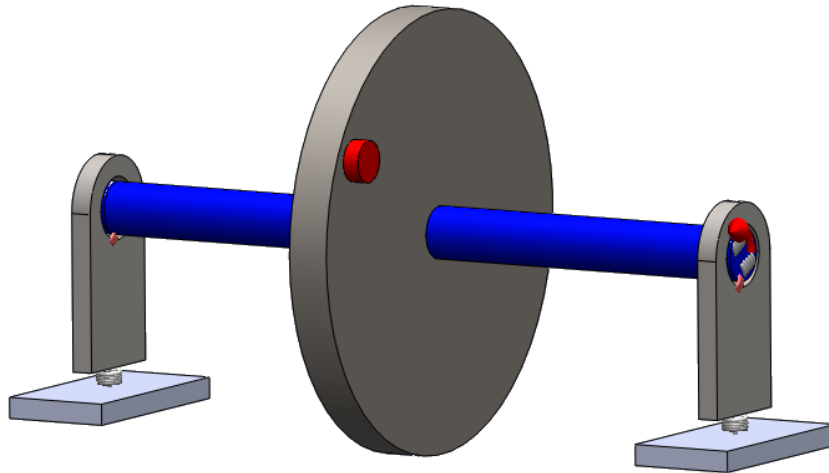




ISEL

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica



**Simulação, em *Software* Adequado, da
Sintomatologia Vibracional de Avarias Mecânicas
de Máquinas Rotativas**

NUNO DUARTE DE SOUSA LIMA
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre em
Engenharia Mecânica na Área de Manutenção e Produção

Orientador:

Prof. Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Jorge Filipe de Oliveira Mendonça e Costa

Vogais:

Prof. Doutor Nuno António Neves Nunes

Prof. Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio

Novembro de 2013



ISEL

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica

**Simulação, em *Software* Adequado, da
Sintomatologia Vibracional de Avarias Mecânicas
de Máquinas Rotativas**

NUNO DUARTE DE SOUSA LIMA
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre em
Engenharia Mecânica na Área de Manutenção e Produção

Orientador:

Prof. Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Jorge Filipe de Oliveira Mendonça e Costa

Vogais:

Prof. Doutor Nuno António Neves Nunes

Prof. Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio

Novembro de 2013



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

Nada na Natureza é estático, tudo vibra.



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

DEDICATÓRIA

Em primeiro lugar, quero dedicar, especialmente, à minha família por todo o apoio, orientação e educação que me deram durante a minha formação e crescimento pessoal.

Particularmente, aos meus colegas e amigos, Bruno Moniz, Bruno Pires, Hélder Lima e Vítor Gomes por todo o companheirismo, amizade, compreensão e espírito de equipa transmitido e proporcionado durante a minha formação académica.

Por fim, o meu profundo e sincero obrigado a todos os meus Amigos.



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio, pela sua competência e por todo o auxílio, dedicação e disponibilidade, deste o primeiro minuto durante a realização deste trabalho, o meu verdadeiro obrigado.

A todos os Engenheiros e Professores do ISEL que ao longo da minha formação académica procuram transmitir, incentivar e transmitir conhecimentos valiosos de forma simples e dinâmica.



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

RESUMO

A detecção, o diagnóstico e a correcção de avarias mecânicas em máquinas tornou-se, nas últimas décadas, fundamental para a sobrevivência das empresas, dado à sua grande dependência de produtos e serviços criados por estas. Entre todas as técnicas de Manutenção Condicionada, a Análise de Vibração evidencia-se devido à sua grande versatilidade em detectar uma grande diversidade de avarias mecânicas durante o funcionamento de uma máquina rotativa.

Nos últimos anos, a evolução tecnológica tem contribuído para o aparecimento e desenvolvimento de diverso *software* de simulação do comportamento dinâmico de sistemas, devido à sua capacidade de resolução e demonstração de modelos numéricos complexos, bem como, à facilidade que proporcionam na interpretação dos conceitos e dos fenómenos físicos.

Neste sentido, o presente trabalho tem como objectivo a criação e desenvolvimento de modelos bidimensionais e tridimensionais da sintomatologia vibracional de algumas das principais avarias mecânicas em máquinas rotativas, utilizando *software* que simula movimentos dinâmicos de corpos rígidos. Pretende-se, deste modo, investigar, compreender e obter as condições e características específicas de operação que contribuem para o aparecimento da sintomatologia vibracional das principais avarias mecânicas em máquinas rotativas, permitindo, assim, facilitar e comprovar as tarefas de Manutenção Condicionada através da Análise de Vibração. De todas as possíveis avarias mecânicas, apenas se vai estudar e simular os sintomas das seguintes avarias: desequilíbrio estático e dinâmico; desalinhamento paralelo; desaperto entre a máquina e a base; ressonância estrutural; velocidade crítica e o defeito num rolamento. Também, neste trabalho, irá realizar-se a equilibragem em um e em dois planos, segundo o método vectorial com o intuito de demonstrar a contribuição destes *softwares* na compreensão e correcção do comportamento dinâmico das máquinas rotativas sujeitas a avarias.

Os resultados obtidos comprovam que as avarias mecânicas em máquinas rotativas apresentam padrões e sintomas de vibração bem definidos que, se forem identificados correctamente, permitem efectuar com sucesso a Manutenção Condicionada, assegurando, assim, a operação contínua e produtiva das máquinas.

Palavras-chave: *Vibração Mecânica; Detecção e Diagnóstico de Avarias; Manutenção Condicionada; Máquinas Rotativas; Medição e Processamento de Vibrações; Simulação.*



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

ABSTRACT

In the last decades, detection, diagnosis and correction of mechanical breakdowns on machines have become fundamental to the survival of businesses, considering the large dependence on products and services they created. Among all the techniques of Condition-Based Maintenance, Vibration Analysis has been stating out due to its versatility in detecting a wide diversity of mechanical breakdowns during the operation of rotating machine.

In recent years, technological evolution has contributed to the appearance and development of a wide range of software simulation of the dynamic behavior of systems, due to their ability of resolution and demonstration of complex numerical models, as well as the ease to interpret concepts and physical phenomena.

In this sense, the aim of this work is the creation and development of two-dimensional and three-dimensional models of symptomatology vibrational of some major mechanical breakdowns in rotating machinery, using software that simulates dynamic motion of rigid bodies. Therefore, it is intended to investigate, understand and obtain the specific conditions and characteristics of the operation that contribute to the appearance of vibrational symptomatology in most mechanical breakdowns of rotating machines, facilitating and demonstrating Condition-Based Maintenance through Vibration Analysis. Of all possible mechanical breakdowns, it will only be considered and simulated the following symptoms: static and dynamic unbalance, parallel misalignment, looseness between the machine and the base; structural resonance, critical speed and bearing defect. Additionally, this works will also undertake a balancing in one and two planes, according to the vector method demonstrate this software's contribution to understand and adjust the dynamic behavior of rotating machinery liable to breakdowns.

The results obtained demonstrate that the mechanical breakdowns in rotating machines reveal standard and vibration symptoms well defined, which allow the successful performance of the Condition-Based Maintenance if correctly identified, ensuring the machine's continuous and productive operation.

Keywords: *Mechanical Vibration; Detection and Diagnostic Average; Condition-Based Maintenance; Rotating Machinery; Measurement and Processing Vibrations; Simulation.*



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

ÍNDICE GERAL

1. INTRODUÇÃO.....	2
2. REVISÃO DA LITERATURA	6
3. TEORIA DA VIBRAÇÃO E AS TÉCNICAS DE MEDIÇÃO E ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM MÁQUINAS ROTATIVAS	10
3.1 - Definição da Vibração em Máquinas Rotativas	10
3.2 - Classificação da Vibração em Máquinas Rotativas.....	14
3.3 - Representação da Vibração em Máquinas Rotativas.....	18
3.4 - Detecção de Avarias em Máquinas Rotativas através da Análise de Vibração.....	22
3.5 - Diagnóstico de Avarias em Máquinas Rotativas através da Análise de Vibração	26
3.6 - Correção de Avarias em Máquinas Rotativas através da Análise de Vibração.....	30
3.7 - Aquisição e Processamento do Sinal de Vibração.....	32
4. SIMULAÇÃO DE VIBRAÇÕES	34
5. SIMULAÇÃO DA SINTOMATOLOGIA VIBRACIONAL DE ALGUMAS AVARIAS MECÂNICA TÍPICAS	38
5.1 - Aquisição e Processamento dos Sinais Discretos da Vibração nas Simulações .	38
5.2 - Técnicas de Detecção das Avarias Mecânicas nas Simulações.....	44
5.3 - Simulações da Sintomatologia Vibracional das Avarias Mecânicas no <i>Working Model 2D</i>	48
5.3.1 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desequilíbrio Estático	48
5.3.1.1 - Descrição do Modelo.....	52
5.3.1.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo	53
5.3.1.3 - Resultados da Simulação do Desequilíbrio em Um Plano	60
5.3.1.4 - Discussão da Simulação do Desequilíbrio Estático	64
5.3.1.5 - Simulação da Equilibragem em Um Plano.....	66
5.3.1.5.1 - Resultados da Simulação da Equilibragem em Um Plano	68
5.3.1.5.2 - Discussão da Simulação da Equilibragem em Um Plano.....	71

5.3.2 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desaperto entre a Máquina e a Base.....	72
5.3.2.1 - Descrição do Modelo	74
5.3.2.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo.....	74
5.3.2.3 - Resultados da Simulação do Desaperto entre a Máquina e a Base	77
5.3.2.4 - Discussão da Simulação do Desaperto entre a Máquina e a Base	80
5.3.3 - Simulação da Sintomatologia Vibracional da Ressonância Estrutural	82
5.3.3.1 - Descrição do Modelo	84
5.3.3.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo.....	88
5.3.3.3 - Resultados da Simulação da Ressonância Estrutural	92
5.3.3.4 - Discussão da Simulação da Ressonância Estrutural	96
5.3.4 - Simulação da Sintomatologia Vibracional da Velocidade Crítica.....	98
5.3.4.1 - Descrição do Modelo	99
5.3.4.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo.....	102
5.3.4.3 - Resultados da Simulação da Velocidade Crítica.....	105
5.3.4.4 - Discussão da Simulação da Velocidade Crítica	112
5.4 - Simulação da Sintomatologia Vibracional das Avarias Mecânicas no <i>Algodo</i>	114
5.4.1 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desalinhamento Paralelo ..	114
5.4.1.1 - Descrição do Modelo	117
5.4.1.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo.....	118
5.4.1.3 - Resultados da Simulação do Desalinhamento Paralelo.....	119
5.4.1.4 - Discussão da Simulação do Desalinhamento Paralelo.....	121
5.4.2 - Simulação da Sintomatologia Vibracional da Avaria num Rolamento	122
5.4.2.1 - Descrição do Modelo	128
5.4.2.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo.....	130
5.4.2.3 - Resultados da Simulação da Avaria num Rolamento	133

5.4.2.4 - Discussão da Simulação da Avaria num Rolamento.....	140
5.5 - Simulação da Sintomatologia Vibracional de Avarias Mecânicas no <i>SolidWorks Motion Analysis 2010</i>	142
5.5.1 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desequilíbrio Estático.....	142
5.5.1.1 - Descrição do Modelo	143
5.5.1.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo.....	144
5.5.1.3 - Resultados da Simulação do Desequilíbrio Estático.....	145
5.5.1.4 - Discussão da Simulação do Desequilíbrio Estático	146
5.5.1.5 - Simulação da Equilibragem em Um Plano	147
5.5.1.5.1 - Resultados da Simulação da Equilibragem em Um Plano	147
5.5.1.5.2 - Discussão da Simulação da Equilibragem em Um Plano.....	149
5.5.2 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desequilíbrio Dinâmico	150
5.5.2.1 - Descrição do Modelo	152
5.5.2.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo.....	152
5.5.2.3 - Resultados da Simulação do Desequilíbrio Dinâmico	154
5.5.2.4 - Discussão da Simulação do Desequilíbrio Dinâmica.....	155
5.5.2.5 - Simulação da Equilibragem em Dois Planos	156
5.5.2.5.1 - Resultados da Simulação da Equilibragem em Dois Planos	159
5.5.2.5.2 - Discussão da Simulação da Equilibragem em Dois Planos	163
6. CONCLUSÃO.....	164
7. TRABALHOS FUTUROS	166
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	168



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1.1 - Modelo linear massa-mola-amortecedor de um GDL	10
Figura 3.2.1 - Esquema da classificação da vibração consoante a duração da excitação	15
Figura 3.3.1 - Exemplo da FO de uma vibração harmónica.....	18
Figura 3.3.2 - Exemplo da FO de uma vibração real.....	18
Figura 3.3.3 - Exemplo da FO e do seu EF FFT	19
Figura 3.3.4 - Exemplo de um EF PBC	20
Figura 3.4.1 - Exemplificação do Pico, do Pico-para-Pico e do <i>RMS</i>	23
Figura 3.4.2 - Determinação da zona de funcionamento de uma máquina	24
Figura 3.4.3 - Exemplo de uma Análise de Tendência.....	25
Figura 3.5.1 - Exemplo de um gráfico da órbita.....	27
Figura 3.5.2 - Exemplo de um gráfico da órbita.....	27
Figura 3.5.3 - Diagrama de cascata	29
Figura 3.7.1 - Exemplificação das etapas do processamento de um sinal de vibração analógico.....	32
Figura 5.1.1 - Exemplo de um rotor suportado por uma chumaceira	38
Figura 5.1.2 - Escolha do parâmetro de medida da vibração	39
Figura 5.1.3 - Exemplificação do efeito de <i>leakage</i>	42
Figura 5.2.1 - Exemplo da detecção de uma avaria através da FO.....	46
Figura 5.3.1.1 - Exemplo do desequilíbrio estático.....	48
Figura 5.3.1.2 - Desequilíbrio provocado pela força centrífuga.....	49
Figura 5.3.1.3 - Exemplo da relação de fases no desequilíbrio estático.....	50
Figura 5.3.1.4 - Exemplo do EF FFT para todos os tipos de desequilíbrio mecânico....	51
Figura 5.3.1.5 - Modelo do desequilíbrio estático no <i>WM 2D</i>	52
Figura 5.3.1.6 - FO na H e na V da 2ª simulação do modelo do desequilíbrio estático .	60
Figura 5.3.1.7 - EF FFT na H e na V da 2ª simulação do modelo do desequilíbrio estático.....	60
Figura 5.3.1.8 - FO na H e na V da 4ª simulação do modelo do desequilíbrio estático .	60
Figura 5.3.1.9 - EF FFT na H e na V da 4ª simulação do modelo do desequilíbrio estático.....	60
Figura 5.3.1.10 - FO na H da 2ª e 6ª simulação do modelo do desequilíbrio estático....	61

Figura 5.3.1.11 - EF FFT na H da 2ª e 6ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	61
Figura 5.3.1.12 - FO na V da 2ª, 7ª e 8ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	61
Figura 5.3.1.13 - EF FFT na V da 2ª, 7ª e 8ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	61
Figura 5.3.1.14 - Regressão da parábola entre a amplitude máxima e a velocidade angular da 2ª, 7ª e 8ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	61
Figura 5.3.1.15 - FO na V da 2ª, 9ª e 10ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	62
Figura 5.3.1.16 - EF FFT na V da 2ª, 9ª e 10ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	62
Figura 5.3.1.17 - Regressão linear da recta entre a amplitude máxima e a massa de desequilíbrio da 2ª, 9ª e 10ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	62
Figura 5.3.1.18 - Espectro de fase na V da 2ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	63
Figura 5.3.1.19 - Espectro de fase na V da 11ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	63
Figura 5.3.1.20 - Órbita da 1ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	63
Figura 5.3.1.21 - Órbita da 5ª simulação do modelo do desequilíbrio estático	63
Figura 5.3.1.22 - EF FFT obtido na condição normal de funcionamento	68
Figura 5.3.1.23 - Gráfico polar do vector V_0 e V_1	69
Figura 5.3.1.24 - Gráfico polar do vector V_0 , V_1 e V_e	69
Figura 5.3.1.25 - Gráfico polar do vector V_2	70
Figura 5.3.1.26 - EF FFT na condição normal de funcionamento e após a adição da massa de correcção	70
Figura 5.3.1.27 - Gráfico polar do vector V_0 , V_2 e V_c	71
Figura 5.3.2.1 - Exemplo do desaperto entre a máquina e a base	72
Figura 5.3.2.2 - Exemplo do desaperto entre a máquina e a base no plano vertical.....	72
Figura 5.3.2.3 - Exemplo do EF no desaperto entre a máquina e a base.....	73
Figura 5.3.2.4 - Modelo do desaperto entre a máquina e a base no $WM\ 2D$	74
Figura 5.3.2.5 - EF FFT na H e na V da 1ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	77

Figura 5.3.2.6 - FO na H e na V da 2ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	78
Figura 5.3.2.7 - EF FFT na H e na V da 2ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	78
Figura 5.3.2.8 - EF FFT na H e na V da 3ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	78
Figura 5.3.2.9 - Espectro de Fase na H da 3ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	78
Figura 5.3.2.10 - Espectro de Fase na V da 3ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	78
Figura 5.3.2.11 - EF FFT na H e na V da 6ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	78
Figura 5.3.2.12 - EF FFT na H e na V da 7ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	79
Figura 5.3.2.13 - EF FFT na H e na V da 9ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	79
Figura 5.3.2.14 - EF FFT na H e na V da 8ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base.....	79
Figura 5.3.3.1 - Exemplo do espectro de fase e do EF FFT na ressonância estrutural...	82
Figura 5.3.3.2 - Modelo da ressonância estrutural no <i>WM 2D</i>	84
Figura 5.3.3.3 - Exemplo de um impulso ou choque no tempo.....	85
Figura 5.3.3.4 - EF FFT obtido por uma força de impulso com 300 N.....	85
Figura 5.3.3.5 - EF FFT obtido por uma força de impulso com 500 N.....	85
Figura 5.3.3.6 - Sinal no tempo da força de impulso aplicada durante um intervalo de tempo de 0,001 s.....	86
Figura 5.3.3.7 - EF FFT da força de impulso aplicada durante um intervalo de tempo de 0,001 s.....	86
Figura 5.3.3.8 - Sinal no tempo da força de impulso aplicada durante um intervalo de tempo de 0,005 s.....	86
Figura 5.3.3.9 - EF FFT da força de impulso aplicada durante um intervalo de tempo de 0,005 s.....	86
Figura 5.3.3.10 - (a) Factor de ampliação (b) Ângulo de fase.....	89

Figura 5.3.3.11 - Relação entre o factor de amortecimento e a amplitude máxima à ressonância.....	90
Figura 5.3.3.12 - EF FFT na H e na V obtido na condição normal de funcionamento no modelo da ressonância estrutural.....	92
Figura 5.3.3.13 - FO na V obtida pelo teste de impacto utilizando uma força de impulso com um intervalo de tempo de 0,005 s.....	92
Figura 5.3.3.14 - EF FFT na V obtido pelo teste de impacto utilizando uma força de impulso com um intervalo de tempo de 0,005 s.....	92
Figura 5.3.3.15 - FO na V obtida pelo teste de impacto utilizando uma força de impulso com um intervalo de tempo de 0,001 s.....	93
Figura 5.3.3.16 - EF FFT na V obtido pelo teste de impacto utilizando uma força de impulso com um intervalo de tempo de 0,001 s.....	93
Figura 5.3.3.17 - FO na H e na V obtida pela força de excitação exterior com uma frequência igual à frequência natural considerada	93
Figura 5.3.3.18 - EF FFT na H obtido pela força de excitação exterior com uma frequência igual à frequência natural considerada	94
Figura 5.3.3.19 - EF FFT na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência igual à frequência natural considerada	94
Figura 5.3.3.20 - Espectro de fase na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência igual à frequência natural considerada	94
Figura 5.3.3.21 - EF FFT na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência de 50 Hz.....	95
Figura 5.3.3.22 - EF FFT na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência de 90 Hz.....	95
Figura 5.3.3.23 - Espectro de fase na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência de 90 Hz.....	95
Figura 5.3.4.1 - Modelo da velocidade crítica do veio bi-apoiado por rolamentos flexíveis no <i>WM 2D</i>	99
Figura 5.3.4.2 - Modelo da viga encastrada-livre no <i>WM 2D</i>	100
Figura 5.3.4.3 - Modelo da viga encastrada-livre no <i>SolidWorks 2010</i>	100
Figura 5.3.4.4 - Modelo do veio bi-apoiado por rolamentos flexíveis no <i>SolidWorks 2010</i>	101

Figura 5.3.4.5 - Estudo estático do modelo da viga encastrada-livre no <i>SolidWorks 2010</i>	105
Figura 5.3.4.6 - FO na V do corpo rígido 10 do modelo da viga encastrada-livre no <i>WM 2D</i>	106
Figura 5.3.4.7 - Histograma da deflexão estática dos corpos rígidos da viga encastrada- livre no <i>WM 2D</i>	106
Figura 5.3.4.8 - Modos de vibração da viga encastrada-livre nas frequências naturais de 11,008; 68,081; 186,84 e 356,2 Hz.....	107
Figura 5.3.4.9 - FO na V obtida pelo teste de impacto no corpo rígido 5 da viga encastrada-livre no <i>WM 2D</i>	108
Figura 5.3.4.10 - EF FFT na V obtido pelo teste de impacto no corpo rígido 5 da viga encastrada-livre no <i>WM 2D</i>	108
Figura 5.3.4.11 - FO na V obtida pelo teste de impacto no corpo rígido 10 da viga encastrada-livre no <i>WM 2D</i>	108
Figura 5.3.4.12 - EF FFT na V obtido pelo teste de impacto no corpo rígido 10 da viga encastrada-livre no <i>WM 2D</i>	108
Figura 5.3.4.13 - FO na V do corpo rígido 10 obtida pelo teste de impacto no corpo rígido 5 do rotor bi-apoiado.....	109
Figura 5.3.4.14 - EF FFT na V do corpo rígido 10 obtido pelo teste de impacto no corpo rígido 5 do rotor bi-apoiado.....	109
Figura 5.3.4.15 - Modos de vibração do veio bi-apoiado nas frequências naturais de 15,619; 29,107; 77,055 e 190,230 Hz.....	110
Figura 5.3.4.16 - Modo de vibração do veio bi-apoiado na frequência natural de 359,910 Hz.....	110
Figura 5.3.4.17 - 1º modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 15,656 Hz.....	111
Figura 5.3.4.18 - 2º Modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 29,297 Hz.....	111
Figura 5.3.4.19 - 3º modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 85,938 Hz.....	111
Figura 5.3.4.20 - 4º modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 241,840 Hz.....	111

Figura 5.3.4.21 - 5º modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 410,160 Hz.....	111
Figura 5.4.1.1 - Exemplo de um acoplamento flexível	115
Figura 5.4.1.2 - Exemplo do desalinhamento paralelo	115
Figura 5.4.1.3 - Exemplo da relação de fase no desalinhamento paralelo	116
Figura 5.4.1.4 - Exemplo do EF no desalinhamento paralelo	116
Figura 5.4.1.5 - Modelo do desalinhamento paralelo no <i>Algodo</i>	117
Figura 5.4.1.6 - FO na H da chumaceira motora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação).....	119
Figura 5.4.1.7 - EF FFT na H da chumaceira motora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)	119
Figura 5.4.1.8 - FO na V da chumaceira motora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação).....	119
Figura 5.4.1.9 - EF FFT na V da chumaceira motora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)	119
Figura 5.4.1.10 - FO na H da chumaceira redutora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)	119
Figura 5.4.1.11 - EF FFT na H da chumaceira redutora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)	119
Figura 5.4.1.12 - FO na H da chumaceira redutora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)	120
Figura 5.4.1.13 - EF FFT na V da chumaceira redutora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)	120
Figura 5.4.1.14 - Sobreposição do EF FFT na V obtido na 1ª simulação e na 2ª simulação no modelo do desalinhamento paralelo.....	120
Figura 5.4.2.1 - Componentes de um rolamento	122
Figura 5.4.2.2 - Parâmetros geométricos de um rolamento.....	123
Figura 5.4.2.3 - Exemplo de um EF FFT da avaria em um rolamento.....	123
Figura 5.4.2.4 - Exemplo de um sinal portador modulado em amplitude.....	124
Figura 5.4.2.5 - Etapas do processamento da análise envolvente.....	127
Figura 5.4.2.6 - Modelo da avaria na pista exterior (a) ou interior (b) do rolamento no <i>Algodo</i>	128

Figura 5.4.2.7 - EF FFT na H da condição normal de serviço do modelo do rolamento	133
Figura 5.4.2.8 - EF FFT na V da condição normal de serviço do modelo do rolamento	133
Figura 5.4.2.9 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (1ª simulação)	134
Figura 5.4.2.10 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (1ª simulação)	134
Figura 5.4.2.11 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (2ª simulação)	134
Figura 5.4.2.12 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (2ª simulação)	134
Figura 5.4.2.13 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (3ª simulação)	135
Figura 5.4.2.14 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (3ª simulação)	135
Figura 5.4.2.15 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (1ª simulação)	136
Figura 5.4.2.16 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (1ª simulação)	136
Figura 5.4.2.17 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (2ª simulação)	136
Figura 5.4.2.18 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (2ª simulação)	136
Figura 5.4.2.19 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (3ª simulação)	136
Figura 5.4.2.20 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (3ª simulação)	137
Figura 5.4.2.21 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista exterior do rolamento (1ª simulação)	138
Figura 5.4.2.22 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista exterior do rolamento (2ª simulação)	139

Figura 5.4.2.23 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista exterior do rolamento (3ª simulação).....	139
Figura 5.4.2.24 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista interior do rolamento (1ª simulação)	139
Figura 5.4.2.25 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista interior do rolamento (2ª simulação)	139
Figura 5.4.2.26 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista interior do rolamento (3ª simulação)	139
Figura 5.5.1.1 - Modelo do desequilíbrio estático no <i>SWMA 2010</i>	143
Figura 5.5.1.2 - Constantes de rigidez e de amortecimento consideradas no modelo do desequilíbrio estático no <i>SWMA 2010</i>	143
Figura 5.5.1.3 - Sobreposição do EF FFT na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio estático (1ª simulação)	145
Figura 5.5.1.4 - Sobreposição da FO na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio estático (1ª simulação)	145
Figura 5.5.1.5 - Espectro de fase na V da chumaceira 1 do modelo do desequilíbrio estático (1ª simulação).....	145
Figura 5.5.1.6 - Espectro de fase na V da chumaceira 2 do modelo do desequilíbrio estático (1ª simulação).....	145
Figura 5.5.1.7 - Sobreposição da FO na V da chumaceira 1 da 1ª simulação com a da 2ª simulação no modelo do desequilíbrio estático.....	146
Figura 5.5.1.8 - Gráfico polar do vector V_0 , V_1 e V_e	148
Figura 5.5.1.9 - Gráfico polar do vector V_0 , V_2 e V_c	148
Figura 5.5.2.1 - Exemplo do desequilíbrio binário.....	150
Figura 5.5.2.2 - Exemplo da relação de fases no desequilíbrio binário.....	150
Figura 5.5.2.3 - Exemplo do desequilíbrio dinâmico	151
Figura 5.5.2.4 - Modelo do desequilíbrio dinâmico no <i>SWMA 2010</i>	152
Figura 5.5.2.5 - Modelo do desequilíbrio binário no <i>SWMA 2010</i> (rotor transparente).....	153
Figura 5.5.2.6 - Sobreposição da FO na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio binário (1ª simulação).....	154
Figura 5.5.2.7 - Sobreposição do EF FFT na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio binário (1ª simulação).....	154

Figura 5.5.2.8 - Espectro de fase na V da chumaceira 1 do modelo do desequilíbrio binário (1ª simulação).....	154
Figura 5.5.2.9 - Espectro de fase na V da chumaceira 2 do modelo do desequilíbrio binário (1ª simulação).....	154
Figura 5.5.2.10 - Sobreposição da FO na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio dinâmico (2ª simulação)	155
Figura 5.5.2.11 - Sobreposição do EF FFT na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio dinâmico (2ª simulação)	155
Figura 5.5.2.12 - Gráfico polar do vector V_{10} , V_{11} e V_{e11}	160
Figura 5.5.2.13 - Gráfico polar do vector V_{20} , V_{21} e V_{e21}	160
Figura 5.5.2.14 - Gráfico polar do vector V_{10} , V_{12} e V_{e12}	160
Figura 5.5.2.15 - Gráfico polar do vector V_{20} , V_{22} e V_{e22}	160
Figura 5.5.2.16 - Gráfico polar do vector V_{10} , V_{13} e V_{c13}	161
Figura 5.5.2.17 - Gráfico polar do vector V_{20} , V_{23} e V_{c23}	161



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.2.1 - Tipos de vibração determinística.....	15
Tabela 3.4.1 - Série ISO 10816	23
Tabela 5.2.1- Limites da intensidade de vibração para as diferentes classes das máquinas	44
Tabela 5.2.2 - Classificação e quantificação da intensidade de vibração dos apoios para máquinas do grupo I	45
Tabela 5.3.1.1 - Características da vibração consoante o tipo de factor de amortecimento	53
Tabela 5.3.1.2 - Propriedades físicas atribuídas no modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações.....	54
Tabela 5.3.1.3 - Desequilíbrio e excentricidade residual do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações	55
Tabela 5.3.1.4 - Combinação das constantes de rigidez.....	55
Tabela 5.3.1.5 - Rigidez e o amortecimento equivalente de translação do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações	56
Tabela 5.3.1.6 - Deflexão estática e o comprimento livre de cada mola do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações	57
Tabela 5.3.1.7 - Factor de amortecimento equivalente do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações	58
Tabela 5.3.1.8 - Frequências naturais amortecidas do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações	59
Tabela 5.3.1.9 - Valores do <i>RMS</i> e do <i>FC</i> do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações.....	60
Tabela 5.3.1.10 - Valores pico e da amplitude máxima do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações	63
Tabela 5.3.1.11 - Verificação da massa de ensaio no desequilíbrio.....	67
Tabela 5.3.2.1 - Propriedades físicas atribuídas no modelo do desaperto entre a máquina e base nas diferentes simulações	75
Tabela 5.3.2.2 - Rigidez e o amortecimento equivalente de translação do modelo do desaperto entre a máquina e base nas diferentes simulações.....	76

Tabela 5.3.2.3 - Factor de amortecimento equivalente e as frequências naturais amortecidas do modelo do desaperto entre a máquina e base nas diferentes simulações	76
Tabela 5.3.2.4 - Deflexão estática e o comprimento livre de cada mola do modelo do desaperto entre a máquina e base nas diferentes simulações.....	77
Tabela 5.3.2.5 - Valores do <i>RMS</i> do modelo do desaperto entre a máquina e a base nas diferentes simulações.....	77
Tabela 5.3.2.6 - Amplitudes máximas do modelo do desaperto entre a máquina e a base nas diferentes simulações	80
Tabela 5.3.3.1 - Propriedades físicas atribuídas no modelo da ressonância estrutural...	88
Tabela 5.3.3.2 - Rigidez e o amortecimento equivalente de translação do modelo da ressonância estrutural	88
Tabela 5.3.4.1 - Relação entre a rigidez dos apoios e os modos de vibração.....	98
Tabela 5.3.4.2 - Coeficientes A_{viga} de uma viga encastrada-livre	104
Tabela 5.3.4.3 - Frequências naturais da viga encastrada-livre	104
Tabela 5.3.4.4 - Frequências naturais da viga encastrada-livre no <i>SolidWorks 2010</i> ..	107
Tabela 5.3.4.5 - Frequências naturais da viga encastrada-livre no <i>WM 2D</i>	108
Tabela 5.3.4.6 - Frequências naturais do veio bi-apoiado no <i>WM 2D</i>	109
Tabela 5.3.4.7 - Frequências naturais do veio bi-apoiado no <i>SolidWorks 2010</i>	109
Tabela 5.3.4.8 - Valores do <i>RMS</i> dos modos de vibração do veio bi-apoiado	111
Tabela 5.4.1.1 - Propriedades físicas atribuídas no modelo do desalinhamento paralelo	118
Tabela 5.4.1.2 - Valores do <i>RMS</i> do modelo do desalinhamento paralelo nas diferentes simulações	119
Tabela 5.4.2.1 - Diâmetro dos componentes do modelo do rolamento	130
Tabela 5.4.2.2 - Frequências características das avarias do rolamento	131
Tabela 5.4.2.3 - Valores do coeficiente de atrito dinâmico dos componentes do modelo da avaria do rolamento	131
Tabela 5.4.2.4 - Rigidez e o factor de amortecimento atribuído no modelo da avaria do rolamento	131
Tabela 5.4.2.5 - Frequência da avaria na pista exterior e a sua amplitude	135

Tabela 5.4.2.6 - Amplitude da componente harmónica a $1\times\text{rpm}$ no modelo da avaria na pista exterior do rolamento	135
Tabela 5.4.2.7 - Frequência da avaria na pista interior e a sua amplitude.....	137
Tabela 5.4.2.8 - Amplitude da componente harmónica a $1\times\text{rpm}$ no modelo da avaria na pista interior do rolamento.....	137
Tabela 5.4.2.9 - Valores do <i>Pico</i> , do <i>RMS</i> e do <i>FC</i> do modelo da avaria do rolamento	137
Tabela 5.5.1.1 - Valores do vector V_0 , V_1 e V_e	147
Tabela 5.5.1.2 - Valores do vector V_2 e do vector V_c	148
Tabela 5.5.2.1 - Valores dos vectores do desequilíbrio inicial e após a adição das massas de ensaio	159
Tabela 5.5.2.2 - Valores obtidos da massa de correcção.....	160
Tabela 5.5.2.3 - Valores dos vectores após a adição das massas de correcção	161



ÍNDICE DE EQUAÇÕES

(Eq. 1).....	10
(Eq. 2).....	12
(Eq. 3).....	14
(Eq. 4).....	14
(Eq. 5).....	18
(Eq. 6).....	19
(Eq. 7).....	40
(Eq. 8).....	40
(Eq. 9).....	40
(Eq. 10).....	41
(Eq. 11).....	41
(Eq. 12).....	42
(Eq. 13).....	42
(Eq. 14).....	45
(Eq. 15).....	45
(Eq. 16).....	46
(Eq. 17).....	49
(Eq. 18).....	49
(Eq. 19).....	49
(Eq. 20).....	52
(Eq. 21).....	55
(Eq. 22).....	56
(Eq. 23).....	56
(Eq. 24).....	57
(Eq. 25).....	57
(Eq. 26).....	57
(Eq. 27).....	58
(Eq. 28).....	66
(Eq. 29).....	67
(Eq. 30).....	68
(Eq. 31).....	69

(Eq. 32)	84
(Eq. 33)	85
(Eq. 34)	86
(Eq. 35)	89
(Eq. 36)	89
(Eq. 37)	90
(Eq. 38)	90
(Eq. 39)	102
(Eq. 40)	102
(Eq. 41)	103
(Eq. 42)	103
(Eq. 43)	103
(Eq. 44)	105
(Eq. 45)	122
(Eq. 46)	122
(Eq. 47)	122
(Eq. 48)	122
(Eq. 49)	124
(Eq. 50)	124
(Eq. 51)	126
(Eq. 52)	132
(Eq. 53)	132
(Eq. 54)	138
(Eq. 55)	156
(Eq. 56)	157
(Eq. 57)	158
(Eq. 58)	158
(Eq. 59)	162
(Eq. 60)	162

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1 - Norma ISO 13380:2002 - <i>Condition monitoring and diagnostics of machines</i>	III
Anexo 2 - Algumas das Técnicas de Diagnóstico utilizando a Análise de Vibração consoante a Aplicação e o Tipo de Avaria	IV
Anexo 3 - Tabela da Sintomatologia Vibracional de Algumas Avarias Mecânicas Típicas em Máquinas Rotativas.....	V
Anexo 4 - Norma ISO 1940-1:2003 - <i>Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state – Part 1: Specification and verification of balance tolerances</i>	VI
Anexo 5 - Modelo do Desequilíbrio Estático no <i>Working Model 2D</i>	VIII
Anexo 6 - Modelo do Desaperto entre a Máquina e a Base no <i>Working Model 2D</i>	IX
Anexo 7 - Modelo da Ressonância Estrutural no <i>Working Model 2D</i>	X
Anexo 8 - Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no <i>Working Model 2D</i>	XI
Anexo 9 - Modelo de uma Viga Encastrada no <i>Working Model 2D</i>	XII
Anexo 10 - Coeficientes A_{viga} de uma viga para o cálculo das suas frequências naturais e os seus nodos de vibração.....	XIII
Anexo 11 - Modelo da Velocidade Crítica no <i>Working Model 2D</i>	XIV
Anexo 12 - Modelo do Desalinhamento Paralelo no <i>Algodo</i>	XV
Anexo 13 - Processamento e Análise de Vibração do Modelo do Desalinhamento Paralelo no <i>Algodo</i>	XVI
Anexo 14 - Linguagem <i>Script</i> do Modelo da Avaria num Rolamento no <i>Algodo</i> ...	XVII
Anexo 15 - Modelo da Avaria num Rolamento no <i>Algodo</i>	XXI
Anexo 16 - Modelo do Desequilíbrio Estático no <i>SolidWorks Motion Analysis 2010</i>	XXII
Anexo 17 - Modelo do Desequilíbrio Dinâmico no <i>SolidWorks Motion Analysis 2010</i>	XXIII
Anexo 18 - Processamento e Análise de Vibração do Modelo do Desequilíbrio Dinâmico no <i>SolidWorks Motion Analysis 2010</i>	XXIV
Anexo 19 - Equilibragem em Dois Planos no <i>SolidWorks Motion Analysis 2010</i>	XXV



LISTA DE ABREVIATURAS, NOMENCLATURAS E SÍMBOLOS

g – Aceleração da gravidade ($\cong 9,81 \text{ m/s}^2$)	V_{10} – Amplitude do vector $\overrightarrow{V_{10}}$
$\ddot{x}(t)$ – Aceleração em função do tempo	V_{20} – Amplitude do vector $\overrightarrow{V_{20}}$
A_m – Amplitude modulada do sinal	V_{c13} – Amplitude do vector $\overrightarrow{V_{c13}}$
a – Amplitude de vibração	V_{c23} – Amplitude do vector $\overrightarrow{V_{c23}}$
α – Ângulo de contacto dos elementos rolantes	A – Área
φ ou ϕ – Ângulo de fase	T – Binário
ϕ_c – Ângulo de fase da massa de correcção	CG – Centro de gravidade
ϕ_{c1} – Ângulo de fase do vector $\overrightarrow{Q_1}$	CPS – Ciclos por segundo
ϕ_{c2} – Ângulo de fase do vector $\overrightarrow{Q_2}$	c_0, c_1 e c_2 – Coeficientes da parábola
ϕ_{10} – Ângulo de fase do vector $\overrightarrow{V_{10}}$	μ_d – Coeficiente de atrito dinâmico
ϕ_{20} – Ângulo de fase do vector $\overrightarrow{V_{20}}$	A_{viga} – Coeficiente de uma viga consoante a sua configuração e modos de vibração
ϕ_{e11} – Ângulo de fase do vector $\overrightarrow{V_{e11}}$	y_c – Comprimento actual da mola
ϕ_{e12} – Ângulo de fase do vector $\overrightarrow{V_{e12}}$	L – Comprimento do rotor
ϕ_{e21} – Ângulo de fase do vector $\overrightarrow{V_{e21}}$	y_{livre} – Comprimento livre do sistema mecânico na vertical
ϕ_{e22} – Ângulo de fase do vector $\overrightarrow{V_{e22}}$	CAD – <i>Computer-Aided Design</i> (Desenho Auxiliado por Computador)
c – Amortecimento ou constante de amortecimento de translação	k_{ar} – Constante da resistência do ar
c_{cr} – Amortecimento crítico	e – Constante de <i>Euler</i> ($\cong 2,71818$)
c_t – Amortecimento de rotação ou de torção	π – Constante Pi ($\cong 3,14159$)
c_{eq} – Amortecimento equivalente de translação	m – Declive da recta
V_0 – Amplitude do vector $\overrightarrow{V_0}$	δ_{st} – Deflexão estática
V_e – Amplitude do vector $\overrightarrow{V_e}$	ρ – Densidade ou massa volúmica
	U_{res} – Desequilíbrio residual

$U_{m\acute{a}x}$ – Desequilíbrio residual máximo admissível	FC – Factor Crista
$U_{m\acute{a}x.1}$ – Desequilíbrio residual máximo admissível no plano de correcção 1	ζ – Factor de amortecimento
$U_{m\acute{a}x.2}$ – Desequilíbrio residual máximo admissível no plano de correcção 2	ζ_{eq} – Factor de amortecimento equivalente
$U_{res.1}$ – Desequilíbrio residual no plano de correcção 1	$Q(w)$ – Factor de ampliação
$U_{res.2}$ – Desequilíbrio residual no plano de correcção 2	$Q_{m\acute{a}x}$ – Factor de ampliação onde ocorre a resposta máxima
x_i – Deslocamento do sinal discreto	FFT – <i>Fast Fourier Transform</i> (Transformada Rápida de <i>Fourier</i>)
x_0 – Deslocamento máximo ou amplitude máxima	FEA – <i>Finite Element Analysis</i> (Análise de Elementos Finitos)
det – Determinante	FEM – <i>Finite Element Method</i> (Método dos Elementos Finitos)
D ou d_v – Diâmetro do veio ou do rotor	F_d – Força centrífuga
d_r – Diâmetro dos elementos rolantes do rolamento	F_{st} – Força da deflexão estática
D_r – Diâmetro médio do rolamento (<i>pitch diameter</i>)	F_{ar} – Força da resistência do ar
A – Direcção axial	$c\dot{x}(t)$ – Força de amortecimento em função do tempo
H – Direcção horizontal	$f(t)$ – Força de excitação em função do tempo
V – Direcção vertical	F – Força de excitação harmónica
DFT – <i>Discrete Fourier Transform</i> (Transformada Discreta de <i>Fourier</i>)	$I(\varepsilon)$ – Força de impulso em função de um pequeno número positivo ε
EF – Espectro de frequência	$m\ddot{x}(t)$ – Força de inércia em função do tempo
X_k – Espectro de frequência	FO – Forma de onda
e – Excentricidade	$kx(t)$ – Força elástica em função do tempo
e_{res} – Excentricidade residual	f – Frequência
$e_{m\acute{a}x}$ – Excentricidade residual máxima admissível	w – Frequência angular

$BPFO$ – Frequência da avaria da pista exterior do rolamento (*ball pass frequency-outer*)

$BPFI$ – Frequência da avaria da pista interior do rolamento (*ball pass frequency-inner*)

FTF – Frequência da avaria na gaiola (*fundamental train frequency*)

BSF – Frequência da avaria no elemento rolante (*ball spin frequency*)

f_r – Frequência de ressonância

f_2 – Frequência mais alta

f_1 – Frequência mais baixa

$f_{máx}$ – Frequência máxima visualizada no EF FFT

f_m – Frequência moduladora

f_d – Frequência natural amortecida

w_n – Frequência natural angular

f_n – Frequência natural (não amortecida)

f_a – Frequência ou taxa de amostragem do sinal

f_c – Frequência portadora

e_i – Função exponencial

h_i – Função *Hanning*

g – Gramas

° – Graus

GDL – Graus de liberdade

G – Grau de qualidade da equilibragem

Hz – Hertz

β – Índice de modulação

k – Índice no domínio da frequência

i – Índice no domínio do tempo

A – Intensidade da força de excitação

A_y – Intensidade da força de excitação segundo o eixo dos yy

F_0 – Intensidade máxima da força de excitação

ISO – *International Organization for Standardization* (Organização Internacional de Normalização)

Δt – Intervalo de tempo ou resolução no tempo

Δw – Largura de banda da frequência angular da excitação

Δf – Largura de banda ou resolução em frequência

\log_2 – Logaritmo de base 2

m – Massa

m_{ch} – Massa da chumaceira

m_g – Massa da gaiola do rolamento

m_{pe} – Massa da pista exterior do rolamento

m_c – Massa de cada corpo rígido (secções) da viga ou do rotor

m_r – Massa de cada elemento rolante do rolamento

m_c – Massa de correcção

m_{c13} – Massa de correcção do plano de correcção 1

m_{c23} – Massa de correcção do plano de correcção 2

m_d – Massa de desequilíbrio	mm – Milímetros
m_{d1} – Massa de desequilíbrio no plano de correcção 1	E – Módulo de elasticidade ou <i>Young</i> do material
m_{d2} – Massa de desequilíbrio no plano de correcção 2	I – Momento de inércia plano em relação ao eixo central de inércia
$m_{máx}$ – Massa de desequilíbrio residual máxima admissível	N – Newtons
m_{e1} – Massa de ensaio adicionada no plano de correcção 1	NP – Norma Portuguesa
m_{e2} – Massa de ensaio adicionada no plano de correcção 2	N – Número de amostras de um sinal discreto
m_e – Massa de ensaio ou de teste	Nb – Número de elementos rolantes
M – Massa do rotor a equilibrar sem contar com a massa de desequilíbrio	ε – Número positivo
m_v ou m_r – Massa do veio ou do rotor	Im – Parte imaginária dum número complexo
μ – Massa por unidade de comprimento	Re – Parte real dum número complexo
Q – Matriz 2×1 dos vectores das massas de correcção	Pa – Pascal
V_0 – Matriz 2×1 dos vectores provocados pelas massas de desequilíbrio em cada plano	PBC – Percentagem de banda constante
V_e – Matriz 2×2 dos vectores devido ao efeito da massa de ensaio nos planos de correcção	T_a – Período amostragem
$[C]$ – Matriz de amortecimento (viscoso)	T – Período de tempo
$[M]$ – Matriz de massa	P – Peso
$[K]$ – Matriz de rigidez	q – Peso por unidade de comprimento
V_e^{-1} – Matriz inversa de V_e	b – Ponto de intersecção da recta com o eixo das ordenadas
m – Metros	kg – Quilogramas
MW – Megawatt	kHz – Quilo-Hertz
μm – Micrómetro ou micron	km – Quilómetro
	kW – Quilowatt
	rad – Radianos
	r – Raio da viga

r_d – Raio de desequilíbrio ou de equilibragem

NL – Resolução das linhas ou número de linhas da amostra do EF FFT

k_t – Rigidez de rotação ou a rigidez de torção

k_{eq} – Rigidez equivalente de translação

k – Rigidez ou constante de rigidez de translação

RMS – *Root mean square* ou valor eficaz de um sinal

\dot{RMS} – *Root mean square* em velocidade de um sinal

rpm – Rotações por minuto

s – Segundos

\cong – Símbolo ou sinal de aproximadamente igual

\Leftrightarrow – Símbolo ou sinal de equivalente (se e só se)

\in – Símbolo ou sinal de pertence

\int – Símbolo ou sinal do integral

Σ – Símbolo ou sinal do somatório

$\|$ – Símbolo ou sinal do valor absoluto (módulo)

∞ – Símbolo ou sinal infinito

$z(t)$ – Sinal analítico ou complexo

SI – Sistema Internacional de Unidades

SWMA 2010 – *SolidWorks Motion Analysis 2010*

t – Tempo

t_i – Tempo do sinal discreto ou o tempo inicial da força de impulso

t_f – Tempo final da força de impulso

τ – Tempo médio do intervalo de tempo da força de impulso

TFD – Transformada Tempo-Frequência

j ou i – Unidade imaginária

$\Delta\phi$ – Variação da fase

α e τ – Variáveis que parametrizam a função exponencial

$\{\ddot{x}(t)\}$ – Vector aceleração

\vec{F} – Vector da força de excitação harmónica

\vec{I} – Vector da força de impulso

$\{f(t)\}$ – Vector das forças de excitação

$\{x(t)\}$ – Vector deslocamento

\vec{Q}_1 – Vector no plano de correcção 1 que anula o seu desequilíbrio original

\vec{Q}_2 – Vector no plano de correcção 2 que anula o seu desequilíbrio original

\vec{V}_{e11} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 1 provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 1

\vec{V}_{e21} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 2 provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 1

\vec{V}_{e12} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 1 provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 2

\vec{V}_{e22} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 2 provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 2

\vec{V}_{c13} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 1 provocado pela adição das massas de correcção

\vec{V}_{c23} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 2 provocado pela adição das massas de correcção

\vec{V}_c – Vector que representa o efeito provocado pela adição da massa de correcção

\vec{V}_e – Vector que representa o efeito provocado pela adição da massa de ensaio

\vec{V}_{11} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 1 provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 1

\vec{V}_{21} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 2 provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 1

\vec{V}_{12} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 1 provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 2

\vec{V}_{22} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 2 provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 2

\vec{V}_{13} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 1 provocado pela adição das massas de correcção

\vec{V}_{23} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 2 provocado pela adição das massas de correcção

\vec{V}_{10} – Vector responsável pelo desequilíbrio inicial do plano de correcção 1

\vec{V}_{20} – Vector responsável pelo desequilíbrio inicial do plano de correcção 2

\vec{V}_0 – Vector responsável pelo desequilíbrio inicial do rotor

\vec{V}_2 – Vector responsável pelo desequilíbrio provocado pela adição da massa de correcção

\vec{V}_1 – Vector responsável pelo desequilíbrio provocado pela adição da massa de ensaio

$\{\dot{x}(t)\}$ – Vector velocidade

n – Velocidade de rotação ou o expoente da base 2

v – Velocidade de translação

\dot{x}_i – Velocidade do sinal discreto

$\dot{x}(t)$ – Velocidade em função do tempo

V – Volume de um corpo

$WM\ 2D$ – Working Model 2D

GLOSSÁRIO

Análise de Vibração – Técnica de detecção, diagnóstico e correção de avarias mecânicas (desequilíbrio, desalinhamento, etc.) com base na medição e processamento do seu sinal de vibração (deslocamento, velocidade e aceleração).

Dinâmica – Ramo da física que estuda o movimento de um corpo rígido considerando as causas externas (forças e momentos) que lhe originaram.

Comportamento Dinâmico – Resposta ou reacção de um sistema dinâmico a um estímulo/excitação exterior (força ou momento).

Sintomatologia Vibracional – Sintomas característicos da vibração duma determinada avaria.



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

1. INTRODUÇÃO

Actualmente, as empresas, nas mais diversas Indústrias, de modo a superar a concorrência e garantir a satisfação plena dos seus clientes, são cada vez mais dependentes de produtos e serviços gerados por máquinas rotativas¹. A falha² ou a avaria das máquinas, além de afectar o grau da qualidade dos produtos e serviços e respectiva satisfação dos seus clientes, diminui a segurança (pessoas, material e ambiental), a produtividade e competitividade das empresas. Deste modo, dado o alto nível de exigência requerido às máquinas rotativas, tornou-se necessário e fundamental, ao longo das últimas décadas, efectuar a detecção, diagnóstico e correcção (manutenção) das avarias de modo a assegurar a segurança e a operação contínua e produtiva das máquinas.

As avarias mecânicas, conforme Shreve (1994), ocorrem, normalmente, numa máquina rotativa, quando as forças dinâmicas geradas por ela aumentam de intensidade ou quando a sua rigidez, a sua massa ou seu amortecimento se alteram (Cuc, 1996), causando esses factores, isoladamente ou em conjunto, o aumento da vibração da máquina. Assim sendo, as avarias mecânicas devem-se a erros de projecto, operação ou de manutenção e exibem sintomas sob a forma de vibração ou sob forma de outros parâmetros, que são função da sua dinâmica (Sheffer e Girdhar, 2004). Desta forma, a monitorização periódica do controlo da condição de máquina, através de testes e medições não destrutivas, torna-se essencial de modo a prever e programar a sua reparação antes do aparecimento da falha. Este processo possibilita, portanto, uma melhor segurança, a redução de custos, uma maior disponibilidade e fiabilidade da máquina e o respectivo aumento da produtividade, como também, evita trabalhos não programados e ajuda a realização das encomendas de sobresselentes.

Existe, nos dias de hoje, uma série de técnicas de Manutenção Condicionada³ (Manutenção baseada na Condição), que possibilitam detectar os sintomas das avarias e diagnosticar a

¹ As máquinas são classificadas nos seguintes tipos: máquinas alternativas (por exemplo, motores alternativos de dois tempos); máquinas rotativas com rotores rígidos, com rotores flexíveis e com rotores semi-rígidos (por exemplo, motores eléctricos) (Silva, 2005).

² A norma NP EN 13306:2007, que descreve sobre a terminologia de manutenção, define que a falha de um bem ocorre quando este é inapto para cumprir a sua função requerida (incapacidade de uma máquina cumprir a sua função) e define avaria como a cessação da aptidão de um bem para cumprir a sua função requerida (refere-se a um acontecimento).

³ Segundo a norma NP EN 13306:2007 é um ramo da Manutenção Preventiva baseada na vigilância do funcionamento do bem e/ou dos parâmetros significativos desse funcionamento, integrando as acções daí decorrentes. Sheffer e Girdhar

natureza e onde ocorrem. Entre todas essas técnicas de Manutenção Condicionada, a Análise de Vibração destaca-se de todas as outras (por exemplo, a análise de óleo e a termografia), conforme a norma ISO⁴ 13380:2002 - *Condition monitoring and diagnostics of machines*, devido à sua versatilidade em detectar e diagnosticar uma grande variedade de avarias que possam ocorrer durante a operação de uma máquina rotativa, como comprova a tabela no Anexo 1. Também, esta técnica, além de determinar e monitorizar a condição operacional das máquinas de forma eficaz, durante o ligar, a operação normal e o desligar, uma das suas principais vantagens é a identificação das avarias antes de se tornarem demasiado graves, sem originar, por isso, uma paragem não programada (Sheffer e Girdhar, 2004).

Desta forma, a Análise de Vibração em máquinas rotativas tem-se tornado, ao longo das últimas décadas, numa eficiente ferramenta na compreensão, investigação e na monitorização do seu comportamento dinâmico uma vez que a vibração exibida por uma máquina é função das forças dinâmicas nela actuantes (por exemplo, as forças geradas pelo desequilíbrio, as forças de atrito, as forças aleatórias, as forças de impacto, etc.) e das suas propriedades dinâmicas (massa, rigidez e amortecimento). No entanto, a compreensão do comportamento dinâmico das máquinas rotativas sujeitas a avarias é de extrema complexidade, devido à necessidade da compreensão do efeito das interacções e da respectiva resposta (Jesus e Cavalcante, 2011).

Nos últimos anos, o desenvolvimento dos computadores e linguagem de programação tem contribuído para o aparecimento e desenvolvimento de diverso *software* de simulação que possibilitam, por exemplo, a análise de modelos de elementos finitos ou a análise da dinâmica de modelos de corpos rígidos⁵.

Os *softwares* de simulação de modelos de corpos rígidos são projectados para resolver problemas de valores próprios e de vectores próprios obtendo as soluções para as equações

(2004) definem como a manutenção que monitoriza as condições mecânicas, a eficiência do equipamento e outros parâmetros na tentativa de obter, aproximadamente, o período de tempo que ocorre a falha. Desta forma, pode-se definir como o ramo da Manutenção Preventiva que permite efectuar o Controlo da Condição de uma máquina rotativa.

⁴ Abreviatura, em inglês, de *International Organization for Standardization*. A ISO é uma organização mundial responsável pela elaboração de normas de 145 países. As normas são acordos documentados contendo especificações técnicas ou outros critérios. São utilizadas como regras, directrizes ou definições de características, a fim de assegurar que os materiais, os produtos, os processos e os serviços são adequados aos seus fins (Robichaud, 2009).

⁵ Idealização de um corpo que não se deforma quando submetido a cargas externas (constrangimentos). Ou seja, a distâncias das suas partículas permanece constante no tempo independentemente cargas externas aplicadas sobre ele.

diferenciais de movimento (Lee e Lu, 2007). Além disso, possibilitam demonstrar os resultados numéricos em gráficos e usam animações para ilustrar os fenómenos dinâmicos do sistema estudado, permitindo, assim, compreender princípios e conceitos físicos difíceis e observar facilmente se o sistema apresenta um movimento incorrecto. Outra vantagem da sua utilização, além de possibilitar uma melhor compreensão da teoria e dos resultados, é permitirem com muito facilidade estudar e comparar o papel de diferentes variáveis e configurações no comportamento dinâmico do sistema (Vidaurre *et al*, 2001) que, na realidade, seria impossível de realizar, tornando, assim, os projectos mais rigorosos e eficientes. Também, a simulação do comportamento dinâmico, como não recorre a protótipos físicos, possibilita a redução de custos e a obtenção de projectos num curto espaço de tempo. Devido a estes motivos, os *softwares* de simulação dinâmica são uma importante ferramenta tanto para fins educativos como profissionais.

Neste sentido, com o intuito de compreender melhor a sintomatologia vibracional das avarias mecânicas em máquinas rotativas, o presente trabalho tem como objectivo o desenvolvimento de modelos dinâmicos bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D) de corpos rígidos, de algumas das principais avarias mecânicas em máquinas rotativas. Estes modelos, simples e teóricos, do comportamento dinâmico das avarias vão ser desenvolvidos utilizando o *software Working Model 2D (WM 2D)*, o *Algodo* e o *SolidWorks Motion Analysis 2010 (SWMA 2010)*.

Entre todas as possíveis avarias mecânicas, geralmente, encontradas em máquinas rotativas, apenas se vai simular, utilizando o *WM 2D*, as seguintes avarias: desequilíbrio estático; desaperto entre a máquina e a base; ressonância estrutural e a velocidade crítica. No *Algodo* vai-se simular o desalinhamento paralelo e o defeito num rolamento e, por fim, no *SWMA 2010* o desequilíbrio estático e o desequilíbrio dinâmico. Também, neste trabalho, com o objectivo de demonstrar o apoio desses *softwares* na compreensão e correcção do comportamento dinâmico das máquinas rotativas sujeitas a avarias, vai-se efectuar a equilibragem em um e em dois planos, usando o *WM 2D* e o *SWMA 2010*.

Este trabalho está dividido em sete capítulos. No segundo capítulo foi realizado um breve levantamento do estado de arte sobre a simulação da sintomatologia vibracional das avarias típicas em máquinas rotativas. No terceiro capítulo define-se e descreve-se,

resumidamente, uma breve e geral introdução de alguns conceitos fundamentais sobre a definição, classificação e representação da vibração, bem como, sobre as técnicas utilizadas na detecção, diagnóstico e correção das avarias mecânicas através da Análise de Vibração. No quarto capítulo é apresentado a utilidade das simulações de modelos de elementos finitos e modelos de corpos rígidos. Em seguida, no quinto capítulo, além de expor a respectiva sintomatologia vibracional, aceite na Indústria, das avarias mecânicas estudadas, define as considerações tomadas e as metodologias utilizadas nas simulações dos modelos. Além disso, esse capítulo exhibe os resultados obtidos nas simulações, juntamente com a sua análise e comparação, relativamente, aos sintomas vibracionais característicos das avarias. No sexto capítulo são apresentadas as conclusões finais do trabalho e, por fim, no último capítulo são apresentadas sugestões para a continuação deste trabalho.

2. REVISÃO DA LITERATURA

A monitorização da condição de um sistema estrutural ou mecânico através da Análise de Vibração, tornou-se, nas últimas décadas, devido à sua capacidade de detectar e diagnosticar uma grande variedade de avarias, uma tarefa da Manutenção Condicionada essencial para as empresas, tanto por razões de segurança, técnicas e financeiras. Existe uma série de artigos relacionados com este tema, como por exemplo, o de Farrar e Worden (2006) que descreve sobre o processo de identificação e avaliação de dano em sistemas estruturais e mecânicos.

Relativamente à monitorização da condição das máquinas rotativas através da Análise de Vibração, Gani e Salami (2004) desenvolveram um programa em *LabVIEW*⁶ para estudar os sintomas de vibração das avarias mais comuns nas máquinas rotativas, demonstrando que a monitorização através da Análise de Vibração pode ser efectuada para entender o desempenho mecânico de um sistema, tanto para fins pedagógicos como industriais. Também, Mohanta e Pati (2013) apresentaram no seu trabalho a análise e a monitorização de sinais de vibração para detectar as avarias que podem ocorrer nas máquinas com base na instrumentação virtual (*LabVIEW*).

Com a evolução da tecnologia, a simulação computacional do comportamento dinâmico de sistemas têm-se tornado numa ferramenta muito importante na resolução e demonstração de modelos numéricos complexos.

No contexto da utilização de *software* na resolução e demonstração de modelos numéricos de avarias mecânicas têm surgido, recentemente, alguns artigos sobre este tema. Por exemplo, Liang *et al* (2002) desenvolveram, utilizando o *MATLAB*⁷ e o *SIMULINK*⁸, um modelo de um motor de indução trifásico que simula com bons resultados a sua operação e avarias, demonstrando, assim, que as características dinâmicas de um motor de indução podem ser obtidas por simulação através de *software*. Em relação ao desalinhamento mecânico, Attia Hili *et al* (2005) desenvolveram um modelo numérico que permite caracterizar e identificar o desalinhamento paralelo e angular através da resposta de

⁶ Abreviatura de *Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench. Software da National Instruments.*

⁷ *Software* de programação de linhas de comando (códigos de programação). Permite a manipulação de resultados.

⁸ *Software* de simulação.

vibração, bem como, quantificar as cargas que afectam o rolamento. Também, Pennacchi e Vania (2005) desenvolveram, simularam e comprovaram o modelo numérico que estima a deformação dinâmica provocada, a baixas velocidade de rotação, pelo desalinhamento angular. Mais tarde, Sudhakar e Sekhar (2009) resumiram, no seu trabalho, as diferentes técnicas de modelação teórica do desalinhamento angular, bem como, os efeitos sobre o comportamento do sistema e as técnicas de identificação das avarias e de monitorização da condição. Por último, Tadina e Boltezar (2011) desenvolveram um modelo numérico de um rolamento de esferas que simula a resposta de vibração provocada por diferentes avarias localizadas enquanto a frequência de rotação do veio aumenta. Neste modelo desenvolvido, por estes autores, consideraram o anel exterior deformável, sendo modelado por elementos finitos.

Deste modo, a simulação do comportamento dinâmico de sistemas permite, como comprovam os autores referidos, ser uma ferramenta muito útil nos projectos de engenharia. Outro dos motivos que torna a utilização de *software* indispensável, deve-se à dificuldade de se efectuar a sua análise através dos métodos analíticos teóricos, no caso de o modelo apresentar um elevado grau de complexidade. Devido a esta circunstância, torna-se essencial recorrer a *software* para a obtenção dos resultados numéricos, pois caso contrário é uma tarefa difícil, trabalhosa, lenta e, por vezes, inviável.

Também, do ponto de vista da utilização e integração de simulações, como uma ferramenta crucial, no ensino de vibrações mecânicas em cursos de formação académica e profissional, existem alguns trabalhos que descrevem as vantagens do seu uso no tratamento teórico dos princípios e conceitos de vibração.

Inicialmente, Malalasekera *et all* (2000) desenvolveram um programa em *Macromedia Authorware*⁹ para o ensino à distância de vibrações mecânicas utilizando o computador com o objectivo de substituir o ensino físico do formador/professor e do material didáctico (por exemplo, livros e apontamentos). Comprovaram, neste projecto-piloto, que a sua utilização facilita a aprendizagem dos utilizadores, apesar deles sentirem também a necessidade da utilização do suporte em papel para o seu estudo futuro.

⁹ *Software* que permite criar um programa em *flash* com texto, gráficos, áudio, animações e filmes digitais. Ele constrói o programa, por exemplo de aprendizagem, através de um fluxograma de programação.

Depois Vidaurre *et al* (2001) ao desenvolverem três programas de simulação, utilizando *VisualBasic*¹⁰, para visualizarem processos físicos complexos, demonstraram que as simulações são altamente eficazes, quando usadas após ter-se adquirido o conhecimento teórico, contribuindo, assim, numa melhor compreensão dos conceitos físicos. Hoorfar *et al* (2003) ao conceberem um programa em *MATLAB* para simular vibrações mecânicas em sistemas com múltiplos graus de liberdade, comprovaram que o *feedback* dos alunos ao utilizar este programa era muito positivo na sua aprendizagem. Mohammadzadeh e Haidar (2006) ao criarem um modelo para a suspensão de um automóvel utilizando o *MATLAB* e *SIMULINK*, comprovaram que os alunos preferem trabalhar com o *SIMULINK* em relação ao *MATLAB*, devido às suas capacidades gráficas úteis na compreensão do fenómeno e à sua relativa facilidade de construção e modificação dos modelos. Lee e Lu (2007) ao desenvolverem um programa para simular a vibração de um sistema de duas massas unidas por duas molas, usando o *VisualBasic*, provaram, também, que a motivação e o desempenho académico dos alunos melhorou, consideravelmente, devido às animações. Inman e Soutas-Little (2007) analisaram no seu estudo os conceitos que devem ser referidos no ensino de vibrações usando a integração computacional, ou seja, estudaram o uso de *software* no ensino dos conceitos das vibrações, verificando que a computação muda a forma de ensino para melhor num curso de vibrações. Por fim, Cristóbal-Salas *et al* (2011) ao desenvolverem um programa em computador que implementa um curso interactivo projectado para formar e treinar os utilizadores na medição de vibrações e no diagnóstico de avarias, comprovaram que os utilizadores preferem utilizar este tipo de formação académica utilizando animações e simulações, comparado com os cursos tradicionais baseado na apresentação de slides estáticos.

Assim, como demonstram os autores anteriores, a utilização da simulação dinâmica tem permitido e ajudado, consideravelmente, os alunos a compreenderem melhor, através da visualização dos fenómenos físicos dinâmicos, os problemas e o significado físico dos valores próprios e dos vectores próprios, bem como, dos modos de vibração, das frequências naturais e dos sistemas de equações diferenciais. Por outras palavras, a simulação do comportamento dinâmico de sistemas, como permite a conexão entre a teoria e a prática (realidade), fornece resultados muito satisfatórios na compreensão dos conceitos

¹⁰ *Software* de programação de linhas de comando (códigos de programação). Permite a manipulação de resultados.

físicos implícitos nos processos reais, eliminando lacunas. Torna-se, assim, evidente que a melhor forma de estudar os conceitos e princípios de vibração consiste na utilização de simulações dinâmicas.

Em suma, a investigação realizada sobre o estado de arte da simulação da sintomatologia vibracional das avarias mecânicas foca a necessidade de se realizar mais estudos.

3. TEORIA DA VIBRAÇÃO E AS TÉCNICAS DE MEDIÇÃO E ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM MÁQUINAS ROTATIVAS

3.1 - Definição da Vibração em Máquinas Rotativas

A vibração é um movimento oscilatório em torno de uma posição de equilíbrio. Manifesta-se sempre que ocorre uma excitação¹¹ interna ou externa. Pode ser definida e estudada segundo o modelo linear¹² massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade¹³ (GDL) representado na Figura 3.1.1, apresentando a seguinte equação diferencial de movimento:

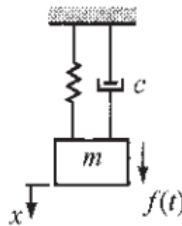


Figura 3.1.1 - Modelo linear massa-mola-amortecedor de um GDL
(Adams, 2000)

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (\text{Eq. 1})$$

Onde, $m\ddot{x}(t)$ representa a força de inércia, $c\dot{x}(t)$ a força de amortecimento, $kx(t)$ a força elástica e $f(t)$ a força de excitação.

Estas quatro forças que definem a vibração determinam, como refere Shreve (1994), o comportamento do sistema uma vez que a força de excitação tenta causar a vibração, enquanto que, a força de inércia, a força de amortecimento e a força elástica tentam opor-se à força de excitação de modo a controlar ou minimizar a vibração.

Assim, todas as máquinas, ou sistemas mecânicos, têm três propriedades fundamentais que determinam como a máquina vibra face às forças ou momentos de excitação. Estas propriedades inerentes a qualquer máquina, que por sua vez vão contrariar a vibração

¹¹ Excitação é uma força ou momento, externo ou interno, que quando aplicada a um sistema é responsável pela sua vibração. O tipo de natureza dessa força ou momento define a resposta do sistema.

¹² Um sistema linear ocorre quando a resposta de cada elemento do sistema é proporcional à força de excitação. Isto implica que as propriedades dinâmicas de cada elemento do sistema podem ser representadas por um conjunto de equações diferenciais lineares com coeficientes constantes (Piersol e Paez, 2010).

¹³ O número de GDL de um sistema mecânico é igual ao número mínimo de coordenadas independentes necessárias para definir completamente as posições de todas as partes que compõem o sistema, em qualquer instante de tempo, ou seja, é o número de coordenadas independentes que descreve o movimento do sistema (Piersol e Paez, 2010).

provocadas pelas avarias mecânicas, são a massa, a rigidez e o amortecimento representadas, respectivamente, por m , k e c .

A massa medida, normalmente, em quilograma (kg) representa a inércia de um corpo em permanecer no seu estado original de repouso ou de movimento. A rigidez é a resistência de um corpo elástico à deflexão ou à deformação de translação (ou de rotação) e o amortecimento¹⁴ é a propriedade responsável pela dissipação de energia no tempo. A rigidez é, geralmente, medida em *Newton* por metro (N/m) e o amortecimento em *Newton* segundo por metro (Ns/m).

Contudo, na maioria das situações o modelo de um GDL é insuficiente para descrever o comportamento dinâmico de um sistema real uma vez que necessita de mais coordenadas independentes para descrever completamente o seu movimento. Ou seja, um sistema de n GDL necessita de n coordenadas independentes para descrever integralmente o seu movimento.

O movimento de um sistema de n GDL é descrito por n equações diferenciais de ordem n , ou seja, em cada uma das equações está presente os termos que contém as n coordenadas independentes. Deste modo, para sistemas de n GDL as suas equações diferenciais de movimento, de cada uma coordenada independente, são obtidas observando o diagrama do corpo livre e aplicando a 2ª Lei de *Newton*¹⁵. Também, as equações diferenciais podem ser definidas pela Dinâmica de *Lagrange* que baseia-se no conceito de energia ao contrário da 2ª Lei de *Newton* que baseia-se nas forças.

A resolução de sistemas de equações diferenciais pode ser efectuada por diferentes métodos analíticos¹⁶ ou por diferentes métodos numéricos¹⁷. Os métodos analíticos apresentam a vantagem de possibilitar calcular a solução exacta das equações diferenciais ao contrário dos métodos numéricos que calculam a solução aproximada.

¹⁴ Também, definido como a característica responsável por reduzir a velocidade do movimento de um corpo (Sheffer e Girdhar, 2004).

¹⁵ A 2ª lei de *Newton* diz que a soma de todas as forças que actuam sobre um corpo é igual à sua massa vezes a sua aceleração, ou seja, $\sum F = m \cdot \ddot{x}(t)$. No caso geral, a segunda lei de *Newton* produz uma equação vectorial, enquanto que para um sistema de um GDL produz uma equação escalar.

¹⁶ Por exemplo, o Método dos Coeficientes Indeterminados, os Métodos Geométricos, o Método da Transformada de Laplace, o Método da Resposta Impulsiva ou Integral de Convolução e o Método da Resposta em Frequência.

¹⁷ Por exemplo, o Método de *Euler*, o Método *Taylor*, o Método das Diferenças Finitas e o Método de *Runge-Kutta*.

No entanto, nos diferentes métodos de resolução das equações diferenciais é muito comum a transformação do sistema de equações para a forma matricial segundo a equação 2.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (\text{Eq. 2})$$

Onde, $[M]$ representa a matriz de massa, $[C]$ a matriz de amortecimento (viscoso), $[K]$ a matriz de rigidez, $\{x(t)\}$ o vector deslocamento, $\{\dot{x}(t)\}$ o vector velocidade, $\{\ddot{x}(t)\}$ o vector aceleração e $\{f(t)\}$ o vector das forças de excitação.

Nesta situação cada equação necessita de n condições iniciais para o seu cálculo.

Também, o movimento do sistema pode, por vezes, ser descrito por equações diferenciais acopladas, ou seja, o movimento pode ser descrito por diferentes conjuntos de coordenadas independentes. Estes conjuntos de coordenadas designam-se por coordenadas generalizadas.

As equações acopladas como acontecem quando cada equação abrange mais que uma coordenada independente, isto significa que o movimento de uma massa perturba o movimento da outra e vice-versa. Deste modo, quando ocorre esta situação, nenhuma das equações pode ser resolvida independentemente da outra e por isso têm de ser calculadas simultaneamente. Existe quatro tipos de acoplamento. O acoplamento estático quando as coordenadas abrangidas são o deslocamento; o acoplamento amortecido ou de velocidade quando as coordenadas abrangidas são a velocidade; o acoplamento de massa ou inércia quando as coordenadas abrangidas são a aceleração e o acoplamento dinâmico quando as coordenadas abrangidas são a velocidade e aceleração.

Porém, as equações podem ser desacopladas consoante a escolha das coordenadas, possibilitando a resolução de cada equação independentemente das outras equações. Neste caso, estas coordenadas designa-se por coordenadas principais.

Relativamente ao número frequências naturais¹⁸, um sistema de n GDL possui n frequências naturais, ou seja, o movimento efectuado por cada coordenada em vibração livre ocorre, normalmente, a estas n frequências. No entanto, consoante as condições iniciais, é possível que o modelo vibre só com uma dessas frequências. Nesta situação a relação das amplitudes dos n GDL designa-se por modo principal, modo normal ou modo natural da vibração. Desta forma, um modelo com n GDL apresenta, normalmente, n modos naturais, um correspondente a cada frequência natural.

Todavia, na realidade os sistemas são contínuos e elásticos não homogêneos o que corresponde a um número infinito de GDL. Portanto, a Análise da Vibração de sistemas de n GDL é sempre uma aproximação a um sistema real.

¹⁸ Propriedade inerente de qualquer material, determinada pelas suas características de massa, rigidez e de amortecimento (Sheffer e Girdhar, 2004).

3.2 - Classificação da Vibração em Máquinas Rotativas

Segundo a literatura, a vibração, relativamente à presença da excitação, é classificada por vibração livre ou por vibração forçada.

A vibração livre ocorre, conforme refere Piesol e Paez (2010), quando um sistema mecânico é afastado da sua posição de equilíbrio, ficando a vibrar livremente depois da remoção da excitação. A equação diferencial de movimento de uma vibração livre amortecida para um sistema mecânico de um GDL (Figura 3.1.1) apresenta a seguinte forma:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (\text{Eq. 3})$$

O outro tipo de vibração ocorre sempre que a resposta¹⁹ for imposta por uma excitação que se prolonga no tempo. Por exemplo, para um sistema mecânico de um GDL excitado por uma força sinusoidal, a vibração forçada apresenta a seguinte equação diferencial de movimento:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 \text{Sen}(w.t + \varphi) \quad (\text{Eq. 4})$$

Onde, F_0 representa a intensidade máxima da força de excitação (N), w a frequência angular²⁰ da excitação (rad/s), t o tempo (s) e φ o ângulo de fase²¹ da excitação (rad).

Também é importante referir que as frequências presentes na vibração variam, como menciona Adams (2000), com o tipo de vibração. Na vibração livre as frequências correspondem às frequências naturais do sistema mecânico, enquanto que na vibração forçada as frequências correspondem às frequências naturais e às frequências das excitações aplicadas numa fase inicial (fase transiente) e posteriormente só as frequências das excitações aplicadas (fase estacionária).

¹⁹ A resposta de um sistema é o movimento resultante de uma excitação (força ou momento) sob condições específicas (Piesol e Paez, 2010).

²⁰ É a frequência de uma quantidade periódica em radianos por unidade de tempo (Piesol e Paez, 2010) e é igual a $2\pi f$. Onde f representa a frequência (Hz ou CPS). Por definição a frequência corresponde ao número de ciclos completos que ocorrem em um determinado período de tempo, apresentado a seguinte equação: $f = 1/T$. Onde T representa o período de tempo (s) e é definido como a quantidade de tempo necessária para completar um ciclo completo de vibração (Shreve, 1994).

²¹ É o ângulo inicial onde se começou a medir a função seno que descreve o movimento harmónico. Normalmente, é medida em radianos ou em graus (Inman, 2001). Esta ferramenta é uma das mais importantes na identificação das avarias (Shreve, 1994).

A vibração também pode ser classificada consoante a duração e repetição da sua excitação, ou seja, segundo o tipo de excitação. Desta forma, a vibração pode ser classificada, em determinística (*deterministic*) ou aleatória (*random*) como exemplifica o esquema ilustrado na Figura 3.2.1.

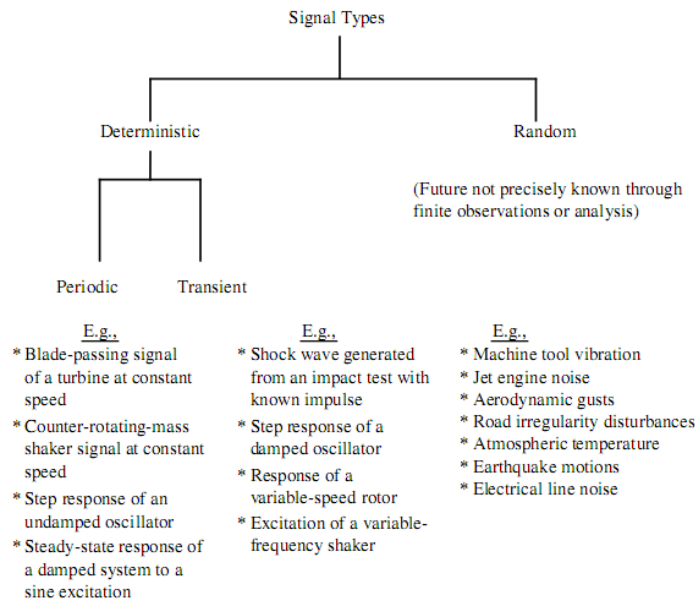


Figura 3.2.1 - Esquema da classificação da vibração consoante a duração da excitação (Silva, 2000)

A vibração determinística, por sua vez, pode ser transiente (não-estacionária), periódica (estacionária) e quase-periódica, conforme mostra a Tabela 3.2.1.

Primary Classification	Nature of the Fourier Spectrum	Example
Periodic	Discrete and equally spaced	$y_0 \sin \omega t + y_1 \sin \frac{5}{3} \omega t + \phi$
Quasi-periodic	Discrete and irregularly spaced	$y_0 \sin \omega t + y_1 \sin(\sqrt{2}\omega t + \phi)$
Transient	Continuous	$y_0 \exp(-\lambda t) \sin(\omega t + \phi)$

Tabela 3.2.1 - Tipos de vibração determinística (Silva, 2000)

A vibração transiente ocorre quando um sistema é excitado temporariamente por uma força exterior (por exemplo, uma força de impulso). Neste caso a vibração extingue-se gradualmente devido ao amortecimento do sistema. Um exemplo, de uma vibração transiente apresentada por uma máquina rotativa ocorre, geralmente, durante o período de arranque (*run-up*) ou durante o período de paragem (*coast-down*), com o conteúdo da frequência a variar no tempo em cada instante (Cuc, 1996).

No entanto, a vibração periódica é, conforme refere Silva (2000), a vibração mais importante nas máquinas rotativas pois todos as forças e momentos, incluindo as resultantes da avaria, se repetem a cada rotação, ou ciclo de funcionamento, da máquina.



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

3.3 - Representação da Vibração em Máquinas Rotativas

A forma de onda²² (FO), ou o movimento periódico, mais simples de uma vibração é representado, conforme refere Mobley (1999), por uma função harmónica como exemplifica a Figura 3.3.1. A sua determinação no domínio do tempo apresenta a seguinte função discreta²³:

$$x_i = x_0 \cdot \text{Sen.} (w \cdot t_i + \varphi) \quad (\text{Eq. 5})$$

Onde, x_i representa o deslocamento do sinal discreto (m), x_0 o deslocamento máximo ou amplitude máxima (m), w a frequência angular (rad/s), t_i o tempo do sinal discreto (s) e φ o ângulo de fase (rad).

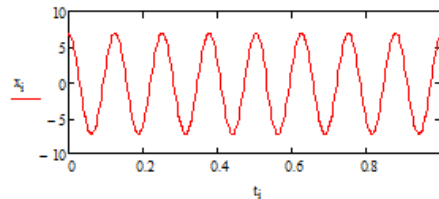


Figura 3.3.1 - Exemplo da FO de uma vibração harmónica

No entanto, numa máquina real a vibração apresenta um aspecto muito mais complexo, como ilustra a Figura 3.3.2.

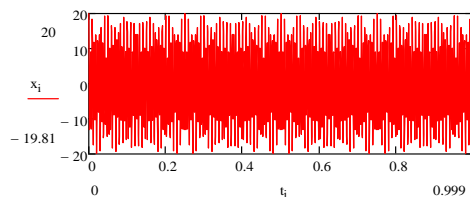


Figura 3.3.2 - Exemplo da FO de uma vibração real

Este tipo de representação da vibração é muito útil na visualização e avaliação de alterações instantâneas da condição de funcionamento das máquinas. Contudo, este tipo de visualização não nos permite determinar a contribuição de uma fonte particular de vibração na vibração total da máquina. Uma das formas para facilitar esta análise é passar do

²² Representação da amplitude instantânea do deslocamento, velocidade ou da aceleração em função do tempo (Sheffer e Girdhat, 2004). Também designado, frequentemente, por sinal no tempo.

²³ Função discreta é uma sequência de valores com intervalos definidos de uma função contínua.

domínio do tempo para o domínio da frequência²⁴. Existem vários algoritmos para converter do domínio do tempo para o domínio da frequência mas o mais comum na Análise de Vibração é a Transformada Rápida de *Fourier* de base dois (FFT²⁵), também designado por algoritmo de *Cooley e Tukey* (Silva, 2000). Este algoritmo de complexidade logarítmica é o procedimento indicado para o cálculo computacional da Transformada Discreta de *Fourier* (DFT²⁶) directa e sua inversa. A DFT directa de um sinal discreto é expressa pela seguinte equação:

$$X_k = DFT(x_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot e^{-\frac{2\pi k i}{N} j} \Leftrightarrow X_k = Re(X_k) + Im(X_k)j \text{ com } k \in \{0, 1 \dots N - 1\} \quad (\text{Eq. 6})$$

Onde, X_k representa o sinal discreto no domínio da frequência, N o número de amostras do sinal discreto medido, x_i o sinal discreto medido no domínio do tempo, j a unidade imaginária ($j = \sqrt{-1}$), e a constante de *Euler* (aproximadamente, igual a 2,71818), π a constante Pi (aproximadamente, igual a 3,14159), Re a parte real dum número complexo, Im a parte imaginária dum número complexo e o i e o k são, respectivamente, os índices no domínio do tempo e no domínio em frequência.

A utilização da DFT, por vezes, não é recomendada, principalmente, devido ao grande esforço computacional²⁷ exigido para efectuar o seu cálculo dado à sua grande complexidade multiplicativa e aditiva.

A Figura 3.3.3 ilustra um exemplo de uma FO e do seu respectivo EF FFT. No EF FFT cada componente de vibração do sinal complexo é mostrado em função das suas frequências discretas.



Figura 3.3.3 - Exemplo da FO e do seu EF FFT (Sampaio, 2011)

²⁴ Os dados da vibração são representados através da amplitude em função da frequência (Mobley, 1999).

²⁵ Abreviatura de *Fast Fourier Transform*.

²⁶ Abreviatura de *Discrete Fourier Transform*.

²⁷ Define-se como o número máximo de operações aritméticas necessárias para resolver um problema. A DFT necessita efectuar N^2 multiplicações complexas e $N/(N - 1)$ adições complexas no seu cálculo enquanto que a FFT realiza apenas $N \cdot \log_2 N$ multiplicações complexas (Silva, 2000).

Desta forma, a análise das características de vibração de uma máquina rotativa num EF FFT é, por vezes, o método mais eficaz no diagnóstico de avarias uma vez que a medição da amplitude em certas frequências fornece informações importantes sobre a avaria em causa (Sheffer e Girdhar, 2004). No entanto, este tipo de representação não é a melhor ferramenta para detectar avarias (Matos, 1999). Existem outras visualizações no domínio da frequência que podem ser muito úteis na detecção. Por exemplo, o espectro de frequência de percentagem de banda constante (EF PBC), representado na Figura 3.3.4, é utilizado na detecção de avarias em máquinas rotativas.

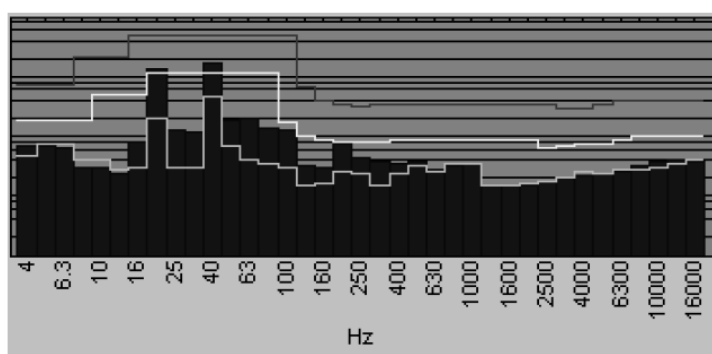


Figura 3.3.4 - Exemplo de um EF PBC
(Sampaio, 2011)

Este tipo de espectro de frequências caracteriza-se por possuir bandas de frequência²⁸ que têm uma largura determinada por uma percentagem constante da frequência central da banda, sendo a sua escala de frequência logarítmica. Assim sendo, neste espectro, as altas frequências apresentam maiores larguras de banda do que as baixas frequências.

No entanto, o EF FFT pode ser utilizado em detecção apenas nas máquinas que trabalham com uma velocidade de rotação constante, onde os picos de frequência no espectro permanecem relativamente estáveis, ou seja, apenas em sinais estacionários onde as suas componentes em frequência não variam com o tempo (Mesquita *et al*, 2002 e Cut, 1996). Assim, este tipo de representação costuma ser exclusivamente utilizado em diagnóstico.

No caso da presença de sinais transientes (sinais não-estacionários), como por exemplo, os sinais de vibração em máquinas com uma velocidade de rotação variável que apresentam em cada instante no tempo uma frequência diferente, utiliza-se, normalmente, as chamadas

²⁸ Corresponde à faixa de frequência que cada linha irá abranger.

Transformadas Tempo-Frequência (TFD), que possibilitam a descrição do conteúdo da energia do sinal, simultaneamente, no domínio do tempo e no domínio em frequência. A principal vantagem das Transformadas Tempo-Frequência é que elas informam quanto e como o conteúdo de frequência do sinal está variando no tempo (Cuc, 1996 e Mesquita *et al*, 2002). A Transformada de *Fourier* de Curta Duração, a Distribuição de *Wigner-Ville* e a Transformada de *Wavelet* são as Transformadas Tempo-Frequência, normalmente, utilizadas na identificação precoce de dano²⁹ a partir da Análise de Vibração. No entanto, este tipo de representação sai fora do âmbito desse trabalho.

Deste modo, existe, assim, três métodos de análise de vibração conforme o domínio em que o sinal é tratado, ou seja, no domínio do tempo, no domínio da frequência e no domínio conjunto tempo-frequência. A escolha adequada do método de representação da vibração, bem como da técnica de processamento do sinal, depende da aplicação (avaria) em causa.

²⁹ Pode ser definido como as mudanças ocorridas num sistema que afectam o seu desempenho actual ou futuro (Cuc, 1996).

3.4 - Detecção de Avarias em Máquinas Rotativas através da Análise de Vibração

A primeira etapa num programa de Manutenção Condicionada consiste na detecção das avarias mecânicas (Shreve, 1994). A detecção de avarias, através da Análise da Vibração, determina a severidade actual da vibração de uma máquina rotativa, diminuindo, assim, a Manutenção Condicionada dos equipamentos e contribuindo, respectivamente, no aumento da segurança, na eficiência dos processos produtivos e na redução dos custos.

Esta etapa da Análise da Vibração de detecção das avarias numa máquina rotativa é efectuada, normalmente, através da monitorização e medição do Nível Global³⁰ de vibração, utilizando, por sua vez, indicadores de tendências³¹ (Shreve, 1994), como por exemplo, regressões que estima o tempo previsto até à avaria ou falha da máquina. Assim sendo, como as máquinas são projectadas para operar com segurança dentro de certos limites, no caso da vibração excede-los existe a presença de uma avaria e a necessidade da sua reparação (manutenção). No entanto, as máquinas podem operar fora desses limites durante um curto período de tempo, como por exemplo, durante o arranque (*run-up*) ou durante o período de paragem (*coast-down*) (Silva, 2005).

A avaliação da severidade da vibração da máquina é efectuada comparando os Níveis Globais medidos com os respectivos valores de referência³² ou com os valores normalizados de forma a determinar a condição relativa da máquina (Sampaio, 2011). A quantificação do Nível Global das máquinas rotativas é estabelecida pelas organizações de normalização nacionais ou internacionais e pode ser efectuada por diversas técnicas considerando as amplitudes das oscilações, como por exemplo, o valor de Pico, o valor Pico-para-Pico³³, o valor do *RMS*³⁴ (valor eficaz ou *root mean square*), o Factor Crista³⁵ e o Factor de *Kurtosis*. A Figura 3.4.1 ilustra o valor de Pico, o valor Pico-para-Pico e o valor do *RMS* de uma vibração no domínio do tempo.

³⁰ É a quantidade total da amplitude de vibração dentro de uma faixa de frequência considerada que depende da norma aplicada, expressa em deslocamento, velocidade ou aceleração. A comparação dos Níveis Globais de vibração tem de ser realizada para a mesma faixa de frequência (Sheffer e Girdhar, 2004).

³¹ Possibilitam ver como a vibração se tem progredido ao longo de um período de tempo, permitindo, assim, avaliar a condição da máquina (Shreve, 1994).

³² Por exemplo, os valores da vibração da máquina nova.

³³ Corresponde à distância máxima da vibração entre o limite superior e o inferior (Sheffer e Girdhar, 2004).

³⁴ Corresponde à raiz quadrada da média aritmética de um conjunto valores instantâneos ao quadrado de uma quantidade de resposta (Piesol e Paez, 2010).

³⁵ Definido no capítulo 5.2.

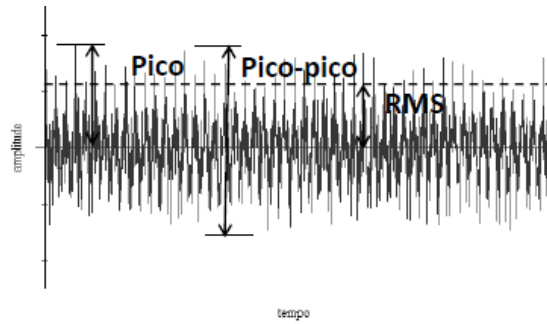


Figura 3.4.1 - Exemplificação do Pico, do Pico-para-Pico e do RMS (Sampaio, 2011)

Muitas das normas sugerem o *RMS*, medido em velocidade numa banda entre 10 e os 1000 Hz, como a unidade padrão para a medição da severidade da vibração nas máquinas (Sheffer e Girdhar, 2004). Este parâmetro fornece a informação sobre a energia da vibração, fornecendo bons resultados na monitorização do nível de vibração de um sinal (Cuc, 1996).

Actualmente, existe um conjunto alargado de normas relacionadas com a severidade da vibração em máquinas rotativas, como por exemplo, a série ISO 10816 - *Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts* que veio substituir, conforme Robichaud (2009), a norma ISO 2372:1974 - *Mechanical vibration of machines with operating speeds from 10 to 20 rev/s*.

A Tabela 3.4.1 ilustra o conjunto de normas da ISO 10816.

ISO 10816 Series	Mechanical vibration - Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts
10816-1: 1995	Part 1: General Guidelines
10816-2: 2001	Part 2: Land-based steam turbines and generators in excess of 50 MW with normal operating speeds of 1500 r/min, 1800 r/min, 3000 r/min and 3600 r/min
10816-3: 1998	Part 3: Industrial machines with normal power above 15kW and nominal speeds between 120 r/min and 15000 r/min when measured in situ
10816-4: 1998	Part 4: Gas turbine sets excluding aircraft derivatives
10816-5: 2000	Part 5: Machines set in hydraulic power generating and pumping plants
10816-6: 1995	Part 6: Reciprocating machines with power ratings above 100 kW
10816-7 [†]	Part 7: Rotodynamic pumps for industrial application

Tabela 3.4.1 - Série ISO 10816 (Robichaud, 2009)

A série ISO 10816, tal como outras normas que especificam a severidade de vibração em máquinas rotativas, define os limites de vibração a partir da potência da máquina e tipo de

apoio. Deste modo, os limites de vibração são baseadas em uma ampla gama de máquinas e não fornecem informações sobre nenhuma máquina em particular nas suas próprias condições de funcionamento. A Figura 3.4.2 mostra o gráfico utilizado para determinar a zona de funcionamento de uma máquina a partir da amplitude de vibração e da velocidade de rotação.

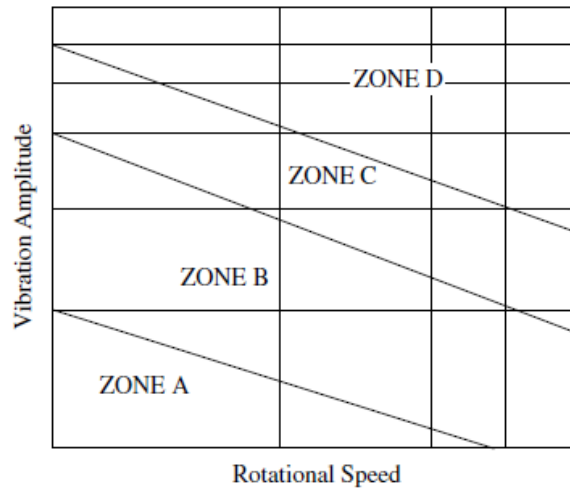


Figura 3.4.2 - Determinação da zona de funcionamento de uma máquina (Silva, 2005)

A zona A diz respeito às máquinas recém-instaladas (novas) e a zona B permite a vibração a longo prazo (aceitável) ao contrário da zona C que só admite a operação das máquinas nesta condição por um período limitado até à sua, respectiva, correcção (acompanhar de perto). Por fim, a zona D provoca uma vibração que, normalmente, origina danos (falhas) nas máquinas.

Contudo, apesar de estas normas darem informações sobre os critérios de avaliação da intensidade de vibração nas máquinas (indicação do estado geral do sistema), não permitem o diagnóstico das causas das avarias (Siegel *et al*, 2011). Por outras palavras, não há níveis de vibração absolutos que determinam o tipo e a localização da avaria uma vez que o desenvolvimento de uma avaria mecânica é demasiado complexo para estabelecer estes limites de vibração. Assim, o Nível Global em *RMS* apenas dá a indicação que a energia de vibração está a aumentar com o possível progresso da avaria. Pode ocorrer, por vezes, como refere Mesquita *et al* (2002), que nos estágios iniciais da avaria, o Nível Global em *RMS* não seja afectado. Isto ocorre porque o *RMS*, como é uma média das amplitudes, só é afectado na presença de grandes variações de amplitude.

O Factor de *Kurtosis*, tal como o Factor Crista, tem sido muito utilizado recentemente na identificação de dano em rolamentos (Mesquita *et al*, 2002). Este factor é uma das várias medidas estatísticas que podem ser utilizadas para determinar a probabilidade da densidade do sinal de vibração. É também conhecido como o quarto momento estatístico de uma distribuição, normalizado em relação ao desvio padrão elevado à quarta potência. Permite medir o achatamento ou o nivelamento de uma distribuição em relação a uma distribuição normal, como também, pode ser utilizado como um indicador dos principais picos de um conjunto de dados (Cut, 1996). No caso de um sistema mecânico sem dano, o Factor de *Kurtosis* é, aproximadamente, igual a 3, aumentando com o aparecimento do dano (Siegel *et al*, 2011).

Em relação ao domínio da frequência, a técnica de detecção, normalmente, utilizada é o EF PBC.

Outra técnica muito utilizada é a Análise de Tendência. Esta técnica consiste no registo do Nível Global ou duma determinada frequência do EF FFT ou do EF PBC (Sampaio, 2011), possibilitando a monitorização da tendência em função do tempo. Desta forma, a Análise de Tendência obtém uma curva que é extrapolada no tempo de forma a indicar a altura que máquina atinge limites arriscados, ou seja, a curva adquirida indica quanto tempo a máquina pode funcionar antes que a falha ocorra, facilitando, assim, a programação atempada da sua reparação aproveitando o máximo a sua disponibilidade. Os limites da Análise de Tendência podem ser dois tipos que são designados por limite de perigo e por limite de alarme. O limite de perigo corresponde à condição que pode resultar na futura avaria da máquina rotativa e o limite de alarme é o nível de alerta que avisa com bastante antecedência o limite perigo. A Figura 3.4.3 ilustra um exemplo de uma Análise de Tendência obtida através dos valores do Nível Global medido em datas diferentes.

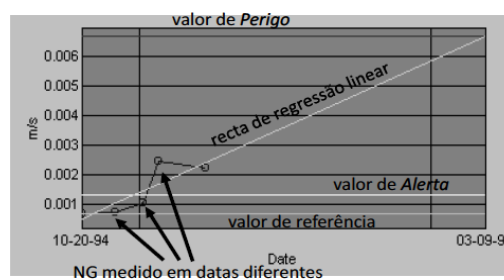


Figura 3.4.3 - Exemplo de uma Análise de Tendência (Sampaio, 2011)

3.5 - Diagnóstico de Avarias em Máquinas Rotativas através da Análise de Vibração

Depois da detecção da presença de uma avaria numa máquina rotativa o passo seguinte, de um programa de Manutenção Condicionada, é o diagnóstico do tipo de avaria através das características da vibração.

A chave para entender as fontes de vibração das avarias está na compreensão de como a dinâmica das máquinas rotativas criam as componentes de frequência (Mobley, 1999). Assim sendo, a frequência, conforme afirma Shreve (1994), é uma ferramenta valiosa no diagnóstico das avarias mecânicas uma vez que cada tipo de avaria produz uma ou mais frequências características dessa avaria. Deste modo, o diagnóstico do tipo e local da avaria é, geralmente, realizado através dos sintomas característicos presentes no EF FFT, dado que cada componente do espectro representa uma fonte de vibração específica (Mobley, 1999).

Contudo, as informações obtidas sobre a alteração da condição de uma máquina rotativa devem ser adquiridas através da comparação do seu EF com outro que apresente as mesmas condições de operação (espectro de referência³⁶), isto porque, a variação da sua condição de funcionamento (velocidade, carga e temperatura) influencia os valores medidos para os diferentes tipos de máquinas rotativas. Por exemplo, uma alteração de 10% da velocidade, corresponde a uma condição de funcionamento diferente e um novo espectro de referência deve ser utilizado na comparação (Piersol e Paez, 2010).

No entanto, além do EF FFT, existe outras ferramentas (técnicas) muito utilizadas no diagnóstico de avarias através da Análise de Vibração, caso o EF FFT não proporcione uma informação adequadas sobre a(s) avaria(s) ou caso não se adeque ao sistema que se pretende analisar. Entre todas essas técnicas destaca-se o gráfico da órbita³⁷, o espectro da fase, a análise envolvente ou de envelope³⁸, o *cepstrum*, a média síncrona no tempo, o diagrama de cascata e o teste de impacto³⁹.

³⁶ Normalmente, o EF obtido com a máquina nova ou duma revisão geral.

³⁷ São padrões de *Lissajous* de um sinal no domínio do tempo representados no plano de coordenadas x-y. Normalmente, a unidade de medida é o deslocamento (Sheffer e Girdhar, 2004).

³⁸ Definido no capítulo 5.4.2.

³⁹ Definido no capítulo 5.3.3.

O gráfico da órbita, exemplificado na Figura 3.5.1 e na Figura 3.5.2, é uma das medidas de vibração, de qualquer sistema constituído por um rotor⁴⁰, que permite visualizar o tipo de movimento real do eixo geométrico de rotação do rotor (normalmente, para uma rotação) dentro de uma chumaceira (Sheffer e Girdhar, 2004).

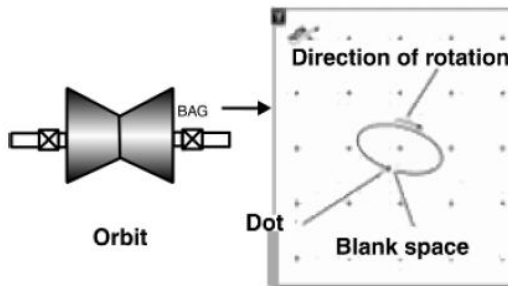


Figura 3.5.1 - Exemplo de um gráfico da órbita (Sheffer e Girdhar, 2004)

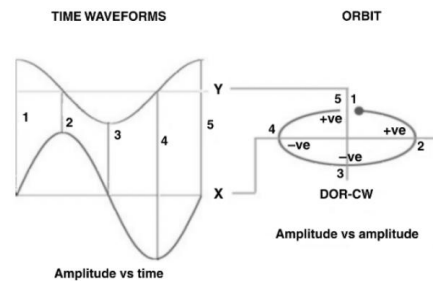


Figura 3.5.2 - Exemplo de um gráfico da órbita (Sheffer e Girdhar, 2004)

O espectro da fase, conforme refere Sheffer e Girdha (2004), é uma ferramenta muito usada em máquinas de velocidade variáveis fornecendo a informação sobre o movimento relativo das diferentes partes da máquina a uma dada frequência (normalmente, à frequência de $1 \times \text{rpm}$). Também, este tipo de representação possibilita distinguir entre duas avarias que apresentam um EF semelhante.

O *cepstrum* é uma técnica matemática que consiste em extrair a Transformada de *Fourier* do espectro do sinal na forma logarítmica. Existem vários algoritmos disponíveis para o cálculo do *cepstrum*. No entanto, o mais utilizado é o que calcula o *cepstrum* como o espectro do espectro de potência. Por outra palavra, é o que calcula a Transformada de *Fourier* Inversa do logaritmo do espectro de potência FFT de um sinal (Piersol e Paez, 2010). Este tipo de *cepstrum* designa-se por *cepstrum* de potência e apresenta a vantagens de ser pouco sensível ao ruído. Essa pouca sensibilidade ocorre devido à utilização da escala logarítmica da amplitude que “aplane” o ruído do sinal. Também, esta técnica como converte um EF para o domínio do tempo, permite detectar o período do espaçamento das frequências (periodicidade) existente no espectro, como por exemplo, as famílias de componentes harmónicas e/ou bandas laterais⁴¹ (*sidebands*) com iguais espaçamentos no

⁴⁰ Qualquer parte rotativa de um sistema mecânico (Mobley, 2004).

⁴¹ Ocorrem devido à modulação do sinal e encontram-se exemplificadas através da Figura 5.4.2.3. A modulação é um sinal constituído por um sinal modulador e um sinal portador que modifica as suas características.

EF, uma vez que proporciona uma medida precisa entre o espaçamento das componentes de frequência (Sheffer e Girdhar, 2004 e Piersol e Paez, 2010). Assim, esta técnica permite detectar variações que ocorrem nas componentes periódicas no EF FFT. Ou seja, as variações que aparecem repetidas no EF FFT ocorrem no *cepstrum* como um pico único, permitindo, assim, detectar as variações com maior facilidade (Silva, 2000).

Deste modo, esta ferramenta é eficaz na identificação e redução de fontes de modulação de um sinal, em amplitude ou em frequência, uma vez que permite identificar facilmente as famílias de componentes harmónicas e/ou bandas laterais com iguais espaçamentos no EF. Além disso, como o *cepstrum* permite agrupar famílias de harmónicas e de bandas laterais em uma única componente é pouco sensível a modificações localizadas (factores externos), como por exemplo, o posicionamento do local de medição e as condições de carregamento da máquina (Piersol e Paez, 2010).

Assim, através do *cepstrum* consegue-se eliminar frequências indesejáveis, apresentando a informação do sinal de forma mais eficaz. Pode-se, então, considerar o *cepstrum* como uma técnica auxiliar que ajuda a interpretar o EF FFT, particularmente nos casos onde ocorre a modulação, como por exemplo, nas avarias em rolamentos ou engrenagens (Piersol e Paez, 2010).

A média síncrona no tempo consiste na realização de medições sincronizadas com a velocidade de rotação do veio que se pretende controlar e que futuramente são sujeitas a uma média (Silva, 2005). Quando realizada ao longo de muitos ciclos (elevado número de médias), permite reduzir ou eliminar as componentes não síncronas (aleatórias ou transientes) e melhorar a presença de ruído no sinal de vibração, realçando as componentes síncronas relacionadas com o veio de referência (Silva, 2005). Ou seja, o cálculo da média permite que os fenómenos assíncronos tendem para zero, realçando as vibrações síncronas. Além disso, permite reduzir o efeito no sinal de vibração de máquinas adjacentes e o efeito provocado pela presença de vários eixos (veios) com diferentes velocidades de rotação, como por exemplo, em correias de transmissão (Sampaio, 2011). Esta técnica é muito utilizada no diagnóstico das fontes da vibração no rotor, como por exemplo, o desequilíbrio, o desalinhamento e a folga do rotor (Sheffer e Girdhar, 2004). Também, as avarias não síncronas com o eixo de rotação (por exemplo, a avaria em rolamentos e a

cavitação) como não aparecem no espectro pode-se considerar esta técnica uma ferramenta de diagnóstico eficaz para isolar avarias específicas (Sheffer e Girdhar, 2004).

O diagrama de cascata consiste na representação gráfica de um sinal em função dos parâmetros frequência, amplitude e velocidade da máquina. Ocorre como uma colecção de FFTs para diferentes velocidades, como mostra a Figura 3.5.3. Cada FFT é representado um após o outro e é muito utilizado em regimes transiente, como por exemplo, no arranque de uma máquina (Sheffer e Girdhar, 2004).

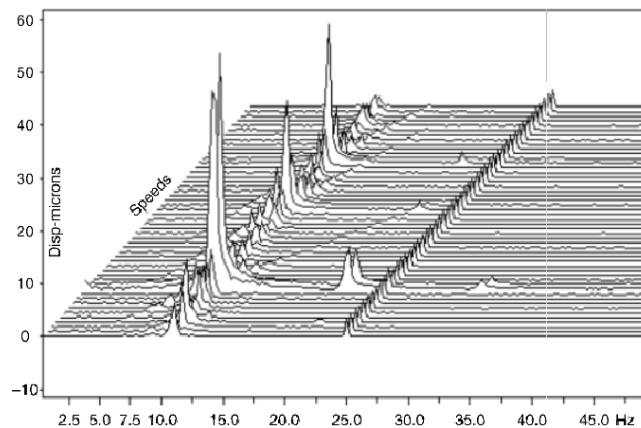


Figura 3.5.3 - Diagrama de cascata
(Sheffer e Girdhar, 2004)

A tabela apresenta no Anexo 2 resume algumas das técnicas de diagnóstico utilizadas segundo a aplicação em causa e o tipo de avaria.

Actualmente existe um conjunto de normas relacionadas com o diagnóstico de avarias em máquinas rotativas através da Análise de Vibração. Robichaud (2009) destaca no seu trabalho a série ISO 13373:2002 - *Condition monitoring and diagnostics of machines – Vibration condition monitoring* e a norma ISO 17359:2003 - *Condition monitoring and diagnostics of machines – General guidelines*.

3.6 - Correção de Avarias em Máquinas Rotativas através da Análise de Vibração

Depois de uma avaria ser detectada e diagnosticada, o passo seguinte, de um programa de Manutenção Condicionada, é a sua respectiva correção. O desequilíbrio e o desalinhamento correspondem, aproximadamente, a 80% dos problemas comuns em máquinas rotativas, sendo a Análise de Vibração uma importante ferramenta que pode ser utilizada para reduzir estes problemas (Sheffer e Girdhar, 2004).

O desequilíbrio, segundo Sheffer e Girdhar (2004), é causado, principalmente, devido a erros durante a fabricação (por exemplo, os erros de montagem e a densidade não uniforme dos materiais) ou durante a sua operação (por exemplo, acumulação de material, deformações térmicas e a fractura de um componente). Deste modo, na prática, como é praticamente impossível fabricar componentes perfeitamente equilibrados surge a necessidade de definir o desequilíbrio residual máximo admissível (ou grau de qualidade da equilibragem), ao qual, está associado um determinado nível de vibração, fundamental para a avaliação e correção do desequilíbrio, se necessário (Silva, 2005). Assim, no caso do desequilíbrio residual ser maior que o desequilíbrio residual máximo admissível surge a necessidade de se efectuar a equilibragem para prevenir, por exemplo, o carregamento exagerado das chumaceiras, evitando, assim, falhas por fadiga. Também, Oliveira (1998) refere que é essencial a equilibragem sempre que se pretenda aumentar a qualidade do produto, minimizar a vibração, o ruído, as tensões e as perdas de energia, bem como, aumentar o tempo de vida dos rolamentos.

A equilibragem pode ser efectuada segundo o método de equilibragem realizado no próprio local ou, também, designado na literatura, por método de equilibragem *in situ*⁴². Este método consiste na alteração inicial da condição de desequilíbrio através da adição de uma massa de ensaio (em cada um dos planos de correção) que após a sua remoção e adição de uma massa de correção apropriada, numa determinada posição angular (180° a partir da massa de desequilíbrio), contraria o desequilíbrio inicial.

⁴² Expressão, em latim, que significa no lugar.

O outro método existente de equilibragem é efectuado em bancos de ensaio próprios⁴³. No entanto, o método realizado no próprio local é o mais utilizado, conforme afirma Oliveira (1998), uma vez que permite a redução de custos devido à não necessidade de remover o rotor e possibilita a equilibragem nas condições finais da instalação e nas condições normais de funcionamento. No entanto, pode apresentar a desvantagem de o equipamento que se pretende equilibrar exibir outros tipos de avarias que interessa diagnosticar e corrigir antes de se iniciar a equilibragem.

A equilibragem no próprio local de rotores rígidos pode ser realizada pelo Método dos Três Pontos ou através do Método Vectorial. O Método dos Três Pontos é muito utilizado quando não é possível o acesso fácil ao rotor na medição do ângulo de fase da vibração (Oliveira, 1998). Ambos os métodos permitem determinar a massa de correcção e a sua posição angular de modo a reduzir o desequilíbrio existente.

A norma ISO 1940, como refere Sheffer e Girdhar (2004), é provavelmente a mais utilizada na correcção do desequilíbrio de rotores rígidos, fornecendo os requisitos e recomendações necessárias para a equilibragem. Esta norma, de modo a permitir classificar os requisitos e exigências da qualidade da equilibragem, define onze graus de qualidade da equilibragem⁴⁴ (G) de acordo com os tipos de rotor, indicados como $G 0.4$ a $G 4000$ (separados uns dos outros por um factor de 2,5). Quanto menor for o grau de qualidade da equilibragem mais rigoroso deve ser a equilibragem (menor órbita).

Também, o programa de Manutenção Condicionada pode apresentar outra etapa designada por teste de aceitação (Sheffer e Girdhar, 2004). Esta etapa permite averiguar se uma máquina foi reparada ou instalada correctamente, permitindo, assim, o controle da qualidade e o, respectivo, aumento da vida útil dos produtos.

⁴³ Esta correcção é realizada através da adição ou da remoção da massa de forma a anular o efeito do desequilíbrio. A remoção da massa, normalmente, requer custos adicionais com equipamentos, podendo a sua estrutura ser afectada (Oliveira, 1998).

⁴⁴ Segundo a norma ISO 1940-1, os graus de qualidade da equilibragem são baseados na experiência adquirida com rotores de vários tipos, tamanhos e velocidades de serviço e são apenas válidos para rotores rígidos. São determinados segundo a equação: $G = w \cdot e = \text{cte}$, onde w representa a velocidade angular do rotor (rad/s) e e a excentricidade (mm). Esta relação resulta do facto de rotores geometricamente iguais e com velocidades angulares iguais apresentarem cargas iguais (iguais forças centrífugas), ou seja, as tensões provocadas no rotor e nas chumaceiras são as mesmas.

3.7 - Aquisição e Processamento do Sinal de Vibração

O documento, elaborado por Shreve (1995), descreve as etapas e as limitações do processamento de um sinal de vibração (digitalização⁴⁵), bem como os diversos parâmetros a ter em conta na manipulação e configuração da sua aquisição.

Um sinal analógico⁴⁶ é processado, como ilustra a Figura 3.7.1, nos colectores ou analisadores de vibração segundo os seguintes passos:

- ⚡ Entrada do sinal analógico;
- ⚡ Filtro anti-aliasing⁴⁷ (filtro analógico passa-baixa);
- ⚡ Conversor A/D⁴⁸ (Analógico/Digital);
- ⚡ Selecção da(s) Janela(s)⁴⁹;
- ⚡ EF FFT;
- ⚡ Média;
- ⚡ Exibição/Armazenamento.

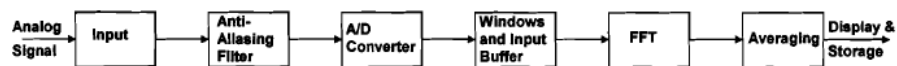


Figura 3.7.1 - Exemplificação das etapas do processamento de um sinal de vibração analógico (Shreve, 1995)

⁴⁵ Processo que transforma um sinal analógico em um sinal digital.

⁴⁶ Corresponde a um conjunto de valores contínuos e infinitos no tempo (representação exacta de uma medida) enquanto que um sinal digital corresponde a um conjunto de valores discretos e finitos no tempo (representação aproximada de uma medida). Os sinais digitais não se alteram com o tempo ao contrário dos sinais analógicos.

⁴⁷ Filtro utilizado para reduzir o erro *aliasing* no processamento de um sinal de vibração. Este erro encontra-se definido no capítulo 5.1.

⁴⁸ Equipamento que permite a conversão de um sinal analógico em um sinal digital. Quanto maior for o número de intervalos do conversor, melhor é a resolução da amplitude do sinal (Sheffer e Girdhar, 2004).

⁴⁹ O sinal digital é “enquadrado” através da multiplicação dele com outra função do tempo que representa a janela (Shreve, 1995). São aplicadas ao sinal de modo a minimizar o efeito de *leakage* ou de vazamento definido no capítulo 5.1.



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

4. SIMULAÇÃO DE VIBRAÇÕES

A simulação de vibrações pode ser efectuada utilizando modelos de elementos finitos ou modelos de corpos rígidos.

Os *softwares* computacionais que possibilitam a análise de elementos finitos (FEA⁵⁰) permitem o estudo da Mecânica dos Sólidos (Resistência dos Materiais), ou seja, o estudo do comportamento deformáveis quando constrangidos por esforços mecânicos (estáticos ou dinâmicos). Por outras palavras, os *softwares* que utilização o Método dos Elementos Finitos (FEM⁵¹) possibilitam estudar o desempenho estrutural de um sistema mecânico, como por exemplo, a variação de tensões (por exemplo, a tensão de *Von Mises*⁵²), deformações e temperaturas ao longo de um corpo, bem como, escoamentos de fluidos e a vibração de um corpo. Também, os *softwares* computacionais que proporcionam a análise de elementos finitos apresentam a grande vantagem de possibilitar definir o comportamento do material fase à sua deformação, ou seja, permitem estudar fenómenos elásticos lineares, fenómenos elásticos não-lineares, fenómenos plásticos, fenómenos elasto-plásticos, fenómenos viscoelásticos e os fenómenos viscoplásticos. Por outro lado, além da definição da propriedade elástica do material, possibilitam definir se o corpo é isotrópico (propriedades mecânicas são as mesmas em todas as direcções), anisotrópico (propriedades mecânicas são diferentes em todas as direcções) ou ortotrópico (propriedades mecânicas são as mesmas em duas direcções e diferente na outra).

Este método consiste, resumidamente, em modelar a geometria que se pretende analisar utilizando um *software* CAD⁵³, como por exemplo, o *SolidWorks* e o *Autodesk Inventor*. Posteriormente, a geometria criada será subdividida em pequenos elementos (elementos finitos), utilizando um *software* (ou uma plataforma CAE⁵⁴) de elementos finitos, como por exemplo, o *ANSYS*, o *Patran/Nastran*, *Femap*⁵⁵ e o *COSMOSWorks*. Normalmente, os

⁵⁰ Abreviatura, em inglês, de *Finite Element Analysis*.

⁵¹ Abreviatura, em inglês, de *Finite Element Method*. Consiste numa técnica numérica de cálculo.

⁵² Calcula a média das tensões em todas as direcções.

⁵³ Abreviatura, em inglês, de *Computer-Aided Design* (Desenho Auxiliado por Computador). Este termo é utilizado nos *softwares* que permitem efectuar actividades de *design*.

⁵⁴ Abreviatura, em inglês, de *Computer Aided Engineering* (Engenharia Auxiliada por Computador). São plataformas que permitem cálculos matemáticos de projectos via CAD, ou seja, permitem efectuar a análise, a optimização e a validação de projectos.

⁵⁵ Abreviatura, em inglês, de *Finite Element Modeling And Postprocessing*.

objectos são divididos em tetraédricos ou em hexaédricos e quanto maior for o número de elementos mais preciso vão ser os resultados. Esses elementos são caracterizados por equações diferenciais e calculados por modelos matemáticos (métodos de sobreposição e métodos de integração), permitindo, assim, analisar matematicamente sistemas complexos. Os métodos de integração são muito utilizados para resolver problemas não lineares e os métodos de sobreposição são muito usados em problemas que envolvem a variação temporal.

Os resultados obtidos são visualizados por uma escala de cores, onde cada cor corresponde, por exemplo, a uma quantidade de tensão ou deformação, permitindo, assim, localizar facilmente a zona crítica do sistema. Contudo, este método, apesar das suas grandes vantagens, possui tolerâncias de erro que devem ser consideradas, tal como em todos os modelos matemáticos.

A simulação de modelos de elementos finitos tem sido muito utilizada e é indispensável em diversas áreas científicas devido às suas vantagens em relação a outros métodos disponíveis, como por exemplo, a facilidade de cálculo e interpretação dos resultados. Existe uma série de trabalhos relacionados com a aplicação científica do método dos elementos finitos, como por exemplo, o de Lotti *et all* (2006) e o Meireles (2007).

Dos *softwares* referidos anteriormente, apenas se vai utilizar neste trabalho o *SolidWorks 2010*. Este *software* CAD em 3D⁵⁶ é constituído por uma série de módulos de análise e simulação CAE. No entanto, apesar dos módulos mais conhecidos e utilizados do *SolidWorks* serem os que utilizam a análise de elementos finitos (por exemplo, o *COSMOSWorks* e o *COSMOSFlowWorks*), este apresenta outro módulo que permite simular e analisar a cinemática e a dinâmica de corpos rígidos, sendo designado por *SolidWorks Motion Analysis 2010 (SWMA 2010)*. Deste modo, este módulo do *SolidWorks* permite analisar duas áreas importantes da mecânica (física). A Cinemática que estuda apenas o movimento dos corpos para cada instante independentemente das forças externas que o estimulam e a Dinâmica que estuda o movimento dos corpos e as forças externas que o provocam.

Também, além do *SWMA 2010*, existem muitos outros *softwares* computacionais que permitem analisar e simular a cinemática e a dinâmica de corpos rígidos, como por exemplo,

⁵⁶ 3D significa que os objectos são definidos em três dimensões ou em três planos (comprimento, largura e profundidade) ao contrário do 2D em que os objectos são definidos em duas dimensões ou em dois planos (comprimento e largura).

o *Working Model 2D*⁵⁷ (*WM 2D*) e o *Algodo*⁵⁸. Estes *softwares* permitem a simulação do movimento dos componentes de um sistema mecânico, estudando o seu deslocamento, velocidade e aceleração, bem como, as forças (por exemplo, as forças de reacção, as forças de inércia e a força resultante) e os momentos que actuam em cada posicionamento e a energia necessária para manter o movimento (energia cinética e potencial). Além disso, também, possibilitam verificar possíveis interferências em tempo real. Contudo, o *Working Model 2D* (*WM 2D*) e o *Algodo*, relativamente ao *SWMA 2010*, apenas possibilitam o desenvolvimento e a simulação de sistemas 2D (modelos bidimensionais).

Nestes três *softwares* os resultados obtidos são guardados em ficheiro *Excel* ou de texto, permitindo, assim, utilizar os resultados com entrada em outro *software* computacional.

As equações diferenciais do movimento, como na maioria das situações tornam-se complexas e de difícil resolução utilizando os métodos analíticos, são normalmente calculadas empregando os métodos numéricos. Desta forma, as soluções simuladas através de *software* são obtidas por aproximações sucessivas que resultam da aplicação do método numérico utilizado, onde o grau de aproximação e precisão depende de vários factores, como por exemplo, o método de integração e o intervalo de integração (quanto mais pequenos maior a precisão dos resultados). Portanto, as soluções obtidas requerem cuidados devido aos seus erros na sua determinação.

Existem várias pesquisas relacionadas com a construção de um motor-físico⁵⁹ capaz de simular a física de corpos rígidos simples e agregados. Destaca-se o trabalho de Renhe (2006) que aponta os métodos de modelação e a simulação física de corpos rígidos de uma aeronave genérica. O trabalho de Azevedo (2009) que descreve a programação, na linguagem C++, da animação e da simulação da dinâmica de fracturas em corpos rígidos em tempo real, em um ambiente virtual 3D (*software* 3DS MAX), e por fim, o trabalho de Arndt Mueller (2010) que descreve a programação, na linguagem C++, de um motor-físico de corpos rígidos em 3D, capaz de detectar e resolver colisões entre os corpos.

⁵⁷ *Software* desenvolvidos pela empresa *Design Simulation Technologies (dst®)*.

⁵⁸ *Software* desenvolvidos pela empresa *Algoryx Simulation*.

⁵⁹ Consiste em um *software* que descreve o conjunto de funcionalidades para a simulação de modelos físicos. Ele possibilita simular e antever diversos efeitos sob diferentes condições.

Também, muitas pesquisas se têm efectuado relativamente à simulação cinemática e dinâmica de corpos rígidos utilizando *softwares* computacionais. Evidencia-se o trabalho de Fernandes (2000) que simulou e analisou a cinemática e dinâmica do mecanismo biela-manivela em 2D, utilizando o *software* computacional *Dynapak* e o *WM 2D*. Também, este autor simulou o mecanismo came-seguidor em 3D, utilizando o *Working Model 3D*. Reckziegel e Schmidt (2002) desenvolveram e analisaram a simulação numérica do comportamento estrutural de um semi-reboque, utilizando modelos de corpos rígidos e modelos de elementos finitos. Oliveira e Borges (2005) desenvolveram os primeiros passos para a simulação do comportamento dinâmico de sistemas multi-corpos de veículos, usando o *software* MCS/ADAMS, e por fim Campo (2005), simulou a dinâmica e o controle do movimento de corpo rígido de um manipulador robótico, utilizando *software* *Femap*.

Desta forma, o auxílio de *software* computacional na análise cinemática e dinâmica de sistemas mecânicos, como demonstram os autores referidos, é fundamental na realização de projectos, sobretudo quando os sistemas são complexos, cuja análise analítica seja problemática. Além disso, possibilitam, num espaço de tempo curto e através do método tentativa-erro a obtenção de boas soluções.

5. SIMULAÇÃO DA SINTOMATOLOGIA VIBRACIONAL DE ALGUMAS AVARIAS MECÂNICA TÍPICAS

5.1 - Aquisição e Processamento dos Sinais Discretos da Vibração nas Simulações

As vibrações dos modelos concebidos no *WM 2D*, no *Algodoo* e no *SWMA 2010* foram medidas na(s) chumaceira(s)⁶⁰ na direcção horizontal (H) e na direcção vertical (V), como exemplifica a Figura 5.1.1. Foi efectuada na chumaceira por ser este o componente onde, normalmente, é mais fácil colocar o transdutor (sensor⁶¹) que permite medir a vibração.

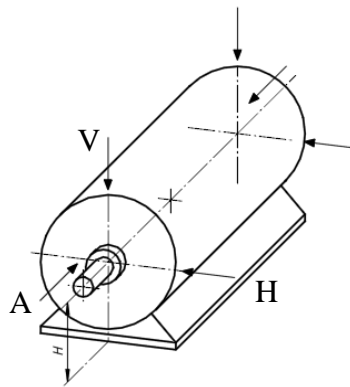


Figura 5.1.1 - Exemplo de um rotor suportado por uma chumaceira (ISO 10816-3)

Os parâmetros de medida da vibração (deslocamento, velocidade e aceleração) devem ser medidos com as seguintes unidades métricas:

Deslocamento – m, mm e μm

Velocidade – m/s ou mm/s

Aceleração – m/s^2 , km/s^2 ou g

A definição e escolha de medir a vibração em velocidade, em vez do deslocamento ou aceleração, depende da velocidade de rotação utilizada de modo a permitir uma boa visualização das amplitudes. É usual abaixo dos 10 Hz usar-se o deslocamento, entre os 10 e os 1000 Hz a velocidade e acima dos 1000 Hz a aceleração (Sheffer e Girdhar, 2004). O gráfico representado na Figura 5.1.2 mostra a relação entre o deslocamento, a velocidade e a aceleração na escolha do parâmetro de medição.

⁶⁰ O sinal de vibração em máquinas rotativas com rotores rígidos pode ser medido na chumaceira uma vez que a vibração do veio/rolamento é transmitida à chumaceira (Silva, 2005).

⁶¹ Sensor de proximidade, de velocidade ou de aceleração.

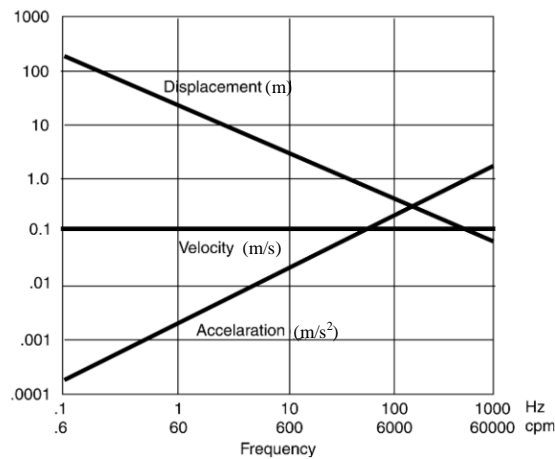


Figura 5.1.2 - Escolha do parâmetro de medida da vibração (Sheffer e Girdhar, 2004)

No entanto, a vibração foi medida em velocidade linear de translação com a unidade milímetros por segundo (mm/s) porque a maioria das máquinas rotativas, tal como as suas avarias, provocam vibrações entre os 10 e os 1000 Hz (Sheffer e Girdhar, 2004). Outra razão de se ter medido a vibração com esta unidade, é o facto da velocidade ser uma medida directa da fadiga⁶² (velocidade=fadiga) uma vez que leva em conta o deslocamento e a frequência (Shreve, 1994). Por esses motivos, a velocidade tornou-se o parâmetro padrão para avaliar a condição de uma máquina rotativa com base na vibração. Também, a medição e avaliação da vibração em deslocamento e aceleração, ao contrário da velocidade, necessita conhecer a frequência de vibração.

Depois do modelo da avaria ser simulado, como o processamento da vibração exige a aquisição de amostras, os sinais discretos da vibração foram extraídos para o *software Mathcad 14*⁶³, onde se efectuou o seu processamento e a Análise de Vibração detalhada (detecção e diagnóstico) no domínio do tempo e no domínio em frequência. Os processamentos da vibração dos modelos das avarias encontram-se em Anexo em formato digital. Apenas é exemplificado alguns exemplos em Anexo.

⁶² A fadiga é a causa da maioria das avarias em máquinas rotativas que geram vibrações (Shreve, 1994). O tempo para se atingir a fadiga é determinado pelo deslocamento do sistema vezes a taxa de deformação (frequência de vibração), ou seja, fadiga=deslocamento×frequência.

⁶³ O *Mathcad14* é um *software* desenvolvido pela empresa *Product & Service Advantage (PTC®)* dedicado para cálculos de engenharia. O processamento dos sinais de vibração, também, poderia ter sido efectuado através de outro *software*, como por exemplo, o *Excel*, o *MATLAB*, o *Maple* ou o *Mathematica*.

Na aquisição dos sinais discretos de vibração definiu-se, inicialmente, a taxa ou frequência de amostragem (f_a) e o número de amostras (N), isto porque a partir desses parâmetros é possível determinar os restantes parâmetros que compõem a vibração.

O número de amostras é, normalmente, uma potência de 2^n para facilitar o cálculo posterior do algoritmo FFT de base dois, apresentando, assim, a seguinte equação:

$$N = 2^n \quad (\text{Eq. 7})$$

Onde, o expoente n corresponde a um número inteiro positivo.

O processamento e a análise dos sinais de vibração das avarias foram efectuados durante a resposta estacionária (excepto na realização do teste de impacto) para 2048 (2^{11}) ou para 4096 (2^{12}) amostras. A exclusão da resposta transiente durante o arranque, de forma a eliminar o efeito das frequências naturais, foi conseguido com aquisições de 5048 ou de 7096 amostras, processando-as partir da amostra 3000.

A partir do número de amostras e da frequência de amostragem, de modo a obter-se a FO, determinou-se o período de amostragem⁶⁴ e a resolução no tempo⁶⁵ das aquisições. Através da equação 8 foi calculado o período de amostragem.

$$T_a = \frac{N}{f_a} \quad (\text{Eq. 8})$$

Onde, T_a representa o período amostragem (s).

A resolução no tempo foi obtida através da seguinte equação:

$$\Delta t = \frac{T_a}{N} \quad (\text{Eq. 9})$$

Onde, Δt representa a resolução no tempo (s).

Na aquisição do EF FFT definiu-se a sua largura de banda ou a sua resolução em frequência (*bandwidth*) utilizando equação 10.

⁶⁴ Tempo da aquisição do sinal. Também designado, na literatura, por T .

⁶⁵ Intervalo de tempo entre amostras.

$$\Delta f = \frac{1}{T_a} = \frac{f_{m\acute{a}x}}{NL} \quad (\text{Eq. 10})$$

Onde, Δf representa largura de banda (Hz) e NL o número de linhas⁶⁶ e $f_{m\acute{a}x}$ a frequência máxima visualizada no EF FFT.

Durante a aquisição e processamento das FO e dos EF FFTs teve-se em conta uma série de parâmetros e erros que condicionam a sua correcta interpretação e análise dos dados obtidos. Entre eles destaca-se o teorema de *Claude Shannon* e *Nyquist Harry*⁶⁷ que define que a frequência de amostragem utilizada tem de ser pelo menos duas vezes a frequência máxima⁶⁸ presente no sinal. Este teorema assegura que as frequências medidas sejam verdadeiras. Caso isto não aconteça, o sinal digital não é construído adequadamente e ocorre, normalmente, o fenómeno, ou o erro *aliasing*, em que as altas frequências são confundidas com as baixas frequências (Shreve, 1995).

O cálculo da frequência máxima visualizada no EF FFT foi realizado através da seguinte equação.

$$f_{m\acute{a}x} = \frac{f_a}{2} \quad (\text{Eq. 11})$$

Também, na escolha da frequência máxima (ou da frequência de amostragem) teve-se em conta os seguintes cuidados. No caso de ela ser elevada, para o mesmo número de amostras, a largura de banda torna-se grande e o respectivo detalhe do EF FFT é afectado. Por outro lado, se for pequena, importantes dados das altas frequências podem ser perdidos, apesar da pequena largura de banda que torna o EF FFT mais detalhado e o que permite detectar as avarias mais cedo. Esse efeito da frequência máxima no EF FFT é designado, na literatura, por *Picket Fence Effect* (Efeito Cerca). Além disso, a sua selecção condiciona o tempo necessário para a recolha das amostras, ou seja, uma pequena frequência máxima requer um maior tempo de aquisição.

Outro erro muito frequente no cálculo do EF FFT ocorre, como exemplifica a Figura 5.1.3, quando o sinal da amostra discreta não contém um número inteiro de ciclos no interior da

⁶⁶ É o número de linhas que são usadas para exibir o EF FFT.

⁶⁷ Normalmente designado por Critério de *Nyquist*.

⁶⁸ Esta frequência de pelo menos duas vezes a frequência máxima visualizada é designada, normalmente, por frequência de *Nyquist* (Silva, 2000).

janela, surgindo falsas frequências em torno das frequências verdadeiras do sinal, bem como a diminuição das suas amplitudes. Esse aparecimento de falsas frequências designa-se por efeito de *leakage* ou de vazamento (fuga) e surge, conforme refere Shereve (1995), devido ao algoritmo FFT tentar lidar com descontinuidades da amostra, ou seja, o algoritmo FFT ao ver as descontinuidades como uma frequência de modulação produz frequências que não existem.

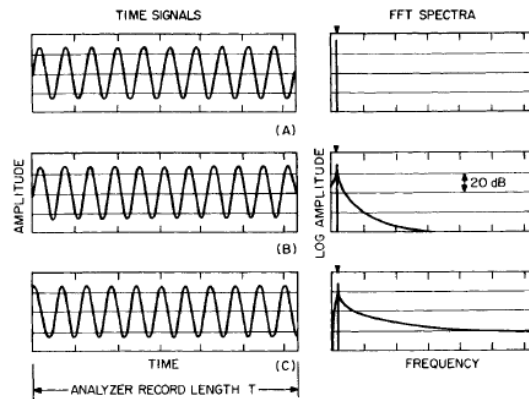


Figura 5.1.3 - Exemplificação do efeito de *leakage* (Piersol e Paez, 2010)

A redução desse efeito é efectuada utilizando janelas. Existe uma série de janelas que são utilizadas consoante o tipo de sinal de vibração que se pretende analisar. Para sinais periódicos (estacionários) é aconselhado, conforme refere Piersol e Paez (2010), a utilização da janela *Hanning* que aproxima as extremidades do sinal para zero ou a janela *Flat-Top* que minimiza o efeito *Picket Fence Effect* (aplicada em calibrações). No domínio do tempo, a função da janela *Hanning* apresenta a seguinte equação:

$$h_i = 1 - \cos\left(\frac{2\pi\Delta t}{T_a}\right) \quad \text{para } |\Delta t| < T_a \quad (\text{Eq. 12})$$

Onde, h_i representa a função *Hanning*.

No caso de sinais transientes que ocorrem, por exemplo, devido ao teste de impacto, é recomendado a uso da janela exponencial ou de *Poisson* que reduz o sinal, praticamente, a zero no final da aquisição, evitando, assim, falsas frequências (Piersol e Paez, 2010). Esta janela, no domínio do tempo, tem como função a equação 13.

$$e_i = e^{\left(-\frac{\tau \cdot \Delta t}{\alpha}\right)} \quad \text{para } |\Delta t| \leq T_a \quad (\text{Eq. 13})$$

Onde, e_i representa a função exponencial e α e τ as variáveis que parametrizam a função exponencial.

No entanto, só se utiliza a janela exponencial, segundo Piersol e Paez (2010), quando a resposta ao impulso for longa (sistema pouco amortecido). Caso contrário, se o sinal for zero nas extremidades, utiliza-se a janela rectangular ou uniforme (*box-car*). Esta janela, como afirma Shreve (1995), equivale a nenhuma janela aplicada uma vez que o sinal é multiplicado por um coeficiente constante igual a 1 ao longo do tempo.

Também, obtiveram-se os EF na escala linear e logarítmica com o intuito de se poder comparar as diferenças entre as escalas no diagnóstico das avarias, permitindo, assim, efectuar uma melhor e correcta Análise de Vibração. No entanto, o diagnóstico de avarias, normalmente, é efectuado utilizando a escala linear porque, conforme Piersol e Paez (2010), fornece uma indicação mais clara dos diferentes tipos de padrões harmónicos. Contudo, para grandes e muito pequenas amplitudes que ocorrem, por exemplo, nos defeitos em rolamentos deve-se usar a escala logarítmica uma vez que a escala linear só permite analisar e realçar as grandes amplitudes.

5.2 - Técnicas de Detecção das Avarias Mecânicas nas Simulações

Como já foi referido a medição da vibração dos modelos desenvolvidos das avarias foi efectuada na(s) chumaceira(s) que constitui uma parte não rotativa do sistema mecânico.

Selecionou-se a norma ISO 10816-3 - *Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts – Part 3: Industrial machines with nominal power above 15 kW and nominal speeds between 120 r/min and 15 000 r/min when measured in situ*, para simular a detecção da presença de avarias nos modelos, pois é uma das normas mais utilizadas na Indústria quando a medição da vibração é realizada nas partes não rotativas da máquina⁶⁹.

Esta norma classifica as máquinas rotativas e a intensidade da vibração, respectivamente, em quatro grupos ou classes (I a IV) e em quatro zonas (A a D), como mostra Tabela 5.2.1.

Vibration Amplitude Increasing ↓	Vibration Severity for Separate Classes of Machines			
	Class I	Class II	Class III	Class IV
	A	A		
	B	B	A	A
	C	C	B	B
	D	D	C	C
			D	D

Tabela 5.2.1- Limites da intensidade de vibração para as diferentes classes das máquinas (Silva, 2005)

Os modelos concebidos foram simulados considerando que pertencem ao grupo I. Este grupo diz respeito às máquinas que apresentam uma potência nominal entre os 300 kW e os 50 MW e que possuem chumaceiras e uma velocidade de operação que varia de 120 rpm a 15000 rpm.

A tabela seguinte classifica e define, segundo a norma ISO 10816-3, os limites da intensidade de vibração (severidade de vibração) dos apoios para as máquinas do grupo I consoantes as suas zonas.

⁶⁹ No caso de a vibração ser medida em uma parte rotativa do sistema mecânico utiliza-se, por exemplo, como recomendação na detecção de avarias mecânicas, a norma ISO 7919 - *Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on rotating shafts*.

Support class	Zone boundary	R.m.s. displacement	R.m.s. velocity
		μm	mm/s
Rigid	A/B	29	2,3
	B/C	57	4,5
	C/D	90	7,1
Flexible	A/B	45	3,5
	B/C	90	7,1
	C/D	140	11,0

Tabela 5.2.2 - Classificação e quantificação da intensidade de vibração dos apoios para máquinas do grupo I (ISO 10816-3)

Desta forma, considerou-se, com base na Tabela 5.2.2, que o futuro aparecimento da avaria ocorre nos modelos desenvolvidos quando a vibração apresentar um *RMS*, em velocidade, igual a 4,5 mm/s (apoio rígido - zona B/C).

Os valores do *RMS* em velocidade dos modelos foram calculados considerando a equação 14. Utilizou-se esta equação porque permite, conforme refere Kvedalen (2003), o cálculo do *RMS* de amostra discretas no domínio do tempo.

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (\dot{x}_i)^2}{N}} \quad (\text{Eq. 14})$$

Onde, *RMS* representa o *RMS* em velocidade (mm/s) e \dot{x}_i a velocidade do sinal discreto medido (mm/s).

Também, o *RMS* de amostras discretas pode ser determinado no domínio em frequência utilizando a seguinte equação:

$$RMS_{\dot{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{N/2} (\dot{X}_k)^2}{2}} \quad (\text{Eq. 15})$$

No entanto, não foi estabelecido o *RMS* no domínio em frequência devido ao efeito de *leakage* que provoca erros no seu cálculo.

Com o cálculo do *RMS*, traçou-se na FO, como ilustra a Figura 5.2.1, o seu valor e o limite de perigo considerado de 4,5 mm/s com a finalidade de detectar rapidamente a presença da avaria estudada durante a sua simulação. Desta forma, considerou-se que existe avaria no caso de o *RMS* ser superior ao limite de perigo.

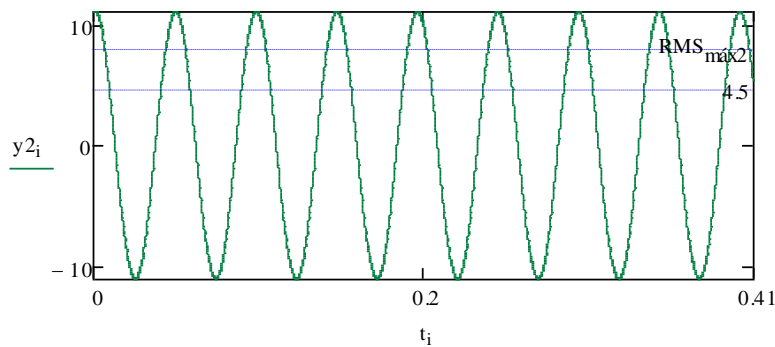


Figura 5.2.1 - Exemplo da detecção de uma avaria através da FO

Além do *RMS*, determinou-se, nos modelos do desequilíbrio e no modelo da avaria num rolamento, o Factor Crista⁷⁰ que, conforme Sheffer e Girdhar (2004), fornece importantes informações sobre a condição operacional de uma máquina, principalmente, nos casos de fontes de vibração impulsivas⁷¹ (Cut, 1996). Este parâmetro foi determinado conforme a equação 16 e, normalmente, no caso de ser igual a 1,414, a FO comporta-se como uma harmónica perfeita (Sheffer e Girdhar, 2004).

$$FC = \frac{Pico}{RMS_x} \quad (Eq. 16)$$

Onde, *FC* representa o Factor Crista (adimensional) e o *Pico* a amplitude máxima da metade do pico-para-pico (mm/s).

O Factor Crista parte do princípio que, por exemplo, quando um rolamento sofre um dano, o valor pico aumenta mais rapidamente do que o valor *RMS*, ou seja, os picos resultantes provocados pelo estágio inicial do defeito têm pouca influência sobre o valor do *RMS* ao contrário do valor pico. Assim, se qualquer pico aparecer no domínio do tempo resulta no aumento do Factor Crista.

Normalmente, o Factor Crista varia entre 2 a 6 na condição normal de serviço de uma máquina e quanto ocorre o possível crescimento da avaria, o Factor Crista atinge valores acima dos 6 (Cut, 1996). A indicação da troca do rolamento ocorre quando a avaria deixa de ser localizada, provocando pouca variação sobre o valor do pico e grande variação no valor do *RMS*. Nesta situação o Factor Crista diminui (Mesquita *et al*, 2002).

⁷⁰ Conforme a ISO 10816 o Factor Crista é medido em aceleração na banda entre os 1000 e os 10000 Hz.

⁷¹ Por exemplo, em engrenagens com dentes partidos ou em avarias em rolamentos (Cut, 1996).



Desta forma, o Factor Crista é uma importante ferramenta para acompanhar, por exemplo, a evolução das avarias em rolamentos.

5.3 - Simulações da Sintomatologia Vibracional das Avarias Mecânicas no *Working Model 2D*

Através da utilização do *WM 2D*, como já foi relatado, pretende-se simular a sintomatologia vibracional das seguintes avarias:

- 📡 Desequilíbrio estático;
- 📡 Desaperto entre a máquina e a base;
- 📡 Ressonância estrutural;
- 📡 Velocidade crítica.

As avarias estudadas vão ser inseridas artificialmente e isoladamente em cada modelo.

Considerou-se, em todos os modelos desenvolvidos no *WM 2D*, excepto no modelo da velocidade crítica, a aceleração da gravidade (g) de $9,81 \text{ m/s}^2$ na vertical e sem a presença do efeito da resistência do ar.

5.3.1 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desequilíbrio Estático

O desequilíbrio mecânico (*unbalance mechanical*) é, provavelmente, o tipo de avaria (defeito) mais comum em máquinas rotativas (Sheffer e Girdhar, 2004). Ocorre quando o eixo de gravidade (eixo de inércia) de um conjunto rotativo não coincide com o eixo geométrico de rotação (eixo do rotor), como exemplifica a Figura 5.3.1.1.

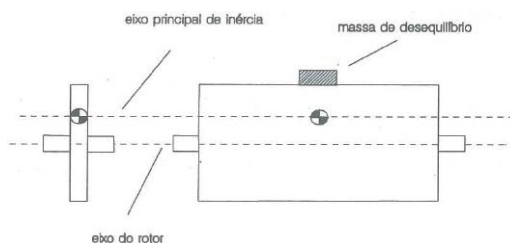


Figura 5.3.1.1 - Exemplo do desequilíbrio estático (Oliveira, 1998)

Isto acontece devido à distribuição desigual da massa do rotor sobre o seu eixo geométrico de rotação. Esta distribuição desigual da massa provoca uma força centrífuga⁷², representada na Figura 5.3.1.2, que roda à velocidade de rotação do eixo e no sentido radial.

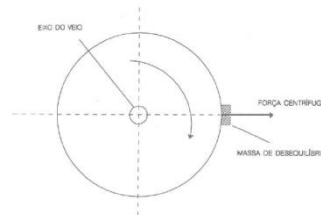


Figura 5.3.1.2 - Desequilíbrio provocado pela força centrífuga (Oliveira, 1998)

Assim, a força centrífuga apresenta a seguinte equação, conforme refere Sheffer e Girdhar (2004):

$$F_d = m_d \cdot r_d \cdot \omega^2 \quad (\text{Eq. 17})$$

Onde, F_d representa a força centrífuga (N), m_d a massa de desequilíbrio (kg) e r_d o raio de desequilíbrio (m).

Também, a força centrífuga pode ser exprimida em função da excentricidade e da massa do sistema, conforme a equação 18.

$$F_d = m \cdot e \cdot \omega^2 \quad (\text{Eq. 18})$$

Onde, e representa a excentricidade⁷³ (m).

Assim, um sistema de um GDL, amortecido, forçado por um desequilíbrio rotativo apresenta a seguinte equação diferencial (Inman, 2001):

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = m \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \text{Sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad (\text{Eq. 19})$$

Onde, φ representa o desfasamento entre a resposta, $x(t)$, e a força centrífuga (graus).

⁷² Esta força é igual e oposta à força centrípeta que actua sobre uma partícula estacionária de um corpo rotativo. A força centrípeta é uma força radial, dirigida para o centro de um círculo, necessária para manter uma partícula ou um objecto em movimento numa trajectória circular (Mobley, 2004).

⁷³ É a distância entre o centro geométrico e o centro de massa (Cota, 2008).

Existem dois tipos possíveis de desequilíbrios mecânicos em máquinas rotativas. São designados por desequilíbrio estático e por desequilíbrio dinâmico⁷⁴. No caso do desequilíbrio estático (*static unbalance*), representado na Figura 5.3.1.1, surge quando o eixo de gravidade e o eixo geométrico de rotação encontram-se em paralelo (Sheffer e Girdhar, 2004). Neste tipo de avaria a fase medida permanecerá constante, igual e com o mesmo sentido em ambas as chumaceiras, como mostra a Figura 5.3.1.3, e se não existir outra avaria (defeito) importante, além do desequilíbrio, o sinal no tempo exhibe uma harmónica perfeita com a mesma frequência da velocidade de rotação do rotor. Deste modo, a fase é um indicador da localização do desequilíbrio (Sheffer e Girdhar, 2004), uma vez que no caso da massa de desequilíbrio ser alterada, a fase medida é igualmente alterada, ou seja, se a massa de desequilíbrio for movida no sentido horário um certo número de graus, a fase irá mover-se o mesmo número de graus mas na direcção oposta.

Outro indicador do desequilíbrio é a amplitude de vibração. A amplitude, conforme refere Sheffer e Girdhar (2004), mede a gravidade do desequilíbrio e é proporcional à força de desequilíbrio, ou seja, se, por exemplo, a massa de desequilíbrio duplica, a amplitude de vibração também duplica. Também, a amplitude varia proporcionalmente com o quadrado da velocidade de rotação, tornando-se um grave problema nas máquinas rotativas com elevadas velocidades de rotação.

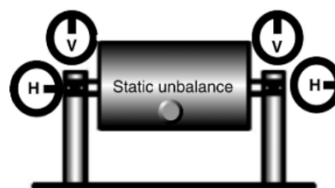


Figura 5.3.1.3 - Exemplo da relação de fases no desequilíbrio estático (Sheffer e Girdhar, 2004)

Este tipo de desequilíbrio devido à direcção e sentido da força centrífuga provoca, normalmente, fortes vibrações radiais na frequência de $1 \times \text{rpm}$ (velocidade de rotação), sendo, por isso, conforme afirma Silva (2005), um sintoma característico no diagnóstico. A Figura 5.3.1.4 ilustra um exemplo do EF FFT característico para todos os tipos de desequilíbrio mecânico.

⁷⁴ Definido no capítulo 5.5.2.

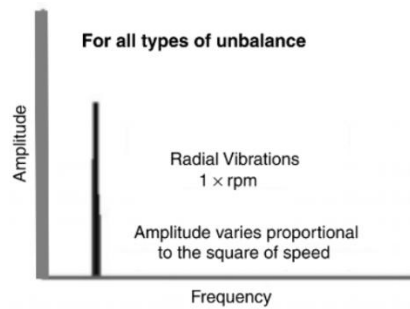


Figura 5.3.1.4 - Exemplo do EF FFT para todos os tipos de desequilíbrio mecânico (Sheffer e Girdhar, 2004)

Desta forma, pretende-se desenvolver um modelo do desequilíbrio estático que comprove os sintomas característicos da sua vibração no domínio do tempo e no domínio em frequência, ou seja, ambiciona-se obter um sinal predominantemente harmónico e um EF FFT com uma vibração dominante a $1 \times \text{rpm}$ (frequência de rotação). Também, deseja-se comprovar que a amplitude é proporcional à massa de desequilíbrio e ao quadrado da velocidade de rotação e que a fase varia com a localização do desequilíbrio, bem como demonstrar que diferentes massas de desequilíbrio em diferentes raios podem causar desequilíbrios iguais. Além disso, vai-se efectuar a sua respectiva correcção (equilibragem) no caso de existir uma avaria provocada pelo desequilíbrio mecânico.

5.3.1.1 - Descrição do Modelo

A Figura 5.3.1.5 mostra o modelo do desequilíbrio estático desenvolvido e simulado no WM 2D. Representa um rotor rígido, visto na direcção axial⁷⁵ (A), suportado por uma chumaceira de massa m_{ch} .

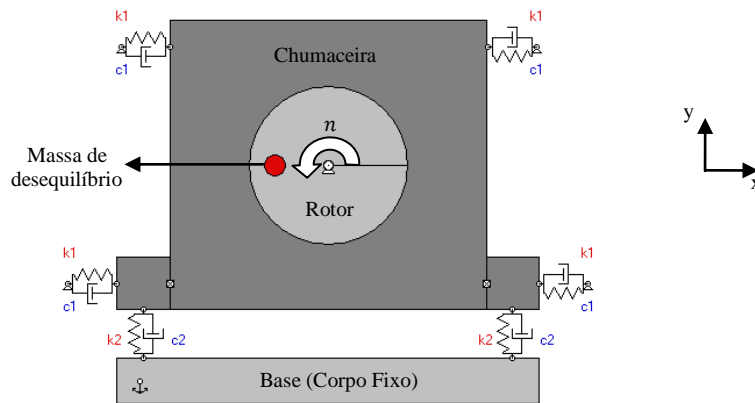


Figura 5.3.1.5 - Modelo do desequilíbrio estático no WM 2D

O rotor de forma circular com massa m_v exibe uma velocidade de rotação constante n e o seu desequilíbrio foi introduzido através da adição de uma massa de desequilíbrio m_d , localizada num raio r_d .

As massas do modelo (massa do rotor e da chumaceira) encontram-se sobrepostas e unidas, transformando, assim, o sistema constituído por duas massas. Desde modo, o número de GDL de um sistema como é determinado segundo a equação 20, o modelo apresenta quatro GDL uma vez que cada massa apresenta movimento de rotação segundo o eixo dos zz e ambas apresentam o mesmo movimento de translação segundo o eixo dos xx e dos yy .

$$GDL = [massas\ do\ sistema]_{1 \times n} \times [N^\circ\ de\ tipos\ movimentos\ para\ cada\ massa]_{n \times 1} \quad (Eq. 20)$$

Considerou-se que o sistema mecânico apresenta rigidez e amortecimento de translação na horizontal e na vertical. Os dois sistemas lineares mola-amortecedor na vertical (k_2 e c_2) encontram-se em paralelo, bem como, os quatro sistemas na horizontal (k_1 e c_1).

Também, foi considerado que inicialmente o sistema mecânico não apresenta a deflexão estática (δ_{st}) na direcção vertical solicitada pelo seu peso. Desta forma, a força da deflexão

⁷⁵ Direcção ao longo de um eixo ou centro de rotação.

estática ($F_{st} = \delta_{st} \cdot k$) e o peso do sistema ($P = m \cdot g$) encontram-se em equilíbrio estático ($F_{st} = P$).


5.3.1.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo

As propriedades físicas características da vibração (m , k e c) do modelo foram consideradas de forma a simular uma vibração sub-amortecida (*underdamped*). Este tipo de vibração tem de apresentar um factor de amortecimento (*damping ratio*) menor que um, como exemplifica a Tabela 5.3.1.1. Caso contrário o sistema não apresenta uma resposta oscilatória.

Damping ratio	Level of damping	Oscillatory response	Stability	Speed of response	Time constant
$\zeta < 1$	Underdamped	Yes	Asymptotically stable (less stable than $\zeta = 1$ case but not necessarily less stable than the overdamped case)	Better than overdamped	$1/(\zeta\omega_n)$
$\zeta > 1$	Overdamped	No	Asymptotically stable; less stable than the critically damped case	Lower than critical	$1/(\zeta\omega_n \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \omega_n)$
$\zeta = 1$	Critically damped	No	Asymptotically stable; most stable	Good	$1/\omega_n$

Tabela 5.3.1.1 - Características da vibração consoante o tipo de factor de amortecimento (Silva, 2005)

A chumaceira e o veio apresentam, respectivamente, as seguintes massas:

 Massa da chumaceira – $m_{ch} = 5$ kg

 Massa do veio – $m_v = 8$ kg

O modelo foi simulado segundo onze simulações diferentes. Na 1ª, 2ª, 6ª, 7ª, 8ª, 9ª, 10ª e 11ª simulação pretende-se simular uma máquina rotativa ideal, considerando a rigidez equivalente de translação na direcção horizontal igual à da direcção vertical (igual liberdade da máquina rotativa deslocar-se na H e na V). Nas outras três simulações (3ª, 4ª e 5ª simulação) ambiciona-se modelar uma máquina rotativa real. Nestas simulações, como a máquina encontra-se na horizontal fixa a uma base (corpo fixo), foi considerado a rigidez equivalente de translação na V maior que a da H ($k_{eq,v} > k_{eq,h}$) de modo que máquina rotativa apresente uma menor liberdade em deslocar-se na V do que na H.

A seguinte tabela apresenta as propriedades físicas atribuídas nas onze simulações.

Simulação	Massa de Desequilíbrio - m_d (kg)	Raio de Desequilíbrio - r_d (m)	Posição Relativa da Massa de Desequilíbrio (m)	Velocidade de Rotação do Veio - n (rpm)	Constantes de Rigidez da Chumaceira na V - k_1 (N/m)	Constantes de Rigidez da Chumaceira na H - k_2 (N/m)
1 ^a	3×10^{-3}	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	1200	1×10^6	5×10^5
2 ^a	$2,5 \times 10^{-1}$	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	1200	1×10^6	5×10^5
3 ^a	3×10^{-3}	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	1200	1×10^6	$1,2 \times 10^5$
4 ^a	$2,5 \times 10^{-1}$	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	1200	1×10^6	$1,2 \times 10^5$
5 ^a	$2,5 \times 10^{-1}$	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	1200	1×10^6	1×10^4
6 ^a	5×10^{-1}	2×10^{-2}	$(-2 \times 10^{-2}; 0,0)$	1200	1×10^6	5×10^5
7 ^a	$2,5 \times 10^{-1}$	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	900	1×10^6	5×10^5
8 ^a	$2,5 \times 10^{-1}$	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	1500	1×10^6	5×10^5
9 ^a	5×10^{-1}	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	1200	1×10^6	5×10^5
10 ^a	$7,5 \times 10^{-1}$	4×10^{-2}	$(-4 \times 10^{-2}; 0,0)$	1200	1×10^6	5×10^5
11 ^a	$2,5 \times 10^{-1}$	4×10^{-2}	$(0,0; 4 \times 10^{-2})$	1200	1×10^6	5×10^5

Tabela 5.3.1.2 - Propriedades físicas atribuídas no modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações

Na 2^a, 9^a e 10^a simulação alterou-se apenas a massa de desequilíbrio m_d em relação à utilizada na 1^a simulação, tal como na 4^a simulação em relação à 3^a simulação. Pretende-se, assim, com estas simulações comprovar que a amplitude de vibração varia proporcionalmente com a massa de desequilíbrio m_d .

Na 5^a simulação modificou-se as constantes de rigidez da chumaceira na horizontal em relação à usada na 4^a simulação com o intuito de verificar o efeito da rigidez no desequilíbrio.

Na 6^a simulação e na 2^a simulação pretende-se confirmar que diferentes massas de desequilíbrio com diferentes raios causam desequilíbrios iguais.

Na 7^a e 8^a simulação modificou-se apenas a velocidade de rotação em relação à utilizada na 2^a simulação com o objectivo de demonstrar que a vibração varia proporcionalmente com o quadrado da velocidade de rotação.

Por último, na 11^a simulação deslocou-se a massa de desequilíbrio m_d 90° em relação à posição usada na 2^a simulação. Com esta simulação ambiciona-se comprovar que a fase é um indicador da localização do desequilíbrio, como refere Sheffer e Girdhar (2004).

Todas as simulações foram simuladas considerando as constantes de amortecimento c_1 e c_2 com, respectivamente, 250 Ns/m e com 500 Ns/m.

O desequilíbrio residual e a excentricidade residual das onze simulações foram calculados, conforme a norma ISO 1940-1, utilizando seguinte equação:

$$U_{res} = m_d \cdot r_d = M \cdot e_{res} \quad (\text{Eq. 21})$$

Onde, U_{res} representa o desequilíbrio residual (g.mm), e_{res} a excentricidade residual (μm) e M a massa do rotor a equilibrar (g).

O desequilíbrio residual e a excentricidade residual foram obtidas, respectivamente, em grama milímetro (g.mm) e em micron⁷⁶ (μm) porque a norma ISO 1940-1 aconselha medir com estas unidades. No entanto, no caso de se pretender medir em unidades SI (Sistema Internacional de Unidades), o desequilíbrio é calculado em quilograma metro (kg·m) e a excentricidade em metros (m). A tabela que se segue mostra os valores obtidos do desequilíbrio residual e da excentricidade residual nas diferentes simulações.

Simulação	Desequilíbrio Residual - U_{res} (g.mm)	Excentricidade Residual - e_{res} (μm)
1 ^a	$1,2 \times 10^2$	9,2
2 ^a	1×10^4	$7,7 \times 10^2$
3 ^a	$1,2 \times 10^2$	9,2
4 ^a	1×10^4	$7,7 \times 10^2$
5 ^a	1×10^4	$7,7 \times 10^2$
6 ^a	1×10^4	$7,7 \times 10^2$
7 ^a	1×10^4	$7,7 \times 10^2$
8 ^a	1×10^4	$7,7 \times 10^2$
9 ^a	2×10^4	$1,5 \times 10^3$
10 ^a	3×10^4	$2,3 \times 10^3$
11 ^a	1×10^4	$7,7 \times 10^2$

Tabela 5.3.1.3 - Desequilíbrio e excentricidade residual do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações

As constantes de rigidez e de amortecimento foram calculadas de acordo com a seguinte tabela.

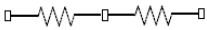

Connection	Graphical Representation	Combined Stiffness
Series		$\frac{1}{(1/k_1 + 1/k_2)}$
Parallel		$k_1 + k_2$

Tabela 5.3.1.4 - Combinação das constantes de rigidez

⁷⁶ Unidade equivalente a grama milímetro por quilograma (g.mm/kg)

Desta forma, como as constantes de rigidez encontram-se em paralelo nas suas respectivas direcções, a rigidez equivalente de translação do sistema, na horizontal e na vertical, foi calculada segundo a seguinte equação:

$$k_{eq} = \sum_{i=0}^n k_i \quad (\text{Eq. 22})$$

Onde, k_i representa as constantes de rigidez (N/m).

Do mesmo modo, como as constantes de amortecimento do sistema na horizontal encontram-se em paralelo, bem como as da vertical, o amortecimento equivalente de translação foi calculado considerando a equação 23.

$$c_{eq} = \sum_{i=0}^n c_i \quad (\text{Eq. 23})$$

Onde, c_i representa as constantes de amortecimento (Ns/m).

A Tabela 5.3.1.5 mostra a rigidez e o amortecimento equivalente de translação do sistema, na horizontal e na vertical, obtido nas diferentes simulações.

Simulação	Rigidez Equivalente na H - $k_{eq,h}$ (N/m)	Rigidez Equivalente na V - $k_{eq,v}$ (N/m)	Amortecimento Equivalente na H - $c_{eq,h}$ (Ns/m)	Amortecimento Equivalente na V - $c_{eq,v}$ (Ns/m)
1^a	2×10^6	2×10^6	1×10^3	1×10^3
2^a	2×10^6	2×10^6	1×10^3	1×10^3
3^a	$1,2 \times 10^6$	2×10^6	1×10^3	1×10^3
4^a	$1,2 \times 10^6$	2×10^6	1×10^3	1×10^3
5^a	4×10^4	2×10^6	1×10^3	1×10^3
6^a	2×10^6	2×10^6	1×10^3	1×10^3
7^a	2×10^6	2×10^6	1×10^3	1×10^3
8^a	2×10^6	2×10^6	1×10^3	1×10^3
9^a	2×10^6	2×10^6	1×10^3	1×10^3
10^a	2×10^6	2×10^6	1×10^3	1×10^3
11^a	2×10^6	2×10^6	1×10^3	1×10^3

Tabela 5.3.1.5 - Rigidez e o amortecimento equivalente de translação do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações

Desta forma, o modelo foi simulado considerando um igual amortecimento equivalente em ambas as direcções.

O cálculo da deflexão estática do sistema na direcção vertical foi determinado considerando a equação 24 obtida conforme a 2ª Lei de *Newton*.

$$\delta_{st} = \frac{m \cdot g}{k_{eq.v}} \quad (\text{Eq. 24})$$

Onde, δ_{st} representa a deflexão estática (m) e $k_{eq.v}$ a rigidez equivalente de translação na direcção vertical (N/m).

As molas na direcção vertical apresentam um comprimento actual de 0,037 m. De modo a anular a deflexão estática do sistema, o comprimento livre das molas foi calculado conforme a seguinte equação:

$$y_{livre} = \delta_{st} + y_c \quad (\text{Eq. 25})$$

Onde, y_{livre} representa o comprimento livre de cada mola (m) e y_c o comprimento actual (*current*) de cada mola (m).

A Tabela 5.3.1.6 expõe os valores obtidos da deflexão estática e do comprimento livre de cada mola consoantes a massa de desequilíbrio utilizada nas diversas simulações.

Simulações	Massa de desequilíbrio - m_d (kg)	Deflexão estática - δ_{st} (m)	Comprimento livre de cada mola - y_{livre} (m)
1ª e 3ª	3×10^{-3}	$6,4 \times 10^{-5}$	0,037064
2ª, 4ª, 5ª, 7ª, 8ª e 11ª	$2,5 \times 10^{-1}$	$6,5 \times 10^{-5}$	0,037065
6ª e 9ª	5×10^{-1}	$6,6 \times 10^{-5}$	0,037066
10ª	$7,5 \times 10^{-1}$	$6,7 \times 10^{-5}$	0,037067

Tabela 5.3.1.6 - Deflexão estática e o comprimento livre de cada mola do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações

O factor de amortecimento equivalente é dado por:

$$\zeta_{eq} = \frac{c_{eq}}{c_{cr}} = \frac{c_{eq}}{2 \cdot m \cdot \omega_n} = \frac{c_{eq}}{2 \cdot m \cdot \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}}} \quad (\text{Eq. 26})$$

Onde, ζ_{eq} representa o factor de amortecimento equivalente (adimensional), c_{eq} o amortecimento equivalente de translação (Ns/m), c_{cr} o amortecimento crítico (Ns/m), ω_n a frequência natural angular (rad/s), m a massa total do sistema mecânico (kg) e k_{eq} a rigidez equivalente de translação (N/m).

Considerando a equação 26, calculou-se o factor de amortecimento equivalente do sistema na horizontal e na vertical. A próxima tabela exhibe os factores de amortecimento equivalentes obtidos nas onze simulações.

Simulação	Factor de Amortecimento Equivalente na H - $\zeta_{eq.h}$	Factor de Amortecimento Equivalente na V - $\zeta_{eq.v}$
1 ^a	0,098	0,098
2 ^a	0,097	0,097
3 ^a	0,127	0,098
4 ^a	0,125	0,097
5 ^a	0,687	0,097
6 ^a	0,096	0,096
7 ^a	0,097	0,097
8 ^a	0,097	0,097
9 ^a	0,096	0,096
10 ^a	0,097	0,097
11 ^a	0,097	0,097

Tabela 5.3.1.7 - Factor de amortecimento equivalente do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações

Desta forma, o sistema, nas diferentes simulações, deve apresentar uma vibração sub-amortecida devido ao factor de amortecimento equivalente, em ambas as direcções, ser menor que um.

Para sistemas sub-amortecidos, conforme refere Inman (2001), a frequência natural amortecida é obtida segundo a equação 27.

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} \cdot (1 - \zeta_{eq}^2) \quad (\text{Eq. 27})$$

Onde, f_d representa frequência natural amortecida (Hz).

A Tabela 5.3.1.8 indica a frequência natural amortecida do sistema nas suas, respectivas, direcções e simulações.

Simulação	Frequência Natural Amortecida na H - $f_{d,h}$ (Hz)	Frequência Natural Amortecida na V - $f_{d,v}$ (Hz)
1ª	61,8	61,8
2ª	61,2	61,2
3ª	47,6	61,8
4ª	47,1	61,2
5ª	4,6	61,2
6ª	60,6	60,6
7ª	61,2	61,2
8ª	61,2	61,2
9ª	60,7	60,7
10ª	60,1	60,1
11ª	61,2	61,2

Tabela 5.3.1.8 - Frequências naturais amortecidas do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações

Como podemos constatar através da Tabela 5.3.1.8, considerou-se que as simulações apresentam frequências naturais amortecidas superiores à frequência de excitação (15; 20 ou 25 Hz conforme a simulação), com o propósito de evitar que o sistema entre em ressonância⁷⁷ durante o arranque. No entanto, na 5ª simulação, o sistema no arranque deve passar pela ressonância na direcção horizontal porque a frequência de excitação utilizada (20 Hz) é superior à sua frequência natural amortecida (4,6 Hz). Ou seja, durante o arranque deve ocorrer a ressonância porque no momento que a força de desequilíbrio é aplicada, o sistema responde na sua frequência natural que durante algum instante vai coincidir com a frequência de excitação.

⁷⁷ Definida no capítulo 5.3.3.

5.3.1.3 - Resultados da Simulação do Desequilíbrio em Um Plano

A seguinte tabela indica os valores, nas onze simulações, do RMS e do Factor Crista (FC) obtidos, respectivamente, através da equação 14 e 16.

Simulação	RMS na H (mm/s)	RMS na V (mm/s)	FC na H	FC na V
1 ^a	0,09	0,09	1,425	1,403
2 ^a	7,79	7,86	1,427	1,407
3 ^a	0,17	0,09	1,421	1,404
4 ^a	14,02	7,86	1,436	1,409
5 ^a	66,09	8,00	1,413	1,583
6 ^a	7,81	7,87	1,427	1,407
7 ^a	3,12	3,16	1,427	1,404
8 ^a	16,30	16,35	1,432	1,412
9 ^a	15,62	15,75	1,433	1,408
10 ^a	23,49	23,70	1,439	1,408
11 ^a	7,87	7,80	1,413	1,422

Tabela 5.3.1.9 - Valores do RMS e do FC do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações

Na 2^a simulação obteve as formas de onda e os EF FFTs representados na Figura 5.3.1.6 e na Figura 5.3.1.7.

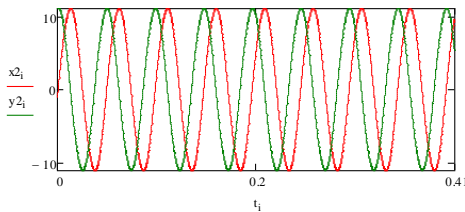


Figura 5.3.1.6 - FO na H e na V da 2^a simulação do modelo do desequilíbrio estático

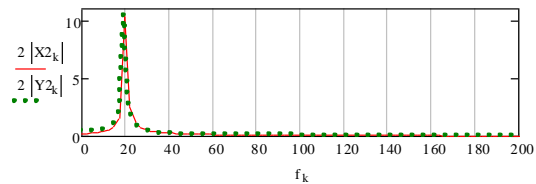


Figura 5.3.1.7 - EF FFT na H e na V da 2^a simulação do modelo do desequilíbrio estático

As próximas figuras representam as formas de onda e os EF FFTs obtidos na 4^a simulação.

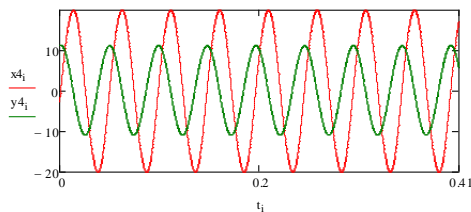


Figura 5.3.1.8 - FO na H e na V da 4^a simulação do modelo do desequilíbrio estático

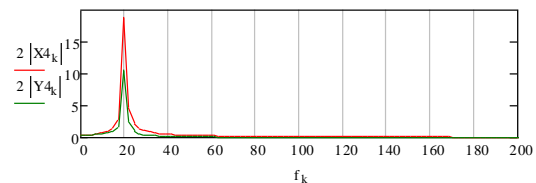


Figura 5.3.1.9 - EF FFT na H e na V da 4^a simulação do modelo do desequilíbrio estático

Com o propósito de comparar o desequilíbrio provocado na 2^a simulação com o da 6^a simulação sobrepõem-se as suas formas de onda e os seus EF FFTs. A Figura 5.3.1.10 e a

Figura 5.3.1.11 ilustrada, respectivamente, a sobreposição da forma de onda e do EF FFT da 2ª simulação com o da 6ª simulação.

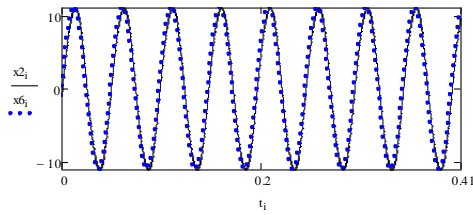


Figura 5.3.1.10 - FO na H da 2ª e 6ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

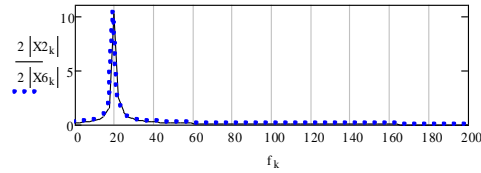


Figura 5.3.1.11 - EF FFT na H da 2ª e 6ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

A comparação do efeito das velocidades de rotação utilizadas na 2ª, 7ª e 8ª simulação, na sintomatologia vibracional do desequilíbrio, foi efectuada através das próximas figuras.

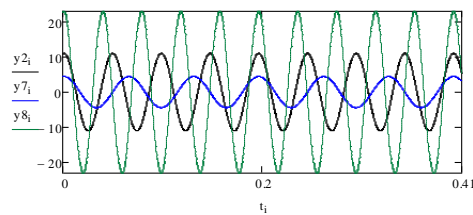


Figura 5.3.1.12 - FO na V da 2ª, 7ª e 8ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

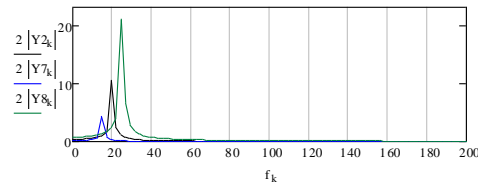


Figura 5.3.1.13 - EF FFT na V da 2ª, 7ª e 8ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

A demonstração que a amplitude de vibração (a) varia proporcionalmente com o quadrado da velocidade de rotação angular (w), foi efectuada realizando a regressão da parábola pelo método dos mínimos quadrados, ilustra na Figura 5.3.1.14.

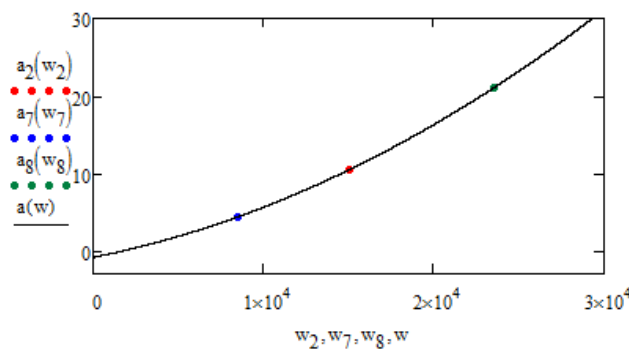


Figura 5.3.1.14 - Regressão da parábola entre a amplitude máxima e a velocidade angular da 2ª, 7ª e 8ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

A parábola de equação $a(w) = c_0 + c_1 \cdot w + c_2 \cdot w^2$ apresenta os coeficientes c_0 , c_1 e c_2 iguais, respectivamente, a $-0,9$; 0 e $2,1 \times 10^{-8}$. O coeficiente c_0 representa o ponto onde a parábola intersecta o eixo das ordenadas (eixo das amplitudes - a) e o coeficiente c_2 é o parâmetro que confere o sentido da concavidade da parábola ($c_2 > 0$ implica concavidade virada para cima).

Do mesmo modo, a comparação do efeito das diferentes massas de desequilíbrio utilizadas na 2ª, 9ª e 10ª simulação foi realizada utilizando as próximas figuras.

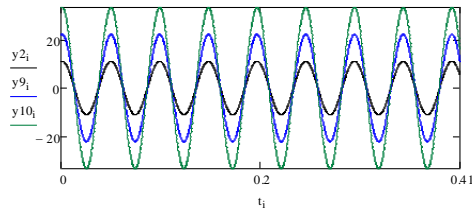


Figura 5.3.1.15 - FO na V da 2ª, 9ª e 10ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

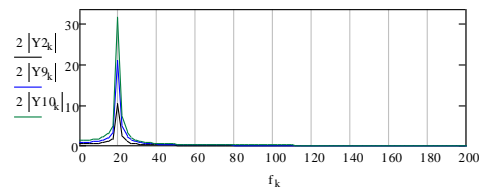


Figura 5.3.1.16 - EF FFT na V da 2ª, 9ª e 10ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

A validação que a amplitude de vibração varia proporcionalmente com massa de desequilíbrio (m_d) foi efectuada determinando, pelo método dos mínimos quadrados, a regressão linear da recta representada na Figura 5.3.1.17.

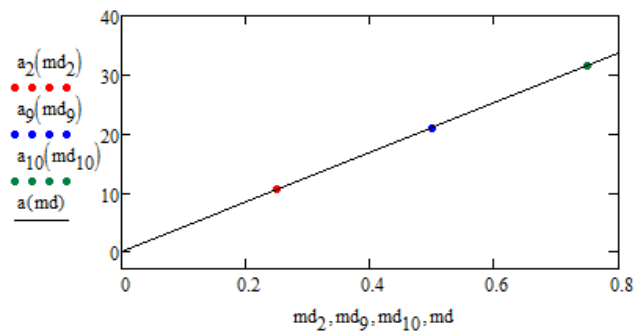


Figura 5.3.1.17 - Regressão linear da recta entre a amplitude máxima e a massa de desequilíbrio da 2ª, 9ª e 10ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

A recta de equação $a(m_d) = m \cdot m_d + b$ apresenta um declive m de $42,1$ e intersecta o eixo das ordenadas (eixo das amplitudes - a) no ponto b $-0,08$ mm/s.

Na 2ª e na 11ª simulação obteve-se na amplitude máxima visualizada, respectivamente, um ângulo de fase (ϕ) na V de $28,5^\circ$ e de $119,7^\circ$. Com a deslocação da massa de desequilíbrio (m_d) em 90° relativamente à posição da 2ª simulação, o ângulo de fase previsto na 11ª simulação seria de $118,5^\circ$ ($28,5^\circ + 90^\circ$). As seguintes figuras representam o espectro de fase

obtido na 2ª e na 11ª simulação. Foram obtidos através da função *angle* do *Mathcad 14* que calcula, em radianos, o ângulo polar de um número complexo, ou seja, determina o ângulo entre o eixo xx e a linha que contém a origem e o ponto (x,y).

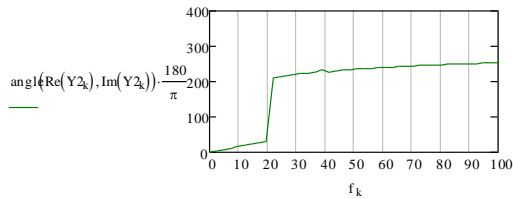


Figura 5.3.1.18 - Espectro de fase na V da 2ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

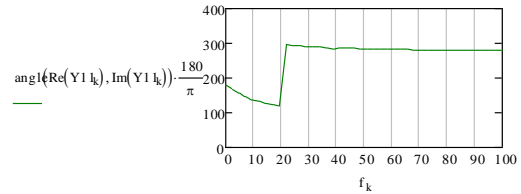


Figura 5.3.1.19 - Espectro de fase na V da 11ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

A Tabela 5.3.1.10 indica os valores pico das formas de onda e as amplitudes máximas dos EF FFTs obtidos nas diversas simulações.

Simulação	Pico na H (mm/s)	Pico na V (mm/s)	Amplitude máxima na H (mm/s)	Amplitude máxima na V (mm/s)
1ª	0,13	0,13	0,12	0,13
2ª	11,12	11,06	10,35	10,46
3ª	0,24	0,13	0,22	0,12
4ª	20,13	11,07	18,61	10,47
5ª	93,36	12,66	88,09	10,57
6ª	11,14	11,08	10,37	10,49
7ª	4,46	4,44	4,26	4,33
8ª	23,34	23,09	20,90	21,03
9ª	22,38	22,17	20,74	20,98
10ª	33,79	33,33	31,19	31,54
11ª	11,12	11,06	10,48	10,33

Tabela 5.3.1.10 - Valores pico e da amplitude máxima do modelo do desequilíbrio estático nas diferentes simulações

Por último, a Figura 5.3.1.20 e a Figura 5.3.1.21 ilustram a órbita adquirida na 1ª e na 5ª simulação.

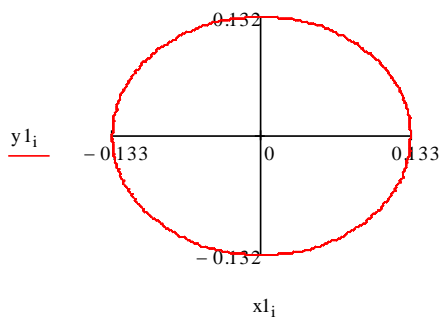


Figura 5.3.1.20 - Órbita da 1ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

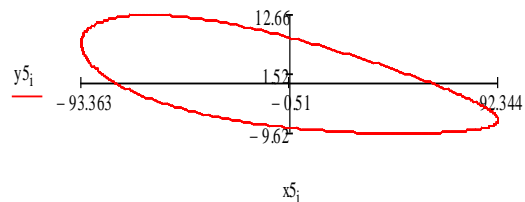


Figura 5.3.1.21 - Órbita da 5ª simulação do modelo do desequilíbrio estático

5.3.1.4 - Discussão da Simulação do Desequilíbrio Estático

Através das simulações do modelo do desequilíbrio estático utilizando o *WM 2D*, comprovou-se que a vibração predominante e sempre presente ocorre, aproximadamente, a $1 \times \text{rpm}$ (frequência de rotação), como podemos observar através dos EF FFTs obtidos. A frequência de rotação não ocorre exactamente a 20 Hz devido à largura de banda considerada, ou seja, este fenómeno ocorre porque a largura da banda escolhida não é um múltiplo da frequência de rotação. Também, confirmou-se com o cálculo do Factor Crista, que as formas de onda obtidas, nas diversas simulações, exibem, aproximadamente, uma harmónica perfeita ($FC \cong 1,414$), como mostra a Tabela 5.3.1.9. A variação dos valores do Factor Crista na horizontal e na vertical, nos casos que se considerou uma máquina ideal, deve-se, possivelmente, à presença da força da gravidade.

Na 1ª e na 3ª simulação, utilizando uma massa de desequilíbrio de 3×10^{-3} kg, apesar de se ter obtido os sintomas característicos do desequilíbrio, o modelo não simula, conforme a norma ISO 10816-3, a presença da avaria provocada pelo desequilíbrio devido à vibração ter um *RMS*, em ambas as direcções, menor que 4,5 mm/s. Depois, com a adição de uma massa de desequilíbrio de $2,5 \times 10^{-1}$ kg, verificou-se, na 2ª e na 4ª simulação, o aumento do valor do *RMS* que indica a presença da avaria provocada pelo desequilíbrio mecânico.

Nos casos em que se simulou uma máquina ideal, como podemos visualizar através da Figura 5.3.1.7, obteve-se, aproximadamente, em ambas as direcções semelhantes amplitudes a $1 \times \text{rpm}$ devido à igual rigidez equivalente de translação utilizada na horizontal e na vertical. No entanto, as amplitudes na direcção horizontal são maiores do que as da direcção vertical, provavelmente, devido à força da gravidade considerada. Desta forma, depreende-se que a vibração na horizontal nunca pode ser igual à da vertical.

Nas simulações que se considerou uma máquina real (3ª, 4ª e 5ª simulação), como podemos constatar através da Figura 5.3.1.9, a amplitude a $1 \times \text{rpm}$ na horizontal é maior do que na vertical, devido à menor rigidez equivalente do sistema na horizontal em relação à vertical. Também, verificou-se, através das amplitudes máximas (ver Tabela 5.3.1.10), que à medida que a rigidez equivalente na horizontal diminui em relação à rigidez equivalente na vertical, a amplitude a $1 \times \text{rpm}$ aumenta em ambas as direcções. Desta forma, constatou-se que a amplitude $1 \times \text{rpm}$ no desequilíbrio estático é fortemente dependente da sua rigidez.

Na 5ª simulação verificou-se o aumento excessivo da amplitude na direcção horizontal (ver Tabela 5.3.1.10), comprovando-se, assim, que o sistema passa pela ressonância durante o arranque.

Comparando a 2ª com a 6ª simulação, obteve-se, aproximadamente, uma resposta igual (ver Figura 5.3.1.10 e Figura 5.3.1.11), demonstrando-se, desta forma, que diferentes massas de desequilíbrio com diferentes raios poderão causar desequilíbrios iguais uma vez que o desequilíbrio é determinado pela equação 21.

Através da comparação da 2ª, 7ª e 8ª simulação, constatou-se, com a obtenção da regressão da parábola (ver Figura 5.3.1.14), que a amplitude de vibração varia proporcionalmente com o quadrado da velocidade de rotação, o que torna o desequilíbrio grave quanto mais rotativa for a máquina.

Também, demonstrou-se, com a comparação da 2ª, 9ª e 10ª simulação, que a amplitude de vibração varia proporcionalmente com a massa de desequilíbrio, como evidencia a regressão linear da recta indicada na Figura 5.3.1.17.

Na 11ª simulação, com a deslocação da massa de desequilíbrio em 90° em relação à posição da massa de desequilíbrio da 2ª simulação, obteve-se um ângulo de fase de 119,7°. Como o ângulo de fase previsto é de 118,5°, adquiriu-se um ângulo de fase com um erro absoluto de 1,1°, comprovando-se, assim, como refere Sheffer e Girdhar (2004), que a fase é um indicador da localização do desequilíbrio. Além disso, através da Figura 5.3.1.18 e da Figura 5.3.1.19, verificou-se que a fase permanece estável.

Por fim, foi ilustrado a órbita da 1ª e da 5ª simulação (ver Figura 5.3.1.20 e Figura 5.3.1.21), apenas para exemplificar que essa medida da vibração permite, também, muito facilmente verificar comportamentos inadequados do rotor. Por exemplo, a órbita do rotor representada na Figura 5.3.1.20 descreve praticamente um círculo devido à igual rigidez do sistema em ambas as direcções enquanto que a órbita, apresentada na Figura 5.3.1.21, desloca-se, consideravelmente, mais na horizontal devido à passagem do sistema pela ressonância durante o arranque.

Também é importante referir que ocorreu, em todas as simulações, o efeito de *leakage* no processamento dos EF FFTs, como mostra a Tabela 5.3.1.10 (diminuição das amplitudes).

5.3.1.5 - Simulação da Equilibragem em Um Plano

A equilibragem vai ser efectuada para a 2ª simulação (máquina ideal) segundo a equilibragem no próprio local através do Método Vectorial.

Utilizando a tabela indicada no Anexo 4, considerou-se o modelo com um grau de qualidade da equilibragem $G 6.3$ que, conforme a norma ISO 1940, corresponde aos rotores mais comuns em aplicações normais (ventiladores, bombas, motores, máquinas em geral, etc.). Com o grau de qualidade e considerando uma velocidade de rotação máxima de serviço de 1200 rpm, determinou-se a excentricidade residual máxima admissível ($e_{m\acute{a}x}$) de 55 μm através do diagrama fornecido pela norma ISO 1940-1 (Anexo 4). De seguida, efectuou-se o cálculo do desequilíbrio residual máximo admissível ($U_{m\acute{a}x}$), bem como da massa de desequilíbrio residual máxima admissível ($m_{m\acute{a}x}$), utilizando a seguinte equação:

$$U_{m\acute{a}x} = m \cdot e_{m\acute{a}x} = m_{m\acute{a}x} \cdot r_d \quad (\text{Eq. 28})$$

Obteve-se um desequilíbrio residual máximo admissível de 715 g.mm e uma massa de desequilíbrio residual máxima admissível de 17,87 g. Como o $U_{res} \geq U_{m\acute{a}x}$ existe ($U_{res} = 1 \times 10^4$ g.mm), como refere a norma ISO 1940-1, a necessidade de se efectuar a equilibragem.

A equilibragem foi realizada através do Método Vectorial tendo em conta os seguintes passos e considerações. Inicialmente, na condição normal de serviço, mediu-se a amplitude e o ângulo de fase com a máquina em funcionamento e obteve-se o vector \vec{V}_0 responsável pelo desequilíbrio do rotor. Depois, com a máquina parada, adicionou-se ao rotor uma massa de teste⁷⁸ ou de ensaio com o mesmo raio que o raio de desequilíbrio e na posição relativa ($3,5 \times 10^{-2}$; 2×10^{-2})⁷⁹.

Como a massa de ensaio deve ser cinco a dez vezes a massa residual admissível (ISO 1940-1), foi considerado uma massa de ensaio com 178,70 g ($m_e = 10 \cdot m_{m\acute{a}x}$). Ligou-se a máquina e mediu-se, novamente, a amplitude e o ângulo de fase e adquiriu-se o vector \vec{V}_1 que resulta

⁷⁸ A norma 1940 aconselha que a massa de teste deve provocar um desequilíbrio cinco a dez vezes o desequilíbrio residual máximo admissível.

⁷⁹ Ponto escolhido arbitrariamente conforme aconselha a norma ISO 1940-1.

da combinação do desequilíbrio inicial com o desequilíbrio provocado pela adição da massa de ensaio.

No entanto, a adição da massa de ensaio pode, por vezes, não alterar a resposta dinâmica do sistema. De modo, a verificar se a selecção do valor da massa de ensaio utilizado, bem como da sua posição, estão a ter um papel suficiente para alterar desequilíbrio original, Oliveira (1998) aconselha conferir a seguinte tabela.

	$\Delta A < 25\%$	$\Delta A > 25\%$
$\Delta\phi < 25^\circ$	Aumentar a massa de ensaio	Deslocar a massa de ensaio
$\Delta\phi > 25^\circ$	Continuar	Continuar

Tabela 5.3.1.11 - Verificação da massa de ensaio no desequilíbrio (Oliveira, 1998)

Onde, $\Delta\phi$ e ΔA representa, respectivamente, a variação do ângulo de fase e a variação da amplitude entre a primeira medição e a medição com a massa de ensaio.

Contudo, Sheffer e Girdhar (2004) aconselham outros valores. Consideram, como regra, que a massa de ensaio deve resultar em pelo menos 30% da alteração da amplitude e da fase.

A partir da subtracção do vector \vec{V}_1 com o vector \vec{V}_0 calculou-se o vector resultante \vec{V}_e (amplitude e fase) que representa o efeito provocado pela adição da massa de ensaio. Seguidamente, através do ângulo de fase do vector \vec{V}_e e do vector \vec{V}_0 , determinou-se a posição angular da massa de correcção que anula o vector \vec{V}_0 , utilizando a seguinte equação (MacCamhoil, 1989):

$$\phi_c = -\phi_e + \phi_0 + 180^\circ \quad (\text{Eq. 29})$$

Onde, ϕ_c representa o ângulo de correcção do vector \vec{V}_c (graus), ϕ_e o ângulo resultante do vector \vec{V}_0 com \vec{V}_1 (graus) e ϕ_0 o ângulo de desequilíbrio do vector \vec{V}_0 (graus).

Este ângulo é medido a partir da posição da massa de ensaio. Caso este seja positivo deverá ser medido no sentido de rotação do rotor e se for negativo no sentido inverso (Oliveira, 1998).

Depois calculou-se o valor da massa de correcção através da equação 30 (Oliveira, 1998).

$$m_c = \frac{V_0 m_e}{V_e} \quad (\text{Eq. 30})$$

Onde, m_c representa a massa de correcção (kg), m_e a massa de ensaio (kg), V_0 a amplitude do vector \vec{V}_0 (mm/s) e V_e a amplitude do vector \vec{V}_e (mm/s).

Após remover a massa de ensaio, montou-se a massa de correcção com o mesmo raio que a massa de desequilíbrio e mediu-se, novamente, a amplitude e o ângulo de fase com a máquina em funcionamento e obteve-se o vector \vec{V}_2 (resulta da combinação do desequilíbrio inicial com o desequilíbrio provocado pela adição da massa de correcção). O vector \vec{V}_c foi determinado através da subtracção do vector \vec{V}_2 com o vector \vec{V}_0 . Este vector, como refere Oliveira (1998), é o vector necessário para compensar ou anular o vector de desequilíbrio. Por isso, deve ter uma amplitude igual e no sentido oposto ao vector \vec{V}_0 .

Os vectores \vec{V}_0 , \vec{V}_1 , \vec{V}_e e \vec{V}_c vão ser representados em gráficos polares a partir da referência 0° de modo a permitir a localização e a visualização do efeito destes durante a equilibragem.

5.3.1.5.1 - Resultados da Simulação da Equilibragem em Um Plano

Na condição normal de funcionamento adquiriu-se, na direcção vertical, o EF FFT ilustrado na seguinte figura.

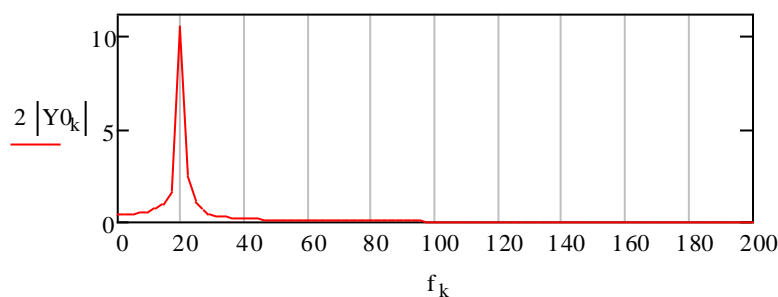


Figura 5.3.1.22 - EF FFT obtido na condição normal de funcionamento

Obteve-se que o vector \vec{V}_0 responsável pelo desequilíbrio inicial do rotor apresenta uma amplitude máxima de 10,46 mm/s (V_0) com um ângulo de fase de $28,5^\circ$ (ϕ_0).

Depois com a adição da massa de ensaio m_e ao rotor com 178,70 g mediou-se uma amplitude máxima de 5,33 mm/s (V_1) com um ângulo de fase de $72,4^\circ$ (ϕ_1) e obteve-se o vector \vec{V}_1 que resulta da combinação do desequilíbrio inicial com o desequilíbrio provocado pela adição da massa de ensaio m_e . A Figura 5.3.1.23 representa gráfico polar do vector \vec{V}_0 e do vector \vec{V}_1 .

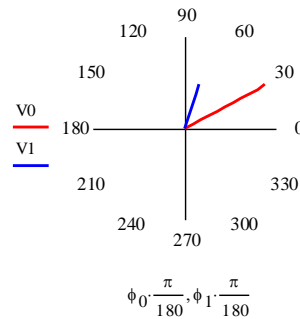


Figura 5.3.1.23 - Gráfico polar do vector \vec{V}_0 e \vec{V}_1

A partir da subtração do vector \vec{V}_1 com o vector \vec{V}_0 determinou-se o vector resultante \vec{V}_e com uma amplitude de 7,59 mm/s (V_e) e com um ângulo de fase de $179,3^\circ$ (ϕ_e) e traçou-se o gráfico polar representado na Figura 5.3.1.24.

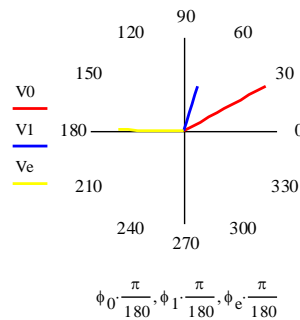


Figura 5.3.1.24 - Gráfico polar do vector \vec{V}_0 , \vec{V}_1 e \vec{V}_e

Considerando que a amplitude de vibração é proporcional à massa de desequilíbrio m_d , temos que:

$$\frac{m_d}{V_0} = \frac{m_e}{V_e} = \frac{m_c}{V_c} \quad (\text{Eq. 31})$$

Logo, como $m_d = \frac{m_e}{V_e} V_0$ determinou-se a massa de desequilíbrio m_d existente de 246,518 g.

Admitindo que a amplitude de vibração provocada pela massa de correcção tem de ser igual à amplitude do desequilíbrio inicial ($V_c = V_0$), temos que $m_c = m_d$.

Através da equação 29, obteve-se o ângulo de fase da massa de correcção de $29,2^\circ$ (ϕ_c). Como ângulo de fase da massa de correcção (ϕ_c) é maior que zero, este foi medido, relativamente à posição da massa de ensaio, no sentido da rotação. Após a adição da massa de correcção obteve-se o vector \vec{V}_2 , ilustrado na Figura 5.3.1.25, com uma amplitude de 0,29 mm/s (V_2) e com um ângulo de fase de $89,6^\circ$ (ϕ_2).

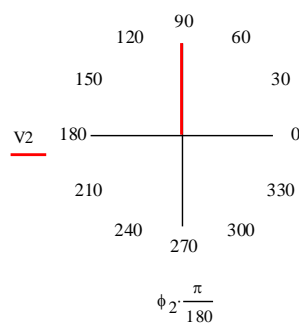


Figura 5.3.1.25 - Gráfico polar do vector \vec{V}_2

A Figura 5.3.1.26 representa o EF FFT obtido, na direcção vertical, na condição normal de funcionamento e após a adição da massa de correcção.

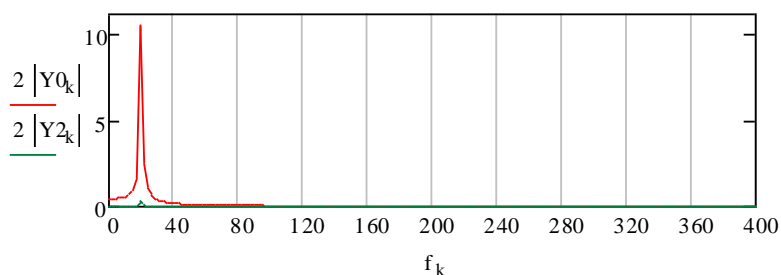


Figura 5.3.1.26 - EF FFT na condição normal de funcionamento e após a adição da massa de correcção

O vector \vec{V}_c que resulta do efeito da massa de correcção foi determinado através da subtracção do vector \vec{V}_2 com o vector \vec{V}_0 . Obteve-se uma amplitude de 10,33 mm/s (V_c) com um ângulo de fase de $207,1^\circ$ (ϕ_c). A Figura 5.3.1.27 ilustra o vector \vec{V}_0 , o \vec{V}_2 e o \vec{V}_c .

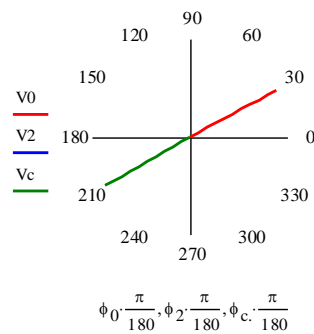


Figura 5.3.1.27 - Gráfico polar do vector \vec{V}_0 , \vec{V}_2 e \vec{V}_c

Considerando a equação 28 obteve-se a massa de correcção existente de 243,27 g. Subtraindo a massa de desequilíbrio existente pela massa de correcção existente obteve-se uma nova massa de desequilíbrio de 3,24 g. Como a nova massa de desequilíbrio encontra-se dentro dos limites especificados ($m_d \leq m_{m\acute{a}x} = 17,87$ g) a equilibragem encontra-se finalizada.

5.3.1.5.2 - Discussão da Simulação da Equilibragem em Um Plano

A equilibragem em um plano realizada no *WM 2D*, utilizando o método vectorial, foi bem sucedida, como podemos verificar através do EF FFT representado pela Figura 5.3.1.26 ou através do gráfico polar representado pela Figura 5.3.1.27. Ou seja, após a adição da massa de correcção (m_c) houve a redução significativa da amplitude a $1\times\text{rpm}$ devido ao vector \vec{V}_c (10,33 mm/s) ter sido, aproximadamente, igual e no sentido contrário ao vector \vec{V}_0 (10,46 mm/s), reduzindo, assim, o desequilíbrio inicial.

5.3.2 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desaperto entre a Máquina e a Base

O desaperto mecânico (*mechanical looseness*), ou também designado por folga mecânica, corresponde a outro tipo de avaria que pode ocorrer em máquinas rotativas. Embora possa acontecer muitas formas de desaperto mecânico numa máquina, conforme Sheffer e Girdhar (2004), existem, principalmente, os seguintes tipos⁸⁰:

- ⚡ Desaperto em montagens internas⁸¹;
- ⚡ Desaperto entre a máquina e a base⁸²;
- ⚡ Desaperto estrutural.

Destes tipos de desaperto, apenas se vai estudar a sintomatologia vibracional do desaperto entre a máquina e a base. Este tipo de avaria está associado, por exemplo, quando os parafusos de fixação da máquina não estão apertados o suficiente para resistir às forças dinâmicas exercidas pela máquina, como ilustra a Figura 5.3.2.1 e a Figura 5.3.2.2, ou devido a danos (desgaste) na sua base ou fundação (Sheffer e Girdhar, 2004).

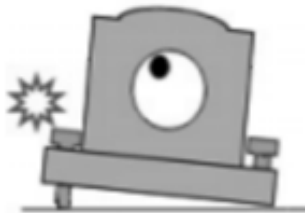


Figura 5.3.2.1- Exemplo do desaperto entre a máquina e a base (Sheffer e Girdhar, 2004)

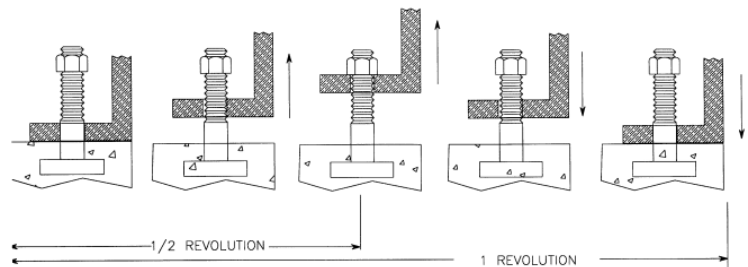


Figura 5.3.2.2 - Exemplo do desaperto entre a máquina e a base no plano vertical (Mobley, 1999)

Este tipo de avaria proporciona, geralmente, como mostra a Figura 5.3.2.3, uma série de componentes harmónicas de $1 \times \text{rpm}$ (componentes múltiplas de $1 \times \text{rpm}$) e em certos casos as suas sub-harmónicas⁸³ ($1/2 \times \text{rpm}$; $1/3 \times \text{rpm}$; etc.) e inter-harmónicas⁸⁴ ($1/2 \times \text{rpm}$; $3/2 \times \text{rpm}$; etc.). As inter-harmónicas resultam, segundo Mobley (1999), do impacto da máquina ao

⁸⁰ Para Mobley (1999) existe mais um tipo principal de desaperto designado por desaperto horizontal que ocorre devido à flexão dos apoios da máquina em relação ao plano horizontal.

⁸¹ Também designado, na literatura, por desaperto rotativo ou por desaperto dos elementos rotativos. Ocorre devido a folgas entre os elementos estáticos e rotativos da máquina, como por exemplo, entre o veio e a chumaceira (Sampaio, 2011).

⁸² Avaria também designada por pata coxa (*soft foot*). Este tipo é causado, conforme afirma Sheffer e Girdhar (2004), por folgas estruturais ou devido a imperfeições nos pés da base ou fundação.

⁸³ Uma sub-harmónica é uma quantidade sinusoidal com uma frequência que é submúltipla integrante de uma determinada frequência característica fundamental de uma quantidade periódica ao qual ela está relacionada (Piesol e Paez, 2010).

⁸⁴ São, na maioria das situações, cerca de metade das componentes harmónicas (Mobley, 1999).

atingir os parafusos (limite superior do curso) e as várias componentes harmónicas do maior impacto da máquina ao regressar à sua posição inicial, como exemplifica a Figura 5.3.2.2. A diferença de amplitudes entre as componentes harmónicas e as inter-harmónicas deve-se, de acordo com este último autor, ao efeito da força de gravidade, ou seja, no caso da máquina atingir o limite superior, a força de impacto resulta da diferença entre a força de elevação e a força de gravidade e no caso da máquina atingir o limite inferior resulta da soma da força de gravidade com a força resultante do desequilíbrio.

A vibração gerada, em qualquer tipo de desaperto, pode ter uma direcção predominante⁸⁵, sendo, normalmente, mais elevada na direcção radial do que na direcção axial e a sua fase, geralmente, é instável (Sheffer e Girdhar, 2004). Neste tipo ocorre, também, frequentemente um desfasamento grande entre a chumaceira e a base na direcção vertical, aproximadamente, de 180° (Sampaio, 2011).

Também, no caso do desaperto se agravar, as amplitudes das harmónicas irão aumentar relativamente à amplitude de 1×rpm (Silva, 2005).

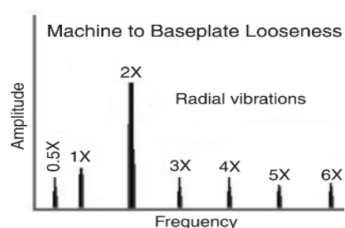


Figura 5.3.2.3 - Exemplo do EF no desaperto entre a máquina e a base (Sheffer e Girdhar, 2004)

Desta forma, ambiciona-se desenvolver um modelo do desaperto entre a máquina e a base que apresente um EF FFT com várias componentes harmónicas e que a fase de vibração seja instável.

⁸⁵ A vibração predominante ocorre na direcção de menor rigidez (Sampaio, 2011).

5.3.2.1 - Descrição do Modelo

O modelo criado e simulado, no *WM 2D*, do desaperto entre a máquina e a base encontra-se representado na Figura 5.3.2.4. Representa, do mesmo modo que o modelo anterior, um rotor rígido suportado por uma chumaceira.

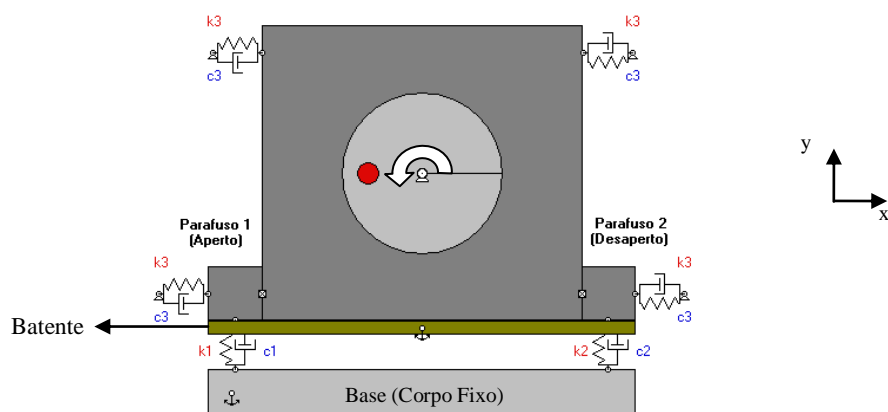


Figura 5.3.2.4 - Modelo do desaperto entre a máquina e a base no *WM 2D*

O desaperto foi simulado reduzindo uma das suas constantes de rigidez na vertical (k_2) com o objectivo de simular o desaperto de um dos parafusos da chumaceira. Também, como o desaperto provoca constante impactos da chumaceira com a base foi criado um batente de forma a simular esse efeito.

O sistema apresenta quatro GDL, conforme a equação 20, e foi considerado que inicialmente encontra-se em equilíbrio estático.

5.3.2.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo

Tal como no modelo do desequilíbrio estático, as propriedades físicas características da vibração (m , k e c) foram atribuídas de forma a simular uma vibração sub-amortecida.

Foi considerado que a chumaceira e o rotor (veio) apresentam a mesma massa utilizada no modelo do desequilíbrio estático. Este modelo foi estudado segundo nove simulações distintas. Algumas das propriedades físicas consideradas nas simulações encontram-se expostas na seguinte tabela.

Simulação	Massa de Desequilíbrio - m_d (kg)	Velocidade de Rotação do Veio - n (rpm)	Constantes de Rigidez da Chumaceira na H - k_3 (N/m)	Constante de Rigidez do Parafuso Desapertado na V - k_2 (N/m)	Constante de Rigidez do Parafuso Apertado na V - k_1 (N/m)	Folga entre o Batente e Máquina (m)
1 ^a	3×10^{-3}	1200	$2,5 \times 10^5$	0	1×10^6	7×10^{-4}
2 ^a	5×10^{-2}	1200	$2,5 \times 10^5$	0	1×10^6	7×10^{-4}
3 ^a	5×10^{-2}	1200	2×10^5	0	1×10^6	7×10^{-4}
4 ^a	5×10^{-2}	1200	2×10^5	1×10^3	1×10^6	7×10^{-4}
5 ^a	5×10^{-2}	1200	2×10^5	2×10^4	1×10^6	7×10^{-4}
6 ^a	5×10^{-2}	1200	2×10^5	5×10^4	1×10^6	7×10^{-4}
7 ^a	5×10^{-2}	1500	2×10^5	0	1×10^6	7×10^{-4}
8 ^a	5×10^{-2}	1200	2×10^5	0	1×10^6	1×10^{-3}
9 ^a	5×10^{-2}	1200	2×10^5	0	1×10^6	4×10^{-4}

Tabela 5.3.2.1 - Propriedades físicas atribuídas no modelo do desaperto entre a máquina e base nas diferentes simulações

Na 1^a e na 2^a simulação considerou-se uma máquina ideal (rigidez equivalente de translação na H igual à da V) e nas restantes simulações uma máquina real.

Nas duas primeiras simulações pretende-se verificar o efeito da massa de desequilíbrio (efeito da carga de desequilíbrio) e na 3^a, 4^a, 5^a e 6^a simulação o efeito da rigidez do parafuso desapertado.

Na 7^a simulação alterou-se, apenas, a velocidade de rotação do veio em relação à usada na 3^a simulação com o objectivo de averiguar o efeito da velocidade de rotação no desaperto (efeito da carga de desequilíbrio).

Por fim, nas últimas duas simulações ambiciona-se investigar o efeito da folga entre o batente (base) e a máquina no desaperto, relativamente à 3^a simulação.

Todas as simulações foram efectuadas considerando as constantes de amortecimento na horizontal e na vertical, respectivamente, com 250 e 500 Ns/m. A rigidez e o amortecimento equivalente de translação do sistema, na horizontal e na vertical, foram calculados utilizando a equação 22 e 23. A Tabela 5.3.2.2 exhibe a rigidez e o amortecimento equivalente de translação do sistema obtido nas nove simulações.

Simulação	Rigidez Equivalente na H - $k_{eq,h}$ (N/m)	Rigidez Equivalente na V - $k_{eq,v}$ (N/m)	Amortecimento Equivalente na H - $c_{eq,h}$ (Ns/m)	Amortecimento Equivalente na V - $c_{eq,v}$ (Ns/m)
1 ^a	1×10^6	1×10^6	1×10^3	1×10^3
2 ^a	1×10^6	1×10^6	1×10^3	1×10^3
3 ^a	8×10^5	1×10^6	1×10^3	1×10^3
4 ^a	8×10^5	1×10^6	1×10^3	1×10^3
5 ^a	8×10^5	$1,01 \times 10^6$	1×10^3	1×10^3
6 ^a	8×10^5	$1,05 \times 10^6$	1×10^3	1×10^3
7 ^a	8×10^5	1×10^6	1×10^3	1×10^3
8 ^a	8×10^5	1×10^6	1×10^3	1×10^3
9 ^a	8×10^5	1×10^6	1×10^3	1×10^3

Tabela 5.3.2.2 - Rigidez e o amortecimento equivalente de translação do modelo do desaperto entre a máquina e base nas diferentes simulações

Desta forma, o modelo, em todas as simulações, apresenta um igual amortecimento equivalente, em ambas as direcções.

Através das equações 26 e 27 determinou-se, respectivamente, o factor de amortecimento equivalente e a frequência natural amortecida do sistema. A seguinte tabela mostra os factores de amortecimento equivalentes e as frequências naturais amortecidas obtidas nas diversas simulações.

Simulação	Factor de Amortecimento Equivalente na H - $\zeta_{eq,h}$	Factor de Amortecimento Equivalente na V - $\zeta_{eq,v}$	Frequência Natural Amortecida na H - $f_{eq,h}$ (Hz)	Frequência Natural Amortecida na V - $f_{eq,v}$ (Hz)
1 ^a	0,139	0,139	43,3	43,3
2 ^a	0,138	0,138	43,2	43,2
3 ^a	0,155	0,138	38,5	43,2
4 ^a	0,155	0,138	38,5	43,2
5 ^a	0,155	0,138	38,5	43,4
6 ^a	0,155	0,135	38,5	44,3
7 ^a	0,155	0,138	38,5	43,2
8 ^a	0,155	0,138	38,5	43,2
9 ^a	0,155	0,138	38,5	43,2

Tabela 5.3.2.3 - Factor de amortecimento equivalente e as frequências naturais amortecidas do modelo do desaperto entre a máquina e base nas diferentes simulações

Deste modo, o sistema, em todas as simulações e em ambas as direcções, deve exibir uma vibração sub-amortecido ($\zeta_{eq} < 1$) e durante o arranque não deve passar pela ressonância (frequência natural amortecida maior que a frequência de excitação).

A deflexão estática e o comprimento livre de cada mola foi determinado considerando, respectivamente, a equação 24 e 25. A Tabela 5.3.2.4 exhibe a deflexão estática e o comprimento livre de cada mola, nas diversas simulações, para um comprimento actual de cada mola de 0,037 m.

Simulações	Deflexão estática - δ_{st} (m)	Comprimento livre de cada mola - y_{livre} (m)
1 ^a	$1,3 \times 10^{-4}$	0,037128
2 ^a , 3 ^a , 7 ^a , 8 ^a e 9 ^a	$1,3 \times 10^{-4}$	0,037128
4 ^a	$1,3 \times 10^{-4}$	0,037128
5 ^a	$1,3 \times 10^{-4}$	0,037127
6 ^a	$1,2 \times 10^{-4}$	0,037122

Tabela 5.3.2.4 - Deflexão estática e o comprimento livre de cada mola do modelo do desaperto entre a máquina e base nas diferentes simulações

5.3.2.3 - Resultados da Simulação do Desaperto entre a Máquina e a Base

Os valores obtidos do *RMS* nas diversas simulações encontram-se indicados na seguinte tabela.

Simulação	<i>RMS</i> na H (mm/s)	<i>RMS</i> na V (mm/s)
1 ^a	0,20	0,99
2 ^a	3,32	9,08
3 ^a	4,14	4,72
4 ^a	4,14	5,20
5 ^a	4,19	7,83
6 ^a	4,37	11,86
7 ^a	9,20	10,65
8 ^a	4,25	12,14
9 ^a	3,99	1,22

Tabela 5.3.2.5 - Valores do *RMS* do modelo do desaperto entre a máquina e a base nas diferentes simulações

Na 1^a simulação, considerando uma máquina ideal com uma massa de desequilíbrio m_d de 3×10^{-3} kg, obteve-se os EF FFTs representados na Figura 5.3.2.5.

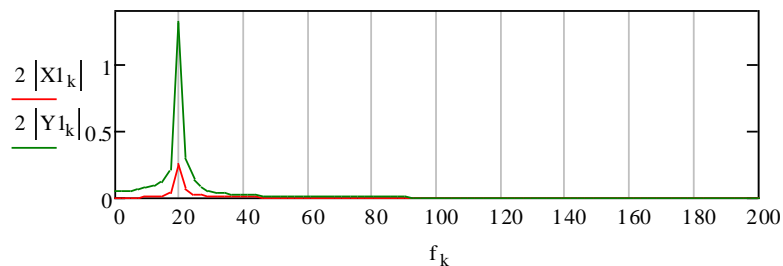


Figura 5.3.2.5 - EF FFT na H e na V da 1^a simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

Aumentando a massa de desequilíbrio m_d para 5×10^{-2} kg e mantendo as restantes propriedades físicas da 1^a simulação adquiriu-se as formas de onda e os EF FFTs ilustrados, respectivamente, através da Figura 5.3.2.6 e da Figura 5.3.2.7.

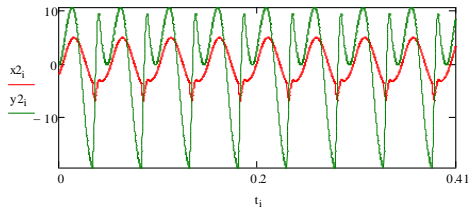


Figura 5.3.2.6 - FO na H e na V da 2ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

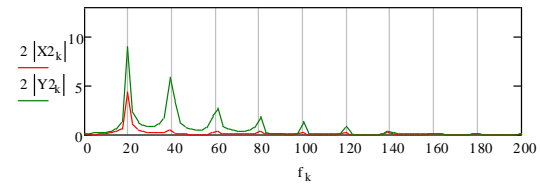


Figura 5.3.2.7 - EF FFT na H e na V da 2ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

A próxima figura representa os EF FFTs obtidos na 3ª simulação considerando uma máquina real com a rigidez do parafuso desapertado igual a 0 N/m.

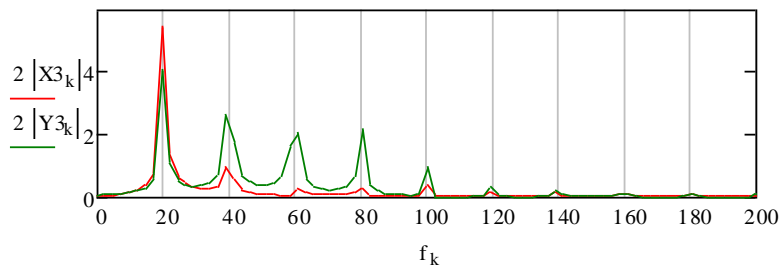


Figura 5.3.2.8 - EF FFT na H e na V da 3ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

A Figura 5.3.2.9 e a Figura 5.3.2.10 representam os espectros de fase obtidos na 3ª simulação.

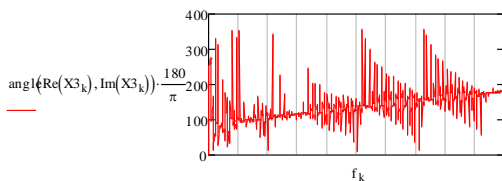


Figura 5.3.2.9 - Espectro de Fase na H da 3ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

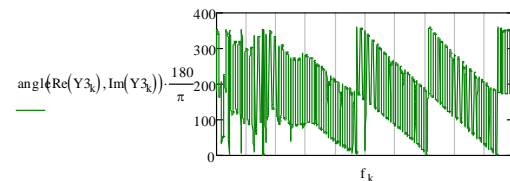


Figura 5.3.2.10 - Espectro de Fase na V da 3ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

Na 6ª simulação, considerando uma máquina real com a rigidez do parafuso desapertado igual a 5×10^4 N/m, obtiveram-se os EF FFTs ilustrados na Figura 5.3.2.11.

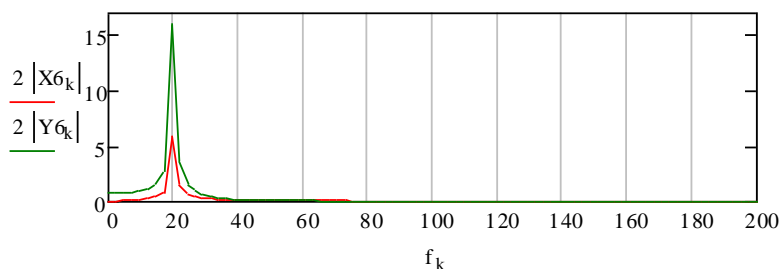


Figura 5.3.2.11 - EF FFT na H e na V da 6ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

Na 7ª simulação, alterando-se a velocidade de rotação n de 1200 rpm para 1500 rpm e mantendo as restantes propriedades físicas da 3ª simulação, obtiveram-se os EF FFTs representados na Figura 5.3.2.12.

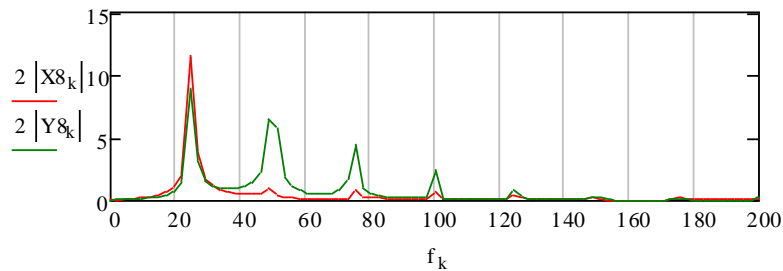


Figura 5.3.2.12 - EF FFT na H e na V da 7ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

Nas últimas duas simulações, alterando-se a folga do batente e mantendo-se as propriedades físicas da 3ª simulação, obtiveram-se os seguintes EF FFTs.

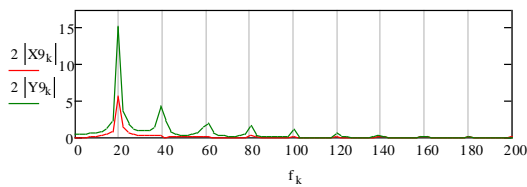


Figura 5.3.2.14 - EF FFT na H e na V da 8ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

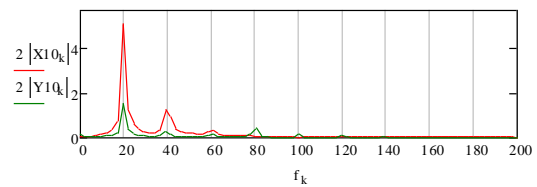


Figura 5.3.2.13 - EF FFT na H e na V da 9ª simulação do modelo do desaperto entre a máquina e a base

A Tabela 5.3.2.6 mostra as amplitudes máximas das componentes harmónicas dos EF FFTs obtidos nas diversas simulações.

Amplitudes Máximas na H (mm/s)				
Simulação	Frequência a 1×rpm	Frequência a 2×rpm	Frequência a 3×rpm	Frequência a 4×rpm
1 ^a	0,26	0,01	0,01	0,00
2 ^a	4,31	0,46	0,38	0,34
3 ^a	5,35	0,95	0,29	0,27
4 ^a	5,34	0,93	0,28	0,26
5 ^a	5,47	0,66	0,28	0,29
6 ^a	5,79	0,17	0,11	0,07
7 ^a	11,66	0,95	0,88	0,72
8 ^a	5,60	0,40	0,15	0,26
9 ^a	5,04	1,24	0,32	0,06
Amplitudes Máximas na V (mm/s)				
Simulação	Frequência a 1×rpm	Frequência a 2×rpm	Frequência a 3×rpm	Frequência a 4×rpm
1 ^a	1,32	0,03	0,01	0,01
2 ^a	8,91	5,75	2,75	1,89
3 ^a	4,02	2,61	2,02	2,13
4 ^a	4,58	2,80	2,15	2,29
5 ^a	7,68	4,43	2,70	2,36
6 ^a	15,82	0,23	0,10	0,05
7 ^a	9,03	6,52	4,55	2,40
8 ^a	14,96	4,31	2,03	1,62
9 ^a	1,50	0,27	0,15	0,45

Tabela 5.3.2.6 - Amplitudes máximas do modelo do desaperto entre a máquina e a base nas diferentes simulações

5.3.2.4 - Discussão da Simulação do Desaperto entre a Máquina e a Base

Na 1^a simulação do desaperto entre a máquina e a base no *WM 2D*, considerando uma máquina ideal com uma massa de desequilíbrio de 3×10^{-3} kg e com a rigidez do parafuso desapertado igual a 0 N/m, não se obteve os sintomas característicos do desaperto, como podemos visualizar através da Figura 5.3.2.5. Depois, na 2^a simulação, aumentando a massa de desequilíbrio para 5×10^{-2} kg, verificou-se o aumento do *RMS* da vibração (ver Tabela 5.3.2.5) e o aparecimento de várias componentes harmónicas (ver Figura 5.3.2.7). Desta forma, conclui-se que o desaperto agrava-se com o aumento da massa de desequilíbrio, ou seja, com o aumento da carga de desequilíbrio (força centrífuga).

Na 3^a, 4^a, 5^a e 6^a simulação, considerando uma máquina rotativa real, verificou-se que, à medida que a rigidez do parafuso desapertado aumenta, as amplitudes das componentes harmónicas de 1×rpm aumentam na vertical, como podemos constatar através da Tabela

5.3.2.6. No entanto, quando a rigidez do parafuso desapertado atinge um valor considerável (6ª simulação) a vibração deixa de apresentar várias componentes harmónicas devido à inexistência dos impactos da chumaceira com a base, como demonstra a Figura 5.3.2.11. Além disso, com estas simulações, verificou-se que, na componente $1 \times \text{rpm}$, não ocorreu, na 5ª simulação, uma maior amplitude na direcção horizontal em relação à direcção vertical uma vez que, a direcção horizontal apresenta uma menor rigidez, ou seja, a componente $1 \times \text{rpm}$ devia apresentar uma maior amplitude na direcção da menor rigidez da chumaceira.

Em seguida, na 7ª simulação, aumentando a velocidade de rotação de 1200 rpm para 1500 rpm e mantendo as restantes propriedades físicas da 3ª simulação, verificou-se que todas as componentes harmónicas do EF FFT, na horizontal e na vertical, aumentaram de amplitude em relação às obtidas na 3ª simulação (ver Tabela 5.3.2.6). Deste modo, foi demonstrado que a amplitude de vibração do desaperto varia com a velocidade de rotação (carga de desequilíbrio), o que torna este parâmetro um grave problema nas máquinas rotativas no caso ser elevada.

Depois, com o propósito de mostrar o efeito da folga entre o batente (base) e a máquina no desaperto, realizou-se a 8ª e a 9ª simulação. Como podemos ver através da Tabela 5.3.2.6, na 8ª simulação, aumentando a folga em relação à utilizada na 3ª simulação, a componente a $1 \times \text{rpm}$ na horizontal aumentou de amplitude, bem como, a componente a $1 \times \text{rpm}$, a $2 \times \text{rpm}$ e a $3 \times \text{rpm}$ na vertical. Em relação à 9ª simulação, com a diminuição da folga relativamente à 3ª simulação, as componentes harmónicas diminuíram de amplitude na V. Assim, demonstrou-se que quanto maior for a folga entre a máquina e a base, maior é a amplitude das componentes harmónicas na V, uma vez que quanto maior for a folga maior é a força de impacto.

Desta forma, apesar de se ter adquirido, neste modelo do desaperto no *WM 2D*, o aparecimento de várias componentes harmónicas, não se obteve a presença de inter-harmónicas nem de sub-harmónicas. Foi realizado uma simulação considerando a cabeça do parafuso com o objectivo de obter as inter-harmónicas, mas sem grande êxito. No entanto, conclui-se que o aparecimento das componentes harmónicas deve-se aos sucessivos impactos da máquina com a base provocado pela diminuição da rigidez de um dos seus parafusos de fixação. Também, comprovou-se que a fase presente no desaperto é instável, como ilustra a Figura 5.3.2.9 e a Figura 5.3.2.10.

5.3.3 - Simulação da Sintomatologia Vibracional da Ressonância Estrutural

No caso de um sistema em vibração forçada, se a força de excitação tiver uma frequência (f), praticamente, igual a uma das suas frequências naturais (f_n), a vibração apresenta grandes amplitudes que podem provocar a avaria ou a falha severa do sistema. Esta situação designa-se por ressonância estrutural e ocorre nos componentes fixos da máquina, como por exemplo, na chumaceira (Sampaio, 2011).

A confirmação que um sistema se encontra em ressonância estrutural, além da amplitude elevada a uma frequência independente de $1 \times \text{rpm}$, é efectuada, conforme menciona Mobley (1999), pela variação da fase de 180° na frequência de ressonância (frequência natural), com exemplifica a Figura 5.3.3.1. No caso ilustrado, a ressonância não ocorre a 1200 rpm devido à ausência da mudança de fase, apesar da sua amplitude elevada.

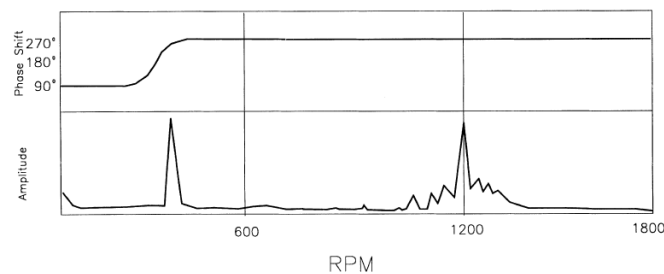


Figura 5.3.3.1 - Exemplo do espectro de fase e do EF FFT na ressonância estrutural (Mobley, 1999)

Também, a ressonância pode ser comprovada se a amplitude diminuir, consideravelmente, com a alteração da frequência de excitação (Mobley, 1999).

Para determinar as frequências naturais, a ressonância ou a velocidade crítica⁸⁶ de qualquer sistema, existe um método experimental⁸⁷, muito simples e rápido, chamado na literatura por teste de impacto. Este método consiste em aplicar uma força de impulso ou de choque (*shock*) sobre um corpo, registando, em vibração livre, a sua FO e o seu EF FFT (Sheffer e Girdhar, 2004). Imediatamente após o impacto, o corpo vai apresentar uma vibração livre amortecida

⁸⁶ Definida no capítulo 5.3.4.

⁸⁷ Outro dos métodos experimentais utilizado designa-se por *shaker* (agitador). Consiste em excitar o sistema, por exemplo com um motor de velocidade variável, a diferentes frequências, varrendo, assim, as suas frequências naturais com o aumento da sua amplitude (Mobley, 1999). Também, podem ser obtidas pelo teste *run-up* e *coast-down* (definido no capítulo 5.3.4.1).

com a amplitude a reduzir exponencialmente devido ao efeito do amortecimento e as principais frequências presentes no EF FFT correspondem às frequências naturais do corpo.

Pretende-se, assim, desenvolver um modelo de uma máquina rotativa que comprove que a resposta de vibração exibe uma grande amplitude quando o sistema for excitado por uma frequência igual à frequência natural do sistema e que a frequência de ressonância manifesta uma variação de fase de 180° .

5.3.3.1 - Descrição do Modelo

A Figura 5.3.3.2 representa o modelo da ressonância estrutural desenvolvido e simulado com quatro GDL no *WM 2D*. Considerou-se, novamente, que no instante inicial ($t = 0$ s) o modelo encontra-se em equilíbrio estático, ou seja, o modelo não exhibe inicialmente a deflexão estática provocada pelo seu peso.

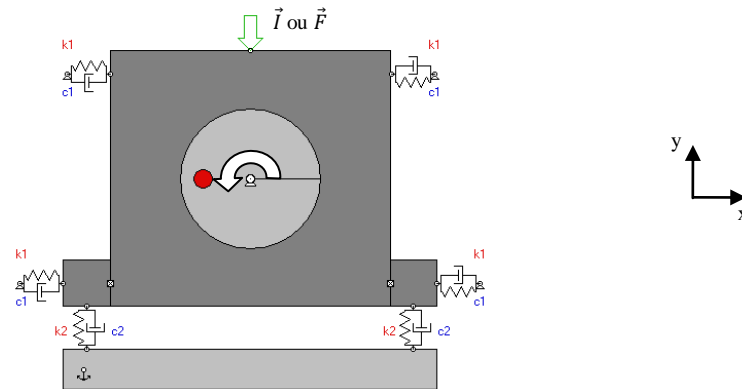


Figura 5.3.3.2 - Modelo da ressonância estrutural no *WM 2D*

Inicialmente, mediu-se a vibração do sistema na sua condição normal de funcionamento com uma frequência de rotação inferior à sua frequência natural de forma que o sistema não entre em ressonância durante o arranque. De seguida, realizou-se o teste de impacto com o objectivo de comprovar que este método experimental permite determinar as frequências naturais de um sistema. Foi realizado com o sistema em repouso (veio sem velocidade de rotação), aplicando, no meio da chumaceira, uma força de impulso \vec{I} de curta duração na direcção vertical, conforme a seguinte equação:

$$\vec{I} = (0; if(\text{and}(t_i < t, t \leq t_f, F_y, 0) \quad (\text{Eq. 32})$$

Onde, \vec{I} representa o vector da força de impulso (N), F_y a intensidade constante da força de impulso segundo o eixo dos yy (N), t_i o tempo inicial da força de impulso (s) e o t_f o tempo final da força de impulso (s).

A equação 32 escrita segundo a linguagem de programação do *WM 2D*, resulta, como afirma Inman (2001), em aplicar um impulso \vec{I} quando ocorre uma força \vec{F} constante durante um

intervalo de tempo Δt . O impulso⁸⁸ no tempo, exemplificado através da Figura 5.3.3.3, manifesta-se através da equação 33.

$$I(\varepsilon) = \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau+\varepsilon} F(t) \cdot dt \quad (\text{Eq. 33})$$

Onde, $I(\varepsilon)$ representa o impulso em função de um pequeno número positivo ε (N.s) e τ o tempo médio do intervalo de tempo da força de impulso (s).

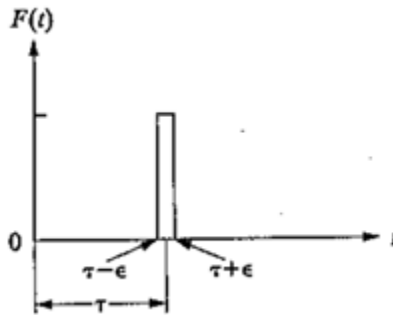


Figura 5.3.3.3 - Exemplo de um impulso ou choque no tempo (Inman, 2001)

Na realização do teste de impacto foi considerado uma força de impulso com uma grande intensidade ($F_y = -500$ N) com o propósito de excitar mais facilmente a elevada frequência natural do sistema na direcção y, isto porque, quanto mais elevada for a frequência natural mais energia é necessária para excitá-la. Esta conclusão foi estabelecida através da comparação do EF FFT obtido por duas forças de impulso diferentes. A Figura 5.3.3.4 e a Figura 5.3.3.5 ilustram, respectivamente, o EF FFT adquirido por uma força de impulso com 300 N e com 500 N.

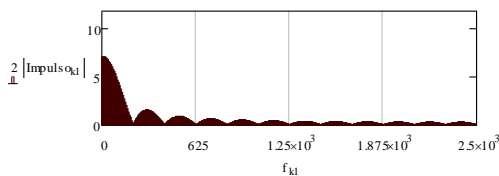


Figura 5.3.3.4 - EF FFT obtido por uma força de impulso com 300 N

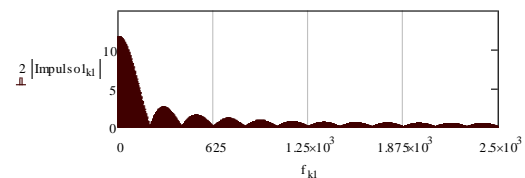


Figura 5.3.3.5 - EF FFT obtido por uma força de impulso com 500 N

⁸⁸ O impulso mede a variação da quantidade de movimento de um corpo.

Também, o teste de impacto foi efectuado segundo dois intervalos de tempo diferentes (0,005 s e 0,001s). As seguintes figuras representam as forças de impulso utilizadas nos dois casos, bem como, o seu respectivo EF FFT.

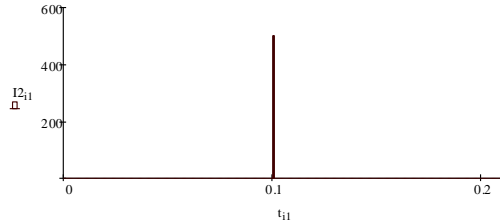


Figura 5.3.3.6 - Sinal no tempo da força de impulso aplicada durante um intervalo de tempo de 0,001 s

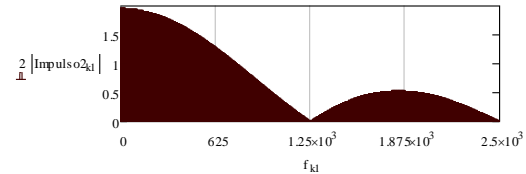


Figura 5.3.3.7 - EF FFT da força de impulso aplicada durante um intervalo de tempo de 0,001 s

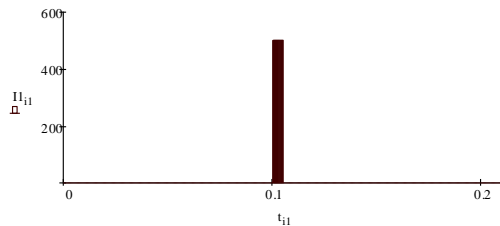


Figura 5.3.3.8 - Sinal no tempo da força de impulso aplicada durante um intervalo de tempo de 0,005 s

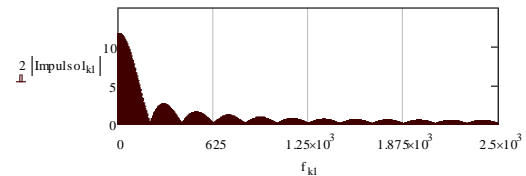


Figura 5.3.3.9 - EF FFT da força de impulso aplicada durante um intervalo de tempo de 0,005 s

Efectuaram-se esses dois testes com o objectivo de comprovar que quanto mais pequeno for o intervalo de tempo da força de impulso, mais frequências se conseguem excitar devido a uma maior distribuição da energia por mais frequências, apesar das suas amplitudes diminuírem, como comprova a Figura 5.3.3.7 e a Figura 5.3.3.9.

Depois da realização do teste impacto, aplicou-se, no meio da chumaceira com o sistema mecânico em funcionamento, uma força de excitação harmónica (periódica) exterior na direcção vertical, com uma frequência igual à frequência natural considerada ($f = f_n$), apresentando a seguinte expressão segundo a linguagem de programação do *WM 2D*:

$$\vec{F} = (0; A_y \text{Cos}(2\pi f \cdot t)) \quad (\text{Eq. 34})$$

Onde, \vec{F} representa o vector da força de excitação harmónica (N), A_y a intensidade da força de excitação segundo o eixo dos yy (N) e f a frequência da excitação (Hz).

De seguida, alterou-se a frequência de excitação f da força exterior para um valor inferior à frequência natural considerada com o objectivo de confirmar que a amplitude diminui

substancialmente quando o sistema deixa de ser excitado por uma das suas frequências naturais, comprovando-se, assim, a ressonância.

Por fim, foi medido a vibração do sistema durante o seu arranque, considerando a frequência da força de excitação exterior superior à frequência natural considerada de modo a comprovar que a fase varia 90° quando o sistema passa pela ressonância. Este sintoma pode ser verificado, conforme refere Mobley (1999), durante a realização do teste *run-up*⁸⁹.

⁸⁹ Definido no capítulo 5.3.4.1.

5.3.3.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo

O modelo foi simulado com o objectivo de se obter uma vibração sub-amortecida com um factor de amortecimento muito pequeno.

A chumaceira, o veio e a massa de desequilíbrio apresentam, respectivamente, uma massa de 5; 8 e de 3×10^{-3} kg. O modelo foi simulado considerando uma máquina rotativa ideal (igual liberdade em deslocar-se na H e na V) apresentado as propriedades físicas expostas na Tabela 5.3.3.1.

Velocidade de Rotação do Veio - n (rpm)	Constantes de Rigidez da Chumaceira na H - k_1 (N/m)	Constantes de Rigidez da Chumaceira na V - k_2 (N/m)	Constantes de Amortecimento da Chumaceira na H - c_1 (Ns/m)	Constantes de Amortecimento da Chumaceira na V - c_2 (Ns/m)
1200	5×10^5	1×10^6	125	250

Tabela 5.3.3.1 - Propriedades físicas atribuídas no modelo da ressonância estrutural

Utilizando a equação 22 e 23 calculou-se os valores exibidos na seguinte tabela da rigidez e do amortecimento equivalente de translação do sistema na H e na V.

Rigidez Equivalente na H - $k_{eq.h}$ (N/m)	Rigidez Equivalente na V - $k_{eq.v}$ (N/m)	Amortecimento Equivalente na H - $c_{eq.h}$ (Ns/m)	Amortecimento Equivalente na V - $c_{eq.v}$ (Ns/m)
1×10^6	1×10^6	1×10^3	1×10^3

Tabela 5.3.3.2 - Rigidez e o amortecimento equivalente de translação do modelo da ressonância estrutural

Conforme a equação 26 determinou-se que o sistema apresenta um factor de amortecimento, em ambas as direcções, de 0,049.

Pretendeu-se obter um modelo com um pequeno factor de amortecimento porque, como ilustra a Figura 5.3.3.10 (Gráfico de *Bode*⁹⁰), quanto maior for o factor de amortecimento, menor é amplitude de pico na ressonância e maior é o desfaseamento do ângulo de fase entre a resposta e a excitação.

⁹⁰ Representação do factor de ampliação e do ângulo de fase de uma função transferência em função da frequência. Normalmente, em escala logarítmica (Silva, 2000).

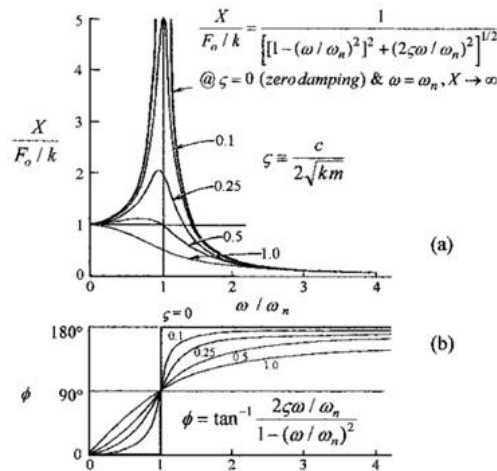


Figura 5.3.3.10 - (a) Factor de ampliação⁹¹ (b) Ângulo de fase⁹² (Adams, 2000)

No entanto, a ressonância pura ocorre, teoricamente, apenas em sistemas não amortecidos ($\zeta = 0$), onde $f = f_n$ ⁹³. Este facto pode ser verificado através da equação 35 (Inman, 2001), onde o factor de ampliação (função transferência da frequência) torna-se infinito quando $f = f_n$ e $\zeta = 0$. Contudo, não se considerou o sistema não amortecido porque corresponde a uma vibração puramente teórica que não ocorre na realidade.

$$Q(f) = \frac{X(f)}{F} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta\left(\frac{f}{f_n}\right)\right)^2}} \quad (\text{Eq. 35})$$

Onde, $Q(f)$ representa o factor de ampliação.

Outro factor considerado na escolha do factor de amortecimento foi que, conforme Piesol e Paez (2010), esta variável mede a nitidez da amplitude pico da ressonância dado que o máximo do factor de ampliação é determinado pela equação 36.

$$Q_{m\acute{a}x} = \frac{\Delta w}{w_n} = \frac{1}{2\zeta} \quad (\text{Eq. 36})$$

Onde, $Q_{m\acute{a}x}$ representa o factor de ampliação onde ocorre a resposta máxima e Δw a largura de banda da frequência angular da excitação.

⁹¹ O factor de ampliação ($Q(f)$) define a amplitude pico da resposta em função da frequência de excitação. A ressonância ocorre quando é máxima a amplitude pico da resposta (Silva, 2000).

⁹² O ângulo de fase ($\phi(f)$) define o desfasamento ou a mudança de fase entre a resposta e a excitação (Silva, 2000).

⁹³ Neste caso o desfasamento do ângulo de fase é de 90°, como ilustra a Figura 5.3.3.10.

A Figura 5.3.3.11 exemplifica precisamente a relação entre o factor de amortecimento e a largura de banda da frequência angular da excitação ($\Delta\omega$), ou seja, quanto menor for o factor de amortecimento menor é a largura de banda da frequência angular, o que provoca a proximidade da curva em direcção à frequência de ressonância (ω_r), tornando-a, assim, mais nítida.

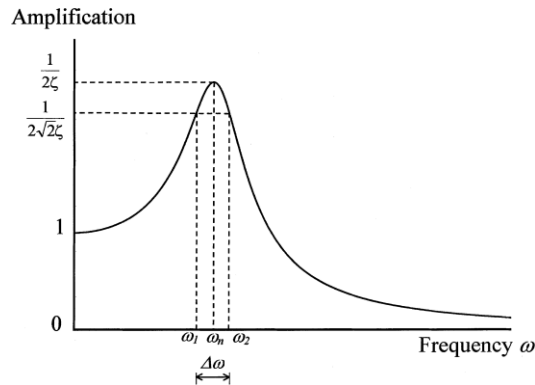


Figura 5.3.3.11 - Relação entre o factor de amortecimento e a amplitude máxima à ressonância (Silva, 2000)

Considerando a equação 37 e a equação 26, o sistema apresenta, respectivamente, em ambas as direcções, uma frequência natural não amortecida de 62,4185 Hz e uma frequência natural amortecida de 62,2685 Hz.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} \quad (\text{Eq. 37})$$

Onde, f_n representa a frequência natural não amortecida (Hz).

A frequência de ressonância⁹⁴ é dada por (Silva, 2000):

$$f_r = f_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad \text{para } 0 \leq \zeta \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{Eq. 38})$$

Onde, f_r representa a frequência de ressonância (Hz).

O sistema, de acordo com a equação 38, tem uma frequência de ressonância, na H e na V, de 62,2683 Hz.

⁹⁴ Corresponde à frequência onde ocorre a resposta máxima (Piersol e Paez, 2010).

Por último, o sistema, conforme a equação 24, exhibe uma deflexão estática de $6,4 \times 10^{-5}$ m. Para um comprimento actual de cada mola de 0,037 m obteve-se, através da equação 25, o comprimento livre de 0,037064 m.

5.3.3.3 - Resultados da Simulação da Ressonância Estrutural

A Figura 5.3.3.12 representa a sobreposição dos EF FFTs obtidos, em ambas as direcções, na condição normal de funcionamento do sistema. Na direcção horizontal e na direcção vertical obteve-se a $1 \times \text{rpm}$ uma amplitude, respectivamente, de 0,124 mm/s e de 0,125 mm/s.

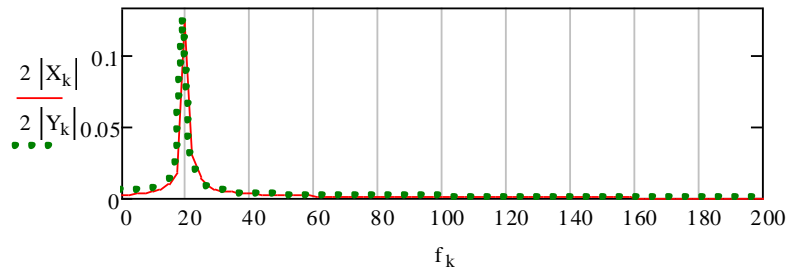


Figura 5.3.3.12 - EF FFT na H e na V obtido na condição normal de funcionamento no modelo da ressonância estrutural

Utilizando a equação 14, a vibração do modelo na condição normal de funcionamento manifesta, aproximadamente, um *RMS* de 0,09 mm/s nas duas direcções.

Após a realização do teste de impacto na direcção vertical, no meio da chumaceira, considerando o intervalo de tempo da força de impulso de 0,005 s ($t_i = 0,100$ s e o $t_f = 0,105$ s), adquiriu-se a FO e o EF FFT representados nas seguintes figuras.

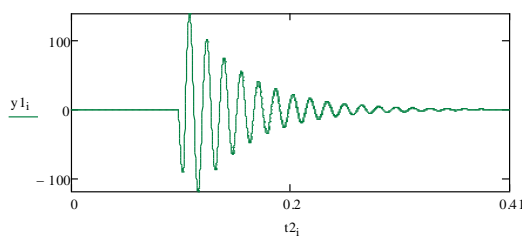


Figura 5.3.3.13 - FO na V obtida pelo teste de impacto utilizando uma força de impulso com um intervalo de tempo de 0,005 s

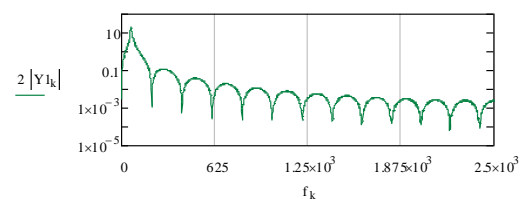


Figura 5.3.3.14 - EF FFT na V obtido pelo teste de impacto utilizando uma força de impulso com um intervalo de tempo de 0,005 s

Para o intervalo de tempo da força de impulso de 0,001 s ($t_i = 0,100$ s e o $t_f = 0,101$ s) obteve-se a FO e o EF FFT, ilustrados, respectivamente, através da Figura 5.3.3.15 e da Figura 5.3.3.16.

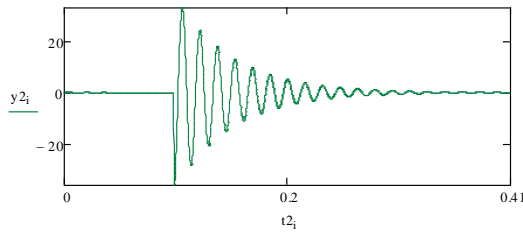


Figura 5.3.3.15 - FO na V obtida pelo teste de impacto utilizando uma força de impulso com um intervalo de tempo de 0,001 s

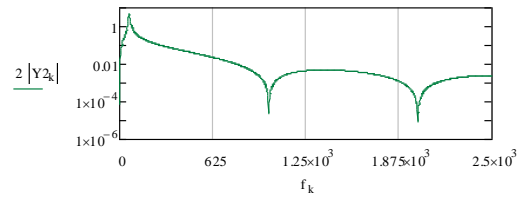


Figura 5.3.3.16 - EF FFT na V obtido pelo teste de impacto utilizando uma força de impulso com um intervalo de tempo de 0,001 s

Como a resposta ao impulso, para ambos os intervalos de tempo, é aproximadamente zero nas extremidades, não se considerou a aplicação da janela exponencial para reduzir o efeito de *leakage* que causa erros na identificação das frequências naturais. Os EF FFTs foram obtidos na escala logarítmica de forma a evidenciar as pequenas amplitudes.

Através do EF FFT obtido nos dois casos (Figura 5.3.3.14 e Figura 5.3.3.15), verificou-se que a sua amplitude máxima ocorre à frequência de 63,48 Hz.

Admitindo que a frequência natural (f_n) do sistema é de 63,48 Hz, aplicou-se depois uma força de excitação exterior na direcção vertical, conforme a equação 34, com uma intensidade A_y de -50 N e com uma frequência f igual à frequência natural considerada. Obteve-se, na horizontal e na vertical, as formas de onda ilustradas na Figura 5.3.3.17 e os EF FFTs ilustrados na Figura 5.3.3.18 e na Figura 5.3.3.19, obtidos na escala logarítmica.

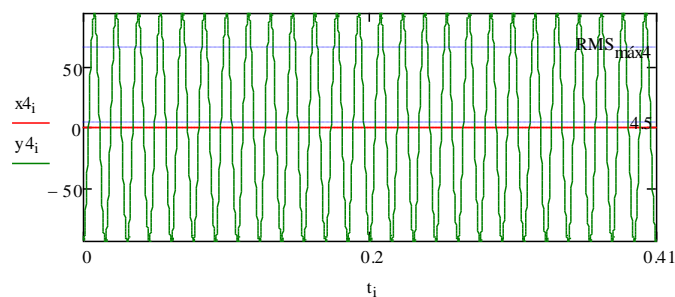


Figura 5.3.3.17 - FO na H e na V obtida pela força de excitação exterior com uma frequência igual à frequência natural considerada

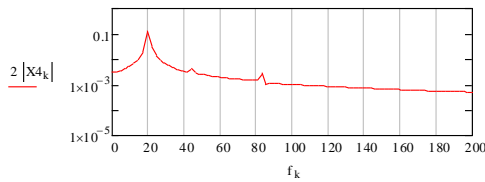


Figura 5.3.3.18 - EF FFT na H obtido pela força de excitação exterior com uma frequência igual à frequência natural considerada

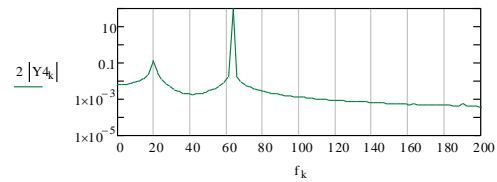


Figura 5.3.3.19 - EF FFT na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência igual à frequência natural considerada

A maior amplitude na direcção vertical ocorreu na frequência de 63,48 Hz com, respectivamente, 94,59 mm/s. Obteve-se, nesta direcção, um RMS com 66,89 mm/s.

Também, com o objectivo de comprovar que a frequência de ressonância manifesta uma variação de fase de 180° (Mobley, 1999), determinou-se na direcção vertical o espectro de fase apontado na Figura 5.3.3.20.

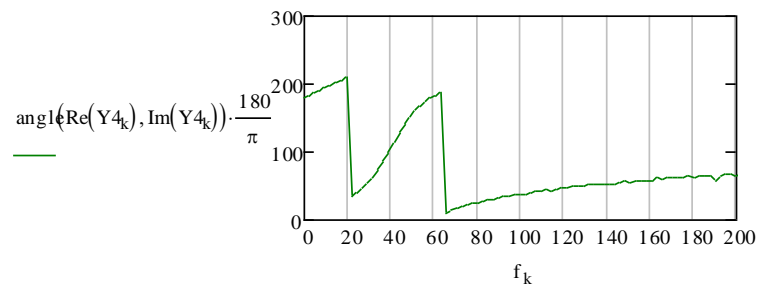


Figura 5.3.3.20 - Espectro de fase na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência igual à frequência natural considerada

Através do espectro de fase representado na Figura 5.3.3.20 obteve-se, aproximadamente, na frequência de 63,48 Hz uma variação de fase de $179,5^\circ$ ($\Delta\phi_{63,48} = |187,6^\circ - 8,1^\circ|$).

Depois, alterando a frequência da força de excitação exterior para 50 Hz, adquiriu-se na direcção vertical o EF FFT ilustrado na Figura 5.3.3.21, apresentando uma amplitude máxima de 14,29 mm/s a essa frequência.

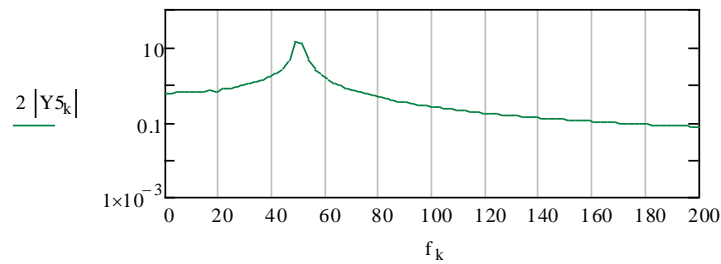


Figura 5.3.3.21 - EF FFT na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência de 50 Hz

Por último, excitando o sistema com uma força de excitação exterior com uma frequência de 90 Hz e medindo a vibração durante o seu arranque, obteve-se, na direcção vertical, o EF FFT e o espectro de fase ilustrados, respectivamente, na Figura 5.3.3.22 e na Figura 5.3.3.23.

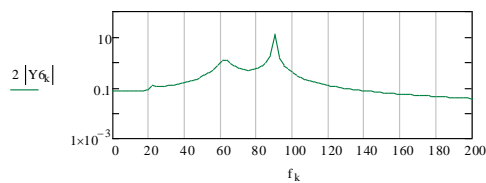


Figura 5.3.3.22 - EF FFT na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência de 90 Hz

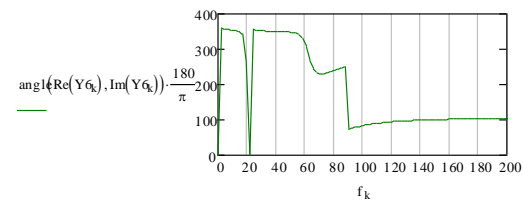


Figura 5.3.3.23 - Espectro de fase na V obtido pela força de excitação exterior com uma frequência de 90 Hz

O EF FTT, representado na Figura 5.3.3.22, exhibe uma amplitude máxima de 12,53 mm/s.

Por intermédio do espectro de fase, exibido na Figura 5.3.3.23, determinou-se, aproximadamente, na frequência de 63,48 Hz uma variação de fase de $94,9^\circ$ ($\Delta\phi_{63,48} = |331,2^\circ - 236,3^\circ|$) e na frequência de 90 Hz uma variação de fase de $176,8^\circ$ ($\Delta\phi_{90} = |250,2^\circ - 73,4^\circ|$).

5.3.3.4 - Discussão da Simulação da Ressonância Estrutural

Efectuando os dois testes de impacto no *WM 2D* verificou-se que o sistema mantém-se em repouso (equilíbrio) até os 0,100 s devido à ausência de nenhuma força aplicada. Imediatamente após o impacto, como podemos ver através da Figura 5.3.3.13 e da Figura 5.3.3.15, comprovou-se que o sistema apresenta uma vibração livre amortecida com a amplitude a reduzir exponencialmente devido ao efeito do amortecimento. Confirmou-se, também, que a principal frequência presente com a execução do teste de impacto (63,48 Hz), corresponde, aproximadamente, à frequência natural do sistema uma vez que obteve-se, teoricamente, através da equação 37, uma frequência natural (não amortecida) de 62,42 Hz. A frequência natural obtida não ocorre exactamente à frequência natural devido à largura de banda considerada não ser um múltiplo da frequência natural teórica.

Também, demonstrou-se, através da Figura 5.3.3.14 e da Figura 5.3.3.16, que quanto menor for a duração da força de impulso mais frequências se consegue excitar devido a uma maior distribuição da energia por mais frequências, embora suceda a diminuição das amplitudes.

Depois, com a excitação exterior do sistema, na direcção vertical, com uma frequência f igual à frequência natural considerada de 63,48 Hz, verificou-se que, realmente, a resposta de vibração na vertical passou a ter uma grande amplitude (94,59 mm/s) na frequência de excitação, bem como o valor do *RMS* (66,89 mm/s) que aumentou, relativamente à condição normal de funcionamento (0,09 mm/s). Também, como obteve-se uma variação da fase na frequência de ressonância de 179,5°, confirmou-se, assim, que o modelo desenvolvido simula os sintomas de vibração da ressonância estrutural.

Além disso, constatou-se que a vibração na direcção horizontal é muito pequena em relação à direcção vertical devido à força de excitação exterior ter sido aplicada na vertical, uma vez que o sistema apresenta uma igual rigidez em ambas as direcções. Assim, conclui-se que a resposta (amplitude) de um sistema à ressonância varia com a direcção, ou seja, numa certa direcção pode-se medir uma grande amplitude relativamente às outras direcções. Também, normalmente, a ressonância apresenta uma vibração muito direccionada uma vez que a rigidez dum sistema real varia com a direcção.

De seguida, alterando a frequência da força de excitação exterior para 50 Hz, comprovou-se, de acordo com Mobley (1999), que efectivamente estamos presentes a uma avaria provocada pela ressonância estrutural uma vez que a amplitude na direcção vertical diminuiu, substancialmente, para 14,29 mm/s, como ilustra a Figura 5.3.3.21. Ou seja, demonstrou-se que a amplitude diminui consideravelmente quando o sistema deixa de ser excitado por uma frequência igual à sua frequência natural.

Por fim, com a medição da vibração durante o arranque, utilizando uma frequência de excitação exterior superior à frequência natural do sistema, confirmou-se, além da diminuição considerável da amplitude máxima para 12,53 mm/s, que a fase varia, aproximadamente, 90° ($\Delta\phi_{63,48} \cong 94,9^\circ$) na frequência natural. O aparecimento da frequência natural no EF FFT deve-se à resposta livre do sistema (massa) no momento que a força de desequilíbrio e a força de excitação exterior são aplicadas durante o arranque, resultando, assim, três frequências (frequência natural, frequência de excitação exterior e a frequência de rotação). Desta forma, deve-se deslocar sempre as frequências naturais do sistema para longe das frequências de excitação ou utilizar grandes amortecimentos para diminuir a sua amplitude durante o arranque.

5.3.4 - Simulação da Sintomatologia Vibracional da Velocidade Crítica

A velocidade crítica ocorre quando o veio é o componente da máquina rotativa que entra em ressonância, causando, em relação ao efeito do desequilíbrio, o aumento considerável da sua amplitude com o possível colapso do sistema (Sheffer e Girdhar, 2004).

Cada velocidade crítica apresenta, conforme afirma Mobley (1999), um padrão ou modo de vibração bem definido. Os modos de vibração dependem, como refere Cota (2008), da rigidez dos apoios do veio, como podemos observar através da Tabela 5.3.4.1.

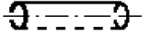
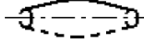
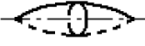
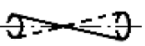

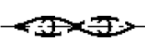






	Suportes Infinitamente Flexíveis	Suportes Moderadamente Flexíveis	Suportes Rígidos
Primeiro modo de vibração orbital			
Segundo modo de vibração orbital			
Terceiro modo de vibração orbital			
Quarto modo de vibração orbital			

Tabela 5.3.4.1 - Relação entre a rigidez dos apoios e os modos de vibração (Cit. por Cota, 2008)

Na primeira coluna da Tabela 5.3.4.1 (veio suportados por apoios muito flexíveis) ocorre nos dois primeiros modos de vibração apenas deformação nos seus apoios, mantendo o veio rígido. Estes modos de vibração são designados, na literatura, por modos rígidos. No caso de os apoios do veio serem razoavelmente flexíveis (segunda coluna da Tabela 5.3.4.1), verifica-se que todos os modos de vibração provocam a deformação do veio e dos seus, respectivos, apoios. Por último, a última coluna da Tabela 5.3.4.1 ilustra que ocorre, nos rotores suportados por apoios rígidos, apenas a deformação do veio em todos os modos de vibração, mantendo os apoios indeformáveis. Estes modos de vibração que causam a deformação do veio são designados por modos flexíveis.

Ambiciona-se, desta forma, simular a sintomatologia vibracional da velocidade crítica num veio flexível⁹⁵ bi-apoiado por rolamentos flexíveis⁹⁶ (apoios flexíveis), ou seja, pretende-se

⁹⁵ Os rotores são considerados rígidos quando a sua velocidade máxima de rotação é inferior a, aproximadamente, 50% da primeira velocidade crítica (Oliveira, 1998).

demonstrar que a presença da velocidade crítica provoca o aumento notável da amplitude de vibração, bem como comprovar que os diferentes modos de vibração (rígidos e flexíveis) ocorrem a diferentes velocidades críticas (frequências naturais).

5.3.4.1 - Descrição do Modelo

A Figura 5.3.4.1 ilustra o modelo desenvolvido no *WM 2D* para simular a sintomatologia vibracional da velocidade crítica. Representa a secção transversal de um veio simples flexível de comprimento L e com um diâmetro D uniforme, suportado nas extremidades por rolamentos flexíveis idênticos com uma rigidez k e um amortecimento viscoso⁹⁷ c .

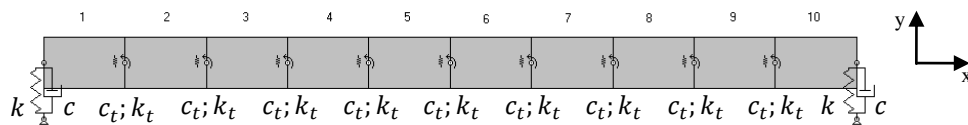


Figura 5.3.4.1 - Modelo da velocidade crítica do veio bi-apoiado por rolamentos flexíveis no *WM 2D*

Foi considerado que o veio não exibe rigidez e amortecimento de translação na direcção axial e a sua velocidade de rotação foi simulada aplicando uma força de excitação harmónica na V , conforme a equação 34.

O veio foi dividido em dez secções iguais com uma massa m_c que foram unidas por molas de torção ou de rotação, pretendendo-se, assim, simular a elasticidade do veio⁹⁸ dado que o *WM 2D* funciona apenas com corpos rígidos. Os k_t e os c_t ilustrados na Figura 5.3.4.1, representam, respectivamente, a rigidez e o amortecimento torsional⁹⁹ considerado nas molas de torção.

As constantes de rigidez e de amortecimento torsionais do veio vão ser obtidas comparando a deflexão estática de uma viga encastrada-livre, de secção circular, no *SolidWorks 2010* com a deflexão estática de uma viga encastrada-livre no *WM 2D*, ou seja, se a deflexão estática no *SolidWorks 2010* for a mesma que a obtida no *WM 2D*, podemos concluir que ambas as vigas

⁹⁶ No caso do rotor flexível ser apoiado por rolamentos rígidos, este modelo é, normalmente, designado na literatura por rotor de *Laval* ou de *Jeffcott*. Este modelo é o mais utilizado para estudar e compreender a dinâmica dos rotores.

⁹⁷ Amortecimento causado pela película lubrificante existente entre o rotor e os rolamentos.

⁹⁸ Todos os veios são flexíveis. O aparecimento dos modos de vibração depende da flexibilidade do veio (Moblely, 1999).

⁹⁹ Também, normalmente, designado por rigidez e amortecimento de rotação ou de torção.

encastradas nos dois *softwares* têm as mesmas propriedades mecânicas. A confirmação da deflexão estática obtida, em ambos os *softwares*, vai ser realizada através do seu cálculo teórico.

A Figura 5.3.4.2 e a Figura 5.3.4.3 ilustram, respectivamente, o modelo desenvolvido da viga encastrada-livre no *WM 2D* e no *SolidWorks 2010*. A deflexão estática no *SolidWorks 2010* vai ser determinada através do seu módulo que permite realizar estudos estáticos por elementos finitos e no *WM 2D* vai ser medida através dum ponto criado no vértice inferior direito do corpo rígido 10, por ser a zona da viga que apresenta maior deflexão.

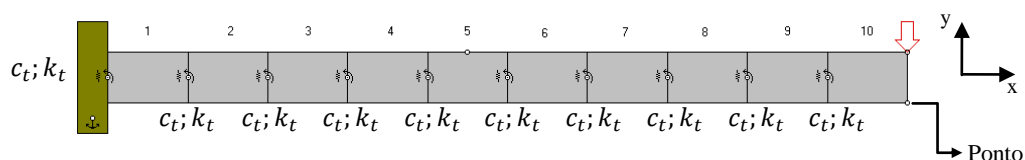


Figura 5.3.4.2 - Modelo da viga encastrada-livre no *WM 2D*

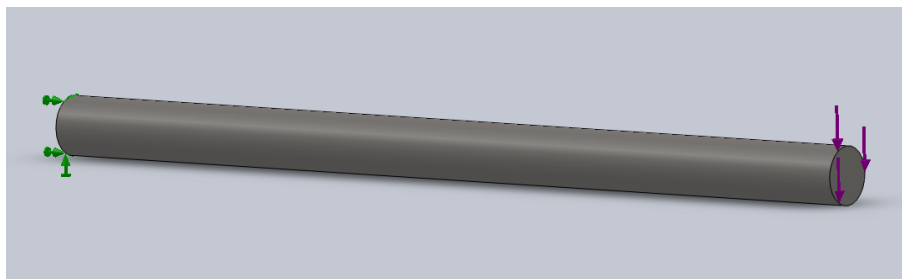


Figura 5.3.4.3 - Modelo da viga encastrada-livre no *SolidWorks 2010*

Considerou-se que a viga encastrada-livre, em ambos os *softwares*, é estrangida apenas por uma força concentrada ou pontual na extremidade livre. Desde modo, como a viga não é sujeita à carga uniformemente distribuída provocada pelo seu peso, não foi considerado a presença da aceleração da gravidade, tal como no modelo da velocidade crítica.

Depois, no caso de as vigas encastradas, nos dois *softwares*, terem uma igual deflexão estática, a confirmação que ambas apresentam as mesmas propriedades mecânicas irá ser comprovada através da comparação das suas frequências naturais, ou seja, se tiverem as mesmas frequências naturais comprova-se que as vigas encastradas apresentam realmente as mesmas propriedades mecânicas. No *SolidWorks 2010* as frequências naturais são calculadas através da solução do problema de valores e vectores próprios e no *WM 2D* realizando o teste de impacto. No entanto, é importante referir que, normalmente, as velocidades críticas são determinadas experimentalmente efectuando o teste *coast-down* e o teste *run-up*, conforme

refere Mobley (1999). O teste *coast-down* consiste em desligar a máquina registrando a vibração com a diminuição da velocidade. No caso da amplitude aumentar e reduzir rapidamente com a diminuição da velocidade, confirma-se, de acordo com Mobley (1999), que se trata de uma velocidade crítica. Além disso, ocorre um desfasamento da fase de 180° quando a velocidade da máquina passa pela frequência natural do rotor. Em relação ao teste *run-up*, a vibração é medida durante o arranque da máquina até à sua velocidade máxima. A confirmação da presença da velocidade crítica ocorre quando a amplitude de vibração cresce à medida que a velocidade coincide com a frequência natural do rotor. Outro sintoma é a fase da frequência natural que varia 90° quando o rotor entra e passa a ressonância (Mobley, 1999).

Deste modo, se as vigas encastradas apresentarem as mesmas frequências naturais, obteve-se, assim, as constantes de rigidez e de amortecimento torsionais do veio.

De seguida, no caso de as vigas encastradas terem as mesmas propriedades mecânicas, vai-se realizar, novamente, o teste de impacto no modelo da velocidade crítica, porque, tal como afirma Cota (2008), as frequências naturais de um sistema dependem da rigidez dos seus apoios. De forma a confirmar que as frequências obtidas correspondem efectivamente às frequências naturais do veio, vai-se determinar, também, através do *SolidWorks 2010*, as frequências naturais e os modos de vibração.

A Figura 5.3.4.4 ilustra o modelo criado do veio bi-apoiado no *SolidWorks 2010*. Foi modelado considerando que os seus rolamentos, ilustrados a cor de laranja, encontram-se fixos e que existe rigidez e amortecimento viscoso entre o veio e os rolamentos. Também, tal como no modelo do veio no *WM 2D*, não se considerou rigidez e amortecimento de translação na A.

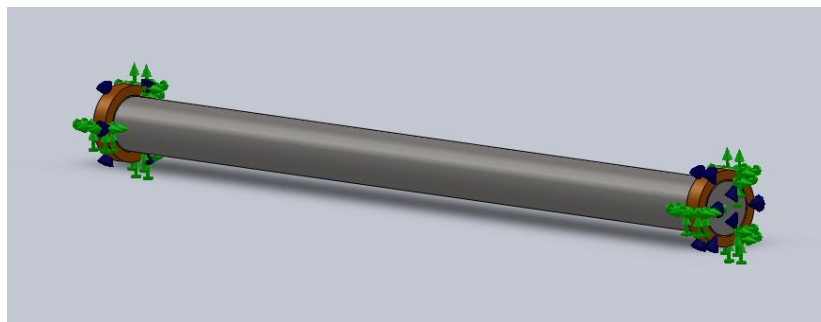


Figura 5.3.4.4 - Modelo do veio bi-apoiado por rolamentos flexíveis no *SolidWorks 2010*

Por fim, excitando o sistema com frequências iguais às frequências naturais do veio, pretende-se verificar se a vibração apresenta uma grande amplitude, bem como, se os diferentes modos de vibração ocorrem a diferentes velocidades críticas (frequências naturais).

5.3.4.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo

O veio ou a viga encastrada-livre, em ambos os *softwares*, apresentam as mesmas dimensões e propriedades mecânicas. Foram simulados com um comprimento L de 4 m e com um diâmetro D de $2,5 \times 10^{-1}$ m. Considerou-se, o material, o aço AISI 1020 que exhibe, resumidamente, conforme o *SolidWorks 2010*, as seguintes propriedades mecânicas:

🔊 Módulo de elasticidade ou *Young* – $E = 2 \times 10^{11}$ Pa

🔊 Densidade ou massa volúmica – $\rho = 7900$ kg.m⁻³

Desta forma, os sistemas exibem, segundo a equação 39, uma massa total m de 1551,16 kg que corresponde a uma massa de cada secção m_c , aproximadamente, de 155,12 kg ($m_c = \frac{m}{10}$).

$$m = \rho \cdot V \quad (\text{Eq. 39})$$

Onde, V representa o volume de um corpo (m³).

A deflexão estática na extremidade de uma viga encastrada-livre¹⁰⁰ sujeita apenas a uma força concentrada é dada por (Gere, 2001):

$$\delta_{st} = \frac{F}{k} = \frac{FL^3}{3EI} \quad (\text{Eq. 40})$$

Onde, F representa a carga aplicada na extremidade da viga (N), k a rigidez da viga (N/m) e L o comprimento da viga (m).

¹⁰⁰ No caso da presença da aceleração da gravidade, considera-se que a deflexão estática é provocada pela carga uniformemente distribuída estimulada pelo seu peso e pela força concentrada na extremidade. A deflexão estática provocada pela carga uniformemente distribuída é dada por (Gere, 2001): $\delta_{st} = \frac{-q \cdot L^4}{8 \cdot EI}$, onde q representa o peso da viga por unidade de comprimento (m).

Segundo a equação 40, a constante de rigidez teórica de uma viga encastrada-livre é obtida utilizando a seguinte equação:

$$k = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L^3} \quad (\text{Eq. 41})$$

Onde, I representa o momento de inércia plano da viga em relação ao eixo central de inércia (m^4).

A viga como apresenta uma secção circular, o seu momento de inércia plano é determinado por (Piesol e Paez, 2010):

$$I_z = I_y = \frac{\pi \cdot r^4}{4} \quad (\text{Eq. 42})$$

Onde, r representa o raio da viga (m)

Através da equação 40, obteve-se que a viga manifesta um momento de inércia plano de $2 \times 10^{-3} \text{ m}^4$ e uma rigidez, conforme a equação 41, aproximadamente, de $1,8 \times 10^6 \text{ N/m}$.

Considerando uma força concentrada de $-10 \times 10^3 \text{ N}$ determinou-se, utilizando a equação 40, que a viga apresenta, aproximadamente, uma deflexão estática de $-5,6 \times 10^{-3} \text{ m}$.

As frequências naturais não amortecidas de uma viga encastrada-livre são obtidas considerando a equação 47 (Piesol e Paez, 2010).

$$f_n = \frac{A_{viga}}{2\pi} \sqrt{\frac{E \cdot I}{\mu \cdot L^4}} \quad (\text{Eq. 43})$$

Onde, A_{viga} representa as coeficientes de uma viga consoante a sua configuração e modos de vibração e μ a massa por unidade de comprimento (kg/m).

A Tabela apresentada no Anexo 10 mostra os coeficientes A_{viga} de uma viga consoante a sua configuração e os seus nodos¹⁰¹ de vibração. Para uma viga encastrada-livre temos os coeficientes apresentados na Tabela 5.3.4.1.

Número da frequência natural	Coefficiente A_{viga}
1 ^a	3,52
2 ^a	22
3 ^a	61,7
4 ^a	121
5 ^a	200

Tabela 5.3.4.2 - Coeficientes A_{viga} de uma viga encastrada-livre

Deste modo, considerando a equação 43, a viga tem como frequências naturais as apresentadas na seguinte tabelas.

Número da frequência natural	Frequências Naturais - f_n (Hz)
1 ^a	11,011
2 ^a	68,818
3 ^a	193,004
4 ^a	378,501
5 ^a	625,621

Tabela 5.3.4.3 - Frequências naturais da viga encastrada-livre

Foi considerado que os rolamentos do veio têm na direcção vertical uma rigidez k de 1×10^7 N/m e o amortecimento viscoso c de 10 Ns/m.

¹⁰¹ Na literatura designa-se por nodos de vibração os pontos de um corpo onde não ocorre a vibração, podendo, eventualmente, ocorrer alguma em alguns casos. Normalmente, é nesses pontos onde sucede a fractura provocado pela fadiga.

5.3.4.3 - Resultados da Simulação da Velocidade Crítica

Inicialmente, através do estudo estático por elementos finitos no *SolidWorks 2010*, considerando a malha *standard* (formada por tetraédricos), com o tamanho médio das arestas de 29,063 mm e com uma tolerância de 1,453 mm, obteve-se que a viga encastrada-livre sujeita a uma força concentrada na extremidade de 10×10^3 N, apresenta, aproximadamente, uma deflexão estática de $-5,56 \times 10^{-3}$ m, ilustrada na Figura 5.3.4.5.

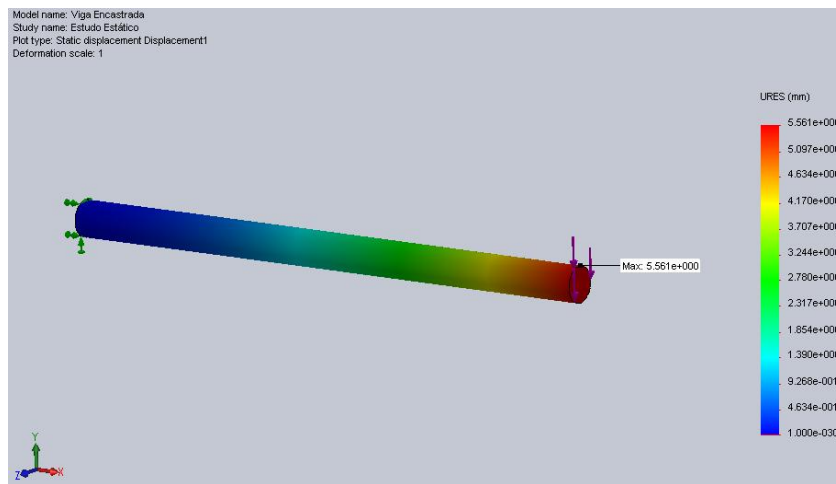


Figura 5.3.4.5 - Estudo estático do modelo da viga encastrada-livre no *SolidWorks 2010*

Depois, por tentativa e erro no modelo da viga encastrada-livre no *WM 2D*, para uma rigidez torsional k_t de $1,2 \times 10^8$ N.m/rad e para um amortecimento torsional c_t de 1 N.m.s/rad, obteve-se a deflexão estática máxima com -6×10^{-3} m, como podemos observar através da Figura 5.3.4.5 (FO em μ m). Também, este modelo foi simulado considerando a presença da resistência do ar com o intuito de amortecer rapidamente a vibração para zero. A força da resistência do ar é calculada no *WM 2D* através da equação 44.

$$F_{ar} = k_{ar} \cdot v \cdot A \quad (\text{Eq. 44})$$

Onde, F_{ar} representa a força da resistência do ar (N), k_{ar} a constante da resistência do ar (kg/m.s), v a velocidade (m/s) e A a área do corpo (m^2).

Desta forma, o modelo foi estudado considerando a constante da resistência do ar com 5×10^3 kg/m.s.

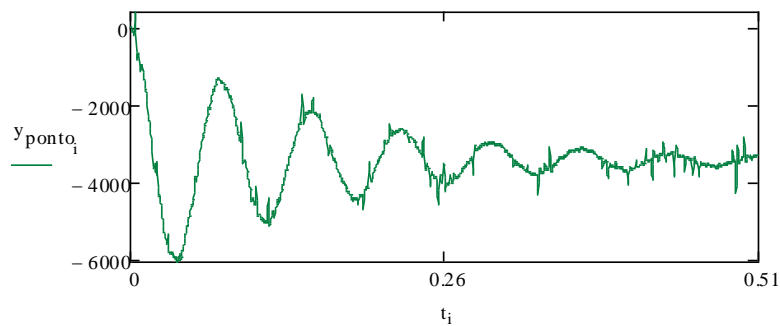


Figura 5.3.4.6 - FO na V do corpo rígido 10 do modelo da viga encastrada-livre no WM 2D

A deflexão estática de todos os corpos rígidos (secções), também, foi obtida com o objectivo de confirmar que a deflexão da viga cresce gradualmente a partir corpo rígido 1. A Figura 5.3.4.7 ilustra o histograma adquirido da deflexão estática, medida no centro de gravidade (CG) dos corpos rígidos da viga encastrada-livre.

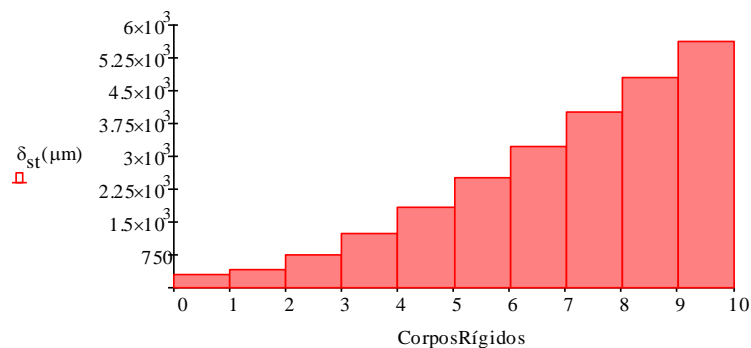


Figura 5.3.4.7 - Histograma da deflexão estática dos corpos rígidos da viga encastrada-livre no WM 2D

De seguida, como ambas as vigas nos dois *softwares* apresentam, aproximadamente, a mesma deflexão estática, determinou-se as suas respectivas frequências naturais de modo a confirmar que ambas as vigas apresentam as mesmas propriedades mecânicas. No *SolidWorks 2010*, utilizando uma malha *standard*, com o tamanho médio das arestas de 79,922 mm e com uma tolerância de 3,996 mm, determinou-se as frequências naturais apresentadas na Tabela 5.3.4.4.

Mode No.	Frequency(Rad/sec)	Frequency(Hertz)
1	69.16	11.007
2	69.165	11.008
3	427.76	68.081
4	427.8	68.087
5	1173.9	186.84
6	1174	186.85
7	1198.5	190.75
8	1979.2	315
9	2238.1	356.2
10	2238.3	356.23
11	3579.6	569.7
12	3579.9	569.77
13	3596.2	572.36
14	5152.2	819.99
15	5152.9	820.12
16	5934.3	944.48
17	5994.3	954.03
18	6915.4	1100.6
19	6915.9	1100.7
20	8386.7	1334.8

Tabela 5.3.4.4 - Frequências naturais da viga encastrada-livre no SolidWorks 2010

A próxima figura representa o 1º, o 2º, o 3º e o 4º modo de vibração da viga encastrada-livre na escala 5x, respectivamente, nas frequências 11,008; 68,081; 186,840 e 356,2 Hz. As partes à azul representam os nodos de vibração uma vez que não apresentam deformação.

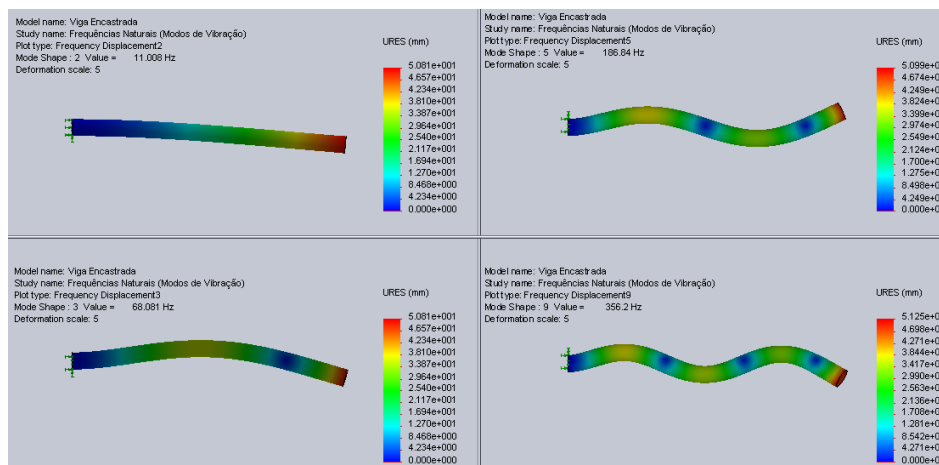


Figura 5.3.4.8 - Modos de vibração da viga encastrada-livre nas frequências naturais de 11,008; 68,081; 186,84 e 356,2 Hz

Realizando no WM 2D o teste de impacto na direcção vertical, no corpo rígido 5 e no corpo rígido 10, obteve-se, respectivamente, medindo a vibração no corpo rígido 10, os EF FFTs ilustrados na Figura 5.3.4.10 e na Figura 5.3.4.12. Efectuou-se dois testes de impacto em localizações diferentes com o objectivo de confirmar que as frequências naturais medidas correspondem, efectivamente, às frequências naturais do sistema.

O teste de impacto foi realizado na vertical de acordo com a equação 32, considerando o $t_i = 0,100$ s, o $t_f = 0,103$ s e o $F_y = -5 \times 10^4$ N. Os EF FFTs foram obtidos na escala logarítmica

aplicando a janela exponencial, conforme a equação 13 ($\alpha = 30$ e $\tau = 70$), uma vez que em ambos os testes de impacto a resposta ao impulso é diferente de zero numa das extremidades, como mostra a Figura 5.3.4.9 e a Figura 5.3.4.11.

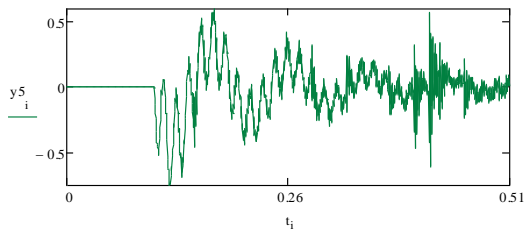


Figura 5.3.4.9 - FO na V obtida pelo teste de impacto no corpo rígido 5 da viga encastrada-livre no WM 2D

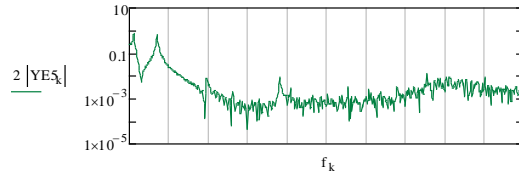


Figura 5.3.4.10 - EF FFT na V obtido pelo teste de impacto no corpo rígido 5 da viga encastrada-livre no WM 2D

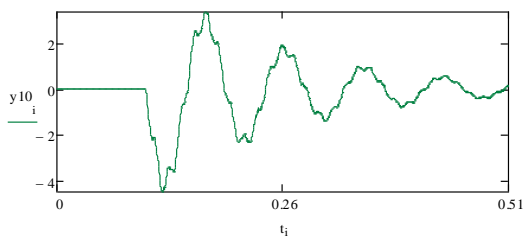


Figura 5.3.4.11 - FO na V obtida pelo teste de impacto no corpo rígido 10 da viga encastrada-livre no WM 2D

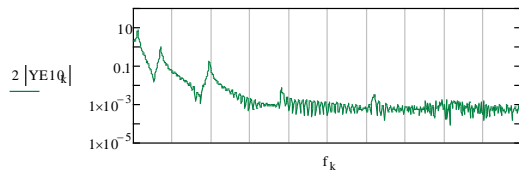


Figura 5.3.4.12 - EF FFT na V obtido pelo teste de impacto no corpo rígido 10 da viga encastrada-livre no WM 2D

Através dos EF FFTs obtidos pelos dois testes de impacto mediu-se as frequências naturais apresentadas na Tabela 5.3.4.5. Esta medição foi realizada considerando que as frequências naturais do sistema correspondem às amplitudes máximas.

Número da frequência natural	Frequências Naturais - f_n (Hz)
1 ^a	11,730
2 ^a	70,381
3 ^a	195,500
4 ^a	381,230
5 ^a	621,700

Tabela 5.3.4.5 - Frequências naturais da viga encastrada-livre no WM 2D

Após a adição, no modelo da velocidade crítica, das constantes de rigidez torsional k_t de $1,2 \times 10^8$ N.m/rad e das constantes de amortecimento torsional c_t de 1 N.m.s/rad, determinou-se as suas frequências naturais, realizando, no corpo rígido 5, o teste de impacto na V. Este teste de impacto foi efectuado, novamente, considerando o $t_i = 0,100$ s, o $t_f = 0,103$ s e o $F_y = -5 \times 10^4$ N. A Figura 5.3.4.13 representa a FO obtida pelo teste de impacto medida no

corpo rígido 10. Como a resposta ao impulso é diferente de zero numa das extremidades aplicou-se no EF FFT a janela exponencial, conforme a equação 13 ($\alpha = 30$ e $\tau = 300$).

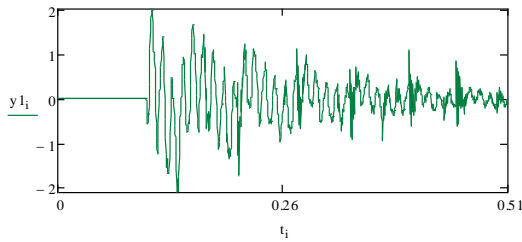


Figura 5.3.4.13 - FO na V do corpo rígido 10 obtida pelo teste de impacto no corpo rígido 5 do rotor bi-apoiado

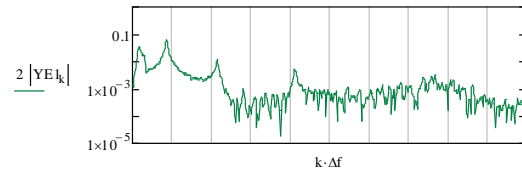


Figura 5.3.4.14 - EF FFT na V do corpo rígido 10 obtido pelo teste de impacto no corpo rígido 5 do rotor bi-apoiado

Analisando a Figura 5.3.4.14, considerou-se que o veio apresenta as frequências naturais apontadas na seguinte tabela.

Número da frequência natural	Frequências Naturais - f_n (Hz)
1ª	15,656
2ª	29,297
3ª	85,938
4ª	214,840
5ª	410,160

Tabela 5.3.4.6 - Frequências naturais do veio bi-apoiado no WM 2D

Realizando o estudo das frequências naturais e modos de vibração, por elementos finitos, no *SolidWorks 2010* obteve-se que o veio bi-apoiado tem como frequências naturais as exibidas na Tabela 5.3.4.7, considerando uma malha *standard* com o tamanho médio das arestas de 41,894 mm e com uma tolerância de 2,095 mm.

Mode No.	Frequency(Rad/sec)	Frequency(Hertz)
1	0.051862	0.0082542
2	0.052279	0.0083205
3	98.135	15.619
4	98.135	15.619
5	182.89	29.107
6	182.89	29.107
7	484.15	77.055
8	484.15	77.056
9	1195.2	190.23
10	1195.3	190.23
11	2261.4	359.91
12	2261.4	359.91
13	2440.5	388.42
14	3616.8	575.64
15	3616.9	575.64
16	3950.9	628.8
17	4881.5	776.91
18	5212.5	829.6
19	5212.6	829.61
20	7004.4	1114.8

Tabela 5.3.4.7 - Frequências naturais do veio bi-apoiado no *SolidWorks 2010*

A Figura 5.3.4.15 e a Figura 5.3.4.16 ilustram, na escala 5×, os modos de vibração do veio bi-apoiado nas frequências naturais de 15,619; 29,107; 77,055; 190,230 e 359,910 Hz.

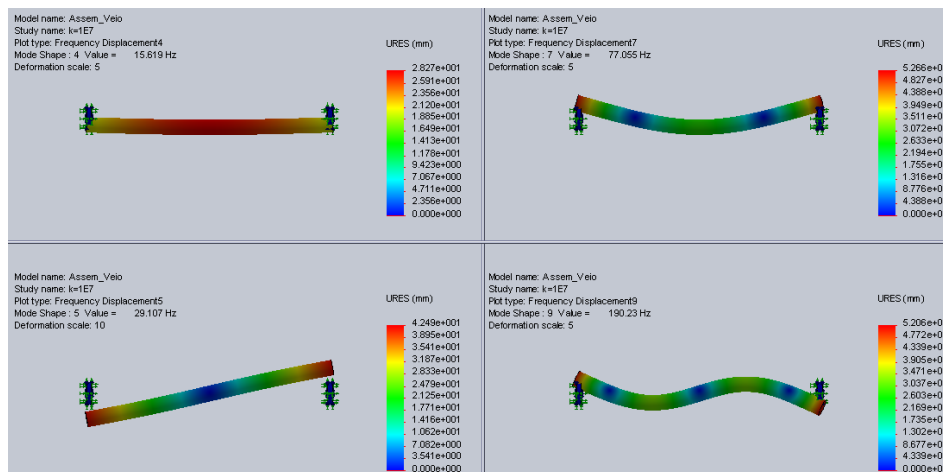


Figura 5.3.4.15 - Modos de vibração do veio bi-apoiado nas frequências naturais de 15,619; 29,107; 77,055 e 190,230 Hz

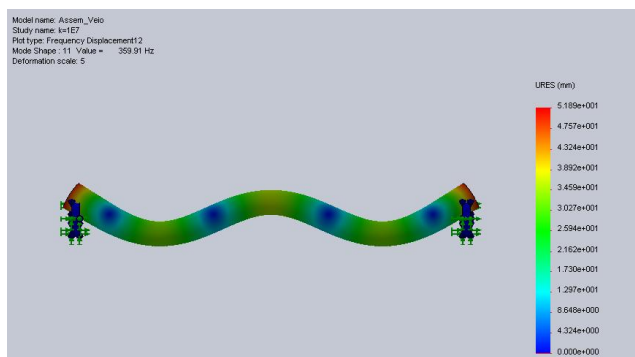


Figura 5.3.4.16 - Modo de vibração do veio bi-apoiado na frequência natural de 359,910 Hz

Por fim, excitou-se o veio bi-apoiado no WM 2D na direcção vertical, conforme a equação 34 ($A_y = -5 \times 10^4$ N), com uma frequência de excitação f igual a cada frequência natural considerada. As próximas figuras (Figura 5.3.4.17 à Figura 5.3.4.21) ilustram os modos de vibração obtidos para cada frequência de excitação f , bem como os seus respectivos nodos representados por um círculo. Foi considerado a força de excitação harmónica em diferentes localizações do veio com o objectivo de evitar os possíveis nodos, uma vez que cada modo de vibração apresenta os seus próprios nodos e no caso da excitação em um nodo não ocorre a excitação das frequências naturais.

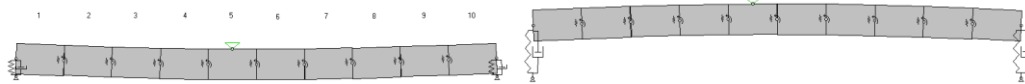


Figura 5.3.4.17 - 1º modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 15,656 Hz

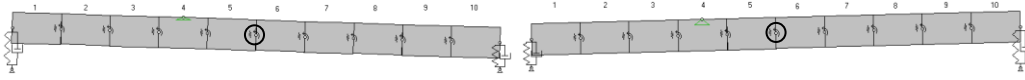


Figura 5.3.4.18 - 2º Modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 29,297 Hz



Figura 5.3.4.19 - 3º modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 85,938 Hz

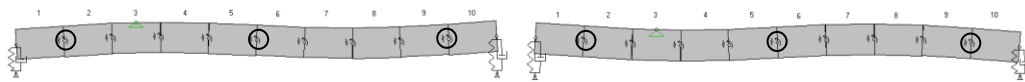


Figura 5.3.4.20 - 4º modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 241,840 Hz

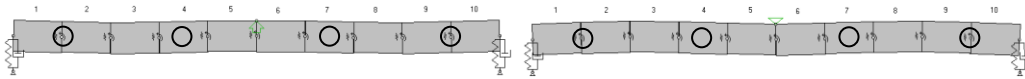


Figura 5.3.4.21 - 5º modo de vibração do veio bi-apoiado para a frequência de excitação de 410,160 Hz

As vibrações dos modos de vibração foram medidas no corpo rígido 10 na direcção vertical.

A Tabela 5.3.4.8 mostra os valores do *RMS* dos modos de vibração do veio bi-apoiado.

Modo de vibração	<i>RMS</i> na V (mm/s)
1º	11,51
2º	9,21
3º	22,41
4º	18,19
5º	17,49

Tabela 5.3.4.8 - Valores do *RMS* dos modos de vibração do veio bi-apoiado

5.3.4.4 - Discussão da Simulação da Velocidade Crítica

Realizando o estudo estático da viga encastrada-livre, por elementos finitos, no *SolidWorks 2010*, obteve-se uma deflexão estática ($\delta_{st} = -5,56 \times 10^{-3}$ m), aproximadamente, igual à calculada teoricamente ($\delta_{st} = -5,6 \times 10^{-3}$ m), comprovando-se, assim, que este *software* realiza estudos estáticos muito aceitáveis. A pequena diferença dos resultados deve-se, possivelmente, a erros de cálculo ou devido ao tamanho da malha utilizada no estudo por elementos finitos.

No *WM 2D*, a deflexão estática (máxima) mais próxima que se conseguiu obter, em relação à deflexão teórica, foi de -6×10^{-3} m. A deflexão obtida no *WM 2D* poderá aproximar-se da teórica, possivelmente, diminuindo as constantes de rigidez torsional da viga. Também, através da Figura 5.3.4.7, confirmou-se, como era de esperar, que a deflexão estática de todos os corpos rígidos cresce gradualmente a partir corpo rígido 1.

Posteriormente, efectuando o estudo das frequências naturais por elementos finitos no *SolidWorks 2010*, adquiriu-se que a viga apresenta as frequências naturais de 11,008 Hz; 68,081 Hz; 186,84 Hz, 356,2 Hz e de 569,7 Hz (ver Tabela 5.3.4.5) e no *WM 2D*, realizando o teste de impacto, obteve-se as frequências naturais de 11,730 Hz; 70,381 Hz; 195,500 Hz; 381,230 Hz e de 621,700 Hz (ver Tabela 5.3.4.5). Desta forma, como se obteve, aproximadamente, as mesmas frequências naturais em ambos os *softwares*, podemos considerar que ambas as vigas apresentam as mesmas propriedades mecânicas. No entanto, à medida que as frequências naturais da viga aumentam, ocorre uma maior discrepância entre os *softwares*. Também, a viga encastrada-livre como apresenta teoricamente as frequências naturais de 11,011 Hz; 68,818 Hz; 193,004 Hz; 378,501 Hz e de 625,621 Hz (ver Tabela 5.3.4.3), podemos concluir que ambos os *softwares* simulam razoavelmente as propriedades mecânicas de um corpo.

De seguida, comparando as frequências naturais do veio bi-apoiado obtidas no *WM 2D* (15,656; 29,297; 85,938; 214,840 e 410,160 Hz) com as do *SolidWorks 2010* (15,619; 29,107; 77,055; 190,230 e 359,910 Hz), podemos concluir, novamente, que o veio apresenta, aproximadamente, as mesmas propriedades mecânicas em ambos os *softwares* e que a diferença das frequências entre os *softwares* aumenta à medida que elas aumentam.

Por fim, a Figura 5.3.4.15 e a Figura 5.3.4.16 ilustram os modos de vibração do veio bi-apoiado no *SolidWorks 2010* e a Figura 5.3.4.17 à Figura 5.3.4.21 ilustram os modos de vibração do veio bi-apoiado no *WM 2D*. Como podemos constatar através das figuras, excitando o veio com uma frequência igual à primeira ou segunda frequência natural, obteve-se, em ambos os *softwares*, os dois modos de vibração rígidos. No primeiro modo de vibração rígido, podemos verificar que ocorre, em simultâneo, a compressão ou a extensão dos apoios, mantendo o veio praticamente indeformável, enquanto que no segundo modo de vibração rígido, quando ocorre a compressão de um dos seus apoios, ocorre a extensão do outro apoio. Desta forma, conforme mostra as figuras, no segundo modo de vibração o veio manteve-se praticamente indeformável, vibrando em torno do nodo situado no meio do seu comprimento. Os outros modos de vibração, representados nas figuras, ilustram os modos flexíveis do veio. Como podemos apurar através das figuras, o primeiro modo de vibração flexível apresenta dois nodos, o segundo modo de vibração apresenta três nodos e o terceiro modo de vibração apresenta quatro nodos. Deste modo, confirmou-se que cada frequência natural (velocidade crítica) define o seu modo de vibração, como refere Mobley (1999).

Também, através da Tabela 5.3.4.8 podemos verificar que o corpo rígido 10 apresenta um elevado *RMS* nos diferentes modos de vibração, o que comprova que a velocidade crítica provoca uma elevada energia da vibração, dependendo do local onde é medida, ou seja, se for medida nos nodos, geralmente, ocorre pouca ou nenhuma vibração.

A localização da força de excitação, também, apresenta um papel importante na aquisição dos modos de vibração. Por exemplo, no segundo modo de vibração rígido obteve-se um “baixo” *RMS* porque a força de excitação foi aplicada próximo do seu nodo.

5.4 - Simulação da Sintomatologia Vibracional das Avarias Mecânicas no *Algodoo*

O *Algodoo* foi utilizado porque, ao contrário do *WM 2D*, possibilita funcionar com diversas *layers* (camadas), ou seja, tem a capacidade de manipular objectos (corpos rígidos) em *layers* distintas. No entanto, este *software* apresenta uma linguagem *script*¹⁰² própria na modelação dos objectos que o torna pouco amigável.

Os modelos do desalinhamento paralelo e do defeito em rolamentos vão ser simulados considerando a aceleração da gravidade (g), na direcção vertical, de $9,8 \text{ m/s}^2$.

5.4.1 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desalinhamento Paralelo

O desalinhamento mecânico (*misalignment*), tal como desequilíbrio, é uma das principais causas de vibração numa máquina rotativa. Silva (2005) afirma que é a segunda avaria mais comum em máquinas rotativas correspondendo a cerca de 30% dos casos. Pode ocorrer em vários lugares diferentes numa máquina rotativa (por exemplo, em correias de transmissão), sendo a forma mais comum quando duas máquinas estão unidas por um acoplamento¹⁰³. Neste caso, o desalinhamento ocorre quando os eixos geométricos de rotação apresentam um deslocamento angular ou paralelo (Silva, 2005).

Esta avaria, de acordo com o último autor, ocorre, geralmente, devido a erros de montagem, podendo, também, ser causado devido a deformações estruturais e a dilatações térmicas, conforme refere Sheffer e Girdhar (2004). Desta forma, devido às dilatações térmicas que acabam sempre por acontecer, torna este tipo de avaria sempre presente numa máquina rotativa, mesmo com a utilização de rolamentos auto-compensadores e de acoplamentos flexíveis¹⁰⁴ (Figura 5.4.1.1) que toleram algum desalinhamento dos eixos (Sheffer e Girdhar, 2004).

¹⁰² Linguagem de programação realizada num *software*.

¹⁰³ Dispositivo mecânico, classificado como rígido ou flexível, usado para conectar dois eixos orientados axialmente em uma unidade motora (Moblely, 2004).

¹⁰⁴ Este tipo de acoplamento permite os componentes deslizarem ou moverem-se em relação ao outro, ao contrário dos acoplamentos rígidos que não permitem o movimento relativo axial nem radial. Os acoplamentos rígidos são classificados em flangeados, *split* e de compressão (Moblely, 1999).

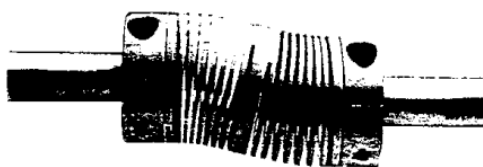


Figura 5.4.1.1 - Exemplo de um acoplamento flexível
(Mobley, 2004)

As características de vibração causadas pelo desalinhamento dependem, segundo Jesus e Cavalcante (2011), do tipo e do grau de desalinhamento, enquanto que Mobley (1999) e Sheffer e Girdhar (2004) consideram que dependem apenas do tipo de acoplamento.

Existem, basicamente, dois tipos de desalinhamento de eixos, o desalinhamento angular¹⁰⁵ e o desalinhamento paralelo (*off-set*). Destes dois tipos de desalinhamento apenas se vai estudar e simular o desalinhamento paralelo. Este tipo de desalinhamento ocorre quando os eixos geométricos de rotação de dois veios acoplados são paralelos e não colineares, como exemplifica a Figura 5.4.1.2, e pode estar presente no plano horizontal e no vertical ou em ambos (Mobley, 2004).

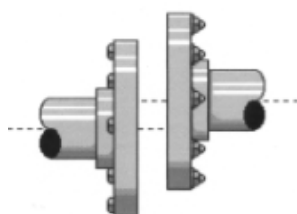


Figura 5.4.1.2 - Exemplo do desalinhamento paralelo
(McMillan, 2004)

Normalmente, exibe altas vibrações na direcção radial ao contrário do desalinhamento angular que apresenta elevadas vibrações na direcção axial. Outro sintoma é a relação de fase entre as chumaceiras. Como mostra a Figura 5.4.1.3 no desalinhamento paralelo as chumaceiras apresentam um desfasamento de 180°.

¹⁰⁵ Ocorre quando os eixos geométricos de rotação de dois veios acoplados cruzam-se segundo um ângulo (Mobley, 1999). Eventualmente, pode-se considerar que pode existir outro tipo de desalinhamento que resulta da combinação do desalinhamento paralelo com o angular. Também, existe mais um tipo de desalinhamento designado por desalinhamento interno (Mobley, 1999).

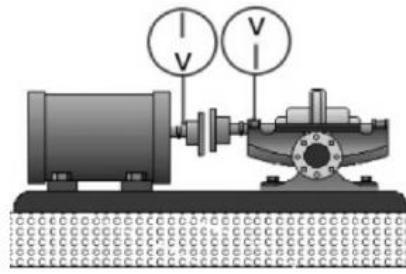


Figura 5.4.1.3 - Exemplo da relação de fase no desalinhamento paralelo (Sheffer e Girdhar, 2004)

Em relação ao EF FFT, as vibrações predominantes aparecem a $1\times\text{rpm}$ e a $2\times\text{rpm}$, podendo aparecer, eventualmente, a componente a $3\times\text{rpm}$. Quando o desalinhamento paralelo é predominante, a componente a $2\times\text{rpm}$ é, geralmente, maior do que a componente a $1\times\text{rpm}$, como exemplifica a Figura 5.4.1.4. A amplitude da componente a $2\times\text{rpm}$ em relação à de $1\times\text{rpm}$ é, frequentemente, caracterizada pelo tipo de acoplamento. Também, Sheffer e Girdhar (2004) afirmam que quando o desalinhamento é grave, independentemente do tipo, pode gerar elevadas amplitudes pico em harmónicas de $3\times\text{rpm}$ a $8\times\text{rpm}$.

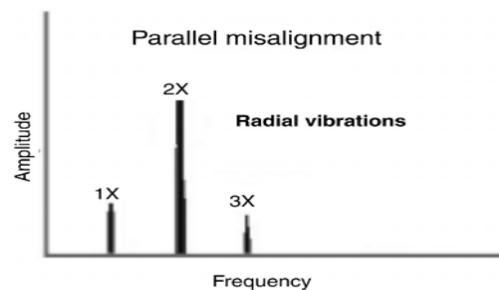


Figura 5.4.1.4 - Exemplo do EF no desalinhamento paralelo (Sheffer e Girdhar, 2004)

Deste modo, deseja-se desenvolver um modelo de dois veios unidos por um acoplamento flexível que apresente os sintomas principais de vibração do desalinhamento paralelo, ou seja, pretende-se comprovar que as chumaceiras apresentam uma relação de fase de 180° e que o EF FFT exhibe, normalmente, a componente $2\times\text{rpm}$ maior que a componente a $1\times\text{rpm}$.

5.4.1.1 - Descrição do Modelo

A seguinte figura ilustra o modelo do desalinhamento paralelo desenvolvido no *Algodo*. Este modelo de oito GDL representa dois rotores rígidos unidos por um acoplamento flexível e suportados pelas suas, respectivas, chumaceiras.

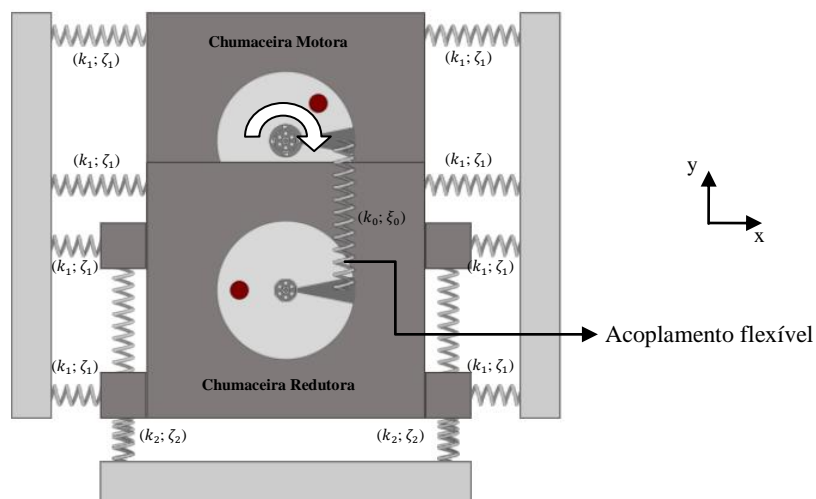


Figura 5.4.1.5 - Modelo do desalinhamento paralelo no *Algodo*

O desalinhamento paralelo foi produzido deslocando, na direcção vertical, o eixo geométrico de rotação do veio motor em relação ao eixo geométrico de rotação do veio redutor, simulando-se, assim, a montagem incorrecta das chumaceiras. O acoplamento flexível, ou a união dos veios, foi efectuada através de uma mola de translação apresentando uma elevada rigidez.

A vibração foi medida nas duas chumaceiras de modo a permitir comparar as suas, respectivas, vibrações (por exemplo, a fase).

5.4.1.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo

Considerou-se que os dois veios apresentam uma massa igual com 8 kg, bem como, as duas chumaceiras com uma massa de 5 kg. Também, foi atribuído uma massa de 0,2 kg a cada massa de desequilíbrio (m_d) adicionada em cada veio em posições distintas. Desde modo, cada conjunto veio-chumaceira apresenta uma massa total m de 13,2 kg.

O modelo foi estudado segundo duas simulações com velocidades de rotações diferentes. Na 1ª simulação assumiu-se uma velocidade de rotação de 1500 rpm e na 2ª simulação de 1600 rpm.

A Tabela 5.4.1.1 mostra as propriedades físicas consideradas em ambas as simulações.

Constante de Rigidez do Acoplamento - k_0 (N/m)	Constantes de Rigidez das Chumaceiras na H - k_1 (N/m)	Constantes de Rigidez das Chumaceiras na V - k_2 (N/m)	Factor de Amortecimento do Acoplamento - ζ_0	Factores de Amortecimento das Chumaceiras na H - ζ_1	Factores de Amortecimento das Chumaceiras na V - ζ_2
1×10^7	5×10^5	1×10^6	0,70	0,15	0,15

Tabela 5.4.1.1 - Propriedades físicas atribuídas no modelo do desalinhamento paralelo

Foi considerado todos os factores de amortecimento do sistema menores que um de forma que a sua vibração seja sub-amortecida.

5.4.1.3 - Resultados da Simulação do Desalinhamento Paralelo

A Tabela 5.4.1.2 mostra os valores obtidos do RMS nas duas simulações realizadas.

Simulação	RMS na H (mm/s)	RMS na V (mm/s)
1ª	81,01	962,30
2ª	227,07	1643,92

Tabela 5.4.1.2 - Valores do RMS do modelo do desalinhamento paralelo nas diferentes simulações

Na 1ª simulação, para uma velocidade de rotação n de 1500 rpm, adquiriu-se, na H e na V, as formas de onda e os EF FFTs representados nas seguintes figuras, medidos na chumaceira motora.

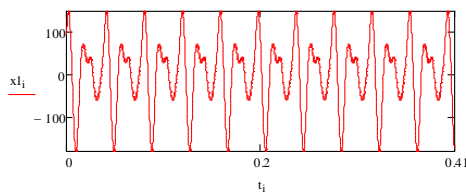


Figura 5.4.1.6 - FO na H da chumaceira motora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)

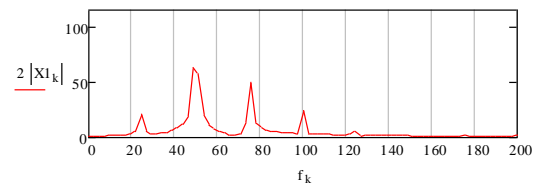


Figura 5.4.1.7 - EF FFT na H da chumaceira motora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)

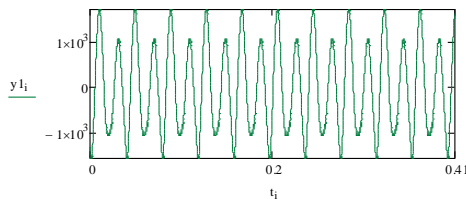


Figura 5.4.1.8 - FO na V da chumaceira motora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)

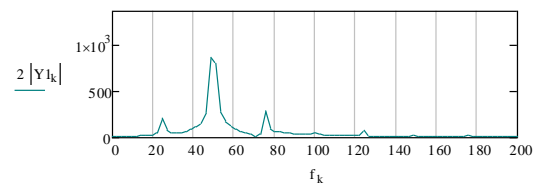


Figura 5.4.1.9 - EF FFT na V da chumaceira motora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)

Na chumaceira redutora adquiriu-se, na H e na V, as formas de onda e os EF FFTs ilustrados nas próximas figuras.

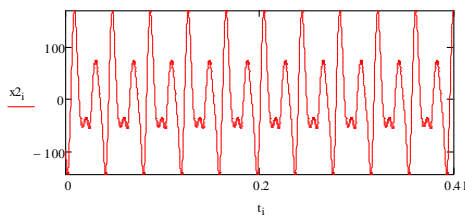


Figura 5.4.1.10 - FO na H da chumaceira redutora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)

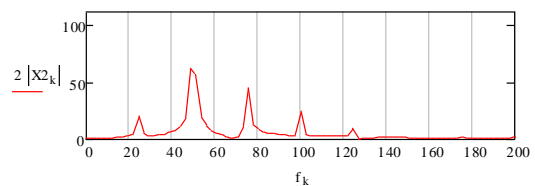


Figura 5.4.1.11 - EF FFT na H da chumaceira redutora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)

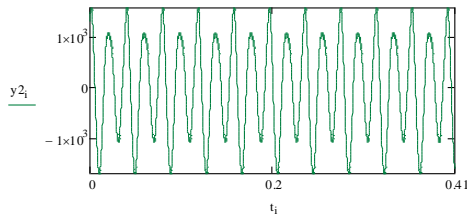


Figura 5.4.1.12 - FO na H da chumaceira redutora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)

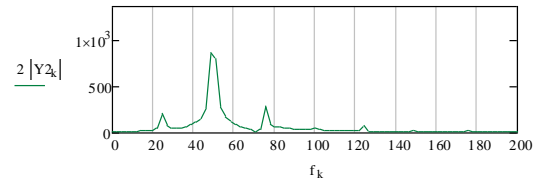


Figura 5.4.1.13 - EF FFT na V da chumaceira redutora no modelo do desalinhamento paralelo (1ª simulação)

Na componente $1 \times \text{rpm}$ na direcção vertical obteve-se um ângulo de fase (ϕ) na chumaceira motora de $309,0^\circ$ e na chumaceira redutora de $128,7^\circ$ que corresponde a um desfasamento entre as chumaceiras de $180,3^\circ$.

A Figura 5.4.1.14 ilustra a sobreposição dos EF FFTs, medidos na direcção vertical, da chumaceira motora da 1ª simulação com o da 2ª simulação.

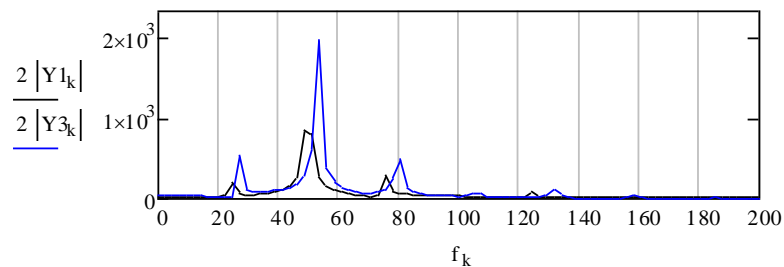


Figura 5.4.1.14 - Sobreposição do EF FFT na V obtido na 1ª simulação e na 2ª simulação no modelo do desalinhamento paralelo

5.4.1.4 - Discussão da Simulação do Desalinhamento Paralelo

Neste modelo do desalinhamento paralelo desenvolvido no *Algodo* obteve-se que a vibração ocorre a 1, a 2 e a $3 \times \text{rpm}$, como podemos visualizar por intermédio das amplitudes máximas dos EF FFTs adquiridos.

A componente $2 \times \text{rpm}$ adquirida, como é maior que a componente $1 \times \text{rpm}$, comprova um dos sintomas do desalinhamento paralelo predominante. O aparecimento da componente $3 \times \text{rpm}$, conforme afirma Sheffer e Girdhar (2004), deve-se ao facto de se ter obtido um desalinhamento muito grave que pode ser confirmado através do *RMS* (ver Tabela 5.4.1.2). Apesar de se ter tido a preocupação de reduzir os valores do *RMS* para valores mais aceitáveis de vibração, aumentando a frequência de amostragem, bem como, o amortecimento e a rigidez do sistema, por razões tecnológicas desconhecidas do *Algodo* não se conseguiu alterar. Desta forma, este modelo apresenta componentes harmónicas com elevadas amplitudes que não correspondem à realidade, embora a sua sintomatologia vibracional ser a mesma.

A confirmação que este modelo simula o desalinhamento paralelo foi realizada através do ângulo de fase das chumaceiras. Como adquiriu-se um desfasamento entre as chumaceiras, aproximadamente, de 180° , demonstrou-se, assim, que estamos perante este tipo avaria.

Também, constatou-se, através da Figura 5.4.1.14, que as amplitudes de vibração do desalinhamento paralelo variam consideravelmente com a velocidade de rotação, o que torna este parâmetro um grave problema nas máquinas rotativas acopladas.

Por fim, conclui-se com este modelo, que o aparecimento da componente $2 \times \text{rpm}$ no desalinhamento paralelo deve-se à flexão do acoplamento durante a rotação dos veios que, por sua vez, deve provocar o excessivo carregamento das chumaceiras e o seu, respectivo, desgaste.

5.4.2 - Simulação da Sintomatologia Vibracional da Avaria num Rolamento

Os rolamentos são um dos principais componentes de uma máquina rotativa. As suas avarias ocorrem, normalmente, devido a defeitos localizados em qualquer uma das suas partes constituintes (ilustradas na Figura 5.4.2.1), tais como, os elementos rolantes (esferas ou rolos), a gaiola, a pista exterior e a pista interior.

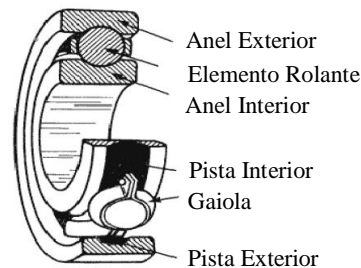


Figura 5.4.2.1 - Componentes de um rolamento (Mesquita *et al*, 2002)

Na maioria dos casos é possível identificar o tipo de avaria do rolamento através da sua frequência característica de vibração. As frequências características de defeito do rolamento são determinadas através das seguintes equações (Sheffer e Girdhar, 2004 e Siegel *et al*, 2011):

$$FTF = \frac{1}{2} \cdot \frac{n}{60} \left(1 - \frac{d_r}{D_r} \cdot \cos\alpha\right) \quad (\text{Eq. 45})$$

$$BPFO = \frac{n}{60} \cdot \frac{Nb}{2} \left(1 - \frac{d_r}{D_r} \cdot \cos\alpha\right) \quad (\text{Eq. 46})$$

$$BPFI = \frac{n}{60} \cdot \frac{Nb}{2} \left(1 + \frac{d_r}{D_r} \cdot \cos\alpha\right) \quad (\text{Eq. 47})$$

$$BSF = \frac{n}{60} \cdot \frac{D_r}{2d_r} \left(1 - \left(\frac{d_r}{D_r}\right)^2 \cdot (\cos\alpha)^2\right) \quad (\text{Eq. 48})$$

Onde, FTF^{106} representa frequência da avaria da gaiola (Hz), $BPFO^{107}$ a frequência da avaria na pista exterior (Hz), $BPFI^{108}$ a frequência da avaria na pista interior (Hz) e BSF^{109} a frequência da avaria no elemento rolante (Hz).

¹⁰⁶ Abreviatura, em inglês, de *fundamental train frequency*.

¹⁰⁷ Abreviatura, em inglês, de *ball pass frequency of the outer race*.

¹⁰⁸ Abreviatura, em inglês, de *ball pass frequency of the inner race*.

¹⁰⁹ Abreviatura, em inglês, de *ball spin frequency*.

Desta forma, as frequências características de defeito do rolamento são estimadas em função da velocidade de rotação do veio n (rpm) e em função dos parâmetros geométricos do rolamento, tais como, o número de elementos rolantes Nb , o diâmetro dos elementos rolantes d_r (mm), o diâmetro médio do rolamento¹¹⁰ D_r (mm) e o ângulo de contacto dos elementos rolantes α . A Figura 5.4.2.2 ilustra os parâmetros geométricos dos componentes de um rolamento.

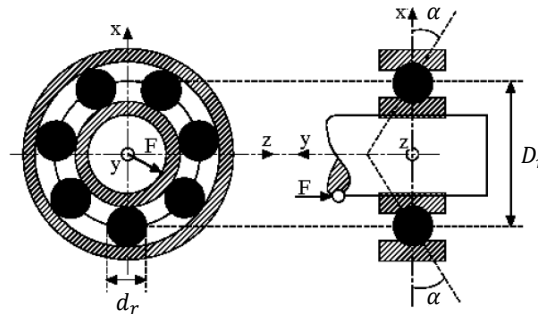


Figura 5.4.2.2 - Parâmetros geométricos de um rolamento (Mesquita *et al*, 2002)

Estas equações, como refere Mesquita *et al* (2002), são determinadas considerando o movimento rolante puro. No entanto, como na realidade ocorre algum deslizamento dos componentes, os valores das frequências características de defeito observadas apresentam um leve desvio em relação às frequências calculadas (Siegel *et al*, 2011). Portanto, estas equações devem ser consideradas apenas como uma aproximação do valor real.

O espectro de frequência típico da avaria no rolamento é, normalmente, dividido em quatro zonas, como mostra a Figura 5.4.2.3.

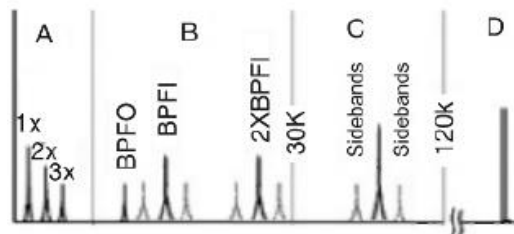


Figura 5.4.2.3 - Exemplo de um EF FFT da avaria em um rolamento (Sheffer e Girdhar, 2004)

¹¹⁰ Designado, em inglês, por *pitch diameter*.

A zona A diz respeito à ocorrência das possíveis harmônicas da máquina; a zona B é a região onde ocorre as frequências características das avarias do rolamento numa faixa, geralmente, de 83 a 500 Hz; a zona C é a região onde surge as frequências naturais ou de ressonância do rolamento, resultantes dos impactos, numa faixa de 0,5 a 2 kHz e, por fim, a zona D é a região onde ocorrem as frequências ultra-sons, a partir dos 2 kHz. Também, é frequente o aparecimento de harmônicas da frequência da avaria e o aumento da componente $1 \times \text{rpm}$.

Normalmente, as frequências de ressonância e as frequências características das avarias surgem, como ilustra a Figura 5.4.2.3, centradas entre bandas laterais (*sidebands*). As bandas laterais ocorrem no espectro de frequência devido a uma modulação no sinal na amplitude ou na frequência, sendo neste tipo de avaria a modulação na amplitude a mais frequente (Mesquita *et al*, 2002). A modulação na amplitude é uma variação de amplitude em um sinal de frequência constante, enquanto que a modulação em frequência é uma variação em frequência de um sinal de amplitude constante.

A Figura 5.4.2.4 ilustra um exemplo de um sinal portador modulado em amplitude, no domínio do tempo e no domínio em frequência, que resultou da multiplicação do sinal modulado com um sinal portador (Smith, 2010).

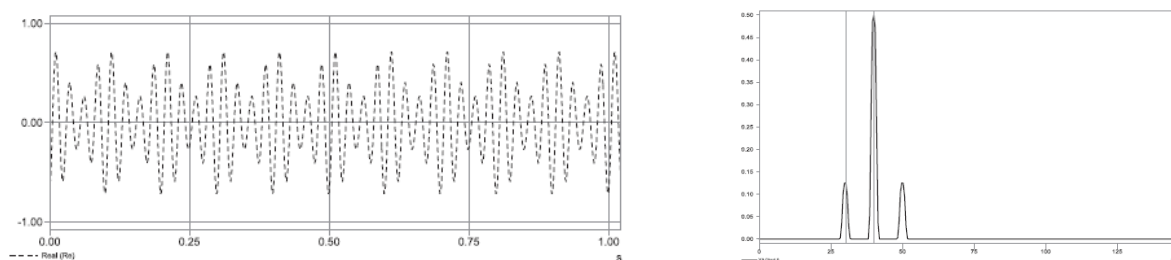


Figura 5.4.2.4 - Exemplo de um sinal portador modulado em amplitude (Smith, 2010)

A modulação em amplitude de um sinal $x(t)$ ocorre conforme as seguintes equações (Siegel *et al*, 2011):

$$x(t) = A_m \cdot \text{Cos}(2\pi \cdot f_c \cdot t) \quad (\text{Eq. 49})$$

$$A_m = A_0(1 + \beta \cdot \text{Cos}(2\pi \cdot f_m \cdot t)) \quad (\text{Eq. 50})$$

Onde, $x(t)$ representa o sinal original, f_c a frequência portadora, f_m a frequência moduladora, β o índice de modulação e A_m amplitude modulada do sinal.

Assim, a identificação das frequências características dos defeitos através da análise do EF-FFT é, normalmente, muito difícil devido à modulação do sinal em amplitude que modifica as características do sinal. Além disso, a vibração dos impactos provocados pelos defeitos possui, geralmente, uma baixa energia e as frequências características dos defeitos podem ser disfarçadas por ruído (Mesquita *et al.*, 2002) ou por outras componentes provenientes da vibração de outra máquina (Howard, 1989).

Devido a estes motivos, a análise vibracional da avaria num rolamento deve ser efectuada utilizando outros métodos de processamento mais sofisticados que possibilitem detectar os impactos periódicos que ocorrem quando o elemento danificado do rolamento entra em contacto com os outros elementos. Um dos métodos mais populares na Indústria é a análise envolvente ou de envelope¹¹¹ que possibilita extrair informações importantes numa determinada banda de frequência, eliminando o ruído ou outras componentes do sinal de vibração, ou seja, é a forma de retirar sinais importantes fora dos sinais portadores, apresentando-os de forma clara (Smith, 2010). Este método pode ser realizado tanto em sinais analógicos ou digitais (Piesol e Paez, 2010), segundo uma série de etapas.

Inicialmente, o sinal é filtrado com um filtro passa-banda em torno da frequência de ressonância da chumaceira/caixa do rolamento, eliminando, assim, as outras frequências (por exemplo, a frequência de desequilíbrio) e o ruído. A frequência de corte do filtro passa-banda deve coincidir então com a frequência de ressonância da chumaceira do rolamento e a largura de banda deve ser pelo menos duas vezes a mais alta frequência característica do defeito (Mesquita *et al.*, 2002), garantindo, assim, que o filtro deixará passar a frequência portadora e pelo menos uma par de bandas laterais de modulação. Desta forma, a selecção adequada da banda de frequência de passagem, ou seja, a selecção do filtro passa-banda, corresponde, conforme refere Siegel *et al.* (2011), a um dos passos críticos que modificam os resultados obtidos pela análise envolvente.

De seguida, a frequência característica da avaria é extraída do sinal por um processo de desmodulação¹¹² no domínio complexo. Esta técnica, por outras palavras, consiste em eliminar a frequência de ressonância (frequência portadora) ficando o sinal só com a

¹¹¹ Técnica, também, muito utilizada em engrenagem com impactos periódicos (Cuc, 1996).

¹¹² A desmodulação também pode ser efectuada em frequência e em fase. Este tipo de desmodulação é realizado em vibrações torcionais (Piesol e Paez, 2010).

frequência característica de defeito do rolamento (frequência moduladora). Como essa filtragem (extração) só é possível no domínio complexo (Siegel *et al*, 2011), esta etapa resume-se em aplicar a Transformada de *Hilbert* ao sinal filtrado uma vez que esta permite transformá-lo em um sinal analítico¹¹³. Assim sendo, ao aplicar a Transformada de *Hilbert* ao sinal filtrado produz um sinal analítico dado por:

$$z(t) = x(t) + j*y(t) \quad (\text{Eq. 51})$$

Onde, $z(t)$ representa o sinal analítico (sinal complexo), $x(t)$ o sinal medido inicialmente (parte real) e $y(t)$ a Transformada de *Hilbert* (parte imaginária).

Também, o sinal no tempo da Transformada de *Hilbert* pode ser obtido considerando apenas as componentes (amostras) positivas¹¹⁴, deslocando, assim, o sinal no eixo do tempo em -90° (Rodrigues *et al*, 2009).

Por fim, a última etapa consiste em aplicar a Transformada Rápida de *Fourier* ao sinal analítico. Este espectro, juntamente com o resultado no domínio do tempo, constitui a análise envolvente ou de envelope (Konstantin-Hansen e Herlufsen, 2010). Desta forma, é possível determinar a frequência característica do defeito do rolamento.

¹¹³ É um sinal complexo no domínio do tempo.

¹¹⁴ No caso de se considerar as componentes negativas o deslocamento é de 90° .

As etapas descritas anteriormente encontram-se ilustradas através da seguinte figura.

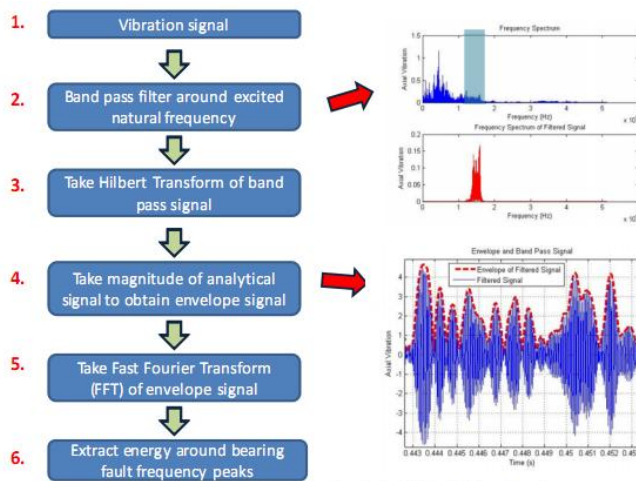


Fig. 6: Bearing Envelope Analysis Method Flow Chart

Figura 5.4.2.5 - Etapas do processamento da análise envolvente (Siegal *et al*, 2011)

Também, é importante referir que a avaliação da condição de um rolamento é efectuada por vários métodos já mencionados anteriormente. Os mais comuns são o EF PBC, o Factor Crista e o Factor de *Kurtosis*.

Pretende-se, desta forma, desenvolver um modelo de um rolamento montado num veio que simule a sintomatologia vibracional da avaria na pista interior e exterior, ou seja, pretende-se comparar as frequências características do rolamento calculadas com as frequências identificadas na simulação.

5.4.2.1 - Descrição do Modelo

O modelo desenvolvido no *Algodo* da avaria na pista exterior ou interior num rolamento encontra-se representado na seguinte figura.

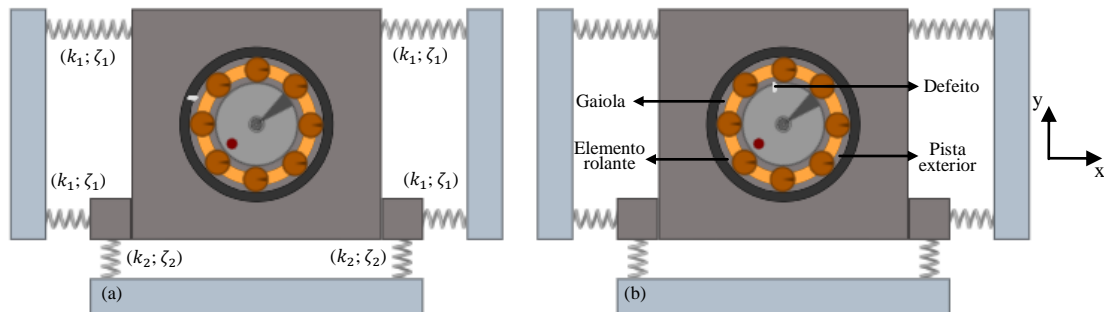


Figura 5.4.2.6 - Modelo da avaria na pista exterior (a) ou interior (b) do rolamento no *Algodo*

Este modelo é constituído por um veio de massa m_v que roda dentro de um rolamento com uma velocidade de rotação constante n . O veio é apoiado por uma chumaceira de massa m_{ch} e apresenta uma massa de desequilíbrio de massa m_d .

O rolamento, por sua vez, é constituído por oito elementos rolantes (esferas ou rolos) de massa m_r com um diâmetro uniforme d_r , por uma pista exterior¹¹⁵ de massa m_{pe} fixa à chumaceira e por uma gaiola de massa m_g que permite manter os corpos rolantes a uma distância constante uns dos outros, evitando, assim, o contacto directo entre eles e proporcionando uma distribuição uniforme das forças geradas e o seu, respectivo, funcionamento regular. No entanto, neste modelo não se modelou a presença da pista interior existe nos rolamentos. Admitiu-se que, na realidade, a pista interior apresenta a mesma velocidade de rotação do veio, não sendo por isso necessária a sua modelação.

Inicialmente, a vibração do modelo vai ser medida na condição normal de serviço (sem dano). De seguida, o modelo vai ser analisado com a avaria na pista exterior ou na pista interior. A avaria foi criada através da adição de uma pequena massa na pista exterior ou na pista interior, simulando-se, assim, a presença de fragmentos das pistas que surgem em determinado estágio da evolução da avaria.

¹¹⁵ Normalmente, a pista exterior é fixa e a pista interior gira junto com o eixo de rotação da máquina (Mesquita *et al*, 2002).

Foi considerado que a gaiola do rolamento apresenta um coeficiente de atrito dinâmico (μ_d) igual a zero de modo a não existir nenhuma fricção (atrito) com os elementos rolantes, possibilitando, assim, o movimento destes sobre o veio e sobre a pista exterior. No entanto, conforme Mobley (1999), existe sempre algum atrito entre os elementos rolantes e as pistas do rolamento. Este atrito é o que proporciona que os elementos rolantes rodem em torno das pistas do rolamento. Desta forma, considerou-se que o veio apresenta um coeficiente de atrito dinâmico maior do que o utilizado nos elementos rolantes e na pista exterior.

5.4.2.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo

As propriedades físicas características da vibração (m , k e c) foram atribuídas de forma a simular uma máquina rotativa ideal (igual liberdade da máquina rotativa deslocar-se na H e na V) com uma vibração sub-amortecida e com uma frequência natural ou de ressonância superior às frequências características da avaria do rolamento, situada na faixa entre 0,5 a 2 kHz. Também, a velocidade de rotação do veio e os parâmetros geométricos do rolamento foram estabelecidos tendo em conta que as frequências características da avaria ($BPFO$ e $BPFI$) situem entre os 83 Hz e os 500 Hz, conforme refere Sheffer e Girdhar (2004).

Os componentes do modelo foram considerados apresentando as seguintes massas:

Massa da chumaceira – $m_{ch} = 5,0$ kg

Massa do veio – $m_v = 3,5$ kg

Massa de desequilíbrio – $m_d = 0,2$ kg

Massa de cada elemento rolante – $m_r = 0,204$ kg

Massa da gaiola – $m_g = 0,165$ kg

Massa da pista exterior – $m_{pe} = 0,1$ kg

Considerou-se o veio com uma velocidade de rotação constante n de 2400 rpm (40 Hz) e com um binário T de 4000 N.m. Foi atribuído um elevado binário de forma a promover uma menor resistência do veio (movimento de rotação constante) uma vez que o atrito dinâmico entre o veio e os elementos rolantes, bem como, o defeito do rolamento, provoca a alteração da velocidade de rotação do veio.

O diâmetro dos componentes do modelo do rolamento encontram-se indicados na seguinte tabela.

Componente	Diâmetro (m)
Veio (d_v)	0,080
Elementos rolantes (d_r)	0,024
Diâmetro médio do rolamento ($D_r = d_v + d_r$)	0,128

Tabela 5.4.2.1 - Diâmetro dos componentes do modelo do rolamento

Através da equação 45 à 48, considerando o ângulo de contacto dos elementos rolantes α igual a zero, obteve-se que o rolamento apresenta as frequências características das avarias exibidas na Tabela 5.4.2.2.

Tipo de avaria	Frequência (Hz)
<i>FTF</i>	12,5
<i>BPFO</i>	100,0
<i>BPFI</i>	220,0
<i>BSF</i>	45,8

Tabela 5.4.2.2 - Frequências características das avarias do rolamento

Os valores do coeficiente de atrito dinâmico atribuído aos diversos componentes do sistema mecânico encontram-se apresentados na seguinte tabela.

Componente	Coefficiente de atrito dinâmico (μ_d)
Veio	1
Pista exterior	0,5
Elementos rolantes	0,5
Gaiola	0
Impureza (defeito)	0,54

Tabela 5.4.2.3 - Valores do coeficiente de atrito dinâmico dos componentes do modelo da avaria do rolamento

A Tabela 5.4.2.4 exhibe as constantes de rigidez e os factores de amortecimento atribuídos no modelo.

Constantes de Rigidez da Chumaceira na H - k_1 (N/m)	Constantes de Rigidez da Chumaceira na V - k_2 (N/m)	Factores de Amortecimento da Chumaceira na H - ζ_1	Factores de Amortecimento da Chumaceira na V - ζ_2
4×10^8	8×10^8	0,1	0,4

Tabela 5.4.2.4 - Rigidez e o factor de amortecimento atribuído no modelo da avaria do rolamento

A partir da massa total do sistema m de 10,6 kg e das propriedades físicas apresentadas na Tabela 5.4.2.4 determinou-se a rigidez e o amortecimento equivalente do sistema em ambas as direcções, bem como o factor de amortecimento equivalente e a frequência natural amortecida do sistema. Estas propriedades físicas foram calculadas sem considerar a massa da impureza (defeito) de 1×10^{-2} kg.

Utilizando a equação 22 obteve-se na direcção horizontal e na direcção vertical uma igual rigidez equivalente de $1,6 \times 10^9$ N/m, simulando-se, assim, como já foi referido uma máquina rotativa ideal.

As constantes de amortecimento do sistema na horizontal e na vertical foram determinadas considerando, respectivamente, a equação 52 e a equação 53 uma vez que no *Algodo* atribuiu-se apenas o factor de amortecimento.

$$\zeta_1 = \frac{c_1}{2 \cdot \frac{m}{4} \cdot \sqrt{\frac{k_1}{\left(\frac{m}{4}\right)}}} \quad (\text{Eq. 52})$$

$$\zeta_2 = \frac{c_2}{2 \cdot \frac{m}{2} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{\left(\frac{m}{2}\right)}}} \quad (\text{Eq. 53})$$

Onde, c_1 representa as constantes de amortecimento da chumaceira na horizontal (Ns/m), c_2 as constantes de amortecimento da chumaceira na vertical (Ns/m) e m a massa total do sistema mecânico (kg).

A equação 52 e a equação 53 foram deduzidas com base na equação 26. O sistema como apresenta na direcção horizontal quatro molas e na direcção vertical duas molas, a massa total do sistema foi dividida por quatro na equação 52 e por dois na equação 53. Realizou-se essa dedução de forma a se obter a constante de amortecimento de cada mola nas suas respectivas direcções. Obteve-se, assim, na horizontal um amortecimento c_1 de 6510,7 Ns/m e na vertical um amortecimento c_2 de 52085,7 Ns/m. Desta forma, o sistema, conforme a equação 23, apresenta um amortecimento equivalente de 26042,8 Ns/m na direcção horizontal e de 104171,4 Ns/m na direcção vertical.

O factor de amortecimento equivalente do sistema foi calculado utilizando a equação 26. Obteve-se na horizontal e na vertical, respectivamente, um factor de amortecimento equivalente de 0,1 e de 0,4, o que comprova que o sistema vai apresentar uma vibração sub-amortecida ($\zeta_{eq} < 1$).

Por fim, através da equação 27, determinou-se a frequência natural amortecida do sistema de 1936,1 Hz na direcção horizontal e de 1642,7 Hz na direcção vertical. Deste modo, confirmou-se que as frequências naturais amortecidas são maiores que a frequência de excitação (40 Hz) e maiores que as frequências características do defeito do rolamento.

5.4.2.3 - Resultados da Simulação da Avaria num Rolamento

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos considerando a condição normal de serviço (sem dano), a avaria na pista exterior e a avaria na pista interior. Os sinais foram analisados com uma frequência de amostragem de 10000 Hz para 2048 amostras, considerando o regime transiente e o regime estacionário. Os EF FFTs foram processados aplicando a janela rectangular, segundo a escala linear e a escala logarítmica. No entanto, a utilização da escala linear, como comprova os espectros em anexo presentes em formato digital, é pouco adequada no diagnóstico da avaria em rolamentos, devido às pequenas amplitudes provocadas pelo defeito do rolamento. Desta forma, os espectros exibidos a seguir encontram-se na escala logarítmica de forma a realçar as pequenas amplitudes provocadas pelo defeito.

Na condição normal de serviço adquiriu-se, na horizontal e na vertical, os EF FFTs ilustrados, respectivamente, na Figura 5.4.2.7 e na Figura 5.4.2.8, onde a linha vertical de 40 Hz representa a frequência de desequilíbrio teórica (frequência de rotação).

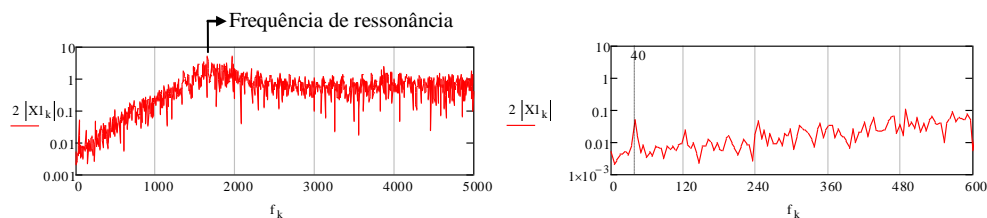


Figura 5.4.2.7 - EF FFT na H da condição normal de serviço do modelo do rolamento

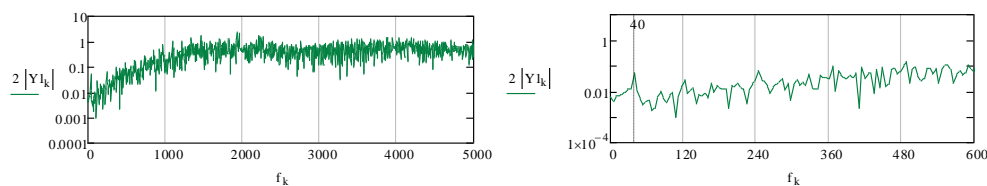


Figura 5.4.2.8 - EF FFT na V da condição normal de serviço do modelo do rolamento

Através da análise dos espectros de frequência obtidos na condição normal de serviço, verificou-se que ocorreu a frequência de desequilíbrio e a excitação da ressonância, entre os 0,5 e os 2 kHz, provocada pelos impactos sucessivos dos elementos rolantes, bem como, a presença de ruído. A frequência de desequilíbrio apresenta uma amplitude de 0,054 mm/s na direcção horizontal e de 0,052 mm/s na direcção vertical.

De seguida foi adicionado uma impureza (massa) à pista exterior, como ilustra a Figura 5.4.2.6, segundo três casos diferentes de dano (severidade), onde o grau do dano foi aumentado progressivamente em relação ao caso anterior.

As seguintes figuras ilustram os EF FFTs obtidos nos três casos da avaria na pista exterior. A linha vertical BPFO representa a frequência característica teórica da avaria na pista exterior (BPFO=100 Hz).

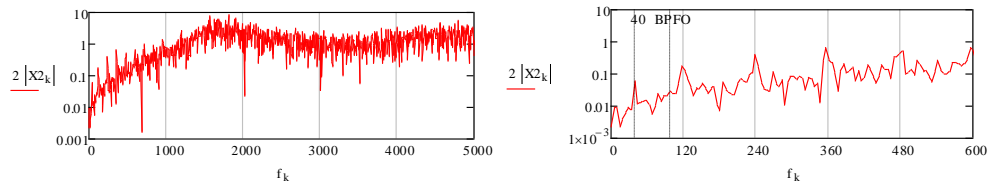


Figura 5.4.2.9 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (1ª simulação)

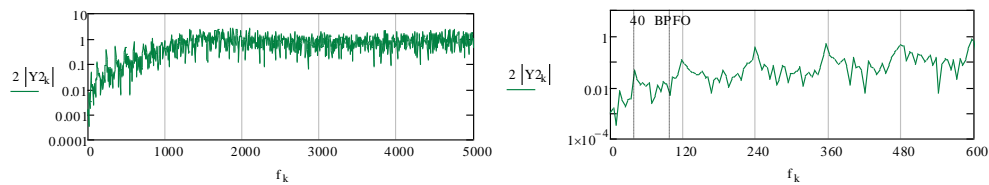


Figura 5.4.2.10 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (1ª simulação)

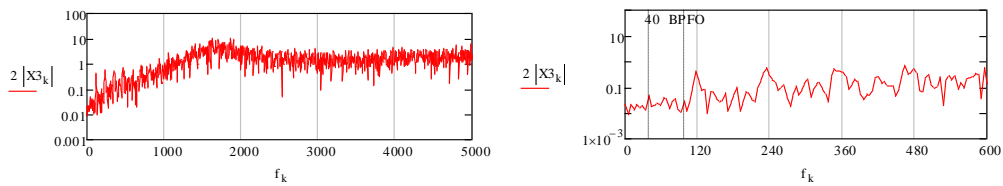


Figura 5.4.2.11 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (2ª simulação)

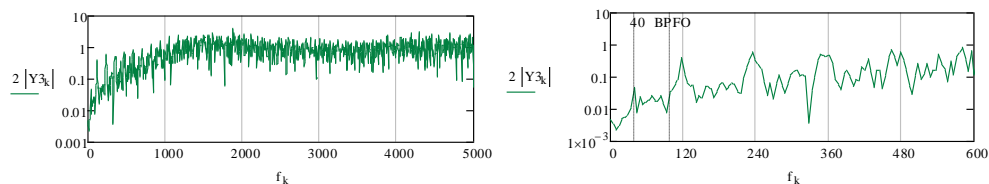


Figura 5.4.2.12 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (2ª simulação)

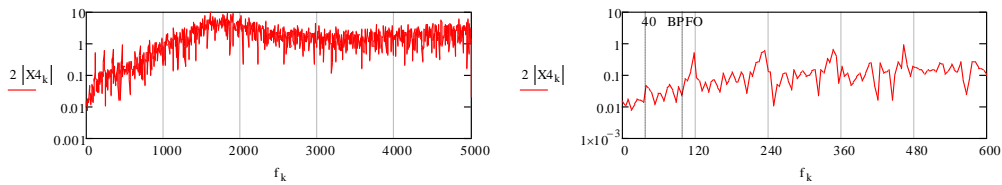


Figura 5.4.2.13 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (3ª simulação)

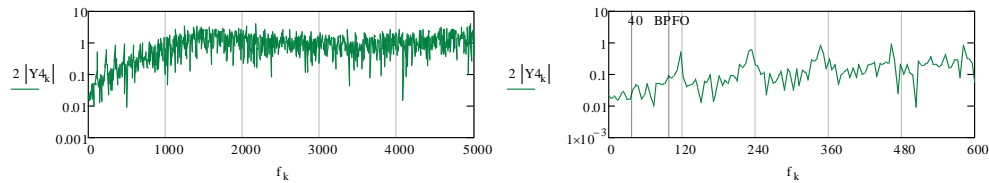


Figura 5.4.2.14 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista exterior do rolamento (3ª simulação)

Analisando os espectros de frequência obtidos nas três simulações anteriores, considerou-se que a frequência da avaria na pista exterior ocorre nas componentes de frequência apresentadas na seguinte tabela.

Simulação	Frequência da avaria na pista exterior na H (Hz)	Frequência da avaria na pista exterior na V (Hz)	Amplitude da frequência da avaria na pista exterior na H (mm/s)	Amplitude da frequência da avaria na pista exterior na V (mm/s)
1ª Simulação	97,7	102,5	0,029	0,027
2ª Simulação	97,7	97,7	0,030	0,034
3ª Simulação	102,5	97,7	0,080	0,090

Tabela 5.4.2.5 - Frequência da avaria na pista exterior e a sua amplitude

Os maiores picos presentes, visíveis nos espectros da direita, correspondem às componentes harmónicas de $1 \times \text{rpm}$ (39,1 Hz). A Tabela 5.4.2.6 indica a amplitude da componente harmónica a $1 \times \text{rpm}$ adquirida nas diversas simulações.

Simulação	Amplitude da componente $1 \times \text{rpm}$ na H (mm/s)	Amplitude da componente $1 \times \text{rpm}$ na V (mm/s)
1ª Simulação	0,059	0,048
2ª Simulação	0,048	0,047
3ª Simulação	0,046	0,046

Tabela 5.4.2.6 - Amplitude da componente harmónica a $1 \times \text{rpm}$ no modelo da avaria na pista exterior do rolamento

Em relação à avaria na pista interior, esta, também, foi simulada segundo três casos diferentes de dano. Tal como a avaria na pista exterior, o grau do dano foi aumentado progressivamente em relação à simulação anterior.

As próximas figuras representam os EF FFTs adquiridos nos três casos da avaria na pista interior. A linha vertical BPFi representa a frequência característica teórica da avaria na pista interior (BPFi=220 Hz).

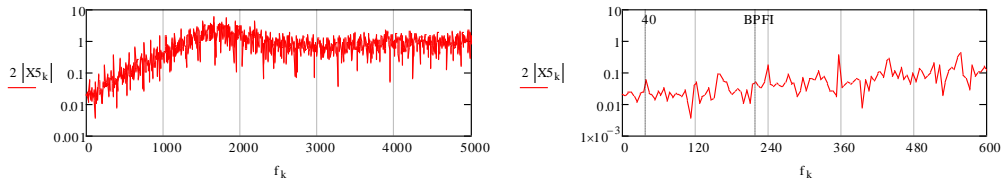


Figura 5.4.2.15 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (1ª simulação)

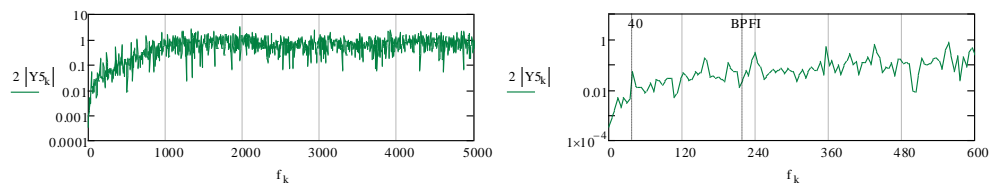


Figura 5.4.2.16 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (1ª simulação)

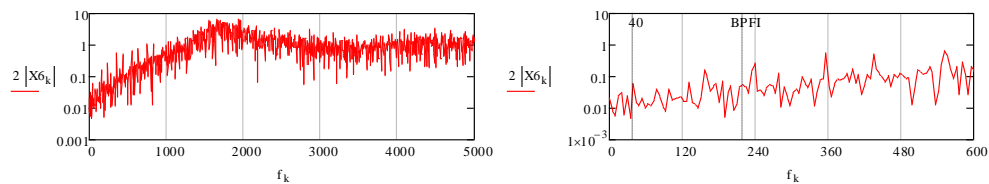


Figura 5.4.2.17 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (2ª simulação)

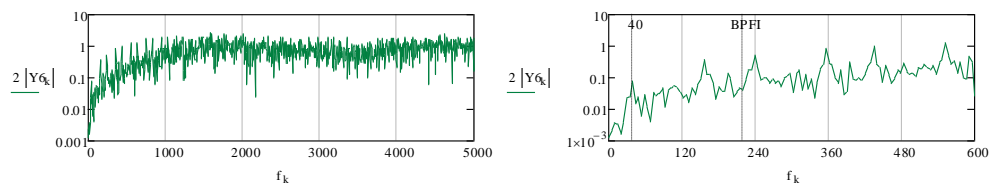


Figura 5.4.2.18 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (2ª simulação)

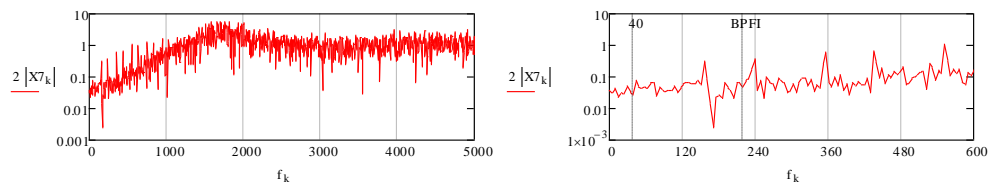


Figura 5.4.2.19 - EF FFT na H obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (3ª simulação)

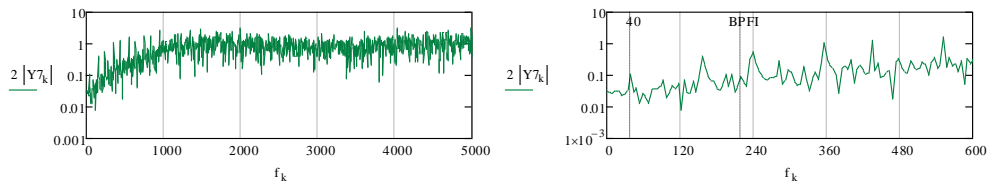


Figura 5.4.2.20 - EF FFT na V obtido no modelo da avaria na pista interior do rolamento (3ª simulação)

Realizando a análise dos espectros anteriores foi considerado que a frequência da avaria na pista interior ocorre nas componentes expostas na Tabela 5.4.2.7.

Simulação	Frequência da avaria na pista exterior na H (Hz)	Frequência da avaria na pista exterior na V (Hz)	Amplitude da frequência da avaria na pista exterior na H (mm/s)	Amplitude da frequência da avaria na pista exterior na V (mm/s)
1ª Simulação	219,8	224,7	0,053	0,058
2ª Simulação	219,8	224,7	0,057	0,094
3ª Simulação	224,7	219,8	0,080	0,089

Tabela 5.4.2.7 - Frequência da avaria na pista interior e a sua amplitude

A componente harmónicas a $1 \times \text{rpm}$ ocorre com as amplitudes apresentadas na Tabela 5.4.2.8.

Simulação	Amplitude da componente $1 \times \text{rpm}$ na H (mm/s)	Amplitude da componente $1 \times \text{rpm}$ na V (mm/s)
1ª Simulação	0,062	0,054
2ª Simulação	0,063	0,078
3ª Simulação	0,079	0,112

Tabela 5.4.2.8 - Amplitude da componente harmónica a $1 \times \text{rpm}$ no modelo da avaria na pista interior do rolamento

A Tabela 5.4.2.9 indica os valores do *Pico*, do *RMS* e do Factor Crista (*FC*) do modelo, considerando a condição normal de serviço, a avaria na pista exterior e a avaria na pista interior.

Simulação	<i>Pico</i> na H (mm/s)	<i>Pico</i> na V (mm/s)	<i>RMS</i> na H (mm/s)	<i>RMS</i> na V (mm/s)	<i>FC</i> na H	<i>FC</i> na V
Condição normal de serviço	165,6	112,5	20,5	12,1	8,1	9,3
Avaria na pista exterior						
1ª Simulação	290,7	168,1	40,5	20,4	7,2	8,2
2ª Simulação	664,5	181	51,9	24,1	12,8	7,5
3ª Simulação	419,4	235,7	54,6	27,8	7,7	8,5
Avaria na pista interior						
1ª Simulação	283,4	178,8	27	18,3	10,5	9,8
2ª Simulação	369,5	154,8	34,8	20,6	10,6	7,5
3ª Simulação	245,8	180,4	33,1	22,9	7,4	7,9

Tabela 5.4.2.9 - Valores do *Pico*, do *RMS* e do *FC* do modelo da avaria do rolamento

Posteriormente, com o objectivo de eliminar as frequências de ressonância (frequência portadora) e o ruído, ficando apenas com a frequência de rotação e com as frequências características do defeito (frequências moduladoras), efectuou-se a análise envolvente.

Esta técnica foi realizada aplicando, inicialmente, no domínio da frequência, o filtro passa-banda a partir da zona de ressonância utilizando a seguinte equação escrita segundo a linguagem de programação do *Mathcad 14*:

$$X_{f_k} = X_k \text{ if } (k > 125 \wedge k < 580,1, 0) \quad (\text{Eq. 54})$$

De seguida, as componentes do sinal filtrado foram multiplicadas por $-j$ (deslocação do sinal em -90° no eixo das abcissas), obtendo-se, assim, a Transformada de *Hilbert* ($X_{h_k} = -jX_{f_k}$). Aplicando, depois, a Transformada Rápida de *Fourier* Inversa à Transformada de *Hilbert* ($x_h = IFFT(X_h)$) obteve-se as componentes imaginárias do sinal analítico no domínio do tempo. De seguida, através do módulo do sinal analítico ($z = x + j^*x_h$) determinou-se as componentes positivas do sinal modulado e a sua respectiva forma de onda. Por fim, aplicando a Transformada Rápida de *Fourier* ao sinal modulado adquiriu-se o espectro de frequência, ou seja, a frequência de desequilíbrio e a frequência característica do defeito.

As próximas figuras ilustram a sobreposição dos EF FFTs, com e sem a análise de envolvente, adquiridos na escala linear. Os espectros a preto representam os que foram obtidos pela análise envolvente.

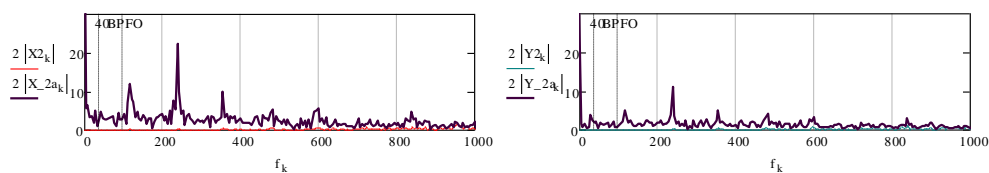


Figura 5.4.2.21 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista exterior do rolamento (1ª simulação)

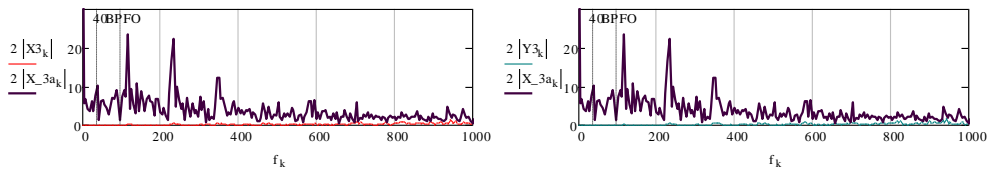


Figura 5.4.2.22 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista exterior do rolamento (2ª simulação)

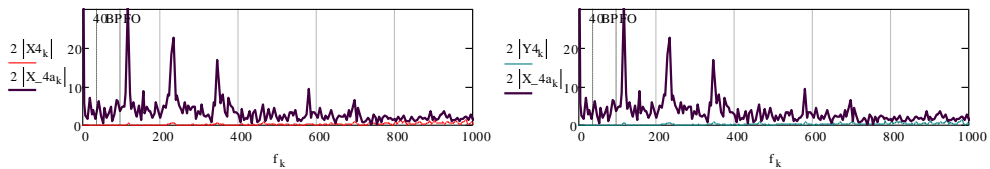


Figura 5.4.2.23 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista exterior do rolamento (3ª simulação)

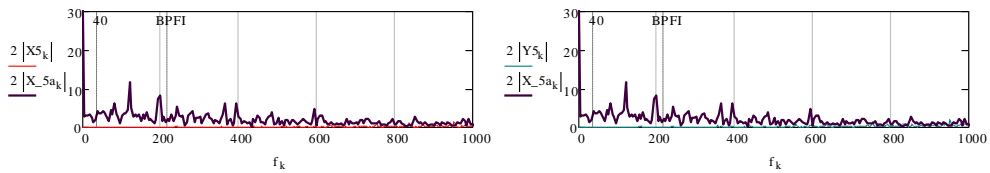


Figura 5.4.2.24 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista interior do rolamento (1ª simulação)

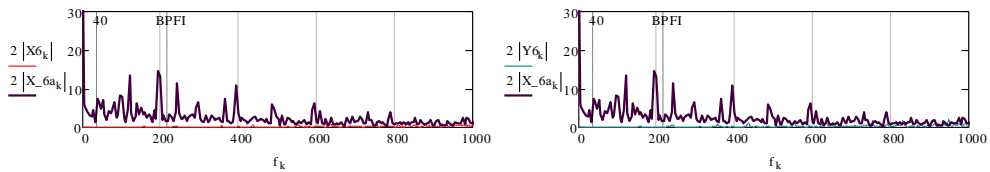


Figura 5.4.2.25 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista interior do rolamento (2ª simulação)

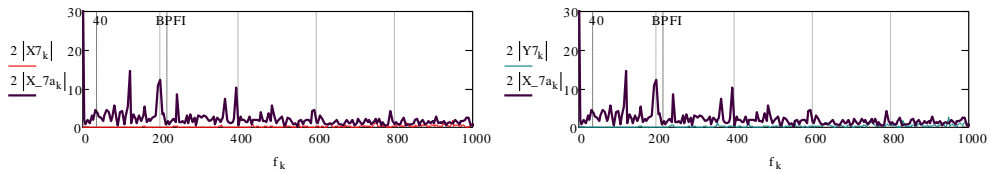


Figura 5.4.2.26 - EF FFT na H e na V com e sem a análise envolvente da avaria na pista interior do rolamento (3ª simulação)

5.4.2.4 - Discussão da Simulação da Avaria num Rolamento

A Figura 5.4.2.7 e a Figura 5.4.2.8 ilustram que ocorreu, na condição normal de serviço, o aparecimento da frequência de desequilíbrio e o aparecimento da ressonância do sistema excitada pelos impulsos sucessivos dos elementos rolantes, bem como, a presença de ruído. Desta forma, podemos concluir que o modelo, na condição normal de serviço, simula parcialmente os sintomas característicos da vibração de um rolamento uma vez que obteve-se o Factor Crista, em ambas as direcções, superior a 6 (ver Tabela 5.4.2.9) que é um dos sintomas do crescimento da avaria em rolamentos (Cut, 1996).

De seguida, adicionando um defeito na pista exterior, podemos verificar que a frequência do defeito, provocada pela resposta aos impactos dos elementos rolantes ao passarem pelo defeito, encontra-se bem caracterizada a 97,7 Hz ou a 102,5 Hz, com a sua amplitude a aumentar com a gravidade do dano (ver Tabela 5.4.2.5). Do mesmo modo, na simulação da avaria na pista interior podemos constatar que a frequência do defeito ocorre a 219,8 Hz ou a 224,7 Hz. No entanto, a amplitude da frequência do defeito na pista interior não aumentou com a gravidade do dano na direcção vertical, como mostra a Tabela 5.4.2.7.

Também, através da Tabela 5.4.2.6 e da Tabela 5.4.2.8, conclui-se que a componente harmónica a $1 \times \text{rpm}$ diminui de amplitude com o crescimento do dano na pista exterior ao contrário da pista interior que aumenta de amplitude.

Posteriormente, realizando a análise envolvente podemos averiguar, através da Figura 5.4.2.21 à Figura 5.4.2.26, que esta técnica não se mostrou eficiente no diagnóstico dos casos apresentados, uma vez que não melhorou claramente a identificação da frequência da avaria. Deste modo, como as frequências das avarias do rolamento são difíceis de serem detectadas quando analisadas pelo EF FFT, podemos questionar sobre a validade desse modelo realizado no *Algodo*. Também, através da Tabela 5.4.2.9, podemos verificar que não ocorreu o aumento do *Pico* gradual com o agravamento da severidade do dano.

Contudo, no caso da avaria na pista exterior houve o aumento do *RMS* com o agravamento do dano e a vibração apresenta uma maior energia na direcção horizontal devido à localização do dano encontra-se maioritariamente nesta direcção, como podemos observar através Figura

5.4.2.6. Ou seja, a direcção que apresenta a maior energia de vibração corresponde à direcção do dano.

Por fim, com a realização deste modelo verificou-se a importância de adquirir, no diagnóstico de avarias em rolamentos, os espectros de frequências na escala logarítmica devido à baixa amplitude da frequência do defeito, permitindo, assim, uma melhor e correcta a Análise de Vibração.

5.5 - Simulação da Sintomatologia Vibracional de Avarias Mecânicas no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Usando o *SWMA 2010*, pretende-se simular e comprovar, novamente, a sintomatologia vibracional do desequilíbrio estático numa máquina rotativa. Também, como esse *software* permite a análise dinâmica de corpos em 3D, intenciona-se demonstrar a sintomatologia vibracional do desequilíbrio dinâmico. Além disso, vai-se efectuar a equilibragem (correção) em um e em dois planos, conforme o método vectorial.

Os modelos, no *SWMA 2010*, vão ser simulados sem considerar a presença da aceleração da gravidade (g).

5.5.1 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desequilíbrio Estático

A sintomatologia vibracional característica do desequilíbrio estático encontra-se descrita no capítulo 5.3.1.

Pretende-se no *SWMA 2010* reproduzir um modelo do desequilíbrio estático em uma máquina rotativa que confirme os seus sintomas de vibração. Ou seja, ambiciona-se demonstrar, além dos seus sintomas no domínio do tempo e no domínio em frequência, que o desequilíbrio depende da força centrífuga e que a fase é estável, igual e com o mesmo sentido em ambas as chumaceiras, como ilustra a Figura 5.3.1.3.

5.5.1.1 - Descrição do Modelo

A Figura 5.5.1.1 ilustra o modelo desenvolvido e simulado do desequilíbrio estático no *SWMA 2010*. Representa um rotor simples e simétrico (centro de gravidade equidistante em relação às suas chumaceiras) de forma cilíndrica de massa m_r , suportado por duas chumaceiras com uma massa m_{ch} cada uma.

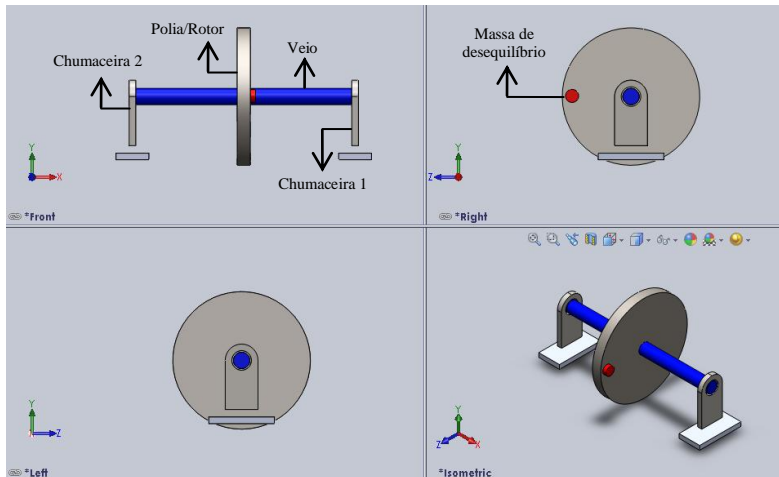


Figura 5.5.1.1 - Modelo do desequilíbrio estático no *SWMA 2010*

Considerou-se o rotor (polia) com uma velocidade de rotação constante n . Nele foi adicionado uma massa de desequilíbrio de forma cilíndrica de massa m_d , localizada em um dos seus planos num raio de desequilíbrio r_d . Neste modelo foi considerado que as chumaceiras têm apenas um GDL (movimento de translação segundo o eixo dos yy) enquanto que o rotor apresenta três GDL (movimento de rotação segundo o eixo dos xx e movimento de translação segundo o eixo dos yy e dos zz).

As chumaceiras exibem rigidez (k_1) e amortecimento (c_1) de translação na V , como ilustra a Figura 5.5.1.2. Também foi atribuído entre o veio e a chumaceira constantes de rigidez de translação (k_2), bem como, a presença do amortecimento viscoso (c_2) que simula o amortecimento causado pela película de lubrificante existente entre o veio e os rolamentos.

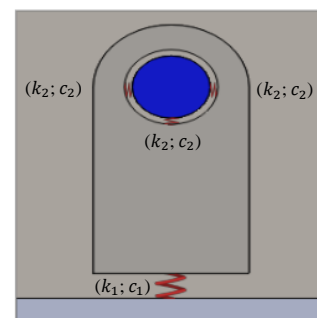


Figura 5.5.1.2 - Constantes de rigidez e de amortecimento consideradas no modelo do desequilíbrio estático no *SWMA 2010*

5.5.1.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo

O desequilíbrio em um plano numa máquina rotativa surge quando a relação entre o comprimento do rotor (L) e o seu diâmetro (D) for inferior a 0,5, ou seja, quando o comprimento do rotor for inferior a 50% do seu diâmetro (Sheffer e Girdhar, 2004). Desde modo, considerando um comprimento L de 0,020 m e um diâmetro D de 0,210 m obteve-se a relação L/D de 0,1.

O rotor foi simulado com uma velocidade de rotação constante de 1200 rpm.

Atribuiu-se às chumaceiras o material *Alloy Steel* (liga de aço), apresentando cada uma a massa m_{ch} de 0,310 kg. O veio é constituído pelo aço AISI 1020 exibindo uma massa m_v de 1,367 kg e o rotor pelo aço AISI 1035 exibindo uma massa m_r de 5,361 kg.

As chumaceiras apresentam na direcção vertical uma rigidez k_1 de 2×10^5 N/m e um amortecimento c_1 de 1×10^3 Ns/m. Entre o rotor e as chumaceiras atribui-se, na horizontal e na vertical, uma rigidez k_2 de 2×10^6 N/m e um amortecimento viscoso c_2 de 500 Ns/m.

O modelo foi simulado considerando duas massas de desequilíbrio localizadas em diferentes raios de desequilíbrio. Na primeira simulação a massa de desequilíbrio apresenta uma massa m_{d1} de 0,020 kg com um raio de desequilíbrio r_{d1} de 0,090 m. Considerou-se, na segunda simulação, uma massa de desequilíbrio com o dobro da massa utilizada na primeira simulação ($m_{d2} = 2 \cdot m_{d1}$) e com metade do raio de desequilíbrio ($r_{d2} = r_{d1}/2$).

5.5.1.3 - Resultados da Simulação do Desequilíbrio Estático

Na 1ª simulação obteve-se a Figura 5.5.1.4 e a Figura 5.5.1.3 que representam, respectivamente, a sobreposição da FO, ou do EF FFT, da chumaceira 1 com a chumaceira 2.

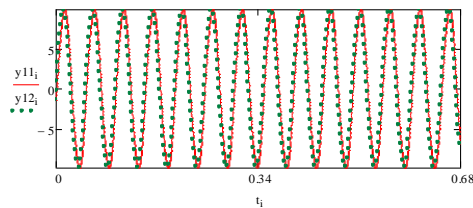


Figura 5.5.1.4 - Sobreposição da FO na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio estático (1ª simulação)

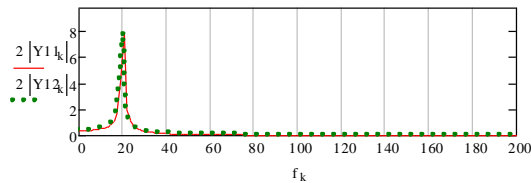


Figura 5.5.1.3 - Sobreposição do EF FFT na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio estático (1ª simulação)

O espectro de fase da chumaceira 1 e da chumaceira 2 foram determinados e encontram-se ilustrados nas seguintes figuras.

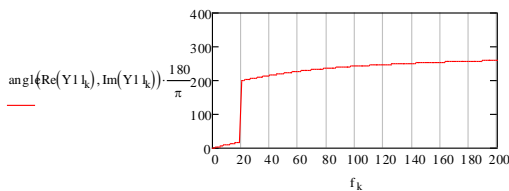


Figura 5.5.1.5 - Espectro de fase na V da chumaceira 1 do modelo do desequilíbrio estático (1ª simulação)

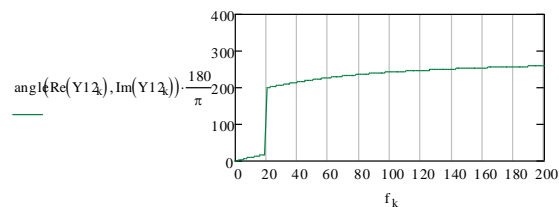


Figura 5.5.1.6 - Espectro de fase na V da chumaceira 2 do modelo do desequilíbrio estático (1ª simulação)

Desta forma, obteve-se, em ambas as chumaceiras na componente 1xrpm uma amplitude igual a 7,854 mm/s com um igual ângulo de fase de 199,6°. As duas chumaceiras apresentam um igual RMS e um igual Factor Crista (FC), respectivamente, com 6,87 mm/s e com 1,42.

Na 2ª simulação, na componente 1xrpm, determinou-se nas duas chumaceiras uma igual amplitude máxima de 7,855 mm/s com um ângulo de fase de 199,6°. Também, as duas chumaceiras apresentam um igual RMS e um igual Factor Crista (FC), respectivamente, com 6,87 mm/s e com 1,42.

A Figura 5.5.1.7 representa a sobreposição da FO, da chumaceira 1, da 1ª simulação com a da 2ª simulação.

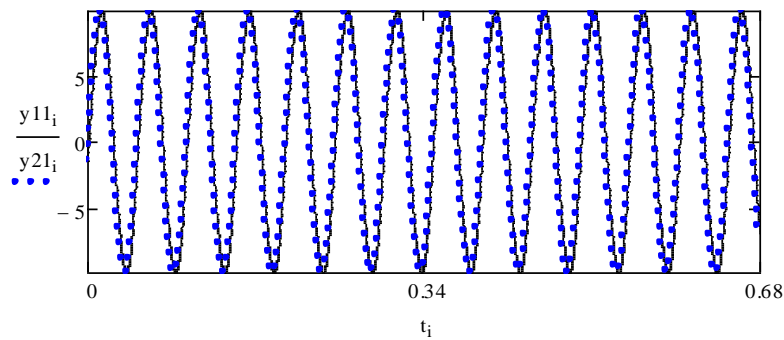


Figura 5.5.1.7 - Sobreposição da FO na V da chumaceira 1 da 1ª simulação com a da 2ª simulação no modelo do desequilíbrio estático

5.5.1.4 - Discussão da Simulação do Desequilíbrio Estático

O modelo desenvolvido, no *SWMA 2010*, do desequilíbrio estático demonstra, novamente, a sua sintomatologia vibracional, ou seja, nas duas simulações efectuadas, as suas formas de onda exibem, praticamente, uma harmónica perfeita ($FC \cong 1,414$) e a vibração predominante ocorre a $1 \times \text{rpm}$.

Também, comprovou-se, através da 1ª simulação, que no desequilíbrio estático as chumaceiras exibem uma igual vibração com o mesmo sentido e direcção ao longo do tempo, ou seja, encontram-se em fase com uma igual amplitude, como podemos visualizar através da Figura 5.5.1.4 e da Figura 5.5.1.3.

Na 2ª simulação, considerando uma massa de desequilíbrio com o dobro da massa utilizada na primeira simulação ($m_{d2} = 2 \cdot m_{d1}$) e com metade do raio de desequilíbrio ($r_{d2} = r_{d1}/2$), obteve-se, aproximadamente, uma igual vibração que a obtida na 1ª simulação (ver Figura 5.5.1.7), o que comprova que o desequilíbrio depende da força centrífuga e que o *SWMA 2010* permite analisar com eficácia a dinâmica de corpos rígidos.

5.5.1.5 - Simulação da Equilibragem em Um Plano

A equilibragem foi efectuada considerando a primeira simulação. Conforme a equação 21, o modelo apresenta um desequilíbrio residual de 1800 g.mm. Considerou-se, segundo a norma ISO 1940-1, o modelo com um grau de qualidade da equilibragem $G 6.3$ (Anexo 4). Através do diagrama fornecido pela norma ISO 1940-1 (Anexo 4) e para uma velocidade máxima de serviço de 1200 rpm obteve-se uma excentricidade residual máxima admissível de 55 μm . Utilizando a equação 28 determinou-se um desequilíbrio residual máximo admissível de 403,59 g.mm e uma massa de desequilíbrio residual máxima admissível de 4,48 g. Como o desequilíbrio residual é maior que o desequilíbrio residual admissível existe a necessidade de se efectuar a equilibragem.

A equilibragem foi efectuada segundo o método de equilibragem realizado no próprio local, conforme os procedimentos definidos no capítulo 5.3.1.5. Considerou-se uma massa de ensaio (m_e) oito vezes a massa de desequilíbrio residual máxima admissível ($m_e = 35,84 \text{ g}$) montada com um ângulo de 30° a partir da referência 0° .

5.5.1.5.1 - Resultados da Simulação da Equilibragem em Um Plano

Como já foi referido, a equilibragem foi realizada segundo os procedimentos definidos no capítulo 5.3.1.5. A Tabela 5.5.1.1 mostra os valores do vector \vec{V}_0 , \vec{V}_1 e \vec{V}_e e a Figura 5.5.1.8 ilustra o seu gráfico polar.

Vector	Amplitude - V (mm/s)	Fase - ϕ ($^\circ$)
Vector responsável pelo desequilíbrio inicial do rotor - \vec{V}_0	7,85	199,6
Vector responsável pelo desequilíbrio provocado pela adição da massa de ensaio - \vec{V}_1	8,46	77,8
Vector que representa o efeito provocado pela adição da massa de ensaio - \vec{V}_e	14,27	49,9

Tabela 5.5.1.1 - Valores do vector \vec{V}_0 , \vec{V}_1 e \vec{V}_e

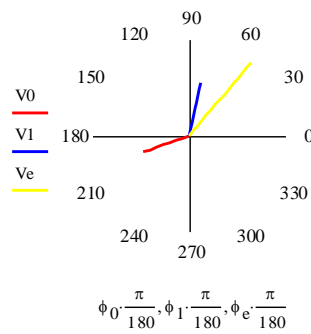


Figura 5.5.1.8 - Gráfico polar do vector \vec{V}_0 , \vec{V}_1 e \vec{V}_e

Através da equação 31 calculou-se a massa de desequilíbrio existente de 19,75 g (m_d). Ponderando que $V_c = V_0$ temos que $m_c = m_d$. Conforme a equação 29 obteve-se o ângulo de fase da massa de correcção de $329,7^\circ$ (ϕ_c). A posição da massa de correcção, relativamente à posição da massa de ensaio, foi marcada no sentido de rotação uma vez que o ângulo obtido da massa de correcção (ϕ_c) é maior que zero.

Depois de se adicionar a massa de correcção determinou-se o vector \vec{V}_2 e o vector \vec{V}_c . A Tabela 5.5.1.2 exhibe os valores obtidos do vector \vec{V}_2 e do vector \vec{V}_c .

Vector	Amplitude - V (mm/s)	Fase - ϕ (°)
Vector responsável pelo desequilíbrio provocado pela adição da $m_c - \vec{V}_2$	0,10	318,5
Vector que representa o efeito provocado pela adição da $m_c - \vec{V}_c$	7,90	19,0

Tabela 5.5.1.2 - Valores do vector \vec{V}_2 e do vector \vec{V}_c

A Figura 5.5.1.9 representa o gráfico polar do vector \vec{V}_0 , \vec{V}_2 e \vec{V}_c .

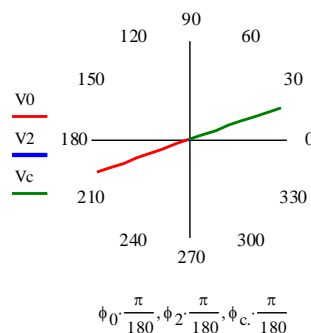


Figura 5.5.1.9 - Gráfico polar do vector \vec{V}_0 , \vec{V}_2 e \vec{V}_c

Considerando a equação 30 obteve-se a massa de correcção existente de 19,87 g. Subtraindo a massa de desequilíbrio existente pela massa de correcção existente adquiriu-se uma nova massa de desequilíbrio de 0,12 g. Como a nova massa de desequilíbrio é menor que a massa de desequilíbrio residual máxima admissível ($m_{máx} = 4,48$ g), a equilibragem encontra-se concluída.

5.5.1.5.2 - Discussão da Simulação da Equilibragem em Um Plano

Após a adição da massa de correcção obteve-se o vector \vec{V}_c , praticamente, simétrico¹¹⁶ do vector \vec{V}_0 (ver Figura 5.5.1.9), o que comprova que a equilibragem em um plano, efectuada pelo método vectorial no *SWMA 2010*, foi realizada com êxito, conforme a norma ISO 1940.

Conclui-se então que o desequilíbrio pode ser simulado com sucesso no *SWMA 2010* e que o procedimento de equilibragem, que vulgarmente se utiliza na Indústria, pode também ser simulado.

¹¹⁶ Um vector simétrico de outro tem a mesma intensidade, direcção e sentido oposto.

5.5.2 - Simulação da Sintomatologia Vibracional do Desequilíbrio Dinâmico

As máquinas rotativas também manifestam outra forma de desequilíbrio designado, na literatura, por desequilíbrio binário ou por desequilíbrio momento¹¹⁷ (*couple unbalance*) que corresponde a um caso particular do desequilíbrio dinâmico (*dynamic unbalance*). Esta forma de desequilíbrio, representada na Figura 5.5.2.1, ocorre quando o eixo de gravidade intersecta o eixo geométrico de rotação no centro de gravidade. Nesta situação a força centrífuga provocada pelo desequilíbrio produz um momento em relação ao centro de massa.

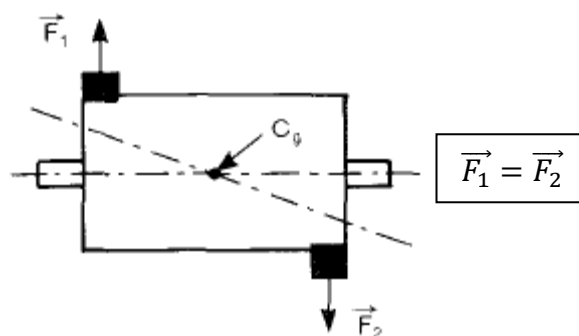


Figura 5.5.2.1 - Exemplo do desequilíbrio binário (MacCamhaoil, 1989)

Geralmente, o desequilíbrio binário provoca elevadas vibrações a $1 \times \text{rpm}$, na direcção axial e radial (normalmente, menor na A), e a fase tende a estar desfasada 180° (fases opostas), tanto no plano horizontal como no vertical, como mostra a Figura 5.5.2.2. Neste caso, como a força centrífuga é igual em ambos os planos de correcção ($\vec{F}_1 = \vec{F}_2$), a vibração é igual em ambas as chumaceiras.

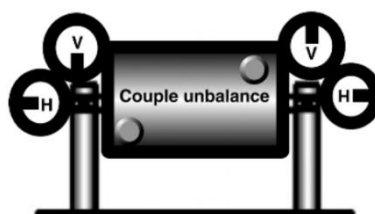


Figura 5.5.2.2 - Exemplo da relação de fases no desequilíbrio binário (Sheffer e Girdhar, 2004)

No entanto, na maioria das máquinas rotativas ocorre o desequilíbrio denominado por desequilíbrio dinâmico, sendo esta situação a mais frequente quando um rotor está

¹¹⁷ Também, designado, por vezes, por desequilíbrio angular.

desequilibrado. Este tipo de desequilíbrio acontece, como refere Oliveira (1998), quando ocorre em simultâneo o desequilíbrio estático e o desequilíbrio binário, ou seja, quando o eixo de gravidade e o eixo geométrico de rotação não se tocam (intersectam) ou coincidem (Sheffer e Girdhar, 2004), como ilustra a Figura 5.5.2.3. Neste caso ocorre, também, a excentricidade do centro de massa.

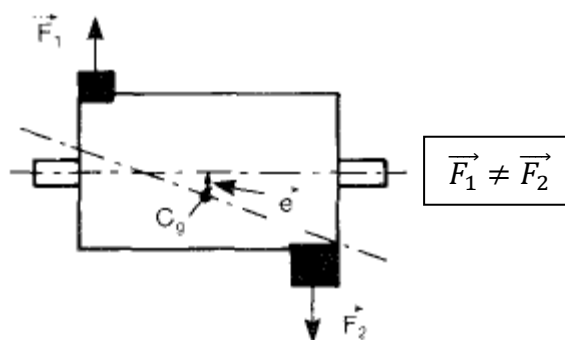


Figura 5.5.2.3 - Exemplo do desequilíbrio dinâmico (MacCamhaoil, 1989)

A sintomatologia vibracional do desequilíbrio dinâmico é semelhante à do desequilíbrio binário, excepto a fase das chumaceiras que resulta da combinação do desequilíbrio estático com o desequilíbrio binário.

Desta forma, pretende-se desenvolver um modelo que comprove a sintomatologia vibracional do desequilíbrio binário e do desequilíbrio dinâmico, ou seja, deseja-se comparar os seus respectivos sintomas de vibração no domínio do tempo e no domínio em frequência (vibração predominante a $1 \times \text{rpm}$), bem como, demonstrar que a fase das chumaceiras apresenta um desfasamento de 180° no caso do desequilíbrio binário. Além disso, vai-se realizar a equilibragem em dois planos.

5.5.2.1 - Descrição do Modelo

O modelo do desequilíbrio dinâmico simulado no *SWMA 2010* encontra-se ilustrado na Figura 5.5.2.4. Representa um rotor simples e simétrico do mesmo modo que o rotor desenvolvido no modelo do desequilíbrio estático.

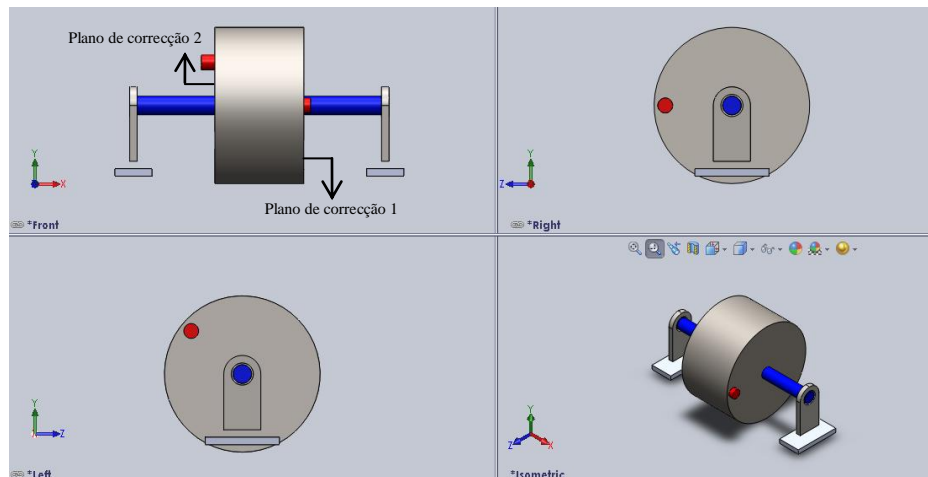


Figura 5.5.2.4 - Modelo do desequilíbrio dinâmico no *SWMA 2010*

Neste modelo foi adicionado a cada plano de correção do rotor uma massa de desequilíbrio m_d , localizadas num igual raio de desequilíbrio r_d . As chumaceiras apresentam, novamente, um GDL (movimento de translação segundo o eixo dos yy) enquanto que o rotor seis GDL (movimento de rotação segundo o eixo dos xx , yy e zz e movimento de translação segundo o eixo dos xx , yy e zz).

Foi considerado que o sistema exhibe rigidez e amortecimento de translação nas mesmas direcções utilizadas no modelo do desequilíbrio estático.

5.5.2.2 - Propriedades Físicas Atribuídas ao Modelo

O rotor foi simulado com uma velocidade de rotação constante de 1200 rpm.

O desequilíbrio em dois planos numa máquina rotativa ocorre, conforme refere Sheffer e Girdhar (2004), quando o comprimento do rotor L for superior a 50% do seu diâmetro D ($L/D > 0,5$). Desta forma, atribui-se ao rotor um comprimento L de 0,140 m com um diâmetro D de 0,210 m ($L/D = 0,7$).

Os elementos do sistema apresentam, respectivamente, os mesmos materiais considerados no modelo do desequilíbrio estático. As chumaceiras têm cada uma a massa m_{ch} de 0,310 kg, o veio uma massa m_v de 1,367 kg e o rotor uma massa m_r de 5,361 kg.

Foi atribuído à chumaceira na direcção vertical uma rigidez k_1 de $1,8 \times 10^3$ N/m com um amortecimento c_1 de 1×10^3 Ns/m e entre o veio e as chumaceiras uma rigidez k_2 de 1×10^3 N/m com um amortecimento viscoso c_2 de 500 Ns/m, ambas as direcções.

Na simulação do desequilíbrio binário (1ª simulação) adicionou-se duas massas de desequilíbrio, nos seus respectivos planos de correcção, com uma igual massa ($m_{d1} = m_{d2} = 0,023$ kg), raio de desequilíbrio ($r_{d1} = r_{d2} = 0,090$ m) e a 180° uma da outra, como ilustra a Figura 5.5.2.5 (rotor transparente). Considerou-se os raios e as massas de desequilíbrio iguais com o objectivo de obter e comprovar que ambas as chumaceiras, no desequilíbrio binário, apresentam uma igual amplitude de vibração resultante de iguais forças centrífugas ocorridas em ambos os planos de correcção.

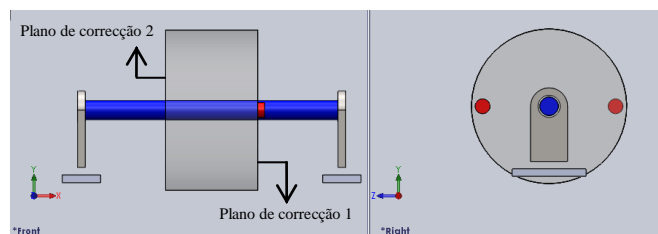


Figura 5.5.2.5 - Modelo do desequilíbrio binário no SWMA 2010 (rotor transparente)

Na simulação do desequilíbrio dinâmico (2ª simulação), alterou-se a massa de desequilíbrio do plano de correcção 2 para a massa de 0,046 kg ($m_{d2} = 2 \cdot m_{d1}$), bem como a sua posição, como exemplifica a Figura 5.5.2.4. Foi considerado as massas de desequilíbrio a 140° uma da outra. Desta forma, pretende-se demonstrar que a vibração varia, em ambas as chumaceiras, no desequilíbrio dinâmico devido à presença de diferentes forças centrífugas nos planos de correcção.

5.5.2.3 - Resultados da Simulação do Desequilíbrio Dinâmico

Na simulação do desequilíbrio binário (1ª simulação) obteve-se a Figura 5.5.2.6 e a Figura 5.5.2.7 que ilustram a sobreposição da FO, ou do EF FFT, da chumaceira 1 com a da chumaceira 2.

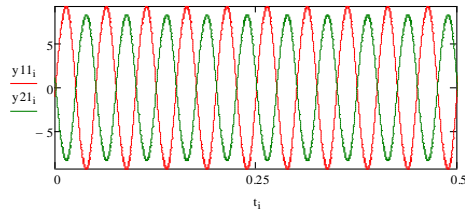


Figura 5.5.2.6 - Sobreposição da FO na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio binário (1ª simulação)

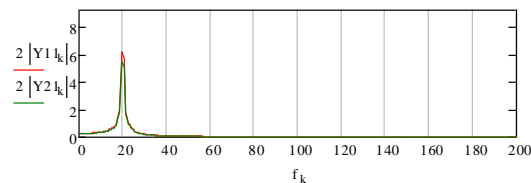


Figura 5.5.2.7 - Sobreposição do EF FFT na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio binário (1ª simulação)

Na componente $1 \times \text{rpm}$, mediu-se que a chumaceira 1 apresenta uma amplitude de 6,17 mm/s com um ângulo de fase de $350,2^\circ$ e que a chumaceira 2 apresenta uma amplitude de 5,53 mm/s com um ângulo de fase de $169,3^\circ$. Desta forma, as chumaceiras exibem um desfasamento entre elas de $180,9^\circ$.

A Figura 5.5.2.8 e a Figura 5.5.2.9 representam, respectivamente, o espectro de fase da chumaceira 1 e da chumaceira 2.

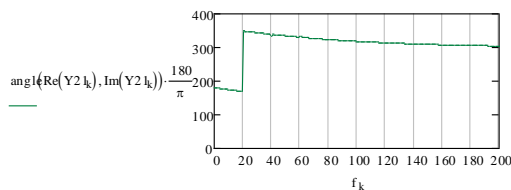


Figura 5.5.2.8 - Espectro de fase na V da chumaceira 1 do modelo do desequilíbrio binário (1ª simulação)

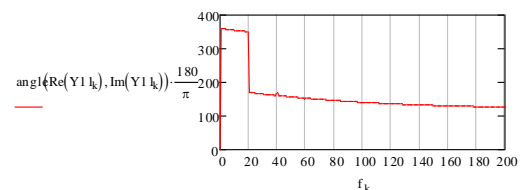


Figura 5.5.2.9 - Espectro de fase na V da chumaceira 2 do modelo do desequilíbrio binário (1ª simulação)

O Factor Crista calculado, em ambas as chumaceiras, é de 14,18 e o RMS da chumaceira 1 é de 6,53 mm/s e na chumaceira 2 de 5,85 mm/s.

De igual modo, na simulação do desequilíbrio dinâmico (2ª simulação) adquiriu-se a Figura 5.5.2.10 e a Figura 5.5.2.11 que representam, respectivamente, a sobreposição da FO, ou do EF FFT, da chumaceira 1 com a da chumaceira 2.

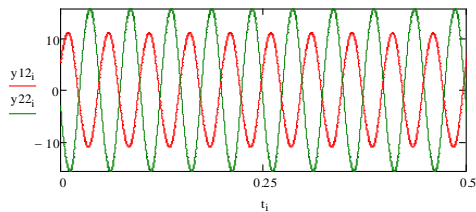


Figura 5.5.2.10 - Sobreposição da FO na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio dinâmico (2ª simulação)

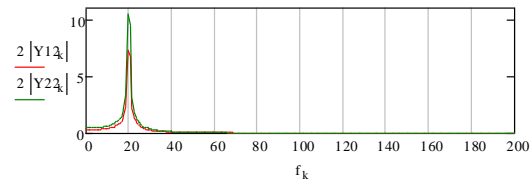


Figura 5.5.2.11 - Sobreposição do EF FFT na V da chumaceira 1 com a chumaceira 2 no modelo do desequilíbrio dinâmico (2ª simulação)

Na medição da vibração da chumaceira 1 obteve-se que a componente $1 \times \text{rpm}$ exibe uma amplitude de 7,36 mm/s com um ângulo de fase de $24,0^\circ$ e a chumaceira 2 uma amplitude de 10,50 mm/s com um ângulo de fase de $188,0^\circ$. As chumaceiras manifestam, assim, entre elas, um desfasamento de $164,0^\circ$.

5.5.2.4 - Discussão da Simulação do Desequilíbrio Dinâmica

Em ambos os modelos desenvolvidos no *SWMA 2010* comprovou-se que as suas formas de onda expressam, aproximadamente, uma harmónica perfeita e que a vibração predominante, no EF FFT, surge a $1 \times \text{rpm}$, como ilustra, por exemplo, a Figura 5.5.2.7.

Na simulação do desequilíbrio binário, apesar de se ter obtido e comprovado o desfasamento entre as chumaceiras, aproximadamente, de 180° , não se adquiriu uma igual amplitude nas chumaceiras como era de esperar (6,17 mm/s e 5,53 mm/s), uma vez que os dois planos de correcção deveriam ter uma igual força centrífuga, proveniente das iguais massas e raios de desequilíbrio utilizados. Possivelmente, não se obteve uma igual amplitude das chumaceiras devido ao método numérico utilizado ou devido ao seu intervalo de integração (quanto mais pequeno o intervalo, maior é a precisão dos resultados).

Na simulação do desequilíbrio dinâmico, comprovou-se que as chumaceiras apresentam diferentes amplitudes devido às desiguais forças centrífugas presentes nos planos de correcção. Também, confirmou-se que a chumaceira que apresenta maior amplitude corresponde ao plano de correcção que apresenta maior massa de desequilíbrio.

Além disso, como obteve-se um desfasamento de $164,0^\circ$, comprovou-se que no desequilíbrio dinâmico o desfasamento entre as chumaceiras é sempre diferente de 180° .

5.5.2.5 - Simulação da Equilibragem em Dois Planos

A equilibragem em dois planos foi realizada no modelo representado na Figura 5.5.2.4. As massas de desequilíbrio apresentam um igual raio de desequilíbrio de 0,090 m ($r_{d1} = r_{d2}$) com uma igual massa de 0,023 kg ($m_{d1} = m_{d2}$). Utilizando a equação 21, cada plano de correcção apresenta um de desequilíbrio residual de 2070 g.mm ($U_{res.1} = U_{res.2}$).

Considerou-se, conforme a norma ISO 1940-1, o modelo com o grau de qualidade da equilibragem G 6.3 (Anexo 4). Usando o diagrama presente no Anexo 4 e para uma velocidade máxima de serviço de 1200 rpm obteve-se uma excentricidade residual máxima admissível de 55 μ m. Através da equação 28 calculou-se o desequilíbrio residual máximo admissível ($U_{m\acute{a}x}$) de 756,25 g.mm. No entanto, o desequilíbrio residual máximo admissível, conforme refere a ISO 1940, é atribuído a cada plano de correcção com base na configuração e nas dimensões do rotor. No caso simulado, como os planos de correcção estão equidistantes do centro de gravidade, os seus desequilíbrios foram obtidos considerando a seguinte equação:

$$U_{m\acute{a}x.1} = U_{m\acute{a}x.2} = \frac{U_{m\acute{a}x}}{2} \quad (\text{Eq. 55})$$

Onde, $U_{m\acute{a}x.1}$ representa o desequilíbrio residual máximo admissível no plano de correcção 1 (g.mm) e o $U_{m\acute{a}x.2}$ o desequilíbrio residual máximo admissível no plano de correcção 2 (g.mm).

Desde modo, adquiriu-se que o desequilíbrio residual máximo admissível, em ambos os planos de correcção, é de 378,12 g.mm. Logo, como o $U_{res.1} \geq U_{m\acute{a}x.1}$ e $U_{res.2} \geq U_{m\acute{a}x.2}$ existe a necessidade de se efectuar a equilibragem.

Através da equação 28, determinou-se, em cada plano de correcção, uma massa residual máxima admissível de 4,20 g.

A equilibragem foi efectuada segundo Método Vectorial, conforme os seguintes passos e considerações. Primeiramente, mediu-se, com a máquina rotativa em serviço, a amplitude e o ângulo de fase em cada uma das chumaceiras (planos de correcção) e determinou-se o vector \vec{V}_{10} e o vector \vec{V}_{20} provocados pelas duas massas de desequilíbrio. De seguida, adicionou-se

uma massa de ensaio de 33,61 g a um dos planos de correcção (plano de correcção 1), considerando a massa de ensaio oito vezes a massa de desequilíbrio residual máxima admissível ($m_e = 8 \cdot m_{\text{máx}}$). A massa de ensaio foi montada com o mesmo raio que o raio de desequilíbrio e na posição relativa $(y;z) = (-0,058; 0,069)$ m. Depois da massa de ensaio ter sido adicionada, ligou-se a máquina e mediu-se, novamente, o ângulo de fase e a amplitude em cada um dos planos de correcção e obteve-se o vector \vec{V}_{11} e o vector \vec{V}_{21} . O vector \vec{V}_{11} resulta da combinação do desequilíbrio inicial no plano de correcção 1 com o desequilíbrio provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 1 e o vector \vec{V}_{21} resulta da combinação do desequilíbrio inicial no plano de correcção 2 com o desequilíbrio provocado pela adição da massa de ensaio no plano de correcção 1. Através da subtracção do vector \vec{V}_{11} com o vector \vec{V}_{10} e do \vec{V}_{21} com o vector \vec{V}_{20} adquiriu-se, respectivamente, o vector resultante \vec{V}_{e11} e o \vec{V}_{e21} . Estes dois vectores representam, respectivamente, o efeito no plano de correcção 1 e no plano de correcção 2 provocado pela massa de ensaio adicionada no plano de correcção 1. Seguidamente removeu-se a massa de ensaio e adicionou-se ao outro plano de correcção. Considerou-se esta massa de ensaio com a mesma massa da que foi montada, inicialmente, no primeiro plano de correcção e com o mesmo raio e na posição relativa $(y;z) = (-0,085; 0,031)$ m. Accionou-se, novamente, a máquina e mediu-se a amplitude e o ângulo de fase em cada uma das chumaceiras e adquiriu-se o vector \vec{V}_{12} e o vector \vec{V}_{22} . Por meio da subtracção do vector \vec{V}_{12} com o vector \vec{V}_{10} e do \vec{V}_{22} com o vector \vec{V}_{20} adquiriu-se, respectivamente, o vector resultante \vec{V}_{e12} e o \vec{V}_{e22} .

A determinação das massas de correcção que anulam o vector \vec{V}_{10} e o vector \vec{V}_{20} (desequilíbrios iniciais) consiste, conforme refere MacCamhaoil (1989), em encontrar matematicamente dois vectores (\vec{Q}_1 e \vec{Q}_2) que satisfaçam as seguintes equações:

$$\begin{cases} Q_1 \cdot V_{e11} + Q_2 \cdot V_{e12} = -V_{10} \\ Q_1 \cdot V_{e21} + Q_2 \cdot V_{e22} = -V_{20} \end{cases} \quad (\text{Eq. 56})$$

Onde, Q_1 representa o vector no plano de correcção 1 que anula o seu desequilíbrio original e Q_2 o vector no plano de correcção 2 que anula o seu desequilíbrio original.

O vector \vec{Q}_1 e o vector \vec{Q}_2 foram obtidos decompondo o sistema de equações (duas incógnitas) no seguinte sistema de matrizes:

$$Q \cdot V_e = V_0 \quad (\text{Eq. 57})$$

Onde, Q representa a matriz 2×1 dos vectores das massa de correcção, V_e a matriz 2×2 dos vectores devido ao efeito da massa de ensaio nos planos de correcção, V_0 a matriz 2×1 dos vectores provocados pelas massas de desequilíbrio em cada plano.

As matrizes Q , V_e , V_0 foram determinadas em termos de números complexos, conforme refere Sheffer e Girdhar (2004).

Logo, $Q \cdot V_e = V_0$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} Q_1 \cdot e^{j \cdot \phi_{c1}} \\ Q_2 \cdot e^{j \cdot \phi_{c2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{m_{e1}} \cdot V_{e11} \cdot e^{j \cdot \phi_{e11}} & \frac{1}{m_{e2}} \cdot V_{e12} \cdot e^{j \cdot \phi_{e12}} \\ \frac{1}{m_{e1}} \cdot V_{e21} \cdot e^{j \cdot \phi_{e21}} & \frac{1}{m_{e2}} \cdot V_{e22} \cdot e^{j \cdot \phi_{e22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{10} \cdot e^{j \cdot (\phi_{10} + \pi)} \\ V_{20} \cdot e^{j \cdot (\phi_{20} + \pi)} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 58})$$

Onde, m_{e1} representa a massa de ensaio adicionada no plano de correcção 1, m_{e2} a massa de ensaio adicionada no plano de correcção 2, ϕ_{c1} o ângulo de fase do vector \vec{Q}_1 , ϕ_{c2} o ângulo de fase do vector \vec{Q}_2 , ϕ_{e11} o ângulo de fase do vector \vec{V}_{e11} , ϕ_{e12} o ângulo de fase do vector \vec{V}_{e12} , ϕ_{e21} o ângulo de fase do vector \vec{V}_{e21} , ϕ_{e22} o ângulo de fase do vector \vec{V}_{e22} , ϕ_{10} ângulo de fase do vector \vec{V}_{10} e o ϕ_{20} ângulo de fase do vector \vec{V}_{20} .

Como $Q = V_e^{-1} \cdot V_0$ obteve-se os vectores que anulam os desequilíbrios em cada plano de correcção, onde V_e^{-1} representa a matriz inversa¹¹⁸ de V_e .

Depois de se determinar as massas de correcção e os seus ângulos de fase em cada plano de correcção, montou-se as massas de correcção nos seus respectivos planos e mediu-se, novamente, a vibração (amplitude e o ângulo de fase) em ambas as chumaceiras (planos) com a máquina em serviço. Obteve-se, assim, o vector \vec{V}_{13} e o vector \vec{V}_{23} . Subtraindo o vector \vec{V}_{13} pelo vector \vec{V}_{10} e o vector \vec{V}_{23} pelo vector \vec{V}_{20} determinou-se, respectivamente, o vector \vec{V}_{c13} e o vector \vec{V}_{c23} .

¹¹⁸ Uma matriz tem inversa se o seu determinante for diferente de zero.

5.5.2.5.1 - Resultados da Simulação da Equilibragem em Dois Planos

Os resultados da equilibragem em dois planos foram adquiridos considerando os procedimentos definidos no capítulo anterior.

A Tabela 5.5.2.1 indica os valores obtidos dos seguintes vectores:

- \vec{V}_{10} – Vector responsável pelo desequilíbrio inicial do plano de correcção 1;
- \vec{V}_{20} – Vector responsável pelo desequilíbrio inicial do plano de correcção 2;
- \vec{V}_{11} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 1 provocado pela adição da massa de ensaio (m_e) no plano de correcção 1;
- \vec{V}_{21} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 2 provocado pela adição da massa de ensaio (m_e) no plano de correcção 1;
- \vec{V}_{e11} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 1 provocado pela adição da massa de ensaio (m_e) no plano de correcção 1;
- \vec{V}_{e21} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 2 provocado pela adição da massa de ensaio (m_e) no plano de correcção 1;
- \vec{V}_{12} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 1 provocado pela adição da massa de ensaio (m_e) no plano de correcção 2;
- \vec{V}_{22} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 2 provocado pela adição da massa de ensaio (m_e) no plano de correcção 2;
- \vec{V}_{e12} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 1 provocado pela adição da massa de ensaio (m_e) no plano de correcção 2;
- \vec{V}_{e22} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 2 provocado pela adição da massa de ensaio (m_e) no plano de correcção 2.

Vector	Plano de Correcção 1		Plano de Correcção 2	
	Amplitude - V (mm/s)	Fase - ϕ (°)	Amplitude - V (mm/s)	Fase - ϕ (°)
Vector responsável pelo desequilíbrio inicial - \vec{V}_{10} e \vec{V}_{20}	4,78	7,2	6,33	194,5
Vector responsável pelo desequilíbrio provocado pela adição da m_e no plano de correcção 1 - \vec{V}_{11} e \vec{V}_{21}	13,47	301,7	14,11	171,4
Vector que representa o efeito provocado pela adição da m_e no plano de correcção 1 - \vec{V}_{e11} e \vec{V}_{e21}	12,28	281,0	8,65	154,8
Vector responsável pelo desequilíbrio provocado pela adição da m_e no plano de correcção 2 - \vec{V}_{12} e \vec{V}_{22}	5,13	170,4	11,10	276,3
Vector que representa o efeito provocado pela adição da m_e no plano de correcção 2 - \vec{V}_{e12} e \vec{V}_{e22}	9,80	178,5	11,97	307,9

Tabela 5.5.2.1 - Valores dos vectores do desequilíbrio inicial e após a adição das massas de ensaio

A Figura 5.5.2.12 e a Figura 5.5.2.13 ilustram o gráfico polar obtido, respectivamente, no plano de correcção 1 e no plano de correcção 2, provocado pela massa de ensaio adicionada no plano de correcção 1.

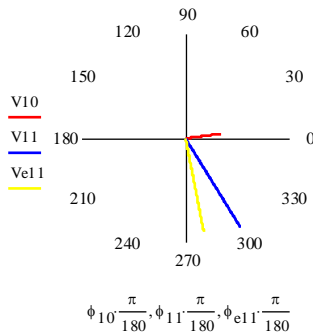


Figura 5.5.2.12 - Gráfico polar do vector \vec{V}_{10} , \vec{V}_{11} e \vec{V}_{e11}

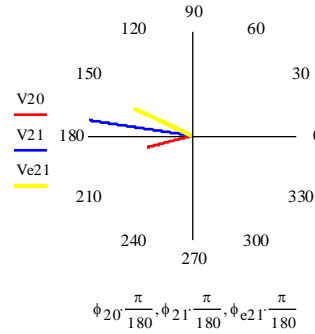


Figura 5.5.2.13 - Gráfico polar do vector \vec{V}_{20} , \vec{V}_{21} e \vec{V}_{e21}

Do mesmo modo, as seguintes figuras representam o gráfico polar determinado em ambos os planos de correcção após a adição da massa de ensaio no plano de correcção 2.

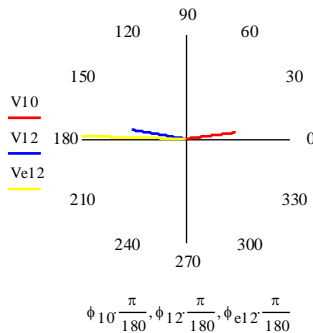


Figura 5.5.2.14 - Gráfico polar do vector \vec{V}_{10} , \vec{V}_{12} e \vec{V}_{e12}

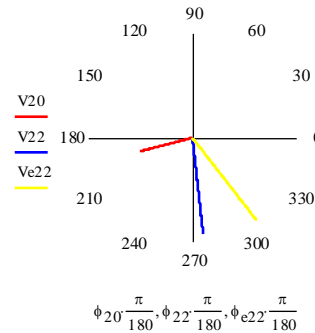


Figura 5.5.2.15 - Gráfico polar do vector \vec{V}_{20} , \vec{V}_{22} e \vec{V}_{e22}

Após a confirmação que a matriz V_e apresenta inversa ($\det(V_e) = -0,15-0,06 i$) determinou-se, utilizando a equação 58, as massas de correcção e os seus ângulos de fase exibidos na Tabela 5.5.2.2.

Massa de Correcção	Massa - m_c (kg)	Ângulo de fase - ϕ (°)
Massa de correcção do plano de correcção 1	10,40	227,0
Massa de correcção do plano de correcção 2	10,37	61,4

Tabela 5.5.2.2 - Valores obtidos da massa de correcção

Como os ângulos de fase das massas de correcção são maiores que zero, estes foram medidos no sentido de rotação relativamente às suas, respectivas, massas de ensaio.

Adicionando as massas de correcção nas suas respectivas posições, obteve-se os valores da amplitude e da fase, expostos na Tabela 5.5.2.3, dos seguintes vectores:

- \vec{V}_{13} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 1 provocado pela adição das massas de correcção;
- \vec{V}_{23} – Vector responsável pelo desequilíbrio do plano de correcção 2 provocado pela adição das massas de correcção;
- \vec{V}_{c13} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 1 provocado pela adição das massas de correcção;
- \vec{V}_{c23} – Vector que representa o efeito no plano de correcção 2 provocado pela adição das massas de correcção.

Vector	Plano de Correcção 1		Plano de Correcção 2	
	Amplitude - V (mm/s)	Fase - ϕ (°)	Amplitude - V (mm/s)	Fase - ϕ (°)
Vector responsável pelo desequilíbrio provocado pela adição das massas de correcção - \vec{V}_{13} e \vec{V}_{23}	0,55	357,3	0,68	180,8
Vector que representa o efeito provocado pela adição das massas de correcção - \vec{V}_{c13} e \vec{V}_{c23}	4,24	188,5	5,67	16,1

Tabela 5.5.2.3 - Valores dos vectores após a adição das massas de correcção

A Figura 5.5.2.16 representa o gráfico polar do vector \vec{V}_{10} , \vec{V}_{13} e \vec{V}_{c13} e a Figura 5.5.2.17 o gráfico polar do vector \vec{V}_{20} , \vec{V}_{23} e \vec{V}_{c23} .

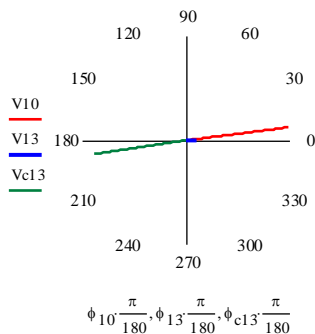


Figura 5.5.2.16 - Gráfico polar do vector \vec{V}_{10} , \vec{V}_{13} e \vec{V}_{c13}

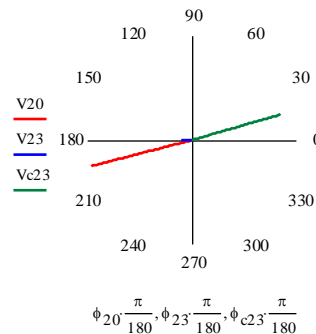


Figura 5.5.2.17 - Gráfico polar do vector \vec{V}_{20} , \vec{V}_{23} e \vec{V}_{c23}

Admitindo que a amplitude de vibração é proporcional à massa de desequilíbrio, temos as seguintes relações no plano de correcção 1:

$$\frac{m_{d1}}{V_{10}} = \frac{m_{c13}}{V_{c13}} \quad (\text{Eq. 59})$$

Onde, m_{d1} representa a massa de desequilíbrio no plano de correcção 1 (g), m_{c13} a massa de correcção do plano de correcção 1 (g), V_{10} a amplitude do vector $\overrightarrow{V_{10}}$ (mm/s) e V_{c13} a amplitude do vector $\overrightarrow{V_{c13}}$ (mm/s).

E no plano de correcção 2 temos, de igual modo, que:

$$\frac{m_{d2}}{V_{20}} = \frac{m_{c23}}{V_{c23}} \quad (\text{Eq. 60})$$

Onde, m_{d2} representa a massa de desequilíbrio no plano de correcção 2 (g), m_{c23} a massa de correcção do plano de correcção 2 (g), V_{20} a amplitude do vector $\overrightarrow{V_{20}}$ (mm/s) e V_{c23} a amplitude do vector $\overrightarrow{V_{c23}}$ (mm/s).

Logo, como $m_{c13} = \frac{m_{d1}}{V_{10}} \cdot V_{c13}$ e $m_{c23} = \frac{m_{d2}}{V_{20}} \cdot V_{c23}$ calculou-se as seguintes massas de correcção:

$$\text{Massa de correcção do plano de correcção 1} - m_{c13} = 20,41 \text{ g}$$

$$\text{Massa de correcção do plano de correcção 2} - m_{c23} = 20,60 \text{ g}$$

Através da subtracção da m_{d1} existente pela m_{c13} obteve-se uma nova massa de desequilíbrio no plano de correcção 1 de 2,59 g. E subtraindo a m_{d2} existente pela m_{c23} obteve-se uma nova massa de desequilíbrio no plano de correcção 2 de 2,40 g.

Utilizando a equação 21, obteve-se no plano de correcção 1 um novo desequilíbrio residual de 233,34 g.mm e no plano de correcção 2 de 216,04 g.mm.

Como o novo desequilíbrio residual em cada plano é menor que o seu, respectivo, desequilíbrio residual admissível ($U_{máx.1} = U_{máx.2} = 378,12 \text{ g.mm}$) a equilibragem encontra-se concluída, conforme a ISO 1940.

5.5.2.5.2 - Discussão da Simulação da Equilibragem em Dois Planos

No *SWMA 2010* comprovou-se que é possível realizar a equilibragem em dois planos numa máquina rotativa com resultados muito satisfatórios. Como podemos ver através dos resultados obtidos (ver Tabela 5.5.2.1 e Tabela 5.5.2.3 ou Figura 5.5.2.16 e Figura 5.5.2.17), o vector $\overrightarrow{V_{c13}}$ e o vector $\overrightarrow{V_{c23}}$ são, aproximadamente, simétricos, respectivamente, do vector $\overrightarrow{V_{10}}$ e do vector $\overrightarrow{V_{20}}$, o que confirma que a equilibragem foi realizada com sucesso.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho visou compreender, simular e comprovar a sintomatologia vibracional, aceite pela Indústria, das principais avarias mecânicas em máquinas rotativas, utilizando *software* que permite analisar movimentos dinâmicos de sistemas mecânicos de corpos rígidos. A revisão da literatura revelou que, apesar dos últimos anos se terem dado passos muito importantes na detecção e diagnóstico de avarias através da Análise da Vibração, não existe muitos estudos até à data que comprovem a sintomatologia vibracional das avarias mecânicas utilizando, por exemplo, o *software Working Model 2D*, o *Algodo* e o *SolidWorks Motion Analysis 2010*.

Com a realização desse trabalho, comprovou-se, que é possível simular, com modelos de corpos rígidos e com poucos GDL, a sintomatologia vibracional de avarias em máquinas rotativas. Ou seja, através da simulação do comportamento dinâmico de máquinas rotativas sujeitas a avarias mecânicas, demonstrou-se, que os vários tipos de avarias apresentam padrões e sintomas de vibração bem definidos que permitem, por sua vez, identificá-las e classificá-las. Assim, os modelos obtidos permitem uma compreensão mais aprofundada da natureza das diferentes avarias, possibilitando a sua utilização, tanto em ambiente académico como industrial, face a alterações/correções que se pretendam efectuar.

Além disso, demonstrou-se, com a realização da equilibragem, que utilizando este tipo *software* é, também, possível simular o procedimento habitual da equilibragem no local em um e em dois planos. Assim sendo, a simulação dinâmica, também, permite compreender metodologias de correção de avarias, bem como, metodologias de teste (teste de impacto).

Desta forma, demonstrou-se que o *software* de simulação dinâmica é uma poderosa ferramenta auxiliar para entender, resolver e testar, através de gráficos e animações, os conceitos físicos implícitos nos processos reais. Contudo, os modelos bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D) desenvolvidos, como foram simulados conforme considerações e simplificações e em *software* que não contabiliza com as possíveis deformações dos corpos, não correspondem exactamente à realidade. No entanto, apesar da sua simplicidade, permitem fornecer conhecimentos físicos valiosos na compreensão de sistemas complexos, como é o caso das máquinas rotativas.

Também, comprovou-se a importância do espectro de frequência, como ferramenta principal, na análise da sintomatologia vibracional de máquinas rotativas, ao fornecer informações preciosas sobre a frequência e a sua, respectiva, amplitude. No entanto, o processamento e utilização do espectro de frequência, apesar de proporcionar importantes informações sobre as frequências características da(s) avaria(s), necessita ter em conta uma série de parâmetros e erros que condicionam a sua correcta interpretação, principalmente, se as amostras recolhidas forem analógicas. Outra ferramenta muito importante é a análise da fase que permite, por exemplo, identificar duas avarias que apresentam um espectro de frequência semelhante. Existe ainda uma variedade de técnicas de diagnóstico, como por exemplo a análise envolvente e a análise da órbita, muito úteis consoante o tipo avaria que se pretende examinar.

Constatou-se, também, a importância de medir a vibração em várias direcções uma vez que os sintomas das avarias variam nas diferentes direcções, como é o caso da ressonância que apresenta uma vibração muito direccionada.

Por fim, o presente trabalho, ao fornecer conhecimentos importantes na compreensão e identificação das avarias mecânicas em máquinas rotativas através da Análise de Vibração, permite às empresas realizarem a Manutenção Condicionada com um maior sucesso, melhorando, assim, a sua produção e os seus resultados num ambiente cada vez mais competitivo.

7. TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho, como já foi referido, não expõem a sintomatologia vibracional de todos os tipos de avarias em máquinas rotativas. Seria muito gratificante e interessante, caso futuros colegas e leitores pretendam continuar a desenvolver este trabalho, comprovar, utilizando *software*, os sintomas das seguintes avarias:

- ⚡ Defeito em engrenagens (desgaste dos dentes; folga dos dentes; rodas excêntricas e veios empenados; desalinhamento das rodas; dente fracturado ou partido);
- ⚡ Empeno do veio;
- ⚡ Avarias hidráulicas e aerodinâmicas, por exemplo, em bombas centrífugas e em ventiladores;
- ⚡ Desalinhamento angular;
- ⚡ Defeito no elemento rolante ou na gaiola de um rolamento.

Outro ponto a desenvolver nesse trabalho seria confirmar a sintomatologia vibracional do desequilíbrio mecânico, no *SWMA 2010*, considerando a chumaceira com mais GDL. Deverá ser efectuando atribuindo-se rigidez e amortecimento noutras direcções.

Também, o modelo da velocidade crítica deverá ser reestruturado para dimensões mais aceitáveis, apesar dos sintomas de vibração serem os mesmos. Quando se construiu o modelo no *WM 2D* pensou-se nas dimensões de uma viga encastra-livre e não nas dimensões dum rotor.

Por fim, outro ponto a desenvolver seria o diagnóstico do modelo da avaria no rolamento utilizando o *cepstrum*, uma vez que esta técnica permite identificar e reduzir fontes de modulação, eliminando, assim, frequências indesejáveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adams, JR. Maurice L. - *Rotating Machinery Vibration from Analysis to Troubleshooting*. 1ª ed. New York: Marcel Dekker, Inc., 2000. ISBN 0-8247-0258-1.

Arndt Mueller, Victor - *Simulação Física de Corpos Rígidos em 3D*. Blumenau: Universidade Regional de Blumenau, 2010. Tese Bacharelado.

Attia Hili, Molka; Fakhfakh, Tahar; Hammami, Lotfi e Haddar, Mohamed - Shaft misalignment effect on bearings dynamical behavior. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. Vol. 26 (2005).

Azevedo, Vinicius Da Costa - *Simulação e Animação de Fracturas em Corpos Rígidos*. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 2009. Tese Bacharelado.

Brüel & Kjær - *Sound and Vibration Measurement A/S*. Papers BA 7676-12, 1998.

Campos, Cássio Fabian Sarquis - *Dinâmica e Controle de Movimento de Corpo Rígido De Um Manipulador Robótico*. São José do Campos: Instituto Nacional das Pesquisas Espaciais, 2005. Dissertação de Mestrado.

Cota, Raimundo Eduardo - *Análise dinâmica de rotores em balanço utilizando procedimentos computacionais e experimentais*. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2008. Dissertação de Pós-Graduação.

Cristóbal-Salas, A.; Pérez-Cáceres, S. e Zárate-Martínez, T. - *Interactive Software for Training in Mechanical Vibrations using 3D Simulations*. San Andres Cholula: 21st International Conference on Electrical Communications and Computers, 2011. ISBN 978-4244-9558-0.

Cuc, Adrian I. - *Vibration-Based Techniques for Damage Detection and Health Monitoring of Mechanical Systems*. Carolina do Sul: Universidade Timisoara, 1996. Tese de Mestrado.

Farrar, Charles R. e Worden, Keith - An Introduction to Structural Health Monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Vol.365 (2006).

Fernandes, João Paulo Flores - *Análise Cinemática e Dinâmica de Mecanismos com Recurso a Meios Computacionais*. Guimarães: Universidade do Minho, 2000. Tese de Mestrado.

Gani, Asan e Salami, M.J.E. - Vibration Faults Simulation System (VFSS): A Lab Equipment to aid Teaching of Mechatronics Courses. *International Journal of Engineering Education*. ISSN 0949-149X. Vol. 20, nº.1 (2004).

Gere, James M. - *Mechanics of Materials*. 5ª ed. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole, 2001. ISBN 0 534-37133-7.

Hoorfar, M.; Najjaran, H. e Cleghorn, W.L. - Visual aid depicting mechanical vibration systems to enhance student learning. *International Journal of Mechanical Engineering Education*. ISSN 2050-4586. Vol. 31, nº 1 (2003).

Howard, I. M. - *Complex Demodulation for Bearing Fault Detection*. Victoria, Australia: Department of Defence, 1989.

Inman, Daniel J. - *Engineering Vibration*. 2ª ed. New Jersey: Prentice Hall International, Inc., 2001. ISBN 013-0174483.

Inman, Daniel J. e Soutas-Little, Robert - *Virtues of Teaching Vibrations with Computational Software*. 25st Conference & Exposition on Structural Dynamics, 2007.

Jesus, S. S. e Cavalcante, P. F. - Utilização de Bancadas de Ensaio para Estudo do Comportamento Dinâmico de Máquinas Rotativas - Vibrações Mecânicas. *HOLOS*. Bahia: Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Bahia. ISSN 1870-1600. Vol. 3 (2011).

Konstantin-Hansen, Hans e Herlufsen, Henrik - *Envelope and Cepstrum Analyses for Machinery Fault Identification*. Dinamarca: Brüel & Kjaer, 2010.

Kvedalen, Eivind - *Signal processing using the Teager Energy Operator and other nonlinear operators*. Oslo: University of Oslo Department of Informatics, 2003. Tese de Mestrado.

Lee, Wei-Pin e Lu, Ming-Shiun - *A Digital Simulation of the Vibration of a Two-Mass Two-Spring System*. Taiwan: Universidade Feng-Chia, 2007.

Liang, B.; Payne, B.S.; Ball, A.D. e Iwnicki, S.D. - Simulation and fault detection of three-phase induction motors. *Mathematics and Computers in Simulation*. Vol. 61, nº 1 (2002).

Lotti, Raquel S.; Wilson Machado, André; Tonani Mazzeiro, Ênio e Júnior, James Landre - Aplicabilidade Científica do Método dos Elementos Finitos. *Revista Dental Press Ortodon Ortop Facial*. ISSN 1415-5419. Vol. 11, nº 2 (2006).

MacCamhaoil, Macdara - *Static and Dynamic Balancing of Rigid Rotors* [Em linha]. Dinamarca: Brüel & Kjaer, 1989. [Consult. 13 Abril 2013] Disponível em: <URL: <http://www.bksv.com/library/application%20notes.aspx?year=1989-1980&st=1989-1980>>;

Malalasekera, A.; Walsh, S. J. e Gordon, T. J. - An Application of Multimedia in Teaching Mechanical Vibrations. *The Institute of Acoustics*. ISSN 0309-8117 (2000).

Matos, João António Sobreiro Louro - *Espectro PBC – Percentagem de Banda Constante*. 1^{as} Jornadas de Engenharia Mecânica na Guarda: Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico da Guarda, 1999.

McMillan, Robert B - *Rotating Machinery Practical Solutions to Unbalance and Misalignment*. New York: Marcel Dekker, Inc., 2004. ISBN 0-88173-467-5.

Meireles, José Filipe Bizarro - *Análise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente*. Guimarães: Universidade do Minho, 2007. Tese de Mestrado.

Merry, R.J.E. - *Wavelet Theory and Applications*. Eindhoven: Eindhoven University of Technology, 2005.

Mesquita, Alexandre L. A.; Santiago, Darley F. A.; Bezerra, Roberto A.; Miranda, Ubatan A.; Dias Jr, Milton e Pederiva, Robson - *Detecção de Falhas em Rolamentos usando Transformadas Tempo-Frequência – Comparação com Análise de Envelope*. São Paulo: Universidade Estadual de Campinas, 2002.

Mobley, R. Keith - *Maintenance Fundamentals*. 2ª ed. Burlington: ELSEVIER, 2004. ISBN 0-7506-7798-8.

Mobley, R. Keith - *Vibration Fundamentals*. 1ª ed. Woburn: Newnes, 1999. ISBN 0-7506-7150-5.

Mohammadzadeh, Alireza e Haidar, Salim - Analysis and Design of Vehicle Suspension System using *MATLAB* and *SIMULINK*. *American Society for Engineering Education* (2006).

Mohanta, Sunita e Pati, Umesh Chandra - Monitoring and analysis of vibration signal based on virtual instrumentation. *International Journal of Advanced computer Research*. ISSN 2249-7277. Vol. 3, nº 8 (2013).

Oliveira, Fernando César Gama e Borges, José Antônio Ferreira - *Aplicação de Técnicas de Simulação e Otimização a Sistemas Multicorpos Representando o comportamento Dinâmico de Veículos com Estudo de Caso*. Uberlândia: 15º POSMEC - Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2005.

Oliveira, Francisco J. Ventura - *Equilibragem de Rotores*. 1ª ed. Lisboa: MODULFORM - Formação Modular, 1998. ISBN 972-732-469-X.

Parreira, Rui Manuel Ribeiro - *Análise de Dados de Vibração - Contributo para a Definição do Estado de Condição*. Lisboa: Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação Da Universidade Nova de Lisboa, Estatística e Gestão de Informação, 2009. Tese de Mestrado;

Pennacchi, P. e Vania, A. - Diagnosis and model based identification of a coupling misalignment. *Shock and Vibration*. ISSN 1070-9622/05/17. Vol.12, nº4 (2005).

Piersol, Allan G. e Paez, Thomas L. - *Harris' Shock and Vibration Handbook*. 6ª ed. New York: McGRAW-HILL, 2010. ISBN 978-0-07-163343-7.

Reckziegel, Gilnei e Schmidt, Márcio Afonso - *Uma Metodologia para Análise de Vida para um Semi-reboque para Transporte de Automóveis*. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002.

Renhe, Marcelo Caniato - *Modelagem e Simulação Física de uma Aeronave*. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2006. Tese Bacharelado

Robichaud, J Michael - **Reference Standards for Vibration Monitoring and Analysis** [Em linha]. Canadá: Bretech Engineering Ltd. [Consult. 24 Janeiro 2013] Disponível em: <URL: <http://www.bretech.com/reference/reference.html>>.

Rodrigues, João Pais; Sampaio, Rui Chedas e Antunes, José Vieira - A Utilização da Transformada de Hilbert Como Técnica de Identificação de Vibrações Torsionais. *Manutenção*. nº 102/103 (2009).

Sampaio, Chedas - *Avarias Típicas e Respectiva Sintomatologia* [projecção visual]. [2011]. 116 diapositivos: preto & branco. Disponível em: <URL: <http://chedassampaio/home/controlo-de-condição>>.

Sampaio, Chedas - *Técnicas de Controlo de Condição* [projecção visual]. [2011]. 116 diapositivos: preto & branco. Disponível em: <URL: <http://chedassampaio/home/controlo-de-condição>>.

Sheffer, Cornelius e Girdhar, Paresh - *Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance*. 1ª ed. Burlington: ELSEVIER, 2004. ISBN 0-7506-6275-1.

Shreve, Dennis H. - *Introduction to Vibration Technology* [Em linha]. Columbus: IRD Mechanalysis, Inc. 1994. [Consult. 16 Janeiro 2013] Disponível em: <URL: <http://irdbalancing.com/techtips.asp>>.

Shreve, Dennis H. - *Signal processing for effective vibration analysis* [Em linha]. Columbus: IRD Mechanalysis, Inc. 1995. [Consult. 16 Janeiro 2013] Disponível em: <URL: <http://irdbalancing.com/techtips.asp>>.

Siegel, David; Ly, Canh e Lee, Jay - *Evaluation of Vibration-Based Health Assessment and Diagnostic Techniques for Helicopter Bearing Components*. 7ª DSTO International Conference on Health & Usage Monitoring, 2011.

Silva, Clarence W. - *Vibration and Shock Handbook*. 1ª ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2005. ISBN 0-8493-1580-8.

Silva, Clarence W. - ***Vibration Fundamentals and Practice***. 1ª ed. Boca Raton: CRC Press, 2000. ISBN 0-8493-1808-4.

Smith, Garret - A Graphical Introduction to Demodulation Using The Hilbert Transform. ***Vibrations***. ISSN 1066-8268. Vol. 27, nº 3 (2010).

Sudhakar, G.N.D.S. e Sekhar, A.S. - Coupling misalignment in rotating machines: modelling, effects and monitoring. ***Noise & Vibration Worldwide***. Vol. 40, nº 1 (2009).

Tadina, Matej e Boltezar, Miha - Improved model of a ball bearing for The simulation of vibration signals due to faults during run-up. ***Jornal of Sound and Vibration***. Vol. 300, nº17 (2011).

Valens, C. - ***A Really Friendly Guide to Wavelets***. 1999.

Vidaurre, Ana; Riera, Jaime; Giménez, Marcos H.; Monsoriu, Juan A. - ***Contribution of Digital Simulation in Visualizing Physics Processes***. Espanha: Universidade Politécnica de Valência, 2001.

Normas Consultadas:

ISO 1940-1:2003. 2003, Mechanical vibration - *Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state*. Suíça: ISO;

ISO 10816-3:1998. 1998, Mechanical vibration - *Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts*. Suíça: ISO;

NP EN 13306. 2007, Manutenção - *Terminologia da Manutenção*, IPQ;

ISO 13373-1:2002. 2002, Condition monitoring and diagnostics of machines - *Vibration condition monitoring: General procedures*. Suíça: ISO;

ISO 13373-2:2005. 2005, Condition monitoring and diagnostics of machines - *Vibration condition monitoring: Processing, analysis and presentation of vibration data*. Suíça: ISO;

ISO 17359-3:2003. 2003, Condition monitoring and diagnostics of machines - *General guidelines*. Suíça: ISO;

NP 405. 1995, Informação e Documentação - *Referências Bibliográficas*. IPQ.



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

Sites Consultados:

ALGORYX SIMULATION - *Algoryx Simulation* [em linha]. Uminova Science Park: Algoryx Simulatiom. [Consult. 24 Jan. 2013]. Disponível em: <URL: <http://www.algoryx.se>>;

DESIGN SIMULATION TECHNOLOGIES - *Design Simulation Technologies* [em linha]. Canton: Design Simulation Technologies. [Consult. 24 Jan. 2013]. Disponível em: <URL: <http://www.design-simulation.com>>;

PRODUCT & SERVICE ADVANTAGE - *Product & Service Advantage* [em linha]. Needham: Product & Service Advantage. [Consult. 24 Jan. 2013]. Disponível em: <URL: <http://www.ptc.com>>;

SOLIDWORKS - *Solidwoks* [em linha]. Waltham: SolidWoks. [Consult. 24 Jan. 2013]. Disponível em: <URL: <http://www.solidwoks.com>>.



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

ANEXOS



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

Anexo 1 - Norma ISO 13380:2002 - Condition monitoring and diagnostics of machines

Defeito / Técnica	Análise de vibrações	Termografia	Análise de óleos	Análise acústica	Visualização com estroboscópio
Desequilíbrio	√	●	●	●	●
Desalinhamento	√	◇	●	●	●
Empeno de veio	√	●	●	●	●
Desaperto	√	●	●	●	◇
Ressonância	√	●	●	●	●
Defeito em rolamento	√	◇	◇	◇	◇
Cavitação	√	●	●	◇	●
Defeito em m. eléctrico	√	◇	●	●	●
Defeito em engrenagem	√	●	◇	◇	◇
Defeito em transmissão	√	◇	●	●	◇

Legenda: √ Prática de monitorização de condição adequada à detecção do defeito

◇ Prática de monitorização de condição parcialmente adequada à detecção do defeito

● Prática de monitorização de condição não adequada à detecção do defeito

Tabela 1 - Comparação das Técnicas de Detecção de Avarias mais utilizadas na Manutenção Condicionada (Cit. por Parreira, 2009)

Anexo 2 - Algumas das Técnicas de Diagnóstico utilizando a Análise de Vibração consoante a Aplicação e o Tipo de Avaria

Technique	Application	Fault/machine
Zoom	Separation of closely spaced components Improvement of signal-to-noise ratio, separation of resonances from pure tones	Electrical machines, gearboxes, turbines
Phase	Operational deflection shapes Detection of developing cracks in shafts Balancing	
Time signal	Waveform visualization for identification of distortion	Rubbing, impacts, clipping, cracked teeth
Cepstrum	Identification and separation of families of harmonics Identification and separation of families of sidebands	Rolling elements bearing, bladed machines, gearboxes
Envelope analysis	Amplitude demodulation Observation of a low-frequency amplitude modulation happening at high frequency	Rolling element bearing, electrical machines, gearboxes
Peakness methods	Calculation of high-pass filtered signals	Faults in low-speed machines
Synchronous time averaging	Improving signal-to-noise ratio Waveform analysis Separating effects of adjacent machines Separating effects of different shafts Separating electrically and mechanically induced vibrations	Electrical machines, reciprocating machines, gearboxes, etc.
Impact testing	Resonance testing	Foundations, bearings, couplings, gears
Scan analysis	Analysis of nonstationary signals	Fast run-up/coast down

Tabela 2 - Técnicas de Análise da Vibração consoante a aplicação (Piersol e Paez, 2010)

Anexo 3 - Tabela da Sintomatologia Vibracional de Algumas Avarias Mecânicas Típicas em Máquinas Rotativas

Tipo de Avaria Mecânica	Frequência Dominante	Direcção	Comentário
Desequilíbrio Estático	$1 \times \text{rpm}$	Radial	<ul style="list-style-type: none"> Ocorre quando o eixo de gravidade e o eixo geométrico de rotação encontram-se em paralelo Fase constante, igual e com o mesmo sentido em ambas as chumaceiras <u>Geral em todos os tipos de desequilíbrio:</u> Avaria mais comum (ocorre devido à distribuição desigual da massa) Harmónica perfeita com a mesma frequência da velocidade de rotação Amplitude varia proporcionalmente com a massa de desequilíbrio Amplitude varia proporcionalmente com o quadrado da velocidade de rotação
Desequilíbrio Binário ou de Momento	$1 \times \text{rpm}$	Radial e Axial	<ul style="list-style-type: none"> Ocorre quando o eixo de gravidade intersecta o eixo geométrico de rotação no centro de gravidade Vibração, normalmente, menor na axial Fase tende a estar desfasada 180° Força centrífuga é igual em ambos os planos de correcção (vibração na horizontal é igual à da vertical)
Desequilíbrio Dinâmico	$1 \times \text{rpm}$	Radial e Axial	<ul style="list-style-type: none"> Ocorre quando o eixo de gravidade e o eixo geométrico de rotação não se tocam (intersectam) ou coincidem Sintomatologia vibracional semelhante à do desequilíbrio binário excepto a fase das chumaceiras que resulta da combinação do desequilíbrio estático com o desequilíbrio binário
Desaperto entre a Máquina e a Base	Geralmente uma série de componentes harmónicas de $1 \times \text{rpm}$ e em certos casos as suas sub-harmónicas e inter-harmónicas	Radial	<ul style="list-style-type: none"> Ocorre, por exemplo, quando os parafusos de fixação da máquina estão desapertados ou devido a danos na sua base Fase, normalmente, instável No caso do desaperto grave as amplitudes das harmónicas irão aumentar relativamente à amplitude de $1 \times \text{rpm}$
Ressonância Estrutural	Frequência natural do sistema	Radial e Axial	<ul style="list-style-type: none"> A frequência natural do sistema coincide com a frequência de excitação Grandes amplitudes de vibração Variacão da fase de 180° na frequência de ressonância
Velocidade Crítica	Frequência natural do rotor	Radial e Axial	<ul style="list-style-type: none"> A frequência natural do rotor coincide com a frequência de excitação Grandes amplitudes de vibração Cada velocidade crítica apresenta um modo de vibração específico
Desalinhamento Paralelo	<ul style="list-style-type: none"> Normalmente $1 \times \text{rpm}$ Frequentemente $2 \times \text{rpm}$ Às vezes 3 a $8 \times \text{rpm}$ 	Radial	<ul style="list-style-type: none"> Ocorre devido a erros de montagem, deformações estruturais e a dilatações térmicas Ocorre quando os eixos geométricos de rotação de dois veios acoplados são paralelos e não colineares As chumaceiras apresentam um desfasamento de 180° Elevada vibração na radial e, normalmente, a $2 \times \text{rpm}$
Avarias em Rolamentos	<ul style="list-style-type: none"> Ocorre a excitação das frequências de ressonância da caixa do rolamento Ocorre, aproximadamente, nas frequências características de defeito 	Radial e Axial	<ul style="list-style-type: none"> As frequências características de defeito do rolamento são estimadas em função da velocidade de rotação e dos parâmetros geométricos do rolamento Ocorre frequentemente a modulação em amplitude (usar a análise envolvente no diagnóstico)

Tabela 3 - Sintomatologia vibracional das avarias mecânicas em máquinas rotativas

Anexo 4 - Norma ISO 1940-1:2003 - Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state – Part 1: Specification and verification of balance tolerances

Machinery types: General examples	Balance quality grade G	Magnitude $a_{per} \cdot \Omega$ mm/s
Crankshaft drives for large slow marine diesel engines (piston speed below 9 m/s), inherently unbalanced	G 4000	4 000
Crankshaft drives for large slow marine diesel engines (piston speed below 9 m/s), inherently balanced	G 1600	1 600
Crankshaft drives, inherently unbalanced, elastically mounted	G 630	630
Crankshaft drives, inherently unbalanced, rigidly mounted	G 250	250
Complete reciprocating engines for cars, trucks and locomotives	G 100	100
Cars: wheels, wheel rims, wheel sets, drive shafts Crankshaft drives, inherently balanced, elastically mounted	G 40	40
Agricultural machinery Crankshaft drives, inherently balanced, rigidly mounted Crushing machines Drive shafts (cardan shafts, propeller shafts)	G 16	16
Aircraft gas turbines Centrifuges (separators, decanters) Electric motors and generators (of at least 80 mm shaft height), of maximum rated speeds up to 950 r/min Electric motors of shaft heights smaller than 80 mm Fans Gears Machinery, general Machine-tools Paper machines Process plant machines Pumps Turbo-chargers Water turbines	G 6,3	6,3
Compressors Computer drives Electric motors and generators (of at least 80 mm shaft height), of maximum rated speeds above 950 r/min Gas turbines and steam turbines Machine-tool drives Textile machines	G 2,5	2,5
Audio and video drives Grinding machine drives	G 1	1
Gyroscopes Spindles and drives of high-precision systems	G 0,4	0,4
<p>NOTE 1 Typically completely assembled rotors are classified here. Depending on the particular application, the next higher or lower grade may be used instead. For components, see Clause 9.</p> <p>NOTE 2 All items are rotating if not otherwise mentioned (reciprocating) or self-evident (e.g. crankshaft drives).</p> <p>NOTE 3 For limitations due to set-up conditions (balancing machine, tooling), see Notes 4 and 5 in 5.2.</p> <p>NOTE 4 For some additional information on the chosen balance quality grade, see Figure 2. It contains generally used areas (service speed and balance quality grade G), based on common experience.</p> <p>NOTE 5 Crankshaft drives may include crankshaft, flywheel, clutch, vibration damper, rotating portion of connecting rod. Inherently unbalanced crankshaft drives theoretically cannot be balanced; inherently balanced crankshaft drives theoretically can be balanced.</p> <p>NOTE 6 For some machines, specific International Standards stating balance tolerances may exist (see Bibliography).</p>		

Tabela 4 - Orientação dos graus de qualidade da equilibragem para os vários tipos de rotor rígidos (ISO 1940-1, 2003)

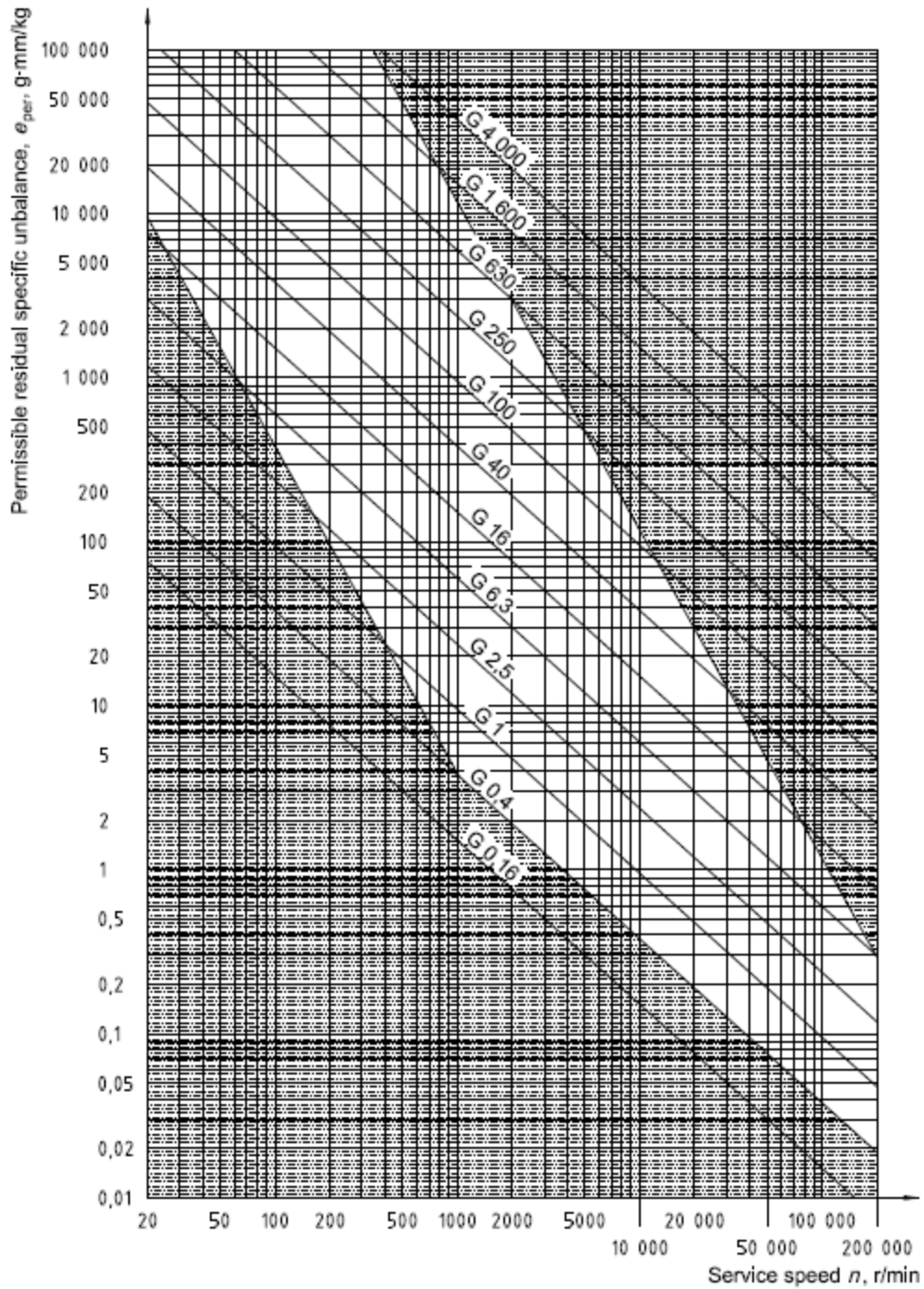


Diagrama 1 - Desequilíbrio residual máxima segundo o grau de qualidade de equilibragem e a velocidade máxima de rotação do rotor (ISO 1940-1, 2003)

Anexo 5 - Modelo do Desequilíbrio Estático no Working Model 2D

Modelo do Desequilíbrio em um Plano

Executar **Parar** **Reiniciar**

Massas do Sistema Mecânico

Massa do veio (kg) Massa da chumaceira (kg)

Massa de desequilíbrio (kg) Massa de cada pé da chumaceira (kg)

Velocidade do Sistema Mecânico

Velocidade de rotação do veio (rpm)

Rigidez de Translação

Rigidez da chumaceira na H - k1 (N/m)

Rigidez da chumaceira na V - k2 (N/m)

Amortecimento de Translação

Amortecimento da chumaceira na H - c1 (N.s/m)

Amortecimento da chumaceira na V - c2 (N.s/m)

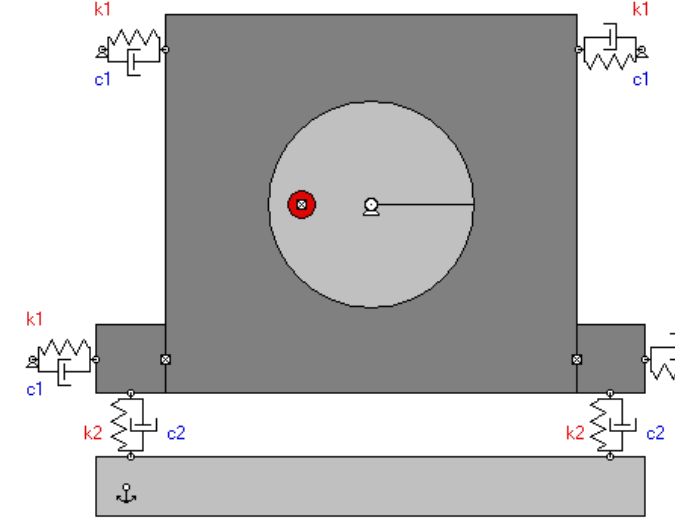
Binário do Motor (N.m)

Potência do Motor (W)

Força da Mola k2 (esq.)

Força da Mola k2 (dir.)

Força da Mola k1 (esq.)



Tempo [s] t 0.000000 s

Deslocamento linear de translação da chumaceira na H (m)

Deslocamento linear de translação da chumaceira na V (m)

Velocidade linear de translação da chumaceira na H (m/s)

Velocidade linear de translação da chumaceira na V (m/s)

Órbita da chumaceira (m)

Força da resistência do ar da chumaceira (N)

Fx	Fx	0.000000 N
Fy	Fy	0.000000 N
IFI	IFI	0.000000 N

Força gravitica da chumaceira (N)

Fx	Fx	0.000000 N
Fy	Fy	-43.149260 N
IFI	IFI	43.149260 N

Anexo 6 - Modelo do Desaperto entre a Máquina e a Base no Working Model 2D

Modelo do Desaperto entre a Máquina e a Base

Executar
Parar
Reiniciar

Massas do Sistema Mecânico

Massa do veio (kg) Massa da chumaceira (kg)

Massa de desequilíbrio (kg) Massa de cada pé da chumaceira (kg)

Velocidade do Sistema Mecânico

Velocidade de rotação do veio (rpm)

Rigidez de Translação

Rigidez do parafuso 1 na V - k1 (N/m)

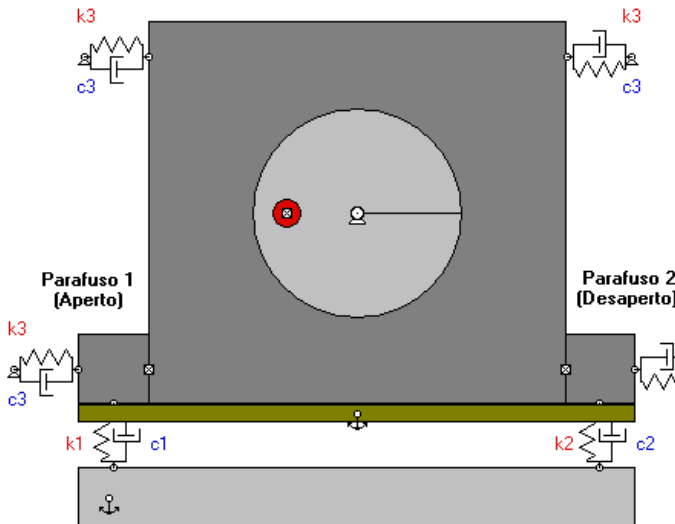
Rigidez do parafuso 2 na V - k2 (N/m)

Rigidez da chumaceira na H - k3 (N/m)

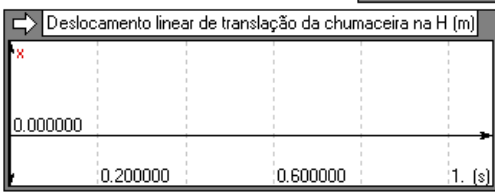
Amortecimento de Translação

Amort. dos parafusos na V - c1 e c2 (N.s/m)

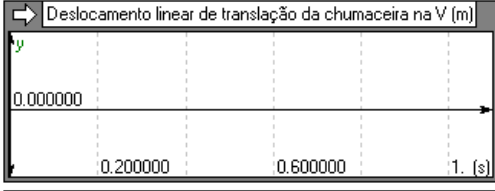
Amort. da chumaceira na H - c3 (N.s/m)



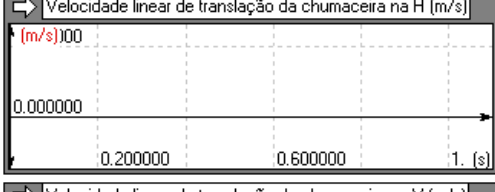
Deslocamento linear de translação da chumaceira na H (m)



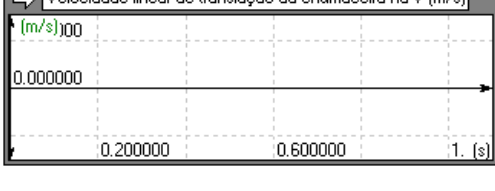
Deslocamento linear de translação da chumaceira na V (m)



Velocidade linear de translação da chumaceira na H (m/s)



Velocidade linear de translação da chumaceira na V (m/s)



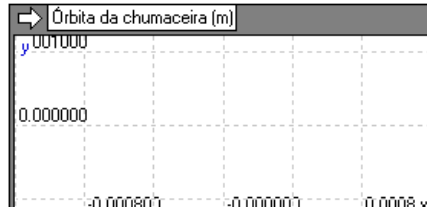
Força da resistência do ar da chumaceira (N)

Fx	...	N
Fy	...	N
F	...	N

Força gravitica da chumaceira (N)

Fx	...	N
Fy	...	N
F	...	N

Órbita da chumaceira (m)



Anexo 7 - Modelo da Ressonância Estrutural no Working Model 2D

Executar **Parar** **Reiniciar**

Massas do Sistema Mecânico

Massa do veio (kg) Massa da chumaceira (kg)

Massa de desequilíbrio (kg) Massa de cada pé da chumaceira (kg)

Velocidade do Sistema Mecânico

Velocidade de rotação do veio (rpm)

Rigidez de Translação

Rigidez da chumaceira na H - k1 (N/m)

Rigidez da chumaceira na V - k2 (N/m)

Amortecimento de Translação

Amortecimento da chumaceira na H - c1 (N.s/m)

Amortecimento da chumaceira na V - c2 (N.s/m)

Força da Mola k2 (esq.)

|F| -64.000000 N

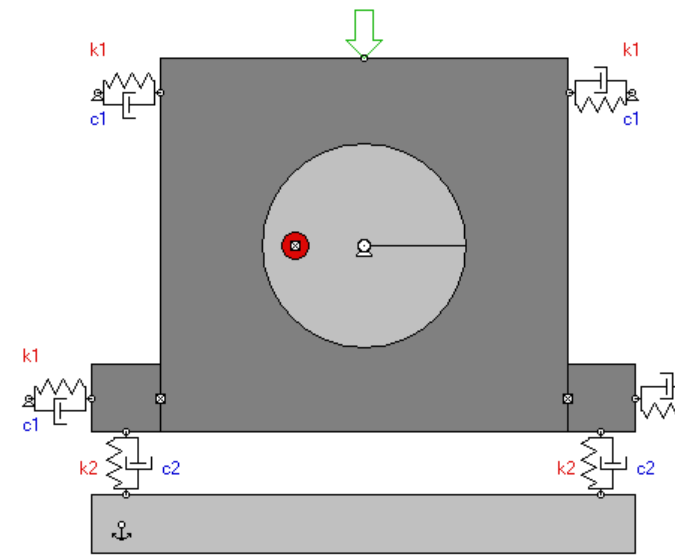
Força da Mola k2 (dir.)

|F| -64.000000 N

Força da Mola k1 (esq.)

|F| 0.000000 N

Modelo da Ressonância Estrutural



Força da resistência do ar da chumaceira (N)	
Fx	0.000000 N
Fy	0.000000 N
F	0.000000 N

Força gravítica da chumaceira (N)	
Fx	0.000000 N
Fy	-43.149260 N
F	43.149260 N

Teste de Impacto

Força de impacto/choque na V (N)

Caraterísticas da Força Harmónica de Excitação

Amplitude máxima na V (N) Frequência de excitação (Hz)

Tempo (s)
t 0.000000 s

Deslocamento linear de translação da chumaceira na H (m)

0.000000

0.200000 0.600000 1. (s)

Deslocamento linear de translação da chumaceira na V (m)

y

0.000000

0.200000 0.600000 1. (s)

Velocidade linear de translação da chumaceira na H (m/s)

(m/s)00

0.000000

0.200000 0.600000 1. (s)

Velocidade linear de translação da chumaceira na V (m/s)

(m/s)00

0.000000

0.200000 0.600000 1. (s)



*Simulação, em Software Adequado, da Sintomatologia Vibracional
de Avarias Mecânicas de Máquinas Rotativas*

Anexo 8 - Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

1 - Modelo da Ressonância Estrutural

1.1 - Simulações realizadas

- 1ª Simulação

Condição normal de funcionamento considerando a rigidez equivalente de translação na horizontal igual à rigidez equivalente de translação na vertical, demonstrando a vibração de uma máquina ideal.

- 2ª Simulação

Simulação do teste de impacto no meio da chumaceira com uma força de impulso na vertical de -500 N aplicada durante um intervalo de tempo de 0,005 s.

- 3ª Simulação

Simulação do teste de impacto no meio da chumaceira com uma força de impulso na vertical de -500 N aplicada durante um intervalo de tempo de 0,001 s.

- 4ª Simulação

Simulação do teste de impacto no vértice superior esquerdo da chumaceira com uma força de impulso na vertical de -500 N aplicada durante um intervalo de tempo de 0,001 s.

- 5ª Simulação

Simulação aplicando um força harmónica exterior na vertical com uma frequência de excitação igual à frequência natural obtida pelo teste de impacto de 63,48 Hz (simulação da ressonância estrutural).

- 6ª Simulação

Simulação aplicando um força harmónica exterior na vertical com uma frequência de excitação de 50 Hz (confirmação da presença da ressonância estrutural).

- 7ª Simulação

Simulação aplicando um força harmónica exterior na vertical com uma frequência de excitação de 90 Hz com a medição da vibração durante o arranque.

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

1.2 - Propriedades físicas do sistema mecânico

1.2.1 - Propriedades físicas do sistema mecânico constantes nas diferentes simulações

Massas do sistema mecânico

- Massa do veio - $m_v := 8 \text{ kg}$
- Massa da chumaceira - $m_{ch} := 4.4 \text{ kg}$
- Massa dos pés da chumaceira - $m_p := 2 \cdot 0.3 = 0.6 \text{ kg}$
- Massa de desequilíbrio - $m_d := 0.003 \text{ kg}$
- Massa total do sistema mecânico - $m := m_v + m_{ch} + m_p + m_d = 13.003 \text{ kg}$

1.2.2 - Propriedades físicas do sistema mecânico da 1ª simulação

Rigidez equivalente de translação do sistema mecânico

- Rigidez da chumaceira na H - $k_{h1} := 5 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$
- Rigidez da chumaceira na V - $k_{v1} := 1 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$
- Rigidez equivalente na H (sistema em paralelo) - $k_{eq.h1} = \sum_{i=0}^n k_{i.h1}$

$$k_{eq.h1} := 4 \cdot k_{h1} = 2 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

- Rigidez equivalente na V (sistema em paralelo) - $k_{eq.v1} = \sum_{i=0}^n k_{i.v1}$

$$k_{eq.v1} := 2 \cdot k_{v1} = 2 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

Amortecimento equivalente de translação do sistema mecânico

- Amortecimento da chumaceira na H - $c_{h1} := 125 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$
- Amortecimento da chumaceira na V - $c_{v1} := 250 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$
- Amortecimento equivalente na H (sistema em paralelo) - $c_{eq.h1} = \sum_{i=0}^n c_{i.h1}$

$$c_{eq.h1} := 4 \cdot c_{h1} = 500 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$$

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

- Amortecimento equivalente na V (sistema em paralelo) - $c_{eq.v1} = \sum_{i=0}^n c_{i.v1}$

$$c_{eq.v1} := 2 \cdot c_{v1} = 500 \quad \text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$$

Deflexão estática do sistema mecânico na vertical

- Aceleração da gravidade - $g := 9.81 \quad \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

$$P = F_k \quad \delta_1 := \frac{m \cdot g}{k_{eq.v1}} = 6.4 \times 10^{-5} \quad \text{m}$$

Comprimento livre do sistema mecânico na vertical

- Comprimento corrente/actual de cada mola na vertical - $y_c := 0.037 \quad \text{m}$

$$y_{livre1} := y_c + \delta_1 = 0.037064 \quad \text{m}$$

Frequência natural não amortecida do sistema mecânico

- Frequência natural não amortecida na H - $f_{n.h1} := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{eq.h1}}{m}} = 62.4185 \quad \text{Hz}$
- Frequência natural não amortecida na V - $f_{n.v1} := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{eq.v1}}{m}} = 62.4185 \quad \text{Hz}$

Factor de amortecimento equivalente do sistema mecânico

- Factor de amortecimento equivalente na H - $\zeta_{eq.h1} := \frac{c_{eq.h1}}{2 \cdot m \cdot \sqrt{\frac{k_{eq.h1}}{m}}} = 0.049$
- Factor de amortecimento equivalente na V - $\zeta_{eq.v1} := \frac{c_{eq.v1}}{2 \cdot m \cdot \sqrt{\frac{k_{eq.v1}}{m}}} = 0.049$

Nota - O sistema mecânico em ambas as direcções é subamortecido porque o factor de amortecimento equivalente é menor que 1.

Frequência natural amortecida do sistema mecânico

- Frequência natural amortecida na H - $f_{d.h1} := f_{n.h1} \cdot \left(1 - \zeta_{eq.h1}^2\right) = 62.2685 \quad \text{Hz}$
- Frequência natural amortecida na V - $f_{d.v1} := f_{n.v1} \cdot \left(1 - \zeta_{eq.v1}^2\right) = 62.2685 \quad \text{Hz}$

Frequência de ressonância do sistema mecânico

- Frequência de ressonância na H - $f_{r.h1} := f_{n.h1} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \zeta_{eq.h1}^2} = 62.2683 \quad \text{Hz}$
- Frequência de ressonância na V - $f_{r.v1} := f_{n.v1} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \zeta_{eq.v1}^2} = 62.2683 \quad \text{Hz}$

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

1.2.3 - Propriedades físicas do sistema mecânico da 2ª simulação

- Parâmetros da força do impulso

Intensidade da força de impulso - $F_1 := 500 \text{ N}$

Tempo inicial do intervalo de tempo do impulso - $t_1 := 0.1 \text{ s}$

Tempo final do intervalo de tempo do impulso - $t_2 := 0.105 \text{ s}$

- Representação gráfica teórica do impulso no domínio no tempo

Número de amostras - $N1 := 2^{11} = 2048$

Índice - $i1 := 0..N1 - 1$

Frequência de amostragem - $fa1 := 5000 \text{ Hz}$

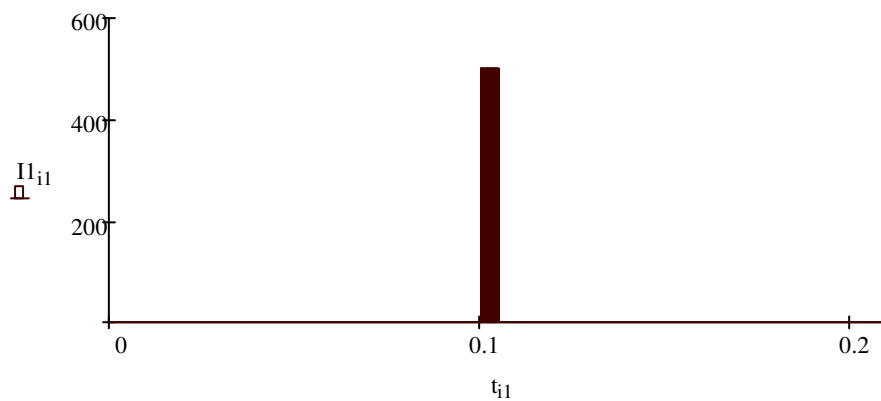
Período de amostragem - $Ta1 := \frac{N1}{fa1} = 0.41 \text{ s}$

Resolução no tempo - $\Delta t1 := \frac{Ta1}{N1} = 2.000 \times 10^{-4} \text{ s}$

Tempo de cada amostra - $t_{i1} := i1 \cdot \Delta t1$ $t_{i1} =$

0
0.0002
...

Função do impulso - $I1_{i1} := \text{if}(t_{i1} > t_1 \wedge t_{i1} < t_2, F_1, 0)$



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

- Representação gráfica teórica do EF FFT segundo a janela rectangular da força de impulso

Função FFT - Impulso1 := FFT(I1)

Número de amostras da função FFT - last(Impulso1) = 1024

Índice das amostras da função FFT - $k1 := 0.. \frac{N1}{2}$ $k1 =$

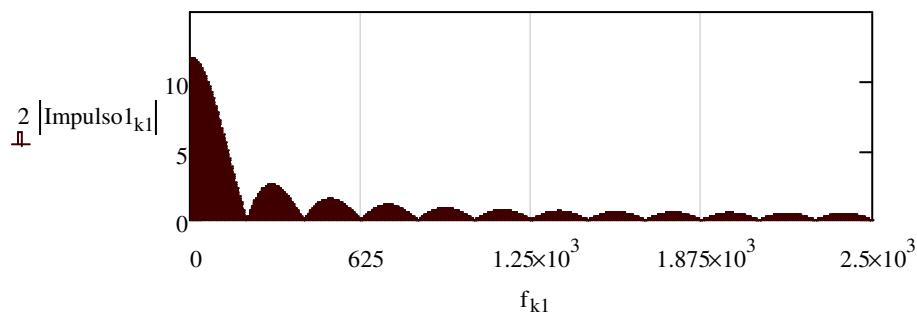
0
...

Largura de banda ou discriminação em frequência - $\Delta f1 := \frac{1}{Ta1} = 2.441 \text{ Hz}$

Frequências - $f_{k1} := k1 \cdot \Delta f1$ $f_{k1} =$

0
2.441
...

Frequência máxima - $f_{max1} := \frac{fa1}{2} = 2500 \text{ Hz}$

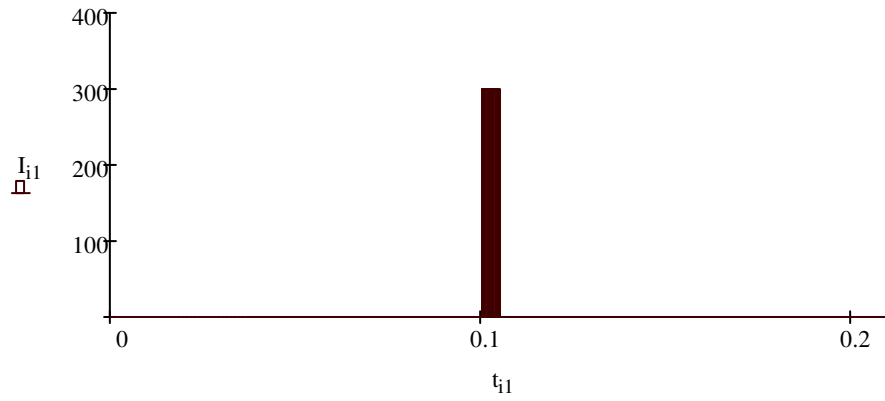


Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

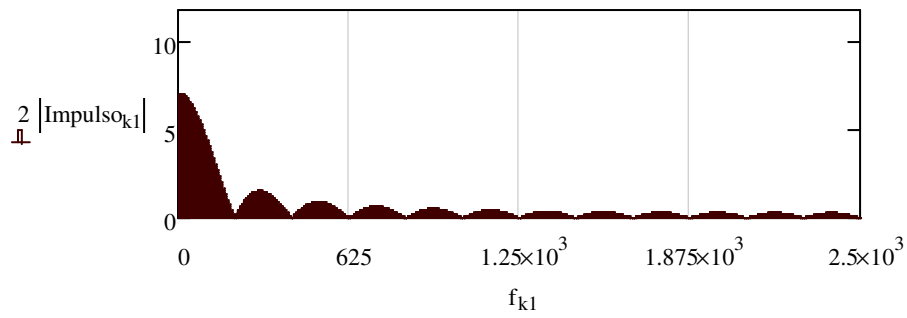
- Comparação com uma força de impulso de 300 N

Intensidade da força de impulso - $F := 300 \text{ N}$

Função do impulso - $I_{i1} := \text{if}(t_{i1} > t_1 \wedge t_{i1} < t_2, F, 0)$



Função FFT - Impulso := FFT(I)



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

1.2.4 - Propriedades físicas do sistema mecânico da 3ª simulação

- Parâmetros da força do impulso

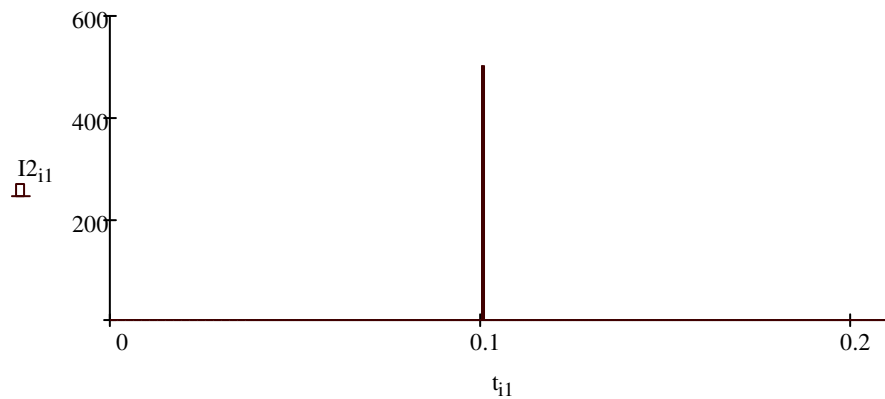
Intensidade da força de impulso - $F_2 := F_1$

Tempo inicial do intervalo de tempo do impulso - $t_{i1} := 0.1 \text{ s}$

Tempo final do intervalo de tempo do impulso - $t_{f1} := 0.101 \text{ s}$

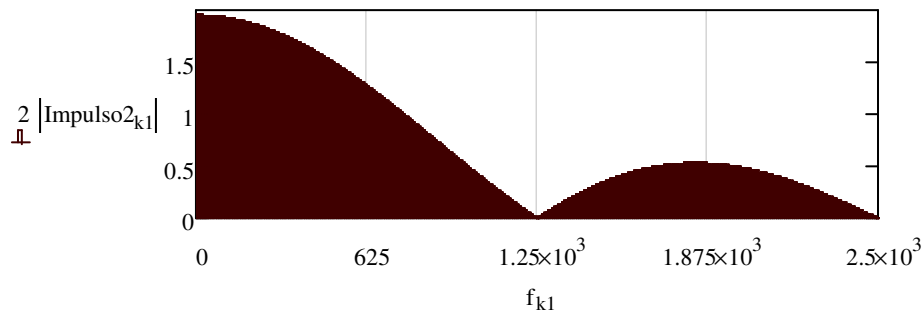
- Representação gráfica teórica do impulso no domínio no tempo

Função do impulso - $I_{2_{i1}} := \text{if}(t_{i1} > t_1 \wedge t_{i1} < t_2, F_2, 0)$



- Representação gráfica teórica do EF FFT segundo a janela rectangular da força de impulso

Função FFT - $\text{Impulso2} := \text{FFT}(I_2)$



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

2 - Processamento e Análise de Vibração do Sistema Mecânico

2.1 - Aquisição dos sinais discretos

As amostras dos sinais discretos das simulações foram adquiridas com iguais frequências de amostragem (f_a) e número de amostras (N).

- 1ª Simulação

- xx - Velocidade linear de translação (VLT) da chumaceira na direcção horizontal (H)
- yy - VLT da chumaceira na direcção vertical (V)

$xx :=$
Sinal da Ressonância Estrutural - 1ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vx"
1	0	0
2	0.0002	...

$yy :=$
Sinal da Ressonância Estrutural - 1ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vy"
1	0	0
2	0.0002	...

- 2ª Simulação

- $xx1$ - VLT da chumaceira na H
- $yy1$ - VLT da chumaceira na V
- Iy_1 - Força de impulso na V

$xx1 :=$
Sinal da Ressonância Estrutural - 2ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vx"
1	0	0
2	0.0002	...

$yy1 :=$
Sinal da Ressonância Estrutural - 2ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vy"
1	0	0
2	0.0002	...


$Iy_1 :=$
Sinal da Ressonância Estrutural - 2ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Fy"
1	0	0
2	0.0002	...

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

- 3ª Simulação


- xx2 - VLT da chumaceira na H
- yy2 - VLT da chumaceira na V
- Iy₂ - Força de impulso na V

xx2 :=  Sinal da Ressonância Estrutural - 3ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vx"
1	0	0
2	0.0002	...

yy2 :=  Sinal da Ressonância Estrutural - 3ª Simulação.dta


	0	1
0	"t"	"Vy"
1	0	0
2	0.0002	...

Iy₂ :=  Sinal da Ressonância Estrutural - 3ª Simulação.dta


	0	1
0	"t"	"Fy"
1	0	0
2	0.0002	...

- 4ª Simulação

- xx3 - VLT da chumaceira na H
- yy3 - VLT da chumaceira na V

xx3 :=  Sinal da Ressonância Estrutural - 4ª Simulação.dta


	0	1
0	"t"	"Vx"
1	0	0
2	0.0002	...

yy3 :=  Sinal da Ressonância Estrutural - 4ª Simulação.dta


	0	1
0	"t"	"Vy"
1	0	0
2	0.0002	...

- 5ª Simulação

- xx4 - VLT da chumaceira na H
- yy4 - VLT da chumaceira na V

xx4 :=  Sinal da Ressonância Estrutural - 5ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vx"
1	0	0
2	0.0002	...

yy4 :=  Sinal da Ressonância Estrutural - 5ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vy"
1	0	0
2	0.0002	...

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

- 6ª Simulação

- xx5 - VLT da chumaceira na H
- yy5 - VLT da chumaceira na V

xx5 :=
Sinal da Ressonância Estrutural - 6ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vx"
1	0	0
2	0.0002	...

yy5 :=
Sinal da Ressonância Estrutural - 6ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vy"
1	0	0
2	0.0002	...

- 7ª Simulação

- xx6 - VLT da chumaceira na H
- yy6 - VLT da chumaceira na V

xx6 :=
Sinal da Ressonância Estrutural - 7ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vx"
1	0	0
2	0.0002	...

yy6 :=
Sinal da Ressonância Estrutural - 7ª Simulação.dta

	0	1
0	"t"	"Vy"
1	0	0
2	0.0002	...

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

2.2 - Processamento e análise dos sinais no domínio no tempo

Número de amostras da aquisição dos sinais discretos

$$N := \text{last}(xx^{(0)}) - 3000 = 2048$$

Índice das amostras das aquisições dos sinais discretos

$$i := 0..N - 1$$

$$i =$$

0
1
...

Período de amostragem

- Consirando a medição apenas durante o regime estacionário -

$$T_a := xx_{3000+2^{11},0} - xx_{3000,0} = 0.41 \text{ s}$$

- Consirando a medição durante o regime transiente -

$$T_{a_2} := xx_{N,0} - xx_{1,0} = 0.409 \text{ s}$$

Resolução no tempo

- Consirando a medição apenas durante o regime estacionário -

$$\Delta t := \frac{T_a}{N} = 2.000 \times 10^{-4} \text{ s}$$

- Consirando a medição durante o regime transiente -

$$\Delta t_2 := \frac{T_{a_2}}{N} = 1.999 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Tempo de cada amostra

- Consirando a medição apenas durante o regime estacionário -

$$t_i := i \cdot \Delta t$$

$$t_i =$$

0
0.0002
...

- Consirando a medição durante o regime transiente -

$$t_i^2 := i \cdot \Delta t_2$$

$$t_i^2 =$$

0
0.0002
...

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Função dos sinais discretos no domínio do tempo em mm/s

- Função dos sinais discretos conforme a janela rectangular

$$x_i := xx_{i+3001,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x_i =$$

-0.005
-0.001
...

$$y_i := yy_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y_i =$$

0.132
0.133
...

$$x1_i := xx1_{i+1,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x1_i =$$

0
0
...

$$y1_i := yy1_{i+1,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y1_i =$$

0
0.007
...

$$x2_i := xx2_{i+1,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x2_i =$$

0
0
...

$$y2_i := yy2_{i+1,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y2_i =$$

0
0.007
...

$$x3_i := xx3_{i+1,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x3_i =$$

0
0
...

$$y3_i := yy3_{i+1,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y3_i =$$

0
0.007
...

$$x4_i := xx4_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x4_i =$$

-0.008
-0.005
...

$$y4_i := yy4_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y4_i =$$

-93.909
-92.622
...

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

$$x5_i := xx5_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x5_i =$$

-0.008
-0.005
...

$$y5_i := yy5_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y5_i =$$

-6.021
-4.717
...

$$x6_i := xx6_{i+1,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x6_i =$$

0
0.57
...

$$y6_i := yy6_{i+1,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y6_i =$$

0
0.389
...

- Função dos sinais discretos conforme a janela exponencial ou de *Poisson*

Constante α - $\alpha := 10$

Constante τ - $\tau := 70$

Janela exponencial ou de *Poisson* - $e_i := e^{-\frac{1}{\alpha} \cdot (i \cdot \Delta t_2) \cdot \tau}$

$$xe1_i := x1_i \cdot e_i$$

$$xe1_i =$$

0
0
...

$$ye1_i := y1_i \cdot e_i$$

$$ye1_i =$$

0
0.007
...

$$xe2_i := x2_i \cdot e_i$$

$$xe2_i =$$

0
0
...

$$ye2_i := y2_i \cdot e_i$$

$$ye2_i =$$

0
0.007
...

$$xe3_i := x3_i \cdot e_i$$

$$xe3_i =$$

0
0
...

$$ye3_i := y3_i \cdot e_i$$

$$ye3_i =$$

0
0.007
...

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Pico (maior amplitude) dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

$$\text{Pico}_x := \max(|\vec{x}|) = 0.133 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_y := \max(|\vec{y}|) = 0.133 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 2ª Simulação

$$\text{Pico}_{x1} := \max(|\vec{x1}|) = 0.001 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y1} := \max(|\vec{y1}|) = 138.987 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 3ª Simulação

$$\text{Pico}_{x2} := \max(|\vec{x2}|) = 0.001 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y2} := \max(|\vec{y2}|) = 35.962 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 4ª Simulação

$$\text{Pico}_{x3} := \max(|\vec{x3}|) = 7.639 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y3} := \max(|\vec{y3}|) = 35.984 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 5ª Simulação

$$\text{Pico}_{x4} := \max(|\vec{x4}|) = 0.137 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y4} := \max(|\vec{y4}|) = 94.723 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 6ª Simulação

$$\text{Pico}_{x5} := \max(|\vec{x5}|) = 0.134 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y5} := \max(|\vec{y5}|) = 21.535 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 7ª Simulação

$$\text{Pico}_{x6} := \max(|\vec{x6}|) = 0.671 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y6} := \max(|\vec{y6}|) = 19.579 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Root Mean Square (RMS) dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

$$\text{RMS}_{x_1} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x_i)^2}{N}} = 0.094 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1} \quad \text{RMS}_{y_1} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y_i)^2}{N}} = 0.094 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 5ª Simulação

$$\text{RMS}_{x_4} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x_{4,i})^2}{N}} = 0.094 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1} \quad \text{RMS}_{y_4} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y_{4,i})^2}{N}} = 66.887 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 6ª Simulação

$$\text{RMS}_{x_5} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x_{5,i})^2}{N}} = 0.094 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1} \quad \text{RMS}_{y_5} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y_{5,i})^2}{N}} = 15.143 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 7ª Simulação

$$\text{RMS}_{x_6} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x_{6,i})^2}{N}} = 0.124 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1} \quad \text{RMS}_{y_6} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y_{6,i})^2}{N}} = 9.318 \quad \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Root Mean Square (RMS) máximo dos sinais discretos segundo a janela rectangular

$$\text{RMS}_{\text{máx}} := \begin{cases} \text{RMS}_x & \text{if } \text{RMS}_x \geq \text{RMS}_y \\ \text{RMS}_y & \text{if } \text{RMS}_x \leq \text{RMS}_y \end{cases} = 0.094$$

$$\text{RMS}_{\text{máx}4} := \begin{cases} \text{RMS}_{x_4} & \text{if } \text{RMS}_{x_4} \geq \text{RMS}_{y_4} \\ \text{RMS}_{y_4} & \text{if } \text{RMS}_{x_4} \leq \text{RMS}_{y_4} \end{cases} = 66.887$$

$$\text{RMS}_{\text{máx}5} := \begin{cases} \text{RMS}_{x_5} & \text{if } \text{RMS}_{x_5} \geq \text{RMS}_{y_5} \\ \text{RMS}_{y_5} & \text{if } \text{RMS}_{x_5} \leq \text{RMS}_{y_5} \end{cases} = 15.143$$

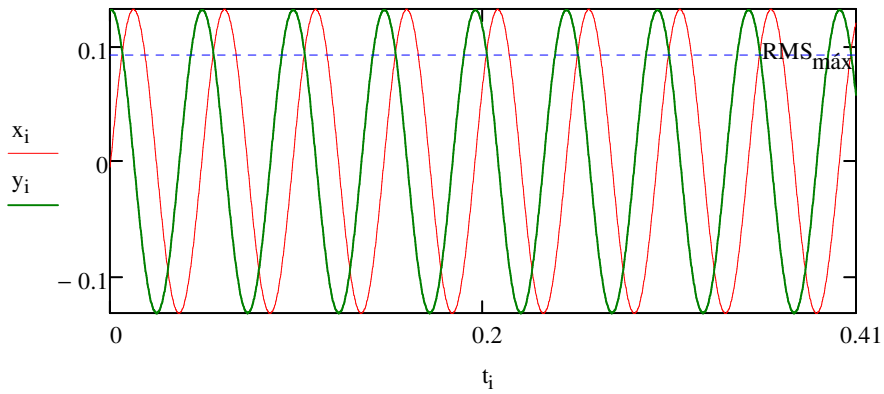
$$\text{RMS}_{\text{máx}6} := \begin{cases} \text{RMS}_{x_6} & \text{if } \text{RMS}_{x_6} \geq \text{RMS}_{y_6} \\ \text{RMS}_{y_6} & \text{if } \text{RMS}_{x_6} \leq \text{RMS}_{y_6} \end{cases} = 9.318$$

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Representação gráfica dos sinais discretos no domínio no tempo segundo a janela rectangular

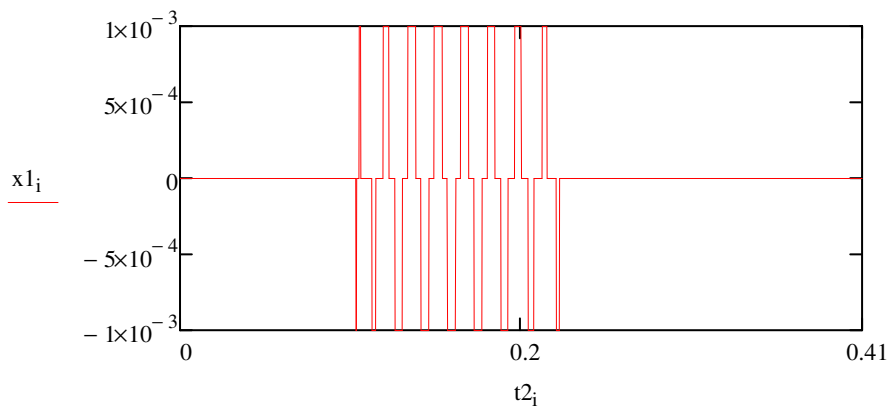
- 1ª Simulação

- Comparação da forma de onda (FO) da chumaceira na H com a V

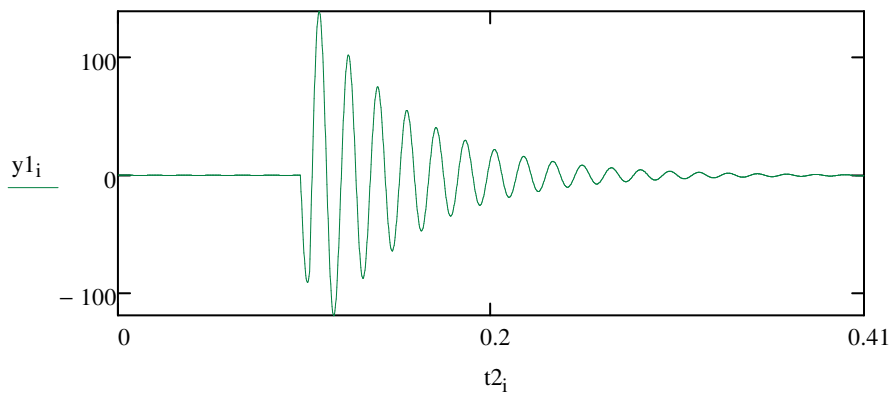


- 2ª Simulação

- FO da chumaceira na H



- FO da chumaceira na V



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Cálculo da frequência natural

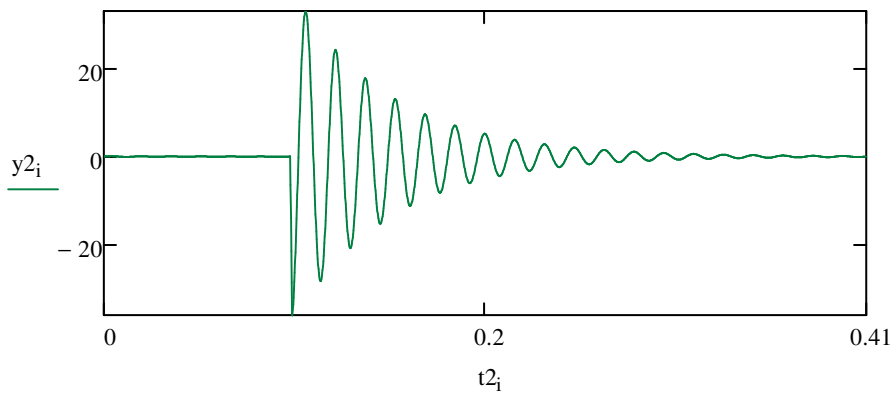
Número de ciclos - $n^{\circ}_{\text{ciclos}} := 5$

Período - $T := 0.2143 - 0.1343 = 0.08 \text{ s}$

Frequência natural - $f_n := \frac{n^{\circ}_{\text{ciclos}}}{T} = 62.523 \text{ Hz}$

- 3ª Simulação

- FO da chumaceira na V



Cálculo da frequência natural

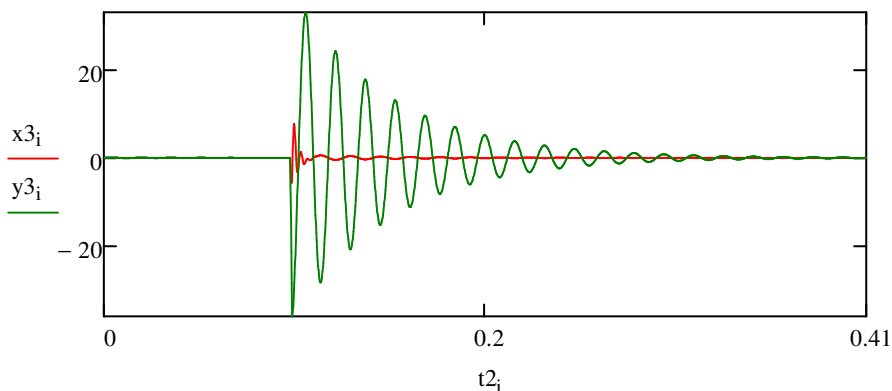
Número de ciclos - $n^{\circ}_{\text{ciclos}} := 6$

Período - $T := 0.2127 - 0.11614 = 0.097 \text{ s}$

Frequência natural - $f_n := \frac{n^{\circ}_{\text{ciclos}}}{T} = 62.138 \text{ Hz}$

- 4ª Simulação

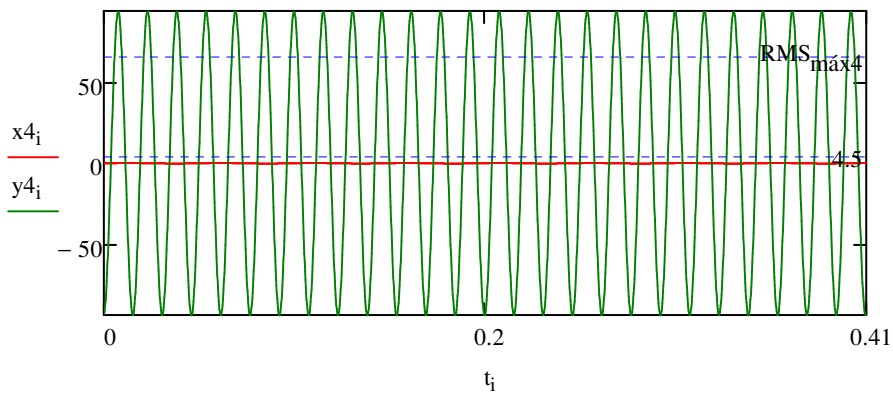
- Comparação da FO da chumaceira na H com a V



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

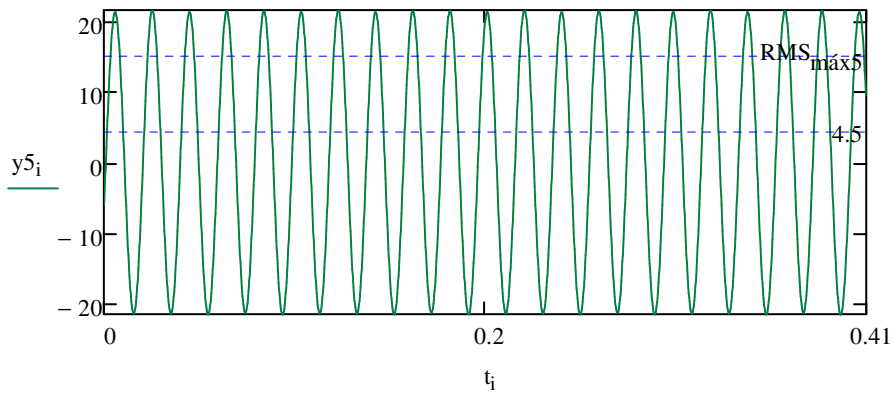
- 5ª Simulação

- Comparação da FO da chumaceira na H com a V



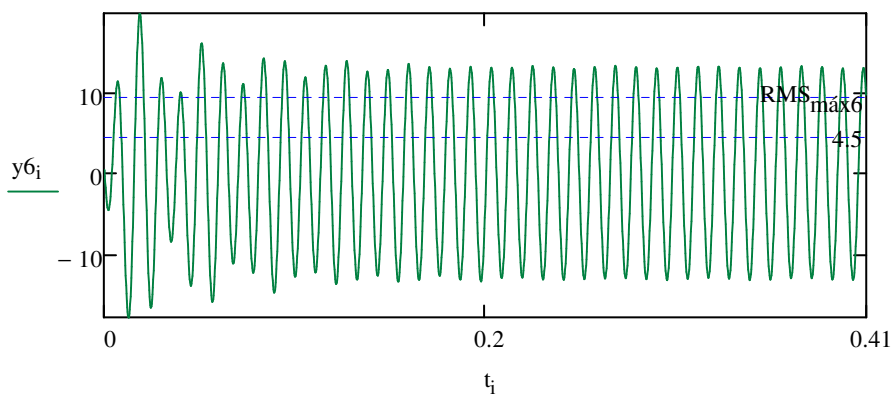
- 6ª Simulação

- FO da chumaceira na V



- 7ª Simulação

- FO da chumaceira na V

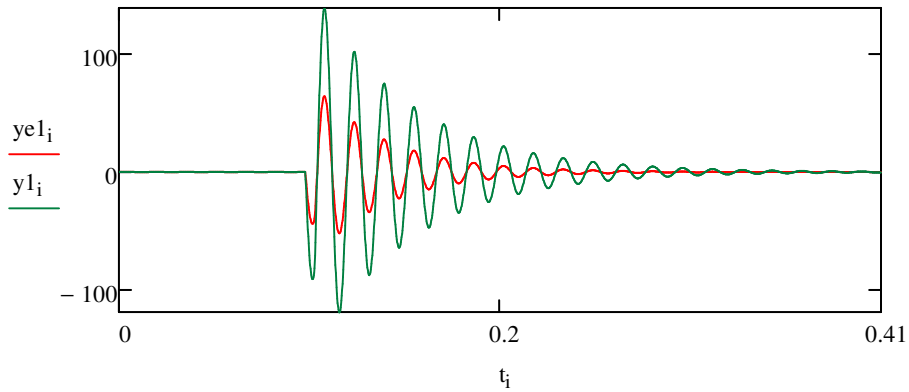


Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Representação gráfica dos sinais discretos no domínio no tempo segundo a janela rectangular e a janela exponencial ou de *Poisson*

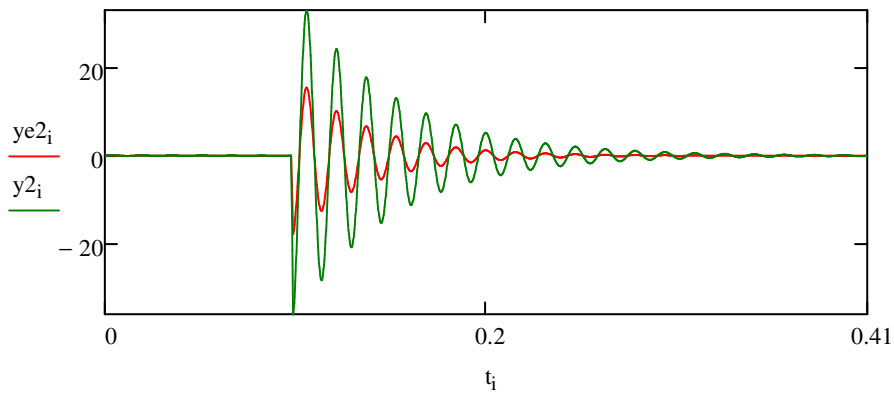
- 2ª Simulação

- FO da chumaceira na V



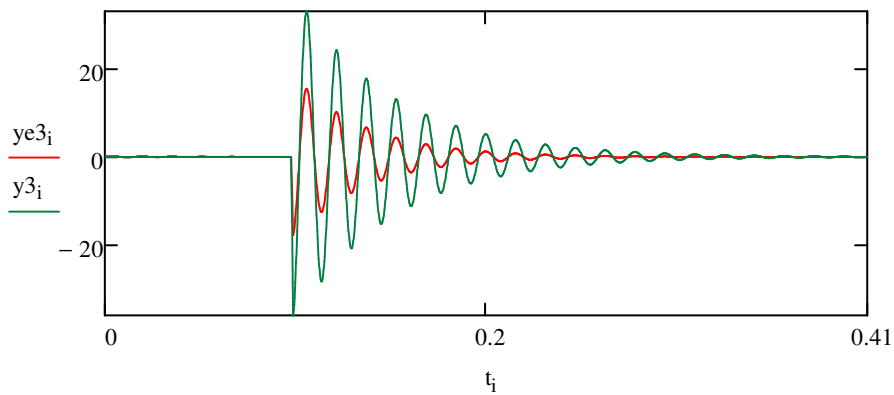
- 3ª Simulação

- FO da chumaceira na V



- 4ª Simulação

- FO da chumaceira na V



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

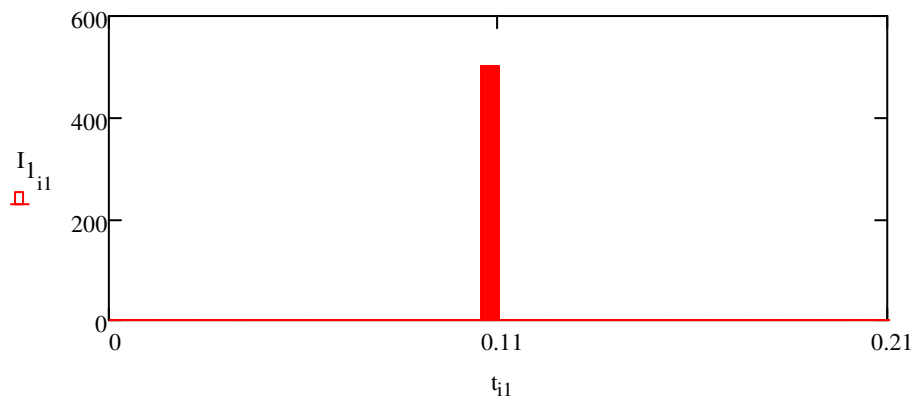
Representação gráfica do impulso no domínio no tempo

- 2ª Simulação

- Função do impulso - $I_{1_{i1}} := Iy_{1_{i1+1,1}}$ $I_{1_{i1}} =$

0
0
...

$$\max(I_1) = 500 \text{ N}$$

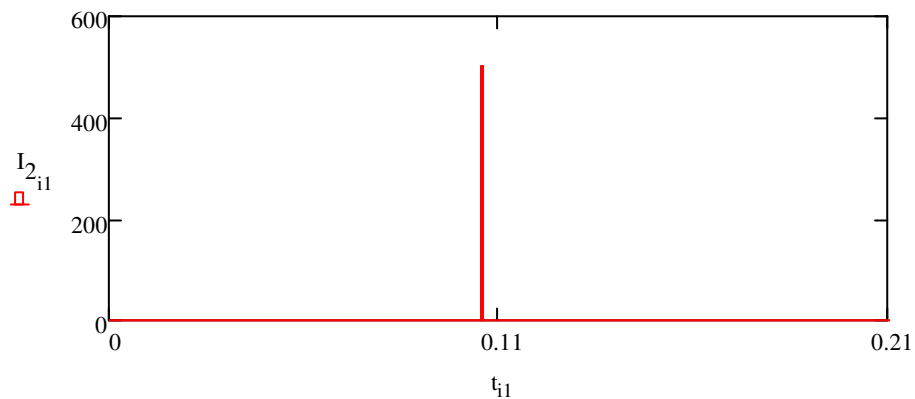


- 3ª Simulação

- Função do impulso - $I_{2_{i1}} := Iy_{2_{i1+1,1}}$ $I_{2_{i1}} =$

0
0
...

$$\max(I_2) = 500 \text{ N}$$



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

2.3 - Processamento e análise dos sinais no domínio em frequência

2.3.1 - Processamento e análise dos espectros FFT

Função dos sinais discretos no domínio em frequência

- Função dos sinais discretos conforme a janela rectangular

X := FFT(x)

	0
0	0.002
1	0.002-0i
2	...

Y := FFT(y)

	0
0	0.003
1	0.003+0i
2	...

X1 := FFT(x1)

	0
0	-1.953·10 ⁻⁶
1	1.772·10 ⁻⁶ -6.458i·10 ⁻⁷
2	...

Y1 := FFT(y1)

	0
0	-0.001
1	-0.048+0i
2	...

X2 := FFT(x2)

	0
0	-1.953·10 ⁻⁶
1	-8.988·10 ⁻⁹ +1.953i·10 ⁻⁶
2	...

Y2 := FFT(y2)

	0
0	-3.662·10 ⁻⁵
1	-0.009-0i
2	...

X3 := FFT(x3)

	0
0	9.277·10 ⁻⁶
1	2.879·10 ⁻⁵ +9.53i·10 ⁻⁷
2	...

Y3 := FFT(y3)

	0
0	-3.857·10 ⁻⁵
1	-0.009-0i
2	...

X4 := FFT(x4)

	0
0	0.002
1	0.002-0i
2	...

Y4 := FFT(y4)

	0
0	-0.003
1	-0.003-0i
2	...

X5 := FFT(x5)

	0
0	0.002
1	0.001-0i
2	...

Y5 := FFT(y5)

	0
0	0.307
1	0.308-0.006i
2	...

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

$$X6 := \text{FFT}(x6)$$

$$X6 = \begin{array}{c|c} & 0 \\ \hline 0 & -0.001 \\ \hline 1 & -0.001-0i \\ \hline 2 & \dots \end{array}$$

$$Y6 := \text{FFT}(y6)$$

$$Y6 = \begin{array}{c|c} & 0 \\ \hline 0 & 0.038 \\ \hline 1 & 0.038-0.001i \\ \hline 2 & \dots \end{array}$$

- Função dos sinais discretos conforme a janela exponencial ou de *Poisson*

$$YE1 := \text{FFT}(ye1)$$

$$YE1 = \begin{array}{c|c} & 0 \\ \hline 0 & -0.01 \\ \hline 1 & -0.022+0.01i \\ \hline 2 & \dots \end{array}$$

$$YE2 := \text{FFT}(ye2)$$

$$YE2 = \begin{array}{c|c} & 0 \\ \hline 0 & -0.002 \\ \hline 1 & -0.004+0.002i \\ \hline 2 & \dots \end{array}$$

$$YE3 := \text{FFT}(ye3)$$

$$YE3 = \begin{array}{c|c} & 0 \\ \hline 0 & -0.002 \\ \hline 1 & -0.004+0.002i \\ \hline 2 & \dots \end{array}$$

Número de amostras da função FFT das aquisições de sinal

$$\text{last}(X1) = 1024$$

Índice das amostras da função FFT das aquisições de sinal

$$k := 0, 1 \dots \text{last}(X1)$$

$$k =$$

0
...

Frequência de amostragem ou taxa de amostragem

$$f_a := \frac{N}{T_a} = 5000 \text{ Hz}$$

Resolução em frequência

$$\Delta f := \frac{1}{T_a} = 2.441 \text{ Hz}$$

Frequências

$$f_k := k \cdot \Delta f$$

$$f_k =$$

0
2.441
...

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Frequência máxima

A frequência máxima corresponde ao limite máximo de frequência do sinal que pode ser reproduzido.

$$f_{\max} := \frac{f_a}{2} = 2500 \text{ Hz}$$

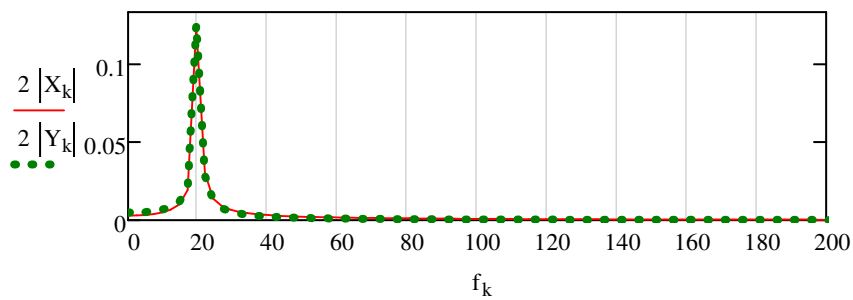
$$\text{Frequência de Nyquist} - f_{\text{nyquist}} := 2 \cdot f_{\max} = 5000 \text{ Hz}$$

Número total de linhas

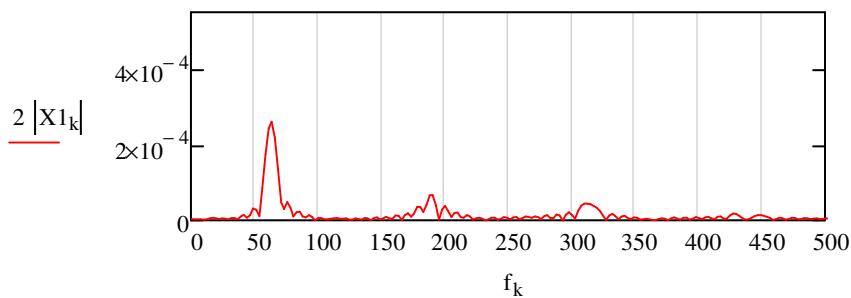
$$NL := \frac{N}{2} = 1024$$

Representação gráfica na escala linear dos EF FFT segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação
 - Comparação do EF FFT da chumaceira na H com a V

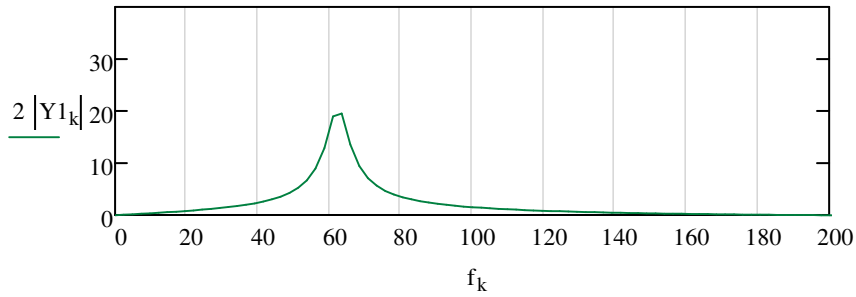


- 2ª Simulação
 - EF FFT da chumaceira na H



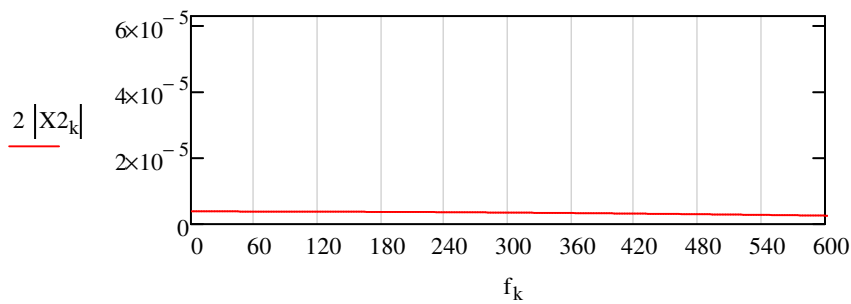
Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

- EF FFT da chumaceira na V

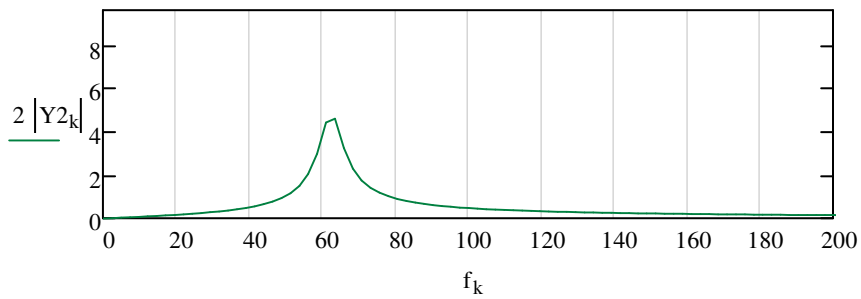


- 3ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na H

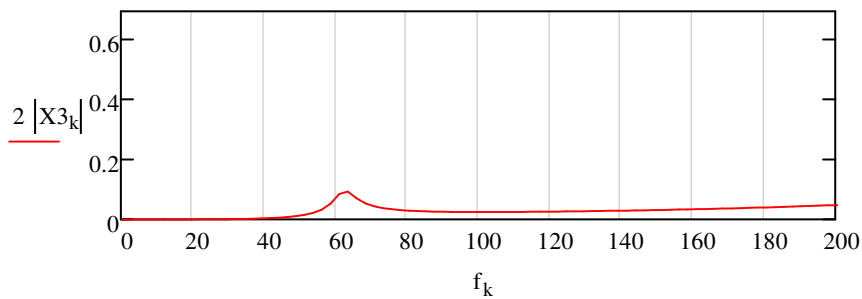


- EF FFT da chumaceira na V



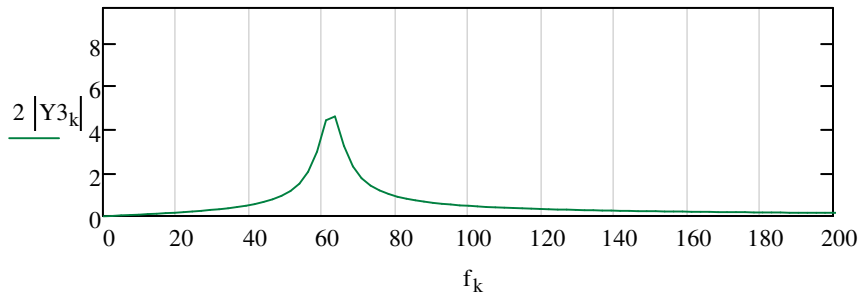
- 4ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na H



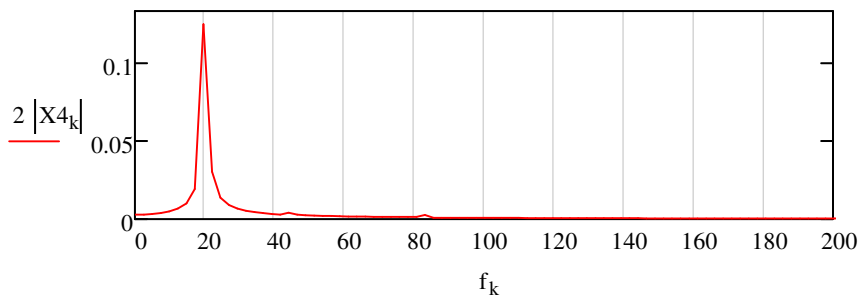
Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

- EF FFT da chumaceira na V

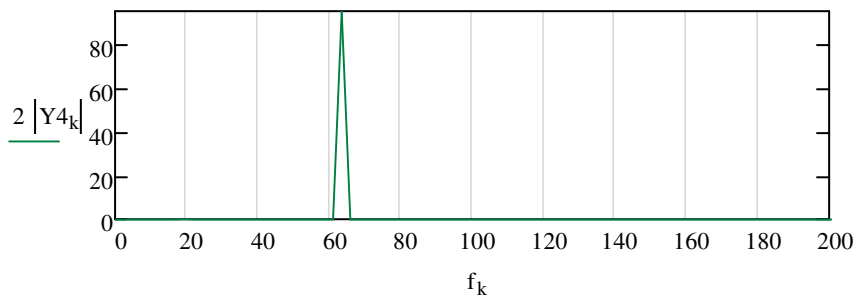


- 5ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na H

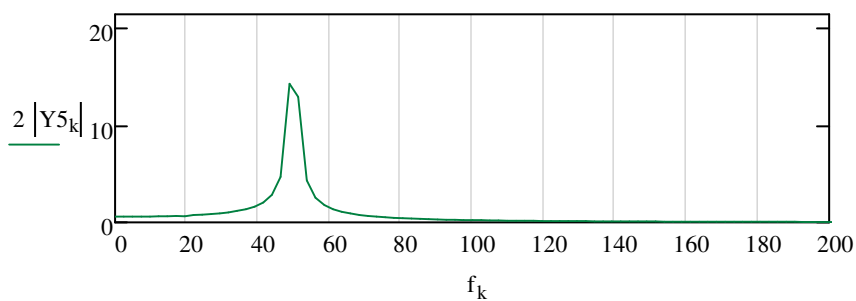


- EF FFT da chumaceira na V



- 6ª Simulação

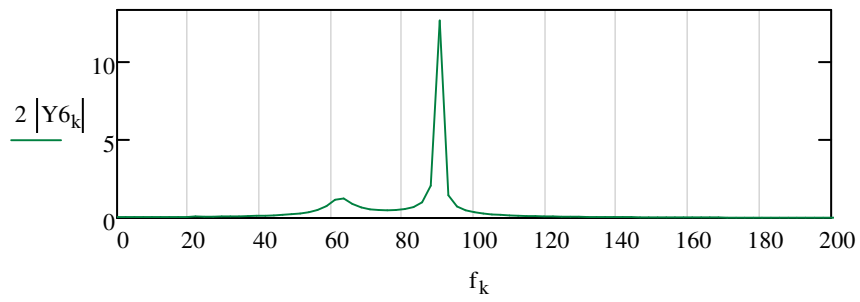
- EF FFT da chumaceira na V



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

- 7ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na V

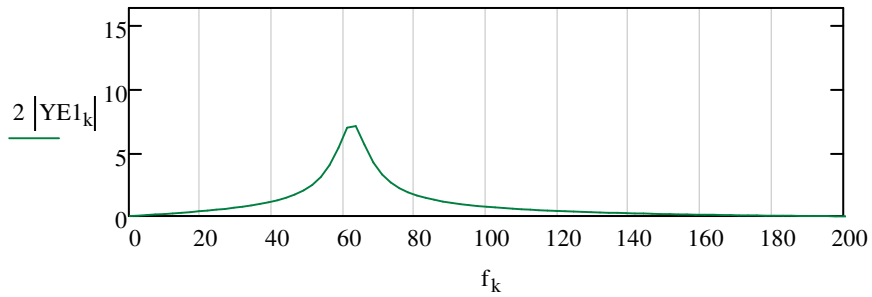


Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Representação gráfica na escala linear dos EF FFT segundo a janela exponencial ou de *Poisson*

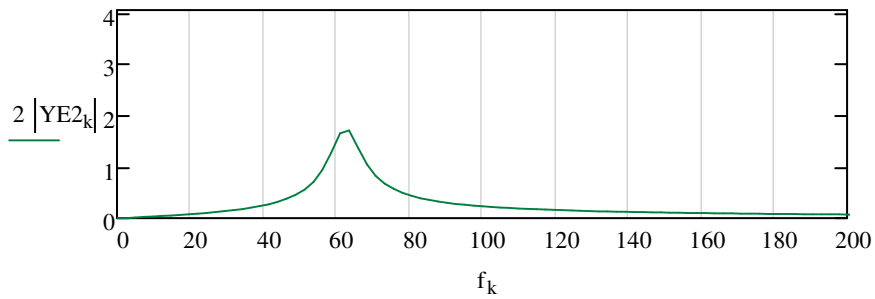
- 2ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na V



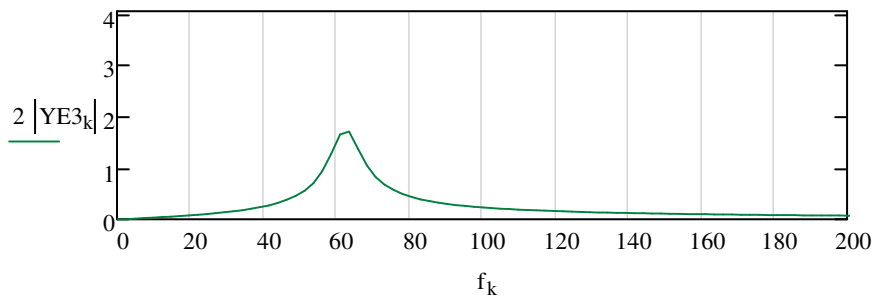
- 3ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na V



- 4ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na V

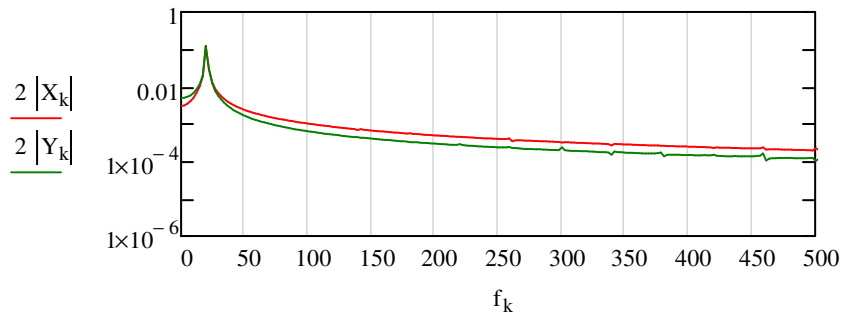


Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

Representação gráfica na escala logarítmica dos EF FFT segundo a janela rectangular

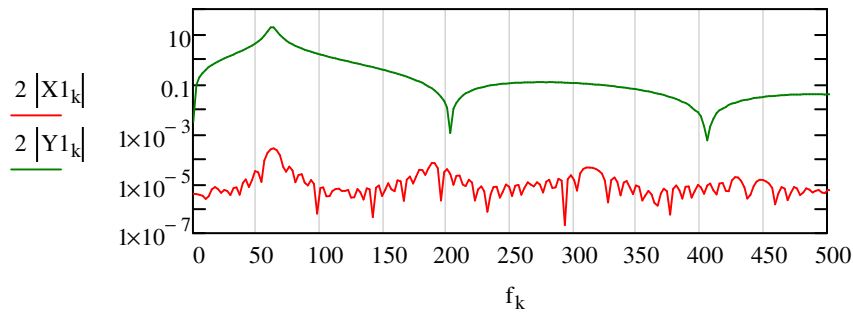
- 1ª Simulação

- Comparação do EF FFT da chumaceira na H com a V



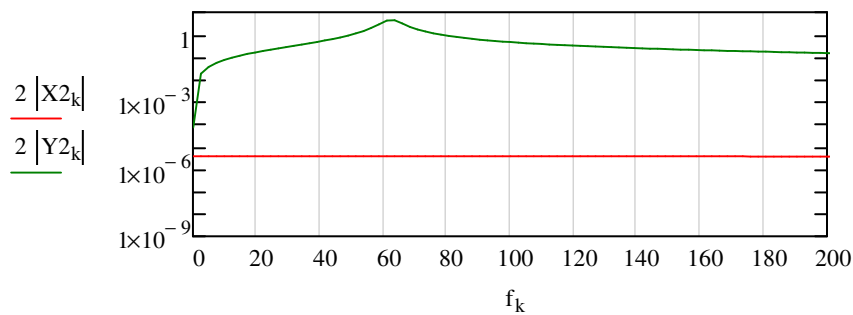
- 2ª Simulação

- Comparação do EF FFT da chumaceira na H com a V



- 3ª Simulação

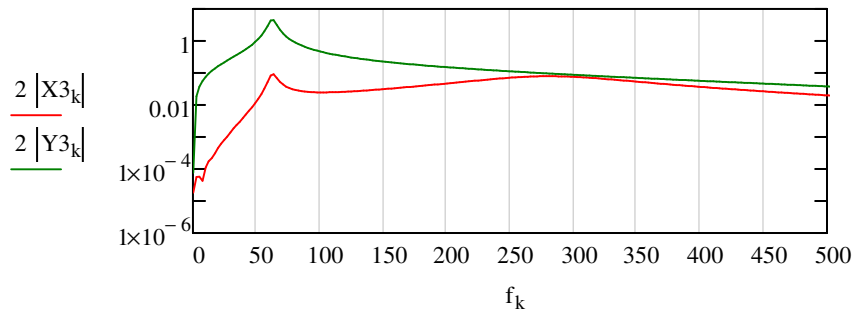
- Comparação do EF FFT da chumaceira na H com a V



Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

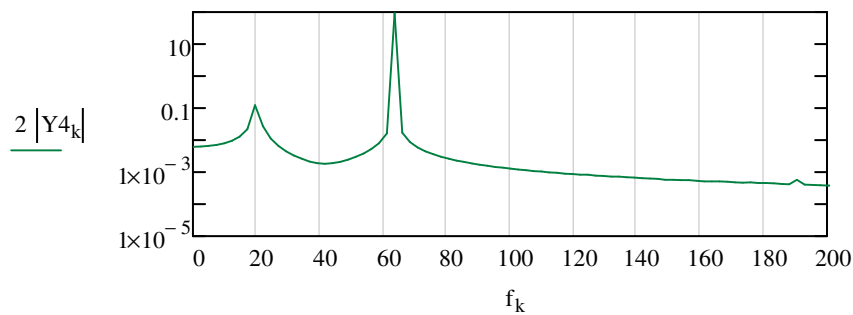
- 4ª Simulação

- Comparação do EF FFT da chumaceira na H com a V



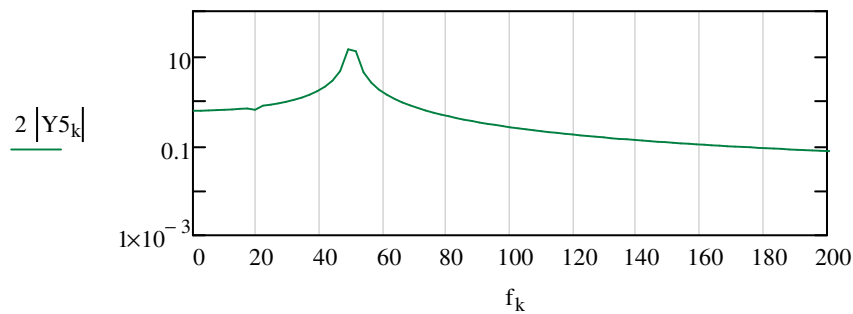
- 5ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na V



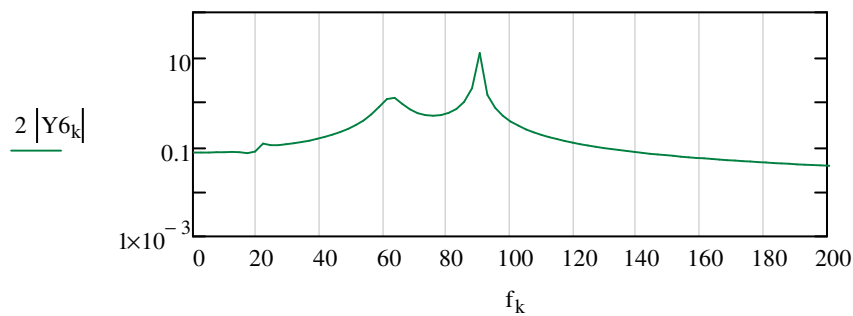
- 6ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na V



- 7ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na V



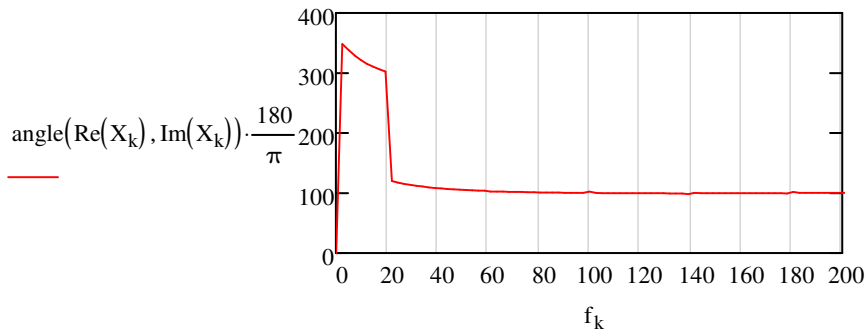
Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

2.4 - Análise da fase da aquisição dos sinais discretos

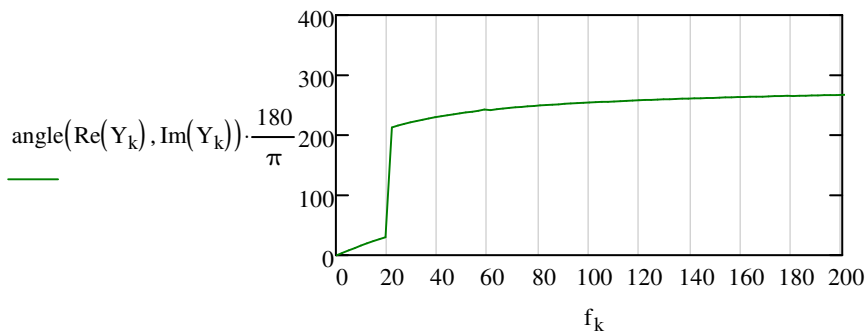
Representação gráfica da fase dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

- Espectro de fase da chumaceira na H

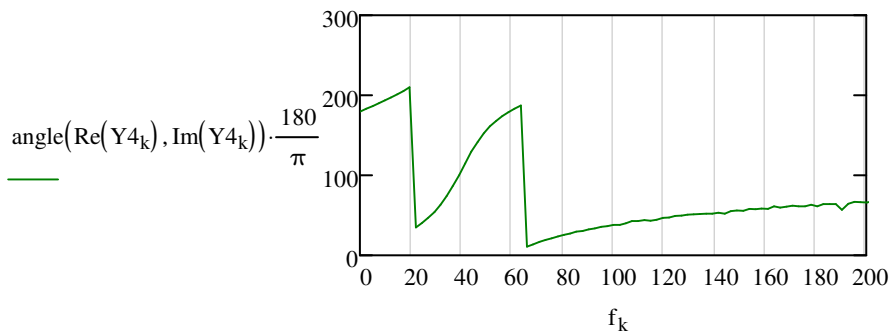


- Espectro de fase da chumaceira na V



- 4ª Simulação

- Espectro de fase da chumaceira na V



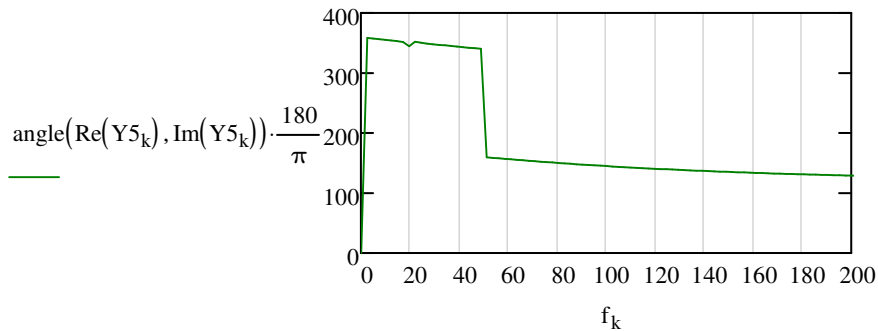
Varição da fase na frequência, aproximadamente, de 63,48 Hz:

$$\Delta\phi_{63,48} := |8.0949 - 187.57| = 179.475 \text{ }^\circ$$

Processamento e Análise de Vibração do Modelo da Ressonância Estrutural no *Working Model 2D*

- 5ª Simulação

- Espectro de fase da chumaceira na V

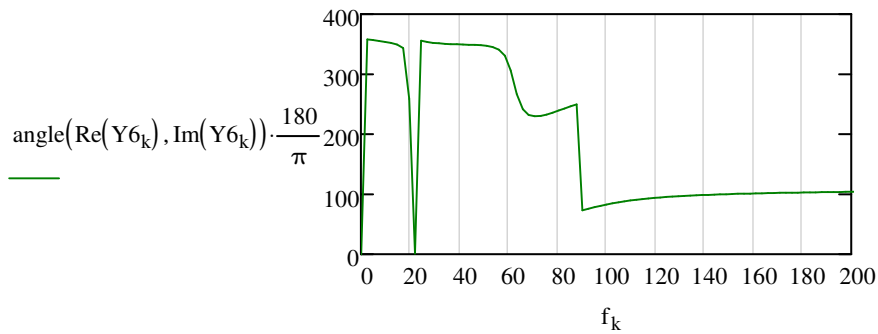


Varição da fase na frequência, aproximadamente, de 50 Hz:

$$\Delta\phi_{50} := |159.98 - 340.86| = 180.88 \text{ } ^\circ$$

- 6ª Simulação

- Espectro de fase da chumaceira na V



Varição da fase na frequência, aproximadamente, de 63,48 e de 90 Hz:

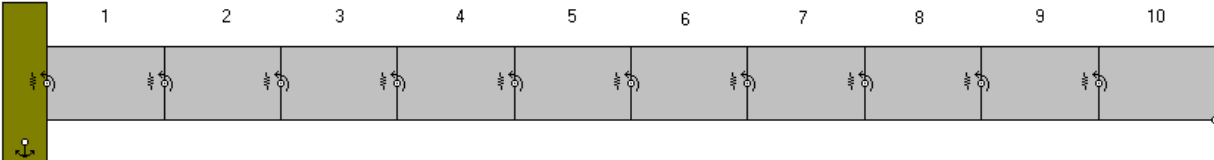
$$\Delta\phi_{63,48} := |236.32 - 331.24| = 94.92 \text{ } ^\circ$$

$$\Delta\phi_{90} := |73.397 - 250.25| = 176.853 \text{ } ^\circ$$

Anexo 9 - Modelo de uma Viga Encastrada no Working Model 2D

Modelo de uma Viga Encastrada

Executar
Parar
Reiniciar



Rigidez de Torção
Rigidez entre os corpos rígidos da viga - kt (N.m/rad)

1.20e+008

Amortecimento de Torção
Amort. entre os corpos rígidos da viga - ct (N.m.s/rad)

1.00

Desl. do CG do corpo rígido 1 na V (m)

y

Desl. do CG do corpo rígido 2 na V (m)

y

Desl. do CG do corpo rígido 3 na V (m)

y

Desl. do CG do corpo rígido 4 na V (m)

y

Desl. do CG do corpo rígido 5 na V (m)

y

Desl. do CG do corpo rígido 6 na V (m)

y

Desl. do CG do corpo rígido 7 na V (m)

y

Desl. do CG do corpo rígido 8 na V (m)

y

Desl. do CG do corpo rígido 9 na V (m)

y

Força constante na V -

Força impulso na V -

Força gravitica do corpo rígido 10 (N)

Fx --- N

Fy --- N

|FI| --- N

Força da resistência do ar do corpo rígido 10 (N)

Fx --- N

Fy --- N

|FI| --- N

Força de impulso (N)

(N)

Fx

Fy

|FI|

[s]

Tempo (s)

t --- s

Deslocamento do CG do corpo rígido 10 na V (m)

y

0.000000e-003

2.000000e-003

0.000000

-2.000000e-003

-4.000000e-003

1.000000e-003 3.000000e-003 5.000000e-003 7.000000e-003 9.0 [s]

Deslocamento do ponto do corpo rígido 10 na V (m)

x y rot

y

0.000000e-003

2.000000e-003

0.000000

-2.000000e-003

-4.000000e-003

1.000000e-003 3.000000e-003 5.000000e-003 7.000000e-003 9.0 [s]

Deslocamento do ponto do corpo rígido 10 na V (m)

x y rot

y

Anexo 10 - Coeficientes A_{viga} de uma viga para o cálculo das suas frequências naturais e os seus nodos de vibração

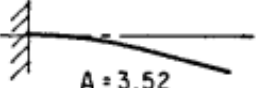
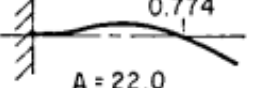
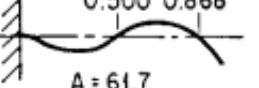
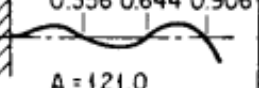
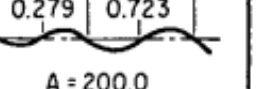
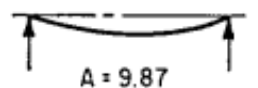
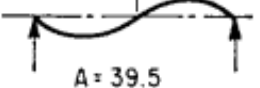
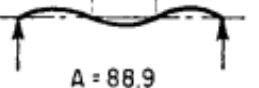
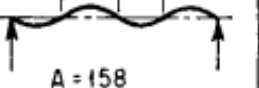
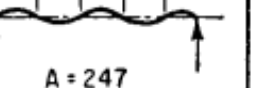
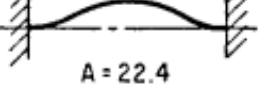
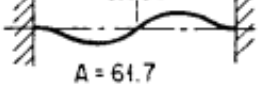
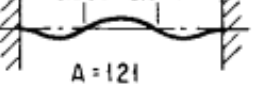
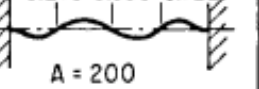
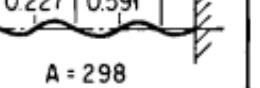
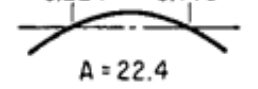
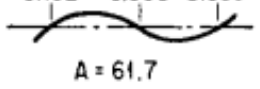
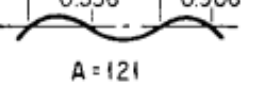
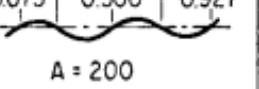
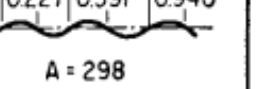
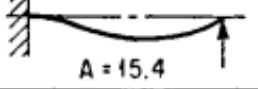
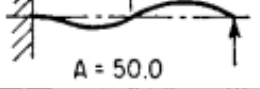
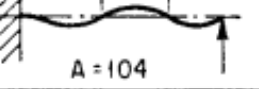
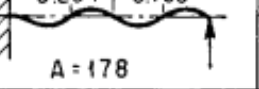
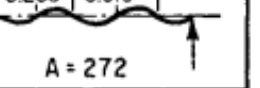
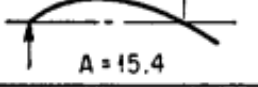
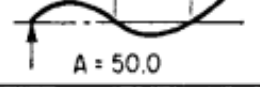
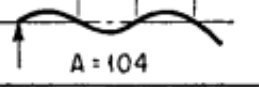
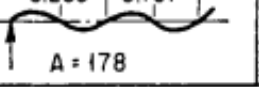
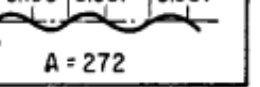
FIXED-FREE (CANTILEVER)	 A = 3.52	 A = 22.0	 A = 61.7	 A = 121.0	 A = 200.0
HINGED-HINGED (SIMPLE)	 A = 9.87	 A = 39.5	 A = 88.9	 A = 158	 A = 247
FIXED-FIXED (BUILT-IN)	 A = 22.4	 A = 61.7	 A = 121	 A = 200	 A = 298
FREE-FREE	 A = 22.4	 A = 61.7	 A = 121	 A = 200	 A = 298
FIXED-HINGED	 A = 15.4	 A = 50.0	 A = 104	 A = 178	 A = 272
HINGED-FREE	 A = 15.4	 A = 50.0	 A = 104	 A = 178	 A = 272

Tabela 5 - Coeficientes A_{viga} de uma viga consoante a sua configuração e os seus nodos de vibração
(Piesol e Paez, 2010)

Anexo 11 - Modelo da Velocidade Crítica no Working Model 2D

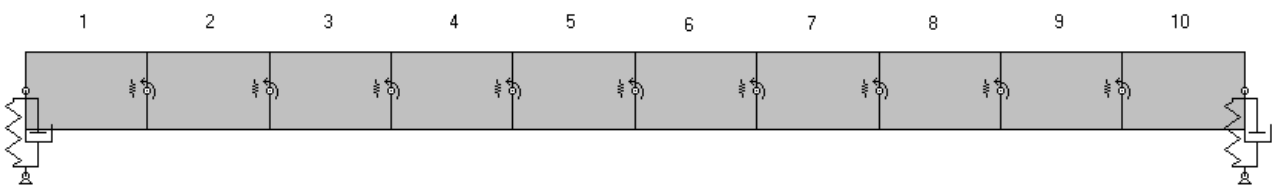
Modelo da Velocidade Crítica

Executar

Parar

Reiniciar

Tempo (s)
t 0.000 s



Caraterísticas da Força Harmónica de Excitação

Amplitude máxima na V (N)

Frequência de excitação (Hz)

Teste de Impacto

Força de impulso/choque na V (N)

Rigidez de Torção

Rigidez entre os corpos rígidos da viga - kt (N.m/rad)

Amortecimento de Torção

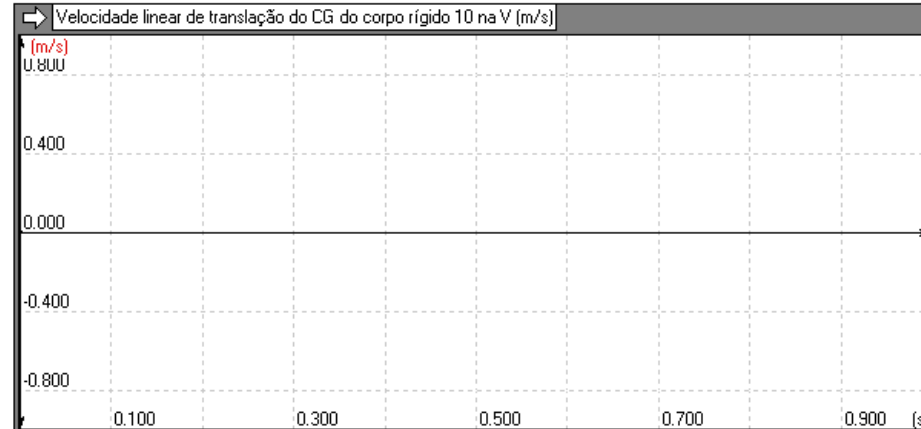
Amort. entre os corpos rígidos da viga - ct (N.m.s/rad)

Força de impulso (N)

Fx (N)	
Fy (N)	
F (N)	5.243e+005

1.000 3.000 (s)

Velocidade linear de translação do CG do corpo rígido 10 na V (m/s)



Rigidez de Translação

Rigidez dos rolamentos - k (N/m)

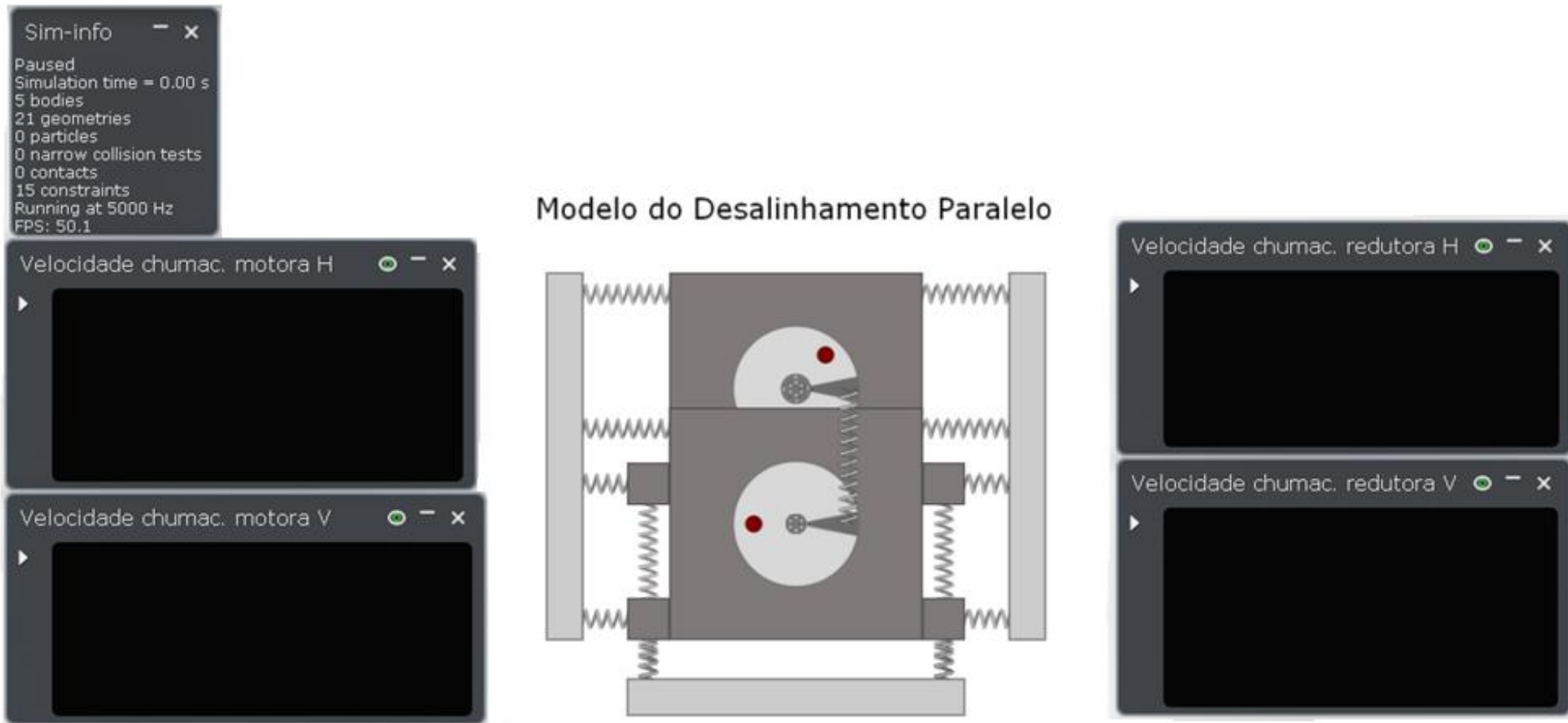
Força gravitica do corpo rígido 10 (N)

Fx	0.000 N
Fy	0.000 N
F	0.000 N

Força da resistência do ar do corpo rígido 10 (N)

Fx	0.000 N
Fy	0.000 N
F	0.000 N

Anexo 12 - Modelo do Desalinhamento Paralelo no Algodoo





**Anexo 13 - Processamento e Análise de Vibração do Modelo do Desalinhamento
Paralelo no *Algodo***

Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodo*

1 - Modelo do Desalinhamento Paralelo

1.1 - Simulações realizadas

- 1ª Simulação

Simulação considerando a velocidade de rotação igual a 1500 rpm.

- 2ª Simulação

Simulação com as mesmas propriedades físicas da 1ª simulação, alterando-se apenas a velocidade de rotação para 1600 rpm.

1.2 - Propriedades físicas do sistema mecânico

1.2.1 - Propriedades físicas do sistema mecânico constantes nas diferentes simulações

Massas do sistema mecânico

- Massa de cada veio - $m_v := 8 \text{ kg}$
- Massa de cada chumaceira - $m_{ch} := 4.4 \text{ kg}$
- Massa dos pés das chumaceiras - $m_p := 2 \cdot 0.3 = 0.6 \text{ kg}$
- Massa de desequilíbrio - $m_d := 0.2 \text{ kg}$
- Massa total de cada conjunto veio-chumaceira -

$$m := m_v + m_{ch} + m_p + m_d = 13.2 \text{ kg}$$

1.2.2 - Propriedades físicas do sistema mecânico da 1ª simulação

Constantes de rigidez de translação do sistema mecânico

- Constante de rigidez do acoplamento - $k_0 := 1 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$
- Constantes de rigidez das chumaceiras na H - $k_1 := 1 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$
- Constantes de rigidez das chumaceiras na V - $k_2 := 5 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$

Factores de amortecimento do sistema mecânico

- Factor de amortecimento do acoplamento - $\zeta_0 := 0.7$
- Factores de amortecimento das chumaceiras na H - $\zeta_1 := 0.15$
- Factores de amortecimento das chumaceiras na V - $\zeta_2 := 0.15$

Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodo*


2 - Processamento e Análise de Vibração do Sistema Mecânico


2.1 - Aquisição dos sinais discretos

As amostras dos sinais discretos das simulações foram adquiridas com iguais frequências de amostragem (f_a) e número de amostras (N).

- 1ª Simulação

- $xx1$ - Velocidade linear de translação (VLT) da chumaceira motora na direcção horizontal (H)
- $yy1$ - VLT da chumaceira motora na direcção vertical (V)

$xx1 :=$  Simulação do Desalinhamento Paralelo_plot_0000.csv

$yy1 :=$  Simulação do Desalinhamento Paralelo_plot_0001.csv

$xx1 =$


	0	1
0	"Time"	"Velocity (x)"
1	0	-0.0026
2	0.0002	...

$yy1 =$

	0	1
0	"Time"	"Velocity (y)"
1	0	0.0082
2	0.0002	...

- $xx2$ - VLT da chumaceira redutora na H
- $yy2$ - VLT da chumaceira redutora na V

$xx2 :=$  Simulação do Desalinhamento Paralelo_plot_0002.csv

$yy2 :=$  Simulação do Desalinhamento Paralelo_plot_0003.csv

$xx2 =$


	0	1
0	"Time"	"Velocity (x)"
1	0	$-9.0827 \cdot 10^{-11}$
2	0.0002	...


$yy2 =$

	0	1
0	"Time"	"Velocity (y)"
1	0	-0.012
2	0.0002	...

- 2ª Simulação

- $xx3$ - VLT da chumaceira motora na H
- $yy3$ - VLT da chumaceira motora na V

$xx3 :=$  Simulação do Desalinhamento Paralelo_plot_0004.csv

$yy3 :=$  Simulação do Desalinhamento Paralelo_plot_0005.csv

$xx3 =$

	0	1
0	"Time"	"Velocity (x)"
1	0	-0.0026
2	0.0002	...

$yy3 =$

	0	1
0	"Time"	"Velocity (y)"
1	0	0.0082
2	0.0002	...

Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

2.2 - Processamento e análise dos sinais no domínio no tempo

Número de amostras da aquisição dos sinais discretos

$$N := \text{last}(xx1^{(0)}) - (\text{last}(xx1^{(0)}) - 2^{11}) = 2048$$

Índice das amostras das aquisições dos sinais discretos

$$i := 0..N - 1$$

$$i =$$

0
1
...

Período de amostragem

$$T_a := \text{xx1}_{3000+2^{11},0} - \text{xx1}_{3000,0} = 0.41 \text{ s}$$

Resolução no tempo

$$\Delta t := \frac{T_a}{N} = 2.000 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Tempo de cada amostra

$$t_i := i \cdot \Delta t$$

$$t_i =$$

0
0.0002
...

Função dos sinais discretos no domínio do tempo em mm/s

- Função dos sinais discretos conforme a janela rectangular

$$x1_i := \text{xx1}_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y1_i := \text{yy1}_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x1_i =$$

$$y1_i =$$

91.5935
99.3976
...

-1308.79
-1366.53
...

$$x2_i := \text{xx2}_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y2_i := \text{yy2}_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x2_i =$$

$$y2_i =$$

-99.1268
-106.486
...

1311.85
1369.77
...

Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

$$x3_i := xx3_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y3_i := yy3_{i+3000,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$x3_i =$$

-86.2066
-75.1982
...

$$y3_i =$$

894.176
773.494
...

Pico (maior amplitude) dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

$$\text{Pico}_{x1} := \max(|x1|) = 180.9 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y1} := \max(|y1|) = 1697.1 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{x2} := \max(|x2|) = 168 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y2} := \max(|y2|) = 1698.7 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

- 2ª Simulação

$$\text{Pico}_{x3} := \max(|x3|) = 466.4 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y3} := \max(|y3|) = 2903.5 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Root Mean Square (RMS) dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

$$\text{RMS}_{x1} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x1_i)^2}{N}} = 81 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{RMS}_{y1} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y1_i)^2}{N}} = 962.3 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{RMS}_{x2} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x2_i)^2}{N}} = 78.7 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{RMS}_{y2} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y2_i)^2}{N}} = 964.8 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

- 2ª Simulação

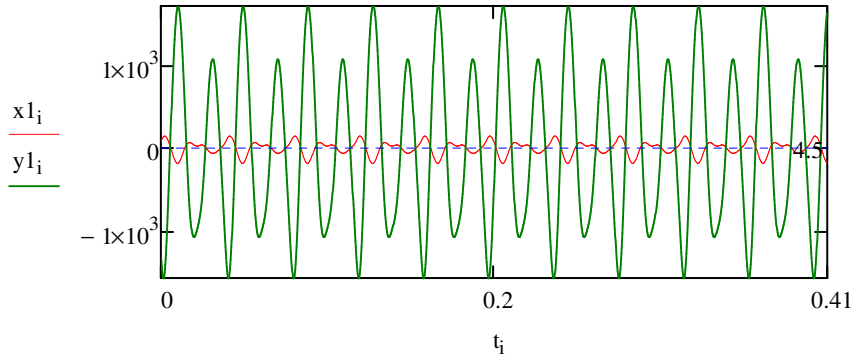
$$\text{RMS}_{x3} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x3_i)^2}{N}} = 227.1 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{RMS}_{y3} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y3_i)^2}{N}} = 1643.9 \quad \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodão*

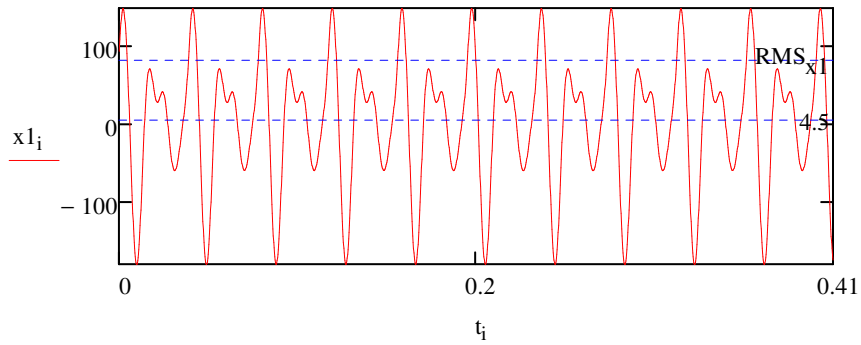
Representação gráfica dos sinais discretos no domínio no tempo segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

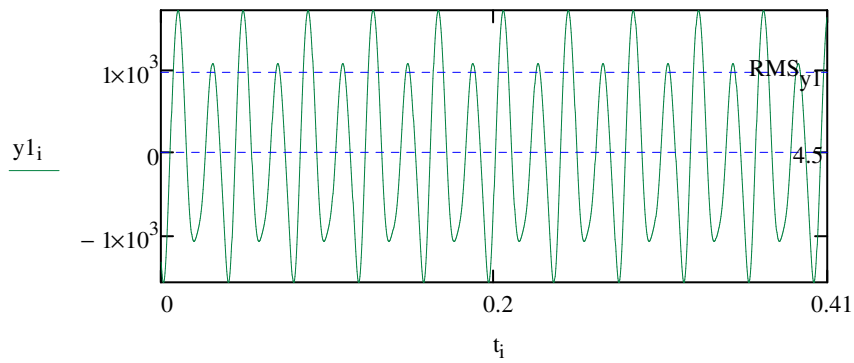
- Comparação da forma de onda (FO) da chumaceira motora na H com a V



- FO da chumaceira motora na H

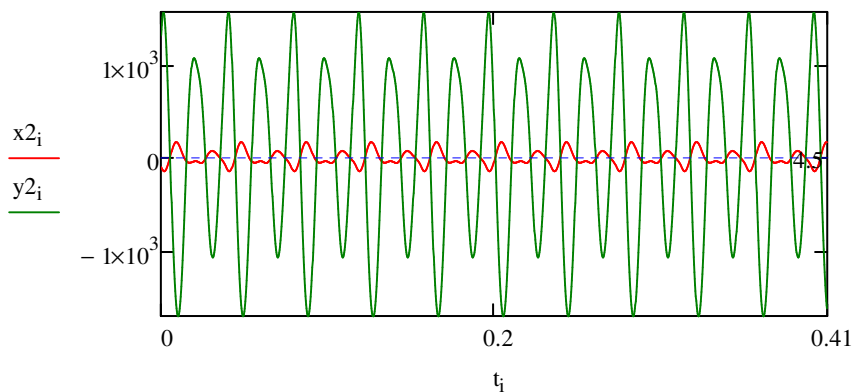


- FO da chumaceira motora na V

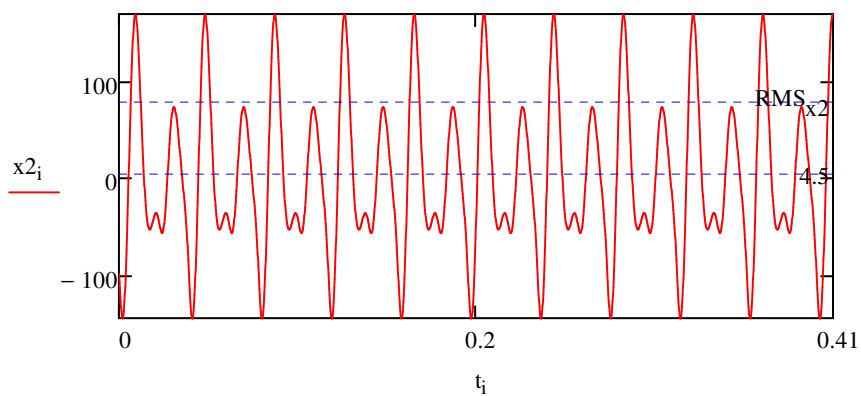


Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodão*

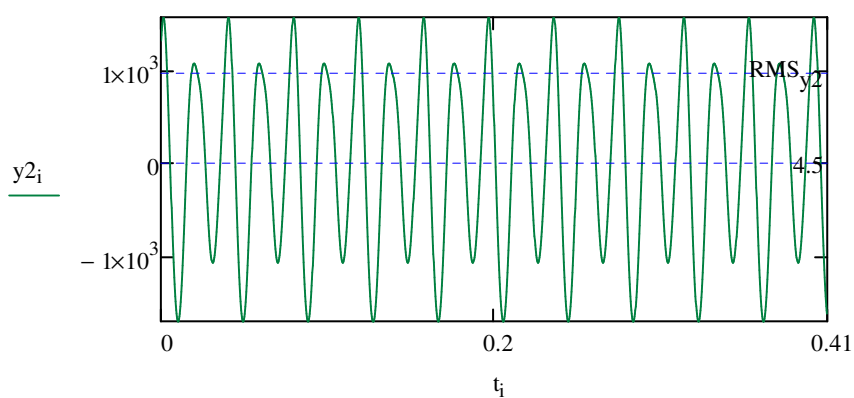
- Comparação da FO da chumaceira redutora na H com a V



- FO da chumaceira redutora na H



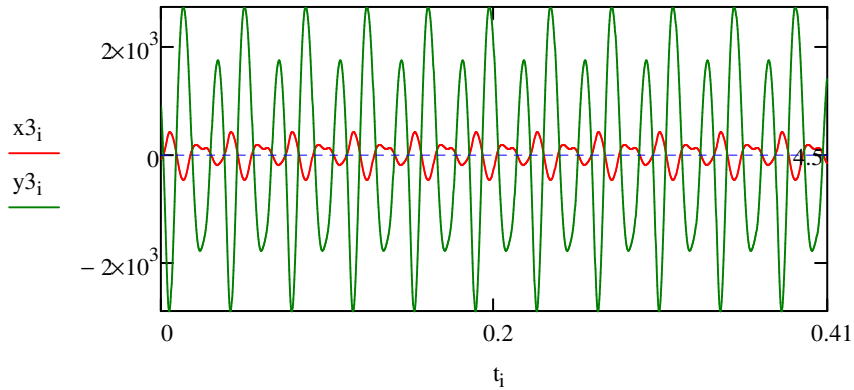
- FO da chumaceira redutora na V



Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

- 2ª Simulação

- Comparação da FO da chumaceira motora na H com a V



2.3 - Processamento e análise dos sinais no domínio em frequência

Função dos sinais discretos no domínio em frequência

- Função dos sinais discretos conforme a janela rectangular

X1 := FFT(x1)

		0
X1 =	0	0.656
	1	0.658+0.122i
	2	...

Y1 := FFT(y1)

		0
Y1 =	0	-5.84
	1	-5.824-1.297i
	2	...

X2 := FFT(x2)

		0
X2 =	0	-0.284
	1	-0.279-0.116i
	2	...

Y2 := FFT(y2)

		0
Y2 =	0	5.931
	1	5.917+1.299i
	2	...

X3 := FFT(x3)

		0
X3 =	0	1.765
	1	1.764+0.034i
	2	...

Y3 := FFT(y3)

		0
Y3 =	0	-16.92
	1	-16.929-0.121i
	2	...

Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

Número de amostras da função FFT das aquisições de sinal

$$\text{last}(X1) = 1024$$

Índice das amostras da função FFT das aquisições de sinal

$$k := 0, 1 \dots \text{last}(X1) \quad k =$$

0
1
...

Frequência de amostragem ou taxa de amostragem

$$f_a := \frac{N}{T_a} = 5000 \quad \text{Hz}$$

Resolução em frequência

$$\Delta f := \frac{1}{T_a} = 2.4 \quad \text{Hz}$$

Frequências

$$f_k := k \cdot \Delta f$$

$$f_k =$$

0
2.441
...

Frequência máxima

A frequência máxima corresponde ao limite máximo de frequência do sinal que pode ser reproduzido.

$$f_{\text{max}} := \frac{f_a}{2} = 2500 \quad \text{Hz}$$

$$f_a := 2 \cdot f_{\text{max}} = 5000 \quad \text{Hz}$$

Número total de linhas

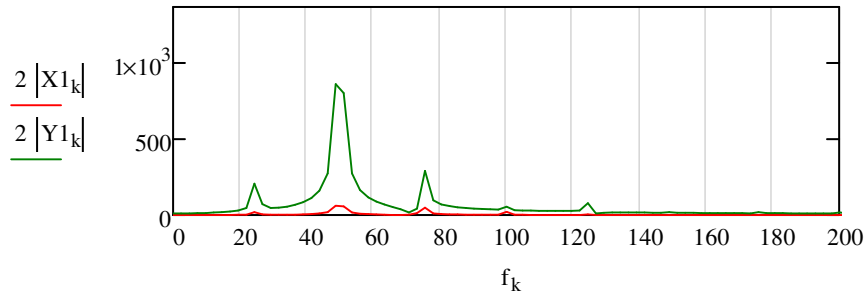
$$NL := \frac{N}{2} = 1024$$

Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

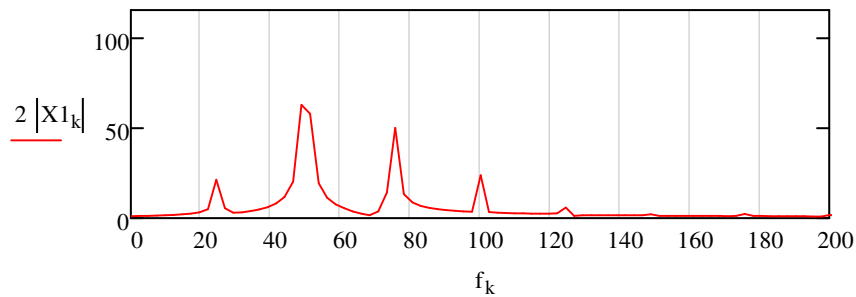
Representação gráfica na escala linear dos EF FFT segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

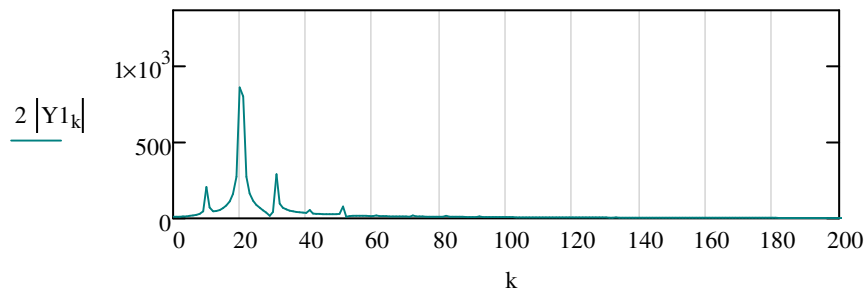
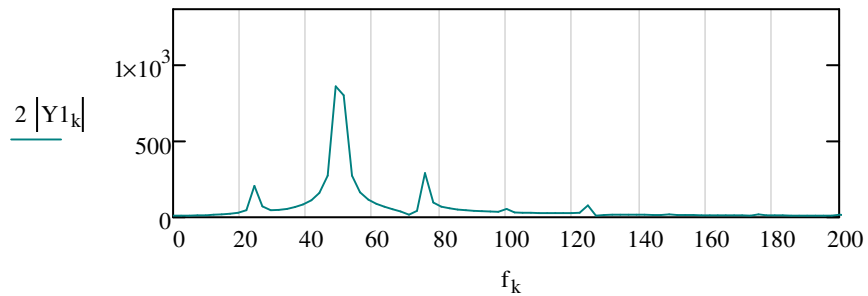
- Comparação do EF FFT da chumaceira motora na H com a V



- EF FFT da chumaceira motora na H



- EF FFT da chumaceira motora na V



Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

Vectores das maiores amplitudes:

Vector da componente a 1xrpm - $Y1_{10} = 65.3 - 80.6i$

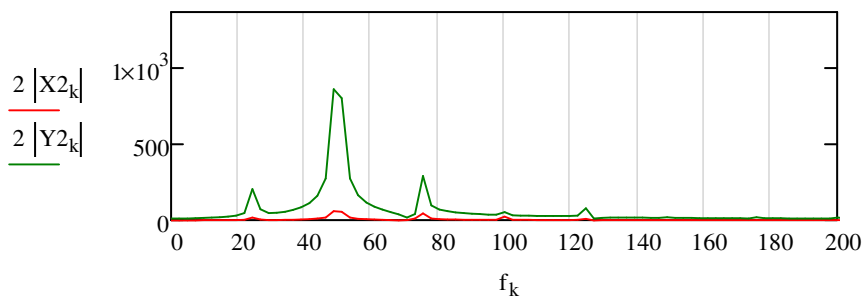
Vector da componente a 2xrpm - $Y1_{20} = -170.8 - 393.6i$

Fases das maiores amplitudes:

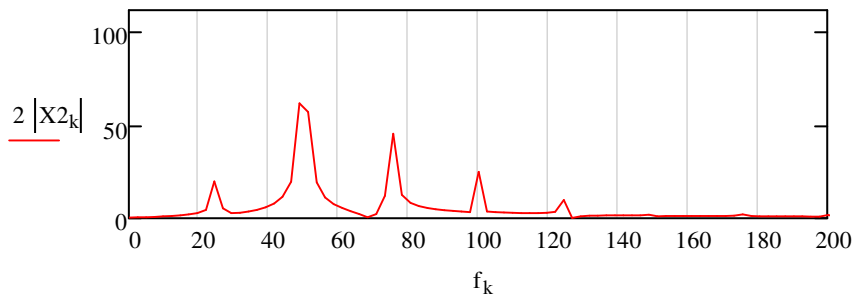
Fase da componente a 1xrpm - $\alpha_1 := \text{angle}(\text{Re}(Y1_{10}), \text{Im}(Y1_{10})) \cdot \frac{180}{\pi} = 309^\circ$

Fase da componente a 2xrpm - $\alpha_2 := \text{angle}(\text{Re}(Y1_{20}), \text{Im}(Y1_{20})) \cdot \frac{180}{\pi} = 246.5^\circ$

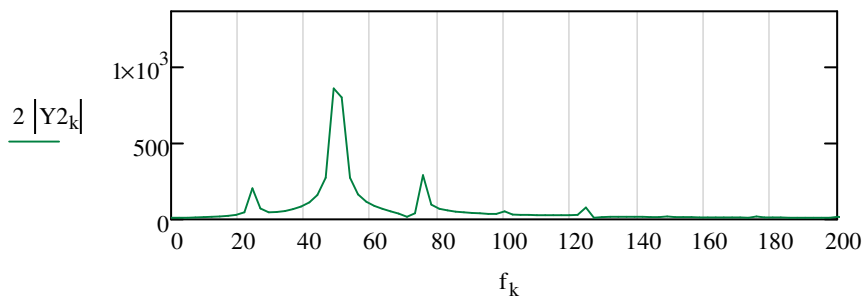
- Comparação do EF FFT da chumaceira redutora na H com a V



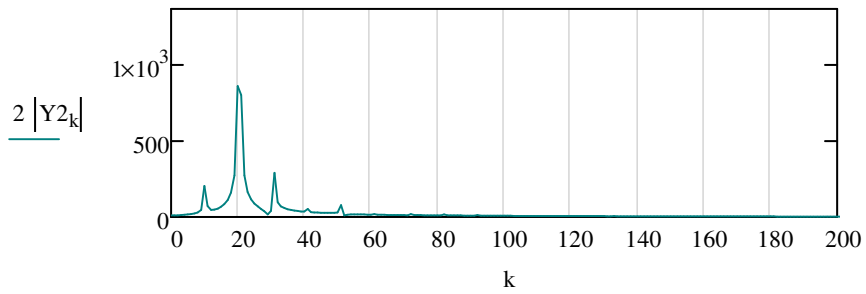
- EF FFT da chumaceira redutora na H



- EF FFT da chumaceira redutora na V



Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*



Vectores das maiores amplitudes:

Vector da componente a 1xrpm - $Y2_{10} = -64.7 + 80.5i$

Vector da componente a 2xrpm - $Y2_{20} = 172.1 + 394.5i$

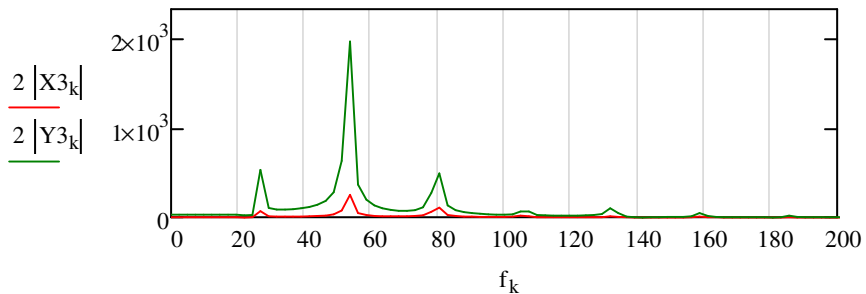
Fases das maiores amplitudes:

Fase da componente a 1xrpm - $\alpha_1 := \text{angle}(\text{Re}(Y2_{10}), \text{Im}(Y2_{10})) \cdot \frac{180}{\pi} = 128.8^\circ$

Fase da componente a 2xrpm - $\alpha_2 := \text{angle}(\text{Re}(Y2_{20}), \text{Im}(Y2_{20})) \cdot \frac{180}{\pi} = 66.4^\circ$

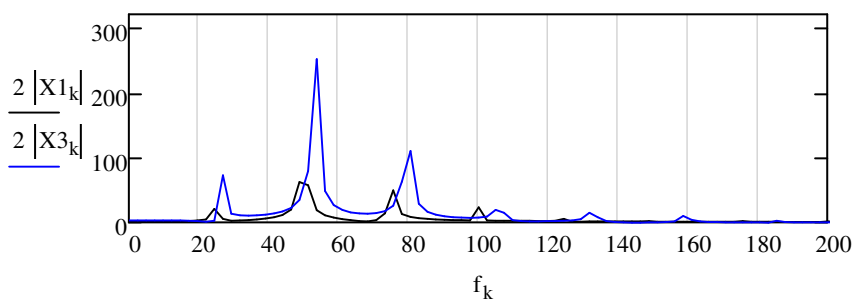
- 2ª Simulação

- Comparação do EF FFT da chumaceira motora na H com a V



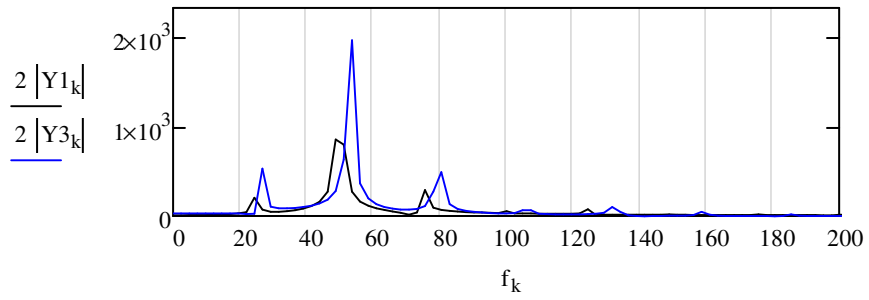
- Comparação dos EF FFT da 1ª simulação com os da 2ª simulação

- Comparação dos EF FFT da chumaceira motora na H



Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

- Comparação dos EF FFT da chumaceira motora na V

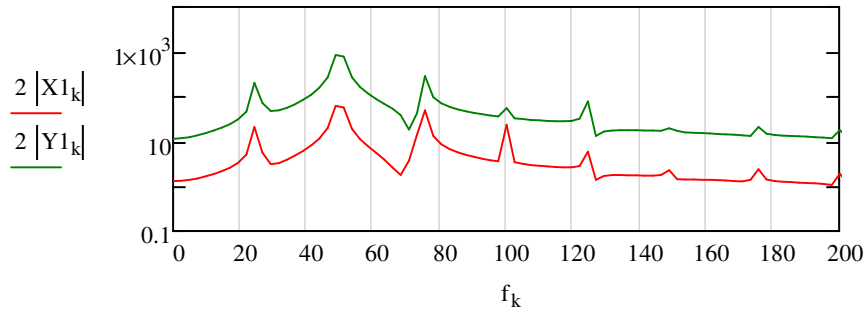


Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

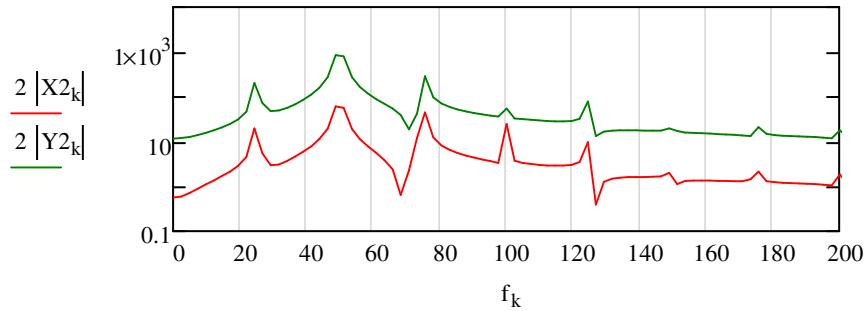
Representação gráfica na escala logarítmica dos EF FFT segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

- Comparação do EF FFT da chumaceira motora na H com a V

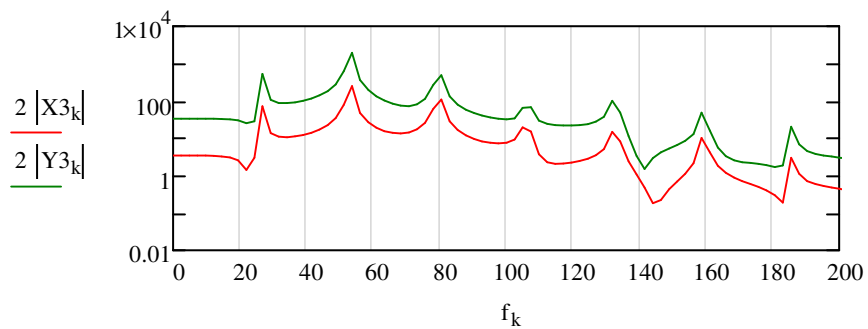


- Comparação do EF FFT da chumaceira redutora na H com a V



- 2ª Simulação

- Comparação do EF FFT da chumaceira motora na H com a V



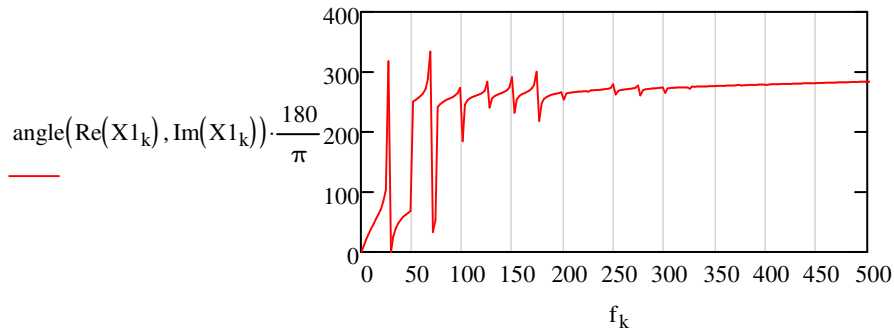
Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

2.4 - Análise da fase da aquisição dos sinais discretos

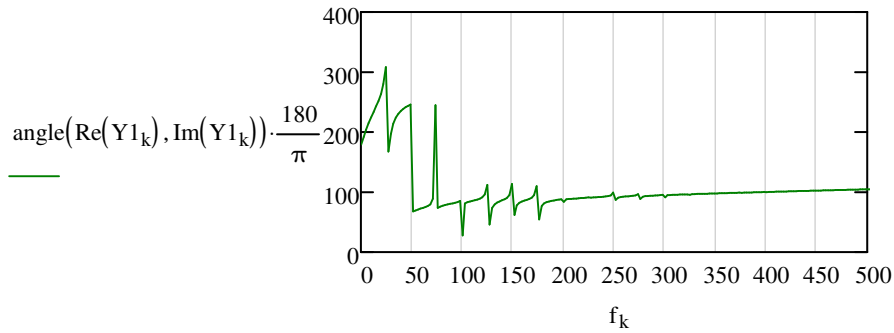
Representação gráfica da fase dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

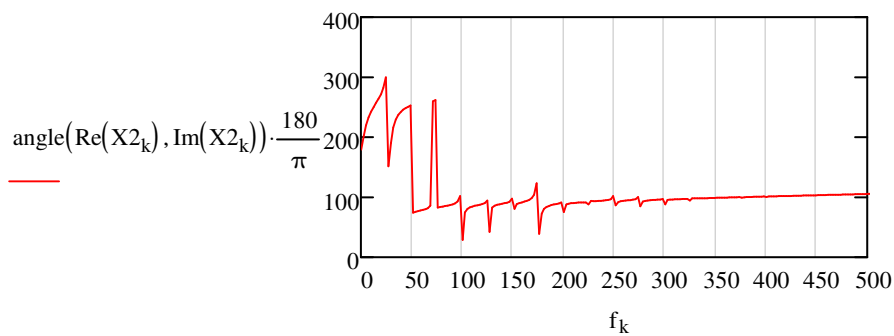
- Espectro de fase da chumaceira motora na H



- Espectro de fase da chumaceira motora na V

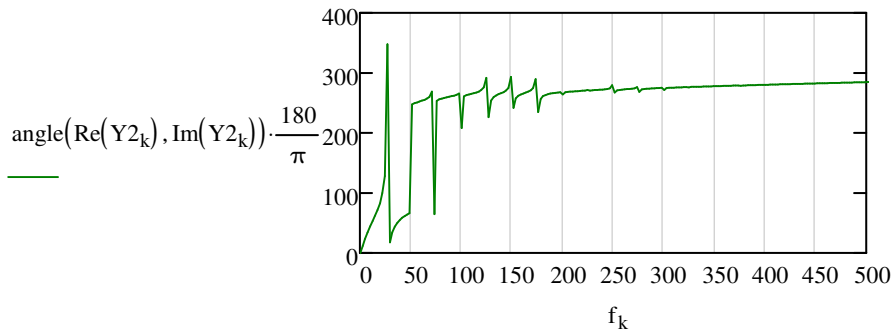


- Espectro de fase da chumaceira redutora na H



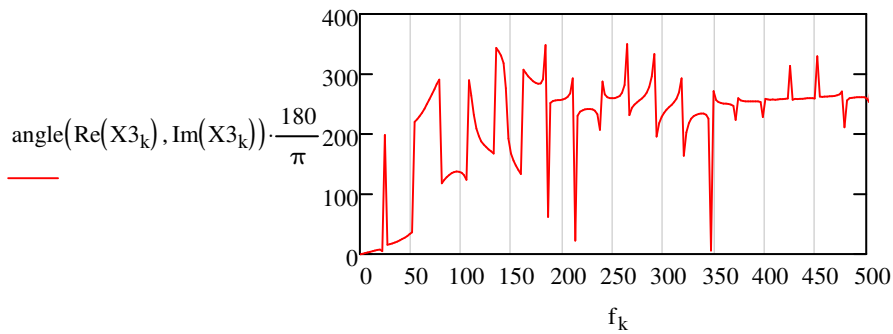
Processamento e Análise da Vibração do Desalinhamento Paralelo no *Algodoo*

- Espectro de fase da chumaceira redutora na V

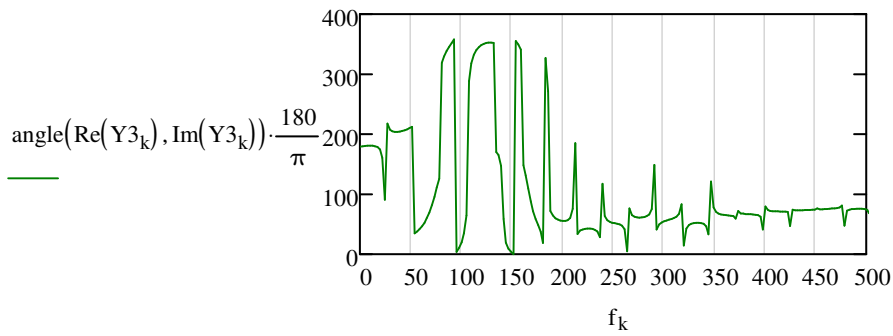


- 2ª Simulação

- Espectro de fase da chumaceira motora na H



- Espectro de fase da chumaceira motora na V



Anexo 14 - Linguagem *Script* do Modelo da Avaria num Rolamento no *Algodoo*

-1ª Etapa

```
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.18]; radius:=0.074; color:=[0.40000001, 0.40000001, 0.40000001, 1.0000000]; collideSet:=2};  
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.18]; radius:=0.064};
```

-2ª Etapa

```
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.18]; radius:=0.058};  
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.18]; radius:=0.046};
```

-3ª Etapa

```
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.232]; radius:=0.0119; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.0000000]; collideSet:=18};  
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.128]; radius:=0.0119; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.0000000]; collideSet:=18};  
Scene.addcircle {pos:=[0.198, 0.18]; radius:=0.0119; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.0000000]; collideSet:=18};  
Scene.addcircle {pos:=[0.302, 0.18]; radius:=0.0119; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.0000000]; collideSet:=18};  
Scene.addcircle {pos:=[0.213, 0.143]; radius:=0.0119; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.0000000]; collideSet:=18};  
Scene.addcircle {pos:=[0.213, 0.217]; radius:=0.0119; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.0000000]; collideSet:=18};  
Scene.addcircle {pos:=[0.287, 0.143]; radius:=0.0119; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.0000000]; collideSet:=18};  
Scene.addcircle {pos:=[0.287, 0.217]; radius:=0.0119; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.0000000]; collideSet:=18};
```

-4ª Etapa

```
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.18]; radius:=0.058};  
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.18]; radius:=0.046};
```

-5ª Etapa

```
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.232]; radius:=0.0117; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.128]; radius:=0.0117; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.198, 0.18]; radius:=0.0117; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.302, 0.18]; radius:=0.0117; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.213, 0.143]; radius:=0.0117; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.213, 0.217]; radius:=0.0117; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.287, 0.143]; radius:=0.0117; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.287, 0.217]; radius:=0.0117; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
```

-6ª Etapa

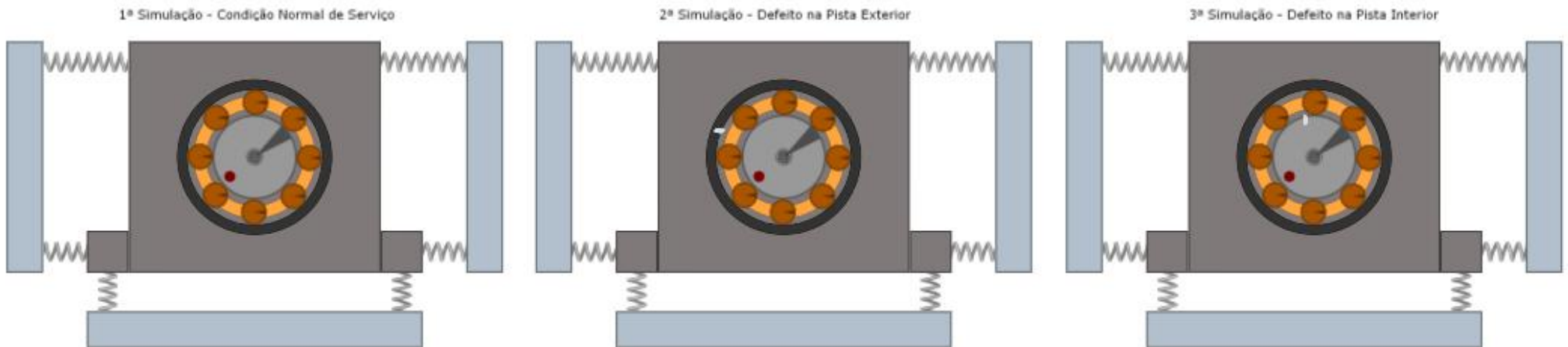
```
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.232]; radius:=0.012; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.25, 0.128]; radius:=0.012; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.198, 0.18]; radius:=0.012; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.302, 0.18]; radius:=0.012; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.213, 0.143]; radius:=0.012; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.213, 0.217]; radius:=0.012; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.287, 0.143]; radius:=0.012; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addcircle {pos:=[0.287, 0.217]; radius:=0.012; color:=[0.23999999, 0.19679999, 0.19679999, 1.00000000]; collideSet:=18};
Scene.addbox {geomID:=1; pos:=[0.25, 0.18]; size:=[0.24, 0.22]; color:=[0.70999998, 0.70999998, 0.70999998, 1.00000000]; collideSet:=1; density:=83.3333};
```

```
Scene.addBox {geomID:=2; pos:=[0.11, 0.09]; size:=[0.04, 0.04]; color:=[0.70999998,
0.70999998, 0.70999998, 1.0000000]; collideSet:=1; density:=182.927};
Scene.addBox {geomID:=3; pos:=[0.39, 0.09]; size:=[0.04, 0.04]; color:=[0.70999998,
0.70999998, 0.70999998, 1.0000000]; collideSet:=1; density:=182.927};
Scene.addBox {geomID:=4; pos:=[0.25, 0.016]; size:=[0.32, 0.035]; color:=[0.79968750,
0.79968750, 0.79968750, 1.0000000]};
Scene.addFixJoint {geom1:=4; world0pos:=[0.25, 0.016]; size:=0.01; color:=[0.89687735,
0.89687735, 0.89687735, 0.0000000]};
Scene.addBox {geomID:=5; pos:=[0.031, 0.18]; size:=[0.035, 0.22]; color:=[0.79968750,
0.79968750, 0.79968750, 1.0000000]};
Scene.addFixJoint {geom1:=5; world0pos:=[0.031, 0.1]; size:=0.01; color:=[0.89687735,
0.89687735, 0.89687735, 0.0000000]};
Scene.addBox {geomID:=6; pos:=[0.469, 0.18]; size:=[0.035, 0.22]; color:=[0.79968750,
0.79968750, 0.79968750, 1.0000000]};
Scene.addFixJoint {geom1:=6; world0pos:=[0.469, 0.18]; size:=0.01; color:=[0.89687735,
0.89687735, 0.89687735, 0.0000000]};
Scene.addSpring {geom1:=2; geom0:=4; geom1pos:=[0.0, -0.02]; geom0pos:=[-0.14, 0.0175];
size:=0.03; constant:=1000000; dampingFactor:=0.098000000};
Scene.addSpring {geom1:=3; geom0:=4; geom1pos:=[0.0, -0.02]; geom0pos:=[0.14, 0.0175];
size:=0.03; constant:=1000000; dampingFactor:=0.098000000};
Scene.addSpring {geom1:=2; geom0:=5; geom1pos:=[-0.02, 0.0]; geom0pos:=[0.0175, -0.09];
size:=0.03; constant:=100000; dampingFactor:=0.087000000};
Scene.addSpring {geom1:=1; geom0:=5; geom1pos:=[-0.12, 0.09]; geom0pos:=[0.0175, 0.09];
size:=0.03; constant:=100000; dampingFactor:=0.087000000};
Scene.addSpring {geom1:=3; geom0:=6; geom1pos:=[0.02, 0.0]; geom0pos:=[-0.0175, -0.09];
size:=0.03; constant:=100000; dampingFactor:=0.087000000};
Scene.addSpring {geom1:=1; geom0:=6; geom1pos:=[0.12, 0.09]; geom0pos:=[-0.0175, 0.09];
size:=0.03; constant:=100000; dampingFactor:=0.087000000};
Scene.addFixJoint {geom1:=1; geom0:=2; geom0pos:=[0.02, 0.0]; size:=0.01};
Scene.addFixJoint {geom1:=1; geom0:=3; geom0pos:=[-0.02, 0.0]; size:=0.01};
Scene.addCircle {geomID:=7; pos:=[0.25, 0.18]; radius:=0.04; color:=[0.92700166, 0.92700166,
0.92700166, 1.0000000]; collideSet:=3; density:=1273.24};
Scene.addCircle {geomID:=8; pos:=[0.22, 0.18]; radius:=0.005; color:=[0.5, 0.0, 0.0, 1.0];
collideSet:=4; drawCake=false; density:=1273.24};
Scene.addFixJoint {geom0:=7; geom1:=8; world0pos:=[0.22, 0.18]; size:=0.002;
color:=[0.89687735, 0.89687735, 0.89687735, 0.0000000]};
Scene.addHinge {geom0:=1; geom1:=7; world0pos:=[0.25, 0.18]; size:=0.02; motor=true;
ccw=true ; motorSpeed:=125.664; motorTorque:=400; collideSet:=2};
```

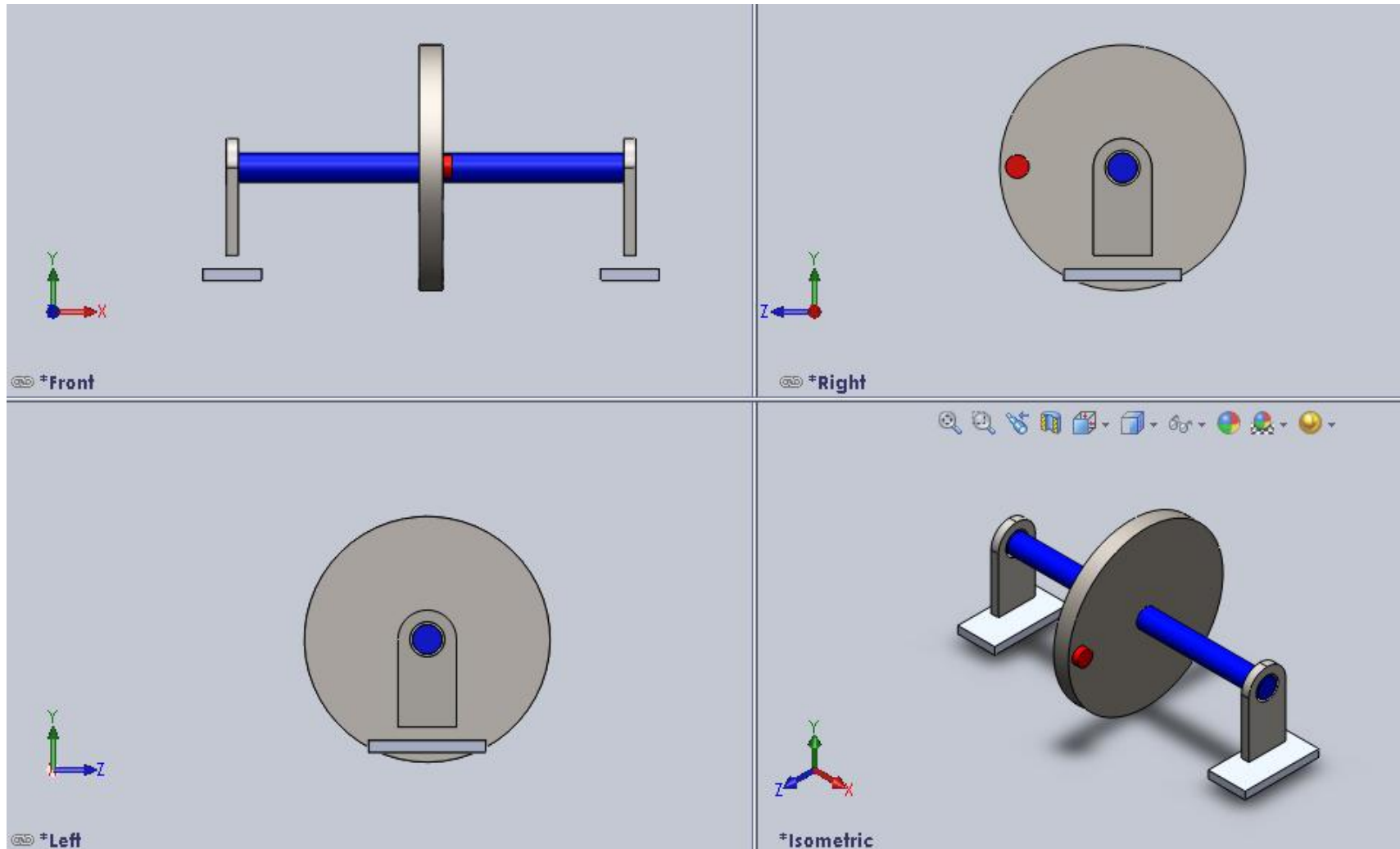
```
Scene.addbox {geomID:=9; pos:=[0.26381302, 0.309882]; size:=[0.126, 0.0265];  
drawBorder=false; color:=[0.82612401, 0.82612401, 0.82612401, 0.00000000];  
collideSet:=512; text="1ª Simulação"; textcolor:=[0.00000000, 0.00000000, 0.00000000,  
1.00000000]};  
Scene.addFixJoint {geom1:=9; world0pos:=[0.393, 0.419]; size:=0.01; color:=[0.89687735,  
0.89687735, 0.89687735, 0.00000000]};  
Sim.frequency=6000
```

Anexo 15 - Modelo da Avaria num Rolamento no *Algodoo*

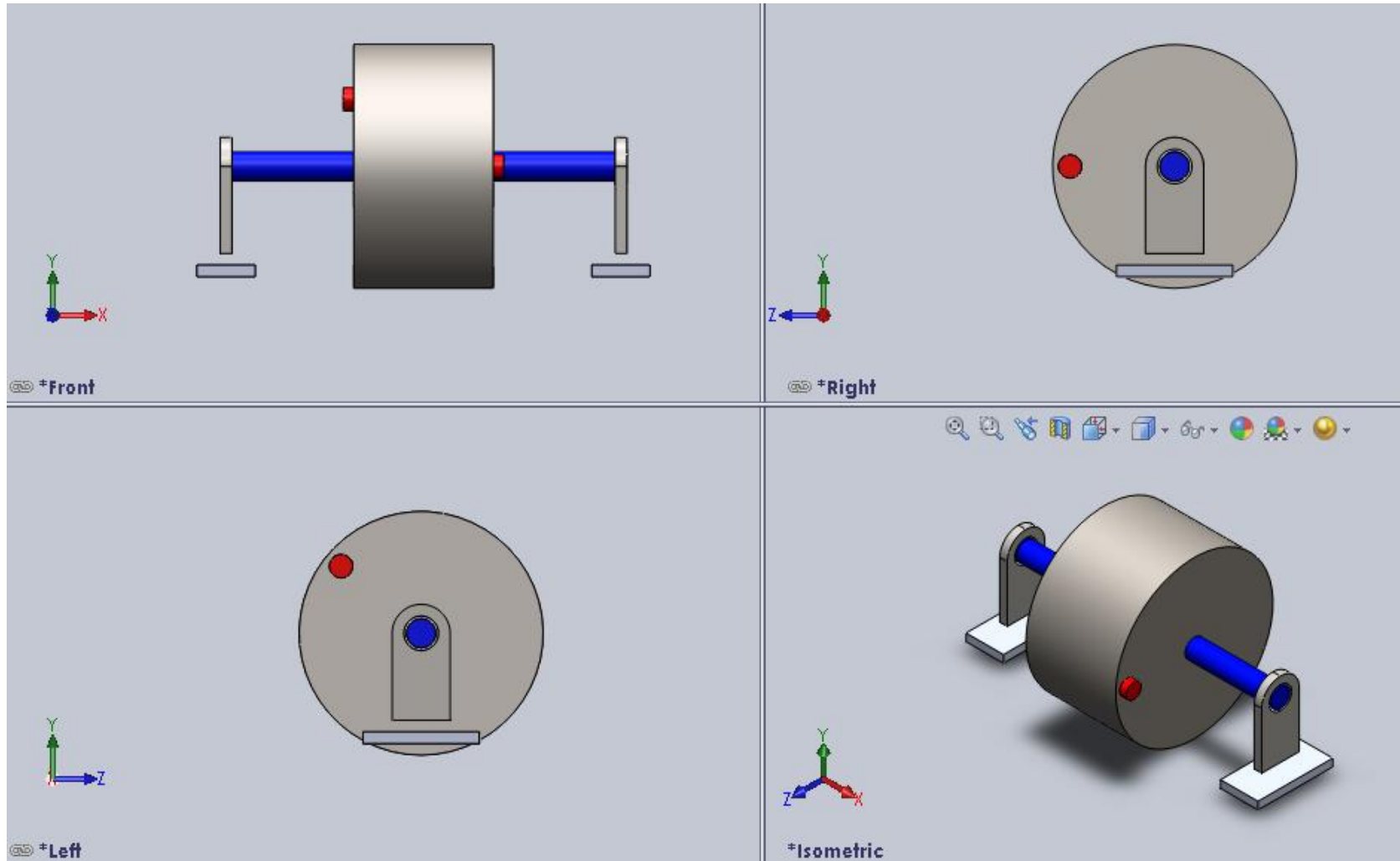
Modelo do Defeitos em Rolamentos



Anexo 16 - Modelo do Desequilíbrio Estático no *SolidWorks Motion Analysis 2010*



Anexo 17 - Modelo do Desequilíbrio Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*





**Anexo 18 - Processamento e Análise de Vibração do Modelo do Desequilíbrio
Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010***

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

1 - Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico

1.1 - Simulações realizadas

- 1ª Simulação

Simulação do desequilíbrio binário considerando as massas de desequilíbrio iguais nos dois planos de correção e a 180º uma da outra.

- 2ª Simulação

Simulação do desequilíbrio dinâmico considerando as massas de desequilíbrio diferentes nos dois planos de correção ($m_{d1}=2.m_{d2}$) e a 140º uma da outra.

1.2 - Propriedades físicas do sistema mecânico

1.2.1 - Propriedades físicas do sistema mecânico constantes nas diferentes simulações

Massas do sistema mecânico

- Massa do veio - $m_v := 1.357 \text{ kg}$
- Massa do rotor (disco/polia) - $m_r := 37.526 \text{ kg}$
- Massa de cada chumaceira - $m_{ch} := 0.310 \text{ kg}$
- Massa do rotor a equilibrar - $M := m_v + m_r + 2 \cdot m_{ch} = 39.503 \text{ kg}$

Rigidez de translação do sistema mecânico

- Rigidez de cada chumaceira na V - $k_{ch,v} := 1.8 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$
- Rigidez entre o veio e a chumaceira na H - $k_{r,h} := 1 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$
- Rigidez entre o veio e a chumaceira na V - $k_{r,v} := 1 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$

Amortecimento de translação do sistema mecânico

- Amortecimento de cada chumaceira na V - $c_{ch,v} := 1000 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$
- Amortecimento viscoso entre o veio e a chumaceira na H - $c_{r,h} := 500 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$
- Amortecimento viscoso entre o veio e a chumaceira na V - $c_{r,v} := 500 \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$

1.2.2 - Propriedades físicas do sistema mecânico da 1ª simulação

Massa total do sistema mecânico

- Massa de desequilíbrio do plano de correção 1 - $m_{d1} := 0.023 \text{ kg}$
- Massa de desequilíbrio do plano de correção 2 - $m_{d2} := m_{d1}$
- Massa total do sistema mecânico - $m_1 := M + 2m_{d1} = 39.549 \text{ kg}$

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Propriedades mecânicas das massas de desequilíbrio

- Tipo de material - Aço AISI 316
- Densidade ou massa específica - $\rho := 8000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Dimensões das massas de desequilíbrio

- Raio das massas de desequilíbrio - $r := 0.010 \text{ m}$
- Volume das massas de desequilíbrio - $\text{Volume}_{d1} := \frac{m_{d1}}{\rho} = 2.875 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
- Altura das massas de desequilíbrio - $h_{d1} := \frac{\text{Volume}_{d1}}{(\pi \cdot r^2)} = 9.151 \times 10^{-3} \text{ m}$

Dimensões do rotor

- Distância entre o plano médio das chumaceiras - $L_{ch} := 0.340 \text{ m}$
- Diâmetro do rotor - $D := 0.210 \text{ m}$
- Comprimento/Espessura do rotor - $L := 0.140 \text{ m}$

Nota - Considerando a espessura do rotor L maior que $1/3 L_{ch}$.

$$L := \frac{1}{3} \cdot L_{ch} = 0.113 \text{ m}$$

- Relação entre o diâmetro e o comprimento do rotor - $\frac{L}{D} = 0.667$

Nota - A relação L/D tem de ser superior a 50% no caso de desequilíbrio em dois planos.

1.2.3 - Propriedades físicas do sistema mecânico da 2ª simulação

Massa total do sistema mecânico

- Massa de desequilíbrio do plano de correção 1 - $m_{d11} := m_{d1}$
- Massa de desequilíbrio do plano de correção 2 - $m_{d22} := 2m_{d11} = 0.046 \text{ kg}$
- Massa total do sistema mecânico - $m_2 := M + m_{d11} + m_{d22} = 39.572 \text{ kg}$

Propriedades mecânicas das massas de desequilíbrio

- Tipo de material - Aço AISI 316

Dimensões das massas de desequilíbrio

- Volume da massa de desequilíbrio do plano de correção 1 -

$$\text{Volume}_{d11} := \text{Volume}_{d1}$$

- Altura das massa de desequilíbrio do plano correção 1 - $h_{d11} := h_{d1}$

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- Volume da massa de desequilíbrio do plano de correção 2 -

$$\text{Volume}_{d22} := \frac{m_{d22}}{\rho} = 5.75 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

- Altura das massa de desequilíbrio do plano correção 2 -

$$h_{d22} := \frac{\text{Volume}_{d22}}{(\pi \cdot r^2)} = 18.303 \times 10^{-3} \text{ m}$$

2 - Processamento e Análise de Vibração do Sistema Mecânico

2.1 - Aquisição dos sinais discretos

As amostras dos sinais discretos das simulações foram adquiridas com iguais frequências de amostragem (fa) e número de amostras (N).

- 1ª Simulação

- yy11 - Velocidade linear de translação (VLT) da chumaceira 1 na V
- yy21 - VLT da chumaceira 2 na V

$$yy11 := \text{Sinal do Desequilíbrio em dois Planos da VLT da Chumaceira 1 na V - 1ª Simulação.csv}$$

	0	1
yy11 = 0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0003	...

$$yy21 := \text{Sinal do Desequilíbrio em dois Planos da VLT da Chumaceira 2 na V - 1ª Simulação.csv}$$

	0	1
yy21 = 0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0003	...

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- 2ª Simulação

- yy12 - VLT da chumaceira 1 na V
- yy22 - VLT da chumaceira 2 na V

yy12 := Sinal do Desequilíbrio em dois Planos da VLT da Chumaceira 1 na V - 2ª Simulação.csv

	0	1
yy12 = 0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

yy22 := Sinal do Desequilíbrio em dois Planos da VLT da Chumaceira 2 na V - 2ª Simulação.csv

	0	1
yy22 = 0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

2.2 - Processamento e análise dos sinais no domínio no tempo

Número de amostras da aquisição dos sinais discretos

$$N := \text{last}(yy11) - (\text{last}(yy11) - 2^{12}) = 4096$$

Índice das amostras das aquisições dos sinais discretos

$$i := 0..N - 1$$

i =

0
1
...

Período de amostragem

$$T_a := yy11_{3905+2^{12},0} - yy11_{3905,0} = 1.024 \text{ s}$$

Resolução no tempo

$$\Delta t := \frac{T_a}{N} = 2.500 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Tempo de cada amostra

$$t_i := i \cdot \Delta t$$

$$t_i =$$

0
0.0003
...

Função dos sinais discretos no domínio do tempo em mm/s

- Função dos sinais discretos conforme a janela rectangular

$$y11_i := yy11_{i+3905,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y21_i := yy21_{i+3905,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y11_i =$$

$$y21_i =$$

-1.0061
-0.7157
...

1.0809
0.8231
...

$$y12_i := yy12_{i+3905,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y22_i := yy22_{i+3905,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y12_i =$$

$$y22_i =$$

5.2325
5.5344
...

-3.1322
-3.6131
...

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Pico (maior amplitude) dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

$$\text{Pico}_{y11} := \max(|\overrightarrow{y11}|) = 9.263 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y21} := \max(|\overrightarrow{y21}|) = 8.295 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 2ª Simulação

$$\text{Pico}_{y12} := \max(|\overrightarrow{y12}|) = 11.061 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y22} := \max(|\overrightarrow{y22}|) = 15.781 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Root Mean Square (RMS) dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

$$\text{RMS}_{y11} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y11_i)^2}{N}} = 6.531 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{RMS}_{y21} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y21_i)^2}{N}} = 5.85 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 2ª Simulação

$$\text{RMS}_{y12} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y12_i)^2}{N}} = 7.803 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{RMS}_{y22} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y22_i)^2}{N}} = 11.104 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Factor Crista

- 1ª Simulação

$$\text{FC}_{y11} := \frac{\text{Pico}_{y11}}{\text{RMS}_{y11}} = 1.418$$

$$\text{FC}_{y21} := \frac{\text{Pico}_{y21}}{\text{RMS}_{y21}} = 1.418$$

- 2ª Simulação

$$\text{FC}_{y12} := \frac{\text{Pico}_{y12}}{\text{RMS}_{y12}} = 1.418$$

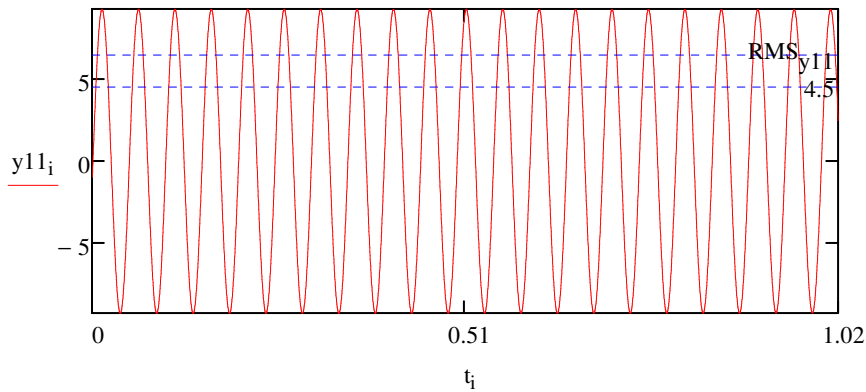
$$\text{FC}_{y22} := \frac{\text{Pico}_{y22}}{\text{RMS}_{y22}} = 1.421$$

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

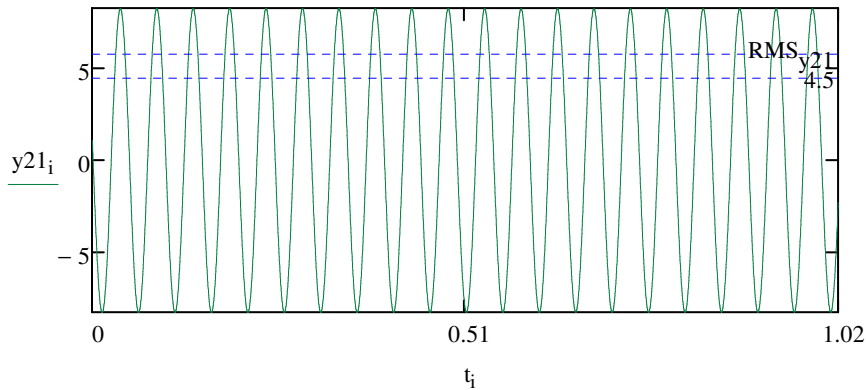
Representação gráfica dos sinais discretos no domínio no tempo segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

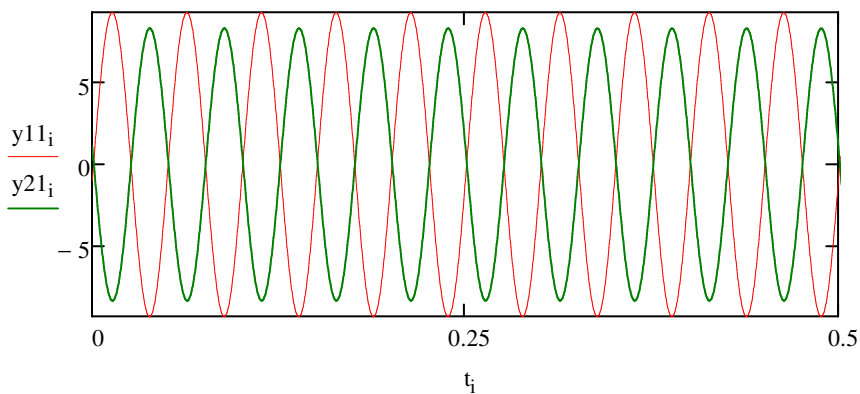
- FO da chumaceira 1 na V



- FO da chumaceira 2 na V



- Sobreposição da FO da chumaceira 1 com a da chumaceira 2 na V



Frequência das FO:

$$f = \frac{1}{T}$$

Onde, T representa o período de tempo (s)

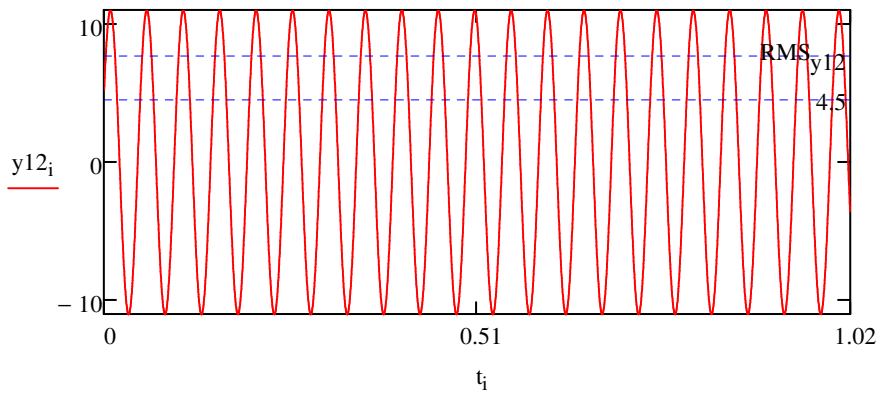
$$f_{y11} := \frac{1}{(0.0895 - 0.0395)} = 20 \text{ Hz}$$

$$f_{y21} := \frac{1}{(0.0635 - 0.0135)} = 20 \text{ Hz}$$

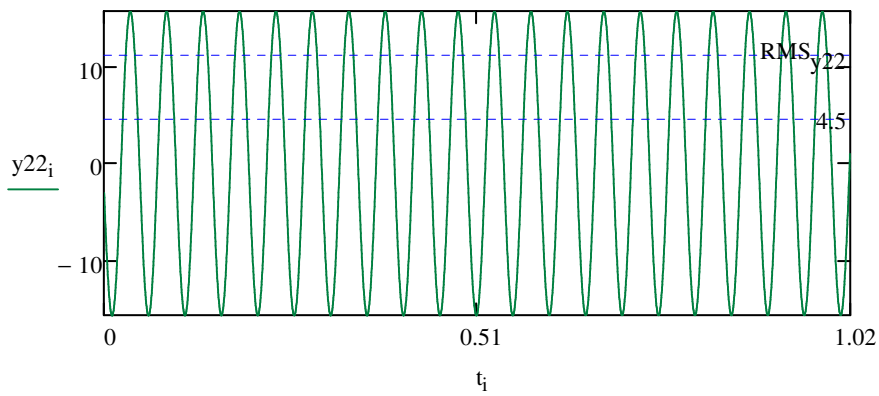
Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- 2ª Simulação

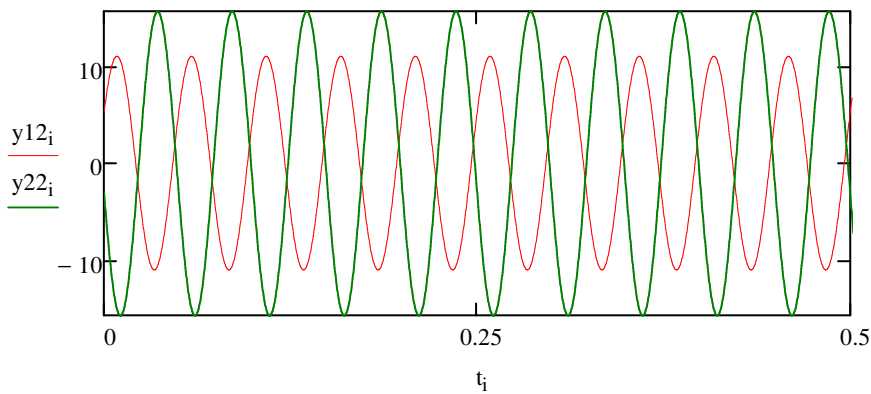
- FO da chumaceira 1 na V



- FO da chumaceira 2 na V



- Sobreposição da FO da chumaceira 1 com a da chumaceira 2 na V



Frequência das FO:

$$f_{y12} := \frac{1}{(0.0875 - 0.03775)} = 20.101 \text{ Hz}$$

$$f_{y22} := \frac{1}{(0.0655 - 0.016)} = 20.202 \text{ Hz}$$

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

2.3 - Processamento e análise dos sinais no domínio em frequência

2.3.1 - Processamento e análise dos espectros FFT

Função dos sinais discretos no domínio em frequência

- Função dos sinais discretos conforme a janela rectangular

$$Y11 := \text{FFT}(y11)$$

	0
0	0.142
1	0.141-0.001i
2	...

$$Y21 := \text{FFT}(y21)$$

	0
0	-0.125
1	-0.126+0.001i
2	...

$$Y12 := \text{FFT}(y12)$$

	0
0	0.156
1	0.157+0.003i
2	...

$$Y22 := \text{FFT}(y22)$$

	0
0	-0.239
1	-0.242-0.001i
2	...

Número de amostras da função FFT das aquisições de sinal

$$\text{last}(Y11) = 2048$$

Índice das amostras da função FFT das aquisições de sinal

$$k := 0, 1 \dots \text{last}(Y11)$$

$$k =$$

0
1
...

Frequência de amostragem ou taxa de amostragem

$$f_a := \frac{N}{T_a} = 4000 \text{ Hz}$$

Resolução em frequência

$$\Delta f := \frac{1}{T_a} = 0.977 \text{ Hz} \quad \text{ou} \quad \Delta f := \frac{f_{\text{max}}}{NL}$$

Frequências

$$f_k := k \cdot \Delta f$$

$$f_k =$$

0
0.977
...

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Frequência máxima

A frequência máxima corresponde ao limite máximo de frequência do sinal que pode ser reproduzido.

$$f_{\max} := \frac{f_a}{2} = 2000 \text{ Hz}$$

$$\text{Frequência de Nyquist} - f_{\text{nyquist}} := 2 \cdot f_{\max} = 4000 \text{ Hz}$$

Número total de linhas

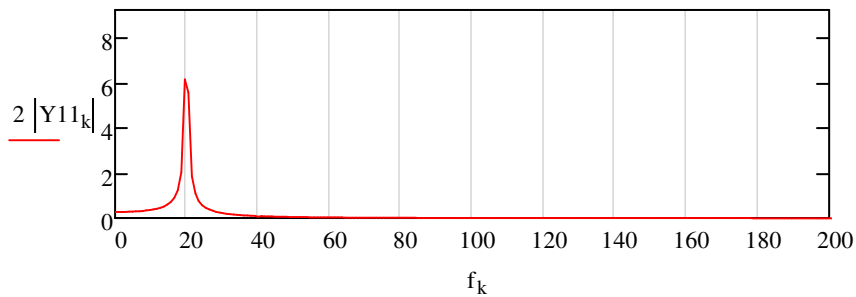
$$NL := \frac{N}{2} = 2048$$

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Representação gráfica na escala linear do EF FFT segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

- EF FFT da chumaceira 1 na V



Amplitudes do EF FFT:

$$V11_k := 2 |Y11_k|$$

$$V11_k =$$

0.283
0.282
...

Amplitude máxima do EF FFT:

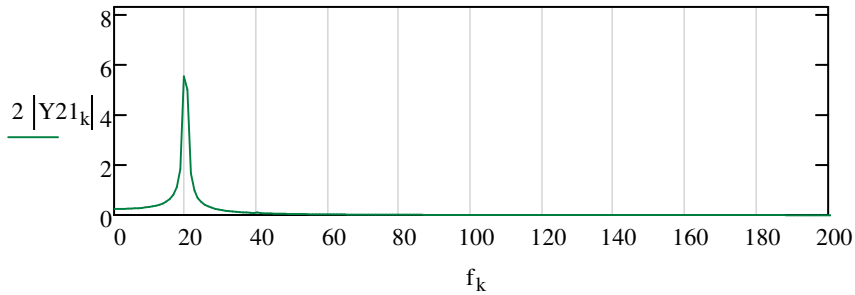
$$v11 := \max(V11) = 6.174 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Ângulo de fase da amplitude máxima do EF FFT:

$$\Phi11 := \begin{cases} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y11) \\ \text{if } 2 |Y11_k| = v11 \\ \quad \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y11_k), \text{Im}(Y11_k)) \\ \quad \text{break} \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} \end{cases} = 350.234^\circ$$

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- EF FFT da chumaceira 2 na V



Amplitudes do EF FFT:

$$V21_k := 2 |Y21_k|$$

$$V21_k =$$

0.249
0.252
...

Amplitude máxima do EF FFT:

$$v21 := \max(V21) = 5.529 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ângulo de fase da amplitude máxima do EF FFT:

$$\Phi21 := \begin{cases} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y21) & = 169.279^\circ \\ \text{if } 2 |Y21_k| = v21 & \\ \quad \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y21_k), \text{Im}(Y21_k)) & \\ \quad \text{break} & \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} & \end{cases}$$

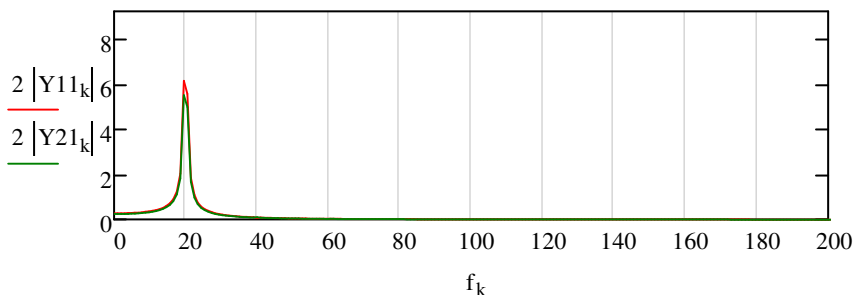
Diferença entre o ângulo de fase da chumaceira 1 com o da chumaceira 2:

$$\Delta\Phi := |\Phi11 - \Phi21| = 180.955^\circ$$

$$\text{Erro absoluto} - \epsilon := |\Delta\Phi - 180| = 0.955^\circ$$

$$\text{Erro relativo} - r_{mc2} := \frac{\epsilon}{180} \cdot 100 = 0.531\%$$

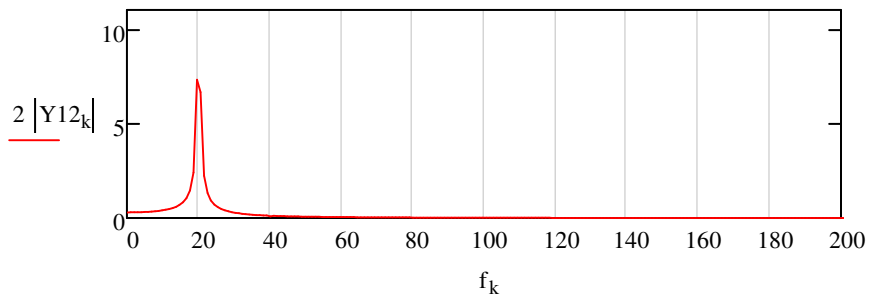
- Sobreposição do EF FFT da chumaceira 1 com o da chumaceira 2 na V



Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- 2ª Simulação

- EF FFT da chumaceira 1 na V



Amplitudes do EF FFT:

$$V_{12_k} := 2 |Y_{12_k}|$$

$$V_{12_k} =$$

0.313
0.315
...

Amplitude máxima do EF FFT:

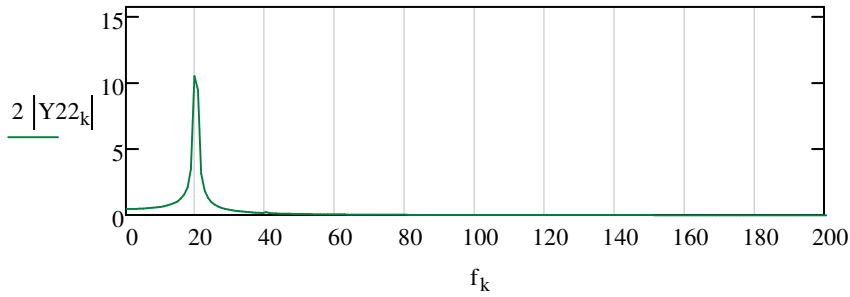
$$v_{12} := \max(V_{12}) = 7.357 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Ângulo de fase da amplitude máxima do EF FFT:

$$\Phi_{12} := \begin{cases} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y_{12}) & = 24.006^\circ \\ \text{if } 2 |Y_{12_k}| = v_{12} & \\ \quad \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y_{12_k}), \text{Im}(Y_{12_k})) & \\ \quad \text{break} & \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} & \end{cases}$$

Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- EF FFT da chumaceira 2 na V



Amplitudes do EF FFT:

$$V22_k := 2 |Y22_k|$$

$$V22_k =$$

0.477
0.484
...

Amplitude máxima do EF FFT:

$$v22 := \max(V22) = 10.503 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

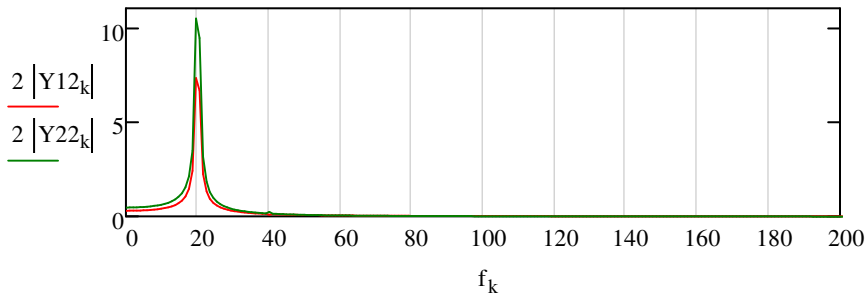
Ângulo de fase da amplitude máxima do EF FFT:

$$\Phi22 := \begin{cases} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y22) & = 188.027^\circ \\ \text{if } 2 |Y22_k| = v22 & \\ \quad \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y22_k), \text{Im}(Y22_k)) & \\ \quad \text{break} & \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} & \end{cases}$$

Diferença entre o ângulo de fase da chumaceira 1 com o da chumaceira 2:

$$\Delta\Phi1 := |\Phi12 - \Phi22| = 164.021^\circ$$

- Sobreposição do EF FFT da chumaceira 1 com a chumaceira 2 na V

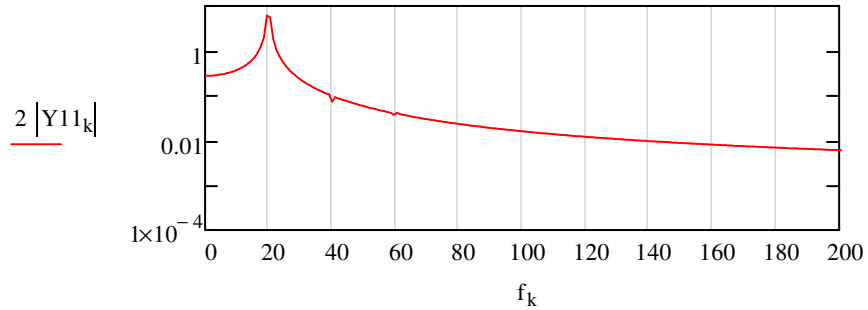


Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

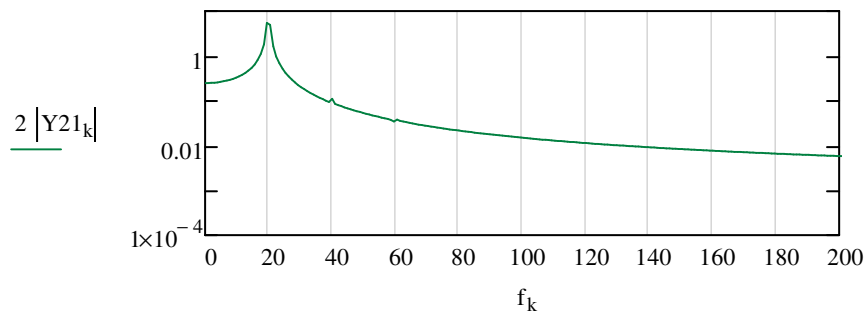
Representação gráfica na escala logarítmica dos EF FFT

- 1ª Simulação

- EF FFT da chumaceira na V

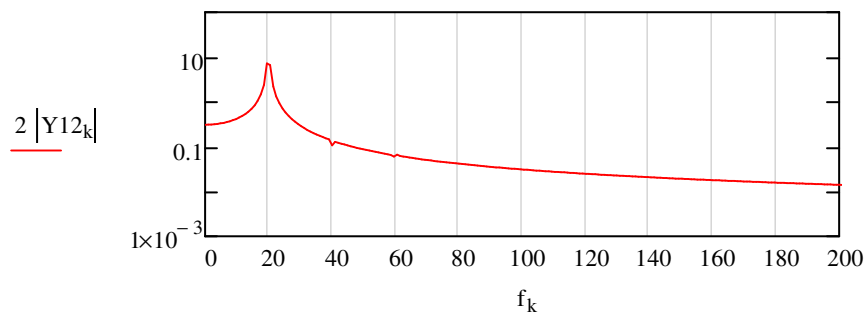


- EF FFT da chumaceira na V

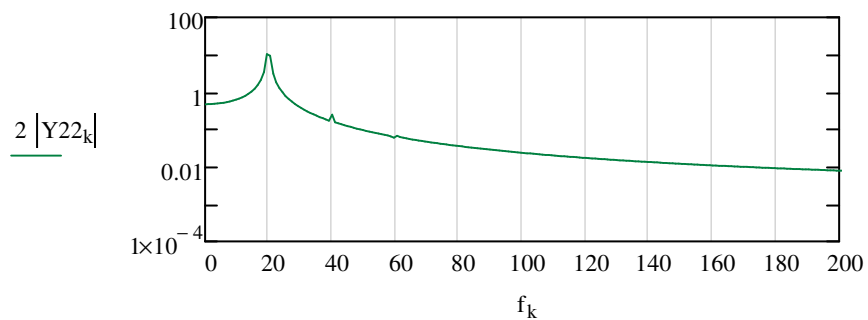


- 2ª Simulação

- EF FFT da chumaceira 1 na V



- EF FFT da chumaceira 2 na V



Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Principais frequências e amplitudes (picos) dos EF FFT

- 1ª Simulação

$$f_a_Y11 := \left| \begin{array}{l} m \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y11) \\ \quad m \leftarrow k \text{ if } |Y11_k| > |Y11_m| \\ h_{0,0} \leftarrow m \cdot \frac{1}{Ta} \\ h_{0,1} \leftarrow |Y11_m| \cdot 2 \\ \text{for } n \in 0..1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} h_{n,0} \leftarrow (n+1) \cdot m \cdot \frac{1}{Ta} \\ h_{n,1} \leftarrow |Y11_{(n+1) \cdot m}| \cdot 2 \end{array} \right. \\ h \end{array} \right.$$

$$f_a_Y11 = \begin{pmatrix} 19.531 & 6.174 \\ 39.062 & 0.108 \end{pmatrix}$$

$$f_a_Y21 := \left| \begin{array}{l} m \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y21) \\ \quad m \leftarrow k \text{ if } |Y21_k| > |Y21_m| \\ h_{0,0} \leftarrow m \cdot \frac{1}{Ta} \\ h_{0,1} \leftarrow |Y21_m| \cdot 2 \\ \text{for } n \in 0..1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} h_{n,0} \leftarrow (n+1) \cdot m \cdot \frac{1}{Ta} \\ h_{n,1} \leftarrow |Y21_{(n+1) \cdot m}| \cdot 2 \end{array} \right. \\ h \end{array} \right.$$

$$f_a_Y21 = \begin{pmatrix} 19.531 & 5.529 \\ 39.062 & 0.095 \end{pmatrix}$$

- 2ª Simulação

$$f_a_Y12 := \left| \begin{array}{l} m \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y12) \\ \quad m \leftarrow k \text{ if } |Y12_k| > |Y12_m| \\ h_{0,0} \leftarrow m \cdot \frac{1}{Ta} \\ h_{0,1} \leftarrow |Y12_m| \cdot 2 \\ \text{for } n \in 0..1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} h_{n,0} \leftarrow (n+1) \cdot m \cdot \frac{1}{Ta} \\ h_{n,1} \leftarrow |Y12_{(n+1) \cdot m}| \cdot 2 \end{array} \right. \\ h \end{array} \right.$$

$$f_a_Y12 = \begin{pmatrix} 19.531 & 7.357 \\ 39.062 & 0.148 \end{pmatrix}$$

$$f_a_Y22 := \left| \begin{array}{l} m \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y22) \\ \quad m \leftarrow k \text{ if } |Y22_k| > |Y22_m| \\ h_{0,0} \leftarrow m \cdot \frac{1}{Ta} \\ h_{0,1} \leftarrow |Y22_m| \cdot 2 \\ \text{for } n \in 0..1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} h_{n,0} \leftarrow (n+1) \cdot m \cdot \frac{1}{Ta} \\ h_{n,1} \leftarrow |Y22_{(n+1) \cdot m}| \cdot 2 \end{array} \right. \\ h \end{array} \right.$$

$$f_a_Y22 = \begin{pmatrix} 19.531 & 10.503 \\ 39.062 & 0.173 \end{pmatrix}$$

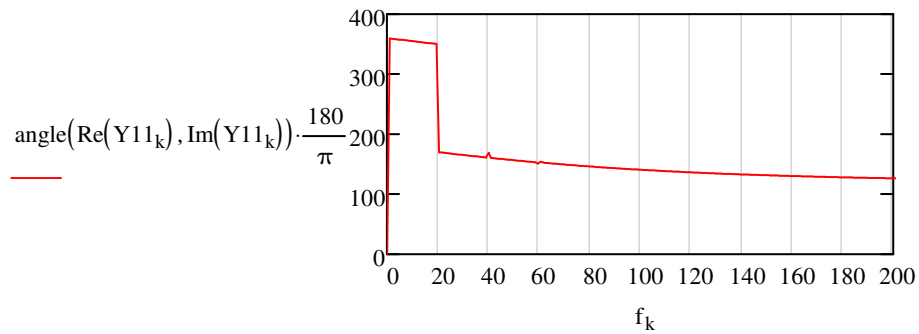
Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

2.4 - Análise da fase da aquisição dos sinais discretos

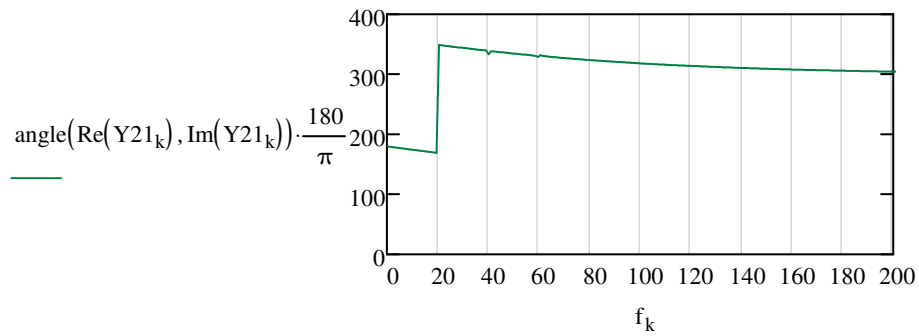
Representação gráfica da fase dos sinais discretos segundo a janela rectangular

- 1ª Simulação

- Espectro de fase da chumaceira 1 na V

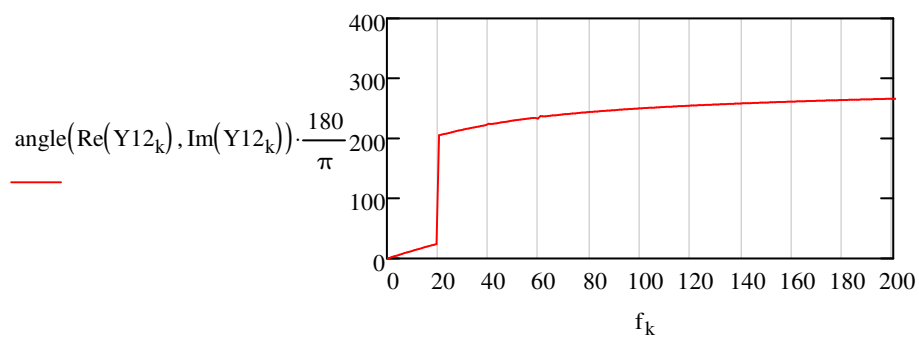


- Espectro de fase da chumaceira 2 na V



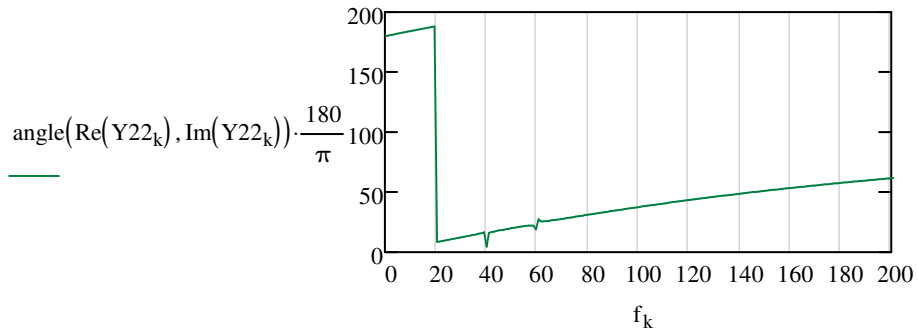
- 2ª Simulação

- Espectro de fase da chumaceira 1 na V



Processamento e Análise da Vibração do Modelo do Desequilíbrio em Dinâmico no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- Espectro de fase da chumaceira 2 na V





**Anexo 19 - Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis*
2010**

1 - Equilibragem em Dois Planos segundo a ISO 1940 utilizando o Método Vectorial

1.1 - Propriedades físicas do sistema mecânico

Velocidade do veio

- Velocidade de rotação do veio - $n := 1200$ rpm
- Velocidade angular do veio - $\omega := \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 125.7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Massas do sistema mecânico

- Massa do veio - $m_v := 1.357$ kg
- Massa do rotor - $m_r := 11.773$ kg
- Massa de cada chumaceira - $m_{ch} := 0.310$ kg
- Massa do rotor a equilibrar - $M := m_v + m_r + 2 \cdot m_{ch} = 13.75$ kg
- Massa de desequilíbrio do plano de correção 1 - $m_{d1} := 0.023$ kg
- Massa de desequilíbrio do plano de correção 2 - $m_{d2} := 0.023$ kg
- Massa total do sistema mecânico - $m := M + m_{d1} + m_{d2} = 13.796$ kg

Posição relativa das massas de desequilíbrio

- Posição relativa da massa de desequilíbrio do plano de correção 1
Posição relativa no eixo dos zz - $z_1 := -0.090$ m
Posição relativa no eixo dos yy - $y_1 := 0$ m
- Posição relativa da massa de desequilíbrio do plano de correção 2
Posição relativa no eixo dos zz - $z_2 := 0.070$ m
Posição relativa no eixo dos yy - $y_2 := 0.060$ m

Força centrífuga em cada um dos planos de correção

- Raio de desequilíbrio ou de equilibragem da m_{d1} - $r_{d1} := 0.090$ m
- Raio de desequilíbrio ou de equilibragem da m_{d2} - $r_{d2} := 0.090$ m
- Força centrífuga do plano de correção 1 - $F_{c1} := m_{d1} \cdot r_{d1} \cdot \omega^2 = 32.688$ N
- Força centrífuga do plano de correção 2 - $F_{c2} := F_{c1}$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Desequilíbrio residual em cada um dos planos de correcção

$$U_{\text{res}} = r_d \cdot m_d = M \cdot e$$

- Desequilíbrio residual do plano de correcção 1 -

$$U_{\text{res1}} := r_{d1} \cdot m_{d1} \cdot (1 \times 10^6) = 2070 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

- Desequilíbrio residual do plano de correcção 2 - $U_{\text{res2}} := U_{\text{res1}}$

Excentricidade residual em cada um dos planos de correcção

- Excentricidade residual do plano de correcção 1 -

$$e_{\text{res1}} := \frac{U_{\text{res1}}}{M} = 1.5 \times 10^2 \text{ g} \cdot \text{mm} \cdot \text{kg}^{-1}$$

- Excentricidade residual do plano de correcção 2 - $e_{\text{res2}} := e_{\text{res1}}$

Grau da qualidade da equilibragem segundo a norma ISO 1940-1

$$G = 6.3$$

Nota - Depende da excentricidade e da velocidade de rotação do veio.

Excentricidade residual admissível do rotor segundo a norma ISO 1940-1

$$e_{\text{máx}} := 55 \text{ g} \cdot \text{mm} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Desequilíbrio residual admissível em cada um dos planos de correcção

$$U_{\text{máx}} := M \cdot e_{\text{máx}} = 756.25 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

- Desequilíbrio residual admissível no plano correcção 1 -

$$U_{\text{máx.1}} := \frac{U_{\text{máx}}}{2} = 378.125 \text{ g} \cdot \text{mm}$$

- Desequilíbrio residual admissível no plano correcção 2 - $U_{\text{máx.2}} := U_{\text{máx.1}}$

Como $U_{\text{res1}} > U_{\text{máx.1}}$ e $U_{\text{res2}} > U_{\text{máx.2}}$ existe a necessidade de equilibragem.

Massa de desequilíbrio residual admissível em cada um dos planos de correcção

- Massa de desequilíbrio residual admissível no plano de correcção 1 -

$$m_{\text{máx1}} := \frac{U_{\text{máx.1}}}{(r_{d1} \cdot 1 \times 10^3)} = 4.201 \text{ g}$$

- Massa de desequilíbrio residual admissível no plano de correcção 2 -

$$m_{\text{máx2}} := m_{\text{máx1}} = 4.201 \text{ g}$$

1.2 - Análise de vibração do sistema mecânico nas condições normais de funcionamento

1.2.1 - Aquisição dos sinais discretos

As amostras dos sinais discretos das simulações foram adquiridas com iguais frequências de amostragem (fa) e número de amostras (N).

- yy10 - Velocidade linear de translação (VLT) da chumaceira 1 na direcção vertical (V) (plano de correcção 1)
- yy20 - VLT da chumaceira 2 na V (plano de correcção 2)

yy10 :=
Signal do Desequilíbrio em dois Planos - Equilibragem (V10).cs

	0	1
yy10 = 0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

yy20 :=
Signal do Desequilíbrio em dois Planos - Equilibragem (V20).cs

	0	1
yy20 = 0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

1.2.2 - Processamento e análise dos sinais no domínio no tempo

Número de amostras da aquisição dos sinais discretos

$$N := \text{last}(yy10^{(0)}) - (\text{last}(yy10^{(0)}) - 2^{12}) = 4096$$

Índice das amostras das aquisições dos sinais discretos

$$i := 0..N - 1$$

$$i =$$

0
1
...

Período de amostragem

$$T_a := yy10_{3907+2^{12},0} - yy10_{3907,0} = 1.024 \text{ s}$$

Resolução no tempo

$$\Delta t := \frac{T_a}{N} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Tempo de cada amostra

$$t_i := i \cdot \Delta t$$

$$t_i =$$

0
0.0002
...

Função dos sinais discretos no domínio do tempo em mm/s

$$y10_i := yy10_{i+3907,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y20_i := yy20_{i+3907,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y10_i =$$

$$y20_i =$$

1.3789
1.5988
...

-2.9705
-3.2523
...

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Pico (maior amplitude) dos sinais discretos

$$\text{Pico}_{y10} := \max(|\overrightarrow{y10}|) = 7.159 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y20} := \max(|\overrightarrow{y20}|) = 9.517 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Root Mean Square (RMS) dos sinais discretos

$$\text{RMS}_{y10} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y10_i)^2}{N}} = 5.052 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{RMS}_{y20} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y20_i)^2}{N}} = 6.704 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Factor Crista

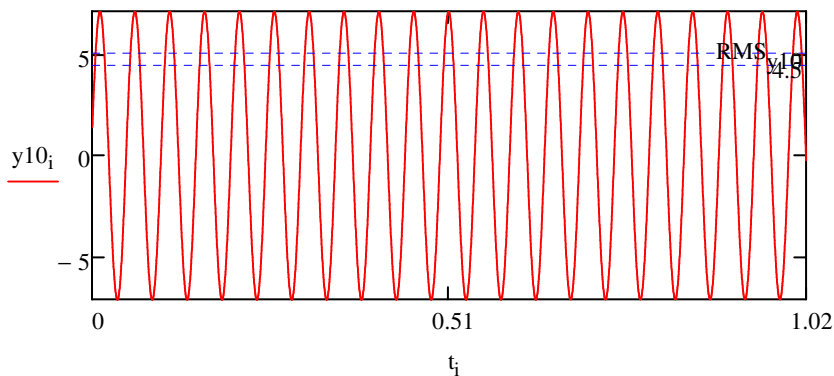
$$\text{FC}_{y10} := \frac{\text{Pico}_{y10}}{\text{RMS}_{y10}} = 1.417$$

$$\text{FC}_{y20} := \frac{\text{Pico}_{y20}}{\text{RMS}_{y20}} = 1.42$$

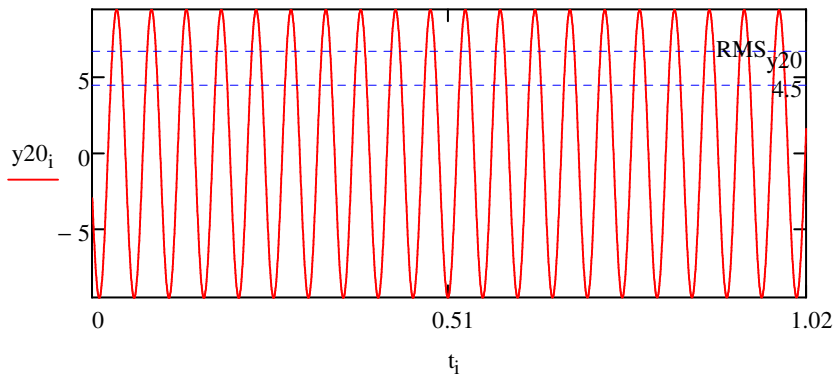
Nota - Uma vibração é uma harmónica perfeita se a relação entre o Pico e o RMS for igual 1,414.

Representação gráfica dos sinais discretos no domínio no tempo

- Forma de onda (FO) da chumaceira 1 na V



- FO da chumaceira 2 na V



1.2.3 - Processamento e análise dos sinais no domínio em frequência

Função dos sinais discretos no domínio em frequência

$$Y10 := \text{FFT}(y10)$$

$$Y20 := \text{FFT}(y20)$$

$$Y10 =$$

	0
0	0.111
1	0.11+0.001i
2	...

$$Y20 =$$

	0
0	-0.141
1	-0.143-0.001i
2	...

Número de amostras da função FFT das aquisições de sinal

$$\text{last}(Y10) = 2048$$

Índice das amostras da função FFT das aquisições de sinal

$$k := 0.. \text{last}(Y10)$$

$$k =$$

0
1
...

Frequência de amostragem ou taxa de amostragem

$$f_a := \frac{N}{T_a} = 4000.869 \text{ Hz}$$

Resolução em frequência

$$\Delta f := \frac{1}{T_a} = 0.977 \text{ Hz}$$

Frequências

$$f_k := k \cdot \Delta f$$

$$f_k =$$

0
0.977
...

Frequência máxima

A frequência máxima corresponde ao limite máximo de frequência do sinal que pode ser reproduzido.

$$f_{\text{max}} := \frac{f_a}{2} = 2000.434 \text{ Hz}$$

$$\text{Frequência de Nyquist} - f_{\text{nyquist}} := 2 \cdot f_{\text{max}} = 4000.869 \text{ Hz}$$

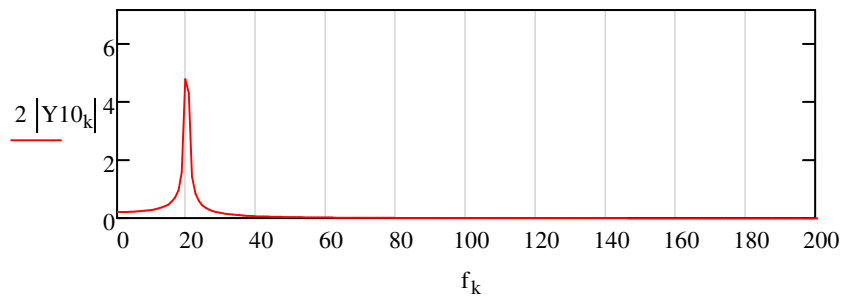
Número total de linhas

$$NL := \frac{N}{2} = 2048$$

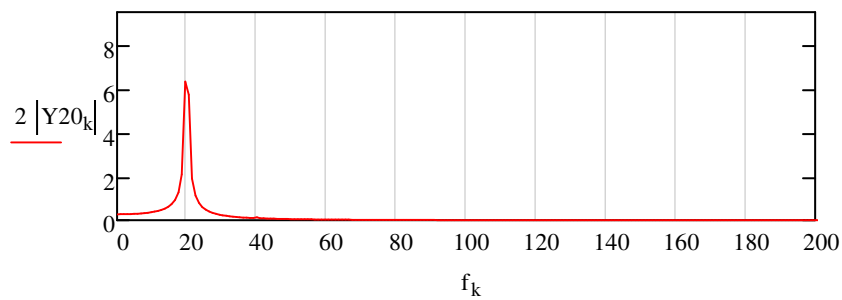
Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Representação gráfica na escala linear dos EF FFT

- EF FFT da chumaceira 1 na V

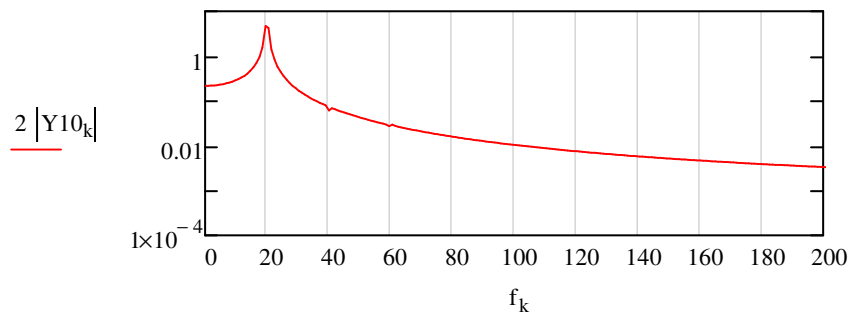


- EF FFT da chumaceira 2 na V

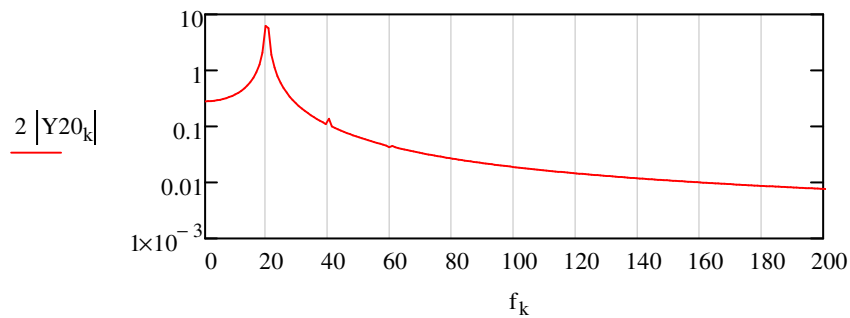


Representação gráfica na escala logarítmica dos EF FFT

- EF FFT da chumaceira 1 na V



- EF FFT da chumaceira 2 na V



Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Amplitudes dos EF FFT

$$V10_k := 2 |Y10_k|$$

$$V10_k =$$

0.221
0.221
...

$$V20_k := 2 |Y20_k|$$

$$V20_k =$$

0.282
0.286
...

Amplitude máxima dos EF FFT

$$v10 := \max(V10) = 4.778 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v20 := \max(V20) = 6.335 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Fase da amplitude máxima dos EF FFT

$$\Phi10 := \begin{cases} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y10) & = 7.219 \text{ }^\circ \\ \text{if } 2 |Y10_k| = v10 & \\ \quad \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y10_k), \text{Im}(Y10_k)) & \\ \quad \text{break} & \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} & \end{cases}$$

$$\Phi20 := \begin{cases} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y20) & = 194.514 \text{ }^\circ \\ \text{if } 2 |Y20_k| = v20 & \\ \quad \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y20_k), \text{Im}(Y20_k)) & \\ \quad \text{break} & \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} & \end{cases}$$

Diferença entre o ângulo de fase da chumaceira 1 com o da chumaceira 2:

$$\Delta\Phi_0 := \Phi20 - \Phi10 = 187.296 \text{ }^\circ$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

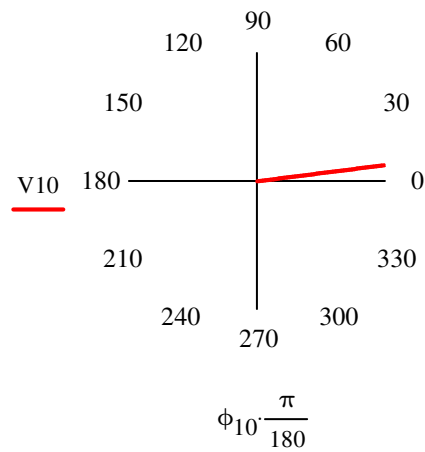
1.2.4 - Análise dos vectores provocados pelas massas de desequilíbrio em cada um dos planos de correcção

- Gráfico polar da chumaceira 1 (Plano de correcção 1)

Amplitude do vector provocado pelas m_d - $V_{10} := v_{10} = 4.778 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

Fase do vector provocado pelas m_d - $\phi_{10} := \Phi_{10} = 7.219^\circ$

$V_{10} := 0,0.1..V_{10}$

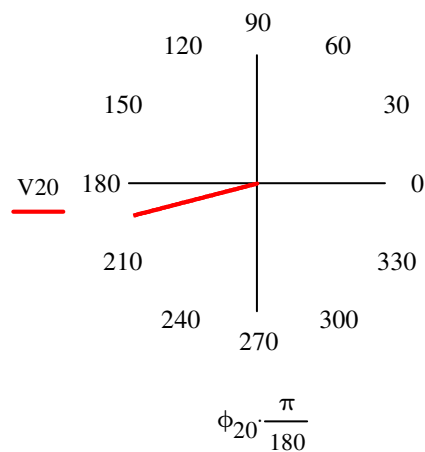


- Gráfico polar da chumaceira 2 (Plano de correcção 2)

Amplitude do vector provocado pelas m_d - $V_{20} := v_{20} = 6.335 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

Fase do vector provocado pelas m_d - $\phi_{20} := \Phi_{20} = 194.514^\circ$

$V_{20} := 0,0.1..V_{20}$



1.3 - Análise de vibração do sistema mecânico devido à adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 1

1.3.1 - Dados ou propriedades físicas da medição

Massa de teste ou de ensaio do plano de correcção 1

$$m_{e1} := 8 \cdot m_{\text{máx1}} = 33.611 \text{ g}$$

Nota - A massa de ensaio deve ser 5 a 10 vezes a massa de desequilíbrio residual máxima.

Raio de montagem da massa de ensaio do plano de correcção 1

Considerou-se o raio de montagem da massa de ensaio igual ao raio de desequilíbrio.

$$r_{e1} := r_{d1} = 0.09 \text{ m}$$

Ângulo de montagem da massa de ensaio do plano de correcção 1

$$\alpha_1 := 130 \cdot \frac{\pi}{180} = 2.269 \text{ rad}$$

Posição relativa da massa de ensaio do plano de correcção 1

- Posição relativa no eixo dos yy - $y_{e1} := r_{e1} \cdot \cos(\alpha_1) = -0.058 \text{ m}$
- Posição relativa no eixo dos zz - $z_{e1} := r_{e1} \cdot \sin(\alpha_1) = 0.069 \text{ m}$

Propriedades mecânicas da massa de ensaio do plano de correcção 1

- Tipo de material - Aço AISI 316
- Densidade ou massa específica - $\rho := 8000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Dimensões da massa de ensaio do plano de correcção 1

- Raio da massa de ensaio do plano de correcção 1 - $r_{e1} := 0.010 \text{ m}$
- Volume da massa de ensaio do plano de correcção 1 -

$$\text{Volume}_{e1} := \frac{m_{e1} \cdot 1 \times 10^{-3}}{\rho} = 4.201 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

- Altura da massa de ensaio do plano de correcção 1 -

$$h_{e1} := \frac{\text{Volume}_{e1}}{(\pi \cdot r_{e1}^2)} = 13.373 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

1.3.2 - Aquisição dos sinais discretos

- y11 - VLT da chumaceira 1 na V (plano de correcção 1)
- y21 - VLT da chumaceira 2 na V (plano de correcção 2)

yy11 :=
Signal do Desequilíbrio em dois Planos - Equilibragem (V11).csv

	0	1
yy11 = 0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

yy21 :=
Signal do Desequilíbrio em dois Planos - Equilibragem (V21).csv

	0	1
yy21 = 0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

1.3.3 - Processamento e análise da aquisição dos sinais no domínio no tempo

Função dos sinais discretos no domínio no tempo em mm/s

$$y11_i := yy11_{i+3907,1} \cdot 1 \times 10^3$$

y11_i =

-16.9508
-16.5707
...

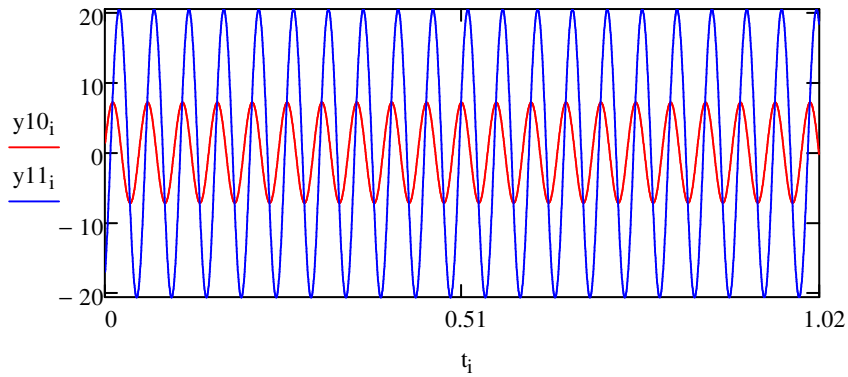
$$y21_i := yy21_{i+3907,1} \cdot 1 \times 10^3$$

y21_i =

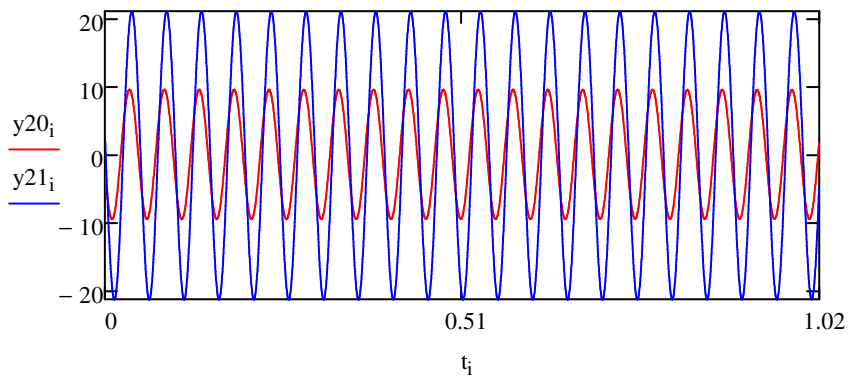
2.0767
1.4195
...

Representação gráfica dos sinais discreto no domínio no tempo

- Comparação da FO da chumaceira 1 na condição inicial de funcionamento com a FO com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 1



- Comparação da FO da chumaceira 2 na condição inicial de funcionamento com a FO com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 1



Pico (maior amplitude) dos sinais discretos

$$\text{Pico}_{y11} := \max(|y11|) = 20.593 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y21} := \max(|y21|) = 21.289 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Root Mean Square (RMS) do sinais discretos

$$\text{RMS}_{y11} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y11_i)^2}{N}} = 14.478 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{RMS}_{y21} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y21_i)^2}{N}} = 14.922 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Factor Crista

$$\text{FC}_{y11} := \frac{\text{Pico}_{y11}}{\text{RMS}_{y11}} = 1.422$$

$$\text{FC}_{y21} := \frac{\text{Pico}_{y21}}{\text{RMS}_{y21}} = 1.427$$

1.3.4 - Processamento e análise dos sinais no domínio em frequência

Função dos sinais discretos no domínio em frequência

$$Y11 := \text{FFT}(y11)$$

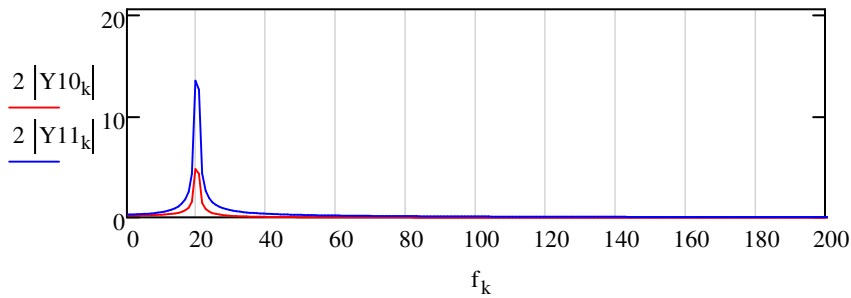
$$Y21 := \text{FFT}(y21)$$

	0
Y11 = 0	0.161
1	0.161-0.014i
2	...

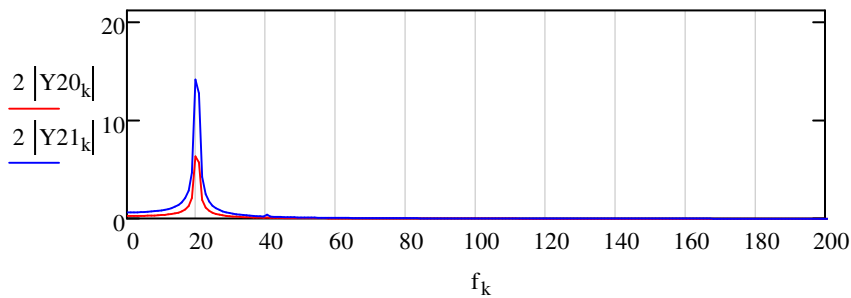
	0
Y21 = 0	-0.321
1	-0.324+0.003i
2	...

Representação gráfica na escala linear dos EF FFT

- Comparação do EF FFT da chumaceira 1 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 1



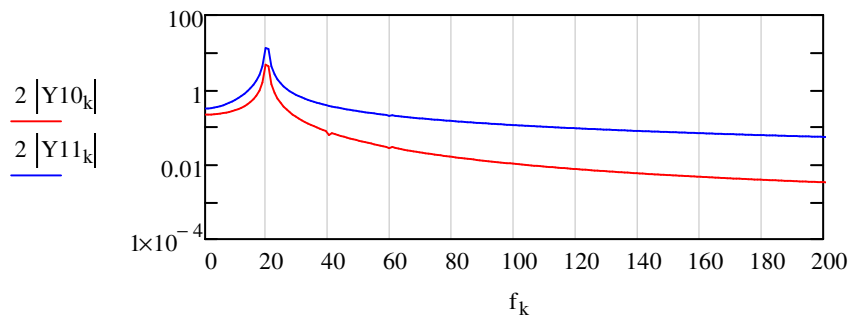
- Comparação do EF FFT da chumaceira 2 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 1



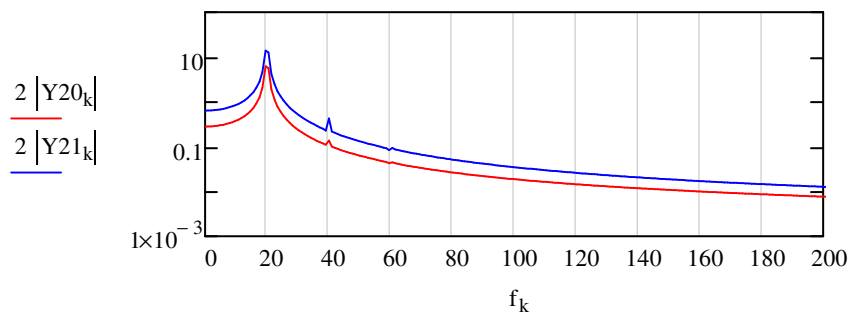
Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Representação gráfica na escala logarítmica dos EF FFT

- Comparação do EF FFT da chumaceira 1 nas condições normais de funcionamento com o EF FFT com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 1



- Comparação do EF FFT da chumaceira 2 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 2



Amplitudes dos EF FFT

$$V_{11k} := 2 |Y_{11k}|$$

$$V_{11k} =$$

0.323
0.323
...

$$V_{21k} := 2 |Y_{21k}|$$

$$V_{21k} =$$

0.642
0.647
...

Amplitude máxima dos EF FFT

$$v_{11} := \max(V_{11}) = 13.47 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_{21} := \max(V_{21}) = 14.115 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Fase da amplitude máxima dos EF FFT

$$\Phi_{11} := \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y_{11}) \\ \text{if } 2 |Y_{11}_k| = v_{11} \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y_{11}_k), \text{Im}(Y_{11}_k)) \\ \text{break} \end{array} \right. \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} \end{array} \right. = 301.739 \text{ } ^\circ$$

$$\Phi_{21} := \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y_{21}) \\ \text{if } 2 |Y_{21}_k| = v_{21} \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y_{21}_k), \text{Im}(Y_{21}_k)) \\ \text{break} \end{array} \right. \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} \end{array} \right. = 171.446 \text{ } ^\circ$$

Verificação da amplitude e posição da massa de ensaio nos planos de correcção

- Verificação no plano de correcção 1

$$\text{Variação da fase - } \Delta\Phi_{11} := |\Phi_{11} - \Phi_{10}| = 294.521 \text{ } ^\circ$$

$$\text{Variação da amplitude - } \Delta Y_{11} := \frac{|v_{11} - v_{10}|}{v_{10}} \cdot 100 = 181.906 \%$$

- Verificação no plano de correcção 2

$$\text{Variação da fase - } \Delta\Phi_{21} := |\Phi_{21} - \Phi_{20}| = 23.068 \text{ } ^\circ$$

$$\text{Variação da amplitude - } \Delta Y_{21} := \frac{|v_{21} - v_{20}|}{v_{20}} \cdot 100 = 122.823 \%$$

A posição e a massa da massa de ensaio no plano de correcção 1 fornece resultados satisfatórios para a equilibragem devido a uma variação da fase maior que 25° em ambos os planos de correcção.

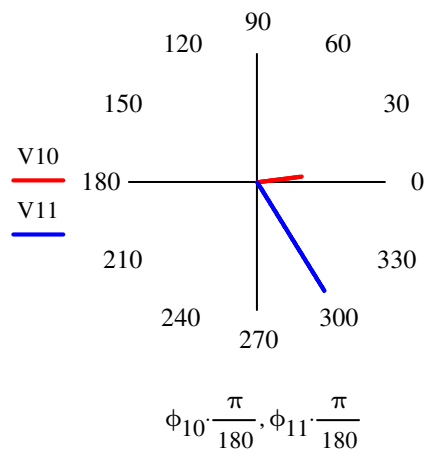
1.3.4 - Análise do vector provocado pela adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 1

- Gráfico polar da chumaceira 1 (Plano de correcção 1)

Amplitude do vector provocado pelas m_d e pela m_{e1} - $V_{11} := v_{11} = 13.47 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

Fase do vector provocado pelas m_d e pela m_{e1} - $\phi_{11} := \Phi_{11} = 301.739^\circ$

$$V_{11} := 0,0.1.. V_{11}$$

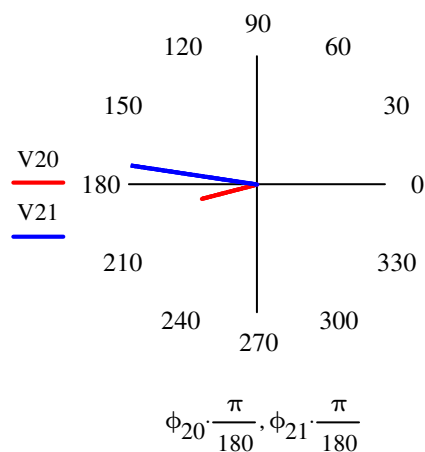


- Gráfico polar da chumaceira 2 (Plano de correcção 2)

Amplitude do vector provocado pelas m_d e pela m_{e1} - $V_{21} := v_{21} = 14.115 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

Fase do vector provocado pelas m_d e pela m_{e1} - $\phi_{21} := \Phi_{21} = 171.446^\circ$

$$V_{21} := 0,0.1.. V_{21}$$



1.3.5 - Análise do vector devido ao efeito da massa de ensaio do plano de correcção 1

- Gráfico polar da chumaceira 1 (Plano de correcção 1)

Amplitude do vector devido ao efeito da m_{e1} - $\vec{V}_{e11} = \vec{V}_{11} - \vec{V}_{10}$

$$V_{e11} := \sqrt{\left(\left| V_{11} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{11} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right|^2 + \left(\left| V_{11} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{11} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right|^2 \right)}$$

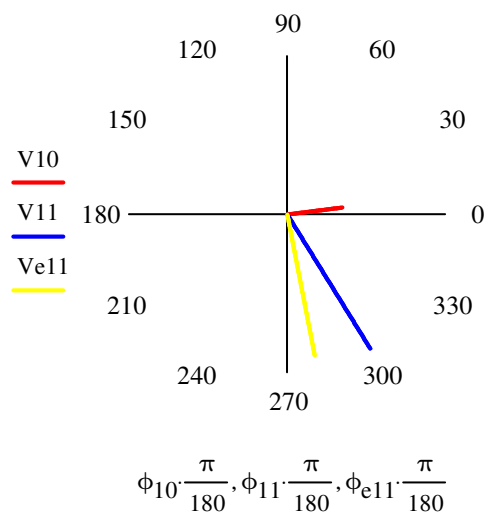
$$V_{e11} = 12.282 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Fase do vector devido ao efeito da m_{e1} -

$$\phi_{e11} := \text{angle}\left(V_{11} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{11} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right), V_{11} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{11} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{e11} = 281.01 \text{ }^\circ$$

$$Ve11 := 0,01 \cdot V_{e11}$$



Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- Gráfico polar da chumaceira 2 (Plano de correcção 2)

Amplitude do vector devido ao efeito da m_{e1} - $\vec{V}_{e21} = \vec{V}_{21} - \vec{V}_{20}$

$$V_{e21} := \sqrt{\left(\left| V_{21} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{21} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right| \right)^2 + \left(\left| V_{21} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{21} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right| \right)^2}$$

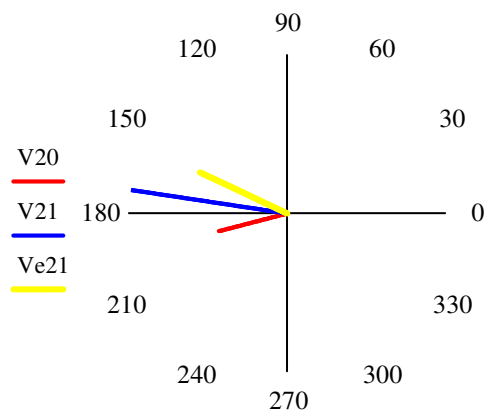
$$V_{e21} = 8.651 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Fase do vector devido ao efeito da m_{e1} -

$$\phi_{e21} := \text{angle}\left(V_{21} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{21} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right), V_{21} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{21} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{e21} = 154.772 \text{ }^\circ$$

$$Ve21 := 0, 0.1.. V_{e21}$$



$$\phi_{20} \cdot \frac{\pi}{180}, \phi_{21} \cdot \frac{\pi}{180}, \phi_{e21} \cdot \frac{\pi}{180}$$

1.4 - Análise de vibração do sistema mecânico devido à adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 2

1.4.1 - Dados ou propriedades físicas da medição

Massa de teste ou de ensaio do plano de correcção 2

$$m_{e2} := 8 \cdot m_{\text{máx}2} = 33.611 \text{ g}$$

Nota - A massa de ensaio deve ser 5 a 10 vezes a massa de desequilíbrio residual máxima.

Raio de montagem da massa do plano de correcção 2

Considerou-se o raio de montagem da massa de ensaio igual ao raio de desequilíbrio.

$$r_{e2} := r_{d2} = 0.09 \text{ m}$$

Ângulo de montagem da massa de ensaio do plano de correcção 2

$$\alpha_2 := 160 \cdot \frac{\pi}{180} = 2.793 \text{ rad}$$

Posição relativa da massa de ensaio do plano de correcção 2

- Posição relativa no eixo dos yy - $y_{e2} := r_{e2} \cdot \cos(\alpha_2) = -0.085 \text{ m}$
- Posição relativa no eixo dos zz - $z_{e2} := r_{e2} \cdot \sin(\alpha_2) = 0.031 \text{ m}$

Propriedades mecânicas da massa de ensaio do plano de correcção 2

- Tipo de material - Aço AISI 316

Dimensões da massa de ensaio do plano de correcção 2

- Raio da massa de ensaio do plano de correcção 2 - $r_{e2} := 0.010 \text{ m}$
- Volume da massa de ensaio do plano de correcção 2 -

$$\text{Volume}_{e2} := \frac{m_{e2} \cdot 1 \times 10^{-3}}{\rho} = 4.201 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

- Altura da massa de ensaio do plano de correcção 2 -

$$h_{e2} := \frac{\text{Volume}_{e2}}{(\pi \cdot r_{e2}^2)} = 13.373 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

1.4.2 - Aquisição dos sinais discretos

- y12 - VLT da chumaceira 1 na V (plano de correcção 1)
- y22 - VLT da chumaceira 2 na V (plano de correcção 2)

yy12 :=
Sinal do Desequilíbrio em dois Planos - Equilibragem (V12).csv

	0	1
yy12 =	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

yy22 :=
Sinal do Desequilíbrio em dois Planos - Equilibragem (V22).csv

	0	1
yy22 =	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

1.4.3 - Processamento e análise da aquisição dos sinais no domínio no tempo

Funções dos sinais discretos no domínio no tempo em mm/s

$$y12_i := yy12_{i+3907,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y12_i =$$

0.8775
0.6361
...

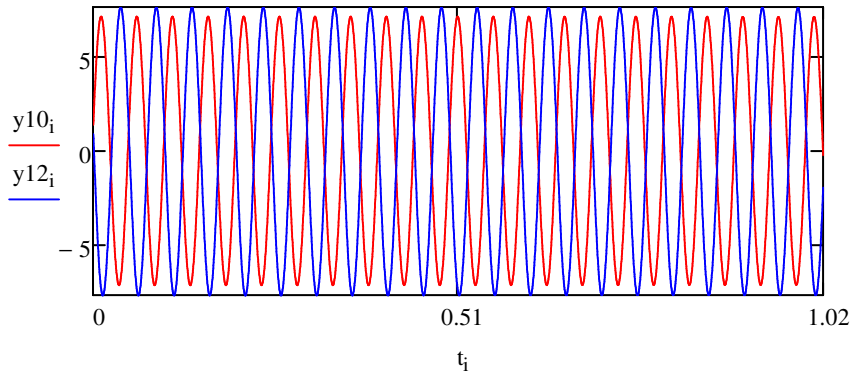
$$y22_i := yy22_{i+3907,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$$y22_i =$$

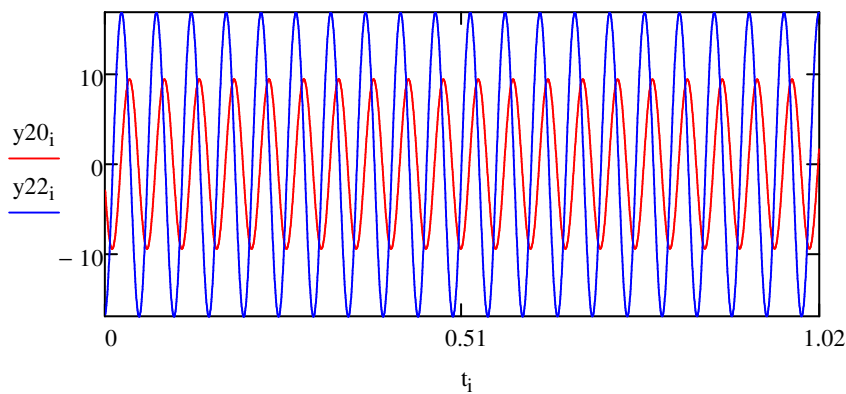
-16.8573
-16.7613
...

Representação gráfica dos sinais discretos no domínio no tempo

- Comparação da FO da chumaceira 1 na condição inicial de funcionamento com a FO com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 2



- Comparação da FO da chumaceira 2 na condição inicial de funcionamento com a FO com a adição de uma massa de correcção no plano de correcção 1



Pico (maior amplitude) dos sinais discretos

$$\text{Pico}_{y12} := \max(|y12_i|) = 7.704 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y22} := \max(|y22_i|) = 17.08 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Root Mean Square (RMS) dos sinais discretos

$$\text{RMS}_{y12} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y12_i)^2}{N}} = 5.42 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{RMS}_{y22} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y22_i)^2}{N}} = 12 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Factor Crista

$$FC_{y12} := \frac{Pico_{y12}}{RMS_{y12}} = 1.422$$

$$FC_{y22} := \frac{Pico_{y22}}{RMS_{y22}} = 1.423$$

1.4.4 - Processamento e análise do sinal no domínio em frequência

Funções dos sinais discretos no domínio em frequência

$$Y12 := \text{FFT}(y12)$$

$$Y12 =$$

	0
0	-0.119
1	-0.117+0.001i
2	...

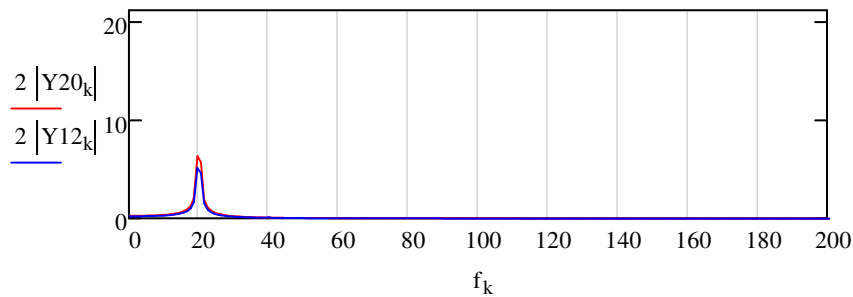
$$Y22 := \text{FFT}(y22)$$

$$Y22 =$$

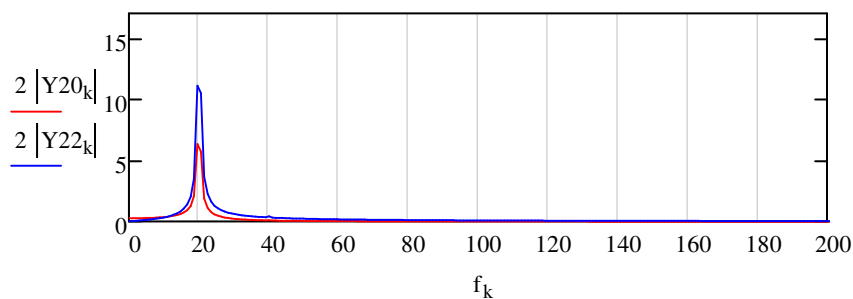
	0
0	0.028
1	0.024-0.012i
2	...

Representação gráfica na escala linear dos EF FFT

- Comparação do EF FFT da chumaceira 1 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 2



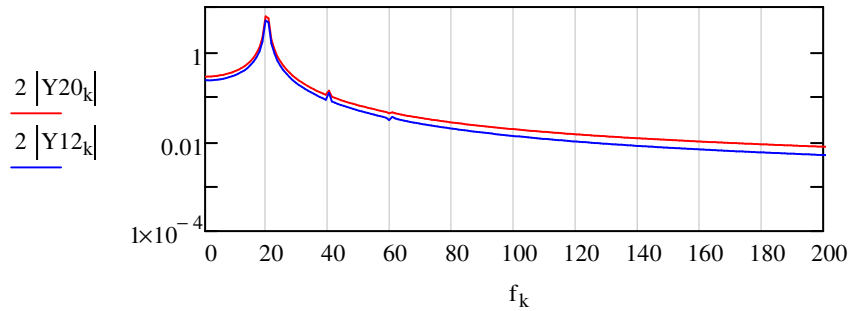
- Comparação do EF FFT da chumaceira 2 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 2



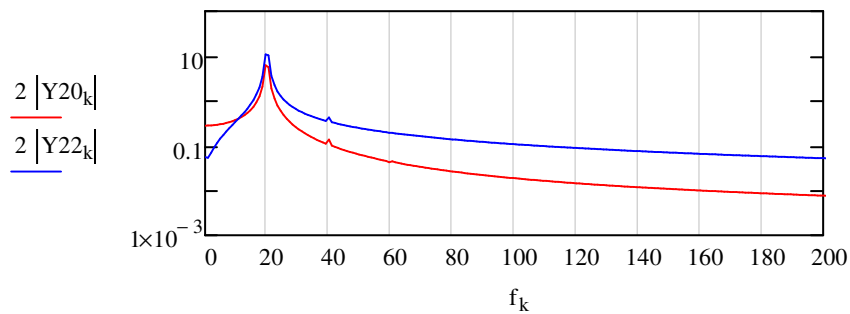
Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Representação gráfica na escala logarítmica dos EF FFT

- Comparação do EF FFT da chumaceira 1 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 2



- Comparação do EF FFT da chumaceira 2 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 2



Amplitudes dos EF FFT

$$V12_k := 2 |Y12_k|$$

$$V12_k =$$

0.238
...

$$V22_k := 2 |Y22_k|$$

$$V22_k =$$

0.056
...

Amplitude máxima dos EF FFT

$$v12 := \max(V12) = 5.127 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v22 := \max(V22) = 11.101 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Fase da amplitude máxima dos EF FFT

$$\Phi_{12} := \begin{cases} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y_{12}) & = 170.398 \text{ }^\circ \\ \text{if } 2 |Y_{12}_k| = v_{12} \\ \quad \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y_{12}_k), \text{Im}(Y_{12}_k)) \\ \quad \text{break} \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} \end{cases}$$

$$\Phi_{22} := \begin{cases} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y_{22}) & = 276.301 \text{ }^\circ \\ \text{if } 2 |Y_{22}_k| = v_{22} \\ \quad \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y_{22}_k), \text{Im}(Y_{22}_k)) \\ \quad \text{break} \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} \end{cases}$$

Verificação da amplitude e posição da massa de ensaio nos planos de correcção

- Verificação no plano de correcção 1

$$\text{Variação da fase - } \Delta\Phi_{12} := |\Phi_{12} - \Phi_{10}| = 163.179 \text{ }^\circ$$

$$\text{Variação da amplitude - } \Delta Y_{12} := \frac{|v_{12} - v_{10}|}{v_{10}} \cdot 100 = 7.299 \text{ } \%$$

- Verificação no plano de correcção 2

$$\text{Variação da fase - } \Delta\Phi_{22} := |\Phi_{22} - \Phi_{20}| = 81.787 \text{ }^\circ$$

$$\text{Variação da amplitude - } \Delta Y_{22} := \frac{|v_{22} - v_{20}|}{v_{20}} \cdot 100 = 75.239 \text{ } \%$$

A posição e a massa da massa de ensaio no plano de correcção 2 fornece resultados satisfatórios para a equilibragem devido a uma variação da fase maior que 25° em ambos os planos de correcção.

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

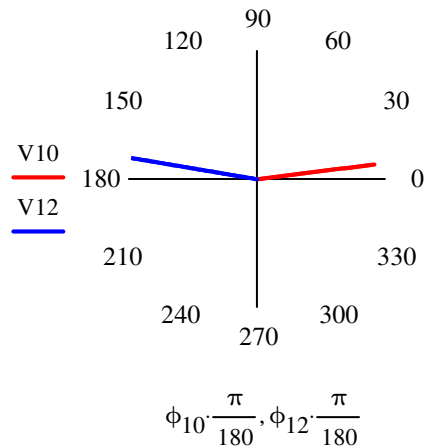
1.4.4 - Análise do vector provocado pela adição de uma massa de ensaio no plano de correcção 2

- Gráfico polar da chumaceira 1 (Plano de correcção 1)

Amplitude do vector provocado pelas m_d e pela m_{e2} - $V_{12} := v_{12} = 5.127 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

Fase do vector provocado pelas m_d e pela m_{e2} - $\phi_{12} := \Phi_{12} = 170.398^\circ$

$V_{12} := 0,0.1..V_{12}$

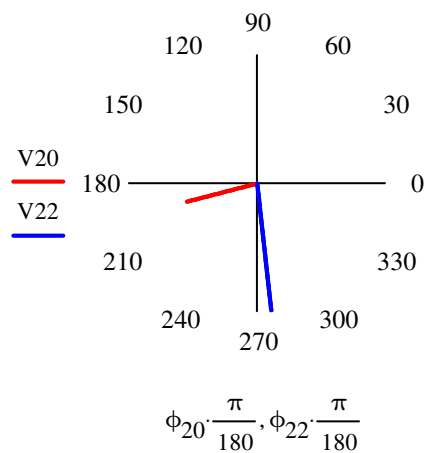


- Gráfico polar da chumaceira 2 (Plano de correcção 2)

Amplitude do vector provocado pelas m_d e pela m_{e2} - $V_{22} := v_{22} = 11.101 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

Fase do vector provocado pelas m_d e pela m_{e2} - $\phi_{22} := \Phi_{22} = 276.301^\circ$

$V_{22} := 0,0.1..V_{22}$



1.4.5 - Análise do vector devido ao efeito da massa de ensaio do plano de correcção 2

- Gráfico polar da chumaceira 1 (Plano de correcção 1)

Amplitude do vector devido ao efeito da m_{e2} - $\vec{V}_{e21} = \vec{V}_{21} - \vec{V}_{20}$

$$V_{e12} := \sqrt{\left(\left| V_{12} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{12} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right|^2 + \left(\left| V_{12} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{12} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right|^2 \right)}$$

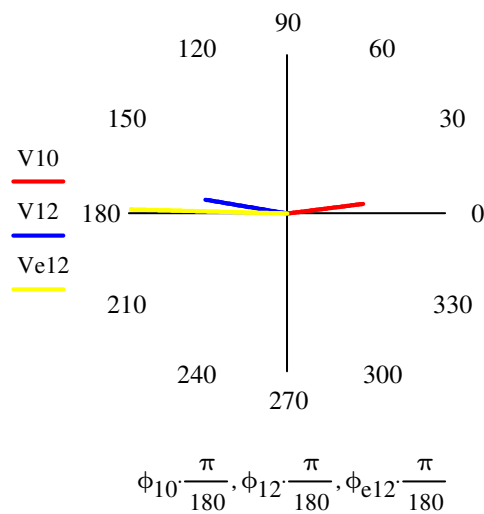
$$V_{e12} = 9.799 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Fase do vector devido ao efeito da m_{e2} -

$$\phi_{e12} := \text{angle}\left(V_{12} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{12} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right), V_{12} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{12} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{e12} = 178.51^\circ$$

$$Ve12 := 0,0.1.. V_{e12}$$



Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- Gráfico polar da chumaceira 2 (Plano de correcção 2)

Amplitude do vector devido ao efeito da m_{e2} - $\vec{V}_{e22} = \vec{V}_{22} - \vec{V}_{20}$

$$V_{e22} := \sqrt{\left(\left| V_{22} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{22} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right| \right)^2 + \left(\left| V_{22} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{22} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right| \right)^2}$$

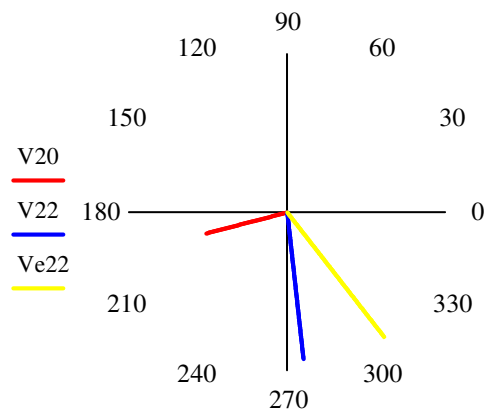
$$V_{e22} = 11.969 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Fase do vector devido ao efeito da m_{e2} -

$$\phi_{e22} := \text{angle}\left(V_{22} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{22} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right), V_{22} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{22} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{e22} = 307.889 \text{ }^\circ$$

$$Ve22 := 0, 0.1.. V_{e22}$$



$$\phi_{20} \cdot \frac{\pi}{180}, \phi_{22} \cdot \frac{\pi}{180}, \phi_{e22} \cdot \frac{\pi}{180}$$

1.5 - Análise de vibração do sistema mecânico devido à adição das massas de correcção

1.5.1 - Dados ou propriedades físicas da medição

Determinação das amplitudes Q_1 e Q_2

As seguintes equações anulam o desequilíbrio inicial

$$Q_1 \cdot V_{e11} + Q_2 \cdot V_{e12} = -V_{10}$$

$$Q_1 \cdot V_{e21} + Q_2 \cdot V_{e22} = -V_{20}$$

Resolução do sistema de equações utilizando a matriz inversa

- Matriz dos vectores devido ao efeito da massa de ensaio nos planos de correcção

$$V_e := \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{e1}} \cdot V_{e11} \cdot e^{j \cdot \phi_{e11} \cdot \frac{\pi}{180}} & \frac{1}{m_{e2}} \cdot V_{e12} \cdot e^{j \cdot \phi_{e12} \cdot \frac{\pi}{180}} \\ \frac{1}{m_{e1}} \cdot V_{e21} \cdot e^{j \cdot \phi_{e21} \cdot \frac{\pi}{180}} & \frac{1}{m_{e2}} \cdot V_{e22} \cdot e^{j \cdot \phi_{e22} \cdot \frac{\pi}{180}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.07 - 0.359i & -0.291 + 0.008i \\ -0.233 + 0.11i & 0.219 - 0.281i \end{pmatrix}$$

$$\det := |V_e| = -0.153 - 0.064i$$

Nota - Como o determinante da matriz V_e é diferente de zero a matriz V_e tem inversa.

- Matriz dos vectores provocados pelas massas de desequilíbrio em cada plano

$$V_0 := \begin{bmatrix} V_{10} \cdot e^{j \cdot \left(\phi_{10} \cdot \frac{\pi}{180} + \pi \right)} \\ V_{20} \cdot e^{j \cdot \left(\phi_{20} \cdot \frac{\pi}{180} + \pi \right)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -4.74 - 0.6i \\ 6.133 + 1.588i \end{pmatrix}$$

- Cálculo da matriz dos vectores das massa de correcção (Q_1 e Q_2)

$$Q \cdot V_e = V_0$$

$$Q := V_e^{-1} \cdot V_0 = \begin{pmatrix} -7.099 - 7.606i \\ 4.967 + 9.105i \end{pmatrix}$$

Massas de correcção

- Massa de correcção do plano de correcção 1 - $m_{c1} := |Q_0| = 10.404 \text{ g}$

$$\text{Erro absoluto} - \epsilon_{mc1} := |m_{d1} \cdot 1 \times 10^3 - m_{c1}| = 12.596 \text{ g}$$

$$\text{Erro relativo} - r_{mc1} := \frac{\epsilon_{mc1}}{m_{c1}} \cdot 100 = 121.061 \%$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

- Massa de correcção do plano de correcção 2 - $m_{c2} := |Q_1| = 10.372 \text{ g}$

$$\text{Erro absoluto - } \varepsilon_{mc2} := \left| m_{d2} \cdot 1 \times 10^3 - m_{c2} \right| = 12.628 \text{ g}$$

$$\text{Erro relativo - } r_{mc2} := \frac{\varepsilon_{mc2}}{m_{c2}} \cdot 100 = 121.753 \%$$

Ângulos de correcção relativamente à posição das massas de ensaio

- Ângulo de correcção do plano de correcção 1 -

$$\phi_{c1} := \text{angle}(\text{Re}(Q_0), \text{Im}(Q_0)) \cdot \frac{180}{\pi} = 226.976 \text{ }^\circ$$

- Ângulo de correcção do plano de correcção 2 -

$$\phi_{c2} := \text{angle}(\text{Re}(Q_1), \text{Im}(Q_1)) \cdot \frac{180}{\pi} = 61.387 \text{ }^\circ$$

Como os ϕ_c são maiores que 0, foram medidos no sentido de rotação relativamente às suas, respectivas, massas de ensaio (planos de correcção).

Raio de montagem das massas de correcção

O raio de montagem das massas de correcção igual ao raio de desequilíbrio e de ensaio.

$$r_c := r_{e1} = 0.09 \text{ m}$$

Posição relativa das massas de correcção

- Posição relativa massa de correcção do plano de correcção 1

$$\text{Posição relativa no eixos dos zz - } z_{c1} := r_{e1} \cdot \cos\left[\frac{(\phi_{c1} - 230) \cdot \pi}{180}\right] = 0.09 \text{ m}$$

$$\text{Posição relativa no eixos dos yy - } y_{c1} := r_{e1} \cdot \sin\left[\frac{(\phi_{c1} - 230) \cdot \pi}{180}\right] = -0.005 \text{ m}$$

- Posição relativa massa de correcção do plano de correcção 2

$$\text{Posição relativa no eixos dos zz - } z_{c2} := r_{e2} \cdot \cos\left[\frac{(\phi_{c2} - 20) \cdot \pi}{180}\right] = 0.068 \text{ m}$$

$$\text{Posição relativa no eixos dos yy - } y_{c2} := r_{e2} \cdot \sin\left[\frac{(\phi_{c2} - 20) \cdot \pi}{180}\right] = 0.06 \text{ m}$$

Propriedades mecânicas das massas de correcção

Considerou-se as massas de correcção do mesmo material que a massa de ensaio.

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Dimensões das massas de correcção

- Dimensão da massa de correcção adicionada no plano de correcção 1

Raio da massa de correcção - $rc_1 := re_1$

Volume da massa de correcção - $Volume_{c1} := \frac{m_{c1} \cdot 1 \times 10^{-3}}{\rho} = 1.301 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

Altura da massa de correcção - $h_{c1} := \frac{Volume_{c1}}{(\pi \cdot rc_1^2)} = 4.14 \times 10^{-3} \text{ m}$

- Dimensão da massa de correcção adicionada no plano de correcção 2

Raio da massa de correcção - $rc_2 := re_1$

Volume da massa de correcção - $Volume_{c2} := \frac{m_{c2} \cdot 1 \times 10^{-3}}{\rho} = 1.296 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

Altura da massa de correcção - $h_{c2} := \frac{Volume_{c2}}{(\pi \cdot rc_2^2)} = 4.127 \times 10^{-3} \text{ m}$

1.5.2 - Aquisição do sinal discreto

- y13 - VLT da chumaceira 1 na V (plano de correcção 1)
- y23 - VLT da chumaceira 2 na V (plano de correcção 2)

yy13 := Signal do Desequilíbrio em dois Planos - Equilibragem (V13).cs

yy13 =

	0	1
0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

yy23 := Signal do Desequilíbrio em dois Planos - Equilibragem (V23).cs

yy23 =

	0	1
0	"Time (sec)"	"CM Velocity - Y (meter/sec)"
1	0	0
2	0.0002	...

1.5.3 - Processamento e análise da aquisição dos sinais no domínio no tempo

Função dos sinais discretos no domínio no tempo em mm/s

$$y13_i := yy13_{i+3907,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$y13_i =$

0.0131
0.0388
...

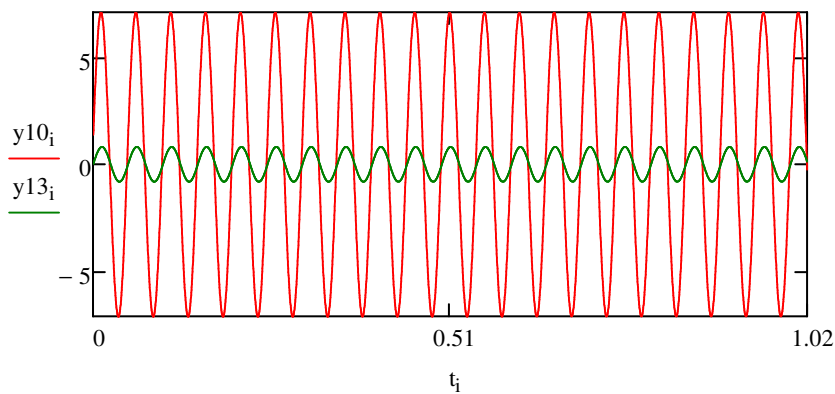
$$y23_i := yy23_{i+3907,1} \cdot 1 \times 10^3$$

$y23_i =$

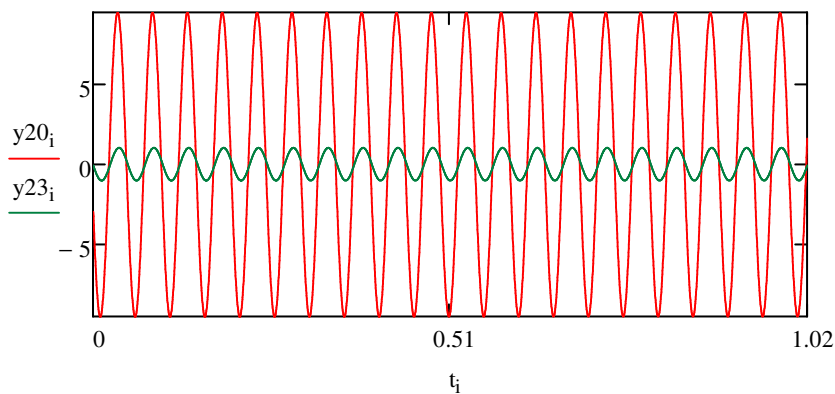
-0.0781
-0.1101
...

Representação gráfica dos sinais discretos no domínio no tempo

- Comparação da FO da chumaceira 1 na condição inicial de funcionamento com a FO com a adição das massa de correcção



- Comparação da FO da chumaceira 2 na condição inicial de funcionamento com a FO com a adição das massas de correcção



Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Pico (maior amplitude) dos sinais discretos

$$\text{Pico}_{y13} := \max(|\overrightarrow{y13}|) = 0.819 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pico}_{y23} := \max(|\overrightarrow{y23}|) = 1.021 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Nível Global ou *Root Mean Square (RMS)* dos sinal discreto

$$\text{RMS}_{y13} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y13_i)^2}{N}} = 0.579 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{RMS}_{y23} := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y23_i)^2}{N}} = 0.722 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Factor Crista

$$\text{FC}_{y13} := \frac{\text{Pico}_{y13}}{\text{RMS}_{y13}} = 1.415$$

$$\text{FC}_{y23} := \frac{\text{Pico}_{y23}}{\text{RMS}_{y23}} = 1.415$$

1.5.4 - Processamento e análise da aquisição dos sinais no domínio em frequência

Funções dos sinais discretos no domínio em frequência

$$Y13 := \text{FFT}(y13)$$

$$Y13 =$$

	0
0	0.014
1	0.013+0i
2	...

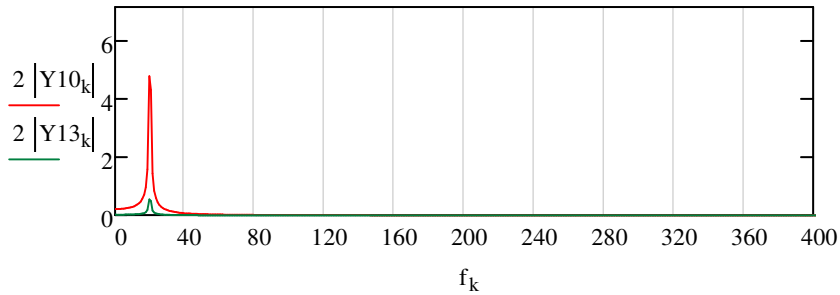
$$Y23 := \text{FFT}(y23)$$

$$Y23 =$$

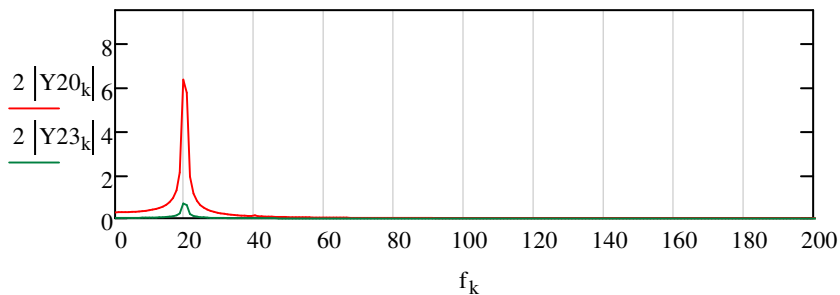
	0
0	-0.015
1	-0.016+0i
2	...

Representação gráfica na escala linear dos EF FFT

- Comparação do EF FFT da chumaceira 1 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição das massas de correção

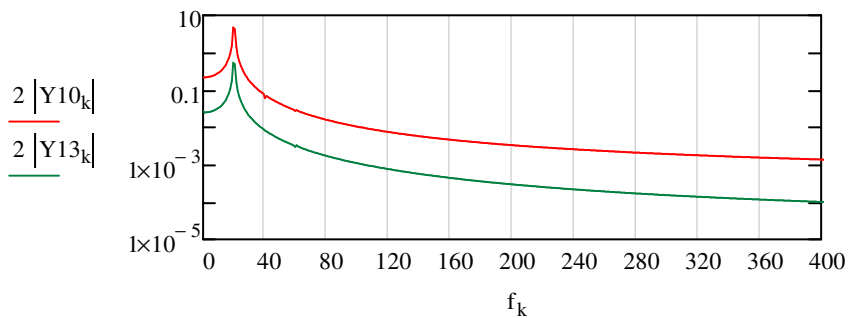


- Comparação do EF FFT da chumaceira 2 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição das massas de correção

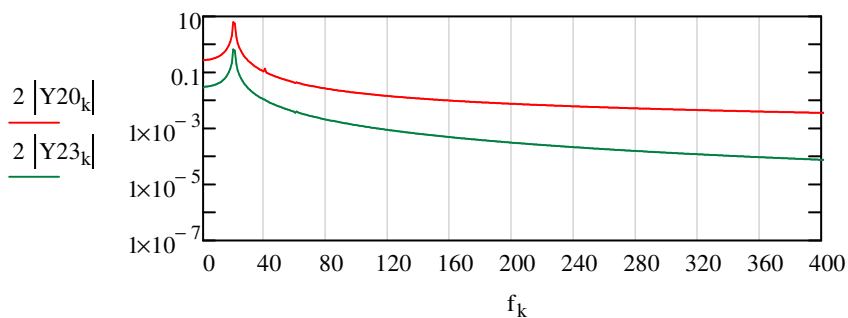


Representação gráfica na escala logarítmica dos EF FFT

- Comparação do EF FFT da chumaceira 1 na condição inicial de funcionamento com o EF FFT com a adição das massas de correção



- Comparação do EF FFT da chumaceira 2 nas condições normais de funcionamento com o EF FFT com a adição das massas de correção



Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Amplitudes dos EF FFT

$$V13_k := 2 |Y13_k|$$

$$V13_k =$$

0.028
0.025
...

$$V23_k := 2 |Y23_k|$$

$$V23_k =$$

0.029
0.032
...

Amplitude máxima dos EF FFT

$$v13 := \max(V13) = 0.548 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v23 := \max(V23) = 0.683 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Fase da amplitude máxima dos EF FFT

$$\Phi13 := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y13) \\ \text{if } 2 |Y13_k| = v13 \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y13_k), \text{Im}(Y13_k)) \\ \text{break} \end{array} \right. \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} \end{array} \right. = 357.324 \text{ }^\circ$$

$$\Phi23 := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } k \in 0.. \text{last}(Y23) \\ \text{if } 2 |Y23_k| = v23 \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{fase} \leftarrow \text{angle}(\text{Re}(Y23_k), \text{Im}(Y23_k)) \\ \text{break} \end{array} \right. \\ \text{fase} \cdot \frac{180}{\pi} \end{array} \right. = 180.783 \text{ }^\circ$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

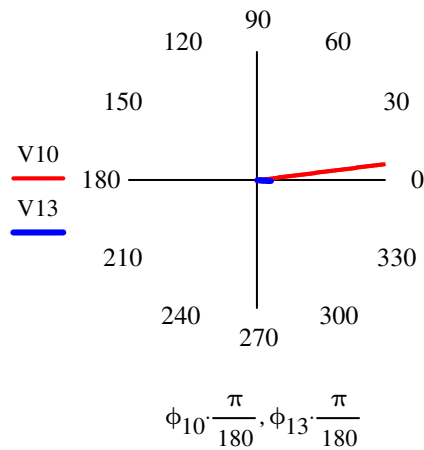
1.5.4 - Análise do vector provocado pela adição das massas de correcção

- Gráfico polar da chumaceira 1 (Plano de correcção 1)

Amplitude do vector provocado pelas m_d e pelas m_c - $V_{13} := v_{13} = 0.548 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

Fase do vector provocado pelas m_d e pelas m_c - $\phi_{13} := \Phi_{13} = 357.324^\circ$

$V_{13} := 0,0.1..V_{13}$

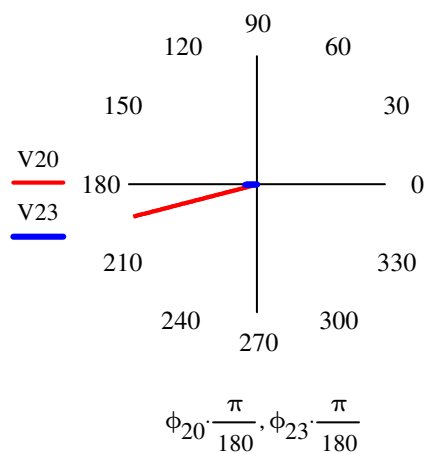


- Gráfico polar da chumaceira 2 (Plano de correcção 2)

Amplitude do vector provocado pelas m_d e pelas m_c - $V_{23} := v_{23} = 0.683 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

Fase do vector provocado pelas m_d e pelas m_c - $\phi_{23} := \Phi_{23} = 180.783^\circ$

$V_{23} := 0,0.1..V_{23}$



Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

1.5.5 - Análise do vector devido ao efeito das massas de correcção

- Gráfico polar da chumaceira 1 (Plano de correcção 1)

$$\text{Amplitude do vector devido ao efeito das } m_c - \vec{V}_{c13} = \vec{V}_{13} - \vec{V}_{10}$$

$$V_{c13} := \sqrt{\left(\left| V_{13} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{13} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right| \right)^2 + \left(\left| V_{13} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{13} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right| \right)^2}$$

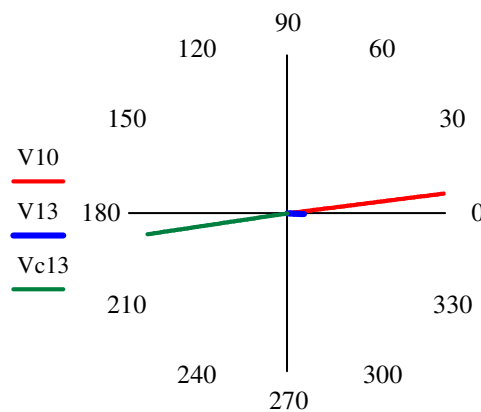
$$V_{c13} = 4.24 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Fase do vector devido ao efeito das m_c -

$$\phi_{c13} := \text{angle}\left(V_{13} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{13} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right), V_{13} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{13} \cdot \pi}{180}\right) - V_{10} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{10} \cdot \pi}{180}\right) \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{c13} = 188.491 \text{ }^\circ$$

$$V_{c13} := 0, 0.1.. V_{c13}$$



$$\phi_{10} \cdot \frac{\pi}{180}, \phi_{13} \cdot \frac{\pi}{180}, \phi_{c13} \cdot \frac{\pi}{180}$$

Massa de correcção calculada no plano de correcção 1

$$m_{c13} := \frac{V_{c13}}{V_{10}} \cdot m_{d1} \cdot 1 \times 10^3 = 20.407 \text{ g}$$

$$\text{Erro absoluto} - \epsilon_{mc13} := |m_{c1} - m_{c13}| = 10.003 \text{ g}$$

$$\text{Erro relativo} - r_{mc13} := \frac{\epsilon_{mc13}}{m_{c13}} \cdot 100 = 49.016 \text{ \%}$$

Massa de desequilíbrio existente no plano de correcção 1

$$m_{d_existente1} := |m_{d1} \cdot 1 \times 10^3 - m_{c13}| = 2.593 \text{ g}$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Novo desequilíbrio residual no plano de correcção 1

$$U_{res1} := r_{d1} \cdot 1 \times 10^3 \cdot m_{d_existente1} = 233.339 \text{ g}\cdot\text{mm}$$

- Gráfico polar da chumaceira 2 (Plano de correcção 2)

$$\text{Amplitude do vector devido ao efeito das } m_c - \vec{V}_{e23} = \vec{V}_{23} - \vec{V}_{20}$$

$$V_{c23} := \sqrt{\left(\left| V_{23} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{23} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right|^2 + \left(\left| V_{23} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{23} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right|^2 \right)}$$

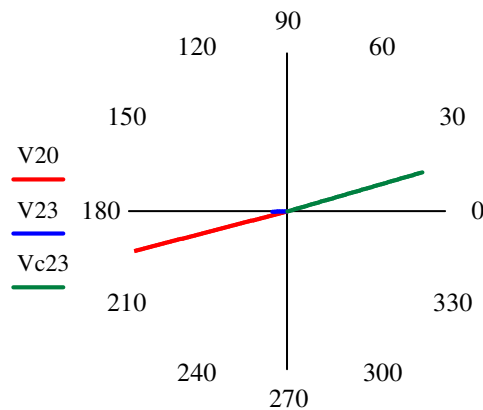
$$V_{c23} = 5.674 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Fase do vector devido ao efeito das m_c -

$$\phi_{c23} := \text{angle}\left(V_{23} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{23} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \cos\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right), V_{23} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{23} \cdot \pi}{180}\right) - V_{20} \cdot \sin\left(\frac{\phi_{20} \cdot \pi}{180}\right) \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{c23} = 16.151^\circ$$

$$V_{c23} := 0,0.1.. V_{c23}$$



$$\phi_{20} \cdot \frac{\pi}{180}, \phi_{23} \cdot \frac{\pi}{180}, \phi_{c23} \cdot \frac{\pi}{180}$$

Massa de correcção calculada no plano de correcção 2

$$m_{c23} := \frac{V_{c23}}{V_{20}} \cdot m_{d1} \cdot 1 \times 10^3 = 20.6 \text{ g}$$

$$\text{Erro absoluto} - \epsilon_{mc23} := |m_{c2} - m_{c23}| = 10.228 \text{ g}$$

$$\text{Erro relativo} - r_{mc23} := \frac{\epsilon_{mc23}}{m_{c23}} \cdot 100 = 49.65 \%$$

Equilibragem em Dois Planos no *SolidWorks Motion Analysis 2010*

Massa de desequilíbrio existente no plano de correcção 2

$$m_{d_existente2} := \left| m_{d1} \cdot 1 \times 10^3 - m_{c23} \right| = 2.4 \text{ g}$$

Novo desequilíbrio residual no plano de correcção 2

$$U_{res2} := r_{d2} \cdot 1 \times 10^3 \cdot m_{d_existente2} = 216.038 \text{ g}\cdot\text{mm}$$

Fim da equilibragem, segundo a ISO 1940, porque o novo desequilíbrio residual em cada plano é menor que o seu desequilíbrio residual admissível.