

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

MODELOS NEUTROS NA
AVALIAÇÃO CRUZADA DA DEA

APLICAÇÃO AO SETOR BANCÁRIO

Joana Filipa Narciso do Ó Gonçalves da Silva

VERSÃO DEFINITIVA

Lisboa, maio de 2023

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

MODELOS NEUTROS NA
AVALIAÇÃO CRUZADA DA DEA
APLICAÇÃO AO SETOR BANCÁRIO

Joana Filipa Narciso do Ó Gonçalves da Silva

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Contabilidade e Gestão das Instituições Financeiras, realizado sob a orientação científica do Professor Doutor José Manuel de Oliveira Pires, Professor-Coordenador, da área científica de Matemática.

Constituição do Júri:

Presidente: Doutora Ana Maria Sotomayor

Arguente: Doutora Ana Maria Paias

Vogal: Doutor José Manuel Oliveira Pires

Lisboa, maio de 2023

Declaro ser a autora desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para a obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas. Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência do autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu avô, António do Ó, que com muita pena não teve a possibilidade de acompanhar o meu percurso académico no ensino superior mas mesmo estando longe, acredito que se enche de orgulho de tudo o que conquistei ao longo destes anos, tanto a nível pessoal, académico como profissional.

*“New ideas are not born in a
conforming environment”*

- Roger von Oech

Agradecimentos

Em primeiro lugar, quero agradecer aos meus pais, Cândida e Pedro, que sempre se esforçaram para me proporcionar o melhor, por nunca duvidarem das minhas capacidades e por toda a motivação, força e apoio dados ao longo da minha vida, mas em especial, nesta jornada académica à qual dediquei grande parte do meu tempo abdicando do tempo em família.

De seguida, gostava de agradecer à minha avó, Maria Bárbara, que é um apoio fundamental na minha vida e ainda mais nesta jornada, rindo nos momentos de alegria e chorando nos momentos menos bons.

Um obrigado não chega para demonstrar o quão grata e sortuda sou por vos ter na minha vida.

Agradeço, ainda, aos demais familiares, amigos e colegas de trabalho pelo companheirismo e votos de sucesso ao longo desta etapa.

Por último, mas não desfazendo, gostava de agradecer ao meu orientador, o Professor Doutor José Manuel de Oliveira Pires, por todo o tempo despendido na elaboração deste trabalho, mas em especial, por todas as palavras reconfortantes e dedicação ao longo deste percurso. Obrigada pelo excelente professor e ser humano que é, sempre disposto a ajudar de forma a tornar as adversidades mais leves.

Com o fim desta etapa, resta-me desejar que surjam desafios tão prazerosos e árduos quanto este!

Resumo

A *Data Envelopment Analysis* (DEA) é uma metodologia destinada à avaliação do desempenho organizacional de um conjunto de entidades, vulgarmente designadas por Decision Making Units (DMUs) que utilizam múltiplos recursos (*inputs*) para produzir múltiplos produtos (*outputs*). Em geral, os modelos clássicos da DEA classificam várias DMUs como eficientes, não sendo capazes de as discriminar e, deste modo, impossibilitando a obtenção de um ranking completo para todas as DMUs em avaliação. A fim de ultrapassar esta limitação, vários métodos de rankings têm sido propostos na literatura da DEA. Um desses métodos é o método da eficiência cruzada ou da avaliação cruzada, em que a avaliação de cada DMU é feita por si própria e pelas restantes.

A presente dissertação tem por objetivo apresentar um estudo sobre modelos de objetivo secundário neutro no método da eficiência cruzada, mais especificamente, os modelos neutros propriamente ditos e os modelos neutros baseados em DMUs virtuais. Estes modelos surgiram para ultrapassar o problema da não unicidade dos pesos ótimos fornecidos pelos modelos clássicos. Este estudo contempla a aplicação da maioria desses modelos à avaliação do desempenho de 17 instituições bancárias que operavam em Portugal no ano de 2020.

Palavras-chave: Avaliação de desempenho, metodologia DEA, DMUs, eficiência, *rankings*.

Abstract

Data Envelopment Analysis (DEA) is a methodology for evaluating the organizational performance of a set of entities, commonly known as Decision Making Units (DMUs) that use multiple resources (inputs) to produce multiple products (outputs). In general, classic DEA models classify several DMUs as efficient, not being able to discriminate them and, therefore, making it impossible to obtain a complete ranking for all DMUs under evaluation. In order to overcome this limitation, several ranking methods have been proposed in the DEA literature. One such method is the cross-efficiency or cross-evaluation method, in which each DMU is evaluated by itself and the others.

This dissertation aims to present a study on neutral secondary objective models in the cross-efficiency method, more specifically, the neutral models themselves and the neutral models based on virtual DMUs. These models emerged to overcome the problem of non-uniqueness of optimal weights provided by classical models. This study contemplates the application of most of these models to the evaluation of the performance of 17 banking institutions operating in Portugal in the year 2020.

Keywords: *Performance evaluation, DEA methodology, DMUs, efficiency, rankings.*

Índice

| | |
|--|-----------|
| Índice | viii |
| Índice de Tabelas | x |
| Índice de Figuras | xi |
| Lista de Abreviaturas | xii |
| 1. Introdução | 1 |
| 2. Avaliação de desempenho organizacional e metodologia DEA | 3 |
| 2.1. Introdução | 3 |
| 2.2. Avaliação do desempenho organizacional | 3 |
| 2.3. Metodologia DEA | 6 |
| 2.4. Avaliação cruzada na metodologia DEA | 7 |
| 3. Modelos neutros na avaliação cruzada da DEA | 12 |
| 3.1. Introdução | 12 |
| 3.2. Modelos de objetivo secundário neutro | 13 |
| 3.2.1. Modelo de Wang e Chin (2010b) | 13 |
| 3.2.2. Modelo de Wang, Chin e Jiang (2011) | 15 |
| 3.2.3. Modelo de Nasserri e Kiaei (2018) | 16 |
| 3.3. Modelos de objetivo secundário neutro baseados em DMUs virtuais | 19 |
| 3.3.1. Modelo de Wang, Chin e Luo (2011) | 19 |
| 3.3.2. Modelo de Carrillo e Jorge (2018) | 23 |
| 3.3.3. Modelo de Nasserri e Kiaei (2019) | 25 |

| | |
|---|-----------|
| 4. Estudo de um caso prático | 28 |
| 4.1. Introdução | 28 |
| 4.2. Seleção de dados e escolha dos modelos | 28 |
| 4.3. Resultados e respectiva análise | 31 |
| 5. Conclusões | 42 |
| Referências Bibliográficas | 44 |
| APÊNDICES..... | 47 |

Índice de Tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 2.1 - Matriz das eficiências cruzadas para DMUs..... | 10 |
| Tabela 4.1 - Dados referentes aos <i>inputs</i> e aos <i>outputs</i> (valores em milhares de euros). | 30 |
| Tabela 4.2 - Eficiências obtidas pelo modelo CCR – <i>Inputs</i> e respetivos rankings. | 32 |
| Tabela 4.3 - Índices de eficiência cruzada obtidos pelos modelos selecionados. | 34 |
| Tabela 4.4 - Valores médios dos índices de eficiência cruzada obtidos pelos vários modelos.. | 35 |
| Tabela 4.5 - Rankings obtidos através dos modelos selecionados..... | 36 |
| Tabela 4.6 - Índices de Maverik obtidos pelos modelos selecionados..... | 41 |

Índice de Figuras

| | |
|--|----|
| Figura 4.1 – <i>Rankings</i> das eficiências cruzadas obtidos através do modelo CCR e de modelos de objetivo secundário..... | 40 |
|--|----|

Lista de Abreviaturas

ADMU - Anti-ideal DMU

APB - Associação Portuguesa de Bancos

CCR - *Charnes, Cooper e Rhodes*

CPLEX - *Optimization Programming Studio Academic Research 12.5*

DEA - *Data Envelopment Analysis*

DMUs - *Decision Making Units*

IDMU - Ideal DMU

OPL - *Optimization Programming Language*

1. Introdução

A avaliação do desempenho organizacional desempenha um importante papel num mundo cada vez mais global e competitivo. Nesse sentido, várias metodologias têm sido propostas entre as quais a *Data Envelopment Analysis* (DEA). A DEA é uma metodologia que tem como objetivo avaliar o desempenho de organizações idênticas, isto é, que utilizam o mesmo tipo de recursos (*inputs*) para obter o mesmo tipo de produtos (*outputs*). Essas organizações podem ser de natureza diversa (empresarial, governamental ou social) e são chamadas de *Decision Making Units* (DMUs).

A metodologia DEA é uma técnica não paramétrica, baseada na programação linear, que surgiu com o trabalho desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), tendo por base o trabalho desenvolvido por Farrell (1957). Aqueles autores propuseram um modelo, conhecido por modelo CCR que considera retornos constantes de escala. Este modelo foi mais tarde generalizado por Banker, Charnes e Cooper (1984) por forma a considerar retornos variáveis de escala, obtendo-se o modelo conhecido por modelo BCC. Estes dois modelos são conhecidos por modelos clássicos ou tradicionais da DEA.

Estes modelos permitem obter um índice de eficiência relativa na escala de 0 a 1 em que as DMUs com índice de eficiência igual a 1 são consideradas eficientes, enquanto as restantes são consideradas ineficientes. As DMUs eficientes permitem definir uma fronteira de eficiência empírica com base nos *inputs* e *outputs*, em relação á qual é estimado o índice de eficiência para as restantes DMUs. Uma desvantagem destes modelos é a falta de poder de discriminação das várias DMUs eficientes que os mesmos identificam, não possibilitando a obtenção de um ranking completo sobre todas as DMUs.

Para ultrapassar essa desvantagem, vários métodos e modelos para obtenção de *rankings* completos têm sido propostos no âmbito da DEA, como se pode constatar nos trabalhos de revisão sobre rankings apresentados por Alder, Friedman e Sinuany-Stern (2002) e por Aldamak e Zolfaghari (2017). Um desses métodos, que tem tido grande aceitação devido ao seu forte poder de discriminação, é o método da eficiência cruzada ou da avaliação cruzada. Neste método, cada DMU é avaliada por si e pelas restantes DMUs em avaliação. Apesar do seu reconhecido elevado poder de discriminação, o método da eficiência cruzada apresenta a desvantagem de fornecer diferentes rankings dependendo do *software* usado, devido à frequente existência de soluções ótimas alternativas. Para ultrapassar esta desvantagem, tem sido proposto a resolução de um segundo modelo, designado de modelo de objetivo secundário. Neste sentido

três tipos de modelos de objetivo secundário têm sido propostos: benevolente, agressivo e neutro.

A presente dissertação centra-se no estudo de modelos de objetivo secundário neutro no âmbito da eficiência cruzada na metodologia DEA, nomeadamente, nos modelos neutros propriamente ditos e os modelos neutros baseados em DMUs virtuais. Este estudo inclui a aplicação ao setor bancário, mais concretamente, a aplicação desses modelos à avaliação de dezassete instituições bancárias que operavam em Portugal no ano de 2020.

A presente dissertação, para além deste capítulo, contém mais quatro capítulos. No capítulo 2, é feita uma abordagem à avaliação de desempenho organizacional com destaque para a metodologia DEA e a avaliação cruzada no âmbito desta metodologia.

No capítulo 3, são apresentados os modelos neutros na avaliação cruzada da DEA, onde estão contemplados os modelos de objetivo secundário neutro propriamente ditos, nos quais os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* de uma DMU são determinados do ponto de vista da própria DMU sem ter em consideração o efeito que pode ter nas restantes DMUs, e os modelos de objetivo secundário neutro baseados em DMUs virtuais, onde os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* são determinados do ponto de vista de distância às DMUs virtuais sem necessidade de uma DMU ser agressiva ou benevolente para com as outras restantes.

No capítulo 4, apresenta-se o estudo de caso prático, onde são aplicados os modelos referidos no capítulo 3, de forma a avaliar a *performance* das dezassete instituições bancárias que operavam no ano de 2020 em Portugal.

Por fim, no capítulo 5, são apresentadas as considerações finais obtidas tendo por base todo o trabalho desenvolvido.

2. Avaliação do desempenho organizacional e metodologia DEA

2.1. Introdução

A existência de mercados cada vez mais competitivos faz com que as estruturas organizacionais se encontrem em constante mudança, de forma a acompanhar a evolução dos mercados e fazer face à concorrência. Tais mudanças ao nível da estrutura organizacional são tanto significativas quanto aquilo que se encontra em causa, no sentido em que estas mudanças podem ocorrer com o intuito de obter vantagens perante a concorrência ou podem estar associadas à implementação de novos objetivos estratégicos. É de salientar que as alterações da estrutura organizacional assentam, em grande parte, na avaliação de desempenho organizacional, uma vez que esta permite obter informações quanto ao desempenho da organização de forma global, mas também por cada departamento, fundamentando assim a tomada de decisões.

Várias metodologias têm sido propostas para avaliação do desempenho organizacional, desde a simples análise de rácios à análise de fronteira de eficiência. De entre estas últimas, destaca-se a DEA pelo sucesso que tem adquirido. A DEA é uma metodologia não paramétrica baseada na programação linear, que permite avaliar a eficiência relativa de um conjunto de organizações de diverso tipo, designada de DMUs, que usam múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs*.

O presente capítulo tem como objetivo abordar a temática da avaliação de desempenho organizacional usando a metodologia DEA. Assim, na secção 2.2 é feita uma referência à avaliação do desempenho organizacional. Em seguida, na secção 2.3, é feita uma abordagem, em termos gerais, à metodologia DEA. Por último, na secção 2.4, faz-se uma breve referência ao tema fulcral deste trabalho, a avaliação cruzada na metodologia DEA.

2.2. Avaliação do desempenho organizacional

Não existe uma definição clara de avaliação de desempenho organizacional, visto que com o passar do tempo, têm surgido várias definições para esta avaliação e, conseqüentemente, vários estudos têm sido efetuados com o intuito de perceber a própria definição implícita bem como as repercussões de tal avaliação.

Segundo Valmorbida, Ensslin, Ensslin e Boroluzzi (2012, p. 69), o facto de não existir uma consistência quanto à definição de avaliação de desempenho organizacional pode derivar da «quantidade de ferramentas de avaliação de desempenho encontradas na literatura».

Este tipo de avaliação, embora seja complexa devido à evolução dos mercados e avanços tecnológicos, é considerada como fundamental nas organizações, uma vez que permite alinhar os interesses e objetivos das mesmas com os dos seus departamentos, bem como com os indivíduos que neles operam. Esta avaliação permite ainda implementar ações corretivas perante situações em que o resultado obtido não se encontra em linha com o que se pretendia, de forma a executar um processo de melhoria contínua no que concerne ao desempenho organizacional.

As organizações ao agirem com o intuito de acompanhar a evolução dos mercados e fazer face à concorrência, obterão maiores e elevados níveis de desempenho, o que origina um aumento da confiança por parte dos clientes bem como elevados níveis de excelência que se traduzem em vantagens competitivas perante as demais organizações.

Figueiredo, Soares, Fuks e Figueiredo (2005) defendem que a evolução da avaliação de desempenho organizacional se encontra dividida em três fases totalmente distintas. A primeira fase ocorre entre o século XIV e XIX, na qual surgem práticas de contabilidade associadas à produção, ou seja, tinham como objetivo o controlo da produção e dos processos produtivos utilizados. A segunda fase desta evolução regista-se entre o início e meados de 1980, quando a avaliação de desempenho organizacional passa a ser vista como um instrumento crucial nas organizações tanto ao nível do planeamento quanto ao nível do controlo das mesmas. Por último, a terceira fase iniciou-se após meados de 1980 e perdura até hoje, na qual surgiram novos sistemas de avaliação de desempenho, tendo por base as críticas às quais os sistemas tradicionais foram sujeitos.

Em linha com o referido anteriormente, Ghalayini e Noble (1996) defendem que existem apenas duas fases quanto à evolução da avaliação de desempenho organizacional, na medida em que a primeira fase ocorre entre 1880 e 1980, correspondendo à primeira fase defendida por Figueiredo *et al.* (2005), na qual a ênfase assenta única e exclusivamente na utilização de indicadores financeiros para retirar conclusões sobre o desempenho em determinado período. Por outro lado, a segunda fase ocorre a partir dos anos 1980 e estende-se até aos dias de hoje, correspondente à junção da segunda e terceira fases defendidas por Figueiredo *et al.* (2005), nas quais o foco deixa de ser apenas os indicadores financeiros e começa a existir uma conjugação entre os indicadores financeiros e não financeiros. Nesta fase é dada especial atenção a estes últimos indicadores, visto que a organização deixa de basear as suas decisões nas recompensas monetárias que provêm do trabalho dos seus colaboradores e passam a olhar para a forma como os colaboradores efetuam o seu trabalho, obtendo assim uma avaliação mais completa no que concerne ao desempenho organizacional.

Segundo Rodrigues (2012), os indicadores financeiros baseiam a sua análise em informação histórica, refletindo ações implementadas no passado e a influência destas nos resultados da organização. Contrariamente, os indicadores não financeiros contemplam ações que visam a melhoria do desempenho financeiro futuro, dado que estão relacionados com índices de satisfação bem como com a capacidade de evolução da organização.

De modo a considerar ambos os indicadores, financeiros e não financeiros, e tendo em conta os inúmeros avanços tecnológicos e a crescente concorrência, surge a necessidade de avaliar as organizações tendo por base novos métodos e modelos. Entre esses novos métodos encontram-se os métodos matemáticos, que permitem de certa forma eliminar a subjetividade, por exemplo, dos indicadores financeiros uma vez que estes têm por base informação histórica, não comum a todas as organizações e os indicadores não financeiros que são alvo de subjetividade bem como das vivências e experiências pessoais e profissionais dos gestores das organizações.

Os métodos matemáticos encontram-se divididos em métodos paramétricos e não paramétricos, sendo que os primeiros assentam em técnicas estatísticas (regressão e correlação), enquanto os não paramétricos permitem calcular a eficiência através de modelos de programação matemática, sem precisar de uma função de produção definida *a priori*, como acontece nos métodos paramétricos.

A utilização de modelos não paramétricos surge para colmatar os aspetos menos bem conseguidos por parte dos modelos paramétricos, uma vez que estes últimos ao estarem perante vários *inputs* e *outputs* não são capazes de originar resultados credíveis para proceder à avaliação das organizações. Para ultrapassar tais incapacidades, Charnes, Cooper e Rhodes (1978) propuseram um modelo não paramétrico, tendo por base o trabalho desenvolvido por Farrell (1957), o qual veio dar início à metodologia DEA, que será abordada na próxima secção.

2.3. Metodologia DEA

A DEA é uma metodologia de avaliação de desempenho organizacional assente em modelos de investigação operacional, mais especificamente modelos de programação linear, com o intuito de avaliar a *performance* de DMUs idênticas que utilizam os mesmos recursos (*inputs*) para obter os mesmos produtos (*outputs*) e que pode ser aplicada a todo o tipo de organizações (empresarial, social e governamental).

O primeiro modelo da DEA, proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) e conhecido na sequência por modelo CCR, considera retornos constantes de escala, em que uma variação nos *inputs* produz uma variação proporcional nos *outputs*. Este modelo foi mais tarde generalizado por Banker, Charnes e Cooper (1984) por forma a considerar retornos variáveis de escala, em que, para além da variação proporcional, uma variação nos *inputs* produz uma variação maior ou menor do que o proporcional, obtendo-se o modelo conhecido por modelo BCC. Estes dois modelos são conhecidos por modelos clássicos ou tradicionais da DEA e podem ser orientados para *inputs*, se a eficiência é atingida reduzindo os *inputs* e mantendo os *outputs*, ou para *outputs*, se a eficiência é atingida aumentando os *outputs* e mantendo os *inputs*.

Estes modelos permitem, para cada DMU, determinar um conjunto de pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* e obter um índice de eficiência na escala de 0 a 1. As DMUs com índice de eficiência igual a 1 são consideradas eficientes e permitem definir uma fronteira de eficiência empírica com base nos *inputs* e *outputs*, em relação à qual é estimado o índice de eficiência para as restantes DMUs, consideradas ineficientes. Para estas últimas, permitem ainda determinar o conjunto de referência, isto é, as DMUs que são referência para que se tornem eficientes. A DEA permite assim não só obter um índice de eficiência para cada DMU, mas também informação sobre as melhorias que podem ser operadas de modo a que uma DMU ineficiente se torne eficiente.

Uma desvantagem associada a estes modelos é a falta de poder de discriminação entre as várias DMUs eficientes que os mesmos identificam, não possibilitando a obtenção de um ranking completo sobre todas as DMUs em avaliação. Para ultrapassar esta desvantagem, vários métodos e modelos para obtenção de *rankings* completos têm sido desenvolvidos, como se pode constatar nos trabalhos de revisão sobre rankings apresentados por Alder, Friedman e Sinuany-Stern (2002) e por Aldamak e Zolfaghari (2017). Um desses métodos, que tem tido grande aceitação devido ao seu forte poder de discriminação, é o método da eficiência cruzada ou da avaliação cruzada, que será apresentado na secção seguinte.

A terminar esta secção, de referir a grande aplicação que a DEA tem tido em muitos e variados setores de atividade, sendo o setor bancário o de maior aplicação, no período de 1978 a 2010, como se pode verificar no trabalho de revisão sobre aplicações da DEA publicado por Liu, Lu, Lu e Lin (2013). Este trabalho tem por objetivo a aplicação do método da eficiência cruzada à avaliação de instituições bancárias.

2.4. Avaliação cruzada na metodologia DEA

O método da eficiência cruzada ou avaliação cruzada foi introduzido por Sexton, Silkman e Hogan (1986) como uma extensão da DEA e, mais tarde, examinado em detalhe por Doly e Green (1994). A ideia base do método é usar a DEA de modo que uma DMU seja avaliada não só por si mas também pelas restantes, dando assim um carácter democrático ao processo de avaliação. Este método tem-se tornado muito popular devido ao forte poder de discriminação que tem revelado.

O método da eficiência cruzada é normalmente apresentado como um processo duas fases: na primeira fase, são obtidos os pesos ótimos associados aos *inputs* e aos *outputs*, e o correspondente índice de eficiência de cada DMU, usando o modelo CCR orientado para *inputs*; na segunda fase, os pesos ótimos obtidos na fase anterior são usados para obter a eficiência cruzada de cada uma das restantes DMUs. A primeira fase é normalmente referida por fase de autoavaliação e a segunda por fase de avaliação por pares.

Para uma descrição detalhada do método, comece-se por assumir que existe um conjunto de n DMUs que se pretendem avaliar e que cada DMU usa m *inputs* para produzir s *outputs*. Mais especificamente, cada DMU _{j} ($j=1,\dots,n$) usa a quantidade x_{ij} do *input* i ($i=1,\dots,m$) para produzir a quantidade y_{rj} do *output* r ($r=1,\dots,s$). Assume-se, ainda, que $x_{ij} \geq 0$, $y_{rj} \geq 0$ e que para cada DMU existe, pelo menos, um *input* e um *output* com valores positivos. Designando por v_{ik} ($i=1,\dots,m$) e u_{rk} ($r=1,\dots,s$) as variáveis de decisão, não negativas, que representam, respetivamente, os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* da DMU _{k} ($k \in \{1,\dots,n\}$), a forma fracionária do modelo CCR orientado para *inputs* é dada pelo seguinte modelo de programação fracionária:

$$E_{kk}^* = \max \frac{\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik}} \quad (2.1a)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (2.1b)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (2.1c)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (2.1d)$$

Neste modelo, o objetivo é maximizar o quociente entre a soma ponderada dos *outputs* e a soma ponderada dos *inputs* da DMU_k, sujeito a um conjunto de restrições (2.1b) que, para cada DMU, garantem que tal quociente é não superior a 1. As restrições (2.1c) e (2.1d) indicam a natureza, não negativa, das variáveis de decisão, isto é, dos pesos associados aos *inputs* e *outputs*. Neste modelo, assim como nos modelos orientados para *inputs*, o objetivo é minimizar o nível dos *inputs* mantendo o nível dos *outputs*.

O modelo (2.1) é um modelo de programação linear fracionária que, através da transformação de Charnes e Cooper (1962) pode ser convertido no seguinte modelo de programação linear equivalente:

$$E_{kk}^* = \max \sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} \quad (2.2a)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (2.2b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (2.2c)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (2.2d)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (2.2e)$$

O modelo anterior é conhecido por forma dos multiplicadores do modelo CCR orientado para *inputs*. O valor ótimo deste modelo, E_{kk}^* , fornece o índice de eficiência de uma DMU_k que é um valor positivo inferior ou igual a 1. Se esse índice é igual a 1 com os pesos ótimos associados aos *inputs* e aos *outputs* todos positivos, a DMU_k diz-se eficiente. Caso contrário, isto é, se o índice de eficiência é menor do que 1 ou é igual a 1 com alguns pesos iguais a zero, a DMU_k diz-se ineficiente.

A resolução do modelo (2.2) n vezes, uma para cada DMU, permite obter n conjuntos de pesos ótimos associados aos *inputs* e aos *outputs* e n índices de eficiência, um para cada DMU, e constitui a primeira fase do método.

Na segunda fase do método, esses n conjuntos de pesos ótimos associados aos *inputs* e *outputs* são usados para calcular as eficiências cruzadas. Mais especificamente, a eficiência cruzada da DMU _{j} ($j = 1, \dots, n$) usando os pesos ótimos, v_{ik}^* ($i = 1, \dots, m$) e u_{rk}^* ($r = 1, \dots, s$), da DMU _{k} ($k = 1, \dots, n$), denotada por E_{kj} , é obtida pela expressão

$$E_{kj} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rk}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{ik}^* x_{ij}} \quad k, j = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

A expressão (2.3) define uma matriz quadrada de ordem n , normalmente designada por matriz das eficiências cruzadas, cujos elementos assumem valores entre zero e um, isto é, $0 \leq E_{kj} \leq 1$ ($k, j = 1, \dots, n$). Os elementos da diagonal principal, E_{kk} , são os índices de eficiência fornecidos por um modelo CCR orientado para *inputs*, enquanto os restantes elementos fornecem a avaliação feita pela DMU _{k} a cada uma das restantes $n-1$ DMUs, fixando k , e a avaliação feita à DMU _{j} por cada uma das restantes $n-1$, fixando j .

A matriz das eficiências cruzadas definida em (2.3) pode ser representada através da tabela 2.1, onde cada linha contém a autoavaliação de cada DMU e a avaliação feita por cada DMU às restantes DMUs e cada coluna contém a autoavaliação de cada DMU e a avaliação feita pelas restantes DMUs a cada uma das DMUs.

Para a DMU _{j} ($j = 1, \dots, n$), o índice de eficiência cruzada, \bar{E}_j , é normalmente definido como a média dos valores de E_{kj} ($k = 1, \dots, n$), isto é,

$$\bar{E}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E_{kj} \quad (2.4)$$

Tabela 2.1 - Matriz das eficiências cruzadas para DMUs.

| DMU | 1 | 2 | ... | n |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | E_{11} | E_{12} | ... | E_{1n} |
| 2 | E_{21} | E_{22} | ... | E_{2n} |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| n | E_{n1} | E_{n2} | ... | E_{nn} |

Fonte: Adaptado de Carrillo e Jorge (2018).

Pode então afirmar-se que o índice de eficiência cruzada de cada DMU resulta da média aritmética dos índices de eficiência obtidos na autoavaliação e na avaliação por pares e reflete a avaliação feita do ponto de vista de todas as DMUs. Note-se que este índice é um valor positivo menor a igual a 1, sendo igual a 1, para uma dada DMU, quando for igual a 1 na fase de autoavaliação e na fase de avaliação por pares dessa DMU. Então, uma DMU é eficiente através da avaliação cruzada se for eficiente na avaliação que faz a si própria e na avaliação feita por cada uma das restantes DMUs.

De acordo com Cook e Zhu (2015), na literatura da DEA, apesar da designação de eficiência cruzada se referir tanto à avaliação cruzada individual obtida por (2.3) como à avaliação média obtida por (2.4), tal designação é, em geral usada para referir o valor médio obtido por (2.4). No que se segue, o valor obtido por (2.3) será referido como eficiência cruzada, enquanto o obtido por (2.4) será referido como índice de eficiência cruzada.

O índice de eficiência obtido pela autoavaliação e o índice de eficiência da avaliação feita pelos pares são geralmente diferentes. Para medir o desvio entre estes dois tipos de avaliação, Doyle e Green (1994) definiram o “índice de maverik” no âmbito da eficiência cruzada. Para tal seja o índice de eficiência da avaliação feita pelos pares, denotado por e_j , e dado por

$$e_j = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1; k \neq j}^n E_{kj} \quad j = 1, \dots, m \quad (2.5)$$

Então o índice de maverik para uma DMU _{j} , denotado por M_j , é dado por

$$M_j = \frac{E_{jj} - e_j}{e_j}, \quad j = 1, \dots, m \quad (2.6)$$

Uma DMU_j será considerada tanto mais “maverick” quanto maior for o respectivo índice. Como se refere em Meza e Lins (2002), um elevado valor de M_j significa que a DMU_j obteve um índice de eficiência na autoavaliação através de pesos inapropriados.

No método de eficiência cruzada acabado de apresentar, usou-se o modelo CCR orientado para *inputs*. O método pode também ser aplicado usando a versão orientada para *outputs* daquele modelo assim como a do modelo BCC. Quando é aplicado usando a versão orientada para *inputs* deste último modelo pode levar à ocorrência de eficiências cruzadas negativas. Algumas abordagens para resolver este problema têm sido propostas, como se pode verificar em Mello, Meza, Silveira e Gomes (2013), Lim e Zhu (2015) e Asadi, Nasserri e Lofti (2020).

3. Modelos neutros na avaliação cruzada da DEA

3.1. Introdução

Como se referiu no capítulo anterior, os modelos clássicos da DEA revelam falta de poder de discriminação das várias DMUs eficientes, que em geral determinam, não permitindo, deste modo, um *ranking* completo sobre o desempenho das DMUs em avaliação. Para ultrapassar esta desvantagem, vários métodos e modelos têm sido propostos na literatura da DEA, entre os quais o método da eficiência cruzada ou avaliação cruzada, como também foi referido nesse capítulo.

Atendendo à frequente existência de soluções ótimas alternativas obtidas pelos modelos clássicos da DEA, as eficiências cruzadas e os índices de eficiência cruzada obtidos pelo método da eficiência cruzada não são, em geral, únicos. Em resultado desta não unicidade, os índices de eficiência cruzada e os correspondentes *rankings* são obtidos de forma arbitrária, dependendo dos pesos ótimos obtidos por determinado software, o que constitui uma dificuldade associada à utilização do método da eficiência cruzada. Para ultrapassar essa dificuldade, Sexton *et al.* (1986) e Doyle e Green (1994) sugeriram a introdução de um segundo modelo, designado por modelo de objetivo secundário, que otimiza os pesos associados aos *inputs* e *outputs* enquanto mantém o índice de eficiência obtido pelo modelo CCR. Mais especificamente, introduziram um modelo em que cada DMU determina um conjunto de pesos que maximizam a sua eficiência e minimizam a eficiência média das restantes, designado de modelo agressivo, e outro, em que cada DMU determina um conjunto de pesos que maximizam a sua eficiência e a eficiência média das restantes, designado de modelo benevolente. Outros modelos alternativos do tipo agressivo ou benevolente têm sido apresentados na literatura, como sejam, os propostos por Liang, Wu, Cook e Zhu (2008) e por Wang e Chin (2010a).

Os modelos de objetivo secundário agressivo ou benevolente colocam o decisor perante a dificuldade de ter de fazer uma escolha entre os dois tipos de modelos. Para ultrapassar esta dificuldade, um outro tipo de modelos de objetivo secundário, designado por modelos neutros, tem sido proposto.

O presente capítulo tem por objetivo apresentar um estudo sobre modelos de objetivo secundário neutro para o cálculo da eficiência cruzada, onde se incluem os modelos baseados em DMUs virtuais. Assim, na seção 3.3, apresentam-se os modelos de objetivo secundário neutro, propriamente ditos, propostos por Wang e Chin (2010b), por Wang, Chin e Jiang (2011)

e por Nasseri e Kiaei (2018). Na secção 3.4, apresentam-se os modelos de objetivo secundário neutro baseados em DMUs virtuais propostos por Wang, Chin e Luo (2011), por Carrillo e Jorge (2018) e por Nasseri e Kiaei (2019).

3.2. Modelos de objetivo secundário neutro

Nos modelos de objetivo secundário neutro, o conjunto de pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* de uma DMU é determinado do ponto de vista da própria DMU sem ter em conta o efeito que pode ter nas restantes DMUs. De seguida, apresentam-se os modelos deste tipo mais conhecidos na literatura da DEA.

3.2.1. Modelo de Wang e Chin (2010b)

De ponto de vista de Wang e Chin (2010b), quando uma DMU tem a oportunidade de escolher os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs*, ela está mais interessada em escolher os pesos que lhe são o mais favoráveis possível e não tanto em ter uma atitude agressiva ou benevolente para com as restantes DMUs. Com base neste ponto de vista, os autores propõem o seguinte modelo de objetivo secundário neutro para determinar um único conjunto de pesos para a DMU_k:

$$\max \quad \delta = \min_{r \in \{1, \dots, s\}} \frac{y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik}} \quad (3.1a)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik}} = E_{kk}^* \quad (3.1b)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n ; j \neq k \quad (3.1c)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.1d)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.1e)$$

$$\delta \geq 0 \quad (3.1f)$$

No modelo (3.1), o quociente envolvido na função objetivo em (3.1a) é a eficiência do *output* r da DMU_k e δ é a eficiência relativa mínima dos s *outputs* da DMU_k . O significado económico deste modelo pode ser interpretado como “a DMU_k procura um conjunto de pesos associados aos *inputs* e *outputs* para maximizar a sua eficiência como um todo e, ao mesmo tempo, fazer com que cada *output* seja tão eficiente quanto possível para produzir eficiência suficiente enquanto individual” (Wang & Chin, 2010b).

Usando a transformação de Charnes e Cooper (1962) para problemas de programação linear fracionária, o modelo anterior pode ser convertido no seguinte modelo de programação linear:

$$\max \quad \delta \tag{3.2a}$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \tag{3.2b}$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \tag{3.2c}$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n ; j \neq k \tag{3.2d}$$

$$y_{rk} u_{rk} - \delta \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \tag{3.2e}$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \tag{3.2f}$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \tag{3.2g}$$

$$\delta \geq 0 \tag{3.2h}$$

Para além da importante vantagem de libertar o decisor de ter de fazer uma escolha entre modelos benevolentes e agressivos, uma outra importante vantagem do modelo (3.2) refere-se à redução do número de pesos associados aos *outputs* com valor igual a zero face aos modelos benevolentes e agressivos, dado que se procura usar os *outputs* tanto quanto possível, como é mencionado pelos autores.

De referir que quando existe um só *output*, o modelo de Wang e Chin (2010b) reduz-se ao modelo CCR orientado para *inputs*, pelo que, neste caso, pode não ser possível obter uma única solução devido à frequente existência de soluções ótimas alternativas no modelo CCR. A

utilização do modelo de Wang e Chin (2010b) fica assim limitada a situações que envolvam múltiplos *outputs*.

3.2.2. Modelos de Wang, Chin e Jiang (2011)

Como se referiu na subsecção anterior, ao maximizar a eficiência relativa de cada *output*, o modelo proposto por Wang & Chin (2010b) reduz o número de pesos associados aos *outputs* com valor igual a zero. No entanto, o número de pesos associados aos *inputs* com valor igual a zero pode ainda ser grande. A fim de reduzir simultaneamente o número de pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* com valor igual a zero, Wang, Chin e Jiang (2011), propuseram o seguinte modelo de objetivo secundário para a determinação dos pesos na avaliação cruzada:

$$\max \quad \alpha\delta + \beta\gamma \quad (3.3a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.3b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.3c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n ; j \neq k \quad (3.3d)$$

$$y_{rk} u_{rk} - \delta \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.3e)$$

$$x_{ik} v_{ik} - \gamma \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.3f)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.3g)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.3h)$$

$$\delta, \gamma \geq 0 \quad (3.3i)$$

onde α e β são dois ponderadores não negativos para δ e γ , respetivamente, satisfazendo a condição $\alpha + \beta = 1$. Como os autores referem, o significado económico de γ pode ser interpretado como a mínima importância relativa dos m *inputs*. Por outro lado, como se referiu na subsecção anterior, o significado económico de δ representa a eficiência relativa mínima dos s *outputs*. Então, o significado económico do modelo (3.3) pode ser interpretado como

procurando um conjunto de pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* da DMU_k que tornem cada *output* e cada *input* tão eficiente ou suficientemente importante quanto possível, mantendo o valor da eficiência obtido pelo modelo CCR, de modo que cada *output* pode produzir suficiente eficiência enquanto individual e cada *input* pode ser suficientemente utilizado (Wang, Chin e Jiang, 2011).

Note-se que, como é referido pelos autores, fazendo $\alpha = 1$ e $\beta = 0$, o modelo anterior reduz-se ao modelo de Wang e Chin (2010b), pelo que este último é um caso particular do modelo (3.3). Outros valores para α e β podem ser considerados por forma a reduzir simultaneamente o número de pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* com valor igual a zero e a obter-se um equilíbrio entre esses dois tipos de pesos, como é exemplificado pelos autores considerando $\alpha = \beta = 1/2$ e, ainda, $\alpha = 0,8$ e $\beta = 0,2$.

De salientar duas diferenças entre os modelos (3.2) de Wang e Chin (2010b) e (3.3) de Wang, chin e Jiang (2011). Uma, está no facto de o modelo (3.2) poder reduzir o número de zeros apenas nos pesos associados aos *outputs* enquanto o modelo (3.3) pode fazê-lo em ambos os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs*. Outra, o modelo (3.3) permite uma única solução ótima para o caso de se ter um *output* o que não acontece necessariamente com o modelo (3.2) como se referiu na subsecção anterior. Deste modo, o modelo (3.3) pode ser aplicado para qualquer número de *outputs*, enquanto o modelo (3.2) apenas pode ser aplicado para o caso de se ter múltiplos *outputs*.

3.2.3. Modelos de Nasseri e Kiaei (2018)

Nasseri e Kiaei (2018) consideram que a seleção de pesos proposta por Wang, Chin e Jiang (2011) não é apropriada porque piora a eficiência relativa de cada *input*, apesar de melhorar a eficiência relativa de cada *output*, uma vez que se procura um conjunto de pesos que aumentam a contribuição do consumo dos *inputs*. Com base no modelo de Wang, Chin e Jiang (2011), Nasseri e Kiaei (2018) procuram determinar um conjunto de pesos que diminuem a contribuição do consumo de cada *input* e aumentam a contribuição da produção de cada *output*.

Para tal, os autores começam por propor o seguinte modelo de programação linear:

$$\max \quad \delta - \gamma \tag{3.4a}$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \tag{3.4b}$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} \mathbf{u}_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.4c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} \mathbf{u}_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n ; j \neq k \quad (3.4d)$$

$$y_{rk} \mathbf{u}_{rk} - \delta \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.4e)$$

$$x_{ik} v_{ik} - \gamma \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.4f)$$

$$v_{ik}, \mathbf{u}_{rk} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.4g)$$

$$\mathbf{u}_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.3h)$$

$$\delta, \gamma \geq 0 \quad (3.4h)$$

Então o modelo (3.4) escolhe um conjunto de pesos que otimiza a eficiência relativa de cada *input* e *output*, mantendo a eficiência da DMU_k em avaliação obtida pelo modelo CCR orientado para *inputs*. Ao fazer essa escolha, pesos com valor igual a zero são afetados a cada *input* na medida do possível, embora para os *outputs* seja obtido um valor diferente de zero. A fim de evitar pesos iguais a zero, na medida do possível, os autores propõem o seguinte modelo programação não linear:

$$\max \quad \min \{v_{1k}, \dots, v_{mk}, u_{1k}, \dots, u_{sk}\} \quad (3.5a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.5b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} \mathbf{u}_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.5c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} \mathbf{u}_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n ; j \neq k \quad (3.5d)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.5g)$$

$$\mathbf{u}_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.3h)$$

Fazendo $\varepsilon = \min\{v_{1k}, \dots, v_{mk}, u_{1k}, \dots, u_{sk}\}$, o modelo (3.3) pode ser convertido no seguinte modelo de programação linear:

$$\max \quad \varepsilon \quad (3.6a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.6b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.6c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n ; j \neq k \quad (3.6d)$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon \quad i = 1, \dots, m \quad (3.6g)$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s \quad (3.6h)$$

Como é referido pelos autores, as restrições (3.6g) e (3.6h) sobre os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs*, respetivamente, não tornam o modelo anterior impossível porque ε é uma variável e não uma constante, logo sem impacto sobre a impossibilidade do modelo.

Usando o valor ótimo do modelo anterior (ε^*), Nasseri e Kiaei (2018) propõem o seguinte modelo de programação linear para determinar os pesos associados aos *inputs* e *outputs* da DMU_k:

$$\max \quad \delta - \gamma \quad (3.7a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.7b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.7c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n ; j \neq k \quad (3.7d)$$

$$y_{rk} u_{rk} - \delta \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.7e)$$

$$x_{ik} v_{ik} - \delta \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.7f)$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon^* \quad i = 1, \dots, m \quad (3.7g)$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon^* \quad r = 1, \dots, s \quad (3.7h)$$

$$\delta, \gamma \geq 0 \quad (3.7i)$$

Dos três modelos de objetivo secundário neutro apresentados nesta seção, o de Nasseri e Kiaei (2018) revela ser o menos apelativo em termos de aplicação uma vez que envolve a resolução de mais dois modelos para cada DMU.

3.3. Modelos de objetivo secundário neutro baseados em DMUs virtuais

Nesta secção apresentam-se modelos de objetivo secundário baseados em DMUs virtuais. Estes modelos determinam os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* de um ponto de vista de distância às DMUs virtuais sem necessidade de uma DMU ser agressiva ou benevolente para com as outras as restantes. Deste modo, estes modelos são modelos de objetivo secundário neutro.

3.3.1. Modelos de Wang, Chin e Luo (2011)

Wang, Chin e Luo (2011) propuseram quatro modelos de objetivo secundário para a eficiência cruzada considerando duas DMUs virtuais: uma, designada por DMU ideal e denotada por IDMU (Ideal DMU), que consome a menor quantidade de *inputs* para produzir a maior quantidade de *outputs*; outra, designada por DMU anti-ideal e denotada por ADMU (Anti-ideal DMU), que consome a maior quantidade de *inputs* para produzir a menor quantidade de *outputs*.

De acordo com a definição anterior, designe-se por x_i^{\min} ($i = 1, \dots, m$) e y_r^{\max} ($r = 1, \dots, s$), respetivamente, os *inputs* e os *outputs* da IDMU, em que x_i^{\min} é o mínimo do *input* i e y_r^{\max} é o máximo do *output* r , isto é,

$$x_i^{\min} = \min_j \{x_{ij}\}, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.8a)$$

$$y_r^{\max} = \max_j \{y_{rj}\}, \quad r = 1, \dots, s \quad (3.8b)$$

Similarmente, designe-se por x_i^{\max} ($i = 1, \dots, m$) e y_r^{\min} ($r = 1, \dots, s$) os *inputs* e os *outputs* da ADMU, respetivamente, em que x_i^{\max} é o máximo do *input* i e y_r^{\min} é o mínimo do *output* r , isto é,

$$x_i^{\max} = \max_j \{x_{ij}\}, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.9a)$$

$$y_r^{\min} = \min_j \{y_{rj}\}, \quad r = 1, \dots, s \quad (3.9b)$$

Sendo v_{ik} ($i = 1, \dots, m$) e u_{rk} ($r = 1, \dots, s$) os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* da DMU_k, respetivamente, os autores definem as distâncias entre IDMU, ADMU e DMU_k como se segue:

$$D_k^{IDMU} = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_r^{\max} - y_{rk}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_{ik} - x_i^{\min}) \quad k = 1, \dots, n \quad (3.10a)$$

$$D_k^{ADMU} = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_{rk} - y_r^{\min}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_i^{\max} - x_{ik}) \quad k = 1, \dots, n \quad (3.10b)$$

$$D_{ADMU}^{IDMU} = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_r^{\max} - y_r^{\min}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_i^{\max} - x_i^{\min}) \quad k = 1, \dots, n \quad (3.10c)$$

Das relações anteriores, facilmente se mostra que

$$D_{ADMU}^{IDMU} = D_k^{IDMU} + D_k^{ADMU}$$

Os autores definem ainda a proximidade relativa da DMU_k em relação à IDMU e à ADMU, denotada por RC_k (Relative Closeness of DMU_k), como:

$$RC_k = \frac{D_k^{ADMU}}{D_k^{IDMU} + D_k^{ADMU}} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rk} (y_{rk} - y_r^{\min}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_i^{\max} - x_{ik})}{\sum_{r=1}^s u_{rk} (y_r^{\max} - y_r^{\min}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_i^{\max} - x_i^{\min})} \quad k = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

Note-se que a proximidade relativa da DMU_k às IDMU e ADMU será tanto maior quanto maior for a distância de ADMU e quanto menor for a distância de IDMU.

Como referem os autores, da perspectiva da análise de decisão multicritério, uma DMU escolherá um único conjunto de pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* que tornam a sua distância da IDMU tão pequena quanto possível, ou a distância da ADMU tão grande quanto possível, ou ambas. Pode também escolher um tal conjunto de pesos que tornam a distância entre IDMU e ADMU tão grande quanto possível. Com base nestas ideias, os autores propõem quatro modelos de objetivo secundário para a eficiência cruzada.

O primeiro desses modelos consiste na minimização da distância de IDMU e é dado por:

$$\min D_k^{IDMU} = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_r^{\max} - y_{rk}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_{ik} - x_i^{\min}) \quad (3.12a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.12b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.12c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.12d)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.12e)$$

$$v_{id} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.12f)$$

No modelo anterior, cada DMU_k procura um conjunto de pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* que minimizam a sua distância da IDMU enquanto mantém a eficiência obtida pelo modelo CCR. Quanto menor for a distância da IDMU, melhor será a *performance*.

O segundo modelo consiste na maximização da distância de ADMU e é dado por:

$$\max D_k^{ADMU} = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_{rk} - y_r^{\min}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_i^{\max} - x_{ik}) \quad (3.13a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.13b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.13c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.13d)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.13e)$$

$$v_{id} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.13f)$$

Neste modelo, cada DMU_k procura um conjunto de pesos que maximizam a sua distância à ADMU mantendo a eficiência otimista dessa DMU_k . Uma maior distância de ADMU significa melhor *performance*.

O terceiro modelo consiste na maximização da distância entre IDMU e ADMU e é dado por:

$$max \quad D_{ADMU}^{IDMU} = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_r^{\max} - y_r^{\min}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_i^{\max} - x_i^{\min}) \quad (3.14a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.14b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.14c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.14d)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.14e)$$

$$v_{id} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.14f)$$

Neste modelo, cada DMU_k procura um conjunto único de pesos que maximizam a distância entre IDMU e ADMU. Os autores referem que este modelo é particularmente útil quando um critério de otimização unificado precisa de ser observado para todas as DMUs. O uso da

distância ente a IDMU e a ADMU não tem necessidade de ter em consideração os impactos do critério sobre a eficiência das demais DMUs.

O quarto modelo consiste na maximização da proximidade relativa da DMU_k às IDMU e ADMU, e é dado por:

$$\max \quad RC_k = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_{rk} - y_r^{\min}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_i^{\max} - x_{ik}) \quad (3.15a)$$

$$s. a. \quad \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_r^{\max} - y_r^{\min}) + \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_i^{\max} - x_i^{\min}) = 1 \quad (3.15b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} - E_{kk}^* \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 0 \quad (3.15c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.15d)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.15e)$$

$$v_{id} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.15f)$$

Neste modelo, as distâncias de IDMU e de ADMU são otimizadas em simultâneo, o que equivale a otimizar a proximidade relativa de cada DMU_k em relação a IDMU e a ADMU. Quanto maior for o valor da proximidade relativa, melhor é a *performance* da DMU_k.

Uma vez que nenhum dos modelos contém informação dos *inputs* e *outputs* de outras DMUs nas suas funções objetivo, os quatro modelos anteriores são modelos de objetivo secundário neutro.

3.3.2. Modelos de Carrillo e Jorge (2018)

Carrillo e Jorge (2018) consideraram uma IDMU e um ADMU, que denotaram por *I* e por *A*, respetivamente, para proporem um modelo de objetivo secundário neutro. Os *inputs* e *outputs* de *I* são determinados por (3.8a) e (3.8b) mas em que x_i^{\min} e y_r^{\max} são denotados por x_{iI} e y_{rI} , respetivamente. Identicamente, ao *inputs* e *outputs* de *A* são determinados por (3.9a) e (3.9b) mas em que x_i^{\max} e y_r^{\min} são denotados por x_{iA} e y_{rA} , respetivamente.

A eficiência da DMU ideal é um limite superior para os valores da eficiência do conjunto das DMUs e, do mesmo modo, a eficiência da DMU anti-ideal é um limite inferior para os valores da eficiência das outras DMUs. Então, uma vez que estas DMUs podem ser vistas como unidades de referência externas, elas podem ser usadas por todas as DMUs para selecionar um conjunto ótimo de pesos de acordo com o seu efeito sobre A e I .

$$\max \left(\sum_{r=1}^s y_{rA} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{iA} v_{ik} \right) \quad (3.16a)$$

ou

$$\min \left(\sum_{r=1}^s y_{rI} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{iI} v_{ik} \right) \quad (3.16b)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.16c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.16d)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.16e)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.16f)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.16g)$$

De modo a evitar uma decisão entre perspectivas complementares, os autores sugerem tomar em consideração ambos os alvos (A e I) simultaneamente, usando a função bi-objetivo

$$\left(\max \left(\sum_{r=1}^s y_{rA} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{iA} v_{ik} \right), \min \left(\sum_{r=1}^s y_{rI} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{iI} v_{ik} \right) \right),$$

que, usando o método dos ponderadores, pode ser transformada na seguinte função de um único objetivo:

$$\min \left(\sum_{i=1}^m x_{iA} v_{ik} - \sum_{r=1}^s y_{rA} u_{rk} \right) + \left(\sum_{r=1}^s y_{rI} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{iI} v_{ik} \right)$$

Deste modo, os autores propõem o seguinte modelo de objetivo secundário:

$$\min \left(\sum_{i=1}^m (x_{iA} - x_{iI}) v_{ik} + \sum_{r=1}^s (y_{rI} - y_{rA}) u_{rk} \right) \quad (3.17a)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1 \quad (3.17b)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = E_{kk}^* \quad (3.17c)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.17d)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.17e)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.17f)$$

O modelo anterior não toma uma posição particularmente benevolente ou agressiva, uma vez que não considera os impactos dos pesos ótimos nas eficiências cruzadas dos pares. Além disso, representa um critério unificado que será usado de forma homogénea por todas as unidades na seleção dos pesos, em vez de um critério dependente da unidade, característica que potencia o carácter democrático da avaliação cruzada, fornecendo um princípio igualitário de desempate (Carrillo e Jorge, 2018).

3.3.3. Modelo de Nasseri e Kiaei (2019)

Nasseri e Kiaei (2019) introduziram um modelo de objetivo secundário que seleciona os pesos ótimos, entre os múltiplos pesos ótimos, baseado na avaliação de DMUs virtuais ideais correspondente a cada DMU. Para tal, os autores descrevem uma DMU ideal de acordo com Entani e Tanaka (2006). Assim, para uma DMU_k ($k \in \{1, \dots, n\}$) usam os *inputs* e os *outputs* ideais, denotados por \bar{x}_{ik} e \bar{y}_{rk} , respetivamente, e definidos por

$$\bar{x}_{ik} = \min_r \left\{ \frac{y_{rk}}{\max_j \frac{y_{rj}}{x_{ij}}} \right\} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.18a)$$

$$\bar{y}_{rk} = \max_i \left\{ \max_j \frac{y_{rj}}{x_{ij}} x_{ik} \right\} \quad r = 1, \dots, s \quad (3.18b)$$

Rezaie e Khammohammady (2010) mostraram que, para cada DMU, os *inputs* ideais são menores ou iguais do que os seus *inputs* e que os *outputs* ideais são maiores ou iguais do que os seus *outputs*, isto é,

$$\bar{x}_{ik} \leq x_{ik} \quad i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, n \quad (3.19a)$$

$$\bar{y}_{rk} \geq y_{rk} \quad i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, n \quad (3.19b)$$

As DMUs ideais correspondentes a cada DMU são avaliadas usando o seguinte modelo CCR orientado para *inputs*:

$$\max \frac{\sum_{r=1}^s u_{rk} \bar{y}_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_{ik} \bar{x}_{ik}} \quad (3.20a)$$

$$s. a. \sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj} - E_{kk}^* \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij} = 0 \quad (3.20b)$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n; j \neq k \quad (3.20c)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.20d)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.20e)$$

O modelo anterior é um modelo não linear que, através da transformação de Charnes e Cooper (1962), pode ser convertido no seguinte modelo de programação linear:

$$\max \sum_{r=1}^s u_{rk} \bar{y}_{rk} \quad (3.21a)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^m v_{ik} \bar{x}_{ik} = 1 \quad (3.21b)$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj} - E_{kk}^* \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij} = 0 \quad (3.21c)$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n ; j \neq k \quad (3.21d)$$

$$v_{ik} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.21e)$$

$$u_{rk} \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.21f)$$

Note-se que a forma como os pesos associados aos *inputs* e *outputs* de DMU são obtidos não conduz a qualquer incremento ou decréscimo na eficiência cruzada das restantes DMUs, pelo que se trata de um modelo de objetivo secundário neutro.

4. Estudo de um caso prático

4.1. Introdução

No capítulo anterior foi apresentado um estudo sobre o método de eficiência cruzada usando modelos de objetivo secundário neutro, incluindo os modelos baseados em DMUs virtuais. Este capítulo tem por objetivo apresentar a aplicação desses modelos a uma situação real, mais precisamente, à avaliação de 17 instituições bancárias que operavam em Portugal no ano de 2020, de modo a ter uma ideia das diferenças entre esses modelos nomeadamente no que respeita aos *rankings* que fornecem. A opção de avaliar instituições do setor bancário deve-se a dois fatores: o de ser o setor de maior aplicação da metodologia DEA e o de ser um dos setores em que é fácil obter os dados.

Assim, na secção 4.2, é feita uma descrição relativa à seleção de dados, *inputs* e *outputs*, e são apresentados os valores desses dados para o horizonte temporal considerado. Nesta secção, são também referidos os modelos escolhidos para o presente estudo. Por último, na secção 4.3, são apresentados os resultados obtidos pelos modelos seleccionados, bem como uma análise aos mesmos.

4.2. Seleção de dados e escolha dos modelos

No presente estudo prático foram utilizados dados relativos às instituições bancárias que exerciam a sua atividade em Portugal no ano de 2020, presentes no boletim estatístico nº 57 da Associação Portuguesa de Bancos (APB), entidade principal no que concerne à representação do setor bancário em Portugal.

Esse boletim estatístico contempla vinte e nove instituições bancárias, de onde foi possível retirar informação sobre cada uma delas, uma vez que apresenta uma ficha técnica que engloba as demonstrações financeiras individuais, nomeadamente, balanço, demonstração de resultados, demonstração de fluxos de caixa, demonstração de rendimento integral e demonstração de alterações nos capitais próprios. No entanto, importa referir que a apresentação de todas as demonstrações financeiras individuais suprarreferidas é a condição ideal, sempre que possível, de forma que a comparação entre as instituições bancárias seja o mais viável possível, dado que apresentam as mesmas demonstrações. Embora nesse boletim estatístico constem instituições bancárias de diferentes naturezas, comercial e de investimento, tal distinção não foi tida em conta para a presente aplicação prática, pois ambas foram utilizadas. Das vinte e nove

instituições bancárias presentes, apenas dezassete foram selecionadas, dado que dez delas foram excluídas por apresentarem valores nulos e/ou negativos (que não podem ser avaliados pelos modelos apresentados no capítulo 3) assim como a inexistência de balcões físicos (não apresentando assim, dados relevantes de *inputs* e/ou *outputs* para o presente estudo prático). As restantes duas foram excluídas por serem sub-instituições bancárias referentes a zonas específicas de Portugal, nomeadamente, Leiria e Maфра, e pelo facto de a entidade principal pertencer ao conjunto das instituições a serem avaliadas.

A seleção dos *inputs* teve por base o facto destes considerarem os recursos essenciais para a obtenção dos *outputs* que, por sua vez, traduzem os produtos originados tendo em conta as decisões tomadas. Nestas circunstâncias foram selecionados três *inputs* e dois *outputs*.

Assim foram selecionados os seguintes *inputs*:

- Número de empregados – *Input 1*;
- Depósitos (em milhares de euros) – *Input 2*;
- Capital Próprio (em milhares de euros) – *Input 3*.

O número de funcionários reflete o número de pessoas que efetivamente estão alocadas à instituição bancária e que influenciam diretamente tanto a gestão como o resultado da mesma. Relativamente aos depósitos, estes são considerados um recurso crucial para o funcionamento da instituição, dado que são a sua principal fonte de financiamento. No que concerne ao capital próprio, este expressa o valor contabilístico da instituição uma vez que é obtido pela diferença entre os seus ativos e os seus passivos, ou seja, o património que a empresa possui e as dívidas a terceiros.

Para *outputs* foram selecionados os seguintes:

- Empréstimos (em milhares de euros) – *Output 1*;
- Resultado líquido (em milhares de euros) – *Output 2*.

Os empréstimos constituem um dos principais *out-flows* de dinheiro, dado que dizem respeito ao crédito concedido a clientes. Por sua vez, o resultado líquido permite retirar conclusões sobre lucro ou prejuízo de determinada instituição num período de tempo específico, ou seja, estar a par do desempenho económico e financeiro de uma instituição bancária em determinado período de tempo.

Na Tabela 4.1 encontram-se os dados referentes aos *inputs* e *outputs* selecionados anteriormente para cada instituição bancária, ou seja, para cada DMU. Nas duas primeiras colunas da tabela

encontram-se identificadas as instituições bancárias, nas três que se seguem encontram-se os dados referentes aos *inputs* selecionados e nas duas últimas colunas encontram-se os dados referentes aos *outputs* selecionados.

Tabela 4.1 - Dados referentes aos *inputs* e aos *outputs* (valores em milhares de euros).

| DMUs (Instituições bancárias) | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
|---|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| 01 ABANCA | 376 | 2.973.676 | 187.183 | 2.836.276 | 15.050 |
| 02 Banco ActivoBank | 187 | 2.062.694 | 153.541 | 1.272.279 | 11.961 |
| 03 Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 367 | 3.395.380 | 332.858 | 2.704.270 | 10.580 |
| 04 Banco BPI | 4.776 | 31.512.869 | 3.110.629 | 24.224.617 | 87.822 |
| 05 Banco Comercial Português | 6.799 | 52.599.163 | 5.981.786 | 35.379.967 | 50.633 |
| 06 Banco CTT | 231 | 1.689.144 | 211.724 | 578.671 | 285 |
| 07 Banco de Investimento Global | 283 | 1.652.777 | 415.986 | 34.188 | 24.173 |
| 08 Banco Finantia | 155 | 456.910 | 344.400 | 293.484 | 26.565 |
| 09 Banco Invest | 275 | 759.785 | 136.821 | 402.345 | 12.974 |
| 10 Banco Santander Totta | 5.998 | 45.013.542 | 3.990.609 | 38.614.687 | 275.210 |
| 11 Bankinter | 772 | 7.093.633 | 18.386 | 6.460.882 | 19.306 |
| 12 BEST | 132 | 729.411 | 82.031 | 686.465 | 4.305 |
| 13 BNP Paribas | 3.364 | 1.120.286 | 115.408 | 307.996 | 7.785 |
| 14 Caixa – Banco de Investimento | 95 | 60.863 | 370.341 | 7.083 | 10.678 |
| 15 Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 3.665 | 12.601.514 | 380.331 | 2.409.426 | 27.762 |
| 16 Caixa Geral de Depósitos | 6.938 | 68.509.727 | 7.806.696 | 42.104.453 | 406.539 |
| 17 Novo Banco dos Açores | 73 | 536.633 | 43.400 | 501.457 | 2.790 |

Fonte: Elaboração Própria.

No que diz respeito à escolha de modelos, foi escolhido o modelo CCR orientado para *inputs* como modelo base usado no método da eficiência cruzada, enquanto para os modelos de objetivo secundário foram escolhidos os modelos neutros propostos por Wang e Chin (2010b)

e Wang, Chin e Jiang (2011), e os modelos neutros baseados em DMUs virtuais propostos por Wang, Chin e Luo (2011), Carrilo e Jorge (2018) e Nasserli e Kiaei (2019).

4.3. Resultados e respetiva análise

Nesta secção, apresentam-se os resultados obtidos pelos modelos escolhidos e pelos dados seleccionados referidos anteriormente. Para a obtenção desses resultados foram utilizados os *softwares*, MaxDEA (versão gratuita em <http://maxdea.com/>) para resolver o modelo CCR orientado para *inputs* e o *software* CPLEX *Optimization Studio* versão 20.1 usando o módulo de programação linear e o módulo OPL (*Optimization Programming Language*), para igualmente resolver o modelo CCR orientado para *inputs* e os modelos de objetivo secundário seleccionados, referidos na secção anterior.

Numa primeira fase, foram obtidos os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* e os índices de eficiência para cada DMU, através do modelo CCR orientado para *inputs*. Esses índices de eficiência e os correspondentes *rankings* são apresentados nas colunas 3 e 4, respetivamente, da Tabela 4.2, onde nas duas primeiras colunas são identificadas as instituições bancárias (DMUs) em avaliação.

Observando essa tabela, é possível constatar que existem seis instituições bancárias cujo índice de eficiência é igual a 1 e, como tal, consideradas eficientes, sendo elas a instituição 01 (ABANCA), a 02 (Banco ActivoBank), a 08 (Banco Finantia), a 09 (Banco Invest), a 11 (Bankinter) e a 14 (Caixa – Banco de Investimento). Para as restantes onze obteve-se um índice de eficiência inferior a 1, sendo por isso consideradas ineficientes. Neste caso, os valores são todos diferentes, permitindo discriminar estas DMUs e, como tal, estabelecer um *ranking* para as mesmas. No entanto, para as DMUs eficientes não foi possível obter tal discriminação e *ranking*.

Por outro lado, verifica-se que a instituição bancária que apresenta menor índice de eficiência (0,3592) é a 06 (Banco CTT), o que inevitavelmente se traduz na instituição com pior *ranking*, ou seja, ocupando a posição 17.

Os pesos obtidos através desse modelo resolvido pelo MaxDEA (CCR_MaxDEA) e pelo CPLEX (CCR_CPLEX) são apresentados nos apêndices A e B, respetivamente. Nos apêndices C e D apresentam-se os pesos obtidos pelos modelos de objetivo secundário neutro de Wang e Chin (2010b) e de Wang, Chin e Jiang (2011), enquanto nos apêndices E, F, G, H, I e J se

apresentam os pesos obtidos pelos modelos de objetivo neutro baseados em DMUs virtuais de Wang, Chin e Luo (2011), Carrilo e Jorge (2018) e Nasseri e Kiaei (2019).

Tabela 4.2 - Eficiências obtidas pelo modelo CCR – *Inputs* e respetivos *rankings*.

| | DMUs (Instituições bancárias) | CCR | Ranking |
|----|--|------------|----------------|
| 01 | ABANCA | 1,0000 | 1 |
| 02 | Banco ActivoBank | 1,0000 | 1 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,9108 | 9 |
| 04 | Banco BPI | 0,8060 | 12 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,7052 | 13 |
| 06 | Banco CTT | 0,3592 | 17 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,7041 | 14 |
| 08 | Banco Finantia | 1,0000 | 1 |
| 09 | Banco Invest | 1,0000 | 1 |
| 10 | Banco Santander Totta | 0,9087 | 10 |
| 11 | Bankinter | 1,0000 | 1 |
| 12 | BEST | 0,9913 | 7 |
| 13 | BNP Paribas | 0,6409 | 15 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 1,0000 | 1 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,4448 | 16 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,9038 | 11 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,9809 | 8 |

Fonte: Elaboração Própria.

Numa segunda fase, foram utilizados os pesos ótimos obtidos pelos modelos selecionados e constantes dos apêndices de A a J para a construção das correspondentes matrizes de eficiências cruzadas apresentadas nos apêndices de K a T. De seguida calculou-se o valor médio das eficiências cruzadas, isto é, o índice de eficiência cruzada para cada DMU em cada modelo selecionado. Esses índices de eficiência cruzada constam da Tabela 4.3, onde: nas colunas 1 e 2 são identificadas as DMUs (instituições bancárias); nas colunas 3 e 4 apresentam-se os índices

de eficiência cruzada obtidos pelo modelo CCR usando os softwares MaxDEA e CPLEX, respectivamente; nas colunas 5 e 6 são apresentados os índices de eficiência cruzada obtidos pelos modelos neutros de Wang e Chin (2010b) (WC 2010b) e de Wang, Chin e Jiang (2011) (WCJ 2011); nas colunas 6 a 12 são apresentados os índices obtidos pelos modelos neutros baseados em DMUs virtuais de Wang, Chin e Luo (2011) (WC_I 2011, WCL_II 2011, WCL_III 2011, WCL_IV 2011), de Carrillo e Jorge (2018) (CR 2018) e de Nasserri e Kiaei (2019) (NK 2019).

Observando a Tabela 4.3, verifica-se que, através dos modelos selecionados, não existe qualquer instituição bancária que obteve um índice de eficiência cruzada igual a 1, isto é, não existe qualquer instituição bancária que seja eficiente pelo método da avaliação cruzada. Recorde-se que pelo modelo CCR existem seis instituições bancárias que obtiveram índice de eficiência igual a 1 sendo, por isso, consideradas eficientes. De referir que existem instituições consideradas eficientes pelo modelo CCR que obtiveram um índice de eficiência cruzada inferior ao de outras consideradas ineficientes por aquele modelo. Como exemplo, refira-se a instituição 14 (Caixa – Banco de Investimento) que é considerada eficiente pelo modelo CCR e, no entanto, obteve um índice de eficiência cruzada inferior ao da instituição 10 (Banco Santander Totta) em todos os modelos.

Constata-se, no entanto, que existe uma instituição bancária que obteve maior índice de eficiência cruzada em todos os modelos selecionados, que foi a 11 (Bankinter). Por outro lado, existem três instituições bancárias que obtiveram pior índice de eficiência cruzada que foram: a 06 (Banco CTT), para os modelos CCR/MaxDEA e neutro baseado em DMUs virtuais de Nasserri e Kiaei (2019); a 15 (Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo), para os modelos CCR/CPLEX e neutros de Wang e Chin (2010b), Wang Chin e Jiang (2011) e para os quatro modelos neutros baseados em DMUs virtuais de Wang, Chin e Luo (2011); por último, a 13 (BNP Paribas) para o modelo neutro baseado em DMUs virtuais de Carrillo e Jorge (2018).

Ainda da observação da Tabela 4.3, tem-se que os índices de eficiência obtidos pelo modelo CCR usando os *softwares* MaxDEA e CPLEX são todos diferentes, como seria de esperar, devido aos pesos ótimos escolhidos por cada *software* perante a existência de soluções ótimas alternativas fornecidas pelo modelo.

Tabela 4.3 - Índices de eficiência cruzada obtidos pelos modelos selecionados.

| DMUs (Instituições bancárias) | | CCR MaxDEA | CCR CPLEX | WC (2010b) | WCJ 2011 | WCL_I 2011 | WCL_II 2011 | WCL_III 2011 | WCL_IV 2011 | CJ 2018 | NK 2019 |
|---|--|---------------|--------------|---------------|-------------|---------------|----------------|-----------------|----------------|------------|------------|
| 01 | ABANCA | 0,8532 | 0,7931 | 0,9169 | 0,8493 | 0,7646 | 0,8162 | 0,8753 | 0,7507 | 0,8497 | 0,9111 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,7095 | 0,6892 | 0,7839 | 0,6952 | 0,6467 | 0,6614 | 0,7018 | 0,6045 | 0,7399 | 0,7368 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,6498 | 0,6108 | 0,7221 | 0,6530 | 0,5928 | 0,6305 | 0,6788 | 0,5787 | 0,6593 | 0,6974 |
| 04 | Banco BPI | 0,5707 | 0,5135 | 0,6099 | 0,5744 | 0,5104 | 0,5569 | 0,6034 | 0,5139 | 0,5529 | 0,6193 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,4585 | 0,4163 | 0,5030 | 0,4659 | 0,4155 | 0,4533 | 0,4930 | 0,4186 | 0,4503 | 0,5004 |
| 06 | Banco CTT | 0,2190 | 0,2153 | 0,2391 | 0,2233 | 0,1981 | 0,2178 | 0,2379 | 0,2018 | 0,2125 | 0,2403 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,3116 | 0,3107 | 0,3387 | 0,2997 | 0,2846 | 0,2784 | 0,2853 | 0,2444 | 0,3344 | 0,3140 |
| 08 | Banco Finantia | 0,8696 | 0,8071 | 0,9327 | 0,8742 | 0,7915 | 0,8284 | 0,8863 | 0,7347 | 0,8809 | 0,9184 |
| 09 | Banco Invest | 0,6290 | 0,5672 | 0,6198 | 0,6156 | 0,5422 | 0,5927 | 0,6323 | 0,5479 | 0,6002 | 0,6807 |
| 10 | Banco Santander Totta | 0,7824 | 0,7261 | 0,8381 | 0,7763 | 0,7016 | 0,7449 | 0,7990 | 0,6867 | 0,7788 | 0,8328 |
| 11 | Bankinter | 0,9252 | 0,8760 | 0,9773 | 0,9520 | 0,8741 | 0,9210 | 0,9746 | 0,8478 | 0,9278 | 0,9756 |
| 12 | BEST | 0,7449 | 0,6648 | 0,7769 | 0,7430 | 0,6592 | 0,7181 | 0,7767 | 0,6644 | 0,7136 | 0,8043 |
| 13 | BNP Paribas | 0,2619 | 0,2158 | 0,2365 | 0,2248 | 0,2041 | 0,2650 | 0,2859 | 0,2453 | 0,2073 | 0,3184 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,4689 | 0,4561 | 0,5630 | 0,5039 | 0,4767 | 0,5218 | 0,6267 | 0,3789 | 0,4951 | 0,5448 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,2245 | 0,2027 | 0,2123 | 0,2171 | 0,1919 | 0,2070 | 0,2216 | 0,1951 | 0,2081 | 0,2434 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,6335 | 0,6078 | 0,7023 | 0,6255 | 0,5803 | 0,5978 | 0,6374 | 0,5470 | 0,6550 | 0,6647 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,8013 | 0,7381 | 0,8585 | 0,7990 | 0,7177 | 0,7692 | 0,8271 | 0,7087 | 0,7920 | 0,8585 |

Fonte: Elaboração Própria.

Da Tabela 4.3 tem-se ainda que os índices de eficiência cruzada diferem, em alguns casos consideravelmente, de modelo para modelo. De modo a ter uma ideia dessas diferenças, apresentam-se na Tabela 4.4, as médias dos índices de eficiência cruzada para cada um dos modelos selecionados para o presente estudo prático.

Tabela 4.4 - Valores médios dos índices de eficiência cruzada obtidos pelos vários modelos.

| Modelos | Média das eficiências cruzadas |
|----------------|---------------------------------------|
| CCR_MaxDEA | 0,5949 |
| CCR_CPLEX | 0,5536 |
| WC (2010b) | 0,6371 |
| WCJ (2011) | 0,5937 |
| WCL_I (2011) | 0,5384 |
| WCL_II (2011) | 0,5753 |
| WCL_III (2011) | 0,6202 |
| WCL_IV (2011) | 0,5217 |
| CJ (2018) | 0,5916 |
| NK (2019) | 0,6389 |

Fonte: Elaboração Própria.

Como é possível constatar na Tabela 4.4, o modelo que, em termos médios, obteve maior valor de eficiência cruzada foi o modelo de Nasser e Kiaei (2019) seguido de muito perto do modelo de Wang, Chin (2010b), que, por sua vez, é seguido de perto pelo modelo de Wang Chin e Luo_III (2011). Por outro lado, o modelo que, em termos médios, obteve menor valor de eficiência cruzada foi o modelo de Wang, Chin e Luo_IV (2011), seguido de perto pelo também modelo de Wang, Chin e Luo_I (2011)

Os resultados apresentados na Tabela 4.3 mostram ainda que os índices de eficiência cruzada obtidos por cada modelo são todos diferentes, permitindo assim estabelecer um *ranking* completo sobre todas as instituições bancárias em avaliação. Os *rankings* estabelecidos pelos modelos selecionados são apresentados na Tabela 4.5, a qual segue a estrutura da Tabela 4.3 e onde o *ranking* 1 é atribuído à DMU que apresenta maior índice de eficiência cruzada e, por consequência, o *ranking* 17 é atribuído à DMU que apresenta menor índice de eficiência cruzada.

Tabela 4.5 - *Rankings* obtidos através dos modelos selecionados.

| | DMUs (Instituições bancárias) | CCR MaxDEA | CCR CPLEX | WC (2010b) | WCJ 2011 | WCL_I 2011 | WCL_II 2011 | WCL_III 2011 | WCL_IV 2011 | CJ 2018 | NK 2019 |
|----|--|---------------|--------------|---------------|-------------|---------------|----------------|-----------------|----------------|------------|------------|
| 01 | ABANCA | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| 02 | Banco ActivoBank | 7 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 6 | 7 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 04 | Banco BPI | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 12 | 11 | 11 | 11 |
| 05 | Banco Comercial Português | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 13 | 13 |
| 06 | Banco CTT | 17 | 16 | 15 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 15 | 17 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 14 | 15 |
| 08 | Banco Finantia | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 09 | Banco Invest | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 9 | 10 | 9 |
| 10 | Banco Santander Totta | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 11 | Bankinter | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 12 | BEST | 6 | 7 | 7 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 7 | 6 |
| 13 | BNP Paribas | 15 | 15 | 16 | 15 | 15 | 15 | 14 | 14 | 17 | 14 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 11 | 13 | 12 | 12 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 16 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 16 | 16 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 10 | 9 | 10 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

Fonte: Elaboração Própria.

Da análise à Tabela 4.5, e considerando todos os modelos selecionados, é possível constatar que existem quatro instituições bancárias com o mesmo *ranking*, que são: a 03 (Banco Bilbao Vizcaya Argentaria) com *ranking* de 8; a 10 (Banco Santander Totta) com *ranking* de 5; a 11 (Bankinter) com *ranking* de 1 e a 17 (Novo Banco dos Açores) com *ranking* de 4.

Com uma diferença de apenas um entre todos os *rankings* obtidos existem dez instituições bancárias: a 01 (ABANCA) com um *ranking* de 2 e nove de 3; a 02 (Banco ActivoBank) com três *rankings* de 6 e sete de 7; a 04 (Banco BPI) com nove *rankings* de 11 e um de 12; a 05 (Banco Comercial Português) com um *ranking* de 12 e nove de 13; a 07 (Banco de Investimento Global) com sete *rankings* de 14 e três de 15; a 08 (Banco Finantia) com nove *rankings* de 2 e um de 3; a 09 (Banco Invest) com dois *rankings* de 9 e oito de 10; a 12 (BEST) com sete *rankings* de 6 e três de 7; a 15 (Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo) com três *rankings* de 16 e sete de 17; e a 16 (Caixa Geral de Depósitos) com oito *rankings* de 9 e dois de 10.

Com uma diferença de dois entre *rankings* obtidos existem duas instituições bancárias: a 06 (Banco CTT) com dois *rankings* de 15, seis de 16 e dois de 17; e a 14 (Caixa – Banco de Investimento) com um *ranking* de 11, oito de 12 e um de 13.

Com uma diferença de três entre *rankings* obtidos, que é a maior diferença registada, existe uma instituição bancária, a 13 (BNP Paribas) com três *rankings* de 14, cinco *rankings* de 15, um *ranking* de 16 e um *ranking* de 17.

De referir que as diferenças entre os *rankings* acabadas de mencionar se mantêm considerando os *rankings* obtidos pelos modelos de objetivo secundário, isto é, excluindo os *rankings* “aleatórios” obtidos pelo modelo CCR orientado para *inputs*. Essas diferenças mantêm-se ainda quando se consideram apenas os modelos de objetivo secundário neutro baseados em DMUs virtuais.

Considerando apenas os modelos de objetivo secundário neutro, propostos por Wang e Chin (2010b) e por Wang, Chin e Jiang (2011), verifica-se que existe treze instituições bancárias com o mesmo *ranking* e quatro com a diferença de 1 entre os *rankings*. Estas últimas são: a 02 (Banco ActivoBank) que apresenta, respetivamente, um *ranking* de 6 e de 7; a 06 (Banco CTT) que apresenta, respetivamente, um *ranking* de 15 e de 16; a 12 (BEST) que apresenta um *ranking* de 7 e 6, respetivamente; por fim, a 13 (BNP Paribas) que apresenta um *ranking* de 16 e outro de 15.

Restringindo a análise aos modelos de objetivo secundário neutro baseados em DMUs virtuais I, II, III e IV, propostos por Wang, Chin e Luo (2011), é possível constatar que os dois primeiros permitiram obter os mesmos *rankings* para todas as instituições. Ao incluir o modelo III, isto é, considerando os três primeiros modelos, verifica-se que apenas treze DMUs apresentam o mesmo *ranking* e que quatro apresentam a diferença de um de um entre os *rankings*. Por último, considerando os quatro modelos, constata-se que apenas oito instituições bancárias apresentam sempre o mesmo *ranking*, enquanto outras oito apresentam uma diferença de um entre os *rankings* e uma apresenta uma diferença de dois.

Apesar das diferenças entre os *rankings* estabelecidos pelos diferentes modelos, é possível identificar as três instituições que em termos globais conseguiram melhor *ranking*, bem como as três que conseguiram pior *ranking*. Assim, a instituição bancária que apresenta melhor *ranking* é a instituição 11 (Bankinter) com um *ranking* de 1 em todos os modelos usados no presente estudo prático, seguida da instituição 08 (Banco Finantia) com um *ranking* de 2, em todos os modelos à exceção do modelo IV proposto por Wang, Chin e Luo (2011) em que apresenta *ranking* 3. A terceira instituição com melhor *ranking* é a 01 (ABANCA), com um *ranking* de 3 em todos os modelos à exceção também do modelo IV proposto por Wang, Chin e Luo (2011) em que apresenta *ranking* 2. Por outro lado, a instituição que em termos globais apresenta pior *ranking* é a 15 (Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo), com um *ranking* de 17 para todos os modelos, à exceção do modelo CCR/MaxDEA, e dos modelos propostos por Carrillo e Jorge (2018) e por Nasseri e Kiaei (2019), nos quais apresenta um *ranking* de 16. A segunda pior instituição é a 06 (Banco CTI) que apresenta um *ranking* de 16 em todos os modelos, à exceção do modelo CCR/MaxDEA e do modelo de Nasseri e Kiaei (2019), onde apresenta um *ranking* de 17, e dos modelos propostos por Wang e Ching (2010b) e por Carrillo e Jorge (2018), nos quais apresenta um *ranking* de 15. A terceira instituição com pior *ranking* é a 13 (BNP Paribas) que apresenta um *ranking* de 15 em todos os modelos, à exceção do modelo proposto por Wang e Chin (2010b), onde apresenta um *ranking* de 16, dos modelos III e IV propostos por Wang, Chin e Luo (2011) e o modelo de Nasseri e Kiaei (2019), onde apresenta um *ranking* de 14, e do modelo proposto por Carrillo e Jorge (2018), onde apresenta um *ranking* de 17.

As diferenças relativas aos *rankings* apresentados na tabela 4.5 podem ser facilmente visualizadas através do gráfico apresentado na figura 4.1, relativo a esses *rankings*. Da observação do gráfico, facilmente se verifica que não existe um modelo que produza melhor ou pior *ranking* que os demais modelos. Por exemplo, o modelo IV proposto por Wang, Chin e Luo (2011) é o que produz melhor *ranking* para as instituições bancárias 01 (ABANCA) e 09 (Banco Invest), sendo,

no entanto, o que produz pior *ranking* para as instituições bancárias 08 (Banco Finantia) e 14 (Caixa – Banco de Investimento).

Através da observação daquele gráfico é também fácil verificar quais as instituições bancárias com maior regularidade ou irregularidade nos *rankings* obtidos pelos diversos modelos. Assim, as que apresentam maior regularidade são as instituições 03 (Banco Bilbao Vizcaya Argentaria), 10 (Banco Santander Totta), 11 (Bankinter) e 17 (Novo Banco dos Açores), que obtiveram o mesmo *ranking* em todos os modelos selecionados. Por outro lado, a instituição que apresenta maior irregularidade é a 13 (BNP Paribas), com quatro níveis de *ranking*, seguida das instituições bancárias 06 (Banco CTT) e 14 (Caixa – Banco de Investimento), com três níveis de *ranking*. As restantes instituições apresentam dois níveis de *ranking*.

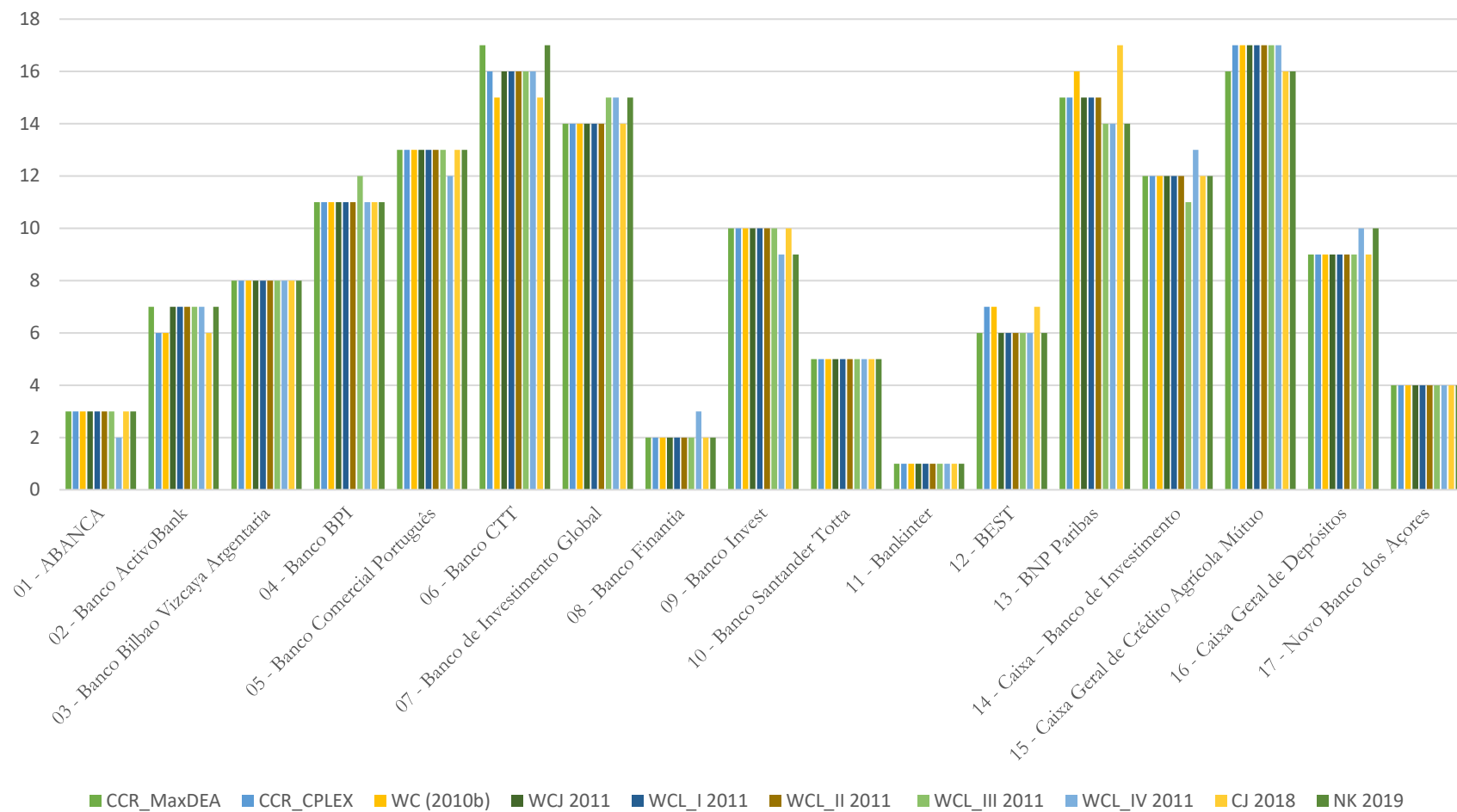
Como se referiu anteriormente, existem diferenças entre a avaliação que cada instituição bancária faz a si própria (autoavaliação) e a avaliação feita pelas restantes (avaliação por pares). Para se ter uma ideia do desvio entre essas duas avaliações, calculou-se o índice de Maverik, definido na secção 2.4, cujos resultados são apresentados na Tabela 4.6.

Como é possível constatar através da Tabela 4.6, a instituição bancária que apresenta menor desvio entre a autoavaliação e a avaliação por pares é a 11 (Bankinter), dado que apresenta o menor índice de Maverik para todos os modelos em análise, seguida da 08 (Banco Finantia) e da 10 (Banco Santander Totta). O menor índice de Maverik foi obtido pela instituição 11 (Bankinter) através do modelo Wang e Chin (2010b).

Por outro lado, a instituição bancária que globalmente apresenta maior desvio entre a autoavaliação e a avaliação por pares, isto é, a que apresenta maior índice Maverik, é a 13 (BNP Paribas), seguida da 07 (Banco de Investimento Global) e da 15 (Caixa de Crédito Agrícola Mútuo). Estas três instituições juntamente com a 14 (Caixa – Banco de Investimento) são as instituições que globalmente apresentam um índice de Maverik superior a 1. O maior índice de Maverik foi obtido pela instituição 13 (BNP Paribas) através do modelo I de Wang, Chin e Luo (2011).

Comparando globalmente os índices Maverik obtidos pelos diferentes modelos, tem-se que o modelo de Nasser e Kiaei (2019) foi o que, em termos médios, obteve menor índice de Maverik (0,4771). Por outro lado, o modelo IV de Wang, Chin e Luo (2011) foi o que, em termos médios, obteve maior valor para esse índice (0,8886).

Figura 4.1 – *Rankings* das eficiências cruzadas obtidos através do modelo CCR e de modelos de objetivo secundário.



Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 4.6 - Índices de Maverik obtidos pelos modelos selecionados.

| | DMUs (Instituições bancárias) | CCR MaxDEA | CCR CPLEX | WC (2010b) | WCJ 2011 | WCL_I 2011 | WCL_II 2011 | WCL_III 2011 | WCL_IV 2011 | CJ 2018 | NK 2019 |
|----|--|---------------|--------------|---------------|-------------|---------------|----------------|-----------------|----------------|------------|------------|
| 01 | ABANCA | 0,1848 | 0,2817 | 0,0968 | 0,1906 | 0,3335 | 0,2427 | 0,1528 | 0,3602 | 0,1900 | 0,1043 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,4464 | 0,4930 | 0,2981 | 0,4790 | 0,6009 | 0,5620 | 0,4639 | 0,7248 | 0,3818 | 0,3882 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,4378 | 0,5382 | 0,2821 | 0,4300 | 0,5896 | 0,4858 | 0,3710 | 0,6323 | 0,4151 | 0,3315 |
| 04 | Banco BPI | 0,4495 | 0,6276 | 0,3485 | 0,4393 | 0,6384 | 0,4887 | 0,3644 | 0,6260 | 0,5008 | 0,3265 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,5918 | 0,7709 | 0,4381 | 0,5638 | 0,7748 | 0,6118 | 0,4699 | 0,7599 | 0,6237 | 0,4463 |
| 06 | Banco CTT | 0,7081 | 0,7410 | 0,5506 | 0,6721 | 0,9100 | 0,7190 | 0,5594 | 0,8711 | 0,7661 | 0,5427 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 1,4526 | 1,4608 | 1,2290 | 1,5654 | 1,7247 | 1,7970 | 1,7178 | 2,2654 | 1,2622 | 1,4317 |
| 08 | Banco Finantia | 0,1609 | 0,2578 | 0,0770 | 0,1543 | 0,2846 | 0,2230 | 0,1375 | 0,3926 | 0,1449 | 0,0949 |
| 09 | Banco Invest | 0,6507 | 0,8514 | 0,6778 | 0,6905 | 0,9472 | 0,7630 | 0,6413 | 0,9245 | 0,7386 | 0,5135 |
| 10 | Banco Santander Totta | 0,1733 | 0,2715 | 0,0900 | 0,1831 | 0,3196 | 0,2369 | 0,1471 | 0,3505 | 0,1791 | 0,0974 |
| 11 | Bankinter | 0,0864 | 0,1518 | 0,0247 | 0,0538 | 0,1545 | 0,0916 | 0,0278 | 0,1929 | 0,0830 | 0,0266 |
| 12 | BEST | 0,3589 | 0,5383 | 0,2983 | 0,3626 | 0,5526 | 0,4141 | 0,2987 | 0,5393 | 0,4238 | 0,2507 |
| 13 | BNP Paribas | 1,6904 | 2,3858 | 2,0344 | 2,2231 | 2,6237 | 1,6531 | 1,4306 | 1,9060 | 2,5565 | 1,1484 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 1,2951 | 1,3690 | 0,8668 | 1,1149 | 1,2523 | 1,0328 | 0,6573 | 1,9409 | 1,1573 | 0,9367 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 1,1107 | 1,3710 | 1,2495 | 1,1925 | 1,5255 | 1,3145 | 1,1417 | 1,4787 | 1,3008 | 0,9274 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,4658 | 0,5336 | 0,3103 | 0,4861 | 0,6138 | 0,5618 | 0,4559 | 0,7224 | 0,4134 | 0,3909 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,2416 | 0,3568 | 0,1529 | 0,2454 | 0,3989 | 0,2975 | 0,1999 | 0,4181 | 0,2572 | 0,1528 |

Fonte: Elaboração Própria.

5. Conclusões

Desde que foi introduzida em 1978, a DEA tem-se revelado uma importante metodologia de avaliação do desempenho organizacional na medida em que permite obter informações importantes para apoio à tomada de decisão. Os modelos clássicos da DEA não conseguem discriminar as várias DMUs eficientes que geralmente identificam e, conseqüentemente, não permitem estabelecer um ranking completo sobre todas as DMUs, o que constitui uma desvantagem desta metodologia.

Para ultrapassar esta desvantagem, vários métodos e modelos têm sido propostos na literatura da DEA. Um desses métodos é o método da eficiência cruzada, introduzido por Sexton *et al.* (1986) e Doyle e Green (1994), ao qual tem sido reconhecido um forte poder de discriminação. Neste método, cada DMU é avaliada por si e pelas restantes DMUs em avaliação. Contudo, quando realizada tendo por base apenas os modelos clássicos, permite geralmente obter índices de eficiência cruzada e rankings dependentes do *software* utilizado, devido à existência de soluções ótimas alternativas que, em geral, aqueles modelos fornecem. Para ultrapassar esta limitação, Doyle e Green (1994) propuseram a resolução de um segundo modelo, designado de modelo de objetivo secundário e, nesse sentido, vários modelos de objetivo secundário têm sido propostos, sendo os modelos benevolentes, agressivos e neutros os principais tipos de modelos de objetivo secundário propostos.

Neste trabalho apresentou-se um estudo sobre os modelos neutros no método da avaliação cruzada na DEA, tendo por base o modelo CCR orientado para *inputs*. Este tipo de modelos tem a vantagem de, relativamente aos modelos benevolentes e agressivos, libertar o decisor de tomar uma atitude benevolente ou agressiva para com as restantes DMUs aquando da avaliação de uma determinada DMU. Deste modo, o estudo incidiu sobre dois tipos destes modelos, os modelos neutros propriamente ditos e os modelos baseados em DMUs virtuais. Este estudo incluiu a aplicação destes modelos a uma situação real, mais especificamente à avaliação de dezassete instituições bancárias que operavam em Portugal no ano de 2020.

Os resultados obtidos mostram que o modelo CCR orientado para *inputs* permitiu identificar seis instituições bancárias como eficientes, não permitindo assim estabelecer um *ranking* completo sobre todas as instituições, apesar de o permitir para as instituições ineficientes, uma vez que neste caso os índices obtidos são todos diferentes. Usando o método de eficiência cruzada com os modelos de objetivo secundário neutro, os resultados mostram que os índices

de eficiência cruzada obtidos por cada modelo são todos diferentes, permitindo assim estabelecer um *ranking* completo sobre todas as instituições bancárias em avaliação.

Esses resultados mostram ainda que não existe qualquer instituição que seja eficiente pelo método da eficiência cruzada, isto é, que seja eficiente quando avaliada conjuntamente por si própria e pelos seus pares, ao contrário do que acontece com o modelo CCR orientado para *inputs*. Da análise aos resultados, verifica-se ainda que existem instituições bancárias classificadas como eficientes pelo modelo CCR orientado para *inputs* que obtiveram um índice de eficiência cruzada inferior às instituições outrora classificadas como ineficientes por esse modelo.

Com o intuito de se ter uma ideia sobre os desvios entre a autoavaliação e a avaliação por pares, calculou-se o índice de Maverik para cada modelo usado neste estudo prático, tendo-se verificado que o modelo de Nasser e Kiaei (2019) foi o que, em termos médios, obteve menor índice de Maverik e o modelo IV de Wang, Chin e Luo (2011) foi o que, em termos médios, obteve maior valor para esse índice.

Referências Bibliográficas

- Aldamak, A. & Zolfaghari, S. (2017). Review of ranking methods in the data envelopment analysis. *Measurement*, 106, pp. 161-172.
- Alder, N., Friedman, L. & Sinuany-Stern, Z. (2002). Review of ranking methods in the data envelopment analysis context. *European journal of operational research*, 140 (2), pp. 249-265.
- Angulo-Meza, L. & Lins, M. P. E. (2002). Review of methods for increasing discrimination in data envelopment analysis. *Annals of Operations Research*, 116 (1-4), pp. 225-242.
- Asadi, B., Nasser, H. & Hosseinzade Lotfi, F. (2020). Cross-inefficiency with the Variable Returns to Scale in DEA. *International Journal of Industrial Mathematics*, 12 (4), pp. 345-355.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30 (9), pp. 1078-1092.
- Carrillo, M., & Jorge, J. M. (2018). An alternative neutral approach for cross-efficiency evaluation. *Computers & Industrial Engineering*, 120, pp. 137-145.
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). Programming with linear fractional functionals. *Naval Research logistics quarterly*, 9 (3-4), pp. 181-186.
- Charnes, A., Cooper, W. W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2 (6), pp. 429-444.
- Cook, W. D., Harrison, J., Imanirad, R., Rouse, P. & Zhu, J. (2015). Data envelopment analysis with non-homogeneous DMUs. *Data Envelopment Analysis: A Handbook of Models and Methods*, pp. 309-340.
- Doyle, J. & Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in DEA: derivations, meanings and uses. *Journal of the Operations Research Society*, 45 (5), pp. 567-578.
- Entani, T., & Tanaka, H. (2006). Improvement of efficiency intervals based on DEA by adjusting inputs and outputs. *European Journal of Operational Research*, 172 (3), pp. 1004-1017.
- Farrell, M. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: series A*, 120 (3), pp. 253-281.

- Figueiredo, M. A., Macedo-Soares, T. D., Fuks, S. & Figueiredo, L. C. (2005). Definição de Atributos Desejáveis para Auxiliar a Auto-avaliação dos Novos Sistemas de Medição de Desempenho Organizacional. *Gestão & Produção*, 12 (2), pp.305-315.
- Ghalayini, A. M. & Noble, J. S. (1996). The Changing Basis of Performance Measurement. *International Journal of Operations & Production Management*, 16 (8), pp. 63-80.
- Liang, L., Wu, J., Cook, W. D. & Zhu, J. (2008). The DEA game cross-efficiency model and its Nash equilibrium. *Operations research*, 56 (5), pp. 1278-1288.
- Lim, S. & Zhu, J. (2015). DEA cross-efficiency evaluation under variable returns to scale. *Journal of the Operational Research Society*, 66, pp. 476-487.
- Liu, J. S., Lu, L. Y., Lu, W. M., & Lin, B. J. (2013). Data envelopment analysis 1978–2010: A citation-based literature survey. *Omega*, 41 (1), pp. 3-15.
- Mello, J. C. C. S., Meza, L. A., Silveira, J. Q. & Gomes, E. G. (2013). About negative efficiencies in cross evaluation BCC input oriented models. *European Journal of Operational Research*, 229(3), pp. 732-737.
- Nasseri, S. H. & Kiaei, H. (2018). Allocation of Weights Using Simultaneous Optimization of Inputs and Outputs' Contribution in Cross-efficiency Evaluation of DEA. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 28 (4), pp. 521-538.
- Nasseri, S. H., & Kiaei, H. (2019). Ranking of efficient units on the basis of distance from virtual ideal and anti-ideal units. *International Journal of Applied Decision Sciences*, 12 (4), pp. 361-374.
- Rodrigues, J. (2012). *Gestão Estratégica das Instituições Financeiras* (1ª edição). Lisboa: Escolar Editora.
- Sexton, T. R., Silkman, R. H. & Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. *New directions for program evaluation*, 1986 (32), pp 73–105.
- Valmorbida, S. M., Ensslin, S. R., Ensslin, L. & Bortoluzzi, S. C. (2012). Avaliação de Desempenho Organizacional: Panorama das Publicações em Periódicos Nacionais. *Sociedade, Contabilidade e Gestão*, 7 (2), pp. 67-84.
- Wang, Y. M., & Chin, K. S. (2010a). Some alternative models for DEA cross-efficiency evaluation. *International Journal of Production Economics*, 128 (1), pp. 332-338.

Wang, Y. M., & Chin, K. S. (2010b). A neutral DEA model for cross-efficiency evaluation and its extension. *Expert Systems with applications*, 37 (5), pp. 3666-3675.

Wang, Y. M., Chin, K. S. & Jiang, P. (2011). Weight determination in the cross-efficiency evaluation. *Computers & Industrial Engineering*, 61 (3), pp. 497-502.

Wang, Y. M., Chin, K. S. & Luo, Y. (2011). Cross-efficiency evaluation based on ideal and anti-ideal decision making units. *Expert Systems with Applications*, 38 (8), pp. 10312-10319.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Pesos obtidos pelo software MaxDEA

| DMUs | | Pesos | | | | |
|-----------------------------------|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| (Instituições do setor segurador) | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00000 | 3,36E-07 | 0,00000 | 3,53E-07 | 0,00000 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,00507 | 2,53E-08 | 0,00000 | 5,62E-07 | 2,38E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,00260 | 1,30E-08 | 0,00000 | 2,89E-07 | 1,22E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 3,17E-08 | 0,00000 | 3,33E-08 | 0,00000 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 1,90E-08 | 0,00000 | 1,99E-08 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 5,92E-07 | 0,00000 | 6,21E-07 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,00068 | 0,00000 | 1,94E-06 | 0,00000 | 2,91E-05 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00088 | 0,00000 | 2,51E-06 | 0,00000 | 3,76E-05 |
| 09 | Banco Invest | 0,00000 | 1,94E-07 | 6,23E-06 | 0,00000 | 7,71E-05 |
| 10 | Banco Santander Totta | 4,85E-06 | 2,16E-08 | 0,00000 | 2,25E-08 | 1,51E-07 |
| 11 | Bankinter | 0,00000 | 1,41E-07 | 1,10E-07 | 1,55E-07 | 0,00000 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 1,37E-06 | 0,00000 | 1,40E-06 | 6,89E-06 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,07E-07 | 6,66E-06 | 0,00000 | 8,23E-05 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00899 | 2,39E-06 | 0,00000 | 0,00000 | 9,37E-05 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 4,02E-08 | 1,30E-06 | 0,00000 | 1,60E-05 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00014 | 6,87E-10 | 0,00000 | 1,52E-08 | 6,45E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 1,86E-06 | 0,00000 | 1,90E-06 | 9,36E-06 |

APÊNDICE B – Pesos obtidos pelo software CPLEX

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00086 | 2,27E-07 | 0,00000 | 3,53E-07 | 0,00000 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,00535 | 0,00000 | 0,00000 | 5,50E-07 | 2,51E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,00260 | 1,30E-08 | 0,00000 | 2,89E-07 | 1,22E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 3,17E-08 | 0,00000 | 3,33E-08 | 0,00000 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 1,90E-08 | 0,00000 | 1,99E-08 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 5,92E-07 | 0,00000 | 6,21E-08 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,00068 | 0,00000 | 1,9398E-06 | 0,00000 | 2,91E-05 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00088 | 0,00000 | 2,51E-06 | 0,00000 | 3,76E-05 |
| 09 | Banco Invest | 0,00000 | 1,94E-07 | 6,23E-06 | 0,00000 | 7,71E-05 |
| 10 | Banco Santander Totta | 4,85E-06 | 2,16E-08 | 0,00000 | 2,25E-08 | 1,51E-07 |
| 11 | Bankinter | 0,00130 | 0,00000 | 0,00000 | 1,55E-07 | 0,00000 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 1,37E-06 | 0,00000 | 1,40E-06 | 6,89E-06 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,07E-07 | 6,66E-06 | 0,00000 | 8,23E-05 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00899 | 2,39E-06 | 0,00000 | 0,00000 | 9,37E-05 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 4,02E-08 | 1,30E-06 | 0,00000 | 1,60E-05 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00014 | 6,87E-10 | 0,00000 | 1,52E-08 | 6,45E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 1,86E-06 | 0,00000 | 1,90E-06 | 9,36E-06 |

APÊNDICE C – Pesos obtidos pelo modelo Wang e Chin (2010b)

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00206 | 7,55E-08 | 0,00000 | 2,99E-07 | 1,00E-05 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,00503 | 0,00000 | 3,84E-07 | 5,17E-07 | 2,86E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,00260 | 1,30E-08 | 0,00000 | 2,89E-07 | 1,22E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 3,20E-08 | -2,82E-09 | 3,30E-08 | 6,28E-08 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 1,90E-08 | 0,00000 | 1,99E-08 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 5,92E-07 | 0,00000 | 6,21E-07 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,00068 | 0,00000 | 1,94E-06 | 0,00000 | 2,91E-05 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00220 | 1,44E-06 | 0,00000 | 1,70E-06 | 1,88E-05 |
| 09 | Banco Invest | 0,00000 | 4,22E-07 | 4,97E-06 | 2,72E-07 | 6,86E-05 |
| 10 | Banco Santander Totta | 0,00016 | 1,35E-09 | -8,31E-09 | 1,89E-08 | 6,53E-07 |
| 11 | Bankinter | 0,00126 | 0,00000 | 1,50E-06 | 7,74E-08 | 2,5899E-05 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 1,37E-06 | 0,00000 | 1,40E-06 | 6,89E-06 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,07E-07 | 6,66E-06 | 0,00000 | 8,23E-05 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00000 | 1,64E-05 | 0,00000 | 1,68E-05 | 8,25E-05 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 4,02E-08 | 1,30E-06 | 0,00000 | 1,60E-05 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00015 | 0,00000 | -2,54E-09 | 1,51E-08 | 6,58E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 1,86E-06 | 0,00000 | 1,90E-06 | 9,36E-06 |

APÊNDICE D – Pesos obtidos pelo modelo Wang, Chin e Jiang (2011)

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00025 | 2,73E-07 | 5,05E-07 | 3,03E-07 | 9,36E-06 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,00503 | 0,00000 | 3,84E-07 | 5,17E-07 | 2,86E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,00260 | 1,30E-08 | 0,00000 | 2,89E-07 | 1,22E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 3,17E-08 | 0,00000 | 3,33E-08 | 0,00000 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 1,90E-08 | 0,00000 | 1,99E-08 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 5,92E-07 | 0,00000 | 6,21E-07 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,00068 | 0,00000 | 1,94E-06 | 0,00000 | 2,91E-05 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00089 | 1,58E-06 | 4,03E-07 | 1,70E-06 | 1,88E-05 |
| 09 | Banco Invest | 0,00045 | 1,63E-07 | 5,49E-06 | 2,07E-08 | 7,64E-05 |
| 10 | Banco Santander Totta | 4,85E-06 | 2,16E-08 | 0,00000 | 2,25E-08 | 1,51E-07 |
| 11 | Bankinter | 0,00043 | 4,70E-08 | 1,81E-05 | 7,74E-08 | 2,59E-05 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 1,37E-06 | 0,00000 | 1,40E-06 | 6,89E-06 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,07E-07 | 6,66E-06 | 0,00000 | 8,23E-05 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00351 | 5,48E-06 | 9,00E-07 | 3,15E-06 | 9,16E-05 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 4,02E-08 | 1,30E-06 | 0,00000 | 1,60E-05 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00014 | 6,87E-10 | 0,00000 | 1,52E-08 | 6,45E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 1,86E-06 | 0,00000 | 1,90E-06 | 9,36E-06 |

APÊNDICE E – Pesos obtidos pelo modelo Wang, Chin e Luo I (2011)

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00086 | 2,27E-07 | 0,00000 | 3,53E-07 | 0,00000 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,00535 | 0,00000 | 0,00000 | 5,70E-07 | 2,29E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,00260 | 1,30E-08 | 0,00000 | 2,89E-07 | 1,22E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 3,17E-08 | 0,00000 | 3,33E-08 | 0,00000 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 1,90E-08 | 0,00000 | 1,99E-08 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 5,92E-07 | 0,00000 | 6,21E-07 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,00068 | 0,00000 | 1,9398E-06 | 0,00000 | 2,91E-05 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00645 | 0,00000 | 0,00000 | 0,00000 | 3,76E-05 |
| 09 | Banco Invest | 0,00049 | 1,42E-07 | 5,54E-06 | 0,00000 | 7,71E-05 |
| 10 | Banco Santander Totta | 4,85E-06 | 2,16E-08 | 0,00000 | 2,25E-08 | 1,51E-07 |
| 11 | Bankinter | 0,00000 | 0,00000 | 5,44E-05 | 1,55E-07 | 0,00000 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 1,37E-06 | 0,00000 | 1,40E-06 | 6,89E-06 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,07E-07 | 6,66E-06 | 0,00000 | 8,23E-05 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00000 | 1,64E-05 | 0,00000 | 0,00000 | 9,37E-05 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 4,02E-08 | 1,30E-06 | 0,00000 | 1,60E-05 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00014 | 6,87E-10 | 0,00000 | 1,52E-08 | 6,45E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 1,86E-06 | 0,00000 | 1,90E-06 | 9,36E-06 |

APÊNDICE F – Pesos obtidos pelo modelo Wang, Chin e Luo II (2011)

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00000 | 3,00E-07 | 5,75E-07 | 3,03E-07 | 9,27E-06 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,00503 | 0,00000 | 3,84E-07 | 5,17E-07 | 2,86E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,00260 | 1,30E-08 | 0,00000 | 2,89E-07 | 1,22E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 3,17E-08 | 0,00000 | 3,33E-08 | 0,00000 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 1,90E-08 | 0,00000 | 1,99E-08 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 5,92E-07 | 0,00000 | 6,21E-07 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,00068 | 0,00000 | 1,9398E-06 | 0,00000 | 2,91E-05 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00000 | 2,12E-06 | 9,20E-08 | 2,15E-06 | 1,38E-05 |
| 09 | Banco Invest | 0,00000 | 4,22E-07 | 4,97E-06 | 2,72E-07 | 6,86E-05 |
| 10 | Banco Santander Totta | 4,85E-06 | 2,16E-08 | 0,00000 | 2,25E-08 | 1,51E-07 |
| 11 | Bankinter | 0,00000 | 0,00000 | 5,44E-05 | 1,55E-07 | 0,00000 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 1,37E-06 | 0,00000 | 1,40E-06 | 6,89E-06 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,07E-07 | 6,66E-06 | 0,00000 | 8,23E-05 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00000 | 1,64E-05 | 0,00000 | 0,00000 | 9,37E-05 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 4,02E-08 | 1,30E-06 | 0,00000 | 1,60E-05 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00014 | 6,87E-10 | 0,00000 | 1,52E-08 | 6,45E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 1,86E-06 | 0,00000 | 1,90E-06 | 9,36E-06 |

APÊNDICE G – Pesos obtidos pelo modelo Wang Chin e Luo III (2011)

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00000 | 3,00E-07 | 5,75E-07 | 3,03E-07 | 9,27E-06 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,00503 | 0,00000 | 3,84E-07 | 5,17E-07 | 2,86E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,00260 | 1,30E-08 | 0,00000 | 2,89E-07 | 1,22E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 3,20E-08 | -2,82E-09 | 3,30E-08 | 6,28E-08 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 1,92E-08 | -1,99E-09 | 1,99E-08 | 2,74E-08 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 5,92E-07 | 0,00000 | 6,21E-07 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,00068 | 0,00000 | 1,9398E-06 | 0,00000 | 2,91E-05 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00000 | 2,12E-06 | 9,20E-08 | 2,15E-06 | 1,38E-05 |
| 09 | Banco Invest | 0,00000 | 4,22E-07 | 4,97E-06 | 2,72E-07 | 6,86E-05 |
| 10 | Banco Santander Totta | 4,85E-06 | 2,16E-08 | 0,00000 | 2,25E-08 | 1,51E-07 |
| 11 | Bankinter | 0,00000 | 0,00000 | 5,44E-05 | 0,00000 | 5,18E-05 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 1,37E-06 | 0,00000 | 1,40E-06 | 6,89E-06 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,07E-07 | 6,66E-06 | 0,00000 | 8,23E-05 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00000 | 1,64E-05 | 0,00000 | 1,68E-05 | 8,25E-05 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 4,02E-08 | 1,30E-06 | 0,00000 | 1,60E-05 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00014 | 6,87E-10 | 0,00000 | 1,52E-08 | 6,45E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 1,86E-06 | 0,00000 | 1,90E-06 | 9,36E-06 |

APÊNDICE H – Pesos obtidos pelo modelo Wang Chin e Luo IV (2011)

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00000 | 8,27E-09 | 6,48E-09 | 9,10E-09 | 0,00000 |
| 02 | Banco ActivoBank | 7,09E-05 | 0,00000 | 5,42E-09 | 7,29E-09 | 4,04E-07 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 3,66E-05 | 5,17E-09 | -3,53E-09 | 1,00E-08 | 0,00000 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 8,88E-09 | 0,00000 | 9,31E-09 | 0,00000 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 8,88E-09 | 0,00000 | 9,31E-09 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 8,88E-09 | 0,00000 | 9,31E-09 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 2,16E-05 | 0,00000 | 6,13E-08 | 0,00000 | 9,21E-07 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00000 | 1,21E-08 | 6,43E-09 | 0,00000 | 2,92E-07 |
| 09 | Banco Invest | 0,00000 | 3,35E-09 | 5,73E-08 | 0,00000 | 8,00E-07 |
| 10 | Banco Santander Totta | 1,92E-06 | 8,57E-09 | 1,42E-12 | 8,92E-09 | 6,01E-08 |
| 11 | Bankinter | 0,00000 | 0,00000 | 1,26E-07 | 3,60E-10 | 0,00000 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 8,96E-09 | -8,28E-10 | 9,34E-09 | 0,00000 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,08E-09 | 6,69E-08 | 0,00000 | 8,28E-07 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00000 | 1,41E-08 | 0,00000 | 0,00000 | 8,05E-08 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 2,08E-09 | 6,69E-08 | 0,00000 | 8,28E-07 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 7,25E-05 | 3,63E-10 | 0,00000 | 8,05E-09 | 3,41E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 8,94E-09 | -6,11E-10 | 9,33E-09 | 0,00000 |

APÊNDICE I – Pesos obtidos pelo modelo Carrillo e Jorge (2018)

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00206 | 7,55E-08 | 0,00000 | 2,99E-07 | 1,00E-05 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,00507 | 2,54E-08 | 0,00000 | 5,62E-07 | 2,38E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,00260 | 1,30E-08 | 0,00000 | 2,89E-07 | 1,22E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 3,17E-08 | 0,00000 | 3,33E-08 | 0,00000 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 1,90E-08 | 0,00000 | 1,99E-08 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 5,92E-07 | 0,00000 | 6,21E-07 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,00068 | 0,00000 | 1,9398E-06 | 0,00000 | 2,91E-05 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00088 | 0,00000 | 2,51E-06 | 0,00000 | 3,76E-05 |
| 09 | Banco Invest | 0,00049 | 1,42E-07 | 5,54E-06 | 0,00000 | 7,71E-05 |
| 10 | Banco Santander Totta | 4,85E-06 | 2,16E-08 | 0,00000 | 2,25E-08 | 1,51E-07 |
| 11 | Bankinter | 0,00130 | 0,00000 | 0,00000 | 1,55E-07 | 0,00000 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 1,37E-06 | 0,00000 | 1,40E-06 | 6,89E-06 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 2,07E-07 | 6,66E-06 | 0,00000 | 8,23E-05 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00899 | 2,39E-06 | 0,00000 | 0,00000 | 9,37E-05 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 4,02E-08 | 1,30E-06 | 0,00000 | 1,60E-05 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00014 | 6,87E-10 | 0,00000 | 1,52E-08 | 6,45E-07 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 1,86E-06 | 0,00000 | 1,90E-06 | 9,36E-06 |

APÊNDICE J – Pesos obtidos pelo modelo Nasseri e Kiaei (2019)

| DMUs (Instituições do setor segurador) | | Pesos | | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| | | <i>Input 1</i> | <i>Input 2</i> | <i>Input 3</i> | <i>Output 1</i> | <i>Output 2</i> |
| 01 | ABANCA | 0,00000 | 1,16E-05 | 5,04E-07 | 1,18E-05 | 7,58E-05 |
| 02 | Banco ActivoBank | 0,01426 | 7,13E-08 | 0,00000 | 1,58E-06 | 6,69E-05 |
| 03 | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria | 0,01612 | 8,06E-08 | 0,00000 | 1,79E-06 | 7,57E-05 |
| 04 | Banco BPI | 0,00000 | 2,00E-06 | 0,00000 | 2,09E-06 | 0,00000 |
| 05 | Banco Comercial Português | 0,00000 | 3,47E-06 | 0,00000 | 3,63E-06 | 0,00000 |
| 06 | Banco CTT | 0,00000 | 6,16E-04 | 0,00000 | 6,45E-04 | 0,00000 |
| 07 | Banco de Investimento Global | 0,22927 | 0,00000 | 6,52E-04 | 0,00000 | 9,79E-03 |
| 08 | Banco Finantia | 0,00000 | 6,54E-06 | 1,25E-05 | 6,61E-06 | 0,00020 |
| 09 | Banco Invest | 0,00000 | 1,14E-05 | 0,00013 | 7,38E-06 | 0,00186 |
| 10 | Banco Santander Totta | 0,00012 | 5,18E-07 | 0,00000 | 5,39E-07 | 3,63E-06 |
| 11 | Bankinter | 0,00000 | 1,42E-06 | 4,59E-05 | 0,00000 | 0,00057 |
| 12 | BEST | 0,00000 | 4,08E-05 | 0,00000 | 4,16E-05 | 0,00020 |
| 13 | BNP Paribas | 0,00000 | 1,38E-05 | 0,00044 | 0,00000 | 0,00548 |
| 14 | Caixa – Banco de Investimento | 0,00000 | 0,00013 | 0,00000 | 0,00014 | 0,00068 |
| 15 | Caixa Geral de Crédito Agrícola Mútuo | 0,00000 | 2,64E-06 | 8,50E-05 | 0,00000 | 0,00105 |
| 16 | Caixa Geral de Depósitos | 0,00042 | 2,10E-09 | 0,00000 | 4,65E-08 | 1,97E-06 |
| 17 | Novo Banco dos Açores | 0,00000 | 6,29E-05 | 0,00000 | 6,43E-05 | 0,00032 |

APÊNDICE K – Matriz de eficiências cruzadas obtidas para o modelo CCR/ MaxDEA

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 02 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 03 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 04 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 05 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 06 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81899 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 1,00000 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09002 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 0,70751 | 0,81899 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 1,00000 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09002 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 09 | 0,66569 | 0,67964 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00000 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 10 | 1,00000 | 0,66914 | 0,83081 | 0,79280 | 0,68703 | 0,34715 | 0,11947 | 1,00000 | 0,62049 | 0,90870 | 0,94417 | 0,98120 | 0,19989 | 1,00000 | 0,20133 | 0,66624 | 0,97930 |
| 11 | 1,00000 | 0,64118 | 0,81372 | 0,78499 | 0,67945 | 0,34319 | 0,01901 | 0,44424 | 0,51054 | 0,88246 | 1,00000 | 0,95153 | 0,27987 | 0,02219 | 0,20549 | 0,62070 | 0,96677 |
| 12 | 1,00000 | 0,65937 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69213 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90725 | 0,94432 | 0,99127 | 0,31582 | 1,00000 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |
| 13 | 0,66569 | 0,67964 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00000 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 14 | 0,13422 | 0,16920 | 0,08669 | 0,06946 | 0,02535 | 0,00436 | 0,34816 | 1,00000 | 0,28308 | 0,15938 | 0,07556 | 0,13744 | 0,02214 | 1,00000 | 0,04118 | 0,16815 | 0,13459 |
| 15 | 0,66569 | 0,67964 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00000 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 17 | 1,00000 | 0,65937 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69213 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90725 | 0,94432 | 0,99127 | 0,31582 | 1,00000 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |

APÊNDICE L – Matriz de eficiências cruzadas obtidas para o modelo CCR/CPLEX

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,71187 | 0,87618 | 0,75727 | 0,70016 | 0,34994 | 0,01946 | 0,43599 | 0,34641 | 0,88399 | 0,99998 | 0,86587 | 0,03447 | 0,02612 | 0,14110 | 0,68871 | 0,95623 |
| 02 | 0,96356 | 1,00000 | 0,89298 | 0,60784 | 0,56995 | 0,26333 | 0,41379 | 0,99999 | 0,37210 | 0,87744 | 0,97787 | 0,68788 | 0,02029 | 0,53582 | 0,10318 | 0,89922 | 0,88577 |
| 03 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62836 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 0,99999 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53427 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 04 | 0,99999 | 0,64668 | 0,83503 | 0,80596 | 0,70521 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67343 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64434 | 0,97971 |
| 05 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 06 | 0,10000 | 0,06467 | 0,08350 | 0,08060 | 0,07052 | 0,35918 | 0,00217 | 0,06734 | 0,05552 | 0,08994 | 0,09549 | 0,09867 | 0,02882 | 0,01220 | 0,02005 | 0,06443 | 0,09797 |
| 07 | 0,70751 | 0,81898 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 0,99999 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09003 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 0,70752 | 0,81900 | 0,34394 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70414 | 1,00000 | 0,83423 | 0,67748 | 1,00001 | 0,50326 | 0,09003 | 0,39715 | 0,24973 | 0,59578 | 0,60654 |
| 09 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00000 | 0,63148 | 0,99998 | 0,50847 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 10 | 1,00001 | 0,66915 | 0,83081 | 0,79280 | 0,68703 | 0,34716 | 0,11947 | 1,00001 | 0,62049 | 0,90870 | 0,94418 | 0,98121 | 0,19989 | 1,00000 | 0,20133 | 0,66624 | 0,97931 |
| 11 | 0,90137 | 0,81299 | 0,88050 | 0,60609 | 0,62181 | 0,29934 | 0,01444 | 0,22625 | 0,17483 | 0,76929 | 1,00000 | 0,62143 | 0,01094 | 0,00891 | 0,07856 | 0,72517 | 0,82083 |
| 12 | 1,00001 | 0,65938 | 0,82947 | 0,79948 | 0,69214 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90726 | 0,94433 | 0,99127 | 0,31582 | 0,99998 | 0,20643 | 0,65778 | 0,98094 |
| 13 | 0,66570 | 0,67965 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00003 | 0,50848 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57432 |
| 14 | 0,13422 | 0,16919 | 0,08669 | 0,06946 | 0,02535 | 0,00436 | 0,34816 | 0,99999 | 0,28308 | 0,15937 | 0,07556 | 0,13743 | 0,02214 | 1,00000 | 0,04118 | 0,16814 | 0,13459 |
| 15 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29845 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63958 | 0,91599 | 0,99999 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64085 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58950 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90819 |
| 17 | 0,99999 | 0,65936 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94830 | 0,62684 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31581 | 0,99999 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |

APÊNDICE M – Matriz de eficiências cruzadas obtidas pelo modelo Wang e Chin (2010b)

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 01 | 1,00000 | 0,92497 | 0,90366 | 0,66501 | 0,61685 | 0,29157 | 0,35650 | 1,00001 | 0,40113 | 0,90806 | 0,99999 | 0,75973 | 0,02424 | 0,54441 | 0,11746 | 0,85621 | 0,93206 |
| 02 | 0,96574 | 1,00000 | 0,86114 | 0,59590 | 0,54048 | 0,24700 | 0,44814 | 0,99998 | 0,40339 | 0,87767 | 0,99999 | 0,68706 | 0,02251 | 0,49873 | 0,10975 | 0,88097 | 0,88286 |
| 03 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62836 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 0,99999 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53427 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 04 | 1,00002 | 0,65235 | 0,83546 | 0,80596 | 0,70325 | 0,35791 | 0,05120 | 0,83237 | 0,58949 | 0,90456 | 0,94572 | 0,99288 | 0,30015 | 0,99999 | 0,20223 | 0,65258 | 0,98177 |
| 05 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 06 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81898 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 0,99999 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09003 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 1,00001 | 0,70669 | 0,84269 | 0,76717 | 0,67427 | 0,33669 | 0,17073 | 1,00000 | 0,54659 | 0,90859 | 0,95331 | 0,93166 | 0,07442 | 0,71764 | 0,17637 | 0,69602 | 0,97045 |
| 09 | 0,82640 | 0,71493 | 0,47387 | 0,43908 | 0,25247 | 0,10035 | 0,60384 | 0,99999 | 1,00000 | 0,75755 | 1,00001 | 0,67445 | 0,59115 | 0,39401 | 0,35553 | 0,58167 | 0,74215 |
| 10 | 0,99936 | 1,00003 | 0,94532 | 0,65075 | 0,62397 | 0,29265 | 0,36780 | 1,00003 | 0,36129 | 0,90870 | 1,00003 | 0,72674 | 0,01996 | 0,57273 | 0,10464 | 0,92005 | 0,92546 |
| 11 | 0,80827 | 0,87724 | 0,50317 | 0,38879 | 0,23116 | 0,08581 | 0,64212 | 1,00000 | 0,66610 | 0,74776 | 1,00000 | 0,56951 | 0,05112 | 0,41115 | 0,17460 | 0,67505 | 0,70781 |
| 12 | 1,00001 | 0,65938 | 0,82947 | 0,79948 | 0,69214 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90726 | 0,94433 | 0,99127 | 0,31582 | 0,99998 | 0,20643 | 0,65778 | 0,98094 |
| 13 | 0,66570 | 0,67965 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00003 | 0,50848 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57432 |
| 14 | 0,99999 | 0,65937 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31582 | 1,00000 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98092 |
| 15 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29845 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63958 | 0,91599 | 0,99999 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64085 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,96302 | 0,99997 | 0,90077 | 0,61069 | 0,57715 | 0,26733 | 0,40493 | 0,99998 | 0,36469 | 0,87737 | 0,97284 | 0,68806 | 0,01978 | 0,54749 | 0,10168 | 0,90379 | 0,88645 |
| 17 | 0,99999 | 0,65936 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94830 | 0,62684 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31581 | 0,99999 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |

APÊNDICE N – Matriz de eficiências cruzadas obtidas pelo modelo Wang, Chin e Jiang (2011)

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,72387 | 0,77395 | 0,71792 | 0,58666 | 0,28441 | 0,32327 | 1,00000 | 0,70432 | 0,90339 | 0,99999 | 0,90747 | 0,13734 | 0,44861 | 0,21751 | 0,67948 | 0,95387 |
| 02 | 0,96574 | 1,00000 | 0,86114 | 0,59590 | 0,54048 | 0,24700 | 0,44814 | 0,99998 | 0,40339 | 0,87767 | 0,99999 | 0,68706 | 0,02251 | 0,49873 | 0,10975 | 0,88097 | 0,88286 |
| 03 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62836 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 0,99999 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53427 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 04 | 0,99999 | 0,64668 | 0,83503 | 0,80596 | 0,70521 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67343 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64434 | 0,97971 |
| 05 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 06 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81898 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 0,99999 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09003 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 1,00000 | 0,68523 | 0,82399 | 0,77522 | 0,66779 | 0,33446 | 0,16911 | 1,00000 | 0,61860 | 0,90782 | 0,95404 | 0,95838 | 0,13905 | 0,64498 | 0,19806 | 0,67438 | 0,97342 |
| 09 | 0,71785 | 0,74346 | 0,33915 | 0,29568 | 0,10334 | 0,02186 | 0,68890 | 1,00000 | 1,00000 | 0,68255 | 0,99998 | 0,54529 | 0,25741 | 0,39110 | 0,37416 | 0,55830 | 0,62273 |
| 10 | 1,00001 | 0,66915 | 0,83081 | 0,79280 | 0,68703 | 0,34716 | 0,11947 | 1,00001 | 0,62049 | 0,90870 | 0,94418 | 0,98121 | 0,19989 | 1,00000 | 0,20133 | 0,66624 | 0,97931 |
| 11 | 0,16486 | 0,13785 | 0,07608 | 0,06922 | 0,03557 | 0,01298 | 0,08121 | 0,11224 | 0,13934 | 0,13128 | 1,00000 | 0,10429 | 0,06267 | 0,04100 | 0,09983 | 0,09332 | 0,13166 |
| 12 | 1,00001 | 0,65938 | 0,82947 | 0,79948 | 0,69214 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90726 | 0,94433 | 0,99127 | 0,31582 | 0,99998 | 0,20643 | 0,65778 | 0,98094 |
| 13 | 0,66570 | 0,67965 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00003 | 0,50848 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57432 |
| 14 | 0,57987 | 0,42182 | 0,46979 | 0,43873 | 0,36561 | 0,18023 | 0,22275 | 0,99999 | 0,46759 | 0,54121 | 0,53172 | 0,56383 | 0,09324 | 1,00000 | 0,12317 | 0,41755 | 0,56707 |
| 15 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29845 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63958 | 0,91599 | 0,99999 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64085 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58950 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90819 |
| 17 | 0,99999 | 0,65936 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94830 | 0,62684 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31581 | 0,99999 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |

APÊNDICE O – Matriz de eficiências cruzadas obtidas pelo modelo Wang, Chin e Luo I (2011)

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,71187 | 0,87618 | 0,75727 | 0,70016 | 0,34994 | 0,01946 | 0,43599 | 0,34641 | 0,88399 | 0,99998 | 0,86587 | 0,03447 | 0,02612 | 0,14110 | 0,68871 | 0,95623 |
| 02 | 0,97629 | 1,00000 | 0,90964 | 0,61991 | 0,58704 | 0,27252 | 0,37905 | 0,93669 | 0,35832 | 0,88348 | 0,99999 | 0,69458 | 0,01969 | 0,48979 | 0,10260 | 0,89858 | 0,89664 |
| 03 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62836 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 0,99999 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53427 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 04 | 0,99999 | 0,64668 | 0,83503 | 0,80596 | 0,70521 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67343 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64434 | 0,97971 |
| 05 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 06 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81898 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 0,99999 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09003 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 0,23355 | 0,37321 | 0,16821 | 0,10729 | 0,04345 | 0,00720 | 0,49839 | 1,00000 | 0,27528 | 0,26772 | 0,14592 | 0,19030 | 0,01350 | 0,65584 | 0,04420 | 0,34190 | 0,22300 |
| 09 | 0,70600 | 0,74657 | 0,32551 | 0,28159 | 0,08885 | 0,01440 | 0,69612 | 1,00000 | 1,00000 | 0,67495 | 1,00000 | 0,53310 | 0,24567 | 0,39089 | 0,37611 | 0,55600 | 0,61041 |
| 10 | 1,00001 | 0,66915 | 0,83081 | 0,79280 | 0,68703 | 0,34716 | 0,11947 | 1,00001 | 0,62049 | 0,90870 | 0,94418 | 0,98121 | 0,19989 | 1,00000 | 0,20133 | 0,66624 | 0,97931 |
| 11 | 0,04312 | 0,02358 | 0,02312 | 0,02216 | 0,01683 | 0,00778 | 0,00023 | 0,00243 | 0,00837 | 0,02754 | 1,00000 | 0,02381 | 0,00759 | 0,00005 | 0,01803 | 0,01535 | 0,03288 |
| 12 | 1,00001 | 0,65938 | 0,82947 | 0,79948 | 0,69214 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90726 | 0,94433 | 0,99127 | 0,31582 | 0,99998 | 0,20643 | 0,65778 | 0,98094 |
| 13 | 0,66570 | 0,67965 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00003 | 0,50848 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57432 |
| 14 | 0,02885 | 0,03305 | 0,01776 | 0,01588 | 0,00549 | 0,00096 | 0,08337 | 0,33140 | 0,09733 | 0,03485 | 0,01551 | 0,03364 | 0,03961 | 1,00000 | 0,01256 | 0,03382 | 0,02963 |
| 15 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29845 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63958 | 0,91599 | 0,99999 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64085 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58950 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90819 |
| 17 | 0,99999 | 0,65936 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94830 | 0,62684 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31581 | 0,99999 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |

APÊNDICE P – Matriz de eficiências cruzadas obtidas pelo modelo Wang, Chin e Luo II (2011)

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,70250 | 0,75888 | 0,72593 | 0,58275 | 0,28346 | 0,31883 | 1,00000 | 0,79008 | 0,90276 | 1,00001 | 0,93273 | 0,41138 | 0,43708 | 0,24708 | 0,66040 | 0,95700 |
| 02 | 0,96574 | 1,00000 | 0,86114 | 0,59590 | 0,54048 | 0,24700 | 0,44814 | 0,99998 | 0,40339 | 0,87767 | 0,99999 | 0,68706 | 0,02251 | 0,49873 | 0,10975 | 0,88097 | 0,88286 |
| 03 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62836 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 0,99999 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53427 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 04 | 0,99999 | 0,64668 | 0,83503 | 0,80596 | 0,70521 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67343 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64434 | 0,97971 |
| 05 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 06 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81898 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 0,99999 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09003 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 1,00000 | 0,66281 | 0,82655 | 0,79631 | 0,68673 | 0,34750 | 0,11528 | 1,00000 | 0,64485 | 0,90857 | 0,94364 | 0,99051 | 0,32344 | 0,99999 | 0,20850 | 0,66030 | 0,98053 |
| 09 | 0,82640 | 0,71493 | 0,47387 | 0,43908 | 0,25247 | 0,10035 | 0,60384 | 0,99999 | 1,00000 | 0,75755 | 1,00001 | 0,67445 | 0,59115 | 0,39401 | 0,35553 | 0,58167 | 0,74215 |
| 10 | 1,00001 | 0,66915 | 0,83081 | 0,79280 | 0,68703 | 0,34716 | 0,11947 | 1,00001 | 0,62049 | 0,90870 | 0,94418 | 0,98121 | 0,19989 | 1,00000 | 0,20133 | 0,66624 | 0,97931 |
| 11 | 0,04312 | 0,02358 | 0,02312 | 0,02216 | 0,01683 | 0,00778 | 0,00023 | 0,00243 | 0,00837 | 0,02754 | 1,00000 | 0,02381 | 0,00759 | 0,00005 | 0,01803 | 0,01535 | 0,03288 |
| 12 | 1,00001 | 0,65938 | 0,82947 | 0,79948 | 0,69214 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90726 | 0,94433 | 0,99127 | 0,31582 | 0,99998 | 0,20643 | 0,65778 | 0,98094 |
| 13 | 0,66570 | 0,67965 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00003 | 0,50848 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57432 |
| 14 | 0,02885 | 0,03305 | 0,01776 | 0,01588 | 0,00549 | 0,00096 | 0,08337 | 0,33140 | 0,09733 | 0,03485 | 0,01551 | 0,03364 | 0,03961 | 1,00000 | 0,01256 | 0,03382 | 0,02963 |
| 15 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29845 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63958 | 0,91599 | 0,99999 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64085 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58950 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90819 |
| 17 | 0,99999 | 0,65936 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94830 | 0,62684 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31581 | 0,99999 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |

APÊNDICE Q – Matriz de eficiências cruzadas obtidas pelo modelo Wang, Chin e Luo III (2011)

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,70250 | 0,75888 | 0,72593 | 0,58275 | 0,28346 | 0,31883 | 1,00000 | 0,79008 | 0,90276 | 1,00001 | 0,93273 | 0,41138 | 0,43708 | 0,24708 | 0,66040 | 0,95700 |
| 02 | 0,96574 | 1,00000 | 0,86114 | 0,59590 | 0,54048 | 0,24700 | 0,44814 | 0,99998 | 0,40339 | 0,87767 | 0,99999 | 0,68706 | 0,02251 | 0,49873 | 0,10975 | 0,88097 | 0,88286 |
| 03 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62836 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 0,99999 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53427 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 04 | 1,00002 | 0,65235 | 0,83546 | 0,80596 | 0,70325 | 0,35791 | 0,05120 | 0,83237 | 0,58949 | 0,90456 | 0,94572 | 0,99288 | 0,30015 | 0,99999 | 0,20223 | 0,65258 | 0,98177 |
| 05 | 1,00004 | 0,65111 | 0,83654 | 0,80715 | 0,70522 | 0,35917 | 0,04333 | 0,81017 | 0,58277 | 0,90410 | 0,94598 | 0,99318 | 0,29736 | 1,00004 | 0,20148 | 0,65166 | 0,98193 |
| 06 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81898 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 0,99999 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09003 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 1,00000 | 0,66281 | 0,82655 | 0,79631 | 0,68673 | 0,34750 | 0,11528 | 1,00000 | 0,64485 | 0,90857 | 0,94364 | 0,99051 | 0,32344 | 0,99999 | 0,20850 | 0,66030 | 0,98053 |
| 09 | 0,82640 | 0,71493 | 0,47387 | 0,43908 | 0,25247 | 0,10035 | 0,60384 | 0,99999 | 1,00000 | 0,75755 | 1,00001 | 0,67445 | 0,59115 | 0,39401 | 0,35553 | 0,58167 | 0,74215 |
| 10 | 1,00001 | 0,66915 | 0,83081 | 0,79280 | 0,68703 | 0,34716 | 0,11947 | 1,00001 | 0,62049 | 0,90870 | 0,94418 | 0,98121 | 0,19989 | 1,00000 | 0,20133 | 0,66624 | 0,97931 |
| 11 | 0,07657 | 0,07419 | 0,03027 | 0,02689 | 0,00806 | 0,00128 | 0,05534 | 0,07346 | 0,09031 | 0,06568 | 1,00000 | 0,04998 | 0,06424 | 0,02746 | 0,06952 | 0,04959 | 0,06122 |
| 12 | 1,00001 | 0,65938 | 0,82947 | 0,79948 | 0,69214 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90726 | 0,94433 | 0,99127 | 0,31582 | 0,99998 | 0,20643 | 0,65778 | 0,98094 |
| 13 | 0,66570 | 0,67965 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00003 | 0,50848 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57432 |
| 14 | 0,99999 | 0,65937 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31582 | 1,00000 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98092 |
| 15 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29845 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63958 | 0,91599 | 0,99999 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64085 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58950 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90819 |
| 17 | 0,99999 | 0,65936 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94830 | 0,62684 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31581 | 0,99999 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |

APÊNDICE R – Matriz de eficiências cruzadas obtidas pelo modelo Wang, Chin e Luo IV (2011)

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,64118 | 0,81371 | 0,78499 | 0,67945 | 0,34318 | 0,01901 | 0,44424 | 0,51054 | 0,88246 | 1,00000 | 0,95152 | 0,27987 | 0,02219 | 0,20549 | 0,62070 | 0,96677 |
| 02 | 0,96576 | 1,00000 | 0,86115 | 0,59591 | 0,54048 | 0,24700 | 0,44815 | 1,00000 | 0,40340 | 0,87768 | 1,00000 | 0,68707 | 0,02251 | 0,49875 | 0,10975 | 0,88098 | 0,88288 |
| 03 | 0,99999 | 0,75289 | 0,91075 | 0,74430 | 0,71087 | 0,35338 | 0,01969 | 0,43203 | 0,29893 | 0,88476 | 0,99999 | 0,82901 | 0,02405 | 0,02862 | 0,12218 | 0,72813 | 0,95112 |
| 04 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55521 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98672 | 0,28825 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 05 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55521 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98672 | 0,28825 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 06 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55521 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98672 | 0,28825 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81899 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 1,00000 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09003 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 0,11787 | 0,13425 | 0,07129 | 0,06373 | 0,02185 | 0,00381 | 0,31057 | 1,00000 | 0,37516 | 0,14053 | 0,06541 | 0,13405 | 0,15858 | 0,99999 | 0,05218 | 0,13468 | 0,11998 |
| 09 | 0,58230 | 0,60950 | 0,27814 | 0,24769 | 0,07810 | 0,01282 | 0,65876 | 1,00001 | 1,00000 | 0,58053 | 0,62261 | 0,48236 | 0,60115 | 0,39897 | 0,34715 | 0,48079 | 0,52122 |
| 10 | 1,00001 | 0,66912 | 0,83080 | 0,79281 | 0,68703 | 0,34716 | 0,11946 | 1,00001 | 0,62058 | 0,90870 | 0,94417 | 0,98124 | 0,20017 | 1,00000 | 0,20135 | 0,66622 | 0,97932 |
| 11 | 0,04312 | 0,02358 | 0,02312 | 0,02216 | 0,01683 | 0,00778 | 0,00023 | 0,00243 | 0,00837 | 0,02754 | 1,00000 | 0,02381 | 0,00759 | 0,00005 | 0,01803 | 0,01535 | 0,03288 |
| 12 | 1,00000 | 0,64737 | 0,83777 | 0,80865 | 0,70856 | 0,36127 | 0,02207 | 0,71963 | 0,56131 | 0,90156 | 0,94960 | 0,99127 | 0,28932 | 0,27704 | 0,19985 | 0,64742 | 0,98135 |
| 13 | 0,66569 | 0,67964 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00001 | 0,50847 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57431 |
| 14 | 0,02885 | 0,03305 | 0,01776 | 0,01589 | 0,00549 | 0,00096 | 0,08337 | 0,33140 | 0,09733 | 0,03485 | 0,01551 | 0,03364 | 0,03961 | 1,00000 | 0,01256 | 0,03382 | 0,02963 |
| 15 | 0,66569 | 0,67964 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00001 | 0,50847 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50599 | 0,57431 |
| 16 | 0,98587 | 1,00001 | 0,91076 | 0,62836 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40268 | 1,00001 | 0,37860 | 0,89609 | 1,00001 | 0,71049 | 0,02099 | 0,53429 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 17 | 1,00000 | 0,64720 | 0,83706 | 0,80795 | 0,70769 | 0,36072 | 0,02197 | 0,70699 | 0,55971 | 0,90099 | 0,95098 | 0,99008 | 0,28904 | 0,20810 | 0,20001 | 0,64661 | 0,98093 |

APÊNDICE S – Matriz de eficiências cruzadas obtidas pelo modelo Carrillo e Jorge (2018)

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,92497 | 0,90366 | 0,66501 | 0,61685 | 0,29157 | 0,35650 | 1,00001 | 0,40113 | 0,90806 | 0,99999 | 0,75973 | 0,02424 | 0,54441 | 0,11746 | 0,85621 | 0,93206 |
| 02 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 0,99999 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53427 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 03 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62836 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 0,99999 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53427 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90820 |
| 04 | 0,99999 | 0,64668 | 0,83503 | 0,80596 | 0,70521 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67343 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64434 | 0,97971 |
| 05 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 06 | 1,00000 | 0,64669 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81898 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 0,99999 | 0,83422 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09003 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 0,70752 | 0,81900 | 0,34394 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70414 | 1,00000 | 0,83423 | 0,67748 | 1,00001 | 0,50326 | 0,09003 | 0,39715 | 0,24973 | 0,59578 | 0,60654 |
| 09 | 0,70600 | 0,74657 | 0,32551 | 0,28159 | 0,08885 | 0,01440 | 0,69612 | 1,00000 | 1,00000 | 0,67495 | 1,00000 | 0,53310 | 0,24567 | 0,39089 | 0,37611 | 0,55600 | 0,61041 |
| 10 | 1,00001 | 0,66915 | 0,83081 | 0,79280 | 0,68703 | 0,34716 | 0,11947 | 1,00001 | 0,62049 | 0,90870 | 0,94418 | 0,98121 | 0,19989 | 1,00000 | 0,20133 | 0,66624 | 0,97931 |
| 11 | 0,90137 | 0,81299 | 0,88050 | 0,60609 | 0,62181 | 0,29934 | 0,01444 | 0,22625 | 0,17483 | 0,76929 | 1,00000 | 0,62143 | 0,01094 | 0,00891 | 0,07856 | 0,72517 | 0,82083 |
| 12 | 1,00001 | 0,65938 | 0,82947 | 0,79948 | 0,69214 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94831 | 0,62685 | 0,90726 | 0,94433 | 0,99127 | 0,31582 | 0,99998 | 0,20643 | 0,65778 | 0,98094 |
| 13 | 0,66570 | 0,67965 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00003 | 0,50848 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57432 |
| 14 | 0,13422 | 0,16919 | 0,08669 | 0,06946 | 0,02535 | 0,00436 | 0,34816 | 0,99999 | 0,28308 | 0,15937 | 0,07556 | 0,13743 | 0,02214 | 1,00000 | 0,04118 | 0,16814 | 0,13459 |
| 15 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29845 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63958 | 0,91599 | 0,99999 | 0,63148 | 1,00000 | 0,50847 | 0,64085 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58950 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90819 |
| 17 | 0,99999 | 0,65936 | 0,82946 | 0,79947 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94830 | 0,62684 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31581 | 0,99999 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |

APÊNDICE T – Matriz de eficiências cruzadas obtidas pelo modelo Nasser e Kiaei (2019)

| DMUs | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 01 | 1,00000 | 0,66279 | 0,82653 | 0,79629 | 0,68671 | 0,34749 | 0,11528 | 0,99998 | 0,64483 | 0,90854 | 0,94361 | 0,99048 | 0,32343 | 0,99999 | 0,20849 | 0,66028 | 0,98050 |
| 02 | 0,98589 | 1,00000 | 0,91078 | 0,62837 | 0,58953 | 0,27373 | 0,40268 | 1,00002 | 0,37861 | 0,89611 | 1,00003 | 0,71050 | 0,02099 | 0,53429 | 0,10667 | 0,90382 | 0,90822 |
| 03 | 0,98590 | 1,00004 | 0,91075 | 0,62838 | 0,58953 | 0,27373 | 0,40269 | 1,00003 | 0,37861 | 0,89611 | 1,00004 | 0,71051 | 0,02099 | 0,53430 | 0,10667 | 0,90383 | 0,90823 |
| 04 | 1,00001 | 0,64669 | 0,83505 | 0,80596 | 0,70523 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67345 | 0,55521 | 0,89941 | 0,95493 | 0,98673 | 0,28825 | 0,12202 | 0,20047 | 0,64436 | 0,97973 |
| 05 | 1,00001 | 0,64669 | 0,83505 | 0,80597 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67345 | 0,55521 | 0,89941 | 0,95493 | 0,98673 | 0,28825 | 0,12202 | 0,20047 | 0,64436 | 0,97973 |
| 06 | 1,00000 | 0,64668 | 0,83504 | 0,80596 | 0,70522 | 0,35918 | 0,02169 | 0,67344 | 0,55520 | 0,89940 | 0,95492 | 0,98671 | 0,28824 | 0,12201 | 0,20046 | 0,64435 | 0,97972 |
| 07 | 0,70751 | 0,81898 | 0,34393 | 0,27530 | 0,09081 | 0,01461 | 0,70413 | 1,00000 | 0,83421 | 0,67747 | 1,00000 | 0,50325 | 0,09002 | 0,39714 | 0,24973 | 0,59577 | 0,60653 |
| 08 | 1,00000 | 0,70249 | 0,75888 | 0,72592 | 0,58274 | 0,28346 | 0,31884 | 1,00000 | 0,79008 | 0,90275 | 0,99999 | 0,93272 | 0,41137 | 0,43710 | 0,24708 | 0,66039 | 0,95699 |
| 09 | 0,82642 | 0,71495 | 0,47388 | 0,43909 | 0,25248 | 0,10035 | 0,60385 | 1,00001 | 1,00000 | 0,75757 | 1,00003 | 0,67446 | 0,59116 | 0,39402 | 0,35554 | 0,58168 | 0,74216 |
| 10 | 1,00000 | 0,66914 | 0,83081 | 0,79280 | 0,68703 | 0,34715 | 0,11947 | 1,00000 | 0,62049 | 0,90870 | 0,94417 | 0,98120 | 0,19989 | 0,99999 | 0,20133 | 0,66624 | 0,97930 |
| 11 | 0,66569 | 0,67964 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91601 | 1,00001 | 0,63149 | 1,00000 | 0,50848 | 0,64087 | 0,35470 | 0,44481 | 0,50599 | 0,57432 |
| 12 | 1,00002 | 0,65938 | 0,82948 | 0,79949 | 0,69214 | 0,35090 | 0,09459 | 0,94833 | 0,62686 | 0,90726 | 0,94434 | 0,99127 | 0,31582 | 1,00003 | 0,20644 | 0,65778 | 0,98095 |
| 13 | 0,66568 | 0,67963 | 0,29845 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00000 | 0,63148 | 0,99998 | 0,50847 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 14 | 0,99996 | 0,65935 | 0,82943 | 0,79944 | 0,69210 | 0,35088 | 0,09459 | 0,94828 | 0,62683 | 0,90722 | 0,94429 | 0,99124 | 0,31581 | 1,00000 | 0,20643 | 0,65775 | 0,98089 |
| 15 | 0,66569 | 0,67964 | 0,29846 | 0,26554 | 0,08221 | 0,01334 | 0,63959 | 0,91600 | 1,00000 | 0,63149 | 0,99999 | 0,50847 | 0,64086 | 0,35470 | 0,44480 | 0,50598 | 0,57431 |
| 16 | 0,98586 | 1,00000 | 0,91075 | 0,62835 | 0,58951 | 0,27372 | 0,40267 | 1,00000 | 0,37860 | 0,89608 | 1,00000 | 0,71048 | 0,02099 | 0,53428 | 0,10667 | 0,90379 | 0,90819 |
| 17 | 0,99999 | 0,65936 | 0,82946 | 0,79946 | 0,69212 | 0,35089 | 0,09459 | 0,94830 | 0,62684 | 0,90724 | 0,94431 | 0,99127 | 0,31581 | 0,99999 | 0,20643 | 0,65777 | 0,98093 |