

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

METODOLOGIA *NETWORK* DE A
APLICAÇÃO AO SETOR BANCÁRIO

Ana Catarina Lourenço Lopes

VERSÃO DEFINITIVA

Lisboa, novembro de 2016

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

METODOLOGIA *NETWORK* DE A

APLICAÇÃO AO SETOR BANCÁRIO

Ana Catarina Lourenço Lopes

Projeto de dissertação submetido ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Contabilidade e Gestão das Instituições Financeiras, realizado sob a orientação científica do Professor Doutor José Manuel de Oliveira Pires, Professor-Coordenador, da área científica de Matemática.

Constituição do Júri:

Presidente: Doutora Ana Maria de Sotomayor

Arguente: Doutora Ana Maria Duarte Paias

Vogal: Doutor José Manuel Oliveira Pires

Lisboa, novembro de 2016

Declaro ser a autora desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para a obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas. Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência do autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

Agradecimentos

Terminada uma das etapas mais importantes do meu percurso académico, o sentimento é de missão cumprida, uma vez que com esforço, trabalho e dedicação, consegui alcançar o meu objetivo.

A presente dissertação resulta de um ano de trabalho contínuo e intenso, ainda que tenha sido um período austero e desafiante, durante o qual tive a oportunidade de vivenciar uma experiência enriquecedora, lutando sempre em prol da minha ambição, sem nunca desistir, mesmo nas situações mais adversas. No entanto, é chegado o momento de agradecer a algumas pessoas que me acompanharam ao longo desta caminhada.

Antes de mais, agradeço ao meu orientador, Professor José Oliveira Pires, por toda a ajuda, incentivo, dedicação e disponibilidade, demonstrados tanto durante a parte curricular do mestrado, como ao longo do período de elaboração da dissertação. O seu apoio, experiência e profissionalismo foram fundamentais.

Quero agradecer, igualmente, à minha família, nomeadamente aos meus pais, pelo apoio, amor, carinho e coragem que me transmitiram e por terem sempre acreditado em mim e nas minhas capacidades.

Agradeço, ainda, aos meus colegas e amigos pela amizade, companheirismo e compreensão ao longo deste percurso, mesmo tendo sido privados da minha companhia em diversas ocasiões.

Por último, mas não menos importante, quero agradecer a todos os docentes e discentes do Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa (ISCAL) que, de alguma forma, me apoiaram, incentivaram e contribuíram para a conclusão de mais uma etapa.

Muito obrigada a todos e que surjam os próximos desafios!

Resumo

A presente dissertação destina-se a apresentar um estudo sobre a metodologia *Data Envelopment Analysis* (DEA), mais precisamente sobre uma sua variante designada por *Network DEA*.

Perante a crescente competitividade de mercado, o conceito de desempenho organizacional tem assumido um papel bastante importante no contexto empresarial. Assim, a avaliação do desempenho organizacional torna-se crucial para que as organizações alcancem um elevado nível de eficiência, aumentem a sua produtividade e consigam distinguir-se da concorrência. Neste sentido, é necessária uma gestão eficiente de recursos humanos, materiais e financeiros, por parte dos gestores empresariais.

Dada a atual crise financeira que o setor bancário atravessa, e para demonstrar a aplicabilidade da metodologia *Network DEA*, realizou-se um estudo de caso, em que se avalia a eficiência de vinte instituições bancárias que operavam em Portugal em 2014. No primeiro processo, a avaliação de eficiência tem como base a utilização de *inputs*, como o número de funcionários, o ativo e o património líquido e de *outputs*, como o resultado líquido e o crédito a clientes. De seguida, os *outputs* do primeiro processo são considerados como *inputs* do segundo processo, sendo que o resultado por ação e a margem financeira são considerados como *outputs* do segundo processo. Por último, são combinados todos os *inputs* e todos os *outputs*.

Palavras-chave: Avaliação do desempenho organizacional; DEA; Instituições bancárias; Eficiência.

Abstract

This thesis aims to present a study on Data Envelopment Analysis (DEA), mainly on a variant called Network DEA.

With the increasing of market competitiveness, the concept of organizational performance has played an important role in the business context. Thus, the assessment of organizational performance becomes crucial for organizations to achieve a high level of efficiency, to increase their productivity and can distinguish themselves from the competition. In this sense, an efficient management of human resources, materials and financial resources are required by business managers.

The current financial crisis that the banking sector is going through, and to demonstrate the applicability of Network DEA, there is a case study, that assesses the effectiveness of twenty banks that operated in Portugal in 2014. In the first case, the efficiency rating is based on the use of inputs, such as: number of employees, assets and net assets and outputs, such as: net income and loans to customers. Then, the outputs of the first process are considered as the second process' inputs; earnings per share and net interest margin are considered as outputs of the second process. Finally, there is a combination of all inputs and all outputs.

Keywords: *Assesment of Organizational Performance; DEA; Banks; Efficiency.*

Índice

Índice.....	vii
Índice de Tabelas	ix
Índice de Figuras.....	x
Lista de Abreviaturas.....	xi
1. Introdução.....	1
2. Avaliação do desempenho organizacional	3
2.1 Introdução	3
2.2 Avaliação do desempenho organizacional	3
2.3 Metodologias de avaliação do desempenho organizacional.....	4
2.4 Avaliação do desempenho organizacional no setor bancário.....	10
3. Metodologia DEA.....	14
3.1 Introdução	14
3.2 Modelos clássicos da metodologia DEA.....	16
3.2.1 Modelos clássicos orientados para <i>inputs</i>	17
3.2.2 Modelos clássicos orientados para <i>outputs</i>	21
3.3 Vantagens e desvantagens dos modelos clássicos	25
4. Metodologia <i>Network</i> DEA	27
4.1 Introdução	27
4.2 Terminologia, conceitos e aplicações.....	27
4.3 Métodos <i>Network Two-Stage</i> DEA para retornos variáveis de escala.....	31
4.3.1 Método Independente	33
4.3.2 Método Aditivo	35
5. Estudo de um caso prático	44

5.1 Introdução	44
5.2 Seleção dos dados e escolha dos modelos.....	44
5.3 Resultados e respetiva análise	48
5.3.1 Orientação para <i>inputs</i>	48
5.3.2 Orientação para <i>outputs</i>	58
6. Conclusões.....	67
Referências bibliográficas	69
APÊNDICES.....	71
APÊNDICE A - Método independente baseado no modelo BCC com orientação para <i>outputs</i>	71
APÊNDICE B - Método aditivo baseado no modelo BCC com orientação para <i>outputs</i>	73
APÊNDICE C - Dados relativos aos <i>inputs/outputs</i> do primeiro processo	78
APÊNDICE D - Dados relativos aos <i>inputs/outputs</i> do segundo processo	79

Índice de Tabelas

Tabela 5.1 – Dados relativos aos <i>inputs</i> e aos <i>outputs</i>	47
Tabela 5.2 – Resultados obtidos pelos métodos independente e aditivo, orientados para <i>inputs</i>	49
Tabela 5.3 – <i>Rankings</i> obtidos pelos métodos independente e aditivo, orientados para <i>inputs</i>	51
Tabela 5.4 – Resultados obtidos pelos métodos independente e aditivo, orientados para <i>outputs</i>	59
Tabela 5.5 – <i>Rankings</i> obtidos pelos métodos independente e aditivo, orientados para <i>outputs</i>	60

Índice de Figuras

Figura 4.1 – Representação esquemática de uma estrutura em série.....	28
Figura 4.2 – Representação esquemática de uma estrutura em paralelo.....	29
Figura 4.3 – Representação esquemática do sistema de produção de uma DMU em série.....	33
Figura 5.1 – Sistema de produção de um banco decomposto em dois processos.....	45
Figura 5.2 – <i>Rankings</i> de eficiência para o método independente, orientado para <i>inputs</i>	53
Figura 5.3 – <i>Rankings</i> de eficiência para o método aditivo, orientado para <i>inputs</i>	53
Figura 5.4 – <i>Rankings</i> de eficiência para o primeiro processo, orientado para <i>inputs</i>	55
Figura 5.5 – <i>Rankings</i> de eficiência para o segundo processo, orientado para <i>inputs</i>	56
Figura 5.6 – <i>Rankings</i> de eficiência global, com orientação para <i>inputs</i>	57
Figura 5.7 – <i>Rankings</i> de eficiência para o método independente, orientado para <i>outputs</i>	61
Figura 5.8 – <i>Rankings</i> de eficiência para o método aditivo, orientado para <i>outputs</i>	62
Figura 5.9 – <i>Rankings</i> de eficiência para o primeiro processo, orientado para <i>outputs</i>	63
Figura 5.10 – <i>Rankings</i> de eficiência para o segundo processo, orientado para <i>outputs</i>	64
Figura 5.11 – <i>Rankings</i> de eficiência global, com orientação para <i>outputs</i>	65

Lista de Abreviaturas

APB – Associação Portuguesa de Bancos

BB – Banco do Brasil

BBVA – Banco Bilbao Vizcaya Argentaria

BCC – Banker, Charnes e Cooper

BCP – Banco Comercial Português

BIC – Banco Internacional de Crédito

BIG – Banco de Investimento Global

BII – Banco de Investimento Imobiliário

BNP – *Banque Nationale de Paris*

BNP SS – *Banque Nationale de Paris Securities Services*

BPI – Banco Português de Investimento

BSC – *Balanced Scorecard*

CCR – Charnes, Cooper e Rhodes

CGD – Caixa Geral de Depósitos

CRS – *Constant Returns to Scale*

DEA – *Data Envelopment Analysis*

DMUs – *Decision Making Units*

EUA – Estados Unidos da América

EVA – *Economic Value Added*

KPI's – *Key Performance Indicators*

MVA – *Market Value Added*

RCP – Rendibilidade dos Capitais Próprios

ROA – *Return On Assets* ou Rendibilidade Operacional dos Ativos

ROE – *Return On Equity*

ROI – *Return On Investment* ou Retorno sobre o Investimento

SMART – *Strategic Measurement and Reporting Technique*

SNC – Sistema de Normalização Contabilístico

UE – União Europeia

VRS – *Variable Returns to Scale*

1. Introdução

Ao longo dos anos, a sociedade tem sido alvo de constantes alterações, tanto a nível cultural, social e político, como a nível económico, nomeadamente no que respeita à competitividade do mercado. O setor bancário não é exceção e, como tal, também tem vindo a enfrentar várias mudanças aliadas à atual crise financeira, que tem contribuído para a existência de algumas falhas no sistema que regula o setor. Contudo, a estabilidade financeira, que deve ser preservada, é crucial para o desenvolvimento e crescimento da economia, de modo sustentável e equilibrado.

Perante todas estas alterações, verifica-se cada vez mais um aumento da aplicação de modelos de gestão mais eficazes, de forma a atingir maiores níveis de produtividade, obter vantagem competitiva e contribuir para o desenvolvimento organizacional. Assim, para resolver os problemas e aumentar o sucesso de qualquer organização, recorre-se à avaliação do desempenho organizacional, através da qual é possível obter informações relevantes sobre determinada organização.

Numa fase inicial, a avaliação do desempenho organizacional baseava-se apenas em indicadores financeiros, através da interpretação dos mapas contabilísticos e da análise dos rácios financeiros. Uma vez que estes indicadores apresentavam algumas limitações relativamente às estratégias adotadas pelas organizações, foram surgindo outros indicadores não financeiros que permitem uma avaliação do desempenho organizacional a nível global. Ou seja, a avaliação do desempenho organizacional que, tradicionalmente, se baseava única e exclusivamente em indicadores financeiros, passou a basear-se também em indicadores não financeiros, possibilitando uma avaliação do desempenho organizacional mais abrangente.

No sentido de contornar as limitações inerentes às medidas tradicionais de avaliação do desempenho organizacional, vários modelos têm sido propostos. Entre esses modelos encontra-se a metodologia *Data Envelopment Analysis* (DEA), que constitui uma técnica não paramétrica baseada na programação matemática, e que foi formalmente iniciada por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), na sequência do trabalho pioneiro desenvolvido por Farrell (1957).

A metodologia DEA permite, então, avaliar a eficiência e o desempenho de unidades operacionais, independentes e homogéneas, definindo um indicador de avaliação de eficiência entre os *inputs* e os *outputs* dessas mesmas unidades.

O presente trabalho tem como objetivo principal apresentar um estudo sobre a metodologia DEA, abordando as suas características, alguns dos seus modelos, a sua importância para auxiliar os gestores no processo de tomada de decisões nas organizações e na avaliação do desempenho organizacional, bem como demonstrar a sua aplicabilidade real, através de um caso de estudo.

De modo a alcançar os objetivos definidos, surgiu a necessidade de realizar uma revisão da literatura existente sobre o tema em análise. Assim, numa primeira fase, realizou-se uma pesquisa sobre o conceito de avaliação do desempenho organizacional para realçar o quão é importante e vantajoso para uma organização ter um modelo que avalie o seu desempenho. De seguida, fez-se uma pesquisa mais detalhada sobre os métodos tradicionais utilizados ao longo dos anos para a avaliação do desempenho organizacional.

Esta dissertação encontra-se estruturada em seis capítulos. No capítulo 2, faz-se referência à avaliação do desempenho organizacional e aos principais métodos de avaliação existentes. Em particular, é também feita uma referência à avaliação do desempenho organizacional no setor bancário, em virtude da aplicação prática incluída nesta dissertação.

No capítulo 3, apresenta-se a metodologia DEA, nomeadamente os modelos clássicos que servem de base a esta metodologia, isto é, o modelo CCR (Charnes, Cooper e Rhodes (1984)) e o modelo BCC (Banker, Charnes e Cooper (1984)). São, também, apresentadas algumas vantagens e desvantagens desses modelos.

No capítulo 4, é apresentada a metodologia *Network* DEA, que é uma variante da metodologia clássica DEA, onde é considerada a estrutura interna de uma unidade operacional por forma a poderem ser detetadas as origens da ineficiência. São, igualmente, descritos alguns métodos utilizados pela metodologia *Network* DEA, nomeadamente o método independente e o método aditivo.

No capítulo 5, apresenta-se o estudo de um caso prático, que tem por objetivo avaliar a *performance* de vinte instituições bancárias que operavam em Portugal em 2014, utilizando, para o efeito, os métodos apresentados no capítulo anterior.

Por fim, no capítulo 6, são apresentadas as principais conclusões obtidas com a realização deste trabalho.

2. Avaliação do desempenho organizacional

2.1 Introdução

Ao longo do tempo, a economia envolvente tem sido alvo de constantes alterações e, deste modo, as organizações têm sentido a necessidade de se reestruturar, com o intuito de enfrentar a concorrência que é, cada vez mais, elevada.

É perante esta realidade e a necessidade de obtenção de vantagem competitiva, que a avaliação do desempenho organizacional surge como um importante e eficaz ato de gestão e, por consequência, muito utilizada pelos gestores das organizações. A avaliação do desempenho organizacional permite uma tomada de decisões mais consistente e, desta forma, um maior controlo sobre as atividades desenvolvidas pelas organizações.

Assim, na secção 2.2 deste capítulo é abordada a avaliação do desempenho organizacional. Na secção 2.3, são referidas as metodologias deste tipo de avaliação que têm sido utilizadas ao longo dos anos, onde se inclui a metodologia *Data Envelopment Analysis* (DEA), que constitui o tema central deste trabalho. Por fim, na secção 2.4, relacionada com o estudo empírico deste trabalho, faz-se uma referência à avaliação do desempenho organizacional no setor bancário.

2.2 Avaliação do desempenho organizacional

A sociedade tem vindo a sofrer diversas alterações e, como tal, as organizações encontram-se, atualmente, bem mais competitivas, não só para alcançarem o sucesso de forma rápida e eficaz, mas também para sobreviverem num mercado tão competitivo e, deste modo, conseguirem fidelizar um maior número de clientes. Neste sentido, as organizações que se adaptem e atuem em conformidade com as mudanças do meio envolvente terão uma maior probabilidade de atingir elevados níveis de excelência, consequência de um maior e melhor desempenho e, desta forma, obter vantagem competitiva face às restantes organizações.

Perante este cenário de enorme competitividade, existe a necessidade de os gestores definirem firmemente os objetivos e as estratégias a prosseguir, com o intuito de alcançarem maiores níveis de produtividade.

Assim, a avaliação do desempenho organizacional, considerada como uma das ferramentas de gestão que mais contribui para um melhor desempenho das organizações, fornece importantes e variadas informações e permite que sejam determinadas as melhorias que deverão ser

aplicadas. Por consequência, permite ainda introduzir as medidas corretivas necessárias para melhorar, efetivamente, a organização como um todo.

Existem várias metodologias tradicionais utilizadas para avaliar o desempenho organizacional. Contudo, essas metodologias acabaram por ser ultrapassadas face às constantes necessidades do mercado, como por exemplo ao nível da evolução tecnológica. Na secção seguinte, apresenta-se uma referência às diversas metodologias de avaliação do desempenho organizacional que têm sido utilizadas, bem como à sua evolução.

2.3 Metodologias de avaliação do desempenho organizacional

Como consequência das alterações que têm ocorrido na sociedade, nomeadamente no que respeita ao acesso à informação, à tecnologia e à competitividade do mercado, a avaliação do desempenho organizacional tem evoluído bastante ao longo dos anos e tem, ainda, conseguido ajustar-se aos vários modelos de gestão aplicados nas organizações.

Ghalayini e Noble (1996) defendem que a evolução da avaliação do desempenho organizacional divide-se em duas fases: a primeira, que ocorreu entre 1880 e 1980; e a segunda, que ocorreu durante os anos que sucederam a 1980.

A primeira fase caracteriza-se pela utilização apenas de indicadores financeiros, que se encontram implícitos nas demonstrações financeiras. O objetivo fulcral destas demonstrações financeiras corresponde ao fornecimento de informações relevantes e fidedignas sobre o desempenho e a posição financeira de uma organização, de modo a auxiliar os gestores a tomarem as decisões adequadas.

De acordo com a Estrutura Conceptual do Sistema de Normalização Contabilístico (SNC), as demonstrações financeiras mais utilizadas para analisar e avaliar o desempenho organizacional são:

- a Demonstração de Resultados, que proporciona informações sobre o desempenho da organização, atendendo à natureza dos *itens* que apresenta;
- o Balanço, que fornece informações acerca da posição financeira da organização;
- a Demonstração das Alterações no Capital Próprio, que, como o próprio nome indica, traduz as informações sobre as alterações no capital;

- a Demonstração de Fluxos de Caixa, que relata os fluxos de caixa classificados por atividades operacionais, de investimento e de financiamento, pelo que proporciona informações sobre a capacidade de uma organização gerar *cash-flow*; e
- as Notas às demonstrações financeiras, que visam fornecer informações essenciais sobre as operações efetuadas pela empresa, traduzindo a sua situação patrimonial.

A análise e a avaliação baseadas nas demonstrações financeiras não traduzem todas as informações úteis e essenciais de que os gestores das organizações necessitam para a tomada de decisões, uma vez que reportam aos efeitos financeiros provenientes de acontecimentos passados. Por outro lado, tendo como base os dados extraídos das demonstrações financeiras, é possível avaliar o desempenho organizacional através da análise de rácios, tanto financeiros como operacionais, sendo esta técnica maioritariamente utilizada nas pequenas empresas.

Assim, importa destacar que os rácios mais utilizados pelos gestores com o intuito de avaliar o desempenho organizacional são: a Rendibilidade dos Capitais Próprios (RCP) ou *Return On Equity* (ROE); a Rendibilidade Operacional dos Ativos ou *Return On Assets* (ROA); e o Retorno sobre o Investimento ou *Return On Investment* (ROI).

O ROE é o rácio entre o resultado líquido e o capital próprio. Este indicador revela-se importante na avaliação do desempenho organizacional, uma vez que representa a capacidade de uma empresa gerar valor, unicamente através dos seus recursos, traduzindo a rentabilidade efetiva para os acionistas.

O ROA é o rácio entre o resultado operacional e o ativo. Este rácio representa, então, um indicador de rendibilidade utilizado para analisar uma empresa a nível económico e financeiro, avaliando a eficiência e a capacidade de gestão dos ativos detidos pela empresa.

O ROI consiste no rácio entre as perdas ou os ganhos obtidos através de um dado investimento e o montante total investido. Este indicador corresponde a uma taxa de retorno do investimento que considera os resultados com o valor contabilístico dos ativos, avaliando a *performance* de determinados investimentos. Por consequência, acaba por ser muito utilizado como auxílio na tomada de decisões de investimentos em novos projetos ou negócios.

Para que a análise seja abrangente ao nível da organização, os gestores terão de utilizar diversos rácios em simultâneo, que lhes facilite efetuar comparações relativamente à situação financeira da empresa ao longo de um determinado período temporal, mas também comparações com outras organizações, através das informações que são disponibilizadas pelas

centrais de balanços. Contudo, os rácios referidos anteriormente apresentam algumas desvantagens, na medida em que a sua interpretação encontra-se condicionada pelo setor, assim como pela conjuntura económica, e poderão ser influenciados pela sazonalidade da atividade organizacional.

Muitas outras organizações consideravam que a maximização dos lucros era o objetivo fundamental, sendo o lucro visto como o principal indicador do desempenho organizacional. É verdade que o lucro corresponde a um indicador importante para qualquer organização, mas é, igualmente, importante ter em consideração que este pode ser afetado por situações externas à atividade operacional da organização, como por exemplo pelas variações cambiais. Como tal, a sua interpretação deverá requerer uma certa atenção por parte dos gestores.

Por sua vez, existiam outras organizações que se limitavam a comparar os objetivos traçados com os objetivos que eram, efetivamente, alcançados, o que acaba por não ser, de todo, vantajoso para a organização, uma vez que é comum que aquilo que é definido se encontre longe da realidade.

Quanto à segunda fase da evolução da avaliação do desempenho organizacional, esta caracteriza-se pela forte tendência para a utilização de indicadores não financeiros, uma vez que utiliza, maioritariamente, medidas de desempenho direcionadas para a rapidez, flexibilidade e qualidade. Nesta fase, surgiram grandes mudanças no mercado mundial e, uma vez que as organizações internacionais se encontravam bem mais evoluídas, na medida em que apresentavam uma grande variedade de produtos, com uma qualidade elevada e com menores custos associados, os gestores das restantes organizações sentiram-se obrigados a rever as estratégias adotadas para que as organizações conseguissem diferenciar-se e competir com as restantes concorrentes. Esta concorrência à escala global constitui uma vantagem competitiva para as organizações, pois possibilita que os seus produtos cheguem a toda a parte do globo, de modo a responder às novas necessidades dos consumidores.

Ao delinear novas estratégias, bem como ao aplicar métodos de desempenho organizacional, as organizações podem comparar-se às suas concorrentes e fornecer informações concretas, fidedignas e rentáveis para os investidores quanto aos potenciais retornos face aos seus possíveis investimentos.

Assim sendo, os indicadores não financeiros são utilizados para medir o desempenho das organizações, de modo a proporcionarem conclusões sobre os esforços manifestados pela

organização, alcançando uma avaliação mais completa do desempenho organizacional. A utilização dos indicadores não financeiros permitiu que surgissem novos métodos de avaliação baseados não apenas nestes indicadores, mas também em indicadores financeiros.

Para criar uma ideia da utilidade do trabalho desenvolvido na criação de novos métodos, Martins (1999) referiu mais de vinte métodos que medem a avaliação do desempenho organizacional, desenvolvidos durante os anos oitenta e noventa. Mais tarde, Attadia & Martins (2003) apresentaram os principais cinco desses métodos de avaliação da *performance* organizacional.

Assim, de entre os vários sistemas integrados de avaliação do desempenho, os cinco modelos mais utilizados pelas organizações são: o *Balanced Scorecard* (BSC); a *Performance Measurement Matrix* (Matriz de avaliação de desempenho); a *Strategic Measurement and Reporting Technique* (SMART); o *Integrated Performance Measurement System* (Sistema de avaliação de desempenho integrado); e o *Performance Prism* (Prisma de desempenho).

O *Balanced Scorecard* é uma metodologia proposta por Robert Kaplan e David Norton, num artigo publicado em 1992 na *Harvard Business Review: The Balanced Scorecard – measures that drive performance*. Esta metodologia consiste num modelo de gestão estratégica que proporciona uma visão alargada e metódica sobre o desempenho organizacional, baseada em indicadores financeiros e não financeiros, permitindo que as organizações clarifiquem a sua visão estratégica e possam convertê-la num plano de ação. Permite também que seja desenvolvida uma cultura de aprendizagem e melhoria contínua.

Deste modo, o *Balanced Scorecard* visa responder a diversas questões, nomeadamente ao nível dos clientes, dos acionistas, da estratégia de mercado, da estratégia da empresa, da eficiência e da eficácia dos processos, assim como das capacidades para executar as estratégias definidas.

Esta metodologia é dividida em perspetivas (financeira, dos clientes, dos processos internos e de aprendizagem e crescimento), objetivos e indicadores, que embora digam respeito a três grupos desiguais, encontram-se inter-relacionados. Por fim, os indicadores do *Balanced Scorecard* são denominados por *Key Performance Indicators* (KPI's) e através deles é possível quantificar os fatores de uma determinada organização. Qualquer que seja o indicador, deve transmitir informação clara e segura sobre o que será analisado.

A *Performance Measurement Matrix* constitui um método de avaliação do desempenho organizacional, proposto por Keegan, Eiler e Jones (1989). De acordo com este método, as

medidas de desempenho devem partir da estratégia, sendo integradas nas funções da organização e baseadas na compreensão do comportamento organizacional, assim como na relação dos custos. A avaliação do desempenho deve incidir, igualmente, sobre os componentes que acarretam custo, bem como os componentes que não possuam qualquer custo associado, considerando os aspetos internos e externos à organização.

A *Strategic Measurement and Reporting Technique*, desenvolvida por Lynch & Cross (1991), é uma metodologia de avaliação do desempenho empresarial, focada em indicadores internos e externos.

Para aplicar esta última metodologia, Cross & Lynch (1990, *apud* MARTINS, 1999) desenvolveram um novo método, designado por *Performance Pyramid*. Neste sentido, e através deste novo método, começaram a ser aplicadas medidas de avaliação do desempenho que, embora contenham fatores em comum, podem ser consideradas como medidas externas, ao nível do mercado, da satisfação, da qualidade, da entrega e das operações; ou como medidas internas, no que respeita às finanças, à flexibilidade, à produtividade, ao tempo de ciclo e às operações, entre outras.

O *Integrated Performance Measurement System* é uma metodologia desenvolvida por Bititci, Carrie e McDevitt (1997). Segundo estes autores, a estrutura desta metodologia divide-se em vários patamares que constituem uma pirâmide: visão, objetivos do negócio, objetivos estratégicos, fatores críticos do sucesso, plano de ação de tarefas críticas e medidas de desempenho, pelo que é possível garantir que a avaliação do desempenho incide sobre diversos níveis da organização. É expectável que esta divisão tenha em conta a hierarquia da organização e seja, igualmente, relevante e fidedigna.

O *Performance Prism*, proposto por Neely & Adams (2000), constitui um método de avaliação da *performance* organizacional direcionado para os *stakeholders*. É um método que se baseia em cinco perspetivas, criando um prisma tridimensional, como o próprio nome indica, em que cada face desse mesmo prisma corresponde a uma das perspetivas. Assim sendo, as faces do prisma correspondem à satisfação dos *stakeholders* (face do topo); à contribuição dos *stakeholders* (face do fundo); à estratégia, ao processo e à capacidade (faces laterais).

Importa, então, realçar que apesar da grande tendência para a utilização dos indicadores não financeiros, os indicadores financeiros não deixaram de ser considerados, pelo que continuaram a ser utilizados para a avaliação da *performance* de qualquer organização.

Outros tipos de métodos, baseados em técnicas matemáticas, têm sido propostos para a avaliação do desempenho organizacional. Tais métodos são usualmente classificados como métodos paramétricos e não paramétricos. Os primeiros baseiam-se em técnicas estatísticas, nomeadamente na regressão e correlação, e os segundos têm como base modelos de investigação operacional, mais precisamente modelos de programação matemática.

Contudo, como se refere em Cooper (2005), os métodos paramétricos revelaram-se incapazes de fornecer resultados satisfatórios, perante a existência de múltiplos recursos (*inputs*) e múltiplos produtos (*outputs*). Como resposta a esta incapacidade, surgiu uma nova metodologia para avaliação do desempenho organizacional designada por *Data Envelopment Analysis* (DEA), que é uma técnica não paramétrica baseada na programação linear e que foi formalmente iniciada com o trabalho desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978).

A metodologia DEA permite avaliar a eficiência relativa de um conjunto de unidades homogêneas e independentes, através do cálculo de um índice de eficiência para cada uma dessas unidades. Esta metodologia permite identificar uma fronteira de eficiência definida pelas unidades eficientes e, entre estas, identificar as que são referência (*benchmarks*) para as unidades ineficientes. Deste modo, esta metodologia constitui uma importante ferramenta na definição de objetivos com vista à melhoria do desempenho das unidades ineficientes e, assim, auxiliar na tomada de decisões que permitam torná-las eficientes.

Uma característica importante da metodologia DEA é a de apenas necessitar de dados relativos aos *inputs* e aos *outputs*, não necessitando, portanto, de uma função de produção definida *a priori*. Outra característica é a de permitir considerar *inputs* e *outputs* da mais diversa natureza, não tendo estes que ser necessariamente de natureza financeira.

Uma outra forma de realizar a avaliação do desempenho organizacional consiste em combinar várias metodologias. A combinação ou integração de metodologias tem sido defendida por vários autores, como por exemplo, Franco e Lord (2011). Neste contexto, a integração das metodologias BSC e DEA tem sido recentemente considerada por vários autores como, por exemplo, Chang, HE e Wang (2005), Chiang e Lin (2005), Najafi, Aryanegad e Lofti (2009), Amado, Santos e Marques (2012) e Lee (2012). Estes autores defendem que, apesar de conceptualmente diferentes, estas duas metodologias complementam-se, na medida em que cada uma delas consegue colmatar insuficiências e limitações da outra. Enquanto o BSC permite uma escolha criteriosa dos dados (*inputs* e *outputs*), a DEA transforma esses dados em

informação útil para a tomada de decisões, identificando as unidades eficientes e ineficientes, assim como os *benchmarks* para estas últimas, algo que o BSC não permite fazer.

A metodologia DEA constitui o tema central deste trabalho e será abordada nos capítulos que se seguem. Uma vez que no último desses capítulos é apresentada uma aplicação desta metodologia ao setor bancário, apresenta-se, de seguida, uma referência à avaliação do desempenho organizacional nesse setor.

2.4 Avaliação do desempenho organizacional no setor bancário

As constantes transformações verificadas num mundo cada vez mais globalizado obrigam a que as organizações adotem uma gestão dinâmica e flexível, para que se adaptem fácil e rapidamente a essas mesmas alterações. Neste âmbito, é fundamental que os gestores conheçam bem o ambiente em que as respetivas organizações se inserem, não só para permanecerem no mercado, mas também para alcançarem novos mercados e, conseqüentemente, novas estratégias, através das relações intra e inter-organizacionais.

O setor bancário não é exceção e, como tal, detém um papel fundamental na atividade financeira de qualquer país, uma vez que contribui para o seu crescimento e desenvolvimento económico.

Segundo Camargo Jr. *et al.* (2004), os bancos são instituições financeiras que pretendem auferir um ganho ou um *spread* em operações em que é paga uma determinada quantia a quem concede recursos financeiros e, por sua vez, recebem a remuneração por parte de quem necessita desses mesmos recursos.

Assim, os bancos, como principais intermediários financeiros, atuam de forma crucial e decisiva no funcionamento regular da economia, na medida em que facilitam e permitem um encontro de interesses, ou seja, um encontro entre quem pretende poupar e quem deseja obter financiamento. Desta forma, a principal fonte de rendimento das instituições bancárias corresponde à diferença entre os custos de financiamento e os ganhos através de empréstimos. Ainda de acordo com Camargo Jr. *et al.* (2004), existem vários fatores que acabam por criar um cenário competitivo no setor bancário, como a globalização, a abertura dos mercados e o aumento dos investimentos em tecnologias da informação, entre outros.

Deste modo, e uma vez que se tem vindo a verificar a crescente globalização da competitividade, o setor bancário tem introduzido novas formas de delinear e de pensar sobre

as suas atividades, que se refletem, por consequência, no seu nível de eficiência, nomeadamente devido à gestão do risco e ao uso massivo das novas tecnologias no que diz respeito ao processamento da informação.

Neste sentido, a realização da avaliação do desempenho organizacional no setor bancário torna-se fulcral, principalmente para os mais variados *stakeholders*. Esta avaliação não pode ter como base apenas um único indicador, pelo que é essencial que todos os fatores de importância para a organização contribuam para medir, efetivamente, o desempenho organizacional e permitam realizar análises de comparação entre si.

Assim, a avaliação da *performance* organizacional pode ser baseada na análise de rácios financeiros, que permitem prever potenciais situações indesejáveis, ou por sua vez, em técnicas no âmbito da investigação operacional. Mas é a partir da seleção de indicadores característicos de cada entidade que se desenvolve a avaliação do desempenho organizacional, de modo a estipular quais as melhores práticas para competir num mercado cada vez mais global.

Embora o cálculo de rácios, por si só, não seja suficiente para garantir o controlo financeiro apropriado, existem diversos e importantes rácios financeiros bastante utilizados na avaliação do desempenho das instituições bancárias, como é o caso dos rácios de solvabilidade que constituem uma das vertentes mais importantes da regulação bancária, permitindo que as instituições bancárias transpareçam a sua credibilidade. Estes rácios relacionam o capital, nomeadamente dos fundos próprios, com o ativo, ou seja, traduzem a proporção relativa dos ativos da instituição bancária que é financiada pelos capitais próprios. Um dos rácios de solvabilidade de grande importância é o rácio *Core Tier 1*, que estabelece um nível mínimo de capital que as instituições devem possuir mediante os requisitos de fundos próprios decorrentes dos riscos associados à atividade que exercem. Este rácio é calculado através do quociente entre o conjunto de fundos próprios (*core*) e as posições ponderadas em função do seu risco.

Também o *Price Book Value* corresponde a um rácio fundamental para a avaliação do desempenho do setor bancário, uma vez que indica os fundos que os acionistas investiram em determinado banco e caso este valor se apresente relativamente baixo, poderá ser consequência de uma má gestão.

Tal como é aplicável à generalidade das organizações, o ROA, que mede a capacidade de gestão para utilizar os recursos financeiros dos bancos de modo a que estes criem resultados, e

o ROE, que mede o valor auferido pelos acionistas pelos seus investimentos no banco, assim como os proveitos gerados e o endividamento financeiro, constituem rácios financeiros importantes e determinantes para uma avaliação fidedigna do desempenho do setor bancário.

Por fim, refira-se a importância de rácios como o *Market Value Added* (MVA), que refletem a percepção do mercado em relação à sua capacidade de criar valor, e o *Economic Value Added* (EVA), que traduz a diferença entre o lucro efetivo do banco e o custo de capital necessário para o obter, os quais constituem verdadeiras ferramentas para avaliar a rentabilidade dos bancos. De realçar que estes são apenas alguns dos variados rácios que permitem avaliar o desempenho do setor bancário.

Antunes de Oliveira e Tabak (2004), afirmam que as informações extraídas das demonstrações financeiras têm sido as mais utilizadas nos estudos sobre a eficiência dos bancos, para além das informações operacionais, como o número de empregados e o número de agências.

É verdade que a eficiência das instituições bancárias, de acordo com vários autores, tem sido avaliada através de ferramentas tradicionais de análise financeira. Contudo, a utilização da metodologia DEA tem sido frequentemente utilizada, devido à sua capacidade de fornecer resultados de elevada fidedignidade e de realizar comparações com outros bancos.

No trabalho de Camargo Jr. *et al.* (2004), é analisado e comparado o desempenho de dezanove bancos comerciais de grande dimensão que atuavam no Brasil em 2003. Tal análise é feita sob a abordagem da DEA, que considera o ativo total, as despesas de pessoal e outras despesas administrativas como *inputs*; enquanto que as operações de crédito, as operações de crédito de longo prazo, as aplicações em tesouraria e a rentabilidade da atividade bancária são consideradas como *outputs*. Os resultados obtidos nesse mesmo trabalho, aferem que os bancos mais eficientes são os que têm ativos totais menores e são, igualmente, os que conseguem realizar grandes operações no âmbito da concessão de crédito de longo prazo.

Por sua vez, Santos *et al.* (2004) realizaram um trabalho em que apresentavam uma proposta de formulação do problema de avaliação do desempenho, pelo que, através da utilização da metodologia DEA, procuraram um índice que conjugasse os indicadores financeiros e os não-financeiros na análise do desempenho organizacional. Neste sentido, foram utilizados para análise dezassete dos maiores bancos em atividade no Brasil em 2002, referidos na revista *Exame 500 Maiores e Melhores* (2003), sendo que os dados considerados foram obtidos nessa mesma revista, bem como na revista *Carta Capital*, na edição especial sobre «As empresas mais

admiradas no Brasil» (2002). Estes autores concluíram, então, que o modelo utilizado, desenvolvido a partir da metodologia DEA, conjugou vários indicadores de naturezas diversas num único índice, de modo a analisar o desempenho organizacional. Importa, ainda, realçar que esse mesmo modelo possuía as características de trabalhar diversos dados sem a necessidade de os converter para um padrão comum de unidade e de auxiliar no processo de tomada de decisão através de uma técnica de natureza multicritério.

Segundo o trabalho de Sathye (2002), foram analisadas as mudanças de produtividade em dezassete bancos australianos entre 1995 e 1999, através da técnica DEA, utilizando os custos e as despesas operacionais e não operacionais como *inputs* e as receitas operacionais e não operacionais como *outputs*.

Também Barr *et al.* (2002), afirmam que têm sido realizados vários estudos para avaliar a eficiência de diversas instituições financeiras, principalmente num momento em que os mercados financeiros, a nível mundial, têm sido alvo de várias mudanças. Estes autores realizaram, ainda, um trabalho no âmbito da avaliação do desempenho relativo de alguns bancos comerciais norte-americanos entre 1984 a 1998, em que aplicaram, igualmente, a metodologia DEA a dados extraídos das demonstrações financeiras relativas ao fim do exercício.

Por sua vez, no artigo de Lozano-Vivas *et al.* (2001) é analisada a *performance* bancária na União Europeia (UE), em que é investigada a eficiência dos bancos em cada país e, posteriormente, a eficiência geral em toda a Europa. Também neste caso foi aplicada a metodologia DEA a mais de seiscientos bancos pertencentes a dez países, em que utilizaram os volumes de mão-de-obra e de infraestrutura como *inputs* e os volumes de empréstimos, depósitos e outros ativos como *outputs*.

Como se refere em Liu *et al.* (2013), o setor bancário constitui a área de maior aplicação da metodologia DEA. Deste modo, muitos outros trabalhos de aplicação da DEA ao setor bancário têm surgido na literatura da especialidade. O principal enfoque do presente trabalho reside na aplicação dessa metodologia, mais precisamente de uma sua variante, a esse setor.

Por fim, mas não menos importante, quer sejam utilizados rácios financeiros ou a metodologia DEA para avaliar o desempenho do setor bancário, os objetivos das instituições bancárias centram-se, nomeadamente, em obter a máxima rendibilidade, assim como a máxima liquidez e o mínimo risco associado às suas operações.

3. Metodologia DEA

3.1 Introdução

A metodologia DEA destina-se a avaliar a eficiência relativa de um conjunto de entidades homogêneas, isto é, entidades que utilizam o mesmo tipo de recursos (*inputs*) para produzir o mesmo tipo de produtos (*outputs*). Essas entidades, que podem ser da mais diversa natureza (empresarial, governamental ou social) são, no contexto desta metodologia, referidas como *Decision Making Units* (DMUs). De um modo geral, uma DMU é uma unidade capaz de transformar múltiplos *inputs* em múltiplos *outputs* e cuja *performance* relativa se deseja avaliar.

Como foi referido no capítulo anterior, a metodologia DEA consiste numa técnica não paramétrica baseada na programação matemática, mais precisamente na programação linear, que permite diferenciar as DMUs eficientes das ineficientes e estimar uma fronteira de eficiência através das DMUs eficientes assim como, entre estas, identificar as que são referência (*benchmarks*) para as ineficientes.

Farrell (1957) foi o primeiro autor a abordar o conceito de fronteira não paramétrica que avalia a eficiência técnica através da curva do envelope e defendeu, ainda, que as combinações de *inputs* e *outputs* apenas seriam eficientes caso estivessem na fronteira de produção.

No seu trabalho, intitulado *The Measurement of Productive Efficiency in The Journal of the Royal Statistical Society*, Farrell propõe medir a eficiência de organizações semelhantes, produzindo uma unidade de saída (*output*) ao utilizar duas unidades de entrada (*inputs*), sem recorrer à utilização de funções de produção previamente definidas. Neste mesmo trabalho, Farrell caracterizou a eficiência total decomposta em dois tipos de eficiência: a eficiência técnica e a eficiência alocativa ou de preços. De acordo com o autor, a eficiência técnica mede a capacidade de uma determinada unidade de produção alcançar o nível máximo de produção, utilizando um dado conjunto de *inputs*, ou garantir um dado nível de *outputs* através da utilização da menor quantidade de *inputs*; a eficiência alocativa ou eficiência dos preços permite avaliar a unidade de produção relativamente à utilização dos seus recursos, considerando os preços, como o próprio nome indica.

O trabalho pioneiro de Farrell, entretanto esquecido, foi recuperado, cerca de vinte anos mais tarde, por Edward Rhodes, durante a elaboração da sua tese de doutoramento, supervisionada por W. W. Cooper. Esta tese destinava-se a avaliar os resultados do programa de acompanhamento de estudantes carenciados, na sua maioria estudantes afro-americanos e

hispanicos, em escolas públicas dos Estados Unidos da América (EUA), comparando o desempenho dos alunos de escolas incluídas no programa com o dos alunos de escolas não incluídas nesse programa.

No âmbito dessa tese surgiu, então, o primeiro modelo de programação linear, proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), para medir a eficiência de unidades de produção similares, que utilizam múltiplos recursos (*inputs*) para a obtenção de múltiplos resultados (*outputs*) e, assim, encontrar um indicador que se enquadre no conceito de eficiência de *Pareto-Koopmans*. Uma DMU é *Pareto*-eficiente ou fortemente eficiente se, e só se, não for possível melhorar qualquer *input* ou *output* sem piorar alguns dos outros *inputs* ou *outputs*.

Desde a sua origem em 1978, muito trabalho tem sido desenvolvido no âmbito da metodologia DEA, como o provam as centenas de publicações sobre este tema. Esse trabalho tem incidido no desenvolvimento de novos modelos e métodos que permitem superar insuficiências e limitações de modelos e métodos anteriores e também uma melhor adaptação a situações reais. Para se ter uma ideia da quantidade de trabalho que tem sido produzido, basta consultar Emrouznejad *et al.* (2008) e Liu *et al.* (2013). De acordo com estes últimos autores, a maior parte desse trabalho, cerca de dois terços, inclui aplicações a situações reais. Apesar dessas aplicações reportarem às mais diversas áreas, são as áreas da banca, saúde, agricultura, transporte e educação que constituem o top 5 das aplicações da DEA e representam cerca de 40% do total das aplicações. No entanto, as áreas das finanças e da energia são as que, recentemente, têm tido um crescimento mais elevado. Estes autores apontam três razões para a existência de mais aplicações numa área do que em outras: a necessidade de algumas organizações testarem o efeito das suas políticas; a acessibilidade à obtenção de dados; e os meios editoriais (revistas) para a sua divulgação.

O presente capítulo tem por objetivo apresentar os modelos clássicos da metodologia DEA, que servem de base aos métodos que são apresentados no capítulo 4 para uma variante desta metodologia. Assim, na secção 3.2, apresentam-se os referidos modelos. Na secção 3.3, referem-se algumas vantagens e desvantagens associadas a estes modelos, incluindo as desvantagens que justificam o surgimento da variante da metodologia DEA apresentada no capítulo 4.

3.2 Modelos clássicos da metodologia DEA

Apesar de se basear no trabalho desenvolvido por Farrell (1957), a metodologia DEA foi formalmente iniciada com a apresentação do trabalho desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) que, para o efeito, propuseram um modelo matemático, baseado na programação linear, para a avaliação de entidades homogêneas e independentes, que utilizam múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs*. O modelo proposto considera que essas entidades operam com retornos constante de escala, isto é, uma variação nos *inputs* produz uma variação proporcional nos *outputs*. Este modelo é conhecido na literatura por modelo CCR (Charnes, Cooper e Rhodes) ou modelo CRS (*Constant Returns to Scale*).

Mais tarde, Banker, Charnes e Cooper (1984) generalizaram aquele modelo e propuseram um modelo que considera retornos variáveis de escala, isto é, um modelo em que um incremento nos *inputs* produz um incremento maior ou menor do que o proporcional nos *outputs*. Esse modelo é conhecido na literatura por modelo BCC (Banker, Charnes e Cooper) ou modelo VRS (*Variable Returns to Scale*).

Cada um dos modelos referidos anteriormente contempla duas versões: uma em que o objetivo é minimizar os *inputs* garantindo um determinado nível de *outputs* e outra em que o objetivo é maximizar os *outputs* sem qualquer acréscimo de *inputs*. No primeiro caso, têm-se os modelos orientados para *inputs* e, no segundo caso, têm-se os modelos orientados para *outputs*.

Nas subsecções que se seguem, apresentam-se estas duas versões para cada um dos modelos referidos anteriormente. Atendendo a que o objetivo do presente trabalho é apresentar um estudo sobre a metodologia *Network* DEA baseada em modelos que contemplam retornos variáveis de escala, optou-se por, nesta secção, apresentar em primeiro lugar o modelo BCC, por ser mais geral, e em seguida apresentar o modelo CCR como um caso particular do primeiro.

Para descrever matematicamente os referidos modelos, considere-se que existem n DMUs homogêneas a serem avaliadas e que cada DMU usa m *inputs* e s *outputs*. Mais precisamente, cada DMU_j ($j=1, \dots, n$) utiliza a quantidade X_{ij} do *input* i ($i=1, \dots, m$) para produzir a quantidade Y_{rj} do *output* r ($r=1, \dots, s$); X_{ik} e Y_{rk} designam, respetivamente, as quantidades de *input* e de *output* para a DMU_k ($k \in \{1, \dots, n\}$). Assume-se, ainda, que $X_{ij} \geq 0$, $Y_{rj} \geq 0$ e que para cada DMU existe, pelo menos, um *input* e um *output* com valores positivos.

3.2.1 Modelos clássicos orientados para *inputs*

Como já se referiu, nos modelos orientados para *inputs*, o objetivo consiste em minimizar os *inputs* garantindo um determinado nível de *outputs*. Para além dos parâmetros descritos anteriormente, considerem-se as variáveis de decisão, não negativas, v_i ($i=1,\dots,m$) e u_r ($r=1,\dots,s$) que representam os pesos (ponderadores) associados aos *inputs* e aos *outputs*, respetivamente, e seja u^k a variável real que indica o tipo de retorno de escala, por vezes também referido por fator de escala. O modelo BCC, na forma fracionária, é então dado pelo seguinte modelo de programação fracionária:

$$E_k = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^k}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (3.1)$$

$$s. a. \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u^k}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.4)$$

$$u^k \in \mathbb{R} \quad (3.5)$$

A função objetivo (3.1) fornece o valor da eficiência, E_k , obtido pela maximização do quociente entre a soma ponderada dos *outputs* adicionada do fator de escala e a soma ponderada dos *inputs* para a DMU_k, isto é, para a DMU em avaliação. As restrições (3.2) indicam que esse quociente é não superior a 1 para cada uma das DMUs, incluindo a DMU_k. As restrições (3.3) e (3.4) indicam a natureza, não negativa, das variáveis de decisão. Finalmente, a restrição (3.5) indica a natureza da variável que informa o tipo de retorno de escala em que a DMU_k opera. Assim, se na solução ótima $u^k > 0$, tal significa que a DMU_k opera com retorno crescente de escala; se, por outro lado, $u^k < 0$, então a DMU_k opera com retorno decrescente de escala; finalmente, se $u^k = 0$ tal significa que a DMU_k opera com retorno constante de escala.

Note-se que, em consequência das restrições (3.2), tem-se $E_k \leq 1$, isto é, o índice da eficiência da DMU_k , é menor ou igual a 1. Quando esse índice é menor do que 1 diz-se que a DMU_k é ineficiente; quando é igual a 1 diz-se que a DMU_k está na fronteira de eficiência. Este último caso será clarificado mais à frente.

O modelo (3.1) – (3.5) é um modelo de programação linear fracionária que admite um número infinito de soluções, como se refere por exemplo em Cooper, Seiford e Zhu (2011). De facto, se $(u^*, v^*(u^k)^*)$ é solução ótima então $(\alpha u^*, \alpha v^*, \alpha(u^k)^*)$ é também solução ótima, para todo $\alpha > 0$. Contudo, a transformação de Charnes e Cooper (1962) para problemas de programação linear fracionária, permite seleccionar uma dessas soluções e, deste modo, obter um modelo de programação linear. Assim, igualando a 1 o denominador da função objetivo (3.1), o modelo anterior é equivalente ao modelo de programação linear que se segue.

$$E_k = \max \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^k \quad (3.6)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^m X_{ik} v_i = 1 \quad (3.7)$$

$$-\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + \sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u^k \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.8)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.9)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.10)$$

$$u^k \in \mathbb{R} \quad (3.11)$$

O modelo (3.6) – (3.11) é conhecido como modelo BCC, orientado para *inputs*, na forma dos multiplicadores. Este modelo permite obter o valor da eficiência, dado pela função objetivo, bem como os pesos associados aos *inputs* e *outputs*, dados pelas variáveis de decisão. Informação adicional importante pode ser obtida através do correspondente modelo dual. Para descrever tal modelo, considere-se a variável real θ associada à restrição (3.7) e as variáveis não negativas λ_j ($j = 1, \dots, n$) associadas às restrições (3.8). Tem-se, então, o seguinte modelo de programação linear:

$$\theta^* = \min \theta \quad (3.12)$$

$$s. a. \quad X_{ik}\theta - \sum_{j=1}^n X_{ij}\lambda_j \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.13)$$

$$-Y_{rk} + \sum_{j=1}^n Y_{rj}\lambda_j \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.14)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (3.15)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.16)$$

$$\theta \in \mathbb{R} \quad (3.17)$$

O modelo definido por (3.12) – (3.17) é designado na literatura da especialidade por modelo BCC, orientado para *inputs*, na forma do envelope. Da teoria da dualidade sabe-se que o valor da solução ótima deste modelo é igual ao valor da solução ótima do modelo (3.6) – (3.11), isto é, $\theta^* = E_k$. Então θ^* é o índice de eficiência e indica o valor pelo qual os *inputs* de uma DMU ineficiente devem ser multiplicados de modo a que esta se torne eficiente, originando assim uma redução no valor dos seus *inputs*. As restrições (3.13) garantem que essa redução não ultrapassa a fronteira definida pelas DMUs eficientes. Por sua vez, as restrições (3.14) garantem que tal redução não implica uma redução do nível dos *outputs* para a DMU em avaliação. A restrição (3.15) conjuntamente com as restrições (3.16) define a condição de convexidade. As restrições (3.17) indicam a natureza da variável θ .

A interpretação do modelo (3.12) – (3.17) possibilita, assim, uma melhor compreensão relativamente à sua orientação. Este modelo possibilita ainda determinar facilmente o intervalo de variação para os índices de eficiência, como se mostra em Cooper, Seiford e Tone (2007). De facto, o modelo anterior tem sempre uma solução admissível $\theta = 1$, $\lambda_k = 1$ e $\lambda_j = 0$ ($j \neq k$) o que implica $\theta^* \leq 1$. Por outro lado, devido ao facto de os *inputs* e *outputs* serem não negativos e de, pelo menos, um dos *inputs* e um dos *outputs* serem positivos, resulta de (3.14) e (3.13) que $\theta > 0$. Consequentemente, tem-se $0 < \theta^* \leq 1$.

Como foi referido anteriormente, uma DMU_k para a qual $\theta^* < 1$, ou equivalentemente $E_k < 1$, diz-se ineficiente. Se $\theta^* = 1$, ou equivalentemente $E_k = 1$, diz-se que a DMU_k se encontra na fronteira de eficiência e, neste caso, pode ser fortemente eficiente ou fracamente eficiente. A DMU_k diz-se fortemente eficiente quando $\theta^* = 1$ e todas as variáveis de desvio nas restrições

(3.13) e (3.14) são iguais a zero ou, através das condições de complementaridade forte, quando $E_k = 1$ e os pesos associados aos *inputs* e *outputs* são todos positivos. Por outro lado, a DMU_k diz-se fracamente eficiente se $\theta^* = 1$ e existem variáveis de desvios diferentes de zero ou, através das condições de complementaridade, quando $E_k = 1$ e existem pesos iguais a zero. A eficiência fraca é também conhecida como eficiência técnica, eficiência de Farrell ou eficiência radial (Cooper *et al.*, 2007).

A solução ótima do modelo anterior permite ainda obter informação importante, dada pelo valor das variáveis λ_j ($j = 1, \dots, n$). Esses valores permitem identificar o conjunto das $DMUs$ que são referência (*benchmarks*) para uma determinada DMU_k que seja ineficiente e é constituído pelas $DMUs$ cujo valor de λ_j^* é positivo. Um valor de λ_j^* igual a zero significa que a correspondente DMU não é referência para a DMU_k em análise. O conjunto das $DMUs$ de referência pode ser constituído por uma ou mais $DMUs$. Neste último caso, quanto maior for o valor de λ_j^* , maior será a importância da correspondente DMU_j para que uma DMU_k ineficiente se torne em eficiente. Claramente que se uma DMU_k é eficiente, então é referência de si própria, isto é, $\lambda_k = 1$ e $\lambda_j = 0$ para $j \neq k$.

Substituindo no modelo anterior a restrição (3.15) pela desigualdade $\sum_{j=1}^n \lambda_j \geq 1$ obtém-se o modelo do envelope com retornos não crescentes de escala; se, por outro lado, essa restrição for substituída pela desigualdade $\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$ obtém-se o modelo do envelope com retornos não decrescentes de escala, conforme se refere em Cook e Zhu (2005).

Note-se que quando $u^k = 0$, nos modelos (3.1) – (3.5) e (3.6) – (3.11) ou, equivalentemente, a variável u^k é removida desses modelos, obtém-se a forma fracionária e a forma dos multiplicadores, respetivamente, do modelo CCR orientado para *inputs*. Consequentemente, a forma do envelope deste modelo é obtida do modelo (3.12) – (3.17), removendo as restrições (3.15). O exposto mostra que o modelo CCR constitui um caso particular do modelo BCC ou, de outro modo, o modelo BCC é uma generalização do modelo CCR, como foi referido anteriormente.

Comparando os modelos BCC e CCR orientados para *inputs*, na forma do envelope, verifica-se que o conjunto das soluções admissíveis do primeiro modelo é um subconjunto do conjunto

das soluções admissíveis do segundo modelo. Tal implica que o índice da eficiência obtido pelo modelo BCC é sempre não inferior ao índice da eficiência obtido pelo modelo CCR.

3.2.2 Modelos clássicos orientados para *outputs*

Nos modelos orientados para *outputs*, o objetivo é maximizar os *outputs* sem qualquer acréscimo de *inputs*, como foi referido anteriormente. Designando por v^k a variável real que indica o fator de escala, o modelo BCC com orientação para *outputs*, na forma fracionária, é dado pelo seguinte modelo:

$$F_k = \min \frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + v^k}{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} \quad (3.18)$$

$$s. a. \frac{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + v^k}{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.19)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.20)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.21)$$

$$v^k \in \mathbb{R} \quad (3.22)$$

Neste modelo, a função objetivo (3.18) indica a minimização do quociente entre a soma ponderada dos *inputs* adicionada do fator de escala e a soma ponderada dos *outputs* para a DMU_k, isto é, para a DMU em avaliação. As restrições (3.19) indicam que esse quociente é não inferior a 1 para cada uma das DMUs, incluindo a DMU_k. As restrições (3.20) e (3.21) indicam a natureza, não negativa, das variáveis de decisão. Finalmente, a restrição (3.22) indica a natureza da variável que informa o tipo de retorno de escala em que a DMU_k opera. Neste caso, se $v^k > 0$ então DMU_k opera com retorno decrescente de escala; se $v^k < 0$ então a DMU_k opera com retorno crescente de escala; finalmente, se $v^k = 0$ tal significa que a DMU_k opera com retorno constante de escala.

À semelhança do que acontece com a forma fracionária do modelo BCC orientado para *inputs*, também o modelo (3.18) – (3.22) pode ser linearizado usando a transformação de Charnes e

Cooper (1962). Assim, igualando a 1 o denominador da função objetivo (3.18), o modelo anterior é equivalente ao seguinte modelo de programação linear:

$$F_k = \min \sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + v^k \quad (3.23)$$

$$s. a. \sum_{r=1}^s u_r Y_{rk} = 1 \quad (3.24)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i - \sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + v^k \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.25)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.26)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.27)$$

$$v^k \in \mathbb{R} \quad (3.28)$$

O modelo (3.23) – (3.28) constitui a forma dos multiplicadores do modelo BCC orientado para *outputs*. Associando agora a variável real ρ à restrição (3.24) e as variáveis não negativas μ_j ($j = 1, \dots, n$) às restrições (3.8), obtém-se o dual do modelo anterior, dado por:

$$\rho^* = \max \rho \quad (3.29)$$

$$s. a. -X_{ik} + \sum_{j=1}^n X_{ij} \mu_j \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.30)$$

$$Y_{rk} \rho - \sum_{j=1}^n Y_{rj} \mu_j \leq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.31)$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j = 1 \quad (3.32)$$

$$\mu_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.33)$$

$$\rho \in \mathbb{R} \quad (3.34)$$

Este modelo constitui a forma do envelope do modelo BCC orientado para *outputs*. O valor ρ^* indica o valor pelo qual devem ser multiplicados os *outputs* sem aumentar os *inputs*, por forma a que a DMU_k seja eficiente, produzindo, assim, um aumento no valor dos *outputs*. As restrições (3.30) garantem que tal aumento não produz qualquer aumento no valor dos *inputs*.

Por sua vez, as restrições (3.31) garantem que esse aumento não ultrapassa a fronteira de eficiência. A interpretação das restrições (3.32), (3.33) e (3.34) é idêntica à das restrições similares na versão orientada para *inputs*.

Neste caso, tem-se $\rho^* \geq 1$, ou equivalentemente $F_k \geq 1$, pelo que o índice de eficiência é dado por $1/\rho^*$, ou equivalentemente, por $1/F_k$. É claro que neste caso a DMU_k está na fronteira de eficiência quando esses valores são iguais a 1 e é ineficiente quando são superiores a 1, sendo tanto mais ineficiente quanto maior for o valor de ρ^* ou de F_k . No caso de estar na fronteira de eficiência pode, nas condições definidas para o caso orientado para *inputs*, ser fortemente ou fracamente eficiente.

Também neste caso, quando $v^k = 0$ nos modelos (3.18) – (3.22) e (3.23) – (3.28) ou, equivalentemente, a variável v^k é removida desses modelos, obtém-se a forma fracionária e a forma dos multiplicadores, respetivamente, do modelo CCR orientado para *outputs*. Consequentemente, a forma do envelope do modelo CCR orientado para *outputs* é obtida removendo a restrição (3.32) do modelo (3.29) – (3.34).

Tal como acontece com a versão orientada para *inputs* dos modelos BCC e CCR, também na versão orientada para *outputs*, na forma do envelope, verifica-se que o conjunto das soluções admissíveis do modelo BCC é um subconjunto do conjunto das soluções admissíveis do modelo CCR. Neste caso, tal implica que o valor ótimo obtido pelo modelo BCC é sempre não inferior ao valor ótimo obtido pelo modelo CCR. Como, em ambos os casos, o valor da eficiência é dado pelo inverso de cada um daqueles valores, tem-se também que na versão orientada para *outputs*, o índice de eficiência obtido pelo o modelo BCC é sempre não inferior ao obtido pelo modelo CCR. A conjugação deste resultado com o resultado idêntico ao que se verifica na versão orientada para *inputs*, referido anteriormente, permite afirmar que o índice de eficiência obtido por DMUs que operam com retornos variáveis de escala é sempre não inferior ao obtido por DMUs que operam com retorno constante de escala.

De referir que, como se mostra em Cooper, Seiford e Tone (2007), no modelo CCR, o índice de eficiência para uma dada DMU fornecido pela versão orientada para *outputs* é o mesmo que o fornecido pela versão orientada para *inputs*, apesar dessas variantes fornecerem soluções ótimas diferentes, quer na forma dos multiplicadores quer na forma do envelope. Estes autores mostram também que a solução ótima de umas variantes pode ser obtida diretamente da solução ótima da outra variante, tanto na forma dos multiplicadores como na forma do

envelope. De referir, ainda, que o mesmo não acontece relativamente ao modelo BCC devido à presença da variável que indica o fator de escala.

Para terminar esta subsecção, faz-se de seguida uma referência aos tipos de eficiência que os modelos CCR e BCC, quer orientados para *inputs* quer orientados para *outputs*, permitem considerar. De acordo com Cooper *et al.* (2007), tais modelos permitem obter dois tipos de eficiência: a obtida pelo modelo CCR, designada por eficiência técnica global, e a obtida pelo modelo BCC, designada de eficiência técnica pura local. Note-se que se uma DMU é eficiente pelo modelo CCR, também o é pelo modelo BCC e, neste caso, diz-se que é totalmente eficiente ou que está a operar no comprimento de escala mais produtivo. Se, por outro lado, uma DMU é eficiente pelo modelo BCC, mas não o é pelo modelo CCR, então diz-se que essa DMU está a operar de modo eficiente localmente, mas não globalmente devido a comprimento de escala da DMU. Deste modo, aqueles autores definiram a eficiência de escala (E_e) como o quociente entre o valor da eficiência obtido pelo modelo CCR (E_{CCR}) e o obtido pelo modelo BCC (E_{BCC}), isto é,

$$E_e = \frac{E_{CCR}}{E_{BCC}} \quad (3.35)$$

Atendendo a que $E_{CCR} \leq E_{BCC}$, tem-se que a eficiência de escala é menor ou igual a 1. Se uma DMU é eficiente perante retornos constantes de escala, então a eficiência de escala é igual a 1. Se uma DMU é ineficiente perante retornos constantes de escala, mas é eficiente perante retornos variáveis de escala, então a eficiência de escala é inferior a 1 e tal indica que essa DMU não está a operar no comprimento de escala mais produtivo, isto é, na produtividade máxima.

A expressão (3.35) pode ser escrita do seguinte modo:

$$E_{CCR} = E_{BCC} \times E_e \quad (3.36)$$

ou,

$$\text{Eficiência técnica} = \text{Eficiência técnica pura} \times \text{Eficiência de escala} \quad (3.37)$$

Esta decomposição da eficiência técnica permite identificar as origens de ineficiência de uma DMU, mais concretamente se essa ineficiência é causada por ineficiência de operação da

própria DMU, dada pela eficiência técnica pura, ou se é causada por condições desvantajosas de operação, dada pela eficiência de escala, ou, ainda, se é causada por ambas.

3.3 Vantagens e desvantagens dos modelos clássicos

A metodologia DEA, assente nos modelos tradicionais, apresenta algumas vantagens das quais se referem as seguintes:

- constitui uma técnica não paramétrica de fácil interpretação, que possibilita realizar uma avaliação relativa de DMUs que utilizam múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs*, sem a necessidade de se definir, *a priori*, uma função de produção;
- permite flexibilidade na determinação dos pesos associados aos *inputs* e aos *outputs*, traduzida no facto de cada DMU poder escolher os pesos que lhe são mais favoráveis, que se revela importante na identificação das DMUs ineficientes;
- permite definir uma fronteira de eficiência, através das DMUs eficientes e, entre estas, identificar as que são referência (*benchmarks*) para cada uma das DMUs ineficientes, fornecendo ao gestor indicadores que lhe permitam melhorar o desempenho destas últimas;
- permite a utilização de dados relativos aos *inputs* e aos *outputs* da mais variada natureza, não tendo os mesmos que ser de natureza financeira ou passíveis de converter a dados financeiros, pelo que o carácter financeiro não é relevante;
- enorme versatilidade associada à sua aplicação, o que permite que esta possa ser aplicada a todos os tipos de organizações, quer assumam o carácter empresarial, governamental ou social;
- devido ao reduzido número de pressupostos, permite a aplicação a situações onde seria difícil a aplicação de outras metodologias, nomeadamente onde existem relações complexas entre os *inputs* e os *outputs* ou onde existe ausência de preços; e
- pode se aplicada a vários períodos, permitindo a análise da evolução da eficiência empresarial, bem como dos indicadores conducentes a essa mesma evolução.

No entanto, como qualquer outra metodologia, a DEA também apresenta algumas limitações ou desvantagens, como sejam:

- a existência de um elevado número de DMUs eficientes, nomeadamente quando o número de DMUs sob avaliação não é suficientemente grande em comparação com o número total de *inputs* e *outputs*, devido à flexibilidade na determinação dos pesos que, sendo uma vantagem na identificação das DMUs ineficientes, é também uma desvantagem na identificação das eficientes;
- a distribuição irrealista dos pesos que ocorre quando a eficiência de algumas DMUs é atingida à custa de valores bastante elevados para pesos relativos aos *outputs* e/ou de valores bastante baixos para pesos relativos a *inputs*, que normalmente ocorre em simultâneo com a desvantagem referida anteriormente, pelo que as duas se encontram intimamente relacionadas; e
- cada DMU é tratada sem ter em consideração a sua estrutura interna, isto é, cada DMU é vista como uma *black box* que transforma *inputs* em *outputs*, não permitindo identificar as origens de ineficiência no caso das DMUs ineficientes.

Como é evidente, com vista a superar estas e outras limitações e adaptar esta metodologia às mais variadas situações, muito trabalho tem sido desenvolvido no âmbito da DEA. Esse trabalho tem incidido, essencialmente, no desenvolvimento de novos modelos e métodos, de novas variantes e na combinação da DEA com outras metodologias. No capítulo que se segue, apresenta-se uma variante da metodologia que tem por objetivo responder à última limitação que foi referida.

4. Metodologia *Network* DEA

4.1 Introdução

Como foi referido na secção 3.3, uma das desvantagens associada à metodologia DEA é a de cada DMU ser tratada como uma *black box*, onde os *inputs* são transformados em *outputs*, ignorando a sua estrutura interna. Este facto não permite, no caso das DMUs ineficientes, detetar a origem de tal ineficiência, particularmente quando as DMUs operam com sistemas complexos, como acontece em muitas situações reais. Neste caso, revela-se importante para o estudo da *performance* de uma DMU, o estudo da *performance* das componentes que a integram.

Neste capítulo, faz-se uma abordagem a uma variante da metodologia DEA, onde o sistema inerente a uma DMU é decomposto em dois ou mais processos. Assim, na secção 4.2, refere-se a terminologia normalmente usada nesta variante e são apresentados alguns conceitos, assim como algumas aplicações. Na secção 4.3, faz-se uma referência a alguns métodos existentes para o caso em que se consideram retornos variáveis de escala e apresentam-se dois desses métodos, o método independente e o método aditivo.

4.2 Terminologia, conceitos e aplicações

Em muitas aplicações, uma DMU consiste num sistema composto por vários processos, que correspondem a vários níveis ou fases de produção. Em vez de sistema e processo, é comum usar também os termos processo e subprocesso ou, mais raramente, os termos DMU e sub-DMU. Para desenhar as relações entre os vários processos que integram um sistema inerente a uma DMU, é utilizada uma estrutura em rede que pode contemplar três configurações: série, paralelo ou uma mistura das duas. A variante da metodologia DEA que considera esta estrutura é designada por *Network* DEA ou *multi-stage* DEA.

Na estrutura em série, os processos estão ligados sequencialmente e existem *outputs* de um processo que são *inputs* do processo seguinte. Estes *outputs/inputs* são usualmente designados por medidas intermédias. De um modo geral, os processos dizem-se estruturados em série quando cada processo utiliza *inputs* exógenos e *inputs* intermédios, produzidos pelo processo antecedente, para produzir *outputs* exógenos e *outputs* intermédios para o processo subsequente. É claro que no primeiro e no último processo apenas existem *inputs* e *outputs* exógenos, respetivamente.

Na figura 4.1, apresenta-se o esquema geral de um sistema com p processos estruturados em série. A etiqueta I_e^k indica os *inputs* exógenos do processo k enquanto a etiqueta I_i^k se refere aos *inputs* intermédios para o processo k . Similarmente, O_e^k indica os *outputs* exógenos para o processo k e O_i^k refere-se aos *outputs* intermédios para o referido processo.

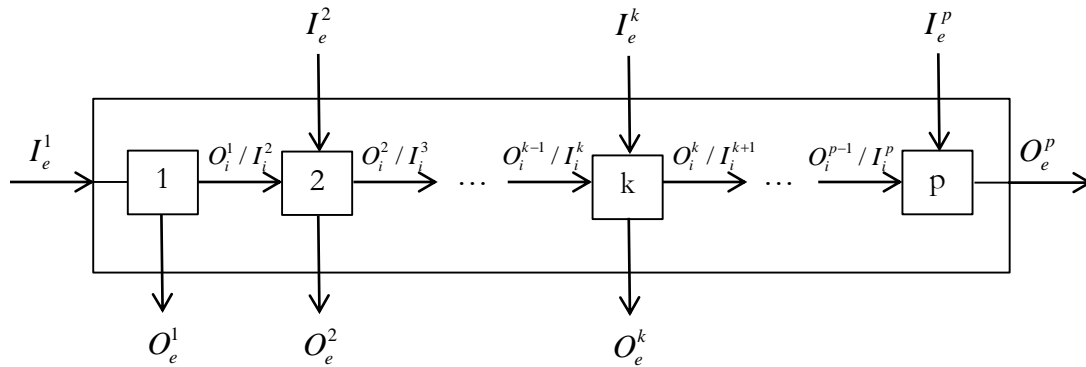


Figura 4.1 - Representação esquemática de uma estrutura em série.

Fonte: Adaptado de Kao (2014).

De acordo com Ebrahimnejad, Tavana, Lofti, Shaverdi e Yousefpour (2014), os modelos da metodologia *Network* DEA estruturados em série podem classificar-se em duas categorias: a dos modelos de sistemas fechados, onde apenas existem *inputs* e *outputs* exógenos no primeiro e no último processo, respetivamente; e a dos modelos de sistemas abertos, em que podem existir *inputs* e/ou *outputs* exógenos em cada um dos processos que compõem o sistema.

Os processos dizem-se estruturados em paralelo, quando os *inputs* e os *outputs* são independentes em cada processo. Neste tipo de estrutura não existem medidas intermédias, pelo que os *inputs* e *outputs* são todos exógenos. Na figura 4.2, apresenta-se o esquema geral de um sistema com p processos estruturados em paralelo.

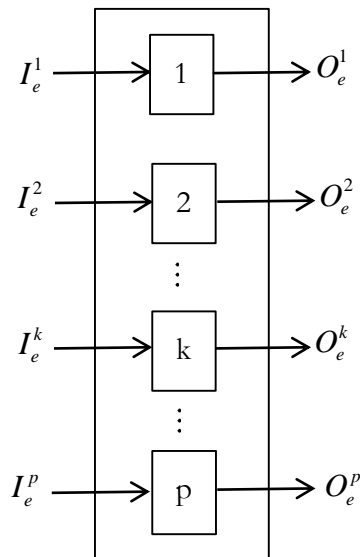


Figura 4.2 – Representação esquemática de uma estrutura em paralelo.

Fonte: Adaptado de Kao (2014).

Os processos que integram um sistema dizem-se possuir uma estrutura mista quando, não estando estruturados em série ou em paralelo, contemplam uma mistura destas duas estruturas.

É evidente que, na metodologia *Network* DEA, um sistema pode ser decomposto num qualquer número finito de processos. No entanto, tanto a nível teórico como a nível de aplicações práticas, a maior parte de trabalho que tem sido desenvolvido no âmbito da *Network* DEA considera o caso em que um sistema é decomposto em dois processos e é usualmente denominado por *Network Two-Stage* DEA ou, apenas, *Two-Stage* DEA. Mais precisamente, esse trabalho tem incidido no caso em que os dois processos, que integram o sistema, são estruturados em série e em que os *outputs* do primeiro processo são os *inputs* do segundo processo.

Na próxima secção, apresenta-se um estudo sobre alguns métodos para calcular os índices de eficiência na *Network Two-Stage* DEA, quando os sistemas operam sob retornos variáveis de escala. Antes de apresentar o referido estudo, referem-se algumas aplicações deste caso particular da metodologia *Network* DEA.

A metodologia *Network Two-Stage* DEA tem sido objeto de inúmeras aplicações em diversas áreas, à semelhança do que acontece com a metodologia DEA. Seiford e Zhu (1999), consideraram o sistema de produção de um banco comercial decomposto em dois processos,

rentabilidade e liquidez, e utilizaram esta metodologia para avaliar a eficiência de cinquenta e cinco bancos comerciais dos EUA e para detetar as origens da ineficiência. No primeiro processo, ou seja, para avaliar a rentabilidade, foram usados o número de funcionários, os ativos e o património líquido como *inputs*, enquanto que as receitas e os lucros obtidos como *outputs*. No segundo processo, para avaliar a liquidez, foram utilizados como *inputs* as receitas e os lucros obtidos e como *outputs* o valor de mercado, o retorno total para os investidores e o lucro por ação.

Mais tarde, Zhu (2000) utilizou a mesma ideia para avaliar a eficiência, em termos financeiros, das quinhentas melhores empresas que constavam na revista *Fortune*.

Kao e Hwang (2008) e Chen, Cook, Li e Zhu (2009) aplicaram a técnica *Two-Stage* DEA à indústria dos seguros, mais precisamente à avaliação da eficiência de vinte e quatro companhias de seguros do ramo não vida em Taiwan, onde o sistema de produção foi, também, decomposto em dois processos, aquisição de prémio e geração de lucro. Como *inputs* do primeiro processo, foram consideradas as despesas de funcionamento, que incluem os salários dos funcionários, assim como os vários tipos de custos que ocorrem diariamente no funcionamento das companhias, e as despesas de seguros, que correspondem às despesas pagas às agências, corretoras, advogados e outras despesas relacionadas com a divulgação do serviço de seguros. Por sua vez, como *outputs* do primeiro processo, foram considerados os prémios de seguro direto, recebidos de clientes segurados, e os prémios de resseguro, recebidos de empresas cedentes. Estes *outputs* do primeiro processo foram utilizados como *inputs* do segundo processo, de modo a gerar como *outputs* o lucro operacional, obtido através da comercialização de seguros, e o lucro de investimento, obtido através da carteira de investimento, como o próprio nome indica.

Como se refere em Kao e Hwang (2008) e Cook e Zhu (2014), outros exemplos de aplicação da técnica *Network Two-Stage* DEA são a avaliação do desempenho de programas de cuidados de saúde (Schinnar, Kamis-Gould, Delucia e Rothbard, 1990; e Chilingerian e Sherman, 2004), a avaliação do desempenho do setor da educação (Lovell et al., 1994), a avaliação do desempenho das equipas da American Major League Baseball (Sexton and Lewis, 2003) e a avaliação das tecnologias de informação (Chen e Zhu, 2004; e Chen et al., 2006).

4.3 Métodos *Network Two-Stage* DEA para retornos variáveis de escala

Vários métodos têm sido propostos, no âmbito da metodologia *Network Two-Stage* DEA, para calcular o índice de eficiência, quer do sistema quer de cada um dos processos inerentes a uma DMU. Entre esses métodos destacam-se o método independente, o método multiplicativo e o método aditivo.

O método independente constitui a maneira mais simples de calcular aqueles índices, onde o sistema e os processos inerentes a uma DMU são tratados de forma independente. Em consequência, o método pode ser usado tanto em situações onde se consideram retornos constantes de escala, como naquelas em que se consideram retornos variáveis de escala, isto é, este método pode ser aplicado usando o modelo CCR ou o modelo BCC apresentados no capítulo anterior. Este método foi usado, por exemplo, no trabalho desenvolvido por Seiford e Zhu (1999) e referido anteriormente.

Contrariamente ao método independente, o método multiplicativo, proposto por Kao e Hwang (2008), calcula os índices de eficiência do sistema e dos processos de forma integrada. Mais precisamente, o índice de eficiência do sistema é igual ao produto dos índices de eficiência de cada processo. Neste método, os modelos propostos são baseados no modelo clássico CCR, isto é, o método foi desenvolvido para o caso de retornos constantes de escala e consideram-se os sistemas fechados, ou seja, sistemas onde os *outputs* do primeiro processo constituem na sua totalidade todos os *inputs* do segundo processo e assume-se que os pesos associados a esses *outputs* e *inputs* são iguais. Como se refere, por exemplo, em Chen, Cook, Li e Zhu (2009), esta última condição serve para garantir a interação entre os dois processos, pois sem ela a resolução do modelo proposto é equivalente à aplicação do modelo CCR a cada um dos processos. Estes pressupostos são considerados nos métodos que se referem de seguida.

Chen, Cook, Li e Zhu (2009) consideram o método proposto por Kao e Hwang (2008) limitativo por não poder ser aplicado a situações em que se consideram retornos variáveis de escala. Em consequência, propuseram também um método relacional, mas em que o índice de eficiência global é obtido através da soma ponderada dos índices de cada processo, que designaram por método aditivo. Este método difere do método multiplicativo, proposto por Kao e Hwang (2008), não só pela forma como o índice de eficiência global de uma DMU é decomposto, mas também por poder ser aplicado em situações que consideram retornos variáveis de escala.

Contrariando Chen et al. (2009), Wang e Chin (2010) mostram que o método multiplicativo, proposto por Kao e Hwang (2008), pode ser estendido para o caso de retornos variáveis de escala, em que no primeiro processo o modelo é orientado para *inputs*, enquanto no segundo o modelo é orientado para *outputs*. Estes autores apresentam, ainda, um método em que o índice da eficiência global é obtido como média harmónica ponderada dos índices obtidos em cada processo. Nesse trabalho, os autores mostram também que o método aditivo proposto por Chen et al. (2009) pode ser generalizado, de modo a ter em conta a importância relativa dos dois processos que integram o sistema.

Kao e Hwang (2011) estenderam o seu método multiplicativo por forma a decompor a eficiência do sistema no produto da eficiência técnica pela eficiência de escala, onde, por sua vez, as eficiências técnica e de escala do sistema são iguais aos produtos das correspondentes eficiências técnica e de escala de cada processo, respetivamente. Para o efeito, os autores consideraram modelos orientados para *inputs* no primeiro processo e modelos orientados para *outputs* no segundo processo, separando a eficiência em eficiência técnica e eficiência de escala em cada processo.

Como o objetivo principal deste trabalho incide no estudo da metodologia *Network Two-Stage* DEA, considerando retornos variáveis de escala, nas subsecções seguintes apresentam-se dois dos métodos que consideram este tipo de retornos escala, mais concretamente o método independente e o método aditivo. Dada a similaridade existente entre os dois tipos de orientação (*inputs* e *outputs*) em cada um destes dois métodos, optou-se por apresentar, nessas subsecções, apenas as versões orientadas para *inputs*. Contudo, as versões orientadas para *outputs* desses métodos são apresentadas nos apêndices A e B.

Para descrever esses métodos, considere-se de novo que existem n DMUs a serem avaliadas e que cada DMU_j ($j=1,\dots,n$) consome a quantidade X_{ij} do *input* i ($i=1,\dots,m$) e produz a quantidade Y_{rj} do *output* r ($r=1,\dots,s$). Suponha-se, ainda, que o sistema de produção em cada DMU é composto de dois processos estruturados em série, como se representa na figura 4.3, para o caso de uma DMU genérica j . Para além dos m *inputs* e dos s *outputs* exógenos, existem Z_{dj} produtos intermédios ($d=1,\dots,D$), que são, simultaneamente, *outputs* do primeiro processo e *inputs* do segundo processo. Estes d *outputs/inputs* são usualmente referidos como medidas intermédias, como mencionado anteriormente.

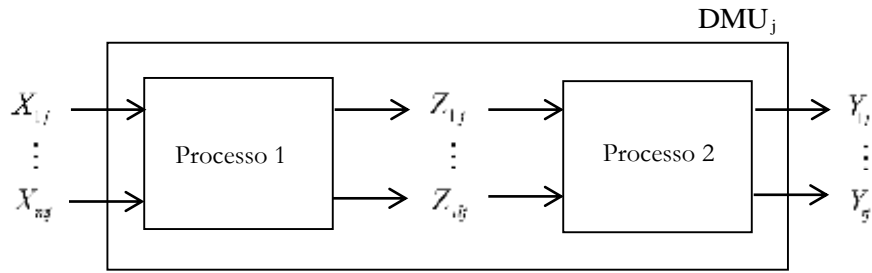


Figura 4.3 – Representação esquemática do sistema de produção de uma DMU em série.

Fonte: Adaptado de Kao e Hwang (2008).

4.3.1 Método Independente

No método independente ou tradicional, os índices de eficiência em cada processo e no sistema são obtidos usando os modelos clássicos apresentados no capítulo anterior. Neste trabalho, apresenta-se o método baseado no modelo BCC com orientação para *inputs*. Para tal, considerem-se, para além dos parâmetros descritos no início desta secção, as variáveis de decisão, não negativas, v_i ($i=1, \dots, m$) e w_d ($d=1, \dots, D$), que representam os pesos associados aos *inputs* e *outputs*, respetivamente, do processo 1 e a variável real u^1 que indica o fator de escala. O modelo BCC orientado para *inputs*, na forma fracionária, que permite a obtenção do índice de eficiência da DMU_k no processo 1, é dado por:

$$E_k^1 = \max \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + u^1}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (4.1)$$

$$s. a. \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d + u^1}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.2)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.3)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.4)$$

$$u^1 \in \mathbb{R} \quad (4.5)$$

Considerem-se agora as variáveis, não negativas, \tilde{w}_d ($d=1,\dots,D$) e u_r ($r=1,\dots,s$) para representar os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* do processo 2, respetivamente, e a variável u^2 que indica o tipo de retorno de escala neste processo. A forma fracionária do referido modelo que permite determinar o índice de eficiência neste processo da DMU_k é dada pelo seguinte modelo:

$$E_k^2 = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^2}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} \tilde{w}_d} \quad (4.6)$$

$$s. a. \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u^2}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} \tilde{w}_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.7)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.8)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.9)$$

$$u^2 \in \mathbb{R} \quad (4.10)$$

O índice de eficiência global da DMU_k é obtido usando os *inputs* do processo 1 e os *outputs* do processo 2, isto é, ignorando as medidas intermédias. Assim, considerando a variável u^0 para indicar o tipo de retorno de escala, a forma fracionária do modelo BCC orientado para *outputs*, que permite calcular esse índice, é dada pelo seguinte modelo:

$$E_k = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^0}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (4.11)$$

$$s. a. \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_j + u^0}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.12)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.13)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.14)$$

$$u^0 \in \mathbb{R} \quad (4.15)$$

Na sequência do que foi referido capítulo 3, os modelos anteriores podem ser linearizados e, deste modo, obter modelos que permitem facilmente calcular os índices de eficiência de cada um dos processos, assim como o índice de eficiência global.

Como se referiu anteriormente, no método independente, os índices da eficiência global e de cada processo são calculados de modo independente, não existindo qualquer relação matemática entre estes índices. Na subsecção seguinte, apresenta-se um método onde existe uma tal relação, mais precisamente onde o índice de eficiência global de uma DMU é decomposto numa soma ponderada dos índices de eficiência dos processos que integram essa DMU.

4.3.2 Método Aditivo

Contrariamente ao método independente apresentado anteriormente, o método aditivo proposto por Chen, *et al.* (2009) permite incorporar a interação entre os dois processos. Para descrever este método, os autores assumem que os pesos associados aos *outputs* do primeiro processo e aos *inputs* do segundo processo são iguais, isto é, $w_p = \tilde{w}_p$, e utilizam os modelos CCR e BCC orientados para *inputs* para descrever o método que propõe. Neste trabalho, este método é apresentado, de seguida, utilizando o modelo BCC orientado para *inputs*.

De acordo com Chen, *et al.* (2009), a função objetivo do modelo que permite obter a eficiência global é dada pela soma ponderada dos quocientes que permitem obter a eficiência de cada processo, ou seja, é dada pela expressão:

$$t_1 \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} W_d + u^A}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} + t_2 \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} W_d} \quad (4.16)$$

onde t_1 e t_2 são ponderadores tais que $t_1 + t_2 = 1$.

A eficiência global do sistema inerente à DMU_k poderia então ser obtida através do seguinte modelo de programação fracionária:

$$E_k = \max \left(t_1 \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} W_d + u^A}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} + t_2 \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} W_d} \right) \quad (4.17)$$

$$s. a. \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d + u^A}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.18)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.19)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.20)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.21)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.22)$$

$$u^A, u^B \in \mathbb{R} \quad (4.23)$$

A aplicação da transformação de Charnes e Cooper (1962) ao modelo (4.17) - (4.23) não permite obter um modelo de programação linear, como se mostra em Chen, et al. (2009). Para contornar este problema, os autores propuseram uma escolha adequada de t_1 e t_2 baseada na interpretação destes, isto é, no facto de representarem a *performance* de cada um dos processos 1 e 2 para obter a *performance* global de uma dada DMU_k. Argumentando que o “comprimento” de um processo reflete essa contribuição e que uma razoável representação desse “comprimento” é dada pela porção de *inputs* usados por esse processo. Chen, et al. (2009) definiram t_1 e t_2 do seguinte modo:

$$t_1 = \frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.24)$$

$$e \quad t_2 = \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.25)$$

Nesta definição, o denominador da fração que surge no segundo membro das igualdades (4.24) e (4.25) representa o comprimento total dos *inputs* dos dois processos, enquanto os numeradores representam o comprimento dos *inputs* nos processos 1 e 2, respetivamente.

Substituindo, na função objetivo (4.17), t_1 e t_2 pelos segundos membros de (4.24) e (4.25), respetivamente, o modelo anterior dá origem ao seguinte modelo:

$$E_k = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^A + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + u^B}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.26)$$

$$s. a. \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d + u^A}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.27)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.28)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.29)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.30)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.31)$$

$$u^A, u^B \in \mathbb{R} \quad (4.32)$$

Este modelo pode agora ser transformado num modelo de programação linear, usando a transformação de Charnes e Cooper (1962). Para o efeito, sejam:

$$q = \frac{1}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.33)$$

$$\pi_d = q w_d \quad (4.34)$$

$$\mu_r = qu_r \quad (4.35)$$

$$\omega_i = qv_i \quad (4.36)$$

$$u^1 = qu^A \quad (4.37)$$

$$u^2 = qu^B \quad (4.38)$$

Usando então as relações anteriores, o modelo (4.26) - (4.32) é equivalente ao seguinte modelo de programação linear:

$$E_k = \max \left(\sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + u^1 + \sum_{r=1}^s Y_{rj} \mu_r + u^2 \right) \quad (4.39)$$

$$s. a. \quad \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i + u^1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.40)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} \mu_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d + u^2 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.41)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.42)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.43)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.44)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.45)$$

$$u^1, u^2 \in \mathbb{R} \quad (4.46)$$

A solução ótima do modelo anterior, cujo valor é E_k , permite também obter os valores de E_k^1 e E_k^2 e, deste modo escrever E_k como uma soma ponderada de E_k^1 e E_k^2 de acordo com (4.16). Note-se que os valores de t_1 e t_2 são também obtidos a partir da solução ótima deste modelo de acordo com (4.24) e (4.25) e usando as relações (4.33) – (4.35).

O modelo (4.39) - (4.46) pode ter soluções ótimas alternativas e, deste modo, a decomposição de E_k pode não ser única. Para contornar este problema, Chen, *et al.* (2009) utilizaram o procedimento proposto por Kao e Hwang (2008) que considera prioridades relativas a cada processo, atribuídas pelo decisor. Assim, se o decisor atribuir uma prioridade mais elevada ao processo 1, aqueles autores propõem, num primeiro passo, resolver o modelo que se segue, depois de obtido o valor de E_k através do modelo (4.39) - (4.46).

$$E_k^{1+} = \max \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + u^A}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (4.47)$$

$$s. a. \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d + u^A}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.48)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.49)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + u^A + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} = E_k \quad (4.50)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.51)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.52)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.53)$$

$$u^A, u^B \in \mathbb{R} \quad (4.54)$$

De novo, através da transformação de Charnes e Cooper (1962), isto é, usando as relações (4.33) – (4.38) onde (4.33) é substituída por:

$$q = \frac{1}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (4.55)$$

obtém-se o seguinte modelo de programação linear, equivalente ao modelo anterior:

$$E_k^{1+} = \max \sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + u^1 \quad (4.56)$$

$$s. a. \quad \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i + u^1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.57)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} \mu_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d + u^2 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.58)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} \mu_r - E_k \sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i + u^1 + u^2 = E_k \quad (4.59)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.60)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.61)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.62)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.63)$$

$$u^1, u^2 \in \mathbb{R} \quad (4.64)$$

O sinal +, que surge no índice superior de E_k^{1+} , significa que o decisor atribui uma prioridade mais elevada ao processo 1. Na sequência, o correspondente valor para o processo 2 é denotado por E_k^{2-} e é calculado, num segundo passo, através da expressão:

$$E_k^{2-} = \frac{E_k - t_1^* E_k^{1+}}{t_2^*} \quad (4.65)$$

onde t_1^* e t_2^* representam os ponderadores ótimos obtidos do modelo (4.39) - (4.46), através de (4.24) e (4.25), e usando as relações (4.33) – (4.35), como já foi referido.

Alternativamente, se o decisor atribuir uma prioridade mais elevada ao processo 2, então começa-se por calcular o conjunto de multiplicadores que produz o maior valor de E_k^2 , na sequência designado por E_k^{2+} , mantendo o valor E_k . Tal é conseguido usando o modelo anterior, modificando adequadamente a função objetivo (4.68), isto é, usando o modelo que se segue.

$$E_k^{2+} = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.66)$$

$$s. a. \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d + u^A}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.67)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.68)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + u^A + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u^B}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} = E_k \quad (4.69)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.70)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.71)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.72)$$

$$u^A, u^B \in \mathbb{R} \quad (4.73)$$

Usando, mais uma vez, a transformação de Charnes e Cooper (1962), isto é, usando as relações (4.33) – (4.38), onde agora (4.33) é substituída por:

$$q = \frac{1}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.74)$$

o modelo anterior é equivalente ao seguinte modelo de programação linear:

$$E_k^{2+} = \max \sum_{r=1}^s Y_{rk} \mu_r + u^2 \quad (4.75)$$

$$s. a. \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i + v^1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.76)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} \mu_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d + u^2 \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.77)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} \mu_r - E_k \sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i + u^1 + u^2 = E_k \quad (4.78)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.79)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.80)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.81)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.82)$$

$$u^1, u^2 \in \mathbb{R} \quad (4.83)$$

De seguida, similarmente ao que foi feito no caso anterior, calcula-se o valor de E_k^{1-} através da expressão:

$$E_k^{1-} = \frac{E_k - t_2^* E_k^{2+}}{t_1^*} \quad (4.84)$$

Note-se que, como se refere em Chen, *et al.* (2009), se $E_k^{1-} = E_k^{1+}$ ou $E_k^{2-} = E_k^{2+}$, então a decomposição de E_k é única, isto é, a solução ótima do modelo (4.39) – (4.46) é única.

O método aditivo, acabado de descrever, pode também ser desenvolvido de forma similar para o caso de se considerar a orientação para *outputs*. Basta, para o efeito, usar o modelo BCC orientado para *outputs* e alterar adequadamente as expressões relativas aos ponderadores t_1 e t_2 assim como a expressão que envolve o valor de q na transformação de Charnes e Cooper (1962). Note-se que, neste caso, t_1 e t_2 refletem a porção de *outputs* gerados em cada um dos processos 1 e 2. Esta versão é, como já foi referido anteriormente, apresentada no apêndice B.

Obviamente que este método pode também ser desenvolvido usando o modelo CCR e considerando qualquer um dos dois tipos de orientação. Aliás, basta notar que igualando a zero as variáveis que indicam o fator de escala em cada processo, obtém-se o método baseado no modelo CCR.

5. Estudo de um caso prático

5.1 Introdução

No capítulo 4, foram apresentados alguns métodos da *Network Two-Stage* DEA para o caso de retornos variáveis de escala, baseados no modelo clássico BCC que, por sua vez, foi apresentado no capítulo 3. Neste capítulo, apresenta-se uma aplicação desses métodos a uma situação real, mais especificamente à avaliação do desempenho de vinte instituições bancárias que operavam em Portugal no ano de 2014. Assim, na secção 5.2, apresentam-se os dados relativos aos *inputs* e aos *outputs*, refere-se a forma como esses dados foram obtidos e a escolha dos modelos para aplicação prática. Por fim, na secção 5.3, são apresentados os resultados obtidos através desses métodos, bem como a respetiva análise.

5.2 Seleção dos dados e escolha dos modelos

Para este estudo, foram utilizados os dados relativos às instituições bancárias que operavam em Portugal no ano de 2014, disponibilizados pela Associação Portuguesa de Bancos (APB), que é a principal entidade representativa do setor bancário em Portugal. Estes dados apresentavam-se discriminados por instituição bancária, através dos balanços, das demonstrações de resultados e da evolução dos recursos humanos. Foram, igualmente, utilizadas informações sobre os resultados por ação de cada instituição bancária, que apenas se encontravam disponíveis nos respetivos relatórios e contas desse mesmo ano.

Importa referir que, no presente estudo, não existe qualquer tipo de diferenciação entre os bancos comerciais e os bancos de investimento, pelo que ambos os tipos de bancos são considerados.

Embora os dados disponibilizados pela APB respeitem a trinta instituições bancárias no total, o presente estudo incide apenas sobre vinte dessas trinta instituições, uma vez que a maioria dos dados relativos às restantes dez instituições, apresentavam valores nulos, em muitos dos seus parâmetros.

Para utilização da metodologia *Network Two-Stage* DEA, em que os *outputs* da primeira fase são os *inputs* da segunda fase, a escolha dos *inputs* e *outputs* foi feita considerando o processo de produção de um banco, usado por Seiford e Zhu (1999), e que é representado esquematicamente na figura 5.1. Assim, para o primeiro processo, foram escolhidos para *inputs* o número de funcionários, o ativo (em milhares de euros) e o património líquido (em milhares

de euros), enquanto para *outputs* foram escolhidos o resultado líquido e o crédito a clientes, ambos expressos em milhares de euros. Por sua vez, para o segundo processo, os *inputs* são os *outputs* do primeiro processo e os *outputs* são os resultados por ação (em euros) e a margem financeira (em milhares de euros).

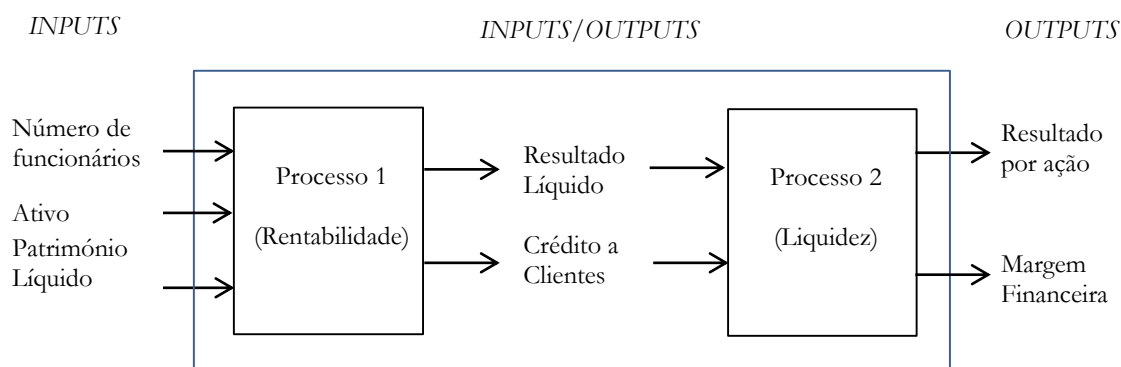


Figura 5.1 – Sistema de produção de um banco decomposto em dois processos.

Fonte: Adaptado de Seiford and Zhu (1999).

Para a análise que se pretende, é importante considerar o número de funcionários, uma vez que corresponde ao número de pessoas que se encontram, efetivamente, ao serviço e constitui um fator influenciador da gestão de cada instituição bancária. Quanto ao ativo, segundo o SNC, é um recurso controlado pela entidade com resultado de acontecimentos passados e do qual se espera que fluam para a entidade benefícios económicos futuros. O património líquido, também designado como capital próprio, corresponde à diferença entre os ativos e os passivos das instituições bancárias, isto é, a diferença entre aquilo que as instituições possuem e aquilo que devem a terceiros. O património líquido é composto pelo capital social, pelas reservas, pelas prestações suplementares e pelos resultados transitados. Por sua vez, o resultado líquido diz respeito ao lucro ou ao prejuízo de uma dada instituição, num determinado período de tempo, após a dedução dos impostos incidentes. Relativamente ao crédito a clientes, segundo a APB, o banco empresta uma dada quantia de dinheiro a um determinado cliente, adquirindo assim o direito de receber desse mesmo cliente o valor em dívida, quer seja através de uma ou de várias prestações, em datas futuras, acrescido do preço fixado para esse serviço, ou seja, a taxa de juro. Dada a sua estrutura complexa de capital, as instituições bancárias devem apresentar o resultado por ação básico e o resultado por ação diluído na demonstração de resultados, que constam nos respetivos relatórios e contas. O resultado por ação básico diz respeito ao quociente entre o resultado atribuível aos acionistas ordinários e a quantidade média ponderada de ações ordinárias em circulação durante o

período. Por sua vez, o resultado por ação diluído, reflete ainda o efeito de todas as potenciais ações ordinárias diluidoras, dentro do qual se inclui, por exemplo, o efeito das obrigações convertíveis. Note-se que as potenciais ações ordinárias são diluidoras quando originam uma redução no resultado por ação básico de operações continuadas ao serem convertidas. Os dados apresentados quanto ao resultado por ação, referem-se ao resultado por ação básico. Por último, a margem financeira é um conceito bastante utilizado pelas instituições bancárias, uma vez que resulta da diferença entre os juros cobrados pelos créditos concedidos e os juros pagos aos aforradores pelos montantes que estes depositam nos bancos. Os juros cobrados são calculados através da taxa de juro ativa, enquanto os juros pagos são calculados através da taxa de juro passiva.

Alguns dos dados recolhidos relativos aos *inputs* e *outputs*, apresentavam valores negativos, conforme apresentado nos apêndices C e D. Contudo, de acordo com o exposto anteriormente, na metodologia DEA, bem como da sua variante *Network Two-Stage* DEA, assume-se que esses dados são não negativos. Assim, para contornar esta limitação, e de modo a considerar estes dados no presente estudo, foi adicionado o valor de 1.139.321 (em milhares de euros) ao resultado líquido de todas as instituições bancárias em análise. Este valor corresponde ao simétrico do valor mais negativo referente ao resultado líquido dessas mesmas instituições, ao qual foi ainda adicionado o valor de 1 (em milhares de euros), de modo a obter todos os valores positivos. À semelhança do resultado líquido, também os *outputs* da segunda fase, ou seja, o resultado por ação e a margem financeira, apresentavam valores negativos. Usando o mesmo procedimento, foi, então, adicionado o valor de 1,671 (em euros) ao resultado por ação e o valor de 2 (em milhares de euros) à margem financeira para todas as instituições bancárias em análise.

Estes valores relativos aos *inputs* e aos *outputs* no ano de 2014, constam da tabela 5.1, onde na primeira coluna se identificam as DMUs, nas três seguintes indicam-se os *inputs* do primeiro processo, nas quinta e sexta colunas indicam-se as medidas intermédias e nas duas últimas indicam-se os *outputs* do segundo processo.

Tabela 5.1 – Dados relativos aos *inputs* e aos *outputs*.

DMUs	Número de funcionários (X ₁)	Ativo (X ₂)	Património Líquido (X ₃)	Resultado Líquido (Z ₁)	Crédito a Clientes (Z ₂)	Resultado por Ação (Y ₁)	Margem Financeira (Y ₂)
01 - Banco BIC	1.441	6.110.034	381.239	1.140.465	3.463.829	1,691	103.002
02 - Banco BPI	5.923	37.316.797	1.422.426	922.142	21.543.072	1,786	419.388
03 - Millennium bcp	7.548	57.406.596	2.876.387	454.897	36.760.931	1,676	425.042
04 - BII	0	2.277.050	150.180	1.199.954	1.636.543	1,821	1.273
05 - BIG	189	1.458.812	260.656	1.221.662	136.158	2,461	25.122
06 - Finantia	147	1.832.024	337.951	1.168.599	114.527	1,673	39.912
07 - Invest	124	646.056	76.526	1.156.711	178.130	1,673	12.744
08 - Banif	1.916	14.152.885	680.988	776.304	6.830.774	1,673	130.752
09 - Banif Inv.	42	332.840	25.637	1.110.977	94.921	0,001	3.183
10 - Banif Mais	215	561.747	242.820	1.168.147	423.214	1,791	32.570
11 - Montepio	3.886	25.117.863	1.466.362	982.015	14.655.839	0,886	294.274
12 - CGD	8.858	90.857.544	3.777.442	1	55.200.604	2,641	558.498
13 - BBVA	606	5.198.608	220.223	1.075.465	4.646.569	1,551	50.168
14 - Popular	1.299	8.405.848	703.205	1.141.604	5.458.783	1,676	124.725
15 - Sant. Consumer	168	1.347.517	123.770	1.143.509	820.824	1,811	20.964
16 - Santander Totta	5.272	39.994.424	1.918.640	1.273.794	25.624.330	1,891	495.129
17 - BB	95	542.472	57.616	1.142.215	364.697	2,656	6.583
18 - Barclays	1.445	14.520.758	397.263	1.020.245	6.182.098	2,371	261.050
19 - BNP	84	859.457	60.358	1.148.946	336.479	1,676	14.220
20 - BNP SS	867	14.713	1.562	1.140.883	0	1,687	1

Fonte: Elaboração própria.

No sentido de calcular o índice de eficiência de cada DMU, tanto global como de cada processo, utilizou-se a metodologia *Network Two-Stage* DEA, mais precisamente os métodos independente e aditivo, considerando as duas orientações, para *inputs* e para *outputs*. Deste modo, é possível realizar uma análise para ambos os cenários, ou seja, para um cenário de redução de custos, resultante, por exemplo, de situações de crise ou de um contexto desfavorável, ou para um cenário de expansão, resultante, por exemplo, de uma estratégia de crescimento económico ou de um contexto económico favorável.

5.3 Resultados e respetiva análise

Na presente secção, são apresentados os resultados obtidos pelos métodos independente e aditivo, baseados no modelo BCC com orientação para *inputs* e para *outputs*. Para obter estes dados, foi utilizado o *software DEAFrontier*, que foi desenvolvido pelo Professor Joe Zhu, com base nos seus anos de investigação e de experiência sobre a metodologia DEA.

5.3.1 Orientação para *inputs*

Os resultados da aplicação relativos aos métodos com orientação para *inputs*, encontram-se na tabela 5.2. Na primeira coluna da referida tabela, identificam-se as DMUs em análise, isto é, as instituições bancárias, nas três colunas seguintes são apresentados os valores de eficiência obtidos através do método independente e nas três últimas colunas apresentam-se os resultados obtidos pelo método aditivo.

Para cada um destes métodos, apresentam-se os resultados da eficiência obtidos em cada fase (fase 1 e fase 2) ou processo (processo 1 e processo 2), assim como o resultado da eficiência global, sendo que a eficiência obtida no primeiro processo corresponde à eficiência da rentabilidade e, por sua vez, a eficiência obtida no segundo processo corresponde à eficiência da liquidez.

Tabela 5.2 – Resultados obtidos pelos métodos independente e aditivo, orientados para *inputs*.

DMUs (Instituições Bancárias)		Método Independente			Método Aditivo		
		Processo 1	Processo 2	Global	Processo 1	Processo 2	Global
01	Banco BIC	0,63498	0,89984	0,78631	0,50408	0,71534	0,59946
02	Banco BPI	0,71781	1,00000	0,59024	1,00000	1,00000	1,00000
03	Millennium bcp	0,71644	0,93255	0,36608	1,00000	0,87598	0,94400
04	BII	1,00000	0,88854	1,00000	1,00000	0,05223	0,57209
05	BIG	0,26942	1,00000	0,78256	1,00000	1,00000	1,00000
06	Finantia	0,27604	1,00000	1,00000	0,20390	1,00000	0,56333
07	Invest	0,62013	0,98535	0,99576	1,00000	0,52885	0,78728
08	Banif	0,53998	1,00000	0,46127	0,50610	0,71690	0,60128
09	Banif Inv.	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,02692	0,56066
10	Banif Mais	1,00000	0,97877	1,00000	1,00000	0,60435	0,82137
11	Montepio	0,65280	0,88236	0,55677	0,76277	0,47707	0,63377
12	CGD	0,74605	1,00000	0,33634	1,00000	1,00000	1,00000
13	BBVA	1,00000	0,86062	0,53087	1,00000	0,53768	0,79127
14	Popular	0,72656	0,82993	0,63033	0,66618	0,63628	0,65268
15	Sant Consumer	0,78900	0,96758	0,77073	0,80712	0,47160	0,65563
16	Santander Totta	0,71682	0,93106	0,61855	1,00000	1,00000	1,00000
17	BB	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
18	Barclays	0,73754	1,00000	1,00000	0,67589	1,00000	0,82222
19	BNP	0,70764	0,98365	1,00000	1,00000	0,45371	0,75336
20	BNP SS	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

Fonte: Elaboração própria.

Da observação da tabela 5.2 verifica-se que, relativamente ao método independente, existem mais unidades a operar eficientemente no segundo processo (9) do que no primeiro (6). A nível global, existem oito instituições bancárias a operar de modo eficiente. Contudo, existem apenas três instituições que são eficientes em ambos os processos e a nível global, as instituições 09 (Banif Inv.), 17 (BB) e 20 (BNP SS).

Já quanto ao método aditivo verifica-se, de certo modo, o contrário, na medida em que existem mais unidades a operar eficientemente no primeiro processo (13) do que no segundo (8). A nível global, são seis as instituições que operam com eficiência, sendo exatamente as mesmas que apresentam eficiência em ambos os processos, que são as instituições 02 (Banco BPI), 05 (BIG), 12 (CGD), 16 (Santander Totta), 17 (BB) e 20 (BNP SS). De referir ainda que, neste caso, a origem da ineficiência incide no segundo processo.

De um modo geral, no primeiro processo, os valores obtidos pelo método aditivo são, em média, superiores (0,8563) aos obtidos pelo método independente (0,7426). No segundo processo, verifica-se uma situação contrária, isto é, os valores obtidos pelo método independente são, em média, superiores (0,9570) aos obtidos pelo método aditivo (0,7048). A nível da eficiência global, o valor da eficiência obtido pelo método aditivo é, em média, ligeiramente superior (0,7879) ao obtido pelo método independente (0,7713).

De realçar, ainda, que existem duas instituições bancárias a operar eficientemente em ambos os métodos, que são as instituições 17 (BB) e 20 (BNP SS).

Note-se que, em ambos os métodos, o valor da eficiência global é, em muitos casos, inferior ao valor da eficiência em, pelo menos, um dos processos. Por outro lado, como o valor da eficiência global é obtido de forma distinta em cada um dos métodos, optou-se por realizar uma análise por *rankings*, à semelhança do que foi feito por Chen *et al.* (2009) e também por Kao e Hwang (2008). Deste modo, na tabela 5.3, apresentam-se os *rankings* obtidos para cada um dos processos e a nível global em cada método, sendo o valor 1 referente às instituições bancárias com maior índice de eficiência e o valor 20 relativo às instituições bancárias com menor índice de eficiência.

Tabela 5.3 – *Rankings* obtidos pelos métodos independente e aditivo, orientados para *inputs*.

DMUs (Instituições bancárias)	Método Independente			Método Aditivo		
	Processo 1	Processo 2	Global	Processo 1	Processo 2	Global
01 Banco BIC	16	16	10	19	11	17
02 Banco BPI	11	1	15	1	1	1
03 Millennium bcp	13	14	19	1	9	7
04 BII	1	17	1	1	19	18
05 BIG	20	1	11	1	1	1
06 Finantia	19	1	1	20	1	19
07 Invest	17	10	9	1	15	11
08 Banif	18	1	18	18	10	16
09 Banif Inv.	1	1	1	1	20	20
10 Banif Mais	1	12	1	1	13	9
11 Montepio	15	18	16	15	16	15
12 CGD	8	1	20	1	1	1
13 BBVA	1	19	17	1	14	10
14 Popular	10	20	13	17	12	14
15 Sant. Consumer	7	13	12	14	17	13
16 Santander Totta	12	15	14	1	1	1
17 BB	1	1	1	1	1	1
18 Barclays	9	1	1	16	1	8
19 BNP	14	11	1	1	18	12
20 BNP SS	1	1	1	1	1	1

Fonte: Elaboração própria.

Da observação da tabela 5.3, verifica-se que existem duas instituições bancárias com *ranking* 1 nos dois processos e a nível global, em ambos os métodos, as instituições 17 (BB) e 20 (BNP SS), o que seria de esperar, tendo em consideração a análise aos valores de eficiência anteriormente realizada. Por outro lado, as instituições bancárias que apresentam uma média mais elevada de *rankings* (em ambos os métodos) são a 01 (Banco BIC), a 11 (Montepio) e a 14 (Popular), sendo que as instituições bancárias 08 (Banif) e 15 (Sant. Consumer) encontram-se próximas dessa média.

Embora algumas instituições bancárias revelem um *ranking* de eficiência nos processos 1 e 2 semelhante ao *ranking* de eficiência global, como é o caso da instituição 11 (Montepio), é possível identificar outras que apresentam uma diferença significativa de *rankings* nos dois processos e global. Veja-se, por exemplo, o caso da instituição 05 (BIG) que, no método independente, apresenta *rankings* 20 e 1 para o processo 1 e 2, respetivamente, e *ranking* 11 a nível global, enquanto no método aditivo apresenta *ranking* 1 nos dois processos e a nível global. Outro exemplo, refere-se à instituição 09 (Banif Inv.) que, no método independente, tem *ranking* 1 nos dois processos e a nível global, enquanto no método aditivo tem *rankings* 1 e 20 nos processos 1 e 2, respetivamente, e *ranking* 20 a nível global. De realçar, ainda, o caso da instituição 06 (Finantia) que tem *rankings* similares nos processos 1 e 2, respetivamente, 19 e 1 no método independente, e 20 e 1 no método aditivo, mas apresenta *rankings* completamente opostos a nível global, 1 no método independente e 19 no método aditivo.

Os exemplos acabados de referir ilustram bem as diferenças existentes entre os dois métodos em estudo. Estas diferenças são analisadas com maior detalhe mais à frente. Antes, analisam-se, de seguida, as diferenças entre os três *rankings* em cada método, que permitem identificar as causas da ineficiência. Note-se que se uma instituição tem os três *rankings* similares, tal implica que a *performance* global é atribuída a ambos os processos. Por outro lado, uma grande diferença entre os *rankings* dos processos 1 e 2 permite identificar as origens da ineficiência global. Essas diferenças podem mais facilmente ser observadas através dos gráficos das figuras 5.2 e 5.3 para os métodos independente e aditivo, respetivamente.

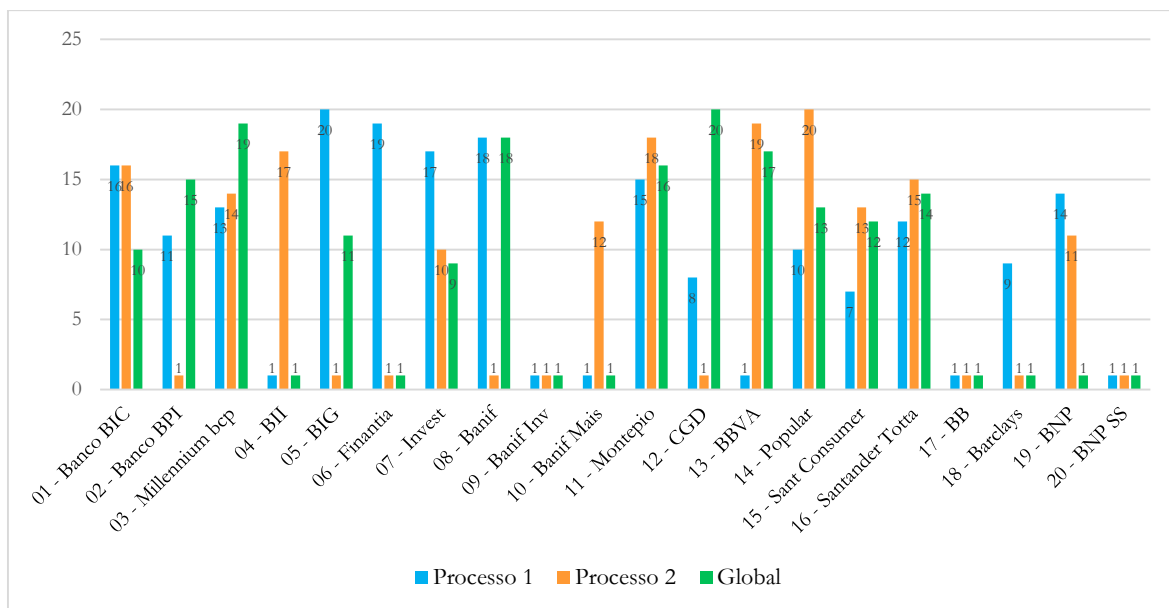


Figura 5.2 – *Rankings* de eficiência para o método independente, orientado para *inputs*.

Fonte: Elaboração própria.

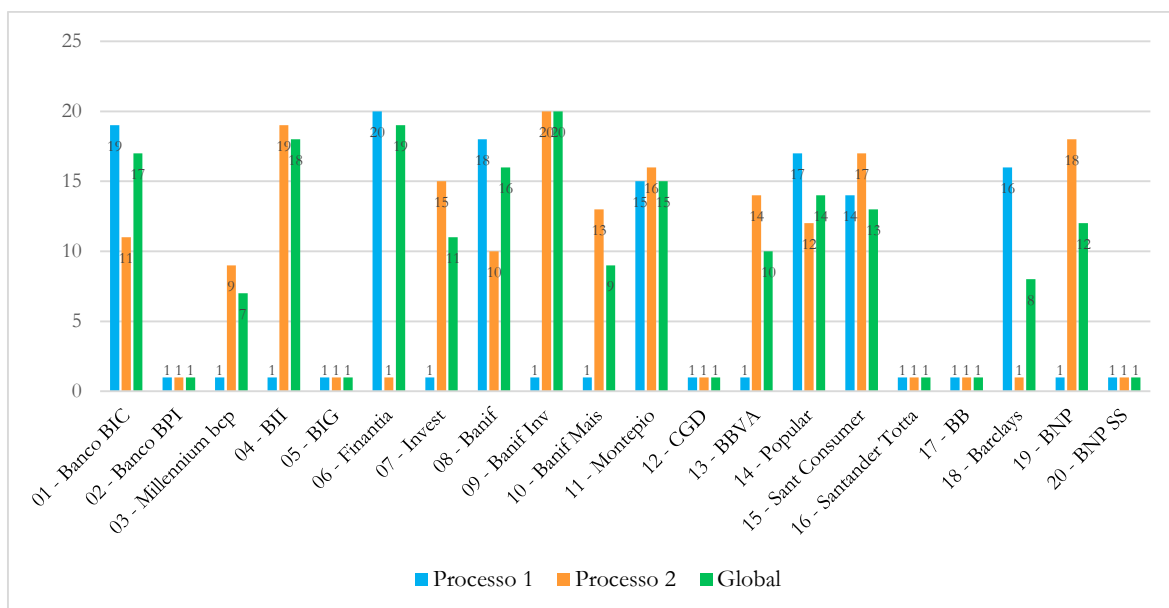


Figura 5.3 – *Rankings* de eficiência para o método aditivo, orientado para *inputs*.

Fonte: Elaboração própria.

Relativamente ao gráfico da figura 5.2, correspondente ao método independente, verifica-se que, por exemplo para as instituições 01 (Banco BIC) e 03 (Millennium bcp), a origem da ineficiência poderá ser atribuída a ambos os processos, uma vez que apresentam *rankings* iguais no primeiro caso, e *rankings* muito idênticos no segundo caso. Existem casos em que a origem da ineficiência incide mais sobre um dos processos do que noutro. Assim, existem sete

instituições, em que as causas da ineficiência incidem mais no processo 1, como por exemplo a instituição 07 (Invest); e existem cinco instituições, cuja origem da ineficiência incide mais sobre o processo 2, como é o caso da instituição 14 (Popular).

Existem, igualmente, instituições onde a origem da ineficiência incide apenas num dos processos como é o caso da instituição 02 (Banco BPI), que incide apenas no processo 1, e da instituição 04 (BII), que incide apenas no processo 2. Sendo que, no total, existem seis instituições cuja origem da ineficiência incide apenas no processo 1 e existem três instituições em que a origem da ineficiência incide apenas no processo 2.

Em relação ao gráfico da figura 5.3, correspondente ao método aditivo, verifica-se que, por exemplo para a instituição 11 (Montepio), a origem da ineficiência poderá ser atribuída a ambos os processos, uma vez que têm *rankings* similares. No entanto, existem cinco instituições, cujas causas da ineficiência incidem mais sobre o processo 1, como é o caso da instituição 01 (Banco BIC); e sete instituições, em que as causas da ineficiência incidem mais no processo 2, de que é exemplo a instituição 15 (Sant. Consumer).

Também neste método, existem instituições onde a origem da ineficiência incide apenas num dos processos, como é o caso da instituição 06 (Finantia), que incide apenas no processo 1, e da instituição 04 (BII), em que a origem da ineficiência reside no processo 2. No total existem duas instituições cuja origem da ineficiência incide apenas no processo 1 e seis instituições cuja origem da ineficiência incide apenas no processo 2. Deste modo, as causas da ineficiência, usando o método independente, incidem mais no processo 1, enquanto que, usando o método aditivo, essas causas incidem mais no processo 2.

Relativamente à diferença entre os *rankings* dos processos 1 e 2, é de referir ainda que no método independente existem oito instituições em que a diferença é menor ou igual a três, sendo que em quatro instituições essa diferença é nula, enquanto no método aditivo existem oito instituições, sendo que em seis a diferença é nula.

De seguida, analisam-se as diferenças entre os valores da eficiência fornecidos pelos métodos independentes e aditivo em cada um dos processos e a nível global. Para facilitar essa análise recorre-se novamente ao uso de gráficos. Assim, o gráfico da figura 5.4 refere-se aos *rankings* de eficiência para o primeiro processo, ou seja, o processo de rentabilidade.

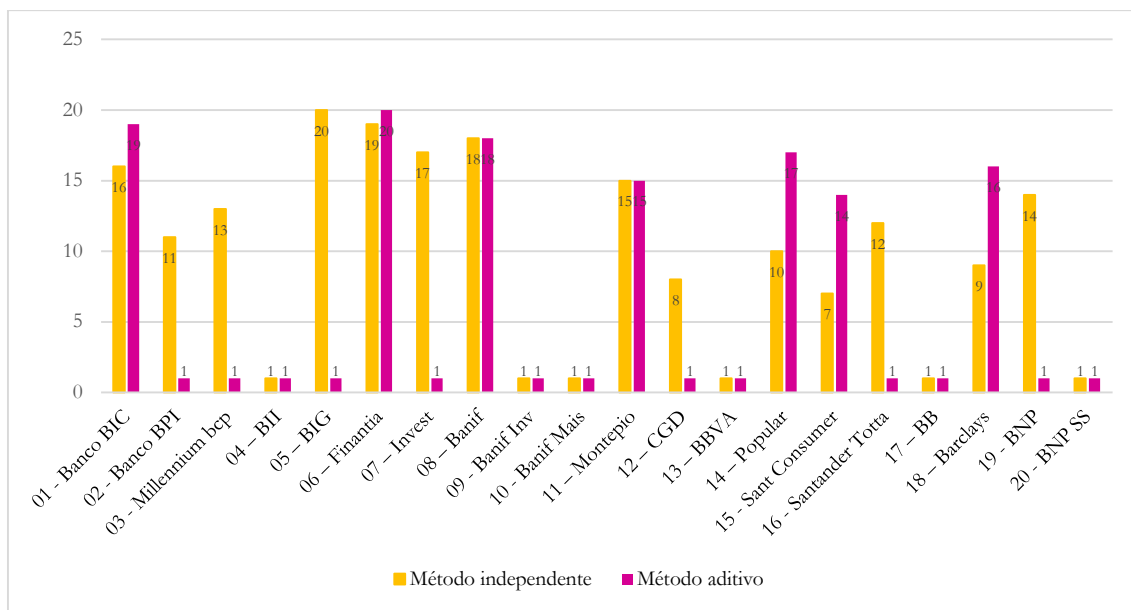


Figura 5.4 – *Rankings* de eficiência para o primeiro processo, orientado para *inputs*.

Fonte: Elaboração própria.

Da observação do gráfico da figura anterior, verifica-se que existem seis instituições bancárias que revelam um *ranking* igual a 1 no primeiro processo, quer no método independente quer no método aditivo, que são as instituições 04 (BII), 09 (Banif Inv.), 10 (Banif Mais), 13 (BBVA), 17 (BB) e 20 (BNP SS). Adicionalmente, existem sete instituições que ocupam o *ranking* 1 através do método aditivo, sendo essas as instituições 02 (Banco BPI), a 03 (Millennium BCP), a 05 (BIG), a 07 (Invest), a 12 (CGD), a 16 (Santander Totta) e a 19 (BNP). Não existe qualquer instituição bancária que ocupe o *ranking* 1 através do método independente e ocupe um *ranking* superior a 1 no método aditivo.

No entanto, as instituições bancárias que apresentam um *ranking* mais elevado, de um modo geral, no primeiro processo de ambos os métodos são a 01 (Banco BIC), a 06 (Finantia), a 08 (Banif) e a 11 (Montepio).

Para além das seis instituições que apresentam *ranking* igual a 1 em ambos os métodos, existem mais duas que apresentam *ranking* igual nesses dois métodos, que são as instituições 08 (Banif) e 11 (Montepio). Para as restantes doze instituições, verifica-se que existem sete em que o *ranking* é mais elevado no método independente do que no aditivo e cinco em que se verifica o contrário, isto é, em que o *ranking* no método aditivo é mais elevado do que no método independente. Dessas doze instituições, existe uma em que a diferença de *rankings* é 1, outra em que a diferença é 3, quatro em que a diferença é 7 e para as restantes seis, essa diferença varia entre 10 e 19.

Uma análise idêntica à que foi feita para o processo 1 pode também ser realizada para o processo 2, ou seja, o processo de liquidez. Para tal considere-se o gráfico da figura 5.5 relativo aos *rankings* de eficiência desse mesmo processo.

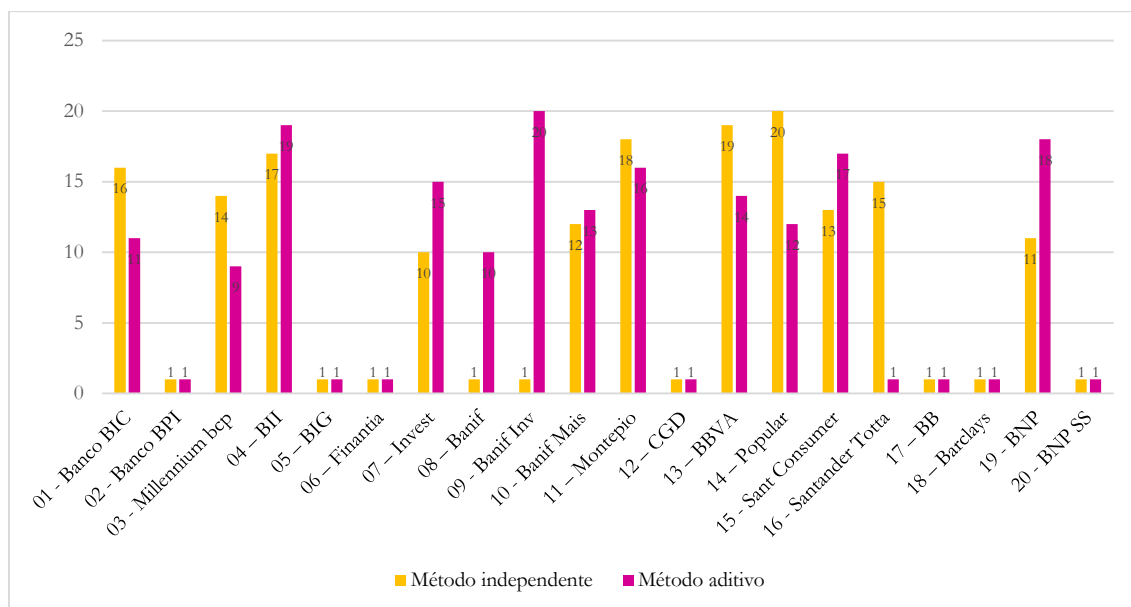


Figura 5.5 – *Rankings* de eficiência para o segundo processo, orientado para *inputs*.

Fonte: Elaboração própria.

Quanto ao segundo processo, verifica-se que existem sete instituições bancárias que têm *ranking* igual a 1, tanto no método independente como no método aditivo, que são as instituições 02 (Banco BPI), 05 (BIG), 06 (Finantia), 12 (CGD), 17 (BB), 18 (Barclays) e 20 (BNP SS). Adicionalmente, existem duas instituições com *ranking* 1 através do método independente, a 08 (Banif) e a 09 (Banif Inv.), e uma instituição com o *ranking* 1, a 16 (Santander Totta), através do método aditivo.

Por sua vez, as instituições bancárias que apresentam um *ranking* mais elevado, de uma forma geral, no segundo processo de ambos os métodos são a 04 (BII), a 11 (Montepio), a 13 (BBVA) e a 14 (Popular).

À exceção das instituições bancárias que apresentam um *ranking* igual a 1, não existe nenhuma instituição bancária que revele o mesmo *ranking* de eficiência em ambos os métodos no segundo processo, ao contrário do que acontece no primeiro processo.

Para as restantes treze instituições, verifica-se que existem seis, cujo *ranking* é mais elevado no método independente do que no método aditivo e sete em que o *ranking* no método aditivo é

mais elevado do que no método independente. Dessas treze instituições, existe uma em que a diferença de *rankings* é 1, duas em que a diferença é 2, outra em que a diferença é 4, quatro em que a diferença é 5 e para as restantes cinco, essa diferença varia entre 7 e 19.

Por fim, para o mesmo tipo de análise relativamente à eficiência global, considere-se o gráfico da figura 5.6 relativo aos *rankings* dessa eficiência.

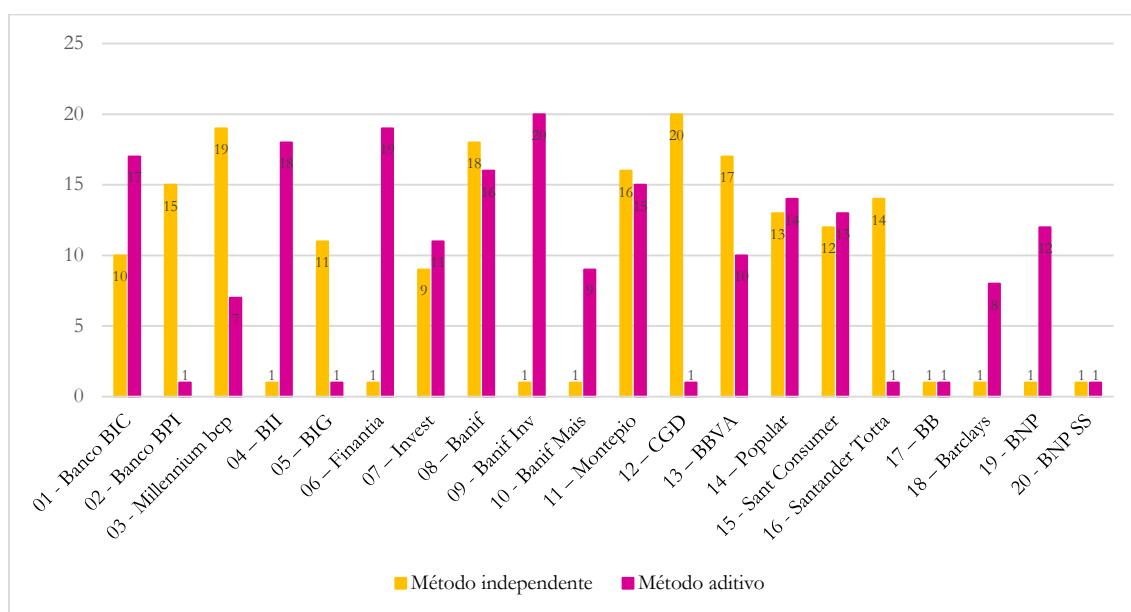


Figura 5.6 – *Rankings* de eficiência global, com orientação para *inputs*.

Fonte: Elaboração própria.

Relativamente à eficiência global, identificam-se duas instituições bancárias, a 17 (BB) e a 20 (BNP SS), com um *ranking* igual a 1, tanto no método independente como no método aditivo, que também são instituições eficientes.

Numa perspetiva geral, as instituições bancárias que apresentam um *ranking* de eficiência mais elevado, em ambos os métodos, são a 08 (Banif) e a 11 (Montepio).

Existe uma determinada discrepância nos valores de *ranking* apresentados pelos métodos aplicados, nomeadamente quanto às instituições bancárias 06 (Finantia), 09 (Banif Inv.) e 12 (CGD), as quais apresentam um elevado *ranking* num dado método e, em simultâneo, apresentam um *ranking* baixo no outro método.

Para além das duas instituições que apresentam um *ranking* igual a 1 em ambos os métodos, não existe mais nenhuma instituição que apresente o mesmo *ranking* de eficiência nos dois métodos, à semelhança do que acontece no segundo processo. Para as restantes dezoito

instituições, verifica-se que existem oito em que *ranking* é mais elevado no método independente do que no aditivo e dez, cujo *ranking* no método aditivo é mais elevado do que no método independente. Dessas dezoito instituições bancárias, identificam-se três em que a diferença de *rankings* é 1, duas em que a diferença é 2, três em que a diferença é 7, outra em que a diferença é 8 e para as restantes nove instituições, essa diferença varia entre 10 e 19.

5.3.2 Orientação para *outputs*

Na tabela 5.4, cuja estrutura é a mesma da tabela 5.2, apresentam-se os resultados referentes à aplicação dos métodos com orientação para *outputs*, onde o valor 1 indica que a instituição é eficiente enquanto um valor superior a 1 indica que é ineficiente e será tanto mais ineficiente quanto maior for esse valor.

Relativamente ao método independente, as instituições que são eficientes em cada um dos processos e a nível global, são as mesmas que no caso da versão orientada para *inputs*. Também as instituições financeiras que são eficientes em ambos os processos e a nível global são as mesmas que no caso orientado para *inputs*.

Relativamente ao método aditivo, e similarmente ao que se verifica no caso orientado para *inputs*, existem mais unidades a operar de forma eficiente no primeiro processo (13) do que no segundo processo (10). A nível global, existem sete unidades a operar eficientemente, as seis da versão orientada para *inputs* mais a 09 (Banif Inv.). À semelhança do que se verificou aquando da orientação para *inputs*, também neste caso a origem da ineficiência incide mais no segundo processo.

De uma forma geral, tanto no primeiro como no segundo processos, e também nível global, a média dos valores obtidos pelo método independente que permitem calcular a eficiência (1,5421; 1,1995; e 1,4669, respetivamente) são superiores aos obtidos pelo método aditivo (1,0433; 1,1802; e 1,1160, respetivamente).

De referir, ainda, que existem três instituições bancárias totalmente eficientes em ambos os métodos em análise, as duas da versão orientada para *inputs* mais a 09 (Banif Inv.).

Tabela 5.4 – Resultados obtidos pelos métodos independente e aditivo, orientados para *outputs*.

DMUs (Instituições bancárias)	Método Independente			Método Aditivo		
	Processo 1	Processo 2	Global	Processo 1	Processo 2	Global
01 Banco BIC	1,57486	1,48251	1,27177	1,06601	1,45006	1,26986
02 Banco BPI	1,39313	1,00000	1,69422	1,00000	1,00000	1,00000
03 Millennium bcp	1,39579	1,09989	2,73161	1,00000	1,09989	1,05302
04 BII	1,00000	1,56518	1,00000	1,00000	1,45852	1,24338
05 BIG	3,71165	1,00000	1,27785	1,00000	1,00000	1,00000
06 Finantia	3,62264	1,00000	1,00000	1,04126	1,00000	1,01936
07 Invest	1,61255	1,26026	1,00596	1,00000	1,26026	1,13815
08 Banif	1,85191	1,00000	2,16793	1,46080	1,00000	1,21621
09 Banif Inv.	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
10 Banif Mais	1,00000	1,17068	1,00000	1,00000	1,17068	1,09060
11 Montepio	1,53185	1,19397	1,79608	1,13976	1,18873	1,16575
12 CGD	1,34040	1,00000	2,97317	1,00000	1,00000	1,00000
13 BBVA	1,00000	1,71161	1,91844	1,00000	1,67942	1,36063
14 Popular	1,37636	1,60723	1,58646	1,04486	1,47503	1,27319
15 Sant. Consumer	1,26742	1,44109	1,29746	1,03061	1,43969	1,24774
16 Santander Totta	1,39506	1,07404	1,61667	1,00000	1,00000	1,00000
17 BB	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
18 Barclays	1,35585	1,00000	1,00000	1,08282	1,00000	1,03886
19 BNP	1,41314	1,38264	1,00000	1,00000	1,38264	1,20310
20 BNP SS	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

Fonte: Elaboração própria.

Tal como acontece no caso com orientação para *inputs*, tanto no método independente como no método aditivo, o valor da eficiência global é, na maioria das vezes, inferior ao valor da eficiência em, pelo menos, um dos processos. Pelas razões evocadas anteriormente no caso da orientação para *inputs*, foram calculados os *rankings* para cada um dos processos, bem como a nível global, que são apresentados na tabela 5.5, que segue a estrutura da tabela 5.3. Também,

neste caso, o valor 1 refere-se às instituições bancárias com um maior índice de eficiência enquanto o valor 20 se refere às instituições com um menor índice de eficiência.

Tabela 5.5 - *Rankings* obtidos pelos métodos independente e aditivo, orientados para *outputs*.

DMUs (Instituições bancárias)	Método Independente			Método Aditivo		
	Processo 1	Processo 2	Global	Processo 1	Processo 2	Global
01 Banco BIC	16	17	10	17	17	18
02 Banco BPI	11	1	15	1	1	1
03 Millennium bcp	13	11	19	1	11	10
04 BII	1	18	1	1	18	16
05 BIG	20	1	11	1	1	1
06 Finantia	19	1	1	15	1	8
07 Invest	17	14	9	1	14	12
08 Banif	18	1	18	20	1	15
09 Banif Inv.	1	1	1	1	1	1
10 Banif Mais	1	12	1	1	12	11
11 Montepio	15	13	16	19	13	13
12 CGD	8	1	20	1	1	1
13 BBVA	1	20	17	1	20	20
14 Popular	10	19	13	16	19	19
15 Sant. Consumer	7	16	12	14	16	17
16 Santander Totta	12	10	14	1	1	1
17 BB	1	1	1	1	1	1
18 Barclays	9	1	1	18	1	9
19 BNP	14	15	1	1	15	14
20 BNP SS	1	1	1	1	1	1

Fonte: Elaboração própria.

Ao analisar os *rankings* apresentados na tabela 5.5 referentes a cada um dos processos, assim como a nível global, é possível verificar que existem três instituições bancárias com *ranking* 1, em ambos os métodos, as instituições que ocupam essa posição são a 09 (Banif Inv.), a 17

(BB) e a 20 (BNP SS), como já se tinha constatado anteriormente, aquando da análise da tabela 5.4. As três instituições bancárias que apresentam uma média mais elevada de *ranking* são a 01 (Banco BIC), a 03 (Millennium BCP) e a 11 (Montepio), que são as mesmas da versão orientada para *inputs* com exceção da 03 (Millennium BCP) que surge em vez da 14 (Popular).

À semelhança do que se verificou aquando da análise aos *rankings* fornecidos pela versão com orientação para *inputs*, também, nesta versão, existem algumas instituições bancárias que apresentam *rankings* similares relativamente aos processos e a nível global e outras que evidenciam grande disparidade entre esses três *rankings*. No entanto, como mais facilmente se verá à frente, o método aditivo apresenta um maior número de instituições com *rankings* similares.

Para facilitar a análise comparativa entre os três *rankings* de cada método, nomeadamente identificar o contributo de cada processo para a eficiência global e, conseqüentemente, identificar as causas da ineficiência, apresentam-se nas figuras 5.7 e 5.8 os gráficos relativos aos *rankings* para os métodos independente e aditivo, respetivamente.

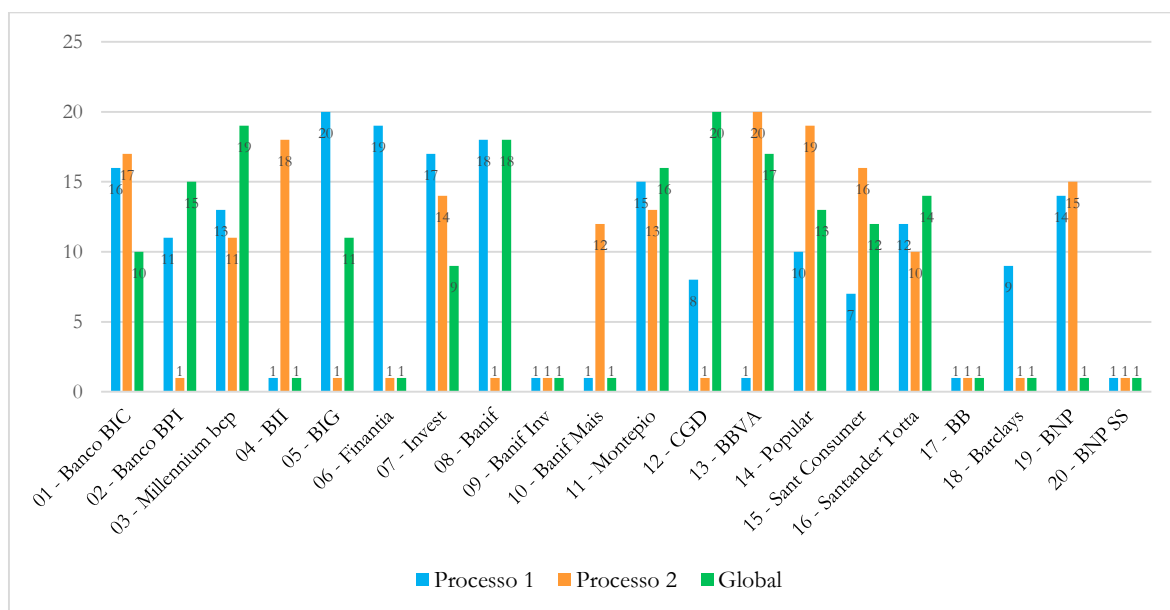


Figura 5.7 – *Rankings* de eficiência para o método independente, orientado para *outputs*.

Fonte: Elaboração própria.

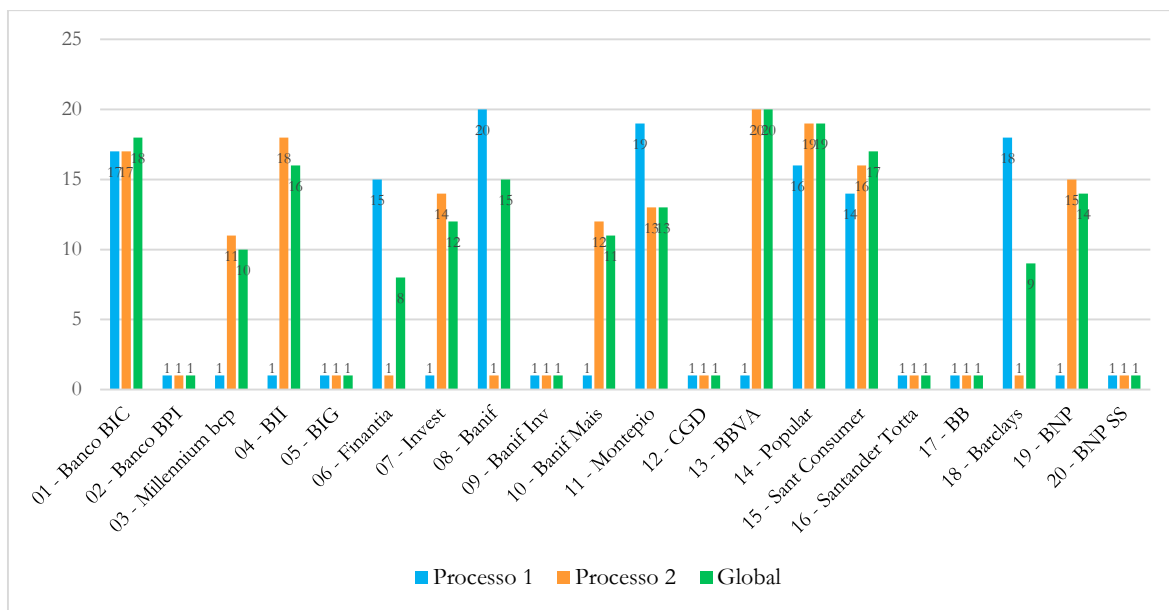


Figura 5.8 – *Rankings* de eficiência para o método aditivo, orientado para *outputs*.

Fonte: Elaboração própria.

Da observação dos gráficos das figuras 5.7 e 5.8, verifica-se que, em ambos os métodos, e à semelhança do que aconteceu na versão orientada para *inputs*, existem instituições que têm *rankings* similares nos processos 1 e 2 enquanto outras apresentam diferenças significativas entre esses *rankings*.

Quanto à diferença entre os *rankings* dos processos 1 e 2, verifica-se que no método independente existem nove instituições (mais uma do que na versão orientada para *inputs*), cuja diferença é menor ou igual a 3, sendo que em três instituições (menos uma do que na versão orientada para *inputs*), essa diferença é nula. No método aditivo existem dez instituições (mais uma do que na versão orientada para *inputs*), sendo que em oito (mais duas do que na versão orientada para *inputs*) a diferença é nula.

Relativamente às instituições que apresentam *ranking* maior do que 1 a nível global, isto é, ineficientes, verifica-se que, no método independente, existem quatro em que o *ranking* é mais elevado no processo 1 do que no processo 2 e existem três em que se verifica o contrário, isto é, o *ranking* é mais elevado no processo 2 do que no 1. No método aditivo, esse número é de quatro, no primeiro caso, e de cinco, no segundo caso. Mantém-se, assim, a tendência verificada na versão orientada para *inputs*, quanto à origem da ineficiência.

Para analisar de modo mais aprofundado o processo de rentabilidade, o gráfico da figura 5.9 apresenta os *rankings* das instituições nesse mesmo processo, isto é, no primeiro processo.

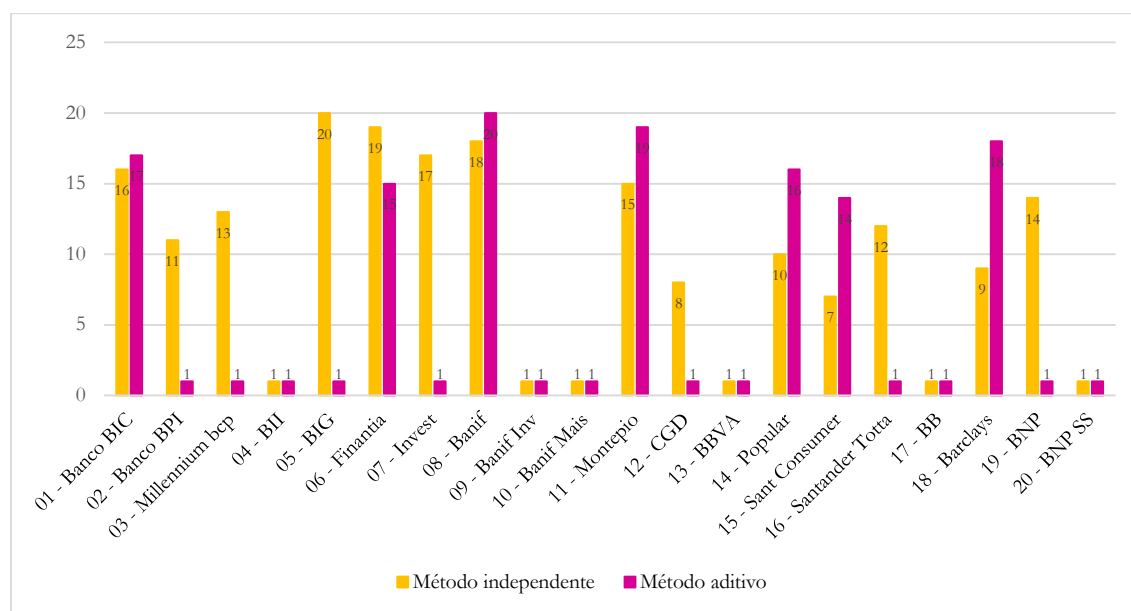


Figura 5.9 – *Rankings* de eficiência para o primeiro processo, orientado para *outputs*.

Fonte: Elaboração própria.

Analisando o gráfico da figura 5.9, existem seis instituições bancárias que se destacam por apresentarem um *ranking* igual a 1 no primeiro processo de ambos os métodos, que são as instituições 04 (BII), 09 (Banif Inv.), 10 (Banif Mais), 13 (BBVA), 17 (BB) e 20 (BNP SS). No método aditivo, existem adicionalmente sete instituições bancárias que apresentam um *ranking* igual a 1, que são exatamente as mesmas que no caso do método aditivo orientado para *inputs*, ou seja, as instituições 02 (Banco BPI), 03 (Millennium bcp), 05 (BIG), 07 (Invest), 12 (CGD), 16 (Santander Totta) e 19 (BNP).

Por outro lado, e de um modo geral, as instituições que apresentam um *ranking* mais elevado são a 01 (Banco BIC), a 06 (Finantia), a 08 (Banif) e a 11 (Montepio), que são as mesmas que apresentam um *ranking* mais elevado no primeiro processo dos métodos com orientação para *inputs*.

Para além das seis instituições bancárias que revelam um *ranking* igual a 1, em ambos os métodos, não existe mais nenhuma instituição que apresente o mesmo *ranking* de eficiência em ambos os métodos. Na maioria dos casos, no primeiro processo, existem várias instituições bancárias que apresentam uma diferença significativa de *rankings* em ambos os métodos, sendo que é o método independente que, de um modo geral, apresenta *rankings* mais elevados. Assim, para as restantes catorze instituições, identificam-se oito, cujo *ranking* é mais elevado no método independente do que no aditivo e seis em que se verifica o contrário, ou seja, em que o *ranking* no método aditivo é mais elevado do que no método independente. Dessas

catorze instituições, existe uma, cuja diferença de *rankings* é 1, outra em que a diferença é 2, duas em que a diferença é 4, uma outra em que a diferença é 6, duas em que a diferença é 7 e para as restantes sete, essa diferença varia entre 9 e 19.

De modo a realizar uma análise idêntica para o processo de liquidez, ou seja, para o segundo processo, apresenta-se no gráfico da figura 5.10 os *rankings* da eficiência para o referido processo.

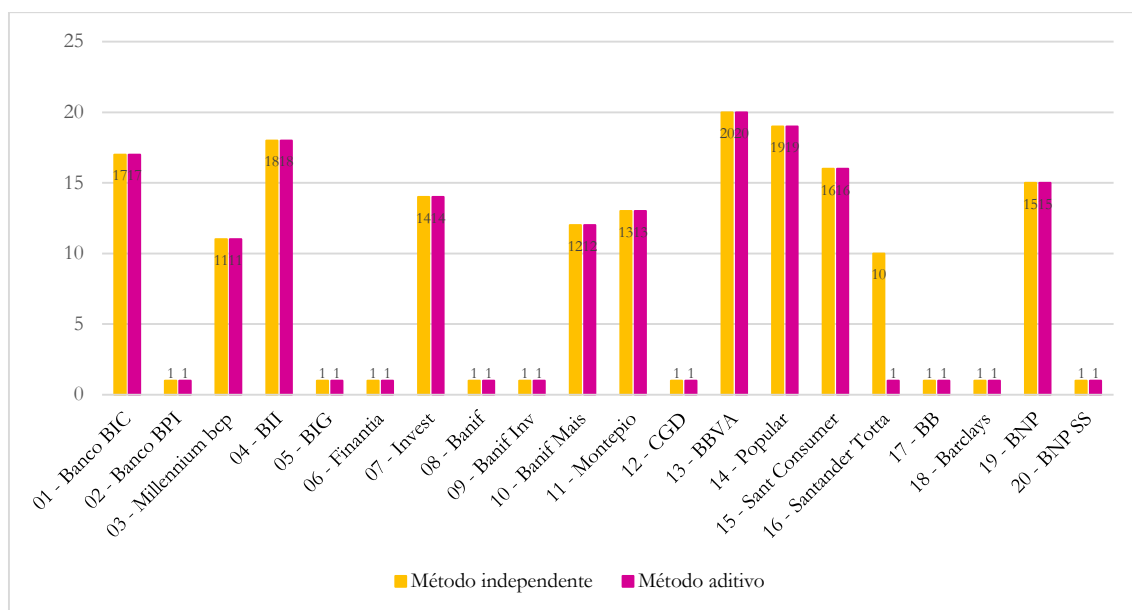


Figura 5.10 – *Rankings* de eficiência para o segundo processo, orientado para *outputs*.

Fonte: Elaboração própria.

Ao comparar os *rankings* das instituições, em ambos os métodos, observa-se que, neste processo, a maioria das instituições apresenta *rankings* iguais. No que respeita ao segundo processo, existem nove instituições bancárias que ocupam a posição 1 do *ranking* que são as instituições 02 (Banco BPI), 05 (BIG), 06 (Finantia), 08 (Banif), 09 (Banif Inv.), 12 (CGD), 17 (BB), 18 (Barclays) e 20 (BNP SS), quer no método independente quer no método aditivo.

Numa perspetiva geral, as instituições bancárias que revelam um *ranking* mais elevado são a 01 (Banco BIC), a 04 (BII), a 13 (BBVA) e a 14 (Popular). No entanto, à exceção obviamente das instituições bancárias que têm valor 1 no *ranking*, todas as outras têm um *ranking* muito elevado. Deste modo, seria relevante que os gestores de cada instituição bancária procedessem a uma análise mais aprofundada sobre esta situação a fim de reestruturar a estratégia de obtenção de liquidez, uma vez que, aparentemente, as medidas aplicadas até à data não são viáveis.

Neste processo, à exceção da instituição 16 (Santander Totta), todas as instituições bancárias apresentam um *ranking* igual em qualquer um dos métodos estudados. Situação esta que é completamente contrária ao que se verifica no segundo processo dos métodos orientados para *inputs*. Quanto à instituição 16 (Santander Totta), esta apresenta um *ranking* mais elevado no método independente do que no método aditivo, cuja diferença é 9.

Por último, no gráfico da figura 5.11, apresentam-se os *rankings* das instituições financeiras, em ambos os métodos, relativos à eficiência global.

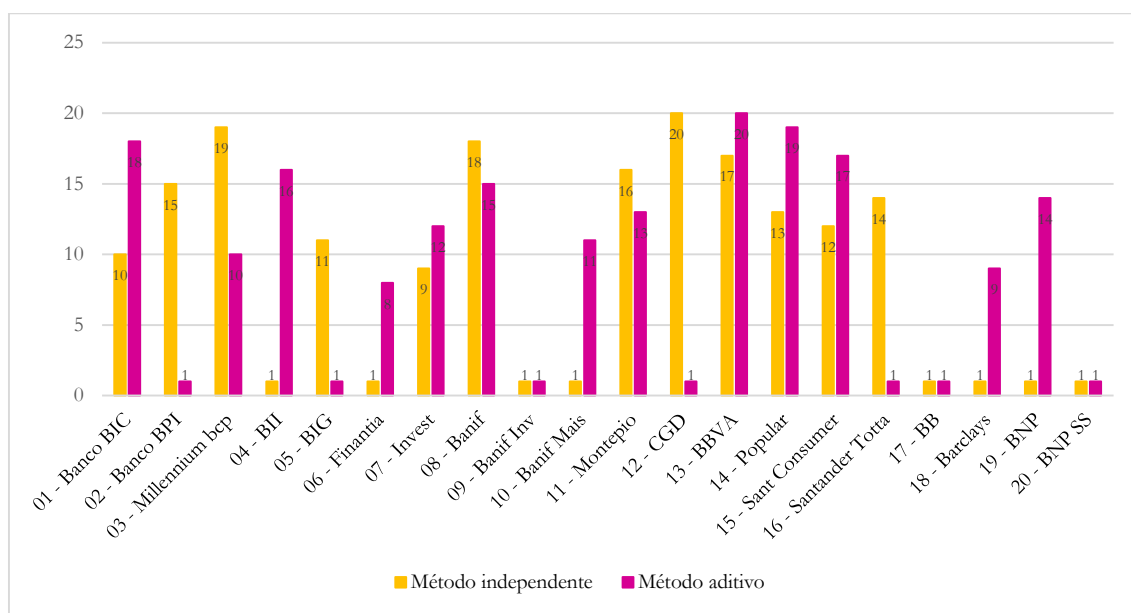


Figura 5.11 – *Rankings* de eficiência global, com orientação para *outputs*.

Fonte: Elaboração própria.

Da observação do gráfico resulta que existem três instituições bancárias com *ranking* igual a 1, tanto no método independente como no método aditivo, que são a 09 (Banif Inv.), a 17 (BB) e a 20 (BNP SS), mais uma (a 09 (Banif)) do que na versão orientada para *inputs*. Por outro lado, as que apresentam um *ranking* mais elevado, em ambos os métodos, são as instituições bancárias 08 (Banif), 13 (BBVA) e 14 (Popular).

Para além das três instituições que revelam *ranking* igual a 1 em ambos os métodos, não existe nenhuma outra que apresente o mesmo *ranking* de eficiência global nesses mesmos métodos. Relativamente às restantes dezassete instituições bancárias, verifica-se que existem sete, cujo *ranking* é mais elevado no método independente do que no aditivo e dez, cujo *ranking* no método aditivo é mais elevado do que no método independente. Dessas dezassete instituições, existem quatro em que a diferença de *rankings* é 3, uma em que a diferença é 5, outra em que a

diferença é 6, uma outra, cuja diferença é 7 e para as restantes dez, essa diferença varia entre 8 e 19.

6. Conclusões

As organizações têm sido objeto de grandes mudanças ao longo dos últimos anos, devido às contantes alterações verificadas na sociedade, nomeadamente no âmbito da globalização e da crescente competitividade dos mercados. Essas mudanças provocam uma alteração na estratégia das organizações e, como tal, é essencial que estas se adaptem às mudanças que vão surgindo, de modo a combaterem e a diferenciarem-se da concorrência. Neste contexto, revela-se importante a avaliação do desempenho organizacional.

Os métodos tradicionais de avaliação baseados em indicadores financeiros e não financeiros foram substituídos pelas novas métricas de avaliação do desempenho organizacional. Estas métricas permitem contemplar um maior número de indicadores, possibilitando que na avaliação do desempenho organizacional sejam consideradas mais informações relevantes e, deste modo, obter resultados mais fidedignos sobre a situação da organização.

São vários os mecanismos de avaliação que visam a melhoria contínua, aliada a uma gestão estratégica, de entre os quais se destacam o *Balanced Scorecard*, a *Performance Measurement Matrix*, a *Strategic Measurement and Reporting Technique*, o *Integrated Performance Measurement System* e o *Performance Prism*.

No entanto, devido às exigências do mercado e à incapacidade de os métodos paramétricos produzirem resultados insatisfatórios nos procedimentos de avaliação, têm sido utilizadas outras metodologias, nomeadamente a metodologia DEA, que acaba por ser uma das técnicas mais adequadas na avaliação da eficiência, comparativamente com outras métricas de análise. Esta metodologia permite a medição e comparação de um conjunto de unidades produtivas homogêneas que consomem múltiplos recursos (*inputs*) e produzem múltiplos resultados (*outputs*). Permite, igualmente, determinar uma fronteira de eficiência, onde estão incluídas as unidades eficientes e sobre a qual são projetadas as unidades ineficientes e, deste modo, determinar as que lhe servem como referência. Assim, ao revelar de que forma as unidades ineficientes se podem tornar eficientes, permite que as organizações pratiquem atos de gestão mais adequados e especializados.

Contudo, através dos modelos clássicos da metodologia DEA, não é possível identificar as origens da ineficiência dessas unidades, uma vez que cada unidade é considerada como uma *black box*, ou seja, um todo onde os *inputs* se transformam em *outputs*, ignorando a sua estrutura interna. No entanto, para avaliar a eficiência, é essencial ter em conta todas as componentes

do sistema, nomeadamente quando se trata de um sistema complexo, de forma a identificar o que realmente origina a ineficiência das unidades e, assim, implementar ações que corrijam essas situações para melhorar o seu desempenho.

Quando se decompõe o sistema relativo a uma unidade, em dois ou mais processos, é possível identificar mais facilmente a natureza da ineficiência desse sistema. Neste sentido, surge uma variante da metodologia DEA, designada por *Network* DEA, em que cada sistema afeto a uma DMU é decomposto em dois ou mais processos. Estes processos podem ser estruturados em série, em paralelo ou numa mistura de ambos. Neste estudo, apresenta-se uma situação em que o sistema é decomposto em dois processos estruturados em série, designado por *Network Two-Stage* DEA, em que os *outputs* do primeiro processo são, exatamente, os *inputs* do segundo processo. Consequentemente, foi apresentado um estudo sobre dois dos métodos desta variante da metodologia DEA, para retornos variáveis de escala.

De forma a obter uma perceção mais clara sobre os métodos, bem como as diferenças entre esses métodos, os mesmos foram aplicados para avaliar a eficiência de vinte instituições bancárias que operavam em Portugal em 2014. Cada sistema relativo a uma instituição bancária foi decomposto em dois processos: o da rentabilidade e o da liquidez, tendo sido medida a eficiência de cada instituição nestes dois processos, aplicando os referidos métodos orientados para *inputs* e para *outputs*. Através do método independente, bem como através do método aditivo, obtêm-se diferentes valores de eficiência em cada um dos processos. No método independente, quer orientado para *inputs* quer orientado para *outputs*, é a segunda fase que apresenta um maior número de instituições bancárias a operar de forma eficiente. Por sua vez, no método aditivo, tanto com orientação para *inputs* como com orientação para *outputs*, é a primeira fase que revela um maior de número de instituições bancárias eficientes. A nível global, em ambos os métodos e em ambas as orientações, verifica-se que o número de instituições bancárias a operar de forma eficiente é, de um modo geral, inferior ao número de instituições eficientes em cada fase.

Por último, tendo em conta as diversas formas como os valores da eficiência foram obtidos, calcularam-se os *rankings* para cada processo e a nível global, e procedeu-se à correspondente análise. Desta análise resulta que, em alguns casos, os *rankings* são iguais e noutros casos existem diferenças consideráveis.

Referências bibliográficas

- Amado, C.; Santos, S.; Marques, P. (2012). Integrating the data envelopment analysis and the balanced scorecard approaches for enhanced performance assessment. *Omega – The International Journal of Management Science*, 40(3), 390-403.
- Barr, R.; Killgo, K.; Siems, T.; Zimmel, S. (2002). Evaluating the productive efficiency and performance of U.S. commercial banks. *Managerial*, 28(8), 3-25.
- Chang, S.; He, M.; Wang, Y. (2005). Evaluating the balanced scorecard with data envelopment analysis to measure management efficiency of hotels in Taiwan and Vietnam. *Kun Shan University of Phase Journal*, 105-126.
- Charnes, A.; Cooper, W.; Rhodes, E. (2009). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
- Chen, Y.; Cook, W.; Li, N.; Zhu, J. (2009). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *European Journal of Operational Research*, 1170-1176.
- Cook, W.; Seiford, L. (2009). Data envelopment analysis (DEA) – Thirty years on. *European Journal of Operational Research* 192, 1-17.
- Cooper, W.; Seiford, L.; Tone, K. (2007). Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA – Solver software. *New York: Springer Science + Business Media*.
- Ebrahimnejad, A.; Tavana, M.; Lotfi, F.; Shahverdi, R.; Yousefpour, M. (2014). A three-stage Data Envelopment Analysis model with application to banking industry. *Measurement* 49, 308-319.
- Emrouznejad, A.; Parker, B.; Tavares, G. (2008). Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA. *Socio-Economic Planning Sciences* 42, 151-157.
- Farrell, M. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253-290.
- Kao, C. (2014). Network data envelopment analysis: A review. *European Journal of Operational Research* 239, 1-16.

Kao, C.; Hwang, S. (2008). Efficiency decomposition in Two-Stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research* 185, 418-429.

Kaplan, R.; Norton, D. (1992). The Balanced Scorecard – Measures that drive performance. *Harvard Business Review*.

Koopmans, T. (1951). Analysis of production as an efficient combination of activities: chapter 3. *New York: J. Wiley*, 33-97.

Macedo, M.; Santos, R.; Silva, F. (2006). *Revista de Administração Mackenzie*, 7(1), 11-44.

Sathye, M. (2002). Measuring productivity changes in Australian banking: an application of Malmquist indices. *Managerial Financial*, 28(9), 48-59

Seiford, L.; Zhu, J. (1999). Profitability and marketability of the top 55 U.S. Commercial banks. *Management Science*, 45(9), 1270-1288.

Mello, J.; Meza, L.; Gomes, E.; Neto, L. (2005). Curso de Análise de Envoltória de Dados [Em linha]. *SBPO - XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Método independente baseado no modelo BCC com orientação para *outputs*

Modelo que permite calcular o valor da eficiência para o processo 1:

$$E_k^1 = \min \frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + v^1}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.1a)$$

$$s. a. \frac{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + v^1}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.2a)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.3)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.4)$$

$$v^1 \in \mathbb{R} \quad (4.5)$$

Modelo que permite calcular o valor da eficiência para o processo 2:

$$E_k^2 = \min \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} \tilde{w}_d + v^2}{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} \quad (4.6a)$$

$$s. a. \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} \tilde{w}_d + v^2}{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.7a)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.8)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.9)$$

$$v^2 \in \mathbb{R} \quad (4.10)$$

Modelo que permite calcular o valor da eficiência global:

$$E_k = \min \frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + v^0}{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} \quad (4.11a)$$

$$s. a. \frac{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + v^0}{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_j} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.12a)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.13)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.14)$$

$$v^0 \in \mathbb{R} \quad (4.15)$$

APÊNDICE B - Método aditivo baseado no modelo BCC com orientação para *outputs*

Considere-se agora que t_1 e t_2 representam a porção de *outputs* gerados em cada processo 1 e 2, respetivamente, isto é:

$$t_1 = \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} \quad (4.24a)$$

$$e \quad t_2 = \frac{\sum_{d=1}^D Y_{rk} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} \quad (4.25a)$$

O denominador da fração que surge no segundo membro das igualdades (4.24a) e (4.25a) representa o comprimento total dos *outputs* dos dois processos, enquanto o numerador representa os comprimentos dos *outputs* dos processos 1 e 2, respetivamente.

O valor da eficiência global da DMU_k é obtido através do seguinte modelo:

$$E_k = \min \frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + v^A + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + v^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} \quad (4.26a)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + v^A}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.27a)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d + v^B}{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.28a)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.29)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.30)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.31)$$

$$v^A, v^B \in \mathbb{R} \quad (4.32)$$

Usando a transformação de Charnes e Cooper (1962), isto é, as relações (4.33) – (4.38) com (4.33) substituído por:

$$q = \frac{1}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{i=1}^m Y_{rk} u_r} \quad (4.33a)$$

O modelo anterior é equivalente ao seguinte modelo de programação linear:

$$E_k = \min \left(\sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i + v^1 + \sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + v^2 \right) \quad (4.39a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d + v^1 \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.40a)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{r=1}^s Y_{rj} \mu_r + v^2 \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.41a)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} \mu_r = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.42a)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.43)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.44)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.45)$$

$$v^1, v^2 \in \mathbb{R} \quad (4.46)$$

O valor E_k^{1+} para o caso do modelo (4.39) - (4.46) ter soluções ótimas alternativas é obtido através do seguinte modelo:

$$E_k^{1+} = \min \frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + v^A}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.47a)$$

$$s. a. \frac{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + v^A}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.48a)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d + v^B}{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.49a)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + v^A + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + v^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} = E_k \quad (4.50a)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.51)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.52)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.53)$$

$$v^A, v^B \in \mathbb{R} \quad (4.54)$$

Através da transformação de Charnes e Cooper (1962), isto é, usando as relações em (4.33) – (4.38) onde (4.33) é substituída por:

$$q = \frac{1}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.55a)$$

Obtém-se o seguinte modelo de programação linear, equivalente ao modelo anterior.

$$E_k^{1+} = \min \sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i + v^1 \quad (4.56a)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d + v^1 \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.57a)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{r=1}^s Y_{rj} \mu_r + v^2 \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.58a)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + \sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i - E_k \sum_{r=1}^s Y_{rk} \mu_r + v^1 + v^2 = E_k \quad (4.59a)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.60a)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.61)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.62)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.63)$$

$$v^1, v^2 \in \mathbb{R} \quad (4.64)$$

O valor de E_k^{2-} é calculado, num segundo passo, como no caso da orientação para *inputs*, através da expressão:

$$E_k^{2-} = \frac{E_k - t_1^* E_k^{1+}}{t_2^*} \quad (4.65)$$

Alternativamente, o valor de E_k^{2+} através do seguinte modelo:

$$E_k^{2+} = \min \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + v^B}{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} \quad (4.66a)$$

$$s. a. \frac{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + v^A}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.67a)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d + v^B}{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.68a)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + v^A + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + v^B}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} = E_k \quad (4.69a)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.70)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (4.71)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.72)$$

$$v^A, v^B \in \mathbb{R} \quad (4.73)$$

Usando de novo a transformação de Charnes e Cooper (1962), isto é, usando as relações (4.33) – (4.38) onde agora (4.33) é substituída por:

$$q = \frac{1}{\sum_{i=1}^m Y_{rk} u_r} \quad (4.74a)$$

o modelo anterior é equivalente ao seguinte modelo de programação linear:

$$E_k^{2+} = \min \sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + v^2 \quad (4.75a)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d + v^1 \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.76a)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{r=1}^s Y_{rj} \mu_r + v^2 \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.77a)$$

$$(1 - E_k) \sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + \sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i + v^1 + v^2 = E_k \quad (4.78a)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rk} \mu_r = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.79a)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.80)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.81)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.82)$$

$$v^1, v^2 \in \mathbb{R} \quad (4.83)$$

De seguida, calcula-se o valor de E_k^{1-} através da expressão:

$$E_k^{1-} = \frac{E_k - t_2^* E_k^{2+}}{t_1^*} \quad (4.84)$$

APÊNDICE C - Dados relativos aos *inputs/ outputs* do primeiro processo

DMUs (Instituições Bancárias)	<i>Input 1</i>	<i>Input 2</i>	<i>Input 3</i>	<i>Output 1</i>	<i>Output 2</i>
	Número de funcionários	Ativo	Património Líquido	Resultado Líquido	Crédito a Clientes
01 - Banco BIC	1.441	6.110.034	381.239	1.144	3.463.829
02 - Banco BPI	5.923	3.7316.797	1.422.426	(217.179)	21.543.072
03 - Millennium bcp	7.548	57.406.596	2.876.387	(684.424)	36.760.931
04 - BII	0	2.277.050	150.180	60.633	1.636.543
05 - BIG	189	1.458.812	260.656	82.341	136.158
06 - Finantia	147	1.832.024	337.951	29.278	114.527
07 - Invest	124	646.056	76.526	17.390	178.130
08 - Banif	1.916	14.152.885	680.988	(363.017)	6.830.774
09 - Banif Inv.	42	332.840	25.637	(28.344)	94.921
10 - Banif Mais	215	561.747	242.820	28.826	423.214
11 - Montepio	3.886	25.117.863	1.466.362	(157.306)	14.655.839
12 - CGD	8.858	90.857.544	3.777.442	(1.139.320)	55.200.604
13 - BBVA	606	5.198.608	220.223	(63.856)	4.646.569
14 - Popular	1.299	8.405.848	703.205	2.283	5.458.783
15 - Sant Consumer	168	1.347.517	123.770	4.188	820.824
16 - Santander Totta	5.272	39.994.424	1.918.640	134.473	25.624.330
17 - BB	95	542.472	57.616	2.894	364.697
18 - Barclays	1.445	14.520.758	397.263	(119.076)	6.182.098
19 - BNP	84	859.457	60.358	9.625	336.479
20 - BNP SS	867	14.713	1.562	1.562	0

APÊNDICE D - Dados relativos aos *inputs/ outputs* do segundo processo

DMUs (Instituições Bancárias)	<i>Input 1</i>	<i>Input 2</i>	<i>Output 1</i>	<i>Output 2</i>
	Resultado Líquido	Crédito a Clientes	Resultado por Ação	Margem Financeira
01 - Banco BIC	1.144	3.463.829	0,020	103.000
02 - Banco BPI	(217.179)	21.543.072	0,115	419.386
03 - Millennium bcp	(684.424)	36.760.931	0,005	425.040
04 - BII	60.633	1.636.543	0,150	1.271
05 - BIG	82.341	136.158	0,790	25.120
06 - Finantia	29.278	114.527	0,002	39.910
07 - Invest	17.390	178.130	0,002	12.742
08 - Banif	(363.017)	6.830.774	0,002	130.750
09 - Banif Inv.	(28.344)	94.921	-1,670	3.181
10 - Banif Mais	28.826	423.214	0,120	32.568
11 - Montepio	(157.306)	14.655.839	-0,785	294.272
12 - CGD	(1.139.320)	55.200.604	0,970	558.496
13 - BBVA	(63.856)	4.646.569	-0,120	50.166
14 - Popular	2.283	5.458.783	0,005	124.723
15 - Sant Consumer	4.188	820.824	0,140	20.962
16 - Santander Totta	134.473	25.624.330	0,220	495.127
17 - BB	2.894	364.697	0,985	6.581
18 - Barclays	(119.076)	6.182.098	0,700	261.048
19 - BNP	9.625	336.479	0,005	14.218
20 - BNP SS	1.562	0	0,016	-1