 29 que representa a termodinâmica de uma casa com uma divisão, serão utilizadas nas simulações deste subcapítulo.

3.3.1 Restrições de potência em destaque

Com um recurso limitado de energia disponível, esta simulação tem por objetivo estudar o comportamento de múltiplos agentes num ambiente de partilha de recursos energéticos limitados.

Os parâmetros de configuração de cada MPC são os seguintes:

Casa 1 / Divisões	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	$9,2 \times 10^3$	10	1000	2	24
2	50	5	$9,2 \times 10^3$	10	1000	2	24
Casa 2 / Divisão							
1	50	n.a.	$9,2 \times 10^3$	10	1000	2	24

Tabela 8 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.3.1

n.a. – não aplicável

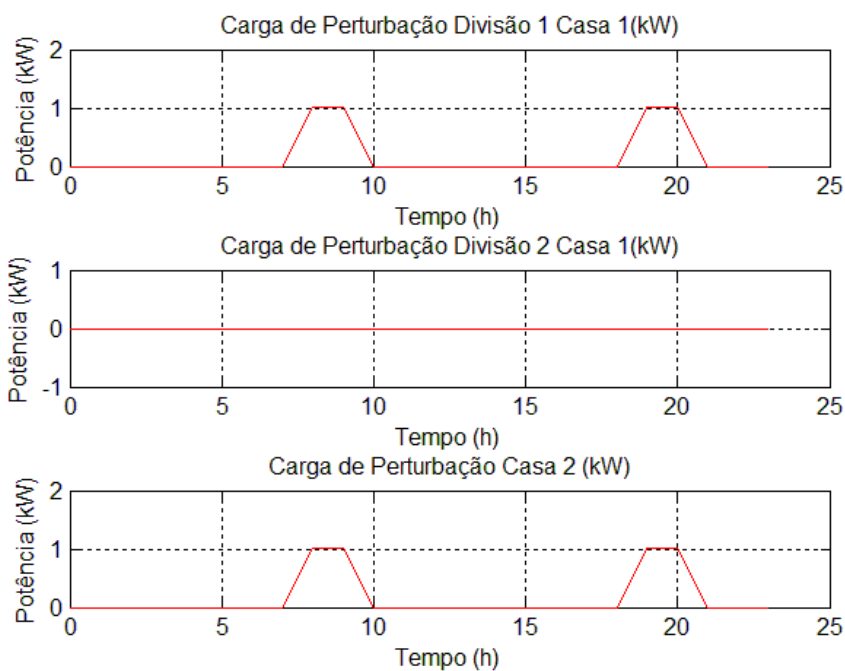


Figura 40 - Característica de perturbação do sistema 3.3.1

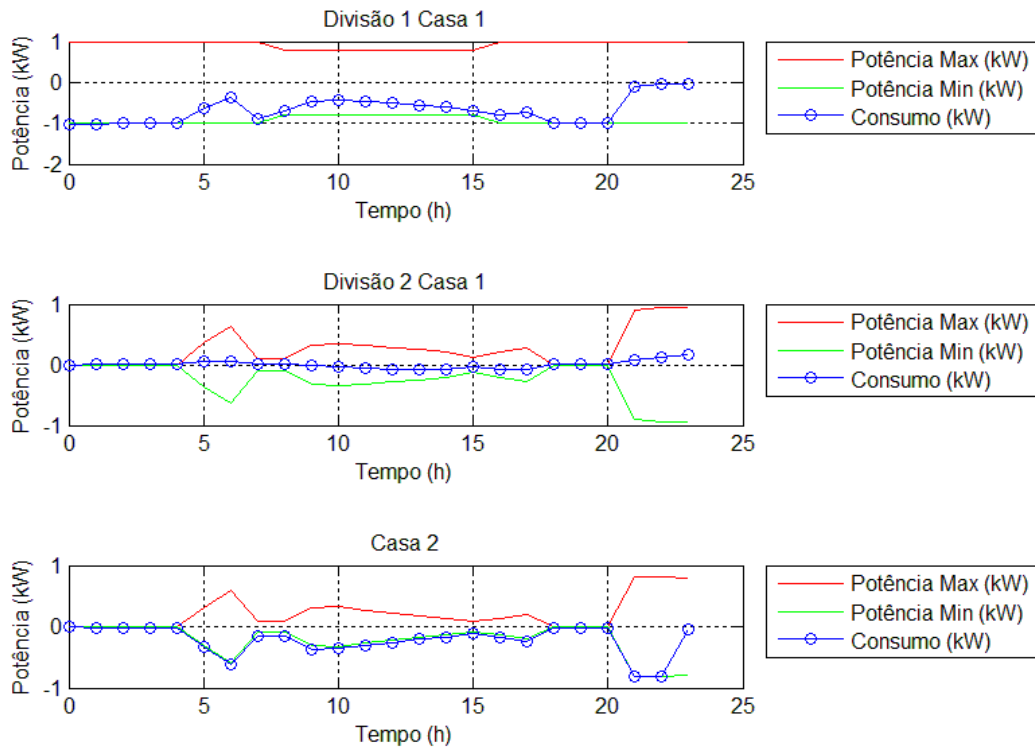


Figura 41 - Energia consumida 3.3.1

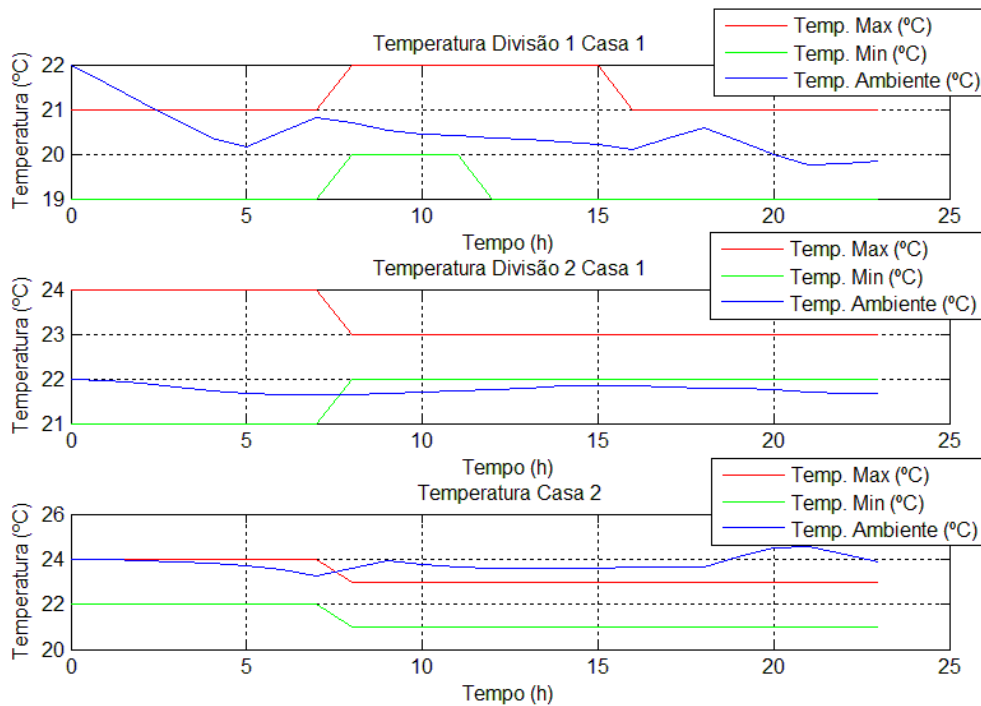


Figura 42 - Temperatura interior da habitação 3.3.1

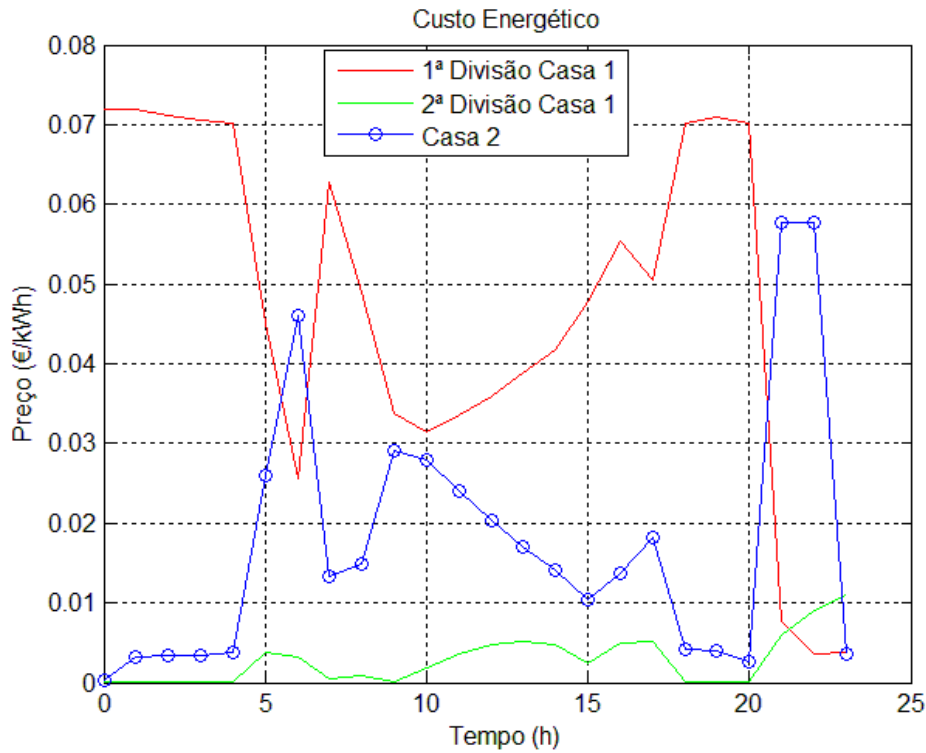


Figura 43 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.1

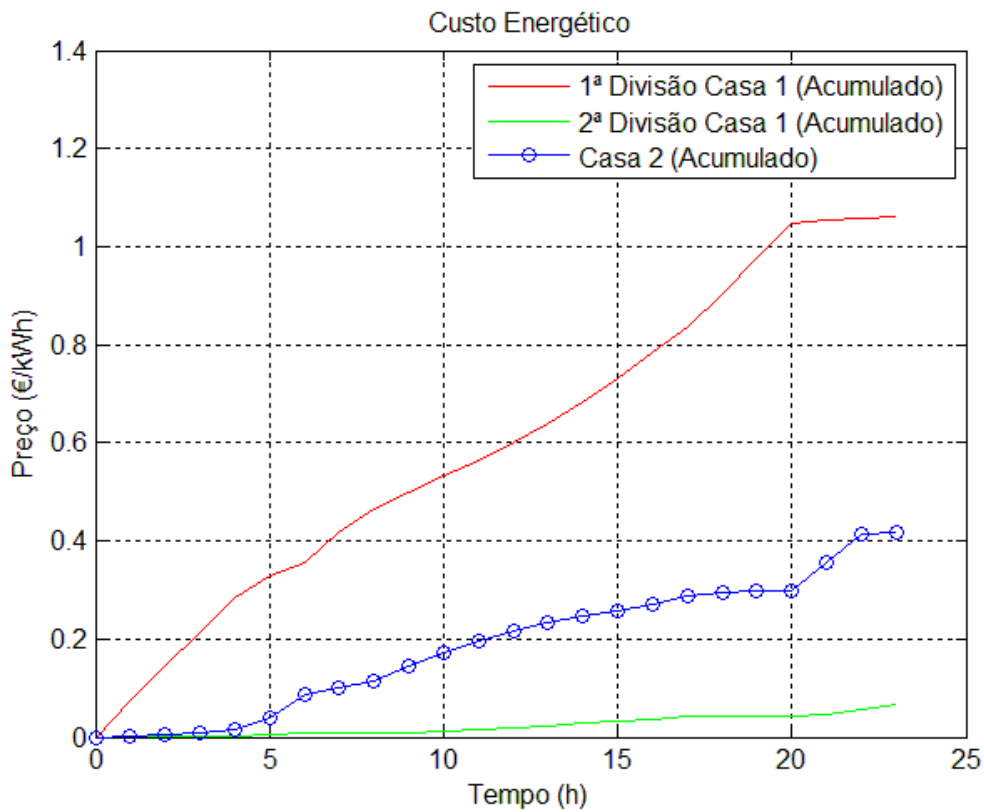


Figura 44 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.1

O custo total em energia consumida por cada divisão foi:

- Divisão 1 Casa 1: 1,06 €/24h
- Divisão 2 Casa 1: 0,07 €/24h
- Casa 2: 0,42 €/24h

Com níveis de penalização superiores para as violações de restrição de potência, verifica-se que todos os agentes cumprem relativamente bem os limites impostos. Sendo estas restrições ligeiramente violadas nos períodos em que os níveis de temperatura das divisões se encontram muito fora dos limites de conforto térmico impostos. Nestas situações, o MPC ao resolver o problema de minimização, encontra um ponto ótimo de consumo energético que a nível global do problema a minimizar, permite algum consumo fora das restrições energéticas.

Devido ao facto de existir prioridade no cumprimento das restrições de consumo energético, ocorre um desvio da temperatura de conforto em alguns casos na ordem de 1,5°.

Ao nível de custos energéticos, como a primeira divisão da primeira casa tem prioridade no consumo energético, esta para cumprir a restrição de conforto térmico usa o máximo de energia possível dentro dos limites de consumo energético. O que se traduz em maiores custos de operação com esta divisão relativamente as restantes divisões, em cada casa.

3.3.2 Restrição de conforto em destaque

Esta simulação tem por objetivo estudar o comportamento dos diferentes agentes, quando todos têm como prioridade não violar os limites de conforto térmico impostos.

Os parâmetros de configuração de cada MPC são os seguintes:

Casa 1 / Divisões	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	9,2x10 ³	1000	10	2	22
2	50	5	9,2x10 ³	1000	10	2	22
Casa 2 / Divisão							
1	50	n.a.	9,2x10 ³	1000	10	2	24

Tabela 9 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.3.2

n.a. – não aplicável

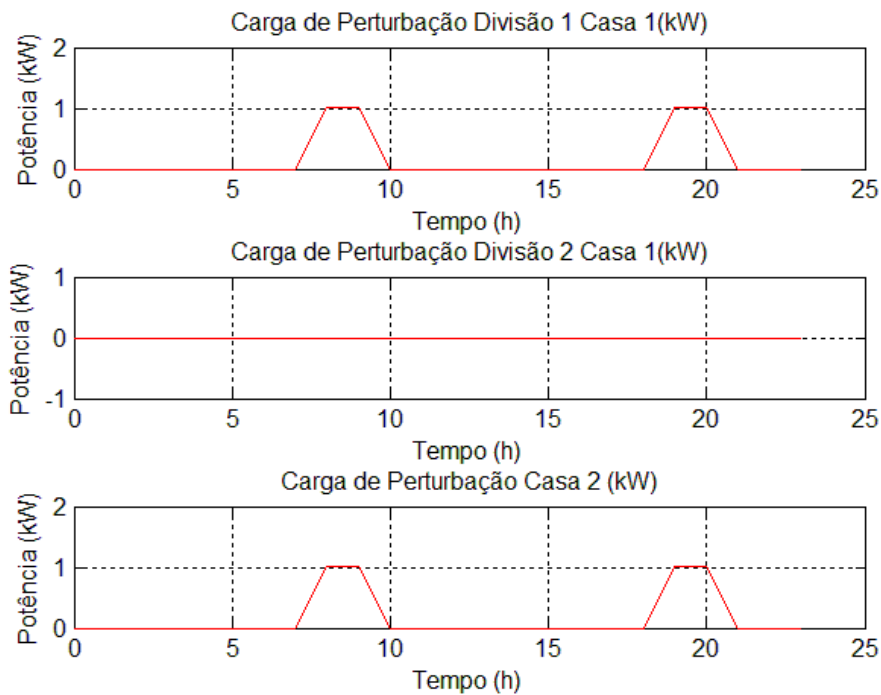


Figura 45 - Característica de perturbação do sistema 3.3.2

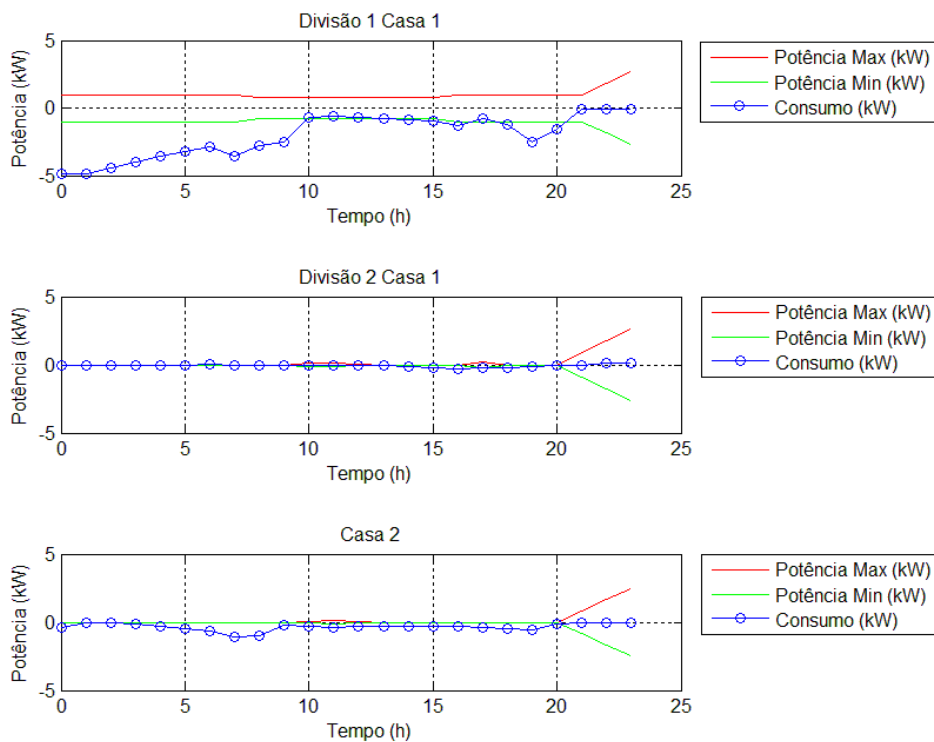


Figura 46 - Energia consumida 3.3.2

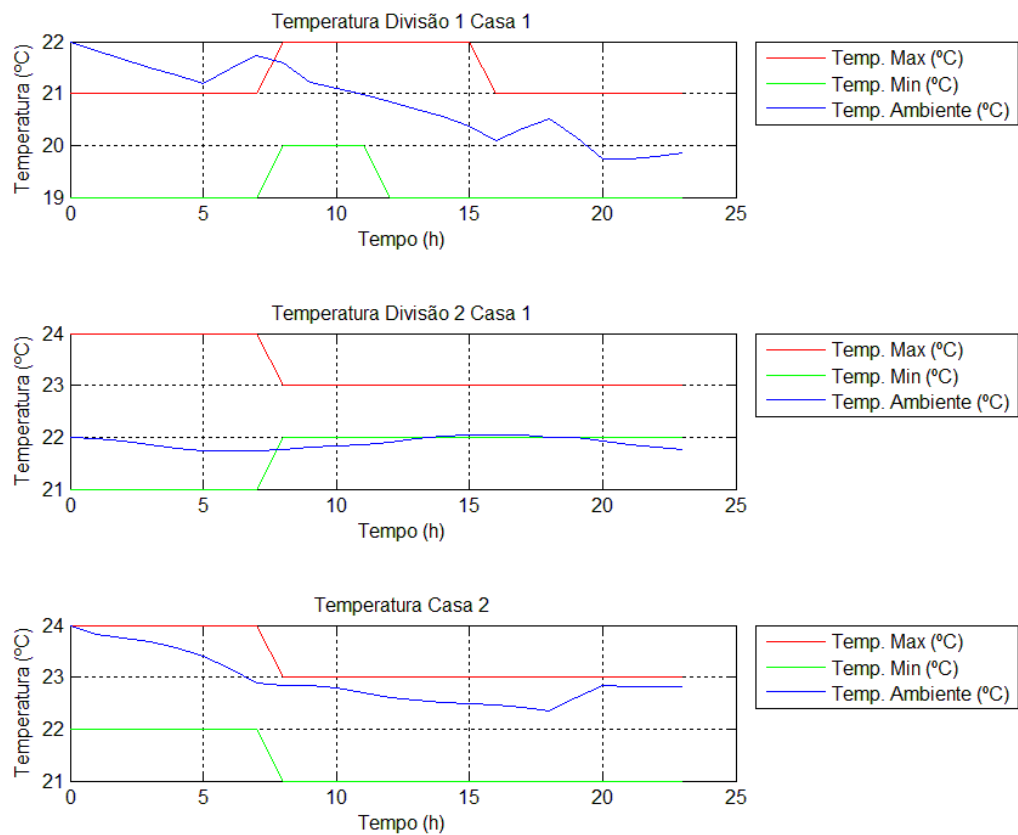


Figura 47 - Temperatura interior da habitação 3.3.2

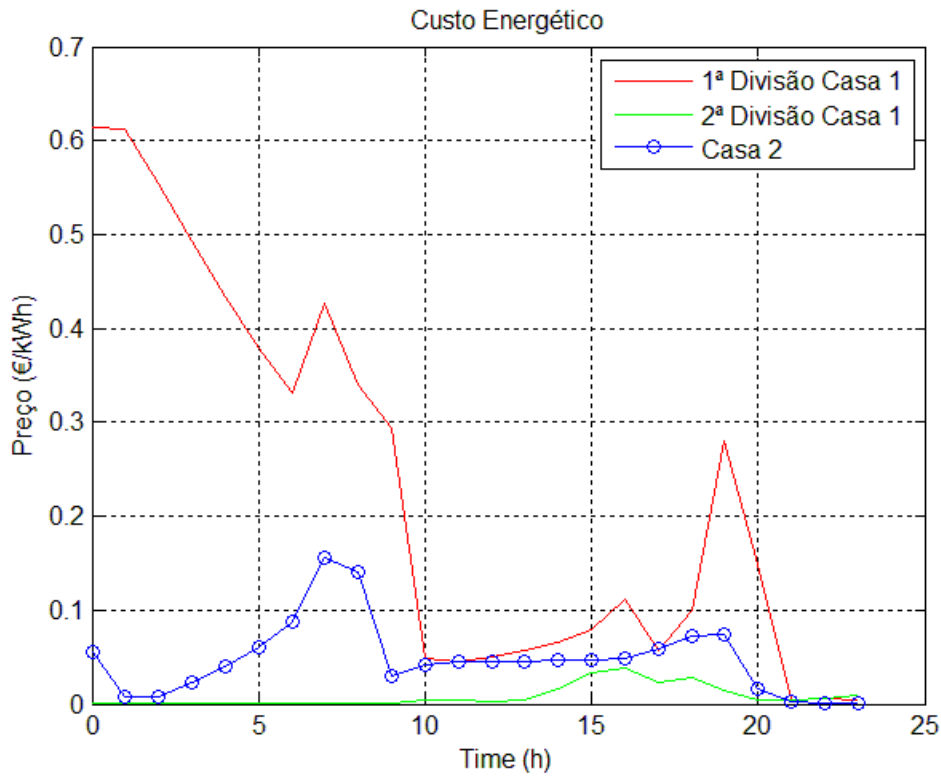


Figura 48 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.2

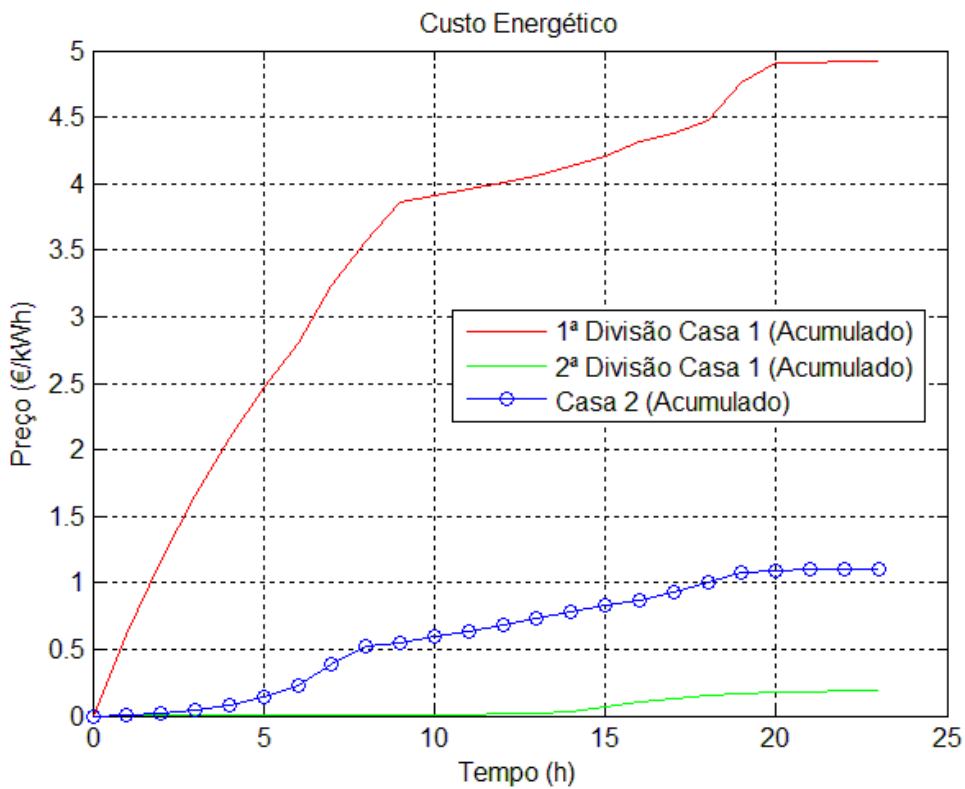


Figura 49 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.2

O custo total em energia consumida por cada divisão foi:

- Divisão 1 Casa 1: 4,92 €/24h
- Divisão 2 Casa 1: 0,20 €/24h
- Casa 2: 1,10 €/24h

Com as violações das restrições de conforto mais penalizadas, observa-se que todos os agentes cumprem relativamente bem os limites impostos. O primeiro MPC (associado á primeira divisão da primeira casa), inicia com um temperatura superior ao limite de conforto térmico, o que o obriga a gastar muita energia para que a temperatura interior da divisão entre nos limites impostos. Isto teve consequências para os restantes agentes no sistema (MPC 2 e 3), porque os deixou com pouca ou nenhuma energia disponível para usarem no controlo do conforto térmico dos seus subsistemas associados.

Ao nível das restrições de energia disponível, verifica-se que o sistema viola muitas vezes os limites impostos, devido à pouca penalização da violação desta restrição, e à configuração destes agentes MPC, como está enunciado acima.

3.3.3 Igualdade de penalizações nas violações das restrições

Com esta simulação pretende-se estudar o comportamento de todos os agentes do sistema, na situação de as penalizações de violação das restrições terem valores iguais.

Os parâmetros de configuração de cada MPC são os seguintes:

Casa 1 / Divisões	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	22
2	50	5	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	22
Casa 2 / Divisão							
1	50	n.a.	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	24

Tabela 10 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.3.3

n.a. – não aplicável

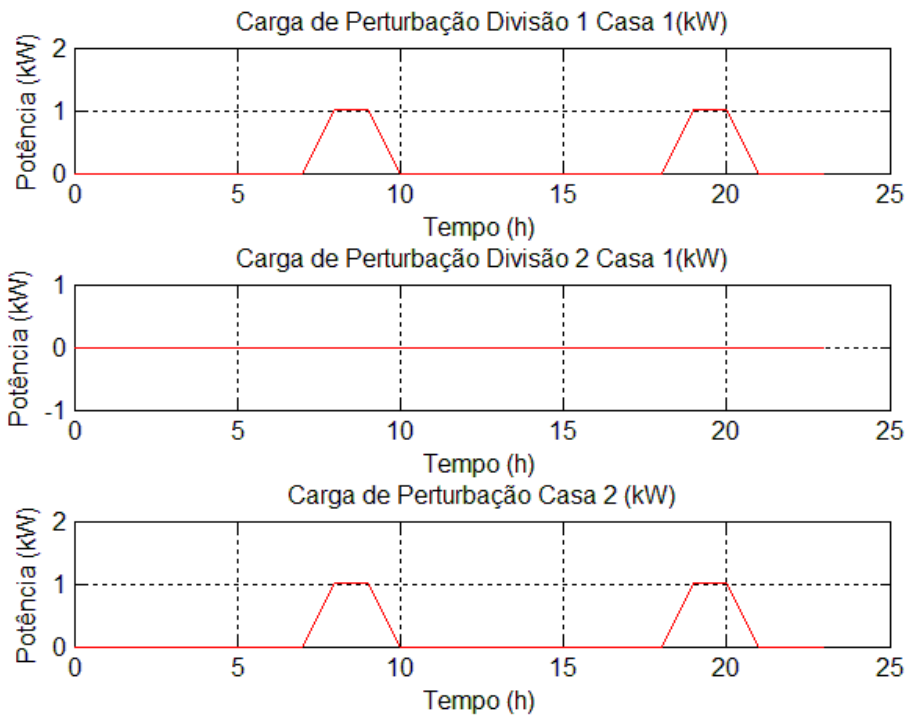


Figura 50 - Característica de perturbação do sistema 3.3.3

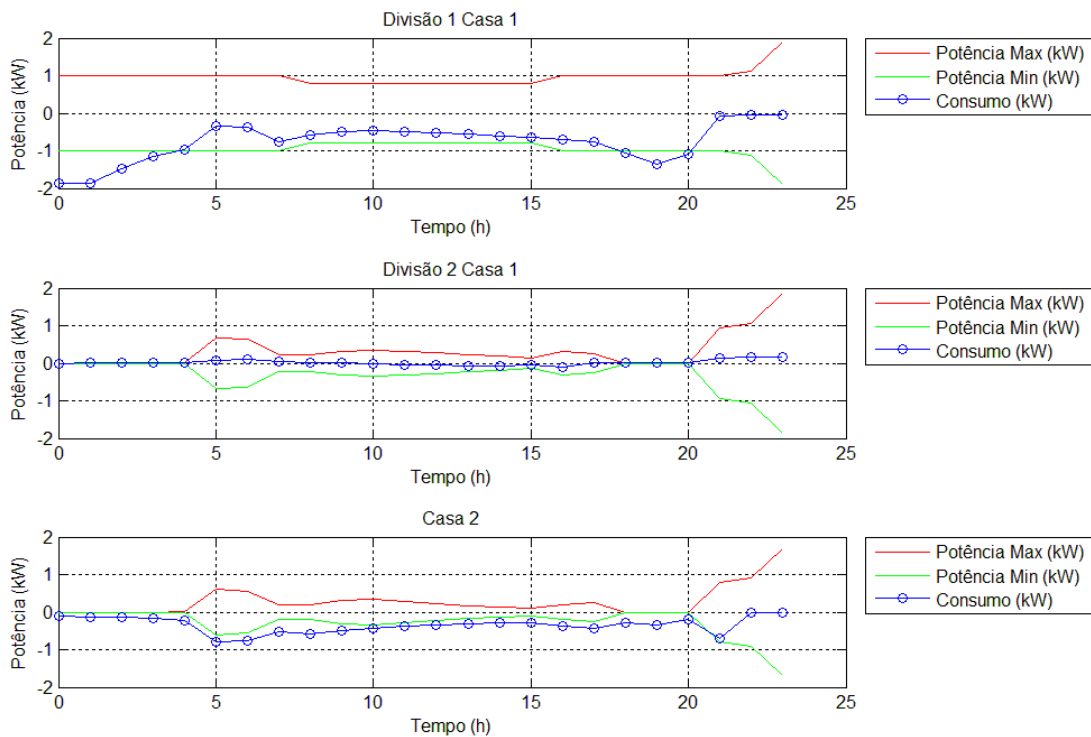


Figura 51 - Energia consumida 3.3.3

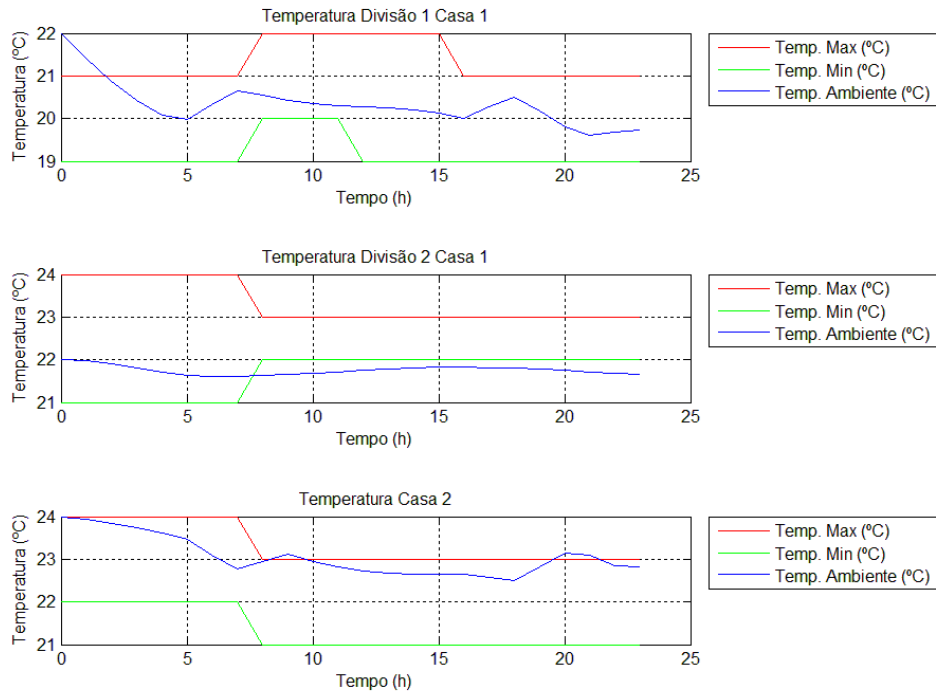


Figura 52 - Temperatura interior da habitação 3.3.3

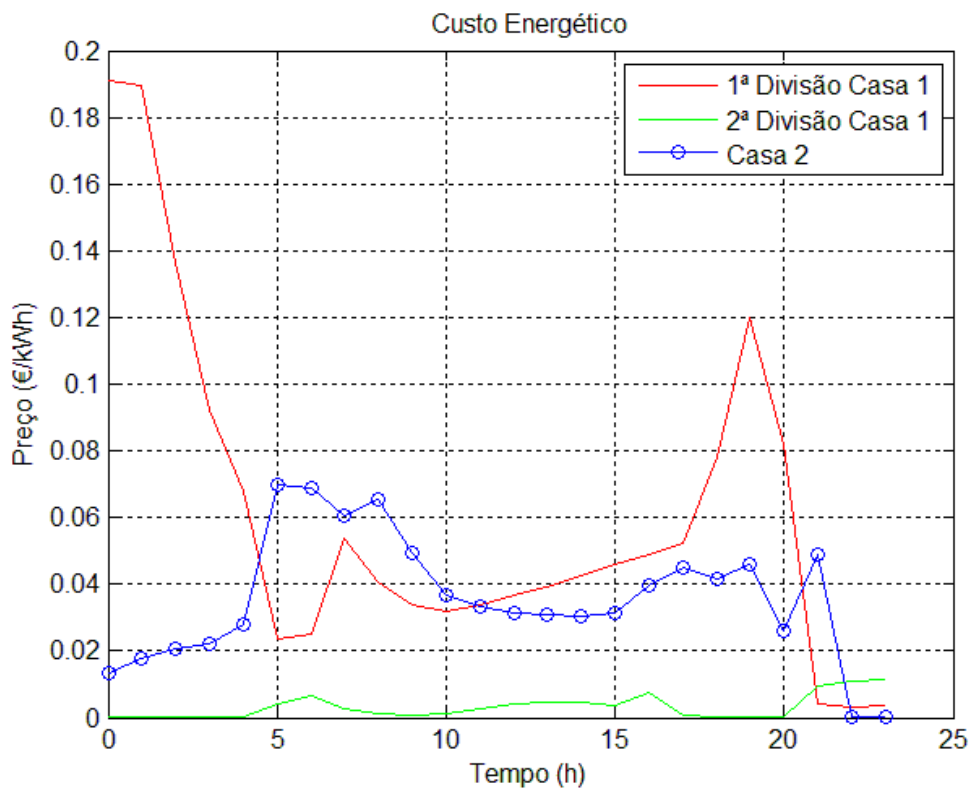


Figura 53 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.3

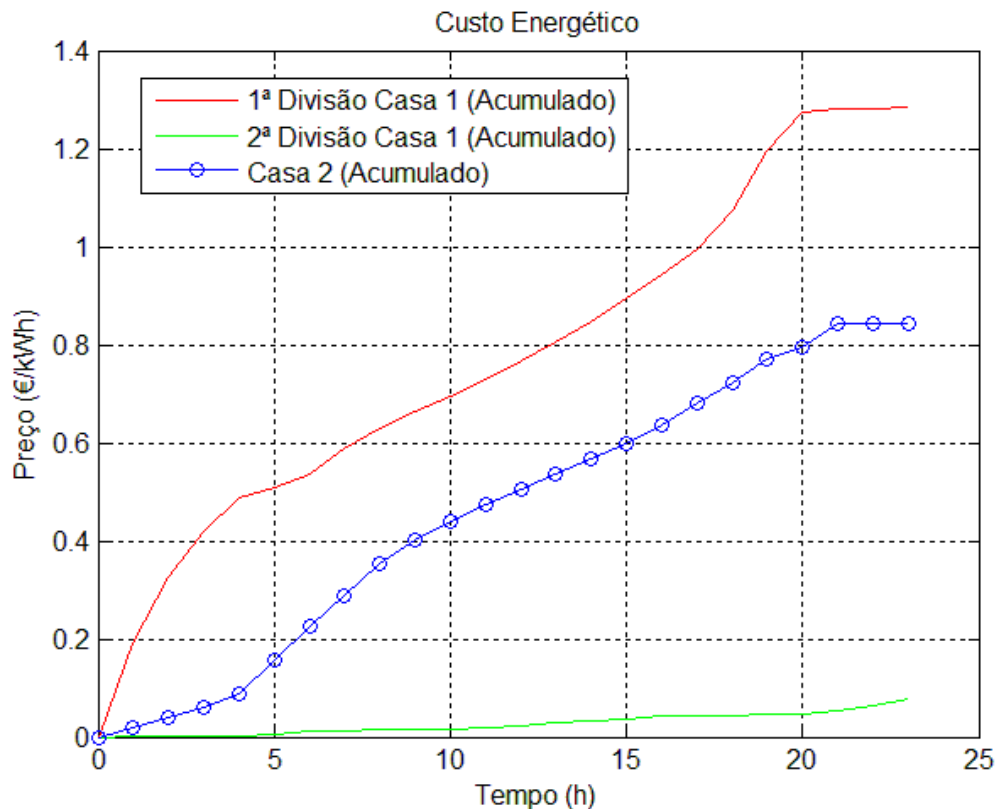


Figura 54 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.3

O custo total em energia consumida por casa divisão foi:

- Divisão 1 Casa 1: 1,29 €/24h
- Divisão 2 Casa 1: 0,08 €/24h
- Casa 2: 0,84 €/24h

Com uma configuração equilibrada de todas as penalizações de restrições dos agentes MPC do sistema, observa-se que ocorrem várias violações das restrições impostas ao sistema, tanto a nível de consumo energético como no limite de conforto de temperatura. Essas violações ocorrem simultaneamente, quando comparando o gráfico de temperaturas e o gráfico de consumo energético, ambas as restrições estão muito próxima ou até mesmo a serem violadas.

Ao nível dos custos energéticos com todos os agentes do sistema, permite observar-se uma queda significativa dos mesmos, aproximadamente de menos 381%,

250% e 130% comparativamente com a configuração 3.3.2 da primeira e segunda divisão da primeira casa e com a segunda casa respetivamente.

As violações de conforto térmico, não chegam a exceder 0,5°, o que tendo em conta a gama de valores exigidos ao sistema é bastante aceitável. Já no caso das violações de restrição de potência, o sistema chega a ter quase 100% a mais de consumo excessivo (mais concretamente no caso da 1ª divisão da Casa número 1). Verificando-se essa grandeza de violação apenas quando o sistema está a inicializar a operação, porque está a tentar baixar a temperatura interior para dentro dos limites de conforto térmico impostos.

3.3.4 Igualdade de penalizações nas violações das restrições com horizonte preditivo de 12 horas

Com esta simulação pretende-se estudar o comportamento de todos os agentes do sistema, na situação de as penalizações de violação das restrições terem valores iguais como na configuração 3.3.3, mas com um horizonte preditivo menor (12 horas).

Os parâmetros de configuração de cada MPC são os seguintes:

Casa 1 / Divisões	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	9,2x10 ³	100	100	2	22
2	50	5	9,2x10 ³	100	100	2	22
Casa 2 / Divisão							
1	50	n.a.	9,2x10 ³	100	100	2	24

Tabela 11 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.3.4

n.a. – não aplicável

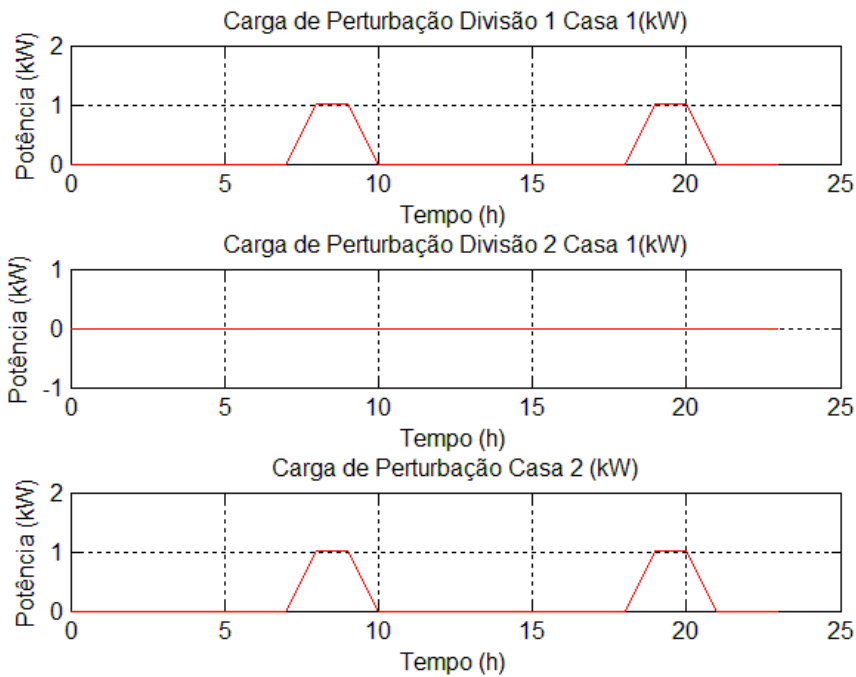


Figura 55 - Característica de perturbação do sistema 3.3.4

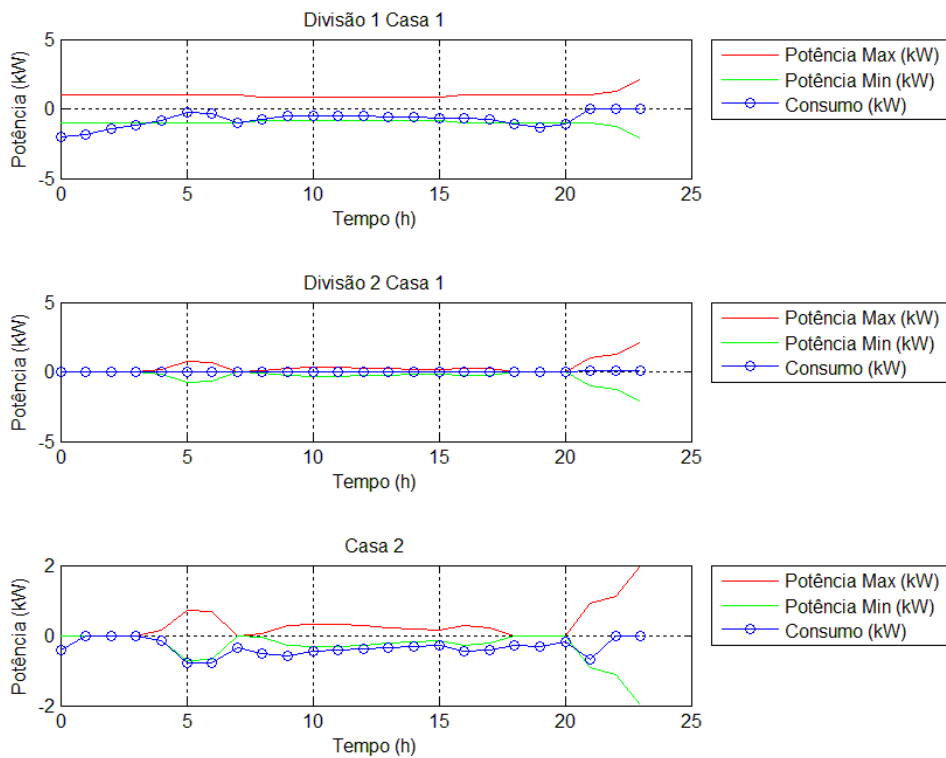


Figura 56 - Energia consumida 3.3.4

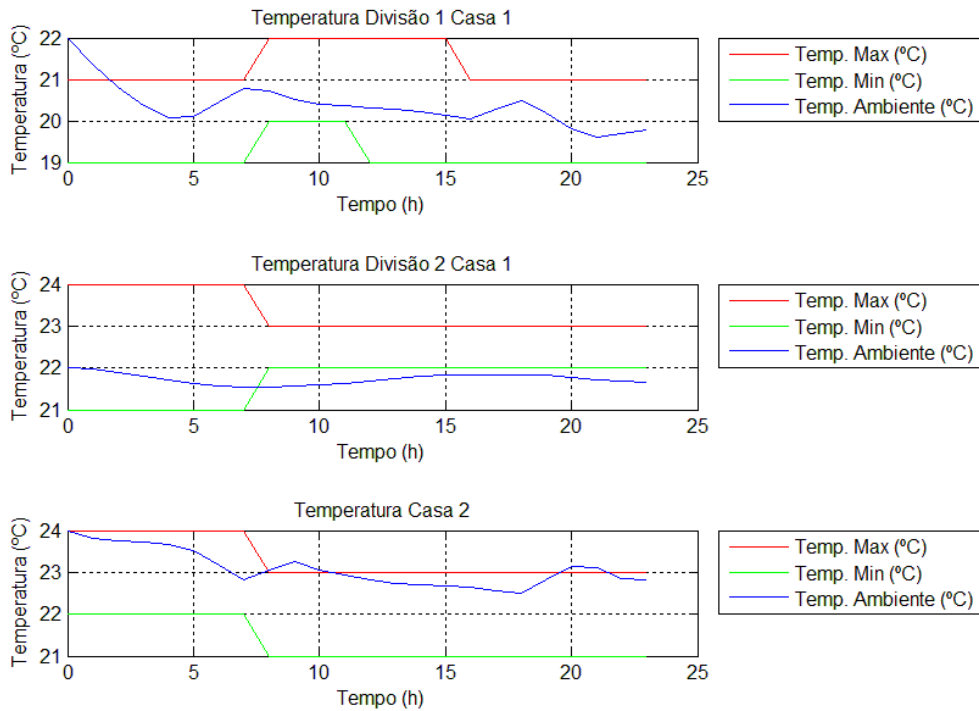


Figura 57 - Temperatura interior da habitação 3.3.4

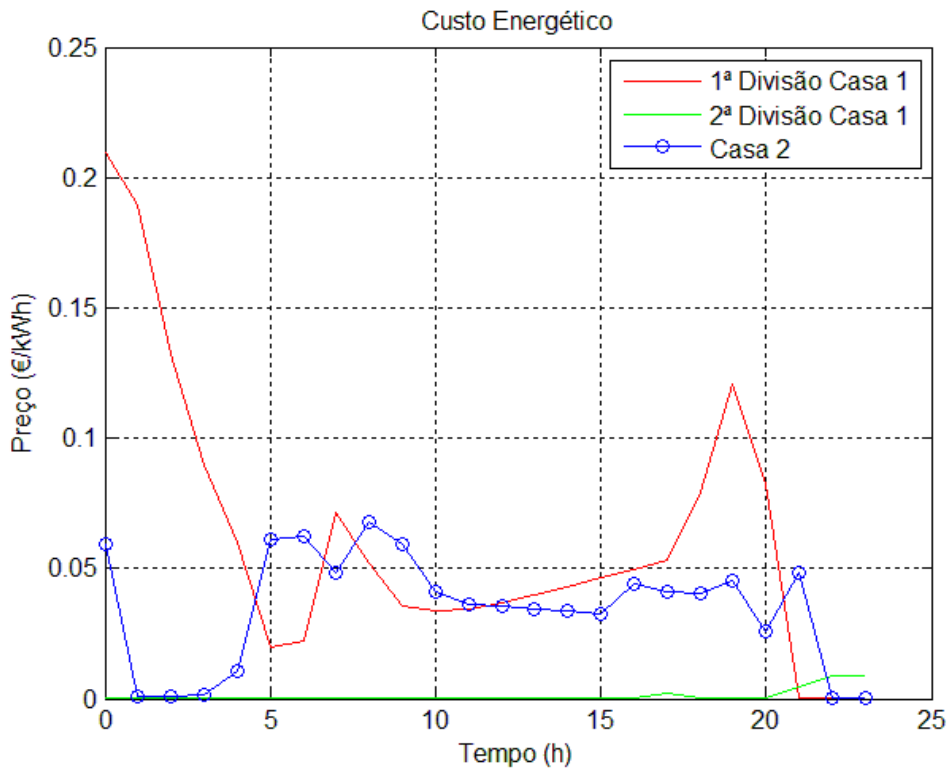


Figura 58 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.4

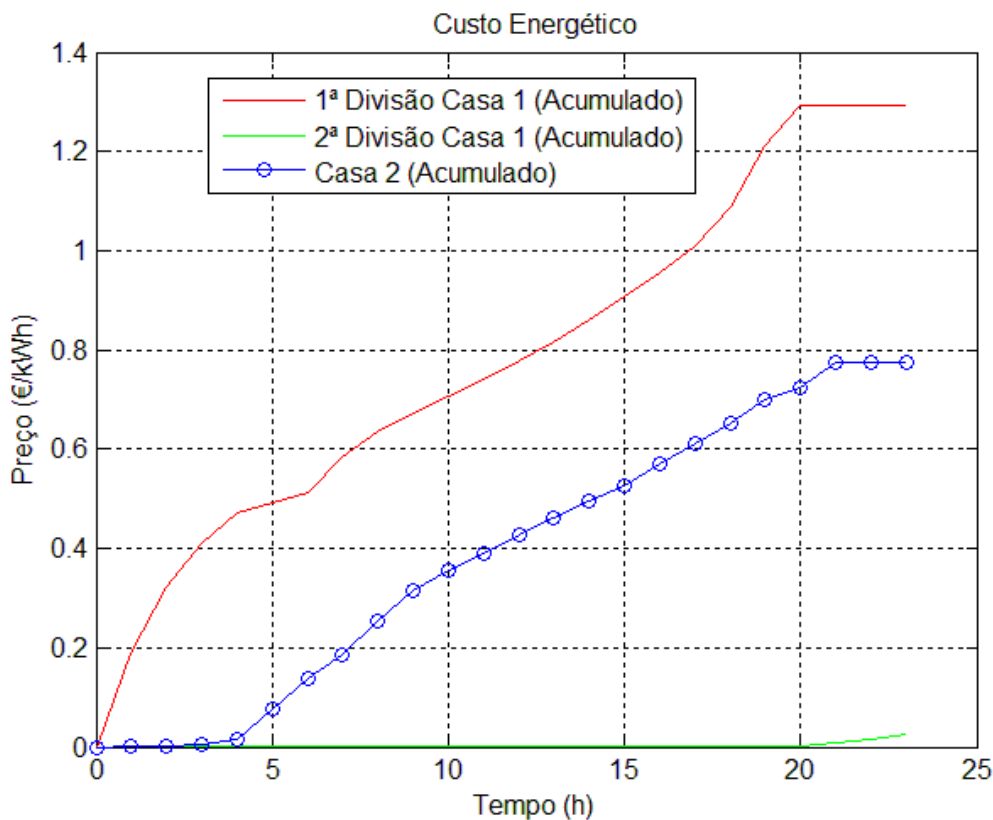


Figura 59 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.4

O custo total em energia consumida por casa divisão foi:

- Divisão 1 Casa 1: 1,29 €/24h
- Divisão 2 Casa 1: 0,02 €/24h
- Casa 2: 0,77 €/24h

Com um horizonte preditivo de 12 horas, observa-se que a nível de custos não se regista alterações significativas, comparativamente com a configuração 3.3.3. O perfil do consumo de energia é muito semelhante ao verificado na situação anterior (3.3.3). O comportamento da temperatura registado, não sofre praticamente nenhuma alteração.

3.3.5 Igualdade de penalizações nas violações das restrições com horizonte preditivo de 3 horas

Com esta simulação pretende-se estudar o comportamento de todos os agentes do sistema, na situação de as penalizações de violação das restrições terem valores iguais como na configuração 3.3.3, mas com um horizonte preditivo menor (3 horas).

Os parâmetros de configuração de cada MPC são os seguintes:

Casa 1 / Divisões	Resistência Térmica (°C/kW)	Resistência Térmica entre divisões (°C/kW)	Capacidade Térmica (kJ/°C)	ρ	ψ	Φ	Temp. Inicial da habit. (°C)
1	50	5	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	22
2	50	5	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	22
Casa 2 / Divisão							
1	50	n.a.	$9,2 \times 10^3$	100	100	2	24

Tabela 12 - Tabela resumo dos parâmetros de simulação 3.3.5

n.a. – não aplicável

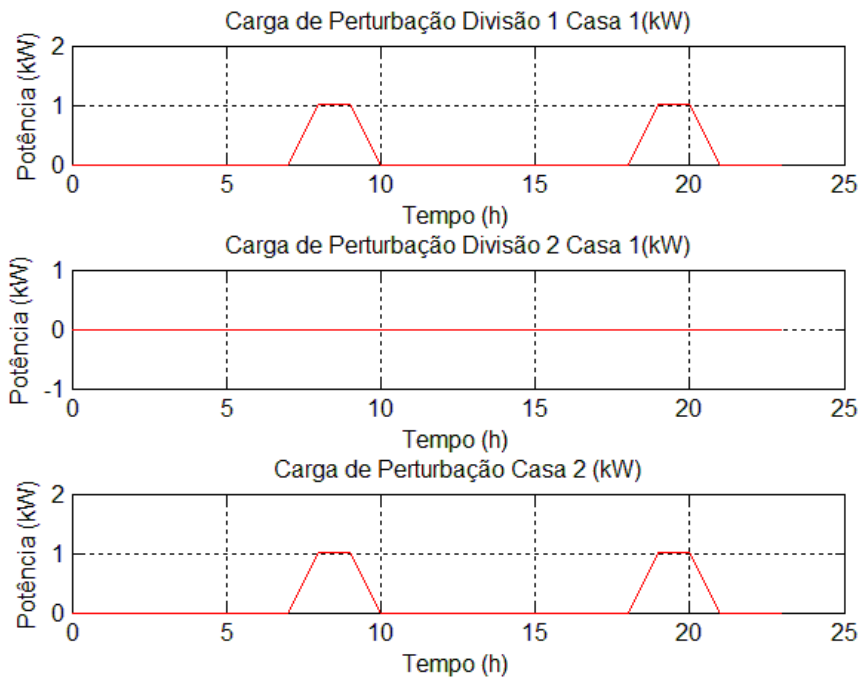


Figura 60 - Característica de perturbação do sistema 3.3.5

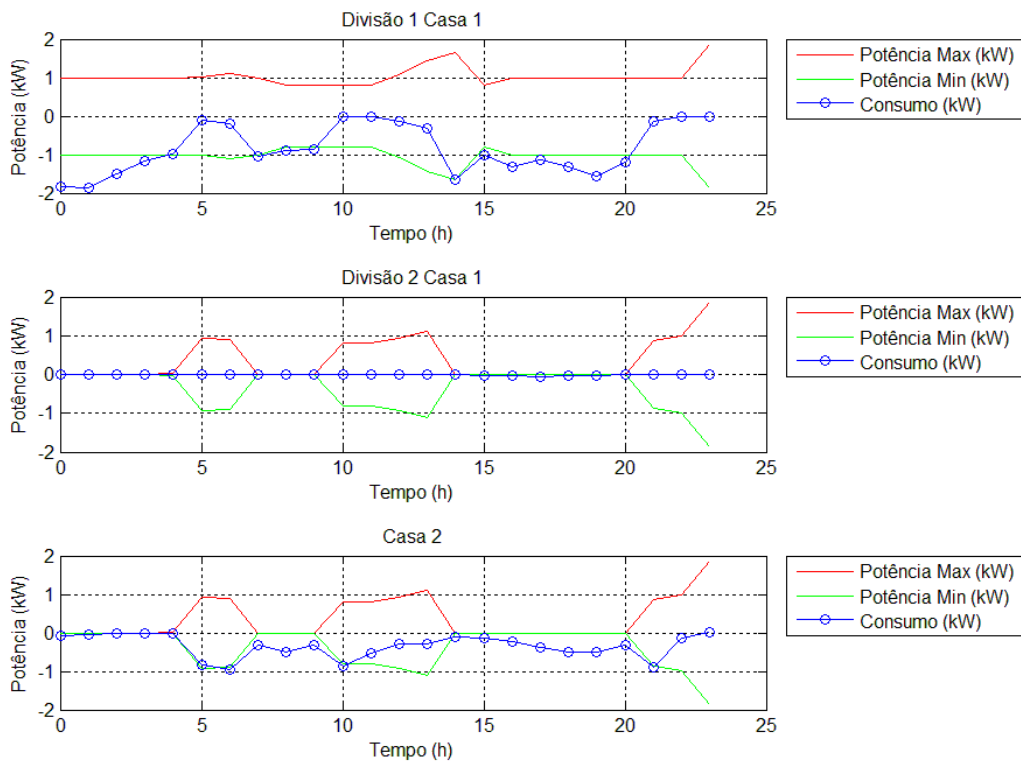


Figura 61 - Energia consumida 3.3.5

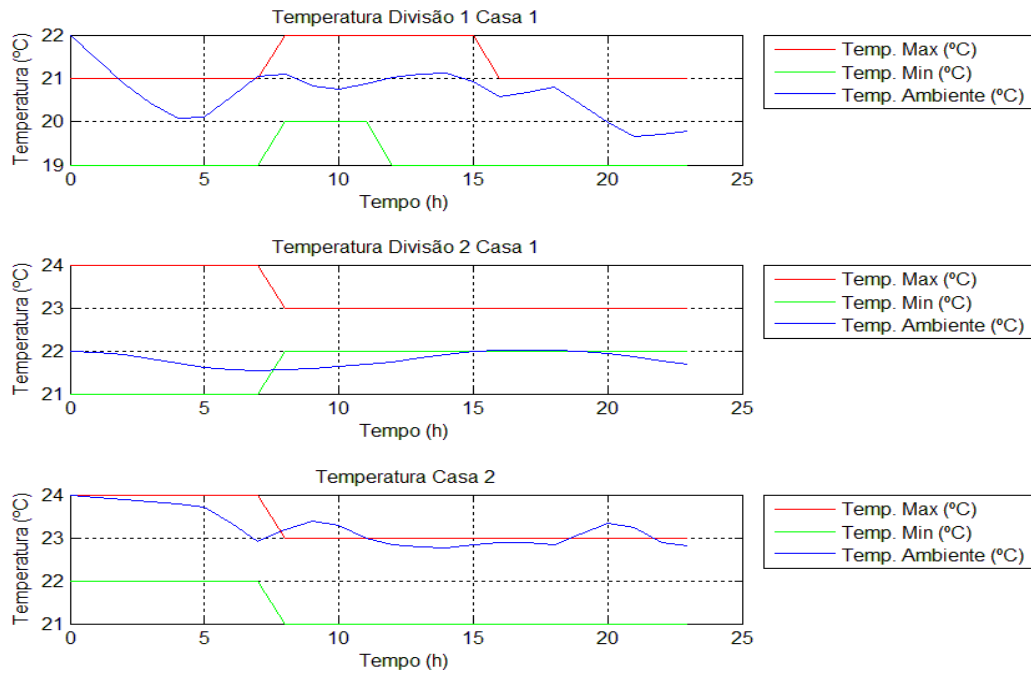


Figura 62 - Temperatura interior da habitação 3.3.5

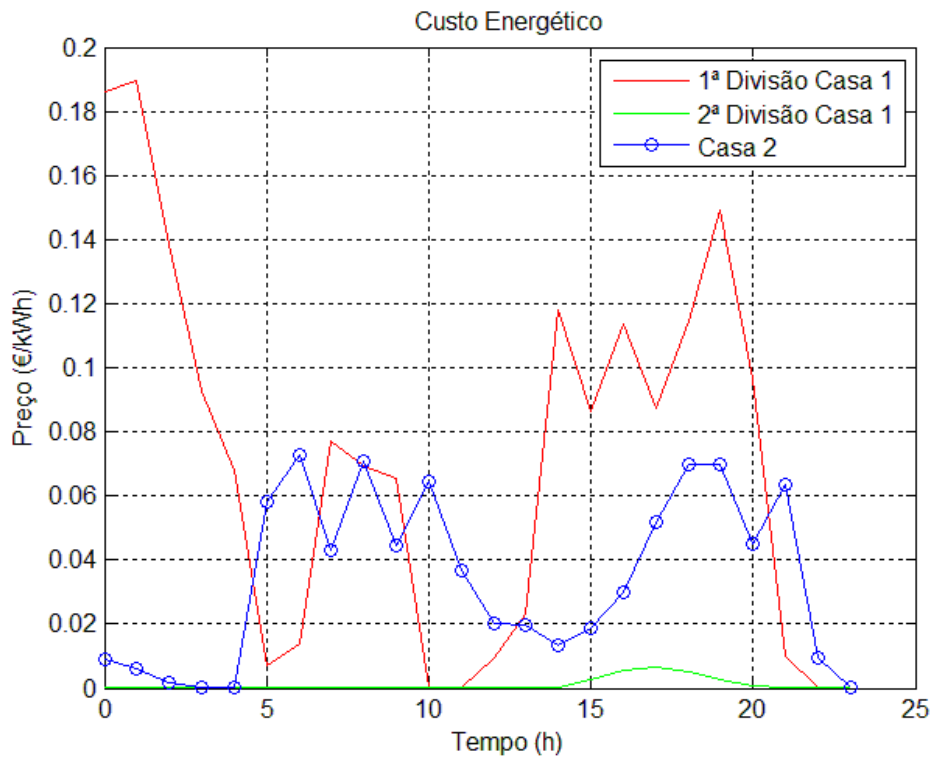


Figura 63 - Evolução do custo energético ao longo do dia 3.3.5

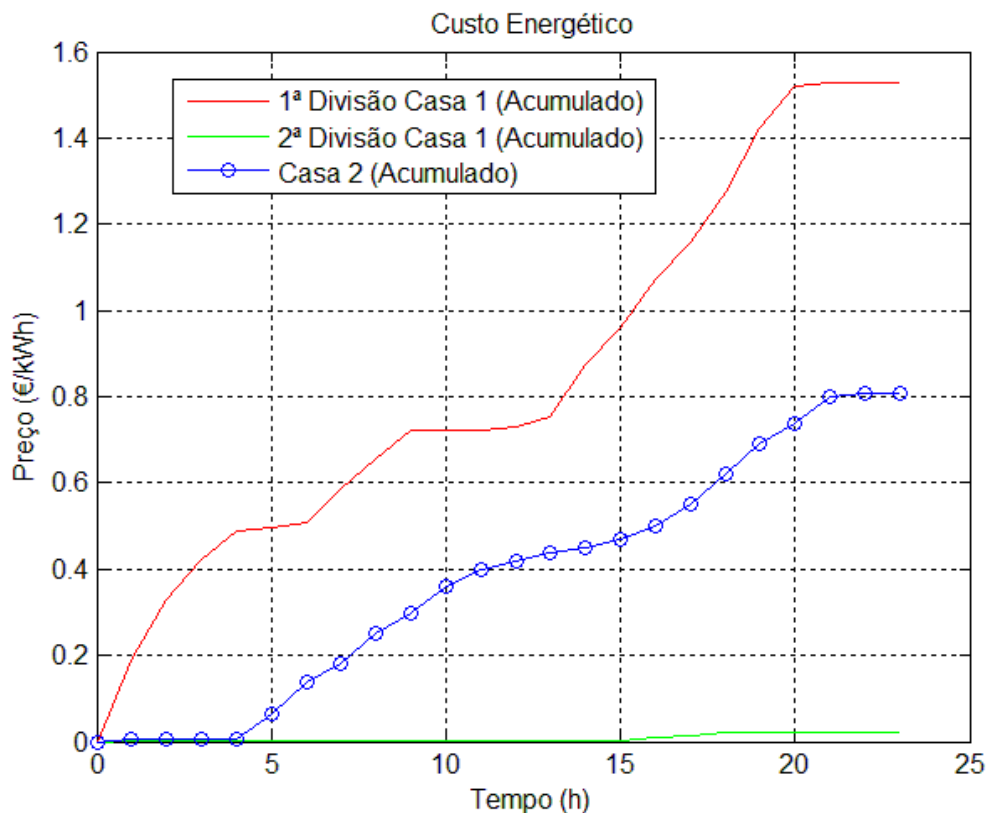


Figura 64 - Evolução do custo energético acumulado ao longo do dia 3.3.5

O custo total em energia consumida por casa divisão foi:

- Divisão 1 Casa 1: 1,53 €/24h
- Divisão 2 Casa 1: 0,02 €/24h
- Casa 2: 0,81 €/24h

Com um horizonte consideravelmente muito menor (3h), verifica-se que o sistema de controlo passa a reagir mais bruscamente às perturbações, isto deve-se ao facto de ter pouco tempo para antecipar o efeito que estas terão no sistema.

Os custos também aumentam com este horizonte preditivo (comparando com o horizonte de 24 de 12 horas, com as mesmas configurações), que se explica com a existência de maiores picos de consumo.

4

Conclusões

Este capítulo descreve as principais conclusões que podem ser extraídas do trabalho produzido e enumera alguns pontos que podem ser melhorados ou desenvolvidos futuramente num trabalho relacionado com o tema.

4.1 Principais pontos

Nesta dissertação, é apresentado o modelado termodinâmico de uma habitação e os controladores para controlar a temperatura da habitação. O controlador usado neste estudo, é um MPC (Model Predictive Controller).

Um sistema de controlo preditivo é um tipo de controlo que após ter o modelo numérico do sistema físico a controlar, permite antecipar o efeito que cada uma das variáveis do sistema terá na função objetivo de controlo. No caso concreto de um sistema de controlo de conforto térmico de um edifício, permite antecipar efeitos da meteorologia, ocupação por parte de pessoas, entre outras variáveis. Assim, este tipo de controlo permite que a otimização do processo a controlar seja mais eficiente.

No segundo capítulo é apresentado como foram obtidos os modelos termodinâmicos para diversas topologias de edifícios. O uso de parâmetros concentrados nestes modelos permite manter as simulações computacionalmente exequíveis.

No ponto de vista de configuração deste controlador, é possível como observado nas diversas simulações apresentadas, estabelecer objetivos secundários ao controlador, tais como, minimizar o consumo energético ou cumprir estritamente os limites de temperatura impostos ao sistema.

Este tipo de controlador apresenta uma boa estabilidade, permitindo acomodar e ser tolerante a perturbações externas na cadeia de controlo. No entanto este tipo de controlador tem as suas limitações. O seu horizonte de previsão é tão longo quanto o conhecimento das previsões fornecidas. Desta forma, previsões incorretas levam a uma menor eficiência do processo de controlo, tendo as previsões fornecidas ao controlador uma extrema importância no seu processo de otimização de processos.

As vantagens de poder inserir restrições de potência no consumo de um recurso limitado faz com que todos os agentes do sistema consigam “mais com menos”. Este tipo de controlo também permite ter vários objetivos na mesma funcional de custo.

4.2 Trabalho futuro

Este tipo de controlador revelou-se capaz de executar a tarefa de ser aplicado ao controlo térmico de edifícios, a nível de simulação numérica no MATLAB, mas precisa ser testado no mundo real. Para que este controlador possa ser útil no controlo do conforto térmico de um edifício, tem de ser modelado corretamente e ser fornecido previsões rigorosas ao controlador.

O trabalho futuro a ser desenvolvido será a implementação do sistema num edifício real, e o estudo de como minimizar a afetação ao controlador dos erros de previsão fornecidos. Assim, após o estudo de como previsões erróneas afetam os controladores do tipo MPC estar concluído, melhorar a sua resposta e eficiência perante estas limitações.

A complexidade dos modelos numéricos dos sistemas físicos, também devem ser considerados num trabalho futuro. Pois quanto mais exato for o modelo numérico, mais complexo o torna, e por sua vez mais esforço computacional é exigido para o processar. Sendo assim é preciso encontrar um ponto de equilíbrio entre a correta aproximação ao modelo físico e o esforço computacional exigido para o processamento do mesmo.

5

Bibliografia

Referências

1. **Portal Europa, União Europeia.** *Portal Europa.* [Online] http://europa.eu/legislation_summaries/internal_market/single_market_for_goods/construction/en0021_pt.htm.
2. **Wei, Xu, Yu-hui, Zhou e Jie-lin, Zhu.** *Energy-efficient Distribution in Smart Grid.* s.l. : IEEE, 2009.
3. *FROM DA TO SMARTGRIDS – EVOLUTION OR REVOLUTION?* **BLANQUET, Aurélio, CARRAPATOSO, António e SANTOS, Jorge.** Prague : IEEE, 2009.
4. **Strbac, Goran.** *Demand side management: Benefits and challenges.* London : Elsevier, 2008.
5. **Boyd, S.P. e Barratt, C.H.** *Linear Controller Design, Limits of performance.* New Jersey : Prentice Hall, 1991.
6. **C.E. Garcia, D.M. Prett, B.L. Ramaker.** *Fundamental Process Control.* Stoneham, MA : Butterworths, 1989.
7. **Doyle J.C., Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A.** *State-space solutions to standard H₂ and H_∞ control problems.* s.l. : IEEE AC, 1989.
8. **Doyle, J.C., Francis, B.A. e Tannenbaum, A.R.** *Feedback control systems.* New York : MacMillan Publishing Company, 1992.
9. **M. Morari, E. Zafiriou.** *Robust Process Control.* New Jersey : Prentice Hall, 1989.
10. **Maciejowski, J.M.** *Multivariable Feedback Control Design.* Wokingham, UK : Addison-Wesley Publishers, 1989.
11. **J. Richalet, A. Rault, J.L. Testud, J. Papon.** Algorithmic control of industrial processes. *In Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation.* Tbilisi : s.n., 1976.
12. —. *Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes.* s.l. : Automatica, 1978.
13. **C.R. Cutler, B.L. Ramaker.** Dynamic matrix control - a computer control algorithm. *Proceeding Joint American Control Conference.* San Francisco, CA : s.n., 1980.
14. **S.J. Qin, T.A. Badgewell.** An overview of industrial model predictive control technology. *Chemical Process Control - V, AIChE Symposium Series - American Institute of Chemical Engineers.* 1997, pp. 232-256.

15. **F. Allgöwer, T.A. Badgwell, J.S. Qin, J.B. Rawlings.** Nonlinear predictive control and moving horizon estimation – an introductory overview. *Advances in Control, Highlights of ECC'99*. London, UK : Springer-Verlag, 1999.
16. **Bequette, B.W.** Nonlinear control of chemical processes: A review. s.l. : Ind. Eng. Chem. Res., 1991.
17. **MA, YUDONG, et al.** Predictive Control for Energy Efficient Buildings with Thermal Storage. *IEEE CONTROL SYSTEMS MAGAZINE*. Fevereiro de 2012, pp. 44-64.
18. *Predictive control techniques for energy and indoor environmental quality management in buildings.* **D. Kolokotsaa, A. Pouliezosb, G. Stavrakakisc, C. Lazos.** s.l. : Elsevier, 2009.
19. **Yunus A. Cengel, Michael A. Boles.** *Thermodynamics An Engineering Approach*. Boston, MA : McGraw-Hill College, 2005.
20. **house, Model predictive control of heating and cooling in a family.** *Mario Vasak, Antonio Starcic, Anita Martincevic.* Unska 3, Zagreb, Croatia : Faculty of Electrical Engineering and Computing - University of Zagreb, 2011.
21. **Eva Záčeková, Zdenek Vána.** *Identification and Model Selection of Building Models*. Barcelona, Espanha : 2012 20th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED), 2012.
22. **C.E. Garcia, A.M. Morshedi.** *Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC)*. s.l. : Chem.Eng.Comm., 1986.

6

Anexo

5.1 Exemplo do algoritmo utilizado para o controlo térmico de uma casa com uma divisão.

```

close all;
    clc;
    clear;

    %Energy Prices
    Green=0.07;
    Red=0.14;
    Cost1=0;

    %Temperature exterior
    Toa=[21 20 19.5 18 16 15.5 16 18 22 24 26
28 30 33 34 36 36 34 33 30 29 27 24 21 21 20
19.5 18 16 15.5 16 18 22 24 26 28 30 33 34 36
36 34 33 30 29 27 24 21 21 20 19.5 18 16 15.5
16 18 22 24 26 28 30 33 34 36 36 34 33 30 29 27
24 21 21 20 19.5 18 16 15.5 16 18 22 24 26 28
30 33 34 36 36 34 33 30 29 27 24 21];

    %Perturbação externa devido aos ocupantes
    House 1
    Pd=1*[0 0 0 0 0 0 0 0 1.01 1.01 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1.01 1.01 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];

    %valor máximo de potência disponível
    Umax=[1*ones(8,1) ; 0.8*ones(8,1);
1*ones(3,1); 1*ones(5,1); 1*ones(8,1) ;
1*ones(8,1); 1*ones(8,1); 1*ones(8,1)];
    Umin=-Umax;

    N=24;    %Horizonte preditivo

    dUs=[]; %Inicialização do vetor que guarda
o 1º valor ótimo de potencia gerado pela função
de otimização

```

```

Tin=[]; %Inicialização do vetor que guarda
as temperaturas interiores

%House 1
[Dt, ro, psi, k, d, T0, A, B, MatAs, MatBs,
W, Ts, Tmax, Tmin]=house1(Toa, Pd, N, Umax,
Umin);

%Função que gera os valores ótimos que
minimizam funcional
% FMINCON finds a constrained minimum of a
function of several variables.
% FMINCON attempts to solve problems of the
form:
% min F(X) subject to: A*X <= B, Aeq*X
= Beq (linear constraints)
% X C(X) <= 0, Ceq(X)
= 0 (nonlinear constraints)
% LB <= X <= UB
(bounds)

%X =
FMINCON(FUN,X0,A,B,Aeq,Beq)

u=fmincon(@ (u)
((u(1:N)'*u(1:N))*Dt+k*(max(u(1:N)))^2+ro*u(N+1:3*N)'*u(N+1:3*N)+psi*(u(3*N+1:end)'*u(3*N+1:end))), [zeros(N*5,1)],MatAs,MatBs,[],[],[],[],[],
optimset('display','off','algorithm','interior-point','MaxFunEvals',200000,'MaxIter',5000));

Opt=u; %Vetor que guarda os N
valores ótimos gerados pela funcional

dUs=[dUs u(1)]; %Guarda o 1º valor ótimo
gerado pela funcional

Tin=[Tin T0]; %Guarda o valor de
temperatura interior inicial T0

```

```

CH=24;
for i=2:CH
    T=A*Tin(i-1)+B*u(1)+d(i);
    %Cálculo da temperatura interior para o
    instante i T(k+1)=AT(k)+Bu(k)+d(k)
    Tin=[Tin T];
    %Guarda o valor de temperatura interior no
    instante i

    %House 1
    B1=Tmin(i:i+N-1) '-Ts*T-(W*d(i:i+N-1))';
    %Cálculo da nova dinâmica para o instante i
    B2=Tmax(i:i+N-1) '-Ts*T-(W*d(i:i+N-1))';
    B3=-Umin(i:i+N-1)';
    B4=Umax(i:i+N-1)';

    MatBs=[-B1';B2';B3';B4'];

    %Função que gera os valores ótimos que
    minimizam funcional
    u=fmincon(@(u)
    (u(1:N)'*u(1:N))*Dt+k*(max(u(1:N)))^2+ro*u(N+1:
    3*N)'*u(N+1:3*N)+psi*(u(3*N+1:end)'*u(3*N+1:end
    )),Opt,MatAs,MatBs,[],[],[],[],[],[],optimset('dis
    play','on','algorithm','interior-
    point','MaxFunEvals',200000,'MaxIter',5000));

    i
    Opt=u;
    dUs=[dUs u(1)]; %Guarda o 1º valor
    ótimo gerado pela funcional
end;

```

```

function [Dt, ro, psi, k, d, T0, A, B, MatAs,
MatBs, W, Ts, Tmax, Tmin]=house1(Toa, Pd, N,
Umax, Umin)

%Constantes
R=50;           %°C/kW Thermal resistance
C=9.2*10^3;    %kJ/°C Thermal Capacitance
Dt=1;         %Sampling time (1 hour)
ro=100;       %confort violation weight
psi=500;      %power violation weight
k=2;         %peak penalty weight
T0=24;       %temperatura inicial da
habitação

    %vetor com valor máximo de temperatura de
conforto
    Tmax=[24*ones(8,1) ;
23*ones(8,1);23*ones(3,1);
23*ones(5,1);26*ones(8,1) ; 26*ones(8,1);
26*ones(8,1); 26*ones(8,1)];

    %vetor com valor mínimo de temperatura de
conforto
    %Tmin=[21*ones(8,1) ; 22*ones(8,1);
22*ones(3,1); 22*ones(5,1); 22*ones(8,1) ;
22*ones(8,1); 22*ones(8,1); 22*ones(8,1)];
    Tmin=[21*ones(8,1) ;
20*ones(8,1);20*ones(3,1);
20*ones(5,1);22*ones(8,1) ; 22*ones(8,1);
22*ones(8,1); 22*ones(8,1)];
    %Modelo do sistema  $T(k+1)=AT(k)+Bu(k)+d(k)$ 
Ver Artigo Borrelli
    A=1-((Dt*3600)/(R*C));
    B=((Dt*3600)/C);

d=(( (Pd*Dt*3600)/(C))+(Toa*Dt*3600)/(R*C))';
%perturbação
m=size(B,2);

```

```

%Inicialização de matrizes T=TsT0+GU+WD
T=zeros(N);
Ts=[];
u=zeros(N);
G=[];
MatU=zeros(1,N);      %matriz dos u(k)
W=[];
MatD=zeros(1,N);      %matriz dos d(k)
Ts=[];
MatT=zeros(1,N);      %matriz dos T0(k)
I=eye(N,N);           %matriz identidade
dUs=[];
Opt=[];

for i=1:N
    MatU=[A^(i-1)*B MatU(:,1:length(MatU)-m)];
    G=[G ; MatU];

    MatD=[A^(i-1) MatD(:,1:length(MatD)-m)];
    W=[W ; MatD];

    MatT=[A^(i-1)];
    Ts=[Ts MatT];
end;

%colocar no formato Ax<B

%           x=   |       u       |
%           | epsilon(lower) |   folga de
temperatura mínima
%           | epsilon(upper) |   folgas de
temperatura máxima
%           | gama(lower)    |   folgas de
potência mínima
%           | gama(upper)    |   folgas de
potência máxima

%colocar no formato Ax<B (Tmin-minErroT
< AT(k)+Bu(k)+d(k) < Tmax-maxErroT

```

```

    A1=[G I zeros(N,N) zeros(N,N)
zeros(N,N)];
    A2=[G zeros(N,N) -I zeros(N,N)
zeros(N,N)];

    B1=Tmin(1:N) '-Ts*T0-(W*d(i+1:i+N))';
    B2=Tmax(1:N) '-Ts*T0-(W*d(i+1:i+N))';

    %colocar no formato Ax<B (Umin-
minErroU< u(k)) <Umax-maxErroU
    A3=[-I zeros(N,N) zeros(N,N) -I
zeros(N,N)];
    A4=[I zeros(N,N) zeros(N,N) zeros(N,N)
-I];

    B3=-Umin(1:N)';
    B4=Umax(1:N)';

    MatAs=[-A1;A2;A3;A4];
    MatBs=[-B1';B2';B3';B4'];

```

5.2 Artigo científico

F. A. Barata, N. Félix e R. N. Silva. Distributed MPC for green thermally comfortable buildings based on an electro-thermal modular approach. CETC, Conference on Electronics, Telecommunications and Computers, Lisbon 2013.

Como mencionado no capítulo 1, é constituinte da presente dissertação um artigo científico para a conferência CETC 2013, Conference on Electronics, Telecommunications and Computers, Lisbon.

O documento resulta dos resultados obtidos pelo Prof. F. A. Barata, N. Félix e R. N. Neves, no estudo do controlador MPC para conforto térmico em edifícios, baseado numa aproximação de modelos térmicos-elétricos.