ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DE 6.º ANO EM SEQUÊNCIAS FIGURATIVAS DE CRESCIMENTO

Cristiana Isabel Matos Martins

Relatório da prática do ensino supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2020

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DE 6.º ANO EM SEQUÊNCIAS FIGURATIVAS DE CRESCIMENTO

Cristiana Isabel Matos Martins

Relatório da prática do ensino supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2020

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

AGRADECIMENTOS

Para a realização deste estudo quero agradecer a um conjunto de pessoas que, à sua maneira, e de forma direta ou indireta o tornou possível e concretizável.

À professora Margarida Rodrigues, minha orientadora de tese, por todo o apoio e disponibilidade ao longo deste estudo.

Aos meus pais e irmãos que me ajudaram durante toda a minha vida académica e permitiram que alcançasse este sonho.

À minha tia Lourdes, por todo o apoio prestado ao longo da minha caminhada académica.

À restante família, por estarem sempre do meu lado e por acreditarem e apoiarem este meu sonho.

Ao meu namorado Sérgio, por acreditar sempre em mim e caminhar sempre ao meu lado.

À minha colega de estágio, Sara Gonçalves, que me apoiou durante todo o período de estágio, estando presente nos melhores e piores momentos da prática;

A todos o meu muito obrigada!

RESUMO

Este relatório desenvolve-se no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Este inclui uma descrição e análise das experiências de estágio no 2.º CEB e um estudo desenvolvido durante o período de intervenção, numa das turmas de 6.º ano de escolaridade.

Neste estudo pretende-se compreender as estratégias utilizadas por alunos de 6.º ano em tarefas com sequências figurativas de crescimento. De forma a orientar e guiar este estudo, foram tidas em consideração as seguintes questões orientadoras: i) Que estratégias são mais utilizadas pelos alunos em sequências figurativas de crescimento? e ii) De que forma o uso de materiais manipuláveis contribui para a compreensão das sequências figurativas de crescimento?

Este estudo foi desenvolvido com base numa metodologia de investigação qualitativa, sob o paradigma interpretativo. A recolha de dados foi feita através de técnicas como: observação direta participante, entrevistas e recolha documental (registos áudios; transcrições dos registos áudio; trabalhos realizados pelos alunos e notas de campo).

Os resultados deste estudo permitiram concluir que o trabalho desenvolvido através de tarefas com sequência figurativas de crescimento levou os alunos a utilizar diferentes estratégias: (i) representação e contagem; (ii) aditiva e (iii) decomposição dos termos. Relativamente ao uso do material manipulável, é possível concluir que o seu uso facilitou o trabalho dos alunos, auxiliando na visualização das sequências.

Palavras-chave: Pensamento algébrico, estratégias, material manipulável

ABSTRACT

This report is developed in the scope of the course of Supervised Teaching Practice II, of the 2nd year of the master's in teaching of the 1st Cycle of Basic Education (CEB) and of Mathematics and Natural Sciences in the 2nd CEB. This includes a description and analysis of the internship experiences in the 2nd CEB and a study developed during the intervention period, in one of the classes of the 6th year of schooling.

This study aims to understand the strategies used by 6th grade students in tasks with figurative growth sequences. In order to guide and guide this study, the following guiding questions were taken into account: i) What strategies are most used by students in figurative growth sequences? and ii) How does the use of manipulable materials contribute to the understanding of figurative growth sequences?

This study was developed based on a qualitative research methodology, under the interpretive paradigm. Data collection was carried out using techniques such as: direct participant observation, interviews and documentary collection (audio records; transcriptions of audio records; work done by students and field notes).

The results of this study allowed us to conclude that the work developed through tasks with figurative growth sequence led students to use different strategies: (i) representation and counting; (ii) additive and (iii) decomposition of terms. Regarding the use of manipulable material, it is possible to conclude that its use facilitated the students' work, helping to visualize the sequences.

Keyword: Algebraic thinking, strategies, manipulable material

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

CEB – Ciclo do Ensino Básico

NCTM- National Council of Teachers of Mathematics

OC – Orientadoras Cooperantes

PES – Prática de Ensino Supervisionada

PI – Plano de Intervenção

1. INTRODUÇÃO

A elaboração deste relatório surge no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada II (PES), do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, ministrado pela Escola Superior de Educação, do Instituto Politécnico de Lisboa.

O presente relatório encontra-se dividido em duas grandes partes. Na 1.ª Parte, no ponto 1, está sucintamente descrita a prática pedagógica desenvolvida no contexto do 2º CEB. Este ponto está dividido em duas secções, a primeira contém a caracterização do contexto socioeducativo, onde irá ser feita referência à instituição, à ação pedagógica dos orientadores cooperantes, à turma e aos processos de avaliação e regulação de aprendizagens, e a segunda aborda a problematização dos dados recolhidos e a identificação da problemática de intervenção, onde irá ser feita referência às estratégias globais de intervenção e integração curricular, às atividades implementadas e aos processo de avaliação e regulação. No ponto 2, é apresentada uma análise crítica sobre a prática ocorrida no 2.ºCEB, sobre o desenvolvimento e as respetivas competências esperadas dos alunos, os processos de organização e desenvolvimento do currículo, os métodos de ensino-aprendizagem, a relação pedagógica e os processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

A 2.ª Parte deste relatório final subdivide-se em cinco grandes tópicos: i) Apresentação do estudo, onde é descrito o objeto, os objetivos e as questões de investigação; ii) Fundamentação teórica, onde se encontra uma breve revisão bibliográfica, associada aos conceitos fundamentais do tema; iii) Metodologia, onde se encontra explicitada a caracterização da minha amostra, as minhas opções metodológicas, como os métodos de recolha e tratamento de dados e os princípios éticos do processo de investigação; iv) Resultados, onde é realizada a apresentação dos resultados do estudo bem como a discussão dos mesmos; v) Conclusões, com apresentação das conclusões resultantes do desenvolvimento da investigação, com ênfase na análise e discussão dos resultados.

Por último e para terminar este relatório final de estágio, surge uma reflexão final, onde se realça o contributo da PES para o meu futuro profissional, as referências e os anexos deste relatório.

PARTE I - PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA NO 2.º CEB

1. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO CONTEXTO DO 2.ºCEB

1.1. Caracterização do contexto socioeducativo

1.1.1. A instituição

A PES desenvolveu-se numa instituição pública de ensino situada na freguesia de Benfica, em Lisboa. A sede do agrupamento contempla uma oferta educativa do 2.º e do 3.º CEB, contando ainda com a particularidade de ser uma Escola de Referência para a Educação Bilingue de Alunos Surdos (EREBAS). As restantes instituições do agrupamento abrangem a Educação Pré-Escolar e o 1.º CEB.

Este agrupamento "visa favorecer um percurso sequencial e articulado dos alunos que frequentam os estabelecimentos de educação e ensino que integram o agrupamento, reforçando o seu sucesso escolar e fomentando o aproveitamento racional dos recursos" (Projeto educativo, 2018-2021, p. 3). Segundo o Projeto Educativo (2018-2021), este agrupamento pretende, também, promover a construção de níveis educativos integrados que permitam enquadrar e valorizar novas experiências com o objetivo de prevenir a exclusão social. Inserindo-se numa política de inclusão, o agrupamento "procura receber e dar uma resposta adequada a todos os alunos, em conformidade com o seu perfil de funcionalidade" (Projeto Educativo, 2018-2021, p. 3).

De acordo com o Regulamento Interno do Agrupamento, este rege-se tendo em conta os seguintes princípios: (i) defesa dos valores nacionais; (ii) liberdade de aprender e ensinar; (iii) democraticidade na organização e participação de todos os interessados no processo educativo e na vida da escola; (iv) iniciativa própria na regulamentação e funcionamento e atividades da escola; e (v) inserção da escola no desenvolvimento conjunto de projetos educativos e culturais em resposta às solicitações do meio (Regulamento Interno, p. 8).

1.1.2. A ação pedagógica das orientadoras cooperantes

Ao longo do período de observação, a prática envolvia, essencialmente, o trabalho individual ou a pares. Na área da Matemática, a professora realizava algumas vezes o trabalho de grupo para realizar alguma atividade de caráter prático envolvendo o uso de materiais. Pelo contrário, na área das Ciências, a professora não realizava trabalho em grupo, justificando que existia alguma dificuldade em gerir o tempo e a agitação dos alunos durante a organização da sala e o momento de trabalho cooperativo.

No que concerne aos recursos utilizados pelas Orientadoras Cooperantes (OC), estes focaram-se no uso do manual e nas apresentações PowerPoint, sendo que os alunos, normalmente, realizavam as tarefas propostas nos manuais, tanto na sala de aula como para trabalhos de casa. As tarefas utilizadas baseavam-se em exercícios de aplicação direta da matéria lecionada (disponibilizados no manual) e exercícios de consolidação da matéria dada, no final de cada unidade didática.

1.1.3. As turmas

No decorrer do estágio, acompanhou-se duas turmas de 6.ºano, neste documento designadas por A e B.

A turma A é constituída por vinte e dois alunos, sendo composta por onze rapazes e onze raparigas, com idades compreendidas entre os onze e os catorze anos. A maioria dos alunos já vêm juntos desde o 5.º ano. Um dos alunos da turma é surdo e necessita, em todas as aulas, de uma intérprete que o acompanhe de modo a traduzir tudo o que é dito nas aulas. Nesta turma, existem alguns alunos com nacionalidade estrangeira e um aluno repetente do 5.º e do 6.º ano.

A turma B é constituída por vinte alunos, sendo composta por treze rapazes e sete raparigas, com idades compreendidas entre os onze e os treze anos. A maioria dos alunos já vêm juntos desde o 5.º ano. Um dos alunos da turma tem autismo, sendo que precisa de apoio constante na interpretação dos exercícios. Nesta turma, existem alunos com diferentes nacionalidades (romena, ucraniana, brasileira) e dois alunos repetentes.

De uma forma geral, ambas as turmas apresentam dificuldades tanto na disciplina de Matemática como na de Ciências Naturais. São turmas com dificuldades de concentração, tendo no geral, um mau comportamento, visto que os alunos tendem a responder mal aos professores e a estar constantemente a fazer barulho. É de referir que na disciplina de Matemática nota-se uma melhoria em contraste com a disciplina de Ciências Naturais.

1.1.4. Processos de avaliação e regulação de aprendizagens

No que concerne aos processos de avaliação e regulação das aprendizagens utilizados pelas OC, observou-se que estas recorrem a duas das modalidades de avaliação definidas no Decreto Lei n.º 17/2016, de 4 de abril, mais especificamente à avaliação formativa, que é realizada no decorrer de todo o processo de aprendizagem dos alunos e à avaliação sumativa, que é executada no final de cada período letivo. É de salientar que, durante o período de estágio, não foi observada a realização de avaliação diagnóstica por parte das OC.

1.2. Problematização dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção

Tendo em conta o ano de escolaridade, assim como as características dos alunos, foi essencial a identificação das potencialidades e das fragilidades das turmas para que se pudesse realizar e implementar um Plano de Intervenção (PI) eficaz e adequado.

Como potencialidades, ambas as turmas apresentaram participação voluntária nas aulas de Matemática e interesse nas atividades práticas nas aulas de Ciências Naturais. Por outro lado, relativamente às fragilidades, no âmbito das competências transversais, as duas turmas apresentaram um comportamento inadequado em sala de aula e a falta de respeito pelos colegas, provocadas, possivelmente, pela falta de motivação apresentada por ambas as turmas. Na área da Matemática, os alunos das duas turmas apresentaram pouco conhecimento da tabuada, dificuldade em realizar trabalhos de grupo, dificuldade na compreensão e interpretação de exercícios, pouca noção de cálculo mental e, a maior parte não realizava os trabalhos de casa. Na área das Ciências Naturais, os alunos manifestaram dificuldades na compreensão dos conceitos, pouca participação voluntária e dificuldade de concentração nas aulas.

Com base nestas fragilidades encontradas durante o período de observação e em conversas informais com as OC foi possível destacar falta de interesse e de motivação constante para a aprendizagem nas aulas quer da disciplina de Matemática, quer da disciplina de Ciências Naturais. Talvez porque as aulas são expositivas e baseadas no modelo tradicional, muitos dos alunos acabavam por perder o interesse e desmotivar-se muito rapidamente dos conteúdos abordados. A grande parte (de qualquer uma das turmas) limitava-se a escrever o sumário e apenas realizava os exercícios propostos quando a professora cooperante, individualmente, os apoiava na resolução dos mesmos.

Deste modo, a problemática identificada foi: Como desenvolver a motivação para a aprendizagem nas áreas da Matemática e das Ciências Naturais em duas turmas de alunos do 6.ºano de escolaridade?, tendo como objetivos (i) Criar e aplicar estratégias de promoção da motivação e (ii) Compreender o contributo das estratégias aplicadas para a motivação para a aprendizagem.

1.2.1. Estratégias globais de intervenção e integração curricular

Tendo em conta a problemática encontrada e os objetivos que nos propusemos a cumprir, foram definidas e estipuladas diversas estratégias, dando continuidade à prática exercida pelas OC. É de referir que continuámos com a organização e gestão do tempo, iniciando sempre as aulas com a escrita do sumário e só depois lecionávamos os conteúdos estipulados para a respetiva sessão.

No sentido de atingir os objetivos gerais, foram introduzidas diversas estratégias ao longo do período de intervenção, nomeadamente a realização de trabalhos em pequenos grupos utilizando materiais manipuláveis e promovendo a descoberta orientada pelo aluno (na área da Matemática) e a realização de atividades práticas, a pares ou em pequenos grupos, com experimentação e descoberta orientada pelo aluno (na área das Ciências Naturais). Como a área de Ciências Naturais apresenta diversos conteúdos introduzimos, também, a realização de jogos didáticos de ligação de conceitos e a visualização de pequenos vídeos informativos.

No que concerne às competências transversais, foram seguidas e aprofundadas algumas estratégias que as OC já executavam tais como, o encorajamento na realização das tarefas, o incentivo para a autonomia dos alunos e consequentemente tentávamos promover a autoestima.

1.2.2. Atividades implementadas

Como já foi referido anteriormente, foram implementadas diversas atividades em ambas as áreas curriculares, com o objetivo de desenvolver a motivação para a aprendizagem nas áreas da matemática e das ciências naturais.

Na área da Matemática, foram abordadas duas unidades didáticas, sendo uma sobre sequências e regularidades e a outra sobre proporcionalidade direta. Na primeira unidade didática, as sessões foram muito pouco centradas no docente, tendo como objetivo que os alunos trabalhassem em grupos e pudessem fazer as descobertas por eles próprios, guiando-se pelos enunciados das fichas de trabalho. Inicialmente, foram facultados vários materiais manipuláveis, de modo a facilitar a compreensão dos alunos e aumentar a sua motivação. Na segunda unidade didática, a forma de ação alterou sendo que as tarefas foram realizadas essencialmente a pares, contudo o objetivo de os alunos fazerem as suas próprias descobertas foi mantido.

Na área das Ciências Naturais, foram duas unidades didáticas completas e ainda foi iniciada outra mas sem ser concluída pois a duração do estágio não o permitiu. As unidades didáticas abordaram o Sistema Cardiovascular, o Sistema Excretor e o Sistema Reprodutor. Esta última não foi concluída. As duas primeiras unidades didáticas foram planeadas de forma bastante semelhante. Como mencionado anteriormente, o objetivo era aumentar a motivação dos alunos e, para isso, recorremos a alguns recursos didáticos, apoiados em aulas de exposição de conteúdos para que os alunos pudessem adquirir mais facilmente os conhecimentos. Deste modo, foram realizadas duas sessões com atividades experimentais, mostrando um coração de porco e vários rins. Para além disso, foram apresentados vários vídeos informativos acerca dos conteúdos a lecionar. Na última unidade didática, acerca do sistema reprodutor, foi realizada uma apresentação mais expositiva, seguindo a sugestão da professora cooperante que nos alertou para o facto de serem conteúdos que os alunos já têm muito interesse e por isso, era essencial expor os conceitos principais de forma mais simples, deixando espaço para que os alunos pudessem realizar as questões que achassem mais pertinentes. Desta forma, foi criada uma "caixa de questões", onde, no final de cada sessão, os alunos escreviam as suas questões e as colocavam na caixa para que posteriormente fossem respondidas na sessão onde esse assunto seria trabalhado.

1.2.3. Processos de avaliação e regulação

No que diz respeito ao processo de avaliação, as atividades concretizadas e as estratégias implementadas foram avaliadas de uma forma progressiva, através do preenchimento de grelhas de avaliação, dos resultados dos testes de avaliação e da observação das sessões.

Através da análise dos resultados das avaliações realizadas, foi possível apurar que houve uma evolução em ambas as turmas, tanto na área de Ciências Naturais, como na de Matemática. Esta evolução foi observada nas grelhas de avaliação, preenchidas no final de cada sessão, tendo por base os indicadores que foram definidos inicialmente, retirados do programa e/ou das aprendizagens essenciais, e nas classificações do teste de avaliação.

Na área da Matemática, houve uma evolução significativa nas duas turmas, no entanto, é mais notável numa do que noutra uma vez que são turmas com alunos que possuem níveis de aprendizagem totalmente diferentes. O teste foi dividido em duas partes, a primeira parte baseava-se na unidade didática das sequências e a segunda parte foi sobre as proporções. De um forma geral, com base nas grelhas de correção dos testes de avaliação, podemos afirmar que as classificações, em ambas as turmas, foram boas e houve relativamente poucas negativas.

Na área das Ciências Naturais, o teste também foi dividido em duas partes, a primeira parte baseava-se no sistema respiratório (lecionado pela professora cooperante) e a segunda parte abordava os conteúdos do sistema cardiovascular (lecionados pelas estagiárias). De uma forma geral, e com base na grelha de correção do teste consideramos que os alunos, em geral, demonstraram possuir os conhecimentos corretos e necessários sobre o tema.

No que diz respeito ao objetivo "Criar e aplicar estratégias de promoção da motivação", foram aplicadas as estratégias globais identificadas anteriormente. No final do período de intervenção foi aplicado novamente o questionário sobre a motivação para a área da matemática e foi observado que os alunos, com base nas atividades/estratégias que planeamos, se sentiram mais motivados e empenhados na resolução das tarefas e no acompanhamento dos conteúdos. Foi considerado que os alunos, ao longo das sete semanas de intervenção, evoluíram de forma significativa. Assim, com base em conversas informais, quer com a professora cooperante, quer com os respetivos alunos, consideramos que estes se sentiram mais motivados nas duas áreas disciplinares.

Por outro lado, no que diz respeito ao objetivo "Compreender o contributo das estratégias aplicadas para a motivação para a aprendizagem", foi considerado que este objetivo foi bem sucedido pois ao longo das sessões foi observado a evolução dos alunos ao nível da motivação. Ao longo das sessões, tentou-se sempre manter o contacto direto com os alunos de forma a motivá-los individualmente, encorajando-os na realização das tarefas e concluiu-se que esse encorajamento torna-se muito útil pois, muitas vezes, os alunos acabavam por desistir da resolução das tarefas por terem falta de confiança em si mesmos. O facto de promover a autoestima dos alunos ajudou-os a terem mais confiança em si mesmos e isso demonstrou-se com o facto de, com o passar das semanas, haver mais alunos empenhados e interessados, por exemplo, em irem ao quadro realizar tarefas.

2. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA DESENVOLVIDADE NO ENSINO DO 2.ºCEB

Estando concluída a apresentação da prática de ensino no 2.º CEB é importante refletir de forma crítica sobre determinados aspetos incidentes no período de intervenção e de implementação do PI.

No que concerne ao desenvolvimento e respetivas competências esperadas dos alunos, pode-se afirmar que ao longo da intervenção os alunos conseguiram desenvolver algumas competências e aprendizagens relativamente aos conteúdos abordados nas duas áreas disciplinares. No entanto, as aprendizagens realizadas neste ciclo de escolaridade, nem sempre se tornam aprendizagens significativas uma vez que os alunos não têm o tempo necessário para desenvolver competências porque o currículo é demasiado extenso para a duração de um ano letivo e os conteúdos, na maior parte das vezes, são abordados de forma simples e sem dar abertura para o questionamento dos alunos.

No que diz respeito aos processos de organização e desenvolvimento do currículo, podemos constatar que a planificação dos conteúdos é executada tendo em conta as diferentes unidades temáticas que devem ser trabalhadas em cada período do ano letivo e cabe ao professor responsável por cada área disciplinar planificar as atividades e o respetivo tempo que lhes atribui. A planificação implica uma preparação maior porque este nível de ensino exige um maior aprofundamento dos conteúdos que temos de lecionar uma vez que os alunos já possuem um nível de conhecimento (senso comum) e questionam, muitas vezes, sobre assuntos além dos conteúdos abordados. Por outro lado, devido ao extenso currículo que se tem de trabalhar bem como à rigidez do horário escolar, existe uma maior dificuldade e pressão no modo como o professor deve lecionar os conteúdos e o tempo que dispõe para trabalhar os mesmos, levando a que a prática se torne, maioritariamente, expositiva e focada no professor.

Relativamente aos métodos de ensino-aprendizagem, no 2.º CEB, o mais observável é o método tradicional expositivo, recorrendo maioritariamente ao uso do manual. Este tipo de método é utilizado, como já foi referido anteriormente, devido à extensão do currículo e à rigidez do horário escolar. Neste método de ensino, o professor desempenha um papel central e ativo na aula e os alunos apenas desempenham um papel secundário uma vez que apenas se limitam a ouvir, tomar notas e colocar questões. Este método foi utilizado, maioritariamente, na área disciplinar de Ciências Naturais uma vez que as aulas eram expositivas tendo como auxílio o PowerPoint, alguns vídeos informativos e o uso do manual escolar. A professora cooperante utilizava o manual todas as aulas, referindo que os alunos precisavam de acompanhar os conteúdos no manual pois era através desse material que eles estudavam para o teste de avaliação. Outro aspeto a mencionar é o facto de, neste ciclo, se dar enfoque ao trabalho individual e a pares, uma vez que os alunos estão sentados nas suas carteiras, em filas de dois alunos, todas direcionadas para o quadro. Este tipo de aula não era interessante e motivador o suficiente para os alunos, o que confirmei durante o período de intervenção quando foi proposta outra dinâmica em sala de aula. O simples facto de ter levado outros recursos, por exemplo, na área das Ciências Naturais, o coração e o rim de porco e na área da Matemática, os materiais manipuláveis fez toda a diferença a nível de comportamento e de aproveitamento em sala de aula pois os alunos sentiram-se mais interessados e empenhados no desenvolvimento da aula. O trabalho realizado, na área das Ciências Naturais, foi um trabalho bastante expositivo, ainda que tenha havido a tentativa de recorrer a outros métodos e a outras formas de ensino, como as atividades práticas e a exploração de tarefas mais centradas nos alunos. Contudo, não foi possível distanciar muito este trabalho daquele que era realizado pela professora cooperante, que era um ensino bastante tradicional. Por outro lado, na área da Matemática, as aulas foram sempre de carácter exploratório, uma vez que, permitíamos aos alunos fazerem as suas próprias descobertas. A discussão final era guiada e orientada baseando-se nas resoluções e nas ideias apresentadas pelos alunos. Outro aspeto a salientar é a duração de cada sessão ser de apenas 50 minutos, impossibilitando a realização de uma atividade com início, meio e fim (apresentação da tarefa, exploração da tarefa e discussão coletiva da atividade e das aprendizagens realizadas). É de salientar que este aspeto foi mais preocupante na área da Matemática pois as tarefas, propostas pelas professoras estagiárias, tinham um carácter mais exploratório. A discussão é imprescindível para os alunos uma vez que lhes permite ouvir as resoluções dos colegas, comparar com as suas e esclarecer as dúvidas que, eventualmente, vão surgindo.

Relativamente à relação pedagógica, esta torna-se mais difícil uma vez que os alunos, neste ciclo de escolaridade, deparam-se com um regime de pluridocência, onde têm mais e novos professores. É também importante referir que nenhuma das OC era diretora de turma dos grupos que seguimos, por isso sempre que havia alguma situação, esta tinha de ser reportada para o respetivo diretor de turma, tornando assim a relação pedagógica restrita à sala de aula e às áreas disciplinares de cada OC. Na área da Matemática, a relação aluno-professor era de proximidade e confiança, uma vez que a professora já acompanhava os alunos desde o 5.º ano. Por outro lado, na área das

Ciências Naturais, a relação entre a cooperante e os alunos era distante não sendo dado nenhum tipo de confiança aos alunos, pois estes abusavam.

No que concerne aos processos de regulação das aprendizagens, no 2.º CEB, estes eram realizados através de fichas de trabalho, trabalhos de casa e alguns trabalhos de grupo realizados pelos alunos ao longo de cada período do ano letivo. Por outro lado, relativamente aos processos de avaliação das aprendizagens, estes eram normalmente concretizados pelos próprios alunos através da realização de fichas de avaliação. Em relação aos processos de avaliação dos comportamentos sociais, ambas as OC, ao longo das aulas, reforçavam a ideia de que a avaliação era um aspeto muito importante no percurso escolar dos alunos e que tudo o que eles faziam iria influenciar as suas notas. Neste âmbito, também foram realizados testes de avaliação nas duas disciplinas, tendo ambos uma versão adaptada para os alunos indicados. É de salientar que, os alunos com necessidades educativas estavam integrados numa turma regular, sendo a sua avaliação diferenciada, contudo houve sempre a preocupação, por parte das professoras, de os integrar nas atividades realizadas pelos restantes colegas da turma.

PARTE II - ESTUDO

1. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

Este estudo surge no âmbito da Unidade Curricular de PES II e emergiu no contexto da prática, tendo como tema as estratégias utilizadas pelos alunos de 6.º ano em tarefas com sequências figurativas de crescimento. Este estudo decorreu do interesse da investigadora pelo assunto. Os motivos para desenvolver um estudo podem ser vários relativos a um determinado tema, contudo Sousa e Baptista (2014) afirmam que “a selecção do campo e do tema específico da investigação deve resultar de uma forte motivação pessoal” (p. 19), o que aconteceu no presente caso.

Além da forte motivação pessoal, esta temática permite-nos compreender como é que os alunos são capazes de observar e, posteriormente, generalizar as sequências figurativas de crescimento. O uso de materiais manipuláveis permitiu perceber a sua importância ao longo desta temática uma vez que, estes recursos, tornam as aprendizagens mais significativas para os alunos.

A partir dos elementos recolhidos e analisados, pretende-se desenvolver uma investigação que responda à seguinte problemática:

Compreender as estratégias utilizadas por alunos de 6.ºano em tarefas com sequências figurativas de crescimento.

Nesta perspetiva foram formuladas as seguintes questões, com a finalidade de obter uma resposta à problemática:

(i) Que estratégias são mais utilizadas pelos alunos em sequências figurativas de crescimento?

(ii) De que forma o uso de materiais manipuláveis contribui para a compreensão das sequências figurativas de crescimento?

Para implementar este estudo, inicialmente foi realizada uma revisão da literatura sobre o tema, o que se revelou fundamental para o conhecimento das diferentes estratégias utilizadas pelos alunos em sequências figurativas de crescimento. É de salientar que esta revisão da literatura foi também imprescindível para a realização das seis tarefas a implementar em sala de aula.

.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Pensamento algébrico

2.1.1. Definição de pensamento algébrico

Segundo a Grande Enciclopédia Planeta, a palavra álgebra diz respeito à “Parte da Matemática que ensina a calcular, generalizando e simplificando as questões aritméticas, por meio das letras do alfabeto” (p. 234). Kieran (2007) afirma que a Álgebra é uma atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, regras e padrões. Deste modo, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas (Kieran,2007).

Kaput (2008, citado por Nunes, 2016) menciona, ainda, que existem dois aspetos essenciais no pensamento algébrico: “(a) a generalização e a expressão de generalizações num sistema de símbolos, de forma cada vez mais sistemática e convencional e (b) a ação sobre símbolos dentro do sistema organizado de símbolos” (p. 6). Desta forma, o pensamento algébrico segundo Blanton e Kaput (2005, citados por Nunes, 2016) pode ser definido como “uma atividade de generalizar ideias matemáticas, usando representações simbólicas literais e representando relações funcionais” (p. 6).

Blanton e Kaput (2005, citados por Canavarro, 2009) caracterizam o pensamento algébrico como sendo o processo através do qual os alunos são capazes de generalizar as ideias matemáticas partindo de um conjunto de casos particulares. Posteriormente, através de um discurso argumentativo, estabelecem essas generalizações e expressam-nas progressivamente de uma forma mais adequada à sua idade (Blanton & Kaput, 2005, citados por Canavarro, 2009).

De acordo com Kaput (2008, citado por Mestre & Oliveira, 2012), o pensamento algébrico é “composto por processos complexos de simbolização que servem o propósito da generalização e do raciocínio com generalizações” (p. 116). Desta forma, Kaput et al. (2008, citados por Mestre & Oliveira, 2012) consideram a simbolização e a generalização como dois processos que estão estritamente relacionados, fazendo referência ao facto de que a simbolização ao serviço da generalização permite uma “expressão unificadora, ou seja, uma forma de unificar a multiplicidade” (p. 116). O processo de simbolização é considerado como sendo um processo dinâmico e aditivo e é construído desde o momento em que as tarefas de sala confrontam os alunos com situações em que eles as podem descrever utilizando representações, desenhos ou palavras (Kaput et al., 2008, citados por Mestre & Oliveira, 2012).

Blanton e Kaput (2001) referem que o pensamento algébrico pode ser descrito como sendo composto de diversas formas: (a) o uso da aritmética para expressar e concretizar generalizações; (b) generalizar padrões numéricos para descrever relações funcionais; (c) generalizar sobre sistemas matemáticos sem cálculos e relações e (d) modelação como maneira de expressar e formalizar generalizações. O reconhecimento das regularidades pode ser feito utilizando duas formas diferentes: (i) espacialmente ou visualmente e (ii) analiticamente, isto é, utilizando relações numéricas (Barbosa et al., 2008). De um modo geral, Mason (2005, citado por Barbosa et al., 2008) refere que generalizar deveria ser uma parte "natural e espontânea da actividade matemática e defende que sem generalização não existe pensamento matemático" (p. 2).

2.1.2. O pensamento algébrico no ensino da Matemática

Segundo o NCTM (2008) a álgebra é um fio condutor curricular desde os primeiros anos de escolaridade. Deste modo, Kaput (1999) refere que o nosso desafio é encontrar diversas maneiras de tornar o poder da álgebra (na realidade, de toda a matemática) acessível para todos os alunos e encontrar formas de ensinar que criem ambientes de sala de aula favoráveis que permitam aos alunos aprender com compreensão.

Warren e Cooper (2008) referem que se deve procurar desenvolver o pensamento algébrico de um modo que inclua a compreensão de estruturas matemáticas representadas pela linguagem e pelos gestos, utilizando diferentes representações e recorrendo a materiais concretos. Blanton e Kaput (2005, citados por Nunes, 2016) mencionam que os alunos conseguem mais facilmente passar da linguagem natural e icónica para os sistemas de notação simbólica quando o ensino lhes proporciona oportunidades adequadas.

Na área da matemática, as representações são "consideradas instrumentos essenciais que possibilitam representar, organizar e comunicar ideias matemáticas, servindo como meio à compreensão dos conceitos e das relações matemáticas" (Infante, 2014, p. 18). Nesta linha de pensamento, o NCTM (2008) refere que as representações são um meio para a compreensão e para o trabalho com os conceitos e, por isso, não constituem finalidades em si mesmas.

Canavarro (2009) afirma que é importante diversificar as representações de modo a potenciar o pensamento algébrico, pois a possibilidade de representar de muitas formas amplia as hipóteses dos alunos mais novos conseguirem organizar o seu pensamento. Canavarro (2009) refere também que os alunos devem ser estimulados a usarem as suas representações, contudo o professor tem o dever de lhes apresentar representações mais convencionais e assim ajudar os alunos a enriquecer e a aprofundar os seus raciocínios algébricos.

Barbosa et al. (2008) e Canavarro (2009) reforçam a ideia de que as representações visuais apresentam um grande potencial para conseguirmos estabelecer relações entre o contexto visual e numérico, pois desta forma é mais percetível o significado das variáveis. Assim, estes autores consideram que é fundamental a integração de tarefas que contemplem as representações. Na mesma linha de pensamento, Warren e Cooper (2008) consideram importante o contexto visual e outro tipo de ferramentas, como materiais manipuláveis, que ajudam na compreensão do significado das variáveis com o intuito de levar os alunos à generalização e a uma aprendizagem significativa da matemática, principalmente nas tarefas envolvendo padrões de crescimento em sequências figurativas.

Ao longo do desenvolvimento do pensamento algébrico estão sempre associados aspetos didáticos que é importante referir, tais como as potencialidades das tarefas, a cultura de sala de aula e a comunicação matemática que se torna imprescindível à construção dos significados (Canavarro, 2009). Sierpinska (1998, citada por Infante, 2014) reafirma esta posição reforçando a importância da comunicação para as práticas de ensino adequadas, visto que o ato de comunicar é uma forma de interação social e incentiva os alunos a argumentar e a justificar as suas ações contribuindo, deste modo, para uma maior compreensão dos significados matemáticos.

2.1.3. Padrões

Segundo Vale et al. (2006), o conceito de padrão tem-se revelado bastante amplo, com definições muito dispersas tendo em conta a utilização que lhe é dada. Também Alvarenga e Vale (2007) referem que o conceito de padrão apresenta uma natureza multifacetada, fazendo com que este possa ser caracterizado e abordado de diversas formas: assim, se por um lado, pode ser utilizado relativamente a uma disposição de cores, formas ou sons, sem nenhuma regularidade evidente, por outro, pode ser obrigatório que essa disposição apresente uma regularidade evidente. De um modo geral, Alvarenga e Vale (2007) afirmam que o conceito de padrão está associado a diversos termos tais como “regularidade (s), sequência, regra e ordem” (p. 30). E face à diversidade conceptual, as autoras assumem a perspetiva de que se identifica um padrão em situações em que se identifica a possibilidade de repetição ou de continuação. “As componentes de mudança, repetição ou extensão são centrais na ideia de padrão” (Alvarenga & Vale, 2007, p. 30).

A exploração de padrões é uma atividade que proporciona oportunidades de aprendizagem muito ricas e motivantes para os alunos, tornando assim a matemática acessível para todos (Alvarenga & Vale, 2007). O NCTM (2008) menciona que os padrões são a base do pensamento algébrico e que a sua exploração faz com que os alunos se envolvam na identificação de relações e consequentemente no estabelecimento de generalizações. A generalização do padrão pode ocorrer de dois modos diferentes: a generalização próxima e a generalização distante (Barbosa et al., 2008). A generalização próxima refere-se à descoberta do termo seguinte, ou de termos com uma ordem de valor reduzido, e pode ser obtida através de contagem, desenho ou tabelas (Alvarenga & Vale, 2007). Esta generalização envolve, normalmente, uma abordagem recursiva (Barbosa et al., 2008). Por outro lado, a generalização distante envolve a descoberta de um termo distante através da compreensão da lei de formação ou regra geral (Alvarenga & Vale, 2007). Esta generalização envolve a procura de relações funcionais de uma determinada expressão matemática. Alvarenga e Vale (2007) afirmam que, na maior parte das vezes, os alunos conseguem chegar à generalização próxima mas apresentam dificuldades na generalização distante.

Ao longo da realização das tarefas matemáticas, os alunos têm a oportunidade de “continuar o padrão, detectar a regra de formação (baseada, por exemplo, na repetição ou nas características geométricas), formular uma lei geral de formação e chegar, assim, à generalização” (Alvarenga & Vale, 2007, p. 30). A lei geral de formação de um padrão pode ser apresentada de diversas maneiras, dependendo do nível de cada aluno. Alguns alunos podem somente conseguir utilizando dados numéricos, outros são capazes de descrever a relação através de palavras e também existem aqueles que já conseguem escrever uma fórmula algébrica que descreva a relação existente no padrão (Alvarenga & Vale, 2007).

O NCTM (2008) refere que os alunos adquirem componentes essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, tais como a utilização de conceitos associados a variáveis e a relações entre essas variáveis, através da tentativa de generalizar os resultados obtidos depois da descoberta de padrões.

No que diz respeito aos tipos de padrões, podemos encontrar dois tipos: o padrão de repetição e o padrão de crescimento. Este último será abordado na secção seguinte.

O padrão de repetição, segundo Nunes (2016) é utilizado essencialmente nos primeiros anos de escolaridade. Este padrão está relacionado com a unidade de repetição, ou seja, um elemento que é identificado em consequência da sua repetição (Nunes, 2016). É importante chamar a atenção para a importância de, num contexto utilizando este padrão, "se ver a unidade de repetição de forma intencional, de maneira a permitir a manipulação do padrão (Nunes, 2016, p. 8).

Vale et al. (2011, citados por Nunes, 2016) referem que a maneira como a unidade de repetição é vista e identificada pelas crianças é fundamental para perceber a noção de padrão como uma sequência de termos que se vão repetindo, com o objetivo de chegar a uma generalização.

2.1.3.1. Sequências figurativas de crescimento

Billings et al. (2008) definem sequências figurativas de crescimento como sendo "um padrão feito com uma sequência de figuras que mudam de um termo para outro termo de forma previsível" (p. 12).

As sequências figurativas de crescimento potenciam "a passagem do pensamento aritmético para o pensamento algébrico" (Nunes, 2016, p. 8). De acordo com Nunes (2016), neste tipo de sequências (a que a autora designa por padrões de crescimento), é possível visualizar a relação existente entre o termo e o seu número de ordem, com o intuito de chegar a uma relação funcional entre eles, fazendo com que se consiga criar e explorar o conceito de variável.

> Os padrões de crescimento podem ser descritos pela forma como são apreendidos, ou seja, se o foco se encontra na variação que ocorre dentro do próprio padrão (o padrão dado) está a ser utilizado o pensamento variacional único (raciocínio recursivo); contudo, se o foco se encontra na relação entre o termo e o número de ordem do termo, então está a ser utilizado o pensamento funcional. (Nunes, 2016, p. 8)

Existem dois tipos de raciocínio com base na análise de sequências: o raciocínio recursivo onde é necessário que os alunos visionem toda a estrutura, e o raciocínio funcional onde os alunos já conseguem estabelecer uma relação entre o termo e o número de ordem (Nunes, 2016).

Billings et al. (2008) mencionam alguns processos utilizados pelos alunos para generalizar relações com sequências figurativas de crescimento:

i) Processos que utilizam a análise de variação única:

Processo 1- Analisar a mudança entre figuras consecutivas;

Processo 2- Usar a figura anterior para construir uma nova figura;
Processo 3- Identificar o que permanece igual e o que muda no padrão.

ii) Processos que utilizam a análise de correspondência:

Processo 4- Relacionar os números das figuras com a mudança de aspeto das figuras correspondentes à variável dependente;

Processo 5- Ampliar a figura a um grande número, n.

No que diz respeito à exploração de sequências figurativas de crescimento, Ponte et al. (2009) enunciam algumas das estratégias mais utilizadas pelos alunos:

a) *Estratégia de representação e contagem* – "o aluno representa todos os termos da sequência até ao termo solicitado e conta os elementos que o constituem para determinar o termo da sucessão numérica correspondente" (p. 44).
b) *Estratégia aditiva* – "Esta estratégia tem por base uma abordagem recursiva. O aluno compara termos consecutivos e identifica a alteração que ocorre de um termo para o seguinte" (p. 45).
c) *Estratégia da decomposição dos termos* – " o aluno estabelece uma relação entre um termo e a sua ordem" (p. 46).

Ao longo das aulas destinadas a este conteúdo matemático, é importante propor tarefas que contenham questões explícitas de solicitação da ordem, dado o termo, obrigando a reverter o pensamento (Warren & Cooper, 2008).

O tópico da inversão assume um papel de extrema importância na matemática devido às suas características relacionais (Greer, 2012). No entanto, este tópico também é fundamental no contexto das sequências figurativas de crescimento pois a mobilização do raciocínio inversivo encontra-se associada ao raciocínio funcional. Efetivamente, a resposta às questões que solicitam a ordem dos termos fica facilitada se os alunos se focarem na relação entre o termo e a sua ordem (Warren & Cooper, 2008).

Por fim, relativamente às dificuldades sentidas pelos alunos nestes conteúdos, Warren e Cooper (2008) referem que estas centram-se na linguagem utilizada pelos alunos quando enunciam a generalização, ou seja, a nível oral é muito mais fácil devido ao facto de ser auxiliada por gestos, ao contrário do que acontece com a linguagem escrita que se revela muito mais problemática. Na mesma linha de pensamento, Nunes (2016) refere que, no estudo que realizou, os alunos também demonstraram dificuldades na linguagem utilizada, uma vez que não conseguiam descrever o termo da forma mais correta e explícita e aquilo que para eles era óbvio, tornava-se difícil de interpretar para as pessoas a quem os alunos tentavam descrever o processo que utilizavam. Nunes (2016) refere também que os alunos demonstraram dificuldades na inversão da sequência pois não tinham atingido o raciocínio funcional, ou seja, quando lhes foi dado um determinado número de ordem e questionado o termo a que pertencia, os alunos não conseguiam aplicar a relação encontrada. De acordo com Barbosa et al. (2008), as dificuldades centram-se no facto dos alunos privilegiarem o contexto numérico levando-os a aplicar estratégias desadequadas como, por exemplo, o uso da proporcionalidade direta em situações em que a mesma é inexistente, a utilização de múltiplos da diferença entre os termos consecutivos e a troca de variáveis envolvidas nas tarefas.

2.2. Materiais manipuláveis

> Os materiais manipuláveis constituem um recurso que ajuda na aquisição e construção de conceitos matemáticos em todos os níveis de ensino, desde a Educação Pré-Escolar ao Ensino Secundário. São vários os documentos curriculares que destacam e enfatizam o uso dos materiais na exploração e no desenvolvimento de aprendizagens em vários conteúdos programáticos. (Ferreira, 2011, p. 29)

Silveira et al. (2011, citados por Pinheiro, 2012) afirmam que a matemática tem sido abordada "de forma muito abstrata, com poucas demonstrações concretas, recorrendo pouco às conexões com a realidade" (p. 14). Deste modo, torna-se difícil a compreensão e o gosto que os alunos desenvolvem pela disciplina (Pinheiro, 2012). Silveira et al. (2011, citados por Pinheiro, 2012) referem que "os materiais manipuláveis devem ser utilizados no currículo pois são objetos que criam uma ligação entre a teoria e a prática, minimizando as ruturas de articulação entre o quotidiano e o saber escolar" (p. 14).

Reys (1971) define materiais manipuláveis como sendo objetos ou coisas que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Os materiais manipuláveis atraem vários sentidos e são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa.

Serrazina (1991) refere que os materiais manipuláveis são instrumentos que ajudam os alunos a entender e consolidar conceitos fundamentais, apelando a vários sentidos. Na mesma linha de pensamento, Vale (2002) define os materiais manipuláveis como "materiais concretos, de uso comum ou educacional, que permitem que durante uma situação de aprendizagem apelem para os vários sentidos dos alunos devendo ser manipulados e que se caracterizam pelo envolvimento activo dos alunos" (p. 8).

Os materiais manipuláveis são um recurso didático relevante para serem utilizados pelo professor, nas salas de aula. Estes materiais permitem uma maior aproximação entre a teoria matemática e a prática, podendo tornar as aulas mais dinâmicas e compreensíveis (Rodrigues & Gazire, 2012).

Reys (1971) indica que os materiais ao serem convenientemente selecionados permitem: (a) tornar as atividades de ensino mais diversificadas; (b) executar experiências envolvendo situações problemáticas; (c) representar de forma concreta as ideias matemáticas abstratas; (d) dar oportunidade de serem os alunos, de forma autónoma, a descobrirem relações e consequentemente a formularem generalizações; e (e) envolver de forma ativa os alunos no processo de ensino e aprendizagem.

Scolaro (s.d.) também se pronuncia relativamente aos materiais manipuláveis, mencionando que estes podem atuar como "catalisadores do processo natural de aprendizagem" (p. 14), uma vez que aumentam a motivação dos alunos e estimulam, com o intuito de aumentar a qualidade e a quantidade dos seus estudos.

Reys (1971) refere que é possível indicar um conjunto de indicações interligadas que fundamentam a utilização de materiais manipuláveis no ensino e na aprendizagem da matemática: (1) a formação de conceito é a essência da aprendizagem da matemática; (2) a aprendizagem é baseada na experiência; (3) a aprendizagem sensorial é a base de toda a experiência e por isso é considerada o núcleo da aprendizagem; (4) a aprendizagem é um processo de crescimento; (5) a aprendizagem é caracterizada por estágios distintos de desenvolvimento; (6) a aprendizagem é aprimorada pela motivação; (7) a aprendizagem constrói-se do concreto para o abstrato; (8) a aprendizagem requer uma participação ativa do aluno; e (9) a formação de uma abstração matemática é um processo longo.

Botas (2008) distingue dois tipos de material: o material estruturado e o material não estruturado e refere que ambos deverão fazer parte da aprendizagem como meio de facilitar a compreensão dos conceitos e das ideias matemáticas. O material não estruturado é, segundo Botas (2008), "aquele que ao ser concebido não corporizou estruturas matemáticas, e que não foi idealizado para transparecer um conceito matemático, não apresentando, por isso, uma determinada função, dependendo o seu uso da criatividade do professor" (p. 27), como por exemplo: embalagens de leite, palitos, tampas, palhinhas, entre muitos outros. Por outro lado, o material estruturado é aquele que apresenta conceções matemáticas já determinadas (Botas, 2008), como por exemplo: sólidos geométricos, blocos lógicos, ábaco, réguas, entre outros.

No que respeita aos materiais estruturados, Reys (1971) afirma que estes vêm representar claramente o conceito matemático, contudo os alunos podem não entender o conceito modelado pelo material. Muitas vezes, os conceitos estão profundamente enraizados em alguns materiais que poucos alunos conseguem extrair ideias relevantes da sua experiência com a utilização dos mesmos (Reys,1971). Este problema é ainda agravado por materiais que possuem elementos de distração que sevem de obstáculo ao entendimento do conceito modelado pelo material (Reys,1971).

De acordo com Damas et al. (2010), os materiais manipuláveis estruturados são "suportes de aprendizagem que permitem envolver os alunos numa construção sólida e gradual das bases matemáticas. No contacto directo com o material, as crianças agem e comunicam, adquirindo o vocabulário fundamental, associando uma acção real a uma expressão verbal" (p. 5).

Matos e Serrazina (1996) referem que apenas a manipulação do material não garante uma aprendizagem significativa e, neste aspeto, o papel do professor é de extrema importância, uma vez que é ele que deve escolher, de forma cuidadosa, o material a ser utilizado para que a atividade tenha o devido sucesso.

Lorenzato (2006, citado por Rodrigues & Gazire, 2012) reforça a ideia de que "não basta o professor dispor de um bom material didático para que se tenha a garantia de uma aprendizagem significativa (p. 188).

Rêgo e Rêgo (2006, citados por Rodrigues & Gazire, 2012) mencionam alguns cuidados que o professor deve ter durante a utilização de material manipulável, tais como:

> (i). Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
> (ii). Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
> (iii). Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registo individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
> (iv). Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
> (v). Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma

eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e

(vi). Sempre que possível, estimular a participação do aluno. (Rêgo & Rêgo, 2006, citados por Rodrigues & Gazire, 2012, p. 194)

Reys (1971) indica que um dos critérios a ter em conta quando se seleciona materiais para uma ação pedagógica é o facto de este fornecerem manipulação individual, ou seja, cada aluno deve ter uma ampla oportunidade de lidar fisicamente com os materiais (isto pode ser feito individualmente ou dentro de um grupo de trabalho). Na mesma linha de pensamento, Lorenzato (2006, citado por Rodrigues & Gazire, 2012) afirma que existe uma diferença pedagógica entre uma aula em que o professor apresenta o conteúdo ilustrando-o com o material e uma aula em que são os alunos a manusear o próprio material. Reys (1971) afirma que essa manipulação, em geral, deve explorar o maior número de sentidos possível (por exemplo, visual, auditivo, tátil). O facto de serem os alunos a manusear o próprio material permite que a aula seja mais benéfica à sua formação pois os alunos conseguem realizar as suas próprias descobertas, em ritmos próprios, facilitando a compreensão dos resultados obtidos durantes as tarefas (Reys,1971; Lorezanto, 2006, citado por Rodrigues & Gazire, 2012).

Vale (2002) salienta a ideia de que os alunos parecem aprender matemática de um modo mais eficaz quando utilizam materiais manipuláveis, dando-lhes a oportunidade de interagir uns com os outros. A mesma autora refere ainda que este material permite que os alunos reflitam sobre as suas experiências e comuniquem uns com os outros tornando assim a aprendizagem mais significativa e duradoura (Vale, 2002). Na mesma linha de pensamento, Pimm (1995, citado por Vale, 2002) reforça a ideia de que “usar materiais manipuláveis no ensino da matemática é sempre um meio para atingir um fim, e não um fim em si mesmo” (p. 52), uma vez que devemos permitir que o aluno tenha um papel ativo e reflexivo na construção do seu próprio saber (Vale, 2002).

3. METODOLOGIA

3.1. Opções metodológicas

3.1.1. Natureza do estudo

Com base no objetivo principal do estudo – Compreender as estratégias utilizadas por alunos de 6.º ano em tarefas com sequências figurativas de crescimento – e nas questões orientadoras definidas – i) Que estratégias são mais utilizadas pelos alunos em sequências figurativas de crescimento? e ii) De que forma o uso de materiais manipuláveis contribui para a compreensão das sequências figurativas de crescimento? – optou-se por uma metodologia de natureza qualitativa, baseada no paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994). Esta metodologia tem como objetivo envolver-se no mundo dos sujeitos para "saber como interpretam as diversas situações e que significado tem para eles" (Coutinho, 2013, p. 18).

Bogdan e Biklen (1994) definem a investigação qualitativa como uma expressão genérica capaz de agrupar várias estratégias de investigação que partilham determinadas características. Desses características é importante salientar que: (i) o investigador é o principal agente na recolha dos dados; (ii) os dados recolhidos são de caracter descritivo; (iii) o investigador interessa-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados; (iv) os investigadores tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; e (v) o investigador dá mais importância ao facto de tentar compreender o significado que os participantes dão às suas experiências (Bogdan & Biklen, 1994).

3.1.2. Técnicas de recolha de dados

As técnicas de recolha de dados são o conjunto de processos que nos permite recolher dados essenciais para o processo de investigação (Sousa & Baptista, 2014). Estas servem para "sistematizar a informação recolhida, classificando por vários critérios a informação quantitativa ou qualitativa obtida" (Coutinho, 2013, p. 39).

As principais técnicas de recolha de dados, utilizadas neste estudo, centraram-se na observação direta participante, na realização de entrevistas e na recolha documental (produções dos alunos, registo áudio de um dos grupos da turma e notas de campo).

Com base numa conversa informal com a professora cooperante sobre os grupos de trabalhos que os alunos criavam, esta sugeriu a gravação de um deles visto que era aquele que apresentava uma maior diversidade de raciocínios. Este grupo era composto por alunos com diversos níveis de desempenho matemático, ou seja, dois alunos com mais dificuldades, um aluno com um nível intermédio e outro aluno com um pensamento mais sofisticado.

No que concerne à observação, salientam-se as palavras de Sousa e Baptista (2014) quando referem que esta é uma técnica baseada na presença do investigador no local. A observação participante é um processo interativo de recolha de dados que envolve uma integração do investigador nos acontecimentos que está a observar (Rodriguez, Flores & Jiménez, 1999). Na mesma linha de pensamento, Sousa e Baptista (2014) acrescentam que a observação participante "tem por objetivo recolher dados (sobre ações, opiniões ou perspetivas) aos quais um observador exterior não teria acesso" (p. 88).

Relativamente à entrevista, Sousa e Baptista (2014) referem que esta consiste em conversas orais, individuais ou em grupo com o objetivo de recolher e transmitir informação. Este instrumento de recolha de dados possibilita diversidades no que diz respeito às questões e respostas, uma vez que corresponde à interação direta, dando assim oportunidade para aprofundar e reformular os conteúdos a serem explorados (Sousa & Baptista, 2014).

Neste estudo, optou-se pela realização de uma entrevista semiestruturada individual pois, de acordo com Sousa e Baptista (2014) dá liberdade ao entrevistado de abordar outros conteúdos sem ser a resposta direta à questão, sempre com a noção de que não deve fugir do tema principal. Este tipo de entrevista apresenta um guião já realizado e tem a vantagem "de falar dos assuntos que se quer falar com maior liberdade e rigidez para o entrevistado" (Sousa & Baptista, 2014, p. 80).

O questionário sobre a motivação para a matemática (cf. Anexo A), realizado durante o período de estágio, foi aplicado a toda a turma e foi a partir da análise do mesmo (cf. Anexo B) que foram selecionados os alunos para a realização da entrevista. Foram entrevistados alguns dos alunos que, no questionário sobre a motivação para a matemática colocaram a utilização de materiais manipuláveis como a estratégia que mais os motivava nas aulas. Desses alunos, foram selecionados (com o auxílio da professora cooperante) quatro alunos que apresentassem diferentes níveis de aprendizagem, ou seja, um aluno com mais dificuldades (Afonso), dois alunos de nível intermédio (Ana e Carlos) e um aluno com o pensamento mais sofisticado (João).

As entrevistas foram realizadas com o intuito de perceber a importância dos materiais manipuláveis na realização das tarefas realizadas em sala de aula, uma vez que no questionário apenas contemplava diversas opções para escolha e não lhes dava a oportunidade de justificar a respetiva escolha. É de salientar que, inicialmente, as entrevistas seriam para realizar pessoalmente de modo a que eu conseguisse levar alguns materiais manipuláveis e solicitasse aos alunos para voltarem a fazer alguns exercícios das tarefas realizadas em sala de aula, com o intuito de perceber o seu raciocínio e a estratégia que utilizaram (cf. Anexo C). No entanto, devido à pandemia que se instalou, tive de alterar a entrevista para um formato escrito, tendo enviado as questões por via e-mail para os alunos (cf. Anexo D), e estes responderam por escrito, o que se tornou mais difícil para obter os resultados desejados.

No que respeita à recolha documental, esta contemplou os trabalhos realizados pelos alunos ao longo das sessões, as notas de campo e ainda as transcrições dos registos áudio. Relativamente às produções dos alunos, estas eram recolhidas no final de cada sessão para serem digitalizadas e analisadas posteriormente.

3.1.3. Técnicas de tratamento de dados

O tratamento dos dados recolhidos através da realização das seis tarefas sobre sequências figurativas de crescimento (cf. Anexo E) foi realizado com recurso a análise de conteúdo e a técnicas de estatística descritiva.

Numa fase inicial foi identificada a estratégia utilizada, por grupo, em cada questão das tarefas realizadas em sala de aula e depois foram organizadas numa tabela com o intuito de verificar a frequência relativa e a frequência absoluta das estratégias utilizadas pelos alunos, bem como a evolução de cada grupo ao longo da realização das tarefas (cf. Anexo F). É de salientar que, para a categorização das estratégias, não se teve em conta o facto de a sua resolução estar, ou não, correta ou completa, já que o principal objetivo foi perceber o raciocínio e a estratégia utilizada em cada questão das tarefas. Para a categorização dos dados, foi tido em conta o quadro teórico definido por Ponte et al. (2009), utilizando as categorias analíticas indicadas na tabela seguinte.

Tabela 1

Categorias e respetivos descritores

Categorias	**Descritores**
Estratégia de representação e contagem	O aluno representa todos os termos até ao que é pedido.
Estratégia recursiva	O aluno evidencia uma abordagem aditiva para identificar a alteração existente de um termo para o seguinte, comparando termos consecutivos.
Estratégia funcional	O aluno estabelece uma relação entre o número de ordem e o respetivo termo.

Nesta fase inicial do tratamento de dados, não foi contabilizada a estratégia utilizada na questão 2 da Tarefa 2 realizada pelo Grupo 5, devido à insuficiência de dados na resolução da mesma que impossibilitou inferir a respetiva estratégia.

De seguida, foi analisado um grupo em específico, com o intuito de perceber a evolução do seu raciocínio e das estratégias utilizadas, tendo sido analisados quer as suas produções, quer o registo áudio. Nesta análise detalhada do grupo apenas estão incluídas três das seis tarefas trabalhadas ao longo da investigação, a tarefa 1, a tarefa 4 e a tarefa 6. A primeira tarefa foi escolhida com o objetivo de perceber o raciocínio e as estratégias utilizadas inicialmente pelos alunos ao serem deparados com tarefas com sequências figurativas de crescimento. A tarefa 4 foi analisada pois é a primeira tarefa que solicita a expressão geradora, levando os alunos a assumiram um raciocínio mais funcional. A tarefa 6 foi analisada pois foi a última tarefa a ser realizada e os alunos já não tinham acesso aos materiais manipuláveis para os auxiliarem na visualização.

De seguida, foram analisados alguns momentos da discussão coletiva de modo a perceber de que forma os alunos foram orientados para a resolução das questões e para o uso das estratégias.

Por fim, no concerne à análise das entrevistas, estas foram analisadas, inicialmente, de forma individual com o objetivo de perceber a opinião individual dos alunos no que diz respeito à importância dos materiais manipuláveis para a realização destas tarefas. De seguida, foram analisadas de forma a comparar a opinião de cada aluno com o tipo de raciocínio e também com a utilização das estratégias ao longo da resolução das tarefas. É de salientar que os quatro alunos entrevistados pertencem a grupos de trabalho diferentes.

3.2. Contexto

3.2.1. Modo de implementação das tarefas

No início do 2.ºperíodo, os alunos terminaram os conteúdos relativos ao domínio da Geometria e quando iniciei a intervenção comecei logo com o domínio da Álgebra. Este domínio foi iniciado com a sequência didática de seis tarefas com sequências figurativas de crescimento que foram selecionadas e adaptadas, como é possível observar na tabela seguinte.

Tabela 2

Origem das tarefas utilizadas

Tarefa	**Origem**
Tarefa n.º 1	Adaptado de Warren e Cooper (2008, p. 175)
Tarefa n.º 2	Adaptado de Monteiro e Pinto (2014, p. 54) (manual escolar – mp. 6)
Tarefa n.º 3	Adaptado de Gave – 6.ºano – 2ªfase (2013)
Tarefa n.º 4	Adaptado de Vale, Pimentel, Barbosa et al. (2011, p. 27)
Tarefa n.º 5	Adaptado de Gave – 6.ºano (2011)
Tarefa n.º 6	Adaptado de Vale, Pimentel, Barbosa et al. (2011, p. 27).

Este conteúdo foi adaptado de modo a ser trabalhado com um grau de dificuldade crescente. As tarefas iniciais apresentavam uma relação direta entre o termo e o seu número de ordem, com algumas secções assinaladas com uma cor diferente. Também as questões colocadas ao longo das tarefas foram aumentando de dificuldade pois as tarefas iniciais apenas continham questões diretas e de termos mais próximos, enquanto que as últimas tarefas já pediam a utilização de um raciocínio inversivo e de termos mais distantes, apelando assim a um raciocínio mais complexo

Toda a turma estava organizada em grupos de quatro a cinco elementos e era distribuído, por cada grupo, um envelope com o material manipulável de apoio à exploração da tarefa e a ficha com a respetiva tarefa. O material disponibilizado permitia aos alunos construírem as cinco primeiras figuras da sequência apresentada, sem desfazer nenhuma das figuras anteriores. A única exceção foi nas tarefas 5 e 6 onde já não foi disponibilizado nenhum material de modo a incentivá-los a avançar no seu raciocínio.

Em todas as sessões, a metodologia de trabalho era a mesma, ou seja, no início os alunos trabalhavam de forma autónoma e eu apenas efetuava algumas intervenções nos respetivos grupos, de modo a esclarecer eventuais dúvidas. Sempre que um dos grupos terminava, era reforçada a ideia de que deveriam rever todas as resoluções que fizeram de modo a evitar erros ou poderem melhorar as suas resoluções. Como a duração de cada sessão era reduzida, o momento de discussão era realizado, sempre, no início da sessão seguinte, em grande grupo, onde os alunos apresentavam as suas resoluções e as respetivas estratégias utilizadas, promovendo assim um momento de partilha. É de salientar que eu levava sempre as resoluções das tarefas, no final de cada sessão, para digitalizar e, na sessão seguinte, entregava-as de modo a que os alunos pudessem participar no momento da discussão, tendo a sua folha com a respetiva resolução.

3.2.2. Caracterização dos participantes

Esta investigação foi implementada numa turma de 6.º ano de escolaridade, composta por 22 alunos, 11 raparigas e 11 rapazes, sendo que todos participaram no estudo através da realização das tarefas durante as sessões, exceto uma aluna que não comparecia nas aulas.

Os alunos tinham idades compreendidas entre os 11 e os 14 anos, sendo a média das suas idades de 11,54.

3.3. Princípios éticos do processo de investigação

Na concretização de qualquer tipo de investigação é fundamental ter sempre em consideração os princípios éticos e a privacidade dos indivíduos envolvidos na mesma. Deste modo, para a realização do presente trabalho, foram tidos em conta os princípios éticos presentes na Carta Ética, da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (2014), no que diz respeito à relação com os participantes da investigação.

> A relação com os participantes da investigação, todas as pessoas que, de forma direta ou indireta, estão envolvidas no processo de investigação, deverá ser pautada pelo princípio fundamental de respeito por cada Pessoa, enquanto ser humano único, inserido em comunidades e em grupos sociais com os quais estabelece relações de interdependência. (SPCE, 2014,p. 7)

Segundo a SPCE (2014) os investigadores deverão informar, antecipadamente, os participantes, ou os seus encarregados de educação, sobre os objetivos da investigação, "dispondo-se a prestar os esclarecimentos necessários ao longo de todo o processo de investigação" (p. 7). Posto isto, saliento que os encarregados de educação dos alunos a quem realizei a entrevista foram informados, através de um recado para casa (cf. Anexo G), e deram o seu consentimento, sendo garantido que haveria ocultação total da identidade dos alunos, não sendo divulgado qualquer nome e/ou apelidos no estudo, bem como da instituição a que pertencem.

Todos os participantes do estudo "têm direito à privacidade, à discrição e anonimato" (SPCE, 2014, p. 8), deste modo, o investigador deve assegurar que os dados fornecidos sejam totalmente confidenciais e anónimos. (SPCE, 2014).

4. RESULTADOS

Neste capítulo, procederei à análise dos resultados decorrente da aplicação de seis tarefas com sequências figurativas de crescimento. Este capítulo está organizado em duas secções: a análise qualitativa e a análise quantitativa. Na primeira secção, será abordada a exploração autónoma do grupo 1, os momentos de discussão coletiva e as entrevistas realizadas aos alunos sobre a utilização dos materiais manipuláveis na realização das tarefas. Na segunda secção, serão apresentadas as frequências absoluta e relativa da utilização de cada estratégia pelos grupos de alunos.

4.1. Análise qualitativa

4.1.1. Exploração autónoma do Grupo 1

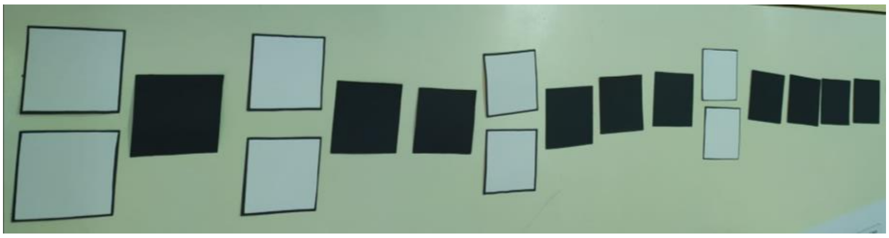
Neste subcapítulo irei fazer uma análise detalhada das estratégias utilizadas pelo Grupo 1, cruzando duas fontes de dados (as suas resoluções e a gravação áudio realizada nas respetivas sessões).

4.1.1.1. Tarefa 1

Depois de entregue o material (10 quadrados brancos e 15 quadrados pretos) ao grupo e a folha de registo da tarefa, os alunos começaram logo a olhar para a sequência e a retirar conclusões de forma a conseguirem responder às questões. Os alunos começaram por manusear o material e construíram os quatro primeiros termos da sequência (Figura 1).

Figura 1

Representação dos quatro primeiros termos da sequência



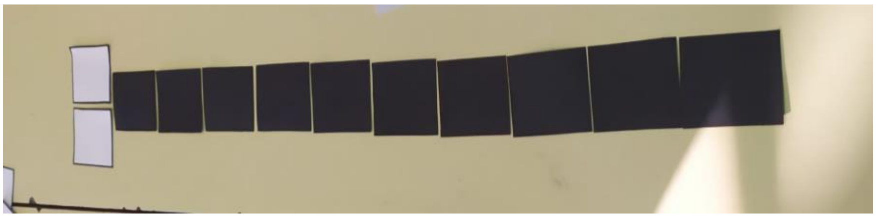
Após representarem os três primeiros termos (que era só copiar da ficha), houve alguma dificuldade por parte de alguns alunos na construção das figuras seguintes.

> Miguel – Agora como é que fazemos a figura 4?
> Luís - Faz uma igual a esta (apontando para a 3.ª figura) só que com 4 quadrados pretos.

De seguida, ao olharem para a questão 1 da tarefa, os alunos decidiram desconstruir as figuras que já tinham e, com os quadrados, construir a figura 10, tornando-se assim mais fácil responder à questão, percebendo desta forma a lógica de formação da sequência (Figura 2).

Figura 2

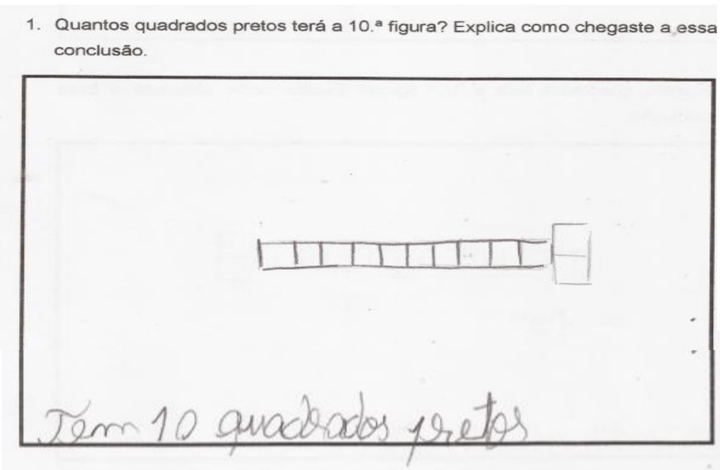
Representação da 10.ª figura da sequência



Na primeira questão (Figura 3), é percetível o uso da estratégia funcional uma vez que os alunos perceberam que o número de quadrados pretos é igual ao número da figura, ou seja, estabeleceram uma relação entre o termo e a ordem. Embora não refiram essa relação explicitamente, nem oralmente nem por escrito, o facto de terem construído, neste momento, apenas a 10.ª figura, desmanchando as anteriores, mostra que estarão a usar o mesmo raciocínio expresso para a 4.ª figura ("com 4 quadrados pretos").

Figura 3

Resolução da questão 1 da Tarefa 1


1. Quantos quadrados pretos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

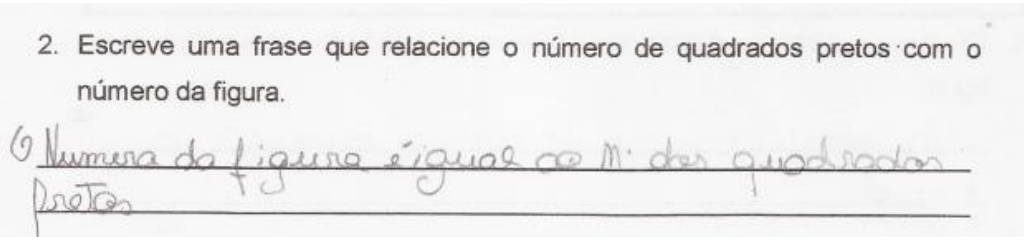
Tem 10 quadrados pretos

Professora estagiária 1 – O que é que vamos responder na dois?
(a professora lê a questão e pede que os alunos pensem na sua resposta)
Luís – Dois mais dois mais dois . . .
Professora estagiária 1 – Será?
João – O quê? Dois?
Luís – Então um mais um mais um . . .
Professora estagiária 1 – Vamos lá olhar para o número de quadrados pretos de cada figura. A figura 1 tem quantos quadrados pretos?

Grupo – 1
Professora estagiária 1 – E a figura 2?
Grupo – 2
(a professora estagiária vai questionando os alunos acerca do número de quadrados pretos da figura 3, da figura 4 e da figura 10)
Professora Estagiária 1 - Então qual é a relação que existe?
João – São os mesmos. O número da figura é igual ao número dos quadrados pretos.
Professora estagiária 1 – Então e se eu tiver a figura 100 quantos quadrados pretos é que eu vou ter?
Grupo – 100.

Embora evidenciem ter compreendido a relação funcional na construção da 10.ª figura, os alunos só conseguiram expressá-la, na questão 2, com o apoio orientador da professora (Figura 4).

Figura 4
Resolução da questão 2 da Tarefa 1


2. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados pretos com o número da figura.

6 Numero da figura é igual ao N.º dos quadrados Pretos

João – Quantos quadrados terá a figura 6?
Miguel – Seis?
Luís – Não, oito porque são os quadrados todos.

Após perceberem que a questão pedia o número total de quadrados (quadrados pretos e quadrados brancos), os alunos rapidamente perceberam que se adicionava dois quadrados ao número de quadrados pretos, que corresponde ao número da figura (Figura 5 e 6).

Figura 5

Resolução da questão 3 da Tarefa 1

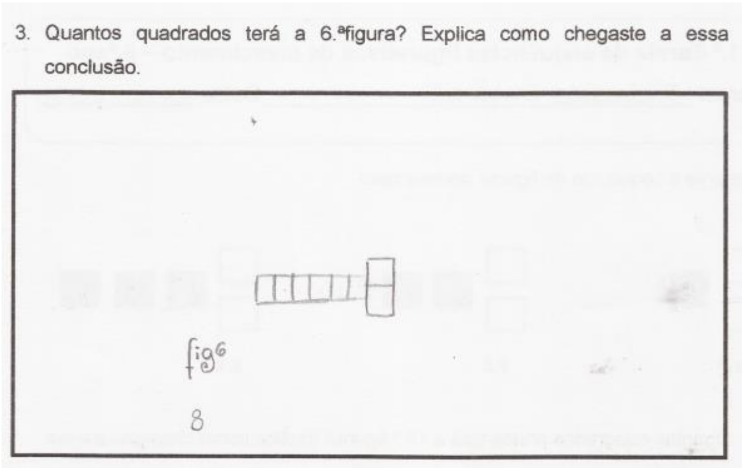
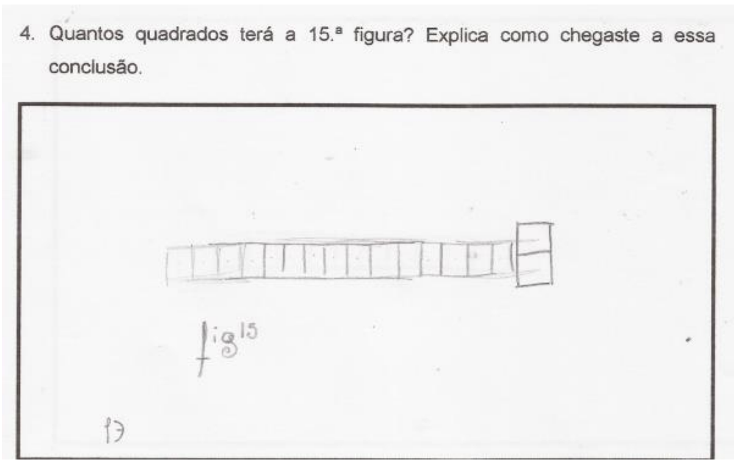


Figura 6

Resolução da questão 4 da Tarefa 1

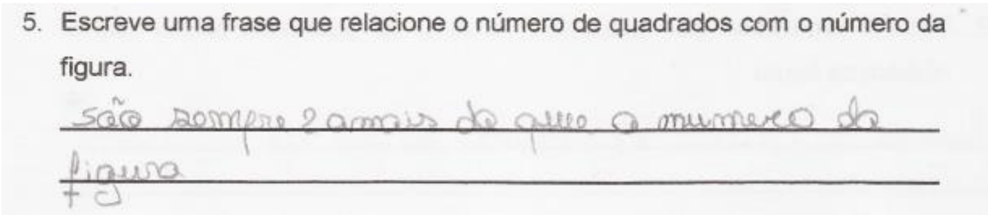


(*O aluno lê a questão número 5 e associa ao número de quadrados pretos*)
Professora estagiária 2 – Números de quadrados no total, não é só o número de quadrados pretos.
João – São sempre dois a mais do que o número da figura.

Assim, o grupo utilizou uma estratégia funcional visto que já tinha relacionado o número de quadrados pretos com o número da figura e percebido que o número de quadrados brancos se mantém constante (sempre dois) (Figura 7).

Figura 7

Resolução da questão 5 da Tarefa 1


5. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

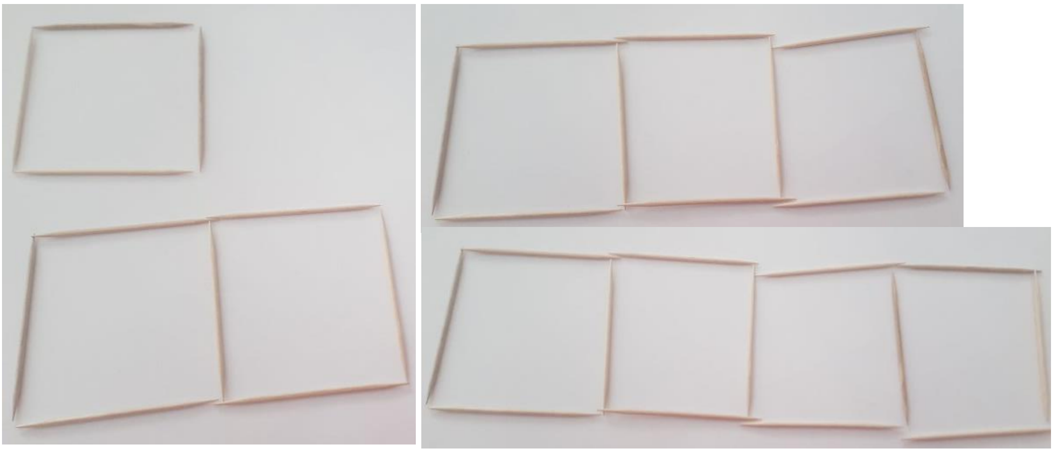
são sempre 2 a mais do que o mumero da figura

4.1.1.2. Tarefa 4

Depois de entregue o material (50 palitos) ao grupo e a folha de registo da tarefa, os alunos começaram logo a olhar para o padrão e a retirar conclusões de forma a conseguirem responder às questões. Os alunos começaram por manusear o material e construíram as primeiras quatro figuras (Figura 8).

Figura 8

Representação dos quatros primeiros termos da sequência

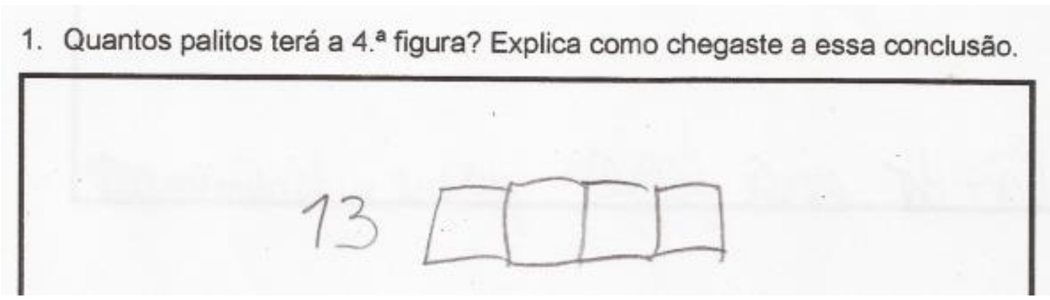


Através desta representação visual, os alunos utilizaram uma estratégia de representação e contagem, e chegaram facilmente ao número de palitos da 4.ª figura (Figura 9).

Bernardo – Então e a figura 15?
Miguel – A figura terá 16.
João – O quê?
Luís – 15 x 4. Quer dizer, não 15 x 3. É 15 x 3.
Professora estagiária 2 – Vamos lá ter em atenção as figuras que representaram.
Luís – Acrescenta-se sempre mais 3 então fazemos 15 x 3.
Professora estagiária 2 – Experimenta lá com as primeiras figuras.

Figura 9

Resolução da questão 1 da Tarefa 4

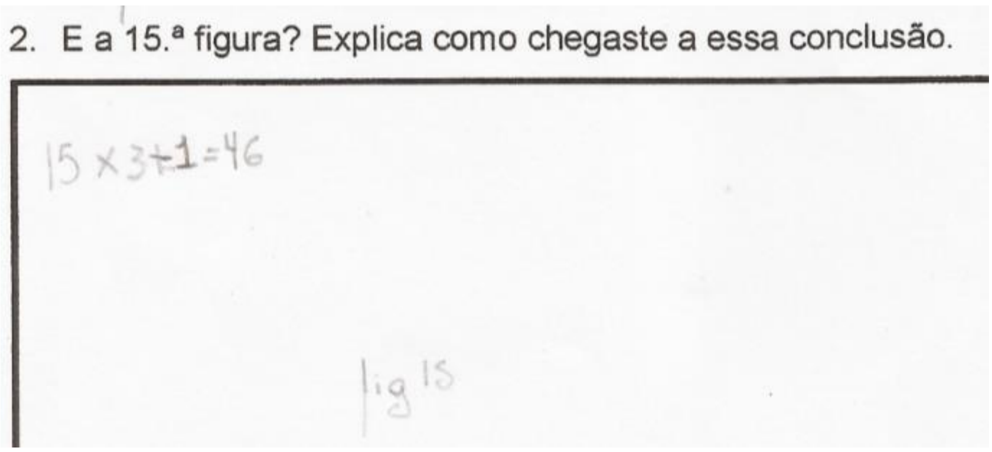


Luís – Não, então fazemos 15 x 4.
(o grupo fica sozinho a discutir as ideias)
Professora estagiária 1 – Então qual é a discussão aqui?
João – Ele disse que a figura 15 tinha 16 palitos mas se a figura 2 tem bem mais do que 3 então a figura 15 vai ter mais de 16.
Luís – Então é 15 x 3 e a figura 15 tem 45 palitos.
Professora estagiária 1 – Vamos pensar…A figura tem quantos palitos? E a figura dois? A figura três?
João – Já entendi… Aqui acrescenta-se uma vez três, aqui acrescenta-se duas vezes três, aqui acrescenta-se três vezes três.
Professora estagiária 1 – Então e depois como é que chegas ao número de palitos? Porque 3 x 2 é 6 mas a figura 2 tem 7 palitos.
João – O que eu estou a pensar é… há sempre 1 em todos e depois fazemos a multiplicação.
Luís – Então fazemos 3 vezes o número da figura e acrescentamos sempre 1.
Miguel – Então vamos 15 vezes 3 mais 1.

Com base na discussão de ideias dos alunos, é possível aferir que estes utilizaram uma estratégia funcional, uma vez que através dos termos anteriores, sob orientação da professora, perceberam qual é a relação existente entre o termo e a ordem. A ideia inicial do Miguel da 15.ª figura ter 16 palitos foi refutada pelos restantes colegas do grupo. Em seguida, tal como fizeram na tarefa anterior, chegaram à relação funcional multiplicativa, observando, de forma recursiva, o que se acrescenta de uma figura para a outra: "Acrescenta-se sempre mais 3 então fazemos 15 x 3". Esta relação é expressa por João quando refere "Aqui acrescenta-se uma vez três, aqui acrescenta-se duas vezes três, aqui acrescenta-se três vezes três". Neste caso, o aluno usa o termo "acrescenta-se" de forma inadequada, já que se reporta a 3n e não ao que é adicionado de um dado termo para o termo consecutivo. Provavelmente, a ideia de acrescentar é referida por a relação funcional ter sido alcançada por meio da identificação da relação recursiva. A intervenção posterior da professora, incidente na segunda figura e no facto desta ter 7 palitos e não 6, foi fundamental para compreenderem então como determinar qualquer termo: "fazemos 3 vezes o número da figura e acrescentamos sempre 1" (Figura 10).

Figura 10

Resolução da questão 2 da Tarefa 4



2. E a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

15 x 3+1=46

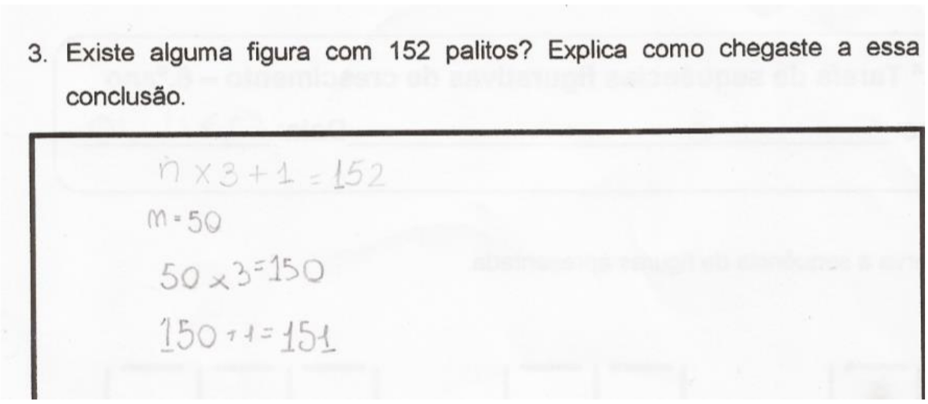
Luís – Alguma figura tem 152 palitos?
Bernardo – 152 x 15 + 1
João – a dividir por 15 menos 1
Professora cooperante – Qual é a expressão geradora?
Luís – É o número da figura vezes três mais um.
Professora cooperante – Então vamos lá… Vocês já chegaram à conclusão que é 3 x n + 1.

Luís – Então fazemos 152 a dividir por 2 vezes três mais 1 .
Professora cooperante – Não, vocês querem saber é o valor de n. Tentem puxar pela cabeça.
João – É impossível… Eu tirei os 2 aos 152 e depois dividi por 3 e se fizermos n = 50 não dá
Professora cooperante – Vamos olhar para a expressão geradora. Vocês querem saber se existe alguma figura com 152 palitos então temos de igualar a expressão a 152.
João – Ah, então vamos retirar 1 ao 152 e ficamos com 151 e depois dividimos por 3.
Miguel – Mas não dá número certo.
Luís – Então não há nenhuma construção com 152 palitos.

Com base na discussão de ideias dos alunos é possível aferir que estes utilizaram uma estratégia funcional uma vez que, através da expressão geradora, conseguiram perceber que não é possível existir uma construção com aquele número de palitos. A ideia inicial do Bernardo de substituir o "n" pelo 152 não foi seguida pelo João que quis dividir por 15 e subtrair 1. Assim, contrariamente a Bernardo, João consegue inverter o pensamento, embora sem ter percebido que deveria subtrair antes de dividir. A ideia de Bernardo foi rejeitada pela professora quando esta se dirigiu ao grupo, reforçando a ideia de que a questão pede que descubram o "n" e não que o substituam por 152, como referido por Bernardo. A estratégia inicial de João foi verificar que n não podia ser 50, tendo concluído assim que era impossível uma figura ter 152 palitos ("É impossível… Eu tirei os 2 aos 152 e depois dividi por 3 e se fizermos n = 50 não dá"). Só depois da orientação da professora, ao referir que "temos de igualar a expressão a 152", é que João utiliza o processo de subtrair 1 a 152 seguido da operação inversa da multiplicação para conseguir descobrir se existe alguma figura com 152 palitos. Os restantes elementos do grupo, Miguel e Luís, concluem que não se obtém um número natural e por isso "não há nenhuma construção com 152 palitos" (Figura 11).

Figura 11

Resolução da questão 3 da Tarefa 4



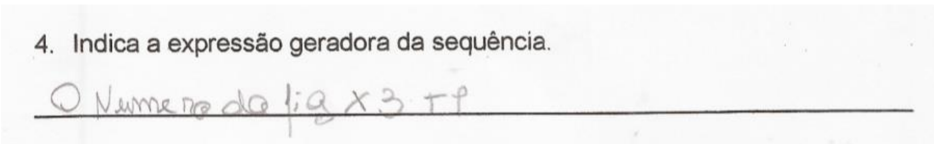
3. Existe alguma figura com 152 palitos? Explica como chegaste a essa conclusão.

n x 3 + 1 = 152
m = 50
50 x 3 = 150
150 + 1 = 151

Ao longo da tarefa os alunos utilizaram várias vezes a expressão geradora, por isso a resposta à questão 4 foi imediata, utilizando sempre a estratégia funcional (Figura 12).

Figura 12

Resolução da questão 4 da Tarefa 4



4. Indica a expressão geradora da sequência.

O Numero da fig x 3 +1

4.1.1.3. Tarefa 6

Depois de entregue a ficha de registo da tarefa (é de salientar que nesta tarefa já não foi distribuído o material manipulável), os alunos começaram logo a olhar para o padrão e a retirar conclusões de forma a conseguirem responder às questões. Nesta tarefa existiam duas regras distintas, uma associada aos tijolos e outra associada às telhas.

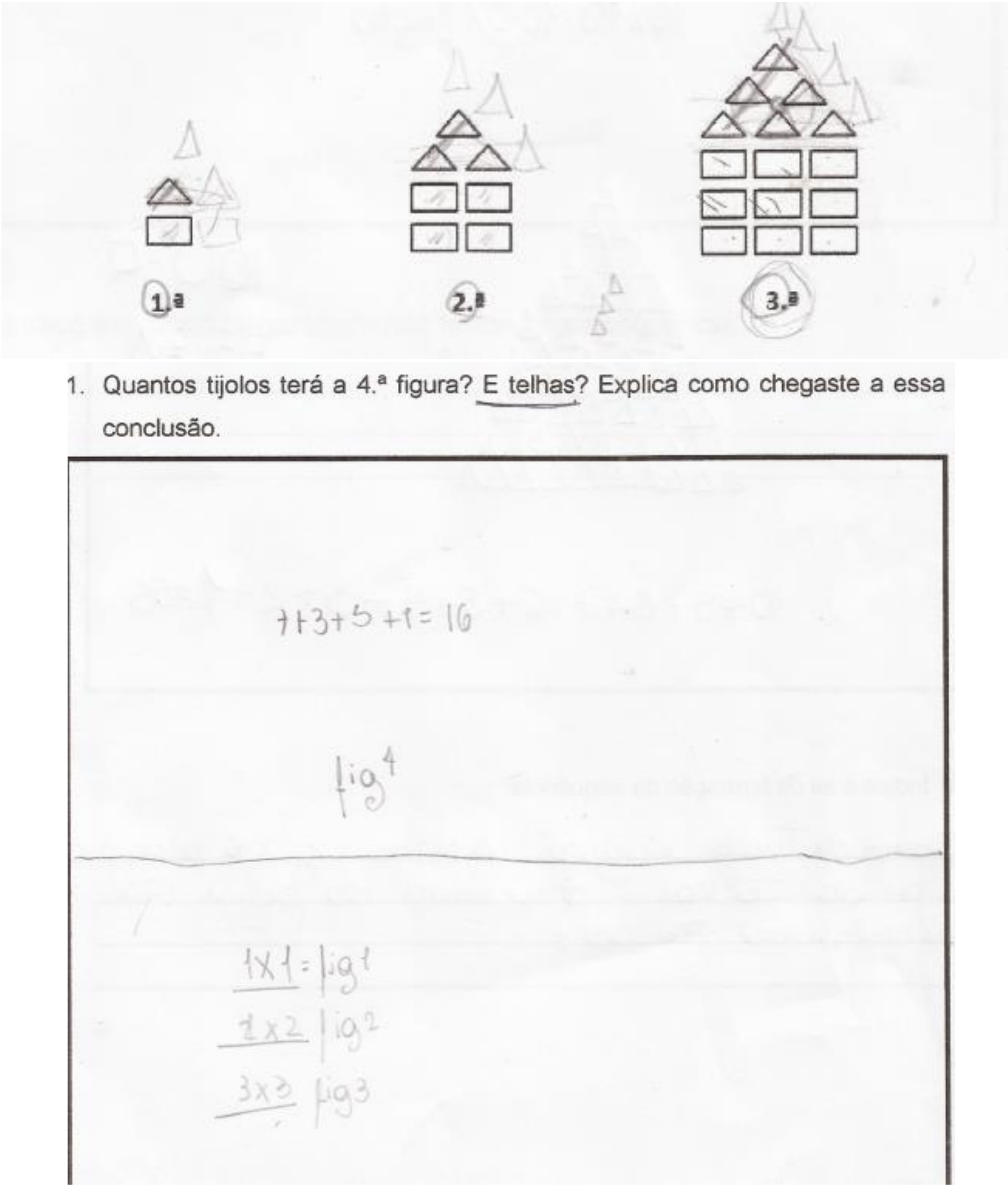
> Professora estagiária 1 – Então o que é que já descobriram?
> João – Acrescentamos aqui quadrados (apontando para a 1.ª figura). Primeiro é 1, depois é 3, é sempre números impares, depois é 5. Por isso, provavelmente aqui (referindo-se à 4.ª figura) é 7.
> Professora estagiária 1 – Então quantos tijolos ao todo tem a figura 4?
> João – Então 7+3+5+1, tem 16.
> Professora estagiária 1 – Isto que tu fizeste é uma fórmula, está certo. Mas agora, quero que pensem noutra fórmula utilizando o número da figura.
> João – Já entendi. Aqui há 1 (apontando para a 1.ª figura), aqui há 2 (apontando para os tijolos dispostos em coluna da figura 2), aqui há 3 (apontando para os tijolos dispostos em coluna da figura 3).

Professora estagiária 1 – Sim mas como é que eu chego ao total de tijolos da figura?
(*o grupo fica a discutir as suas ideias, com a orientação da professora estagiária*)
João – Já entendi! Já entendi! Aqui é 1x1, aqui é 2x2, aqui é 3x3.
Professora estagiária 1 – Então e a 4.ª figura?
João – É 4x4 que dá 16.
Luís – Eu pensava que era assim: aqui tinha 1 acrescenta-se mais 3 (apontando para a figura 2), aqui tem 4 acrescenta-se mais 6. É como se fosse a tabuada do três.
Professora estagiária 1 – Aqui tens 4 mas aqui (apontando para a figura 5) só acrescentas 5. Pensa lá bem para refazeres essa fórmula.
Professora estagiária 1 – E as telhas?
(*o grupo tenta chegar a uma expressão geradora para as telhas*)
Bernardo – Aqui acrescenta-se 2 (apontando para a figura 2), aqui acrescenta-se 3 (apontando para a figura 3).
Luís – Mentira!
(o Luís pede ajuda à professora)
Professora cooperante – Vamos pensar nas telhas ou dos tijolos?
João – Nas telhas. Acrescenta-se sempre o que falta para fazer um triângulo.
Professora cooperante – Mas vocês vão acrescentar é aqui na base.
João - Como assim?
Professora cooperante – Vocês aqui tinham um triângulo, depois debaixo desse triângulo acrescentaram dois, depois três…
(o João interrompe a professora, mencionado que já tinha entendido a lógica das telhas)
João – Três aqui, três deste lado e três deste lado, dois deste lado, dois deste lado e dois deste lado, um deste lado, um deste lado e um deste lado.
Professora cooperante – Não. Mas isto mantém-se (apontando para a telha que se mantém na figura 2) e depois acrescentamos 2. Depois continuamos com esta parte e acrescentamos 3. Então agora o que é que vamos acrescentar? É sempre na base do retângulo.
Luís – Acrescentamos 4.
(*o João continua com dúvidas e a professora volta a repetir a explicação*)
Luís – Então a primeira linha das telhas é sempre igual ao número da figura.
João – Sim, e depois vai decrescendo até chegarmos ao 1.

Na questão 1, o grupo começou por utilizar uma estratégia recursiva na medida em que percebeu quantos tijolos se aumenta de uma figura para a outra e realizou a soma. Posteriormente, sob orientação da professora, utilizou uma estratégia funcional visto que percebeu a lógica (n x n) e utilizou essa fórmula. Relativamente às telhas, o grupo utilizou uma estratégia de representação e contagem uma vez que utilizou o esquema original para desenhar o número de telhas da 2.ª figura, e sucessivamente as restantes, tendo desenhado as telhas da 4.ª figura na 3.ª figura do enunciado. No entanto, não chegou a responder no espaço destinado ao mesmo (Figura 13).

Figura 13

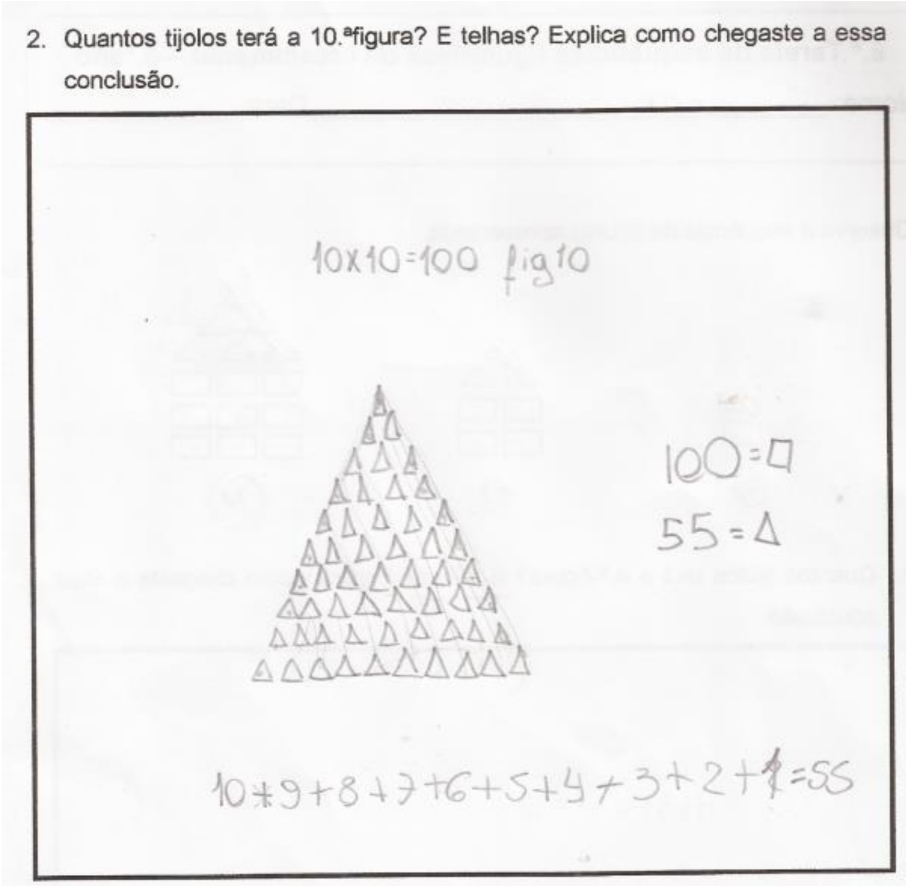
Resolução da questão 1 da Tarefa 6



Na questão 2, o grupo já utiliza a estratégia funcional para descobrir o número de telhas da figura 10. É de salientar que esta determinação fez-se de modo aditivo pelas linhas de telhas (1.ª linha – 10 telhas; 2.ª linha – 9 telhas…), apoiada pela representação do termo pelo desenho do mesmo. Relativamente aos tijolos, o grupo manteve a estratégia funcional visto que utilizou a expressão geradora, associando o termo à sua ordem (Figura 14).

Figura 14

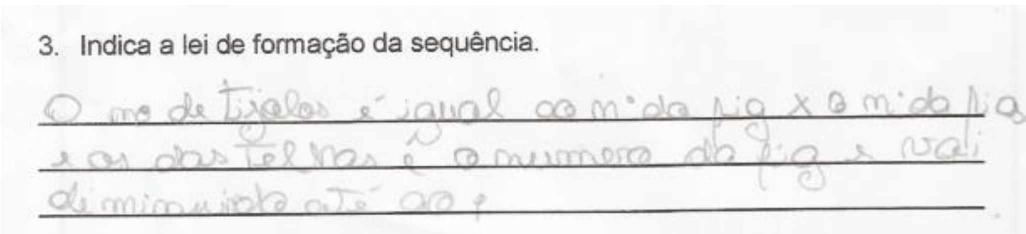
Resolução da questão 2 da Tarefa 6



Na questão 3, o grupo utilizou a estratégia funcional quando refere que "o nº de tijolos é igual ao nº da fig x o nº da fig", ou seja, recorreu à expressão geradora para escrever a lei de formação dos tijolos. Para descrever a lei de formação das telhas ("é o número da fig. e vai diminuindo até ao 1"), utiliza também uma estratégia funcional, mas expressa-a de forma aditiva e não com uma expressão geradora (Figura 15).

Figura 15

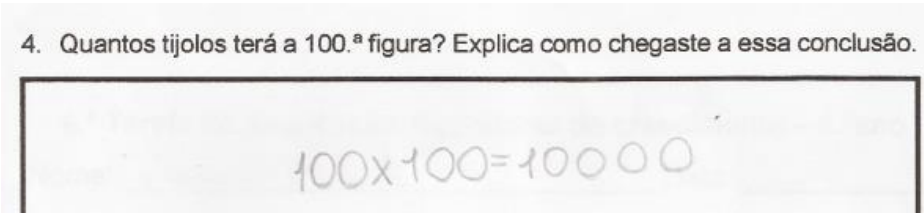
Resolução da questão 3 da Tarefa 6



Nas últimas questões (Figura 16 e 17), como podemos observar, os alunos utilizam uma estratégia funcional pois fazem referência à expressão geradora que faz a ligação entre o termo e o número de ordem.

Figura 16

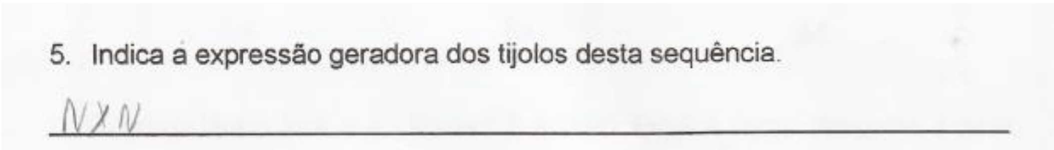
Resolução da questão 4 da Tarefa 6


4. Quantos tijolos terá a 100.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

100x100=10000

Figura 17

Resolução da questão 5 da Tarefa 6


5. Indica a expressão geradora dos tijolos desta sequência.

NXN

4.1.2. Discussão coletiva

Em cada momento da discussão, era solicitado a um aluno que se dirigisse ao quadro e explicasse qual o seu raciocínio e a respetiva resolução da questão de cada tarefa. À medida que os alunos iam partilhando os seus raciocínios, os colegas iam fazendo comentários e a professora estagiária, caso achasse pertinente, acrescentava algumas noções e questionava os alunos acerca dos seus procedimentos. É de salientar que, no momento da discussão da tarefa, a estagiária, em grande grupo, fazia um resumo de todos os conteúdos abordados e implícitos naquela tarefa.

A discussão da tarefa 1 inicia-se pela primeira alínea:

> Professora estagiária 1 – (*lê o enunciado da alínea 1*) Quantos quadrados pretos tem a 10.ª figura?
> Kevin – 10
> Professora estagiária 1 – Porquê?
> Kevin – Porque o número da figura é igual ao número de quadrados pretos.

Na fase inicial da discussão desta tarefa, os alunos conseguiram logo associar o número de quadrados pretos ao número da figura, demonstrando, assim, uma estratégia funcional. A discussão prossegue relativamente ao número total de quadrados da sequência:

> Professora estagiária 1 – (*lê o enunciado da alínea 4*) Quantos quadrados terá a 15.ª figura?
> Carlota – Terá 17 porque são 15 pretos mais 2 quadrados brancos.
> João – São sempre dois a mais do que o número da figura.

Neste extrato, é percetível o uso de uma estratégia funcional pelos dois alunos, contudo é expressa de forma diferente. A Carlota faz referência apenas ao número concreto de quadrados enquanto que o João, já com um pensamento mais complexo, consegue relacionar o número da figura com a quantidade total de quadrados.

A tarefa 2 tinha a mesma lógica do que a anterior, o que facilitou a resolução por parte dos alunos.

> Professora estagiária 1 – (*lê o enunciado da alínea 2*) Quantos tijolos terá a 10.ª figura?
> Afonso – 24
> Professora estagiária 1 – Porquê?
> Afonso – Porque são 10 claros, 10 escuros em cima e mais 2 em cada lado. Os dois em cada lado dá 4 mais 20 no meio dá 24.
> A *discussão da tarefa prossegue, passando para a alínea 3*.
> Professora estagiária 1 – Explica como é que o teu grupo pensou (*apontando para a alínea 3*).
> Manuel – Os dois tijolos das laterais… o resultado da soma deles… 50 menos o resultado dá 46, depois 46 a dividir por 2 dá 23.
> Professora estagiária 1 - Então ele fez os 50 menos 4 que são os das pontas. Certo? Depois deu 46 e aos 46 ele dividiu por 2 para saber os tijolos claros que a figura tinha.

Afonso percebeu a lógica funcional da sequência e, embora explique a relação apoiando-se nos números concretos da 10.ª figura, fá-lo de forma a evidenciar o que varia (o dobro da ordem da figura) e o que se mantém constante ("os dois em cada lado dá 4"), apoiando-se na decomposição da figura. Posteriormente, quando a professora estagiária pede ao Manuel para explicar a sua resolução, este recorre à expressão geradora (n x 2+4), mobilizando um raciocínio inversivo, referindo que subtraiu 4 aos 50 (que era o número de tijolos que a questão pedia) e depois dividiu por 2, utilizando a operação inversa da multiplicação.

A última alínea desta tarefa já questionava os alunos acerca da lei de formação de uma sequência o que, na maior parte das vezes, induz os alunos a explicitarem a relação recursiva apesar de, ao longo da tarefa, ser observável a utilização da estratégia funcional por parte dos alunos.

Afonso – A lei de formação da sequência é formada por um tijolo claro e um tijolo escuro.
Professora estagiária 1 – A ideia está correta mas vamos tentar reformular.
Carlota – Acrescenta-se um tijolo claro e um tijolo escuro.
Paulo – Eu fiz de outra forma. O número da figura vezes 2 mais 4 é o número de tijolos.
Professora estagiária – (*escreve no quadro a expressão que o aluno referiu*) “número da figura (n) x 2 + 4”. Vamos experimentar.
A *professora estagiária experimenta a expressão do Paulo, utilizando as primeiras figuras*.
Professora estagiária 1 – Temos aqui duas maneiras diferentes de escrever a regra da sequência, a lei de formação que o Afonso referiu e a expressão geradora que o Paulo disse.

A ideia inicial do Afonso estava correta mas não se apresentava bem formulada, já que não explicitava que era o que se acrescentava de uma figura para a outra. Em seguida, a Carlota reformulou a lei de formação de forma correta quando referiu que se acrescenta “um tijolo claro e um tijolo escuro”. O Paulo interveio, indicando outra forma de chegar à lei de formação; contudo aquilo que o Paulo mencionou refere-se à expressão geradora e não à lei de formação. A professora estagiária não ignorou a sua ideia, apesar de não ser aquilo que era pedido, e experimentou a expressão para todo a turma perceber que aquilo que o Paulo tinha referido estava correto e se aplicava àquela sequência.

Passo a apresentar um extrato da discussão da tarefa 4, com início na alínea 1:

Susana – Como os palitos aumentam sempre 3 e como a terceira figura tinha 10 palitos eu acrescentei mais 3 e deu 13.
Manuel – Eu fiz de maneira diferente.
A professora estagiária pede para que ele vá ao quadro explicar.
Manuel – “ 4 x 3=12 12+1= 13”
Professora estagiária 1 – Porque é que fizeste 4 x 3?
O *aluno apresenta dificuldades na explicação e a professora estagiária pede auxílio ao grupo a que o aluno pertence*.
Afonso – Porque nós queríamos descobrir a quarta figura e fomos à terceira e como a terceira figura tem 3 quadrados em forma de palitos, nós fizemos a quarta figura vezes a terceira figura que nos deu 12 e depois fizemos 12 mais 1.
Professora estagiária 1 - Porquê mais 1?
Afonso – Para descobrir quantos palitos vai dar a quarta figura.
(…)
O *Luís dirige-se ao quadro para resolver a alínea 2*.
Luís – “3 x 15 + 1 = 46”
Professora estagiária 1 – O Gabriel para descobrir a 15.ª figura fez 3 x 15 + 1. Porquê?
O*s alunos ficaram em silêncio*.
Professora estagiária 1 – Então isto aumenta sempre de quanto em quanto?
Luís – De 3 em 3.

Professora estagiária 1 – Então o Luís fez o número da figura vezes 3, que é sempre o número que aumenta. Mas como isso não chega acrescentou o 1.

Ao longo da discussão da tarefa 4, é observável que os alunos utilizam formas diferentes de raciocínio, muitos deles guiam-se pela lei de formação da sequência (acrescentar mais três) e outros utilizam a expressão geradora. A Susana apresentou a sua resolução através de uma estratégia recursiva referindo que "os palitos aumentam sempre 3". De seguida, o Manuel apresentou outra maneira de resolver a questão, parecendo recorrer a uma estratégia funcional, com base na expressão geradora, sem conseguir, no entanto, explicar a sua resolução. A explicação de Afonso é incorreta, já que não refere uma relação entre a ordem e o termo, explicando o produto por 3 como o produto pelos 3 quadrados da figura anterior. Através deste diálogo, é percetível que os alunos foram orientados para a utilização de uma estratégia funcional apoiada na relação numérica, quando a professora estagiária refere que a figura aumenta sempre de 3 em 3 mas "como isso não chega acrescentou o 1". Assim, contrariamente ao sucedido na discussão da tarefa 2, na discussão desta tarefa, nenhum aluno fez qualquer referência à decomposição visual da figura como suporte da relação funcional (*n* palitos horizontais de cima e de baixo, e *n* palitos verticais, e mais 1 palito vertical na ponta).

Vejamos agora a discussão da tarefa 5:

A Susana *dirige-se ao quadro para indicar a expressão geradora da Tarefa 5*)
Susana – " 8n + 4"
Professora estagiária 1 – A vossa colega escreveu que a expressão geradora desta sequência é 8n + 4. Todos chegaram a esta conclusão?
Alunos – Sim.
Professora estagiária 1 – Então e quem é que consegue chegar a esta expressão geradora através da visualização das imagens? O que é que eu tenho nas imagens que me leva a esta expressão?
O *Luís dirige-se ao quadro; no entanto fica a olhar para as imagens e não consegue chegar a nenhuma conclusão.*
Professora estagiária 1– Vocês chegaram a esta expressão geradora porque acrescentamos sempre mais 8 e como 8x1 é 8, para chegar aos 12 temos de acrescentar 4. Todos pensaram assim, certo?
Alunos – Sim.
Luís – (*apontando para os quadrados centrais*) Estes quatro mantêm-se sempre. E depois os 8 são sempre os que acrescentamos nas pontas. Por isso é que fazemos sempre o 8 vezes o número da figura.
Susana – Professora, eu pensei de outra forma.
A aluna dirige-se ao quadro.
Susana – Aqui temos 1 quadrado (*apontando para um quadrado da ponta da figura 1*), depois fazemos o dobro e depois o dobro fazemos vezes quatro porque acrescentamos sempre o mesmo número de quadrados nas quatros pontas.

Professora estagiária 1 – Ok, boa! Então vamos recapitular. Na figura 1 eu tenho 1 quadrado aqui e outro, ou seja, na figura 1 tenho 1 quadrado vezes dois então vou fazer n x 2. E agora o que é que eu tenho de fazer a estes dois?
Luís – Multiplicar por quatro, porque são as quatros pontas da figura.
Professora estagiária 1 – Então nós temos o número da figura vezes dois, vezes quatro e depois mais quatro que são os do centro. Todos perceberam isto?
Alunos – Sim.

Neste diálogo, a professora estagiária, apesar de ter indicado na tarefa anterior o uso da estratégia funcional apoiada na relação numérica, incentiva os alunos a encontrar uma relação entre a expressão geradora e a "visualização das imagens". Perante a dificuldade evidenciada por Luís, a estagiária volta a explicitar a relação funcional presente na expressão geradora apoiando-se na relação numérica recursiva ("acrescentamos sempre mais 8"). Contudo, os alunos explicitam diferentes maneiras de decompor as figuras, conferindo um suporte visual à relação funcional da expressão geradora. Luís explica que os quatro quadrados do meio se mantêm e que nas pontas há sempre 8 vezes o número da figura ("Por isso é que fazemos sempre o 8 vezes o número da figura"). Embora Luís verbalize antes uma relação recursiva ("E depois os 8 são sempre os que acrescentamos nas pontas"), parece não se reportar ao que se acrescenta de uma figura para a seguinte mas sim ao que é desenhado em cada termo, estabelecendo, assim, uma relação entre a ordem e o termo, com base na observação das figuras. A Susana intervém referindo que pensou de outra forma. Esta aluna observou os quadrados das pontas referindo que na figura 1 temos 1 quadrado e depois "fazemos o dobro" e esse dobro "fazemos vezes 4 porque acrescentamos sempre o mesmo número de quadrados nas quatro pontas". Embora Susana se apoie numa única figura, a 1.ª figura, fá-lo de uma forma genérica, chegando a uma relação que se aplica a todas as figuras da sequência. A professora estagiária recapitula a ideia da Susana e encaminha a turma para uma expressão geradora que é diferente da inicial, no entanto, os alunos depressa percebem que a expressão inicial (8n+4) era equivalente à expressão que a Susana chegou (n x 2 x 4+ 4).

Apresenta-se, em seguida, um extrato relativo à discussão da última tarefa:

A Luísa vai ao quadro explicar o seu raciocínio relativo à *alínea 1 da Tarefa 6.*
Luísa – " 4 x 4 = 16 tijolos 4+3+2+1= 10 telhas"
Professora estagiária 1 – Sérgio, o vosso grupo chegou à conclusão de que o número de tijolos é 4 x 4 . Porquê?
Sérgio – O número da figura corresponde ao número de linhas dos tijolos. Por isso multiplicamos 4 x 4.
Professora estagiária 1– Então e as telhas?

> Afonso – Esta figura tem 1 porque o número da ordem é 1 (*apontando para a base das telhas da 1.ª figura*). Esta figura tem 2 porque o número da ordem é 2 (*apontando para a 1.ª linha das telhas*) e tem o 1 anterior. Esta figura tem 3 porque o número da ordem é 3 e depois tem os dois anteriores e o 1 do primeiro. Agora a 4.ª figura vai ter 4 em baixo, 3, 2 e 1 que é das figuras anteriores.
> Professora estagiária 1 – Então a primeira linha de tijolos da figura é sempre igual ao número de ordem e depois o que é que vai acontecendo?
> Luís – Vai diminuindo até chegar ao 1.

Na discussão da última tarefa, os alunos já conseguiam explicar o seu raciocínio, utilizando uma relação numérica e uma relação visual. A ideia inicial da relação funcional do número de tijolos desta sequência é reforçada pelo Sérgio quando refere que "o número da figura corresponde ao número de linhas dos tijolos", através da visualização da imagem. O mesmo acontece com as telhas, quando o Afonso refere que a 1.ª linha das telhas vai ser sempre igual ao número da figura e depois acrescentamos o número de telhas da figura anterior. A professora estagiária reformula a ideia do Afonso de modo a que toda a turma compreenda, mencionando que "a primeira linha de tijolos da figura é sempre igual ao número de ordem" e depois o Luís completa a ideia indicando que depois "vai diminuindo até chegar ao 1".

4.1.3. Análise das entrevistas

De um modo geral, os alunos entrevistados consideraram a utilização de materiais manipuláveis como uma estratégia que os faz sentir mais motivados, indicando diversas razões, tais como o facto de se concentrarem mais com a utilização dos mesmos ("porque eu concentro mais com esta utilização de materiais manipuláveis" - Afonso), o facto de ser mais fácil de visualizar ("porque na minha opinião é mais fácil de visualizar", - Carlos e "trabalho com mais facilidade quando tenho uma ajuda visual" – João), e ainda o facto de poderem compreender melhor os processos que envolvem a matemática ("posso compreender melhor os processos que envolvem a matemática" - Ana).

Ao questionar os alunos sobre a facilidade de realizar as tarefas com ou sem material, a maioria respondeu que era mais fácil com a utilização dos materiais devido à visualização. No entanto, o João referiu que o grupo onde estava inserido estava sempre a brincar com o material e então não considerou os materiais manipuláveis uma estratégia mais fácil para a resolução das tarefas, referindo ainda que não achava "as sequências uma matéria assim tão difícil para usar os materiais manipuláveis".

Ao confrontar os alunos com a tarefa n.º 3, realizada em sala de aula, e questionando-os sobre a importância dos materiais nessa tarefa, a maioria dos alunos afirmou que tinha sido mais fácil devido à visualização pois “por meio dos cubos é que chegamos ao resultado correto da tarefa” (Ana). Contudo, o João referiu que não achou de grande importância a utilização de materiais manipuláveis porque o exercício era fácil uma vez que era só “acrescentar sempre 4 à figura anterior”.

Por fim, ao confrontar os alunos com a tarefa n.º5, realizada em sala de aula, onde já não utilizaram os materiais manipuláveis para a sua resolução, os alunos consideraram um pouco mais difícil pois já não tinham os objetos para visualizar. No entanto, o João voltou a referir que “este problema não era muito complicado e não era necessário usar os materiais manipuláveis”.

4.2. Análise quantitativa

Nesta secção, serão apresentadas as frequências absoluta e relativa da utilização de cada estratégia pelos grupos de alunos, tendo em conta a análise individual de cada questão de todas as tarefas realizadas ao longo da investigação (Tabela 3).

Tabela 3
Análise quantitativa das estratégias

Tarefa	Alínea	Estratégia de representação e contagem		Estratégia recursiva		Estratégia funcional	
		Frequência absoluta	Frequência relativa (%)	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
1	1	0	0	1	20%	4	80%
	2					5	100%
	3					5	100%
	4					5	100%
	5					5	100%
2	1	3	60%	0	0	2	40%
	2					4	100%
	3					5	100%
	4			5	100%	1	20%
3	1			2	40%	3	60%
	2					5	100%

	3					5	100%
	4					5	100%
4	1	3	60%	1	20%	1	20%
	2					5	100%
	3					5	100%
	4					5	100%
5	1			5	100%		
	2			1	20%	4	80%
	3					5	100%
	4					5	100%
6	1	2	40%	1	20%	5	100%
	2					5	100%
	3					5	100%
	4					5	100%
	5					5	100%

Nota. Uma resposta pode ser enquadrada em mais de uma categoria, por isso a soma das percentagens nem sempre é 100%.

Analisando a tabela, podemos verificar que, de um modo global, a estratégia mais utlizada pelos alunos na resolução de tarefas com sequências figurativas de crescimento, foi a estratégia funcional. É observável que, em todas as alíneas de todas as tarefas, os alunos usam esta estratégia, exceto na alínea 1 da tarefa 5, provavelmente porque foi a primeira alínea da tarefa que fizeram sem materiais manipuláveis

A soma das percentagens nem sempre é 100% uma vez que, por vezes, na mesma alínea de uma tarefa, os alunos utilizaram mais do que uma estratégia, começando por uma das mais simples (estratégia de representação e contagem e estratégia recursiva) e evoluindo para a mais complexa, a estratégia funcional. Este caso pode observar-se em duas situações. Uma delas é na alínea 4 da Tarefa 2, que solicita a lei de formação da sequência, em que o Grupo 4 apresentou as duas estratégias quando respondeu que a lei de formação era “O número da figura x2 mais quatro que é o número dos lados ou o número da figura mais um claro e um escuro” (embora a relação recursiva esteja formulada de forma incorreta). Outra situação em que é observável o uso de várias estratégias na mesma resposta é na alínea 1 da Tarefa 6, onde o Grupo 1 começou por utilizar uma estratégia recursiva e posteriormente uma estratégia funcional para descobrir o número de tijolos. Ainda na mesma alínea, o grupo utilizou uma estratégia de representação e contagem para descobrir o número de telhas. O Grupo 5, na mesma alínea, utilizou a estratégia de representação e contagem (desenhando a 4.ª figura na folha) e posteriormente utilizou a estratégia funcional para descobrir o número de telhas e de tijolos.

Tendo em conta estes dados, é possível constatar que não houve uma evolução significativa na utilização de estratégias por tarefa mas, em alguns casos, é observável a evolução das estratégias na mesma tarefa, ou seja, nas primeiras alíneas, os alunos aplicam um pensamento mais simples, recorrendo a estratégias mais básicas e posteriormente evoluem. É de salientar que esta evolução também pode ocorrer na mesma alínea (como foi referido anteriormente) onde os alunos utilizam várias estratégias.

Outro aspeto importante de referir é o facto de os alunos iniciarem uma tarefa com um pensamento mais complexo e aplicando a estratégia funcional; no entanto, a meio da mesma, quando lhes é pedido a lei de formação de uma sequência, estes recorrem a uma estratégia recursiva uma vez que o próprio enunciado sugere a aplicação dessa mesma estratégia. Esta situação é observável na tarefa 2, alínea 4 uma vez que os alunos nas duas questões anteriores já tinham aplicado uma estratégia funcional e, nessa alínea, explicitam uma estratégia recursiva.

5. CONCLUSÕES

Numa sequência figurativa de crescimento, “quando é solicitada a indicação de uma relação entre a ordem de um termo e algum aspecto da sua constituição, o aluno pode seguir diversas abordagens” (Ponte et al., 2009, p. 44). Ao longo da resolução das tarefas, os alunos utilizaram as seguintes estratégias: estratégia de representação e contagem, estratégia recursiva e estratégia funcional.

As estratégias utilizadas pelos grupos ao longo das tarefas foram bastante similares, sendo a mais utilizada, a estratégia funcional com base na relação numérica.

Ao iniciar a unidade didática das sequências, procurou-se utilizar sequências com uma relação direta entre a figura e a sua ordem, o que facilitou a utilização da estratégia funcional pois este tipo de sequência parece ajudar os alunos a descrever a relação entre o termo e a posição (Warren & Cooper, 2008). Deste modo, na primeira tarefa, o uso de diferentes cores para representar as diferentes componentes das figuras ajudou os alunos a considerar a componente crescente da sequência e consequentemente a relacioná-la ao número da posição (Warren & Cooper, 2008). Com isto, é possível justificar a utilização da estratégia funcional por parte da maioria dos grupos em todas as questões da tarefa 1. Ao longo da resolução das tarefas seguintes, que foram sequenciadas de modo a terem um grau crescente de complexidade, podemos constatar que todos os grupos, em todas as tarefas, usam esta estratégia. Outro aspeto a salientar é o facto de a OC e as duas professoras estagiárias, durante todas as sessões, terem percorrido os diversos grupos e constantemente terem questionado os alunos e incentivado a utilização de diversas estratégias para a resolução das questões, visando apoiá-los no desenvolvimento progressivo do seu pensamento algébrico.

Após a análise cuidada das entrevistas realizadas aos alunos, constatou-se que estes, na sua maioria, têm opiniões idênticas relativamente ao papel dos materiais manipuláveis como um auxílio visual para a realização das tarefas com sequências figurativas de crescimento. Através da observação direta e participante, pode-se concluir que muitos alunos se apoiavam nos materiais manipuláveis para, num momento inicial, compreenderem a sequência e a sua formação. Inicialmente era disponibilizado o material suficiente para construir a sequência até à 5.ª figura, posteriormente foi reduzido o número de material disponibilizado, e só conseguiam construir até à 4.ª figura. Este aspeto levou a que os alunos se fossem desprendendo do material e conseguissem avançar no seu pensamento, adotando uma abordagem funcional que lhes facilitou o processo de generalização. Este aspeto é observado ao longo das aulas quando nas tarefas mais finais, em alguns grupos, os alunos já não sentiam a necessidade de recorrer ao material para construir as figuras. Nas duas últimas tarefas, já não foram disponibilizados materiais manipuláveis com o objetivo de fazer os alunos desenvolverem o seu pensamento algébrico sem terem um suporte físico concreto. Por um lado, inicialmente, esta opção levou a que os alunos recorressem ao desenho e, consequentemente, a uma estratégia recursiva na primeira questão da primeira tarefa sem materiais manipuláveis. Enquanto que, com a utilização dos materiais, os alunos construíam e percebiam mais facilmente a lógica da sequência, através da relação funcional da mesma. Por outro lado, ao questionar os quatro alunos, nas entrevistas, como é que tinham lidado com uma das tarefas sem a exploração dos materiais manipuláveis, dois deles indicam que tiveram dificuldades na realização da mesma. Este aspeto leva-me a concluir que o material manipulável deve estar sempre disponível, podendo, ou não ser usado consoante o estádio de aprendizagem de cada um dos alunos. Também Reys (1971) afirma que os materiais devem fornecer manipulação individual, isto é, cada aluno deve ter uma ampla oportunidade de lidar fisicamente com os materiais. Este autor reforça a ideia de que os materiais servem para proporcionar aos estudantes a oportunidade de descobrir relações e formular generalizações.

Os materiais manipuláveis contribuíram para a compreensão das sequências figurativas de crescimento uma vez que permitiram que os alunos tivessem a oportunidade de experimentar e manipular os objetos com o intuito de construir a sequência e conseguir perceber a lei de formação, chegando assim a uma generalização distante. Os resultados do presente estudo corroboram a perspetiva de Reys (1971) quando este afirma que o uso de materiais manipuláveis fornecem um clima propício para a criatividade, a imaginação e a exploração individual, incentivando os alunos a pensar por si mesmos.

O uso consistente da estratégia funcional por estes alunos de 6.º ano, sendo esta a estratégia de maior sofisticação matemática, parece ter sido favorecido por múltiplos fatores, designadamente a natureza das tarefas, a exploração das tarefas com recurso a material manipulável, a dinamização das aulas com um cariz exploratório, com especial destaque para a exploração em grupo das tarefas e para a discussão coletiva das mesmas.

6. REFLEXÃO FINAL

A PES II, este ano, foi desenvolvida apenas no 2.º Ciclo devido à pandemia de Covid-19 que se instalou no nosso país. Por isso, apenas houve um período de prática pedagógica e a realização deste relatório, tendo com objetivo uma investigação educativa, é o fechar de mais uma etapa da minha carreira académica. Nesta reflexão pretende-se ponderar sobre o contributo da experiência desenvolvida na PES II e o contributo da experiência no processo de investigação para o desenvolvimento de competências profissionais. Pretende-se, também, identificar os aspetos significativos para o desenvolvimento pessoal e profissional e as dimensões a melhorar no exercício da profissão docente. Para Ponte et al. (1998), o conhecimento profissional do professor surge da articulação entre os saberes do conhecimento académico e da ação educativa e "baseia-se sobretudo na experiência e na reflexão sobre a experiência, não só individual, mas de todo o corpo profissional" (p. 44).

Esta foi uma das unidades curriculares que mais marcou a minha carreira académica, uma vez que me permitiu entrar em contacto com a vida profissional de um docente e tudo aquilo que lhe é inerente. Deste modo, temos a possibilidade de pôr em prática todas as estratégias e teorias que fomos adquirindo ao longo da nossa formação e, consequentemente, ganhar experiência no nosso campo de formação. É através do período de estágio que estruturamos o nosso modo de dar aulas e a eficácia dos métodos que aprendemos. A experiência vivida deu-me a possibilidade de melhorar a minha prática, tendo como base as reflexões que fiz sobre a mesma (Máximo-Esteves, 2008).

No que diz respeito ao contributo da experiência desenvolvida na PES II, este foi imprescindível uma vez que foi o primeiro contacto que tive com o 2.º Ciclo. Considero que este ciclo é muito diferente comparativamente ao ciclo anterior, uma vez que o ritmo de trabalho é mais acelerado e exigente. Outro aspeto que difere bastante é o facto de os alunos passarem de um regime de monodocência, onde criam uma relação pedagógica de afeto e confiança pois passam o dia inteiro com o mesmo docente, para um regime de pluridocência onde são expostos a várias disciplinas lecionadas por diferentes docentes, dificultando assim a relação pedagógica. Esta experiência permitiu-me pôr em prática alguns métodos de trabalho que tenho vindo a aprender ao longo do meu percurso académico, tais como as tarefas de ensino exploratório com o objetivo de que os alunos façam as descobertas por si, sendo apenas orientados pelo docente.

No que concerne aos contributos da experiência no processo de investigação para o desenvolvimento de competências profissionais e melhoria dos processos de ensino e aprendizagem, considero que este foi um trabalho muito importante pois termos a oportunidade de estudar algo que nos interessa; é realmente motivador e é uma mais-valia para nós, enquanto futuros profissionais da educação. É de salientar que toda a turma aderiu de forma positiva e dinâmica ao longo de toda a intervenção, facilitando o estudo. Esta investigação tornou-se significativamente importante pois permitiu perceber as principais estratégias utilizadas pelos alunos em tarefas com sequências figurativas de crescimento. Muitas vezes o domínio da Álgebra não é valorizado e, com este estudo, consegui perceber que os conteúdos abordados, principalmente as sequências, enriquecem os conhecimentos matemáticos dos alunos e permitem que eles desenvolvam o seu pensamento algébrico e o potencial deste para a sua vida futura. Blanton e Kaput (2005) defendem a ideia de que os professores devem estar mais percetíveis ao pensamento dos alunos de forma a estabelecer a sua prática nesse pensamento, guiando-os no caminho correto. Do mesmo modo, Warren e Cooper (2008) reforçam a mudança no ensino da matemática, dando a importância devida aos processos matemáticos. Ao longo deste estudo, foi importante acompanhar e perceber o raciocínio e a estratégia utilizada pelos alunos pois permite ajudá-los de forma a melhorar. Este estudo, com a utilização de materiais manipuláveis, permitiu-me compreender a vantagem imprescindível que estes materiais apresentam para auxiliar os alunos a nível visual. Ao longo desta investigação, foi notório o facto de que as sequências permitem que os alunos construam uma imagem mais positiva da matemática porque apelam a que se desenvolva a sua criatividade que, muitas vezes, não é aproveitada pelos professores.

Por fim, relativamente à identificação de aspetos significativos para o desenvolvimento pessoal e profissional e das dimensões a melhorar no exercício da profissão docente, considero que existiram alguns aspetos a melhorar; contudo também existiram aspetos positivos ao longo deste percurso. Um dos aspetos positivos a realçar foi o facto de ter uma boa relação com o meu par de estágio, o que facilitou o trabalho e permitiu a cooperação e a entreajuda em todo o processo. Outro aspeto bastante positivo foi o facto de as turmas nos terem recebido muito bem e ao longo da aplicação das tarefas dinamizadas mostrarem sempre bastante empenho, tornando a intervenção menos complexa.

No que diz respeito aos aspetos menos positivos, um deles é a gestão do tempo. Este ponto poderá tornar-se justificável pela falta de experiência uma vez que não conhecia o ritmo de trabalho dos alunos. Muitas vezes, as tarefas propostas não eram finalizadas na sessão destinada, levando a que o trabalho apenas fosse terminado na sessão seguinte. Outro aspeto a salientar é a exigência por parte da instituição, uma vez que começamos as intervenções ainda com o Plano de Intervenção por entregar, dificultando o planeamento das aulas, assim como a construção dos recursos necessários.

Concluo que todo o meu percurso académico contribuiu de forma positiva para o meu desenvolvimento pessoal e profissional. Adquiri aprendizagens significativas, tive a oportunidade de contactar com diferentes contextos de estágio e diferentes modelos pedagógicos. Como todos sabemos, não há escolas perfeitas, não há contextos perfeitos, não há turmas perfeitas e é essa aprendizagem que levo da PES, que nenhum contexto é igual e que temos de nos adaptar a qualquer realidade vivenciada, tentando sempre ter uma relação próxima com os alunos com o objetivo de facilitar o processo de ensino-aprendizagem. Ser professor é uma aprendizagem constante, capaz de durar a vida inteira.

REFERÊNCIAS

Agrupamento de Escolas Quinta de Marrocos (2018). Projeto educativo do agrupamento 2018-2021. Lisboa: Benfica

Agrupamento de Escolas Quinta de Marrocos (2018). Regulamento interno 2018-2021. Lisboa: Benfica

Alvarenga, D. & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão: Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, *15*(1), 27-55.

Barbosa, A., Vale, I. & Palhares, P. (2008). A resolução de problemas e generalização de padrões: estratégias e dificuldades emergentes. In R. L. González & SEIEM (Coords), *Actas do Encontro Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 461-475). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Billings, E., Tied, T. & Slater, L. (2008). Algebraic thinking and pictorical growth patterns. *Teaching Children Mathematics*, 302-308.

Blanton, M and Kaput, J. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference on the Future of the Teaching and Learning of Algebra* (Vol.1, pp. 344-351). Melbourne, Australia.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação – uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Botas, D. O. S. (2008). *A utilização dos materiais didácticos nas aulas de matemática: Um estudo no 1ºciclo*. [Dissertação de mestrado, Universidade aberta]. Repositório Científico da Universidade Aberta. https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/1235/1/Disserta%C3%A7%C3%A3omateriaisdid%C3%A1cticos.pdf

Canavarro, A. P. (2009). O pensamento algébrico na aprendizagem da matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, *16*(2), 81-118.

Coutinho, C. (2013). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática.* Coimbra: Almedina.

Damas, E., Oliveira, V., Nunes, R. & Silva, L. (2010). *Alicerces da Matemática – Guia prático para e educadores*. Lisboa: Areal Editores Ferreira.

Decreto-Lei n.º 17/2016, de 4 de abril. Diário da República, 1.ª série — N.º 65.

Ferreira, C.C.A. (2011). *O uso de materiais manipuláveis estruturados na educação pré-escolar e no 1.ºCiclo do Ensino Básico*. Universidade dos Açores. Departamento de ciências da educação. Ponta Delgada: Açores.

Grande Enciclopédia Planeta. (s.d.) Lisboa: Planeta.

Greer, B. (2012). Inversion in mathematical thinking and learning. *Educational Studies in Mathematics Education. 79,* 429-438.

Infante, M. L. C. V. (2014). Desenvolvendo o pensamento algébrico no 2.ºciclo do ensino básico: O sentido dos símbolos e da generalização. [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Lisboa. https://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/24

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, *16*(1), 5-26.

Matos, J. M.; & Serrazina, M. L. (1996) *Didática da matemática*. Lisboa: Universidade aberta

Mestre, C., & Oliveira, H. (2012). A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4.ºano. *Quadrante*, *21*(2), 111 – 137.

National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar* (2.ª edição) (APM, Trad.). Lisboa: APM (Obra original publicada em 2000).

Nunes, S. I. C. (2016). *O desenvolvimento do pensamento algébrico através de padrões pictóricos de crescimento*. [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Lisboa: https://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/24

Pinheiro, C. F. E. (2012). *Os materiais manipuláveis e a geometria – um estudo no 6º ano de escolaridade do Ensino Básico num contexto das isometrias*.[Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo].

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: ME, DGIDC.

Ponte, J. P. D., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, *7(2)*, 41-70.

Reys, R.E. (1971). Considerations for teachers using manipulative materials. In National Council of Teachers of Mathematics, *Teacher-made aids for elementary school mathematics: Reading from the arithmetic teacher* (pp 5-12*)*. ERIC.

Rodrigues, F.C., & Gazire, E.S. (2012). Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. *Revemat*, *7*(2), 187-196.

Rodríguez, G., Flores, J. & Jiménez, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa.* Málaga: Ediciones Aljibe.

Serrazina, L. (1991). Aprendizagem da Matemática - A importância da utilização de materiais. *NOESIS, 21*, 37-38.

Scolaro, M. A. (s.d.). *O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de matemática*. Consultado a 15 de fevereiro de 2020 em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf

Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (2014). *Carta Ética: Instrumento de regulação ético-deontológico*. Lisboa: SPCE.

Sousa, M.S. & Baptista, C.S. (2014) *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios: Segundo bolonha.* Lisboa: Pactor.

Vale, I. (2002). *Materiais manipuláveis*. Viana do Castelo: Edição do Laboratório de Educação Matemática.

Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., & Borralho, A. (2006). Os padrões no ensino aprendizagem da Álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L.

Santos & P. Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. (pp. 193-213) Lisboa: SPCE Secção de Educação e Matemática.

Vale, I., Pimentel, T., Barbosa, A., Borralho, A., Cabrita, I. & Fonseca, L. (2011). *Padrões em Matemática. Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o Ensino Básico*. Lisboa: Texto Editores.

Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth: Actions that support 8 year olds‟ thinking. Educational Studies in Mathematics, *67*(2), 171-185.

ANEXOS

Anexo A. Questionário sobre a motivação para a Matemática

Questionário sobre a motivação para a Matemática

Nome: ____Data: ____/____/____

1. Alguma vez gostaste de Matemática?

(assinala com uma cruz uma das três opções: Gosto; É-me indiferente; Não gosto)

Gosto

- [ ] Gosto desde sempre
- [ ] Gosto a maior parte das vezes
- [ ] Gosto a partir de ____

É-me indiferente

- [ ] É-me indiferente desde sempre
- [ ] É-me indiferente a maior parte das vezes
- [ ] É-me indiferente a partir de______________________________________

Não gosto

- [ ] Não gosto desde sempre
- [ ] Não gosto a maior parte das vezes
- [ ] Não gosto a partir de ____

2. Consideras a matemática uma disciplina necessária/fundamental para a tua vida?

☐ Sim
☐ Não

Porquê?

____
____
____

3. Indica uma situação em que te tenhas sentido bem com a matemática.

____
____
____
____

4. Indica uma situação em que não te tenhas sentido bem com a matemática.

____
____
____
____

5. Nas aulas de matemática preferes

☐ Trabalhar sozinho(a)
☐ Trabalhar a pares
☐ Trabalhar em grupo
☐ Qualquer uma das opções anteriores
☐ Outro (a) ____

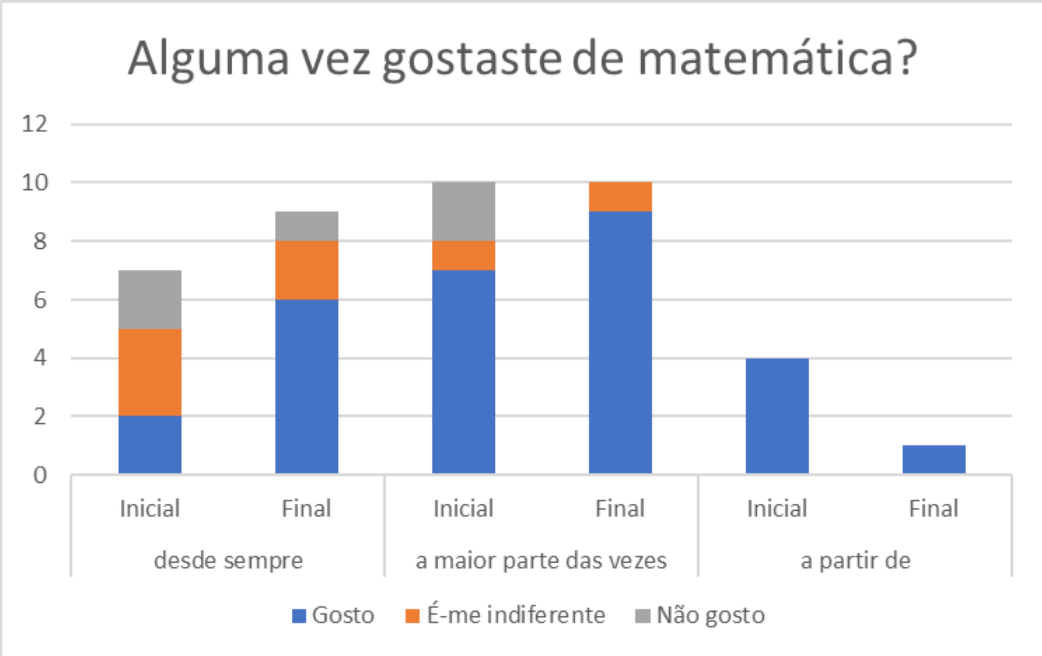
6. Qual a estratégia utilizada pelo professor que te faz sentir mais motivado(a) nas aulas de matemática?

	Apresentação em PowerPoint
	Uso do manual
	Uso de materiais manipuláveis
	Outra ____

Obrigada pela tua colaboração!

Anexo B. Análise dos questionários sobre a motivação para a Matemática

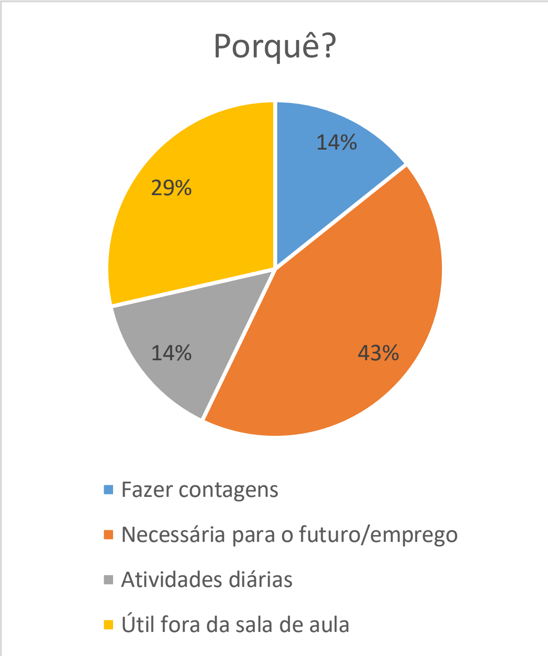
Análise dos questionários



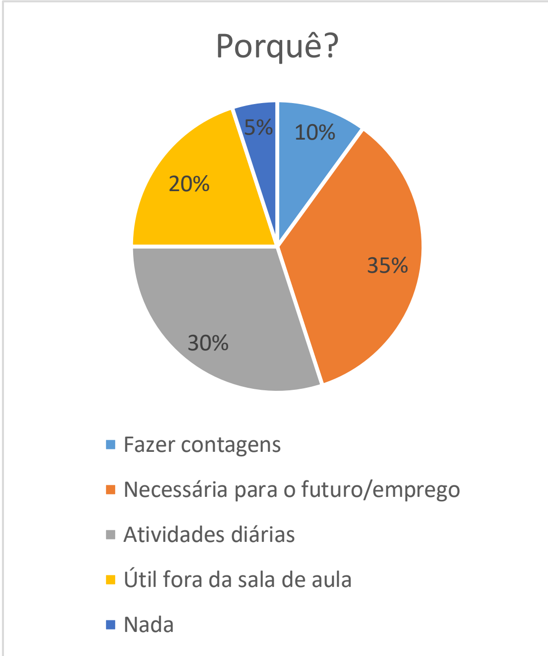
Na questão 1 houve um aumento significativo do número de alunos que referiu que gostava de matemática desde sempre e a maior parte das vezes, contudo existe uma diminuição do número de alunos, do questionário inicial para o questionário final, que referem que gostam de matemática a partir de uma determinada altura. Apenas um aluno referiu que gostava de matemática a partir do momento em que "as estagiárias vieram".

Relativamente à primeira alínea da questão 2, em ambos os questionários, a totalidade dos alunos da turma considerou a matemática como uma disciplina fundamental/necessária para a sua vida.

Contudo, ao analisar os dados da explicação dos alunos quanto à resposta dada anteriormente, são nos apresentadas diversas opiniões que dividi em quatro categorias: fazer contagens; necessária para o futuro/emprego; atividades diárias e útil fora da sala de aula.



Questão 2.1. do questionário inicial

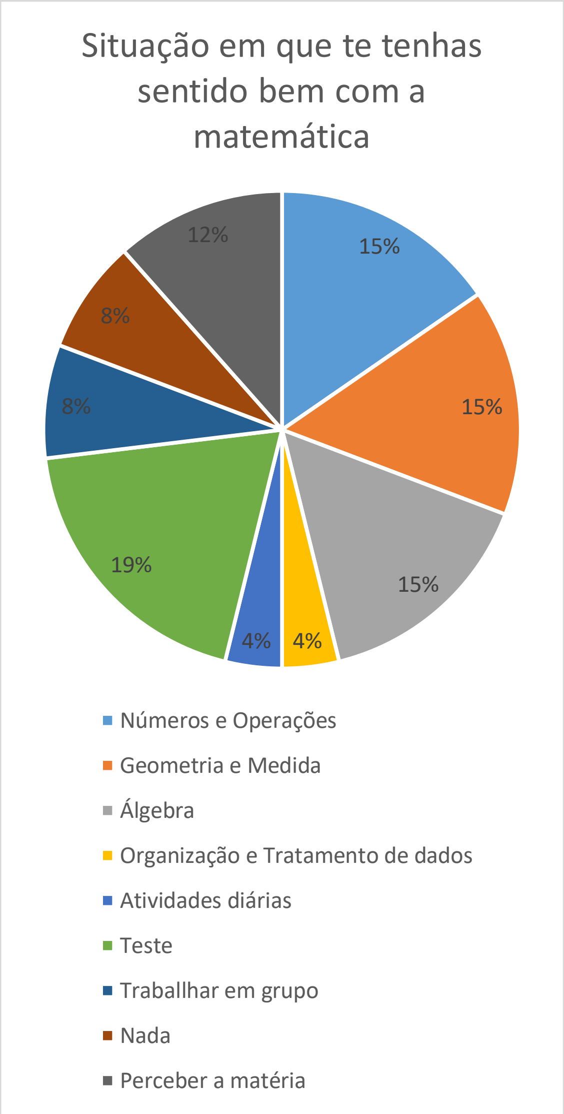


Questão 2.1. do questionário final

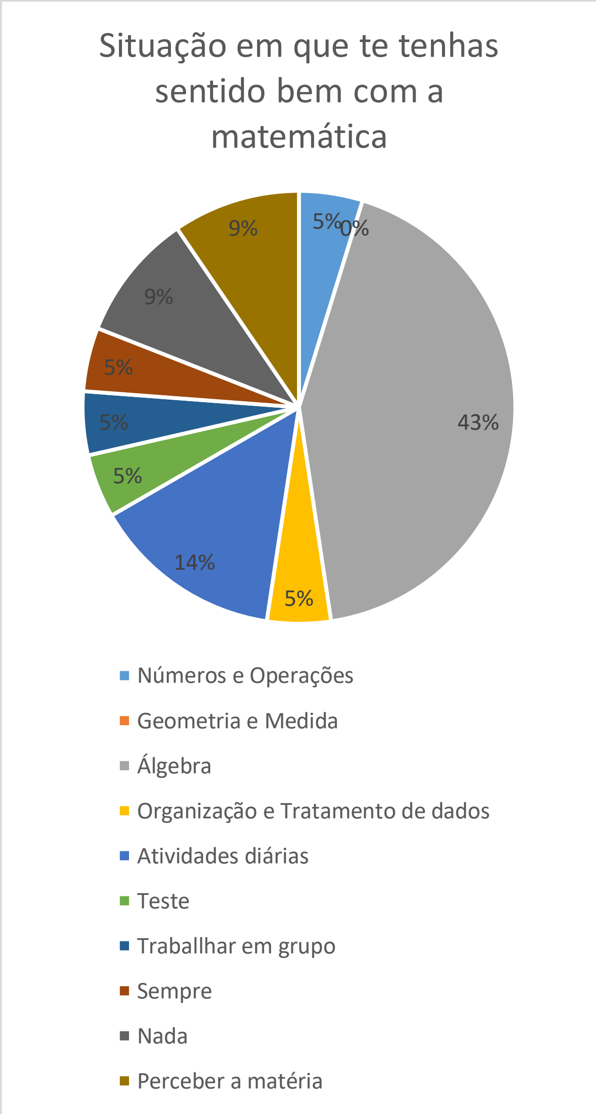
No questionário inicial, uma percentagem elevada de alunos respondeu que a matemática era fundamental para o futuro de modo a conseguirmos arranjar um emprego (43%). Outra percentagem de alunos respondeu que esta era útil fora da sala de aula, mencionando que a matemática era necessária para a nossa vida toda (29%). Alguns alunos mencionaram o facto de com a matemática ser possível fazer contagens (14%) ou atividades diárias, tais como pagar contas no supermercado, fazer um bolo, etc. (14%). No questionário final, as respostas dadas incluíram-se nas categorias formuladas inicialmente. Uma percentagem dos alunos respondeu que a matemática era fundadamente para o futuro de modo a conseguirmos arranjar um emprego (35%). Outra percentagem indicou que a matemática era útil nas atividades diárias, tais como, ir ao supermercado ou cozinhar (30%). Alguns alunos mencionaram que esta é útil fora da sala de aula (20%) e que serve para fazer contagens (10%). Houve um aluno que respondeu "nada" a esta questão (5%).

Comparando os dois questionários é possível observar que a categoria com mais percentagens se manteve, e que em todas as categorias, exceto nas atividades diárias, houve uma diminuição da percentagem no questionário final. Na categoria das atividades diárias houve um aumento da percentagem, provavelmente, porque as tarefas abordadas em aula remetiam para atividades do quotidiano, por exemplo, a tarefa realizada com as receitas para os alunos perceberem a noção de proporção. Muitos deles associaram e as suas respostas incidiram na ida ao supermercado.

Na questão 3, é pedido que os alunos indiquem uma situação em que se tenham sentido bem com a matemática. Como é uma questão aberta houve muita diversidade de respostas, o que permitiu obter dez categorias: Números e Operações; Geometria e Medida; Álgebra; Organização e Tratamento de dados; Atividades diárias; Teste; Trabalhar em grupo; Sempre; Nada e Perceber a matéria.



Questão 3 do questionário inicial



Questão 3 do questionário final

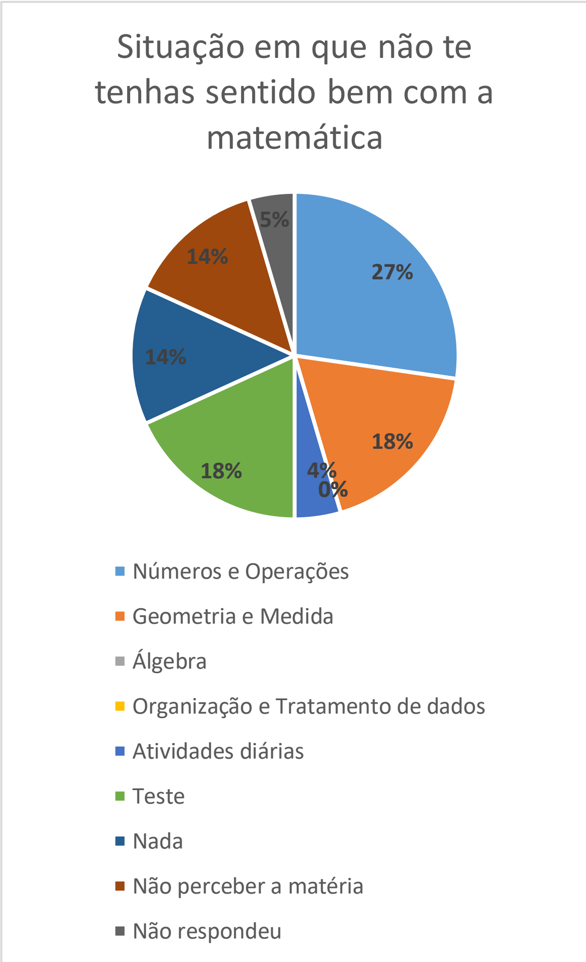
No questionário inicial, a maior percentagem de alunos incluiu-se na categoria do teste, fazendo referência principalmente às classificações positivas obtidas no teste

(19%). Dos quatros domínios de conteúdos destinados aos alunos deste ano de escolaridade, a percentagem de alunos foi igualmente distribuída em três desses domínios: Números e Operações (15%), Geometria e Medida (15%) e Álgebra (15%). No que concerne ao domínio dos Números e Operações, os alunos referiram maioritariamente o conteúdo das frações. Relativamente ao domínio da Geometria e Medida, os alunos enunciaram os conteúdos das figuras geométricas, do perímetro e da área. No domínio da Álgebra, os alunos fizeram referência às potências. O domínio de conteúdo menos abordado foi a Organização e o Tratamento de Dados (4%), fazendo referência apenas ao gráfico de barras. Alguns alunos consideram que uma situação em que se tenham sentido bem é quando entendem/percebem a matéria (12%); outros fizeram referência ao trabalho em grupo (8%) e também houve alunos que disseram que nunca se sentiram bem com a matemática (8%). Por fim, houve um aluno que referiu que se tinha sentido bem a realizar atividades diárias (4%), destacando a elaboração de um bolo ou quando paga algumas coisas. No questionário final, uma grande percentagem da turma incluiu-se na categoria da Álgebra (43%) fazendo referência às sequências, às proporções e à proporcionalidade (conteúdos abordados ao longo da intervenção das estagiárias). Alguns alunos fizeram referência a atividades diárias (14%), tais como ir às compras ou ao supermercado. Outros mencionaram o entendimento da matéria (9%) como a situação em que se tenham sentido bem e, com percentagem igual, alguns alunos referiram que nunca se sentiram bem com a matemática (9%). Com a mesma distribuição, os alunos fizeram referência ao teste (5%), ao trabalho de grupo (5%), ao domínio de conteúdos dos Números e Operações (5%) e ao domínio da Organização e Tratamento de dados. Por fim, houve alunos que disseram que se tinham sentido sempre bem com a matemática (5%). É de salientar que, no questionário final, nenhum aluno fez referência ao domínio de conteúdos da Geometria e Medida (0%).

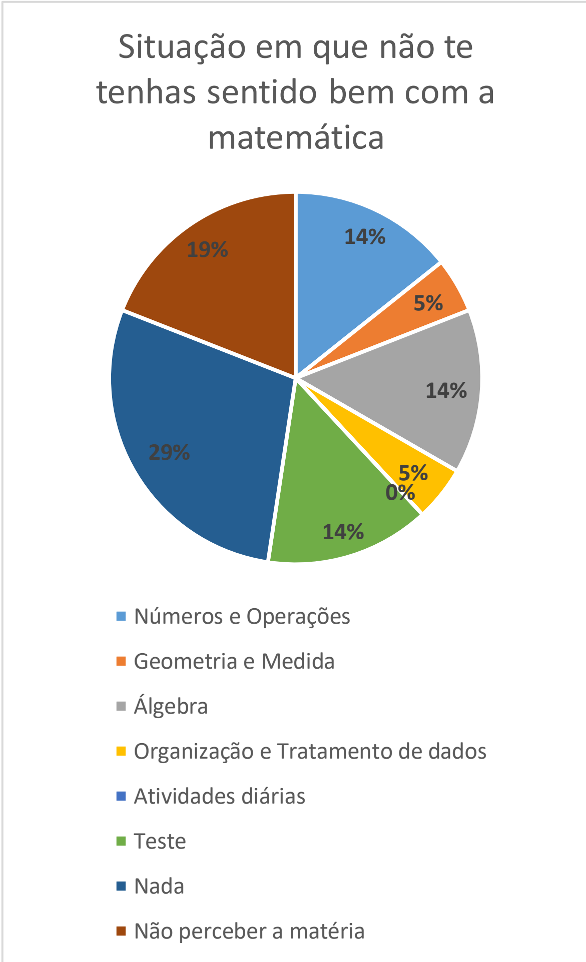
Comparando os dois questionários, é notório o aumento da percentagem na categoria do domínio da Álgebra uma vez que, no período de intervenção, apenas foi trabalhado esse domínio. Houve também um aumento da percentagem relativamente à categoria das atividades diárias, provavelmente pelas tarefas realizadas em sala de aula sugerirem para esse contexto (o facto de termos trabalhado receitas, por exemplo).

Na questão 4, é pedido que os alunos indiquem uma situação em que não se tenham sentido bem com a matemática. Como é uma questão aberta, houve muita diversidade de respostas o que permitiu obter nove categorias: Números e Operações;

Geometria e Medida; Álgebra; Organização e Tratamento de dados; Atividades diárias; Teste; Nada/Nunca; Não perceber a matéria e Em branco.

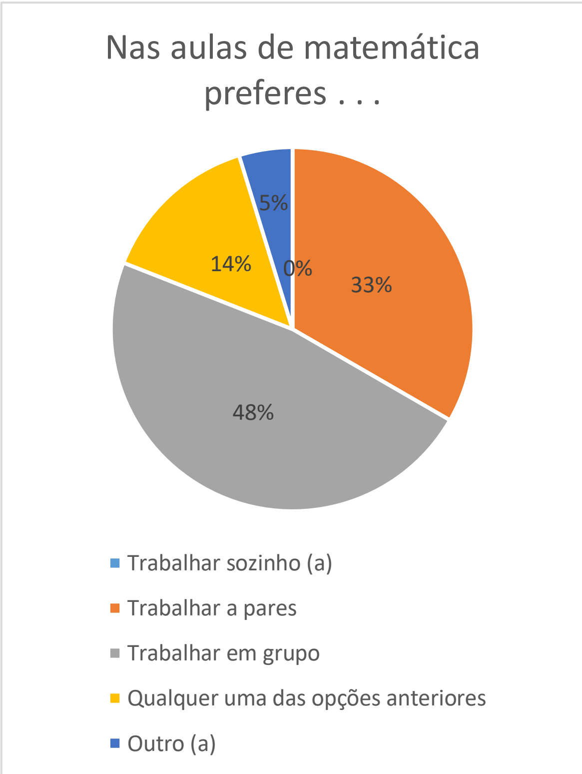


Questão 4 do questionário inicial

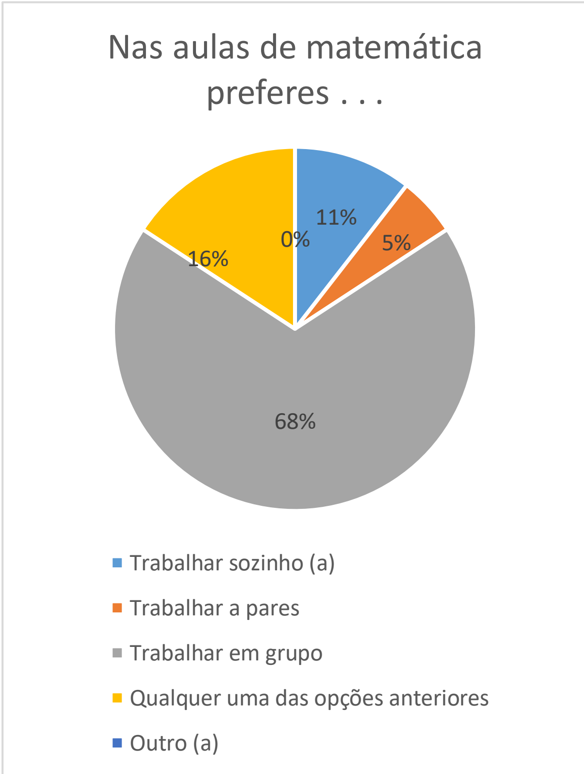


Questão 4 do questionário final

No questionário inicial, a maior parte da turma centrou-se na categoria dos Números e Operações (27%), fazendo referência a conteúdos tais como o mínimo múltiplo comum, o máximo divisor comum e alguns mencionaram as frações. Outros alunos, com a mesma percentagem, referiram o domínio da Geometria e Medida (18%), mencionando conteúdos tais como áreas, diâmetros, perímetros, polígonos e os ângulos, e a categoria do Teste (18%), indicando as más classificações que já obtiveram. Outros, também com a mesma percentagem, referiram o facto de não perceberem a matéria lecionada pela docente (14%) e alguns mencionaram que não havia nenhuma situação em que não se tivessem sentido bem com a matemática (14%). Houve alguns alunos que fizeram referência a atividades diárias (4%), tais como o recorte e, por fim, houve alunos que deixaram a questão em branco (5%). No questionário final, a maior parte dos alunos referiu que, durante as aulas dadas pelas estagiárias, não houve nenhuma situação em que se tenham sentido mal com a matemática (29%) e outros fizeram referência ao facto de não perceberem a matéria (19%). Outros alunos, em percentagens iguais, referiram o domínio dos Números e Operações (14%) indicando conteúdos como as contas de dividir, o domínio da Álgebra (14%) mencionando conteúdos como a razão e a regra de três simples, e o Teste (14%) fazendo referência às más classificações. Por fim, também em quantidades iguais, os alunos referiram o domínio da Geometria e Medida (5%) indicando conteúdos como as áreas e os ângulos, e o domínio da Organização e Tratamento de dados (5%) mencionando o conteúdo das percentagens. É de salientar que não houve nenhum aluno a deixar a resposta em branco.



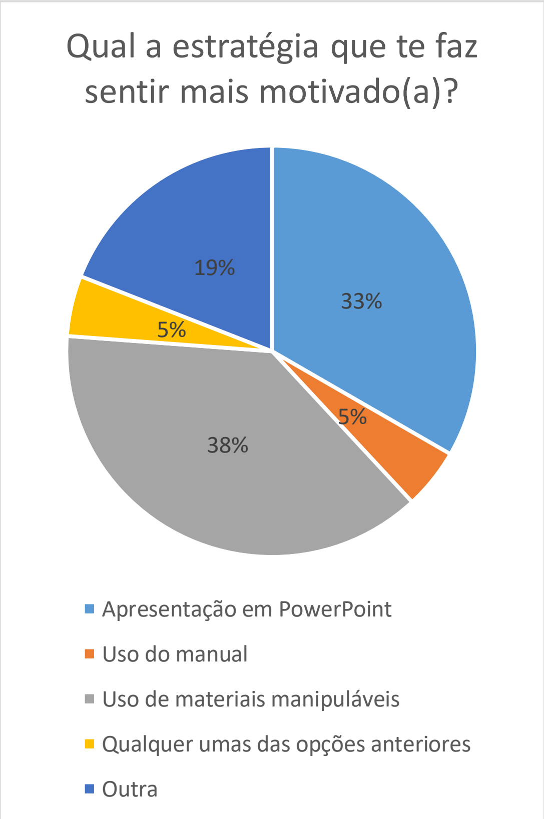
Questão 5 do questionário inicial



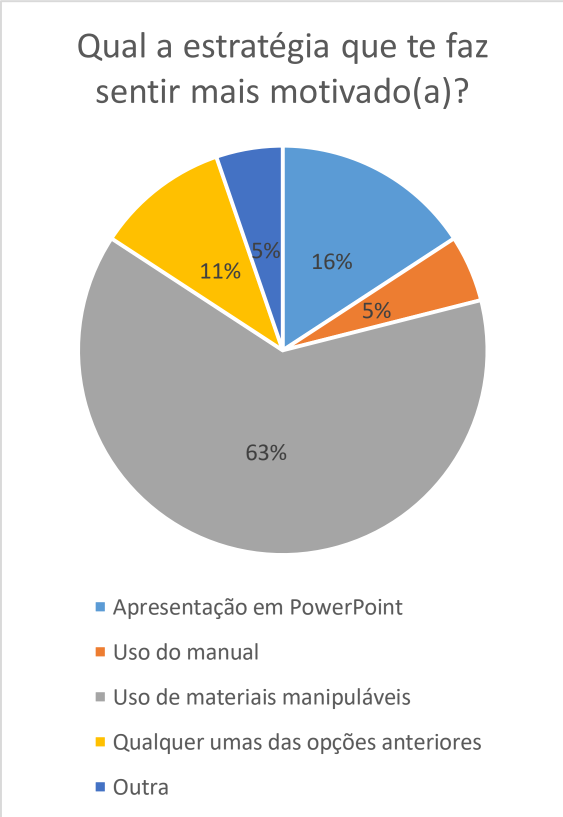
Questão 5 do questionário final

Na questão 5, incidente no modalidade de trabalho preferida nas aulas de matemática, no questionário inicial, a grande percentagem dos alunos escolheu o trabalho em grupo (48%). Dos restantes, alguns escolheram o trabalho a pares (33%) e outros responderam que preferiam qualquer uma das opções dadas (14%). Por fim, houve alunos que responderam Outro(o) (5%) afirmando que preferiam não trabalhar. É de salientar que nenhum aluno escolheu a opção de trabalhar sozinho(a). No questionário final, a opção de trabalhar em grupo continuou a ser a mais escolhida pelos alunos (68%), tendo havido um aumento notável na percentagem, provavelmente, pelo facto de as aulas dadas pelas estagiárias terem sido, em grande parte, organizadas com o trabalho em grupo. Dos restantes alunos, alguns escolheram a categoria de qualquer uma das opções anteriores (16%). Ao contrário do questionário inicial, houve uma percentagem de alunos que escolheram trabalhar sozinho, uma vez que, com base na observação realizada, o trabalho com o grupo onde se juntaram não correu de forma positiva. Por fim, a percentagem de alunos a escolher trabalhar a pares alterou (5%), provavelmente devido ao facto de terem sido realizados pouco trabalhos a pares durante a intervenção das estagiárias. É de salientar que neste questionário nenhum aluno escolheu a opção outro (0%).

Na questão 6 é pedido que os alunos escolhem qual a estratégia utilizada pelo professor que os faça sentir mais motivados nas aulas de matemática: apresentação em PowerPoint, uso do manual, uso de materiais manipuláveis ou outra.



Questão 6 do questionário inicial



Questão 6 do questionário final

No questionário inicial, a grande percentagem de alunos escolheu o uso de materiais manipuláveis (38%), uma vez que a professora cooperante também realizava diversas atividades recorrendo ao uso dos mesmos. Outros alunos escolherem o uso do PowerPoint (33%). Houve também alguns alunos que fizeram referência a outras estratégias (19%) tais como o uso de fichas. Por fim, em percentagens iguais, alguns alunos sentem-se mais motivados através do uso do manual (5%) e em qualquer umas das opções anteriores (5%). No questionário final, a grande percentagem de alunos continuou a escolher o uso de materiais manipuláveis (63%), no entanto numa percentagem maior, provavelmente devido às aulas das sequências terem sido todas abordadas com materiais. Houve alguns alunos que escolheram a apresentação em PowerPoint (16%), numa percentagem menor, devido eventualmente ao pouco uso desta aplicação nas aulas das estagiárias. Alguns alunos sentem-se motivados com o uso de qualquer uma das opções referidas. Por fim, em percentagem igual, os alunos sentem-se motivados com o uso do manual (5%) e alguns referiram outras estratégias (5%) reforçando a ideia de que se sentem motivados quando trabalham em grupo.

Anexo C. Entrevista inicial

ENTREVISTA

1. Porque é que consideras a utilização dos materiais manipuláveis uma estratégia que te faz sentir mais motivado(a) nas aulas de matemática?

2. Ao longo das aulas das sequências conseguiste realizar mais facilmente as tarefas com ou sem a utilização dos materiais manipuláveis? Porquê?

3. Qual a importância dos materiais manipuláveis nesta tarefa? (TAREFA 3)

4. Como é que lidaste com esta tarefa sem a utilização de materiais manipuláveis? Porquê? (TAREFA 5)

5. Se tivesses materiais manipuláveis conseguis resolver (mais facilmente) esta tarefa? Que estratégia utilizavas? (QUESTÃO 4 DA 1.ª PARTE DO TESTE DE AVALIAÇÃO)

Anexo D. Entrevista final

ENTREVISTA

(4 questões)

Nome: ____________________

1. Porque é que consideras a utilização dos materiais manipuláveis uma estratégia que te faz sentir mais motivado(a) nas aulas de matemática?

Resposta:

➔

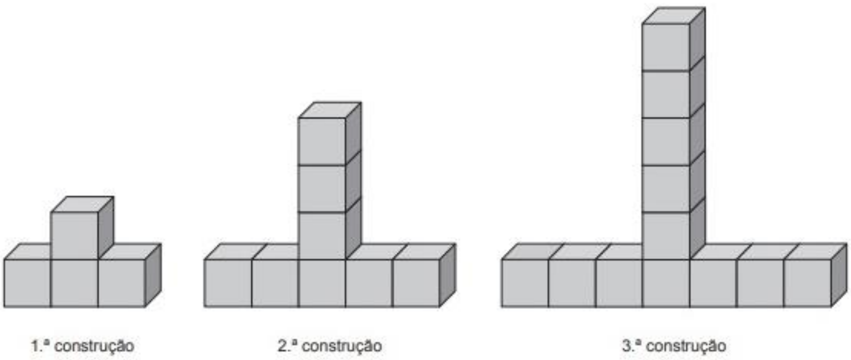
2. Ao longo das aulas das sequências conseguiste realizar mais facilmente as tarefas com ou sem a utilização dos materiais manipuláveis? Porquê?

Resposta:

➔

3. Recorda a **Tarefa 3** que realizaste em aula.

Observa a sequência de figuras apresentada.



1. Quanto cubos terá a 4.ªconstrução? Explica como chegaste a essa conclusão.
2. Quantos cubos terá a 15.ª construção? Explica como chegaste a essa conclusão.
3. Existe alguma construção com 45 cubos? Explica como chegaste a essa conclusão.
4. Escreve uma frase que relacione o número de cubos com o número da construção.

3.1. Qual a importância dos materiais manipuláveis nesta tarefa?

<u>Resposta:</u>

➔

4. Recorda a **Tarefa 5** que realizaste em aula.

Observa a sequência de figuras apresentada.

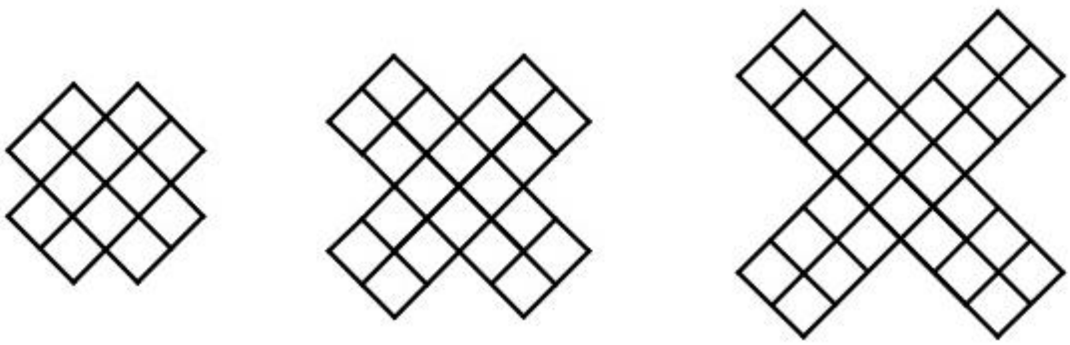


Figura 1 Figura 2 Figura 3

1. Quantos quadrados terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.
2. Quantos quadrados terá a 15ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.
3. Qual a ordem do termo 404? Explica como chegaste a essa conclusão.
4. Indica a expressão geradora da sequência.

4.1. Como é que lidaste com esta tarefa sem a utilização de materiais manipuláveis?

<u>Resposta:</u>

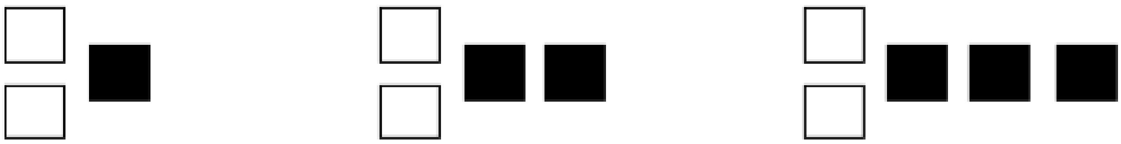
➔

Anexo E. Enunciado das Tarefas com sequências figurativas de crescimento

1.ª Tarefa de sequências figurativas de crescimento – 6.ºano

Nome: ___________________________________Data: _____________

Observa a sequência de figuras apresentada.



1.ª 2.ª 3.ª

1. Quantos quadrados pretos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

2. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados pretos com o número da figura.

____

____

____

3. Quantos quadrados terá a 6.ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

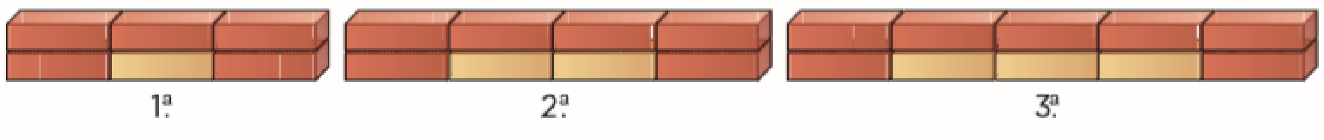
4. Quantos quadrados terá a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

5. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

2.ª Tarefa de sequências figurativas de crescimento – 6.ºano

Nome: ________________________________Data: ____________

Observa a sequência de figuras apresentada.



1. Quantos tijolos claros tem a 4. ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

2. Quantos tijolos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

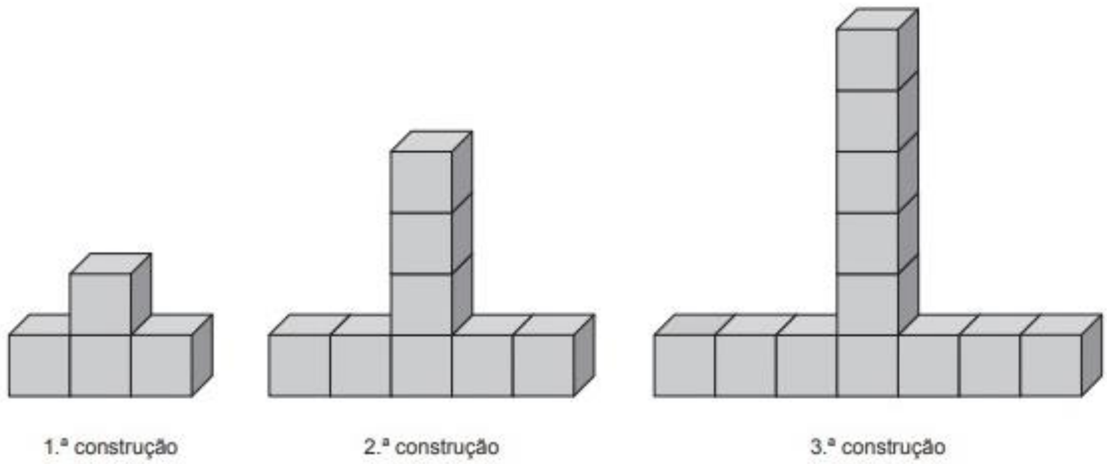
3. Pode haver uma construção com um total de 50 tijolos? Explica como chegaste a essa conclusão.

4. Indica a lei de formação da sequência.

3.ª Tarefa de sequências figurativas de crescimento – 6.ºano

Nome: _________________________________Data: ____________

Observa a sequência de figuras apresentada.



1. Quanto cubos terá a 4.ªconstrução? Explica como chegaste a essa conclusão.

2. Quantos cubos terá a 15.ª construção? Explica como chegaste a essa conclusão.

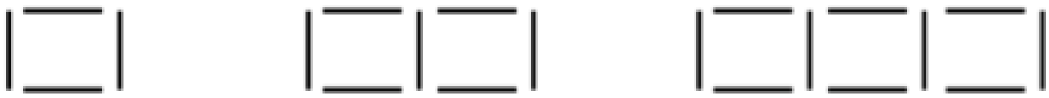
3. Existe alguma construção com 45 cubos? Explica como chegaste a essa conclusão.

4. Escreve uma frase que relacione o número de cubos com o número da construção.

4.ª Tarefa de sequências figurativas de crescimento – 6.ºano

Nome: ________________________________Data: ____________

Observa a sequência de figuras apresentada.



1.ª 2.ª 3.ª

1. Quantos palitos terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

2. E a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

3. Existe alguma figura com 152 palitos? Explica como chegaste a essa conclusão.

4. Indica a expressão geradora da sequência.

5.ª Tarefa de sequências figurativas de crescimento – 6.ºano

Nome: ________________________________ Data: ____________

Observa a sequência de figuras apresentada.

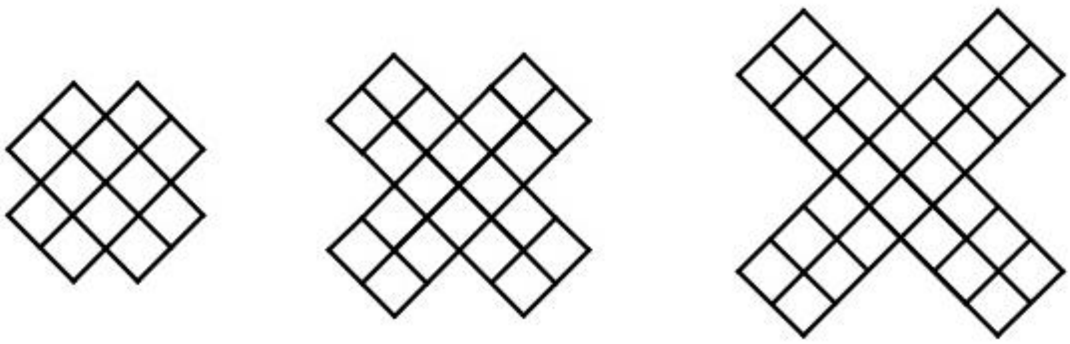


Figura 1 Figura 2 Figura 3

1. Quantos quadrados terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

2. Quantos quadrados terá a 15ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

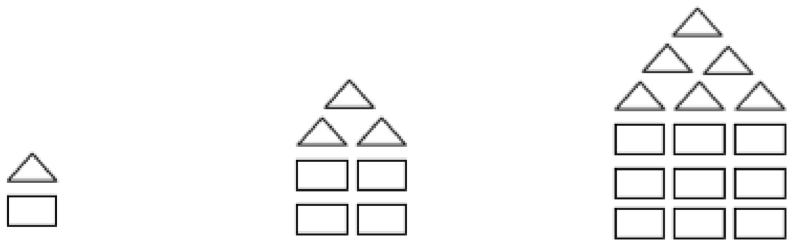
3. Qual a ordem do termo 404? Explica como chegaste a essa conclusão.

4. Indica a expressão geradora da sequência.

6.ª Tarefa de sequências figurativas de crescimento – 6.ºano

Nome: ________________________________Data: ____________

Observa a sequência de figuras apresentada.



1.ª 2.ª 3.ª

1. Quantos tijolos terá a 4.ª figura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

2. Quantos tijolos terá a 10.ªfigura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

3. Indica a lei de formação da sequência.

4. Quantos tijolos terá a 100.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

5. Indica a expressão geradora dos tijolos desta sequência.

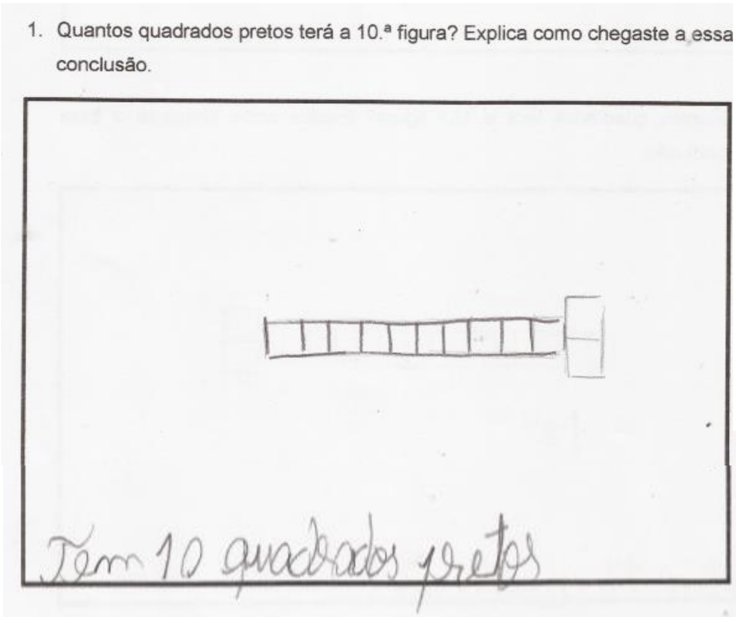
Anexo F. Análise do tipo de estratégias

TIPO DE ESTRATÉGIAS

- **Grupo 1**

Tarefa 1 – Questão 1

<u>Estratégia funcional</u>

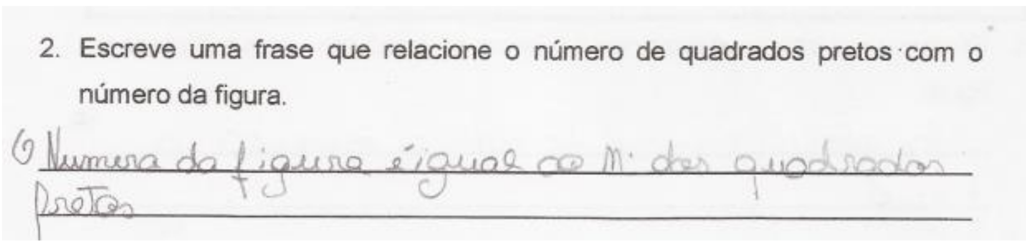


1. Quantos quadrados pretos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Tem 10 quadrados pretos

Tarefa 1 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>

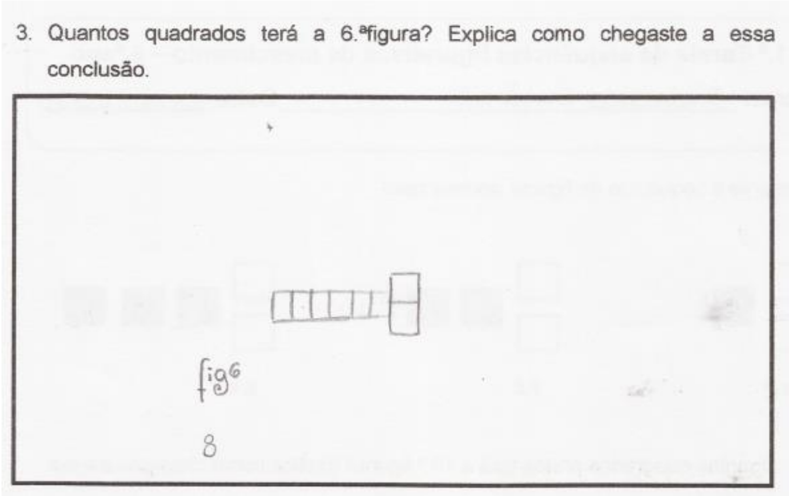


2. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados pretos com o número da figura.

O Numero da figura é igual ao n.º dos quadrados pretos

Tarefa 1 – Questão 3

Estratégia funcional



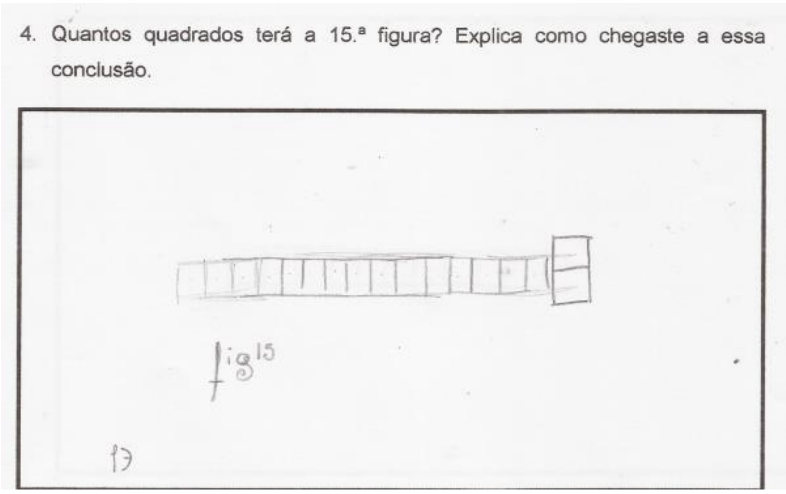
3. Quantos quadrados terá a 6.ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

fig^{6}

8

Tarefa 1 – Questão 4

Estratégia funcional



4. Quantos quadrados terá a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

fig^{15}

17

Tarefa 1 – Questão 5

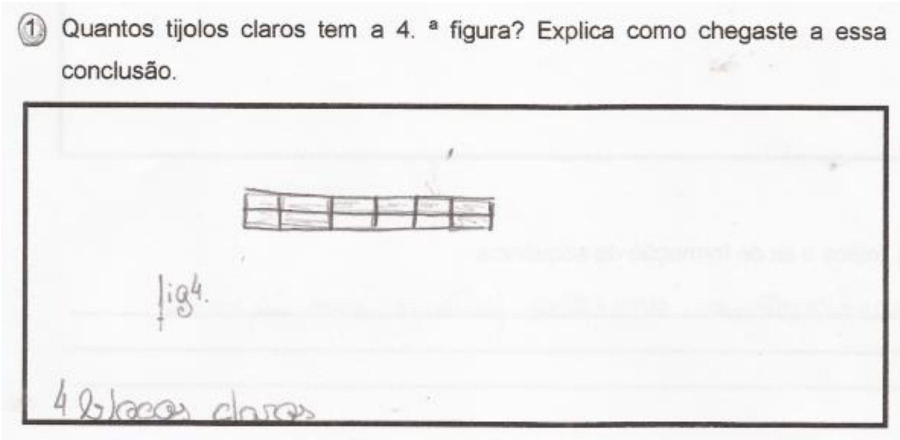
Estratégia funcional

5. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

são sempre 2 a mais do que o numero da figura

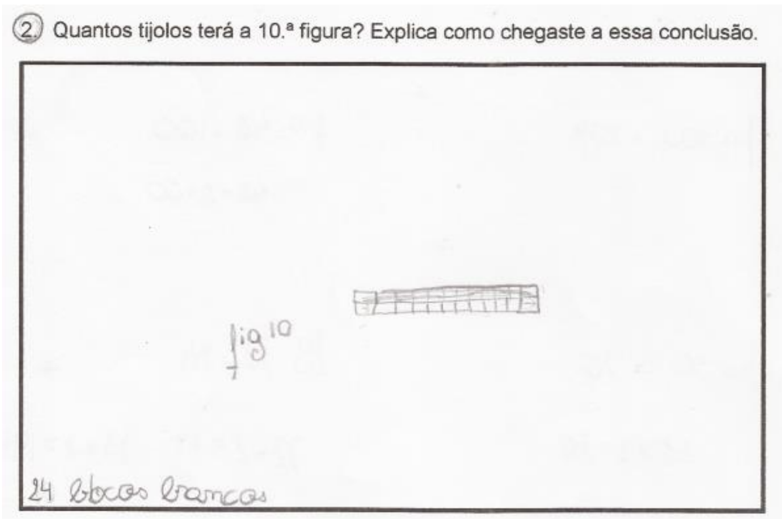
Tarefa 2 – Questão 1

<u>Estratégia de representação e contagem</u>



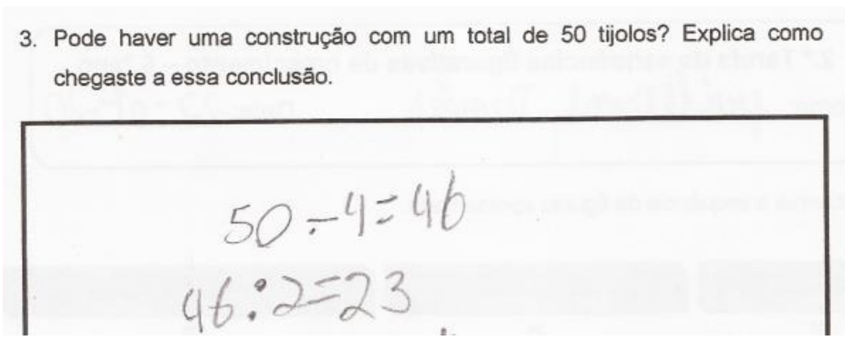
Tarefa 2 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>



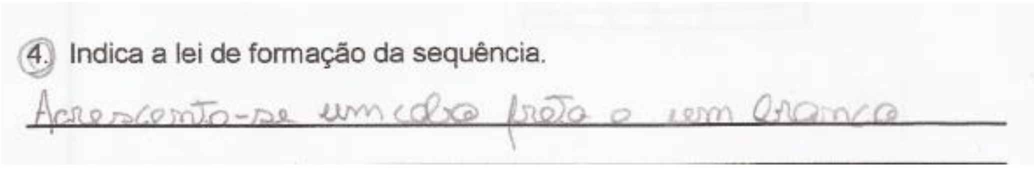
Tarefa 2 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>



Tarefa 2 – Questão 4

Estratégia recursiva

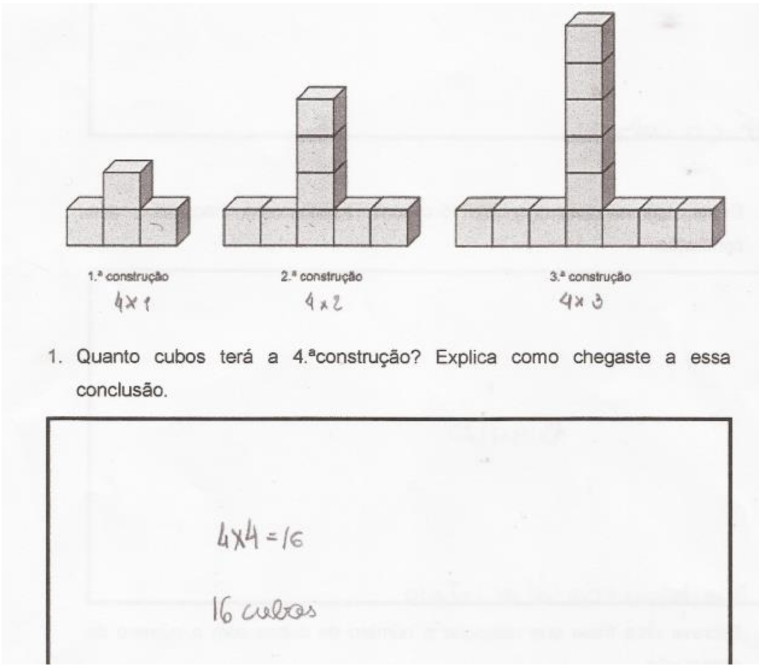


4. Indica a lei de formação da sequência.

Acrescenta-se um cubo preto e um branco

Tarefa 3 – Questão 1

Estratégia funcional



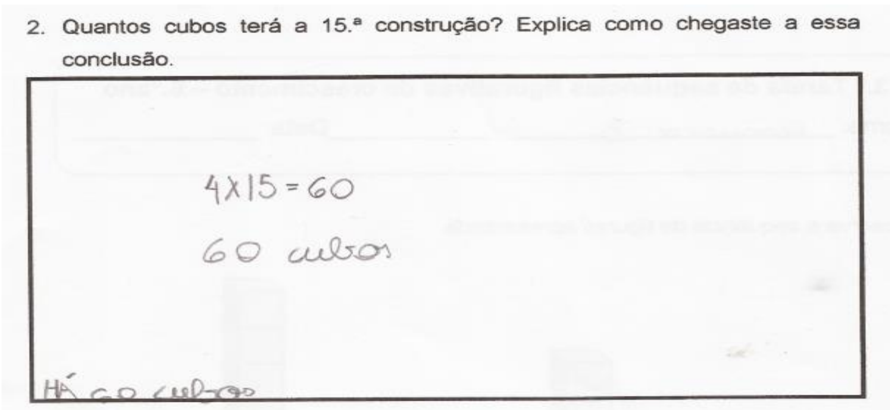
1. Quanto cubos terá a 4.ªconstrução? Explica como chegaste a essa conclusão.

4×4 = 16

16 cubos

Tarefa 3 – Questão 2

Estratégia funcional



2. Quantos cubos terá a 15.ª construção? Explica como chegaste a essa conclusão.

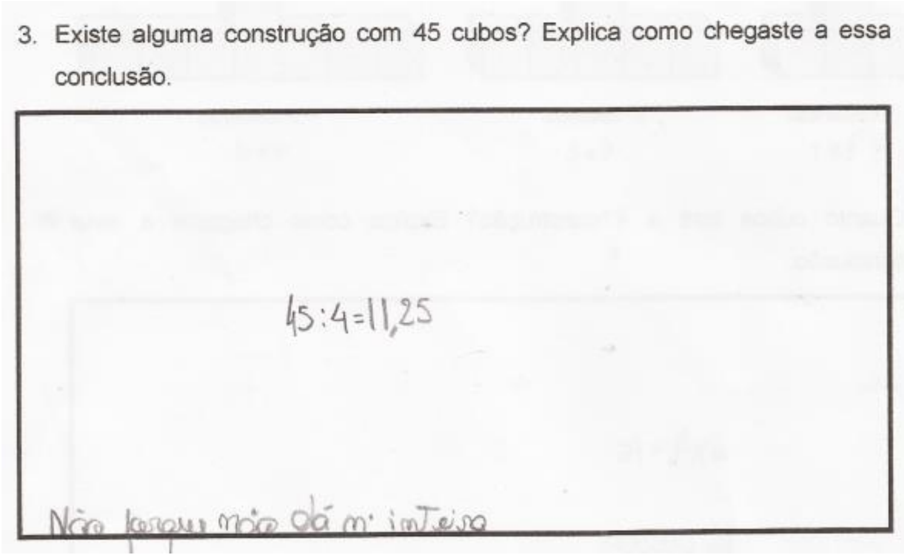
4×15 = 60

60 cubos

HÁ 60 cubos

Tarefa 3 – Questão 3

Estratégia funcional



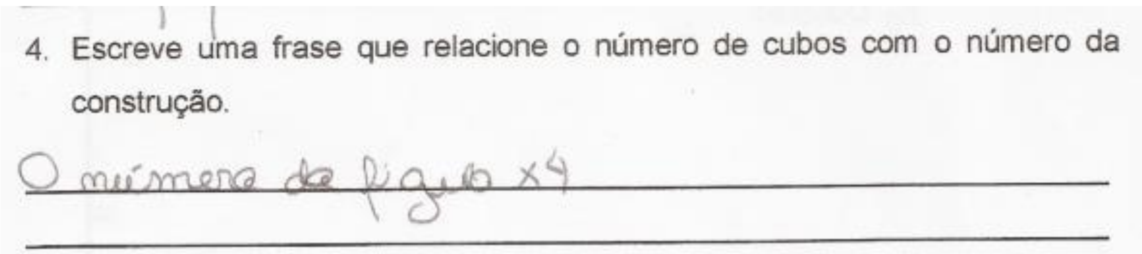
3. Existe alguma construção com 45 cubos? Explica como chegaste a essa conclusão.

45:4=11,25

Não porque não dá nº inteiro

Tarefa 3 – Questão 4

Estratégia funcional

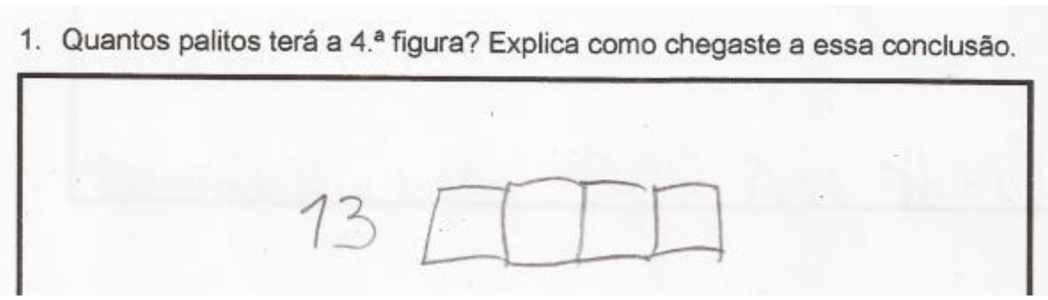


4. Escreve uma frase que relacione o número de cubos com o número da construção.

O número da figura x4

Tarefa 4 – Questão 1

Estratégia de representação e contagem



1. Quantos palitos terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

13

Tarefa 4 – Questão 2

Estratégia funcional

2. E a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

$15 \times 3 + 1 = 46$

fig 15

Tarefa 4 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Existe alguma figura com 152 palitos? Explica como chegaste a essa conclusão.

$n \times 3 + 1 = 152$

$m = 50$

$50 \times 3 = 150$

$150 + 1 = 151$

Tarefa 4 – Questão 4

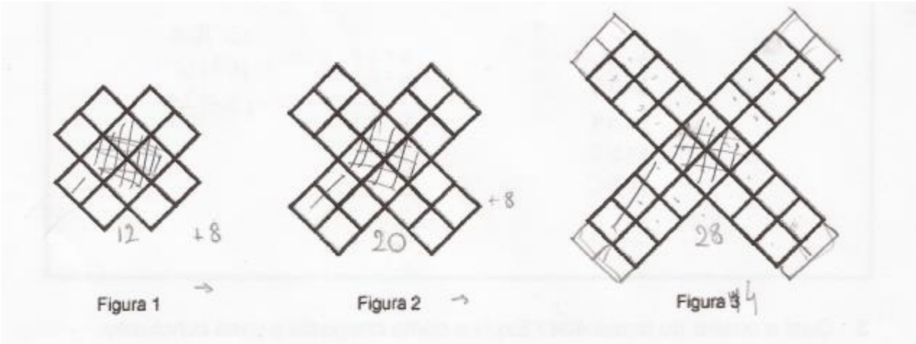
Estratégia funcional

4. Indica a expressão geradora da sequência.

O Numero da fig x 3 +1

Tarefa 5 – Questão 1

<u>Estratégia recursiva</u>



1. Quantos quadrados terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

28 + 8 = 36

Tarefa 5 – Questão 2

<u>Estratégia recursiva</u>

2. Quantos quadrados terá a 15ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

3 = 28
4 = 36
5 = 44
6 = 52
7 = 60

8 = 66
9 = 76
10 = 84
11 = 92
12 = 100

13 = 108
14 = 116
15 = 124

Tarefa 5 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Qual a ordem do termo 404? Explica como chegaste a essa conclusão.

$50 \times 8 + 4 = 404$

$m \times 8 + 4$

Tarefa 5 – Questão 4

Estratégia funcional

4. Indica a expressão geradora da sequência.

$m \times 8 + 4$

Tarefa 6 – Questão 1

Estratégia recursiva e estratégia funcional (tijolos) e Estratégia de representação e contagem (telhas)

1. Quantos tijolos terá a 4.ª figura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

7+3+5+1= 16

fig 4

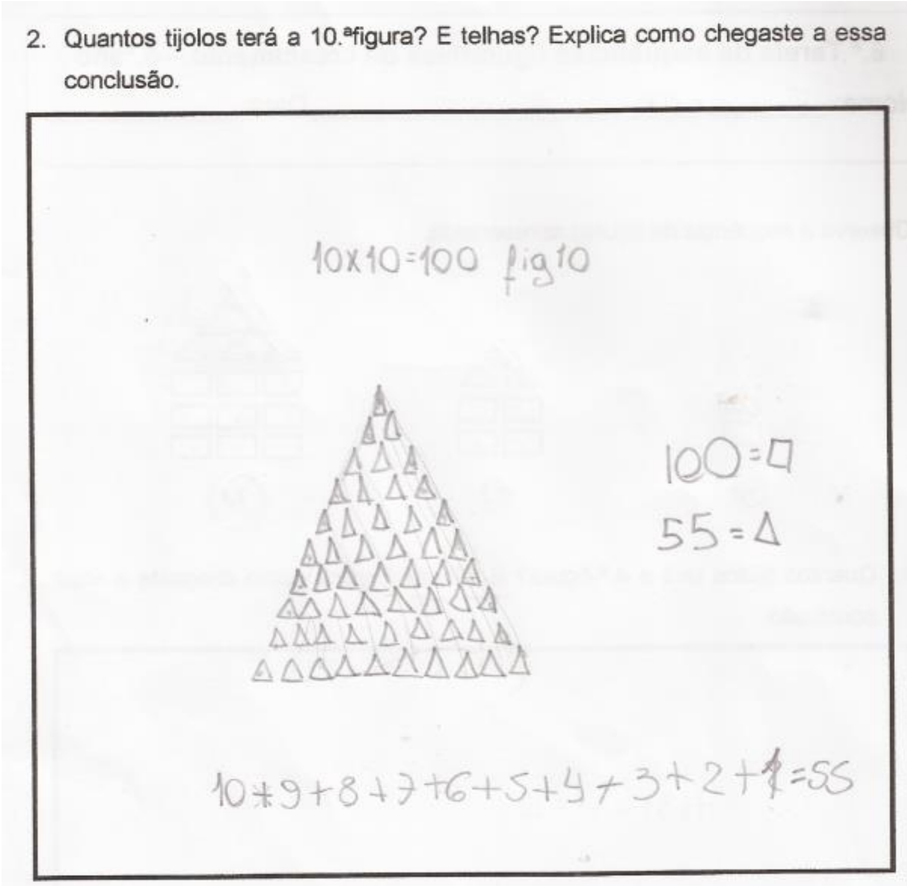
1x1 = fig 1

2x2 fig 2

3x3 fig 3

Tarefa 6 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>



2. Quantos tijolos terá a 10.ª figura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

10x10=100 fig10

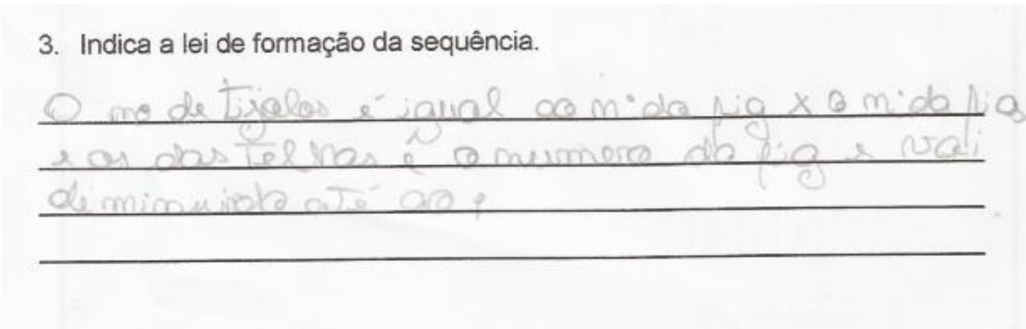
100=□

55=Δ

10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=55

Tarefa 6 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>

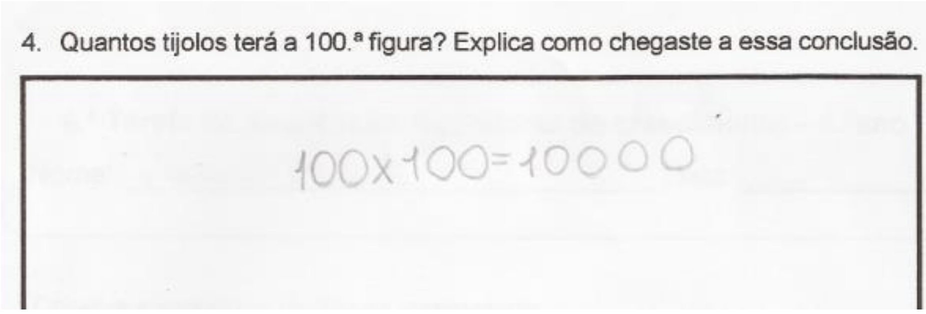


3. Indica a lei de formação da sequência.

O nº de tijolos é igual ao nº da fig x o nº da fig e os das telhas é o numero da fig e vai diminuindo até ao 1

Tarefa 6 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>

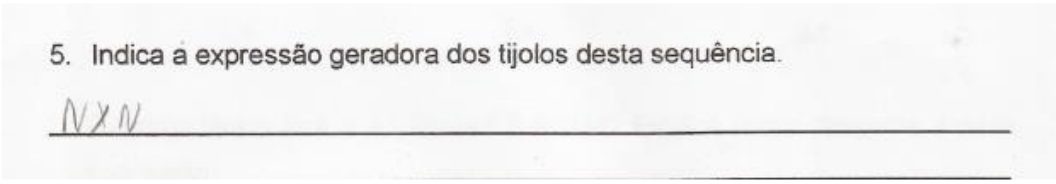


4. Quantos tijolos terá a 100.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

100x100=10000

Tarefa 6 – Questão 5

<u>Estratégia funcional</u>



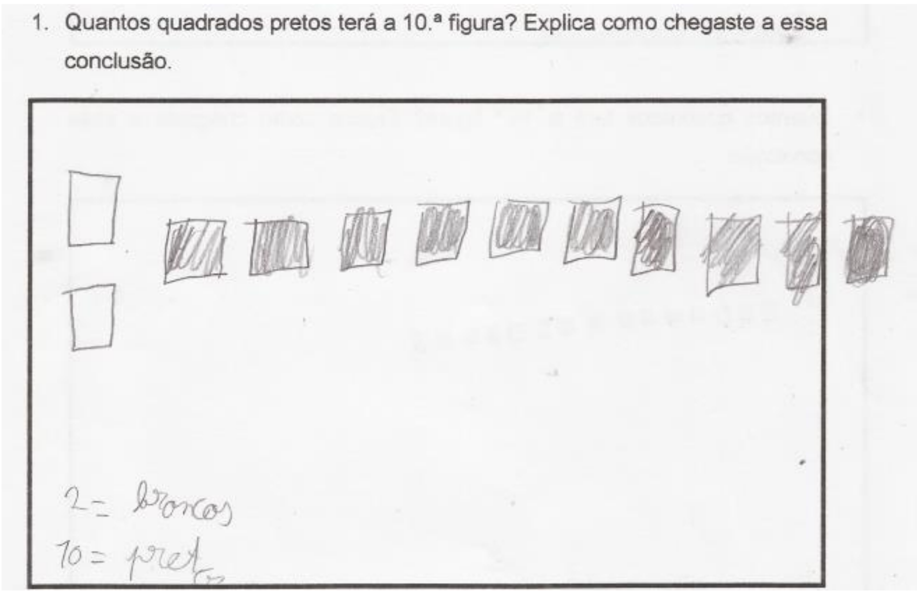
5. Indica a expressão geradora dos tijolos desta sequência.

NXN

- **Grupo 2**

Tarefa 1– Questão 1

<u>Estratégia funcional</u>



1. Quantos quadrados pretos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Tarefa 1 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>

2. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados pretos com o número da figura.

O numero da figura é sempre igual ao numero dos quadrados pretos

Tarefa 1 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>

3. Quantos quadrados terá a 6.ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

terá 8 quadrados

Tarefa 1 – Questão 4

Estratégia funcional

4. Quantos quadrados terá a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

terá 17 quadrados

Tarefa 1 – Questão 5

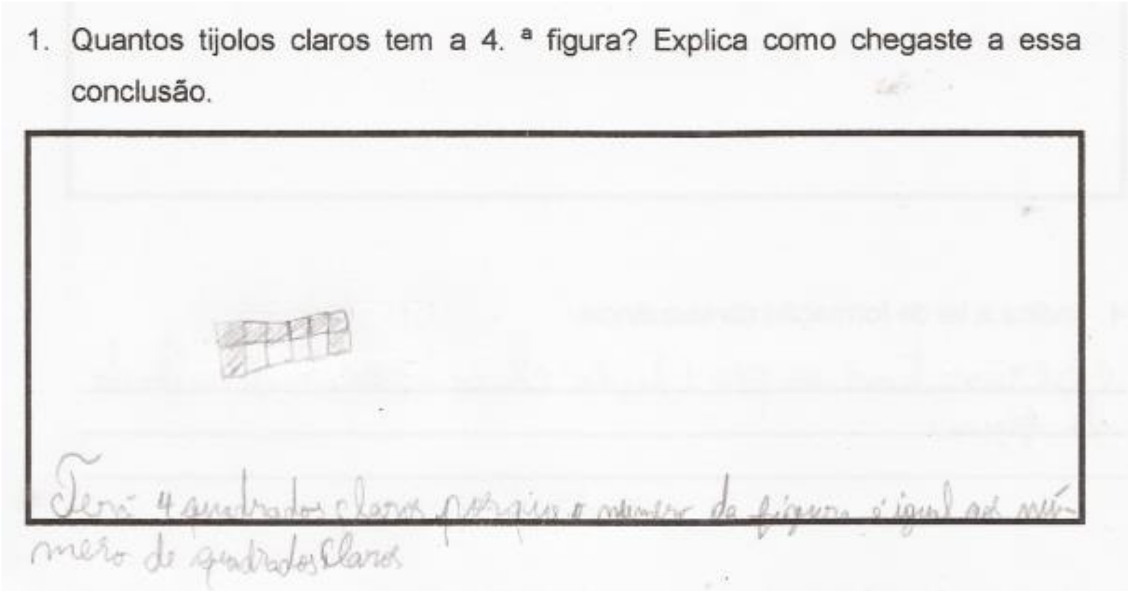
Estratégia funcional

5. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

O numero de quadrados é sempre mais 2 que o numero da figura

Tarefa 2 – Questão 1

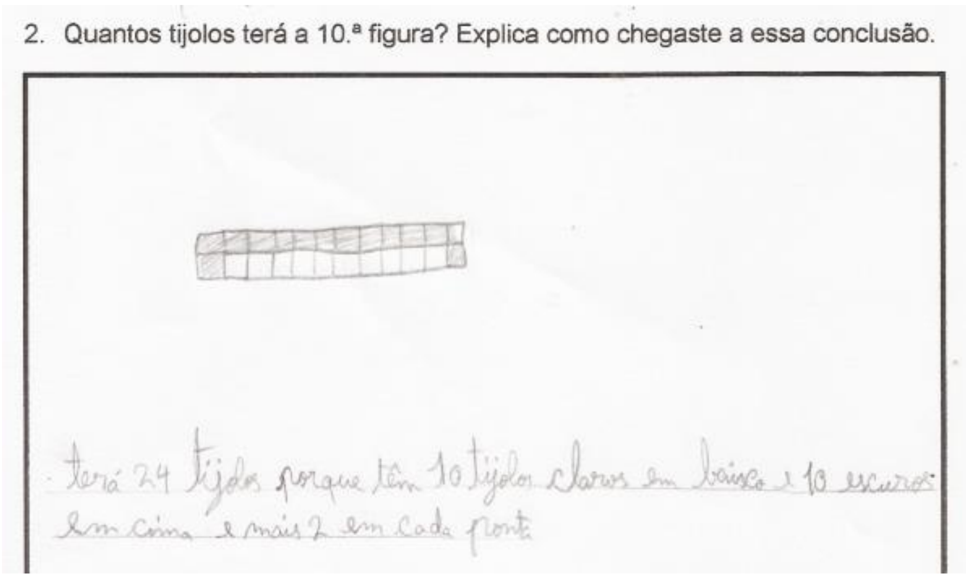
<u>Estratégia funcional</u>


1. Quantos tijolos claros tem a 4. ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Terá 4 quadrados claros porque o número da figura é igual ao número de quadrados claros

Tarefa 2 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>

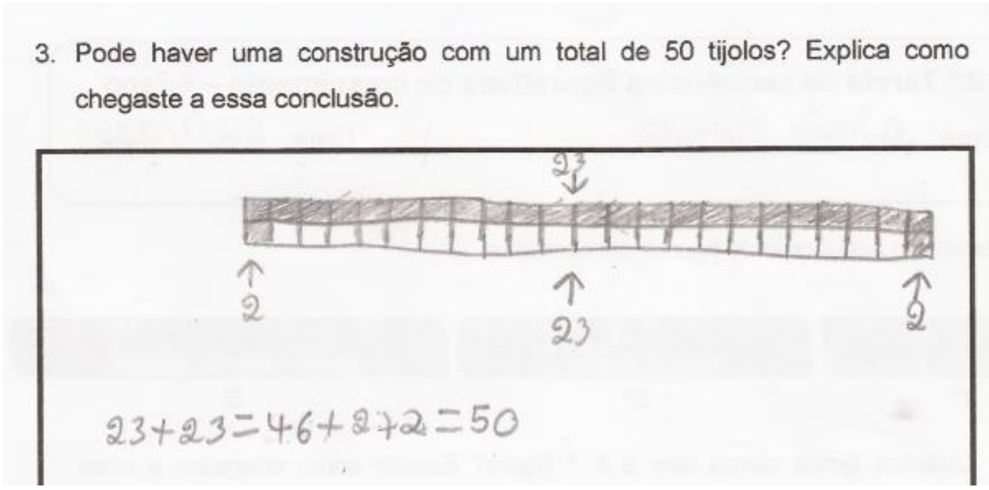

2. Quantos tijolos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

terá 24 tijolos porque tem 10 tijolos claros em baixo e 10 escuros em cima e mais 2 em cada ponta

- Apesar de os alunos terem feito o desenho, a explicação apresentada em baixo é claramente funcional, não existindo evidência de se terem apoiado simplesmente na contagem dos tijolos.

Tarefa 2 – Questão 3

Estratégia funcional

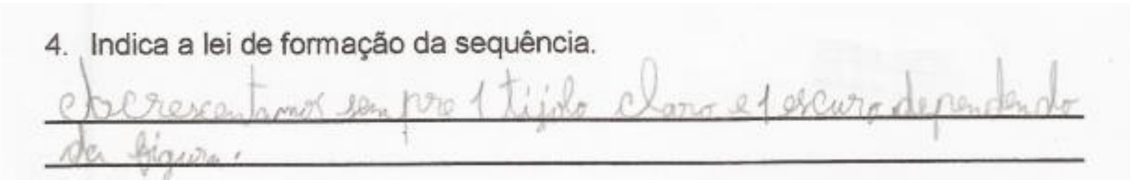


3. Pode haver uma construção com um total de 50 tijolos? Explica como chegaste a essa conclusão.

23+23=46+2+2=50

Tarefa 2 - Questão 4

Estratégia recursiva

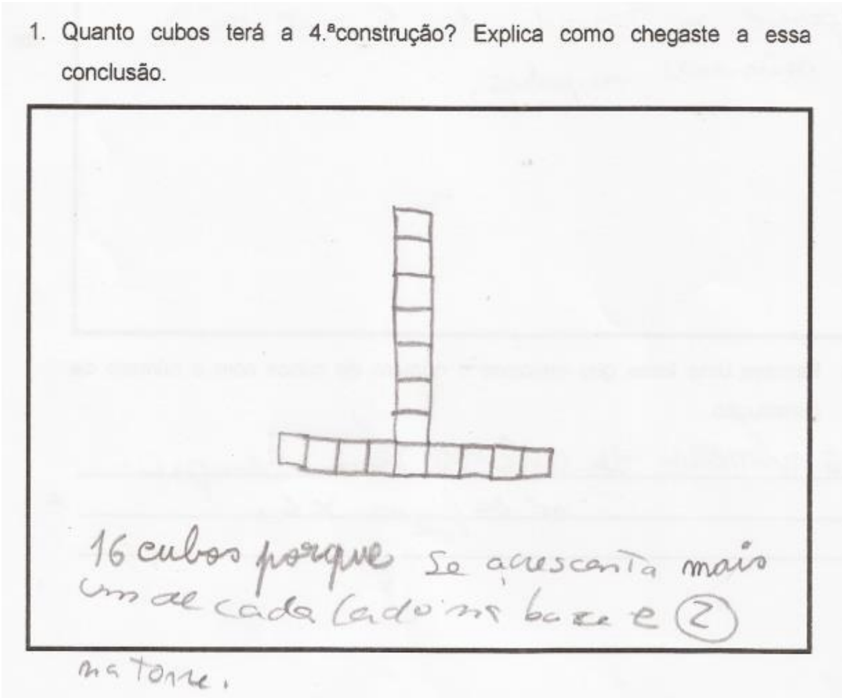


4. Indica a lei de formação da sequência.

acrescentamos sempre 1 tijolo claro e 1 escuro dependendo da figura.

Tarefa 3 – Questão 1

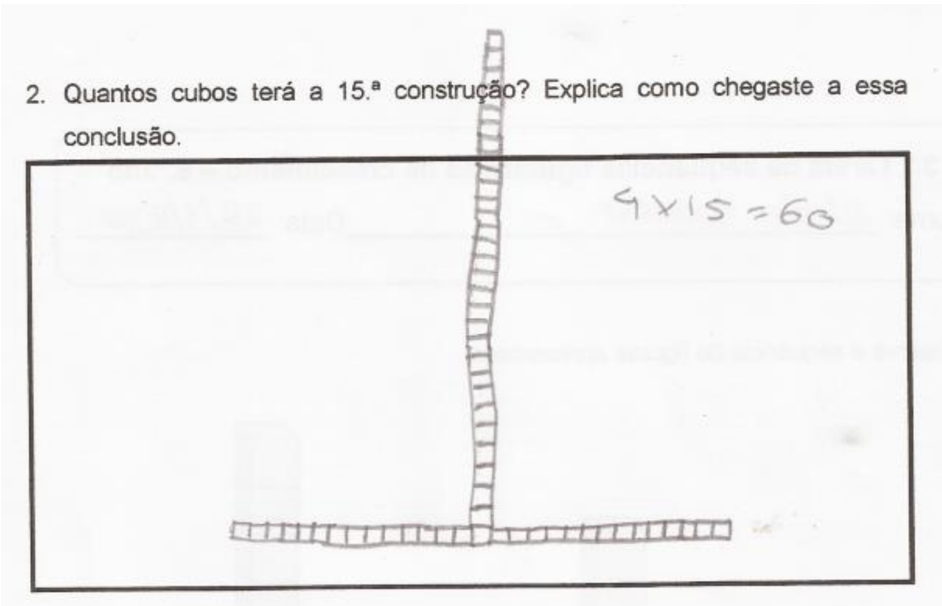
<u>Estratégia recursiva</u>



- Apesar de os alunos terem feito a representação da figura, a explicação apresentada em baixo é claramente recursiva com

Tarefa 3 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>



Tarefa 3 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>

3. Existe alguma construção com 45 cubos? Explica como chegaste a essa conclusão.

Não há construção com 45 cubos porque na tabuada do 4 não há números impares.

Tarefa 3 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>

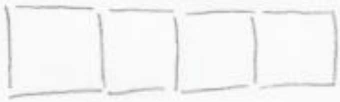
4. Escreve uma frase que relacione o número de cubos com o número da construção.

O número de cubos tem sempre: nº da figura × 4.

Tarefa 4 – Questão 1

<u>Estratégia de representação e contagem</u>

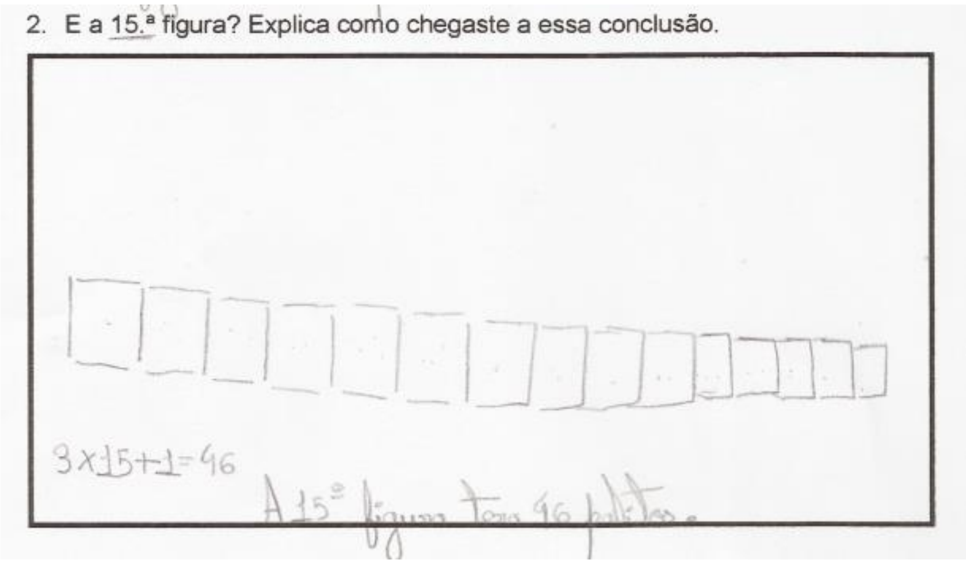
1. Quantos palitos terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.



A 4º figura tem 13 palitos.

Tarefa 4 – Questão 2

Estratégia funcional

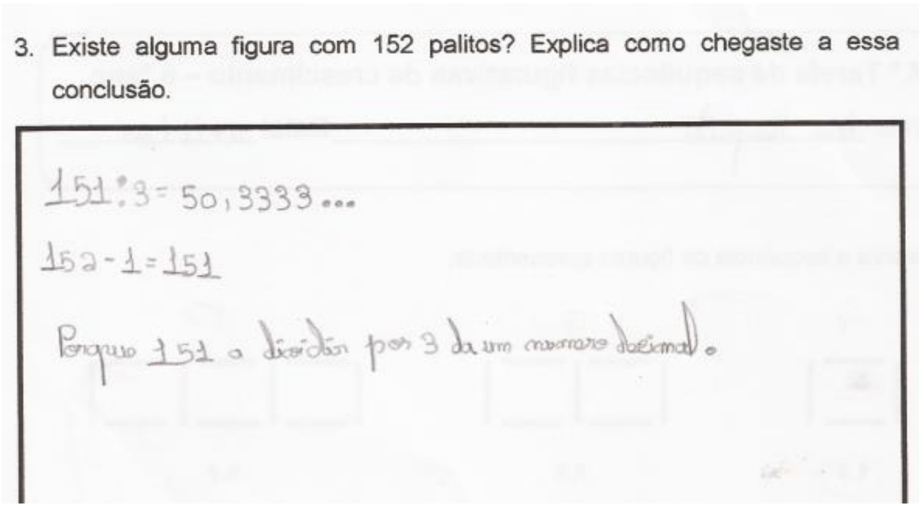

2. E a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

3x15+1=46

A 15ª figura tem 46 palitos.

Tarefa 4 – Questão 3

Estratégia funcional


3. Existe alguma figura com 152 palitos? Explica como chegaste a essa conclusão.

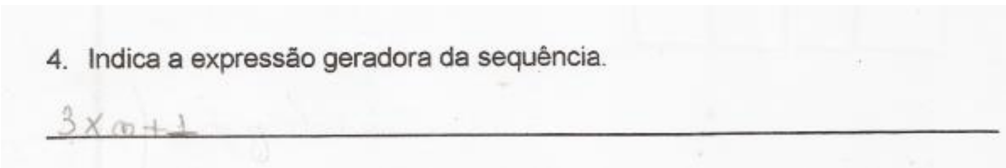
151:3=50,3333...

152-1=151

Porque 151 a dividir por 3 da um numero decimal.

Tarefa 4 – Questão 4

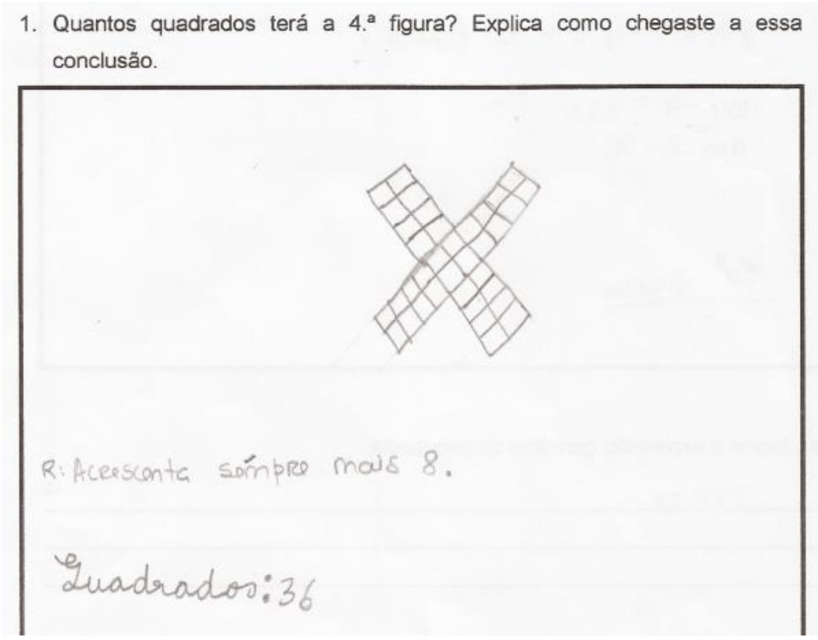
Estratégia funcional


4. Indica a expressão geradora da sequência.

3 x n + 1

Tarefa 5 – Questão 1

Estratégia recursiva



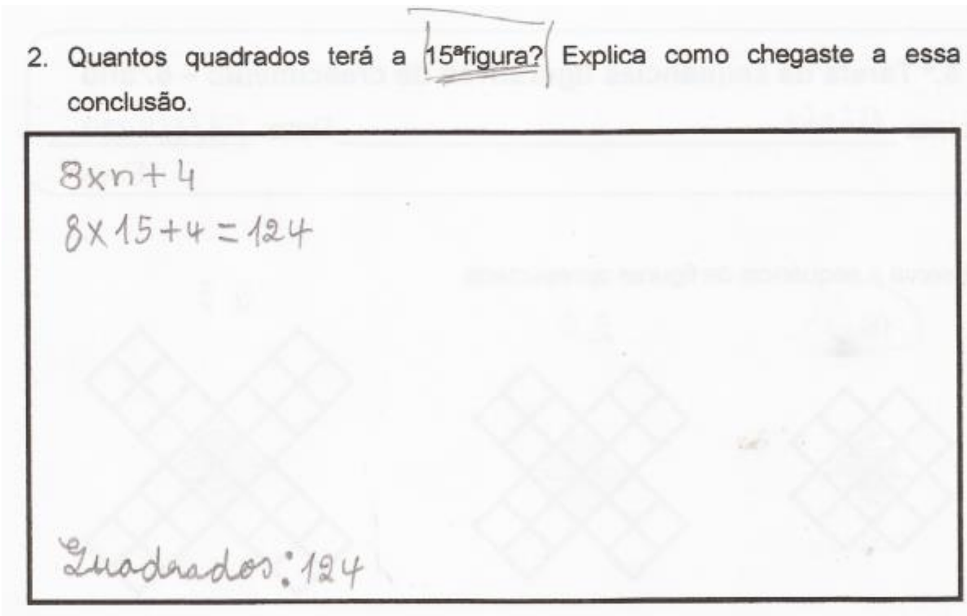
1. Quantos quadrados terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

R: Acrescenta sempre mais 8.

Quadrados: 36

Tarefa 5 – Questão 2

Estratégia funcional



2. Quantos quadrados terá a 15ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

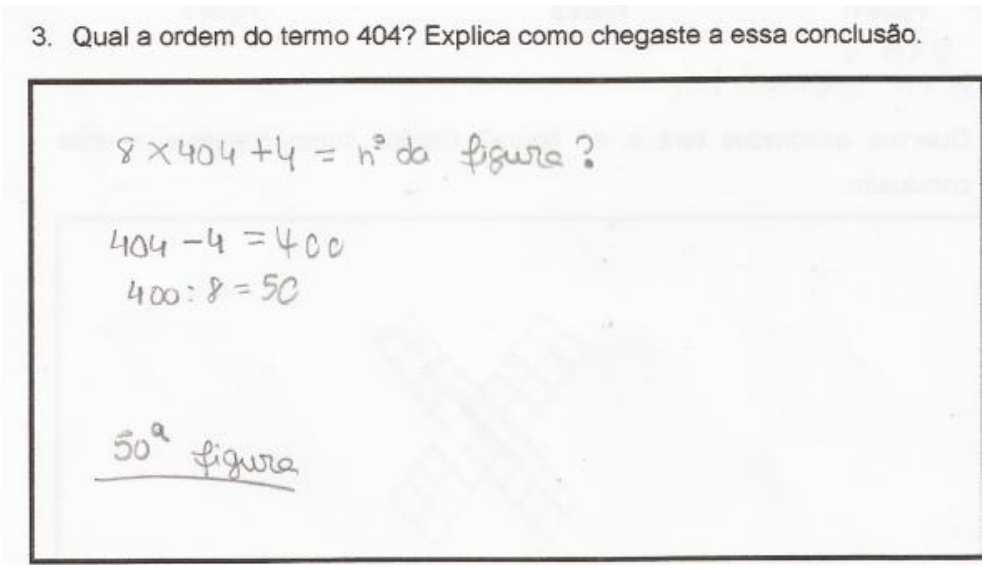
$8 \times n + 4$

$8 \times 15 + 4 = 124$

Quadrados: 124

Tarefa 5 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>


3. Qual a ordem do termo 404? Explica como chegaste a essa conclusão.

$8 \times 404 + 4 =$ nº da figura ?

$404 - 4 = 400$

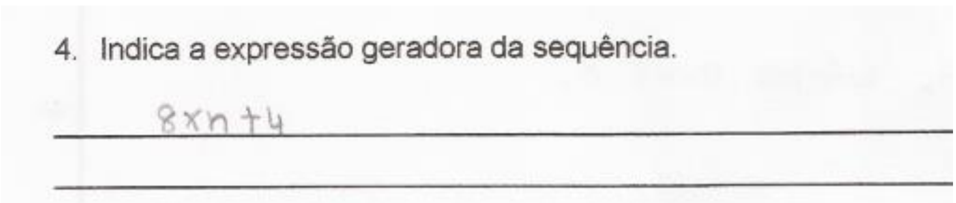
$400 : 8 = 50$

50ª figura

- A resolução apresenta um erro inicial em que os alunos não inverteram e colocaram como se a ordem fosse 404 mas depois conseguem seguir o raciocínio certo e apresentam uma estratégia funcional.

Tarefa 5 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>


4. Indica a expressão geradora da sequência.

$8 \times n + 4$

Tarefa 6 – Questão 1

Estratégia funcional

1. Quantos tijolos terá a 4.ª figura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

$4 \times 4 = 16$

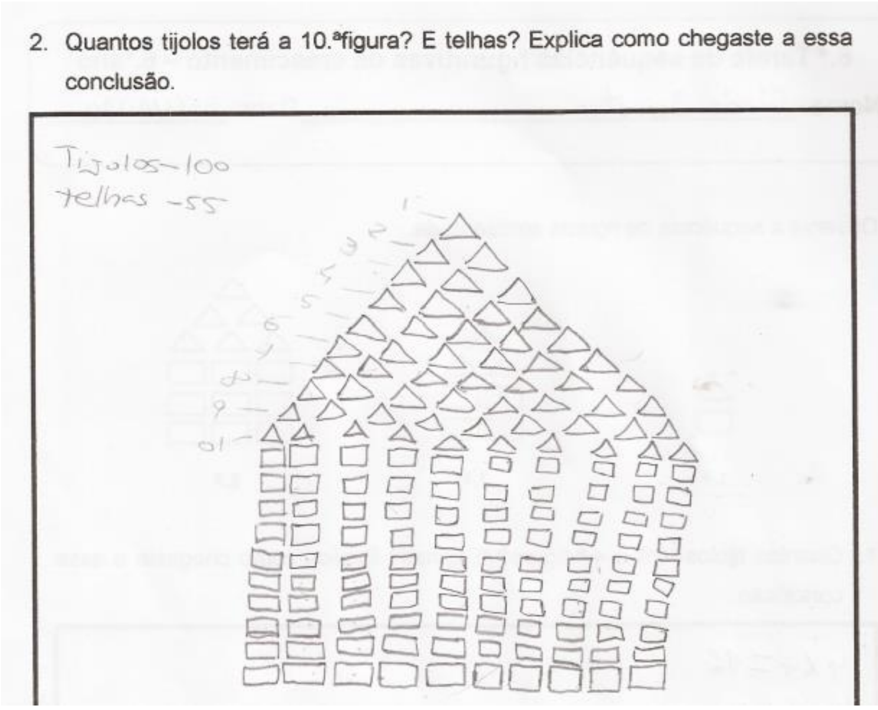
$4 + 3 + 2 + 1 = 10$

Tijolos: 16

Telhas: 10

Tarefa 6 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>



- Apesar de os alunos terem desenhado, não é observável que tenham andando a contar os tijolos, de forma unitária; desse modo, podemos aferir que fizeram mentalmente 10x10 e registaram apenas o resultado, pois já tinham utilizado a multiplicação na alínea anterior. O mesmo acontece com as telhas, os alunos sabem que o número da base das telhas é igual ao número da figura e depois vai decrescendo até ao número 1, efetuando, no final, a soma dos números de telhas existentes nas linhas sucessivas.

Tarefa 6 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>

3. Indica a lei de formação da sequência. → p/os Tijolos → p/ as telhas

Tijolos → Multiplicar o nº de ordem da sequência por si mesmo

telhas → A fila de telhas imediatamente a seguir aos tijolos corresponde ao número da figura, retirando 1 telha em cada fila que se segue até se obter uma única telha.

- Os alunos exprimem uma relação aditiva entre as diversas linhas das telhas. No entanto, isso não significa que vejam a diferença entre o número de telhas da 9ª figura e da 10ª figura (o que caracteriza a estratégia recursiva). Desse modo e como a expressão geradora das telhas é muito complexa para alunos do 6.ºano, a estratégia considerada nesta alínea é a funcional.

Tarefa 6 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>

4. Quantos tijolos terá a 100.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Tijolos: $100 \times 100 = 10000$

Tarefa 6 – Questão 5

<u>Estratégia funcional</u>

5. Indica a expressão geradora dos $\boxed{\text{tijolos}}$ desta sequência.

$n \times n$

n^2

➢ Grupo 3

Tarefa 1 – Questão 1

Estratégia recursiva

1. Quantos quadrados pretos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Pon cada figuna aumenta um quadnado pneto e fica 10 quadnados na figuna 10ª

Tarefa 1 – Questão 2

Estratégia funcional

2. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados pretos com o número da figura.

O numeno da figuna é igual ao numeno de quadnados pnetos

Tarefa 1 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Quantos quadrados terá a 6.ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Oito quadnados ponque a figuna tenа 6 quadnados pnetos e 2 bnancos

Tarefa 1 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>

4. Quantos quadrados terá a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

17 quadrados porque a figura tera 15 quadrados pretos e 2 brancos

Tarefa 1 – Questão 5

<u>Estratégia funcional</u>

5. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

São sempre 2 a mais do que o número da figura.

Tarefa 2 – Questão 1

<u>Estratégia funcional</u>

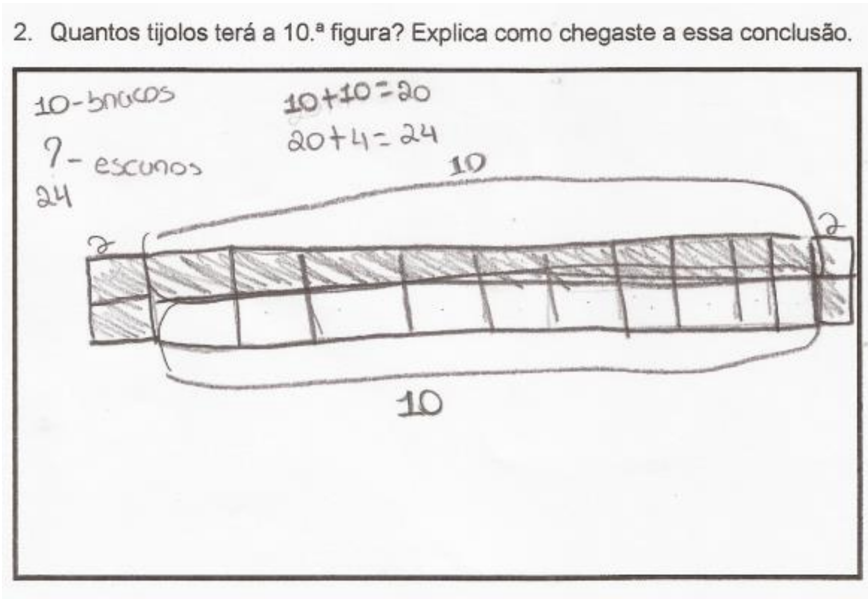
1. Quantos tijolos claros tem a 4. ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Cada fig tem o mesmo numero de quadrados que o número da fig.

4.

Tarefa 2 – Questão 2

Estratégia funcional



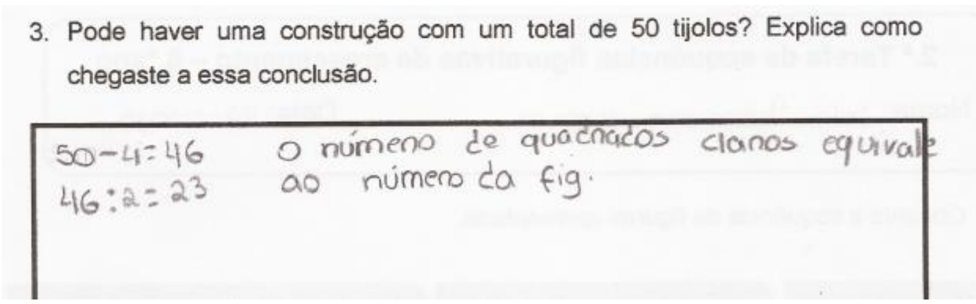
2. Quantos tijolos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

10-brancos
7- escuros
24

10+10=20
20+4=24

Tarefa 2 – Questão 3

Estratégia funcional



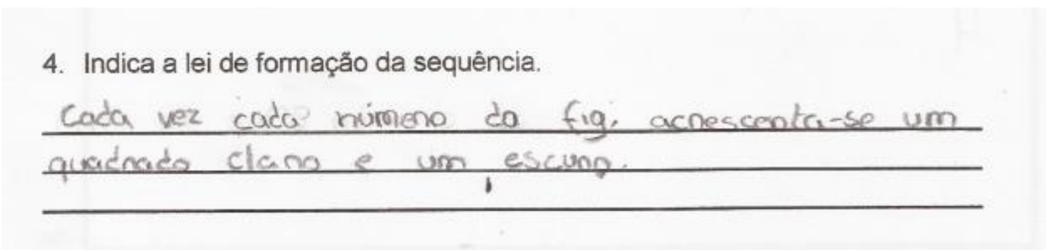
3. Pode haver uma construção com um total de 50 tijolos? Explica como chegaste a essa conclusão.

50-4=46
46:2=23

o número de quadrados claros equivale ao número da fig.

Tarefa 2 – Questão 4

Estratégia recursiva



4. Indica a lei de formação da sequência.

Cada vez cada número da fig. acrescenta-se um quadrado claro e um escuro.

Tarefa 3 – Questão 1

Estratégia recursiva

1. Quanto cubos terá a 4.ªconstrução? Explica como chegaste a essa conclusão.

16 - porquê a cada fig. acrescenta-se dois em baixo e dois em cima.

Tarefa 3 – Questão 2

Estratégia funcional

2. Quantos cubos terá a 15.ª construção? Explica como chegaste a essa conclusão.

15+15=30
30+30=60

- Os alunos exprimiram a relação de forma aditiva, ou seja, observaram que cada "braço" da figura tinha os mesmos cubos que o número de ordem da figura e que a coluna central tinha o dobro dos cubos e, a partir daí, adicionaram tudo. Embora seja uma expressão aditiva, a estratégia é funcional pois é estabelecida uma relação direta entre a ordem e o número a determinar no termo.

Tarefa 3 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Existe alguma construção com 45 cubos? Explica como chegaste a essa conclusão.

45:4=11,25
Não, porque dá número decimal e temos de ter um número inteiro

Tarefa 3 – Questão 4

Estratégia funcional

4. Escreve uma frase que relacione o número de cubos com o número da construção.

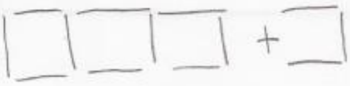
A negra é que tem que se fazer um numero da fig x4.

Tarefa 4 – Questão 1

Estratégia recursiva

1. Quantos palitos terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

13- Em cada figura acrescenta-se mais 3 palitos.



4ª figura

Tarefa 4 – Questão 2

Estratégia funcional

2. E a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

nx3+1= ?

15x3+1=46

46- Porque a lei geradora é nx3+1.

Tarefa 4 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>

3. Existe alguma figura com 152 palitos? Explica como chegaste a essa conclusão.

Não, porque deu número decimal e a figura tem de ter um número inteiro

152 - 1:3=50,333...

Tarefa 4 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>

4. Indica a expressão geradora da sequência.

A expressão geradora é nx3+1

Tarefa 5 – Questão 1

<u>Estratégia recursiva</u>

1. Quantos quadrados terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

36- Em cada figura acrescenta-se mais dois quadrado de cada lado.

Tarefa 5 – Questão 2

Estratégia funcional

2. Quantos quadrados terá a 15ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

$15 \times 8 + 4 = 124$

$n \times 8 + 4 = ?$

124 - Nós temos que fazen o nº da figuna × 8 ponque de cada lado acnescenta-se dois de cada lado 2+2+2+2=8 e 4 ponque temos o qualno no meio da figuno.

Tarefa 5 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Qual a ordem do termo 404? Explica como chegaste a essa conclusão.

$404 - 4 : 8 = 50$

50 - temos de fazen tudo ao contnanio.

Tarefa 5 – Questão 4

Estratégia funcional

4. Indica a expressão geradora da sequência.

A expnesão genadona é $n \times 8 + 4$.

Tarefa 6 – Questão 1

Estratégia funcional

1. Quantos tijolos terá a 4.ª figura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

nº

$4 \times 4 = 16 = 4^2$ - tijolos

$4+3+2+1=10$ - telhas

Tarefa 6 – Questão 2

Estratégia funcional

2. Quantos tijolos terá a 10.ª figura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

$10 \times 10 = 100 = 10^2$ - tijolos

$10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=55$ - telhas

Tarefa 6 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Indica a lei de formação da sequência.

A lei de formação é: tijolos - é o numero da figura ao quadrado e das telhas - é o número da fig. somando com os números anteriores do núm. da fig. até ao 1.

Tarefa 6 – Questão 4

Estratégia funcional

4. Quantos tijolos terá a 100.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

$n^2 = ?$

$100 \times 100 = 10000 = 100^2$ - tijolos

Tarefa 6 – Questão 5

Estratégia funcional

5. Indica a expressão geradora dos tijolos desta sequência.

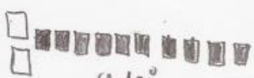
A expressão geradora é n^2.

➢ Grupo 4

Tarefa 1 – Questão 1

Estratégia funcional

1. Quantos quadrados pretos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.



2

fig:10º

10

$2+10=12$

A figura 10 tem 10 quadrados pretos

Tarefa 1 – Questão 2

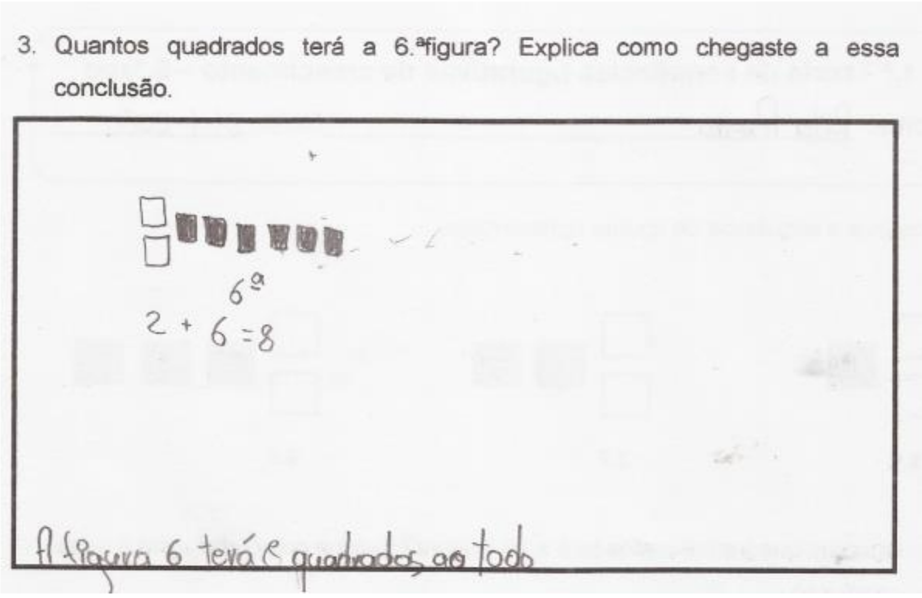
<u>Estratégia funcional</u>

2. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados pretos com o número da figura.

O número da figura é igual ao número de quadrados pretos.

Tarefa 1 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>



3. Quantos quadrados terá a 6.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

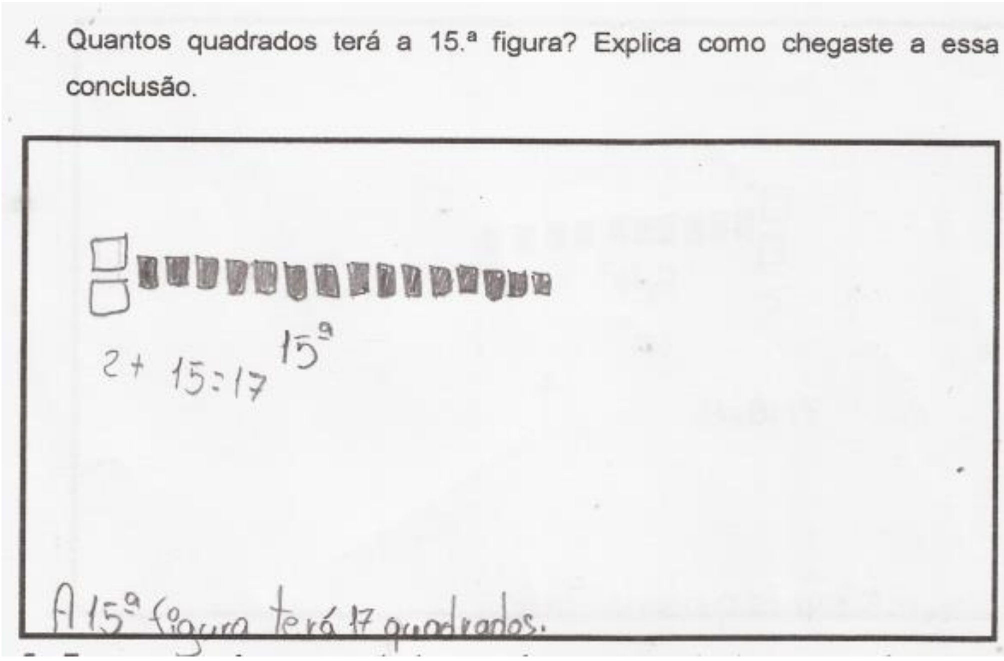
6ª

$2 + 6 = 8$

A figura 6 terá 8 quadrados ao todo

Tarefa 1 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>



4. Quantos quadrados terá a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

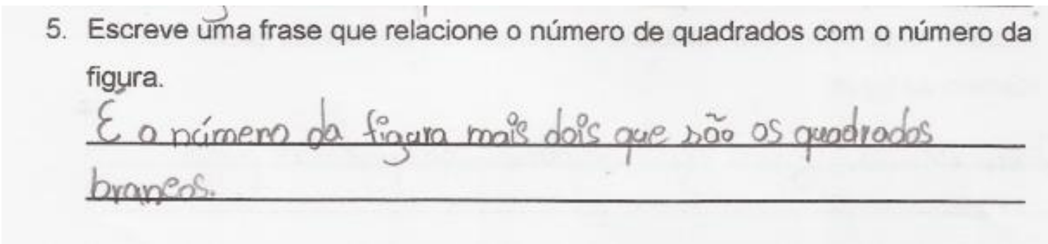
15ª

2+ 15=17

A 15ª figura terá 17 quadrados.

Tarefa 1 - Questão 5

<u>Estratégia funcional</u>

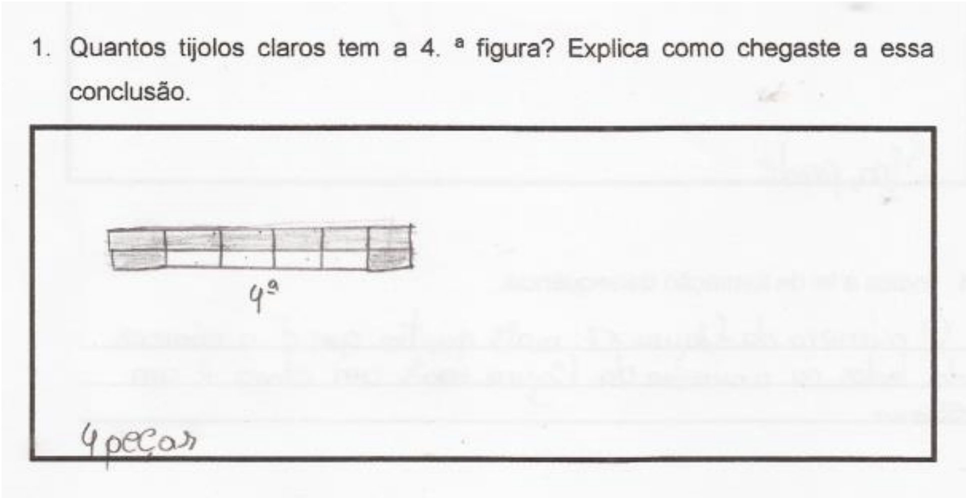


5. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

É o número da figura mais dois que são os quadrados brancos.

Tarefa 2 – Questão 1

<u>Estratégia de representação e contagem</u>



1. Quantos tijolos claros tem a 4. ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

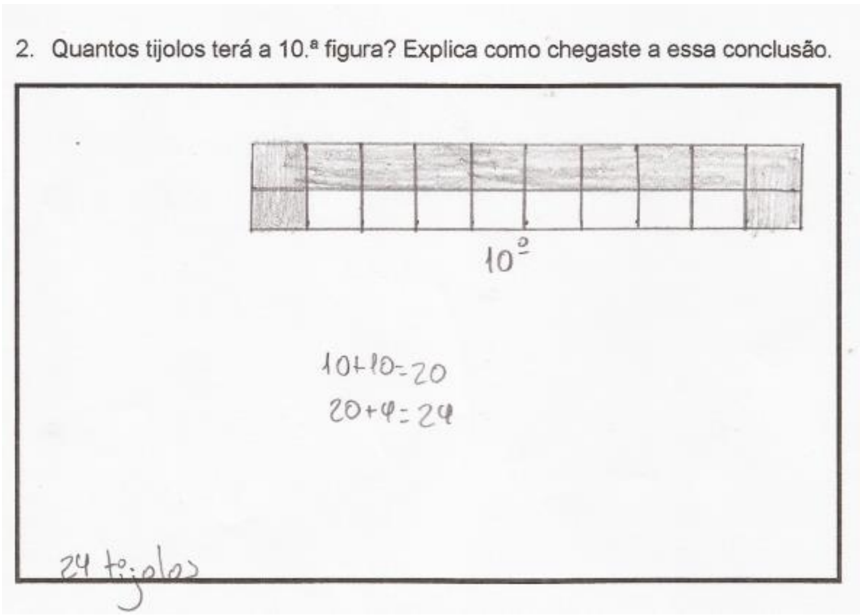
4ª

4 peças

- Nesta imagem é percetível as pintinhas do lápis a contarem os tijolos claros.

Tarefa 2 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>



2. Quantos tijolos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

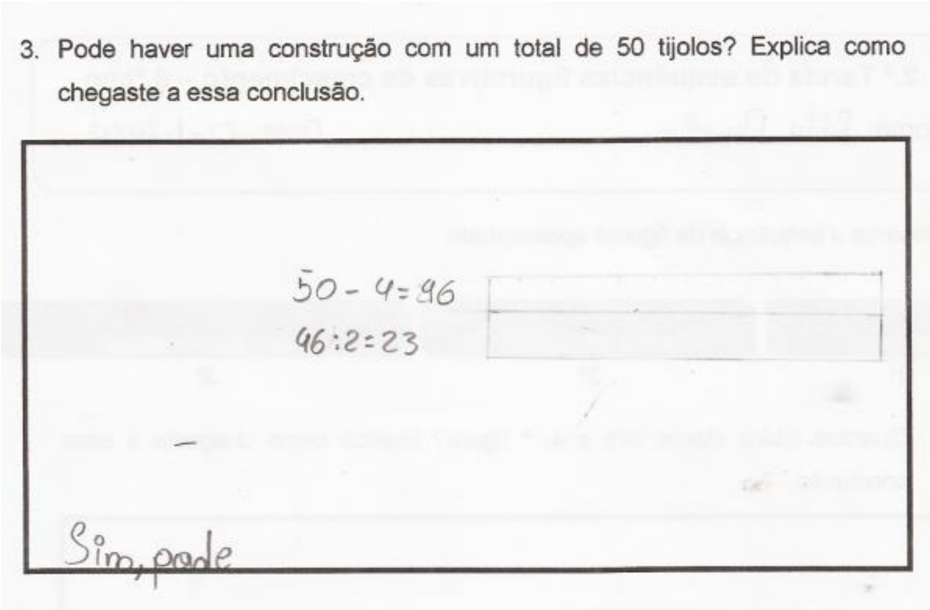
10º

10+10=20
20+4=24

24 tijolos

Tarefa 2 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>



3. Pode haver uma construção com um total de 50 tijolos? Explica como chegaste a essa conclusão.

50 - 4 = 46

46 : 2 = 23

Sim, pode

Tarefa 2 – Questão 4

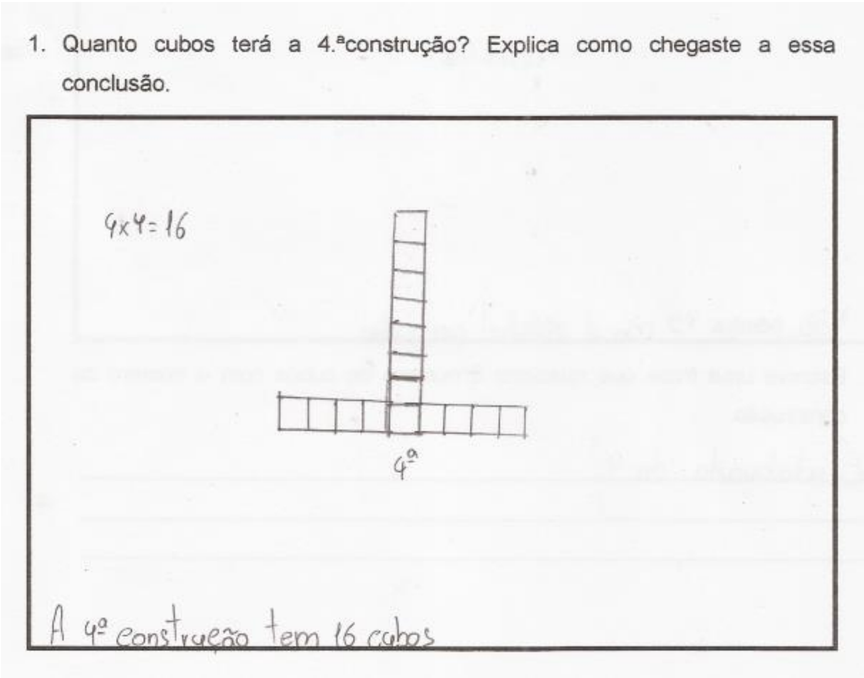
<u>Estratégia funcional e Estratégia recursiva</u>

4. Indica a lei de formação da sequência.

O número da figura x2 mais quatro que é o número dos lados ou o número da figura mais um claro e um escuro

Tarefa 3 – Questão 1

Estratégia funcional



1. Quanto cubos terá a 4.ªconstrução? Explica como chegaste a essa conclusão.

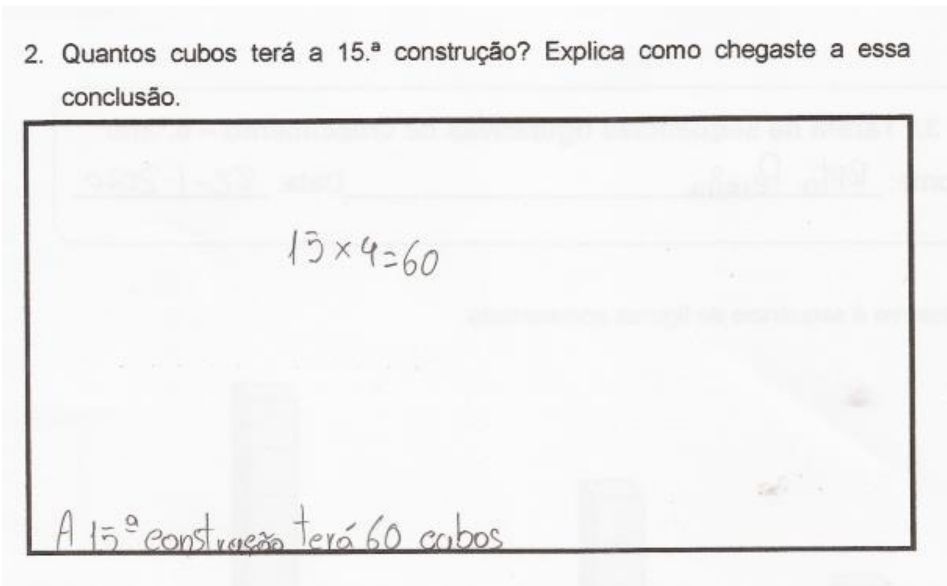
$4 \times 4 = 16$

4ª

A 4ª construção tem 16 cubos

Tarefa 3 – Questão 2

Estratégia funcional



2. Quantos cubos terá a 15.ª construção? Explica como chegaste a essa conclusão.

$15 \times 4 = 60$

A 15ª construção terá 60 cubos

Tarefa 3 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Existe alguma construção com 45 cubos? Explica como chegaste a essa conclusão.

$4 \times 11 = 44$

Não, porque 45 não é divisível por quatro

Tarefa 3 – Questão 4

Estratégia funcional

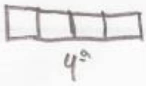
4. Escreve uma frase que relacione o número de cubos com o número da construção.

É a tabuada do 4.

Tarefa 4 – Questão 1

Estratégia funcional

1. Quantos palitos terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.



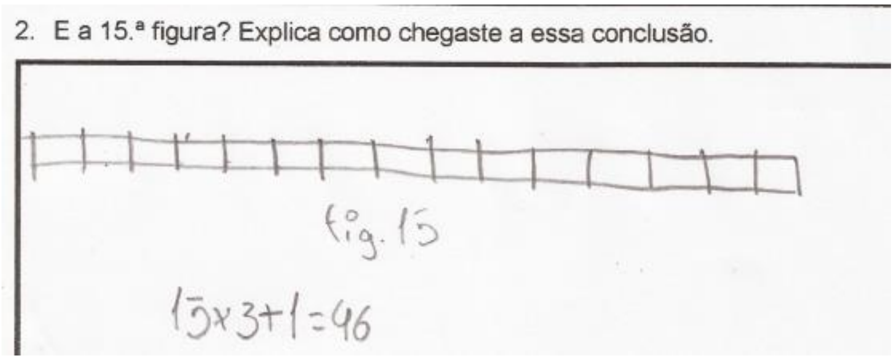
4ª

nº fig. $\times 3 + 1 =$

$4 \times 3 + 1 = 13$

Tarefa 4 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>



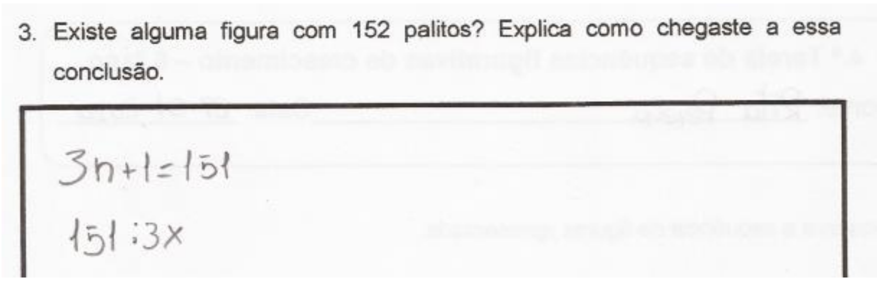
2. E a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

fig. 15

15x3+1=46

Tarefa 4 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>



3. Existe alguma figura com 152 palitos? Explica como chegaste a essa conclusão.

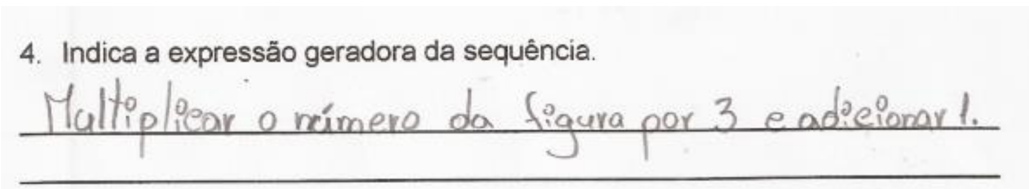
3n+1=151

151:3x

- A resolução presente nesta alínea está incompleta e incorreta pois os alunos estariam a averiguar se 3n+1= 152.

Tarefa 4 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>

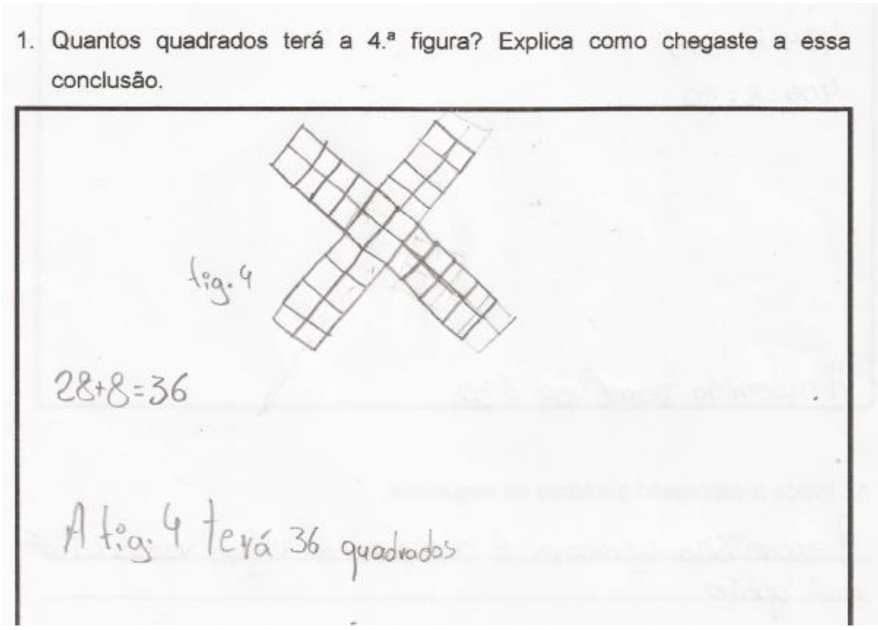


4. Indica a expressão geradora da sequência.

Multiplicar o número da figura por 3 e adicionar 1.

Tarefa 5 – Questão 1

<u>Estratégia recursiva</u>



1. Quantos quadrados terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

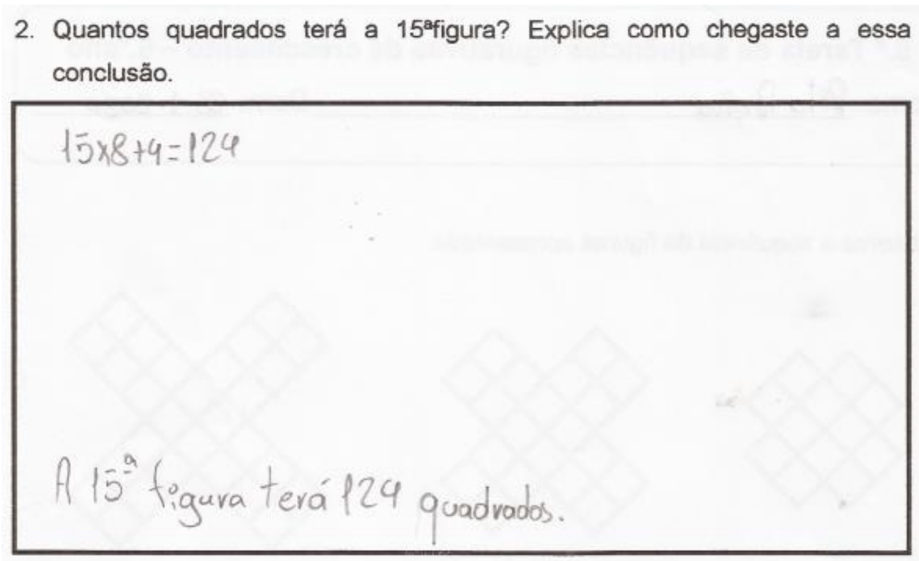
fig. 4

$28+8=36$

A fig. 4 terá 36 quadrados

Tarefa 5 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>



2. Quantos quadrados terá a 15ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

$15\times8+4=124$

A 15ª figura terá 124 quadrados.

Tarefa 5 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Qual a ordem do termo 404? Explica como chegaste a essa conclusão.

$404 - 4 = 400$

$400 : 8 = 50$

A ordem do termo 404 é 50

Tarefa 5 – Questão 4

Estratégia funcional

4. Indica a expressão geradora da sequência.

A expressão geradora é o número da figura vezes oito mais quatro.

Tarefa 6 – Questão 1

<u>Estratégia funcional</u>

1. Quantos tijolos terá a 4.ª figura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

4ª

$4 \times 4 = 16$

$4 + 3 + 2 + 1 = 10$

A 4ª figura terà 16 tijolos e 10 telhas

Tarefa 6 – Questão 2

Estratégia funcional

2. Quantos tijolos terá a 10.ªfigura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

$10 \times 10 = 100$

$10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=55$

A 10ª figura terá 100 tijolos e 55 telhas

Tarefa 6 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Indica a lei de formação da sequência.

A lei de formação é n^2+o nº da figura, que vai decrescendo até ao um

Tarefa 6 – Questão 4

Estratégia funcional

4. Quantos tijolos terá a 100.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

$100 \times 100 = 10\,000$

A 100ª figura terá 10 000 tijolos

Tarefa 6 – Questão 5

Estratégia funcional

5. Indica a expressão geradora dos tijolos desta sequência.

A expressão geradora é n^2

➢ Grupo 5

Tarefa 1 – Questão 1

Estratégia funcional

1. Quantos quadrados pretos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Tarefa 1 – Questão 2

Estratégia funcional

2. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados pretos com o número da figura.

O número da figura é igual ao número do quadrados pretos.

Tarefa 1 – Questão 3

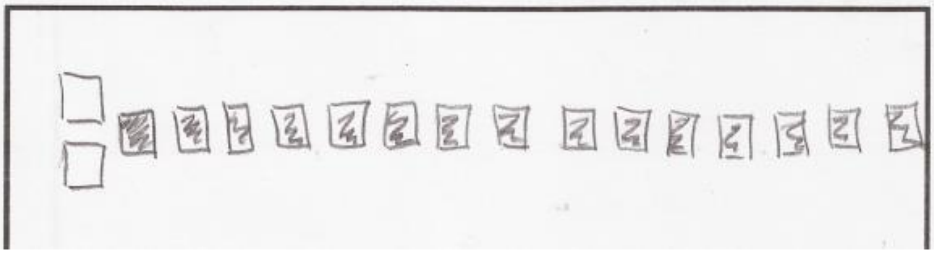
Estratégia funcional

3. Quantos quadrados terá a 6.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão. São 8.

Tarefa 1 – Questão 4

Estratégia funcional

4. Quantos quadrados terá a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão. São 17.



Tarefa 1 – Questão 5

Estratégia funcional

5. Escreve uma frase que relacione o número de quadrados com o número da figura.

O número da figura mais dois.

Tarefa 2 – Questão 1

Estratégia de representação e contagem

1. Quantos tijolos claros tem a 4. ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

A figura 4 tem 4 tijolos.

Tarefa 2 – Questão 2

2. Quantos tijolos terá a 10.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Terá 24.

- Só esta resposta não permite inferir a estratégia pois apenas dá o resultado e não explica como chegou lá, por isso, esta alínea não será contabilizada devido à insuficiência de dados na resolução da mesma.

Tarefa 2 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Pode haver uma construção com um total de 50 tijolos? Explica como chegaste a essa conclusão.

$2+2=4$ $50-4=46$ $46:2=23$

Tarefa 2 – Questão 4

Estratégia recursiva

4. Indica a lei de formação da sequência.

A lei da formação da sequência acrescenta-se 1 tijolo escuro e 1 tijolo claro

Tarefa 3 – Questão 1

Estratégia funcional

1. Quanto cubos terá a 4.ªconstrução? Explica como chegaste a essa conclusão.

Terá 16 cubos. Temos que fazer 4x o número de cubos.

Tarefa 3 – Questão 2

Estratégia funcional

2. Quantos cubos terá a 15.ª construção? Explica como chegaste a essa conclusão.

15 × 4 = 60

Terá 60 cubos

Tarefa 3 – Questão 3

Estratégia funcional

3. Existe alguma construção com 45 cubos? Explica como chegaste a essa conclusão.

45:4 = 11.25

Tarefa 3 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>

4. Escreve uma frase que relacione o número de cubos com o número da construção.

O número da construção x4.

Tarefa 4 – Questão 1

<u>Estratégia de representação e contagem</u>

1. Quantos palitos terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Terá 13 palitos.

Tarefa 4 – Questão 2

<u>Estratégia funcional</u>

2. E a 15.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

Terá 46 palitos.

$15 \times 3 + 1 = 46$

Tarefa 4 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>

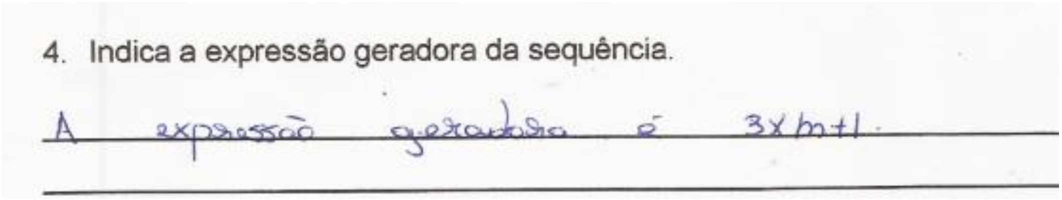
3. Existe alguma figura com 152 palitos? Explica como chegaste a essa conclusão.

Não porque o resultado é decimal.

$152 - 1 = 151$ $151 : 3 = 50,6$

Tarefa 4 – Questão 4

Estratégia funcional

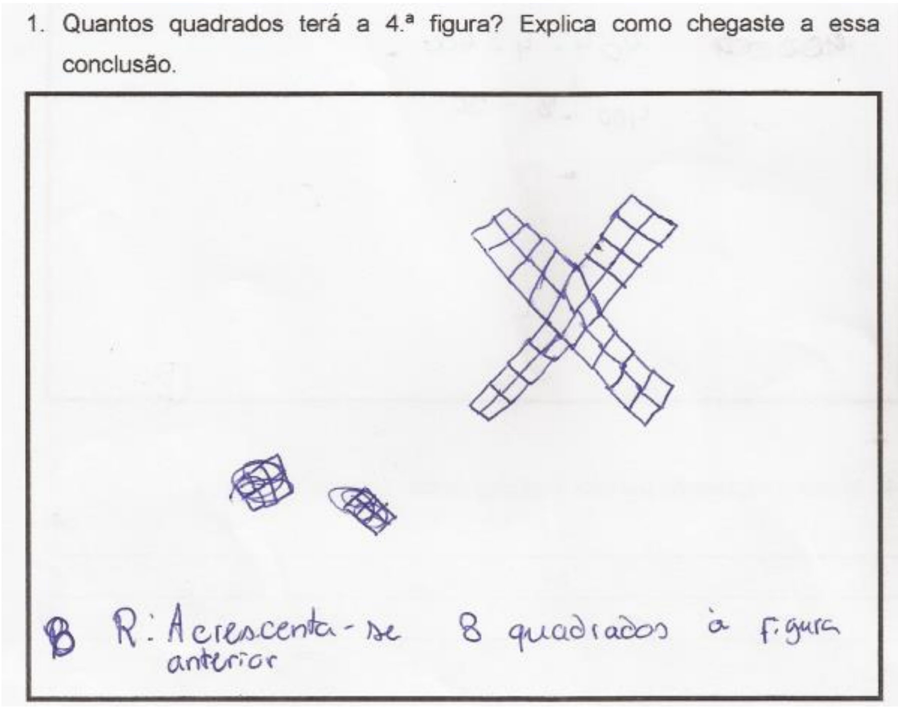


4. Indica a expressão geradora da sequência.

A expressão geradora é $3 \times n+1$.

Tarefa 5 – Questão 1

Estratégia recursiva

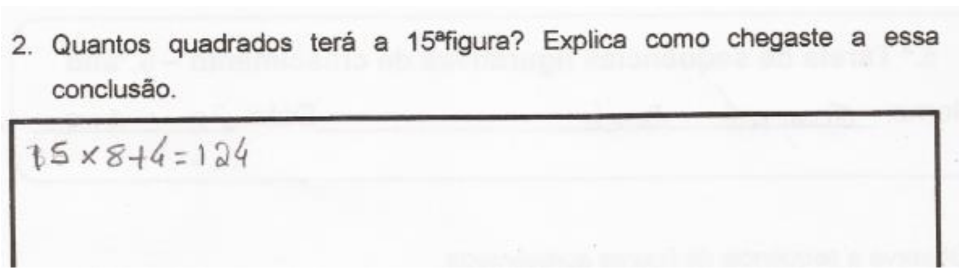


1. Quantos quadrados terá a 4.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

B R: Acrescenta-se 8 quadrados à figura anterior

Tarefa 5 – Questão 2

Estratégia funcional



2. Quantos quadrados terá a 15ªfigura? Explica como chegaste a essa conclusão.

$15 \times 8+4=124$

Tarefa 5 – Questão 3

<u>Estratégia funcional</u>

3. Qual a ordem do termo 404? Explica como chegaste a essa conclusão.

404 - 4 = 400   400 : 8 = 50

Tarefa 5 – Questão 4

<u>Estratégia funcional</u>

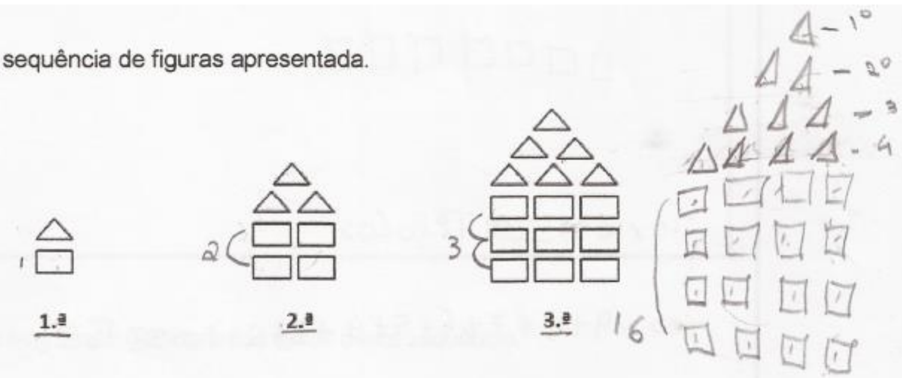
4. Indica a expressão geradora da sequência.

8 × n : 4

Tarefa 6 – Questão 1

<u>Estratégia de representação e contagem e Estratégia funcional</u>

Observa a sequência de figuras apresentada.



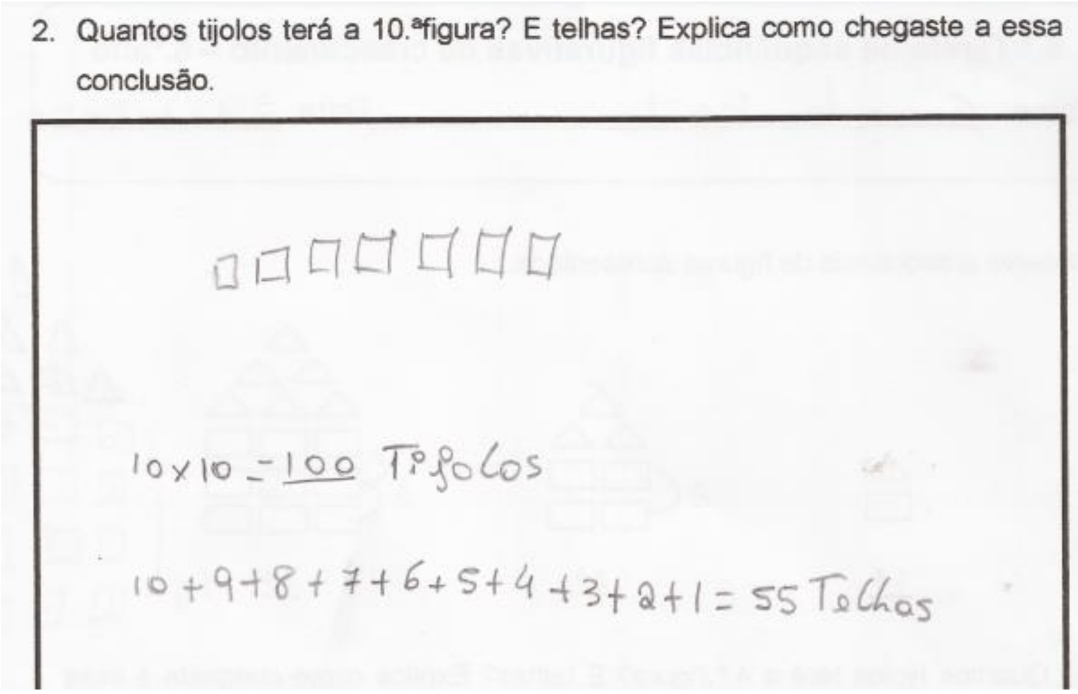
1. Quantos tijolos terá a 4.ª figura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

4 × 4 = 16 Tijolos

4 + 3 + 2 + 1 = 10 Telhas

Tarefa 6 – Questão 2

Estratégia funcional



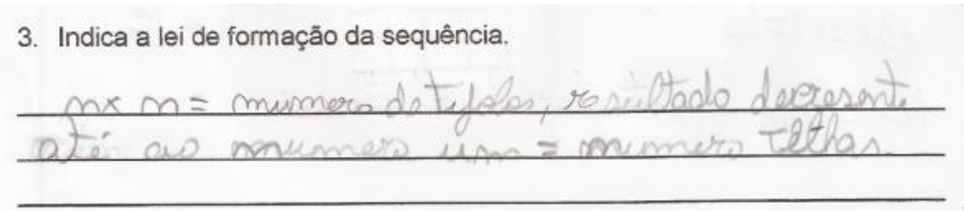
2. Quantos tijolos terá a 10.ªfigura? E telhas? Explica como chegaste a essa conclusão.

10x10 = 100 Tijolos

10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 55 Telhas

Tarefa 6 – Questão 3

Estratégia funcional

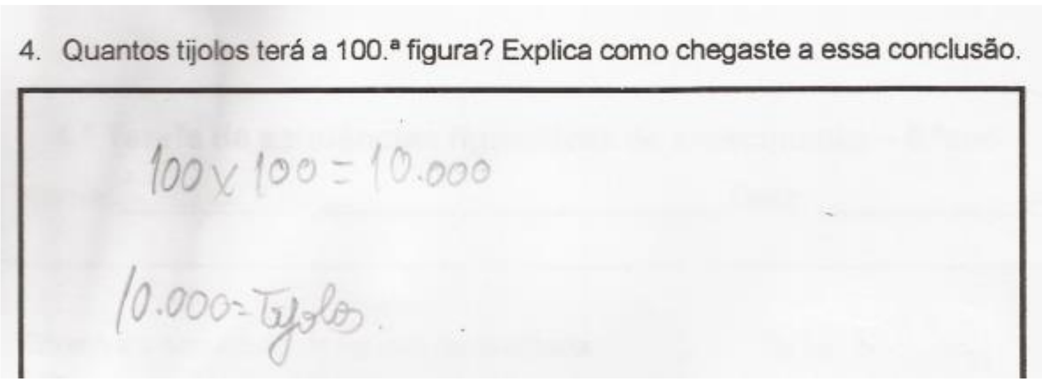


3. Indica a lei de formação da sequência.

n x n = numero de tijolos, resultado decresente até ao numero um = numero telhas

Tarefa 6 – Questão 4

Estratégia funcional



4. Quantos tijolos terá a 100.ª figura? Explica como chegaste a essa conclusão.

100 x 100 = 10.000

10.000 = Tijolos

Tarefa 6 – Questão 5

Estratégia funcional

5. Indica a expressão geradora dos tijolos desta sequência.

$n \times n$ = Tijolos.

Anexo G. Pedido de autorização para os Encarregados de Educação

Lisboa, _____ de março de 2020

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado(a) de Educação

No âmbito da realização do relatório final de estágio do Mestrado em Ensino do 1ºCEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2ºCEB, na Escola Superior de Educação de Lisboa, sob a orientação da professora Doutora Margarida Rodrigues, pretendo compreender o contributo dos materiais manipuláveis na motivação da aprendizagem das sequências figurativas de crescimento, em alunos do 6.ºano de escolaridade.

Para o desenvolvimento deste trabalho será necessário realizar uma entrevista com gravação áudio ao seu educando. A gravação áudio será utilizada exclusivamente no âmbito deste trabalho. O nome do seu educando será alterado, garantindo assim a preservação da privacidade dos alunos e também da própria escola.

Solicito assim a sua autorização para proceder à gravação desse momento, colocando-me inteiramente ao seu dispor para qualquer esclarecimento que considere importante.

Grata pela atenção.

A professora estagiária

____

(Cristiana Martins)

Eu, ____, Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) ____, declaro que:

☐ autorizo a realização da entrevista e a gravação áudio do meu/minha educando(a).

☐ não autorizo a realização da entrevista e a gravação áudio do meu/minha educando(a).