

O QUESTIONAMENTO DA PROFESSORA NA PROMOÇÃO DA ESTRUTURAÇÃO NUMÉRICA

Margarida Rodrigues, Lurdes Serrazina, Ana Caseiro

¹ESELX - Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, margaridar@eselx.ipl.pt

²ESELX - Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, lurdess@eselx.ipl.pt

³ESELX - Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, anac@eselx.ipl.pt

Resumo. *Nesta comunicação apresentamos a resolução de uma tarefa numa turma do 1.º ano, mostrando como os alunos a partir da composição do número 13 em duas parcelas e do questionamento da professora (tanto durante a exploração da tarefa como na discussão coletiva) chegam à estruturação do número e ao reconhecimento de pares comutativos, mostrando flexibilidade na identificação dos diferentes pares. Os dados foram recolhidos através de recolha documental e da observação participante das autoras apoiada pela videogravação e posterior transcrição da atividade desenvolvida. Na análise de dados procurámos compreender como é que os alunos conseguem organizar numa tabela as várias composições do número (no caso o 13) e o papel do questionamento da professora na promoção da compreensão da exaustão das possibilidades. Da análise feita concluímos que o questionamento da professora contribuiu para a estruturação numérica, sendo que, com exceção de um par, todos os alunos foram capazes de chegar à organização na tabela de sequências crescente/decrescente e deste modo compreender não apenas que têm todas as possibilidades, mas também a propriedade comutativa da adição.*

Abstract. *In this communication we present the resolution of a task in a 1st grade classroom, showing how the students, from the composition of number 13 into two parts and the teacher's questioning (during the exploitation of the task and in the collective discussion) reach the structuring of the number and the recognition of commutative pairs, showing flexibility in identifying the different pairs. The data were collected through document collection and participant observation of the authors, supported by video recording and subsequent transcription of the developed activity. In the data analysis, we tried to understand how the students can organize in a table the various compositions of the number (in this case 13) and the role of teacher's questioning in promoting the comprehension of the exhaustion of the possibilities. From the analysis done we conclude that the teacher's questioning contributed to the numerical structuring and, with the exception of a group of two students, all the students were able to arrive at the organization in the table of increasing/decreasing sequences and thus understand not only that they have all the possibilities, but also the commutative property of addition.*

Palavras-chave: *Composição de um número; propriedade comutativa; pares comutativos; flexibilidade.*

Introdução

Esta comunicação insere-se no projeto *Flexibilidade de cálculo e raciocínio quantitativo*, cujo objetivo é caracterizar o desenvolvimento do raciocínio quantitativo e da flexibilidade de cálculo dos alunos desde os 6 aos 12 anos e descrever e analisar as práticas dos professores que facilitam esse desenvolvimento. Neste texto centramo-nos na prática de uma professora a lecionar o 1º ano que propôs aos seus alunos uma tarefa cujo objetivo era trabalhar as diferentes composições do número 13, através de uma adição com duas parcelas, de modo a que os alunos avançassem na estruturação do 13.

Enquadramento teórico

A gestão da discussão coletiva

Sendo a comunicação uma capacidade transversal a toda a Matemática, a gestão da discussão coletiva constitui um aspeto essencial das práticas dos professores (Fey, 1981; Boaler, 2003). É através dessa discussão que os alunos podem “transmitir as suas ideias, soluções, problemas, verificações e conjeturas aos restantes colegas, transformando-as em verdades perante a comunidade envolvida” (Castro, 2014, p. 36). Dessa forma, trata-se de “muito mais do que apenas uma partilha perante um grande grupo” (Fosnot & Dolk, 2001, p. 29), na medida em que o trabalho dos alunos é significativamente valorizado, bem como a sua forma de pensar, promovendo ainda a construção de estratégias de resolução que, conseqüentemente, desenvolvem a edificação de capacidades cognitivas dos alunos. Assim, é da responsabilidade do professor o estabelecimento de “condições favoráveis ao desenvolvimento normal do processo de negociação de significados matemáticos na sala de aula. Ele deve estimular os alunos a falar e contribuir com frequência” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 124).

Para que a negociação de significados ocorra, os diferentes intervenientes têm de saber respeitar as perspetivas uns dos outros (Alro & Skovsmose, 2006). A mesma opinião é defendida por Bishop e Goffree (1986) quando referem que, por esse motivo, a negociação de significados é mais frequente em aulas inovadoras, sendo que, em contrapartida, vai diminuindo à medida que as aulas vão seguindo uma estrutura mais tradicional. Este aspeto relaciona-se com o que é mencionado por Ponte, Oliveira, Cunha, e Segurado (1998), quando referem que durante a discussão coletiva o professor terá o papel fundamental de orientador, moderador e desafiador, “levando os alunos a refletirem, a

pensarem matematicamente e a desenvolverem os seus mapas mentais” (Castro, 2014, p. 38). De acordo com esta autora, a comunicação matemática é uma dinâmica desafiante e diferente que promove “o diálogo e a discussão constante de ideias, permite aos alunos ampliarem o seu interesse e motivação e, em simultâneo, o seu gosto pela Matemática” (p. 39).

A regulação da comunicação na sala de aula é parte importante do papel do professor já que ele tem de conseguir entender as ideias dos alunos, pedindo-lhes que as justifiquem e fazendo com que todos participem nas discussões com as suas opiniões. Tal como é referido por Ponte e Serrazina (2000), “o professor deve conduzir a comunicação na aula de Matemática de modo a que os alunos oiçam, respondam, comentem e façam perguntas uns aos outros” (p. 122), sendo que, deste modo, o professor deve garantir que a comunicação se realize em diferentes sentidos: “dele para os alunos, dos alunos para si e entre os próprios alunos. Para isso, deve fomentar interações entre todos os intervenientes na aula, estabelecendo as regras adequadas” (p. 123). Para além desse constante questionamento por parte do professor, também a importância de processos como redizer, interrogar o significado e apoiar o desenvolvimento da linguagem dos alunos são sublinhados por Franke, Kazemi, e Battey (2007) como aspetos fundamentais do discurso da sala de aula.

A estruturação numérica: Componente essencial da flexibilidade de cálculo

Os alunos que se iniciam na aritmética começam por aprender os factos básicos, por exemplo da adição. Tradicionalmente, esses factos básicos eram aprendidos isoladamente e através da repetição. Diferentes estudos sustentam que uma melhor aprendizagem acontece quando ela tem como foco a estrutura, isto é, subjacentes padrões e relações (Baroody, 2006; Gravemeijer, Muurling, Kraemer, & Stiphout, 2016). Assim, numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número (McIntosh, Reys, & Reys, 1992), os factos básicos devem ser aprendidos integrados numa rede de ideias, princípios e processos.

Baroody (2006) defende que a fluência nos factos básicos só é alcançada através do que denomina de memorização significativa onde a aprendizagem relacional tem um papel chave. Assim, é importante que os alunos compreendam a ideia da combinação – isto é, que um número pode ser composto pelas suas partes de diferentes formas. Por exemplo, se sabem que $8+1$, $7+2$, $4+5$ constituem diferentes formas de representar o 9, são capazes de

reconhecer que $1+8$, $2+7$ ou $5+4$ são factos relacionados pois também “dão” 9. Deste modo, estes factos passam a estar relacionados entre si constituindo uma rede de ideias interrelacionadas. Para que esta rede de ideias possa ser criada, os alunos devem, de acordo com Baroody (2006), passar por uma fase inicial – fase 1 – onde usando materiais de contagem ou contagens verbais desenvolvem estratégias de contagem, seguida de uma fase 2 onde, usando a informação que já têm de factos conhecidos e de relações, conseguem obter o valor de um novo facto até aí desconhecido. Através destes processos, os números deixam de estar ligados a objetos concretos passando a imagens mentais que podem ser manipuladas de modo a atingir uma fase 3, de mestria, onde as respostas surgem de uma forma rápida e eficiente evidenciando flexibilidade na sua obtenção. Mas, para o autor, as fases 1 e 2 são essenciais para se chegar com compreensão à fase 3 de mestria, onde as propriedades das operações são utilizadas de modo eficiente e flexível.

O reconhecer e saber que a adição é comutativa leva que o aluno seja capaz de obter uma combinação desconhecida a partir de uma conhecida (por exemplo, para calcular $3+5=?$ pode fazê-lo a partir de $5+3$ que sabe que é 8). Se o aluno domina a ideia de dobro (por exemplo, $7+7=14$), pode utilizar o raciocínio do dobro mais 1 (e fazer por exemplo, $7+8=7+7+1=14+1$). Deste modo, as estratégias de raciocínio são automatizadas, constituindo uma base para a fluência de cálculo.

Descobrir os pares de números que correspondem à decomposição de um dado número é uma forma de trabalhar os factos básicos, que correspondem a esse número, mas se isso for feito de modo estruturado conduz à descoberta dos “pares comutativos” (Cobb, Boufi, McClain, & Whitenack, 1997). Uma compreensão da propriedade comutativa leva o aluno não só a aprender todos os factos básicos, mas também a perceber que pode apenas memorizar metade deles e ainda a compreender que as duas representações (por exemplo $5+3$ e $3+5$) podem ser consideradas apenas uma.

Para Baroody e Rosu (2004), a evolução da fluência de cálculo implica a crescente integração dos conhecimentos factual, conceptual e procedimental. Os alunos que aprendem os factos básicos deste modo são capazes de usar esse conhecimento básico corretamente e rapidamente, de modo eficaz, aplicando-o quer em situações familiares quer não familiares, evidenciando flexibilidade.

Assim, os professores devem ajudar os alunos a construir ideias fortes (*big ideas*), como as de composição e decomposição de números em duas parcelas, utilizando materiais, sempre que necessário. Deste modo, os números tornam-se objetos mentais e os

diferentes modos de compor e decompor os números formam a base para uma aritmética flexível (Gravemeijer et al., 2016). Na memorização dos factos básicos, os professores devem encorajar os seus alunos a olhar para padrões e relações, usando estas descobertas para construir estratégias de raciocínio, partilhando, justificando e discutindo essas estratégias.

Metodologia

Este estudo segue uma metodologia qualitativa de carácter interpretativo. O projeto, onde se insere, utiliza uma metodologia de investigação baseada em design, visando produzir teorias locais de ensino que possam constituir materiais de trabalho para o professor.


Os dados aqui apresentados foram recolhidos numa turma do 1.º ano com 25 alunos de uma escola pública de um bairro de Lisboa. A professora da turma é uma professora experiente, empenhada no seu desenvolvimento profissional, que tem uma boa relação com a matemática, respondendo sempre de modo afirmativo a propostas que ela considere que a enriquecem profissionalmente. Nesta perspetiva, voluntariou-se para colaborar com a equipa do projeto, discutindo as tarefas com a equipa e aplicando-as na sua sala de aula ao ritmo de uma por semana.

A tarefa aqui analisada, designada por *Pintainhos* (Figura 1) foi concebida por Jean Marie Kraemer, membro da equipa do projeto, e resolvida na turma em 5 de março de 2015.

A tarefa era a terceira de uma sequência de cinco tarefas em que a primeira correspondia à estruturação do número 5 e a segunda a do número 9. Na fase de resolução da tarefa, os alunos trabalharam a pares ou trios, tendo a atividade de três pares sido videogravada, bem como a discussão coletiva com toda a turma.

Os dados foram recolhidos pelas autoras desta comunicação através de recolha documental (trabalhos escritos dos alunos) e da observação participante, complementada pelas transcrições das gravações. A análise de dados foi realizada através da análise de conteúdo.

Pintainhos



Esta galinha começou a chocar treze ovos. Os pintainhos não saem da casca ao mesmo tempo. De cada um dos ovos vai sair um pintainho.

Mostra todas as situações possíveis com os números.

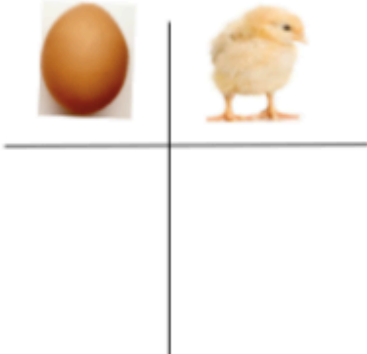


Figura 1. Tarefa *Pintainhos*



Estruturando o 13

Exploração da tarefa

A professora começou por disponibilizar 13 círculos, colocando-os nas mesas de trabalho. Na introdução da tarefa feita pela professora, constatou-se que o contexto não era nada familiar àqueles alunos. Apenas uma aluna, Maria, afirmou já ter vivenciado essa situação, tendo mais dois referido já ter ouvido falar e visto pintainhos pequeninos. Curiosamente, Maria teve muita dificuldade em compreender e iniciar a tarefa, pois parece ter considerado como situação real aquilo que estava representado no desenho. Daí começar por registar 13 ovos e 3 pintainhos, já que estavam representados 3 pintainhos na figura presente no enunciado da tarefa. Esta situação não foi ultrapassada facilmente, embora se trate de uma aluna que normalmente não tem problemas de compreensão. Só quando a professora se aproximou e a questionou focando a sua atenção de que não

poderia ser mais do que 13 ("Se sai um pintainho de cada ovo, quantos pintainhos pode haver ao todo? Quanto é que isto pode dar, ovos e pintos ao mesmo tempo, no máximo?") é que Maria conseguiu retificar os números colocados na tabela.

Cinco pares de alunos começaram por registar 13 ovos e 0 pintainhos, parecendo atender ao contexto, uma vez que na situação inicial ainda nenhum pintainho eclodiu dos ovos. Seguidamente, registaram corretamente a sequência decrescente dos ovos até ao 0 e a sequência crescente dos pintainhos até ao 13 (Figura 2).

	
13	0
12	1
11	2
10	3
9	4
8	5
7	6
6	7
5	8
4	9
3	10
2	11
1	12
0	13

an Marie Kraemer

Figura 2. Estratégia das sequências decrescente e crescente.

Provavelmente esta estratégia foi seguida, não tanto pela necessidade de modelar a situação de eclosão gradual dos ovos, mas sim pelo facto de, numa tarefa anterior (que envolvia a decomposição do 9 em duas parcelas), terem concluído, no final da discussão coletiva, que a forma de não se esquecerem de nenhum par de números era escreverem os números em sequência, uma decrescente e a outra crescente. A maior parte dos pares que seguiram esta estratégia dispensou o uso dos círculos. Por exemplo, o par do Luís e Lúcia concretizou a tarefa (Figura 2), sem os círculos, com facilidade e rapidamente (em quatro minutos), parecendo manipular os números como objetos mentais. Quando a

investigadora se aproximou do par questionando como é que sabiam que tinham feito todas as possibilidades, Luís justificou a exaustão das decomposições com a ordem decrescente/crescente das sequências, apontando para os números registados na tabela, do 13 ao 0, e inversamente do 0 ao 13. No entanto, um outro par, Ilda e Joana, adotou esta estratégia com o apoio da manipulação dos círculos. Ilda começou por separar para o lado direito um círculo e procedeu depois à contagem dos círculos restantes, fazendo depois o registo na tabela. Em seguida, juntou mais um círculo ao círculo anterior, totalizando agora 2, e contou os restantes, e assim sucessivamente até terminar toda a sequência. A aluna revelou dificuldade em estabelecer a relação numérica de $N-1$ pois insistentemente sentiu necessidade de contar cada vez que retirava um círculo do conjunto situado à esquerda, chegando a repetir várias vezes as contagens. Por sua vez, Joana não acompanhou a colega no processo de contagem. Por vezes, manipulou os círculos, contando-os após separá-los em dois grupos, mas sem um critério de ordem nessa separação. Por fim, copiou a tabela pela Ilda, começando pela possibilidade 12-1 e terminando na possibilidade 6-7.

Um trio começou pela possibilidade 12-1, colocando algum critério de ordenação mas nem sempre de forma sistemática, tendo alcançado 12 possibilidades (Figura 3). Uma outra aluna (não pertencente aos pares videogravados) apresentou uma tabela diferente dos restantes colegas (Figura 4), seguindo as sequências decrescente/crescente até ao 8-5 e invertendo então as sequências para crescente/decrescente até 5-8, marcando com uma linha divisória essa inversão. Escreveu ao lado 12, como correspondendo ao total de possibilidades encontradas. Surge na sua folha uma nova linha a separar as duas últimas possibilidades que provavelmente teriam sido escritas durante a discussão da tarefa, uma vez que com estas, o número de possibilidades passa a totalizar 14.

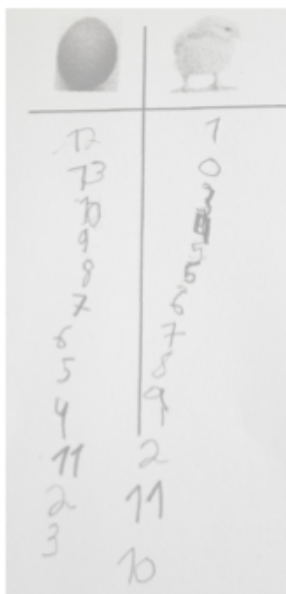


Figura 3. Tabela do trio com alguma ordenação.

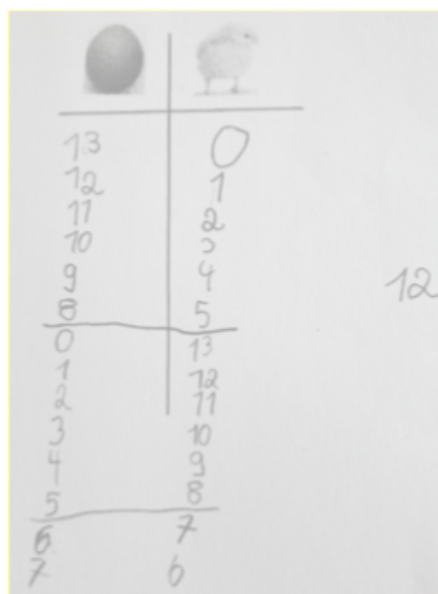


Figura 4. Estratégia da inversão da sequência.

Cinco grupos (quatro pares e um trio) desligaram-se do contexto e representaram um par de números e o seu comutativo --"contrário" na linguagem destes alunos -- (Figura 5). Estes pares trabalharam com os números como objetos mentais, dispensando o uso dos círculos.

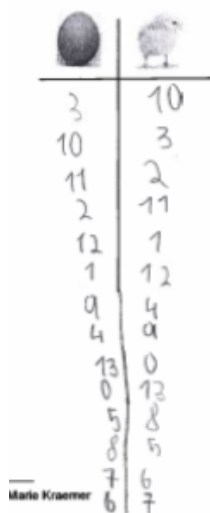


Figura 5. Estratégia dos pares comutativos.

Esta estratégia é reveladora da consciência dos alunos da propriedade comutativa da adição (por exemplo, $11+2=13$ e $2+11=13$) e de que a comutatividade corresponde, no contexto do problema, a situações diferentes (ter 11 ovos e 2 pintainhos já nascidos é

diferente de ter apenas 2 ovos e 11 pintainhos nascidos) e que por esse motivo, têm de ser contempladas como possibilidades diferentes.

Discussão da tarefa

Na fase de discussão da tarefa, a professora começou por pedir aos alunos para indicarem o número pelo qual tinham iniciado o registo na tabela e para explicarem o motivo da escolha desse número. Vários alunos explicaram a razão de terem começado pelo 13:

Jaime - Porque era o número de ovos e queríamos fazer a sequência.
 Marta - Porque eram 13 ovos.
 Nélia - Porque primeiro ainda não tinha nascido nenhum ovo.

Jaime apresenta uma justificação de natureza matemática, a pretensão de fazer uma sequência que facilitaria a perceção da exaustão das possibilidades, e as outras alunas apresentam um motivo de natureza contextual. Ao indagar sobre a razão de outros terem começado pelo 12 e 1, a professora ainda questionou:

Professora - Mas o total tem de ser quantos, ovos e pintos?
 Alunos - 13.

A focalização da questão na constância da soma assume importância na consciencialização pelos alunos da decomposição do número em causa, o 13.

Os alunos que começaram pela possibilidade 3 e 10 tiveram dificuldade em explicar a razão, tendo alguns verbalizado que era por serem “números amigos”. Esta expressão provavelmente foi utilizada para referir os números que resultam da decomposição decimal de um número. Estes alunos explicaram que tinham feito "ao contrário", querendo reportar-se à estratégia dos pares comutativos. A professora colocou à consideração da turma a escolha da organização a colocar na tabela do quadro: "Quem é que sugere fazer ao contrário? Quem é que sugere fazer outra organização?". A professora foi pedindo novas possibilidades a cada um dos grupos, registando-as no quadro. Apesar de alguns se terem manifestado no sentido de fazer de modo diferente, os vários pares de alunos foram indicando as novas possibilidades, seguindo o critério das sequências decrescente/crescente, mesmo que não tivesse sido essa a estratégia utilizada na exploração autónoma. Após o registo de 11 e 2, a professora interpelou:

Professora - O que diriam a seguir? Eu sei que a vossa sequência não é esta. O que vocês fariam a seguir? O que faz mais sentido agora ali?

- Guilherme - Pode ser 6 mais 7.
 Nádia - Nos ovos, 10 e nos pintainhos 3. *(a professora regista no quadro)*
 Professora - Porquê, Nádia, esta, e não a do Guilherme, 6 em ovos e 7 em pintainhos? Porquê Nádia? Porquê? Essa do 6 e do 7 não está correta, Nádia?
 Nádia - Está.
 Professora - Está. Então porque é que agora faz mais sentido esta?
 Nádia - Porque os ovos estão a diminuir. Menos um.
 Professora - Menos um. E o que acontece do lado dos pintainhos?
 Nádia - Está a crescer.
 Professora - Quanto?
 Nádia - Um.

Assim, a professora direcionou a participação dos alunos no sentido de não atenderem simplesmente à correção das possibilidades correspondentes às múltiplas decomposições do 13 em dois grupos, mas de atenderem à sequenciação lógica presente no contexto da situação proposta. Após um dos pares indicar a possibilidade 6 ovos e 7 pintainhos, vários alunos reagiram reparando tratar-se de um par comutativo ao da linha anterior:

- Alunos - Está ao contrário!
 Professora - Porquê?
 Luís - Porque vai mudar.
 Professora - O que é que vai mudar? Vem cá explicar, Luís.
 Luís - Este número (aponta para o 5 da coluna dos pintainhos) vai passar para aqui (aponta para o local à esquerda na coluna dos ovos).
 Professora - Porquê?
 Luís - Porque... porque vai passar a ser cinco ovos.
 Professora - Mas porque é que a partir daqui *(marca com a mão o espaço entre 7-6 e 6-7)* começa a mudar?
 Luís - Porque aqui é o meio. (aponta para o espaço entre 7-6 e 6-7)
 Professora - Porque aqui é o meio do quê?
 Luís - Dos números.
 Professora - Da sequência. (dirige-se para a turma, mantendo a mão a marcar o local identificado pelo Luís como meio). Há mais alguma hipótese de que apareçam outros números, sem ser ao contrário?
 Alunos - Não.
 Alunos - Sim. O 4. (a professora aponta para o 4 na coluna dos pintainhos)
 Aluna - Tem que ser o contrário... já não há mais hipóteses.
 Professora - Já não há mais hipóteses?
 Alunos - Há!
 Professora - Só que a partir daqui... a partir daqui, já não há mais nenhuns números que possam usar e que não estejam aqui sem ser trocar. Então se calhar podemos separar aqui a sequência. *(a professora traça com uma linha a divisória entre 7-6 e 6-7)*.

Apesar da tabela apresentar apenas 8 das possibilidades, Luís já consegue explicar a simetria das possibilidades existentes, correspondendo à comutatividade das

possibilidades de 13 a 7 ovos/o a 6 pintainhos, identificando o meio da sequência. A professora questiona a turma com a preocupação de socializar a descoberta do Luís de modo a que os restantes alunos compreendam que já têm registados no quadro todos os números de 0 a 13. A marcação da simetria com um traço por baixo da possibilidade 7 ovos e 6 pintainhos (Figura 6) reforça a ideia de que por baixo ficarão os 7 pares comutativos, garantindo assim a exaustão das possibilidades.

Após os diferentes pares dizerem as 14 possibilidades, e de terem sido todas registadas no quadro, a professora questionou a turma sobre o significado contextual da última hipótese:

Professora - Se isso acontecesse, queria dizer o quê? Os pintainhos...
Alunos- Já estavam todos fora.

Seguidamente, a professora incidiu a discussão sobre a organização da tabela registada no quadro:

Professora - Quem é que seguiu esta organização?
Alunos - (pondo o braço no ar) Eu.
Professora - Qual é que acham que é mais fácil? Esta, para não nos perdemos, ou a outra que vocês usaram de trocar, logo a seguir?
Aluno - Trocar...
Professora - A de trocar?
Alunos - Sim.

(...)

Professora - Diz lá porquê, Paulo. Qual é a que faz mais sentido? Está alguma errada? Ou estão ambas certas?
Paulo - Estão todas certas.
Professora - Estão ambas certas. Qual é a que faz mais sentido?
Paulo - (impercetível)
Professora - Ó Paulo, lembras-te que eu fui aí ao teu grupo e vocês estavam com dificuldade em descobrir mais uma das hipóteses? Porquê Paulo?
Paulo - Porque estávamos a usar a troca.
Professora - Vocês estavam a fazer a troca, e depois estavam com dificuldade em descobrir aquela que faltava. Se eu usar esta sequência, seria mais fácil?
Paulo - Sim.
Professora - Penso que sim, Paulo. Olhem, o Luís diz que tem uma descoberta, Luís.

Depois da professora orientar para a conclusão de a estratégia das sequências decrescente/crescente ser mais eficaz para não se esquecerem de nenhuma das possibilidades, o Luís foi ao quadro partilhar a regularidade identificada: "Aqui os números iguais estão na diagonal". Depois de justificarem esta regularidade com a ordenação inversa das duas colunas, foi a vez de Maria partilhar a sua descoberta: a

localização dos pares comutativos. A professora traçou arcos nos pares identificados pela aluna (Figura 6) que comentou, no final "Parece um arco-íris!".

Por fim, a professora concluiu a discussão da tarefa com uma incidência na paridade dos números:

- Professora - Olha lá Jaime, há alguma hipótese em que o número de ovos seja igual ao número de pintainhos? Ao mesmo tempo? Porquê Jaime?
- Jaime - Porque 13 um número ímpar. É um quase dobro.
- Professora - É um quase dobro. Então não pode acontecer haver o mesmo número de ovos e o mesmo número de pintainhos.
- Dario - Só se fosse o 26 é que ficava 13 num lado e 13 no noutro.
- P- E o que é que é o 26 que não é o 13?
- Dario - É par.
- Professora - Não querem colocar mais nenhuma questão? Olhem, para terminar, quantas são as hipóteses?
- Alunos - 14! (a professora regista 14 no quadro) É mais um do que os ovos.
- Professora - É mais um do que o número de ovos.

O registo final no quadro encontra-se na Figura 6.

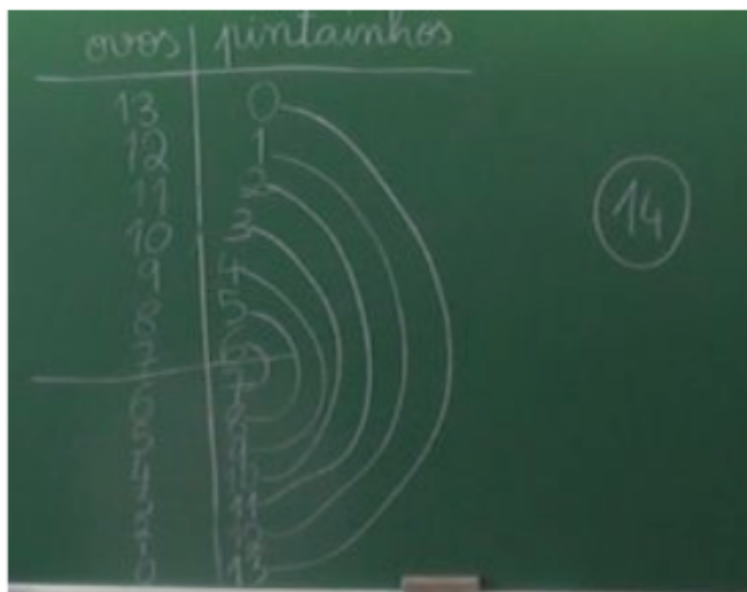


Figura 6. Registo final no quadro da exaustão das possibilidades.

Os alunos, além da estruturação numérica do 13, estabeleceram outro tipo de relações como a impossibilidade de decomposição em dois grupos iguais por ser um número ímpar e relacionaram o número total de possibilidades com o número objeto de decomposição, embora não tivessem explorado a justificação para esse facto.

Conclusão

Todos os alunos estruturaram corretamente o número 13, sendo que apenas um dos pares se apoiou totalmente na contagem dos círculos, o par Ilda e Joana, que manifestamente ainda se encontrava num nível rudimentar de estruturação numérica pois nem a relação $N-1$ parece dominar. Os restantes pares, além de evidenciarem um bom domínio das múltiplas decomposições do 13 em dois grupos, parecendo manipular os números como objetos mentais (Gravemeijer et al., 2016), colocaram uma organização na forma como foram gerando as diferentes possibilidades de decomposição, o que facilitou a percepção do momento em que alcançavam o número máximo de possibilidades, revelando a sua mestria (Baroody, 2006).

O questionamento da professora, quer no momento da exploração da tarefa, quer na fase de discussão, evidencia a promoção da reflexão dos alunos, incidindo em diferentes aspetos matemáticos (Castro, 2014, Ponte & Serrazina, 2000). O facto de insistentemente pedir a justificação ("Porquê?") aos alunos do que diziam é um fator determinante na promoção dessa reflexão que tem, por isso, implicações no aprofundamento da compreensão das relações numéricas estabelecidas.

Quando a professora coloca a questão de focalização na constância da soma do número de ovos e do número de pintainhos torna explícito para os alunos que a tarefa se traduz na decomposição do 13 em duas parcelas, uma vez que essa soma não aparece explicitamente representada no enunciado da tarefa. Foi este aspeto que causou dificuldades a Maria quando esta se encontrava a realizar a tarefa. E foi o questionamento da professora, nessa altura, que fez com que Maria compreendesse o objetivo da tarefa e conseguisse, depois, rapidamente retificar o que tinha escrito antes e concluir a tabela, usando a estratégia das sequências decrescente/crescente, tendo aparentemente alcançado a fase de mestria referida por Baroody (2006).

A discussão não incidiu propriamente nas diferentes decomposições, já que a totalidade dos alunos conseguiu determiná-las corretamente, mas sim no tipo de organização da tabela. A professora, embora considerando que qualquer ordem estaria correta, do ponto de vista da decomposição numérica, questionou os alunos sobre qual faria mais sentido. A interpelação sobre este sentido pode remeter para o critério temporal pois o contexto do problema sugere a ordenação 13-0 até 0-13. No entanto, a professora parece focar-se mais num critério matemático, elevando o nível de discussão desta turma de 1.º ano para qual a organização que seria mais eficaz na certeza dos alunos de obtenção

da exaustão das possibilidades de decomposição do 13. Não obstante as opiniões dos alunos se dividirem relativamente à comparação da eficácia de cada uma das organizações usadas na turma, a das sequências e a dos pares comutativos, a professora direcionou para a conclusão de a organização das sequências ser mais eficaz na disponibilização da totalidade das possibilidades.

Um outro aspeto que mereceu a focalização do questionamento da professora foi a paridade dos números, levando os alunos a identificar o 13 como número ímpar e por isso ser impossível decompô-lo em dois grupos iguais.

A professora valorizou as descobertas dos alunos, dando-lhes espaço de expressão e questionando os alunos, com a preocupação de as socializar na turma, de modo a serem compreendidas por todos. É de salientar a simetria identificada na tabela pelo Luís e o modo como a professora orientou o questionamento, levando os alunos da turma à compreensão da exaustão das possibilidades bem como da comutatividade das mesmas. As relações numéricas estabelecidas no âmbito de um cálculo flexível, adaptado aos números em causa, são construídas com base na estruturação numérica (Baroody & Rosu, 2004; Gravemeijer et al., 2016), pelo que justificar a exaustão das decomposições de um número (Cobb et al., 1997) torna-se um elemento essencial no processo de desenvolvimento da flexibilidade de cálculo.

Referências bibliográficas

- Alro, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. São Paulo: Autêntica.
- Baroody, A. J. (2006). Why children have difficulties mastering the basic number combinations and how to help them. *Teaching Children Mathematics* August 2006, 22-31.
- Baroody, A. J., & Rosu, L. (2006). Adaptive expertise with basic addition and subtraction combinations – the number sense view. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. San Francisco, CA. April.
- Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: Reidel.
- Boaler, J. (2003). Studying and capturing the complexity of practice: The case of the dance of agency. In N. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 3-16). Honolulu: PME.
- Castro, A. (2014). *A Matemática para além da sala de aula: um congresso matemático no 2º CEB*. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação. Consultado a 12 de março de 2017 em http://repositorio.ipvc.pt/bitstream/20.500.11960/1588/1/Ana_Castro.pdf

- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research of Mathematics Education*, 28(3), 258-277.
- Fey, J. T. (1981). *Mathematics teaching today: Perspectives from three national surveys*. Reston, VA: NCTM.
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young Mathematicians at Work - Constructing Fractions, Decimals, and Percents*. Portsmouth: Heinemann.
- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In F. Lester (Ed.). *Second handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Gravemeijer, K., Bruin-Muurling, G., Kraemer, J. M., & van Stiphout, I. (2016). Shortcomings of mathematics education reform in The Netherlands: A paradigm case? *Mathematical thinking and learning*, 18(1), 25-44.
- McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12, 2-8.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Cunha, M. H., & Segurado, M. I. (1998). *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: IIE.