# A discussão de diferentes resoluções de um problema numa abordagem de ensino exploratório da matemática[1]

**Raquel Silva* e Margarida Rodrigues****

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa

p.raquel_silva@outlook.pt*, margaridar@eselx.ipl.pt**

**RESUMO**

Este artigo apresenta um estudo realizado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo. A investigação teve como objetivo analisar o modo mais vantajoso de selecionar e sequenciar as apresentações dos alunos e saber o impacto da fase de discussão no desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas. Seguiu-se uma metodologia de natureza qualitativa e foram usadas como técnicas de recolha de dados a observação participante e a análise documental. A investigação permitiu concluir que (i) na orientação das discussões, a professora estagiária selecionou as resoluções que permitissem clarificar ideias matemáticas importantes e sequenciou-as de modo a favorecer a compreensão, por todos, do que era discutido, e (ii) a fase da discussão conduziu à sistematização das ideias, conceitos ou procedimentos visados nos objetivos da aula. Por seu lado, os alunos foram levados a esclarecer os seus conhecimentos intuitivos e a refletir em conjunto, contribuindo para a clarificação das ideias dos colegas.

Palavras-chave: Ensino exploratório da matemática; discussão matemática; resolução de problemas.

**INTRODUÇÃO**

O ensino exploratório baseia-se numa perspetiva construtivista da aprendizagem, fundamentando-se na conceção de que os alunos constroem o seu conhecimento matemático partindo dos seus conhecimentos intuitivos e desenvolvendo-os através de atividades desafiantes que são discutidas com colegas e professor (Bishop & Goffree, 1986; NCTM, 2008; Ponte, 2010). A planificação das aulas pelo professor é essencial para favorecer a aplicação de conhecimentos prévios dos alunos e a reflexão sobre esses conhecimentos. Assim, o professor deve escolher intencionalmente as tarefas a propor e

[1] Veja-se neste mesmo volume o artigo *O desenvolvimento da consciência linguística num 1.º ano de escolaridade*, cuja investigação foi desenvolvida com o mesmo grupo de participantes do presente estudo, no contexto da Prática de Ensino Supervisionada.

o modo como vai promover e organizar a discussão das ideias matemáticas dos alunos (Canavarro, 2011; Ponte, 2005; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008).

Dada a importância da partilha e discussão das diferentes resoluções dos alunos, considerou-se relevante investigar os benefícios da fase de discussão no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos estudantes e ainda a importância da estruturação desta fase pelo professor.

Assim, definiu-se como objetivo da investigação compreender como se organizam as discussões, no âmbito do ensino exploratório da matemática, e qual o seu impacto na capacidade de resolução de problemas dos alunos. Para concretizar este objetivo, foram definidas duas questões: (1) Como são selecionadas e sequenciadas as apresentações dos alunos?, e (2) Que influência têm as discussões no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos? Este artigo centrar-se-á na primeira questão.

## ENSINO EXPLORATÓRIO DA MATEMÁTICA

O ensino exploratório da Matemática tem por base a ideia de que a Matemática é uma atividade, mais do que um conhecimento previamente construído e acumulado aditivamente (Ponte, 2010). Assume-se, portanto, que aprender matemática é sobretudo fazer matemática (NCTM, 2008), derivando a aprendizagem da atividade desenvolvida pelos alunos e da reflexão que fazem sobre essa atividade (Bishop & Goffree, 1986).

Assim, o ensino exploratório da matemática baseia-se no pressuposto de que os alunos aprendem a partir da resolução de tarefas desafiantes que fazem emergir, de forma significativa, ideias, conceitos e procedimentos matemáticos, que são discutidos, clarificados e sistematizados coletivamente (Canavarro, 2011; Ponte, 2005; Stein et al., 2008). Ao realizar as tarefas, os alunos veem-se na necessidade de interpretar a situação e adotar estratégias para chegar à resposta, o que promove a construção e aprofundamento das suas ideias matemáticas (Ponte, 2010). Deste modo, desenvolvem também capacidades matemáticas como a resolução de problemas, visto que não dispõem inicialmente de um método de resolução das tarefas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática (Canavarro, 2011; Stein & Smith, 1998).

De acordo com diversos autores (Canavarro, 2011; Canavarro et al., 2012; Oliveira et al., 2013), as aulas de ensino exploratório podem estruturar-se em quatro fases, sendo estas a i) Introdução da tarefa, ii) Realização da tarefa, iii) Discussão da tarefa, e iv) Sistematização das aprendizagens. Importa referir que, em todas as fases da aula, as ações do professor têm essencialmente como intenção (1) promover as aprendizagens matemáticas e (2) gerir o funcionamento da aula e o grupo de alunos (Oliveira et al., 2013).

Na primeira fase, ocorre a leitura e interpretação do enunciado da tarefa, a qual deve ser clara de modo a garantir que os discentes dela se apropriem, compreendam o que é pedido, de que meios dispõem para realizar o trabalho e se sintam desafiados e, consequentemente, motivados (Canavarro, 2011; Canavarro et al., 2012; Oliveira et al., 2013; Ponte, 2005, 2010). Pretende-se essencialmente garantir que os alunos interpretem o enunciado, sem reduzir o seu nível cognitivo ou uniformizar as suas estratégias (Anghileri, 2006; Stein & Smith, 1998).

Na fase de realização da tarefa, os alunos trabalham autonomamente, geralmente em grupos ou a pares. Nesta fase, os alunos devem discutir e partilhar ideias para chegar a um consenso, e ainda registar os seus procedimentos e conclusões (Ponte, 2010). O docente deve verificar que todos os alunos colaboram de forma produtiva na tarefa. É também fundamental que o professor mantenha a exigência cognitiva da tarefa (Stein & Smith, 1998). Para tal, deve recorrer ao questionamento e evitar a validação dos raciocínios e conclusões dos alunos, procedimento que poderia anular os benefícios da tarefa para a aprendizagem (Anghileri, 2006; Canavarro et al., 2012; Oliveira et al., 2013; Ponte, 2010). Simultaneamente, deve averiguar se os grupos estão a efetuar registos que apoiem a sua apresentação (Canavarro, 2011; Canavarro et al., 2012; Oliveira et al., 2013; Stein et al., 2008).

Na fase de discussão da tarefa, o principal objetivo é comparar e confrontar estratégias e ideias matemáticas dos alunos (Canavarro, 2011; Canavarro et al., 2012; Ponte, 2010). Nesse sentido, este momento acontece em grande grupo para favorecer a discussão das resoluções (selecionadas e sequenciadas previamente pelo professor de acordo com a sua ordem de complexidade, o tipo de representação usada ou a proximidade à ideia/procedimento a sistematizar, por exemplo) (Canavarro, 2011; Canavarro et al., 2012; Oliveira et al., 2013).

Nesta discussão, o docente desempenha um importante papel, embora não seja o protagonista, ao gerir as intervenções dos alunos e promover a sua qualidade matemática (Canavarro et al., 2012). Deve ainda fomentar a discussão em torno da eficácia matemática das estratégias usadas, com base na sua comparação e através da inquirição de todos os alunos (Oliveira et al., 2013). O docente tem, então, de orientar a turma de modo a fazer emergir e clarificar as ideias matemáticas subjacentes à tarefa (Anghileri, 2006; Nathan & Knuth, 2003; Oliveira et al., 2013).

Por último, a fase de sistematização das aprendizagens matemáticas consiste essencialmente no momento de institucionalização da(s) aprendizagem(ns) matemática(s) visada(s) pelo professor, pelo que deve surgir na sequência do trabalho desenvolvido na realização da tarefa e na discussão (Canavarro, 2011; Canavarro et al., 2012; Ponte, 2010). Deste modo, constitui uma "importante oportunidade de aprendizagem matemática para todos os alunos em sala de aula" (Canavarro et al., 2012, p. 261). Nesta fase, o professor assume um papel mais diretivo para clarificar e institucionalizar as principais aprendizagens decorrentes do trabalho desenvolvido e estabelecer conexões com conhecimentos e procedimentos já estudados (Canavarro, 2011; Canavarro et al., 2012; Oliveira et al., 2013).

Dada a complexidade do ensino exploratório, designadamente no que toca à orquestração das discussões, Nathan e Knuth (2003) e Stein et al. (2008) apontam cinco práticas para uma boa preparação e condução da aula: *antecipar*, *monitorizar*, *selecionar*, *sequenciar* e *estabelecer conexões*.

Antecipar é uma prática essencial, prévia à aula (Canavarro, 2011; Oliveira et al., 2013), consubstanciada na sua planificação. Para prever as estratégias que os alunos podem mobilizar, o professor deve explorar e conhecer bem a tarefa (Canavarro, 2011; Stein et al., 2008). Com base nessa previsão, pode preparar um sistema para tomar notas das resoluções dos grupos e um conjunto de questões que pode colocar durante o trabalho autónomo, bem como tomar decisões quanto à melhor sequência para as apresentações (Canavarro, 2011).

Monitorizar beneficia da antecipação e tem lugar durante a realização da tarefa. O docente deve analisar e tomar nota das ideias e resoluções dos alunos, para preparar a discussão. Deve, ainda, ao circular pela sala, promover o desenvolvimento, ou o surgimento, de ideias matemáticas (Canavarro, 2011; Stein et al., 2008).

A partir da monitorização, o docente *seleciona* as resoluções mais pertinentes para a discussão, com base nos objetivos da aula e no trabalho desenvolvido pelos alunos (Canavarro, 2011; Stein et al., 2008). Para selecionar, é necessário conhecer as resoluções e argumentações dos alunos. Convém ainda ter-se em conta a necessidade de envolver todos os estudantes e de promover a clarificação de ideias matemáticas (Canavarro, 2011; Stein et al., 2008). As resoluções escolhidas devem ser passíveis de serem compreendidas pela turma e devem colocar-se questões aos alunos que não as utilizaram assim como permitir-se a colocação de questões que estimulem reflexão e discussão (Canavarro, 2011; Stein et al., 2008).

Quase simultaneamente à seleção, o docente estabelece a *sequência* das apresentações, tendo em vista uma discussão rica e conducente ao desenvolvimento do conhecimento e capacidades matemáticos dos alunos (Canavarro, 2011; Cengiz, Kline & Grant, 2011; Stein et al., 2008). A sequência escolhida deve favorecer a compreensão, pelos discentes, da sistematização (Canavarro, 2011). Assim, será vantajoso que o professor parta de resoluções menos potentes ou complexas para, progressivamente, esclarecer e aprofundar ideias matemáticas (Stein et al., 2008). Além disso, podem ser particularmente interessantes as discussões em que a sequência faz surgir questões que permitam clarificar ideias matemáticas visadas, para que a discussão não se esgote numa explicação.

Por fim, o *estabelecimento de conexões* entre as ideias matemáticas e estratégias dos alunos e entre estas e outras ideias e conteúdos matemáticos emerge da seleção e sequência efetuadas e é condicionado pelo propósito matemático da aula, possibilitando o enriquecimento do trabalho realizado e o apoio da compreensão matemática (Canavarro, 2011; Stein et al., 2008).

## METODOLOGIA

Revelou-se pertinente utilizar uma metodologia qualitativa, enquadrada num paradigma interpretativo e centrada "na compreensão dos problemas, analisando os comportamentos" (Sousa & Baptista, 2011, p. 56) dos alunos e da prática da professora estagiária (que realizava o papel de investigadora em simultâneo), atribuindo significado aos acontecimentos (Bogdan & Biklen, 1994).

Os participantes do estudo foram os 23 alunos da turma na qual se realizou a Prática de Ensino. As suas idades estavam compreendidas entre os seis e os sete anos, dos quais dez eram do sexo feminino e treze, do sexo masculino. A escola na qual se inseriam os alunos integra a rede de ensino público e situa-se em Lisboa.

A recolha de dados decorreu durante a Prática de Ensino Supervisionada, no ano letivo de 2013-14, tendo o período de intervenção (de 21 de abril a 30 de maio) correspondido a seis semanas de prática pedagógica, durante as quais se fez igualmente a investigação. Foram usadas as seguintes técnicas de recolha de dados: observação participante e análise documental (Sousa & Baptista, 2011).

Na observação participante, o investigador participa nas atividades dos elementos da comunidade-alvo da observação. Visto que a investigadora era também professora estagiária, este foi o método mais usado, materializando-se em notas de campo com as intervenções dos alunos e da professora estagiária que estivesse a dinamizar as atividades (quer fosse ou não a investigadora). A análise documental, a qual consiste na observação de documentos e atribuição de sentido às informações daí retiradas (Bogdan & Biklen, 1994), recaiu sobre as produções dos alunos, com vista a complementar os dados obtidos através das observações.

Por fim, foi necessário rever, organizar, selecionar e analisar os dados recolhidos, com o objetivo de encontrar padrões que permitissem tirar conclusões relativamente aos objetivos da investigação. Foram usadas as seguintes categorias analíticas: critérios de seleção das apresentações, critérios de sequenciação das apresentações, contribuição dos alunos para a discussão matemática, ideias matemáticas envolvidas na discussão.

Procurou manter-se, durante todo este processo, uma conduta ética adequada à situação (Sousa, 2005; Sousa & Baptista, 2011). Neste contexto, importa salientar que o processo de aprendizagem dos alunos não foi colocado em causa. As técnicas de recolha de dados incidiram sobre as experiências e produções dos alunos no decurso normal das aulas e os seus dados pessoais não foram usados para os identificar (os seus nomes foram substituídos por letras), mantendo-se a confidencialidade e o anonimato.

## RESULTADOS

Apresenta-se, em seguida, a análise relativa à discussão de um problema (cujo enunciado surge abaixo) proposto numa aula da penúltima semana do período de intervenção.

> *A Estrela fez 3 bolos para o lanche. Cada bolo levou 6 ovos. Quantos ovos foram necessários?*

O principal objetivo desta tarefa era continuar a desenvolver as capacidades de resolução de problemas e comunicação matemática, aprofundando simultaneamente os conhecimentos dos alunos acerca da operação adição. O problema implicava adições sucessivas, por envolver uma situação multiplicativa. Para este problema, foi antecipado na planificação (figura 1) essencialmente o uso de desenhos ou esquemas.

| | | |
|---|---|---|
| Introdução – 10' | - Pedir a um aluno para ler o enunciado do problema da questão 3.<br>- Dar um exemplo semelhante e verificar se há dúvidas<br>- Pedir a um aluno para ler a extensão do problema.<br>- Explicar que, neste caso, o número de bolos mantém-se, mas o número de ovos para cada bolo é diferente. Dada a questão, apenas têm de responder com mais ou menos. | *A Estrela fez 3 bolos para o lanche. Cada bolo levou 6 ovos. Quantos ovos foram necessários? Por exemplo, se ela tivesse feito dois bolos e cada um levava dois ovos. Quantos ovos tinha gasto? Se cada bolo levasse 5 ovos, seriam mais ou menos ovos para fazer os três bolos?* |
| | - Dividir os alunos em dez pares e um trio. | |
| Realização – 15' | - Circular para garantir que os alunos estão a conseguir realizar as tarefas. | Não interromper logo o trabalho. |
| | - Colocar questões de focalização e de inquirição, sempre que se revelar necessário. | *São 3 bolos. Um, leva 6 ovos. Então, se fosse só um bolo, quantos ovos se gastavam? E se fossem dois? Agora têm de pensar para 3 bolos. Porque é que fizeram assim? Qual foi a vossa ideia? Como é que pensaram? Cada bolo levava 6 ovos, agora se levar 5, leva mais ou menos ovos? E se forem dois bolos?* |
| | - Registar as estratégias dos alunos – TABELA DE REGISTO.<br>- Selecionar os pares que vão apresentar o seu trabalho e sequenciar as apresentações. | Estratégias esperadas:<br>- **Desenhos/esquemas**<br>- Adição |
| Discussão – 15' | - Pedir aos grupos escolhidos que apresentem o que fizeram.<br>1 – Desenhos/esquemas<br>- Pedir ao grande grupo para responder à extensão do problema (caso dos 5 ovos por bolo)<br>- Colocar questões que permitam clarificar as apresentações dos alunos. | *Como é que fizeram? O que é que fizeram primeiro? O que é que pensaram?* |

*Figura 1*. Excerto da planificação da aula do dia 22 de maio de 2014.

Ao iniciar-se a fase de realização, a pares, foi possível observar que os alunos se sentiam desafiados pela situação de adição sucessiva e que esta suscitava maior criatividade nas estratégias utilizadas do que previsto na planificação, como se pode perceber pela tabela de registo apresentada na figura 2.

TABELA DE REGISTO

| Grupos | MA NA | RC Lu | GO I G | MF LG | R H | MfM P | Ga M | Am RS | D B | X Ma | Ar Lo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.º problema:<br>- **Desenho/esquema** | | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓1 | | | ✓ | |
| - Adição | ✓alg | | | ✓ | ✓ | | | | ✓ | ✓ | ✓ |
| - Outra | | | | | Reta 2 | 6+3 | | | | contaram +bru c/ 53 | |

*Figura 2.* Tabela de registo usada na monitorização da tarefa do dia 22 de maio de 2014.

Para além disso, verificou-se ainda que um dos pares considerara erradamente que deveria adicionar os dois dados numéricos da tarefa (6 + 3), ao invés de adicionar três vezes o número 6, como a situação exigia. Visto que nunca se tinha iniciado uma fase de discussão com uma resolução inadequada para a tarefa, receou-se a reação dos alunos que a exporiam, pelo que se optou por não pedir a esse par que apresentasse. No entanto, considerou-se importante, para todos, refletir sobre esse raciocínio e o motivo de não se aplicar ao problema. Nesse sentido, embora os alunos não tenham apresentado o seu trabalho, essa resolução foi trazida à discussão pela professora estagiária, no final das restantes apresentações.

Ordenaram-se as apresentações de acordo com o tipo de representação usada, começando por uma representação icónica, seguida de uma representação em reta numérica e culminando com a representação simbólica. Isto é, optou-se por uma ordem de complexidade crescente ao nível da representação usada, de forma a promover, essencialmente, a compreensão dessas representações e o modo como se relacionam e têm igual significado.

O primeiro par expôs o desenho/esquema da figura 3 em que cada bolo do problema era representado através da união de um retângulo e de um triângulo e a cada um associavam o número correspondente de ovos usados, tendo representado contagens por saltos dos múltiplos de 5 e de 6, até ao máximo de 3 bolos para cada caso.

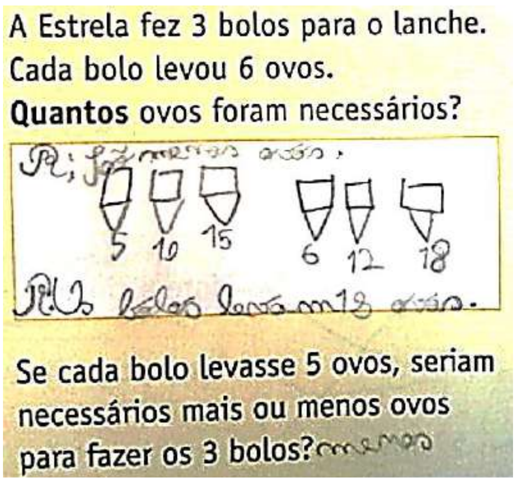


*Figura 3.* Primeira resolução apresentada no dia 22 de maio de 2014.

Estes alunos explicaram que cada bolo levava seis ovos e por isso foram adicionando o número 6 para obter o número de ovos dos três bolos. Apesar de ser uma representação icónica, esta resolução caracterizou-se por ser bastante simples e, portanto, económica, apresentando-se como uma excelente ponte entre representações icónicas demasiado concretas e representações mais abstratas. Assim, esta resolução foi escolhida não só por ser, na essência, um desenho, como também por ser extremamente simples, ao contrário de outras cujos autores representaram concretamente bolos, ocupando mais tempo a criar muitos pormenores do que a lidar com o essencial do problema.

A segunda resolução escolhida baseava-se na utilização da reta numérica na qual, inicialmente, os alunos haviam marcado todos os números, como se vê na figura 4.

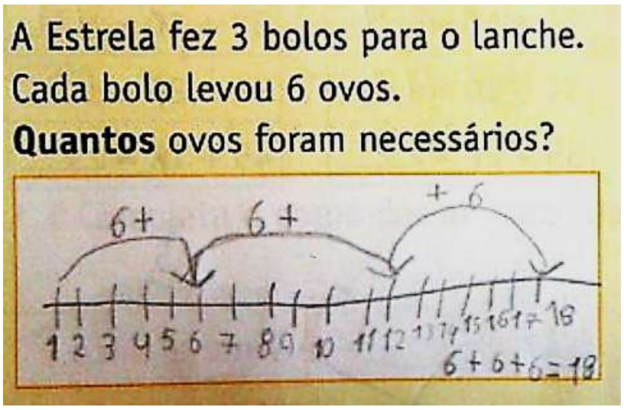


*Figura 4.* Segunda resolução apresentada no dia 22 de maio de 2014.

Porém, ao reproduzir no quadro da sala, os alunos foram desde logo questionados acerca da necessidade de representar todos os números na reta.

> (Fazem muitas marcações na reta)
> Prof: É mesmo preciso fazerem tantas marcações?
> (Refletem)
> R e H: … Mas é que nós aqui fizemos assim…
> R para H: Vamos fazer só os números que interessam!
> H: Nós fizemos a reta e andámos 6, e depois até 12 e depois até 18.
> R: Pronto, nós primeiro tínhamos todos os números, mas não é preciso. Então, o que fizemos foi andar do 6 e mais 6, por isso chegámos a 12… Cada bolo levava 6 ovos, por isso andámos de 6 em 6.
> Ga: Então, é como nós, só que nós fizemos um desenho, mas também contámos de 6 em 6! (22-05-2014 – Notas de campo (com supressões))

Os alunos acabaram por concluir que bastava representar os números relevantes para resolver a tarefa. Depois, no decorrer da explicação, foi um dos alunos que tinham apresentado primeiramente ("Ga") que estabeleceu de forma bastante clara conexões essenciais entre as duas representações. A discussão realizada contribuiu ainda para o esvaziamento progressivo da linha numérica enquanto suporte de cálculo.

Mostrou e explicou a sua resolução, de seguida, um par que calculou apenas 6 + 6 + 6 = 18. Esta representação permitiu essencialmente consolidar a simbologia associada ao cálculo que a grande maioria dos alunos havia efetuado com o apoio de outro tipo de representação. As diferentes representações observadas possibilitaram o desenvolvimento de uma visão mais abrangente das operações e, dessa forma, também da Matemática, demonstrando que essas se podem representar de diferentes formas, todas igualmente válidas, e que esta área de conhecimento não é constituída apenas por números e símbolos.

Por fim, considerou-se relevante incluir na discussão a resolução inadequada acima referida, ou seja, questionar a turma acerca do motivo pelo qual se obtinha a resposta pelo cálculo 6 + 6 + 6, mas não 6 + 3.

> Prof: Houve quem tivesse pensado que podia ser 6 + 3. O que é que pensam?
> X: Não! É 6 + 6 + 6! Porque é 18! 6 + 3 é 9!
> Prof: Mas porquê?
> R: Os bolos tinham 6 ovos… Era para saber quantos ovos tinham os bolos…
> Lu: Não! É porque eram 6 ovos 3 vezes, porque eram 3 bolos. Os bolos tinham 6 ovos, então era 3 vezes 6, que eram os ovos.
> Prof: Quem tinha tido esta dúvida, percebeu o que o Lu disse?
> MtM [um dos que tinham resolvido 6+3]: Não era 6 ovos mais 3 bolos… Era os ovos dos 3 bolos.
> Lu: Sim, não ias misturar ovos e bolos! Eram 3 vezes 6 ovos, 3 bolos com 6 ovos. (22-05-2014 – Notas de campo (com supressões))

É de notar, neste momento final da discussão, que a professora estagiária apenas colocou algumas questões, e foram os alunos que lançaram e discutiram ideias, apoiando-se mutuamente para dar sentido aos dados numéricos do problema, chegando, até, a conclusões que poderiam ter permitido, depois, avançar para a operação multiplicação. A questão "Mas porquê?", colocada pela professora estagiária, parece ter um papel decisivo na promoção da reflexão dos alunos, desafiando-os a justificar as suas afirmações com evidência matemática baseada no contexto do problema. No fim, um dos alunos que haviam resolvido 6+3 demonstrou muito claramente ter compreendido o motivo pelo qual a sua resolução não se adequava ao problema.

Para desenvolver a capacidade de resolução de problemas, considerou-se essencial que os alunos pudessem ver, compreender e relacionar diferentes formas de resolução. No caso deste problema, esses modos diferentes prendiam-se mais com o tipo de representação usado do que com diferentes procedimentos. Isto é, no essencial, todos os alunos que conseguiram resolver corretamente o problema fizeram-no de modo semelhante. Contudo, escolheram representações diferentes. A discussão, sequenciada por ordem crescente de formalização de representações, possibilitou que os alunos as relacionassem e, assim, melhor as compreendessem, podendo, futuramente, escolher uma outra representação. Saliente-se que não se observou, posteriormente, situações em que os alunos optassem por representações demasiado concretas, como neste caso ocorreu.

## CONCLUSÃO

Para a dinamização da discussão, foi fundamental a planificação que, além de incluir a previsão de possíveis representações e estratégias dos alunos, abarcou também questões a colocar pela professora estagiária. A antecipação de questões que pudessem auxiliar os alunos foi particularmente importante para diminuir a necessidade de improvisação, a qual poderia levar à colocação de questões demasiado diretas, que poderiam condicionar as produções dos estudantes e reduzir o seu nível de reflexão sobre o seu trabalho (Stein et al., 2008). A antecipação atempada e refletida permitiu tomar decisões mais sustentadas, no decurso da aula, facilitando a sequenciação de estratégias não previstas através de um processo de análise necessariamente célere (Canavarro, 2011).

Um dos principais desafios, para a professora estagiária, consistiu na implementação da abordagem de ensino exploratório com a necessária intencionalidade das decisões, tanto antes da aula, como no decorrer da aplicação da tarefa. A atenção simultânea à gestão da aula e à promoção das aprendizagens matemáticas pretendidas (Menezes, Oliveira & Canavarro, 2013) requereu um esforço adicional de antecipação, na tentativa de prever e incluir na planificação todos os aspetos que pudessem facilitar a condução da aula (Stein et al., 2008).

Na seleção das resoluções a apresentar, deu-se prioridade àquelas que se enquadravam no objetivo da aula e que sugeriam potencial de promoção e de enriquecimento da discussão (Canavarro, 2011). Para a sequenciação, usou-se o critério de formalidade crescente, partindo das mais informais (desenhos ou esquemas) até às mais formais e matematicamente sofisticadas (Stein et al., 2008).

Durante a discussão, os alunos apresentaram as suas próprias estratégias e discutiram outras, construindo e aprofundando os seus conhecimentos matemáticos (Ponte, 2010). O confronto das diferentes resoluções e a conexão entre elas, alimentados pelas questões que os alunos colocavam uns aos outros, contribuiu para a clarificação das ideias matemáticas envolvidas, designadamente a emergência do raciocínio multiplicativo. Ao serem incentivados pela professora estagiária, os alunos mostraram-se progressivamente mais capazes de explicar o seu raciocínio.

A condução da discussão na aula de matemática afigurou-se como um processo exigente e complexo. Constituiu, por isso, um desafio para a professora estagiária conduzir os alunos na reflexão e clarificação dos seus conhecimentos intuitivos, de forma ativa e significativa.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*, 33-52.

Bishop, A. & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Canavarro, A. P. (2011, novembro/dezembro). Ensino exploratório da matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, *115*, 11-17.

Canavarro, A. P., Oliveira, H. & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: O caso de Célia. In P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Orgs.), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 255-266). Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Cengiz, N., Kline, K. & Grant, T. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*, 355–374.

Menezes, L., Oliveira, H. & Canavarro, A. P. (2013). Descrevendo as práticas de ensino exploratório da matemática: o caso da professora Fernanda. In *Atas do VII Congresso Ibero Americano de Educação Matemática* (pp. 5795-5803). Montevideu: CIBEM.

Nathan, M. J. & Knuth, E. J. (2003). A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction*, *21*(2), 175-207.

National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Oliveira, H., Menezes, L. & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, *XXII*(2), 29-53.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho sobre Investigação (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2010, março). Explorar e investigar em Matemática: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *21*, 13-30.

Sousa, A. B. (2005). *Investigação em educação*. Lisboa: Livros Horizonte.

Sousa, M. J. & Baptista, C. S. (2011). *Como fazer Investigação, dissertações, teses e relatórios segundo Bolonha*. Lisboa: Pactor.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3*(4), 268-275.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313-340.