CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO NUMA TURMA DE 4.º ANO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

Bárbara de Jesus Serra Pedro de Mendonça

Relatório de Estágio apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2019

CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO NUMA TURMA DE 4.º ANO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

Bárbara de Jesus Serra Pedro de Mendonça

Relatório de Estágio apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Orientador: Professor Doutor Pedro da Cruz Almeida

2019

RESUMO

Este relatório final surge no âmbito da Unidade Curricular (UC) de Prática de Ensino Supervisionada II e encontra-se divido em dois tópicos principais. O primeiro dedicado à descrição da prática pedagógica desenvolvida no 1.º Ciclo do Ensino Básico e no 2.º Ciclo do Ensino Básico, bem como uma análise crítica a ambas, e o segundo destinado à apresentação de um estudo realizado na turma de 4.º ano do 1.º CEB na área da Matemática.

O objetivo geral do estudo foi Descrever e compreender as estratégias de cálculo mental com números racionais mobilizadas pelos alunos, tendo em conta o percurso que realizaram na aprendizagem desses mesmos números. Tendo em conta este objetivo, foi utilizada uma metodologia de natureza qualitativa e optou-se pela realização de um estudo caso. Para operacionalizar o estudo, surgiram as seguintes questões: (i) Que estratégias utilizam os alunos no cálculo mental com números racionais?, (ii) Que representações mobilizam os alunos nessas estratégias de cálculo? e (iii) Como se relacionam as estratégias utilizadas com o percurso realizado na aprendizagem?

Para conseguir responder às questões de investigação foram realizadas entrevistas aos alunos e à professora cooperante. As entrevistas aos alunos foram realizadas de forma a responder às questões (i) e (ii) e a entrevista à professora cooperante para responder à questão (iii). A análise dos dados foi realizada através da análise de conteúdo, recorrendo à categorização dos dados baseada no quadro teórico apresentado.

Após a análise, é possível afirmar que os alunos privilegiaram a representação do número racional em percentagem, recorrendo, essencialmente, ao estabelecimento da *relação parte-parte* e à regra memorizada da divisão por 10, associada ao 10%. Desta forma, todas as estratégias de cálculo derivam do percurso de aprendizagem realizado.

Palavras-chave: Estratégias de cálculo mental; Números racionais; Representações dos números racionais;

ABSTRACT

This final report comes within the scope of the Curricular Unit (UC) of Supervised Teaching Practice II and is divided into two main topics. The first one is dedicated to the description of the pedagogical practice developed in the 1st Cycle of Basic Education and in the 2nd Cycle of Basic, as well as a critical analysis to both. The second one is intended to present the study carried out in the fourth grade of the 1st Cycle of Basic in the area of Mathematics. The main goal of the study was to describe and understand the mental strategies mobilized by students to calculate with rational numbers, considering their learning of the same numbers.

Aiming this goal, a qualitative methodology was used and a case study was chosen. In order to operationalize the study, the following question were stated (i) What strategies do students use in mental calculation with rational numbers? (Ii) What representations are mobilazed by students in these calculation strategies? and (iii) How are the strategies used and the learning process related? In order to be able to answer this research questions, the students and the cooperating teacher were interviewed. The interviews performed to the fourth graders were conducted in order to answer questions (i) and (ii) and the one performed to the cooperating teacher aimed to answer question (iii). Data analysis was performed through content analysis, using categorization of data based on the theory presented.

After the analysis, it is possible to conclude that students privilege the representation of the rational number in percentage, essentially, establishing the part-part relation and memorizing rule of division by 10, associated with 10%. Therefore, all the calculation strategies derive from the learning course carried out.

Keywords: Mental calculation strategies; Rational numbers; Representations of rational numbers

AGRADECIMENTOS

OBRIGADA …

… à minha mãe, ao meu pai e ao meu irmão por todo o apoio e amor, que mesmo estando longe, estiveram sempre perto. Vocês são as pessoas mais importantes da minha vida.

… ao Pedro, sem dúvida, o meu melhor amigo e namorado.

… às minhas amigas, Mariana, Susana, Catarina e Teresa, pela amizade que tenho a certeza que será para o resto da vida.

… ao professor Pedro Almeida pela constante disponibilidade, ajuda e paciência ao longo da realização deste relatório. Também à professora Graciosa Veloso pela disponibilidade para esclarecer as minhas dúvidas.

… e a todos os professores da Escola Superior de Educação de Lisboa.

ÍNDICE GERAL

Introdução 1
1.ª PARTE 3
1.1 Descrição da prática pedagógica desenvolvida no contexto de 1.º CEB 3
1.2 Descrição da prática pedagógica desenvolvida no contexto de 2.º CEB 7
1.3 Análise Crítica da prática ocorrida em ambos os Ciclos. 12
2.ª Parte 16
2.1 Apresentação do estudo 16
2.2 Fundamentação Teórica 18
2.3 Metodologia 26
2.4 Apresentação e Análise dos Resultados 29
2.5 Conclusões 42
Reflexão Final 45
Referências 47
Anexos 50
Anexo A. Tarefas propostas aos alunos 51
Anexo B. Guião de entrevista à Professora Cooperante 52
Anexo C. Pedido de autorização 53
Anexo D. Entrevista à Professora Cooperante 54
Anexo E. Entrevistas aos alunos 57
Anexo F. Análise da entrevista à Professora Cooperante 66
Anexo G. Análise das entrevistas aos alunos 68

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 . Cálculo, em percentagem, do número de apoios realizados em comparação com o número total de apoios definidos. Fotografia do quadro da sala de aula. 17
Figura 2. Recurso exposta no sala de aula sobre o 10%, a percentagem famosa. 31
Figura 3. Estratégia da Luísa na tarefa de 15% de140 33
Figura 4. Recurso exposta na sala de aula sobre relação entre metades e frações equivalentes.. 41
Figura 5. Reta numérica dupla com diferentes representações.................................. 42

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 Problemática e Objetivo geral e específico do 1.º CEB. 4

Tabela 2 Problemática e Objetivos Gerais no 2.º CEB. 10

Tabela 3 Objetivos do PI e indicadores de avaliação. 10

Tabela 4 Significados de uma fração 20

Tabela 5 Estratégias de cálculo mental com números racionais, adaptado de Caney e Watson (2003) 25

Tabela 6 Representações utilizadas na tarefa 0,3 de 1480 30

Tabela 7 Estratégias de relações numéricas na tarefa 15% de 140 32

Tabela 8 Estratégias de relações numéricas na tarefa 15% de 140 32

Tabela 9 Estratégias de factos numéricas na tarefa de 15% de 140 33

Tabela 10 Representações utilizadas na tarefa $\frac{2}{5}$ de 150..34

Tabela 11 Estratégias de regras memorizadas utilizadas na tarefa $\frac{2}{5}$de 150 35

Tabela 12 Representações utilizadas na tarefa $\frac{1}{3}$ de 136..36

Tabela 13 Estratégias de relações numéricas tarefa $\frac{1}{3}$ de 136 37

Tabela 14 Estratégias de relações numéricas utilizadas na tarefa $\frac{1}{3}$ de 136...............38

Tabela 15 Estratégias do Leandro e da Luísa na tarefa $\frac{1}{3}$ de 136 38

LISTA DE ABREVIATURAS

CEB	Ciclo do Ensino Básico
EB	Ensino Básico
MEM	Movimento Escola Moderna
PC	Professora Cooperante
PESII	Prática de Ensino Supervisionada II
PI	Plano de Intervenção
TEIP	Territórios Educativos de Intervenção Prioritária

INTRODUÇÃO

Este trabalho surge no âmbito da Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada II (PESII), que integra o plano de estudos do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, na Escola Superior de Educação de Lisboa. O presente trabalho tem dois grandes objetivos: descrever o percurso realizado na PES II no 1.º CEB e no 2.º CEB, realizando ainda uma análise crítica de ambos os ciclos, e apresentar um estudo realizado no contexto da prática pedagógica. Assim, este encontra-se dividido em duas partes, denominadas por 1.º Parte e 2.º Parte.

Na 1.º Parte é realizada uma descrição da prática pedagógica no 1.º CEB, que foi realizada numa escola pública, numa turma de 4.º ano de escolaridade do Ensino Básico (EB) na área metropolitana de Lisboa e uma descrição no 2.º CEB, que foi, também, realizada numa escola pública em duas turmas do 5.º ano de escolaridade do EB na área metropolitana de Lisboa, bem como uma análise crítica da prática realizada em ambos os ciclos.

. Na 2.º Parte é apresentada a investigação realizada numa turma de 4.º ano do EB e tem como objetivo geral Descrever e compreender as estratégias de cálculo mental com números racionais mobilizadas pelos alunos, tendo em conta o percurso que realizaram na aprendizagem desses mesmos números , e encontra-se subdivida nos seguintes tópicos: (i) Apresentação do estudo, (ii) Fundamentação teórica, (iii) Metodologia, (iv) Apresentação e Interpretação dos Resultados e, por fim, (v) Conclusões.

No tópico (i) é justificada a escolha do tema do estudo e apresentado o objetivo do estudo, bem como as questões de investigação. No tópico (ii) é apresentada o quadro teórico, incluindo a explicação dos conceitos fundamentais associados ao tema. No tópico (iii) é caracterizada a amostra do estudo e são apresentadas as opções metodológicas e os princípios éticos do processo de investigação. No tópico (iv) são apresentados os resultados, tendo em conta as questões de investigação definidas e, por fim, no tópico (v) são apresentadas as conclusões do estudo.

Por fim, é apresentada uma reflexão final, na qual é referida o contributo da prática pedagógica no âmbito do PES II e da investigação para o desenvolvimento de competências profissionais, assim como a identificação de aspetos significativos em termos de desenvolvimento pessoal e profissional e das dimensões a melhorar no exercício da profissão docente.

1.ª PARTE

Neste primeira parte do presente relatório é apresentada uma descrição da prática pedagógica realizada no 1.º CEB e no 2.ºCEB, referindo a caracterização do contexto, as potencialidades e as fragilidades dos alunos, os objetivos do PI e, por fim, a avaliação. É ainda apresentada uma análise crítica da prática ocorrida em ambos os ciclos referidos anteriormente.

1.1 Descrição da prática pedagógica desenvolvida no contexto de 1.º CEB

A prática pedagógica desenvolvida no 1.º CEB foi realizada numa escola pública do 1.º CEB na área metropolitana de Lisboa, entre os dias 18 de março e 31 de maio de 2019.

A turma na qual foi realizada a intervenção é do 4.º ano do 1.º CEB e é constituída por 21 alunos, 11 alunos do sexo masculino e 10 alunos do sexo feminino, na qual 18 alunos são do 4.º ano do 1.º CEB, 2 alunos são do 3.º ano do 1.º CEB e 1 aluno trabalha conteúdos do 1.º ano. Na turma existe 1 aluno que tem Síndrome de Asperger, 2 alunos que são disléxicos, 1 aluna que tem Hiperatividade e 1 aluno que apresenta uma deficiência cognitiva profunda.

De uma forma geral, são uma turma bastante responsável e interessada no trabalho desenvolvido na sala de aula. São crianças bastante autónomas nas suas tarefas dentro da sala de aula, conhecedoras das suas próprias dificuldades e responsáveis pelas suas aprendizagens, pois como refere a Professora Cooperante (PC), uma “coisa muito boa que eles têm é: eles tem consciência das dificuldades deles, não é preciso tu dizeres: Olha, tens dificuldade disto, vai fazer, não, eles sabem que têm dificuldades e vão trabalhar, mesmo sem tu estares a dizer.” Para além disto, a turma apresenta uma relação muito positiva entre eles, a nível de amizade, de compreensão e de interajuda

A avaliação diagnóstica da turma foi realizada através da observação direta e de conversas informais e uma entrevista à PC. Por ser uma turma em que foi difícil encontrar fragilidades que pudessem ser atenuadas em tão pouco tempo de intervenção decidimos, em conjunto com a PC, dar continuidade ao trabalho que tinha sido desenvolvido anteriormente com a turma, a ortografia.

A questão da ortografia foi identificada pela professora titular da turma como a principal fragilidade do grupo, uma vez que, tal como a mesma refere na entrevista realizada, a ortografia nunca foi uma preocupação forte, pois considera que a exaustiva correção do erro leva os alunos a retraírem-se na escrita com medo de errarem.

No que diz respeito às potencialidades, a turma apresenta muito interesse e empenho no trabalho realizado em aula, bem como respeito pelos colegas e interajuda, procurando ajudar os colegas a melhorar, fazendo críticas construtivas. No Português, os alunos apresentam as maiores potencialidades em três domínios, nomeadamente, Oralidade, Leitura e Escrita. Quanto à Oralidade, os alunos têm bastante capacidade de expressão e partilha de sentimentos e emoções com os colegas, e na Leitura os alunos destacam-se pela sua leitura com expressividade. Por fim, a Escrita é também uma potencialidade da turma, na medida em que os alunos têm bastante facilidade na escrita livre. Na matemática, as grandes potencialidades da turma são no cálculo mental , na resolução de problemas e na marcação na reta de números racionais. Quanto às áreas de Educação Artística e Educação Física, na Música, as potencialidades são a divisão em partes da melodia de uma canção e a construção de instrumentos musicais. Nas Artes Visuais, têm grande facilidade em cozer, pintar e desenhar, no Teatro, a improvisação, a utilização do espaço e a expressividade são aspetos bastante positivos e, por fim, na Educação Física a participação em jogos coletivos assume-se como a maior potencialidade nesta disciplina.

Assim, após a caracterização da turma e a análise das potencialidades e das fragilidades, foi possível formular a problemática que originou os objetivos gerais do PI.

Na tabela 1 é apresentada a problemática, bem como o objetivo geral que lhe advém e os objetivos específicos.

Tabela 1
Problemática e Objetivo geral e específico do 1.º CEB.

Problemática	**Objetivo Geral**	**Objetivo Específico**
Como desenvolver a competência ortográfica nos alunos?	Desenvolver competências ortográficas.	Identificar erros ortográficos em textos escritos.
		Aplicar regras ortográficas na correção dos erros.

Para conseguir atingir os objetivos específicos, foram determinadas várias estratégias globais, nomeadamente, (i) Criação de uma rotina de ortografia: Com recurso a listas de palavras com letras em falta, a plataformas como o quizizz e à definição do trabalho do erro ortográfico como trabalho obrigatório do Plano Individual de Trabalho; (ii) Revisão de texto com foco na ortografia, em que se pretende a identificação e categorização do erro e (iii) Criação de materiais de apoio: Cartazes para afixar na sala e para colocar no livro de ortografia. As estratégias referidas acima tinham sempre por base a ideia de não desmotivar os alunos para a escrita de texto.

O modelo pedagógico seguido pela PC, Movimento Escola Moderna (MEM), defende que a avaliação é um processo constante e de grande relevância na educação do aluno, seja em momentos individuais ou em momentos de avaliação em grupo. Para além da importância da avaliação, é essencial que a mesma esteja acompanhada de momentos de reflexão individual sobre o trabalho que foi desenvolvido e que foi avaliado.

Assim, a avaliação dos alunos foi realizada em vários momentos ao longo da semana, como os momentos de leitura, os momentos da realização da tabuada, as tiras de cálculo mental e de ortografia e os momentos de avaliação da participação nas discussões coletivas.

A avaliação dos conteúdos de Português e de Matemática foi realizada através da conquista de Descritores, descritores estes que foram elaborados pela professora e resultam do cruzamento entre as Aprendizagens Essenciais e o Programa, de cada área disciplinar. Desta forma, os alunos em conjunto com a professora decidem, no Conselho de Cooperação, que descritores vão trabalhar durante a semana, em grande grupo, para, posteriormente, realizarem uma ficha de verificação desses descritores.

No que diz respeito ao Estudo do Meio, este é desenvolvido através de trabalho de projeto e, desta forma, o grupo que apresenta o tema elabora também uma ficha de verificação de conteúdos sobre esse tema, de forma a avaliar a turma.

No que concerne à avaliação do objetivo do PI, esta foi realizada tendo em conta as estratégias definidas e o alcance dos objetivos específicos definidos.

O objetivo “Identificar erros ortográficos em textos escritos” foi desenvolvido no primeiro momento do Trabalho de Texto, em que os alunos leram o texto de um colega oferecido para o efeito e identificaram os erros ortográficos, bem como propostas de correção.

Assim, neste momento, surgiu a dúvida da escrita do *senão* ou *se não*, tendo sido assim realizado um trabalhado direcionado para a ortografia, chegando às regras da utilização do *senão* e *se não,* conforme o contexto da frase. Neste sentido, recorreu-se à estratégia da revisão de texto com foco na ortografia e na criação de materiais de apoio, especificamente, um cartaz com as regras da utilização do *senão* e *se não*.

O objetivo "Aplicar regras ortográficas na correção dos erros" foi definido, atendendo à divisão em categorias proposta por Baptista, Viana e Barbeiro (2011): (a) dificuldades na correspondência entre produção oral e produção escrita; (b) incorreções por transcrição da oralidade; (c) incorreções por inobservância de regras ortográficas de base fonológica; (d) incorreções por inobservância de regras ortográficas de base morfológica; (e) incorreções quanto à forma ortográfica específica das palavras e (f) dificuldades na utilização de minúsculas e maiúsculas.

No entanto, este objetivo não foi trabalhado em toda a sua plenitude, pois outros projetos foram realizados ao longo da intervenção, inclusive projetos que já eram realizados anteriormente pela PC e, desta forma, o foco do trabalho em sala de aula foi alterado, o que resultou em mudanças significativas na implementação do PI.

Neste sentido, a intervenção não se focou essencialmente no objetivo geral, direcionado para a Ortografia, mas incluiu outras atividades e projetos que faziam parte do PI e foram realizados com bastante sucesso, nomeadamente o projeto da Banda Desenhada.

A Banda Desenhada foi realizada em grande grupo e pensada devido a duas potencialidades evidentes da turma em duas áreas diferentes, o desenho nas Artes Visuais e a escrita no Português.

De acordo com Beane (2003), o currículo de uma determinada área do saber e os conteúdos que a mesma trabalha são mais acessíveis e significativos para os jovens, e consequentemente, tendem a ajudá-los muito mais a expandir e aprofundar a compreensão de si próprios e do seu mundo" (p. 94) se se procurar conhecer uma questão em todas as suas vertentes, e não remetê-la unicamente para a área do saber dominante.

Em suma, o objetivo do PI não foi concretizado na sua totalidade, segundo as estratégias definidas, embora em todas as atividades realizadas a escrita esteve sempre presente, bem como a tentativa do desenvolvimento de competências ortográficas. A prática pedagógica realizada nesta turma foi bastante rica e enriquecedora para os alunos, uma vez que através de várias atividades e projetos desenvolveram competências em todas as disciplinas do currículo.

1.2 Descrição da prática pedagógica desenvolvida no contexto de 2.º CEB

A prática pedagógica desenvolvida no 2.º CEB foi realizada numa escola pública do 2.º Ciclo e 3.º CEB, na área metropolitana de Lisboa, que integra um Agrupamento pertencente ao Projeto “Territórios Educativos de Intervenção Prioritário” (TEIP).

A intervenção foi realizada em duas turmas do 5.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico, nomeadas por turma 1 e turma 2, nas disciplinas de Matemática e Ciências Naturais, entre os dias 22 de janeiro e 8 de março de 2019.

A turma 1 é composta por 19 alunos, 10 do sexo masculino e 9 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 10 e os 14 anos. O grupo tem doze alunos com nacionalidade portuguesa, três alunos cabo-verdianos, dois alunos com nacionalidade são-tomense e dois alunos guineenses. Para além disso, o grupo é constituído por dois alunos com Necessidades Educativas Especiais, um dos quais apenas está presente nas aulas de Ciências Naturais, acompanhado por uma docente do Ensino Especial, e o outro está presente em todas as aulas, de todas as disciplinas do currículo, tendo apenas ajuda na realização das fichas de avaliação na leitura e interpretação dos enunciados

Do total dos 19 alunos da turma, cinco estão a repetir o 5.º ano do Ensino Básico (EB), três deles pela segunda vez e os restantes pela primeira vez. Esses alunos chegaram ao fim do 5.ºano no ano letivo transato com notas negativas entre 7 a 8 disciplinas. Para além das retenções no 5.ºano, alguns alunos deste grupo também apresentam retenções no 1.ºano ou no 2.ºano ou no 3.ºano ou no 4.º ano de escolaridade do 1.º CEB.

A turma 2 é constituída por 17 alunos, 8 do sexo masculino e 9 do sexo feminino, também com idades compreendidas entre os 10 e os 14 anos. Os alunos desta turma têm todos nacionalidade portuguesa, à exceção de um aluno com nacionalidade inglesa. No que diz respeito a apoio tutorial específico, existem 5 alunos que beneficiam deste apoio.

Para além disso, 7 alunos desta turma estão a repetir o 5.º ano do EB, estando 2 alunos a repetir pela segunda vez. Ainda no que diz respeito às retenções, esta turma contém alunos que repetiram o 2.º ano do EB (1 aluno), o 3.º ano do EB (4 alunos) e 4.º ano do EB (4 alunos). Desta forma, 3 alunos desta turma têm um Plano de Acompanhamento Pedagógico.

Durante o período de observação, foi possível constatar, através de conversas com as Professoras Cooperantes, que os alunos de ambas as turmas tinham bastantes dificuldades tanto a Matemática, como a Ciências Naturais, apresentando, no período transato, uma média negativa em ambas as áreas do saber.

De forma a determinar as potencialidades e fragilidades de ambas as turmas, foi realizada uma avaliação diagnóstica, pois como afirma Leitão (2013), este tipo de avaliação permite “organizar toda a aprendizagem do aluno, descobrir os seus pontos fracos e fortes” (p.12), uma vez que “centra-se naquilo que o aluno consegue produzir inicialmente, antes de se ter começado qualquer formação” (p.12).

Assim a avaliação diagnóstica foi realizada ao nível dos conteúdos que iriam ser trabalhados no período de intervenção na disciplina de Matemática e de Ciências, bem como ao nível das competências sociais.

Através da análise destes registos foi possível perceber que não existiam diferenças significativas entre as duas turmas, pelo que a problemática e os objetivos definidos foram comuns a ambas.

No que diz respeito a Competências Sociais, os grupos também tinham imensas dificuldades ao nível do comportamento em sala de aula, sendo muito barulhentos e bastante conflituosos e a sua postura em aula revelavam alguma desmotivação para aprender.

Quanto às potencialidades dos grupos, a observação das sessões e as informações recolhidas revelaram que ambos os grupos eram muito participativos nas atividades que estão a ser desenvolvidas, procurando intervir sempre que há alguma atividade a decorrer em grande grupo, como atividades práticas, ou quando a docente faz questionamentos ao grupo, embora nem sempre essa participação seja realizada ordeiramente.

No que concerne às fragilidades, na disciplina de Matemática, as turmas apresentam dificuldades, principalmente, na realização de algoritmos das quatro operações matemáticas, na interpretação e resolução de problemas e na classificação de ângulos e triângulos, quer quanto aos lados quer quanto aos ângulos.

Quanto às fragilidades em Ciências, as turmas não apresentam nenhuma dificuldade específica nesta área, tal como nos foi possível comprovar na correção dos testes diagnósticos aplicados, pois as fragilidades que não permitem um melhor aproveitamento nesta disciplina relacionam-se com o comportamento e com a dificuldade na interpretação de enunciados.

Neste sentido, tendo como ponto de partida as fragilidades e as potencialidades identificadas nos grupos de alunos, formularam-se as seguintes questões:

- Que estratégias devem ser implementadas para melhorar as intervenções dos alunos no desenvolvimento das atividades em aula?
- Que estratégias devem ser implementadas para motivar os alunos na aprendizagem, procurando melhorar o seu comportamento nas sessões?
- Que estratégias podem ser implementadas para desenvolver aprendizagens mais significativas?
- Que estratégias podem ser implementadas para desenvolver a interpretação e resolução de enunciados?

Tendo como base as questões anteriormente referidas, foi possível definir a problemática central da intervenção pedagógica e os objetivos gerais do PI, como é apresentado na tabela 2

Tabela 2
Problemática e Objetivos Gerais no 2.º CEB.

Problemática	**Objetivos Gerais**
Como desenvolver aprendizagens mais significativas, através do desenvolvimento da interpretação e resolução de enunciados e do melhoramento de comportamentos nas atividades realizadas em aula?	Melhorar os comportamentos nas atividades realizadas em aula, procurando uma melhor participação dos alunos na sua aprendizagem.
	Desenvolver aprendizagens mais significativas.
	Desenvolver a interpretação e resolução de enunciados.

Definidos os objetivos gerais de intervenção, foram delineadas estratégias globais de intervenção, tendo em conta cada uma das disciplinas, uma vez que os objetivos gerais são transversais a ambas.

Os processos de avaliação e regulação foram realizados à luz de instrumentos de avaliação considerados mais adequados, nomeadamente, as grelhas de observação, em que vão constar os indicadores de avaliação formulados de acordo com os objetivos a desenvolver em cada área disciplinar, e as produções dos alunos, resolução de fichas em aula, projetos individuais e de grupo e as fichas de avaliação individual.

No que concerne à avaliação dos objetivos do PI, esta é realizada à luz dos indicadores de avaliação determinados para cada objetivo. Assim, na tabela 3 são identificados os objetivos gerais do PI e os indicadores de avaliação correspondentes.

Tabela 3
Objetivos do PI e indicadores de avaliação.

Objetivos do PI	**Indicadores de avaliação**
- Melhorar os comportamentos nas atividades realizadas em aula, procurando participar ativamente na sua aprendizagem.	- Realiza as atividades propostas com empenho; - Participa na aula de forma ordeira e com autorização da professora.
- Desenvolver aprendizagens mais significativas.	- Relaciona os conteúdos com o seu dia-a-dia; -Refere exemplos da sua realidade sobre o conteúdo que está a ser trabalhado.
- Desenvolver a interpretação e resolução de enunciados.	- Realiza as atividades sem pedir ajuda na interpretação dos enunciados.

Quanto ao objetivo “Melhorar os comportamentos nas atividades realizadas em aula, procurando participar ativamente na sua aprendizagem”, segundo os indicadores de avaliação, as estratégias a que fomos recorrendo em sala de aula, como as atividades práticas e a utilização de materiais manipuláveis, permitiram alterar a postura dos alunos durante as aulas e quanto à sua própria aprendizagem. No desenvolvimento destas atividades os alunos apresentavam-se mais motivados, interessados e participativos na sessão. Apesar disso, consideramos que este objetivo não foi atingido na totalidade, uma vez que apenas nestes momentos havia diferenças no comportamento dos alunos e o que pretendíamos era que estas mudanças também se transportassem para os outros momentos da aula, o que não sucedeu. No entanto, salientamos que são mudanças que se desenvolvem progressivamente e que são demoradas, tendo em conta o nosso período de intervenção.

Quanto ao objetivo "Desenvolver aprendizagens mais significativas", segundo os indicadores de avaliação, as estratégias de aprendizagem que fomos implementando nas nossas sessões tinham como principal fim o cumprimento deste objetivo, como, por exemplo, tentar sempre ouvir as intervenções dos alunos e valorizar os seus conhecimentos prévios. Os resultados obtidos pelos alunos nas fichas de avaliação sumativa, bem como as suas intervenções nas aulas, permitiram-nos concluir que de certa forma o objetivo foi cumprido, uma vez que os alunos realizavam intervenções sobre os seus hábitos diários e os seus conhecimentos prévios. Apesar de considerarmos que não é possível avaliar se a aprendizagem foi significativa em tão pouco tempo de intervenção.

Relativamente, ao terceiro e último objetivo, não conseguimos cumpri-lo, uma vez que, devido à falta e dificuldade de gestão de tempo e à pressão para "avançar" com os conteúdos, não conseguimos implementar as estratégias que tínhamos definido anteriormente, para desenvolver nos alunos a capacidade de interpretação de enunciados, comprometendo assim, por completo, o cumprimento do objetivo.

Em suma, a aprendizagem dos alunos foi realizada de forma positiva, embora alguns objetivos não tenham sido atingidos na totalidade, pois os constrangimentos sentidos durante o período de intervenção contribuíram para alguma dificuldade no processo de ensino-aprendizagem e na gestão da turma.

1.3 Análise Crítica da prática ocorrida em ambos os Ciclos.

Neste tópico será apresentada uma análise crítica da prática pedagógica realizada do 1.º CEB e no 2.º CEB, comparando os dois contextos. Neste sentido, serão apresentados os pontos positivos e os constrangimentos encontrados nos dois contextos.

Em primeiro lugar, um dos fatores que mais diferenciou a prática em ambos os ciclos foi a dinâmica de sala de aula. Na prática desenvolvida no 2.º CEB, esta foi considerada como um constrangimento, uma vez que existia, em ambas as turmas, indisciplina na sala de aula.

Os alunos apresentavam comportamentos inadequados, como por exemplo, estarem sempre a conversar e a brincar, ignorando qualquer indicação da professora, violência física entre os alunos e bater na mesa para fazer ritmos. Todos estes comportamentos tornaram difícil a gestão da turma em sala de aula, comprometendo assim o processo de ensino aprendizagem.

Neste sentido, Veiga (2007) afirma que a indisciplina é a "transgressão das normas escolares, prejudicando as condições de aprendizagem, o ambiente de ensino ou o relacionamento das pessoas na escola" (p.15). Assim, para contornar a indisciplina, pensou-se em criar regras na sala de aula, em conjunto com os alunos, pois como afirma Estrela (2002), "importa envolver os alunos para que estes as compreendam e as aceitem". Neste sentido, penso que, embora o 2.º CEB seja lecionado por pluridocência, as regras da sala de aula deviam ser criadas por todos professores e serem comuns às diferentes disciplinas, pois, como indica Estrela (2002) "se cada professor estabelecer as suas próprias regras, o aluno perante tal variedade, passará a relativizá-las como «manias do professor»" (p.61). No entanto, esta estratégia não foi implementada, uma vez que não foi considerada eficaz pelas professoras cooperantes

Para além disto, de modo a envolver o aluno na dinâmica da aula, foi criada uma tabela de tarefas, em que cada aula era da responsabilidade de um aluno. A partir desta estratégia, considero que os alunos tenham ficado mais motivados para a aula, estando sempre ansiosos por chegar o seu dia.

Pelo contrário, na prática no 1.º CEB a dinâmica de sala de aula foi um dos aspetos que mais contribuiu para a prática pedagógica realizada, na medida em que os alunos eram bastante interessados e motivados nas atividades realizadas, fazendo parte da planificação das atividades e de toda a gestão da sala de aula.

Considero importante salientar que o contexto socioeconómico era bastante diferente nos dois ciclos, sendo o contexto do 2.º CEB mais desfavorecido, o que também influencia a atitude perante a escola, pois como afirma Saavedra (2001), normalmente "os alunos das classes sociais mais desfavorecidas têm uma atitude negativa face à escola, pouca motivação e dificuldade em realizar com sucesso as tarefas nela propostas" (p.68).

Desta forma, na prática pedagógica no 2.ºCEB foram realizadas atividades em que o aluno tivesse um papel ativo no seu processo de aprendizagem de forma a motiva-lo, nomeadamente atividades práticas e a utilização de materiais manipuláveis,

As atividades práticas foram realizadas, na medida em que "a experimentação é sempre motivo de curiosidade e de entusiamo entre os alunos", uma vez que apresenta "um carácter . . . mais motivador, lúdico e essencialmente associado aos sentidos" (Pacheco, 2015, p.5). Os materiais manipuláveis foram utilizados, pois o facto de serem os alunos a descobrirem e a explorarem os conteúdos, através dos materiais manipuláveis, permite-lhes terem um papel ativo na construção do seu próprio conhecimento (Pinheiro, 2012), verificando-se assim uma maior motivação para aprender (Camacho, 2012). De facto, foi sentida uma melhoria no comportamento dos alunos, bem como no seu empenho, nestas atividades em sala de aula.

No entanto, considero que houve da minha parte alguma falta de determinação para arriscar e experimentar estratégias diferentes, com receio da recetividade dos alunos e do conflito que poderia surgir. Desta forma, este aspeto também dificultou a gestão em sala de aula.

Os aspetos mencionados anteriormente que diferenciaram a prática nos dois ciclos podem estar também relacionadas com o modelo pedagógico seguido e a prática desenvolvida pelas professoras cooperantes.

Nas aulas no 2.º CEB, quer em Matemática quer em Ciências, os alunos tinham uma participação muito reduzida na dinâmica de sala de aula, pois as aulas desenvolviam-se, essencialmente, através da leitura do manual e posterior explicação da professora, para que depois os alunos resolvessem exercícios sobre os conteúdos trabalhados Desta forma, os alunos não participavam no seu processo de aprendizagem, na medida em eram apenas recetores do conhecimento, resultando numa desmotivação para com a aula.

Pelo contrário, no contexto do 1.ºCEB, no qual a PC seguia o modelo pedagógico do MEM, eram valorizadas as aprendizagens dos alunos em grupo, na qual a responsabilidade, a colaboração, a solidariedade e a cooperação são fundamentais. Os alunos tomavam parte na gestão da sala e do seu processo de aprendizagem, estando assim envolvidos na dinâmica da sala de aula.

No que diz respeito à gestão do currículo, senti que na prática do 2.º CEB havia a preocupação de lecionar os conteúdos todos que estavam presentes no Programa da respetiva disciplina, desvalorizando, por vezes, algumas dificuldades dos alunos. Enquanto no 1.ºCEB havia uma maior preocupação para que os alunos compreendessem os conteúdos abordados, recorrendo ao Tempo de Estudo Autónomo, como um estratégia para a diferenciação pedagógica. Embora esta diferença na gestão do currículo, na minha prática procurei, em ambos os ciclos, que os alunos realizassem uma compreensão dos conteúdos abordados. Este aspeto tornou-se até como um aspeto menos positivo da minha prática por ser considerado como uma dificuldade em encerrar uma atividade

A avaliação das aprendizagens penso que foi também um aspeto que diferenciou bastante os dois contextos. No 1.ºCEB os alunos realizavam a avaliação segundo pequenos objetivos estipulados para a semana e que eles sabiam que iriam ser avaliados, no entanto, quando não conseguiam obter uma nota positiva, podiam propor-se a ser avaliados outra vez no mesmo conteúdo, quando se sentissem preparados. Esta forma de avaliação remete também para gestão do currículo referida anteriormente. No 2.ºCEB a avaliação era realizada por meio de fichas de avaliação, sem recorrer à correção das mesmas para esclarecimento de dificuldades ou dúvidas.

Em suma, considero que, uma vez que os contextos da prática apresentaram diferenças significativas, foi possível realizar diferentes aprendizagens do ponto vista da prática, adequando as atividades e estratégias ao contexto da turma. Assim, considero que não há estratégias gerais e infalíveis, pois tudo depende do contexto, só a experiência me permitirá perceber quais as estratégias que funcionam com as diferentes turmas, pois como defende Estrela (2002) não existem fórmulas únicas para agir perante as situações, pois, muitas vezes, as soluções são concebidas no momento, na necessidade de uma resposta adequada.

2.ª PARTE

Esta segunda parte do relatório é dedicada ao estudo realizado no 1.º CEB. Esta parte é constituída por cinco tópicos: (i) Apresentação do estudo, (ii) Fundamentação teórica, (iii) Metodologia, (iv) Apresentação e Interpretação dos Resultados e, por fim, (v) Conclusões

2.1 Apresentação do estudo

O seguinte estudo surge no âmbito da Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada II e tem como tema Cálculo mental com números racionais: um estudo numa turma de 4.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico. A escolha e interesse por este tema surge pela observação da capacidade de cálculo com números racionais demonstrada pelos alunos da turma do 4.º ano onde realizei o estágio, num momento do Conselho de Cooperação que me surpreendeu, tendo em conta a minha experiência em contextos de prática neste mesmo conteúdo curricular em que os alunos apresentavam muitas dificuldades.

Desta forma, estes alunos estavam acima das minhas expetativas acerca deste conteúdo curricular, despertando assim a curiosidade sobre o seu percurso de aprendizagem e as estratégias que utilizam.

Num dos momentos do Conselho de Cooperação, era costume os alunos verificarem a quantidade de apoios realizados em comparação com o número total de apoios definidos, chegando assim a uma fração $\frac{\text{número de apoios realizados}}{\text{números de apoios planeados}}$. De forma a conseguirem realizar uma avaliação qualitativa (Fraco: 0% - 25%; Insuficiente: 26% - 49%; Suficiente: 50% - 69%; Bom: 70%- 89%; Muito bom: 90%- 100%) utilizando os níveis de avaliação que conhecem, os alunos procuravam traduzir a fração identificada para uma representação em percentagem.

Um dos alunos realizava no quadro uma reta numérica dupla, relacionando o número total de trabalhos definidos com 100%, e a partir daí calcula 50 %, 25%, 75% e, caso seja necessário, recorria ao 10% até chegar, aproximadamente, ao número de trabalhos realizados, passando desta forma da representação de fração para a percentagem, como é apresentado na figura 1.

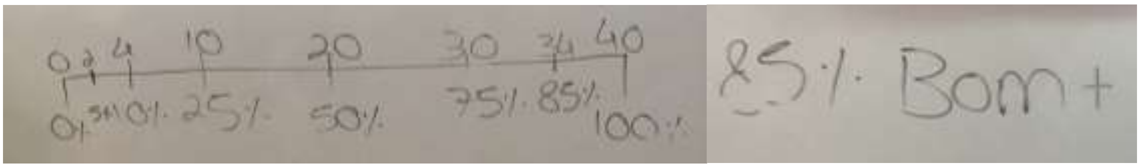


Figura 1 . Cálculo, em percentagem, do número de apoios realizados em comparação com o número total de apoios definidos. Fotografia do quadro da sala de aula.

Neste sentido, questionei-me, como já referi, qual foi o percurso de aprendizagem que realizaram com os números racionais para chegarem àquela capacidade e àquele processo de cálculo, bem como as estratégias que utilizam.

É importante referir que a PC desenvolvia a sua prática de acordo com o currículo definido pelas Aprendizagens Essenciais, pois, desta forma, os alunos trabalham, apenas, para os seguintes objetivos dos Números Racionais não negativos:

- *Calcular com números racionais não negativos na representação decimal, recorrendo ao cálculo mental e a algoritmos.*
- *Representar números racionais não negativos na forma de fração, decimal e percentagem, estabelecer relações entre as diferentes representações e utilizá-los em diferentes contextos, matemáticos e não matemáticos.*

É ainda indicado nas Aprendizagens essenciais que os alunos devem ter oportunidade de, por meio de tarefas individuais ou de grupo, *utilizar números racionais não negativos com o significado de parte-todo, quociente, medida e operador, em contextos matemáticos e não matemáticos.*

Desta forma, devido às características particulares da turma no que diz respeito ao cálculo com números racionais, surgiu como objetivo de estudo Descrever e compreender as estratégias de cálculo mental com números racionais mobilizadas pelos alunos, tendo em conta o percurso que realizaram na aprendizagem desses mesmos números . Para operacionalizar o estudo, surgiram as seguintes questões:

(i) Que estratégias utilizam os alunos no cálculo mental com números racionais?

(ii) Que representações mobilizam os alunos nessas estratégias de cálculo?

(iii) Como se relacionam as estratégias utilizadas com o percurso realizado na aprendizagem?

2.2 Fundamentação Teórica

Os números racionais são considerados um dos conteúdos mais complexos na área da Matemática (Monteiro e Costa, 1996), uma vez que os alunos demostram, por norma, uma grande dificuldade na sua compreensão. Neste sentido, Monteiro e Costa (1996) referem que "um dos factores [*sic*] que atrasa a compreensão dos números racionais é a utilização prematura das regras no estudo das frações e decimais, visto que os alunos não reconhecem a ligação entre o seu conhecimento dos números e as respetivas regras na resolução e situações na aula de Matemática"(p.60).

Os números racionais constituem um conjunto numérico que reúne todos os números inteiros e os números fracionários. Neste sentido, Monteiro (2005) e Monteiro e Pinto (2007) explicitam a diferença entre eles, referindo que entre quaisquer números inteiros existe um número finito de números, enquanto entre quaisquer dois números fracionários existe uma infinidade de números fracionários. Para além disto, Monteiro (2005) define dois subconjuntos no conjunto dos números fracionários, nomeadamente, os números decimais e os números não decimais.[1]

Na Matemática, um dos processos fundamentais é representar (Ponte e Serrazina, 2000), tendo em atenção que no 1º CEB as representações que desempenham um papel fundamental são as "**representações simbólicas** – como os algarismos, os sinais de operações e o sinal de igual-, as **representações icónicas** – incluindo figuras, gráficos e diagramas- e as **representações ativas** – objetos usados ou não deliberadamente como material didático-"(Ponte e Serrazina, 2000, p.40).

Quanto às representações simbólicas, tanto a percentagem, como a fração e o numeral decimal podem representar o mesmo número racional, na medida em que "traduzem, na sua essência, um mesmo número, a mesma grandeza numérica" (Guerreiro, Serrazina e Ponte, 2018, p.356). No entanto, há números racionais que não podem ser representados em numeral decimal ou em percentagem (as dízimas infinitas periódicas), porque não é possível representa-los sob a forma de fração decimal.

[1] A expressão "números decimais" não é unânime pois há quem considere que "decimal" se refere a uma representação e não a um conjunto numérico. Assim direi que dentro do conjunto dos fracionários há números que podem ser representados por numerais decimais, isto é, os que correspondem a dizimas finitas e outros não (dízimas infinitas periódicas)

Ponte e Quaresma (2011) indicam ainda que “a recta numérica e as linguagens natural e pictórica são representações que um número racional pode tomar e que os alunos devem compreender” (p.57).

No que diz respeito à representação através da percentagem, Guerreiro, Serrazina e Ponte (2018) referem que esta representação pode ser definida como versátil, caracterizada por três aspetos. Assim, em primeiro lugar, é utilizada na linguagem do quotidiano e aplicada a vários contextos da sociedade. Para além disto, “a sua notação . . . envolve um numeral, com propriedades de número inteiro, e um símbolo, que lhe permite uma relação multiplicativa” (Guerreiro, Serrazina e Ponte, 2018, p.357). Desta forma, é uma representação mais próxima da notação dos números inteiros (Guerreiro, Serrazina e Ponte, 2018). Além disto, “ a percentagem relaciona-se facilmente com as outras representações dos números racionais, na medida em que é simples converter qualquer percentagem em fração ou em numeral decimal” (Guerreiro, Serrazina e Ponte, 2018, p.357).

Ciscar e García (1997) referem que, normalmente, a representação em percentagem surge como *operador*, pois quando se interpreta 60% de 35 entende-se como a fração $\frac{60}{100}$ a atuar sobre o 35, na medida em que se faz 100 partes do 35, mas só se quer 60.

No que concerne à representação através de frações, é fundamental salientar os diferentes significados de uma fração, nomeadamente, “a relação parte-todo de uma unidade contínua”, “a relação parte-todo de uma unidade discreta”, “o quociente entre dois números inteiros”, “operador partitivo multiplicativo”, “medida” e “razão entre duas partes de um mesmo todo”, tendo em conta o contexto (Monteiro e Pinto, 2007, p.13 e 14).

Desta forma, na tabela 4 são apresentados os significados de uma fração e a explicação de cada significado.

Tabela 4
Significados de uma fração

<table>
<tr><th>Significado de uma fração</th><th>Explicação do significado/Exemplo</th></tr>
<tr><td>Relação parte-todo de uma unidade contínua</td><td rowspan="2">A fração representa uma relação a parte e o todo, tendo em conta que o todo é a unidade.
O denominador corresponde ao número de partes em que está dividido o todo e o numerador corresponde ao número de partes escolhidas.</td></tr>
<tr><td>Relação parte-todo de uma unidade discreta</td></tr>
<tr><td>O quociente entre dois números naturais</td><td>Surge em situações de partilha equitativa.
O numerador corresponde ao número de coisas a ser partilhadas e o denominador representa o número de recetores da partilha.
Por exemplo, três chocolates a dividir por cinco crianças- $\frac{3}{5}$</td></tr>
<tr><td>Operador partitivo multiplicativo</td><td>O denominador indica uma divisão e o numerador uma multiplicação
Calcular $\frac{3}{5}$ x 20, é dividir o 20 por 5 e depois multiplicar por 3.</td></tr>
<tr><td>Medida</td><td>Comparação de uma grandeza com outra tomada como unidade</td></tr>
<tr><td>Razão entre duas partes de um mesmo todo</td><td>Quando se considera duas partes de um mesmo todo, como, por exemplo, numa turma a razão entre o número de rapazes e o número de raparigas é de três para cinco.</td></tr>
</table>

Adaptado de Monteiro e Pinto (2007, p.13 e 14)

A representação do número racional em numeral decimal é das representações mais utilizadas nas salas de aula do EB (Carvalho , 2016). Desta forma, Galen et al. (citados por Carvalho, 2016) indicam que o numeral decimal não deve ser abordado e entendido pelos alunos apenas como um número constituído por uma parte inteira e uma parte decimal, mas também “como representações de um sistema de denominadores de potências de 10” (p. 21).

Na abordagem aos numerais decimais um dos aspetos que contribuí para a compreensão desta representação do número racional é a “linguagem utilizada na leitura dos numerais decimais” (Cramen et al., citado por Carvalho, 2016, p. 33). O mais comum nas salas de aula é 0,34 ler-*se zero vírgula trinta e quatro* em vez de *trinta e quatro centésimas*, o que contribui para uma dificuldade na compreensão dos numerais decimais. Neste sentido, Cramen et al. (citados por Carvalho, 2016) indicam que “os alunos devem ser encorajados a ler os numerais decimais corretamente, para que percebam a grandeza do número com que estão a trabalhar” (p.34).

Os alunos apresentam, frequentemente, dificuldades na transição entre o raciocínio com números inteiros e o raciocínio com números racionais não inteiros, bem como com as representações simbólicas (Monteiro et al., 2006). Neste sentido, as autoras apresentam três aspetos que devem ser tidos em conta no percurso de aprendizagem:

(i) Iniciar com problemas em contextos familiares aos alunos e partir das suas resoluções informais (com desenhos, esquemas ou materiais concretos) para as representações simbólicas;

(ii) Ter como "âncoras" as noções de metade e quarta parte e fazer a conexão entre as diferentes representações simbólicas: $\frac{1}{2}$ e 0,5 e 50%; : $\frac{1}{4}$ e 0,25, 25%;

(iii) Usar várias representações dos números: representações pictóricas, numeral decimal, fração, na linha numérica, com material manipulável.

(Monteiro et al, 2006, p.4)

Desde muito cedo que as crianças conhecem o conceito de metade e de quarta parte, pois são conceitos relacionados com o quotidiano, no entanto, é preciso um "trabalho intencional na sala de aula" destas noções (Monteiro e Pinto, 2007, p.16).

Neste sentido, quando as primeiras abordagens aos números racionas se iniciam com as relações "a metade da metade é a quarta parte" e " um oitavo é a metade de um quarto", os alunos serão capazes de estabelecer as relações fundamentais para a compreensão dos números racionais (Monteiro e Pinto, 2007).

Muitas vezes os diferentes significados de uma fração não são tidos em conta no percurso de aprendizagem, uma vez que "as frações e os numerais decimais são apresentados através de uma unidade dividida num certo número de partes", posteriormente é apresentada a respetiva representação e, a partir daqui, é realizado o cálculo (Monteiro e Pinto, 2007, p.17). Neste sentido, as mesmas autoras referem que "o desgosto [pela Matemática] surge, nalguns alunos, quando iniciam o estudo dos números racionais não inteiros, precisamente porque não entendem" (Monteiro e Pinto, 2007, p.18).

Segundo Monteiro e Pinto (2007), a aprendizagem dos números racionais deve ser iniciada através de frações, embora as diferentes representações estejam sempre presentes e relacionadas, "ligando-as sempre com os modos de representação informais dos alunos" (p.16).

No entanto, Guerreiro, Serrazina e Ponte (2018) consideram a percentagem "como uma representação de referência num processo integrado de extensão dos conhecimentos dos números inteiros aos números racionais e contribui para uma aprendizagem dos números racionais com compreensão, apoiada na inter-relação entre representações" (p.372).

Como afirma Carvalho (2016), quando os alunos realizam conversões entre diferentes representação consoante o cálculo que precisam realizar, demonstram que possuem sentido de número e "são capazes de criar estratégias próprias com alguma flexibilidade" (p.20)

Buys (citado por Carvalho, 2016) refere que o cálculo mental e o sentido de número estão relacionados, defendendo assim três características do cálculo mental: " (i) opera com números e não com dígitos; (ii) usa propriedades elementares das operações e relações numéricas; e (iii) permite o recurso a registos intermédios em papel." (p.2)

O conceito de cálculo mental não tem uma definição exata, uma vez que vários autores tem a sua visão acerca deste, embora Carvalho (2011) refira que "«calcular com a cabeça» seja uma ideia mais forte do que «calcular de cabeça», uma vez que no cálculo mental são mobilizadas estratégias que permitem rapidez e eficiência na resposta, podendo, como defendem vários autores, ser utilizado papel e lápis para cálculos intermédios" (p.2).

Neste sentido, Carvalho (2016), baseada em vários autores, considera o cálculo mental como " um cálculo exato, efetuado mentalmente de forma rápida e eficaz, que recorre a representações mentais usando factos numéricos, regras memorizadas e relações entre números e operações, e onde é possível usar registos intermédios em papel" (p. 2). Assim, Carvalho e Ponte (2011) referem que "calcular mentalmente envolve a mobilização de estratégias que permitam um cálculo rápido e eficiente" e Carvalho (2011) acrescenta ainda que o cálculo mental é, sem dúvida, um tópico a ter em conta no desenvolvimento do sentido de número.

No que diz respeito às estratégias utilizadas pelos alunos com números racionais, Caney e Watson (2003) realizaram um estudo para identificar as estratégias de cálculo mental com números racionais, pois, como afirmam estas autoras, existe muita bibliografia sobre as estratégias de cálculo mental com números inteiros, enquanto a informação sobre estratégias com cálculo mental com números racionais é ainda escassa. O estudo foi realizado com alunos do 3.º ano ao 10.º ano, através de tarefas que envolviam as três representações do número racional.

Em primeiro lugar, Caney e Watson (2013) identificam as estratégias dos alunos como instrumentais ou concetuais. As estratégias são consideradas como instrumentais quando o aluno recorre a estratégias apreendidas de forma mecanizada e regras memorizadas, enquanto as estratégias concetuais envolvem a utilização de várias estratégias, evidenciando o conhecimento dos números e operações.

Através do estudo supramencionado, as autoras identificam onze estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos com números racionais, nomeadamente:

Mudança de operação – esta estratégia baseia-se na transição entre operações inversas – adição/subtração e divisão/multiplicação, por exemplo 4,5 – 3 é calculado através da adição;

Mudança de representação – são utilizadas as diferentes representações (fração, numeral decimal e percentagem) e números inteiros referentes a $\frac{10}{100}$, consoante a operação;

Utilização de equivalências – utilização de representações equivalentes, por exemplo $\frac{3}{4}$ - $\frac{1}{2}$, a segunda fração é alterada para $\frac{2}{4}$;

Utilização de factos conhecidos – os alunos recorrem a factos conhecidos. Por exemplo, no cálculo de 10% de 45, usam o conhecimento que têm sobre 10% para retirar primeiro 10% de 40 e depois 10% de 50, obtendo o 4,5 pois está entre o 40 e 50;

Repetição de operações - os alunos realizam adições/multiplicações sucessivas ou utilizam dobros e metades, por exemplo o cálculo de 25% de 80, calculam a metade de 80 e depois novamente a metade do valor obtido;

Estabelecer relações - Os alunos estabelecem ligações entre números, ou seja, no cálculo 6,4 + 1,9, considero o 1,9 como 2 e no fim subtrai 0,1;

Trabalho com partes de um segundo número – os alunos calculam através do valor posicional. No caso de calcular 10% de 45, dividem o 40 por 10 e depois o 5 por 10 ou dividem o número em partes, por exemplo, para calcular 0,5 + 0,75, interpretam o 0,75 como 0,5 + 0,25 para facilitar o cálculo;

Trabalho da esquerda para a direita – esta estratégia consiste em calcular primeiro com a parte inteira e só depois com a parte decimal , isto é, no cálculo de 4,5 - 3,3, calcula primeiro 4-3 e depois 0,5 – 0,3, ou trabalhar primeiro com as décimas e depois com as centésimas;

Utilização de imagens mentais – os alunos recorrem a representações icónicas (divisão de um retângulo em quatro partes) ou a formas mentais de algoritmo;

Mobilização de regras memorizadas – os alunos mobilizam regras anteriormente mobilizadas, como, por exemplo, para calcular 1,2 x 10 deslocam a vírgula uma casa para a direita.

Utilização de formas mentais do algoritmo escrito – os alunos realizam o algoritmo mentalmente

(Caney e Watson, 2003, p. 6 e Carvalho, 2011, p.5)

Através do estudo referido, Caney e Watson concluíram que os alunos utilizavam as diferentes estratégias, consoante a representação do número racional que estava na tarefa.

Assim, concluíram que no cálculo com percentagens o alunos utilizam estratégias concetuais, recorrendo ao cálculo de metades, à mudança de representação (de percentagem para fração), utilização de factos conhecidos e mobilização de regras memorizadas. Já no cálculo com frações, os alunos recorrem a regras memorizadas, não apresentado compreensão no cálculo, embora alguns alunos utilizem a equivalência de frações e a mudança de representação, valendo-se de um número inteiro referente a 100. No que diz respeito ao cálculo com numerais decimais, a maioria das respostas foram realizadas através de estratégias instrumentais.

Neste sentido, Carvalho e Ponte (2016) apresentam, também, várias categorias de estratégias de cálculo mental com números racionais, adaptadas do estudo de Caney e Watson (2013) , distinguindo quatro grandes grupos: (i) Imagens mentais, (ii) Estratégias de factos numéricos, (iii) Estratégias de regras memorizadas e (iv) Estratégias de relações numéricas. Na tabela 5 são apresentadas as estratégias, tendo em conta as categorias supramencionadas.

Tabela 5

Estratégias de cálculo mental com números racionais, adaptado de Caney e Watson (2003)

Estratégia de cálculo mental
Imagens mentais
Dos algoritmos escritos
De representações dos números racionais (pictórica, decimal, fração, percentagem)
Factos numéricos
Tabuada
Uso de dobros e metades
Dividir por 2 é o mesmo que multiplicar por 0,5
Multiplicar por 0,2 é o mesmo que dividir por 5
Regras memorizadas
Multiplicação e/ou divisão por 10, 100, 1000 ou 0,1….
Relações numéricas
Estabelecimento de relações
Entre parte-todo
Entre parte-parte
Mudança de representação
Da decimal para fração e vice-versa
Da decimal para percentagem e vice-versa
Da representação fracionária para percentagem e vice-versa
Da representação decimal para números naturais referentes a 10/100
Equivalências
Entre frações
Entre expressões
Mudança de operação
Multiplicação para divisão e vice-versa
Multiplicação para adição sucessiva e vice-versa
Divisão para subtração sucessiva e vice-versa
Decomposição
Opera com a parte inteira e depois com a parte decimal e vice-versa
Decompõe um número em outros que considera de referência
Compensação
Adiciona/subtrai em busca de um número de referência
Propriedades das operações
Comutativa
Associativa
Distributiva da multiplicação em relação à adição

Retirada de Carvalho e Ponte (2013, p.88)

2.3 Metodologia

Em primeiro lugar, para iniciar a presente investigação foi formulado um objetivo de investigação : Descrever e compreender as estratégias de cálculo mental com números racionais mobilizadas pelos alunos, tendo em conta o percurso que realizaram na aprendizagem desses mesmos números e, consequentemente, as seguintes questões para operacionalizar o estudo: (i) Que estratégias utilizam os alunos no cálculo mental com números racionais?, (ii) Que representações mobilizam os alunos nessas estratégias de cálculo? e (iii) Como se relacionam as estratégias utilizadas com o percurso realizado na aprendizagem?

Tendo em conta o objetivo do estudo, optou-se por uma investigação de natureza qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994), uma vez que o objetivo era procurar compreender "em forma de palavras ou imagens e não de números" os fenómenos provenientes do contexto, analisando-os "em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram transcritos" (Bogdan & Biklen, 1994, p.48).

A investigação qualitativa apresenta cinco características, segundo Bogdan e Biklen (1994), " a fonte direta de dados é o ambiente natural . . ." (p.47), "é descritiva . . ." (p.48), "os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (p.49), " os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva" e "o significado é de importância vital . . ." (p.50).

Como se pretendia realizar uma investigação com o objetivo de "compreender em profundidade o «como» e os «porquês» [de uma] entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspetos que interessam ao pesquisador" (Ponte, 2006, p.2) e realizar "uma observação detalhada de um contexto" (Bogdan e Biklen, 1994, p.89), optou-se por um estudo caso.

Quando é realizado um estudo de caso, é essencial ter em conta, segundo Ponte (2006), a sua história, ou seja, o modo como se desenvolveu, e o seu contexto.

O estudo de caso "usa-se quando o investigador não pretende modificar a situação, mas compreendê-la tal como ela é" e é importante "um distanciamento e uma capacidade de interrogar de modo muito livre os acontecimentos . . . [para] que o investigador possa tirar partido da possibilidade de se surpreender por não estar afetiva e intelectualmente comprometido com os resultados que possa vir a encontrar" (Ponte, 2006, p.8).

Neste sentido, o caso considerado para a realização do presente estudo foi uma turma do 4.º ano do 1.º CEB constituída por 21 alunos. Esta turma apresenta características próprias quanto ao cálculo com números racionais, tendo em conta outras turmas do mesmo ano de escolaridade, tendo, por isto, sido considerada como um estudo caso.

Para efeitos de recolha de dados, foram considerados 15 alunos que aceitaram participar no estudo, isto é, nas entrevistas individuais. Os alunos participantes tinham idades compreendidas entre os 9 e os 10 anos.

Foram selecionadas as técnicas de recolha e análises de dados, bem como os respetivos instrumentos, consideradas mais adequadas, tendo em conta as questões de investigação definidas

Desta forma, no que diz respeito às técnicas de recolha de dados, foi privilegiada a **entrevista**, uma vez que é das técnicas que permite "recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo" (Bogdan e Bilken, 1994, p.134).

Neste sentido, recorreu-se à entrevista estruturada e à entrevista semiestruturada realizadas à PC e aos alunos, respetivamente. A entrevista estruturada caracteriza-se por ser realizada através de perguntas previamente programadas e adequadas ao objetivo da entrevista , centrando-se num tema determinado (Amado e Ferreira, 2013). Na entrevista semiestruturada "as questões derivam de um plano prévio . . . onde se define e regista, numa ordem lógica para o entrevistador, o essencial do que se pretende obter, embora, na interação se venha a dar uma grande liberdade de resposta ao entrevistado", pois a entrevista semiestruturada apresenta a grande potencialidade de "não haver uma imposição rígida de questões" (Amado e Ferreira, 2013, p. 208 e 209)

Assim, a entrevista foi realizada aos alunos com o objetivo de compreender o seu pensamento e relações que mobilizam durante o cálculo, fazendo perguntas como, por exemplo, "Como é que calculaste …?" ou "Explica-me como calculaste …" e as restantes questões surgiam de acordo com o desenvolvimento das respostas sempre com base no “porquê?” e no “como?”.

As entrevistas aos alunos foram baseadas em enunciados de cálculo, construídos ao longo da investigação, uma vez que, perante a realização das primeiras entrevistas, foi-se adaptando as proposta de cálculo aos objetivos do estudo e às dúvidas que iam surgindo (cf. Anexo A). As tarefas foram pensadas com o objetivo de incluir as três representações do número racional.

Optou-se por entrevistas individuais aos alunos para que as suas respostas não fossem influenciadas por terceiros.

Assim, foi pedido aos alunos que realizassem a tarefa e realizassem o registo escrito da sua estratégia, caso precisassem, e, posteriormente, era pedido que explicassem a sua estratégia oralmente.

Quanto à PC foi com o objetivo de compreender o percurso realizado com os alunos na aprendizagem dos números racionais, recorrendo a um guião de entrevista (cf. Anexo B).

De forma a que as informações fossem recolhidas de maneira mais rigorosa, as entrevistas foram gravadas, pois, como indicam Pombal, Lopes e Barreira (2008), os limites da memória e a distorção podem comprometer a credibilidade das informações.

Ainda no que diz respeito à recolha de dados, foi utilizada a observação direta. A observação direta é o método que permite captar os comportamentos no momento em que estes acontecem, dando-lhe assim credibilidade, pois são dados recolhidos diretamente, como afirma Pombal, Lopes e Barreira (2008). Para além disto, também estes autores indicam que este método permite recolher dados que não poderiam ser recolhidos a partir de qualquer outro método.

Assim, a observação direta permitiu, para além da escolha do tema deste estudo, a participação em várias situações da sala de aula sobre os números racionais, bem como a consulta de materiais expostos na sala que fizeram parte do percurso de aprendizagem dos alunos sobre os números racionais.

No que concerne à análise dos dados, a técnica privilegiada foi a análise de conteúdo para analisar as entrevistas, classificando as respostas em categorias “que auxiliam na compreensão do que está por trás dos discursos” (Silva e Fossá, 2013, p. 2). Optou-se por um procedimento de categorização *misto,* visto que foram combinados sistemas de categorias prévias, à priori, com categorias criadas a partir dos dados, à posteriori (Amado, 2013, p. 314). As categorias e subcategorias utilizadas na análise das entrevistas dos alunos tiveram como base as estratégias apresentadas na fundamentação teórica. A entrevista à PC foi analisada, segundo categorias criadas após a recolha dos dados.

Por fim, será relevante salientar que todos os participantes do presente estudo, no caso dos alunos, também os respetivos encarregados de educação, foram informados que as entrevistas e as respetivas gravações integrariam um estudo, tendo autorizado, através do pedido de autorização, devidamente assinado (cf. Anexo C). No entanto, alguns alunos não quiseram realizar as entrevistas e essa decisão foi respeitada.

Ao longo do presente documento serão utilizados nomes fictícios, de forma a preservar a identidade dos alunos.

2.4 Apresentação e Análise dos Resultados

Os dados recolhidos (cf. Anexo D e E) serão apresentados e interpretados, tendo em conta as questões de investigação definidas: (i) Que estratégias utilizam os alunos no cálculo mental com números racionais?, (ii) Que representações mobilizam os alunos nessas estratégias de cálculo? e (iii) Como se relacionam as estratégias utilizadas com o percurso realizado na aprendizagem?

A análise dos dados é realizada segundo o enquadramento teórico apresentado (cf. Anexo F e G).

Tarefa 0,3 de 1480

Na tarefa com numeral decimal, nomeadamente 0,3 de 1480, todos os alunos da turma recorreram a representações simbólicas. Na utilização da representação simbólica, todos os alunos alteraram a representação de numeral decimal para representação em percentagem, exceto dois alunos que usaram a representação decimal, embora um deles não a tenha usado corretamente.

Na tabela 6 é apresentado o exemplo do Fábio que utilizou a representação em numeral decimal e o exemplo do Nuno.

Tabela 6
Representações utilizadas na tarefa 0,3 de 1480

Categoria	Subcategoria	Estratégia
Representação simbólica	Representação em percentagem	“ Três décimas é 30%, então fiz três vezes o 10%” - **Nuno**
	Representação em numeral decimal	**Fábio -** Primeiro eu fiz 1 décima de 1480 e ficou 148 **Inv.** - Porque? **Fábio** – Porque para fazer 1 décima divido o número por 10. Depois peguei no 148 e fiz vezes três

Neste sentido, a maioria dos alunos recorreram a estratégias de *relações numéricas*[2], nomeadamente *mudança de representação, relação parte-parte* e, uma aluna utiliza a *decomposição.* Em primeiro lugar, os alunos alteraram a representação em numeral decimal para representação em percentagem. De seguida, os alunos calcular o 30%, fazem três vezes o 10%, estabelecendo uma *relação parte-parte*. Uma das alunas recorre à decomposição, uma vez que decompõem o número em duas parcelas de uma adição, afirmando que “3 décimas é 30 % e sei que 10 mais 20 dá 30. Então fiz 10% de 1480 que dá 148 e também fiz 20% de 1480 e deu 296 e depois juntei os dois resultados e deu 444”

Os alunos ao estabelecerem uma relação *parte-parte*, utilizam o 10%, pois consideram-no como um número de referência, pois como o Nuno refere “Acho que é mais fácil para fazer 30%, então faço três vezes o 10%, porque é a percentagem famosa”. Esta afirmação realizada pelo Nuno, aponta para uma gíria da turma (percentagem famosa), que resulta do percurso relacionado em torno dos números racionais, representado num material exposto na sala de aula fotografado e apresentado na figura 2.

[2]Todas as expressões em itálico representam as categorias e as subcategorias de análise , segundo os autores de referência

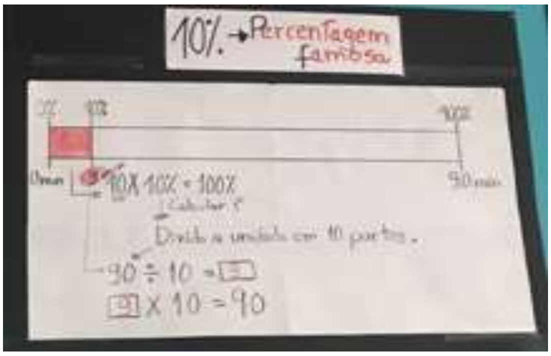


Figura 2. Recurso exposta no sala de aula sobre o 10%, a percentagem famosa.

Assim, para realizar o cálculo, todos os alunos recorrem a *estratégias de regras memorizadas*, nomeadamente, à divisão por 10. A rapidez com que os alunos indicam quanto é 10% ou 0,1 de 1480, indica que a divisão por 10 é uma regra que já conhecem e aplicam rapidamente, inclusive, realizam a associação a esta divisão quer ao cálculo de “10% de …” ou “0,1 de …”, como indicam o Guilherme e o Fábio, que recorrem a representação diferentes, mas à mesma regra memorizada:

Guilherme - “Dividi por 10 para ficar 10% e fica 148”

Fábio - “Porque para fazer 1 décima divido o número por 10.”

No entanto, o Artur utiliza uma estratégia inadequada, visto que recorre ao algoritmo da divisão tradicional e divide o 1480 por 3. Quando questionado sobre o porquê de dividir por três, o Artur diz “Porque se eu dividisse por 0 não ia dar (apontado para as unidades do numeral decimal 0,3), por isso eu pensei em dividir por três” e não consegue explicar de outra forma.

Assim, penso que se pode afirmar que o Artur estabeleceu uma relação entre 0,3 e $\frac{1}{3}$, como sendo o mesmo número representado de formas diferentes, na medida em que realiza a divisão de 1480 por 3, embora a sua explicação não evidencie esta relação

Neste sentido, também o Guilherme no início da explicação da sua estratégia, embora a tenha alterado quando questionado sobre a mesma, refere que 0,3 é, aproximadamente, 30%. Perante esta afirmação, questiono a razão de ser aproximadamente, e o Guilherme indica que “… 30 mais 30 mais 30 é 90, não é 100”, ou seja, pode afirmar-se que ao realizar este mudança de representação, referindo “aproximadamente”, o aluno está a demonstrar uma confusão entre o numeral decimal 0,3 e a dízima infinita periódica 0,(3), relacionada com a fração $\frac{1}{3}$.

Tarefa 15% de 140

Na tarefa com representação em percentagem, nomeadamente 15% de 140, toda a turma calculou através da representação simbólica, utilizando a representação em percentagem, como já se previa.

Quanto às estratégias utilizadas neste cálculo, um dos alunos inicia o seu cálculo, recorrendo à decomposição do 15% em 10%+5%, como apresentado na tabela 7.

Tabela 7
Estratégias de relações numéricas na tarefa 15% de 140

Categoria	Subcategoria	Estratégia
Relações numéricas	Decomposição	**Fábio –** “Primeiro eu fiz 15% está dividido, é o 10% mais o 5%, por isso primeiro eu fiz 10% de 140 que é 14 e depois eu fiz o 5% 140 que é 7, porque o 5% é metade do 10%. Depois se eu juntar o 10% mais o 5% dá o 15%,por isso eu adicionei 14 mais 7”

Os restantes alunos calcularam em primeiro lugar o 10% e, posteriormente, o 5%, através da metade do 10%, estabelecendo assim uma *relação parte-parte.* Desta forma, uma vez que todos os alunos recorreram ao 10%, questionei-os sobre a razão desta referência, como apresentado na tabela 8.

Tabela 8
Estratégias de relações numéricas na tarefa 15% de 140

Categoria	Subcategoria	Estratégia
Relações numéricas	Relação parte-parte	“**Inv.** - E porque utilizaste logo o 10%? **Nuno** - Porque é a percentagem famosa e que me ajuda”
		“**Inv**. - E porque recorreste primeiro ao 10%? **Lurdes** - Porque o 10% é mais fácil para depois fazer o 5%”
		“**Inv.** - E porque fizeste o 10%? **Manuel** - Porque sempre era mais fácil **Inv.** - Era mais fácil porque? Consegues explicar?

		Manuel - Porque o 10% é só andar com a virgula para a esquerda”

Estas respostas dos alunos demonstram que o 10% é, de facto uma percentagem de referência para eles e que, associado a esta referência, surge a divisão por 10 como uma regra memorizada, que lhes auxilia o cálculo, como indica o Manuel.

Quanto às estratégias de factos numéricos, os alunos recorrem ao uso de metades, quando calculam o 5%, referindo que é a metade do 10% que já tinham calculado, como apresentado um exemplo na tabela 9.

Tabela 9
Estratégias de factos numéricas na tarefa de 15% de 140

Categoria	Subcategoria	Estratégia
Factos numéricos	Uso de metades	“Porque é 15%, então fica mais fácil. Então 10% é 14, 5% é 7 porque é a metade de 10% que é 14, metade é 7” - **Guilherme**

A Luísa ao calcular o 5% de 140, indica que o 5% é $\frac{1}{2}$ do 10%, o que demonstra um conhecimento das várias representações e dos seus significados, como é apresentado na figura 3.

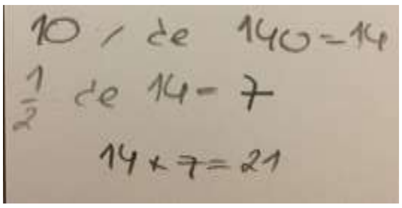


Figura 3. Estratégia da Luísa na tarefa de 15% de140

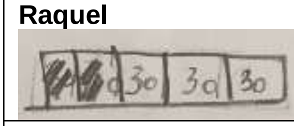
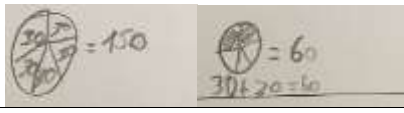
Esta tarefa foi a única em que os alunos, de um modo geral, recorreram todos à mesma combinação das mesmas estratégias de cálculo mental, privilegiando todos a mesma representação, a percentagem.

Tarefa $\frac{2}{5}$ de 150

A tarefa com representação em fração, $\frac{2}{5}$ de 150, foi a que revelou resultados mais diversificados, quanto às representações que mobilizam.

Assim, a maioria dos alunos recorre a representações simbólicas, nomeadamente, a percentagem ou a fração. No entanto, dois alunos utilizaram representações icónicas como auxílio ao cálculo com a fração, como apresentado na tabela 10.

Tabela 10
Representações utilizadas na tarefa $\frac{2}{5}$ ***de 150***

Categoria	Subcategoria	Estratégia
Representação simbólica	Representação em percentagem	"Então, $\frac{1}{5}$ é 20% então $\frac{2}{5}$ é o dobro de $\frac{1}{5}$ que é 40%. Então eu fiz 10% de 150 que é 15. Então eu multipliquei 4 vezes, porque eu só tinha feito 10% e nós precisamos de 40%." - **Carlota**
	Representação em fração	"**Nuno** - Primeiro quis-me livrar do 2 e preferi meter 1 , então fica $\frac{1}{5}$ de 150 é 30 **Inv**. - Como é que sabes que é 30? **Nuno** - Dividi o número em 5 partes."
		"Eu fiz primeiro, como se fosse um chocolate e dividi por 5" – **Raquel**
		"eu comecei por fazer 150 a dividir por 5" - **Artur**
Representação icónica	Figuras	**Raquel** 
		Manuel 

Os alunos recorreram a estratégias de *relações numéricas*, nomeadamente, a relação parte-parte, independentemente da representação que privilegiaram no cálculo, uma vez para calcular o $\frac{2}{5}$ de 150, os alunos calcularam primeiro $\frac{1}{5}$ de 150 ou o 20% de 150.

Os alunos que utilizaram a representação em percentagem e recorreram ao 10%, voltaram a utilizar *estratégias de regras memorizadas*, nomeadamente, a divisão por 10.

Os alunos que utilizam a representação em fração, dividem o 140 em cinco partes, embora não realizando todos o mesmo processo de cálculo, como é apresentado na tabela 11.

Tabela 11
Estratégias de regras memorizadas utilizadas na tarefa $\frac{2}{5}$de 150

Categorias	Subcategorias	Estratégias
Regras memorizadas	Procedimento algorítmico	”**Inv.** - e fizeste o algoritmo tradicional e então qual é que foi o resultado? **Artur** - fiz quantas vezes o 5 cabe no 15 e depois no 3 e eu pus aqui o 0. Baixei o 0. 0 para 15, 0. 0 para 5, 0. E depois baixei o 0 e deu-me trinta.”
Relações numéricas	Mudança de operação	**“Manuel –** Eu fui por tentativas. Primeiro fiz 25, não deu, ia dar 125. **Inv. –** Ia dar 125 porque? **Manuel –** Porque cinco vezes 25 dá 125 **Inv. –** Porque é que é vezes 5? **Manuel –** Também pensei em $\frac{1}{5}$ porque era mais fácil para calcular e para juntar. Então depois segui para o 75 e não deu, foi logo duas vezes o 75 dava logo 150, mas tinha de me dar 5 vezes o 75, por isso não dava e depois tentei o 25 outra vez, mas depois pensei e fiz o 30 para ver se dava. Depois fiz 5 vezes o 30 e deu 150”
		“**Raquel** - E como era de 150, eu tinha que fazer o número que 5 vezes dê 150 e deu 30 **Inv**. – Como é que chegaste ao 30?Consegues explicar? **Raquel** - Fiz 60 mais 60 que é 120 e depois mais 60 eu vi que já era 180. Então como era a metade iria ser menos 30, então eu fiz 30 mais 30 60, 30 mais 30 60 60 mais 60 120, mais 30 150”

As estratégias a que o alunos recorrem nesta tarefa vão ao encontro do que a PC refere. A PC afirma que “ se pedires $\frac{4}{5}$, eles vão-te buscar $\frac{1}{5}$ e nem põe $\frac{1}{5}$, põe logo 20%, 10% , depois fazem vezes quatro”.

O Artur utiliza o algoritmo da divisão tradicional, enquanto o Manuel e a Raquel recorrem à mudança de operação, alterando a divisão para a multiplicação. No entanto, a Raquel realiza o seu cálculo através de uma estratégia aditiva.

Nesta tarefa, os alunos que calculam com a representação em fração, interpretam-na como uma relação parte-todo, uma vez que identificam o denominador como o número de partes em que dividem a unidade e o numerador como a parte que se quer, como se pode ler no diálogo a seguir:

Nuno – "Porque é $\frac{1}{5}$, tenho de dividir o número em 5 partes, o que está em cima é o que eu quero e o que está em baixo é o que tem de se dividir"

"**Raquel** - Eu fiz primeiro, como se fosse um chocolate e dividi por 5

Inv. - E porque dividiste por 5?

Raquel - Porque é $\frac{2}{5}$, então o que está por baixo, que é o 5, é a unidade

Inv. - É a unidade?

Raquel - É o número de partes que temos de dividir

(…)

Raquel - … e depois pintei os dois"

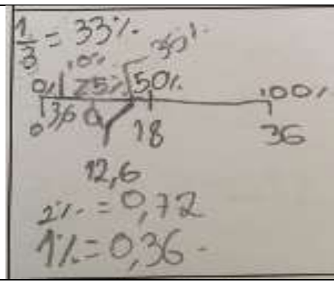
Tarefa $\frac{1}{3}$ de 36

A outra tarefa com representação em fração, $\frac{1}{3}$ de 36, foi proposta aos alunos, tendo em conta que esta fração não pode ser representada nem em numeral decimal nem em percentagem, e, assim, pretendeu-se perceber como os alunos realizam o cálculo nestes casos.

Na tabela 12 são apresentadas as representações utilizadas pelos alunos nesta tarefa. A maioria dos alunos realizaram o cálculo utilizando a representação simbólica, nomeadamente, a fração. Curiosamente, um dos alunos alterou a representação para percentagem, recorrendo à reta numérica dupla, como representação icónica.

Tabela 12
Representações utilizadas na tarefa $\frac{1}{3}$ de 136

Categoria	Subcategoria	Estratégia
	Representação em percentagem	" $\frac{1}{3}$ é mais ou menos 33%, eu fiz uma reta. 36 é 100% e 0 é 100%. Eu comecei por fazer 50% que é 18, depois eu fiz 25% que é 9, depois fiz o 10% que é 3 unidades e 6 décimas." - **Carlota**
		"Depois como é $\frac{1}{3}$ é dividir por 3" - **Fábio**

Representação simbólica	Representação em fração	"**Nuno** -Dividi o número em 3 partes que é 12 **Inv.** E porque é que dividiste em três partes? **Nuno** -Porque é $\frac{1}{3}$ (aponta o 3 no denominador), divide o número em três, mas só queremos uma parte.
		"**Inv.** – O que isso quer dizer, ser $\frac{1}{3}$? **Guilherme** – Tenho que dividir a unidade por 3"
Representação icónica	Reta numérica dupla	

No que diz respeito às estratégias mobilizadas neste cálculo, três dos alunos utilizaram regras memorizadas, nomeadamente, as do algoritmo da divisão. Os restantes alunos recorreram à decomposição do 36 por ordens, realizando primeiro a divisão do 30 por 3 e depois a divisão de 6 por 3, adicionando, de seguida, os dois quocientes obtidos, como é apresentado o exemplo do Fábio na tabela 13.

Tabela 13
Estratégias de relações numéricas tarefa $\frac{1}{3}$ de 36

Categorias	Subcategorias	Estratégias
Relações numéricas	Decomposição	"Primeiro eu dividi por ordens, primeiro dividi 30 e dividi 6. Dividi por ordens. Depois como é $\frac{1}{3}$ é dividir por 3.E por isso eu dividi por 3 o 30 e deu 10 e depois eu dividi o 6 por 3 que é 2. Depois eu adicionei o 10 ao 2 e dá 12." - **Fábio**

Os alunos quando questionados sobre a razão porque realizaram a divisão do 36 por 3, estes referem que:

> **Fábio –**"Porque $\frac{1}{3}$ está a dividir em três partes, é três partes de um número"
>
> **Nuno –**"Porque é $\frac{1}{3}$ (aponta o 3 no denominador), divide o número em três, mas só queremos uma parte."

Desta forma, embora estejam a trabalhar a fração como operador partitivo multiplicativo (Monteiro e Pinto, 2007), entendem-na como o significado de relação parte-todo (Monteiro e Pinto, 2007).

A Carlota, que em primeiro lugar realizou uma mudança de representação da fração para a percentagem, utilizou a estratégia de *relação parte-todo* e de *relação parte-parte*. A relação parte-todo foi utilizada no início de cálculo, quando a Carlota calcula o 50% de 36, visto que quando calcula o 25% já recorre à relação parte-parte, uma vez que calcula a metade do 50% de 36 para saber o 25%. Neste sentido, a Carlota continuou a recorrer à relação parte-parte, uma vez que calcula o 10% de 36 e, posteriormente, o 1% fazendo "10% do 10%".

Neste sentido, a Carlota recorreu a regras memorizadas, nomeadamente, a divisão por 10, associando não só ao cálculo de 10%, mas também ao cálculo de 1%, partindo do 10%, indica que para calcular "1% temos de . . . fazer 10% do 10%". Na tabela 14 é apresentada a estratégia da Carlota.

Tabela 14

Estratégias de relações numéricas utilizadas na tarefa $\frac{1}{3}$ de 36

Categorias	Subcategorias	Estratégias
Relações numéricas	Estabelecimento de relações parte-parte e parte-todo	" $\frac{1}{3}$ é mais ou menos 33%, eu fiz uma reta. 36 é 100% e 0 é 100%. Eu comecei por fazer 50% que é 18, depois eu fiz 25% que é 9, depois fiz o 10% que é 3 unidades e 6 décimas . . . Mas eu percebi que era 33 por isso tive de juntar o 25% com mais 10% que é igual a 35%, que também é igual a 3,6 mais 9 unidades que é 12,6. Isso aí deu 35% . . . - E nós temos de fazer 33%, por isso eu tive que tirar 2 % e 1% temos de fazer, para fazer 1% temos e fazer 10% do 10% que deu 36 centésimas, mas isso é 1%, como é 2% é 72 centésimas. Eu tirei 72 centésimas e o que deu foi 11, 88." - Carlota

De acordo com as estratégias utilizadas pela Carlota, penso que se pode afirmar que a percentagem é uma representação muito significativa para esta aluna, embora a aplique em casos em que a fração não é possível ser representada em percentagem.

No fim da entrevista, a Carlota diz que os ímpares são mais difíceis, mas depois indica que $\frac{1}{5}$ não é. Estas afirmações vêm confirmar as hipóteses mencionadas no parágrafo anterior, pois penso que isto significa que a aluna considera o $\frac{1}{5}$ mais fácil por poder representar a fração em percentagem.

A Luísa e o Leandro não conseguem realizar o cálculo, pois a primeira coisa que eles fazem é recorrer ao cálculo da metade e, a partir daí, não conseguem realizar o cálculo de $\frac{1}{3}$ de 36. Neste sentido, acho que é possível afirmar que estes alunos assentam as suas referências no cálculo de metades e quando as tarefas são com uma fração não decimal, estes alunos, não conseguem realizar o cálculo, inclusive o Leandro diz que faz o $\frac{1}{2}$ e depois $\frac{1}{4}$ e depois afirma que não consegue fazer $\frac{1}{3}$.

Neste sentido, a Luísa refere na explicação que:

Luísa –"Comecei por fazer metade de 36 que é 15 mais 3, que é 18 e depois comecei a pensar, isto é $\frac{1}{2}$, agora como é que eu faço o $\frac{1}{3}$?"

Para além disto, o Sandro não realizou esta tarefa, argumentado que "não dá para dividir em 3 partes, porque se fizermos assim (aponta para o seu desenho de um modelo circular dividido em duas partes) é duas partes e assim (dividindo o modelo circular em 4 partes, dividindo as duas partes em metades), já dá 4". Esta afirmação vai ao encontro do referido anteriormente.

Neste sentido, penso que se pode afirmar que o processo de recorrer a metades sucessivas está de certa forma enraizado no pensamento dos alunos, que estes têm dificuldade em apropriar-se de outras relações e estratégias. A PC refere na entrevista que "o que eles fazem com os números racionais é basicamente, ou vão buscar as metades, os quartos, os oitavos e por aí fora, ou vão buscar sempre o 10% e depois a partir do 10%, o 5%, por exemplo, o 75%, as 75 centésimas vão ao 50 e juntam 25, portanto, suportam-se sempre nisso" e, posto isto, quando estas referências são inadequadas, os alunos revelam dificuldades no cálculo.

Na tabela 15 são apresentadas as explicações das estratégias utilizadas pelo Leandro e pela Luísa.

Tabela 15
Estratégias do Leandro e da Luísa na tarefa $\frac{1}{3}$ de 136

Estratégia do Leandro	**Leandro -** Então, metade de 18, metade de 8 é 4 metade de 10 … 9. Por isso o resultado é 9, eu acho que é 9 **Inv. –** Porque? **Leandro -** Porque eu fiz três vezes a metade de 36. Fiz três vezes a metade de 36.

Estratégia da Luísa	Luísa -Pensei quantos são $\frac{3}{3}$ de 36, que é 36, por isso, fiz 36 mais 36 mais 36 que era 108 **Inv. –** Mas se nós quisermos $\frac{1}{3}$ de 36, é maior que a unidade ou menor que a unidade? Luísa -É menor que a unidade **Inv. –** Então achas que $\frac{1}{3}$ de 36 pode dar 108? Luísa -Não **Inv. –** Então como é que achas que podias fazer? Luísa -Agora faço a metade de 108 e outra vez a metade **Inv. –** Então mas o que significa calculares a metade e outra vez a metade? Luísa -$\frac{1}{4}$ **Inv. –** Mas nós queremos $\frac{1}{3}$! Luísa - Então faço a metade de 108, posso fazer a metade da metade é… 90… eu tenho de fazer a metade de 108?

Curiosamente, o Leandro e a Luísa relacionam a fração $\frac{1}{3}$ à multiplicação por três, embora o Leandro realize três vezes a metade e a Luísa entende a fração $\frac{3}{3}$ como três vezes o 36, o que indica que a Luísa não entende a fração $\frac{1}{3}$ como uma relação parte-todo. No entanto, a Luísa quando questionada sobre a sua estratégia, focando-se em $\frac{1}{3}$, responde, prontamente, que é 12, pois "estamos a dividir a unidade em três partes".

Percurso de aprendizagem dos números racionais

No que diz respeito ao percurso realizado da aprendizagem dos números racionais nesta turma, a PC refere que este começou no 2.º ano de escolaridade "com o básico, com o cálculo de metades, de quartos, começámos por dividir folhas em metades, depois em quartos. Depois passámos para o corpo, fomos para o ginásio e fizemos percursos, $\frac{1}{4}$ de volta à esquerda, $\frac{1}{4}$ de volta à direita. Depois circulávamos à volta de nós mesmos, pronto, começou por aí no 2.ºano".

A forma como a PC iniciou o percurso de aprendizagem dos números racionais vai ao encontro de Monteiro e Ponte (2007), quando estes autores referem que ao recorrer às relações “a metade da metade é a quarta parte” e “ um oitavo é a metade de um quarto” nas primeiras abordagens aos números racionais, irá permitir aos alunos serem capazes de estabelecer as relações fundamentais para a compreensão dos números racionais. Nesta primeira abordagem, surge um recurso exposto em sala de aula que representa estas relações, bem como entre as frações equivalentes, apresentado na figura 4.

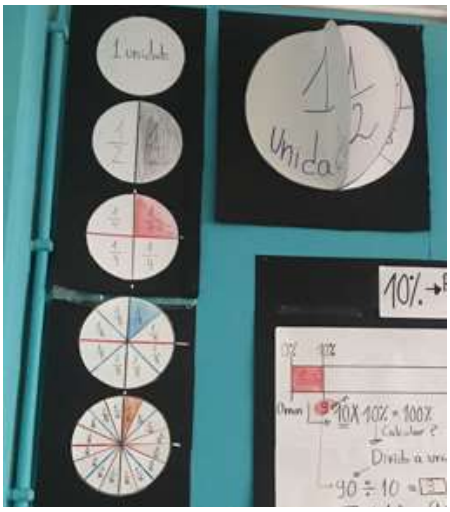


Figura 4. Recurso exposta na sala de aula sobre relação entre metades e frações equivalentes.

Depois deste conjunto de atividades no 2.º ano de escolaridade, a PC indica que já no 3.º ano é que foi realizada o percurso em torno das percentagens. Neste sentido, a PC refere que a “percentagem faz uma ligação muito forte, porque é o “por cento” com as centésimas. Portanto, a ideia foi essa, era pegar na percentagem, que é intuitivo para eles, e a partir daí passámos para as centésimas”. Esta relação é realizada através de uma tarefa que tem por base as baterias dos telemóveis e dos tablets.

Posteriormente, para os alunos realizarem a passagem de centésimas para décimas, foi realizada “uma atividade de encher recipientes, de garrafas, onde uma das garrafas era 50 centésimas do litro e outra era 5 décimas do litro e eles perceberam que era igual. Portanto, a partir daí fizemos logo a transposição, portanto, centésimas para décimas e, em simultâneo, frações decimais, em centésimos e em décimos”.

De todo este percurso em torno dos números racionais resulta a reta numérica dupla, que engloba as três representações simbólicas dos números racionais, e que origina também um recurso exposto na sala de aula, como apresentado na figura 5.

Figura 5. Reta numérica dupla com diferentes representações.

2.5 Conclusões

O estudo realizado tinha como principal objetivo Descrever e compreender as estratégias de cálculo mental com números racionais mobilizadas pelos alunos, tendo em conta o percurso que realizaram na aprendizagem desses mesmos números. Através da análise de dados e, consequentemente, das respostas às questões de investigação foi possível alcançar o objetivo geral.

A motivação para este estudo que estava relacionada com facto de ter ficado surpreendida com o cálculo que realizaram com números racionais, como já referi neste relatório, está diretamente relacionada com as estratégias que foi possível observar, uma vez que os alunos, de facto, apresentam recurso a várias representações e estratégias de cálculo significativas para eles.

No que diz respeito às representações mobilizadas no cálculo com números racionais, os alunos privilegiaram a percentagem, em detrimento das restantes, alterando as representações em fração e em numeral decimal para percentagem, sempre que possível, como se observou nas tarefas 0,3 de 180 e $\frac{2}{5}$ de 150.

O recurso à *relação parte-parte* e às *regras memorizadas* foram as estratégias de cálculo mental com números racionais que os alunos mais utilizaram, uma vez que os alunos desta turma realizam uma grande associação do cálculo de 10% à divisão por 10. Esta relação foi trabalhada, intencionalmente, no percurso realizado na aprendizagem dos números racionais, pois como refere a PC na entrevista, “suportado nisto está sempre a divisão por 10, 100 e 1000, não é? Houve aqui entretanto uma tarefa intermédia onde eles tiveram que perceber, foi com a calculadora, o que é que acontecia quando eu dividia um número por 10, 100 e 1000, o número ficava mais pequeno, 10 vezes mais pequeno e como é que se faz e por aí fora.”

Deste modo, pode afirmar-se que as estratégias de cálculo mental que os alunos utilizam baseadas em números de referência e a representação dos números racionais que privilegiam, a percentagem, apresenta uma forte relação com o percurso de aprendizagem realizado, pois como afirma a PC “as estratégias foram evoluindo ao longo do processo, consoante a gente ia dando mais números de referência, eles vão-se apropriando desses números de referência”.

Os alunos alteram a representação do número racional para calcular, o que indica que são versáteis na manipulação das diferentes representações e, aliás, como afirma Carvalho (2016), quando os alunos realizam conversões entre diferentes representação consoante o cálculo que precisam realizar, demonstram que possuem sentido de número e “são capazes de criar estratégias próprias com alguma flexibilidade” (p.20)

No entanto, estas referências para o cálculo, por vezes, podem originar erros, por exemplo, quando os alunos generalizam o cálculo da metade e da metade da metade e a mudança de representação para percentagem a todos os cálculos, nos quais deveriam surgir outras estratégias de cálculo. Assim, embora a capacidade de cálculo dos alunos desta turma com números racionais seja notória, alguns dos alunos apresentam algumas dificuldades no cálculo com representação em numeral decimal e em fração, quando a fração não pode ser representa numa dízima finita.

No que diz respeito às limitações do estudo apresentado, considero que o objetivo geral poderia ter sido alcançado com maior profundidade se tivesse tido a oportunidade de observar efetivamente o percurso. Desta forma, apenas tive acesso ao percurso realizado através do testemunho da professora e dos recursos expostos em sala de aula que surgiram desse percurso.

Para além disto, penso que teria sido enriquecedor analisar mais tarefas com a mesma representação, embora as tarefas que foram propostas incluam as três representações do número racional.

Por fim, considero que seria bastante interessante acompanhar estes alunos ao longo do seu percurso escolar, no sentido de perceber se as estratégias de cálculo evoluem ou se alteram, bem como as suas referências de cálculo, quando na aprendizagem do cálculo com números racionais são introduzidas regras operatórias.

REFLEXÃO FINAL

Neste último ponto do presente relatório é apresentada uma reflexão final que assenta em dois tópicos principais: (i) o contributo da prática pedagógica no âmbito da PES II e (ii) o contributo da investigação para o desenvolvimento de competências profissionais. Para além disto, são ainda apresentados aspetos significativos em termos de desenvolvimento pessoal e profissional e das dimensões a melhorar no exercício da profissão docente.

No que diz respeito ao contributo da prática pedagógica no âmbito do PES II, saliento em primeiro lugar, que o estágio é sempre uma mais valia na formação, pois, como afirmam Neves e Ambrogi (s.d.), "o estágio na formação de professores é de extrema importância, pois essa prática vai muito além de cumprimentos de exigências burocráticas. O estágio proporciona além da visão mais ampla do universo escolar, o crescimento e desenvolvimento do profissional da educação" (p.1).

Neste sentido, considero que a prática pedagógica no âmbito da PES II permitiu, devido aos diferentes contextos onde foi realizada, contactar com duas modalidades pedagógicas que podem ser consideradas opostas, visto que no 1.ºCEB é promovida a participação do aluno na gestão do seu processo de aprendizagem e no 2.º CEB é o professor que assegura toda a gestão. Para além disto, também o contexto socioeconómico teve um papel diferenciador, permitindo contactar assim com uma realidade social diferente.

No que concerne ao contributo da investigação para o desenvolvimento de competências profissionais, considero que o facto de o estudo incidir num tema difícil, quer para os alunos, quer também para os professores, permite-me criar uma bagagem quer de aspetos a ter em conta no processo de ensino aprendizagem dos alunos, quer de estratégias ou até, eventuais, erros que possam surgir aquando da aprendizagem dos números racionais.

Para além disto, o facto de o estudo incidir nas estratégias que os alunos usam atualmente, mas também no percurso, numa tentativa de compreender como os alunos chegaram a esta capacidade de cálculo, contribui para a formação profissional enquanto professora no trabalho com os números racionais.

Quanto ao desenvolvimento pessoal e profissional, penso que a prática pedagógica realizada no 2.º CEB foi mais significativa ao nível do desenvolvimento pessoal, enquanto a prática pedagógica realizada no 1.º CEB contribuiu para um desenvolvimento profissional, embora ambos os ciclos tenham contribuído para ambos os desenvolvimentos.

Por fim, nas dimensões a melhorar no exercício da profissão docente, saliento a gestão do tempo e a antecipação às respostas dos alunos. Ao longo da prática pedagógica, a gestão do tempo das atividades em sala de aula foi sempre um aspeto menos positivo, que tentava melhorar, através de uma definição mais rigorosa do tempo na planificação e limitando o número de intervenções dos alunos, quando estes começassem a repetir ideias já partilhadas. A antecipação às respostas dos alunos penso que tenha vindo a ser atenuada ao longo das práticas realizadas, mas, de qualquer forma, é um aspeto que tenho de ter em conta na minha prática.

Em suma, considero que ambos os contextos da PES II me propiciaram experiências muito enriquecedoras em diferentes vertentes e que me fizeram crescer a nível pessoal e profissional.

REFERÊNCIAS

Amado, J. (Coord.). (2013). Manual em investigação qualitativa em educação. Coimbra: Universidade de Coimbra.

Amado, J. & Ferreira, S. (2013). A entrevista na investigação educacional. In Amado, J. (Coord.), Manual em investigação qualitativa em educação (pp. 207-232). Coimbra: Universidade de Coimbra.

Batista, A., Viana, F. L. & Barbeiro, L. F. (2011) O Ensino da Escrita: Dimensões Gráfica e Ortográfica. Ministério da Educação: Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Beane, J. A. (2003). Integração curricular: a essência de uma escola democrática. *Currículo sem fronteiras*, 3(2), 91-110.

Bogdan, R, C. & Biklen, S. K. (1994). Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto editora.

Camacho, M. S. F. P. (2012). Materiais Manipuláveis no Processo Ensino/Aprendizagem da Matemática. Madeira: Universidade da Madeira.

Caney, A., & Watson, J. M. (2003). Mental computation strategies for part-whole numbers. AARE 2003 Conference papers, International Education Research. Consultado em https://www.researchgate.net/publication/266359112_Mental_Computation_Strategies_for_Part-Whole_Numbers.

Carvalho, R., (2011). Calcular de cabeça ou com a cabeça?. Torres Vedras: Escola Básica Integrada Padre Vítor Melícias. In Atas do ProfMat 2011. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Carvalho, R. A. C. (2016). Cálculo mental com números racionais: um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade (Dissertação de Doutoramento, Instituto de Educação, Lisboa). Consultada em http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/23646/1/ulsd072676_td_Renata_Carrapico.pdf

Carvalho, R. & Ponte, J. P. (2013). Prática profissional para a promoção do cálculo mental na sala de aula: Uma experiência no 6.º ano. *Quadrante*, 22(2), 83-108.

Ciscar, S. L. & García, M. V. S. (Coords.). (1997). Fracciones: La relacion parte-todo. Madrid: Editorial Sintesis

Estrela, M. T. (2002). Relação pedagógica, disciplina e indisciplina na sala de aula. Porto: Porto Editora.

Guerreiro, H. G., Serrazina, L. & Ponte, J., P. (2018). A percentagem na aprendizagem com compreensão dos números racionais. *Zetetiké,* 26(2),354-374.

Leitão, I. A. (2013). Os diferentes tipos de avaliação: avaliação formativa e avaliação sumativa. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa. Consultado em https://run.unl.pt/bitstream/10362/13803/1/RELAT%C3%93RIO%20DE%20EST%C3%81GIO%20%E2%80%94%20IN%C3%8AS%20ACHEGA%20LEIT%C3%83O.pdf

Monteiro, C. (2005). Os números racionais. In Monteiro, C., Lobo, E., Veloso, G., Sousa, H., Moura, I. & Ribeiro, S. (Ed.), Cadeia de tarefas para o ensino dos decimais (pp. 54-56). Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa.

Monteiro, C. & Costa, C. (1996). Dificuldades na aprendizagem dos números racionais. *Educação e Matemática* (40), 60-63.

Monteiro, C., Lobo, E., Veloso, G., Sousa, H., Moura, I. & Ribeiro, S. (2006). Cadeia de tarefas para o ensino dos decimais. Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa.

Monteiro, C. & Pinto, H. (2007). Desenvolvendo o sentido do número racional. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Neves, A. P. & Ambrogi, I. H. (s.d.). A formação inicial de professores e a importância dos estágios supervisionados como desencadeadores de uma vivência interdisciplinar. Universidade Presbiteriana Mackenzie.

Pacheco, M. J. S. (2015). A importância das atividades experimentais no processo de ensino – aprendizagem. Instituto superior de ciências educativas de felgueiras: Felgueiras

Pinheiro, C. F. E. (2012). Os materiais manipuláveis e a geometria – um estudo no 6º ano de escolaridade do Ensino Básico num contexto das isometrias. Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo.

Pombal, B. M. O., Lopes, C. M. S. S. & Barreira, N. A. V. (2008). A importância da recolha de dados na avaliação de Serviços de Documentação e Informação: a aplicabilidade do SharePoint nos SDI da FEUP. Porto: Universidade do Porto. Consultado em file:///C:/Users/barba/Downloads/A_importancia_da_recolha_de_dados_na_avaliacao_de_Servicos_de_Documentacao_e_Informacao__a_aplicabilidade_do_SharePoint_nos_SDI_da_FEUP.pdf

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.

Ponte, J. P. & Quaresma, M. (2011). Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: um estudo de desenvolvimento curricular. *Quadrante.* 20(1), 55-81.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). Didática da Matemática do 1.ºCiclo. Lisboa: Universidade Aberta.

Saavedra, L. (2001). Sucesso / insucesso escolar: A importância do nível socioeconómico e do género. *Psicologia*, 15(1), 67-92.

Silva, A. H. & Fossá, M. I. T. (2013). Análise de conteúdo: Exemplo de aplicação da técnica para análise de dados qualitativos. IV Encontro de Ensino e Pesquisa em Administração e Contabilidade (pp. 1-14). Brasília.

Veiga, F. H. (2007). Indisciplina e violência na escola: Práticas comunicacionais para Professores e Pais. Coimbra: Almedina

ANEXOS

Anexo A. Tarefas propostas aos alunos

Cálculo mental: "Parte de ..."

Calcula:

0,3 de 1480= ________
Mostra com pensaste

Cálculo mental: "Parte de ..."

Calcula ...

15% de 140 = ________
Mostra como pensaste

Cálculo mental: "Parte de ..."

Calcula ...

$\frac{2}{5}$ de 150 = ________
Mostra como pensaste

Cálculo mental: "Parte de ..."

Calcula ...

$\frac{1}{3}$ de 36 = ________
Mostra como pensaste

Anexo B. Guião de entrevista à Professora Cooperante

1. Qual foi o processo de aprendizagem realizado dos números racionais?

2. Que frações é que eles costumam usar no cálculo? Trabalham com todo o tipo de frações?

3. Como é que é realizado o momento de cálculo mental? E que tipo de material utilizam ?

4. Mais relacionado com os números racionais, que tipo de cálculo é que eles fazem?

5. **-** Atualmente, como é que eles fazem, misturam todas as representações?

6. As tarefas que eles costumam realizar no cálculo mental são com contexto ou sem contexto?

7. E agora, mais relacionada com as estratégias, que estratégias é que eles privilegiam no cálculo com números racionais?

8. E agora, desde o início que começaste a trabalhar isto, como é que achas que evoluíram as estratégias?

Anexo C. Pedido de autorização

<u>**Pedido de autorização**</u>

Ex.mo (a) Senhor (a) Encarregado (a) de Educação

Eu, Bárbara Mendonça, aluna do 2.º ano de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico na Escola Superior de Educação de Lisboa, estagiária na turma do seu educando, solicito a sua autorização para a recolha de dados no âmbito da investigação "Estratégias utilizadas no cálculo mental com números racionais". A recolha de dados será realizada através da gravação de áudio da entrevista, mantendo sempre o anonimato e confidencialidade dos participantes.

Esta investigação conta já com a autorização da direção do agrupamento e da escola, através da colaboração da professora __________________.

Com os melhores cumprimentos,

____

(Bárbara Mendonça)

- -

Autorizo a participação do meu educando ____________________________________ na investigação acima referida.

____

(Assinatura do Encarregado de Educação)

Anexo D. Entrevista à Professora Cooperante

Inv. - Qual foi realizado o processo de aprendizagem dos números racionais?

Prof. - Portanto, o processo inicialmente começou no 2.º ano com o básico, com o cálculo de metades, de quartos, começámos por dividir folhas em metades, depois em quartos. Depois passámos para o corpo, fomos para o ginásio e fizemos percursos, $\frac{1}{4}$ de volta à esquerda, $\frac{1}{4}$ de volta à direita. Depois circulávamos à volta de nós mesmos, pronto, começou por aí no 2.ºano. E depois no 3.º ano é que fizemos mesmo um percurso em torno das percentagens. Portanto, a ideia era iniciarmos, portanto, a percentagem faz uma ligação muito forte, porque é o "por cento" com as centésimas. Portanto, a ideia foi essa, era pegar na percentagem, que é intuitivo para eles, e a partir daí passámos para as centésimas. Isso é feito através das baterias dos telemóveis e dos tablets, duma atividade que fizemos, depois para passar de centésimas para décimas fizemos uma atividade de encher recipientes, de garrafas, onde uma das garrafas era 50 centésimas do litro e outra era 5 décimas do litro e eles perceberam que era igual. Portanto, a partir daí fizemos logo a transposição, portanto, centésimas para décimas e, em simultâneo, frações decimais, em centésimos e em décimos.

Inv. - Nesse sentido, que frações é que eles costumam usar no cálculo? Trabalham com todo o tipo de frações?

Prof. - Depende, é assim, é sempre com referência claro, se tu vais pedir metades, quartos, oitavos, dezasseis avos, trinta e dois avos, eles vão-te sempre fazendo a metade, a metade, a metade e por aí fora… Depois, por exemplo, se tu vais pedir $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$ eles já te vão recorrer ao 20%, e 20% vão buscar o 10% e depois fazem o dobro e por aí fora …

Inv. - Então, agora passando mais para o cálculo mental, como é que é realizado o momento de cálculo mental? E que tipo de material utilizam ?

Prof. - É assim, o cálculo mental é feito desde o 1.º ano e normalmente são três momentos por semana, aproximadamente meia hora cada um, agora o que está instituído são dois momentos de cálculo mental e um de avaliação, isto é o normal. Nos dois momentos de cálculo mental, ou é tiras, normalmente é tiras que damos que eles fazem a pares e depois discutimos em coletivo. A avaliação já é um momento individual, pode ser tira pode ser um Quizzi, mas já é um momento de avaliação individual.

Inv. - E mais relacionado com os números racionais, que tipo de cálculo é que eles fazem?

Os números racionais foi de acordo com o percurso. Quando estávamos nas baterias, os cálculos eram com baterias que levavam logo às retas duplas, onde tinhas percentagens e frações decimais e depois os numerais decimais. Depois passámos para cálculo de partes de, por exemplo, de 50% de qualquer coisa, $\frac{1}{2}$ de qualquer coisa, 5 décimas de qualquer coisa, pronto, foi muito, o cálculo mental é à base disso

Inv. - E, atualmente, como é que eles fazem, misturam todas as representações?

Prof. - Misturam tudo, e depois suportam-se naquela famosa, na referência que facilita o cálculo.

Inv. - As tarefas que eles costumam realizar no cálculo mental são com contexto ou sem contexto?

Prof. - No cálculo mental é sem contexto.

Inv. - Ok, mas também trabalhas com contexto?

Prof. - Com contexto é resolução de problemas.

Inv. - E agora, mais relacionada com as estratégias, que estratégias é que eles privilegiam no cálculo com números racionais?

Prof. - Eu não sei o que é que tu entendes por estratégias, o que eles fazem com os números racionais é basicamente, ou vão buscar as metades, os quartos, os oitavos e por aí fora, ou vão buscar sempre o 10% e depois a partir do 10%, o 5%, por exemplo, o 75%, as 75 centésimas vão ao 50 e juntam 25, portanto, suportam-se sempre nisso.

Inv. - Imagina que eles têm uma tarefa que tem de calcular $\frac{1}{4}$ de um valor, eles alteram a representação?

Prof. - Não, se é $\frac{1}{4}$ eles fazem a metade e a metade e acabou.

Inv. - Então, eles nunca alteram as representações?

Prof. - Não, alteram se der jeito, por exemplo, se pedires $\frac{4}{5}$, eles vão-te buscar $\frac{1}{5}$ e nem põe $\frac{1}{5}$, põe logo 20%, 10% , depois fazem vezes quatro.

Inv. - E agora, desde o início que começaste a trabalhar isto, como é que achas que evoluíram as estratégias?

Prof. - As estratégias foram evoluindo ao longo do processo, consoante a gente ia dando mais números de referência, eles vão-se apropriando desses números de referência. Neste momento, eles usam todas misturadas. Portanto, neste momento é aquilo que lhes dá mais jeito para fazer o cálculo. Ah, suportado nisto está sempre a divisão por 10, 100 e 1000, não é? Houve aqui entretanto uma tarefa intermédia onde eles tiveram que perceber, foi com a calculadora, o que é que acontecia quando eu dividia um número por 10, 100 e 1000, o número ficava mais pequeno, 10 vezes mais pequeno e como é que se faz e por aí fora.

Anexo E. Entrevistas aos alunos

<table>
<tr><th>Enunciado</th><th>Entrevista</th></tr>
<tr><td rowspan="6">0,3 de 1480</td><td>Inv. - Então explica-me como calculaste 0,3 de 1480.
Nuno - Três décimas é 30%, então fiz três vezes o 10%, que me deu 444.
Inv. - E porque recorreste ao 10%?
Nuno - Porque acho que é mais fácil para fazer 30%, então faço três vezes o 10%, porque é a percentagem famosa</td></tr>
<tr><td>Inv.- Então explica-me como calculaste 0,3 de 1480.
Carolina - Primeiro eu tinha de saber o que eram 3 décimas e como não sabia de cor quanto era 3 décimas (risos), fiz 1 décima e uma décima é 10%. Então depois é 20%, depois é 30%, 3 décimas. Depois, eu tive de fazer o número, tive de fazer 10% ao número e depois fazer três vezes, tinha que fazer três vezes o 10% e 10% de 1480 é 148. Então tive que fazer vezes três, duas vezes é 296 e três vezes é 444. Então 0,3 de 1480 é 444.</td></tr>
<tr><td>Inv.- Então explica-me como calculaste 0,3 de 1480.
Lurdes – Então eu sei que 3 décimas é 30 % e sei que 10 mais 20 dá 30. Então fiz 10% de 1480 que dá 148 e também fiz 20% de 1480 e deu 296 e depois juntei os dois resultados e deu 444.</td></tr>
<tr><td>Inv. – Então como é que calculaste 0,3 de 1480.
Manuel – Eu primeiro fiz para saber que 1décima é igual a 10%, por isso 10% de 1480 é 148. E depois fiz o 20% de 1480 e deu-me o dobro de 148 que é 296. Depois para chegar a 3 décimas fiz 30% de 1480 que deu o resultado que é 444.</td></tr>
<tr><td>Inv. – Então como é que calculaste 0,3 de 1480.
Fábio – primeiro eu fiz 1 décima de 1480 e ficou 148
Inv. - Porque?
Fábio – Porque para fazer 1 décima divido o número por 10. Depois peguei no 148 e fiz vezes três
Inv. – E porque vezes três?
Fábio – Porque 1 décima vezes três é 3 décimas. Por isso eu fiz vezes três e deu 444.</td></tr>
<tr><td>Inv. – Então como é que calculaste 0,3 de 1480.
Artur - Eu calculei com a divisão tradicional
Inv. – E dividiste por 3 porque?
Artur - Porque se eu dividisse por 0 não ia dar (apontado para as unidades do número 0,3), por isso eu pensei em dividir
Inv. – Então estás a dizer que 3 décimas é a mesma coisa que dividir a unidade em três partes
Artur - Não
Inv. – Então?
Artur - (pede para não gravar mais e não fazer mais)</td></tr>
</table>

	Inv. – Então como é que calculaste 0,3 de 1480. **Rui -** Como eu sei que 3 décimas é como se fosse 30%,por isso eu primeiro fiz 10 % de 1480, depois deu-me 148. Depois fiz 20%de 1480 que deu-me 296 e depois como 3 décimas é 30%, fiz 30% que é só juntar mais 10% que me deu 444.
	Inv. – Então como é que calculaste 0,3 de 1480. **Carlota** - Então, 3 décimas é igual a 30%, então eu fiz 10% a dividir por 1480. Eu fiz 148 vezes três é igual a 444.
	Inv. – Então como é que calculaste 3 décimas de 1480. **Guilherme** - Então 3 décimas é aproximadamente 30% **Inv. –** Aproximadamente? **Guilherme** - Aproximadamente . **Inv. –** Porque? **Guilherme** - Porque 30 mais 30 mais 30 é 90, não é 100. **Inv. –** Sim, mas aí diz 3 décimas, ou seja **Guilherme** - 30% **Inv. –** Então tu dizes que é aproximadamente, mas 30% … **Guilherme** - Não, é 30% **Inv. –** Porque? **Guilherme** - Porque 3 décimas é 30% **Inv. –** OK, então continua **Guilherme** - Dividi por 10 para ficar 10% e fica 148, 148 mais 148 é 256 mais 148 é 364 **Inv. –** Então e porque é que somaste essas vezes todas? **Guilherme** - 10% mais 10% mais 10% é 30%

Enunciado	Entrevista
15% de 140	Inv. - Então como calculaste 15% de 140? Nuno - Primeiro fiz 10% de 140 que deu 14, depois 5% que deu 7, juntei o 14 e o 7 e deu 21 Inv. - Mas como calculaste o 5%? Nuno - A metade do 10 Inv. - E porque utilizaste logo o 10%? Nuno - Porque é a percentagem famosa e que me ajuda
	Inv. - Então como calculaste 15% de 140? Raquel - Eu primeiro fiz 10%, como é a percentagem famosa, eu quis fazer 10%de 140 que era 14 Inv. - Como é que calculaste o 10%? Raquel - Como é a percentagem famosa, deu-me mais jeito porque é 15% Inv. - Mas como é que tu sabes que é 14? Raquel - Ah, dividi por 10 Inv. - Ok, continua Raquel - E depois fiz o 5% de 140, como já tinha feito o 10% que é 14, fiz a metade de 14, porque 5 é metade do 10. Depois como me deu o 14 e o 7, eu fiz 14 mais 7 que deu igual a 21
	Inv. - Então como calculaste 15% de 140 Luísa - Comecei por fazer 10% de 40 que é 14, depois metade de 14 que é 7. Depois adiciono o 10% mais o 5% que é $\frac{1}{2}$ Inv. - Que é $\frac{1}{2}$ do que? Luísa - Do 10%

	Inv. - Boa Luísa - E ao todo dá 15%, então faço 14 mais 7 que é 21
	Inv. - Então como é que calculaste 15% de 140? Fábio - Primeiro eu fiz 15% está dividido é o 10% mais o 5%, por isso primeiro eu fiz 10% de 140 que é 14 e depois eu fiz o 5% 140 que é 7, porque o 5% é metade do 10%. Depois se eu juntar o 10% mais o 5% dá o 15%,por isso eu adicionei 14 mais 7 que 21. Sete e sete são 14 com mais sete 21.
	Inv. - Então como é que calculaste 15% de 140? Carlota - Eu primeiro fiz 10% de 140 que deu 14 e depois fiz 5% de 140 que é 7 Inv. - Porque? Carlota - Porque é que é 7? Porque é a metade do 10%, metade de 14 é 7. Depois eu juntei 10% mais 5% que é 15%, ou seja, 15% de 140 é 21
	Inv. - Então como calculaste 15% de 140? Rui - 15% de 140 foi fácil, primeiro fiz 10% de 140 que deu 14 Inv. - Porque te deu 14? Rui - Porque se tenho de tirar 10% de um número que no final tem 0, tira-se esse 0, é uma forma de dizer Inv. - Ok, então e se fosse 10% de 14, era quanto? Rui - Depende, porque, dependendo do número que for. Inv. - Mas e se for 10% de 14, quanto é que dava? Rui - Dava para aí 2 não sei Inv. - Então se tu disseste que era tirar um zero, na verdade não é tirar um zero, ou é? Rui - Não, é andar com a vírgula uma casa para a esquerda Inv. - Ah boa. Então, 10% de 14 é quanto? Rui - É 1,4 Inv. - Certo. Então vamos continuar, 10% de 140 disseste que era 14, e depois? Rui - Depois fiz 5% de 140 que deu-me 7. Inv. - Como chegaste ao 7? Rui - Porque se 10% de 140 é 14, então é só fazer metade de 14 e deu-me 7. Depois fiz 15% de140 que é só juntar o 14 e o 7 e deu-me 21.
	Inv. - Então como calculaste 15% de 140? Lurdes - Eu sei que 10 mais 5 dá 15, então fiz 10% de 140 e é 14 e depois fiz 5% de 140 que é 7 e depois juntei o dois Inv. - E porque recorreste primeiro ao 10%? Lurdes - Porque o 10% é mais fácil para depois fazer o 5%
	Inv. - Então como calculaste 15% de 140? Guilherme - Então, 10% de 140 é 14 Inv. - Porque fizeste logo 10%? Guilherme - Porque é 15%, então fica mais fácil. Então 10% é 14, 5% é 7 porque é a metade de 10% que é 14, metade é 7. Então 15% é 21 porque 7 mais 14 é 21.
	Inv. - então como é que pensaste 15% de 140? Artur - primeiro eu fiz 10%. Não. Como 15 não é bom para fazer eu fui ao 10. E depois fiz 10% de 140 e deu-me 14. Mas como eu quero 15, fiz 5% de 140 que deu 7. Inv. - deu 7 porquê? Artur - porque é 50% de 10, então eu tive de fazer metade de 14. Inv. - boa, muito bem. Artur - e eu juntei 7 mais 14 que dá 21
	Inv. - Então como calculaste 15% de 140? Manuel - Eu primeiro fiz os 10% de 140 que deu 14.

	Inv. - E porque fizeste o 10%? Manuel - Porque sempre era mais fácil Inv. - Era mais fácil porque? Consegues explicar? Manuel - Porque o 10% é só andar com a virgula para a esquerda. Depois só me sobrou Inv. - Sobrou ou faltou? Manuel - Faltou (risos), só faltou 5%, como o 5% é metade de 10%, fiz a metade do resultado de 10%de 140 e a metade de 14 é 7. Por isso, no final só juntei o 14 mais o 7 e deu 21
	Inv. - Então explica como calculaste 15% de 140 Samuel - Primeiro fiz 10% que temos de tirar ao 140 o zero que fica 14, depois fiz o 5% que é metade de 14. Então deu 7. Depois somei o 15, foi o 7 mais 14 que deu 21

Enunciado	Entrevista
$\frac{2}{5}$ de 150	Inv. - Como calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Lurdes - Eu sei que $\frac{1}{5}$ é 20%, então $\frac{2}{5}$ é 40%. Fiz 10% de 150 e deu 15, depois fiz 20% de 150 e deu 30 e então fiz 40% de 150 e deu 60.
	Inv. - Como calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Carlota - Então, $\frac{1}{5}$ é 20% então $\frac{2}{5}$ é o dobro de $\frac{1}{5}$ que é 40%. Então eu fiz 10% de 150 que é 15. Então eu multipliquei 4 vezes, porque eu só tinha feito 10% e nós precisamos de 40%. Então 15 vezes 4 é 60. $\frac{2}{5}$ de 150 é igual a 60.
	Inv. - Como calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Nuno - Primeiro quis-me livrar do 2 e preferi meter 1 , então fica $\frac{1}{5}$ de 150 é 30 Inv. - Como é que sabes que é 30? Nuno - Dividi o número em 5 partes. Inv. - Ok. Nuno - Depois $\frac{1}{5}$ era 30, como tu querias dois, fiz duas vezes o 30 que é 60 Inv. - Então porque dividiste o número por 5? Nuno - Porque é $\frac{1}{5}$, tenho de dividir o número em 5 partes, o que está em cima é o que eu quero e o que está em baixo é o que tem de se dividir
	Inv. - Como calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Luísa - Então comecei por fazer $\frac{1}{5}$ de 50 é 10 e $\frac{1}{5}$ de 100 é 20. Depois adiciono o 20 mais o 10 que é 30 e depois adiciono o 30 mais o 30, porque $\frac{2}{5}$ e dá 60
	Inv. - Como calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Fábio - Primeiro eu pensei assim, $\frac{1}{5}$ é igual a 20%, então $\frac{2}{5}$ é 40%. Primeiro fiz 10% de 150 que dá 15, depois fiz o 20% de 150 que dá 30 Inv. - Boa Fábio - Depois eu fiz o 40% de 150 que dá 60 Inv. - E como é que fizeste o 40% de 150? Fábio - Eu fiz pelo dobro do 20%
	Inv. - Então como é que calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Raquel - Eu fiz primeiro, como se fosse um chocolate e dividi por 5 Inv. - E porque dividiste por 5?

	Raquel - Porque é $\frac{2}{5}$, então o que está por baixo, que é o 5, é a unidade Inv. - É a unidade? Raquel - É o número de partes que temos de dividir. E depois o 2 é o que tínhamos de pintar. E como era de 150, eu tinha que fazer o número que 5 vezes dê 150 e deu 30 Inv. – Como é que chegaste ao 30?Consegues explicar? Raquel - Fiz 60 mais 60 que é 120 e depois mais 60 eu vi que já era 180. Então como era a metade iria ser menos 30, então eu fiz 30 mais 30 60, 30 mais 30 60 60 mais 60 120, mais 30 150 e depois pintei os dois, que me deu 60 Inv. - Então quanto é que é $\frac{1}{5}$ de 150? Raquel - 60 Inv. -não, $\frac{1}{5}$ de 150. Raquel - Ah (silêncio) 30 Inv. - Então como chegaste ao 60? Raquel - A fazer o dobro de $\frac{1}{5}$
	Inv. - Como calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Rui - Primeiro eu fiz $\frac{5}{5}$ é o 100% e claro que é 150. Depois fiz a metade que me deu 75 e tive de depois tentar fazer a metade de 75 que deu 32,5 Inv. - E depois o que fizeste? Rui - Agora vou ver quantas vezes é que o 32,5 cabe no 150. Inv. - Ok, e depois? Rui - Posso tentar fazer de outra maneira? Inv. - Sim Rui - Eu não queria muito complicar as coisas, por isso fiz logo a metade de 150 que me deu 75 e depois, antes já de fazer a metade de 75, queria fazer já $\frac{1}{4}$ de 150, que deu-me na mesma a metade de 75, que é 32,5. E depois eu fui tirar do 32,5 o 2,5 e deu-me só 30 Inv. - Porque tiraste o 2,5? Rui - Porque eu queria saber, como eu não tinha tentado ver quantas vezes é que o 30 cabia, eu queria ver, porque esse número era mais para o 30 do que para o 31 e eu queria de alguma forma tentar ver. E depois eu vi que $\frac{1}{5}$ de 150 era 30. Inv. - Então mas se tu não tivesses calculado a metade de 150 nem $\frac{1}{4}$ de 150, como é que tu sabias que $\frac{1}{5}$ de 150 era 30? Rui - Bem Inv. - Por exemplo, tu tiraste 2,5, mas podias ter tirado outro valor, não era? Porque fizeste assim? Rui - Porque, eu tirei 2,5 porque a professora também já tinha explicado umas estratégias que, era outras matérias sem ser isto, só que depois eu quis mesmo fazer. Foi umas matérias diferentes. Inv. - Mas o que foi que a professora explicou? Rui - Explicou, por exemplo, eu tenho o 31, esse número está perto do 35 ou está mais perto do 30 Inv. - E este está mais perto do 30? Rui - Sim Inv. - E qual é mais pequeno, $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{4}$? Rui - O mais pequeno é $\frac{1}{5}$ Inv. - E se eu te pedisse $\frac{2}{5}$ de 150 ?

	Rui - É 60 Inv. - Porque? Rui - Porque se $\frac{1}{5}$ é 30 falta só juntar mais 30 para dar $\frac{2}{5}$.
	Inv. - Então como é que calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Guilherme - Então, pensei logo $\frac{1}{5}$ de 150 é 20%, porque cabe 5 vezes. Então é 30 porque 10% vezes 2. Inv. - Ah, já percebi Guilherme - E depois $\frac{2}{5}$ é o dobro de 30 porque é10% de 150 vezes 2 e depois faz-se $\frac{2}{5}$ que é 60.
	Inv. - Então como é que calculaste $\frac{2}{5}$ de 150? Carolina - Primeiro é mais fácil eu calcular o que é $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{5}$ é 20% do número, mas como eu não calculo 20% assim, pronto, muito fácil, primeiro calculei 10% que é fácil de 150 que é 15. Inv. - Porque é 15? Carolina - Porque andamos uma casa com a virgula para a esquerda. Inv. - Ok, boa Carolina - E depois, como eu não queria 10%, queria 20% que é igual a $\frac{1}{5}$, tive de fazer o dobro que me deu 30. 30 é $\frac{1}{5}$, mas eu também não queria $\frac{1}{5}$, queria $\frac{2}{5}$ então deu-me 60.
	Inv. - Então como pensaste para calcular $\frac{2}{5}$ de 150 Artur - eu comecei por fazer 150 a dividir por 5 Inv. - e porquê por 5? Artur - porque se dividir por 2 ia dar o dobro (aponta para o numerador da fração) Inv. - ia dar o dobro? Se nós dividirmos por dois… Artur - Não. Se eu dividir por dois ia dar a metade. E por isso eu fiz 150 a dividir por 5. Inv. - Então mas tens um 5 onde? Artur - Aqui. (aponta para o denominador da fração) Inv. - e o que é que significa esse 5? Numa fração? Artur - Significa que a unidade é dividida Inv. - em quantas partes? Artur - 5 Inv. - em 5, ok. Então continua. Dividiste o 150 por 5 e depois? Artur - e depois eu vi quantas… eu depois vi o 15. Inv. - e fizeste o algoritmo tradicional e então qual é que foi o resultado? Artur - fiz quantas vezes o 5 cabe no 15 e depois no 3 e eu pus aqui o 0. Baixei o 0. 0 para 15, 0. 0 para 5, 0. E depois baixei o 0 e deu-me trinta. Inv. - mas o resultado desse algoritmo é o que? Artur - dá $\frac{1}{5}$ de 150 Inv. -e nós estamos a pedir quanto? Artur - 2 Inv. - dois quintos, então como é que fazemos para descobrir os dois quintos? Artur - 60 Inv. - 60, porquê? Artur - não sei Inv. - então se $\frac{1}{5}$ é 30, $\frac{2}{5}$ é 60, porquê? Artur - é o dobro. Inv. - é o dobro de quanto? Artur - de 30

	Inv. - é o dobro de um quinto de 150, certo? Ok.
	Inv. – Então como calculaste $\frac{2}{5}$ de150? **Manuel –** Eu fui por tentativas. Primeiro fiz 25, não deu, ia dar 125. **Inv. –** Ia dar 125 porque? **Manuel –** Porque cinco vezes 25 dá 125 **Inv. –** Porque é que é vezes 5? **Manuel –** Também pensei em $\frac{1}{5}$ porque era mais fácil para calcular e para juntar. Então depois segui para o 75 e não deu, foi logo duas vezes o 75 dava logo 150, mas tinha de me dar 5 vezes o 75, por isso não dava e depois tentei o 25 outra vez, mas depois pensei e fiz o 30 para ver se dava. Depois fiz 5 vezes o 30 e deu 150. **Inv. –** Mas resolveste desenhar porque? **Manuel –** Porque para mim era mais fácil. Pronto, 30 era só $\frac{1}{5}$, mas para fazer $\frac{2}{5}$ tinha de juntar 30 mais 30, logo dava 60

Enunciado	Entrevista
$\frac{1}{3}$ de 36	**Inv. -** Então como é que calculaste $\frac{1}{3}$ de 36? **Fábio –** Primeiro eu dividi por ordens, primeiro dividi 30 e dividi 6. Dividi por ordens. Depois como é $\frac{1}{3}$ é dividir por 3.E por isso eu dividi por 3 o 30 e deu 10 e depois eu dividi o 6 por 3 que é 2. Depois eu adicionei o 10 ao 2 e dá 12. **Inv. -** Porque é que dividiste por 3? **Fábio -**Porque $\frac{1}{3}$ está a dividir em três partes, é três partes de um número **Inv. -** Então se queremos $\frac{1}{3}$, queremos quantas partes do 3? **Fábio -**Uma parte
	Inv. Então como é que calculaste $\frac{1}{3}$ de 36? **Nuno -**Dividi o número em 3 partes que é 12 **Inv.** E porque é que dividiste em três partes? **Nuno -**Porque é $\frac{1}{3}$ (aponta o 3 no denominador), divide o número em três, mas só queremos uma parte.
	Inv. - Então como é que calculaste $\frac{1}{3}$ de 36? **Artur -** Eu primeiro fiz a divisão tradicional **Inv. -** Dividiste por 3 porque? **Artur -** Porque se eu dividisse por 1 ia dar o mesmo resultado **Inv. -** Então mas porque dividiste por 3? **Artur -** Porque eu tinha que fazer três partes e não uma
	Inv. – Diz lá o que estás a pensar **Leandro -** Eu estou a pensar que **Inv. –** Tu dizes que não és capaz de que? **Leandro -** Não consigo fazer $\frac{1}{3}$de 36 **Inv. –** Porque **Leandro -** Porque não estou a conseguir fazer bem, não sei como é que vou dividir 3 vezes o 36. **Inv. –** Tu há bocado como é que fizeste? **Leandro -** Então, metade de 18, metade de 8 é 4 metade de 10 … 9. Por isso o resultado é 9, eu acho que é 9 **Inv. –** Porque?

	Leandro - Porque eu fiz três vezes a metade de 36. Fiz três vezes a metade de 36. **Inv. -** Então e se eu te pedir para fazeres $\frac{1}{4}$ de 36, como é que fazes ? **Leandro -** Faço metade do terço, ou seja, eu não sei a metade de 9.
	Inv. – Então como é que calculaste $\frac{1}{3}$ de 36? **Guilherme –** Então primeiro fiz 30 a dividir por 3, dá 10 **Inv. –** Então porque é que dividiste por 3? **Guilherme –** Porque é $\frac{1}{3}$ **Inv. –** O que isso quer dizer, ser $\frac{1}{3}$? **Guilherme –** Tenho que dividir a unidade por 3 **Inv. –** Boa, ok **Guilherme –** Então, fiz 30 a dividir por 3, dá 10 e depois como é 36, tenho de dividir o 6 por 3, que é 2 **Inv. –** Boa **Guilherme –** Então, 36 a dividir por três é 12 **Inv. –** Então quanto é que é $\frac{1}{3}$ de 36? **Guilherme –** Doze **Inv. –** Doze, então podes escrever ali, então agora imagina que eu agora te pedia $\frac{2}{3}$ de 36? Quanto é que era? Se já sabes quanto é que é $\frac{1}{3}$, se eu pedisse $\frac{2}{3}$ de 36, como é que fazias? **Guilherme –** Fazia o dobro de 12, que é 24
	Inv. - Para calcular $\frac{1}{3}$ de 36 como é que tu pensaste? Luísa -Comecei por fazer metade de 36 que é 15 mais 3, que é 18 e depois comecei a pensar, isto é $\frac{1}{2}$, agora como é que eu faço o $\frac{1}{3}$? E comecei a pensar… mas depois reparei que isto era $\frac{1}{3}$, que já passava a unidade que era pedida, não não passava, “aí” já me baralhei toda **Inv. –** Não faz mal. Explica agora Luísa -O raciocínio está errado mas vou explicar à mesma **Inv. –** Sim sim Luísa -Pensei quantos são $\frac{3}{3}$ de 36, que é 36, por isso, fiz 36 mais 36 mais 36 que era 108 **Inv. –** Mas se nós quisermos $\frac{1}{3}$ de 36, é maior que a unidade ou menor que a unidade? Luísa -É menor que a unidade **Inv. –** Então achas que $\frac{1}{3}$ de 36 pode dar 108? Luísa -Não **Inv. –** Então como é que achas que podias fazer? Luísa -Agora faço a metade de 108 e outra vez a metade **Inv. –** Então mas o que significa calculares a metade e outra vez a metade? Luísa -$\frac{1}{4}$ **Inv. –** Mas nós queremos $\frac{1}{3}$! Luísa - Então faço a metade de 108, posso fazer a metade da metade é… 90… eu tenho de fazer a metade de 108? **Inv. –** Não, o 108 não existe porque isso foi um calculo que tu fizeste que não está certo, tu disseste. Nós agora queremos $\frac{1}{3}$ de 36, ou seja, o número que nós temos é o 36, não é? Luísa -Sim Inv. -Então como é que fazemos?

	Luísa - (não responde) Acho que é doze Inv. - Seria doze porquê? Luísa -Seria doze porque estamos a dividir a unidade em três Inv. - Em três partes sim Luísa -E depois se eu dividir o 30 em três partes seria 10 e o seis em três partes é 2 e se eu juntar 10 mais 2 dá 12 Inv. - Certo
	Inv. -Como é que calculaste $\frac{1}{3}$ de 36? Raquel -Eu comecei primeiro a pensar, o 3 a dividir por 36, depois pensei fazer a conta, que era mais fácil Inv. - E porque é que dividiste por 3? Raquel -Porque é $\frac{1}{3}$ de 36
	Inv. - Então explica como calculaste $\frac{1}{3}$ de 36 Manuel - Primeiro fiz, dividi o 30 por 3, que deu 10. Depois dividi o 6 por 3 que deu 2. Inv. -Porque dividiste por 3? Manuel - Porque era $\frac{1}{3}$, porque se dividir por 3, o resultado ia dar $\frac{1}{3}$. Inv. -E depois o que fizeste? Manuel - Dividi 6 por 3 que deu 2 e depois juntei o 10 ao 2 e deu 12, ou seja, o resultado. Inv. -E se eu te pedisse para calcular $\frac{2}{3}$ de 36, como fazias? Manuel - $\frac{2}{3}$ de 36, como eu já sabia que o resultado de $\frac{1}{3}$ que é 12, fazia 2 vezes o 12 que dava 24.
	Inv. - Então como é que calculaste $\frac{1}{3}$ de 36? **Carlota -** $\frac{1}{3}$ é mais ou menos 33%, eu fiz uma reta. 36 é 100% e 0 é 100%. Eu comecei por fazer 50% que é 18, depois eu fiz 25% que é 9, depois fiz o 10% que é 3 unidades e 6 décimas. **Inv. –** Boa **Carlota -** Mas eu percebi que era 33 por isso tive de juntar o 25% com mais 10% que é igual a 35%, que também é igual a 3,6 mais 9 unidades que é 12,6. Isso aí deu 35% **Inv. –** Certo **Carlota -** E nós temos de fazer 33%, por isso eu tive que tirar 2 % e 1% temos de fazer, para fazer 1% temos e fazer 10% do 10% que deu 36 centésimas, mas isso é 1%, como é 2% é 72 centésimas. Eu tirei 72 centésimas e o que deu foi 11, 88. **Inv. –** Certo, boa, muito bem, Ou seja, neste caso, como $\frac{1}{3}$ dá uma percentagem exata **Carlota -** Dá 33 % **Inv. –** Mas não 33 % **Carlota -** Dá 33 vírgula 3 3 3 …% **Inv. –** Ou seja, podíamos arranjar outra estratégia neste caso, não era? **Carlota. –**Não sei ……
	Inv. - Então, como calculaste $\frac{1}{3}$ de 36? O que pensaste? Lurdes - Eu fiz o algoritmo da divisão tradicional, 36 a dividir por 3 Inv. - E porque dividiste por 3? Lurdes - Porque $\frac{1}{3}$ é , não sei bem explicar, $\frac{1}{3}$ é Inv. - O que significar $\frac{1}{3}$? Lurdes - É a terça parte. Então fiz o algoritmo e deu-me 12

Anexo F. Análise da entrevista à Professora Cooperante

<table>
<tr><th></th><th>Entrevista</th><th>Subcategorias</th><th>Categorias</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Portanto, o processo inicialmente começou no 2.º ano com o básico, com o cálculo de metades, de quartos, começámos por dividir folhas em metades, depois em quartos. Depois passámos para o corpo, fomos para o ginásio e fizemos percursos, $\frac{1}{4}$ de volta à esquerda, $\frac{1}{4}$ de volta à direita. Depois circulávamos à volta de nós mesmos, pronto, começou por aí no 2.ºano</td><td>1º fase do percurso</td><td rowspan="3">Percurso da aprendizagem dos números racionais</td></tr>
<tr><td>2</td><td>. E depois no 3.º ano é que fizemos mesmo um percurso em torno das percentagens. Portanto, a ideia era iniciarmos, portanto, a percentagem faz uma ligação muito forte, porque é o “por cento” com as centésimas. Portanto, a ideia foi essa, era pegar na percentagem, que é intuitivo para eles, e a partir daí passámos para as centésimas. Isso é feito através das baterias dos telemóveis e dos tablets, duma atividade que fizemos</td><td>2.º fase do percurso</td></tr>
<tr><td>3</td><td>depois para passar de centésimas para décimas fizemos uma atividade de encher recipientes, de garrafas, onde uma das garrafas era 50 centésimas do litro e outra era 5 décimas do litro e eles perceberam que era igual. Portanto, a partir daí fizemos logo a transposição, portanto, centésimas para décimas e, em simultâneo, frações decimais, em centésimos e em décimos</td><td>3.º fase do percurso</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Depende, é assim, é sempre com referência claro, se tu vais pedir metades, quartos, oitavos, dezasseis avos, trinta e dois avos, eles vão-te sempre fazendo a metade, a metade, a metade e por aí fora… Depois, por exemplo, se tu vais pedir $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$ eles já te vão recorrer ao 20%, e 20% vão buscar o 10% e depois fazem o dobro e por aí fora …

, o que eles fazem com os números racionais é basicamente, ou vão buscar as metades, os quartos, os oitavos e por aí fora, ou vão buscar sempre o 10% e depois a partir do 10%, o 5%, por exemplo, o 75%, as 75 centésimas vão ao 50 e juntam 25, portanto, suportam-se sempre nisso.

Não, se é $\frac{1}{4}$ eles fazem a metade e a metade e acabou

Não, alteram se der jeito, por exemplo, se pedires $\frac{4}{5}$, eles vão-te buscar $\frac{1}{5}$ e nem põe $\frac{1}{5}$, põe logo 20%, 10% , depois fazem vezes quatro.</td><td colspan="2">Estratégias de cálculo mental com números racionais</td></tr>
</table>

	As estratégias foram evoluindo ao longo do processo, consoante a gente ia dando mais números de referência, eles vão-se apropriando desses números de referência. Neste momento, eles usam todas misturadas. Portanto, neste momento é aquilo que lhes dá mais jeito para fazer o cálculo.	
5	- É assim, o cálculo mental é feito desde o 1.º ano e normalmente são três momentos por semana, aproximadamente meia hora cada um, agora o que está instituído são dois momentos de cálculo mental e um de avaliação, isto é o normal. Nos dois momentos de cálculo mental, ou é tiras, normalmente é tiras que damos que eles fazem a pares e depois discutimos em coletivo. A avaliação já é um momento individual, pode ser tira pode ser um Quizzi, mas já é um momento de avaliação individual.	Momentos de cálculo mental
8	Ah, suportado nisto está sempre a divisão por 10, 100 e 1000, não é? Houve aqui entretanto uma tarefa intermédia onde eles tiveram que perceber, foi com a calculadora, o que é que acontecia quando eu dividia um número por 10, 100 e 1000, o número ficava mais pequeno, 10 vezes mais pequeno e como é que se faz e por aí fora.	Regras memorizadas
7	Misturam tudo, e depois suportam-se naquela famosa, na referência que facilita o cálculo.	Representações
6	Quando estávamos nas baterias, os cálculos eram com baterias que levavam logo às retas duplas, onde tinhas percentagens e frações decimais e depois os numerais decimais. Depois passámos para cálculo de partes de, por exemplo, de 50% de qualquer coisa, $\frac{1}{2}$ de qualquer coisa, 5 décimas de qualquer coisa, pronto, foi muito, o cálculo mental é à base disso No cálculo mental é sem contexto.	Tarefas de cálculo mental

Anexo G. Análise das entrevistas aos alunos

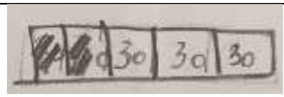
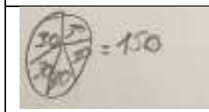
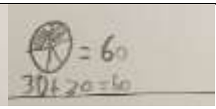
Tarefa	Categoria	Subcategoria	Evidências
Resolução de um cálculo mental com enunciado em numeral decimal (0,3 de 1480)	**Representação simbólica**	**Representação em percentagem**	"Como eu sei que 3 décimas é como se fosse 30%,por isso eu primeiro fiz 10 % de 1480, depois deu-me 148. Depois fiz 20%de 1480 que deu-me 296 e depois como 3 décimas é 30%, fiz 30% que é só juntar mais 10% que me deu 444." – **Rui**
			" Três décimas é 30%, então fiz três vezes o 10%; E porque recorreste ao 10%?; Acho que é mais fácil para fazer 30%, então faço três vezes o 10%, porque é a percentagem famosa" – **Nuno**
			"Primeiro eu tinha de saber o que eram 3 décimas e como não sabia de cor quanto era 3 décimas (risos), fiz 1 décima e uma décima é 10%. Então depois é 20%, depois é 30%, 3 décimas" – **Carolina**
			"Então eu sei que 3 décimas é 30 % e sei que 10 mais 20 dá 30. Então fiz 10% de 1480 que dá 148 e também fiz 20% de 1480 e deu 296 e depois juntei os dois resultados e deu 444." – **Lurdes**
			"Eu primeiro fiz para saber que 1décima é igual a 10%, por isso 10% de 1480 é 148. E depois fiz o 20% de 1480 e deu-me o dobro de 148 que é 296. Depois para chegar a 3 décimas fiz 30% de 1480 que deu o resultado que é 444." – **Manuel**
			"Então, 3 décimas é igual a 30%, então eu fiz 10% a dividir por 1480. Eu fiz 148 vezes três é igual a 444." – **Carlota**
			"**Guilherme** - Porque 3 décimas é 30% **Inv. –** OK, então continua **Guilherme** - Dividi por 10 para ficar 10% e fica 148, 148 mais 148 é 256 mais 148 é 364 **Inv. –** Então e porque é que somaste essas vezes todas? **Guilherme** - 10% mais 10% mais 10% é 30%
		Representação decimal	"**Fábio -** Primeiro eu fiz 1 décima de 1480 e ficou 148 **Inv.** - Porque? **Fábio** – Porque para fazer 1 décima divido o número por 10. Depois peguei no 148 e fiz vezes três **Inv. –** E porque vezes três? **Fábio –** Porque 1 décima vezes três é 3 décimas. Por isso eu fiz vezes três e deu 444."

Tarefa	Estratégias	Categoria	Subcategoria
Resolução de um cálculo mental com enunciado em numeral decimal (0,3 de 1480)	“Como eu sei que 3 décimas é como se fosse 30%,por isso eu primeiro fiz 10 % de 1480, depois deu-me 148. Depois fiz 20%de 1480 que deu-me 296 e depois como 3 décimas é 30%, fiz 30% que é só juntar mais 10% que me deu 444.” – **Rui**	**Relações numéricas**	Mudança de representação Estabelecimento de relações (entre parte-parte)
	“ Três décimas é 30%, então fiz três vezes o 10%; E porque recorreste ao 10%?; Acho que é mais fácil para fazer 30%, então faço três vezes o 10%, porque é a percentagem famosa” – **Nuno**		
	“Primeiro eu tinha de saber o que eram 3 décimas e como não sabia de cor quanto era 3 décimas (risos), fiz 1 décima e uma décima é 10%. Então depois é 20%, depois é 30%, 3 décimas” – **Carolina**		
	“Então eu sei que 3 décimas é 30 % e sei que 10 mais 20 dá 30. Então fiz 10% de 1480 que dá 148 e também fiz 20% de 1480 e deu 296 e depois juntei os dois resultados e deu 444.” – **Lurdes**		
	“Eu primeiro fiz para saber que 1décima é igual a 10%, por isso 10% de 1480 é 148. E depois fiz o 20% de 1480 e deu-me o dobro de 148 que é 296. Depois para chegar a 3 décimas fiz 30% de 1480 que deu o resultado que é 444.” – **Manuel**		
	“Então, 3 décimas é igual a 30%, então eu fiz 10% a dividir por 1480. Eu fiz 148 vezes três é igual a 444.” – **Carlota**		
	“**Guilherme** - Porque 3 décimas é 30% **Inv. –** OK, então continua **Guilherme** - Dividi por 10 para ficar 10% e fica 148, 148 mais 148 é 256 mais 148 é 364 **Inv. –** Então e porque é que somaste essas vezes todas? **Guilherme** - 10% mais 10% mais 10% é 30%		
	“**Fábio -** Primeiro eu fiz 1 décima de 1480 e ficou 148**…** Depois peguei no 148 e fiz vezes três”		Estabelecimento de relações (entre parte-parte)
	“Como eu sei que 3 décimas é como se fosse 30%,por isso eu primeiro fiz 10 % de 1480, depois deu-me 148”– **Rui**	**Regras memorizadas**	Divisão por 10

	" Três décimas é 30%, então fiz três vezes o 10%; E porque recorreste ao 10%?; Acho que é mais fácil para fazer 30%, então faço três vezes o 10%, porque é a percentagem famosa" – **Nuno**		
	"Primeiro eu tinha de saber o que eram 3 décimas e como não sabia de cor quanto era 3 décimas (risos), fiz 1 décima e uma décima é 10%. Então depois é 20%, depois é 30%, 3 décimas" – **Carolina**		
	"Então eu sei que 3 décimas é 30 % e sei que 10 mais 20 dá 30. Então fiz 10% de 1480" – **Lurdes**		
	"Eu primeiro fiz para saber que 1décima é igual a 10%, por isso 10% de 1480 é 148"– **Manuel**		
	"Então, 3 décimas é igual a 30%, então eu fiz 10% a dividir por 1480. Eu fiz 148 vezes três é igual a 444." – **Carlota**		
	"Dividi por 10 para ficar 10% e fica 148" - **Guilherme**		
	"Porque para fazer 1 décima divido o número por 10." - **Fábio**		

Tarefa	**Categoria**	**Subcategoria**	**Estratégias**
Resolução de um cálculo mental com enunciado em percentagem (15% de 140)	**Representação simbólica**	**Representação em percentagem**	"Primeiro fiz 10% de 140 que deu 14, depois 5% que deu 7, juntei o 14 e o 7 e deu 21"- **Nuno**
			"Eu primeiro fiz 10%, como é a percentagem famosa, eu quis fazer 10%de 140 que era 14" - **Raquel**
			"Comecei por fazer 10% de 40 que é 14, depois metade de 14 que é 7. Depois adiciono o 10% mais o 5% que é $\frac{1}{2}$ "- **Luísa**
			"Primeiro eu fiz 15% está dividido é o 10% mais o 5%" - **Fábio**
			"Eu primeiro fiz 10% de 140 que deu 14 e depois fiz 5% de 140 que é 7" - **Carlota**
			"15% de 140 foi fácil, primeiro fiz 10% de 140 que deu 14" - **Rui**
			"Eu sei que 10 mais 5 dá 15, então fiz 10% de 140 e é 14 e depois fiz 5% de 140 que é 7 e depois juntei o dois" - **Lurdes**
			"Então, 10% de 140 é 14" - **Guilherme**
			"primeiro eu fiz 10%". - **Artur**
			"Primeiro fiz 10% que temos de tirar ao 140 o zero que fica 14" - **Samuel**
			"Eu primeiro fiz os 10% de 140 que deu 14" - **Manuel**

Tarefa	Estratégias	Categoria	Subcategoria
Resolução de um cálculo mental com enunciado em percentagem (15% de 140)	"Primeiro fiz 10% de 140 que deu 14, depois 5% que deu 7, juntei o 14 e o 7 e deu 21" - **Nuno**		
	"Eu primeiro fiz 10%, como é a percentagem famosa, eu quis fazer 10%de 140 que era 14 . . . E depois fiz o 5% de 140, como já tinha feito o 10% que é 14, fiz a metade de 14, porque 5 é metade do 10 %. Depois como me deu o 14 e o 7, eu fiz 14 mais 7 que deu igual a 21" -**Raquel**		**Estabelecimento de relações (entre parte-parte)**
	"Comecei por fazer 10% de 40 que é 14, depois metade de 14 que é 7" -**Luísa**		
	"Primeiro eu fiz 15% está dividido é o 10% mais o 5%, por isso primeiro eu fiz 10% de 140 que é 14 e depois eu fiz o 5% 140 que é 7, porque o 5% é metade do 10%. Depois se eu juntar o 10% mais o 5% dá o 15%,por isso eu adicionei 14 mais 7" - **Fábio**	**Relações numéricas**	**Decomposição**
	"Eu primeiro fiz 10% de 140 que deu 14 e depois fiz 5% de 140 que é 7"- **Carlota**		
	"15% de 140 foi fácil, primeiro fiz 10% de 140 que deu 14 . . . Depois fiz 5% de 140 que deu-me 7" - **Rui**		
	"Eu sei que 10 mais 5 dá 15, então fiz 10% de 140 e é 14 e depois fiz 5% de 140 que é 7 e depois juntei o dois" - **Lurdes**		
	"**Guilherme** - Então, 10% de 140 é 14 **Inv.** - Porque fizeste logo 10%? **Guilherme** - Porque é 15%, então fica mais fácil. Então 10% é 14, 5% é 7 porque é a metade de 10% que é 14, metade é 7."	**Regras memorizadas**	**Divisão por 10**
	"primeiro eu fiz 10%. Não. Como 15 não é bom para fazer eu fui ao 10. E depois fiz 10% de 140 e deu-me 14. Mas como eu quero 15, fiz 5% de 140 que deu 7. " - **Artur**	**Factos numéricos**	**Uso de metades**
	"Eu primeiro fiz os 10% de 140 que deu 14" - **Manuel**		
	"Primeiro fiz 10% que temos de tirar ao 140 o zero que fica 14, depois fiz o 5% que é metade de 14. Então deu 7. Depois somei o 15, foi o 7 mais 14 que deu 21" -**Samuel**		

Tarefa	Categoria	Subcategoria	Estratégia
Resolução de um cálculo mental com enunciado em fração ($\frac{2}{5}$ de 150)	**Representação simbólica**	**Representação em fração**	"Dividi o número em 5 partes." - **Nuno**
			"Então comecei por fazer $\frac{1}{5}$ de 50 é 10 e $\frac{1}{5}$ de 100 é 20" - **Luísa**
			"Eu fiz primeiro, como se fosse um chocolate e dividi por 5" -**Raquel**
			"eu comecei por fazer 150 a dividir por 5" - **Artur**
			"**Inv. –** Então como calculaste $\frac{2}{5}$ de150? **Manuel –** Eu fui por tentativas. Primeiro fiz 25, não deu, ia dar 125. **Inv. –** Ia dar 125 porque? **Manuel –** Porque cinco vezes 25 dá 125 **Inv. –** Porque é que é vezes 5? **Manuel –** Também pensei em $\frac{1}{5}$ porque era mais fácil para calcular e para juntar"
			"Eu não queria muito complicar as coisas, por isso fiz logo a metade de 150 que me deu 75 e depois, antes já de fazer a metade de 75, queria fazer já $\frac{1}{4}$ de 150, que deu-me na mesma a metade de 75, que é 32,5. E depois eu fui tirar do 32,5 o 2,5 e deu-me só 30" - **Rui**
		Representação em percentagem	"Eu sei que $\frac{1}{5}$ é 20%, então $\frac{2}{5}$ é 40%. Fiz 10% de 150 e deu 15, depois fiz 20% de 150 e deu 30 e então fiz 40% de 150 e deu 60." – **Lurdes**
			"Então, $\frac{1}{5}$ é 20% então $\frac{2}{5}$ é o dobro de $\frac{1}{5}$ que é 40%." - **Carlota**
			"Primeiro eu pensei assim, $\frac{1}{5}$ é igual a 20%, então $\frac{2}{5}$ é 40%." - **Fábio**
			"Então, pensei logo $\frac{1}{5}$ de 150 é 20%" - **Guilherme**
			"Primeiro é mais fácil eu calcular o que é $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{5}$ é 20% do número" - **Carolina**
	Representação icónica	**Figuras**	 - **Rita**
			  - **Martim**

<table>
<tr><th>Tarefa</th><th>Estratégias</th><th>Categoria</th><th>Subcategoria</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Resolução de um cálculo mental com enunciado em fração ($\frac{2}{5}$ de 150)</td><td>Raquel - É o número de partes que temos de dividir. E depois o 2 é o que tínhamos de pintar. E como era de 150, eu tinha que fazer o número que 5 vezes dê 150 e deu 30
Inv. – Como é que chegaste ao 30?Consegues explicar?
Raquel - Fiz 60 mais 60 que é 120 e depois mais 60 eu vi que já era 180. Então como era a metade iria ser menos 30, então eu fiz 30 mais 30 60, 30 mais 30 60 60 mais 60 120, mais 30 150 e depois pintei os dois, que me deu 60.</td><td rowspan="4">Relações numéricas</td><td>Estabelecimento de relações (entre parte-parte)

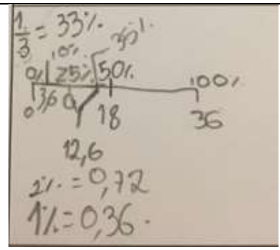
Mudança de operação (divisão para adição sucessiva)

Decomposição</td></tr>
<tr><td>“Então, $\frac{1}{5}$ é 20% então $\frac{2}{5}$ é o dobro de $\frac{1}{5}$ que é 40%. Então eu fiz 10% de 150 que é 15. Então eu multipliquei 4 vezes, porque eu só tinha feito 10% e nós precisamos de 40%. Então 15 vezes 4 é 60. $\frac{2}{5}$ de 150 é igual a 60.” - Carlota</td><td rowspan="3">Mudança de representação

Estabelecimento de relações (entre parte-parte)</td></tr>
<tr><td>“Fábio - Primeiro eu pensei assim, $\frac{1}{5}$ é igual a 20%, então $\frac{2}{5}$ é 40%. Primeiro fiz 10% de 150 que dá 15, depois fiz o 20% de 150 que dá 30
Inv. - Boa
Fábio - Depois eu fiz o 40% de 150 que dá 60
Inv. - E como é que fizeste o 40% de 150?
Fábio - Eu fiz pelo dobro do 20%”</td></tr>
<tr><td>“Carolina - Primeiro é mais fácil eu calcular o que é $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{5}$ é 20% do número, mas como eu não calculo 20% assim, pronto, muito fácil, primeiro calculei 10% que é fácil de 150 que é 15.
Inv. - Porque é 15?
Carolina - Porque andamos uma casa com a virgula para a esquerda.
Inv. - Ok, boa
Carolina - E depois, como eu não queria 10%, queria 20% que é igual a $\frac{1}{5}$, tive de fazer o dobro que me deu 30. 30 é $\frac{1}{5}$, mas eu também não queria $\frac{1}{5}$, queria $\frac{2}{5}$ então deu-me 60”</td></tr>
</table>

	"Eu sei que $\frac{1}{5}$ é 20%, então $\frac{2}{5}$ é 40%. Fiz 10% de 150 e deu 15, depois fiz 20% de 150 e deu 30 e então fiz 40% de 150 e deu 60." - **Lurdes**		
	"Fiz 10% de 150 e deu 15" - **Lurdes**	**Regras memorizadas**	**Divisão por 10**
	"Então eu fiz 10% de 150 que é 15 "- **Carlota**		
	"Primeiro fiz 10% de 150 que dá 15" **Fábio**		
	"Então, pensei logo $\frac{1}{5}$ de 150 é 20%, porque cabe 5 vezes. Então é 30 porque 10% vezes 2." - **Guilherme**		
	"**Carolina- . . .** primeiro calculei 10% que é fácil de 150 que é 15. **Inv**. - Porque é 15? **Carolina** - Porque andamos uma casa com a virgula para a esquerda."		

Tarefa	Categoria	Subcategoria	Estratégia
Resolução de um cálculo mental com enunciado em fração ($\frac{1}{3}$ de 36)			"Porque $\frac{1}{3}$ está a dividir em três partes, é três partes de um número" – **Fábio**
			"**Nuno -**Dividi o número em 3 partes que é 12 **Inv.** E porque é que dividiste em três partes? **Nuno -**Porque é $\frac{1}{3}$ (aponta o 3 no denominador), divide o número em três, mas só queremos uma parte."
			"**Inv. -** Então como é que calculaste $\frac{1}{3}$ de 36? **Artur -** Eu primeiro fiz a divisão tradicional **Inv. -** Dividiste por 3 porque? **Artur -** Porque se eu dividisse por 1 ia dar o mesmo resultado **Inv. -** Então mas porque dividiste por 3? **Artur -** Porque eu tinha que fazer três partes e não uma"
		Representação em fração	"**Leandro -** Não consigo fazer $\frac{1}{3}$de 36 **Inv. –** Porque **Leandro -** Porque não estou a conseguir fazer bem, não sei como é que vou dividir 3 vezes o 36."

	Representação simbólica		“**Guilherme –** Então primeiro fiz 30 a dividir por 3, dá 10 **Inv. –** Então porque é que dividiste por 3? **Guilherme –** Porque é $\frac{1}{3}$ **Inv. –** O que isso quer dizer, ser $\frac{1}{3}$? **Guilherme –** Tenho que dividir a unidade por 3”
			“Seria doze porque estamos a dividir a unidade em três” – **Luísa**
			“Eu comecei primeiro a pensar, o 3 a dividir por 36, depois pensei fazer a conta, que era mais fácil” – **Raquel**
			“**Inv.** -Porque dividiste por 3? **Manue**l - Porque era $\frac{1}{3}$, porque se dividir por 3, o resultado ia dar $\frac{1}{3}$.”
			“Porque eu primeiro tive que arranjar um número para dividir em terços” - **Rui**
			“Eu fiz o algoritmo da divisão tradicional, 36 a dividir por 3” - **Lurdes**
		Representação em percentagem	“$\frac{1}{3}$ é mais ou menos 33%, eu fiz uma reta” - **Carlota**
	Representação icónica	Reta numérica	 - **Carlota**

Tarefa	Estratégias	Categoria	Subcategoria
Resolução de um cálculo mental com enunciado em fração ($\frac{1}{3}$ de 36)	**“**Primeiro eu dividi por ordens, primeiro dividi 30 e dividi 6. Dividi por ordens. Depois como é $\frac{1}{3}$ é dividir por 3.E por isso eu dividi por 3 o 30 e deu 10 e depois eu dividi o 6 por 3 que é 2. Depois eu adicionei o 10 ao 2 e dá 12“ **Fábio**	Relações numéricas	Decomposição
	“Então, fiz 30 a dividir por 3, dá 10 e depois como é 36, tenho de dividir o 6 por 3, que é 2” - **Guilherme**		
	“Primeiro fiz, dividi o 30 por 3, que deu 10. Depois dividi o 6 por 3 que deu 2” - **Manuel**		
	“Carlota - $\frac{1}{3}$ é mais ou menos 33%, eu fiz uma reta. 36 é 100% e 0 é 100%. Eu comecei por fazer 50% que é 18, depois eu fiz 25% que é 9, depois fiz o 10% que é 3 unidades e 6 décimas. **Inv. –** Boa **Carlota -** Mas eu percebi que era 33 por isso tive de juntar o 25% com mais 10% que é igual a 35%, que também é igual a 3,6 mais 9 unidades que é 12,6. Isso aí deu 35% **Inv. –** Certo **Carlota -** E nós temos de fazer 33%, por isso eu tive que tirar 2 % e 1% temos de fazer, para fazer 1% temos e fazer 10% do 10% que deu 36 centésimas, mas isso é 1%, como é 2% é 72 centésimas. Eu tirei 72 centésimas e o que deu foi 11, 88”		Estabelecimento de relações parte-parte e parte-todo
	“Eu primeiro fiz a divisão tradicional” - **Artur**	Regras memorizadas	Algoritmo
	“Eu comecei primeiro a pensar, o 3 a dividir por 36, depois pensei fazer a conta, que era mais fácil” – **Raquel**		
	“Eu fiz o algoritmo da divisão tradicional, 36 a dividir por 3” - **Lurdes**		