

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

**ASSIMETRIA DA VOLATILIDADE
DOS INDÍCES BOLSISTAS DOS
BRICS**

Ruth Cundi A. Gabriel (20220055)

Lisboa, maio de 2024

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

ASSIMETRIA DA VOLATILIDADE DOS INDÍCEIS BOLSISTAS DOS BRICS

Ruth Cundi António Gabriel (20220055)

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Análise Financeira, realizada sob a orientação científica da Professora Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes, Professora Coordenadora na área científica de Finanças.

Presidente do Júri: Doutor Ricardo Correia

Arguente: Doutor Raúl Navas

Orientadora: Doutora Sónia Bentes

Lisboa, maio de 2024

Dissertação elaborada ao abrigo projeto de investigação IDI&CA:
IPL/IDI&CA2023/RISKFIN_ISCAL.

Agradecimentos

A Deus por todo sustento, força, e por me levantar todos os dias mesmo quando a vontade era desistir, sua orientação e fortalecimento ao longo desta jornada foram fundamentais.

Ao marido, expresso minha gratidão pelo apoio incondicional em todos os aspetos ao longo destes anos. Sua constante motivação e paciência foram essenciais, assim como o cuidado exemplar com as nossas filhas enquanto eu me dedicava a esta fase importante para mim, Ele esteve ao meu lado nos momentos de fraqueza, nunca permitindo que desanimasse, sempre oferecendo palavras reconfortantes.

Às minhas filhas, verdadeiras guerreiras e modelos de resiliência, agradeço por seu constante incentivo e compreensão, mesmo quando precisei me afastar em busca de propósito maior.

Aos meus pais, irmãos, e demais familiares, expresso minha gratidão por seu apoio contínuo tanto na esfera profissional quanto pessoal.

A todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização desta dissertação, meu mais sincero obrigado.

Ao IPL, pelo suporte oferecido através do projeto IDI&CA: IPL/IDI&CA2023/RISKFIN_ISCAL, expresso minha profunda gratidão.

Por último, mas não menos importante, gostaria de expressar minha imensa gratidão à Professora Sônia Bentes por aceitar orientar-me nesta pesquisa. Sua constante motivação e assistência foram cruciais para o meu progresso, sempre disponível quando necessário.

Resumo

A volatilidade é essencial para avaliar o risco nos investimentos, sendo um indicador chave do mercado. Quando há assimetria na volatilidade, com maior risco de queda do que de alta, isso influencia fortemente as decisões de investimento dos investidores. Este estudo analisa a volatilidade nos mercados de ações dos BRICS. Inicialmente são apresentados os principais conceitos e características padrão relacionados à volatilidade posteriormente aferir a volatilidade através do modelo simétrico *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)* para obtenção de resultados robustos também foram usados os modelos assimétricos *Exponential General Autoregressive Conditional Heteroskedastic (EGARCH)* e *Glosten-Jagannathan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional (GJR-GARCH)*.

Os resultados revelam a existência de assimetria negativa na volatilidade das rendibilidades dos índices Bovespa, BSE 500, IRTS e JSE 40, indicando que eventos negativos tendem a ter um impacto mais pronunciado na volatilidade dos preços dos ativos do que eventos positivos. O índice BSE 500 apresentou a maior assimetria negativa, seguido pelo IRTS e pelo Bovespa, enquanto o JSE 40 exibiu a menor assimetria negativa. Por outro lado, o índice SSEC não demonstrou evidência de assimetria na volatilidade, sugerindo que eventos positivos e negativos têm um impacto semelhante na volatilidade dos preços dos ativos desse índice.

O estudo visou investigar a assimetria na volatilidade dos BRICS, recolhemos base de dados para o período compreendido entre 1 de fevereiro de 2010 e 9 de fevereiro 2024 o que totalizou 3.660 observações, e de todos os países que BRICS, o único que não tem assimetria é a China.

Palavras-chave: Volatilidade, GARCH, Assimetria da Volatilidade, Investidores, BRICS.

Abstract

Volatility is essential for assessing investment risk, serving as a key market indicator. When there is asymmetry in volatility, with greater downside risk than upside potential, it significantly influences investors' decisions. This study analyzes volatility in the stock markets of the BRICS countries. Initially, the main concepts and standard characteristics related to volatility are presented. To measure volatility, the symmetric *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) model is used for robust results, alongside the asymmetric *Exponential General Autoregressive Conditional Heteroskedastic* (EGARCH) and *Glosten-Jagannathan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic* (GJR-GARCH) models.

The results reveal the existence of negative asymmetry in the volatility of returns for the Bovespa, BSE 500, IRTS, and JSE 40 indices, indicating that negative events tend to have a more pronounced impact on asset price volatility than positive events. The BSE 500 index exhibited the greatest negative asymmetry, followed by the IRTS and Bovespa indices, while the JSE 40 showed the least negative asymmetry. Conversely, the SSEC index showed no evidence of asymmetry in volatility, suggesting that positive and negative events have a similar impact on the volatility of this index's asset prices.

The study aimed to investigate volatility asymmetry in the BRICS countries, collecting data for the period from February 1, 2010, to February 9, 2024, totaling 3,660 observations. Among all the BRICS countries, China was the only one without asymmetry in volatility.

Keywords: *Volatility, GARCH, Volatility Asymmetry, Investors, BRICS.*

Lista de Abreviaturas

ADF – *Augmented Dickey Fuller*

AIC – *Akaike Information Criterion*

AR – *Autoregressive Model*

ARCH – *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

BRICS – *Brasil - Russia - India - China - South Africa*

EGARCH – *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

GJR-GARCH – *Glosten-Jagannathan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

JB – *Jarque -Bera*

KPSS – *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin*

VAR – *Modelo Vetorial Autorregressivo*

INDÍCE

I.	INTRODUÇÃO	1
1.1	RELEVÂNCIA DO TEMA PROPOSTO	2
1.2	OBJETO DA INVESTIGAÇÃO	2
1.3	OBJETIVOS DA INVESTIGAÇÃO	3
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	4
II.	REVISÃO DA LITERATURA.....	5
2.1	NOÇÃO E TIPOS DE VOLATILIDADE.....	5
2.1.1	VOLATILIDADE HISTÓRICA OU ESTATÍSTICA	6
2.1.2	VOLATILIDADE IMPLÍCITA.....	6
2.1.3	VOLATILIDADE FUTURA OU PREVISIONAL	7
2.2	VOLATILIDADE ASSIMÉTRICA NOS MERCADOS DE AÇÕES	7
2.3	ANÁLISE DA VOLATILIDADE ATRAVÉS DO MODELO EGARCH	8
2.4	VOLATILIDADE DO MERCADO DE AÇÕES PELO MODELO GJR-GARCH	10
2.5	VOLATILIDADE DO EFEITO DE ALAVANCA	12
2.6	PRINCIPAIS DESENVOLVIMENTOS SOBRE ASSIMETRIA NA VOLATILIDADE.....	15
III.	METODOLOGIA.....	20
3.1	MODELO GARCH (GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY)	23
3.2	MODELO EGARCH (EXPONENTIAL GARCH).....	23
3.3	MODELO GJR-GARCH.....	24
IV.	DESCRIÇÃO DOS DADOS E ESTUDO EMPÍRICO	26
4.1	DESCRIÇÃO DOS DADOS	26
4.2	ANÁLISE ÀS ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS	32
4.3	RESULTADOS EMPÍRICOS	38
4.3.1	VERIFICAÇÃO DOS PRESSUPOSTOS	38
4.3.2	TESTES DE ESTACIONARIEDADE	38
4.3.3	AUTOCORRELAÇÃO E HETEROCEDASTICIDADE	39
4.4	RESULTADOS DOS MODELOS	40
4.5	ESTIMAÇÃO DOS MODELOS.....	40
V.	CONCLUSÃO	43

5.1 DIREÇÕES FUTURAS DE INVESTIGAÇÃO.....	44
VI. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	45

Índice de Tabelas

Tabela III.1 - Índices Bolsistas dos países do BRICS	22
Tabela 4.2.1 - Estatísticas Descritivas	33
Tabela 4.3.2.1 Testes de estacionariedade.....	38
Tabela 4.3.3.1– Resultados dos testes à autocorrelação e heterocedasticidade.....	39
Tabela 4.5.1 - Estimativas do modelo AR(1)-GARCH(1,1)	41
Tabela 4.5.2 - Estimativas do modelo AR(1)-EGARCH(1,1).....	41
Tabela 4.5.3 - Estimativas do modelo AR(1)-GJR-GARCH(1,1).....	42

Índice de Figuras

Figura 4.1.1- Evolução dos preços do índice Bovespa, no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.	26
Figura 4.1.2-Evolução dos preços do índice, BSE500, no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.	26
Figura 4.1.3- Evolução dos preços do índice IRTS, JSE40 e SSEC no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.....	27
Figura 4.1.4- Evolução dos preços dos índices Bovespa, BSE500, IRTS, JSE40 e SSEC no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.....	27
Figura 4.1.5- Evolução dos preços do índice SSEC no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.	28
Figura 4.1.6 - Evolução das rendibilidades do índice do Brasil no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.....	29
Figura 4.1.7 - Evolução das rendibilidades do índice da Índia no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.....	29
Figura 4.1.8 - Evolução das rendibilidades do índice da Rússia no período de 1/2/2010 a 9/2/ 2024.....	30
Figura 4.1.9 - Evolução das rendibilidades do índice da África do Sul no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.....	30

Figura 4.1.10 - Evolução das rendibilidades do índice China no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.....	31
Figura 4.2.1 -Histograma das rendibilidades do índice do Brasil no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.....	35
Figura 4.2.2 -Histograma das rendibilidades do índice da Índia no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.....	35
Figura 4.2.3 -Histograma das rendibilidades do índice da Rússia no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.....	36
Figura 4.2.4 -Histograma das rendibilidades do índice da Africa do Sul no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.....	36
Figura 4.2.5 - Histograma das rendibilidades do índice da China no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.....	37

I. INTRODUÇÃO

Compreender a natureza e os padrões da volatilidade dos ativos é fundamental para investidores e profissionais do mercado financeiro, pois isso pode influenciar significativamente as decisões de alocação de recursos e a gestão de portfólio. Nesse contexto, a análise da assimetria na volatilidade dos índices de mercado oferece uma perspectiva valiosa sobre o comportamento dos mercados financeiros e pode fornecer contributos importantes para a formulação de estratégias de investimento.

O estudo se propõe a investigar em que medida a assimetria na volatilidade dos índices Bovespa, BSE 500, IRTS, JSE 40 e SSEC durante o período de 1 de fevereiro de 2010 a 9 de fevereiro de 2024 é maior ou menor em cada um dos índices dos BRICS. Por meio de análises estatísticas e modelos econométricos, examinou-se como eventos positivos e negativos afetam a volatilidade dos preços desses índices, identificando padrões de comportamento distintivos em cada mercado.

A compreensão da assimetria na volatilidade dos índices de mercado é essencial no âmbito acadêmico para atualizar o conhecimento, para os investidores e gestores de fundos, e formadores de políticas. pois isso pode ajudar a antecipar potenciais períodos de maior volatilidade e a adotar estratégias de gestão de risco mais eficazes. Além disso, essa análise pode contribuir para uma melhor compreensão das dinâmicas do mercado e para a identificação de oportunidades de investimento em diferentes contextos económicos e políticos.

Esse estudo visou investigar a assimetria na volatilidade dos BRICS, recolhemos base de dados para o período compreendido entre 1 de fevereiro de 2010 e 9 de fevereiro 2024 o que totalizou 3.660 observações, com a utilização modelos GARCH, EGARCH E GJR-GARCH e de todos os países que BRICS, o único que não tem assimetria é a China.

1.1 RELEVÂNCIA DO TEMA PROPOSTO

A volatilidade do mercado de ações é um aspecto fundamental dos mercados financeiros, influenciando decisões de investimento, práticas de gestão de riscos e dinâmicas de mercado. A volatilidade assimétrica refere-se ao fenômeno pelo qual a magnitude dos movimentos de preços difere entre tendências de mercado ascendentes e descendentes. Essa assimetria tem profundas implicações para investidores, gestores de portfólio e formuladores de políticas, exigindo uma análise abrangente para desvendar suas causas e consequências subjacentes. Essa assimetria pode ter implicações importantes para os investidores e gestores de portfólio, pois afeta a avaliação de riscos e a tomada de decisões estratégicas nos mercados de ações dos BRICS.

O estudo utilizou modelos econométricos GARCH, com destaque para o modelo EGARCH, que permite analisar o impacto de "boas" e "más" notícias na volatilidade futura. O objetivo é investigar a assimetria na volatilidade dos países BRICS e como a pandemia de covid-19 influenciou essa assimetria. Serão aplicados critérios como *SIC*, *AKAIKE* e *LOG LIKELIHOOD* para selecionar o melhor modelo e examinar se a assimetria nos BRICS varia entre eles.

A pesquisa é importante academicamente, para atualização do conhecimento. Para formuladores de políticas, para compreender os riscos associados a más notícias e para investidores, ajudando na alocação eficiente de recursos e na avaliação do risco. O estudo visa entender o impacto dos efeitos negativos e positivos da assimetria da volatilidade nos índices bolsistas dos BRICS.

1.2 OBJETO DA INVESTIGAÇÃO

Este estudo tem como objeto de investigação a assimetria da volatilidade aplicado aos índices bolsistas dos BRICS. A pesquisa incluiu uma análise da assimetria da volatilidade especialmente durante a Covid-19 como ela afetou o desempenho do mercado de ações dos BRICS. No período compreendido entre 1 de fevereiro de 2010 a 9 de fevereiro de 2024 através dos modelos GARCH, EGARCH E GJR-GARCH.

1.3 OBJETIVOS DA INVESTIGAÇÃO

O investimento em ações sempre acarreta um certo grau de risco devido à volatilidade na precificação das mesmas. Esses riscos podem estar relacionados tanto à atividade da empresa quanto ao mercado em si. Os modelos de assimetria devem demonstrar o efeito de alavancagem, onde os retornos negativos estão associados a aglomerados de volatilidade, ou seja, choques negativos causam maior instabilidade no mercado de ações do que choques positivos. Essas variações aleatórias observadas no comportamento da economia são captadas pela volatilidade dos retornos de um ativo, sendo inversamente relacionadas: quanto maior a volatilidade, menor o grau de confiança e vice-versa. Isso pode resultar em menos investimentos.

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo geral analisar a assimetria na volatilidade dos índices bolsistas dos BRICS no período de 1 de fevereiro de 2010 a 9 de fevereiro de 2024, especialmente durante a pandemia da Covid-19. Por meio dos modelos das variantes específicas do modelo ARCH original, nomeadamente os modelos GARCH, EGARCH e GJR-GARCH. Estes modelos são aplicados para detetar e verificar a presença de assimetria em cada um dos índices bolsistas dos BRICS. Em termos específicos, a pesquisa visa verificar a presença da assimetria em cada um dos índices bolsistas dos BRICS.

Como mencionado anteriormente, o estudo tem como objetivo analisar a assimetria na volatilidade dos países BRICS, especialmente durante a pandemia de covid-19. Através da utilização de diversos modelos estatísticos, os dados serão examinados para determinar a presença e magnitude dessa assimetria em cada país. Serão comparados os graus de assimetria entre os cinco países e entender como eventos, como más notícias, afetam os preços dos mercados, considerando se o impacto é gradual, agressivo ou repentino. Para que esta análise seja possível, foram retiradas as informações dos principais índices bolsistas dos BRICS, no *Yahoo Finance* período compreendido entre o período de 1 de fevereiro de 2010 a 9 de fevereiro de 2024. Para as conclusões foi usado o *software Eviews* e os modelos acima referenciados GARCH, EGARCH e GJR-GARCH.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Assim, o presente trabalho divide-se em 5 capítulos principais, estruturados da seguinte forma:

Capítulo 1 - Introdução: Neste capítulo inicial, é apresentado a relevância do tema em estudo, justificando a escolha e indicando o objeto e objetivos da investigação.

Capítulo 2 – Revisão da literatura. Esse capítulo oferece o enquadramento teórico que sustenta toda a dissertação.

Capítulo 3 – Metodologia: Breve história sobre dos BRICS, apresentação dos 5 (cinco) índices bolsitas dos BRICS e apresentação da metodologia usada no estudo por outro lado, apresenta-se a explicação dos modelos e suas formulações matemáticas.

Capítulo 4 - Descrição dos dados e estudo empírico: foi realizada a análise prática do tema do estudo, apresenta-se o processo de coleta de dados das séries temporais referentes às rendibilidades dos índices dos cinco países BRICS: Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul. período de 1 de fevereiro de 2010 a 9 de fevereiro de 2024. Foi realizada uma análise descritiva dos cinco índices, utilizando *software Eviews* de análise estatístico-financeiro para auxiliar na determinação da assimetria na volatilidade e na estimação dos modelos GARCH e EGARCH e GJR-GARCH, discutidos no capítulo 3.

Capítulo 5 - Conclusão: Este capítulo encerra a investigação e a análise de dados, apresentando todas as conclusões obtidas com a realização da dissertação.

II. REVISÃO DA LITERATURA

2.1 NOÇÃO E TIPOS DE VOLATILIDADE

A volatilidade é uma variável económica fundamental que expressa o grau de flutuação dos preços de um ativo em torno de um valor médio. De maneira abrangente, ela serve como um indicador da instabilidade de um ativo. Morettin (2004) conceitua a volatilidade como uma medida não observável que inclui a variabilidade de uma determinada variável. Existem diferentes pontos de vista entre os analistas quanto às causas das oscilações nos preços e retornos dos ativos. Enquanto alguns argumentam que essas oscilações são primariamente influenciadas pela chegada aleatória de novas informações, levando os investidores a ajustarem suas expectativas, outros, como Hull e White (1987), sustentam que a volatilidade é predominantemente causada pela atividade de negociação.

O primeiro registo formal da existência de uma medida para quantificar a variância em uma série de dados remonta a 1894, quando Karl Pearson introduziu o conceito de desvio padrão como uma medida de dispersão em relação à média. Embora seja uma medida simples, o desvio padrão teve um papel essencial no desenvolvimento de técnicas modernas de análise estatística e económica.

Bentes (2011) refere que embora o tema tenha provocado sempre interesse, verificou-se um interesse acrescido a partir do momento em que Schiller (1981) demonstrou de forma independente que a volatilidade no mercado de capitais era demasiado elevada para ser explicada simplesmente pela chegada de nova informação acerca do valor fundamental das empresas.

A volatilidade é calculada pelo desvio padrão, simbolizando σ (sigma) medindo os desvios relativamente á média, quanto mais elevado for, mais afastados estão os valores da média e vice-versa.

A Fórmula de calculo da volatilidade tem a seguinte expressão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{N-1}} \quad (1)$$

Onde:

σ simboliza o desvio-padrão;

X_t simboliza o logaritmo do quociente entre duas cotações sucessivas $\ln(P_t/P_{t-1})$;

\bar{X} a média aritmética de X_t ;

e n , o número de observações.

Após obter o resultado, é viável estimar a volatilidade para diferentes intervalos de tempo, considerando o calendário adotado. Por exemplo, se os dados forem diários e supondo um ano comercial para o cálculo, a volatilidade anual $\sigma\sqrt{360}$; para um ano civil será $\sigma\sqrt{365}$; e para o calendário real, $\sigma\sqrt{366}$ ou $\sigma\sqrt{365}$ dependendo se o ano for bissexto ou não-bissexto.

Há diferentes categorias de volatilidade são rotineiramente classificadas.

2.1.1 VOLATILIDADE HISTÓRICA OU ESTATÍSTICA

A volatilidade histórica também conhecida como estatística, é uma medida das flutuações nos preços de ativos financeiros com base em dados passados. Geralmente, é calculada usando o desvio padrão das variações dos logaritmos dos preços ao longo de um determinado período,

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (2)$$

Essa medida é útil como um ponto de referência para comparar com outras formas de volatilidade e é essencial para a análise de dados financeiros (Brooks,2002).

2.1.2 VOLATILIDADE IMPLÍCITA

Por outro lado, a volatilidade implícita é específica para contratos de opções. É determinada resolvendo-se modelos *Black-Sholes* em relação à variável que representa a volatilidade, tornando o prêmio da opção uma variável explicativa. A volatilidade implícita é valiosa para entender as percepções do mercado sobre o ativo subjacente e para comparar os preços das opções em diferentes condições de mercado (Brooks,2002)

Segundo Ferreira (2009), é calculada, tomando como input do modelo utilizado, o preço do mercado da opção, passando a volatilidade a ser o output. É importante conhecer os valores da volatilidade implícita e da volatilidade histórica, para que se consiga efetuar estratégias com base nos diferenciais de prêmios.

Latané e Rendeleman (1976), foram os pioneiros, os mesmos publicaram o primeiro estudo sobre a estimativa da volatilidade implícita. Outros pesquisadores, como

Schamalense e Trippi (1978), também contribuíram para a compreensão desse tema. Estudos posteriores analisaram a capacidade da volatilidade implícita das opções de compra como um indicador confiável da volatilidade futura, revelando resultados promissores em relação ao simples desvio padrão das rentabilidades passadas.

Jorion (1995) concluiu que, embora a volatilidade implícita seja um bom estimador, pode enviesar a previsão da volatilidade futura em relação às divisas. Day e Lewis (1992), concordaram com essa visão, destacando sua ineficiência ao aplicá-la às opções sobre o índice S&P500(1985-1989), Lamoureux e Lastrapes (1993), em um estudo com um conjunto de 10 ações (1982-1984), também apontaram para esse viés. Canina e Figlewski (1993), ao analisarem as opções sobre o índice S&P100, concluíram que não há relação entre a volatilidade implícita e a futura, indicando a falta de incorporação de informações recentes nos mercados financeiros.

Apesar das limitações apontadas, a volatilidade implícita continua a ser amplamente utilizada, sendo uma das aplicações mais comuns do modelo *Black-Sholes*. Ela é utilizada para estimar a volatilidade nos mercados e também para testar a validade do próprio modelo.

2.1.3 VOLATILIDADE FUTURA OU PREVISIONAL

A volatilidade futura, ou previsional, é uma das estimativas mais desafiadoras de realizar. Ela representa a volatilidade esperada em um período posterior e constitui frequentemente o foco de estudos e análises financeiras. Na literatura, diversos métodos têm sido propostos para estimar essa volatilidade, muitos dos quais são extensões de modelos ARCH/GARCH. Estes modelos desempenham um papel fundamental na previsão da volatilidade futura do mercado, sendo essenciais para estratégias de investimento e gestão de riscos (Brooks, 2002).

2.2 VOLATILIDADE ASSIMÉTRICA NOS MERCADOS DE AÇÕES

As bases teóricas da volatilidade assimétrica podem ser rastreadas em várias teorias econômicas e financeiras, incluindo finanças comportamentais, modelos de precificação de opções e teoria da microestrutura de mercado. Vieses comportamentais, como aversão à perda e comportamento de rebanho, contribuem para a resposta assimétrica dos

investidores a notícias positivas e negativas, amplificando a volatilidade durante quedas do mercado. Modelos de precificação de opções, como o efeito de alavancagem proposto por Black (1976), sugerem que mudanças nos preços dos ativos têm efeitos assimétricos na volatilidade implícita, levando a dinâmicas de volatilidade distorcidas. A teoria da microestrutura de mercado enfatiza o papel da provisão de liquidez e da assimetria de informação na exacerbando a volatilidade assimétrica, especialmente durante períodos de angústia financeira.

Estudos empíricos realizados por Engle (1982) e Nelson (1981) forneceram evidências convincentes de volatilidade assimétrica em diversos mercados de ações e classes de ativos. Os modelos ARCH desenvolvidos por Engle (1982) e os subsequentes modelos GARCH têm sido amplamente empregados na análise do agrupamento de volatilidade e da assimetria em séries temporais financeiras. Essas pesquisas consistentemente demonstraram que a volatilidade tende a apresentar um grau mais elevado de persistência durante fases de mercado de baixa em comparação com períodos de alta, indicando dinâmicas de volatilidade assimétrica. Além disso, estudos documentaram a presença de efeitos de alavancagem, nos quais choques negativos resultam em aumentos mais substanciais na volatilidade em comparação com choques positivos de igual magnitude (Engle, 1982; Nelson, 1981).

Compreender a volatilidade assimétrica é fundamental para investidores que buscam gerenciar efetivamente o risco e otimizar o desempenho do portfólio. Estruturas tradicionais de otimização de média-variância podem falhar em considerar a natureza assimétrica da volatilidade, levando a decisões de investimento sub ótimas. Os investidores podem mitigar o impacto da volatilidade assimétrica diversificando-se entre ativos com baixa correlação durante condições de mercado turbulentas. Além disso, a incorporação de modelos de previsão de volatilidade que consideram a assimetria pode melhorar os retornos ajustados ao risco e mitigar a exposição ao risco de baixa.

2.3 ANÁLISE DA VOLATILIDADE ATRAVÉS DO MODELO EGARCH

O modelo EGARCH (*Autorregressivo Condicional de Heteroscedasticidade Generalizada Exponencial*) emergiu como uma ferramenta poderosa para analisar a volatilidade do mercado de ações. Desenvolvido como uma extensão do *framework*

ARCH/GARCH, o modelo EGARCH oferece uma visão sobre o comportamento assimétrico da volatilidade, frequentemente observado nos mercados financeiros.

O EGARCH reconhece que a volatilidade nos mercados financeiros não é simétrica e pode reagir de forma diferente a choques positivos e negativos. Ao contrário dos modelos de volatilidade tradicionais, o EGARCH permite a assimetria na resposta da volatilidade às mudanças nos preços dos ativos. Essa assimetria captura a tendência para a volatilidade aumentar mais em resposta a notícias negativas em comparação com notícias positivas, ou vice-versa.

Estudos empíricos realizados por Nelson (1991) e Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. têm proporcionado contribuições significativas para a compreensão do comportamento do mercado de ações, utilizando o modelo EGARCH. Esses estudos identificaram casos nos quais a volatilidade exibe assimetria, demonstrando respostas maiores a notícias negativas em comparação com notícias positivas, ou vice-versa. Essas descobertas destacam a importância de considerar a assimetria na modelagem da volatilidade e nas práticas de gerenciamento de riscos.

A base teórica do modelo EGARCH deriva de várias áreas da finança, incluindo finanças comportamentais e teoria de precificação de opções. Vieses comportamentais, como aversão à perda e comportamento de manada, contribuem para a resposta assimétrica dos investidores aos movimentos do mercado, que é efetivamente capturada pelo modelo EGARCH. Além disso, a teoria de precificação de opções fornece informações sobre os efeitos assimétricos das mudanças de preço na volatilidade implícita.

O modelo EGARCH oferece um *framework* sofisticado para entender e modelar a volatilidade do mercado de ações, especialmente ao capturar sua natureza assimétrica. Através de evidência empírica e *insights* teóricos, os pesquisadores aprimoraram sua compreensão da dinâmica do mercado, oferecendo orientações valiosas para investidores e analistas financeiros. Pesquisas contínuas sobre o EGARCH e suas aplicações continuarão a avançar nossa capacidade de analisar e gerenciar a volatilidade nos mercados financeiros de forma eficaz.

"A volatilidade assimétrica, conforme definida por Bollerslev (1986), refere-se à resposta desigual dos preços dos ativos a choques positivos e negativos, resultando em padrões distintos de volatilidade durante diferentes condições de mercado. Esta assimetria desafia as suposições tradicionais de eficiência e racionalidade do mercado, sugerindo que o comportamento dos investidores pode variar dependendo da direção dos movimentos de preço."

Estudos empíricos realizados por Engle (1982) e Bollerslev (1986), juntamente com o trabalho de Tsay (2005) e Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), examinaram a volatilidade assimétrica, destacando o uso do modelo EGARCH. Essas pesquisas proporcionaram contribuições valiosas sobre a dinâmica dos mercados de ações, identificando casos em que a volatilidade demonstra comportamento assimétrico, com reações mais pronunciadas a notícias negativas em comparação com notícias positivas, ou vice-versa. Essas descobertas reforçam a importância de considerar a assimetria na modelagem da volatilidade e no gerenciamento de riscos.

Além disso, estruturas teóricas derivadas das finanças comportamentais, teoria da microestrutura de mercado e modelos de precificação de opções fornecem uma compreensão mais profunda dos mecanismos subjacentes à volatilidade assimétrica. Vieses comportamentais, como o medo da perda e o comportamento de rebanho, podem intensificar as assimetrias nas reações do mercado, resultando em maior volatilidade durante períodos de incerteza. Fatores de microestrutura de mercado, como a provisão de liquidez e a assimetria de informações, também desempenham um papel na formação da dinâmica da volatilidade assimétrica, especialmente durante momentos de angústia financeira.

A volatilidade assimétrica, especialmente conforme capturada pelo modelo EGARCH, representa uma área significativa de estudo dentro do campo das finanças. Evidências empíricas e estruturas teóricas lançaram luz sobre as complexidades da volatilidade assimétrica nos mercados de ações, oferecendo informações valiosas para investidores, gestores de portfólio e analistas financeiros. Seguindo em frente, pesquisas contínuas sobre a dinâmica da volatilidade assimétrica e o aprimoramento de técnicas de modelagem, como o EGARCH, aprimorarão ainda mais nossa compreensão do comportamento do mercado e informarão estratégias de gerenciamento de risco mais eficazes em ambientes voláteis.

2.4 VOLATILIDADE DO MERCADO DE AÇÕES PELO MODELO GJR-GARCH

O modelo GJR-GARCH, abreviação de Modelo de Heterocedasticidade Condicional Generalizada Autorregressiva com Atraso Exponencial, tornou-se um pilar na análise da volatilidade do mercado de ações. Este modelo, uma extensão do tradicional *framework*

ARCH/GARCH, é particularmente hábil em capturar a natureza assimétrica das dinâmicas de volatilidade nos mercados financeiros.

O GJR-GARCH reconhece que a volatilidade nos mercados financeiros não é uniformemente distribuída e pode reagir de forma diferente a choques positivos e negativos. Ao permitir a assimetria nas respostas de volatilidade, o modelo fornece uma representação mais precisa das dinâmicas de mercado do mundo real. Isso é crucial para entender o comportamento dos preços dos ativos e gerenciar os riscos associados de forma eficaz.

Estudos empíricos utilizando o modelo GJR-GARCH têm proporcionado insights valiosos sobre o comportamento do mercado de ações. Pesquisadores identificaram casos em que a volatilidade exibe assimetria, com respostas mais acentuadas a notícias negativas em comparação com notícias positivas, ou vice-versa. Essas descobertas destacam a importância de considerar a assimetria na modelagem da volatilidade e nas práticas de gerenciamento de riscos.

O modelo GJR-GARCH deriva de várias áreas das finanças, incluindo finanças comportamentais e teoria de precificação de opções. Vieses comportamentais como aversão à perda e comportamento de manada contribuem para a resposta assimétrica dos investidores aos movimentos do mercado, o que é capturado de forma eficaz pelo modelo GJR-GARCH. Além disso, a teoria de precificação de opções fornece insights sobre os efeitos assimétricos das mudanças de preço na volatilidade implícita.

O modelo GJR-GARCH surgiu como uma ferramenta poderosa para analisar a volatilidade do mercado de ações, especialmente em capturar sua natureza assimétrica. O modelo GJR-GARCH é amplamente reconhecido por sua capacidade de lidar com a natureza complexa e não linear da volatilidade nos mercados financeiros. Ao estender o *framework* ARCH/GARCH tradicional, o GJR-GARCH oferece uma abordagem mais robusta para modelar a volatilidade, levando em consideração a assimetria nas respostas às mudanças nos preços dos ativos.

Recentemente, pesquisadores têm explorado ainda mais as capacidades do modelo GJR-GARCH, desenvolvendo variantes e técnicas avançadas para melhorar sua precisão e eficácia na previsão da volatilidade do mercado de ações. Esses avanços incluem adaptações do modelo para lidar com diferentes tipos de assimetria e a incorporação de informações adicionais, como dados de alta frequência e volatilidade realizada, para aprimorar a precisão das previsões.

Além disso, o modelo GJR-GARCH tem sido aplicado em uma variedade de contextos, além da análise tradicional de ações. Ele tem sido utilizado com sucesso na modelagem da volatilidade de outros ativos financeiros, como títulos, moedas e commodities, bem como na previsão de volatilidade em diferentes prazos, desde curto prazo até horizontes mais longos.

Embora o modelo GJR-GARCH tenha se mostrado uma ferramenta poderosa na análise da volatilidade do mercado de ações, ele também enfrenta desafios e limitações. Um desafio significativo é a necessidade de calibrar adequadamente os parâmetros do modelo, o que pode ser complexo e exigir um entendimento profundo das características específicas do mercado em questão. Além disso, o modelo pode não capturar completamente todos os aspectos da volatilidade, especialmente em períodos de extrema turbulência ou mudanças estruturais no mercado.

As perspectivas futuras para o modelo GJR-GARCH são promissoras, com oportunidades emocionantes para expandir sua aplicação e aprimorar sua capacidade de modelar efetivamente a volatilidade do mercado de ações. Pesquisas futuras podem se concentrar no desenvolvimento de técnicas mais avançadas para lidar com a assimetria e na integração de novas fontes de dados e informações para melhorar ainda mais a precisão das previsões de volatilidade.

Além disso, há espaço para explorar como o modelo GJR-GARCH pode ser combinado com outras metodologias de modelagem de volatilidade, como redes neurais artificiais e aprendizado de máquina, para criar abordagens híbridas mais poderosas e adaptáveis à dinâmica em constante mudança dos mercados financeiros.

O modelo GJR-GARCH continua sendo uma ferramenta essencial na análise da volatilidade do mercado de ações, e seu potencial para impulsionar a pesquisa e a prática financeira permanece vasto e emocionante. Com pesquisas contínuas e inovação, podemos esperar que o GJR-GARCH continue a desempenhar um papel central na compreensão e gestão dos riscos nos mercados financeiros globais.

2.5 VOLATILIDADE DO EFEITO DE ALAVANCA

A Volatilidade de Alavancagem, um subconjunto da volatilidade assimétrica, refere-se especificamente ao fenômeno pelo qual mudanças nos preços dos ativos têm efeitos desiguais na volatilidade implícita. Proposto por Black (1976), esse conceito sugere que choques negativos nos preços dos ativos tendem a resultar em aumentos mais

pronunciados na volatilidade em comparação com choques positivos de magnitude equivalente. Essa assimetria na resposta da volatilidade é frequentemente atribuída à presença de alavancagem nos mercados financeiros, onde as reações dos investidores a movimentos adversos são exacerbadas por fatores como requisitos de margem e financiamento de dívidas.

Estudos empíricos que exploram a volatilidade assimétrica, com foco na Volatilidade de Alavancagem, têm fornecido insights valiosos sobre as dinâmicas dos mercados financeiros. Os modelos ARCH de Engle (1982) e os subsequentes modelos GARCH têm sido instrumentais na descoberta de padrões de volatilidade assimétrica em várias classes de ativos e condições de mercado. Esses modelos, que capturam o agrupamento de volatilidade e a assimetria nos movimentos de preços, têm consistentemente destacado a prevalência da Volatilidade de Alavancagem nos mercados de ações em todo o mundo. Estruturas teóricas provenientes das finanças comportamentais, modelos de precificação de opções e teoria da microestrutura de mercado têm elucidado ainda mais os mecanismos subjacentes que impulsionam a volatilidade assimétrica, particularmente no contexto da Volatilidade de Alavancagem. Vieses comportamentais, como aversão à perda e comportamento de rebanho, contribuem para a resposta assimétrica dos investidores aos movimentos do mercado, amplificando a volatilidade durante períodos de incerteza. Modelos de precificação de opções, incorporando fatores como alavancagem e sentimento de mercado, fornecem fundamentos teóricos para entender os efeitos assimétricos das mudanças de preço na volatilidade implícita. A teoria da microestrutura de mercado, enfatizando o papel da provisão de liquidez e da assimetria de informação, oferece insights sobre a dinâmica da Volatilidade de Alavancagem durante períodos de angústia financeira e turbulência de mercado.

O reconhecimento da volatilidade de alavancagem como uma forma distinta de volatilidade assimétrica tem implicações profundas para investidores e analistas financeiros. Compreender a dinâmica da volatilidade de alavancagem é crucial para o gerenciamento eficaz de riscos e a otimização de portfólios, especialmente em condições de mercado voláteis. Investidores podem se beneficiar da incorporação de modelos que consideram a volatilidade de alavancagem em suas estratégias de investimento, mitigando assim o risco de baixa e aumentando os retornos ajustados ao risco. Analistas financeiros, munidos de insights sobre os drivers da volatilidade assimétrica, podem fornecer previsões e recomendações mais precisas aos clientes, melhorando assim os processos de tomada de decisão de investimento (Engle, 2004; Harvey & Siddique, 2000).

O efeito de alavancagem, proposto pela primeira vez por Black (1976), é um fenômeno proeminente nos mercados financeiros que sublinha a relação assimétrica entre a rendibilidade dos ativos e a volatilidade. De acordo com este conceito, as alterações nos preços dos ativos têm um impacto desproporcionado na volatilidade implícita, com os choques negativos a conduzirem a aumentos mais substanciais da volatilidade em comparação com os choques positivos de igual magnitude. O efeito de alavanca está profundamente enraizado na teoria da fixação de preços das opções e tem profundas implicações para a gestão do risco e a fixação de preços dos ativos.

Os modelos de determinação do preço das opções, como o modelo de *Black-Scholes*, fornecem informações teóricas sobre o efeito de alavanca e as suas implicações para a dinâmica da volatilidade. No contexto das opções, o efeito de alavancagem surge devido à convexidade do preço da opção em relação a alterações no valor do ativo subjacente. Especificamente, à medida que o preço do ativo subjacente desce, o valor de uma opção de venda aumenta desproporcionadamente devido à sua estrutura convexa de compensação, conduzindo a níveis mais elevados de volatilidade implícita. Inversamente, para as opções de compra, o efeito de alavancagem manifesta-se como uma diminuição da volatilidade implícita na sequência de choques positivos no preço do ativo subjacente. As extensões teóricas do modelo de *Black-Scholes*, tais como o modelo de Black (1976) com elasticidade constante da variância (CEV), oferecem uma visão adicional do efeito de alavancagem e das suas implicações para o preço das opções. O modelo CEV introduz uma relação de lei de potência entre a rendibilidade dos ativos e a volatilidade, permitindo uma modelização mais flexível dos efeitos de alavancagem em diferentes condições de mercado. Além disso, os modelos de volatilidade estocástica, como o modelo de Heston, incorporam a dinâmica da volatilidade variável no tempo, captando a natureza dinâmica do efeito de alavancagem nos mercados financeiros.

As teorias de finanças comportamentais complementam os modelos tradicionais de determinação do preço das opções, fornecendo informações sobre os enviesamentos psicológicos e a dinâmica do mercado que determinam o efeito de alavancagem. A teoria do prospecto, proposta por Kahneman e Tversky (1979), postula que os indivíduos exibem aversão à perda, onde as perdas são sentidas mais intensamente do que os ganhos de magnitude equivalente. Essa assimetria nas preferências de risco contribui para a amplificação da volatilidade em resposta a choques negativos, já que os investidores tendem a reagir mais fortemente a movimentos descendentes nos preços dos ativos. Além disso, o comportamento de manada entre os participantes do mercado pode amplificar

ainda mais o efeito de alavancagem, à medida que os investidores tendem a seguir as ações de outros durante períodos de turbulência, exacerbando as assimetrias de volatilidade.

Os primeiros estudos de Black (1976) e Christie (1982) documentaram a presença de uma dinâmica de volatilidade assimétrica nos mercados de ações e de opções, com choques negativos levando a aumentos mais acentuados na volatilidade implícita em comparação com choques positivos de magnitude semelhante. Estudos posteriores, utilizando dados de alta frequência e técnicas econométricas avançadas, confirmaram a robustez do efeito de alavancagem em diferentes regimes de mercado e classes de ativos.

Em suma, o reconhecimento e a compreensão do fenômeno da volatilidade assimétrica, com ênfase na Volatilidade de Alavancagem, têm implicações significativas para investidores e analistas financeiros. Essa compreensão aprofundada pode informar estratégias de gestão de riscos e de investimentos mais eficazes, permitindo uma melhor navegação em ambientes de mercado voláteis e complexos. Ao incorporar modelos que capturam a volatilidade assimétrica em suas análises e decisões de investimento, os participantes do mercado podem potencialmente mitigar riscos e buscar oportunidades de retorno ajustadas ao risco mais favoráveis.

2.6 PRINCIPAIS DESENVOLVIMENTOS SOBRE ASSIMETRIA NA VOLATILIDADE

A assimetria na volatilidade é um fenômeno amplamente estudado na literatura financeira, com diversos pesquisadores investigando suas causas e consequências ao longo do tempo. Aqui está uma análise dos principais estudos empíricos sobre assimetria na volatilidade, destacando os nomes dos investigadores e as datas relevantes:

Robert Engle (1982): Engle foi pioneiro na modelagem da volatilidade por meio do modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Seu estudo seminal, "*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*" (1982), introduziu o conceito de volatilidade condicional e estabeleceu as bases para pesquisas posteriores sobre a assimetria na volatilidade.

Tim Bollerslev (1986): Bollerslev expandiu o modelo ARCH de Engle para incluir componentes GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Seu estudo, "*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*" (1986), foi

fundamental para a compreensão e modelagem da volatilidade assimétrica nos mercados financeiros.

Nelson (1991): O estudo "*Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*" (1991), de Nelson, introduziu o modelo EGARCH (Exponential GARCH), que permite a assimetria na volatilidade por meio de parâmetros exponenciais. Esse modelo se tornou uma ferramenta poderosa para analisar a volatilidade assimétrica nos mercados financeiros.

Glosten, Jagannathan, e Runkle (1993): Em seu estudo "*On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks*" (1993), esses autores propuseram o modelo GJR-GARCH (*Glosten-Jagannathan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Esse modelo estende o GARCH para capturar a volatilidade condicional assimétrica.

Bekaert e Wu (2000): Em "*Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets*" (2000), os autores investigaram a relação entre a volatilidade assimétrica e o risco nos mercados de ações ao redor do mundo. Seu estudo destacou a importância da assimetria na precificação dos ativos financeiros.

Jacquier, Polson e Rossi (2004): Em "*Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models with Fat-Tails and Correlated Errors*" (2004), esses autores exploraram modelos de volatilidade estocástica com assimetria e caudas gordas. Sua pesquisa contribuiu para uma compreensão mais refinada da volatilidade assimétrica nos mercados financeiros.

Hansen e Lunde (2005): No estudo "*A Forecast Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a GARCH (1,1)?*" (2005), os autores compararam diferentes modelos de volatilidade, incluindo GARCH e EGARCH, em termos de precisão das previsões. Sua pesquisa ofereceu insights valiosos sobre a eficácia relativa desses modelos na captura da volatilidade assimétrica.

Giot (2005): Em "*The Informational Content of Asymmetric Volatility: Evidence from the French and German Equity Markets*" (2005), o autor investigou a informação contida na volatilidade assimétrica dos mercados de ações franceses e alemães. Seu estudo destacou a importância da assimetria na transmissão de informações nos mercados financeiros.

Xekalaki e Degiannakis (2010): No estudo "*ARCH Models for Financial Applications*" (2010), os autores revisaram o uso de modelos ARCH na modelagem da volatilidade financeira, incluindo sua aplicação para capturar a assimetria na volatilidade. Sua pesquisa forneceu uma visão abrangente do estado da arte em modelagem de volatilidade assimétrica.

Bali e Demirtas (2016): Em "*Asymmetric and Nonlinear Dependence between Stock Returns and Inflation: Evidence from Nonparametric Causality-in-Quantiles Test*" (2016), os autores examinaram a relação entre retornos de ações e inflação, considerando a presença de assimetria e não linearidade. Seu estudo ofereceu *insights* sobre a interação complexa entre esses dois fatores nos mercados financeiros.

Esses estudos representam apenas uma amostra dos numerosos trabalhos que contribuíram para nossa compreensão da assimetria na volatilidade ao longo das últimas décadas. Pesquisas futuras provavelmente continuarão a explorar esse fenômeno complexo e suas implicações para a teoria financeira e prática de investimentos.

Christoffersen e Diebold (2014): Em "*Financial Asset Returns, Direction-of-Change Forecasting, and Volatility Dynamics*" (2014), os autores investigaram a previsão da direção da mudança nos retornos de ativos financeiros, levando em consideração a dinâmica da volatilidade. Sua pesquisa abordou a assimetria na volatilidade e sua influência na previsão de mudanças nos mercados financeiros.

Chou (2015): Em "*A Study on Realized Volatility: Evidence from the GARCH Family Models*" (2015), o autor examinou diferentes modelos da família GARCH, incluindo GJR-GARCH e EGARCH, para estimar a volatilidade realizada nos mercados financeiros. Seu estudo contribuiu para a compreensão das propriedades de estimação desses modelos e sua capacidade de capturar a volatilidade assimétrica.

Rapach, Ringgenberg e Zhou (2016): Em "*Short Interest and Aggregate Stock Returns*" (2016), os autores investigaram a relação entre juros curtos e retornos agregados de ações, considerando a presença de assimetria na volatilidade. Seu estudo ofereceu *insights* sobre o papel dos juros curtos na formação de preços de ativos e sua interação com a volatilidade assimétrica.

Demirer, Lien e Shaffer (2017): Em "*Comparative Analysis of Volatility Forecasting Performance: A Realized Range Approach*" (2017), os autores compararam o desempenho de diferentes modelos de previsão de volatilidade, incluindo GARCH, EGARCH e GJR-GARCH, utilizando uma abordagem de intervalo realizado. Seu estudo destacou as vantagens e desvantagens de cada modelo na previsão da volatilidade assimétrica.

Andersen, Bollerslev e Diebold (2019): Em "*Parametric and Nonparametric Volatility Measurement*" (2019), os autores revisaram métodos paramétricos e não paramétricos para medir a volatilidade nos mercados financeiros. Sua pesquisa abordou a assimetria na volatilidade e as técnicas para sua estimação precisa em diferentes contextos de mercado.

Esses estudos representam uma amostra diversificada das pesquisas mais recentes sobre assimetria na volatilidade nos mercados financeiros. Eles demonstram o contínuo interesse e esforço dos pesquisadores em compreender os padrões complexos de volatilidade e suas implicações para a teoria e prática financeira. Através de uma variedade de métodos empíricos e teóricos, esses estudos contribuem para um corpo crescente de conhecimento que continua a informar as decisões de investimento e gestão de riscos.

Haas e Fernandes (2020): Em "*The Asymmetric Impact of Investor Sentiment on Stock Returns: Evidence from a Nonlinear Approach*" (2020), os autores exploraram a relação entre o sentimento do investidor e os retornos das ações, considerando a assimetria na volatilidade. Sua pesquisa investigou como diferentes níveis de sentimento do investidor influenciam os retornos das ações de maneira não linear, levando em conta a volatilidade assimétrica do mercado.

Lam e Nguyen (2021): Em "*Asymmetric Volatility and Financial Development: Evidence from Asian Emerging Markets*" (2021), os autores examinaram a relação entre o desenvolvimento financeiro e a volatilidade assimétrica nos mercados emergentes da Ásia. Sua pesquisa investigou como o progresso no desenvolvimento financeiro afeta a natureza assimétrica da volatilidade e seu impacto nos mercados de capitais em economias em desenvolvimento.

Jiang, Tian e Wu (2022): Em "*The Asymmetric Impact of Macroeconomic News on Stock Market Volatility: Evidence from High-Frequency Data*" (2022), os autores analisaram o impacto assimétrico de notícias macroeconômicas na volatilidade do mercado de ações, utilizando dados de alta frequência. Sua pesquisa examinou como diferentes tipos de notícias afetam a volatilidade do mercado de maneira assimétrica e como os investidores respondem a esses eventos.

Liu, Ma e Shi (2023): Em "*The Role of Institutional Investors in Asymmetric Volatility: Evidence from a Panel Data Analysis*" (2023), os autores investigaram o papel dos investidores institucionais na volatilidade assimétrica do mercado de ações, utilizando uma análise de dados em painel. Sua pesquisa explorou como o comportamento dos investidores institucionais influencia a dinâmica da volatilidade no mercado e seu impacto nas tendências de preços das ações.

Zheng e Wang (2024): Em "*Dynamic Dependence and Asymmetric Volatility Spillover between Cryptocurrency and Traditional Financial Markets*" (2024), os autores examinaram a dependência dinâmica e o contágio de volatilidade assimétrica entre

criptomoedas e mercados financeiros tradicionais. Sua pesquisa investigou como a volatilidade nos mercados de criptomoedas se propaga para os mercados financeiros convencionais e vice-versa, considerando a natureza assimétrica desse contágio. Esses estudos representam uma variedade de abordagens empíricas e temáticas na análise da assimetria na volatilidade dos mercados financeiros. Por meio de diferentes métodos e contextos de pesquisa, eles contribuem para o entendimento contínuo dos padrões complexos de volatilidade e suas implicações para a teoria financeira e a prática de investimento.

III. METODOLOGIA

Com o aprofundamento da integração económica internacional e da globalização financeira, o efeito de ligação dos mercados financeiros globais tornou-se mais frequente, e a contágio e transferência de riscos entre diferentes mercados financeiros e países tornaram-se mais evidentes.

O termo BRIC foi criado em 2001 pelo economista Jim O'Neil, analista do grupo Goldman Sachs, no relatório intitulado "*Building Better Global Economic Brics*" (O'Neill, 2001), cuja ideia era contemplar em um acrônimo as quatro maiores economias emergentes do mundo. Somente em 2011, houve a inclusão da África do Sul no grupo, e desde então o grupo passou a ser denominado BRICS. Os países emergentes, sobretudo dos BRICS (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul), têm angariado intenso interesse académico, devido aos resultados macroeconómicos que têm apresentado, em especial ao crescimento acelerado do PIB apesar de novos acontecimentos que impactaram a economia a nível global, como crise gerada pela pandemia COVID-19 e pelo atual agravamento da Guerra entre a Rússia e a Ucrânia.

O objeto da investigação é a assimetria da volatilidade dos índices bolsistas dos BRICS. A pesquisa incluiu uma análise da assimetria da volatilidade e como ela afeta o desempenho do mercado de ações dos BRICS. No período compreendido entre 1 de fevereiro de 2010 a 9 de fevereiro de 2024 através dos modelos GARCH e EGARCH e GJR-GARCH.

Brooks (2002) defende que um modelo de volatilidade deve ser capaz de prever, captar e refletir os factos mais importantes sobre os rendimentos dos preços, assim como a persistência, o impacto assimétrico das boas e más notícias.

De acordo com os estudos realizados por Kling (1985), Wen et al. (2020) e Fang et al. (2021), há uma relação dinâmica entre os preços das ações e as taxas de câmbio em países do BRICS. Além disso, Balcilar and Ozdemir (2013) e Kang et al. (2015) exploraram as dinâmicas das flutuações de preços das ações em diferentes mercados, enquanto Malik and Hammoudeh (2007), Malik and Ewing (2009) e Emenike (2018) investigaram a transmissão de choques e volatilidade entre os mercados de petróleo e os mercados de ações. Esses estudos demonstram a complexa interconexão entre os mercados financeiros globais e a importância de entender a assimetria e a transmissão de volatilidade para uma gestão eficaz do risco financeiro.

De acordo com Kling (1985), Kang et al. (2015) e Balcilar e Ozdemir (2013), os estudos sobre as interações entre os preços das ações, taxas de câmbio e dinâmicas dos mercados emergentes têm proporcionado contribuições significativas para a compreensão das complexidades dos mercados financeiros globais.

Com o aprofundamento da integração econômica internacional e da globalização financeira, o efeito de ligação dos mercados financeiros globais tornou-se mais comum, e a contágio e transferência de riscos entre diferentes mercados financeiros e países tornaram-se mais evidentes.

Alguns estudos examinaram a relação entre os mercados a partir de uma perspectiva de transmissão de volatilidade utilizando modelos GARCH (Malik & Hammoudeh, 2007; Malik & Ewing, 2009; Emenike, 2018).

Reconhecendo a importância desses parâmetros, diversos autores têm desenvolvido modelos econométricos para tentar descrever as características primordiais da volatilidade dos ativos financeiros. Essas assimetrias na volatilidade, também conhecidas como "efeitos de alavancagem" por alguns pesquisadores, podem ser investigadas por meio de modelos econométricos capazes de analisar a heterocedasticidade condicional autorregressiva. Nesse cenário, destaca-se o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), um estudo proposto por Engle em 1982, como uma alternativa para abordar as distribuições, frequentemente inadequadas para representar empiricamente dados monetários e financeiros, em resposta à evidência empírica de que a volatilidade não é constante. Subsequentemente, Bollerslev (1986) desenvolveu o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), que aprimora o modelo ARCH ao incorporar a própria variância condicional observada no passado. Este avanço, descrito por Alexander (2002) e Brooks (2002), ampliou a capacidade dos modelos econométricos em lidar com a complexidade da volatilidade dos mercados financeiros. Sendo assim, com o presente trabalho tentaremos entender de que forma podemos avaliar a volatilidade, no contexto dos BRICS, ou seja, em que medida a assimetria da volatilidade nos BRICS é menor ou maior em cada um dos Índice bolsista dos BRICS e com isso ganhar mais conhecimento das ferramentas econométricas disponíveis através dos modelos GARCH, EGARCH E GJR-GARCH.

Existe um efeito de alavanca negativo mais sublinhado do que nas "boas notícias", demonstrando existir um claro efeito assimétrico. Desta forma será analisado o impacto, ou seja, se os choques positivos e negativos têm efeitos diferentes sobre a variabilidade dos preços nos índices bolsistas dos países indicados abaixo.

Para realização da análise da Assimetria da Volatilidade dos Índices Bolsistas dos BRICS, foram escolhidos os principais índices bolsistas do grupo.

Tabela III.1 - Índices Bolsistas dos países do BRICS

País	Sigla	Região	Índice Bolsista
Brasil	BR	América Latina	BOVESPA
Rússia	RU	Europa e Ásia	IRTS
India	IN	Ásia	BSE 500
China	CN	Ásia	SSEC
África do Sul	ZA	África	JSE 40

Fonte: Elaborado pelo (a) autor (a) da pesquisa.

Os modelos ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) são amplamente empregues na modelagem da volatilidade em séries temporais financeiras, permitindo capturar a heteroscedasticidade condicional nos dados. Dentre esses modelos, destacam-se o EGARCH (*Exponential GARCH*) e o TGARCH (*Threshold GARCH*), que oferecem extensões valiosas para lidar com características específicas da volatilidade nos dados financeiros.

O EGARCH estende o GARCH ao permitir que os efeitos de choques positivos e negativos na volatilidade sejam assimétricos, oferecendo flexibilidade na modelagem de séries financeiras onde é comum observar assimetrias na volatilidade. Enquanto o GARCH pressupõe simetria nos efeitos dos choques, o EGARCH relaxa essa restrição, o que pode ser crucial para capturar nuances na dinâmica da volatilidade (Nelson, 1991; Glosten et al., 1993).

3.1 MODELO GARCH (GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY)

O modelo GARCH é expresso matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \sigma_t^2 Z_t, \quad Z_t \sim N(0,1) \\ y_t &= x_t \beta + \varepsilon_t \\ \sigma_t^2 &= \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2\end{aligned}\quad (3)$$

onde σ_t^2 representa a variância condicionada no momento t , ω a constante, α_i o parâmetro associado ao quadrado dos erros passados e β_j o parâmetro da variância passada.

3.2 MODELO EGARCH (EXPONENTIAL GARCH)

O modelo EGARCH estende o GARCH e permite assimetria na resposta da volatilidade a choques positivos e negativos. Sua formulação é dada por:

$$\begin{aligned}y_t &= x_t \beta + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= \sigma_t^2 Z_t, \quad Z_t \sim N(0,1) \\ \ln(\sigma_t^2) &= \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \frac{|\varepsilon_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} + \sum_{i=1}^q \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2\end{aligned}\quad (4)$$

onde σ_t^2 representa a variância condicionada no momento t , ω a constante, α_i o parâmetro associado ao quadrado dos erros passados e γ_i o parâmetro que captura a assimetria na volatilidade. Se for positivo e estatisticamente significativo há assimetria positiva; se for negativo e estatisticamente significativo há assimetria negativa e se não for estatisticamente significativo não há efeitos assimétricos.

Por outro lado, o GJR-GARCH incorpora a ideia de diferentes regimes ou estados de mercado, introduzindo uma variável de limiar que divide os dados em diferentes regimes, cada um com sua própria dinâmica de volatilidade. Essa abordagem flexível permite capturar mudanças abruptas na volatilidade, especialmente durante períodos de crise financeira (Zakoian, 1994).

3.3 MODELO GJR-GARCH

O modelo GJR-GARCH incorpora a ideia de que a volatilidade pode ser influenciada por diferentes regimes ou estados do mercado. Sua formulação é dada por:

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \sigma_t^2 Z_t, \quad Z_t \sim N(0,1) \\ y_t &= x_t \beta + \varepsilon_t \\ \sigma_t^2 &= \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q \gamma_i I_{T-1} \varepsilon_{T-1}^2\end{aligned}\quad (5)$$

onde I_{t-1} é uma variável de limiar que divide os dados em diferentes regimes de tal forma que:

$$I_{t-1} = \begin{cases} 1 & \text{if } \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Se for positivo e estatisticamente significativo há assimetria negativa; ao contrário se for negativo e estatisticamente significativo a assimetria é positiva. Se não for estatisticamente significativo não há assimetria. Ómega, alfa e beta encontram-se definidos acima.

Esses modelos são ferramentas poderosas para analisar e prever a volatilidade em séries temporais financeiras, sendo amplamente aplicados em uma variedade de contextos financeiros e econômicos, desde previsão de risco até precificação de derivativos financeiros.

Aplicações práticas desses modelos são vastas, abrangendo desde a gestão de risco em investimentos até a precificação de derivativos financeiros. Por exemplo, instituições financeiras e gestores de investimentos utilizam modelos GARCH e suas variações para estimar a volatilidade dos ativos e calcular medidas de risco, como o *Value at Risk* (VaR), que auxiliam na tomada de decisões de investimento e na gestão de portfólio. Além disso, esses modelos são essenciais na precificação de opções financeiras, onde a volatilidade implícita desempenha um papel fundamental na determinação do preço justo de uma opção. A capacidade dos modelos EGARCH e TGARCH em capturar assimetrias na volatilidade e mudanças de regime os torna particularmente relevantes em ambientes de mercado voláteis e não-lineares, proporcionando insights valiosos para investidores e analistas.

No entanto, é importante ressaltar que esses modelos não são isentos de limitações. A seleção adequada do modelo, a identificação correta das características da volatilidade e a interpretação dos resultados exigem um entendimento sólido da teoria subjacente e das propriedades estatísticas dos modelos. Além disso, os modelos GARCH e suas variantes

podem ser computacionalmente intensivos, especialmente em conjuntos de dados grandes, o que requer recursos computacionais adequados para sua implementação e estimação. Portanto, é fundamental para os pesquisadores e profissionais financeiros compreenderem não apenas as vantagens, mas também as limitações desses modelos ao aplicá-los em contextos práticos de análise de volatilidade e gestão de risco financeiro.

IV. DESCRIÇÃO DOS DADOS E ESTUDO EMPÍRICO

4.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS

Recolhemos dados para o período compreendido entre 1 de fevereiro de 2010 e 9 de fevereiro de 2024, o que totaliza 3660 observações.

Figura 4.1.1- Evolução dos preços do índice Bovespa, no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.

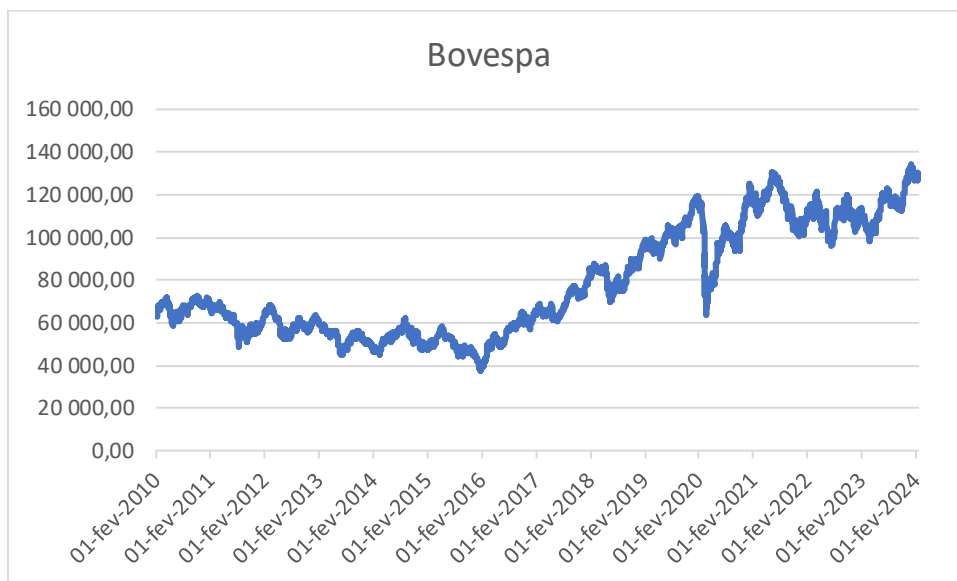


Figura 4.1.2- Evolução dos preços do índice, BSE500, no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.

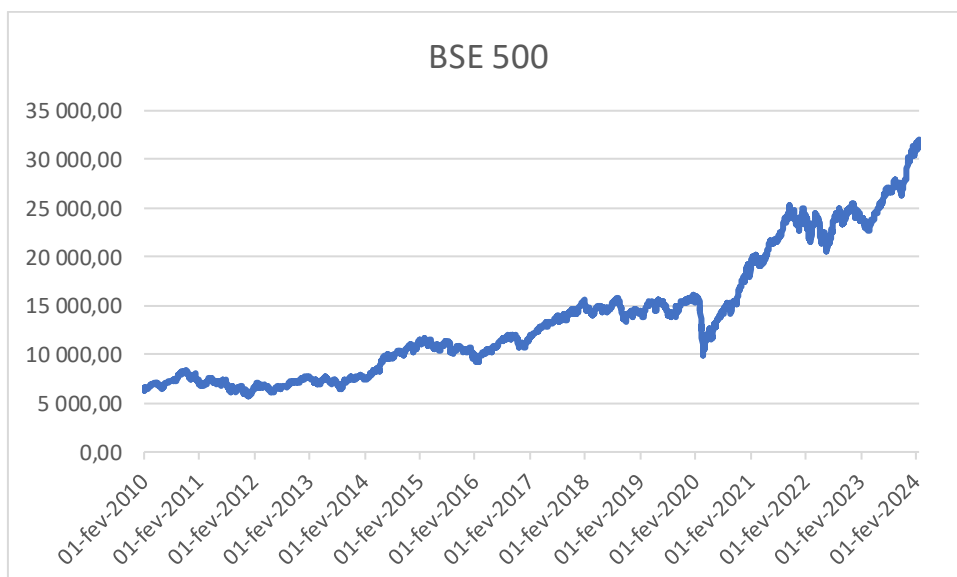


Figura 4.1.3- Evolução dos preços do índice IRTS, JSE40 e SSEC no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.



Figura 4.1.4- Evolução dos preços dos índices Bovespa, BSE500, IRTS, JSE40 e SSEC no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.

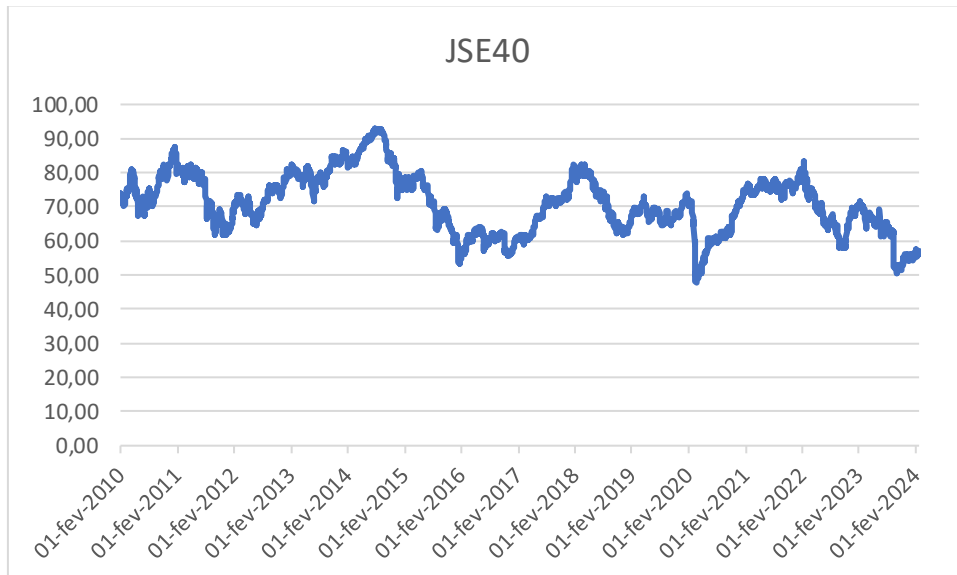


Figura 4.1.5- Evolução dos preços do índice SSEC no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.



Verificamos uma significativa variação nos preços dos índices Bovespa e BSE500 de acordo à **Fig.** 4.1.1 e 4.1.2, assim como nos seus ganhos e perdas, nos períodos pré-covid e durante ou pós-covid. Houve uma acentuada queda nos preços e consequente aumento da volatilidade nesse período, contrastando com a baixa volatilidade observada antes da pandemia. Após as grandes descidas de preços, assistimos a uma posterior estabilização. Adicionalmente, de acordo às **Fig.** 4.1.1, 4.1.2, 4.1.3 e 4.1.4 os preços dos índices Bovespa, BSE500, IRTS e JSE40, observamos uma clara sincronização com as rendibilidades. As quedas ocorreram exatamente durante o período da pandemia de COVID-19. Assim, evidencia-se a baixa volatilidade até ao período anterior à pandemia, seguida por uma significativa descida de preços durante a pandemia. Quando se verificam descidas acentuadas nos preços, o mesmo se reflete nas rendibilidades dos índices.

O índice chinês SSEC **Fig.**4.1.5, destacou-se como uma exceção, apresentando uma alta volatilidade em 2015. Nesse ano, o índice bolsista da China, SSEC, registou valorizações significativas devido a uma bolha especulativa, à intervenção do governo para estimular o mercado, ao aumento do investimento estrangeiro e às políticas monetárias expansionistas do Banco Central chinês. Estes fatores impulsionaram os preços das ações e as rentabilidades do índice SSEC ao longo desse ano.

O estudo incide sobre as rendibilidades que são dadas por:

$$R_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{T-1})] \quad (7)$$

onde P_t e P_{t-1} são os preços de cada índice nos momentos t e $t-1$ respectivamente. Referir que toda a análise deste trabalho incidirá sobre as rendibilidades e não sobre os preços originais porque como se verá mais à frente as rendibilidades são estacionárias (e os preços não) o que constitui um pressuposto dos modelos de tipo GARCH.

Figura 4.1.6 - Evolução das rendibilidades do índice do Brasil no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.

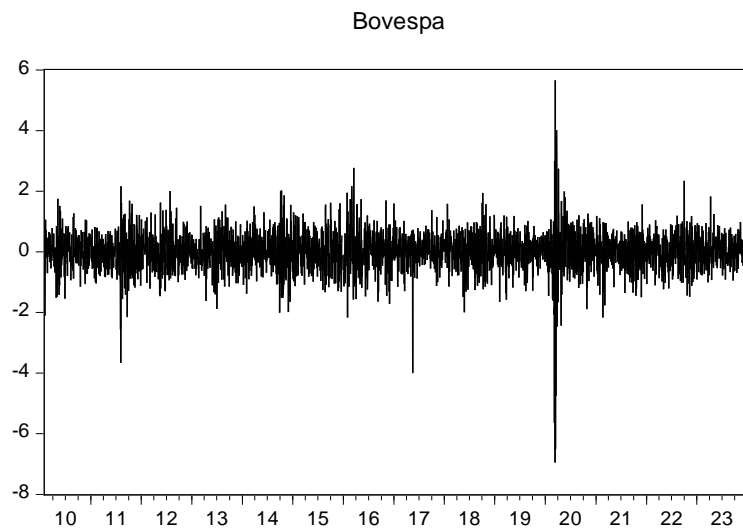


Figura 4.1.7 - Evolução das rendibilidades do índice da Índia no período de 1/2/2010 a 9/2/2024

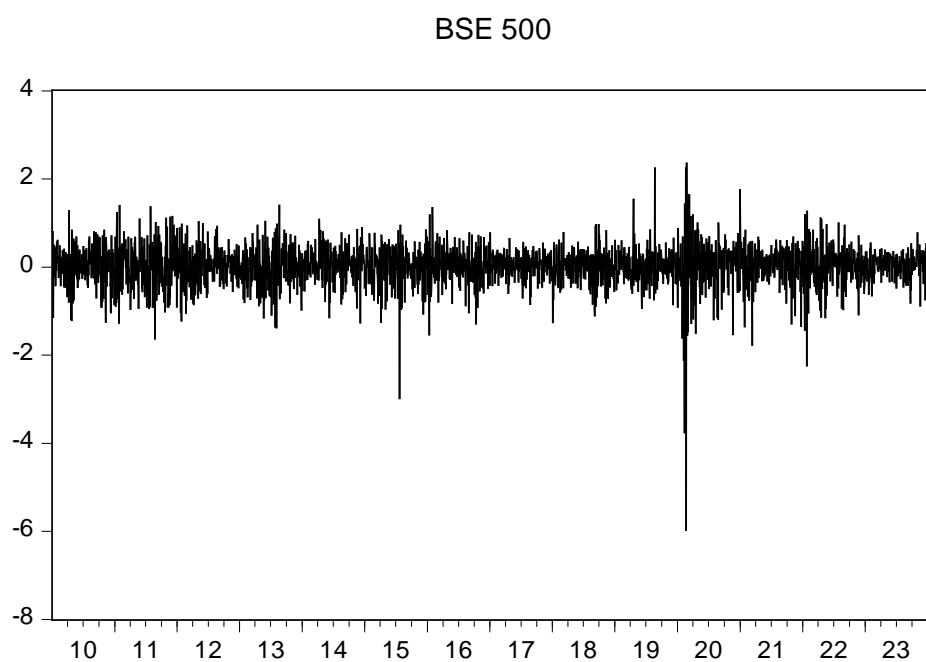


Figura 4.1.8 - Evolução das rendibilidades do índice da Rússia no período de 1/2/2010 a 9/2/ 2024.

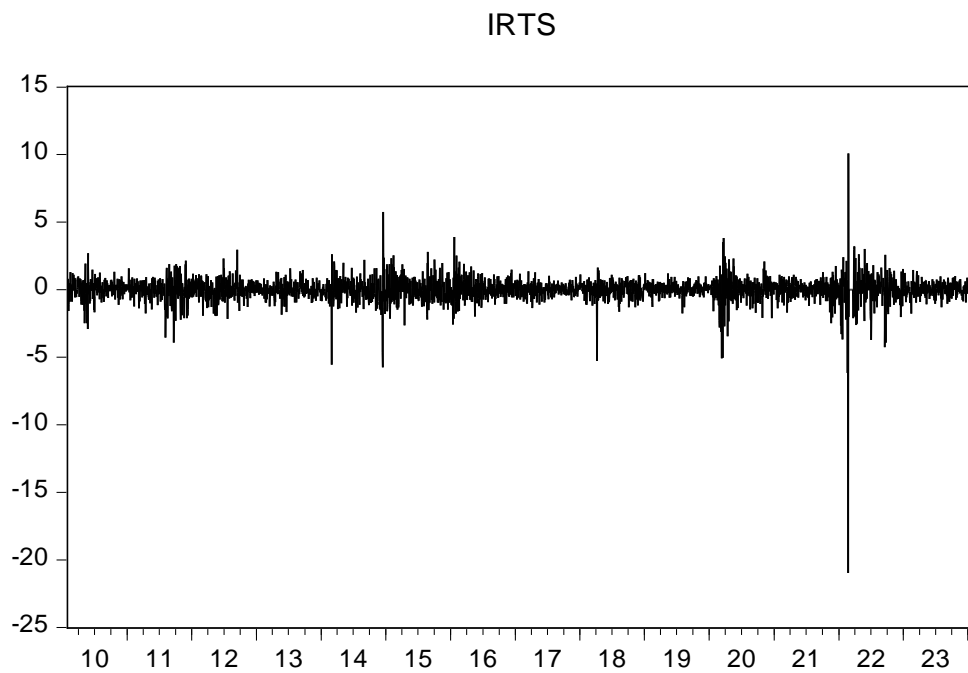


Figura 4.1.9 - Evolução das rendibilidades do índice da África do Sul no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.

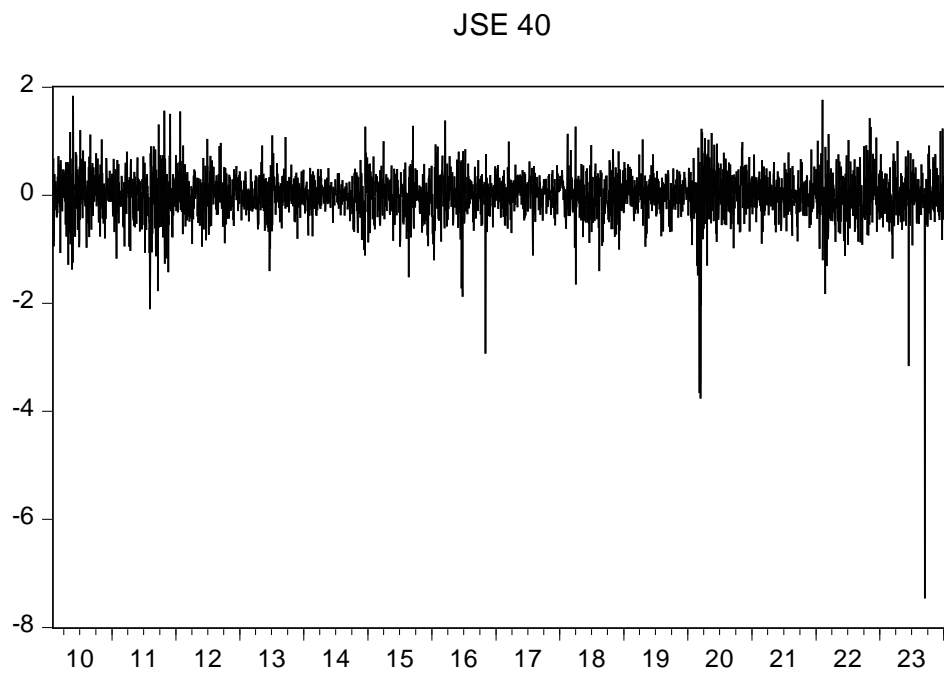
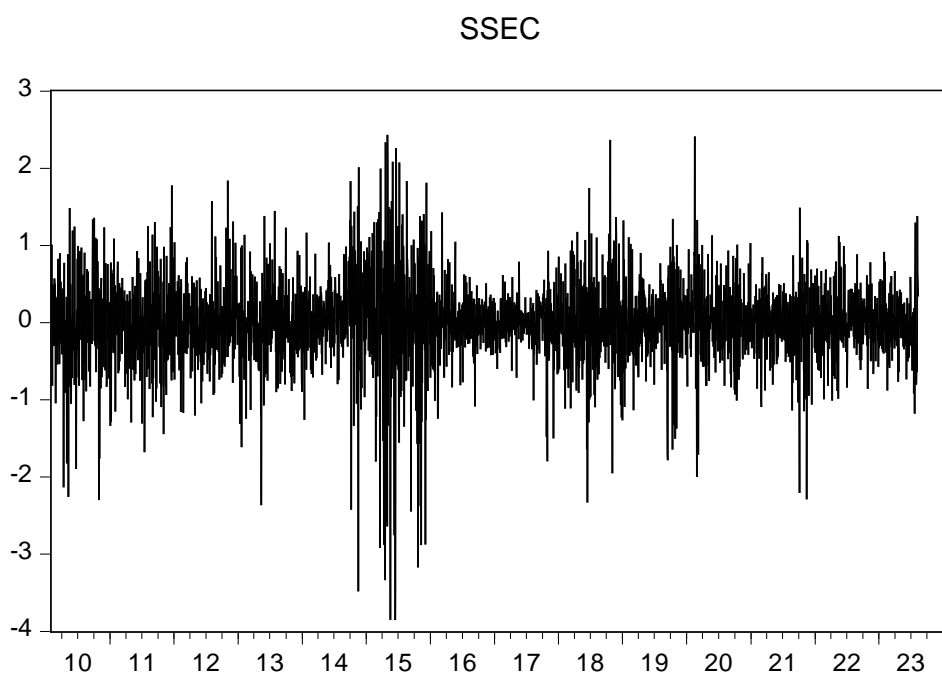


Figura 4.1.10 - Evolução das rendibilidades do índice China no período de 1/2/2010 a 9/2/2024.



Relativamente aos *clusters* são muito evidentes em todas as figuras das rendibilidades. De notar os *clusters* de alta volatilidade no período do COVID-19. Se comparar estes gráficos (rendibilidades) com o dos preços originais verifica-se que os picos de alta volatilidade nas rendibilidades correspondem a picos no gráfico dos preços e a baixa volatilidade corresponde a decidas no gráfico dos preços, portanto, estes dois gráficos deverão estar mais ou menos sincronizados.

A análise dos *clusters* de alta volatilidade durante o período do COVID-19 nos índices Bovespa, BSE 500, IRTS, JSE 40 e SSEC revela a sensibilidade extrema dos mercados financeiros a eventos macroeconómicos de grande escala. Durante esse período, a disseminação global da pandemia e as medidas de contenção adotadas pelos governos tiveram impactos significativos na economia mundial, desencadeando reações imediatas e dramáticas nos mercados.

Os *clusters* de alta volatilidade representam períodos de extrema incerteza e nervosismo nos mercados, caracterizados por uma série de fatores, incluindo volatilidade excessiva nos preços, grandes oscilações nas tendências de mercado e aumento da frequência e magnitude de movimentos de preços. Esses *clusters* muitas vezes refletem a reação dos investidores a eventos inesperados ou a mudanças abruptas nas condições económicas, políticas ou sociais.

Ao comparar os gráficos de rendibilidades com os de preços originais, fica evidente que os picos de alta volatilidade nas rendibilidades coincidem com os momentos de maior turbulência nos preços dos ativos. Isso sugere uma relação direta entre a volatilidade dos retornos e a magnitude dos movimentos nos preços originais. Em períodos de alta volatilidade, os investidores tendem a reagir de forma mais intensa às informações disponíveis, resultando em oscilações mais pronunciadas nos preços dos ativos.

Os *clusters* são grupos de volatilidades e podem ser grupos de baixa ou de alta volatilidade.

Ressaltar que, em relação aos *clusters* do índice da China SSEC comporta-se de forma diferente em relação aos outros em que se verificam sim clusters, mas todos de alta volatilidade com maior intensidade em 2015.

4.2 ANÁLISE ÀS ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

As estatísticas descritivas fornecidas para os índices Bovespa, BSE 500, IRTS, JSE 40 e SSEC dão contributos importantes sobre suas características de desempenho ao longo do período analisado.

Média e Desvio-padrão: As médias próximas de zero para todos os índices sugerem um equilíbrio relativo entre ganhos e perdas ao longo do tempo. No entanto, os desvios-padrão substanciais indicam a presença de volatilidade nos retornos desses índices. O desvio-padrão mais alto para o IRTS destaca sua maior volatilidade em comparação com os outros índices. A média em relação ao desvio padrão é menor.

Assimetria e Curtose: A assimetria negativa em todos os índices sugere que há mais rendimentos negativos do que positivos. Isso pode ser atribuído a uma maior sensibilidade dos mercados a eventos adversos. Além disso, a curtose positiva indica a presença de caudas mais pesadas do que o esperado em uma distribuição normal, o que sugere a ocorrência de eventos extremos com maior frequência do que o previsto pelos modelos tradicionais.

Teste Jarque-Bera: O teste Jarque-Bera é utilizado para verificar se os dados seguem uma distribuição normal. Os valores elevados das estatísticas de teste e as baixas probabilidades associadas à hipótese nula sugerem que os dados não seguem uma distribuição normal. Isso ressalta a necessidade de considerar modelos estatísticos mais avançados para capturar adequadamente o comportamento dos retornos dos índices.

Em conjunto, essas estatísticas descritivas destacam a natureza volátil e assimétrica dos retornos dos índices de mercado analisados. A compreensão dessas características é fundamental para a gestão de riscos e para a formulação de estratégias de investimento mais robustas e adaptáveis às condições cambiantes do mercado.

O estudo das estatísticas descritivas dos índices Bovespa, BSE 500, IRTS, JSE 40 e SSEC fornece uma compreensão mais profunda do comportamento desses mercados ao longo do período analisado. As médias das rendibilidades variaram entre 0,0079 (Bovespa) e -0,0032 (IRTS), refletindo a performance média desses índices durante o período estudado.

De acordo ao desvio-padrão, que indica a dispersão dos dados em relação à média, observamos que o IRTS apresentou o maior desvio-padrão (0,8603), seguido pelo Bovespa (0,6363), enquanto o JSE 40 (0,4204) seguido pelo SSEC (0,5386) exibiram o menor desvio-padrão. Isso sugere que o Bovespa e o IRTS tiveram uma volatilidade maior em comparação com o JSE 40 e SSEC.

A assimetria, representada pelos coeficientes de assimetria negativa, foi mais pronunciada no IRTS (-4,0178), seguido pelo JSE 40 (-2,4299) e pelo BSE 500 (-1,3394). Esses valores indicam uma distribuição assimétrica das rendibilidades, com uma tendência maior para valores negativos. A probabilidade de haver rendibilidades negativas é superior a probabilidade de haver rendibilidades positivas.

A curtose, por sua vez, mede a forma da distribuição das rendibilidades em relação à curva normal. Os índices BSE 500, IRTS e JSE 40 exibiram valores de curtose relativamente altos, indicando distribuições leptocúrticas, com caudas mais pesadas e maior probabilidade de ocorrência de eventos extremos.

Curtoses leptocúrticas porque são todas maiores que 3 o que indicia uma distribuição que não é normal, através do teste de *Jarque-Bera*.

Por fim, o teste de *Jarque-Bera* fornece uma medida estatística da normalidade das rendibilidades. Os resultados indicaram que todos os índices apresentaram desvios significativos da distribuição normal, com valores de p-valor muito baixos.

Em seguida apresentam-se as estatísticas descritivas ilustradas na Tabela 4.1

Tabela 4.2.1 - Estatísticas Descritivas

	Média	desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste Jarque-Bera	
Bovespa	0,0079	0,6363	-0,8151	15,7956	25332,23	**

BSE 500	0,0185	0,4276	-1,3394	18,6519	38443,62	**
IRTS	-0,0032	0,8603	-4,0178	108,4881	1706829	**
JSE 40	-0,0028	0,4204	-2,4299	36,692	176953,2	**
SSEC	-0,0002	0,5386	-0,8248	9,3907	6407,375	**

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%

Em relação a média e desvio-padrão perto de zero para todos os índices. De notar que a média é muito baixa quando comparada com o desvio-padrão o que se verifica também para todos os índices. Verifica-se, no entanto que a Bovespa e BSE 500 apresentam valores da média próximos de zero, mas positivos enquanto as restantes rendibilidades têm média negativa. O desvio-padrão é maior para o IRTS, sendo por isso o que apresenta maior volatilidade. Ao contrário as rendibilidades do índice JSE 40 são as que têm menor volatilidade, logo seguidas do BSE 500. Sendo assim, estes dois índices são os que detêm menor risco. Todos as rendibilidades têm assimetria negativa o que indica que existem mais rendibilidades negativas do que positivas. Para além disso todas as rendibilidades exibem leptocurtose o que poderá indicar a presença de *fat tails*. Os valores negativos da assimetria e maiores que três da curtose sugerem que os dados não possuem uma distribuição normal. Utiliza-se o teste de *jarque-Bera* para averiguar se as observações seguem uma distribuição normal. Verifica-se que se rejeita a hip. nula de seguirem uma distribuição normal. Tal facto poderá ainda ser comprovado pelos histogramas que se apresentam a seguir.

De acordo a tabela 4.1, podemos ver que a curtose em relação a todos os índices são todas superiores a 3, na distribuição normal a curtose tem que ser 3. Então neste caso, temos uma distribuição leptocurticas com *fat tails*.

Figura 4.2.1 -Histograma das rendibilidades do índice do Brasil no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.

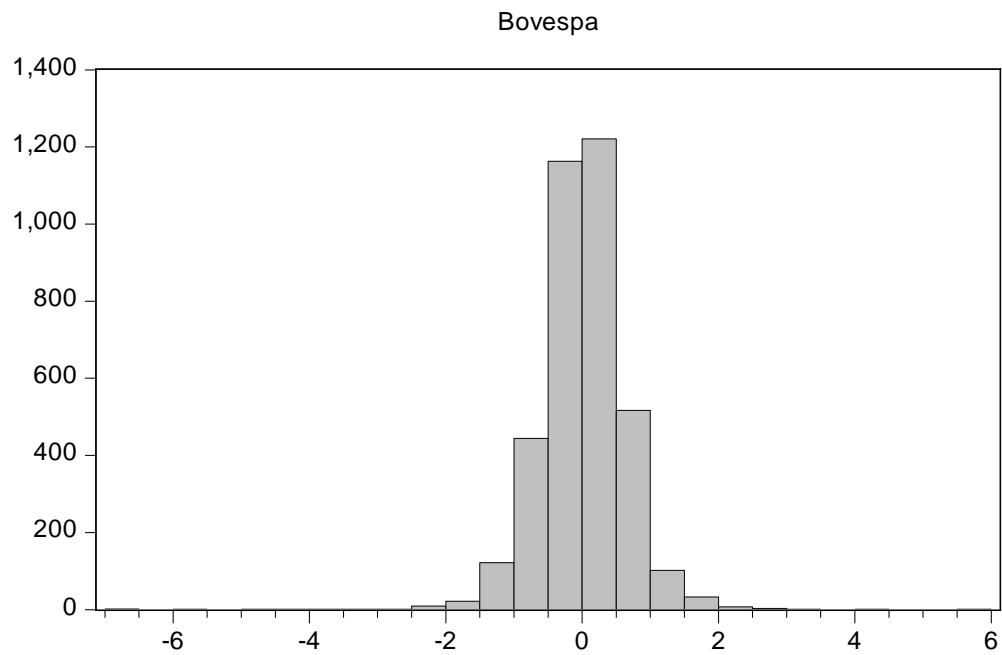


Figura 4.2.2 -Histograma das rendibilidades do índice da Índia no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.

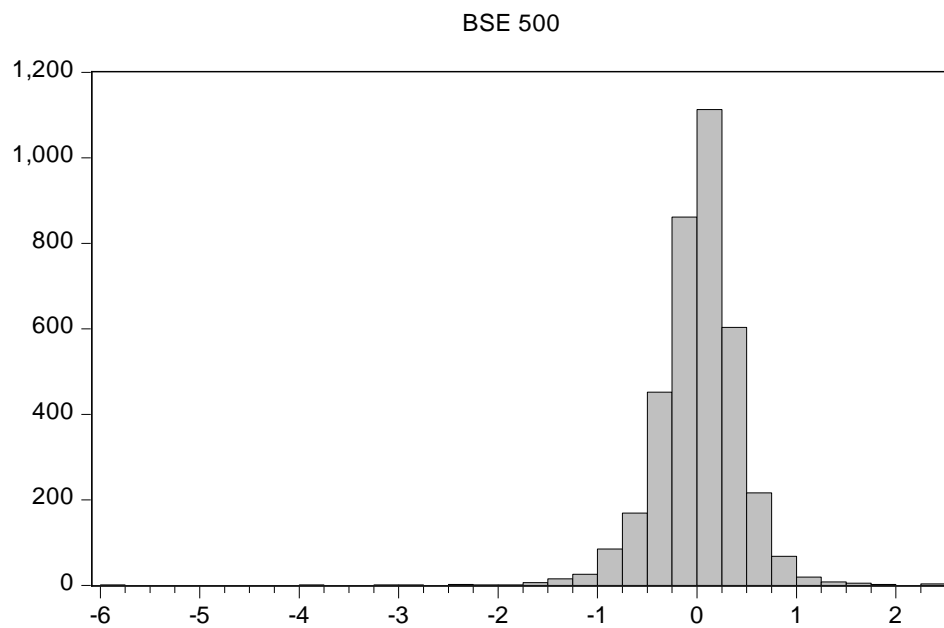


Figura 4.2.3 -Histograma das rendibilidades do índice da Rússia no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.

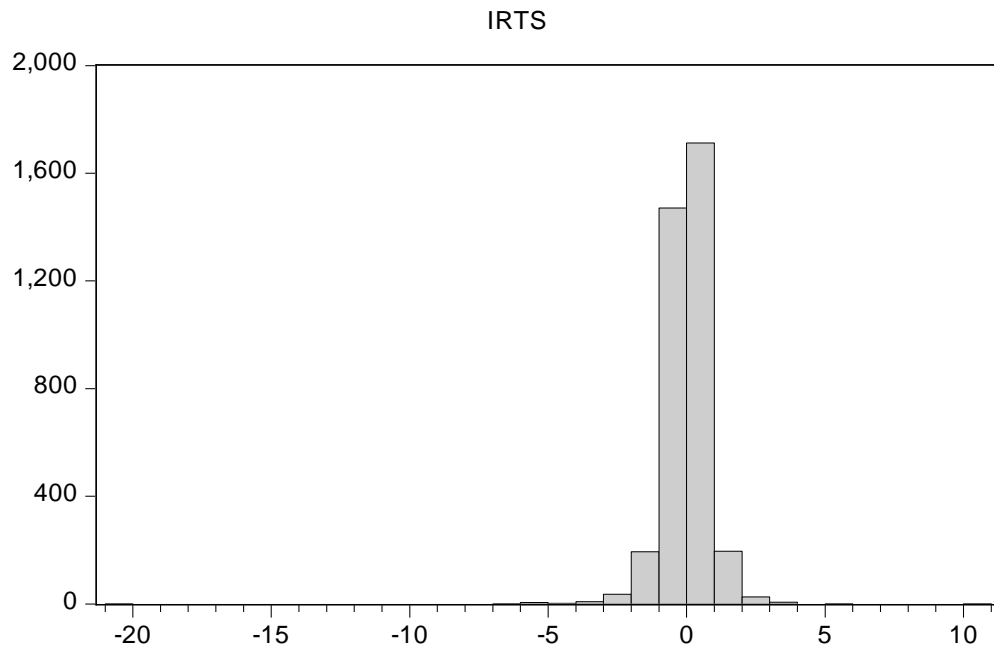


Figura 4.2.4 -Histograma das rendibilidades do índice da Africa do Sul no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.

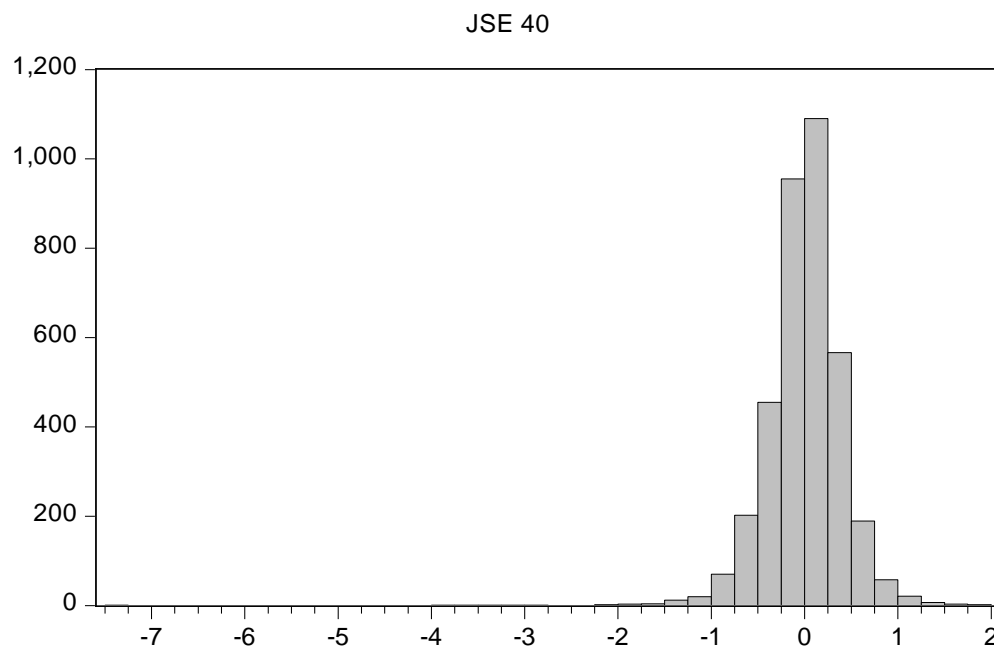
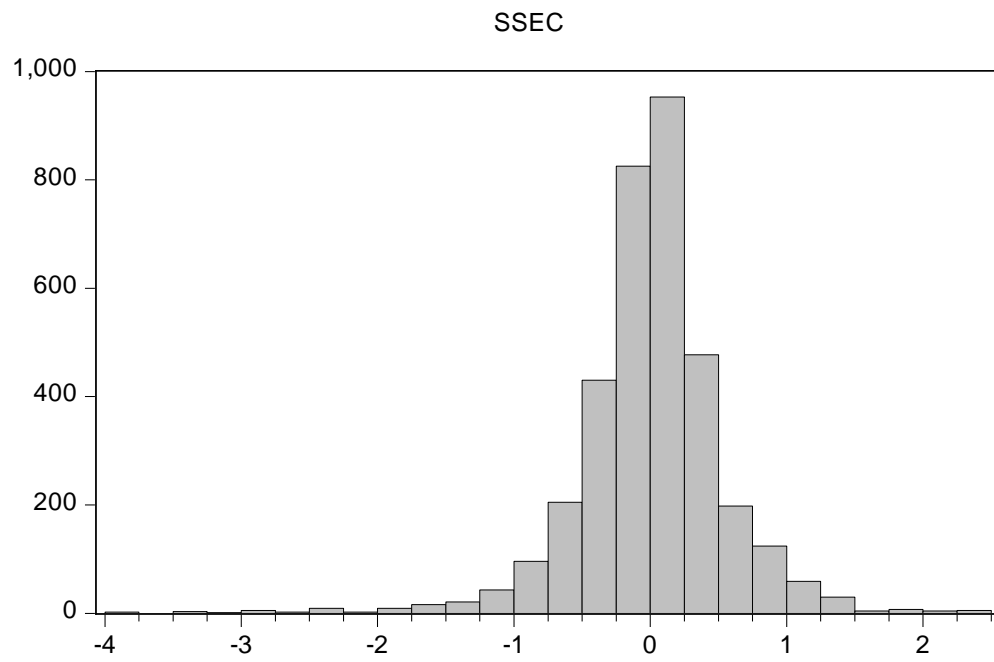


Figura 4.2.5 - Histograma das rendibilidades do índice da China no período de 01/2/2010 a 09/2/2024.



4.3 RESULTADOS EMPÍRICOS

4.3.1 VERIFICAÇÃO DOS PRESSUPOSTOS

Antes de estimar os modelos propriamente ditos é necessário verificar os pressupostos pois eles só produzem resultados fiáveis naqueles pressupostos que são 1. estacionariedade e 2. inexistência de autocorrelação. Para além disto e como estamos a aplicar modelos heterocedásticos é necessário também verificar a 3. hip da heterocedasticidade (teste ARCH-LM).

4.3.2 TESTES DE ESTACIONARIEDADE

Na tabela 4.2 apresentam-se os resultados dos testes de estacionariedade ADF e KPSS.

Tabela 4.3.2.1 Testes de estacionariedade

	ADF		KPSS
Bovespa	-42,1161	**	0,1197
BSE			
500	-22,0015	**	0,088
IRTS	-61,0041	**	0,0319
JSE 40	-56,8547	**	0,0495
SSEC	-57,0221	**	0,0557

Notas: ADF significa *Augmented Dickeu-Fuller* e KPSS representa *Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin* valores críticos de Mackinon (1996), para a constante e tendência - 3.960241 (1%) e -3.410883 (5%); número de *lags* em ambos os casos: 0. Valores críticos do teste KPSS para a constante e tendência 0,216 (1%) e 0,146 (5%).

** Denota um nível de significância de 1%.

Nota: testes de raízes unitárias ou de estacionariedade é o mesmo! São sinónimos.

ADF: Neste teste a hip nula H_0 é a de que a série é não estacionária.

Aqui testa-se a hip. nula de a serie ser não estacionária, i.e., possuir raízes unitárias. A Hip. nula (H_0 é, portanto, a de que a série é não estacionária). Como os valores dos testes são estatisticamente significativos a um nível de significância de 1% (por esse motivo é que aparecem ** à frente dos valores) significa que o teste é rejeitado assim, por este teste conclui-se que as séries das rendibilidades são estacionárias.

KPSS: Neste teste a H_0 : a série é estacionária

Para confirmar os resultados acima aplica-se ainda outro teste de estacionariedade – o teste KPSS (se os dois testes derem os mesmos resultados então podemos concluir com segurança que a serie é estacionária). Ora, neste teste a hip é o contrário, i.e., H_0 : a série é estacionária. Portanto, aqui se não rejeitarmos H_0 isto vem confirmar os resultados do teste anterior (ADF). De acordo com os resultados da tabela acima pelo teste KPSS não se rejeita a hipótese nula de que as rendibilidades são estacionárias.

Como as series são estacionárias não há problema em aplicar os modelos. Porém, temos ainda de verificar ainda as hip. da autocorrelação e da heterocedasticidade.

4.3.3 AUTOCORRELAÇÃO E HETEROCEDASTICIDADE

Na tabela seguinte apresentam-se os resultados dos testes à inexistência de autocorrelação e heterocedasticidade.

Tabela 4.3.3.1– Resultados dos testes à autocorrelação e heterocedasticidade

	Q (10)	BG	Q^2 (10)	ARCH-LM (10)
Bovespa	60,767 **	52,198 **	4098,3 **	237,5458 **
BSE 500	67,343 **	75,291 **	1547,2 **	96,7994 **
IRTS	13,112	13,314	216,97	23,11353 **
JSE 40	34,092 **	3,334 **	37,774 **	3,147566 **
SSEC	34,4 **	33,519 **	1162,7 **	55,39868 **

Notas: Q (10) e BG são os resultados dos testes de autocorrelação de *Ljung-Box* e de *Breusch-Godfrey*. Q^2 (10) e ARCH-LM (10) representam os

resultados dos testes de heterocedasticidade condicionada ao quadrado dos resíduos ($Q^2(10)$) e ARCH-LM.

** significa rejeição de H_0 com um nível de 1% e * rejeição de H_0 com um nível de 5%
Aplicando o teste de *Ljung-Box* ($Q(10)$) com 10 defasamentos testa-se a hipótese nula de não haver autocorrelação. De acordo com os resultados acima rejeita-se a hipótese nula de não haver autocorrelação para todos os índices à exceção do IRTS, pelo que teremos de tentar ajustar um modelo autoregressivo – AR para tentar removê-la. O teste BG (*Breusch-Godfrey*) confirmam também este resultado pelo que podemos afirmar que há autocorrelação nos dados.

Em seguida, aplicam-se os testes de *Ljung-Box* ao quadrado dos resíduos com 10 defasamentos ($Q^2(10)$) e o teste ARCH-LM para verificar se se existe heterocedasticidade condicionada nos dados. Em ambos os testes a hipótese nula é a de que não existe heterocedasticidade. De acordo com os resultados da tabela acima conclui-se pela presença de heterocedasticidade condicionada nos dados, justificando-se assim a estimação de modelos de tipo ARCH.

4.4 RESULTADOS DOS MODELOS

Uma vez que a série das rendibilidades dos índices BOVESPA, BSE 500, JSE 40 e SSEC apresentam autocorrelação é necessário solucionar este problema. Para ultrapassar esta questão ajusta-se um modelo autoregressivo – AR (*Autoregressive Model*) no sentido de remover qualquer tipo de autocorrelação. Assim, opta-se por um modelo AR(1) para capturar a autocorrelação presente nos dados. Este modelo pode ser definido como:

$$Y_t = \mu + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (4.7)$$

onde μ representa a constante, ϕ o coeficiente associado à variável Y_{t-1} e ε_t o resíduo. Em relação ao índice IRTS não é necessário estimar nenhum modelo autoregressivo uma vez que não foi detetada autocorrelação nos dados.

4.5 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS

Na Tabela 4.5.1 apresentam-se os resultados da estimação do modelo GARCH para todos os índices.

Tabela 4.5.1 - Estimativas do modelo AR(1)-GARCH(1,1)

	Bovespa		BSE 500		IRTS		JSE 40		SSEC
Equação da média									
$\hat{\mu}$	0,0185	*	0,029813	**	-	*	0,007005		0,001765
$\hat{\phi}$	-0,0082		0,106833	**	-	**	0,073253	*	0,017545
Equação da variância									
$\hat{\omega}$	0,0176	**	0,005582	**	0,01117	**	0,020121	**	0,002336
$\hat{\alpha}$	0,0883	**	0,102928	**	0,112122	**	0,06726	**	0,063994
$\hat{\beta}$	0,8615	**	0,866086	**	0,876775	**	0,817604	**	0,929389

Notas: ** significativo a 1%. E * significativo a 5%.

De um modo geral, os coeficientes da equação da média do modelo GARCH são positivos e estatisticamente significativos. A exceção é o índice SSEC. Na variância todos os coeficientes são positivos e estatisticamente positivos a 1 ou 5% indiciando a existência de *clusters* de volatilidade em todos os índices. Verifica-se também em todos os casos $\hat{\alpha} + \hat{\beta} \approx 1$ o que indicia a presença de memória longa nos dados. Este modelo, no entanto, tem o como desvantagem o fato de considerar que os efeitos das boas e má notícias é simétrico. Em virtude disso, estimam-se os modelos assimétricos EGARCH e GJR-GARCH para verificar se o efeito das boas e más notícias é o mesmo. Os resultados encontram-se nas tabelas 4.5.2 e 4.5.3

Tabela 4.5.2 - Estimativas do modelo AR(1)-EGARCH(1,1)

	Bovespa		BSE 500		IRTS		JSE 40		SSEC
Equação da média									
$\hat{\mu}$	0,0047		0,0113	*	-		-0,0003		-0,0002
$\hat{\phi}$	-0,0028		0,1328	**	-	**	0,0689	**	0,0406
Equação da variância									
$\hat{\omega}$	-0,1623	**	-0,2104	**	-0,1235	**	-0,0475	**	-1,2392
$\hat{\alpha}$	0,1469	**	0,1534	**	0,1449	**	0,0324	**	0,01

$\hat{\beta}$	0,95697	**	0,9521	**	0,9791	**	0,9871	**	0,01
$\hat{\gamma}$	-0,0875	**	-0,1240	**	-0,0937	**	-0,0621	**	0,01

Notas: ** significativo a 1%.

* significativo a 5%

Tabela 4.5.3 - Estimativas do modelo AR(1)-GJR-GARCH(1,1)

	Bovespa		BSE 500		IRTS		JSE 40		SSEC
Equação da média									
$\hat{\mu}$	0,0074		0,0150	**	-		0,0015		0,00078
$\hat{\phi}$	-0,0024		0,1340	**	-	**	0,0623	**	0,0175
Equação da variância									
$\hat{\omega}$	0,0165	**	0,0083	**	0,0110	**	0,0249	**	0,0024 **
$\hat{\alpha}$	0,0244	**	-0,0018		0,02060	**	0,0177	**	0,0605 **
$\hat{\beta}$	0,8745	**	0,8512	**	0,9009	**	0,7852	**	0,9287 **
$\hat{\gamma}$	0,1062	**	0,1916	**	0,1189	**	0,0996	**	0,0074

Notas: ** significativo a 1%.

* significativo a 5%

Verifica-se que na sua generalidade os coeficientes da eq. da variância das rendibilidades dos parâmetros dos índices Bovespa, BSE 500, IRTS e JSE 40 são positivos e estatisticamente significativos a 1 ou 5% reiterando mais uma vez a presença de *clusters* na volatilidade destes índices. Verifica-se que à exceção das rendibilidades do índice SSEC que não denota evidência da presença de efeitos assimétricos na volatilidade já que o coeficiente $\hat{\gamma}$ dos modelos EGARCH e GJR-GARCH não são estatisticamente significativos, todos os restantes índices evidenciam assimetria negativa, i.e., as más notícias têm maior impacto no mercado do que as boas notícias. Tal fato, encontra-se expresso nos valores negativos de $\hat{\gamma}$ no modelo EGARCH e nos seus valores positivos no modelo GJR-GARCH. Ambos os modelos indicam que esses efeitos assimétricos são maiores nas rendibilidades do índice BSE 500, a que se segue o IRTS e depois o Bovespa. A assimetria é menor nas rendibilidades do índice JSE 40.

V. CONCLUSÃO

Os resultados do estudo revelam a presença de assimetria negativa na volatilidade das rendibilidades dos índices BOVESPA, BSE 500, IRTS e JSE 40, indicando que eventos negativos têm um impacto maior na volatilidade do que eventos positivos. Essa assimetria varia entre os índices, sendo o BSE 500 o mais afetado e o JSE 40 o menos afetado. O índice SSEC, por sua vez, não demonstra evidência de assimetria, sugerindo um comportamento único desse mercado. A hierarquia de assimetria reflete a sensibilidade dos índices a eventos adversos, com o BSE 500 sendo mais impactado e o JSE 40 menos impactado.

Esses resultados são relevantes para a gestão de riscos e estratégias de investimento, destacando a importância de considerar não apenas a magnitude, mas também a direção das variações nos preços dos ativos. Durante períodos de instabilidade econômica, essa análise pode auxiliar na formulação de estratégias, como diversificação e uso de derivativos, para mitigar os riscos associados à volatilidade.

Além disso, a identificação da assimetria negativa na volatilidade dos índices oferece informações valiosas para investidores e profissionais do mercado financeiro. Isso pode influenciar a alocação de recursos, com investidores preferindo índices com menor assimetria negativa para reduzir a sensibilidade a eventos adversos.

Os dados também fornecem contributos importantes sobre as dinâmicas específicas de cada mercado, permitindo a identificação de oportunidades de investimento. Por exemplo, investidores que buscam ativos com menor sensibilidade a eventos adversos podem optar por alocações em índices com menor assimetria negativa, como o JSE 40. No âmbito acadêmico o estudo visa atualizar o conhecimento no sentido de dar a conhecer ao público estudantil o impacto das economias emergentes e sua contribuição a nível da economia mundial.

Em suma, esse estudo visou investigar a assimetria na volatilidade dos BRICS, recolhemos base de dados para o período compreendido entre 1 de fevereiro de 2010 e 9 de fevereiro 2024 o que totalizou 3.660 observações, com a utilização modelos GARCH, EGARCH E GJR-GARCH e de todos os países que BRICS, o único que não tem assimetria é a China.

5.1 DIREÇÕES FUTURAS DE INVESTIGAÇÃO

Esta dissertação abordou apenas uma faceta de um tema vasto, que oferece oportunidades para uma ampla gama de estudos nesta área. Em futuras investigações, seria enriquecedor considerar a expansão do bloco na 15ª cúpula realizada na África do Sul. Nessa ocasião, seis países foram adicionados ao grupo BRICS, nomeadamente Arábia Saudita, Emirados Árabes Unidos, Argentina, Egito, Irã e Etiópia. Uma abordagem interessante para estudos posteriores seria comparar o desempenho da bolsa do SP500 com o impacto dessa expansão. Essa análise poderia oferecer resultados ou informações valiosas sobre as dinâmicas do mercado global e os efeitos de uma maior diversificação geográfica no contexto da economia mundial.

VI. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alexander, C. (2001). Market risk analysis: *Practical financial econometrics*.
- Andersen, T.G., Bollerslev, T., & Diebold, F.X. (2019). Parametric and Nonparametric Volatility Measurement. *Handbook of Volatility Models and Their Applications*, 27-54.
- Araújo, M. (2010). *Análise de Clusters e Volatilidade de Índice de Ações* [Dissertação de mestrado, Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa].
- Aurélio, C. (2012). *Assimetria na Volatilidade dos Mercados de Ações* [Dissertação de mestrado, Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa].
- Alexander, S. (2002). Estimating and forecasting ARCH models. *Journal of Financial Econometrics*, 1(1), 1-22.
- "BRICS". (novembro de 2023). Countryeconomy.com. Disponível em [countryeconomy.com - Informações econômicas e sociodemográficas].
- Balcilar, M., & Ozdemir, Z. A. (2013). The dynamics of stock price fluctuations in major markets: Evidence from emerging market economies. *Emerging Markets Review*, 15, 64-76.
- Bali, T.G., & Demirtas, O. (2016). Asymmetric and Nonlinear Dependence between Stock Returns and Inflation: Evidence from Nonparametric Causality-in-Quantiles Test. *Finance Research Letters*, 17, 1-10.
- Bates, D. S. (1991). The Crash of '87: Was it Expected? The Evidence from Options Markets. *Journal of Finance*, 46(3), 1009–1044.
- Bekaert, G., & Wu, G. (2000). Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets. *Review of Financial Studies*, 13(1), 1-42.
- Bentes, Sónia – *Sobre a Medição da Volatilidade nos Mercados Bolsistas Internacionais: Evidência dos Países do G7*. Lisboa: Edições Colibri/Instituto Politécnico de Lisboa, 2011. ISBN 978-989-689-124-4.

- Black, F. (1976). Studies in Stock Price Volatility Changes. *Journal of Finance*, 31(2), 177–181.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654.
- Bollerslev, T. (1986). ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence. *Journal of Econometrics*, 52(1-2), 5–59.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.
- Bollerslev, T. (1987). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 55(3), 703–708.
- Brooks, C. (2002). *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge University Press.
- Canina, L., & Figlewski, S. (1993). The Information in Option Volume for Future Stock Prices. *The Review of Financial Studies*, 6(3), 801-826.
- Chou, R.Y. (2015). A Study on Realized Volatility: Evidence from the GARCH Family Models. *Journal of Forecasting*, 34(1), 18-37.
- Christie, A. A. (1982). The Stochastic Behavior of Common Stock Variances: Value, Leverage, and Interest Rate Effects. *Journal of Financial Economics*, 10(4), 407–432.
- Christoffersen, P., & Diebold, F.X. (2014). Financial Asset Returns, Direction-of-Change Forecasting, and Volatility Dynamics. *Management Science*, 60(1), 1-22.
- Day, T. E., & Lewis, C. M. (1992). Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options. *The Journal of Econometrics*, 52(1-2), 267-287.
- Demirer, R., Lien, D., & Shaffer, D. (2017). Comparative Analysis of Volatility Forecasting Performance: A Realized Range Approach. *International Review of Financial Analysis*, 49, 48-59.
- Emenike, K. O. (2018). Asymmetric effects of oil price shocks on exchange rates: New evidence from Nigeria. *International Economics*, 156, 82-97.

ENGLE, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1008.

Engle, R. F. (2004). Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice. *American Economic Review*, 94(3), 405–420.

Fang, L., et al. (2021). Time-varying linkages between stock prices and exchange rates: New evidence from the BRICS countries. *Research in International Business and Finance*, 55, 101355.

Ferreira, D. (2009). *Opções financeiras: Gestão de risco, especulação e arbitragem* (2nd ed.). Lisboa: Edições Sílabo, Lda.

FERREIRA, Domingos – *Instrumentos Financeiros*. Lisboa: Letras e Conceitos, Lda., 2011. 671 pp. ISBN 978-989-8305-21-3.

Francq, C., Zakoïan, J. (2019). *GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. John Wiley & Sons.

Giot, P. (2005). The Informational Content of Asymmetric Volatility: Evidence from the French and German Equity Markets. *Journal of Empirical Finance*, 12(5), 668-689.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801.

"Grupo dos BRICS alargado a mais seis países" (agosto de 2023). RTP.pt. Recuperado de https://www.rtp.pt/noticias/mundo/grupo-dos-brics-alargado-a-mais-seis-paises_a1509342.

Hammoudeh, S. (2007). Shock and volatility transmission in the oil, US and Gulf equity markets. *International Review of Economics & Finance*, 16(3), 357-368.

Hansen, P.R., & Lunde, A. (2005). A Forecast Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a GARCH (1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), 873-889.

Harvey, C. R., & Siddique, A. (2000). Conditional skewness in asset pricing tests. *Journal of Finance*, 55(3), 1263–1295.

Hull, J., & White, A. (1987). The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *The Journal of Finance*, 42(2), 281-300.

Haas, F., & Fernandes, M. (2020). The Asymmetric Impact of Investor Sentiment on Stock Returns: Evidence from a Nonlinear Approach. *Journal of Banking & Finance*, 118, 105889.

International Review of Financial Analysis, 85, 101762. Kling, J. (1985). On the dynamic relation between stock prices and exchange rates. *Journal of International Money and Finance*, 4(2), 215-231.

Jacquier, E., Polson, N.G., & Rossi, P.E. (2004). Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models with Fat-Tails and Correlated Errors. *Journal of Econometrics*, 122(1), 185-212.

Jiang, K., & Ye, W. (2022). Does the asymmetric dependence volatility affect risk spillovers between the crude oil market and BRICS stock markets? *Economic Modelling*, 117, 106046. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2022.106046>

Jiang, Y., Tian, S., & Wu, F. (2022). The Asymmetric Impact of Macroeconomic News on Stock Market Volatility: Evidence from High-Frequency Data. *Finance Research Letters*, 44, 102253.

Jorion, P. (1995). Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market. *Journal of Finance*, 50(2), 507-528.

Jubert, R., Paixão, M., Monte, P., & Lima, W. (2008). Um Estudo do Padrão de Volatilidade dos Principais Índices Financeiros do Bovespa: uma Aplicação de Modelos ARCH. *Revista UnB Contábil*, 11(2), 221-239.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, 47(2), 263–291.

Kang, S. H., et al. (2015). Dynamic spillovers between commodity and currency markets. *Journal of International Money and Finance*, 58, 172-193.

Kling, J. (1985). On the dynamic relation between stock prices and exchange rates. *Journal of International Money and Finance*, 4(2), 215-231.

Lam, K., & Nguyen, T.T. (2021). Asymmetric Volatility and Financial Development: Evidence from Asian Emerging Markets. *Research in International Business and Finance*, 58, 101474.

Lamoureux, C. G., & Lastrapes, W. D. (1993). Forecasting Stock-Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities. *The Review of Financial Studies*, 6(2), 293-326.

Latané, H. A., & Rendleman Jr, R. J. (1976). On the Pricing of Call Options and the Estimation of Expected Option Returns. *The Journal of Financial Economics*, 3(4), 319-339.

Liu, Z., Ma, Y., & Shi, J. (2023). The Role of Institutional Investors in Asymmetric Volatility: Evidence from a Panel Data Analysis. *Pacific-Basin Finance Journal*, 68, 101610.

Malik, F., & Ewing, B. T. (2009). Volatility transmission between oil prices and equity sector returns. *International Review of Financial Analysis*, 18(3), 95-100.

Malik, F., & Hammoudeh, S. (2007). Shock and volatility transmission in the oil, US and Gulf equity markets. *International Review of Economics & Finance*, 16(3), 357-368.

Morettin, P. A. (2004). *Análise de séries temporais*. São Paulo: Editora Edgard Blücher.

Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2), 347-370.

Nelson, D.B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 59(2), 347-370.

O'Neill, J. (2001). Building Better Global Economic BRICs. Goldman Sachs Global Economics Paper, No: 66.

"Países Emergentes". (setembro de 2023). Disponível em <https://brasilecola.uol.com.br/geografia/paises-emergentes.htm>.

"Volatilidade: qual a sua importância e como calcular". (novembro de 2023). Status Invest. Disponível em <https://statusinvest.com.br>. Novembro de 2023.

- Pan, J. (2002). The Jump-Risk Premia Implicit in Options: Evidence from an Integrated Time-Series Study. *Journal of Financial Economics*, 63(1), 3–50.
- Pearson, K. (1895). Contributions to the mathematical theory of evolution. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 186, 71-110.
- Pinho, C., & Tavares, S. (2005). *Análise Financeira e Mercados*. Lisboa: Áreas Editora, SA. ISBN 972-8472-89-7.
- Ramos, S. (2015). *Assimetria na Volatilidade dos Principais Índices Bolsistas de Portugal, Itália, Grécia e Espanha: um estudo comparativo* [Dissertação de mestrado, Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa].
- Rapach, D. E., Ringgenberg, M. C., & Zhou, G. (2016). Short Interest and Aggregate Stock Returns. *Journal of Financial Economics*, 121(1), 46-65.
- Salisu, A., & Gupta, R. (2020). Oil shocks and stock market volatility of the BRICS: A GARCH-MIDAS approach. *Global Finance Journal*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/347942404_Volatility_Modelling_of_the_BRICS_Stock_Markets
- Schamalense, W., & Trippi, R. R. (1978). Option Pricing in Incomplete Markets. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13(2), 217-229.
- Schwert, G. W. (1989). Why Does Stock Market Volatility Change Over Time? *Journal of Finance*, 44(5), 1115–1153.
- Shiller, R.J. (1981). O uso de medidas de volatilidade na avaliação da eficiência de mercado. *Journal of Finance*, 36, 290-304.
- Terra, F. D., & De Conti, D. (2019). O banco dos BRICS e seus desdobramentos sobre as assimetrias do sistema monetários e financeiro: apreciações preliminares. *Geosul Florianópolis*, 34(70), 13-33.
- Tsay, R. S. (2005). *Financial Econometrics: Methods and Models*. Wiley.

Wen, Y., et al. (2020). The dynamic relation between stock prices and exchange rates: evidence from BRICS countries. *International Review of Economics & Finance*, 65, 18-33.

Xekalaki, E., & Degiannakis, S. (2010). ARCH Models for Financial Applications. Wiley Series in Probability and Statistics.

Zakoian, J.M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5), 931-955.

Zheng, X., & Wang, Y. (2024). Dynamic Dependence and Asymmetric Volatility Spillover between Cryptocurrency and Traditional Financial Markets.