

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

VOLATILIDADE IMPLÍCITA:
ESTUDO DE CASO

Sílvia Fernanda Rehemtula Vaz

Lisboa, junho de 2012

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

VOLATILIDADE IMPLÍCITA: ESTUDO DE CASO

Sílvia Fernanda Rehemtula Vaz

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Controlo de Gestão e dos Negócios, especialização em Finanças Empresariais, realizada sob a orientação científica da Professora Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes, Professora Adjunta na área de Finanças.

Constituição do Júri:

Presidente _____	Mestre Carlos Cabrito Caldeira
Vogal _____	Mestre Darina Todorova de Matos
Vogal _____	Doutora Sónia Ricardo Bentes

Lisboa, junho de 2012

Declaro ser a autora desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas. Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência ao seu autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

Dedico este trabalho ao David, à Mariana e ao Tiago

AGRADECIMENTOS

À Professora Doutora Sónia Bentes, orientadora desta dissertação, pela contínua disponibilidade, estímulo, sentido crítico e partilha de saberes que muito contribuíram para o desenvolvimento e enriquecimento deste trabalho.

Ao Professor Doutor Domingos Ferreira bem como aos demais professores que me acompanharam durante o mestrado, pelo aprendizado e permanente disponibilidade.

À Professora Doutora Raquel Soeiro de Brito e Luís Couto Soares com quem tive o prazer de trabalhar, pelo convívio, estímulo e partilha de experiências.

Aos meus colegas de mestrado, sobretudo, à Marina e à Iryna pela simpatia e amizade demonstradas.

Aos meus familiares e amigos pela paciência, tolerância e compreensão nos longos períodos de ausência, despendidos na pesquisa, elaboração e melhoramento desta dissertação.

Por fim, não posso deixar de esquecer todos aqueles que de uma forma direta ou indireta, tornaram possível a concretização deste trabalho.

RESUMO

Dada a atual conjuntura de instabilidade dos mercados financeiros, o estudo da volatilidade pode fornecer importantes pistas aos investidores, no sentido de estes aplicarem de forma eficiente os seus excedentes de capital, visto terem à sua escolha uma grande variedade de instrumentos financeiros com diferentes características de risco e rendibilidade.

Com efeito, a globalização e o desenvolvimento das tecnologias de informação provocaram um ambiente altamente competitivo e constante mudança nos mercados financeiros. Neste contexto surgiram os índices de volatilidade implícita, que têm em conta opções financeiras no seu cálculo, em vez de ativos, com o preço das opções a refletir as expectativas de mercado em relação à volatilidade futura para um determinado período, geralmente para os trinta dias subsequentes.

Nesta dissertação é feita uma análise empírica a seis índices de volatilidade implícita com relevância no mercado internacional, procurando entender as suas principais características, o seu comportamento, a sua relação com o índice subjacente e com as tendências do mercado. Foram analisados os índices *VIX*, *VXD*, *VAEX*, *VBEL*, *VCAC* e *VFTSE*, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011, tendo-se verificado a existência de elevada correlação entre as rendibilidades diárias dos índices de volatilidade e dos índices de ações subjacentes, sendo essa associação em sentido inverso. Relativamente à correlação entre as cotações de fecho diárias, no período em análise, confirmou-se também a existência de correlação negativa em todos os pares de índices bolsistas mas não de forma forte.

PALAVRAS-CHAVE: opções financeiras, modelo de Black-Scholes, sentimentos de mercado, índices de volatilidade implícita.

ABSTRACT

Given the current situation of instability in financial markets, the study of volatility may provide important clues to investors in the sense that they operate efficiently their surplus capital, taking into account that they have to choose from a variety of financial instruments with different characteristics risk and profitability.

Indeed, globalization and information technology led to a highly competitive and rapidly changing in financial markets. In this context appeared the implied volatility indices, that take into account the financial options in its calculation, rather than assets, with the option price reflecting market expectations regarding future volatility for a given period, usually for thirty days thereafter.

In this paper it will be analyzed six indices of implied volatility with relevance in the international market, trying to understand its main characteristics, its behavior and its relationship with the underlying index and with market trends. I analyzed the indices VIX, VXD, VAEX, VBEL, VCAC and VFTSE, from 03/01/2000 to 01/04/2011, and it was found high correlation between the daily returns of volatility indices and the underlying stock index, with a reversed association. Regarding the correlation between the daily closing prices in the period under review, I also confirmed the existence of negative correlation for all pairs of stock indices but not in a strong way.

KEYWORDS: financial options, Black-Scholes model, feelings of market, implied volatility indices.

Índice

Índice de Quadros	xi
Índice de Tabelas	xii
Índice de Figuras	xiii
Lista de Abreviaturas	xv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Área de investigação	1
1.2. Objetivos da investigação	3
1.3. Estrutura do trabalho	3
2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....	4
2.1. Opções Financeiras.....	4
2.1.1. Conceitos fundamentais	4
2.1.2. Modelo de valorização de opções de Black-Scholes (1973)	17
2.1.3. <i>As Greeks</i>	22
2.2. Volatilidade.....	28
2.2.1. Conceito e sua importância.....	28
2.2.2. Tipos de volatilidade	30
2.2.2.1. Volatilidade histórica.....	30
2.2.2.2. Volatilidade futura	32
2.2.2.3. Volatilidade implícita.....	32
2.2.3. Sorrisos da volatilidade	33
2.2.4. Sentimento de mercado	37
3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO	41
4. CARACTERIZAÇÃO DOS ÍNDICES BOLSISTAS.....	43
4.1. <i>CBOE Volatility Index</i>	44
4.2. <i>CBOE Dow Jones Volatility Index</i>	48
4.3. <i>Amsterdam Euronext Volatility Index</i>	48
4.4. <i>BEL 20 Volatility Index</i>	49
4.5. <i>CAC 40 Volatility Index</i>	49
4.6. <i>FTSE 100 Volatility Index</i>	50
5. ANÁLISE DE DADOS E INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS.....	51
5.1. Análise da evolução da cotação dos índices bolsistas.....	52
5.2. Estudo da evolução das rendibilidades dos índices bolsistas.....	57
5.3. Análise descritiva das rendibilidades	59
5.4. Teste à normalidade das distribuições	63
5.5. Correlação entre os índices bolsistas.....	70
5.5.1. Correlação entre as rendibilidades diárias	73
5.5.2. Correlação entre as cotações diárias	79
6. CONCLUSÕES	95
6.1. Principais conclusões.....	95

6.2. Sugestões para investigação futura	100
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101

Índice de Quadros

Quadro 2.1	Classificação das opções segundo a relação entre o preço de exercício e o preço de mercado	13
Quadro 2.2	Efeito das variáveis que afetam as opções no valor das <i>calls</i> e <i>puts</i> ..	16
Quadro 2.3	Relação entre os níveis de VI e o sentimento de mercado	39

Índice de Tabelas

Tabela 5.1	Medidas de estatística descritiva das rendibilidades diárias dos índices de ações, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	59
Tabela 5.2	Medidas de estatística descritiva das rendibilidades diárias dos índices de volatilidade implícita, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	60
Tabela 5.3	Teste de <i>Jarque-Bera</i> às rendibilidades diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	65
Tabela 5.4	Testes à normalidade das rendibilidades diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	68
Tabela 5.5	Correlação entre as rendibilidades diárias dos índices <i>S&P 500</i> e <i>VIX</i> , no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	74
Tabela 5.6	Correlação entre as rendibilidades diárias dos índices <i>DJIA</i> e <i>VXD</i> , no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	75
Tabela 5.7	Correlação entre as rendibilidades diárias dos índices <i>AEX</i> e <i>VAEX</i> , no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	76
Tabela 5.8	Correlação entre as rendibilidades diárias dos índices <i>BEL 20</i> e <i>VBEL</i> , no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	76
Tabela 5.9	Correlação entre as rendibilidades diárias dos índices <i>CAC 40</i> e <i>VCAC</i> , no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	77
Tabela 5.10	Correlação entre as rendibilidades diárias dos índices <i>FTSE 100</i> e <i>VFTSE</i> , no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	78
Tabela 5.11	Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	80
Tabela 5.12	Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 05/01/2003.....	84
Tabela 5.13	Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 06/01/2003 a 31/12/2006.....	87
Tabela 5.14	Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 01/01/2007 a 05/04/2009.....	90
Tabela 5.15	Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 06/04/2009 a 01/04/2011.....	93

Índice de Figuras

Figura 2.1	Evolução dos resultados numa posição longa	8
Figura 2.2	Evolução dos resultados numa posição curta	8
Figura 2.3	Posição longa de uma opção de compra	10
Figura 2.4	Posição curta de uma opção de compra	11
Figura 2.5	Posição compradora de uma opção de venda	11
Figura 2.6	Posição vendedora de uma opção de venda	12
Figura 2.7	Distribuição cumulativa normal	20
Figura 2.8	Padrão <i>smile</i> da volatilidade implícita em relação ao <i>moneyness</i> de opções <i>IBEX-35</i> , transacionadas de janeiro 1994 a abril 1996	34
Figura 2.9	Padrão <i>skew</i> da volatilidade em relação ao <i>moneyness</i> de opções sobre futuros <i>S&P 500</i> , transacionadas de 1 de janeiro de 1988 a 31 de março de 2003	35
Figura 2.10	Padrão <i>skew</i> da volatilidade implícita em relação ao <i>moneyness</i> de opções <i>EURIBOR</i> , transacionadas em 05/01/2005	36
Figura 5.1	Evolução das cotações diárias de fecho dos índices acionistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011	52
Figura 5.2	Evolução das cotações diárias de fecho dos índices de volatilidade implícita, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011	53
Figura 5.3	Evolução das rendibilidades diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011	57
Figura 5.4	Histogramas das rendibilidades diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011	61
Figura 5.5	Diagramas de dispersão das distribuições de rendibilidade diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	73
Figura 5.6	Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	79
Figura 5.7	Relação entre as cotações diárias de fecho dos índices de volatilidade e índices de ações subjacentes, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011.....	82
Figura 5.8	Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 05/01/2003.....	83

Figura 5.9	Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 06/01/2003 a 31/12/2006.....	86
Figura 5.10	Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 01/01/2007 a 05/04/2009.....	89
Figura 5.11	Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 06/04/2009 a 01/04/2011.....	92

Lista de Abreviaturas

ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
ATM	<i>At-the-money</i>
B-S	Black-Scholes
CBOE	<i>Chicago Board Options Exchange</i>
CME	<i>Chicago Mercantile Exchange</i>
DJIA	<i>Dow Jones Industrial Average</i>
IAS	<i>International Accounting Standards</i>
ITM	<i>In-the-money</i>
JB	<i>Jarque-Bera</i>
LIFFE	<i>London International Financial Futures and Options Exchange</i>
NYSE	<i>New York Stock Exchange</i>
OTC	<i>Over the Counter</i>
OTM	<i>Out-of-the-money</i>
S&P 500	<i>Standard & Poor 500</i>
VAEX	<i>Amsterdam Euronext Volatility Index</i>
VAL	Valor Atual Líquido
VBEL	<i>BEL 20 Volatility Index</i>
VCAC	<i>CAC 40 Volatility Index</i>
VFTSE	<i>FTSE 100 Volatility Index</i>
VI	Volatilidade implícita
VIX	<i>CBOE Volatility Index</i>
VXD	<i>CBOE Dow Jones Volatility Index</i>

1. INTRODUÇÃO

1.1. Área de investigação

Este trabalho tem como tema central a volatilidade dos mercados financeiros, mais concretamente a volatilidade implícita. Esta área de estudo foi escolhida por se considerar a volatilidade dos mercados financeiros uma preocupação atual, tendo em conta a crise financeira que tem atingido muitos países, e por se considerar ser de interesse para a comunidade científica.

O estudo da volatilidade pode fornecer importantes pistas a todos os envolvidos no mercado financeiro, sejam gestores de empresas, investidores, analistas, corretores ou negociadores, no sentido destes transacionarem ou aplicarem o capital de forma eficiente.

A volatilidade está associada à incerteza, imprevisibilidade e risco. Em termos gerais, a volatilidade pode ser definida como a variabilidade de uma determinada variável. Mede-se através da dispersão das cotações ou das taxas de rendibilidade em torno da sua média.

Com efeito, mudanças substanciais na volatilidade dos mercados financeiros podem ter impacto sobre os padrões de consumo, decisões de investimento ou outras variáveis macroeconómicas, bem como, efeitos negativos sobre investidores adversos ao risco.

O conceito de volatilidade implícita surge no âmbito de uma das áreas mais relevantes das Finanças: a das opções financeiras. Estas são um importante instrumento derivado porque têm grande flexibilidade para servir praticamente qualquer estratégia de investimento. Além disso, são excelentes mecanismos de proteção contra os riscos do mercado e têm a vantagem de permitir alavancar investimentos com um capital muito inferior ao que seria necessário para investir nos respetivos ativos subjacentes. Um dos modelos mais conhecidos para valorizar as opções financeiras é o modelo de Black-Scholes (B-S) (1973). A partir da fórmula subjacente ao modelo B-S é possível apurar a volatilidade que está incorporada nos preços das opções, a que se designa volatilidade implícita.

Precisamente através da volatilidade implícita, face aos vários preços de exercício de uma opção, podem ser observados os denominados “sorrisos” da volatilidade nos mercados financeiros. Os padrões mais comuns de comportamento são o sorriso puro e franco (*smile*), o sorriso amarelo ou forçado (*skew*) e o sorriso trombudo (*frown*).

A volatilidade implícita é útil quando se pretende conhecer o que o mercado pensa exatamente num determinado momento sobre um ativo ou quando se deseja comparar os preços das opções para preços de exercício diferentes e para diferentes maturidades. Geralmente é utilizada para efetuar estratégias com opções, designadamente num contexto de avaliação de opções. A sua análise permite não só averiguar se os preços das opções estão caros ou baratos mas, também, antever as tendências ou direções futuras do mercado (subida ou descida) ou, ainda, avaliar a duração temporal dos movimentos.

Os índices de volatilidade implícita têm como objetivo avaliar os sentimentos e os níveis de confiança vividos no mercado. Em 1993, Whaley desenvolveu o primeiro índice de volatilidade em relação a opções sobre o *S&P 100* para a CBOE – *Chicago Board of Options Exchange*, que no ano seguinte foi introduzido com a designação *VIX*. Posteriormente, outros índices de volatilidade foram criados nas maiores bolsas internacionais.

Geralmente, a relação que se estabelece entre os níveis de volatilidade implícita e a evolução do mercado é de ordem inversa, uma vez que acréscimos nos mesmos estão associados a descidas nos preços, enquanto que decréscimos são observados sempre que as expectativas dos investidores sejam boas.

1.2. Objetivos da investigação

O objetivo fulcral desta investigação consiste em analisar a volatilidade implícita, começando pelos fatores que a ela estão ligados, passando à sua importância e aplicabilidade nos mercados financeiros, forma de cálculo e finalmente verificar, através da análise empírica, qual o comportamento de vários índices de volatilidade implícita, as suas características mais importantes, bem como a sua relação com o índice subjacente e com as tendências do mercado. Para tal, procurou-se selecionar índices de volatilidade de países com desenvolvimento económico comparável e que desempenham um papel relevante no mercado internacional, designadamente os seguintes: *VIX*, *VXD*, *VAEX*, *VBEL*, *VCAC* e *VFTSE*.

1.3. Estrutura do trabalho

A dissertação desenvolve-se ao longo de seis capítulos. Neste primeiro capítulo introdutório expõe-se a pertinência do tema, a área de investigação, os objetivos da dissertação e a estrutura do trabalho.

O segundo capítulo é composto por quatro secções onde é feito um enquadramento teórico da temática escolhida. Nele se menciona a principal literatura e artigos relacionados com o tema sob investigação. A primeira secção aborda os conceitos fundamentais das opções, o principal modelo de valorização de opções e as medidas de sensibilidade que lhes estão subjacentes. A segunda secção é dedicada à volatilidade, nomeadamente seu conceito, sua importância e tipos. Seguidamente referem-se os diferentes padrões de sorrisos da volatilidade geralmente observados nos mercados financeiros. E finalmente, o capítulo termina com uma referência teórica aos sentimentos de mercado.

O terceiro capítulo trata das questões metodológicas, o quarto descreve e caracteriza os índices de volatilidade em estudo e o quinto capítulo apresenta a análise de dados e a interpretação dos resultados do estudo empírico.

Por fim, o sexto capítulo conclui o trabalho e enuncia sugestões para investigação futura.

2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

2.1. Opções Financeiras

2.1.1. Conceitos fundamentais

Atualmente os investidores têm à sua escolha uma grande panóplia de instrumentos financeiros, entre os quais os derivados.

Os instrumentos financeiros, de acordo com a IAS 32.AG16¹, incluem os instrumentos primários (por exemplo contas a receber, contas a pagar, instrumentos de capital próprio, etc.) e os instrumentos derivados (tais como opções financeiras, futuros, *forwards* e *swaps*). Os últimos são importantes para os mercados financeiros porque favorecem a sua liquidez e profundidade, ou seja, facilitam a transação de um ativo para um grande número de compradores e vendedores, a diversos níveis de preço.

Pinho e Tavares (2005: 341) definem instrumentos derivados como sendo

instrumentos financeiros criados com base noutros instrumentos (activo [sic] subjacente), e cujo valor depende do valor desses activos [sic]. [...] Estes instrumentos permitem, não só, controlar o risco, garantindo o preço futuro de um determinado activo [sic], como também, tirar partido de uma conjectura [sic] sobre a evolução dos preços desses activos [sic].

Um instrumento financeiro derivado tem as seguintes características (nos termos do parágrafo 9, da IAS 39²):

- a) o seu valor altera-se em resposta à alteração numa taxa de juro, preço de instrumento financeiro, preço de mercadoria, taxa de câmbio, índice de preços ou taxas, notação de crédito ou índice de crédito ou outra variável, desde que, no caso

¹ *International Accounting Standards 32.*

² *International Accounting Standards 39.*

- de uma variável não financeira, a variável não seja específica de uma das partes do contrato (por vezes denominada «subjacente»);
- b) não é necessário qualquer investimento líquido inicial ou um investimento líquido inicial que seja inferior ao que seria exigido para outros tipos de contratos que se esperaria que tivessem uma resposta semelhante às alterações nos fatores de mercado; e
 - c) é liquidado numa data futura.

A utilização dos derivados pode ter um dos seguintes objetivos: gestão e cobertura de risco (*hedging*), arbitragem e especulação.

Uma das principais preocupações das empresas e particulares tem sido os diversos tipos de risco a que os investimentos em títulos estão sujeitos. Por isso, os instrumentos financeiros derivados têm sido utilizados, com grande frequência, na gestão e cobertura de riscos. Os derivados tendem a reduzir os riscos, no caso de movimentos adversos nos preços.

Associado às alterações de preços dos ativos subjacentes transacionáveis encontra-se, em especial, o risco das transações que inclui riscos de mercado e de crédito. Os riscos de mercado têm subjacentes incertezas macroeconómicas, tais como, entre outras, inflação, políticas cambiais e monetárias, por isso não são suscetíveis de redução através da diversificação de uma carteira de títulos ou de negócios. Os riscos de crédito baseiam-se na possibilidade de ocorrerem perdas decorrentes do não cumprimento das obrigações contratuais, por parte do devedor. Há ainda outras categorias de risco como o de liquidez e o risco operacional. Este último é o risco associado a perdas resultantes da inadequação ou deficiência de processos internos, pessoas e sistemas, ou de eventos externos. O risco de liquidez pode ser definido como o risco decorrente da falta de liquidez de um investimento que não pode ser comprado ou vendido com a rapidez suficiente para evitar ou minimizar uma perda. Outro risco que tem recebido muita atenção recentemente é o risco associado ao uso de um modelo inadequado para medir o risco, como por exemplo utilizar o modelo Black-Scholes para valorizar uma opção violando os seus pressupostos básicos (McNeil, Frey e Embrechts, 2005).

Uma estratégia utilizada para obter lucros sem correr riscos é a arbitragem. Consiste na realização simultânea de compra e venda de um mesmo ativo em mercados distintos, com vista à obtenção de ganhos proporcionados pelo momentâneo desfasamento de preços (Varian, 1987).

Já a especulação é uma forma agressiva de investir, pois o especulador assume riscos elevados de perda em troca de lucros mais elevados, esperados por flutuações nos preços. Os especuladores podem ser classificados pela forma como especulam: negociadores de posição (*position traders*); negociadores ao dia (*day traders*) quando procuram tirar partido de variações que ocorrem durante o dia; ou negociadores ao minuto (*scalpers*) quando as variações minuto a minuto são observadas e aproveitadas.

As opções financeiras constituem um dos principais tipos de derivativos, a par dos futuros, dos contratos a prazo (*forwards*) e dos *swaps*. Contudo, revestem-se de características especiais que a diferenciam em larga medida dos derivativos mencionados.

Uma opção financeira é um contrato pelo qual a parte compradora assume o direito (mas não a obrigação) de comprar ou vender uma quantidade específica de um determinado ativo subjacente a um determinado preço, numa data pré-estabelecida ou em qualquer momento até essa data. A parte vendedora da opção assume uma obrigação de comprar ou vender o instrumento subjacente, ficando assim numa posição de sujeição face ao direito do comprador.

O preço pelo qual o comprador pode comprar ou vender o ativo subjacente, quando exerce a opção, é definido no contrato e designa-se por preço de exercício (*strike price* ou *exercise price*).

A existência de um direito do comprador e de uma obrigação do vendedor reflete a assimetria das partes, sendo esta uma característica peculiar das opções e o motivo pelo qual são considerados derivativos não lineares.

As opções podem ter subjacentes os seguintes instrumentos financeiros: ações, índices de ações, mercadorias, obrigações, divisas, futuros de índices, futuros de taxas de juro, futuros de *swaps*, futuros de mercadorias, entre outros.

As opções podem dividir-se em dois grandes grupos: opções de compra (*call options*) e opções de venda (*put options*). As opções de compra concedem ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de comprar um determinado ativo a um preço previamente estabelecido, numa (ou até uma) determinada data, pagando por este direito um prémio ao

vendedor. Consequentemente, o vendedor assume a obrigação de vender o ativo nas condições contratualizadas, caso o comprador exerça o seu direito. As opções de venda dão ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de vender um ativo a um preço previamente fixado, numa (ou até uma) determinada data, pagando por este direito um prémio ao vendedor. Por sua vez, o vendedor assume a obrigação de comprar o ativo nas condições acordadas, se o comprador exercer o seu direito.

As opções podem ser classificadas tendo em conta o seu momento de exercício. Quando uma opção puder ser exercida pelo comprador antes da data de vencimento do contrato, ela denomina-se uma opção americana. Se a opção só puder ser exercida pelo seu detentor na data de vencimento, estamos perante uma opção europeia. A denominação opções europeias *vs* opções americanas “advém do facto de, antes da criação da primeira bolsa de opções (CBOE³), as opções do mercado interbancário existentes na Europa só poderem ser exercidas na data de vencimento, enquanto na América o podiam ser em qualquer momento, até essa data” (Peixoto, 1997: 37).

Para qualquer ativo financeiro, num determinado período, podem ser transacionados diferentes contratos de opções. Considerando que uma opção tem 4 datas de expiração e 5 preços de exercício, se uma *call* e uma *put* são transacionadas com todas as datas de expiração e todos os preços de exercício, ter-se-á um total de 40 contratos diferentes. Todas as opções do mesmo tipo, tanto as *calls* como as *puts*, são referidas como uma classe de opções. Por exemplo, as *calls* da IBM são uma classe, e as *puts* da IBM são outra classe. Uma série de opções consiste em todas as opções de uma determinada classe com a mesma data de expiração e preço de exercício. Por outras palavras, uma série de opções refere-se a um contrato em particular que é transacionado (Hull, 2009).

Os contratos de opções têm um carácter de reversibilidade, ou seja, qualquer agente que detenha uma posição no mercado, seja longa ou curta, pode facilmente anulá-la em Bolsa (cedendo os seus direitos/obrigações) bastando, para tal, efetuar uma transação no sentido inverso sobre opções da mesma série.

Na negociação de instrumentos financeiros, o conceito “posição” é muito usado. A posição é um compromisso vinculativo para comprar ou vender determinada quantidade de um

³ *Chicago Board Options Exchange*

instrumento financeiro. Existem dois grandes tipos de posições: longa (ou de compra) e curta (ou de venda).

As posições longas dizem respeito a compras de ativos ou de outros instrumentos, onde o seu titular tem perdas se os preços desses instrumentos descerem e ganhos se as cotações subirem, conforme se pode observar na Figura 2.1:

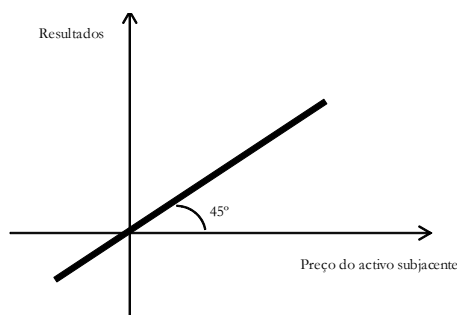


Figura 2.1 – Evolução dos resultados numa posição longa

Fonte: Ferreira (2011: 228)

Situações de perdas numa posição longa no instrumento principal, poderão ser acauteladas assumindo-se uma posição curta através de derivados.

As posições curtas referem-se a vendas de ativos ou de outros instrumentos a efetuar no futuro, onde o titular tem ganhos se os preços desses instrumentos descerem e tem perdas se as cotações subirem, conforme ilustra a Figura 2.2:

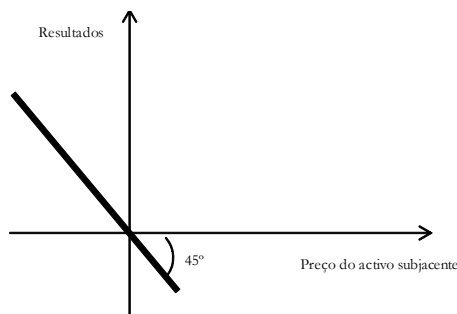


Figura 2.2 – Evolução dos resultados numa posição curta

Fonte: Ferreira (2011: 229)

As situações de perdas numa posição curta no instrumento principal, também poderão ser acauteladas assumindo-se uma posição oposta, neste caso longa, através de derivados. Observa-se, assim, que as características dos derivados permitem aos investidores tomarem posições mais flexíveis do que as simples posições de compra e venda dos ativos subjacentes.

Num contrato de opções o comprador assume uma posição longa e o vendedor assume uma posição curta.

No mercado de opções é possível adotar-se uma de quatro posições básicas:

- posição longa de uma opção de compra;
- posição curta de uma opção de compra;
- posição longa de uma opção de venda;
- posição curta de uma opção de venda.

O comprador da opção determina se tem interesse em exercê-la comparando o preço de exercício com o preço de mercado, por exemplo:

- ele exerce uma *call* quando o preço de exercício é inferior ao preço de mercado, pois permite-lhe comprar mais barato que no mercado;
- ele exerce uma *put* quando o preço de exercício é superior ao preço de mercado, visto que pode vender mais caro que no mercado.

As opções têm a grande vantagem de permitir alavancar investimentos com um capital muito inferior ao que seria necessário para investir nos respetivos ativos subjacentes. Além de serem excelentes mecanismos de proteção contra os riscos do mercado, têm grande flexibilidade para servir praticamente qualquer estratégia de investimento.

A compra de uma opção de compra, posição representada na Figura 2.3, pode estar associada à gestão do risco quando se procura proteger posições curtas nos ativos subjacentes, ou pode estar associada a fins especulativos quando se espera que o preço do ativo subjacente suba, permitindo bons níveis de alavancagem.

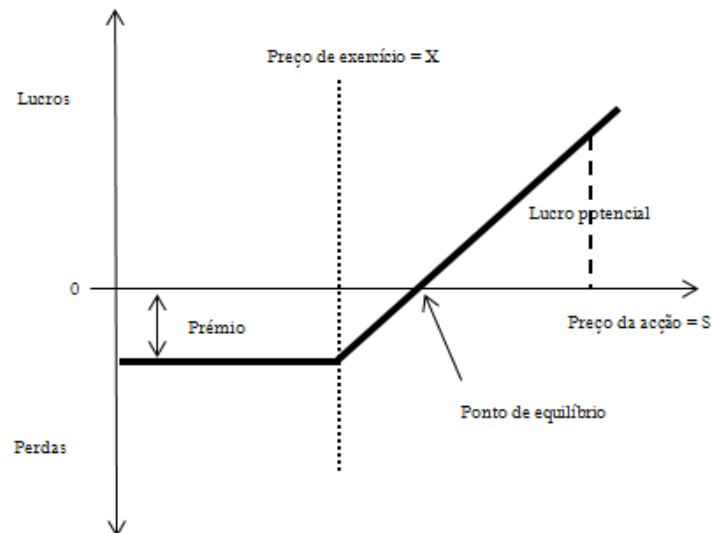


Figura 2.3 – Posição longa de uma opção de compra

Fonte: Ferreira (2011: 279)

Esta estratégia é utilizada para especular quando é expectável um aumento acentuado do preço do ativo subjacente. O comprador da opção de compra sobre ações exercerá a opção, se o preço da ação no mercado (S) for pelo menos igual ou superior ao preço de exercício (X). O lucro é ilimitado quando o valor da ação é crescente e a perda é limitada ao prémio pago. Trata-se de uma estratégia conservadora na medida em que o potencial de perda é limitado.

A venda de uma opção de compra é uma estratégia utilizada para especular num quadro de descida moderada do preço do ativo subjacente. Quando a parte que vende a *call option* não tem a propriedade do respetivo ativo subjacente, esta operação é designada por opção de compra sem proteção ou *naked call*. Trata-se de uma estratégia arriscada e pouco atrativa na medida em que o potencial de perda é ilimitado. O vendedor da *call option* tem a obrigação de vender o correspondente ativo subjacente pelo preço de exercício (X) se o comprador optar por exercer o seu direito. O lucro é limitado ao prémio recebido e as perdas verificam-se a partir do momento em que o preço da ação (S) ultrapassa o ponto de equilíbrio. A Figura 2.4 representa uma posição curta de uma *call*:

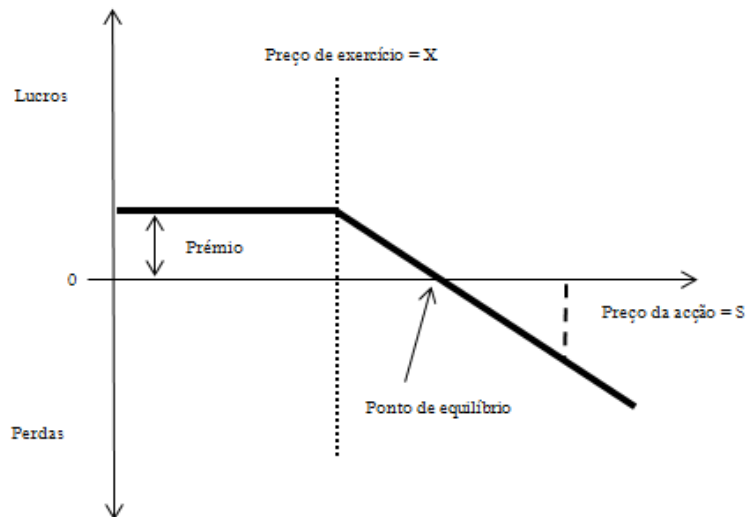


Figura 2.4 – Posição curta de uma opção de compra

Fonte: Ferreira (2011: 280)

A compra de uma opção de venda é uma estratégia utilizada para especular quando se prevê uma descida acentuada do preço do ativo subjacente. O lucro é tanto maior quanto mais a cotação do ativo descer e a perda é limitada ao prêmio pago. O comprador da opção de venda tem o direito de vender um certo número de ações e só exercerá a opção se o preço da ação no mercado (S) for pelo menos igual ou inferior ao preço de exercício (X). A estratégia é conservadora porque limita o potencial de perda ao prêmio pago, conforme se pode observar na Figura 2.5:

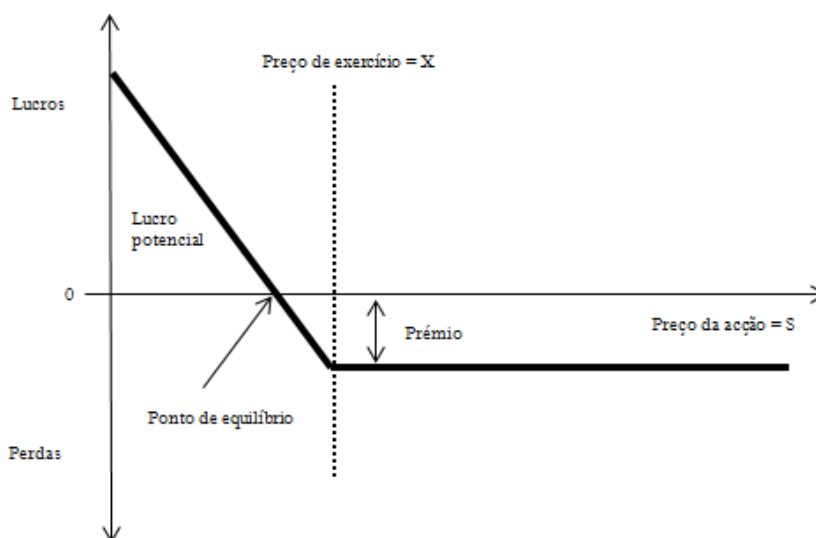


Figura 2.5 – Posição compradora de uma opção de venda

Fonte: Ferreira (2011: 281)

A venda de uma opção de venda é uma estratégia utilizada para especular quando se perspetiva uma subida moderada do preço do ativo subjacente. O vendedor de uma opção de venda tem a obrigação de comprar o correspondente ativo subjacente se o titular da opção optar por exercer o seu direito. Quando a *put option* é alienada sem o titular da opção possuir o ativo de base, é designada por opção de venda sem proteção ou *naked put*. Esta estratégia é arriscada, na medida em que o vendedor da *put option* perderá tanto mais quanto mais o preço do ativo descer. Se a cotação do título de base tender para zero, o prejuízo será igual à diferença entre o preço de exercício (X) e o montante do prémio. O lucro é limitado ao prémio recebido. A Figura 2.6 ilustra os *payoffs* ou os diversos resultados possíveis desta estratégia:

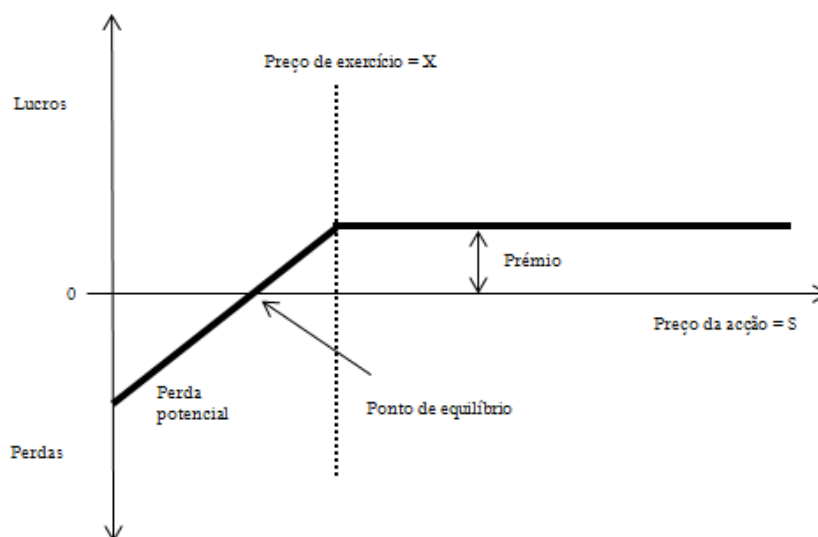


Figura 2.6 – Posição vendedora de uma opção de venda

Fonte: Ferreira (2011: 282)

Foram apresentadas as quatro posições básicas que podem ser assumidas nas opções, mas é possível combinar estas posições sobre opções e criar estratégias mistas ou complexas. Estas opções são consideradas exóticas ou avançadas. Como exemplos podem citar-se: os *spreads*, os *straddles* e *strangles*, os *butterflies* e *condors*, os *strip* e *straps*, entre outros⁴.

O investidor pode ainda utilizar opções em estratégias de arbitragem, ou seja, com o intuito de tirar partido da má avaliação temporária pelo mercado de algumas opções. A mais

⁴ Para desenvolvimento deste tema consultar Ferreira (2006).

utilizada é aquela que resulta de um desequilíbrio momentâneo na relação de paridade, que é suposto existir em qualquer altura entre as *calls* e as *puts*.

As opções podem dividir-se em três categorias, consoante a relação existente entre o preço de exercício e o preço de mercado do ativo subjacente. Assim, podem estar:

- *In-the-money* – situação em que o preço de exercício de uma opção se situa abaixo (no caso de uma *call*) ou acima (no caso da *put*) do preço corrente do ativo subjacente no mercado;
- *At-the-money* – quando o preço de exercício de uma opção é igual ao preço de mercado do ativo subjacente;
- *Out-of-the-money* – quando o preço de exercício de uma opção se situa acima (no caso da *call*) ou abaixo (no caso da *put*) do preço de mercado do ativo subjacente.

Sinteticamente, o Quadro 2.1 mostra a classificação das opções de compra e de venda, nas posições longa e curta, quanto à sua relação entre o valor de mercado do ativo subjacente e o preço de exercício:

Quadro 2.1 – Classificação das opções segundo a relação entre o preço de exercício e o preço de mercado

	Posição longa (Compradora) numa <i>call option</i>	Posição curta (Vendedora) numa <i>call option</i>
Preço de exercício < Preço de mercado	<i>In-the-money</i>	<i>Out-of-the-money</i>
Preço de exercício = Preço de mercado	<i>At-the-money</i>	<i>At-the-money</i>
Preço de exercício > Preço de mercado	<i>Out-of-the-money</i>	<i>In-the-money</i>

	Posição longa (Compradora) numa <i>put option</i>	Posição curta (Vendedora) numa <i>put option</i>
Preço de exercício < Preço de mercado	<i>Out-of-the-money</i>	<i>In-the-money</i>
Preço de exercício = Preço de mercado	<i>At-the-money</i>	<i>At-the-money</i>
Preço de exercício > Preço de mercado	<i>In-the-money</i>	<i>Out-of-the-money</i>

Fonte: Adaptado de Vieito e Maquieira (2010: 487)

O preço (ou prémio) de uma opção financeira (*option premium*) é determinado no mercado pelo confronto entre a oferta e a procura, e apresenta duas componentes: valor intrínseco e valor extrínseco ou valor do tempo (*time value*).

Designa-se por valor intrínseco, ou valor mínimo, o resultado que o comprador de uma opção pode obter pelo seu exercício imediato:

- valor intrínseco (*call*) = $\text{Max}(0, \text{preço corrente do ativo subjacente} - \text{preço de exercício da opção})$;
- valor intrínseco (*put*) = $\text{Max}(0, \text{preço de exercício da opção} - \text{preço corrente do ativo correspondente})$.

O valor extrínseco é aquele que resulta da probabilidade atribuída à ocorrência de uma evolução favorável do preço do ativo subjacente, até à data de vencimento da opção. É determinado pela diferença entre o prémio da opção e o seu valor intrínseco.

As principais variáveis que influenciam o prémio da opção são as seguintes (Damodaran, 2002):

- Cotação corrente do ativo subjacente

As alterações no valor do ativo subjacente afetam o valor da opção que lhe está associada. Como as *calls* concedem o direito de comprar um ativo subjacente a um preço fixado, um aumento no valor do ativo irá aumentar o valor da *call*. Por outro lado, a *put* torna-se menos valiosa à medida que o valor do ativo aumenta.

- Volatilidade do preço do ativo subjacente

As opções limitam os riscos de perda provocados pela variação do preço do ativo subjacente. Assim, quanto maior for a volatilidade, maior será o valor da opção. Isto é válido tanto para as *calls* como para as *puts*. Apesar de parecer contraditório que um aumento da medida do risco possa aumentar o preço, tal justifica-se pelo facto das opções terem características diferentes dos outros instrumentos financeiros. Os compradores nunca perderão mais do que o preço pelo qual

pagaram pelas opções. De facto, até têm mais probabilidades de ganhar rendimentos anormais quando existe grande oscilação de preços.

- Distribuição de dividendos

Os dividendos provocam a descida do preço da ação na data da distribuição do dividendo (*ex-dividend date*), logo, quanto maiores os dividendos maior a descida do preço e menor (maior) o valor da *call* (*put*).

- Preço de exercício

O valor da *call* aumenta à medida que o preço de exercício diminui e quanto mais baixo este for, maior será o resultado proporcionado pela *call*. Inversamente, o valor da *put* aumenta quando o preço de exercício aumenta.

- Maturidade

O valor das opções geralmente cresce à medida que a maturidade aumenta. Quanto maior for o tempo até ao termo, maior será a probabilidade de ocorrer uma evolução favorável do nível da cotação do ativo subjacente e portanto maior deverá ser o seu prémio. No caso das *calls*, o comprador tem que pagar um preço fixo na/ou até à maturidade. O valor atualizado deste preço fixo diminui à medida que o período de vida da opção aumenta, aumentando assim o valor da *call*.

- Taxa de juro sem risco

A taxa de juro sem risco também é tida em conta na valorização das opções quando o valor atualizado do preço de exercício é calculado, desde que o preço de exercício não tenha que ser pago (recebido) até à maturidade da *call* (*put*). Aumentos na taxa de juro aumentam o valor das *calls* e reduzem o valor das *puts*.

O Quadro 2.2 apresenta de forma sucinta o efeito que as variáveis *supra* enunciadas têm no valor das *calls* e *puts*:

Quadro 2.2 – Efeito das variáveis que afetam as opções no valor das *calls* e *puts*:

Variável	Efeito	
	Valor da <i>Call</i>	Valor da <i>Put</i>
Aumento do valor do activo subjacente	Aumenta	Diminui
Aumento da volatilidade do activo subjacente	Aumenta	Aumenta
Aumento do preço de exercício	Diminui	Aumenta
Aumento dos dividendos pagos	Diminui	Aumenta
Aumento da maturidade	Aumenta	Aumenta
Aumento das taxas de juro sem risco	Aumenta	Diminui

Fonte: Adaptado de Damodaran (2002: 91)

Vieito e Maquieira (2010) referem, ainda, que as opções podem ser utilizadas para avaliar o capital próprio das organizações. Uma ação pode ser vista como sendo uma opção de compra sobre os ativos de uma empresa, e o preço de exercício como o valor da dívida externa que essa organização possui. Se o património for superior ao valor das dívidas, o remanescente poderá ser distribuído pelos acionistas. Se, pelo contrário, o valor do seu património não for suficiente para liquidar todas as suas dívidas, a empresa entrará num processo de falência. A opção só tem valor a partir do preço pelo qual existe capital próprio excedente para pagar as dívidas. Um dos fatores que aumenta o valor das opções é a volatilidade dos retornos, que neste caso é representada pelo volume de projetos que a empresa tem com Valor Atual Líquido (VAL) positivo. Se estes projetos aumentarem os ativos da empresa sem aumentarem o endividamento, maior será o valor da opção.

Também as dívidas de uma empresa podem ser vistas como uma opção, considerando os detentores da dívida como possuidores da empresa que venderam uma *call option*, sendo o preço de exercício o valor da dívida por pagar. A organização é devolvida aos acionistas, se o património da empresa for superior ao montante necessário para liquidar as dívidas, sendo a opção exercida, e pago o preço de exercício que corresponde ao valor da dívida. Caso contrário, se o valor do património for inferior ao das dívidas, a empresa entra em processo de falência, passando os ativos a pertencer aos detentores da dívida.

As opções podem ainda ser úteis na avaliação de instrumentos financeiros, como *warrants*, obrigações convertíveis ou empréstimos com cláusulas de reembolso antecipado. Um *warrant* dá ao seu titular a possibilidade de comprar ações de uma empresa, a um preço predeterminado e durante um certo período de tempo. Já as obrigações convertíveis conferem o direito de trocar a obrigação por ações da sociedade emitente. O último exemplo citado diz respeito aos empréstimos com maior risco, que podem ter como garantia uma opção de venda, proporcionando um direito de reembolso antecipado (Ferreira, 2009).

2.1.2. Modelo de valorização de opções de Black-Scholes (1973)

A diferença entre os direitos e os deveres das partes envolvidas num contrato de opções faz com que este tenha um valor ou prémio. O prémio é pago pelo comprador pelo facto de o vendedor assumir o risco de posições futuras em relação ao preço do ativo contratado. Uma das grandes questões levantadas pelos agentes dos mercados financeiros é saber se o preço de um contrato de opções é justo, para, por exemplo, tomar a decisão de o comprar ou de o vender (no caso de uma opção americana) ou para celebrar novos contratos (no caso das opções europeias).

Um dos modelos de valorização de opções mais conhecido é o de Black-Scholes (B-S) (1973), pelo qual é possível avaliar opções europeias de compra e venda sobre ações que não distribuam dividendos durante o período de vida da opção, e também pode ser utilizado para avaliar opções de compra americanas que não distribuam dividendos.

Fisher Black e Myron Scholes apresentaram um modelo que depende de parâmetros observáveis, e pressupõe que os preços das ações variam de forma contínua e aleatória ao longo do tempo. Vários trabalhos foram preponderantes, não só para que Black e Scholes chegassem a este modelo, mas também para o desenvolvimento da teoria das opções. Estes contributos remontam ao final do séc. XIX (para mais desenvolvimentos consultar Ferreira, 2009).

Black e Scholes demonstraram que utilizando uma carteira (*portfolio*) composta por ações e opções de compra sobre essas ações, é possível uma estratégia de cobertura de risco, cuja taxa de rentabilidade é igual à taxa de juro sem risco.

O modelo B-S (1973) é representado por uma fórmula que permite calcular o valor da opção, sendo necessário conhecer apenas: o valor atual do ativo subjacente, o preço de exercício, o tempo que falta para a maturidade, a volatilidade, a taxa de juro sem risco e o valor da distribuição normal acumulada. Consideraram que as cotações variam de forma contínua e aleatória ao longo do tempo, e que se ajustam para evitar as oportunidades de arbitragem. Os rendimentos das ações são normalmente distribuídos e as cotações seguem uma distribuição log-normal, pelo que não podem apresentar valores negativos.

Os pressupostos sobre os quais o modelo assenta são os seguintes:

- A taxa de juro de curto prazo é conhecida e constante durante o período de vigência da opção;
- O preço da ação segue uma distribuição de probabilidades log-normal com variância constante;
- Até à maturidade da opção, a ação não paga dividendos nem quaisquer outros rendimentos;
- A opção é do tipo europeu;
- Não existem custos de transação;
- É possível emprestar e pedir emprestado qualquer fração do preço da ação à taxa de juro de curto prazo;
- Não há restrições de *short selling*⁵.

Tendo em conta estes pressupostos, B-S concluíram que os preços de uma *call option* e de uma *put option*, do tipo europeu em relação a ações sem dividendos, podem ser determinados pelas seguintes fórmulas:

$$c(S, X, \tau) = S.N(d_1) - Xe^{-r\tau}.N(d_2), \quad (2.1)$$

⁵ *Short-selling* significa a venda a descoberto no mercado, ou seja, a venda de um título que o vendedor não possui mas que obteve por empréstimo.

$$p(S, X, \tau) = Xe^{-r\tau} \cdot N(-d_2) - S \cdot N(-d_1), \quad (2.2)$$

com

$$N(d_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^j e^{-\frac{1}{2}z^2} dz, \quad (2.3)$$

$$N(-d_j) = 1 - N(d_j), \quad (2.4)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad (2.5)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad (2.6)$$

$$\text{ou } d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}, \quad (2.7)$$

e

c = prémio da *call option*,

p = prémio da *put option*,

S = preço de mercado ou corrente do ativo,

X = preço de exercício,

T = maturidade ou data de vencimento da opção,

t = data inicial da opção,

$\tau = (T - t)$ = tempo de vida da opção (expresso em fração do ano, por exemplo se for 35 dias será igual a 35/365),

$N(d_j)$ = função de distribuição acumulada de uma variável normal estandardizada com média igual a zero e desvio-padrão igual a um,

Xe^{-rt} = valor atual do preço de exercício utilizando o regime de capitalização contínua,

r = taxa de rendimento sem risco anualizada no regime de capitalização contínua,

\ln = logaritmo natural, e

σ = volatilidade dos preços do ativo subjacente (desvio padrão da taxa de rentabilidade anual do ativo subjacente).

Os valores de $N(d_1)$ e $N(d_2)$ são os coeficientes ponderadores do modelo ou probabilidades que podem ser obtidos recorrendo às tabelas da distribuição normal reduzida, por interpolação ou através da função `DIST.NORMP`⁶ do *Excel*. $N(d)$ representa a distribuição cumulativa normal, cujos parâmetros podem ser observados na Figura 2.7:

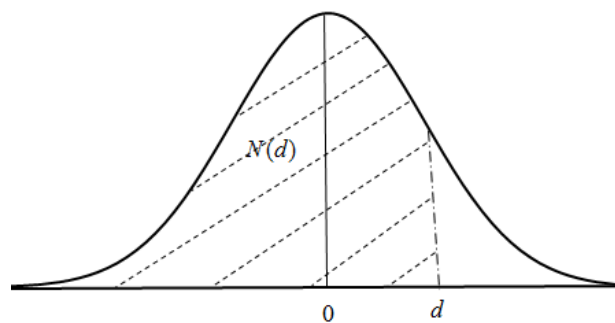


Figura 2.7 – Distribuição cumulativa normal

Fonte: Adaptado de Vieito e Maquieira (2010: 511)

$N(d_1)$ representa o número de opções que é necessário vender por cada unidade do ativo subjacente.

⁶ NORMSDIST em inglês

$N(d_2)$ traduz a probabilidade de a opção de compra de tipo europeu ser exercida na data de vencimento (T), isto é, de expirar *in-the-money*, ou seja, é a probabilidade do preço de mercado (S) na data de vencimento ser superior ao preço de exercício (X).

e^{-rt} é o fator de atualização em tempo contínuo e reflete o facto de que o preço de exercício da opção de compra não ter que ser pago até ao vencimento.

σ é a única variável que não é diretamente observável, sendo calculada pelo desvio padrão dos rendimentos do ativo subjacente.

A expressão (2.1) é utilizada para calcular uma *call* europeia, mas também pode ser usada para obter o valor de uma *call* americana sobre um ativo que não distribui rendimentos no período. Contudo, o mesmo não se aplica à expressão (2.2), que calcula uma *put* europeia mas que não é extensível ao cálculo de uma opção de venda do tipo americana, dada a possibilidade desta ser exercida antecipadamente.

Stoll (1969) desenvolveu e demonstrou uma condição de equilíbrio entre os preços das opções de venda, opções de compra e do ativo subjacente, a que se designa paridade *put-call*. Assim, na ausência de oportunidades de arbitragem, a relação entre os preços das opções de compra e de venda europeias, calculados em simultâneo, sobre uma ação que não distribui dividendos, é estabelecida pela seguinte expressão:

$$p + S = c + X.e^{-rt} . \quad (2.8)$$

Daqui se depreende que o preço de uma *put option* é igual ao valor de uma *call option* (tipo europeu, com o mesmo preço de exercício e o mesmo tempo para o termo) somado ao investimento sem risco (equivalente ao valor atual do preço de exercício) e subtraído de uma posição curta no ativo subjacente.

O modelo B-S (1973) constituiu um marco nas finanças empresariais pois contribuiu decisivamente para o desenvolvimento da teoria da avaliação de opções mas apresentava limitações. No mesmo ano, Robert Merton (1973) ajustou o modelo de Black-Scholes aos

casos em que há distribuição de dividendos de forma contínua e com rendimento constante durante a vida da opção (modelo B-S-M). Seguiram-se outros modelos que trouxeram importantes inovações e contributos ao tema. Dentre os quais: Merton (1976), Corrado e Su (1996), Cox-Ross-Rubinstein (1979), Hull e White (1987), Stein e Stein (1991), Bates (1996), Cox (1996) e Engle (1982), entre outros.

2.1.3. As *Greeks*

As *Greeks* são um conjunto de medidas que traduzem a sensibilidade do valor das opções face a alterações em cada uma das variáveis que sobre ele tem influência: preço do ativo subjacente, volatilidade, tempo e taxa de juro.

Cada letra grega mede uma dimensão diferente do risco numa determinada posição da opção, por isso o objetivo do investidor é gerir as *Greeks* de forma que todos os riscos sejam aceitáveis. Alguns negociadores utilizam estratégias consideradas mais sofisticadas de cobertura de risco, que envolvem calcular medidas como o *delta*, *gamma*, *vega*, *volga* e *rho*. O *theta* é a única medida sobre a qual não existe risco.

Assim, de seguida apresenta-se a definição de cada letra grega e a sua fórmula de cálculo, com base no modelo B-S (1973).

- *Delta* (Δ)

O *delta* de uma opção (Δ) corresponde ao montante da variação do valor de uma opção face à variação em uma unidade monetária do preço do ativo de base. É a inclinação da curva do valor da opção em relação ao preço de mercado do ativo subjacente.

Em termos matemáticos, o *delta* é a derivada parcial do preço da opção em relação ao preço do ativo:

$$\Delta = \frac{\partial \text{opção}}{\partial S} . \quad (2.9)$$

Para uma opção de compra e uma opção de venda europeias que não pagam dividendos, os *deltas* são obtidos pelas seguintes expressões:

$$\Delta_{call} = N(d_1) , \quad (2.10)$$

$$\Delta_{put} = N(d_1) - 1 . \quad (2.11)$$

Os *deltas* das *calls* variam entre 0 e 1 e os das *puts* variam entre -1 e 0. Um *delta* positivo significa que o valor da opção aumenta com a subida do preço do ativo subjacente e diminui com a descida deste. Por outro lado, um *delta* negativo tem uma relação negativa, ou seja, o valor da opção aumenta com a descida do preço do ativo subjacente e diminui com o aumento do preço do ativo.

Se, por exemplo, o *delta* de uma opção de compra for 0,4, significa que um acréscimo de 1€ no preço do ativo subjacente aumenta o preço em 0,4€, ou, se pelo contrário houver um decréscimo de 1€ no preço corrente do ativo subjacente, então o preço da opção diminui em 0,4€.

A cobertura de uma carteira através do *delta*, combinando posições nos ativos base e posições opostas nas opções, tem a designação de *delta-neutral* ou *delta-hedging*. Devido às mudanças do *delta*, a carteira do investidor permanece *delta-neutral* apenas por um pequeno período de tempo. O risco tem que ser ajustado continuamente, ou seja, tem que haver um rebalanceamento constante (Hull, 2009).

O *delta* de uma carteira (*portfolio*) de opções sobre um único ativo pode ser calculado a partir dos *deltas* das várias opções da carteira. Se uma carteira é constituída por uma quantidade de w_i de opções (com $1 \leq i \leq n$), o *delta* do *portfolio* é dado por

$$\Delta = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i , \quad (2.12)$$

onde Δ_i é o *delta* da opção i .

- *Gamma* (Γ)

O *gamma* é a taxa de variação do *delta* em relação a uma pequena alteração do preço do ativo subjacente. É obtido pela segunda derivada parcial de uma opção em relação ao preço do ativo:

$$\Gamma = \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 \text{opção}}{\partial S^2}. \quad (2.13)$$

Quando o *gamma* é pequeno, o *delta* altera-se devagar e os ajustamentos para manter uma carteira *delta-neutral* são necessários com pouca frequência. Contudo, se o valor absoluto do *gamma* é grande, o *delta* é altamente sensível ao preço do ativo subjacente. Por isso é arriscado deixar as carteiras *delta-neutral* sem alterações por muito tempo.

Um *gamma* positivo traduz uma relação positiva entre as alterações no preço do ativo subjacente e o *delta* da opção. Quando o preço do ativo aumenta, verifica-se um aumento no *delta* da opção. Por outro lado, um *gamma* negativo implica uma relação negativa entre as variações do preço subjacente e do *delta* da opção, ou seja, uma subida do preço do ativo traduz-se na diminuição do *delta* da opção. Geralmente, posições longas em *calls* e *puts* têm *gamma* positivos e posições curtas em *calls* e *puts* têm *gamma* negativos.

- *Theta* (Θ)

O *theta* mede a sensibilidade do preço da opção pela alteração de uma pequena fração de tempo. É obtido pela primeira derivada parcial da opção em relação ao tempo até ao vencimento:

$$\Theta = \frac{\partial \text{opção}}{\partial \tau} \quad . \quad (2.14)$$

O *theta* não é utilizado como cobertura do risco, como acontece com o *delta*. Existe uma incerteza sobre o preço futuro da ação, mas não há dúvidas que o tempo passa. Faz sentido coberturas contra alterações no preço do ativo subjacente, mas não faz sentido coberturas contra alterações do tempo. Em vez disso, muitos investidores utilizam o *theta* para planejar transações futuras e os seus custos, e para estimar o decréscimo no valor da opção a cada dia que passa.

Um *theta* positivo significa que o valor da opção aumenta à medida que o tempo passa. Um *theta* negativo significa que o valor da opção diminui à medida que o tempo passa. O *theta* de uma posição longa em opções é sempre negativo, e o *theta* de uma posição curta em opções é sempre positivo.

- *Rho* (ρ)

O *rho* mede a sensibilidade do preço da opção em relação a variações na taxa de juro. O seu valor é dado pela primeira derivada parcial da opção em relação à taxa de juro:

$$\rho = \frac{\partial \text{opção}}{\partial r} \quad . \quad (2.15)$$

O *rho* não afeta os preços das opções de compra e de venda da mesma forma, visto que uma subida na taxa de juro implica uma subida no preço da *call* e uma descida no preço da *put*. O *rho* é sempre positivo para opções de compra europeias e sempre negativo para opções de venda europeias.

- *Vega* (V)

Na prática a volatilidade muda ao longo do tempo. Isto significa que o valor de um derivado é passível de mudar, não só por causa das variações no preço do ativo e da passagem do tempo, como também por causa das alterações na volatilidade.

O *vega* reflete a sensibilidade do preço da opção em relação a alterações na volatilidade do ativo subjacente:

$$V = \frac{\partial \text{opção}}{\partial \sigma} \quad . \quad (2.16)$$

Se o valor do *vega* é alto, o valor da opção é muito sensível a alterações na volatilidade. Se o valor do *vega* é baixo, as alterações na volatilidade têm pouco impacto no valor da opção. Uma variação na volatilidade afeta as *calls* e as *puts* da mesma forma. Os acréscimos na volatilidade implicam acréscimos no valor das opções e, por outro lado, os decréscimos implicam decréscimos no valor das opções. O *vega* de uma posição longa em opções é sempre positivo e o *vega* de uma posição curta em opções é sempre negativo.

Calcular o *vega* a partir do modelo de B-S (1973) e suas extensões parece ser estranho, por causa da assunção subjacente de que a volatilidade é constante. Teoricamente, seria mais correto calcular o *vega* a partir de um modelo no qual a volatilidade é assumida como estocástica. Contudo, Hull e White (1987) demonstraram que o *vega* calculado por um modelo de volatilidade estocástica é muito similar ao *vega* calculado pelo modelo de B-S.

- *Volga*

O *volga* representa a sensibilidade do *vega* às variações na volatilidade. Traduz-se na primeira derivada parcial do *vega* em relação a uma alteração na volatilidade, ou na segunda derivada parcial do valor da opção em relação a uma alteração na volatilidade:

$$Volga = \frac{\partial V}{\partial \sigma} = \frac{\partial^2 \text{opção}}{\partial \sigma^2} . \quad (2.17)$$

É um parâmetro útil para efeitos de cobertura de risco, utilizado especialmente em opções exóticas ou compostas que são muito sensíveis à variação da volatilidade.

Vários autores, como Hull (2009), Ferreira (2009), Whaley (2006), Albanese e Campolieti (2006), desenvolvem este tema, e Chen, Lee e Shih (2010) apresentam, de forma detalhada e com base nas fórmulas de B-S (1973), a derivação das letras gregas para as *calls* e *puts*, tanto para opções cujo ativo subjacente não distribui dividendos, como para opções cujo ativo subjacente distribui dividendos durante o tempo de vigência do contrato.

2.2. Volatilidade

O estudo da volatilidade pode efetivamente fornecer importantes pistas aos investidores, no sentido destes aplicarem de forma eficiente os seus excedentes de capital.

Na área da valorização das opções, a volatilidade constitui uma variável de extrema importância, tendo em conta a dificuldade de se prever o seu comportamento. Quando o preço teórico de uma opção difere do seu preço de transação no mercado, a diferença geralmente atribui-se à volatilidade. Os modelos de valorização mais utilizados, como o de Black-Scholes, utilizam a volatilidade histórica como *input*, mas geralmente o mercado utiliza uma volatilidade diferente, designada volatilidade implícita.

Esta secção inicia-se com uma descrição do conceito de volatilidade e a sua classificação, e seguidamente abordam-se os diferentes sorrisos associados à volatilidade implícita e os sentimentos do mercado.

2.2.1. Conceito e sua importância

A volatilidade é entendida como sendo uma medida da dispersão das cotações dos ativos subjacentes em relação à sua média, durante um determinado período de tempo. Geralmente, esta medida é calculada através do desvio padrão anualizado da variação das cotações diárias, semanais ou mensais e é expressa em termos percentuais. Quanto maior for a volatilidade, maior será a incerteza.

Desde Markowitz (1952), a volatilidade é um dos principais temas de investigação, com particular relevância na análise de risco e valorização de instrumentos financeiros. Daly (2008) refere algumas das razões pelas quais este tema é considerado tão importante:

- Quando os preços dos ativos flutuam muito em frações de tempo tão curtos como um dia ou menos, os investidores podem achar difícil que a explicação se deva unicamente a fatores económicos.

- Para as empresas a volatilidade é um fator importante na determinação da probabilidade de falência. Quanto maior for a volatilidade de uma determinada estrutura de capital, maior é a probabilidade de incumprimento.
- A volatilidade é um fator importante na determinação do *spread bid-ask*. Quanto maior a volatilidade da ação, maior é o *spread* entre os preços *bid* e *ask* do mercado. Por isso, a volatilidade da ação afeta a liquidez do mercado.
- Técnicas de cobertura de risco, como por exemplo *portfolio insurance*, são afetados pelo nível de volatilidade, visto que os preços dos *insurance* aumentam com a volatilidade.
- A teoria económica e financeira sugere que os investidores são avessos ao risco, pelo que o aumento do risco associado a uma determinada atividade económica tem consequências negativas para o investimento.
- O aumento da volatilidade ao longo do tempo pode induzir as entidades financeiras e reguladoras a forçar as empresas a alocar uma maior percentagem de capital disponível para fazer face a investimentos.

Existem determinados padrões de comportamento comuns aos diferentes mercados, que na literatura são designados por “factos estilizados”. De entre eles, encontram-se as *fat tails* na distribuição de rendibilidades, os *clusters* de volatilidade, o efeito alavanca ou de assimetria, a memória longa das sucessões cronológicas financeiras, os movimentos conjuntos (*co-movements*), etc.

Ampla literatura financeira, mostra que as distribuições das rendibilidades das ações são leptocúrticas ou *fat tailed*, ou seja, apresentam uma concentração mais elevada nas abas do que as da distribuição normal. Esta característica, também conhecida como excesso de curtose, foi identificada inicialmente por Mandelbrot (1963) e Fama (1963, 1965). As distribuições *fat tailed* podem ser causadas por saltos, ou seja, movimentos bruscos pouco frequentes mas de grande magnitude.

Mandelbrot (1963) e Fama (1965) constataram, ainda, que grandes variações tendem a ser seguidas por grandes variações (positivas ou negativas), e variações pequenas tendem a ser seguidas por variações pequenas. Este fenómeno designa-se *clusters* de volatilidade.

O denominado *leverage effect* (efeito de alavanca) ou efeito assimétrico verifica-se quando os preços das ações tendem a ser correlacionados negativamente com as variações da volatilidade, ou seja, quando a volatilidade é maior depois de choques negativos do que depois de choques positivos da mesma magnitude.

Por outro lado, os efeitos de memória de longo prazo (*long memory*) estão relacionados com um elevado grau de persistência nas observações. E os movimentos conjuntos (*co-movements*) dizem respeito à evidência de sincronia de comportamentos em mercados diversos, ou seja, quando há tendência para seguirem comportamentos similares.

2.2.2. Tipos de volatilidade

Usualmente classifica-se a volatilidade em três tipos:

- Histórica ou estatística;
- Previsional ou futura;
- Implícita.

2.2.2.1. Volatilidade histórica

A volatilidade histórica (σ) mede as variações nos preços ocorridos no passado, sendo calculada através da seguinte fórmula⁷ (Ferreira, 2009):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{n}}, \quad (2.18)$$

⁷ Se o número de observações (n) for pequeno deve-se subtrair uma unidade para reduzir o efeito de enviesamento.

onde,

X_t = logaritmo natural do quociente entre duas cotações sucessivas, $\ln(P_t / P_{t-1})$,

\bar{X} = média aritmética de X_t , e

n = número de observações.

No caso de terem sido utilizadas cotações diárias (ano civil), semanais ou mensais, no cálculo da volatilidade, o resultado encontrado pode ser anualizado, bastando para tal multiplicá-lo por $\sqrt{365}$, $\sqrt{52}$ ou $\sqrt{12}$, respetivamente.

Alguns autores chamam a atenção para a necessidade de os dados históricos serem tratados de forma diferenciada. Consideram que os acontecimentos mais recentes devem ter mais peso em relação aos acontecimentos mais antigos. Esta situação pode ser colmatada com a utilização de ponderadores. Assim, a volatilidade histórica ponderada (σ_s) é dada pela expressão:

$$\sigma_s = \sqrt{\sum_{t=1}^n (nw_t X_t - \bar{X})^2}, \quad (2.19)$$

sendo

w_1, w_2, \dots, w_n as ponderações atribuídas aos acontecimentos e $\sum w_t = 1$.

Constata-se, contudo, que a volatilidade ponderada com maior peso das últimas variações, conduz a uma volatilidade superior à que é calculada atribuindo igual ponderação para todos os acontecimentos.

Verifica-se, ainda, que existe um valor médio a longo prazo para o qual revertem as situações atuais, designado por reversão à média. No caso de os níveis mais recentes serem inferiores aos de longo prazo, então tenderão a subir, revertendo para o nível médio. Se, pelo contrário, os níveis atuais forem superiores aos de longo prazo, tenderão a descer. A velocidade a que a reversão tende a acontecer nem sempre é igual: em períodos de maiores variações a reversão tende a ser mais rápida. A reversão é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma^* = \sigma_{recente} + \alpha^* (\sigma_{recente} - \sigma_{longo}). \quad (2.20)$$

Com,

α^* = velocidade de reversão.

2.2.2.2. Volatilidade futura

A volatilidade futura ou previsionar é aquela que diz respeito à expectativa de variações futuras nas cotações, sendo a mais difícil de estimar. Uma aproximação para estimar a volatilidade é através dos modelos tipo ARCH⁸, os quais reconhecem que as volatilidades não são constantes ao longo do tempo. Nestes modelos admite-se que a volatilidade é influenciada pelo seu próprio passado.

2.2.2.3. Volatilidade implícita

O valor da volatilidade implícita (VI) é aquele que torna o preço de mercado da opção igual ao preço teórico obtido por um modelo de valorização de opções. Consiste em colocar como *input* o preço da opção, passando a volatilidade a ser o resultado final. Utiliza-se com frequência o preço das opções no fecho, mas é mais rigorosa a utilização de um valor médio dos preços *bid* e *ask*.

Para calcular a VI podem ser utilizados os comandos *Solver* ou *Goal Seek* do *Excel* ou o algoritmo de *Newton-Raphson* (Rouah & Vainberg, 2007).

Ferreira (2009) refere que a VI é um valor em mudança permanente, visto que no fecho de um determinado dia de negociação uma opção tenderá a apresentar uma VI diferente da do fecho do dia anterior, ou mesmo do início da sessão.

⁸ *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

A VI é útil quando se deseja conhecer o que o mercado pensa num determinado momento sobre o ativo subjacente, ou quando se pretende comparar os preços das opções para preços de exercício diferentes e para maturidades diferentes. É, por isso, utilizado frequentemente para traçar estratégias de compra ou venda. Por exemplo, se em determinado momento as *calls* estão subavaliadas e as *puts* sobrevalorizadas, devido a diferenças de volatilidade, é vantajoso para o investidor comprar *calls* e vender *puts*.

2.2.3. Sorrisos da volatilidade

A volatilidade implícita calculada a partir da fórmula de B-S (1973), e modelos derivados, tem-se verificado ser diferente em preços de exercício diferentes. Dadas as premissas do modelo B-S (1973), todas as opções sobre o mesmo ativo subjacente, com as mesmas datas de vencimento mas com preços de exercício diferentes, deveriam ter a mesma volatilidade implícita.

Quando os diferentes valores de volatilidade implícita de um determinado ativo subjacente são representados num gráfico, tendo como abcissa o preço de exercício (ou o *moneyness*⁹) da opção e na ordenada o valor da volatilidade implícita, por vezes geram uma curva com um efeito tipo “sorriso”.

Os padrões mais usuais da volatilidade implícita são: o sorriso puro e franco (*smile*), o sorriso amarelo ou forçado (*skew*, *smirk* ou *sneer*) e o sorriso trombudo (*frown*). O sorriso puro e franco, ou *smile*, geralmente é caracterizado por elevadas volatilidades implícitas nas opções *in-the-money* e nas opções *out-of-the-money*, e baixas volatilidades nas opções *at-the-money* (quando o preço de exercício é igual ao preço de mercado).

⁹ O *moneyness* pode ser calculado de diferentes formas, frequentemente utiliza-se o rácio entre o preço de exercício e o preço de mercado (X/S).

O padrão do sorriso da volatilidade sugere que a fórmula B-S (1973) tende a desvalorizar opções muito *in-the-money* e muito *out-the-money*. Contudo, vejamos evidência empírica concreta pois os resultados são variados e contraditórios.

O primeiro estudo empírico a detetar enviesamentos nos valores produzidos pelo modelo de Black-Scholes, foi desenvolvido pelos próprios autores Black e Scholes (1972). Estudaram opções sobre ações da *New York Stock Exchange* (NYSE), no período de maio 1966 a julho 1969, e concluíram que o modelo B-S produzia valores que se desviavam significativamente dos preços de mercado.

Mais tarde, Black (1975) realizou um teste ao modelo B-S (1973) e descobriu que o modelo subvaloriza opções muito *out-of-the-money* e sobrevaloriza opções muito *in-the-money*.

Nos anos seguintes outros autores detetaram enviesamentos, como por exemplo Macbeth e Merville (1979), Rubinstein (1985), Shastri e Wethyavivorn (1987), Sheikh (1991), Dumas, Fleming e Whaley (1998).

Peña *et al.* (1999) constataram um sorriso puro e franco quando estudaram opções sobre o índice *IBEX-35*, transacionadas de janeiro 1994 a abril 1996. A Figura 2.8 apresenta o *smile* representativo de todo o período e de dois sub-períodos consecutivos. Este resultado contrasta com as evidências encontradas no mercado americano, onde a forma típica da volatilidade implícita dos índices de mercado, após o *crash* de outubro 1987, estava mais próxima do *sneer*.

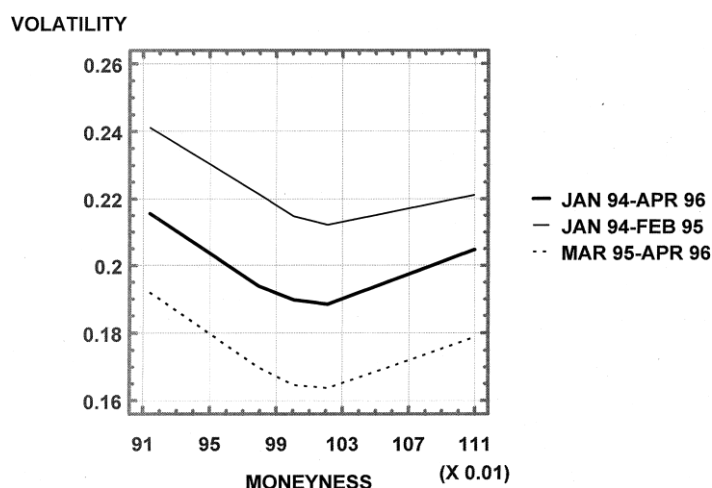


Figura 2.8 – Padrão *smile* da volatilidade implícita em relação ao *moneyness* de opções *IBEX-35*, transacionadas de janeiro 1994 a abril 1996

Fonte: Peña *et al.* (1999: 1158)

Bollen e Rasiel (2003) encontraram padrões de sorriso puro em opções cambiais, entre 1997 e 1999, no mercado *Over the Counter* (OTC)¹⁰.

Mais recentemente, num estudo empírico levado a cabo por Ederington e Guan (2005), foi constatado um sorriso *skew*, conforme pode ser observado na Figura 2.9. Utilizaram as cotações diárias de opções sobre futuros *S&P 500*, transacionadas na *Chicago Mercantile Exchange* (CME), de 1 de janeiro de 1988 a 31 de março de 2003.

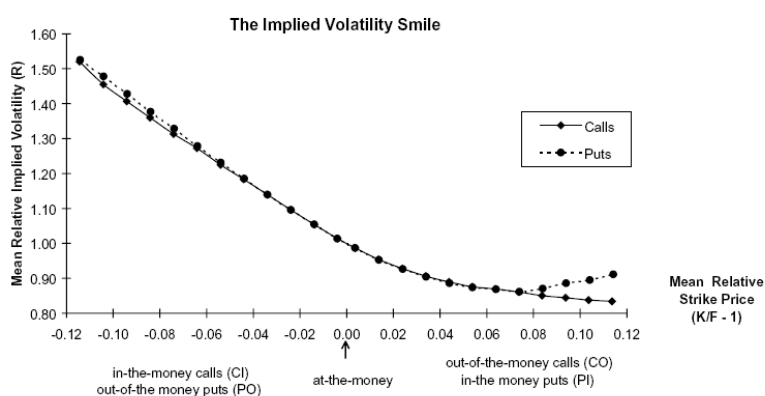


Figura 2.9 – Padrão *skew* da volatilidade em relação ao *moneyness* de opções sobre futuros *S&P 500*, transacionadas de 1 de janeiro de 1988 a 31 de março de 2003

Fonte: Ederington e Guan (2005: 1436)

No eixo das ordenadas está representada a média relativa da volatilidade implícita, e no eixo das abcissas a média relativa do preço de exercício, definido como $(K/F-1)$, onde K é o preço de exercício e F o preço do futuro subjacente. Como se pode observar na Figura 2.9, a volatilidade implícita desce à medida que o preço de exercício aumenta, tanto para as *calls* como para as *puts*. Consistente com a paridade *put-call*, a volatilidade implícita sobre as *calls* e *puts* para o mesmo preço de exercício é virtualmente idêntica até preços elevados serem atingidos, onde a volatilidade implícita das *puts*, ligeiramente maior, pode refletir a possibilidade de exercício antecipado.

¹⁰ Um mercado *Over the Counter* (OTC) é um mercado não regulamentado.

Não é apenas o modelo B-S (1973) que apresenta erros sistemáticos na valorização de opções. Noutros modelos de valorização de opções, que surgiram ao longo do tempo, recorrentemente são encontradas diferentes volatilidades implícitas para diferentes preços de exercício e maturidades.

Evidência empírica de sorriso da volatilidade foi verificada por Kuo (2011) em opções de curto prazo sobre taxas de juro, valorizadas pelo modelo Heath, Jarrow e Morton (HJM, 1992). Em estudo estiveram opções de compra e venda sobre taxas de juro EURIBOR. A Figura 2.10 mostra a volatilidade implícita de opções de compra e de venda sobre a taxa de juro EURIBOR em relação ao *moneyness*, em 5 de janeiro de 2005. O *moneyness* é representado pela diferença entre o preço de mercado e o preço de exercício das *calls*, e a diferença entre o preço de exercício e o preço de mercado das *puts*. Verifica-se que as volatilidades não são representadas por uma linha horizontal, mas apresentam um padrão *skew*. O padrão *skew* indica que opções OTM têm maior volatilidade do que as opções ATM e ITM. E que a volatilidade de opções ITM é maior que a volatilidade das opções ATM. Resultados semelhantes haviam sido constatados num estudo anterior, também sobre opções EURIBOR por Kuo e Wang (2009).

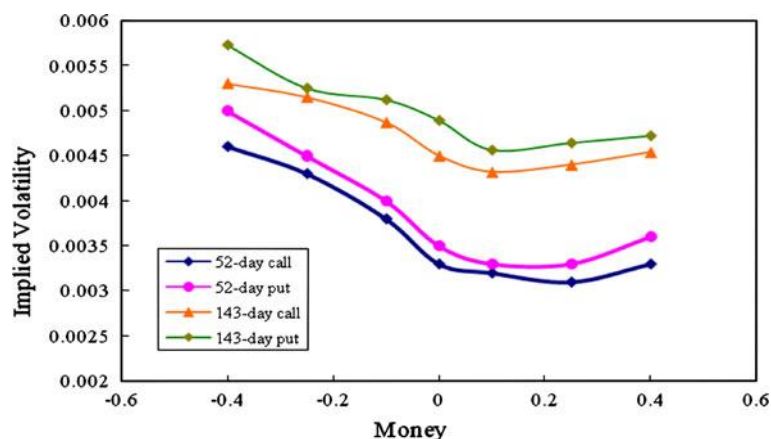


Figura 2.10 – Padrão *skew* da volatilidade implícita em relação ao *moneyness* de opções EURIBOR, transacionadas em 05/01/2005

Fonte: Kuo (2011: 88)

Nordén e Xu (2012) constataram um padrão *smirk* num índice sueco, quando estudaram opções sobre o índice *OMX 30*, da *NASDAQ-OMX*, de janeiro 2004 a dezembro 2005. Descobriram que, numa base diária, o padrão é significativamente dependente da liquidez entre as séries de opções com diferentes graus de *moneyness*.

Alguns autores questionaram qual seria a utilidade de se prever o padrão sorriso e que tipo de informação daí se podia extrair. Como é o caso de Xing, Zhang e Zhao (2010) que estudaram a previsibilidade e o tipo de informação contida no padrão sorriso da volatilidade de opções sobre ações individuais. Chegaram à conclusão que as empresas com um padrão *smirk* muito acentuado são aquelas que experimentam os piores rendimentos em meses subsequentes, o que sugere que a informação embutida naquele padrão está relacionada com os fundamentos da empresa. Basearam-se na seguinte premissa: se há uma percepção predominantemente pessimista das ações, os investidores tendem a comprar opções de venda, ou para proteção contra futuras descidas do preço das ações (*hedging*), ou para um potencial retorno elevado em posições longas em *puts* (especulação). Se mais investidores estão dispostos a comprar *puts* que vender *puts*, tanto o preço como a volatilidade implícita das *puts* aumenta, refletindo maior procura e levando a uma volatilidade com inclinação mais acentuada.

Para além do exposto, a volatilidade implícita pode fornecer informação importante sobre o que o mercado pensa exatamente num determinado momento sobre um ativo, especialmente através dos índices de volatilidade.

2.2.4. Sentimento de mercado

Gastineau (1977) foi o primeiro académico a criar um índice de volatilidade baseado nos preços de mercado das opções, alguns anos antes da *Chicago Board Options Exchange* (CBOE) introduzir os primeiros contratos de opções. Nos anos seguintes, outros investigadores seguiram o paradigma de Gastineau. Brenner e Galai (1989) consideraram que a introdução de contratos de opções e futuros sobre ações e índices de ações poderiam cobrir o risco em

relação à volatilidade do mercado e à volatilidade da taxa de juro, mas que ainda assim os investidores estavam expostos ao risco de alterações nas volatilidades. Sabendo que a volatilidade do mercado pode mudar em resposta a variações de fatores macroeconómicos, como inflação, desemprego ou política económica, ou em resposta a mudanças na volatilidade do património de empresas específicas, devido a mudanças nas estruturas de capital ou notícias sobre o desempenho, sugeriram a criação de um índice de volatilidade (*Sigma Index*) que seria atualizado com frequência e utilizado como ativo subjacente de futuros e opções. Referiram ainda que havia muitas maneiras de construir um índice deste tipo: poderia ser com base no desvio padrão obtido a partir de observações históricas (com mais peso dado às observações recentes), poderia basear-se nas volatilidades implícitas das opções, ou numa combinação de volatilidades históricas e implícitas para fornecer algum equilíbrio entre as tendências de longo e de curto prazo.

Em 1993, Whaley desenvolveu o primeiro índice de volatilidade em relação a opções sobre o *S&P 100* para a CBOE, que no ano seguinte foi introduzido com a designação *VIX*. Muitos outros foram criados nas maiores bolsas internacionais. Siriopoulos e Fassas (2009), no artigo “Implied Volatility Indices – A review” apresentaram um estudo detalhado sobre 29 índices de volatilidade, dos quais alguns são calculados e publicados por bolsas organizadas e outros propostos em contexto académico.

Os índices de volatilidade implícita têm como objetivo avaliar os sentimentos e os níveis de confiança vividos no mercado. A sua análise permite não só averiguar se os preços das opções estão caros ou baratos mas, também, antever as tendências ou direções futuras do mercado (subida ou descida) ou, ainda, avaliar a duração temporal dos movimentos.

O Quadro 2.3 indica a relação entre os níveis de volatilidade implícita e o sentimento do mercado:

Quadro 2.3 – Relação entre os níveis de VI e o sentimento do mercado

Níveis de VI	Sentimentos de mercado
05-10	Não existe ansiedade; satisfação extrema
10-15	Alguma ansiedade, mas muito pouca; grande satisfação ainda
15-20	Pouca ansiedade; satisfação moderada
20-25	Ansiedade moderada; pouca satisfação
25-30	Ansiedade moderada mas em crescimento
30-35	Ansiedade elevada
35-40	Ansiedade muito elevada
40-45	Ansiedade extrema
45-50	Início de pânico
50-55	Pânico moderado
55-60	Pânico instalado
60-65	Pânico intenso
+65	Pânico extremo

Fonte: Ferreira (2009: 389)

Os níveis de volatilidade implícita apresentam-se como contrários aos níveis do mercado, efeito designado *ad contrarium*. A relação que geralmente se estabelece entre os níveis de volatilidade implícita e o mercado é de ordem inversa, ou seja, acréscimos na VI estão associados a descidas nos preços e decréscimos na VI estão associados a subidas nas cotações. Um índice de volatilidade implícita elevado indica maior instabilidade e receio dos mercados; por outro lado, um índice baixo indica maior estabilidade e confiança dos investidores. Os valores mais comuns para a média do índice situam-se entre 20 e 30 (Ferreira, 2009).

O mesmo autor salienta ainda a importância de se comparar os resultados proporcionados pelo índice de volatilidade implícita com outros instrumentos utilizados para avaliar o sentimento de mercado, como por exemplo os rácios *put/call* e *bull/bear*.

O rácio *put/call* tem como numerador o volume das opções de venda e como denominador o volume das opções de compra. O sentimento do mercado é pessimista quando o volume de *puts* exceda o volume de *calls*. As expectativas do mercado são consideradas otimistas quando o volume de *calls* é superior ao volume de *puts*. Quando os agentes preveem

descidas nas cotações das ações ou índices de ações, verifica-se um aumento na procura de opções de venda, no sentido de proteger posições longas ou de especular com a evolução negativa dos preços. Por outro lado, se a expectativa é de subida, a tendência é adquirir *calls* com o objetivo de proteger posições curtas ou de especular com o aumento das cotações. Existem dois níveis que são considerados como referência para este indicador: 0,60 e 0,70. Assim, abaixo de 0,60 o sentimento torna-se otimista e acima de 0,70 o sentimento é pessimista. A área entre 0,60 e 0,70 é considerada neutra.

Por outro lado, o rácio *bull/bear* tem como suporte a consulta semanal a uma amostra de investidores, com o intuito de auscultar a orientação do mercado (otimista, neutra ou pessimista), consubstanciado no Índice IIS – *Investors Intelligence Sentiment*. O rácio *bull/bear* é obtido pelo quociente entre o número de investidores otimistas (*bullish*) e o número de investidores pessimistas (*bearish*). Valores acima de 1,0 refletem expectativas positivas mas valores inferiores a 1,0 traduzem um sentimento de desconfiança.

Sabendo que a volatilidade implícita nos preços das opções é entendida como a avaliação do mercado, num determinado momento, para a volatilidade do ativo subjacente referente ao período compreendido entre essa data e a maturidade da opção seguidamente far-se-á uma análise empírica de vários índices de volatilidade procurando entender o seu comportamento, a sua relação com o índice subjacente e com as tendências do mercado.

3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

O objetivo da abordagem teórica do capítulo anterior foi fornecer informações suficientes para a compreensão dos aspetos mais relevantes do tema sob investigação – a volatilidade implícita – e orientar a pesquisa e recolha de dados, sendo também a principal base para a adequada interpretação dos resultados que derivam deste estudo de caso.

O método de investigação “estudo de caso” é utilizado em situações complexas que pressupõem uma apresentação rigorosa de dados empíricos, baseada numa combinação de evidências quantitativas e qualitativas (Barañano, 2004).

Assim, na parte empírica desta investigação que agora se inicia são analisados os seguintes índices de volatilidade e índices de ações que lhe estão subjacentes: *VIX*, *VXD*, *VAEX*, *VBEL*, *VCAC*, *VFTSE* e respetivamente *S&P 500*, *DJIA*, *AEX*, *BEL 20*, *CAC 40* e *FTSE 100*. Os dados foram extraídos dos sites www.yahoofinance.com, www.euronext.com e www.cboe.com. A amostra corresponde a cerca de onze anos de observações: de 03/01/2000 a 01/04/2011. Com efeito, foram obtidas 12 séries financeiras com 5 dias de funcionamento por semana, sendo os feriados locais englobados de modo a manter coerente o número de observações associadas a uma semana de trabalho. Assim, quando um índice não é cotado num dia de semana, acrescenta-se o dia em falta com uma cotação igual à do dia anterior. No total cada índice bolsista tem 2926 observações.

Com recurso aos *softwares EViews 7* e *Microsoft Excel 2010*, a organização e interpretação dos dados obedeceram aos seguintes passos:

- Cálculo das taxas de rendibilidade diárias de cada índice, obtidas pelo logaritmo natural da variação das respetivas cotações:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right), \quad (3.1)$$

o que corresponde a

$$R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}, \quad (3.2)$$

com

R_t = taxa de rendibilidade diária no dia t e

P_t = valor de fecho do índice bolsista no dia t ;

- Representação gráfica das cotações diárias de fecho dos diversos índices bolsistas e análise da sua evolução;
- Representação gráfica das rendibilidades diárias dos índices bolsistas;
- Análise descritiva das taxas de rendibilidade diárias de cada um dos índices bolsistas;
- Teste da hipótese de normalidade das distribuições das taxas de rendibilidades diárias dos índices bolsistas;
- Análise da correlação entre índices.

No próximo capítulo faz-se uma caracterização dos índices em estudo e aborda-se a respetiva metodologia de cálculo tendo em conta que esta pode influenciar, de certa forma, a análise dos resultados alcançados.

4. CARACTERIZAÇÃO DOS ÍNDICES BOLSISTAS

Os diversos índices acionistas, tais como o *S&P 500*, o *AEX*, etc., são calculados com base no preço das ações que o compõem. Cada índice tem uma determinada especificidade para a seleção das ações a incluir e respetivamente uma determinada fórmula de cálculo. Bentes (2011) refere que, por natureza, um índice deve constituir um elemento neutro na avaliação do comportamento do mercado e que, por isso, a sua construção deve observar alguns critérios fundamentais:

- Representatividade

Um índice deve incorporar o maior número de empresas do mercado-alvo, de forma a ser representativo desse mercado.

- Ponderação

É necessário determinar convenientemente o peso (ou a ponderação) das empresas selecionadas no valor global do índice. No caso concreto dos índices de ações os critérios mais frequentes são:

- a capitalização bolsista em que quanto maior o seu valor, maior será a ponderação a atribuir; e
- o critério da cotação em que as ponderações relativas resultam da cotação de cada ação.

- Momento de referência

Torna-se ainda necessário delimitar uma data de referência para o início da contagem do índice. Geralmente, na data da criação ou lançamento do índice faz-se corresponder um determinado número de pontos, que se constitui a base do índice e que servem para apurar alterações que venham a ocorrer mais tarde.

Uma vez que o preço da ação é muitas vezes usado como uma medida das expectativas do mercado relativamente aos *cash-flows* da empresa em causa, um índice de mercado constitui-se um poderoso indicador do desempenho económico de determinado mercado. A par disso há a possibilidade de comparação histórica das rendibilidades do mercado acionário

com outros ativos (por exemplo com a dívida soberana, com o ouro, etc.). Tendo em conta todas as potencialidades dos índices, novos instrumentos foram desenvolvidos baseados nos movimentos (ou oscilações) do mercado, por exemplo opções sobre índices de ações, futuros sobre índices de ações, entre outros (Sutcliffe, 2006).

Neste contexto surgem os índices de volatilidade implícita, que como já foi referido têm em conta as opções no seu cálculo, em vez de ações, com o preço das opções a refletir as expectativas de mercado em relação à volatilidade futura para um determinado período, geralmente para os trinta dias subsequentes.

Nas secções seguintes apresentam-se os índices de volatilidade considerados neste estudo de caso. Procurou-se selecionar índices de países com desenvolvimento económico comparável e cuja capitalização bolsista desempenha um papel relevante no mercado internacional, nomeadamente: o *VIX*, o *VXD*, o *VAEX*, o *VBEL*, o *VCAC* e o *VFTSE*, sem deixar de referir os índices acionistas que lhes estão subjacentes.

4.1. CBOE Volatility Index

O *CBOE Volatility Index (VIX)* reflete a opinião do mercado de como os preços das ações podem se mover no futuro. Apelidado de *fear gauge* é correto associar o *VIX* a uma medida da incerteza dos investidores. Apesar de o *VIX* ter geralmente uma correlação negativa com o mercado acionário e de alguns *traders* usarem o *VIX* em conjunto com outros indicadores para avaliar o mercado, o *VIX* não foi criado para prever os preços das ações, a direção ou altos e baixos do mercado.

➤ O *VIX* inicial

O *VIX* foi introduzido pela *Chicago Board Options Exchange* (CBOE), em 1993, com o intuito de medir a expectativa do mercado sobre a volatilidade implícita das opções do índice *S&P 100*. Calculado com base no modelo de avaliação de opções de Black-Scholes-Merton (1973); posteriormente este índice VI passou a designar-se *VXO*, passando a designação *VIX* a referenciar o índice de volatilidade em relação a opções sobre o *S&P 500*.

O *VXO* é construído a partir da volatilidade implícita de quatro pares de opções de compra e de venda sobre o *S&P 100*. Em particular, utilizam oito opções de compra e de venda *near-the-money* (uma acima e outra abaixo do preço de exercício *at-the-money*) em 1ª e 2ª proximidade de expirar. Estas opções são ponderadas de forma a representarem a volatilidade implícita de 30 dias de calendário ou 22 dias de transação (Siriopoulos e Fassas, 2009).

É de realçar que os preços das opções são calculados com base nos dias de calendário e os índices de volatilidade têm por suporte os dias de transação. O ajustamento entre o número de dias de calendário N_c e o número de dias de transação N_t é feito pela seguinte expressão:

$$N_t = N_c - 2 * \text{int} \left(\frac{N_c}{7} \right). \quad (4.1)$$

O *VIX* original ou *VXO* é obtido pela seguinte fórmula:

$$VXO = \sigma_1 \left(\frac{N_{t2} - 22}{N_{t2} - N_{t1}} \right) + \sigma_2 \left(\frac{22 - N_{t1}}{N_{t2} - N_{t1}} \right). \quad (4.2)$$

Com,

$$\sigma_1 = \sigma_1^{X_l} \left[\frac{X_u - S}{X_u - X_l} \right] + \sigma_1^{X_u} \left[\frac{S - X_l}{X_u - X_l} \right], \quad (4.3)$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^{X_l} \left[\frac{X_u - S}{X_u - X_l} \right] + \sigma_2^{X_u} \left[\frac{S - X_l}{X_u - X_l} \right]. \quad (4.4)$$

Onde:

σ_1 e σ_2 = taxas de volatilidade,

N_{t1} e N_{t2} = número de dias de transação até ao vencimento da 1ª e 2ª proximidade respetivamente,

S = preço *spot*,

X_l = preço de exercício menor, e

X_u = preço de exercício superior.

A importância do *VIX* aumentou quando em 2003 a CBOE alterou a sua metodologia de cálculo, ou seja, quando o *S&P 100* foi substituído pelo índice *Standard & Poor 500* (*S&P 500*) e foi adotado outro método de cálculo. Salienta-se que o *S&P 500* reúne as 500 maiores empresas norte-americanas num índice, selecionadas segundo requisitos como o seu valor de mercado, representatividade no sector e liquidez. É por isso adotado pelos profissionais como uma referência (*benchmark*) em todo o mundo, servindo de comparação com o desempenho das carteiras ou fundos de ações, entre outros. A evolução do *S&P 500* é calculada em função do seu valor base – 10 pontos – fixado em 1957, quando foi criado.

➤ O novo *VIX*

O novo *VIX* foi introduzido em setembro de 2003 e tem duas diferenças fundamentais comparado com o *VIX* inicial. O cálculo do novo *VIX* é baseado em opções sobre o índice *S&P 500*, enquanto o *VXO* usa opções sobre o *S&P 100*. Além disso, os dois

índices usam um método diferente para calcular a volatilidade, ou seja, o novo *VIX* é independente de qualquer modelo de valorização, não recorrendo ao modelo Black-Scholes-Merton (1973). É baseado no conceito do justo valor da variância futura desenvolvido por Demeterfi *et al.* (1999) e é calculado diretamente de variáveis observáveis no mercado, tais como os preços de mercado de opções de compra e de venda e taxas de juro.

O novo *VIX* utiliza uma série abrangente de preços de exercício, em vez de somente preços de exercício *at-the-money*. Isto simplificou a metodologia e tornou-a mais útil. Basicamente é calculado pela seguinte fórmula:

$$VIX = 100 * \sqrt{\frac{2}{T} \sum \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2}. \quad (4.5)$$

Onde:

T = tempo até à maturidade,

F = valor futuro do índice baseado nos preços das opções,

K_0 = preço de exercício mais próximo (abaixo) de F ,

K_i = preço de exercício da i -ésima opção *out-of-the-money* (sendo uma opção de compra se

$K_i > K_0$, uma opção de venda se $K_i < K_0$, ou ambas se $K_0 = K_i$),

ΔK_i = diferença entre preços de exercício,

R = taxa de juro sem risco até à maturidade, e

$Q(K_i)$ = ponto médio da diferença entre o preço de compra e o de venda.

O *VIX* pode ser transacionado sob a forma de opções ou futuros, sendo um forte instrumento de cobertura de risco e de especulação.

4.2. CBOE Dow Jones Volatility Index

O *CBOE Dow Jones Volatility Index (VXD)* foi introduzido no mercado em 2005, pela CBOE como o nome indica, para medir a volatilidade implícita do índice *Dow Jones Industrial Average (DJIA)*. Baseia-se nos preços de opções em tempo real sobre o índice *DJIA* e é projetado para refletir a expectativa dos investidores acerca da volatilidade deste índice para os 30 dias seguintes.

Sobre o *DJIA* é importante referir que cerca de dois terços das trinta empresas que o compõem são fabricantes de bens industriais e de consumo. Os outros representam diversos tipos de serviços, como por exemplo: financeiros, tecnologia de informação e entretenimento. Mesmo assim, o *DJIA* tem subjacente o mesmo propósito para o qual foi criado, isto é, proporcionar uma visão clara e simples do mercado de ações e da economia norte americana. Trata-se de um dos índices mais antigos e mais utilizados pelo mercado. O seu valor inicial foi de 40,94 pontos.

A metodologia utilizada para o cálculo do *VXD* é semelhante à do cálculo do novo *VIX*.

4.3. Amsterdam Euronext Volatility Index

Em 3 de Setembro de 2007, a *NYSE Euronext* introduziu o índice *Amsterdam Euronext Volatility Index (VAEX)*. Este índice segue a metodologia do novo *VIX* e é calculado com base na variância implícita das opções de compra e de venda disponíveis na *London International Financial Futures and Options Exchange (LIFFE)*. Em tempo real, captura a volatilidade implícita embutida nos preços *out-of-the-money* de compra e de venda de opções disponíveis na LIFFE. É calculado de forma transparente, usando apenas um parâmetro externo, ou seja, o risco da taxa de juro. É cotado em termos de pontos percentuais e traduz o movimento esperado no índice *AEX* durante os 30 dias seguintes, numa base anualizada. O *AEX* reflete o desempenho das 25 ações mais negociadas na *Euronext*

Amsterdam e é o indicador mais expressivo do mercado acionário holandês. O índice foi introduzido no mercado em 1983 pela Bolsa de Valores de Amsterdão, sendo a sua evolução calculada em função do valor de base fixado, nesse ano, em 45,38 pontos.

4.4. BEL 20 Volatility Index

O *BEL 20 Volatility Index (VBEL)* foi introduzido no mercado pela *NYSE Euronext*, em setembro de 2007. Este índice tem como objetivo capturar a volatilidade implícita no preço das opções do índice *BEL 20*.

O *VBEL* segue a metodologia de cálculo do novo *VIX* e também, em tempo real, captura a volatilidade implícita embutida nos preços *out-of-the-money* de opções de compra e de venda disponíveis na LIFFE. Tal como acontece com o *VAEX* é calculado apenas um parâmetro externo, o risco da taxa de juro. Traduz o movimento esperado no índice *BEL 20* durante os 30 dias seguintes, numa base anualizada, sendo cotado em termos de pontos percentuais. O *BEL 20* é um índice em tempo real que reflete o desempenho das 20 ações belgas mais líquidas, cotadas na *Euronext Brussels*; serve ainda como um índice *blue-chip*. O seu valor base foi fixado, em 1990, em 1.000 pontos.

4.5. CAC 40 Volatility Index

O *CAC 40 Volatility Index (VCAC)* foi introduzido pela *NYSE Euronext* no dia 3 de setembro de 2007. É cotado em pontos percentuais e traduz o movimento esperado no índice *CAC 40* durante os 30 dias seguintes, em uma base anualizada. É calculado da mesma forma que o índice *VAEX* e *VBEL*.

O índice *CAC 40* é o principal índice do mercado de capitais da França, sendo constituído pelos 40 ativos com maior valor de capitalização na *Euronext Paris*. A base inicial de cotações utilizada para o seu cálculo foi de 1.000 pontos, fixado em 1987.

4.6. *FTSE 100 Volatility Index*

No início de junho de 2008, *NYSE Euronext* anunciou o lançamento de um quarto índice de volatilidade, o *FTSE 100 Volatility Index (VFTSE)*, que representa a volatilidade implícita incorporada nos preços das opções (também disponíveis na *LIFFE*) do índice de ações do Reino Unido, ou seja, do *FTSE 100*. O índice de volatilidade *FTSE 100* é calculado pela *NYSE Euronext*, da mesma forma dos outros índices de volatilidade dessa Bolsa de Valores, utilizando a nova metodologia do *VIX*.

O *FTSE 100* é um índice amplamente utilizado como referência no mercado britânico de capitais; representa o desempenho das 100 maiores empresas do Reino Unido cotadas em Bolsa. O seu valor inicial foi fixado em 1984, em 1.000 pontos.

No capítulo 5 será feita uma análise da evolução e oscilação ao longo do tempo dos diversos índices bolsistas e a interpretação dos resultados das estatísticas descritivas, testes de hipóteses e correlação entre índices.

5. ANÁLISE DE DADOS E INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS

Em análise de dados procura-se resumir gráfica ou numericamente os dados disponíveis por forma a evidenciar padrões ou relações, porventura presentes nos dados e que fundamentem a formulação de hipóteses acerca do comportamento dos fenómenos reais que geram esses dados. A ideia subjacente à análise de dados é a de que a estrutura, padrões ou regularidades presentes nos fenómenos se refletem nos dados das observações. Assim, no presente capítulo procede-se à análise do comportamento dos índices de volatilidade implícita e dos índices acionistas subjacentes.

Na Secção 5.1 faz-se uma análise da evolução das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas em estudo. Seguidamente na Secção 5.2 faz-se uma análise da evolução das taxas de rendibilidade diárias dos índices considerados. Na Secção 5.3 recorre-se a um conjunto de medidas estatísticas descritivas para descrever de forma sucinta as características mais importantes das taxas de rendibilidade diárias dos índices. Na Secção 5.4 é formulada e testada a hipótese de normalidade das distribuições de rendibilidade diárias em estudo com recurso a vários testes. Por fim, na secção 5.5 determina-se o grau de correlação entre as distribuições.

5.1. Análise da evolução da cotação dos índices bolsistas

As Figuras 5.1 e 5.2 apresentam a evolução das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas em estudo, compreendendo o período de 03/01/2000 a 01/04/2011.

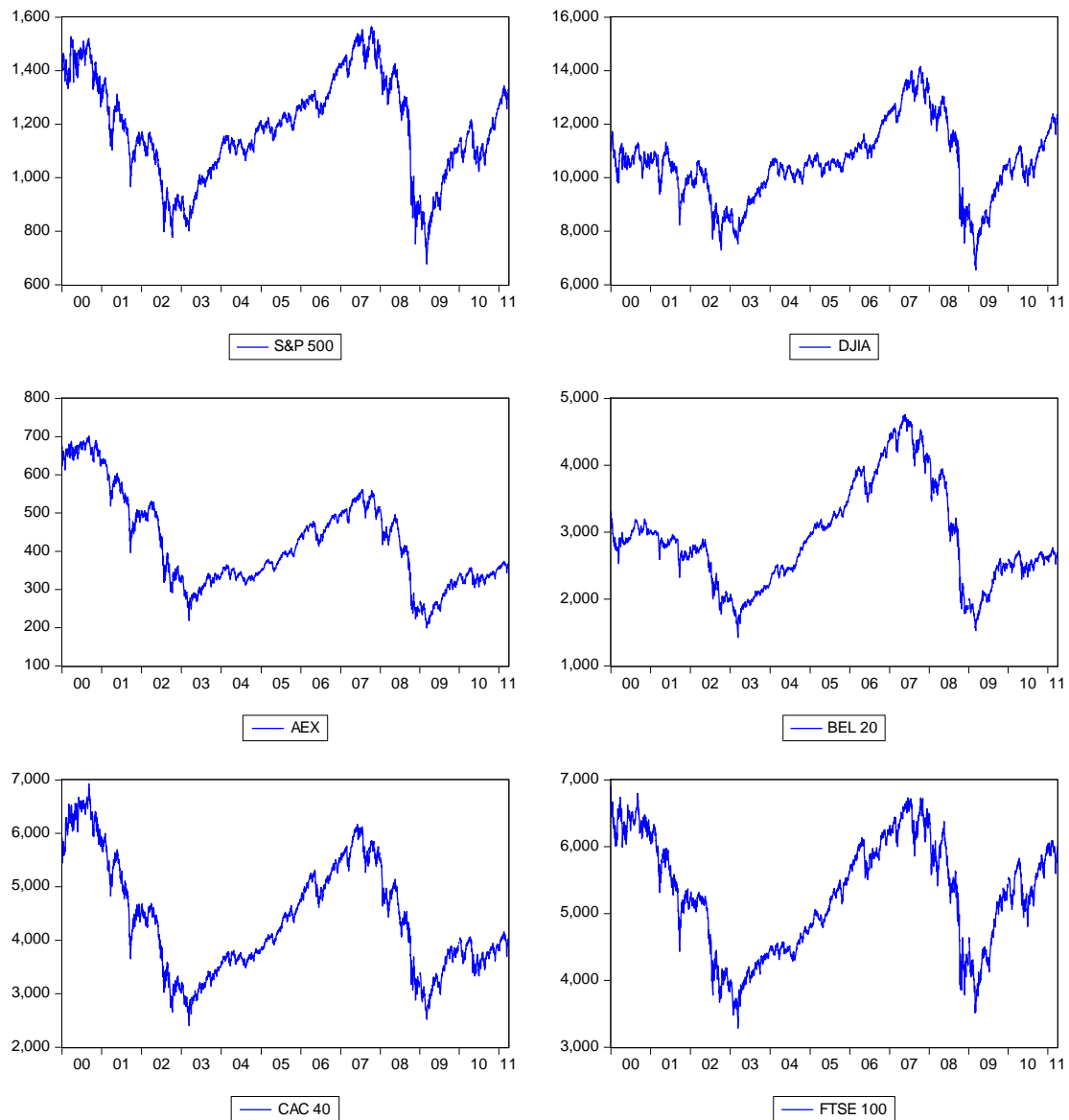


Figura 5.1 – Evolução das cotações diárias de fecho dos índices acionistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011

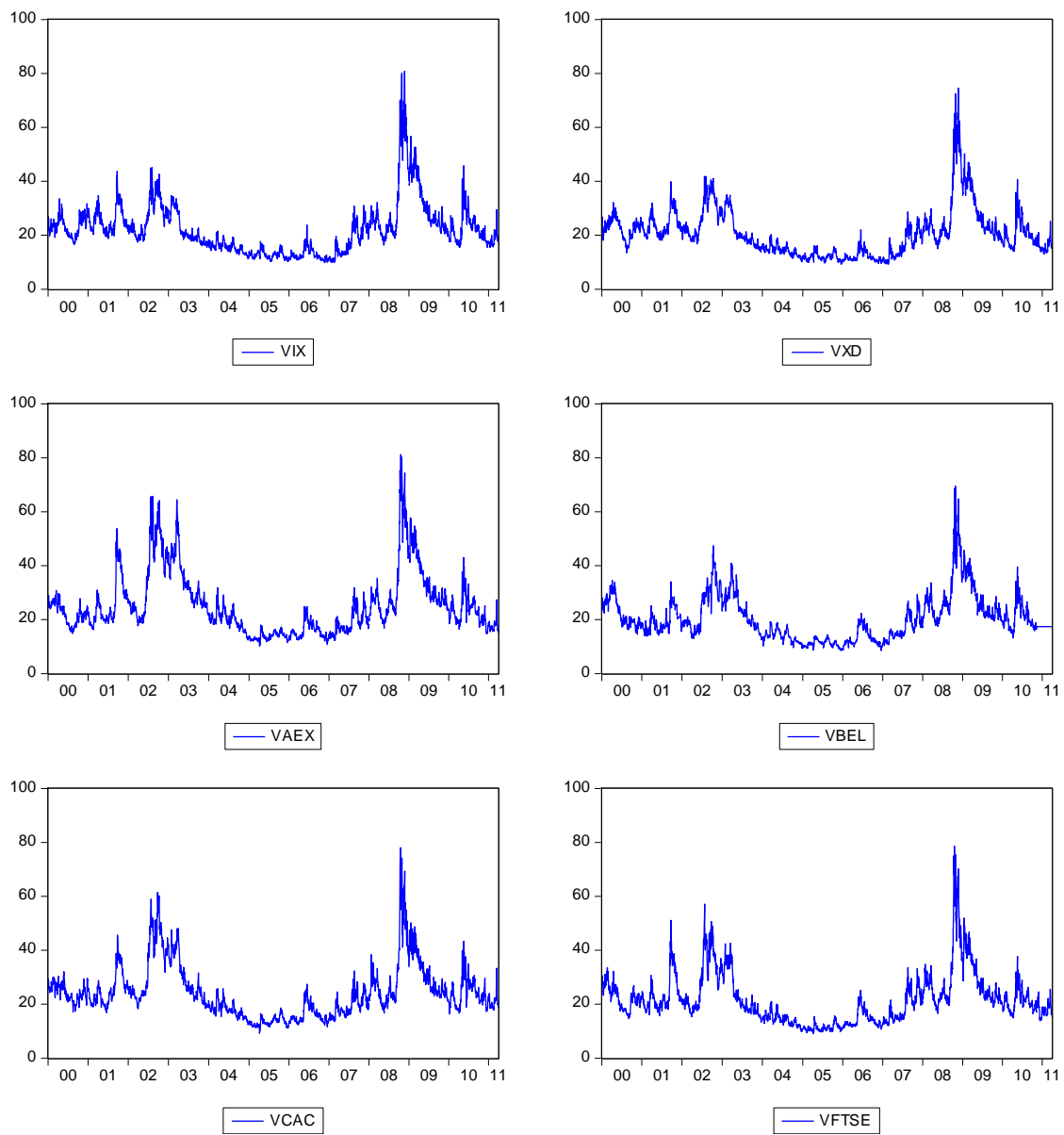


Figura 5.2 – Evolução das cotações diárias de fecho dos índices de volatilidade implícita, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011

Constata-se, logo à partida, na Figura 5.1, que o valor de fecho dos índices não é constante ao longo do tempo, ou seja, as séries não são estacionárias em média. Por outro lado, as seis séries apresentam uma evolução semelhante ao longo do tempo, o que revela um certo sincronismo dos índices.

Assim, nos gráficos apresentados pela Figura 5.1, distinguem-se sobretudo quatro etapas de evolução distintas:

- tendência *bearish* – de março de 2000 a meados de 2003;
- tendência *bullish* – de 2003 a 2006;
- correção e descida – 2007 a meados de 2009;
- retoma e subida – de 2009 a 2011.

O índice que apresenta níveis mais elevados de preços é o *DJIA* seguido do *CAC 40*, *FTSE 100* e o *BEL 20*. Em contrapartida o *AEX* é o índice que apresenta valores mais baixos. Ressalta-se, todavia, que as cotações dos índices acionistas referem-se a pontos¹¹, como foi referido no capítulo anterior, sendo a sua evolução convenientemente aferida apenas quando se toma em consideração o respetivo valor base. Por seu turno, os índices de volatilidade implícita são cotados em pontos percentuais.

Analisando a evolução temporal dos índices apresentados nas Figuras 5.1 e 5.2 em simultâneo com a conjuntura internacional verificou-se que determinados acontecimentos provocaram uma espécie de contágio entre os índices americanos e europeus. O ano de 1999 caracterizou-se por uma recuperação do mercado que se perpetuou até meados de 2000, altura em que os principais indicadores económicos continuavam a mostrar-se favoráveis para os intervenientes do mercado. Contudo, este sentimento abrandou no segundo trimestre de 2000, tendo os seis índices de volatilidade implícita ultrapassado o nível de 30 (ansiedade elevada). Contribuíram de forma decisiva vários fatores como a subida dos preços da energia (designadamente do petróleo), a crise no sector alimentar e a forte procura mundial que obrigaram os principais Bancos Centrais a adotar políticas monetárias restritivas até finais de 2000. Por outro lado, algumas empresas importantes ligadas à *internet* abriram falência e as cotações das ações da nova economia entraram em queda, contagiando outros sectores.

¹¹ A cada ponto é atribuído um valor monetário.

O ano de 2001 ficou caracterizado pela forte desaceleração da atividade económica a nível mundial. Nesta altura, o mercado ainda apresentava um clima de incerteza acerca da sustentabilidade do crescimento da economia. Os ataques terroristas em 11 de setembro aumentaram o nervosismo dos intervenientes do mercado, chegando à situação de pânico moderado, com o nível de volatilidade implícita a rondar os 50 pontos percentuais.

Por outro lado, a manutenção de ameaça terrorista devido aos atentados em Bali e no Quênia, a instabilidade geopolítica no Médio Oriente e consequente impacto no preço do petróleo, somados à revelação de fraudes contabilísticas em 2002, de que são exemplos os casos *Enron* e *WorldCom*, vieram agravar esse grau de incerteza acerca do andamento económico, aumentando a desconfiança no mercado financeiro que, nesse ano, atingiu níveis de volatilidade implícita entre 40-45 (ansiedade extrema). Na zona euro, vários acontecimentos marcaram este ano. Ficou concluído o processo de integração monetária com a introdução em circulação da moeda única (euro) e foi decidido o alargamento da União Europeia a 12 Estados da Europa Central e Oriental.

A partir de 2003 verifica-se uma subida das cotações nos seis índices acionistas (tendência *bullish*), acompanhada de uma diminuição da volatilidade implícita esperada, que chegou a atingir níveis de grande satisfação do mercado (entre 10-15 pontos percentuais). Para esta situação contribuiu a resolução parcial do conflito iraquiano, em finais de março, permitindo elevados ganhos de produtividade e dos lucros das empresas e o aumento de confiança dos consumidores e investidores.

Este clima de confiança generalizado propiciou em 2004 um aumento da capitalização bolsista e a consolidação da recuperação dos mercados financeiros. Para tal foi preponderante o efeito positivo do aumento dos preços com a desaceleração da emissão dos títulos de dívida. Tendo também a alta das taxas de juro tornado a Bolsa atrativa enquanto fonte de financiamento, ao invés do recurso à dívida. Em 2005 e 2006 a tendência *bullish* manteve-se, verificando-se um crescimento do volume das transações e dos valores de capitalização bolsista registados. Este período de alta nas cotações é acompanhado por baixos níveis de volatilidade esperada a 30 dias (níveis entre 20 a 30 pontos percentuais).

Em 2007 verifica-se um aumento da volatilidade nos principais mercados financeiros com a chamada crise do *subprime*, nos EUA. As hipotecas *subprime* davam acesso ao crédito hipotecário a pessoas com rendimentos baixos e com situação económica instável, em que

a única garantia exigida era o imóvel. Os intermediários financeiros, cientes do risco, realizavam simultaneamente operações de titularização, vendendo créditos sob a forma de produtos financeiros colateralizados a outros bancos, a fundos de investimentos e a investidores particulares. Entretanto, as taxas de juro começaram a aumentar e alguns proprietários deixaram de ter condições para pagar as prestações. O crédito mal parado aumentou e os imóveis sofreram grande desvalorização. Todavia, a desvalorização de ativos não se limitou apenas ao mercado imobiliário mas também se estendeu ao mercado de crédito e às bolsas de valores. Com efeito, a divulgação de avultados prejuízos em alguns bancos de grande dimensão e consequente aumento das restrições ao crédito, lançaram sobre o mercado uma onda de incerteza e de instabilidade. Começou assim a verificar-se uma evolução negativa das cotações dos índices acionistas, tendo sido agravada drasticamente em 2008 com a falência da *Lehman Brothers*, um banco de investimento com 168 anos de história. Nesta altura os índices de volatilidade implícita dispararam, tendo atingido valores históricos superiores aos 80 pontos que refletem um pânico extremo. Neste período denota-se uma forte correlação negativa entre os índices acionistas e os índices de volatilidade.

O primeiro trimestre de 2009 foi marcado por perdas significativas no mercado acionista e pelos elevados níveis de volatilidade esperados. Contudo, a partir dessa data começou a haver uma recuperação do mercado acionista verificando-se retornos anuais fortemente positivos, apesar de também se verificar alguma incerteza geradora de receio no comportamento dos índices de volatilidade implícita a 30 dias.

Em 2010, a aceleração económica mundial contribuiu para um crescimento positivo das cotações de forma generalizada. Contudo, a crise da dívida soberana associada a alguns países da zona Euro, designadamente a Grécia, a Irlanda, Portugal e a Espanha geraram tensões nos mercados financeiros. Esta pressão foi mais notória nos índices europeus, cujas cotações não tiveram aumentos significativos, revelando elevada incerteza por parte dos investidores e consumidores.

Em 2011, os índices de volatilidade implícita transmitem sinais de persistência de dúvidas por parte dos intervenientes do mercado, traduzido num pânico moderado e pela diminuição das cotações.

5.2. Estudo da evolução das rendibilidades dos índices bolsistas

A Figura 5.3 ilustra a evolução das taxas de rendibilidade diárias dos índices bolsistas no período de 03/01/2000 a 01/04/2011, calculadas de acordo com a expressão (3.1).

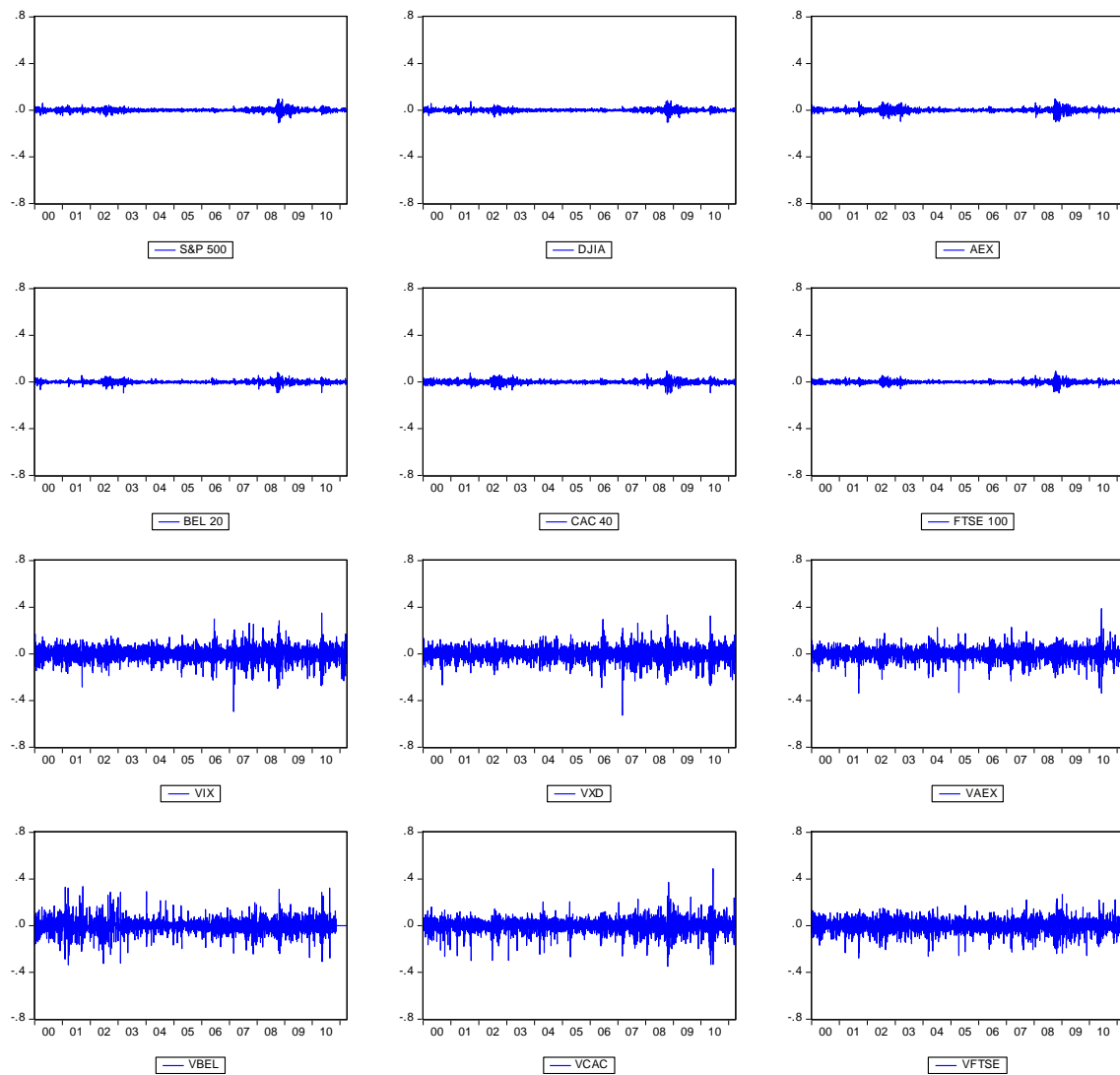


Figura 5.3 – Evolução das rendibilidades diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011

Relativamente às taxas de rendibilidade, a análise gráfica confirma a variabilidade e a existência de *clusters* de volatilidade em todos os índices. As taxas de rendibilidade diárias tomam valores muito próximos de zero ao longo do tempo, indicando que a série é estacionária em média, sendo esta próxima de zero. Adicionalmente pode observar-se a existência de grupos com variâncias elevadas. Verificam-se assim, alguns períodos de relativa tranquilidade e outros bastante conturbados, ou seja, períodos com baixa volatilidade e outros com volatilidade elevada. Constata-se na Figura 5.3 que ocorrem, de forma seguida, vários períodos de valores altos de volatilidade, sobretudo de 2000 a 2003 e de 2007 a 2010. Nota-se ainda que a períodos de alta/baixa volatilidade sucedem-se repetidamente períodos de alta/baixa volatilidade. O que significa que o nível de volatilidade atual tem tendência a estar positivamente correlacionado com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente anteriores. Este fenómeno é designado usualmente por *clusters* da volatilidade.

5.3. Análise descritiva das rendibilidades

Nesta secção é apresentada a análise estatística das taxas diárias de rendibilidade dos índices de ações e de volatilidade implícita em estudo. A taxa de rendibilidade dum índice constitui uma medida direta da volatilidade, em cada momento, mostrando a evolução dos ganhos ou perdas que se tenham vindo a registar.

As Tabelas 5.1. e 5.2 apresentam as principais estatísticas descritivas para as séries de rendibilidades dos índices bolsistas e para complementar a análise, a Figura 5.3 ilustra os histogramas das distribuições de frequência.

Tabela 5.1 – Medidas de estatística descritiva das rendibilidades diárias dos índices de ações, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

<i>Estatísticas</i>	<i>S&P 500</i>	<i>DJIA</i>	<i>AEX</i>	<i>BEL 20</i>	<i>CAC 40</i>	<i>FTSE 100</i>
Média	3,01E-05	-2,94E-05	0,000206	7,10E-05	0,000129	4,75E-05
Mediana	-0,000515	-0,000410	-0,000356	-0,000242	-8,32E-05	-0,000239
Máximo	0,094695	0,082005	0,095903	0,083193	0,094715	0,092646
Mínimo	-0,109572	-0,105083	-0,100283	-0,093340	-0,105946	-0,093842
Desvio-padrão	0,013531	0,012659	0,015884	0,013360	0,015481	0,012970
Assimetria	0,119846	0,002234	0,042057	-0,073688	-0,067698	0,110593
Curtose	10,75885	10,80984	9,042033	9,529501	8,155263	9,217371
Observações	2925	2925	2925	2925	2925	2925

Tabela 5.2 – Medidas de estatística descritiva das rendibilidades diárias dos índices de volatilidade implícita, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

<i>Estatísticas</i>	<i>VIX</i>	<i>VXD</i>	<i>VAEX</i>	<i>VBEL</i>	<i>VCAC</i>	<i>VTSE</i>
Média	0,000113	0,000178	0,000164	0,000104	0,000145	0,000237
Mediana	0,004529	0,003156	0,004037	0,000474	0,003244	0,003455
Máximo	0,350588	0,333776	0,388145	0,335350	0,487181	0,267893
Mínimo	-0,496008	-0,528092	-0,337594	-0,334703	-0,349108	-0,276990
Desvio-padrão	0,060233	0,058887	0,054002	0,059808	0,058418	0,058182
Assimetria	-0,574822	-0,582063	-0,554083	-0,095051	-0,426240	-0,477418
Curtose	7,252310	7,929279	7,140110	8,352956	8,779344	4,928889
Observações	2925	2925	2925	2925	2925	2925

Em todos os índices verifica-se que tanto a média como a mediana apresentam valores muito próximos de zero. Estas medidas indicam-nos os pontos em torno dos quais se encontram as rendibilidades. Por outro lado, o desvio padrão mostra em que medida as observações se dispersam em relação à sua média. A dispersão na volatilidade implícita varia entre 0,054002 e 0,060233 e nos índices de ações varia entre 0,012659 e 0,015884. Os resultados apresentam o *VIX* como sendo o mais volátil dentre os índices VI, seguido do *VBEL*; o menos disperso é o *VAEX*. Quanto aos índices acionistas, o *AEX* e o *CAC 40* revelaram-se os mais instáveis e o *DJIA* apresentou o menor desvio padrão.

As maiores rendibilidades foram verificadas, por um lado, pelo índice *AEX* e, por outro, pelo índice *VCAC*. E as menores rendibilidades foram constatadas pelo índice *S&P 500*, no mercado acionário, e pelo *VXD*, nos índices que expressam o sentimento de mercado.

Os valores dos coeficientes de assimetria e de curtose são ambos estatisticamente diferentes dos valores característicos de uma distribuição normal (0 e 3, respetivamente). O coeficiente de assimetria indica um ligeiro enviesamento em todos os índices: positivo nos índices *S&P 500*, *DJIA*, *AEX* e *FTSE 100* e negativo nos restantes. A assimetria positiva significa dizer que rendibilidades mais baixas ocorreram com maior frequência; uma assimetria negativa manifesta-se pela maior frequência com que ocorrem rendibilidades mais elevadas. O afastamento dos valores em relação aos seus eixos de simetria pode ser

comprovado na Figura 5.4. A assimetria geralmente verifica-se quando as quedas são mais acentuadas do que os movimentos de subida. Em todas as distribuições constata-se um excesso de curtose, com valores superiores a 3¹², indicando que a curva que descreve as taxas de rendibilidade é leptocúrtica, também observável na Figura 5.4 pela excessiva concentração das observações em torno do valor da moda. Consta-se que o índice *DJIA* é o que apresenta o maior valor de curtose (10,80984) e o *VFTSE* o valor mais baixo (4,928889) em relação aos restantes índices bolsistas.

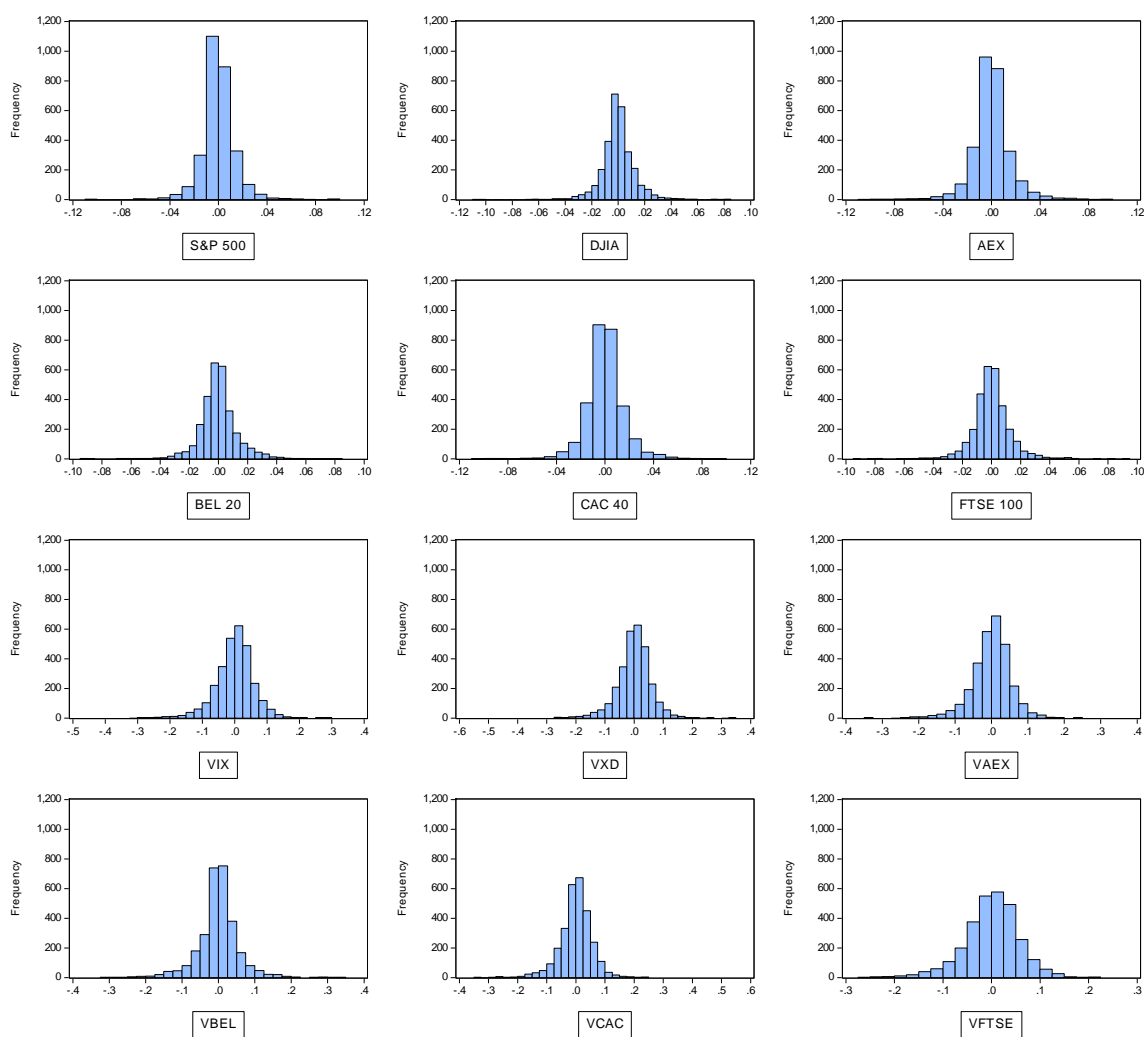


Figura 5.4 – Histogramas das rendibilidades diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011

¹² Valor indicativo que a distribuição é normal

Conforme se pode comprovar pela Figura 5.4 as distribuições das taxas de rentabilidade diárias são leptocúrticas e assimétricas, ou seja, existe uma maior concentração de observações no centro e nas abas (*fat tailed*) quando comparadas com a distribuição normal. Isto é, tende a haver uma maior concentração de observações à esquerda da média nos índices *S&P 500*, *DJIA*, *AEX* e *FTSE 100* e, por outro lado, uma concentração à direita nos restantes índices.

Uma explicação para a existência de *fat tailed*, apontada por Curto (s.d., *apud* Peters, 1996), é o facto de a informação surgir de forma brusca e em grandes quantidades. Quando tal acontece, os investidores ignoram essa informação e só depois das tendências se definirem é que os investidores reagem, de forma acumulada, podendo então aparecer as abas pesadas que resultam das variações acentuadas no preço.

O objetivo deste capítulo foi apresentar estatísticas que permitissem resumir os dados das observações, facilitando a formulação de hipóteses acerca das distribuições dos respetivos parâmetros. Com efeito, as hipóteses podem ser construídas com base na observação das descrições gráficas dos dados ou com base nas distribuições numéricas dos dados. Assim, da evidência empírica das estatísticas aqui apresentadas e da análise gráfica da secção anterior resultam pelo menos duas hipóteses que interessa verificar:

- a não normalidade das distribuições; e
- o grau de associação ou de correlação entre as variáveis.

5.4. Teste à normalidade das distribuições

Tendo por base a análise dos parâmetros de assimetria e curtose, concluiu-se que as distribuições de rentabilidade apresentam uma tendência de afastamento em relação à distribuição de Gauss. O teste de *Jarque e Bera* (JB) (1980) além de ser sensível à presença de *outliers*, baseia-se nessas propriedades de enviesamento e de achatamento, sendo por isso um dos testes mais utilizados para verificar a normalidade de determinada amostra.

As hipóteses nula e alternativa do teste de JB são respetivamente:

- H_0 : a distribuição é normal;
- H_1 : a distribuição não é normal.

O procedimento do teste consiste em calcular os valores de assimetria e de curtose e utilizar a seguinte estatística de teste:

$$JB = n * \left[\frac{\widehat{S}^2}{6} + \frac{(\widehat{K} - 3)^2}{24} \right], \quad (5.1)$$

onde:

n = tamanho da amostra,

\widehat{S} = coeficiente de assimetria,

\widehat{K} = coeficiente de curtose.

A estatística JB em (5.1) segue uma distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade, ou seja, $\chi^2_\alpha(2)$, onde α é o nível de significância. Rejeita-se a hipótese nula caso JB for superior ao valor crítico $\chi^2_\alpha(2)$.

Em qualquer teste de hipóteses, o valor numérico calculado pelo teste deve ser confrontado com valores críticos, que constam em tabelas apropriadas a cada teste. O valor crítico tabelado é localizado tendo em conta o nível de significância (usualmente 5% ou 1%) e o número de graus de liberdade das amostras comparadas. Um valor menor que o tabelado indica que ele não pode ser considerado diferente do que se obteria se as amostras comparadas fossem iguais. No fundo, seria constatada não significância estatística ou a não rejeição da hipótese nula (H_0). Porém, se o valor calculado for igual ou superior ao tabelado, não se rejeita a chamada hipótese alternativa (H_1), ou seja, a hipótese de que as amostras comparadas não podem ser iguais, pois o valor calculado supera aquele que se deveria esperar, caso fossem iguais. Neste caso diz-se que há significância estatística.

Uma alternativa ao uso de tabelas estatísticas é a observação do *p-value*, que fornece a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira. O *p-value* corresponde ao menor nível de significância que pode ser assumido para rejeitar a hipótese nula. Normalmente considera-se um *p-value* de 0,05 como o limiar para avaliar a hipótese nula, ou seja, se o *p-value* for inferior a 0,05 podemos rejeitar a hipótese nula. Quando, por exemplo, o *p-value* é inferior a 0,0001 pode dizer-se que um resultado é estatisticamente significativo visto que o *p-value* é muito inferior a um dos níveis de significância que usualmente se utiliza. Por outro lado, se o *p-value* assumir um valor muito próximo de 5%, por exemplo 0,048, podem existir dúvidas porque está muito perto do nível habitual. O *p-value* é calculado pelo *software* estatístico: se o valor for menor que o nível de significância escolhido rejeitamos H_0 , caso contrário, não rejeitamos H_0 .

Tendo em conta esta explicação e conforme se pode observar pelos valores apresentados na Tabela 5.3, a hipótese nula ou de normalidade das distribuições da taxa de rendibilidade de todos os índices bolsistas, em análise, é rejeitada pelo teste JB, com um nível de significância de 1%.

Tabela 5.3 – Teste de *Jarque-Bera* às rendibilidades diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

	<i>S&P 500</i>	<i>DJIA</i>	<i>AEX</i>	<i>BEL 20</i>	<i>CAC 40</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>VIX</i>	<i>VXD</i>	<i>VAEX</i>	<i>VBEL</i>	<i>VCAC</i>	<i>VFTSE</i>
<i>Jarque-Bera</i>	7343,844**	7433,602**	4450,050**	5198,712**	3241,274**	4717,127**	2364,841**	3126,457**	2238,666**	3496,627**	4159,294**	564,565**

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; **denota um nível de significância de 1%.

Para confirmar a rejeição da hipótese de normalidade recorreu-se ainda aos testes à normalidade de *Lilliefors*, *Cramer-von Mises* e *Anderson-Darling* que avaliam a concordância entre a distribuição observada da amostra e uma determinada distribuição teórica.

Estas estatísticas têm metodologias diferentes para realização do teste de hipóteses pelo que de seguida faz-se uma breve abordagem a cada uma delas.

➤ **Teste *Lilliefors***

O teste de *Lilliefors*, criado por Hubert Lilliefors (1967), trata-se de uma adaptação ao teste de *Kolmogorov-Smirnov*. É utilizado no caso em que os seus parâmetros (média e variância) não são previamente especificados, mas sim estimados por meio dos dados da amostra.

Este teste utiliza uma tabela de valores críticos própria e mais adequada a esse tipo de situação. Para isso, utiliza a função de distribuição acumulada observada, compara-a com a teórica, determina o ponto em que essas distribuições mais divergem e testa se essa divergência é aleatória ou não.

Seja $F_0(x)$ uma distribuição teórica acumulada e $S_n(x)$ uma distribuição observada numa amostra de n observações (distribuição empírica), o maior valor das diferenças entre $F_0(x)$ e $S_n(x)$ é encontrado através da seguinte expressão:

$$D = \text{máx} | F_0(x) - S_n(x) |, \quad (5.2)$$

e o valor calculado é comparado com o valor crítico tabelado. Se o valor calculado for inferior ao valor tabelado, então pode-se considerar que os dados se ajustam a uma distribuição normal.

➤ **Teste *Cramer-von Mises***

O teste *Cramer-von Mises* foi proposto por Darling (1957) e também é baseado na distribuição acumulada. Para uma dada amostra X_1, X_2, \dots, X_N , retirada de uma população conhecida pela função de distribuição acumulada $F_X(x)$, pretende-se testar as seguintes hipóteses:

$$H_0 : F_X(x) = F_0(x);$$

$$H_1 : F_X(x) \neq F_0(x).$$

Onde $F_0(x)$ é uma função de distribuição acumulada especificada, para qualquer valor de x .

A estatística de teste é dada pela expressão:

$$W^2 = \frac{1}{12N} + \sum_{i=1}^N \left[F_0(X_{(i)}) - \frac{2i-1}{2N} \right]^2, \quad (5.3)$$

em que:

N = tamanho da amostra.

Desta forma, para cada valor de uma amostra aleatória $X_{(i)}$ subtrai-se $\frac{(2i-1)}{2N}$ a $F_0(x)$, sendo a diferença elevada ao quadrado para que os valores não sejam negativos. Os valores de W^2 são tabelados utilizando uma função de distribuição assintótica de W^2 ; o valor

crítico $\omega_{1-\alpha}$ encontra-se, de igual forma, em tabela apropriada. O teste *Cramer-von Mises*, com nível de significância α , rejeita H_0 se $W^2 > \omega_{1-\alpha}$.

➤ **Teste *Anderson-Darling***

O teste *Anderson-Darling*, proposto por Anderson e Darling (1952), é uma ferramenta poderosa para indicar se um conjunto de dados provem, em particular, de uma distribuição normal.

Para estabelecer um critério de rejeição ou não do modelo são formuladas as seguintes hipóteses:

H_0 : os dados seguem uma distribuição específica F ;

H_1 : os dados não seguem a distribuição F especificada.

Dada uma amostra com elementos ordenados X_1, X_2, \dots, X_N , a estatística do teste para tomar a decisão é dada por

$$A^2 = -n - \sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{n} \left[\ln F(X_k) + \ln(1 - F(X_{(n+1-k)})) \right]. \quad (5.4)$$

Onde $F(X)$ é a função de distribuição acumulada da distribuição especificada. Os valores críticos ou de rejeição para o teste de *Anderson-Darling* dependem da distribuição específica que está a ser testada. A hipótese nula é rejeitada se o teste estatístico fornecer um valor superior ao crítico.

Feita uma breve apresentação dos testes de *Lilliefors*, *Cramer-von Mises* e *Anderson-Darling*, seguidamente, na Tabela 5.4, apresentam-se os resultados obtidos nas distribuições de rendibilidade dos índices bolsistas em análise:

Tabela 5.4 – Testes à normalidade das rendibilidades diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

	<i>S&P 500</i>	<i>DJIA</i>	<i>AEX</i>	<i>BEL 20</i>	<i>CAC 40</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>VIX</i>	<i>VXD</i>	<i>VAEX</i>	<i>VBEL</i>	<i>VCAC</i>	<i>VFTSE</i>
<i>Lilliefors (D)</i>	0,085308**	0,083599**	0,085429**	0,090726**	0,070221**	0,075880**	0,062059**	0,069157**	0,060562**	0,111599**	0,078613**	0,050780**
<i>Cramer-von Mises (W2)</i>	9,281028**	8,745241**	9,463695**	8,896645**	5,621153**	6,813146**	4,012193**	4,588008**	3,992020**	16,55894**	5,939428**	2,447545**
<i>Anderson-Darling (A2)</i>	51,41252**	48,66746**	54,26945**	49,87123**	32,88885**	39,47565**	24,16942**	27,24642**	24,18686**	87,59504**	35,42313**	15,53670**

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; **denota um nível de significância de 1%.

As conclusões, tendo em conta o valor dos testes e as probabilidades associadas (os valores são todos estatisticamente significativos a 1%), também apontam para uma rejeição clara da hipótese da normalidade. Para se estimar os parâmetros dessas distribuições, utilizou-se o método da máxima verossimilhança (MV).

O método da MV, dada uma determinada amostra, consiste em encontrar os parâmetros que maximizem a probabilidade de se observar aquela amostra. O MV é um dos melhores métodos para obter estimadores pontuais de um parâmetro. O estimador de máxima verossimilhança (EMV) de um parâmetro θ é o valor de θ que maximiza a função de verossimilhança dada pela seguinte expressão:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i, \theta). \quad (5.5)$$

Em que $f(y_i, \theta)$ é a função densidade de probabilidade discreta ou contínua. O estimador ($\hat{\theta}$) que melhor explica os dados da amostra é o valor de θ que maximiza a probabilidade dos dados sob o modelo. Note-se que $L(\theta)$ são produtos de termos, o que facilita para trabalhar com logaritmos, dado que o logaritmo do produto é a soma do logaritmo dos fatores. Portanto, o logaritmo da função de verossimilhança é o logaritmo natural de $L(\theta)$, ou seja,

$$l(\theta) = \ln[L(\theta)], \quad (5.6)$$

em que $l(\theta)$ é chamada função de log-verossimilhança.

Na prática, em geral, é mais usual utilizar-se o logaritmo da função de verossimilhança. O EMV $\hat{\theta}$ é o valor de θ que maximiza o logaritmo da função de verossimilhança.

Em suma e para concluir a secção, a principal conclusão a retirar da não normalidade das distribuições é que a incerteza observada nas taxas de rendibilidade diárias dos índices bolsistas é superior à que seria de esperar se seguissem uma distribuição de probabilidade de Gauss.

5.5. Correlação entre os índices bolsistas

Com a análise da correlação procura-se verificar se existe relação entre duas ou mais variáveis, isto é, saber se as alterações sofridas por uma das variáveis são acompanhadas por alterações nas outras. Não necessariamente se existe uma relação de causa e efeito entre as variáveis, mas se de facto existe um relacionamento entre elas.

A tendência para uma relação linear, eventualmente detetável nos gráficos de dispersão, pode expressar-se numericamente através do coeficiente de correlação entre observações.

Dado um conjunto de observações, o coeficiente de correlação entre essas observações define-se a partir das covariâncias das observações e respetivas variâncias. A covariância mede a relação entre duas variáveis distintas. A covariância populacional entre duas variáveis é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{XY} = \frac{\sum (X_t - \mu_X)(Y_t - \mu_Y)}{T}.$$

(5.7)

Onde,

μ_X = média populacional de X_t ;

μ_Y = média populacional de Y_t ;

T = número de elementos da população.

Quando se trata de uma amostra, a covariância amostral é dada pela seguinte expressão tendo em conta os graus de liberdade:

$$S_{XY} = \frac{\sum (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{T-1}. \quad (5.8)$$

Em que

\bar{X} = média amostral de X_t ;

\bar{Y} = média amostral de Y_t ;

T = número de elementos da amostra;

$T-1$ = graus de liberdade.

Porém, a covariância não é um bom estimador de relacionamento visto que assume valores entre $-\infty$ a $+\infty$, sem ter um ponto de referência que delimite um grau de relacionamento forte ou fraco. Pelo que para resolver essa questão, divide-se a covariância pelo produto dos desvios padrão das amostras das duas variáveis em análise, dando lugar à medida designada coeficiente de correlação (r), representado pela expressão 5.9:

$$r_{XY} = \frac{\sum (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_t - \bar{X})^2 \sum (Y_t - \bar{Y})^2}}. \quad (5.9)$$

Os valores do coeficiente de correlação assumem qualquer valor contido no intervalo $[-1, +1]$. Quando o coeficiente de correlação for igual a menos um ($r = -1$) significa que a relação entre as variáveis é perfeitamente negativa e quando for igual a um ($r = 1$) a relação é perfeitamente positiva. Por outro lado, um valor igual a zero significa ausência de relacionamento linear.

O relacionamento perfeito é dado simplesmente pela proximidade a um (+1) ou a menos um (-1), mas é o sinal de r que designa se a relação é direta ou inversa. Quando existe uma relação linear negativa perfeita entre as variáveis X e Y , Y decresce de forma perfeitamente previsível à medida que X cresce. Quando existe correlação positiva perfeita entre X e Y , Y cresce de modo perfeitamente previsível à medida que X cresce.

Dado que o coeficiente de correlação (r) é calculado através de valores de uma amostra, o seu valor não é perfeitamente igual ao valor do parâmetro da população (ρ), pelo que a representatividade entre amostra e população não é garantida. Ou seja, existe sempre a possibilidade de erro amostral.

Por isso, é comum a utilização de um teste de hipóteses, onde a hipótese nula (H_0) é $\rho = 0$ e a hipótese alternativa (H_1) é $\rho \neq 0$, ou seja,

H_0 : não existe correlação;

H_1 : existe correlação.

Assim, o resultado do teste de hipóteses permite aceitar ou não certo grau de correlação entre as variáveis em questão.

Para além do *p-value*, já abordado anteriormente, o teste t (*t-Statistic*) serve para avaliarmos a significância estatística de cada uma das variáveis explicativas. O teste t segue uma distribuição de *student* com determinados graus de liberdade, de forma que se o valor calculado for maior do que o tabelado, rejeita-se a hipótese de que o coeficiente é estatisticamente igual a zero.

Na próxima sub-secção verificar-se-á qual é o grau de correlação entre os índices bolsistas. Recorrendo-se ao *EVIEWS 7*, utilizar-se-á o coeficiente de *Spearman*, que consiste numa medida não paramétrica. Este coeficiente não é sensível a assimetrias na distribuição, nem à presença de *outliers*, não exigindo por isso que os dados provenham de duas distribuições normais.

Assim, em primeiro lugar vai-se apurar a intensidade de associação entre as taxas de rendibilidade diárias dos pares de índices bolsistas (índice de ações *vs* índice de volatilidade). Por fim, faz-se um estudo mais aprofundado ao tipo de associação entre as cotações diárias de fecho de todos os índices em análise, visto que estes dados são observados diretamente no mercado.

5.5.1. Correlação entre as rendibilidades diárias

Os gráficos de correlação ou diagramas de dispersão são úteis pois permitem observar o comportamento conjunto de duas variáveis e ajudam a determinar se existe alguma relação entre elas. Com este objetivo a Figura 5.5 exibe os diagramas de dispersão dos índices bolsistas, no período em análise:

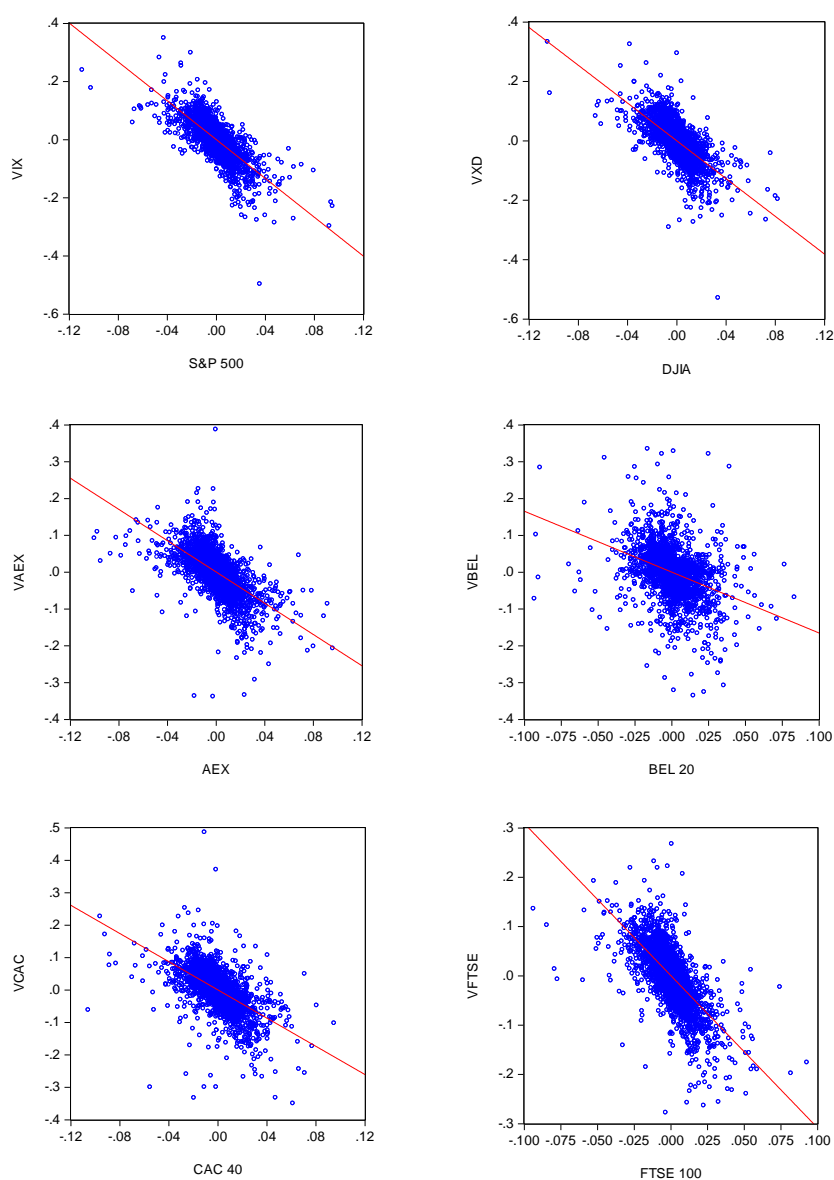


Figura 5.5 – Diagramas de dispersão das distribuições de rendibilidade diárias dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011

A observação da nuvem de pontos permite-nos visualizar se existe uma relação entre as variáveis. A correlação é positiva quando o aumento de uma variável corresponde, de um modo geral, ao aumento da outra. Por outro lado, a correlação é negativa quando o aumento de uma variável corresponde, essencialmente, à diminuição da outra. Existe correlação linear quando aos pontos representados no gráfico é possível ajustar uma reta. A correlação é tanto mais forte quanto mais próximos da reta estiverem os pontos.

Observando o padrão de disposição dos pontos na Figura 5.5, constatamos que todos os índices apresentam uma correlação negativa, isto é quando a rentabilidade diária de um índice aumenta, a rentabilidade do outro índice diminui. Graficamente existe menos dispersão nos índices norte-americanos, nos holandeses e nos ingleses. Os índices belgas são os que apresentam maior dispersão, indiciando uma fraca correlação entre eles. Contudo, para melhor apurar o grau de correlação entre as rentabilidades dos índices recorreu-se ao *software E-views 7.0*, do qual se obteve os resultados apresentados de seguida.

- **S&P 500 e VIX**

O coeficiente de correlação, $r = -0,774568$, entre o *S&P 500* e o *VIX* indica uma associação forte (Tabela 5.5), ou seja, a subida da taxa de rentabilidade diária do *S&P 500* está fortemente associada à descida da taxa de rentabilidade do *VIX* ou vice-versa.

Tabela 5.5 – Correlação entre as rentabilidades diárias dos índices *S&P 500* e *VIX*, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

		S&P 500	VIX
S&P 500	Covariância	712968,7	
	Correlação	1**	
	<i>t-Statistic</i>	----	
VIX	Covariância	-552242,9	712968,5
	Correlação	-0,774568**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-66,20952	----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

- **DJIA e VXD**

Entre o *DJIA* e *VXD* a associação não é tão forte quanto a do *S&P 500* e o *VIX*, visto que o grau de correlação é de -0,714628 (Tabela 5.6). Contudo, é considerada uma correlação significativa.

Tabela 5.6 – Correlação entre as rendibilidades dos índices *DJIA* e *VXD*, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

		<i>DJIA</i>	<i>VXD</i>
<i>DJIA</i>	Covariância	712968,7	
	Correlação	1**	
	<i>t-Statistic</i>	----	
<i>VXD</i>	Covariância	-509507,5	712968,6
	Correlação	-0,714628**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-55,23368	----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

- **AEX e VAEX**

O resultado do coeficiente de correlação entre os índices *AEX* e *VAEX*, $r = -0,691820$, indica uma associação moderada entre as variáveis e em sentido inverso, ou seja, *ad contrarium*, conforme se pode observar na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Correlação entre as rendibilidades dos índices *AEX* e *VAEX*, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

		<i>AEX</i>	<i>VAEX</i>
<i>AEX</i>	Covariância	712968,7	
	Correlação	1**	
	<i>t-Statistic</i>	----	
<i>VAEX</i>	Covariância	-493246,1	712968,7
	Correlação	-0,691820**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-51,79984	----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

- ***BEL 20* e *VBEL***

Os índices bolsistas belgas apresentam um grau de correlação moderado e negativo, ou seja, $r = -0,460687$ (Tabela 5.8). A proximidade do coeficiente de correlação a +1 ou -1 implica uma forte associação entre os índices, por outro lado, quanto mais o r se aproxima do valor zero, menor é a correlação entre eles.

Tabela 5.8 – Correlação entre as rendibilidades dos índices *BEL 20* e *VBEL*, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

		<i>BEL 20</i>	<i>VBEL</i>
<i>BEL 20</i>	Covariância	712968,7	
	Correlação	1**	
	<i>t-Statistic</i>	----	
<i>VBEL</i>	Covariância	-328446,3	712930,7
	Correlação	-0,460687**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-28,06214	----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

- **CAC 40 e VCAC**

Durante o período em análise, as rendibilidades dos índices *CAC 40* e *VCAC* apresentaram um coeficiente de correlação moderado igual a -0,661854 (Tabela 5.9). Quando a rendibilidade diária de um índice diminui, a rendibilidade diária do outro índice aumenta.

Tabela 5.9 – Correlação entre as rendibilidades dos índices *CAC 40* e *VCAC*, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

		<i>CAC 40</i>	<i>VCAC</i>
<i>CAC 40</i>	Covariância	712968,7	
	Correlação	1**	
	<i>t-Statistic</i>	-----	
<i>VCAC</i>	Covariância	-471881,4	712968,7
	Correlação	-0,661854**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-47,73407	-----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

- **FTSE 100 e VFTSE**

Quanto aos índices ingleses, ou seja, o *FTSE 100* e o *VFTSE*, no período em estudo, as rendibilidades apresentam um grau de correlação forte de -0,729611 (Tabela 5.10).

Tabela 5.10 – Correlação entre as rendibilidades dos índices *FTSE 100* e *VFTSE*, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

		<i>FTSE 100</i>	<i>VFTSE</i>
<i>FTSE 100</i>	Covariância	712968,7	
	Correlação	1**	
	<i>t-Statistic</i>	-----	
<i>VFTSE</i>	Covariância	-520189,5	712968,7
	Correlação	-0,729611**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-57,68149	-----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

Conclui-se, assim, com base nos diagramas de dispersão e nos resultados dos coeficientes de correlação que existe correlação entre as rendibilidades diárias de todos os índices de volatilidade e índices de ações subjacentes e que esta associação é em sentido inverso. Todavia, os índices belgas são os que apresentam um menor grau de correlação.

5.5.2. Correlação entre as cotações diárias

Para verificar o tipo de correlação entre as cotações diárias dos índices bolsistas entre 03/01/2000 e 01/04/2011, seguidamente também são utilizados diagramas de dispersão (Figura 5.6) e calculados os coeficientes de correlação entre os índices (Tabela 5.11).

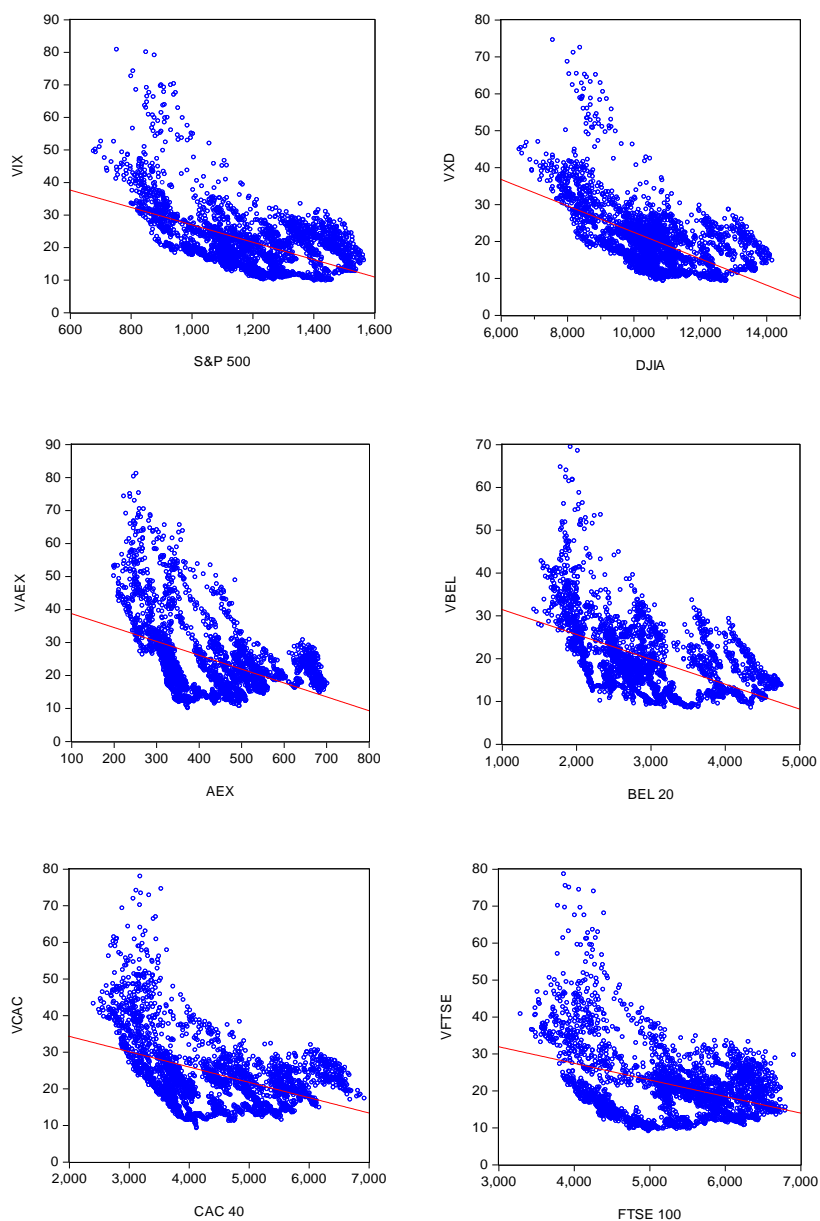


Figura 5.6 – Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011

Tabela 5.11 – Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011:

		<i>S&P 500</i>	<i>DJIA</i>	<i>AEX</i>	<i>BEL 20</i>	<i>CAC 40</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>VIX</i>	<i>VXD</i>	<i>VAEX</i>	<i>VBEL</i>	<i>VCAC</i>	<i>VFTSE</i>
<i>S&P 500</i>	Covariância	713456,2											
	Correlação	1**											
	<i>t-Statistic</i>	-----											
<i>DJIA</i>	Covariância	650489,4	713456,2										
	Correlação	0,911744**	1**										
	<i>t-Statistic</i>	120,0257	-----										
<i>AEX</i>	Covariância	588213,2	447332,3	713456,2									
	Correlação	0,824456**	0,626993**	1**									
	<i>t-Statistic</i>	78,77642	43,52116	-----									
<i>BEL 20</i>	Covariância	634482,3	611076,7	536238,7	713456,2								
	Correlação	0,889308**	0,856502**	0,751607**	1**								
	<i>t-Statistic</i>	105,1554	89,73183	61,61572	-----								
<i>CAC 40</i>	Covariância	658826,5	536590,4	674598,6	612865,7	713456,2							
	Correlação	0,923429**	0,752100**	0,945536**	0,859010**	1**							
	<i>t-Statistic</i>	130,1138	61,70873	157,0698	90,73	-----							
<i>FTSE 100</i>	Covariância	671497,4	606140,3	590245,5	588306,2	664978,6	713456,2						
	Correlação	0,941189**	0,849583**	0,827304**	0,824586**	0,932052**	1**						
	<i>t-Statistic</i>	150,6274	87,09819	79,63572	78,81533	139,1017	-----						
<i>VIX</i>	Covariância	-320486,9	-365907,6	-159022,3	-391101,6	-225658,4	-213529,7	713455,8					
	Correlação	-0,449203**	-0,512866**	-0,222890**	-0,548179**	-0,316289**	-0,299289**	1**					
	<i>t-Statistic</i>	-27,18764	-32,30492	-12,36359	-35,44193	-18,02856	-16,96123	-----					
<i>VXD</i>	Covariância	-318089,3	-382403,7	-135590,4	-393621,4	-214689,5	-220270	703875	713455,8				
	Correlação	-0,445843**	-0,535988**	-0,190047**	-0,551711**	-0,300915**	-0,308737**	0,986571**	1**				
	<i>t-Statistic</i>	-26,93355	-34,33088	-10,46739	-35,76973	-17,0625	-17,5521	326,6244	-----				
<i>VAEX</i>	Covariância	-464384,9	-471418,9	-327134,9	-517138	-400361	-394146,9	622229,7	630302,5	713456,2			
	Correlação	-0,650895**	-0,660754**	-0,458521**	-0,724835**	-0,561157**	-0,552447**	0,872135**	0,883450**	1**			
	<i>t-Statistic</i>	-46,36194	-47,60124	-27,89981	-56,89282	-36,66023	-35,83843	96,38892	101,9616	-----			
<i>VBEL</i>	Covariância	-296285,8	-322315,7	-216253,5	-395426,1	-257986,5	-218711,3	630549,9	641068,5	641299,2	713425,1		
	Correlação	-0,415291**	-0,451777**	-0,303114**	-0,554252**	-0,361609**	-0,306559**	0,883816**	0,898559**	0,898882**	1**		
	<i>t-Statistic</i>	-24,6859	-27,38316	-17,19974	-36,00732	-20,97288	-17,41537	102,1545	110,7177	110,9249	-----		
<i>VCAC</i>	Covariância	-377963,2	-408763,2	-231520,9	-450790,6	-306834,9	-285951	657350,3	665301,1	674823,8	661905,2	713456,2	
	Correlação	-0,529764**	-0,572934**	-0,324506**	-0,631841**	-0,430068**	-0,400797**	0,921361**	0,932505**	0,945852**	0,927765**	1**	
	<i>t-Statistic</i>	-33,77541	-37,79987	-18,55128	-44,07977	-25,75943	-23,65584	128,1722	139,6185	157,5667	134,439	-----	
<i>VFTSE</i>	Covariância	-276516,8	-307618,5	-151148,3	-348869,5	-207591	-182612,1	673094,6	674087,1	643184,5	667820	677863,3	713456,2
	Correlação	-0,387574**	-0,431167**	-0,211854**	-0,488985**	-0,290965**	-0,255954**	0,943428**	0,944819**	0,901505**	0,936055**	0,950112**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-22,73464	-25,84022	-11,72184	-30,31254	-16,44519	-14,3174	153,8557	155,957	112,6423	143,8565	164,716	-----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

Verifica-se, na Figura 5.6, que existe correlação negativa em todos os pares de índices bolsistas mas não de forma forte, pela grande dispersão das observações em relação à reta.

Pelos resultados apresentados na Tabela 5.11, constata-se que existe correlação moderada entre todos os índices e em sentido inverso, à exceção do *FTSE 100/VFTSE* cujo resultado (-0,255954) denota uma correlação fraca entre eles. Os coeficientes de correlação dos índices *DJIA/VXD* e *BEL 20/VBEL* situam-se entre -0,535988 e -0,554252. Sendo a correlação menor nas cotações diárias de fecho dos índices *S&P 500/VIX*, *AEX/VAEX*, *CAC 40/VCAC* com valores entre -0,430068 e -0,458521. Todos os valores apresentados são estatisticamente significativos.

Por outro lado, verifica-se uma forte correlação positiva entre os índices de volatilidade, superior a 0,9 em praticamente todos os índices, ou seja, quando a cotação de um dos índices de VI sobe, verifica-se que as cotações dos outros índices de VI também sobem.

Constata-se ainda uma correlação positiva de grau forte, durante o período em análise, entre as cotações de todos os índices de ações, com exceção do par *AEX/DJIA*, que apresenta um valor moderado. Entre o índice *S&P 500* e os índices *DJIA*, *CAC 40* e *FTSE 100* e entre o *CAC 40* e os índices *FTSE 100* e *AEX* o coeficiente de correlação é superior a 0,9.

Quando se fez a análise da evolução dos índices bolsistas na secção 5.1 percebeu-se que, de forma geral, determinados acontecimentos provocavam uma espécie de contágio entre os índices americanos e europeus; e que em certos períodos de descida das cotações, as cotações dos índices de volatilidade apresentavam picos elevados, isto sem querer estabelecer uma relação de causa-efeito entre elas. Isso é visível na Figura 5.7, onde se observa a relação entre as cotações diárias dos índices bolsistas, no período em análise.

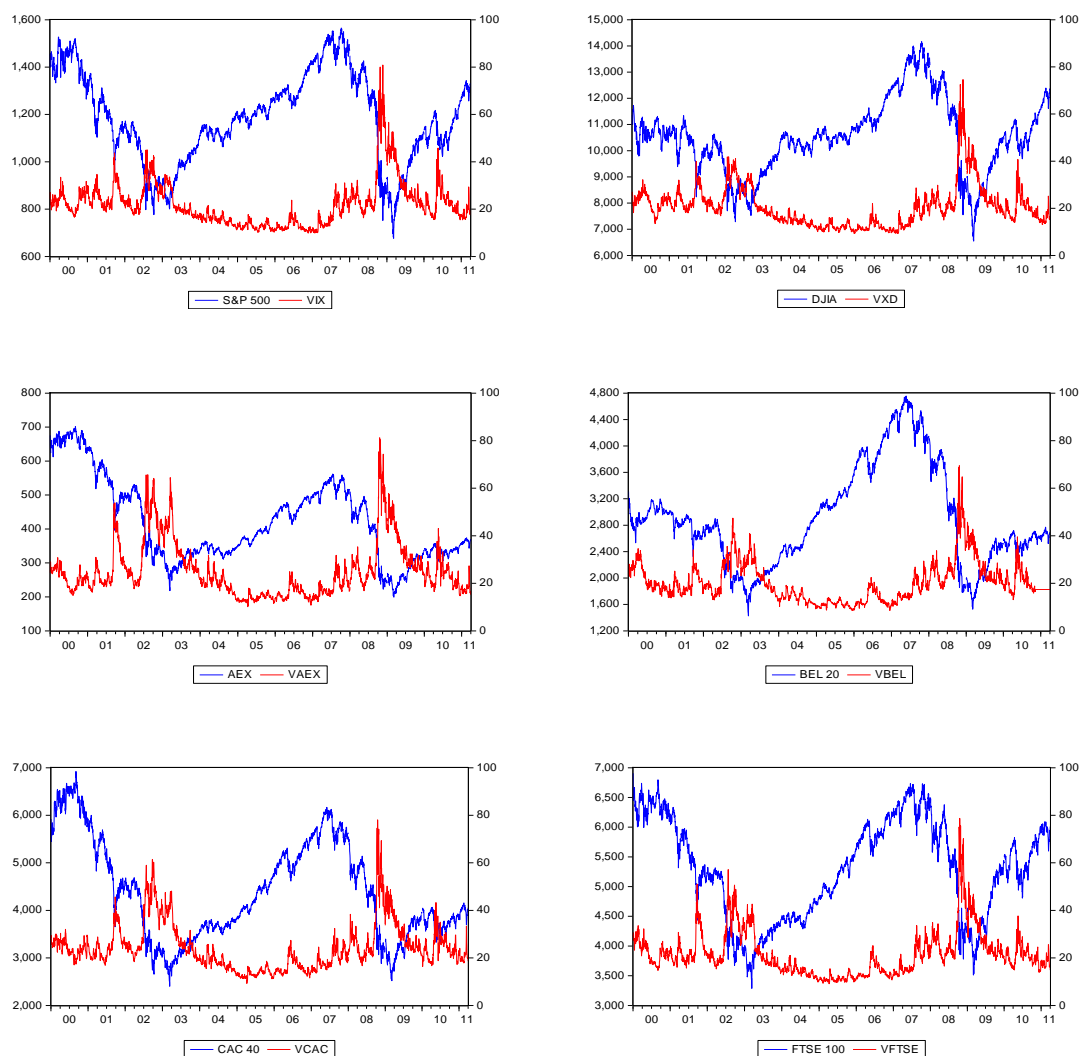


Figura 5.7 – Relação entre as cotações diárias de fecho dos índices de volatilidade e índices de ações subjacentes, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011

Pela observação dos gráficos da Figura 5.7 é notória uma associação entre as variáveis, sobretudo nos períodos de descida acentuada. Assim, com o intuito de estudar o comportamento das distribuições em momentos de subida (*bullish*) e descida (*bearish*), o período em análise foi dividido em quatro sub-períodos: de 03/01/2000 a 05/01/2003, de 06/01/2003 a 31/12/2006, de 01/01/2007 a 05/04/2009 e de 06/04/2009 a 01/04/2011.

1º sub-período (03/01/2000 a 05/01/2003)

No sub-período em análise as séries financeiras apresentam, cada uma, um total de 785 observações. Os diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho e os coeficientes de correlação podem ser observados, de seguida, na Figura 5.8 e Tabela 5.12, respetivamente:

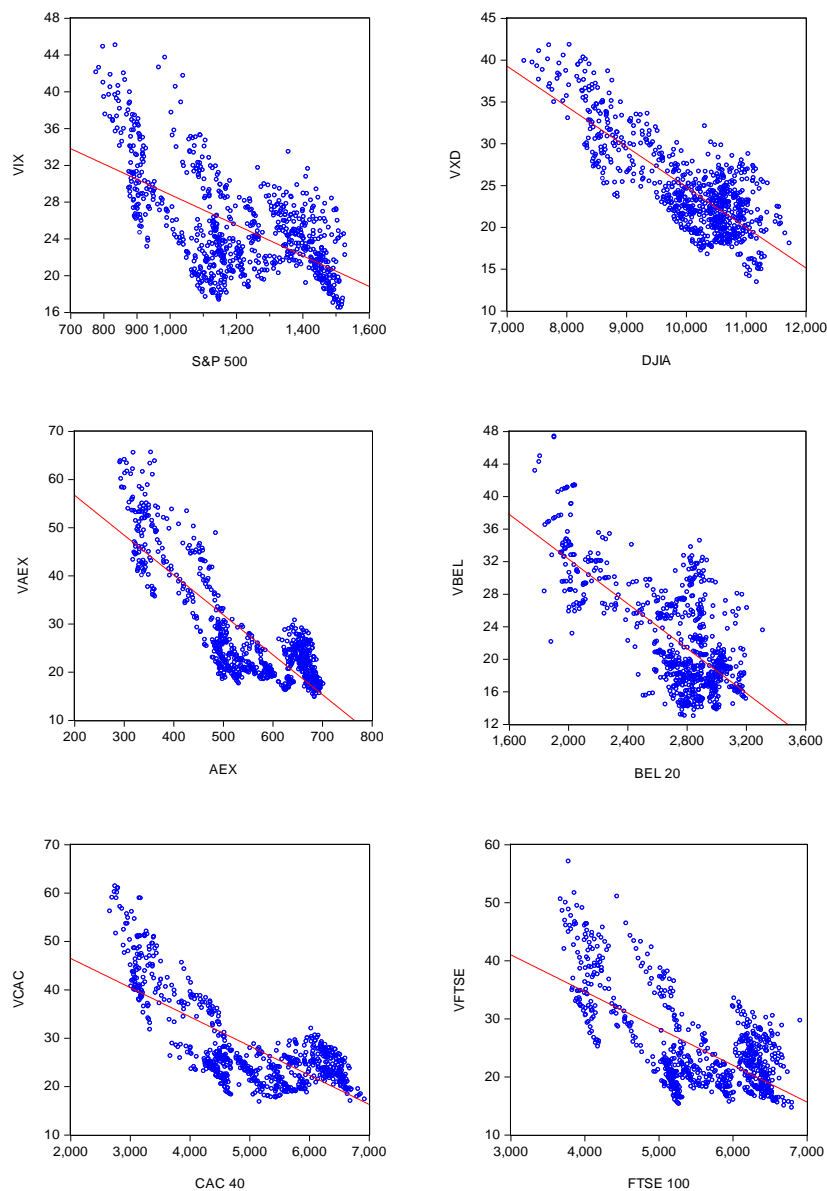


Figura 5.8 – Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 03/01/2000 a 05/01/2003

Tabela 5.12 – Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas,
no período de 03/01/2000 a 05/01/2003:

		<i>S&P 500</i>	<i>DJIA</i>	<i>AEX</i>	<i>BEL 20</i>	<i>CAC 40</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>VIX</i>	<i>VXD</i>	<i>VAEX</i>	<i>VBEL</i>	<i>VCAC</i>	<i>VFTSE</i>
S&P 500	Covariância	51351,99											
	Correlação	1**											
	<i>t-Statistic</i>	-----											
DJIA	Covariância	45914,74	51352										
	Correlação	0,894118**	1**										
	<i>t-Statistic</i>	55,86773	-----										
AEX	Covariância	50061,48	44015,58	51351,99									
	Correlação	0,974869**	0,857135**	1**									
	<i>t-Statistic</i>	122,4491	46,56346	-----									
BEL 20	Covariância	42980,42	42453,15	44425,59	51352								
	Correlação	0,836977**	0,826709**	0,865119**	1**								
	<i>t-Statistic</i>	42,79742	41,11598	48,26456	-----								
CAC 40	Covariância	50244,01	43444,88	50851,29	43037,31	51352							
	Correlação	0,978424**	0,846021**	0,990249**	0,838084**	1**							
	<i>t-Statistic</i>	132,5137	44,4031	198,9106	42,98744	-----							
FTSE 100	Covariância	50119,67	44887,15	50273,68	44178,83	49940,84	51351,99						
	Correlação	0,976002**	0,874107**	0,979002**	0,860314**	0,972520**	1**						
	<i>t-Statistic</i>	125,4165	50,35566	134,3842	47,22457	116,8854	-----						
VIX	Covariância	-27170,13	-31349,23	-26247,19	-26149,13	-25503,97	-25540,29	51351,86					
	Correlação	-0,529097**	-0,610478**	-0,511124**	-0,509214**	-0,496651**	-0,497358**	1**					
	<i>t-Statistic</i>	-17,44747	-21,56789	-16,64016	-16,55617	-16,01168	-16,04197	-----					
VXD	Covariância	-26505,48	-33695,18	-26464,02	-31831,72	-25290,78	-25451,38	47749,68	51351,88				
	Correlação	-0,516153**	-0,656162**	-0,515346**	-0,619874**	-0,492499**	-0,495627**	0,929853**	1**				
	<i>t-Statistic</i>	-16,86298	-24,33119	-16,82705	-22,10445	-15,83473	-15,9679	70,71768	-----				
VAEX	Covariância	-35024,69	-39009,44	-37212,83	-41219,1	-36164,43	-35252,59	39853,44	43592,51	51352			
	Correlação	-0,682051**	-0,759648**	-0,724662**	-0,802678**	-0,704246**	-0,686489**	0,776084**	0,848897**	1**			
	<i>t-Statistic</i>	-26,09755	-32,6856	-29,42599	-37,65953	-27,75707	-26,4178	34,43626	44,94103	-----			
VBEL	Covariância	-12937,04	-22113,73	-15990,01	-26761,95	-14559,64	-14529,91	30360,83	38064,85	37834,64	51352		
	Correlação	-0,251929**	-0,430630**	-0,311381**	-0,521147**	-0,283526**	-0,282947**	0,591231**	0,741254**	0,736770**	1**		
	<i>t-Statistic</i>	-7,284455	-13,35134	-9,168923	-17,08656	-8,273163	-8,254801	20,51313	30,90157	30,4912	-----		
VCAC	Covariância	-30363,03	-37224,12	-31830,77	-34947,13	-31074,23	-30649,44	39042,2	43496,62	46623,2	38935,13	51352	
	Correlação	-0,591273**	-0,724882**	-0,619855**	-0,680541**	-0,605122**	-0,596850**	0,760287**	0,847030**	0,907914**	0,758201**	1**	
	<i>t-Statistic</i>	-20,51537	-29,4448	-22,10333	-25,98979	-21,26858	-20,8152	32,75072	44,59016	60,61071	32,53894	-----	
VFTSE	Covariância	-26279,9	-32944,35	-27655,19	-31886,01	-26870,64	-26339,24	43085,94	45226,18	46837,42	40452,92	46239,44	51352
	Correlação	-0,511760**	-0,641540**	-0,538542**	-0,620930**	-0,523264**	-0,512916**	0,839032**	0,880710**	0,912086**	0,787757**	0,900441**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-16,66822	-23,40229	-17,88461	-22,16573	-17,18204	-16,71927	43,15149	52,02973	62,2491	35,78514	57,92532	-----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

Pela observação dos diagramas de dispersão, na Figura 5.8, verifica-se que os índices *DJIA/VXD*, *AEX/VAEX* e o *CAC 40/VCAC* são os que mais se ajustam à reta.

Os valores apresentados na Tabela 5.12 corroboram a afirmação do parágrafo anterior, visto que os valores mais elevados se verificam nos índices referidos (entre -0,605122 e -0,724662). Aliás, praticamente todos os pares de índices indicados nos diagramas de dispersão apresentam uma força de correlação superior, neste período *bearish*, quando comparados ao período total em análise (Tabela 5.11).

Entre os índices de ações existe uma correlação positiva quase perfeita entre o *S&P 500* e os índices *AEX*, *CAC 40* e *FTSE 100* e nos índices europeus *AEX/CAC 40*, *AEX/FTSE 100* e *CAC 40/FTSE 100*.

Os índices de volatilidade apresentam uma correlação forte entre si, com exceção do índice belga em relação ao *VIX*, que revelam uma correlação moderada entre si.

Este período foi caracterizado por uma forte desaceleração da atividade económica a nível mundial, especialmente na economia norte-americana. A queda dos principais índices bolsistas, a subida dos preços de energia e o período de instabilidade que esse país atravessou originaram uma queda da confiança dos consumidores e, naturalmente, do consumo privado e do investimento. Esta tendência atingiu a zona euro devido à interação entre estes dois blocos económicos, que verificou um abrandamento económico ainda que de forma menos acentuada.

Quando sucederam os ataques terroristas em setembro de 2001, nos EUA, a economia global estava bastante vulnerável a eventuais choques negativos, pelo que aquele acontecimento apenas aumentou o grau de incerteza acerca do crescimento das economias, bem como do andamento dos mercados financeiros. É de salientar ainda, em 2002, a diminuição da confiança dos intervenientes dos mercados acerca da informação reportada pelas sociedades cotadas, visível nos níveis altos dos índices de volatilidade implícita.

2º sub-período (06/01/2003 a 31/12/2006)

No segundo sub-período, as séries comportam 1040 observações diárias. Das quais se apresentam gráficos de correlação na Figura 5.9 e os coeficientes de correlação na Tabela 5.13.

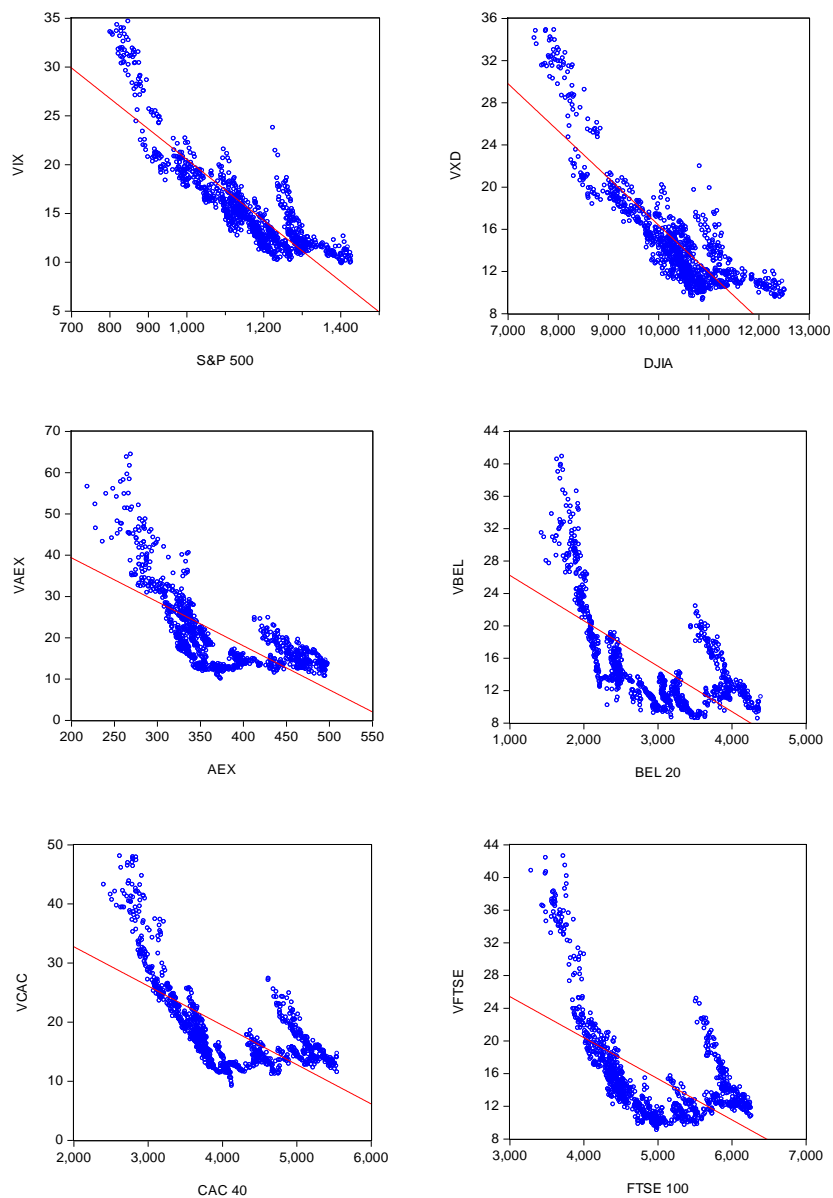


Figura 5.9 – Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 06/01/2003 a 31/12/2006

Tabela 5.13 – Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas,
no período de 06/01/2003 a 31/12/2006:

		<i>S&P 500</i>	<i>DJIA</i>	<i>AEX</i>	<i>BEL 20</i>	<i>CAC 40</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>VIX</i>	<i>VXD</i>	<i>VAEX</i>	<i>VBEL</i>	<i>VCAC</i>	<i>VFTSE</i>
S&P 500	Covariância	90133,25											
	Correlação	1**											
	<i>t-Statistic</i>	-----											
DJIA	Covariância	87372,09	90133,25										
	Correlação	0,969366**	1**										
	<i>t-Statistic</i>	127,1511	-----										
AEX	Covariância	87793,61	85068,57	90133,23									
	Correlação	0,974043**	0,943809**	1**									
	<i>t-Statistic</i>	138,6333	92,00746	-----									
BEL 20	Covariância	88378,87	83475,76	86692,08	90133,25								
	Correlação	0,980536**	0,926137**	0,961821**	1**								
	<i>t-Statistic</i>	160,8985	79,10752	113,2279	-----								
CAC 40	Covariância	89090,46	84738,13	88262,5	89526,53	90133,25							
	Correlação	0,988431**	0,940143**	0,979245**	0,993269**	1**							
	<i>t-Statistic</i>	209,9588	88,88283	155,6597	276,2696	-----							
FTSE 100	Covariância	88754,17	84301,19	87333,33	89401,06	89592,66	90133,24						
	Correlação	0,984700**	0,935295**	0,968936**	0,991877**	0,994002**	1**						
	<i>t-Statistic</i>	182,0556	85,15409	126,226	251,2214	292,8432	-----						
VIX	Covariância	-78302,04	-74619,98	-73319,2	-75601,7	-75637,78	-75839,85	90132,92					
	Correlação	-0,868738**	-0,827887**	-0,813455**	-0,858779**	-0,839179**	-0,841421**	1**					
	<i>t-Statistic</i>	-56,51242	-47,55406	-45,05956	-49,63293	-49,71296	-50,16632	-----					
VXD	Covariância	-76124,06	-73291,52	-70696,63	-73403,37	-73269,87	-73708,65	88920,45	90132,88				
	Correlação	-0,844574**	-0,813148**	-0,784358**	-0,814389**	-0,812908**	-0,817776**	0,986548**	1**				
	<i>t-Statistic</i>	-50,81911	-45,00935	-40,73859	-45,21302	-44,97014	-45,77834	194,4362	-----				
VAEX	Covariância	-70897,04	-66374,11	-67130,96	-70178,91	-70062,93	-70511,22	82006,42	82219,08	90133,25			
	Correlação	-0,786580**	-0,736400**	-0,744797**	-0,778613**	-0,777326**	-0,780081**	0,909837**	0,912197**	1**			
	<i>t-Statistic</i>	-41,04055	-35,06829	-35,96012	-39,97637	-39,80923	-40,16863	70,63988	71,72415	-----			
VBEL	Covariância	-61588,23	-57027,93	-57522,55	-60747,61	-60293,19	-60905,12	77275,66	78330,16	83067,48	90133,25		
	Correlação	-0,683302**	-0,632707**	-0,638195**	-0,673976**	-0,668934**	-0,675723**	0,857351**	0,869050**	0,921608**	1**		
	<i>t-Statistic</i>	-30,15141	-26,32332	-26,70739	-29,39295	-28,99379	-29,53306	53,66304	56,59535	76,50243	-----		
VCAC	Covariância	-64581,28	-60076,52	-60403,49	-63689,71	-63469,08	-63633,64	81111,36	81954,06	87874,37	83682,88	90133,25	
	Correlação	-0,716509**	-0,666530**	-0,670158**	-0,706617**	-0,704169**	-0,705995**	0,899907**	0,909256**	0,974938**	0,928435**	1**	
	<i>t-Statistic</i>	-33,09235	-28,80604	-29,09	-32,17344	-31,95199	-32,11695	66,48555	70,3793	141,1871	80,51894	-----	
VFTSE	Covariância	-55001,27	-49894,68	-49847,08	-53743,66	-53601,23	-54038,9	75458,88	76618,67	83299,33	82421,53	86588,11	90133,25
	Correlação	-0,610222**	-0,553566**	-0,553038**	-0,596269**	-0,594689**	-0,599545**	0,837194**	0,850062**	0,924180**	0,914441**	0,960668**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-24,81617	-21,41531	-21,38587	-23,92995	-23,83176	-24,13487	49,31876	51,99958	77,95425	72,79477	111,454	-----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

Os primeiros indícios de retoma dos mercados financeiros surgiram em 2003, com o aumento da capitalização bolsista e recuperação dos principais índices bolsistas. Sobretudo, da economia norte-americana que, para além de ver o conflito iraquiano parcialmente resolvido, contou com a recuperação dos principais índices acionistas que contribuiu para reforçar a confiança dos consumidores e aumentar o investimento. Em 2004, os desenvolvimentos acima referidos foram consolidados e a Europa apresentou um crescimento modesto apesar de sustentado. Em 2005, houve uma redução da volatilidade bolsista e registaram-se ganhos resultantes dos bons resultados das empresas, fazendo a capitalização bolsista aumentar na maioria das principais bolsas mundiais. Esta tendência manteve-se em 2006, ano em que se atingiram os níveis mais elevados de crescimento.

Como se pode observar na Figura 5.9 as observações dos índices norte-americanos são os que mais se ajustam à reta; os outros pares revelam um certo afastamento e dispersão, o que faz pressupor pouca correlação entre as variáveis. Tais conclusões podem ser comprovadas pela análise dos coeficientes de correlação apresentados pela Tabela 5.13.

Os valores apresentados pela Tabela 5.13 mostram uma forte correlação entre os índices *S&P 500/VIX* e *DJIA/VXD*, com $r = -0,868738$ no primeiro par e $r = -0,813148$ no segundo. Apesar de os diagramas de dispersão dos restantes pares de índices bolsistas revelarem fraca correlação, os resultados apresentados pelos respetivos coeficientes de correlação apenas mostram uma força moderada entre os índices *BEL 20/VBEL* e *FTSE 100/VFTSE*.

Neste período *bullish* os índices de ações apresentam uma correlação bastante forte entre si, quase perfeita nalguns casos, com um valor médio de 0,968774, denotando que alterações sofridas por uma das variáveis é fortemente acompanhada por alterações nas outras. O mesmo sucede-se entre os índices de volatilidade, cujos índices de correlação apresentam um valor médio de 0,910378. Entre os índices americanos *VIX* e o *VXD* a correlação é praticamente perfeita.

3º sub-período (01/01/2007 a 05/04/2009)

No período em análise, as séries financeiras apresentam 585 observações, as quais se encontram refletidas nos diagramas de dispersão da Figura 5.10. Os coeficientes de correlação entre os índices bolsistas podem ser visualizados na Tabela 5.14.

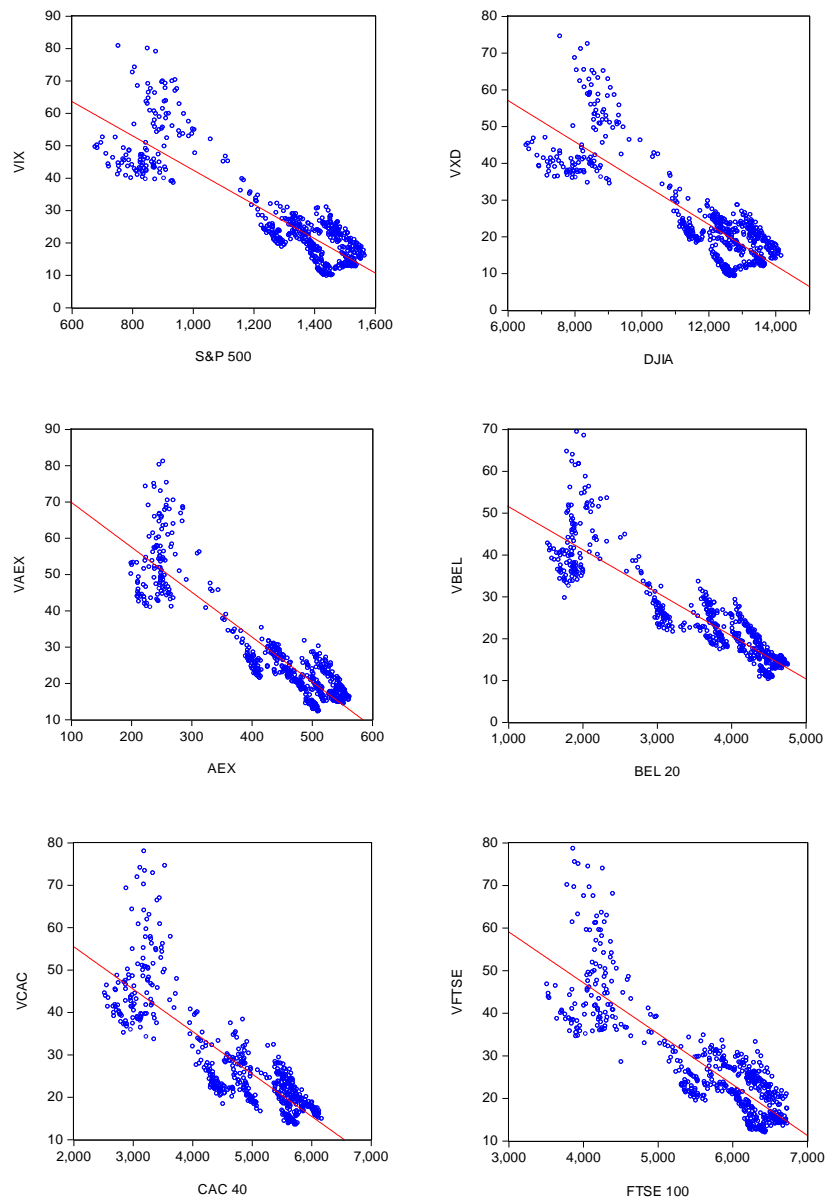


Figura 5.10 – Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 01/01/2007 a 05/04/2009

Tabela 5.14 – Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas,
no período de 01/01/2007 a 05/04/2009:

		<i>S&P 500</i>	<i>DJIA</i>	<i>AEX</i>	<i>BEL 20</i>	<i>CAC 40</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>VIX</i>	<i>VXD</i>	<i>VAEX</i>	<i>VBEL</i>	<i>VCAC</i>	<i>VFTSE</i>
S&P 500	Covariância	28518,66											
	Correlação	1**											
	<i>t-Statistic</i>	-----											
DJIA	Covariância	27868,46	28518,66										
	Correlação	0,977201**	1**										
	<i>t-Statistic</i>	111,1305	-----										
AEX	Covariância	28185,32	27246,86	28518,66									
	Correlação	0,988311**	0,955404**	1**									
	<i>t-Statistic</i>	156,5324	78,11917	-----									
BEL 20	Covariância	26782,33	24897,14	27239,31	28518,67								
	Correlação	0,939116**	0,873012**	0,955140**	1**								
	<i>t-Statistic</i>	65,99324	43,2218	77,87211	-----								
CAC 40	Covariância	27816,36	26419,49	27975,79	28012,35	28518,67							
	Correlação	0,975374**	0,926393**	0,980964**	0,982246**	1**							
	<i>t-Statistic</i>	106,7786	59,40149	121,9728	126,4244	-----							
FTSE 100	Covariância	27927,06	26902,57	27953,91	27259,78	28089,08	28518,65						
	Correlação	0,979256**	0,943332**	0,980197**	0,955858**	0,984937**	1**						
	<i>t-Statistic</i>	116,6892	68,63687	119,5177	78,54726	137,5352	-----						
VIX	Covariância	-21665,46	-19233,58	-22032,96	-24501,33	-23396,81	-22946,45	28518,63					
	Correlação	-0,759695**	-0,674421**	-0,772581**	-0,859134**	-0,820404**	-0,804612**	1**					
	<i>t-Statistic</i>	-28,20804	-22,0549	-29,38068	-40,53553	-34,64414	-32,71751	-----					
VXD	Covariância	-22110,52	-19745,5	-22443,55	-24813,01	-23760,31	-23323,61	28456,89	28518,61				
	Correlação	-0,775301**	-0,692372**	-0,786978**	-0,870063**	-0,833150**	-0,817838**	0,997835**	1**				
	<i>t-Statistic</i>	-29,63929	-23,16929	-30,79821	-42,61769	-36,37439	-34,31581	366,3796	-----				
VAEX	Covariância	-23423,72	-21282,72	-23807,44	-25598,16	-25025,42	-24912,17	27608,96	27672,37	28518,64			
	Correlação	-0,821347**	-0,746274**	-0,834802**	-0,897594**	-0,877511**	-0,873540**	0,968103**	0,970326**	1**			
	<i>t-Statistic</i>	-34,76643	-27,07032	-36,61184	-49,16422	-44,1821	-43,33194	93,29422	96,89373	-----			
VBEL	Covariância	-23681,36	-21419,36	-24240,63	-26253,59	-25356	-24994,3	27397,56	27528,03	28106,2	28518,65		
	Correlação	-0,830381**	-0,751065**	-0,849992**	-0,920576**	-0,889102**	-0,876419**	0,960690**	0,965265**	0,985538**	1**		
	<i>t-Statistic</i>	-35,98359	-27,4674	-38,95892	-56,91176	-46,90262	-43,94465	83,55266	89,20407	140,4265	-----		
VCAC	Covariância	-22686,3	-20563,91	-23052,38	-24900,88	-24302,27	-24172,94	27737,68	27741,98	28118,49	27675,33	28518,63	
	Correlação	-0,795490**	-0,721069**	-0,808327**	-0,873144**	-0,852154**	-0,847619**	0,972616**	0,972767**	0,985969**	0,970430**	1**	
	<i>t-Statistic</i>	-31,69715	-25,12833	-33,15139	-43,24924	-39,31951	-38,57118	101,0435	101,3348	142,6162	97,07109	-----	
VFTSE	Covariância	-21360,42	-19030,65	-21973,3	-24458,86	-23415,41	-23015,14	28034,65	27945,27	27802,31	27501,78	27978,06	28518,65
	Correlação	-0,748998**	-0,667305**	-0,770489**	-0,857644**	-0,821056**	-0,807020**	0,983029**	0,979895**	0,974882**	0,964344**	0,981045**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-27,29493	-21,63357	-29,18448	-40,26915	-34,72855	-32,99754	129,3844	118,5891	105,6869	87,98132	122,2392	-----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

Em meados de 2007 eclodiu a crise do mercado hipotecário de alto risco nos EUA (*subprime*), que rapidamente se alastrou aos vários segmentos dos mercados financeiros internacionais devido à grande dispersão dos produtos financeiros colateralizados com créditos hipotecários. Com efeito, estes produtos encontravam-se espalhados nas carteiras de várias entidades norte-americanas e europeias. Com a descida da notação de risco dos produtos do mercado secundário de créditos hipotecários, houve uma diminuição significativa das emissões dos referidos produtos, os quais haviam sido nos últimos anos a principal fonte de financiamento das instituições de crédito hipotecário. Para além da falta de liquidez que daí adveio, a incerteza quanto à solvabilidade de algumas instituições financeiras decorrente da crise do *subprime* agravou o clima de instabilidade.

Numa tentativa de minimizar os efeitos da crise, os bancos centrais frequentemente injetaram liquidez nos mercados, com montantes significativos. Algumas instituições financeiras tiveram de alienar ativos, exercendo uma forte pressão sobre as respetivas cotações em baixa; outras tiveram que aumentar o seu capital para fazer face às perdas.

Em 2008, logo no início do ano, alguns bancos entraram em rutura financeira. O *Northern Rock* foi nacionalizado pelo governo britânico e o *Bear Sterns* foi adquirido pela *JP Morgan Chase*. Estes acontecimentos levaram a uma diminuição de liquidez no mercado interbancário, situação contrariada pelas autoridades monetárias com sucessivas injeções de liquidez no sistema financeiro. Porém, estas medidas não foram suficientes para impedir a falência de *Lehman Brothers*, maior banco de investimento norte-americano, em setembro de 2008. Neste período verificou-se uma grande turbulência nos mercados financeiros, tendo alguns índices acionistas atingido níveis de preços muito baixos e níveis de volatilidade bastante elevados.

Pelos motivos explanados, os seis diagramas de dispersão da Figura 5.10 mostram que existe grande concentração das observações junto à reta de regressão e a Tabela 5.14 mostra elevados níveis de correlação entre os pares de índices europeus tomados em consideração, assumindo valores entre -0,807020 e -0,920576.

A correlação entre as cotações dos índices de ações é positiva e quase perfeita, com um valor médio de 0,959783. Valores semelhantes foram obtidos para os índices de VI com uma correlação média é de 0,975516.

Este sub-período é o que apresenta valores mais elevados de correlação entre índices, de entre os períodos já estudados.

4^o sub-período (06/04/2009 a 01/04/2011)

As séries seguidamente representadas na Figura 5.11 incluem 516 observações.

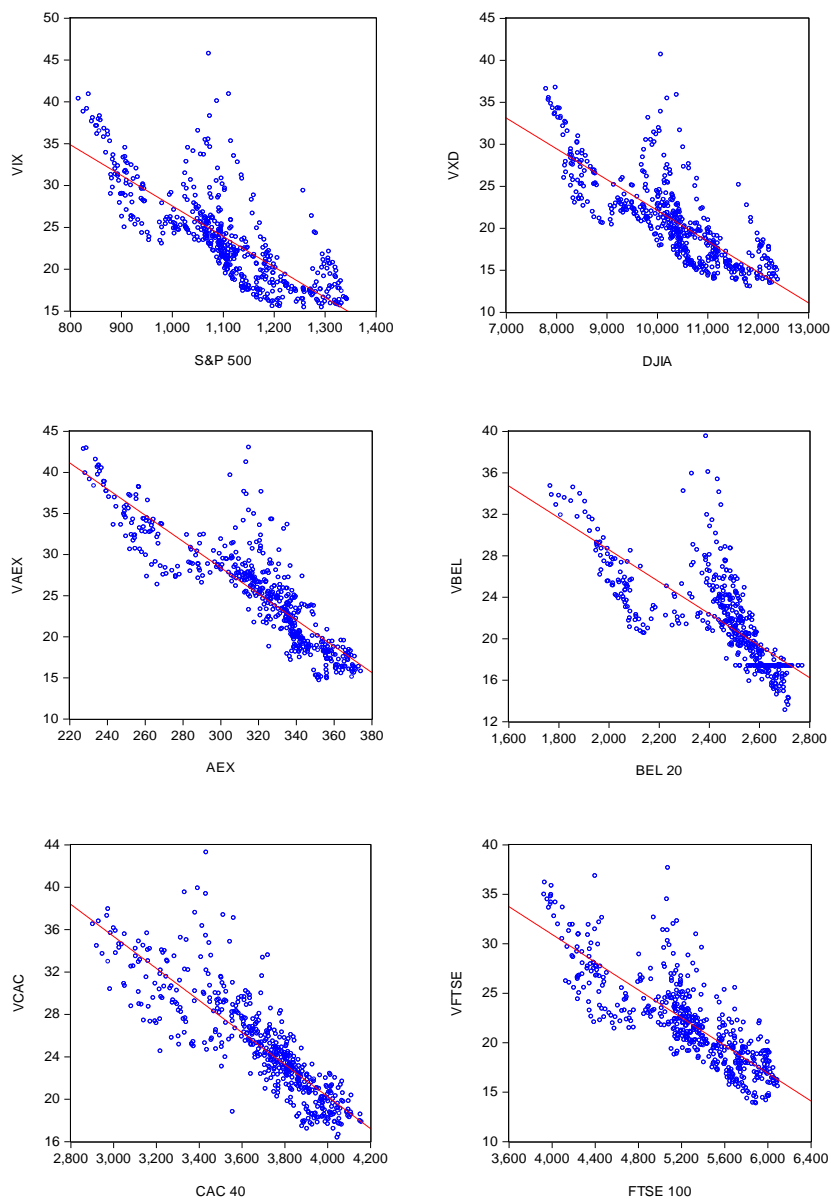


Figura 5.11 – Diagramas de dispersão das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 06/04/2009 a 01/04/2011

A Tabela 5.15 apresenta os resultados dos testes de correlação efetuados aos índices bolsistas:

Tabela 5.15 – Correlação entre as cotações diárias de fecho dos índices bolsistas, no período de 06/04/2009 a 01/04/2011:

		<i>S&P 500</i>	<i>DJIA</i>	<i>AEX</i>	<i>BEL 20</i>	<i>CAC 40</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>VIX</i>	<i>VXD</i>	<i>VAEX</i>	<i>VBEL</i>	<i>VCAC</i>	<i>VFTSE</i>
S&P 500	Covariância	22187,91											
	Correlação	1**											
	<i>t-Statistic</i>	-----											
DJIA	Covariância	22072,91	22187,91										
	Correlação	0,994817**	1**										
	<i>t-Statistic</i>	221,8107	-----										
AEX	Covariância	21562,63	21478,58	22187,89									
	Correlação	0,971819**	0,968031**	1**									
	<i>t-Statistic</i>	93,46643	87,49643	-----									
BEL 20	Covariância	20675,04	20505,12	20880,19	22187,92								
	Correlação	0,931815**	0,924157**	0,941062**	1**								
	<i>t-Statistic</i>	58,20842	54,84653	63,07853	-----								
CAC 40	Covariância	19232,84	18637,46	19332,65	20115,66	22187,91							
	Correlação	0,866816**	0,839982**	0,871315**	0,906604**	1**							
	<i>t-Statistic</i>	39,41234	35,09628	40,25496	48,70858	-----							
FTSE 100	Covariância	21774,92	21746,13	21507,65	21210,14	19606,1	22187,91						
	Correlação	0,981387**	0,980089**	0,969341**	0,955932**	0,883639**	1**						
	<i>t-Statistic</i>	115,8578	111,9073	89,43798	73,81955	42,79106	-----						
VIX	Covariância	-18709,57	-18301,16	-18461,26	-19419,9	-19883,13	-19483,5	22187,83					
	Correlação	-0,843234**	-0,824827**	-0,832043**	-0,875249**	-0,896126**	-0,878115**	1**					
	<i>t-Statistic</i>	-35,56427	-33,07503	-34,00639	-41,02615	-45,77879	-41,60988	-----					
VXD	Covariância	-19006,75	-18626,92	-18711,63	-19570,06	-19965,87	-19719,43	22120,72	22187,84				
	Correlação	-0,856627**	-0,839509**	-0,843327**	-0,882016**	-0,899855**	-0,888748**	0,996975**	1**				
	<i>t-Statistic</i>	-37,64248	-35,02923	-35,57781	-42,43597	-46,77119	-43,95606	290,8202	-----				
VAEX	Covariância	-19889,16	-19754,57	-20380,37	-20528,42	-19263,87	-20658,95	20438,71	20626,67	22187,84			
	Correlação	-0,896398**	-0,890332**	-0,918537**	-0,925209**	-0,868216**	-0,931092**	0,921167**	0,929638**	1**			
	<i>t-Statistic</i>	-45,84927	-44,33268	-52,67597	-55,27866	-39,67018	-57,8677	53,66417	57,19922	-----			
VBEL	Covariância	-17741,39	-17424,8	-17921,71	-19489,55	-18347,59	-18740,15	19932,44	19937,6	20108,13	22011,4		
	Correlação	-0,802797**	-0,788471**	-0,810956**	-0,881901**	-0,830227**	-0,847991**	0,901943**	0,902176**	0,909893**	1**		
	<i>t-Statistic</i>	-30,52506	-29,06307	-31,42274	-42,41112	-33,76698	-36,27332	47,35035	47,41612	49,72657	-----		
VCAC	Covariância	-16692,55	-16038,95	-17092,58	-18612,04	-20014,79	-17675,08	20468,82	20424,83	19947,51	19548,67	22187,82	
	Correlação	-0,752328**	-0,722870**	-0,770358**	-0,838839**	-0,902060**	-0,796610**	0,922525**	0,920542**	0,899029**	0,884578**	1**	
	<i>t-Statistic</i>	-25,89061	-23,71777	-27,39159	-34,93477	-47,38326	-29,8769	54,1929	53,42492	46,54696	42,99972	-----	
VFTSE	Covariância	-17761,35	-17390,61	-18345,88	-19495,76	-19051,25	-18888,86	20714,69	20723,55	21050,07	20190,59	20936,24	22187,81
	Correlação	-0,800498**	-0,783789**	-0,826843**	-0,878668**	-0,858634**	-0,851315**	0,933606**	0,934005**	0,948721**	0,913625**	0,943592**	1**
	<i>t-Statistic</i>	-30,28114	-28,61346	-33,32992	-41,72469	-37,97692	-36,78733	59,07415	59,2717	68,04201	50,94792	64,60881	-----

Notas: * Denota um nível de significância de 5%; ** denota um nível de significância de 1%.

É interessante observar na Figura 5.11 que, os pontos mais alinhados correspondem aos índices franceses e holandeses. E uma vez mais, os resultados matemáticos veem reforçar a análise gráfica, apresentando um $r = -0,918537$ para o $AEX/VAEX$ e um $r = -0,902060$ para o $CAC 40/VCAC$ (Tabela 5.15). Os índices norte-americanos $S\&P 500/VIX$ e $DJIA/VXD$ foram os que apresentaram valores mais baixos de correlação, $-0,843234$ e $-0,839509$ respetivamente.

Neste período *bullish*, os índices americanos $S\&P 500/DJIA$ e VIX/VXD apresentaram uma correlação positiva quase perfeita entre si. No geral, os índices acionistas apresentaram uma correlação positiva muito forte, com um valor médio de $0,932454$; e os índices de volatilidade apresentaram entre si um valor médio de correlação de $0,924134$.

De forma a melhor se perceber estes resultados não se poderia deixar de referir, em seguida, os principais acontecimentos que influenciaram, de alguma forma, estes resultados.

Depois da queda acentuada de 2008, que se prolongou até ao final do primeiro trimestre de 2009, os preços nos mercados de ações registaram, em geral, um aumento significativo e verificou-se uma redução da volatilidade ao longo do ano. Contudo, esse aumento não foi suficiente para recuperar as perdas acumuladas desde o início da crise e o risco de uma dupla recessão permaneceu no horizonte.

Na Europa, persistia forte dependência dos bancos face ao Banco Central Europeu, que requeria a permanência de elevados valores de depósitos, mostrando que a confiança no mercado interbancário não estava ainda estabelecida.

Por outro lado, a partir do último trimestre de 2009, um novo foco de instabilidade surgiu nos mercados, associado em particular ao mercado das dívidas soberanas de países europeus. Este cenário era previsível, na medida em que a intervenção por parte dos Estados no processo de combate à crise financeira e consequências da mesma, levou a um forte aumento da dívida e défices públicos. Assim, a crise da dívida soberana associada a alguns países da zona euro, geraram tensões nos mercados internacionais, em especial na Europa. Não obstante, o ano de 2010 foi um ano de recuperação da economia mundial, marcado pelo fim da recessão vivida na Europa e nos Estados Unidos.

6. CONCLUSÕES

6.1. Principais conclusões

É sabido que o sentimento de mercado tem um carácter subjetivo, sendo por isso difícil quantificá-lo. Uma das medidas que permite determinar o seu valor é a volatilidade implícita que toma por base os contratos de opções.

A diferença entre os direitos e os deveres das partes envolvidas num contrato de opções faz com que este tenha um valor ou prémio. O prémio é pago pelo comprador pelo facto de o vendedor assumir o risco de posições futuras em relação ao preço do ativo contratado.

Um dos modelos de valorização de opções mais conhecido é o de Black-Scholes (B-S) (1973) pelo qual é possível avaliar opções europeias de compra e venda sobre ações que não distribuam dividendos durante o período de vida da opção e também pode ser utilizado para avaliar opções de compra americanas que não distribuam dividendos.

Sobretudo na área da valorização das opções, a volatilidade constitui uma variável de extrema importância, tendo em conta a dificuldade de se prever o seu comportamento. Quando o preço teórico de uma opção difere do seu preço de transação no mercado, a diferença geralmente atribui-se à volatilidade. Os modelos de valorização mais utilizados como o de Black-Scholes utilizam a volatilidade histórica como *input*, mas geralmente o mercado utiliza uma volatilidade diferente, designada volatilidade implícita.

Assim, o valor da volatilidade implícita é aquele que torna o preço de mercado da opção igual ao preço teórico obtido por um modelo de valorização de opções. Consiste em colocar como *input* o preço da opção, passando a volatilidade a ser o resultado final.

A volatilidade implícita é um valor em mudança permanente, visto que no fecho de um determinado dia de negociação uma opção tenderá a apresentar uma volatilidade diferente da do fecho anterior, ou mesmo do início da sessão. Os diferentes valores de volatilidade

implícita de um determinado ativo subjacente quando representadas num gráfico, tendo como abcissa o preço de exercício (ou o *moneyness*) da opção e na ordenada o valor de volatilidade implícita, por vezes geram uma curva em forma de U, ou seja, um efeito tipo “sorriso”. Ampla literatura financeira retrata esses padrões.

A volatilidade implícita é útil quando se deseja conhecer o que o mercado pensa num determinado momento sobre o ativo subjacente ou quando se pretende comparar os preços das opções para preços de exercício diferentes e para maturidades diferentes. Sendo, por isso, utilizado frequentemente para traçar estratégias de compra ou venda.

Os índices de volatilidade têm como objetivo avaliar os sentimentos e os níveis de confiança vividos no mercado. Nesse sentido, selecionaram-se índices de países americanos e europeus com desenvolvimento económico comparável e cuja capitalização bolsista desempenha um papel relevante no mercado internacional. Assim, foram analisados os índices *VIX*, *VXD*, *VAEX*, *VBEL*, *VCAC*, *VFTSE* e respetivamente *S&P 500*, *DJIA*, *AEX*, *BEL 20*, *CAC 40* e *FTSE 100*. A amostra corresponde ao período de 03/01/2000 a 01/04/2011. No total cada índice bolsista tem 2926 observações.

Na análise efetuada aos índices bolsistas verificou-se que o valor de fecho dos índices não é constante ao longo do tempo, ou seja, que as séries não são estacionárias em média. Por outro lado, as séries apresentam uma evolução semelhante ao longo do tempo, o que revela sincronismo dos índices.

Por sua vez, as taxas de rendibilidade diárias tomam valores muito próximos de zero ao longo do tempo, indicando que a série é estacionária em média, sendo esta próxima de zero. Adicionalmente pode observar-se a existência de *clusters* de volatilidade em todos os índices. Verificam-se assim, alguns períodos de relativa tranquilidade e outros bastante conturbados, ou seja, períodos com baixa volatilidade e outros com volatilidade elevada. Os resultados apresentam o *VIX* como sendo o mais volátil dentre os índices VI, seguido do *VBEL*; o menos disperso é o *VAEX*. Quanto aos índices acionistas, o *AEX* e o *CAC 40* revelaram-se os mais instáveis e o *DJIA* apresentou o menor desvio padrão.

As maiores rendibilidades foram verificadas, por um lado, pelo índice *AEX* e, por outro, pelo índice *VCAC*. E as menores rendibilidades foram constatadas pelo índice *S&P 500*, no mercado acionário, e pelo *VXD*, nos índices que expressam o sentimento de mercado.

Tendo por base a análise dos parâmetros de assimetria e curtose, concluiu-se que as distribuições de rendibilidade são leptocúrticas e assimétricas. Revelando que a incerteza observada nas taxas de rendibilidade diárias dos índices bolsistas é superior à que seria de esperar se seguissem uma distribuição de probabilidade normal.

O teste de *Jarque-Bera* confirmou a não normalidade das distribuições de rendibilidade, com um nível de significância de 1%. Recorreu-se ainda aos testes à normalidade de *Lilliefors*, *Cramer-von Mises* e *Anderson-Darling* que corroboraram aquele resultado.

É comumente sabido que tendem a existir fortes relações entre os diversos índices internacionais, devendo essa relação ser ainda mais forte entre os índices do mesmo país. Por este motivo efetuaram-se diversos testes de correlação, recorrendo-se ainda a diagramas de dispersão. Inicialmente verificou-se o grau de associação entre as taxas de rendibilidade diárias dos pares de índices bolsistas. Por fim, elaborou-se um estudo mais aprofundado ao tipo de correlação entre as cotações diárias de fecho de todos os índices em análise, por serem dados diretamente observáveis no mercado.

Com base nos diagramas de dispersão e nos resultados dos coeficientes de correlação, no período de 03/01/2000 a 01/04/2011, verificou-se que existe correlação entre as rendibilidades diárias de todos os índices de volatilidade e índices de ações subjacentes e que esta associação é em sentido inverso. Confirmando o efeito *ad contrarium*, assim designado pelos níveis de volatilidade implícita apresentarem-se como contrários aos níveis do mercado. Os índices *S&P 500/VIX*, *DJIA/VXD* e *FTSE 100/VFTSE* apresentam uma correlação forte entre as taxas de rendibilidade, verificando-se uma correlação moderada nos outros pares de índices. Os índices belgas são os que apresentam um menor grau de correlação.

Relativamente à correlação entre as cotações de fecho diárias, do período em análise, verificou-se que os coeficientes de correlação dos pares de índices eram inferiores aos apurados nas taxas de rendibilidades, à exceção dos índices belgas. Confirmou-se a

existência de correlação negativa em todos os pares de índices bolsistas mas não de forma forte. Assim, acréscimos na VI estão associados a descidas nos preços e decréscimos na VI estão associados a subidas nas cotações.

Com o intuito de estudar o comportamento das distribuições em momentos de subida (*bullish*) e descida (*bearish*), o período em análise foi dividido em quatro sub-períodos: de 03/01/2000 a 05/01/2003, de 06/01/2003 a 31/12/2006, de 01/01/2007 a 05/04/2009 e de 06/04/2009 a 01/04/2011.

No primeiro sub-período, praticamente todos os pares de índices indicados nos diagramas de dispersão apresentam uma força de correlação superior, quando comparados ao período total em análise. Entre os índices de ações existe uma correlação positiva quase perfeita entre o *S&P 500* e os índices *AEX*, *CAC 40* e *FTSE 100* e nos índices europeus *AEX/CAC 40*, *AEX/FTSE 100* e *CAC 40/FTSE 100*.

No segundo sub-período, os resultados mostram uma forte correlação sobretudo entre os índices *S&P 500/VIX* e *DJIA/VXD* e uma força moderada entre os índices *BEL 20/VBEL* e *FTSE 100/VFTSE*. Os índices de ações apresentam uma correlação bastante forte entre si, quase perfeita nalguns casos, com um valor médio de 0,968774. E os índices de volatilidade apresentam um valor de correlação médio de 0,910378. Entre os índices americanos *VIX* e o *VXD* a correlação é praticamente perfeita.

No terceiro sub-período, os pares de índices europeus tomados em consideração, assumem valores entre -0,807020 e -0,920576. Os índices belgas são os que apresentam um valor de correlação mais elevado. A correlação entre as cotações dos índices de ações é positiva e quase perfeita, com um valor médio de 0,959783. Valores semelhantes foram obtidos para os índices de VI com uma correlação média é de 0,975516.

O quarto e último sub-período é o que apresenta, nos períodos já estudados e em média, os valores mais elevados de correlação entre os pares de índices em estudo, com coeficientes entre -0,839509 e -0,918537. Por outro lado, os índices americanos *S&P 500/DJIA* e *VIX/VXD* apresentaram uma correlação positiva quase perfeita entre si. Em média, tanto os índices acionistas como os índices de volatilidade apresentaram uma correlação positiva muito forte, na ordem dos 0,932454 e 0,924134 respetivamente.

Conclui-se assim, que as cotações dos índices de ações estão correlacionadas de forma contrária às dos índices de volatilidade, praticamente sem exceções, não só na análise do total do período, mas, sobretudo, de forma mais intensa em cada um dos quatro períodos de análise.

6.2. Sugestões para investigação futura

A análise da correlação entre as variáveis nada indica sobre a relação causal que possa existir entre as observações visto que apenas pretende verificar a relação estatística que se estabelece entre elas, com base na variação que aquelas observações apresentam. Assim, uma primeira sugestão para investigação futura seria a determinação das relações causa-efeito não só entre os índices bolsistas estudados, como também entre índices de países emergentes, através de testes de cointegração e de causalidade à *Granger* no contexto dos modelos vetoriais auto regressivos (VAR), que verificam em que medida as variáveis podem ser influenciadas umas pelas outras e o tipo de relações no médio e longo prazo.

Uma segunda possibilidade de investigação futura seria perceber como a informação flui entre o mercado de opções e o mercado de ações, em áreas como a contabilidade, economia e finanças. Investidores informados preferem transacionar nos mercados de opções devido aos menores custos de venda a descoberto e à capacidade de alavancagem de resultados. O resultado provável é que a informação é refletida nos preços das opções antes de ser refletida nos preços das ações (Diavatopoulos *et al.*, 2012).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBANESE, Claudio, CAMPOLIETI, Giuseppe – *Advanced Derivatives Pricing and Risk Management. Theory, Tools and Hands-On Programming Application*. USA: Elsevier Academic Press, 2006. 420 pp. ISBN 978-0-12-047682-4.
- ANDERSON, T., DARLING, D. – Asymptotic theory of certain goodness-of-fit criteria based on stochastic processes. *Annals of Mathematical Statistics*. ISSN 0162-1459. 23 (1952) 193-212.
- BARAÑANO, Ana María – *Métodos e Técnicas de Investigação em Gestão*. Lisboa: Edições Sílabo, Lda, 2004. 170 pp. ISBN 972-618-312-X.
- BATES, David – Jumps and Stochastic Volatility: Exchange Rate Processes Implicit in PHLX Deutsche Mark Options. *Review of Financial Studies*. ISSN 0893-9454. 9:1 (1996) 69-107.
- BENTES, Sónia – *Sobre a Medição da Volatilidade nos Mercados Bolsistas Internacionais: Evidência dos Países do G7*. Lisboa: Edições Colibri/Instituto Politécnico de Lisboa, 2011. 230 pp. ISBN 978-989-689-124-4.
- BLACK, Fischer – Fact and Fantasy in the Use of Options. *Financial Analysts Journal*. ISSN 0015-198X. 31:4 (1975) 36-72.
- BLACK, Fischer, SCHOLES, Myron – The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*. ISSN 0022-3808. 81:3 (1973) 637-659.
- BLACK, Fischer, SCHOLES, Myron – The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency. *The Journal of Finance*. ISSN 0022-1082. 27:2 (1972) 399-417.
- BOLLEN, Nicolas, RASIEL Emma – The performance of alternative valuation models in the OTC currency options market. *Journal of International Money and Finance*. ISSN 0261-5606. 22:1 (2003) 33-64.
- BRENNER, Menachem, GALAI, Dan – New Financial Instruments for Hedging Changes in Volatility. *Financial Analysts Journal*. ISSN 0015-198X. 45:4 (1989) 61-65
- CHEN, Hong-Yi, LEE, Cheng-Few, SHIH, Weikang – Derivations and Applications of Greek Letters: Review and Integration. In LEE, Cheng-Few, LEE, Alice C., LEE, John – *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*. New York: Springer, 2010. ISBN 978-0-387-77116-8. pp. 491-503.
- CORRADO, Charles, SU, Tie – Skewness and kurtosis in S&P 500 Index Returns Implied By Option Prices. *The Journal of Financial Research*. ISSN 0270-2592. 19:2 (1996) 175-192.
- COX, John – The Constant Elasticity of Variance Option Pricing Model. *Journal of Portfolio Management*. ISSN 0095-4918. 23:1 (1996) 15-17.
- COX, John, ROSS, S., RUBINSTEIN, M. – Option Pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405X. 7:3 (1979) 229-263.
- CURTO, J. Dias – Distribuições de Pareto Estáveis: Aplicação aos Índices PSI 20, DAX e DJIA [Em linha]. [Consult. 19 mar. 2012]. Disponível em: <<http://iscte.pt/~jjdc/Artigos/PaperMQ3.pdf>>
- DALY, Kevin – Financial volatility: issues and measuring techniques. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. ISSN 0378-4371. 387:11 (2008) 2377-2393.

- DAMODARAN, Aswath – *Investment Valuation. Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset*. 2.^a ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. 992 pp. ISBN 0-471-41488-3.
- DARLING, D. – The Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises Tests. *Annals of Mathematical Statistics*. ISSN 0162-1459. 28 (1957) 823-838.
- DEMETERFI, K., DERMAN, E., KAMAL, M., ZOU, J. – A guide to volatility and variance swaps. *Journal of Derivatives*. ISSN 1074-1240. 6:4 (1999) 9-32.
- DIAVATOPOULOS, Dean, DORAN, James, FODOR, Andy, PETERSON, David – The information content of implied skewness and kurtosis changes prior to earnings announcements for stock and option returns. *Journal of Banking & Finance*. ISSN 0378-4266. 36:3 (2012) 786-802.
- DUMAS, B., FLEMING, J., WHALEY, R. – Implied volatility functions: Empirical tests. *The Journal of Finance*. ISSN 0022-1082. 53:6 (1998) 2059-2106.
- EDERINGTON, Louis, GUAN, Wei – The information frown in option prices. *Journal of Banking and Finance*. ISSN 0378-4266. 29:6 (2005) 1429-1457.
- ENGLE, Robert – Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*. ISSN 0012-9682. 50:4 (1982) 987-1007.
- FAMA, Eugene – Mandelbrot and the Stable Paretian Distribution. *The Journal of Business*. ISSN 0021-9398. 36:4 (1963) 420-429.
- FAMA, Eugene – The Behavior of Stock Market Prices. *The Journal of Business*. ISSN 0021-9398. 38:1 (1965) 34-105.
- FERREIRA, Domingos – *Instrumentos Financeiros*. Lisboa: Letras e Conceitos, Lda., 2011. 671 pp. ISBN 978-989-8305-21-3.
- FERREIRA, Domingos – *Opções Financeiras Avançadas*. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2006. 538 pp. ISBN 978-972-618-413-3.
- FERREIRA, Domingos – *Opções Financeiras. Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem*. 2.^a ed. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2009. 572 pp. ISBN 978-972-618-519-2.
- GASTINEAU, Gary – An Index of Listed Option Premiums. *Financial Analysts Journal*. ISSN 0015-198X. 33:3 (1977) 70-75.
- HEATH, David, JARROW, Robert, MORTON, Andrew – Bond pricing and term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation. *Econometrica*. ISSN 0012-9682. 60:1 (1992) 77-105.
- HULL, John C. – *Options, Futures, and other Derivatives*. 7.^a ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2009. 814 pp. ISBN 978-0-13-500994-9.
- HULL, John C., WHITE, Alan – The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. *Journal of Finance*. ISSN 0022-1082. 42:2 (1987) 281-300.
- INTERNATIONAL ACCOUNTING STANDARDS 32. *Normas Contabilísticas*. ATF, Formação Empresarial e Edições Técnicas [Em linha]. [Consult. 30 dez. 2011]. Disponível em: <<http://atf-edicoes.pt/?s=normascontabilisticas&v=norma&n=41>>.
- INTERNATIONAL ACCOUNTING STANDARDS 39. *Normas Contabilísticas*. ATF, Formação Empresarial e Edições Técnicas [Em linha]. [Consult. 30 dez. 2011]. Disponível em: <<http://atf-edicoes.pt/?s=normascontabilisticas&v=norma&n=55>>.

- JARQUE, Carlos, BERA, Anil – Efficient test for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*. ISSN 0165-1765. 6:3 (1980) 255-259.
- KUO, I-Dun – Pricing and hedging volatility smile under multifactor interest rate models. *Review of Quantitative Finance and Accounting*. ISSN 0924-865x. 36:1 (2011) 83-104.
- KUO, I-Dun, WANG, Kai-Li – Implied deterministic volatility functions: an empirical test for Euribor options. *The Journal of Futures Markets*. ISSN 0270-7314. 29:4 (2009) 319-347.
- LILLIEFORS, Hubert – On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. *Journal of the American Statistical Association*. ISSN 0162-1459. 62:318 (1967) 399-402.
- MACBETH, James, MERVILLE, Larry – An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model. *The Journal of Finance*. ISSN 0022-1082. 34:5 (1979) 1173-1186.
- MANDELBROT, Benoit – The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*. ISSN 0021-9398. 36:4 (1963) 394-419.
- MARKOWITZ, Harry – Portfolio selection. *The Journal of Finance*. ISSN 0022-1082. 7:1 (1952) 77-91.
- MCNEIL, Alexander, FREY, Rüdiger, EMBRECHTS, Paul – *Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques and Tools*. London: Princeton University Press, 2005. 538 pp. ISBN 0-691-12255-5.
- MERTON, Robert – Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405x. 3:1-2 (1976) 125-144.
- MERTON, Robert – The Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*. ISSN 0005-8556. 4:1 (1973) 141-183.
- NORDÉN, Lars, CAIHONG, Xu – Option Happiness and Liquidity: is the dynamics of the volatility smirk affected by relative option liquidity? *The Journal of Futures Markets*. ISSN 0270-7314. 32:1 (2012) 47-74.
- PEIXOTO, João Paulo – *Futuros e Opções*. Lisboa: Editora McGRAW-HILL de Portugal, Lda., 1997. 285 pp. ISBN 972-9241-74-0.
- PEÑA, Ignacio, RUBIO, Gonzalo, SERNA, Gregorio – Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function. *Journal of Banking & Finance*. ISSN 0378-4266. 23:8 (1999) 1151-1179.
- PINHO, Carlos Santos, TAVARES, Susana – *Análise Financeira e Mercados*. Lisboa: Áreas Editora, SA, 2005. 382 pp. ISBN 972-8472-89-7.
- ROUAH, Fabrice Douglas, VAINBERG, Gregory – *Option pricing models and volatility using Excel-VBA*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2007. 441 pp. ISBN 978-0-471-79464-6.
- RUBINSTEIN, Mark (1985) – Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using All Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1978. *The Journal of Finance*. ISSN 0022-1082. 40:2 (1985) 455-480.
- SHASTRI, Kuldeep, WETHYAVIVORN, Kulpatra – The valuation of Currency Options for Alternate Stochastic Processes. *The Journal of Financial Research*. ISSN 0270-2592. 10:4 (1987) 283-293.

- SHEIKH, A. – Transactions Data Tests of S&P 100 Call Option Pricing. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. ISSN 0022-1090. 26:4 (1991) 459-475.
- SIRIOPOULOS, Costas, FASSAS, Athanasios – Implied Volatility Indices. A review. *Social Science Research Network* [Em linha] (2009). [Consult. 2 set. 2011]. Disponível em: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1421202>.
- STEIN, Elias, STEIN Jeremy – Stock Price Distributions with Stochastic Volatility: An Analytic Approach. *Review of Financial Studies*. ISSN 0893-9454. 4:4 (1991) 727-752.
- STOLL, Hans – The Relationship between Put and Call Option Prices. *The Journal of Finance*. ISSN 0022-1082. 24:5 (1969) 802-824.
- SUTCLIFFE, Charles – *Stock Index Futures*. 3rd ed. England: International Ltd. Padstow, Cornwall, 2006. 495 pp. ISBN 0 7546 4192 9.
- VARIAN, Hal R. – The Arbitrage Principle in Financial Economics. *Journal of Economic Perspectives*. ISSN 0895-3309. 1:2 (1987) 55-72.
- VIEITO, João P., MAQUIEIRA, Carlos P. – *Finanças Empresariais. Teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora, 2010. 583 pp. ISBN 978-972-592-275-0.
- WHALEY, Robert – *Derivatives: markets, valuation, and risk management*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006. 930 pp. ISBN 978-0-471-78632-0.
- WHALEY, Robert – The investor fear gauge. *Journal of Portfolio Management*. ISSN 0095-4918. 26:3 (2000) 12-17.
- XING, Yuhang, ZHANG, Xiaoyan, ZHAO, Rui – What does the individual Option Volatility Smirk Tell us about Future Equity Returns? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. ISSN 0022-1090. 45:3 (2010) 641-662.