



O computador na sala de aula

Elvira Santos, Escola Básica 2,3 Álvaro Velho

Margarida Rodrigues, Escola Básica 2º e 3º Ciclos de Bocage

Introdução

Colegas de turma do Curso de Mestrado em Informática e Educação, além da amizade, une-nos a semelhança de concepções acerca da aprendizagem da Matemática. Enquanto docentes de Matemática, preocupamo-nos em fazer das nossas aulas espaços em que os alunos se sintam envolvidos e que façam *sentido* das suas experiências. A aprendizagem da Matemática parece estar portanto intrinsecamente associada a um processo de participação social e de envolvimento na actividade matemática. A utilização do computador na sala de aula pode constituir um meio de envolver os alunos ao permitir que os diferentes conceitos matemáticos sejam gradualmente construídos através da experimentação mediada pelo computador. A utilização dos computadores na educação matemática acompanhada de tarefas propostas pelo professor de cariz exploratório e investigativo traz implicações a diversos níveis, nomeadamente, nas aptidões a valorizar, na importância relativa dos diferentes conteúdos programáticos no currículo de Matemática, nos métodos utilizados pelos professores nas suas aulas, e até nas atitudes dos alunos relativamente a esta disciplina. Pereira (1994) aponta como algumas das mudanças introduzidas pela utilização da tecnologia na educação o facto de os estudantes se tornarem mais envolvidos e comprometidos na sua própria actividade de aprendizagem, e ainda, o facto de a função expositiva do professor se alterar para a de facilitação e acompanhamento. O professor deverá incidir a sua atenção na organização e sistematização dos saberes e na gestão do ambiente de aprendizagem.

Estivemos juntas na fase da recolha de dados do estudo de uma de nós, da Margarida, uma vez que a mesma decorreu na sala de aula de Matemática de uma turma de 8º ano da Elvira, sendo portanto também participante no referido estudo.

Na nossa comunicação damos a conhecer alguns dos resultados dessa investigação, contextualizando-os na sala de aula de Matemática. A Elvira apresenta os fundamentos pedagógicos, enquanto professora participante no estudo, relativamente à sua opção de utilização do computador nas suas aulas de Matemática, enquadrando os mesmos no domínio mais vasto da sua cultura profissional. A Margarida apresenta algumas das características da actividade matemática dos alunos relacionando-as com a especificidade do *software* utilizado.

Objectivos do Estudo

O estudo apresentado nesta comunicação teve como objectivo analisar o significado matemático, construído pelos alunos, em interacção social, focando a utilização do computador, e atendendo aos seguintes aspectos inter-relacionados: (a) a relação entre o sentido conferido à Matemática e o mundo experiencial dos alunos; (b) o papel do computador como instrumento mediador; e (c) a relação entre as interacções sociais e a construção do significado matemático.

Algumas Ideias Teóricas

A aprendizagem da Matemática é vista como um fenómeno situado. Como o contexto escolar joga um papel fundamental, não é possível separar a actividade, as pessoas que actuam – e respectivas interacções – e os artefactos que medeiam essa acção. Todas estas dimensões estão intrinsecamente ligadas entre si.

Ao considerar o papel dos computadores na sala de aula de Matemática, deve-se primeiro olhar para a actividade matemática mediada por este instrumento neste contexto específico. Lesh (1985) atribuiu ao computador o papel de *amplificador conceptual* uma vez que aquele amplifica a capacidade de reformular os conceitos matemáticos, no sentido de se obter uma maior compreensão dos mesmos. Ao permitir a disponibilidade dos alunos para processos cognitivos de ordem superior, libertando-os de tarefas mecânicas (automáticas), este instrumento deixa espaço para o desenvolvimento de processos reflexivos em torno das actividades, possibilitando um refinamento dos próprios processos de pensamento. A ênfase dada ao pensamento conceptual em detrimento dos aspectos do trabalho em Matemática que podem ser feitos rapidamente pelos computadores constitui uma das mudanças, apontada por Fey (1991) e Ball, Higgs, Oldknow, Straker, e Wood (1991), ao nível dos objectivos de conteúdos/processos, sugerida pela tecnologia. De igual forma, Pereira (1994) refere que certas aptidões, como a competência algorítmica, perdem importância e outras passam a ser necessárias, como a de manipulação de modelos. Podemos portanto considerar que a utilização da tecnologia pode servir o objectivo último da educação matemática de desenvolvimento do pensamento e do raciocínio matemáticos.

A natureza qualitativa da Matemática varia em função do tipo de ambiente em que é explorada. Diferentes peças de *software* influenciam diferentes maneiras de trabalhar a Matemática. Por exemplo, a construção de uma figura geométrica no ambiente dinâmico do *Cabri* é nitidamente diferente de uma construção geométrica feita em *Logo* ou *Basic*. Cada um dos ambientes suscita uma série de acções, e está caracterizado por aquilo que se pode ou não fazer, ou seja, está caracterizado por uma determinada maneira específica e particular de trabalhar. Daí que cada um destes ambientes constitua um *micromundo*.

Um micromundo comporta realidades artificiais correspondentes a um modelo teórico. Além dos objectos próprios do micromundo, sobre os quais se pode agir, é possível criar-se novos objectos, e todos eles possuem um comportamento regulado pela teoria subjacente ao modelo (Laborde, 1997). Assim, um micromundo é caracterizado pelas suas leis (regras) guiadas pelos imperativos matemáticos que determinam quais as acções possíveis, e ao mesmo tempo que constroem a actividade também a estimulam. Nos micromundos, “além de uma densidade de fenómenos observáveis – teoremas potenciais – parece que as ocorrências mais salientes ... se encontram correlacionadas com bons, investigáveis e solúveis problemas.” (DiSessa, 1987, p. 65, citado em Hoyles, 1992, p. 172).

Um micromundo como o *Cabri-Géomètre* permite construir figuras geométricas, no âmbito da geometria euclidiana, manipulá-las directamente com o rato, sem que se alterem as suas propriedades e relações, desde que tenham sido construídas com o recurso à descrição explícita dessas mesmas propriedades e relações. Os objectos do micromundo, mesmo quando manipulados, apresentam uma certa autonomia relativamente ao utilizador (Laborde, 1997), que lhes advém da teoria subjacente ao modelo desse mesmo micromundo. O que é invariante numa figura ressalta da



transformação dinâmica a que ela é sujeita no ecrã do computador, pondo em evidência a relação entre os objectos matemáticos.

Os ambientes computacionais dinâmicos facilitam a experimentação e a interacção entre dedução e indução, na elaboração e no teste de conjecturas. Promovem a experimentação em muitos casos, e o seu dinamismo gerador de inúmeros exemplos poderá levar à investigação das propriedades que se mantiveram invariantes ao longo das sucessivas transformações sofridas pelos objectos matemáticos.

De acordo com Veloso (1995), o *software* do tipo do *Cabri* conduz à necessidade de demonstração – no sentido de compreensão da razão por que é verdadeira uma dada afirmação – das descobertas que os alunos forem fazendo, sendo por este motivo “particularmente apropriado para apoiar um ensino renovado da geometria.” (p. 58).

Hanna (1996) considera que a prova, quando utilizada na sala de aula de Matemática, constitui um “argumento transparente” ao apresentar claramente todas as regras de raciocínio e, no sentido em que estabelece uma validade proveniente de si própria e não de uma autoridade externa, é intrinsecamente “anti-autoritária”. Ela está aberta ao criticismo e “transmite aos estudantes a mensagem de que eles podem raciocinar por si próprios, de que eles *não* precisam de se submeter à autoridade” (p. 31).

Yackel e Cobb (1994, referidos por Garnica, 1996) defendem que as provas desenvolvidas em contexto de sala de aula devem ser essencialmente explicativas, e que deverão decorrer da prática de argumentação, de comunicação (oral e/ou escrita) das diferentes ideias dos alunos, e de partilha, por intermédio de interacções sociais, de diferentes métodos encontrados na resolução de um problema ou de diferentes caminhos percorridos pelos alunos na procura de uma solução. Também Hanna (1996) defende a utilização da prova, na sala de aula, como um instrumento crucial de justificação matemática.

Opções Pedagógicas da Professora Participante

As culturas de ensino expressam-se nas crenças relacionadas com o trabalho (como agir apropriadamente e quais os aspectos recompensadores do ensino) no saber partilhado pelos professores que lhes permite tornar possível a sua profissão. Segundo Ost (1991), *cultura* é tudo o que uma pessoa sabe e acredita, permitindo-lhe por isso ser aceite ou não por aqueles que a rodeiam. Definir cultura de ensino é portanto algo de difícil pela diversidade que abrange. No entanto, pode ajudar a conhecer melhor a vida de uma escola no que diz respeito às posições sustentadas por grupos de professores e às actividades que desenvolvem. Para Erickson (1991, p.2) cultura é entendida “não como comportamento mas sim como um enquadramento interpretativo para dar sentido ao comportamento”.

No que diz respeito ao conteúdo das culturas de ensino, Hargraves (1995, p.165) refere que estas “compreendem crenças, valores, hábitos e caminhos assumidos de fazer coisas em comunidades de professores que tenham trabalhado com questões similares ao longo de vários anos”. Por isso, é possível conhecer o conteúdo de uma cultura de ensino através daquilo que os professores pensam, dizem e fazem.

Relativamente à utilização do computador na sala de aula aqui retratada nesta investigação, e que pretendia estudar os Lugares Geométricos numa turma do 8º ano, parece importante, por isso, dar a conhecer quais são as crenças, os valores e os caminhos assumidos pela professora participante. Assim, é de referir que utilizar o computador na prática lectiva implica, para ela, uma postura de análise constante do

trabalho desenvolvido, de modo a permitir um aperfeiçoamento e desenvolvimento profissional. O contacto com outros professores, também utilizadores do computador, é um recurso do qual não abdica para ajudar a elaborar novas experiências envolvendo o currículo e o computador. Na sua postura profissional, o erro é sempre aproveitado para desenvolver novas experiências. É importante que o professor se habitue a experimentar novos métodos sem receio de fracassar.

Será de salientar alguns pressupostos que a orientam na procura dessas novas experiências e na melhoria das realizadas. O computador é usado com a intenção de:

- proporcionar uma maior actividade por parte dos alunos na aula de Matemática;
- usar ao máximo as informações que os alunos possuem para a aprendizagem de novos sabres;
- proporcionar o desenvolvimento de um raciocínio lógico;
- usar a linguagem escrita e a discussão de opiniões para clarificar e construir conceitos;
- desenvolver momentos destinados à avaliação com cariz diferente do habitual e que permitem recolher elementos mais precisos acerca daquilo que os alunos sabem e fazem.

Para além destes princípios orientadores que a professora sente como sendo aqueles que a fazem continuar a tentar novas experiências e a não desistir quando por vezes não corre tão bem como desejado, existem algumas preocupações que foram tidas em conta na elaboração das tarefas propostas aos alunos. Em todas as fichas distribuídas aos alunos existia uma relação muito estreita com todo o trabalho desenvolvido por intermédio do *Cabri*. Pretendia-se que fossem os alunos a construir todo o processo e, por isso, todas as informações fornecidas eram as estritamente necessárias à aquisição de uma linguagem matemática e aos conhecimentos imprescindíveis à progressão da descoberta.

Na metodologia utilizada na sala de aula, foi sempre dada uma especial ênfase à discussão das diferentes opiniões dos alunos em espaço turma, contribuindo a mesma para a construção dos diversos conceitos abordados e também para o desenvolvimento de competências essenciais à formação do indivíduo, como sejam, a capacidade de comunicar e de cooperar com os outros.

Metodologia

Os participantes envolvidos no estudo empírico foram quatro estudantes trabalhando em grupo e a professora de uma turma do 8º ano de escolaridade. A metodologia adoptada tem um natureza interpretativa. A unidade de análise constitui a actividade matemática dos alunos em situação de sala de aula.

A investigadora assumiu o papel de observadora participante tentando não exercer controlo sobre os acontecimentos e os comportamentos. As actividades foram desenvolvidas de acordo com a planificação feita pela professora, sem qualquer tipo de intervenção experimental por parte da investigadora, tratando-se portanto de uma observação naturalista. As observações incidiram em todas as aulas dedicadas ao estudo dos “Lugares Geométricos”, num total de doze aulas. As aulas observadas estavam integradas num Projecto de Área-Escola no qual o estudo da unidade didáctica referida atrás se relacionava com a construção de narrativas na disciplina de Português motivada



pela lenda alusiva ao Castelo de Almourol. O desenvolvimento das actividades matemáticas foi feito com o recurso ao *Cabri-Géomètre*.

Os dados foram colhidos através de: (a) registo vídeo das actividades matemáticas dos estudantes; (b) notas de campo feitas pela investigadora; (c) registo vídeo das entrevistas semiestruturadas feitas a cada um dos quatro alunos; e (d) análise documental do trabalho feito pelos alunos e dos registos escritos e em vídeo.

Apresentação e Discussão de alguns Resultados

Serão descritos analiticamente, de uma forma sucinta, três episódios ilustrativos da actividade matemática dos alunos, mediada pelo *Cabri*, relativamente à formulação, teste, justificação e prova de conjecturas e asserções matemáticas.

Primeiro episódio

Os alunos tinham traçado um segmento de recta com o *Cabri* e a respectiva mediatriz. Tratava-se da aula em que tomavam contacto pela primeira vez com o objecto matemático *mediatriz*. À questão da ficha de trabalho “Assinala três pontos que se encontrem à mesma distância dos extremos do segmento de recta em questão”, os alunos colocaram os três pontos na mediatriz. Na questão seguinte – “Regista como procedeste para validar a escolha desses pontos.” – a Ana e a Carla tinham respondido por escrito: “Porque a mediatriz encontra-se sempre à mesma distância de A e de B”.

Investigadora - E como é que têm a certeza que está sempre à mesma distância?

Ana - Porque a mediatriz marca o centro. Divide o segmento em duas partes. Em duas partes iguais. Se é duas partes iguais, o segmento (*imperceptível*) tem que ser à mesma distância.

Passados uns instantes, a professora veio até junto delas e interveio, apelando à necessidade de provarem matematicamente a sua asserção.

Professora - Já têm três pontos. (...) Portanto, vocês aqui fizeram, intuitivamente, não é? Os três pontos. Agora eu peço, na três, para vocês registarem como é que procederam para validar a vossa escolha. Validar, vocês sabem o que significa... Dar valor, ter a certeza, não é? Então, como é que vocês têm a certeza que os pontos que vocês escolheram...

Ana - Porque a gente colocou na mediatriz. E a mediatriz está situada no centro. Está sempre à mesma distância de A e de B.

Professora - Sim... está bem. Pronto. Só que... eu quero que vocês me mostrem aqui... com o computador, que essa vossa escolha é a correcta. Por exemplo, vamos supor... eu não sei nada de matemática, chego aqui ao pé de ti, sou uma pessoa qualquer, não sou professora, não sou deste ano, não sei o que é. E tu dizes-me assim. “Eu pus na mediatriz porque ali é o lugar que está à mesma distância”. E eu digo: “Mas por que é que vocês acham que aquele lugar está à mesma distância?” E tu vais-me provar, através do *Cabri*, que aquela tua informação é a informação correcta. Como é que tu provas isso?

Ana - Tirando a medida das rectas.

Professora - Por exemplo!... Então vá! Medida de quê? O que é que vocês vão unir para depois...



Ana - A medida dos pontos... vamos traçar aqui um segmento para...
Professora - Pronto, então é isso que vocês vão fazer. Vão fazer todo o processo de validação da vossa escolha.

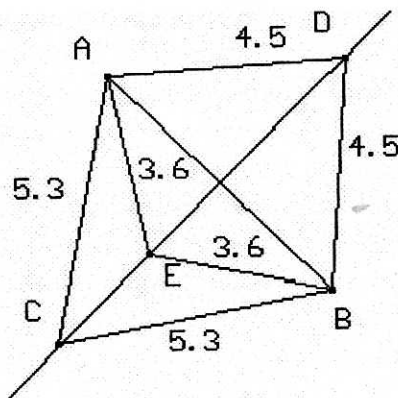


Fig. 1 - Aspecto final do trabalho depois de criados e medidos os segmentos

Foi necessária a intervenção da professora para que as duas alunas criassem os segmentos e os medissem. A validação é, deste modo, um processo externo, virado para os outros: vou provar aos outros que aquilo que creio e compreendo é verdade, que as minhas afirmações merecem credibilidade. Este pequeno excerto apresenta duas fases distintas. Na primeira, o discurso da professora está orientado para a certeza pessoal das próprias alunas, e aí não há qualquer réstia de dúvida: elas têm a certeza de serem aqueles os pontos porque “a mediatriz está situada no centro”. Trata-se de um saber intuitivo, baseado na percepção visual da mediatriz disponibilizada pelo *Cabri*, e legitimado pela *professora*. Aliás, esta justificação, de cariz teórico, encerra uma compreensão da *mediatriz* que explicita a generalização da equidistância dos três pontos relativamente aos extremos do segmento para todo e qualquer ponto da mediatriz. É portanto uma justificação mais abrangente do que a prova empírica da equidistância dos três pontos assinalados (já que as alunas não fizeram aqui qualquer experiência de arrastamento). Na segunda fase, a professora orienta o discurso para uma hipotética terceira pessoa que nada percebe do assunto, e que só aceita aquela afirmação matemática se lhe provarem que é verdadeira.

A professora, aqui, negocia explicitamente a natureza da Matemática como uma ciência que exige provas da sua validade. Portanto a professora personifica a cultura matemática e transmite-a aos seus alunos quando ela tenta conduzi-los a uma prática matemática que valorize a noção de validação.

Segundo episódio

Depois de construído o primeiro triângulo e da observação do cruzamento das mediatrizes de cada um dos seus lados, a Ana e a Carla ficam perplexas perante a questão da ficha de trabalho “Terá sido um acaso?”.

Ana - Stora, isto é um acaso, não é? Isto é um acaso?

A investigadora faz uma expressão facial de quem não quer responder.

Ana - Então como é que a gente vai fazer para descobrir isso?

(...)



Investigadora - Neste caso, elas cruzaram-se, não foi? Num ponto... Agora vamos ver noutros casos... Experimentar outros casos... a ver se isso também acontece ou se não.

A investigadora afasta-se. A Ana constrói outro triângulo e traça as mediatrizes.

Ana - Não, não. Então diz que não foi um acaso. (...) Agora como é que a gente vai explicar isso?

E a preocupação da Ana é com a **prova**. Como explicar, como provar que este facto não é um acaso e que é verdadeiro para todos os casos, como generalizar uma dada situação?

Ela interroga-se e ambas se entreolham. A Ana pensa algum tempo sobre a questão até que a investigadora se aproxima, chamada pela Carla.

Ana - Como é que a gente agora prova?

A investigadora não responde directamente à questão colocada e, vendo que os dois triângulos construídos são acutângulos, incentiva-as a fazer arrastamentos com o rato para modificarem um dos triângulos. Entretanto, obtêm, por arrastamento, um triângulo obtusângulo.

Ana - Já não se cruzam.

Investigadora - Já não se cruzam?

Ana - Não. (*dita para a Carla escrever na ficha*) Então foi um acaso.

A investigadora chama a atenção das alunas para as mediatrizes do triângulo obtusângulo.

Investigadora - Estão-se a cruzar ou não se estão a cruzar?

Ana - Não. Estão cá fora.

Investigadora - Ah! Estão-se a cruzar fora do triângulo (*a Ana acena afirmativamente com a cabeça*), mas continuam a cruzar-se ou não? (...)

Ana - Continuum.

Investigadora - Continuum. Agora pode acontecer é que saia fora do triângulo, não é verdade?

Ana - Sim. Agora como é que a gente prova?

Investigadora - É só dizer o que é que fizeram. Construíram outro triângulo e agora experimentaram dar outras formas ao triângulo. É escrever isso que fizeram. Podem ainda fazer mais modificações e continuam a ver...

Depois de chegarem a acordo no que respeita ao facto de as mediatrizes se encontrarem cruzadas, embora o circuncentro desse triângulo se encontrasse fora do mesmo, a motivação da Ana para a prova persiste: "Sim. Agora como é que a gente prova?" mesmo com a legitimação dada anteriormente pela investigadora "Continuum.". A resposta que a investigadora lhe dá situa-se num nível empírico e, se esta resposta poderia satisfazer o objectivo de cumprir uma dada tarefa escolar, não satisfaz, porém, as necessidades cognitivas da Ana de querer perceber por que é que ocorre um determinado fenómeno matemático. Em suma, não responde às preocupações da Ana relativamente à prova, por as mesmas não se encontrarem num nível empírico, mas sim, num nível superior de teorização, respeitante à inclinação das mediatrizes. A observação desse fenómeno no ecrã não lhe é suficiente para compreender onde residem as razões explicativas nem para lhe permitir, por si só, fazer uma generalização. Ou seja, ela própria não se convence da concorrência das mediatrizes dos lados de um triângulo unicamente baseada em percepções visuais, pela exposição a diversos exemplos gerados pelo computador.

A Ana aceita a sugestão da investigadora, e apoiada no seu saber de professora, ao qual confere um estatuto de poder e autoridade, generaliza a situação: “As mediatrizes de um triângulo cruzam-se sempre”.

Neste episódio, a Ana está motivada para a prova, num primeiro nível, de procura de veracidade, e também num segundo nível, de fundamentação dessa verdade (validação).

Terceiro episódio

Este episódio ocorre logo a seguir ao segundo episódio descrito atrás, na mesma aula. A Ana lê em silêncio a questão da ficha de trabalho: “Relaciona a colocação do ponto de encontro das mediatrizes com a altura do triângulo”. Faz um arrastamento com o rato, olhando atentamente para o ecrã, enquanto a Carla olha para o lado, e então, começa a ditar a resposta à referida questão.

Ana - Mete aí. Porque é sempre proporcional... (*volta a olhar para o ecrã*) (...) Conforme a altura aumenta, também o ponto de encontro... também se move ficando sempre no mesmo lugar... em relação à altura.

No momento em que lê a questão, a Ana faz uma interpretação muito pessoal da mesma, e ao sentir uma motivação intrínseca para o arrastamento, formula uma conjectura, da qual se sente segura e certa quanto à sua veracidade, pela evidência colhida da experimentação feita e observada no ecrã, e generalizada mentalmente. Ela imprime um novo direccionamento a esta questão, transpondo-a para um nível superior explicativo de factos observados e descritos anteriormente num nível mais concreto.

Eis a sua conjectura, enunciada por outros termos: a altura de um triângulo é proporcional ao comprimento do segmento cujos extremos são o circuncentro desse triângulo e o ponto médio da base do mesmo. Quando a Ana refere que “conforme a altura aumenta o ponto de encontro também se move ficando sempre no mesmo lugar em relação à altura”, ela levanta a hipótese de que a distância entre o circuncentro e o vértice arrastado ao longo do ecrã se mantém inalterável, por lhe parecer que existe um acompanhamento simultâneo de movimentos: o do vértice e o do circuncentro. Existe nesta conjectura a ideia de funcionalidade subjacente ao *Cabri*. O conceito de função está intimamente ligado à imagem, isto é, ao conjunto de percepções visuais obtido pela exploração dinâmica do *Cabri*.

Será interessante notar que a necessidade de fazer transformações dinâmicas, usando o *Cabri*, surge intimamente associada à formulação da conjectura. Trata-se de uma conjectura a respeito da qual a Ana não sente qualquer dúvida, e por isso, ela é formulada como uma conclusão que não necessita de ser validada.

Algumas conclusões

Existe alguma evidência empírica de que os alunos sentem motivação para a prova matemática quando ainda não atingiram o primeiro nível dessa motivação, que é o da certeza da veracidade de uma determinada afirmação matemática, sendo que esta incerteza conduz os alunos à progressão para o nível seguinte: o da validação, isto é, o da fundamentação dessa verdade (constituindo, neste caso, um processo interno que tenta satisfazer um motivo cognitivo individual de pesquisa dos fundamentos teóricos de um dado fenómeno, encarado na forma de uma generalização).



A certeza da veracidade de uma dada conjectura provém da legitimação dada pela professora e/ou da compreensão alcançada no desenvolvimento da actividade. Quando os alunos estão certos da veracidade das conjecturas que formulam, estas não são encaradas como hipóteses, mas sim como explicações (com carácter definitivo) de fenómenos matemáticos, das quais não têm qualquer dúvida, e por isso, nem lhes ocorre a possibilidade de as testar.

A validação é, por conseguinte, sentida como dispensável, pelos alunos, quando a mesma não responde a um motivo cognitivo pessoal ou a um motivo social de argumentação com um colega (um *outro* real com quem se interage, na sala de aula, e não um *outro* hipotético, inexistente no contexto da aula de Matemática). Nesta situação, em que os alunos não se sentem motivados para a prova, é a professora que negoceia, na sala de aula, com os seus alunos, a valorização da validação como um dos aspectos específicos da cultura matemática, já que a Matemática, enquanto ciência, contempla a exigência de provas da validade dos seus resultados. Através do seu discurso, a professora conduz os seus alunos à validação das suas asserções matemáticas, a qual constituirá, neste caso, um processo externo, virado única e exclusivamente para os outros (numa dimensão hipotética, fora do âmbito da sala de aula).

Parece possível inferir-se dos resultados do estudo que quando a motivação para a prova se situa num nível cognitivo teórico, não basta a exposição a múltiplos exemplos gerados pelo computador (num nível empírico) para compreender a razão por que ocorre um dado fenómeno matemático (como seja o caso da concorrência das mediatrizes de um triângulo), e portanto fazer uma generalização.

Referências

- Ball, D., Higgs, J., Oldknow, A., Straker, A., & Wood, J. (1991). A Matemática contará? *Cadernos de Educação e Matemática*, 2, 81-112. (Trabalho original em inglês publicado em 1987)
- DiSessa, A. (1987). Artificial worlds and real experience. In R. W. Lawler e M. Yazdani (Eds.), *Artificial intelligence and education, volume one: Learning environments and tutoring systems*. Norwood, Nova Jersey: Ablex Publishing Corporation.
- Erickson, F. (1991). Conceptions of School Culture: Na Overview. In *Current Perspectives On The Culture Of Schools*. Ed. Nancy B. Wyner. Brookline Books.(1-12).
- Hanna, G. (1996). The ongoing value of proof. In L. Puig e A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1*, 21-34. Valência (Espanha): Universidade de Valência.
- Hargreaves, A. (1995). *Changing Teachers, Changing Times*. London Cassel.
- Hoyles, C. (1992). Computer-based microworlds: A radical vision or a Trojan mouse? In D. Robitaille, D. Wheeler e C. Kieran (Eds.), *Selected lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education*, 171-182. Montreal (Canadá).

- Laborde, C. (1997). La géométrie et les figures dynamiques à l'écran de l'ordinateur: Passages d'un monde à l'autre. In A. M. Boavida, A. Domingos, J. M. Matos e M. Junqueira (Eds.), *Aprendizagens em Matemática*. Lisboa: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Lesh, R. (1985). Conceptual analyses of mathematical ideas and problem solving processes. In L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the 9th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 73-96. University of Utrecht.
- Ost, D. (1991). The Culture of Teaching: Stability and change. In *Current Perspectives On The Culture Of Schools*. Ed. Nancy B. Wyner. Brookline Books. (79-93).
- Pereira, D. C. (1994). A reforma perspectivada segundo as novas tecnologias. *Revista de Educação*, Vol. 4, 1/2, 153-162.
- Veloso, E. (1995). Software dinâmico: Uma abordagem estimulante no ensino da geometria. In Associação de Professores de Matemática. *Actas do ProfMat 95*, 53-64. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1994). *The development of young children's understanding of mathematical argumentation*. Hammond: Purdue University.