# O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NA RESOLUÇÃO DE TAREFAS ENVOLVENDO REGULARIDADES: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 3º ANO DE ESCOLARIDADE

Cátia Filipa Lopes Ribeiro

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2020-2021

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

# O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NA RESOLUÇÃO DE TAREFAS ENVOLVENDO REGULARIDADES: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 3º ANO DE ESCOLARIDADE

Cátia Filipa Lopes Ribeiro

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico
Orientador: Professor Doutor Pedro da Cruz Almeida

2020-2021

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA
POLITÉCNICO DE LISBOA

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer ao meu orientador, *Professor Doutor Pedro Almeida*, pela sua paciência, disponibilidade, orientação e apoio constantes.

Agradeço às professoras *Paula, Luísa* e *Patrícia* que deram início a tudo isto, cultivando em mim o bichinho de ensinar, incentivando-me a seguir este caminho e a tirar este curso, mesmo quando todos diziam que eu estava errada.

Quero agradecer às minhas *coisinhas, Sandra e Joana,* que iniciaram o seu percurso comigo e que vou levar para sempre no meu coração, sem vocês jamais teria chegado aqui meus amores!

À *Luisinha* e à *Ana Lu* por todas as noitadas longas de trabalhos sempre com a disposição ao máximo, se cheguei aqui também muito do meu caminho vos devo a vocês.

À *Valeriya*, meu par de estágio do ano mais duro deste percurso, a quem nunca faltou uma palavra de força, de ânimo ou de parvoíce mesmo, e uma boa correção de vírgulas!

Um especial agradecimento à minha *Isabelinha* e à *Aninhas* que sempre me mostraram que eu merecia e conseguia mais e mais.

Agradeço à minha linda *família*, aos meus *pais* que se mostraram orgulhosos de todo o meu percurso, aos *cunhados* e à *sobrinha* por ficarem tão felizes de ter uma professora na família, e à minha *irmã* que mesmo achando que eu era doida sempre teve aquela palavra para me forçar a continuar e ir com tudo!

Ao *João*, *amor da minha vida,* por acreditar em mim até mesmo quando eu já não acreditava. E por nunca me ter deixado desistir mesmo quando a vontade batia à porta. Se estou onde estou hoje é muito graças a ti.

E por último, mas não menos importante, às *estrelinhas mais brilhantes* que me acompanharam em todo o percurso! A ti *Avó* que partiste a meio do caminho, mas que ainda assim, tenho a certeza de que nunca deixaste de torcer por mim!

## RESUMO

O presente relatório foi desenvolvido no âmbito da Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, disciplina que integra o currículo do 2º ano do Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação de Lisboa.

Este relatório encontra-se dividido em duas partes: na primeira é realizada a descrição e análise, de forma reflexiva, de ambas as práticas desenvolvidas nos estágios da unidade curricular em contextos de 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico. Na segunda é apresentado o estudo empírico desenvolvido na prática de 1º CEB.

Neste estudo procurou-se investigar o raciocínio dos alunos, quanto ao nível de generalização em que estes se encontram, bem como as estratégias de generalização utilizadas na resolução de duas tarefas que promoviam este processo de raciocínio. Assim, foi formulado como objetivo geral do estudo: *Descrever e compreender o raciocínio matemático em alunos do 3º ano de escolaridade na resolução de problemas que envolvem a generalização.*

A presente investigação, é de natureza qualitativa com carácter interpretativo. Recorreram-se a técnicas de recolha de dados como a observação direta e participante, onde se utilizou o registo de notas de campo; e, à análise documental às produções dos alunos – as suas resoluções das tarefas.

A análise dos dados permitiu verificar que a forma de apresentação da tarefa e as próprias questões influenciam as estratégias de generalização utilizadas pelos alunos, e que iguais estratégias podem ser utilizadas em diferentes níveis de generalização. Em termos gerais, os resultados do estudo revelaram que, face às tarefas aplicadas, os alunos se encontram num nível de generalização contextual, recorrendo, na sua generalidade, a estratégias de generalização explícitas.

Neste sentido, é importante realçar que o raciocínio matemático deve ser promovido nos alunos desde os primeiros anos de escolaridade. Os docentes devem promover tarefas diversificadas que mobilizem nos alunos a utilização de diferentes estratégias conducentes a diferentes níveis da sua capacidade de generalização.


**Palavras-chave**: Raciocínio matemático; Raciocínio de generalização; 1º Ciclo do Ensino Básico.

## ABSTRACT

The present report was developed within the scope of the Curricular Unit of Supervised Teaching Practice II, a subject that integrates the curriculum of the 2nd year of the master’s degree in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education and of Mathematics and Natural Sciences in the 2nd Cycle of Basic Education.

This report is divided into two parts: the first part contains the description and analysis, in a reflective way, of both practices developed in the internships of the curricular unit in contexts of 1st and 2nd Cycle of Basic Education. In the second, is presented the empirical study developed in the practice of the 1st CEB.

In this study, we sought to investigate the students' reasoning, regarding the level of generalization in which they find themselves, as well as the generalization strategies used in the resolution of two tasks that promoted this reasoning process. Therefore, the general objective of the study was formulated: *To describe and understand mathematical reasoning in 3rd grade students in solving problems involving generalization.*

The present investigation is a qualitative nature with an interpretative character. Data collection techniques were used, such as direct and participant observation, where field notes were recorded; and, to the documental analysis of the students' productions - their tasks resolutions.

Data analysis allowed us to verify that the way the task is presented and the questions themselves influence the generalization strategies used by the students, and that the same strategies can be used at different levels of generalization. In general terms, the results of the study revealed that, given the tasks applied, students are at a level of contextual generalization, generally resorting to explicit generalization strategies.

In this sense, it is important to emphasize that mathematical reasoning should be promoted in students from the first years of education. Teachers must promote diversified tasks that mobilize students to use different strategies leading to different levels of their capacity for generalization.

**Keywords**: Mathematical Reasoning; Generalization Reasoning; 1st Cycle of Basic Education.

## ÍNDICE GERAL

# ÍNDICE DE FIGURAS



# ÍNDICE DE TABELAS

# LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|---|---|
| UC | Unidade Curricular |
| PES | Prática de Ensino Supervisionada |
| CEB | Ciclo do Ensino Básico |
| ESELx | Escola Superior de Educação de Lisboa |
| E@D | Ensino à Distância |
| OC | Orientador Cooperante |
| PE | Projeto Educativo |
| TEA | Tempo de Estudo Autónomo |
| PIT | Plano Individual de Trabalho |
| AP | Apresentação de Produções |
| PI | Plano de Intervenção |
| OG | Objetivos Gerais |
| TEIP | Territórios Educativos de Intervenção Prioritária |
| PEA | Projeto Educativo do Agrupamento |

# 1. INTRODUÇÃO

O presente relatório foi realizado no âmbito da Unidade Curricular (UC) de Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), disciplina que integra o 2º ano do Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2º CEB, da Escola Superior de Educação de Lisboa (ESELx).

O presente relatório tem como objetivo apresentar uma descrição reflexiva das duas práticas realizadas no 1º e 2º CEB, e um estudo empírico desenvolvido no contexto de 1º CEB. Dada a situação atual de pandemia da Covid-19, importa mencionar que o estágio de 2º CEB foi realizado em regime de Ensino à Distância (E@D), enquanto o de 1º CEB já se realizou presencialmente.

Assim, em termos de estrutura do presente trabalho, este encontra-se dividido em três partes. A Parte I, que diz respeito às práticas educativas realizadas em 1º e 2º CEB no decorrer da PES II, contemplando uma descrição sintética de ambas as práticas desenvolvidas, bem como uma análise crítica a essas práticas. A Parte II que tem como objetivo apresentar a investigação desenvolvida. E, a Parte III, referente à reflexão final sobre toda a prática pedagógica, o estudo realizado e ainda sobre os aspetos mais relevantes sobre o decorrer de toda a UC.

No que concerne às práticas de estágio realizadas em ambos os CEB, pode afirmar-se que é nestas ocasiões que se tem a oportunidade de desenvolver e aplicar competências e estratégias adquiridas ao longo da formação realizada na ESELx. Os momentos de estágio mostram-se, assim, fundamentais na construção dos saberes essenciais num futuro de docência, dado que é nestes contextos que se aprende o que é realmente ensinar.

Assim, na Parte I deste relatório, subdividida em três capítulos, apresentar-se-á no primeiro capítulo, uma breve descrição do contexto de 1º CEB, no qual se inclui uma caracterização sumária do contexto e da turma, uma breve análise à ação pedagógica da Orientadora Cooperante (OC) e a problemática desenvolvida neste contexto, destacando-se os objetivos definidos e as estratégias que visavam alcançá-los. No segundo capítulo, apresentam-se os mesmos pontos referenciados no capítulo anterior, mas, neste caso, referentes à prática de 2º CEB. Por fim, no terceiro e último capítulo desta parte, é elaborada uma análise crítica a ambas as práticas realizadas, como referido anteriormente.

A Parte II deste relatório corresponde ao estudo realizado, e é composta por quatro capítulos. No primeiro é apresentado o estudo, apontando a problemática, os objetivos do estudo e as questões de investigação. No segundo capítulo apresenta-se a revisão de literatura realizada para a fundamentação do tema e da problemática, apresentando, assim, o Estado da Arte. O terceiro capítulo engloba a metodologia selecionada para a realização do relatório, nomeadamente os métodos e técnicas de recolha e análise de dados. O quarto e último capítulo desta parte contempla a apresentação dos resultados, bem como as conclusões finais onde é apresentada a importância deste estudo.

Por último, na Parte III, é ainda realizada uma reflexão final onde se apresentam os contributos, tanto da prática pedagógica em ambos os CEB, como do estudo realizado, na evolução e aquisição de competências profissionais. São ainda realçados os aspetos mais relevantes para o desenvolvimento profissional e pessoal, e as melhorias necessárias para exercer a profissão docente. Por fim, encontram-se as referências bibliográficas e todos os anexos que documentam, comprovam e sustentam este trabalho escrito.

# PARTE I

# 2. PRÁTICA DESENVOLVIDA NO CONTEXTO DE 1º CEB

## 2.1. Caracterização do contexto

### 2.1.1. A instituição

A prática educativa de 1º CEB decorreu numa escola privada, situada na área metropolitana de Lisboa. O contexto em questão inclui as valências de Berçário, Creche, Educação Pré-Escolar e 1º CEB.

Esta instituição é composta por alunos de classe média - alta, e rege-se de acordo com os princípios orientadores do modelo pedagógico do MEM – Movimento de Escola Moderna. Este modelo "parte dos interesses e motivações das crianças para a organização e planificação de espaços, tempos, recursos e conteúdos de forma contratual e dialógica" (Rebelo, 2010, p. 63, citado em Projeto Educativo (PE), s.d., p.1). Neste modelo, consideram-se ainda, para um processo de aprendizagem cooperada, três condições essenciais: "1) a constituição de grupos heterogéneos; 2) a existência de um clima em que se privilegia a expressão livre; 3) proporcionar às crianças tempo para brincar, explorar e descobrir." (PE, s.d., p.1). Estes pressupostos e finalidades apresentam-se, então, como a linha orientadora do modelo, focando os vários níveis da educação abrangidos na instituição (PE, s.d., p.1).

### 2.1.2. Ação pedagógica do Orientador Cooperante

Importa mencionar que esta instituição promove a articulação e cooperação, bem como uma constante entreajuda e partilha entre todos os agentes educativos da instituição. Deste modo, e relativamente à ação pedagógica da OC, esta contava com a colaboração de uma auxiliar, no apoio aos alunos em momentos de Tempo de Estudo Autónomo (TEA) e no desenvolvimento dos Projetos.

As atividades da turma eram, organizadas pela OC de acordo com a agenda estipulada no início da semana, sendo ajustada consoante as necessidades dos alunos e das atividades em grupo realizadas com as outras turmas de 1º CEB, bem como com as restantes salas de Creche e Pré-Escolar.

Durante o TEA, a OC trabalhava individualmente com os alunos que se inscreviam para apoio e, por vezes, era realizado um apoio de grupo com dois ou três alunos. Era, também, neste momento que a OC acompanhava mais de perto os alunos que apresentavam maiores dificuldades.

Os conteúdos a lecionar eram trabalhados através de momentos em coletivo, a pares, ou individualmente, recorrendo habitualmente a materiais elaborados pela OC e à gramática da Plim para o 1º CEB, uma vez que na instituição não são utilizados manuais escolares. Quando os alunos realizavam tarefas individualmente ou em grupo, a OC realizava, geralmente, correções coletivas, dando a oportunidade aos alunos de colocarem as suas questões ou de explicarem alguns aspetos que considerassem relevantes.

A turma em questão era de natureza mista, contendo 11 alunos do 3º ano e 3 alunos do 4º ano. Assim, a diferenciação pedagógica era realizada, por vezes, entre os alunos do 3º e 4º ano, sendo elaboradas tarefas diferentes para os dois anos, ou iguais, mas recorrendo a dados diferenciados, distinguindo assim o nível de exigência da tarefa atribuída ao 4º ano.

Quanto às áreas curriculares, verificou-se que existia a coadjuvância de outros docentes em todas as áreas das expressões artísticas e, ainda, na oferta pedagógica da instituição, na área das competências sociais.

A OC utilizava uma estratégia de envolvimento das famílias com a escola, ao lançar um desafio semanal para ser realizado com o apoio da família e ser devolvido no prazo de uma semana. O desafio variava quanto à área disciplinar a trabalhar, estando relacionado com os conteúdos que estavam a ser lecionados na semana em que eram enviados, ou por vezes, como revisão dos conteúdos trabalhados anteriormente.

Por fim, quanto à avaliação, esta era realizada de forma contínua e formativa, uma vez que é um dos princípios presentes no modelo pedagógico seguido pela instituição. As aprendizagens dos alunos eram avaliadas pelas listas de verificação onde estes marcavam os objetivos do currículo que atingiam no decorrer do ano letivo com a conclusão das fichas de verificação dos diversos conteúdos. No final dos períodos escolares apenas se atribuem notas sumativas, de forma qualitativa, aos alunos.

### 2.1.3. A turma

No que diz respeito à turma, o grupo era composto por 14 alunos, dos quais 6 eram raparigas e 8 rapazes. Como já referido, a turma albergava o 3º e o 4º ano, com 3 alunos pertencentes ao 4º ano e 11 ao 3º ano de escolaridade. Todos os alunos eram de nacionalidade portuguesa e possuíam o português como língua materna. Os documentos disponibilizados pela OC revelaram que as famílias dos alunos pertencem à classe média/alta e todos possuem formação superior.

De forma a avaliar as competências e os conhecimentos adquiridos pelos alunos, durante o período de observação, foi realizada uma avaliação diagnóstica. Assim, recorreu-se à observação direta e participada, ou seja, às notas de campo, às conversas informais com a OC, à observação dos Planos Individuais de Trabalho (PIT) dos alunos, dos seus arquivos e listas de verificação de aprendizagens e às grelhas elaboradas para o diagnóstico inicial. Os dados recolhidos foram analisados e agrupados nas diferentes áreas curriculares, na tabela de potencialidades e fragilidades (cf. Tabela A1 – Anexo A), refletindo os resultados e a dinâmica da turma.

A turma era composta por alunos interessados pela aprendizagem em todas as áreas curriculares disciplinares e não disciplinares, que colaboravam nas tarefas propostas com entusiasmo e interesse. Porém, verificaram-se algumas dificuldades no cumprimento das regras de sala de aula, como por exemplo, estar sentado de forma correta, manter o silêncio quando a situação o exige e estar atento/concentrado. Os alunos revelaram, no entanto, uma atitude muito participativa, no que diz respeito às respostas sobre os conteúdos nos momentos coletivos e apresentaram competências de auto e heteroavaliação, como em momentos de conselho ou apresentação de produções (AP). Ainda em contexto de sala de aula, o grupo demonstrava muita vontade de trabalhar em grupo/pares, ainda que nem sempre fosse a melhor estratégia, devido à constante distração com brincadeiras.

No que respeita às vivências entre os pares, e de acordo com a OC, o grupo registava a existência de conflitos, ocorrentes sobretudo nas brincadeiras do recreio. Os alunos recorriam com frequência ao Diário de Turma para resolver os problemas que surgiam - ainda que, não utilizassem esta via em primeiro lugar, utilizando-a apenas em alternativa, recorrendo na maior parte das vezes a agressões verbais e, por vezes, físicas.

Relativamente aos conteúdos nas áreas curriculares de Português, Matemática e Estudo do Meio pode referir-se que estes se encontraram, de um modo geral, assimilados pelos respetivos alunos. No entanto, a maioria dos alunos, apresentaram dificuldades no que respeita ao desenvolvimento das competências de escrita (ortografia). Na área da Matemática foi possível verificar que os alunos recorriam, na sua maioria, a estratégias semelhantes na resolução de problemas, apresentando, também, dificuldades a nível do cálculo mental. O Estudo do Meio foi a área curricular na qual os alunos apresentaram menos dificuldades.

## 2.2. Problematização dos dados do contexto e identificação da problemática de intervenção

Após realizada a análise diagnóstica, durante o período de observação, foi possível avaliar as competências e os conhecimentos adquiridos pelos alunos.

Assim, pode referir-se que, no que toca ao Português, todos os alunos apresentavam um discurso oral coeso e bem articulado. A turma revelava gosto pela escrita de textos e posterior revisão em conjunto, apesar de todos os alunos apresentarem bastantes erros ortográficos. Em relação à área da Matemática, os alunos revelavam gosto pelas tarefas propostas, planificavam a realização de várias atividades desta área no seu PIT e traziam algumas curiosidades para apresentar em momentos de AP. Contudo nas suas resoluções apresentavam estratégias incompletas ou pouco apropriadas, revelando dificuldades na resolução de problemas. Em relação ao cálculo mental, uma dinâmica implementada pela OC, vários alunos revelavam dificuldades em conseguir encontrar estratégias para a realização do mesmo. No que respeita ao Estudo do Meio, a observação realizada nesta área incidiu apenas na realização dos projetos. Nestes momentos os alunos realizavam pesquisas e traziam informações úteis de casa, mostrando-se sempre muito motivados e interessados por aprender e encontrar novas informações sobre os temas que estavam a ser estudados. Importa referir que, nestes projetos, os temas trabalhados são temas sugeridos pelos alunos e os grupos são formados pelos alunos que apresentam, em simultâneo, a vontade de o estudar.

Após a análise das potencialidades e fragilidades apresentadas, com o apoio da OC, identificaram-se como principais fragilidades o Cálculo Mental, a Correção Ortográfica e a Gestão e Autorregulação de Comportamentos. Visando responder às problemáticas definidas e, no que concerne às estratégias globais de intervenção, o plano de ação apresentado tinha como objetivos: (i) dar continuidade ao trabalho realizado pela OC, com a turma, relativamente aos conteúdos, e promover a melhoria das competências de autorregulação cooperada dos comportamentos dos alunos, através da implementação de algumas regras na leitura do Diário de Turma, da utilização mais eficaz da ata e da promoção de jogos cooperativos em recreio; (ii) promover o desenvolvimento do cálculo mental dos alunos, através da partilha e apropriação de novas estratégias de cálculo, bem como (iii) promover a melhoria da competência ortográfica, recorrendo a estratégias como a revisão de textos, individual, a pares e em coletivo, bem como a construção de uma grelha de registo dos erros ortográficos mais frequentes na escrita dos alunos.

De modo a proporcionar aos alunos momentos e aprendizagens que colmatassem a fragilidade do cálculo mental e a sua explicitação dos raciocínios, tentou-se dinamizar, atividades que potenciassem este tipo de cálculo e de explicitação. Assim, deu-se continuidade à utilização da tira de cálculo mental utilizada pela OC, sendo implementada, por algumas vezes, uma nova, idealizada pelo par de estágio. Foram também realizados jogos de cálculo mental e solicitada a explicitação dos raciocínios dos alunos em todas as tarefas de matemática. Uma vez que, para que ocorra o desenvolvimento de diversas estratégias de cálculo mental,

> é fundamental que o professor crie situações propícias a tal e que promova, também, momentos de discussão em grande grupo, em que os alunos podem explicar as estratégias utilizadas. Este momento ajuda-os a apropriarem-se de outras estratégias utilizadas pelos colegas e ensina-os a escolherem quais são as mais convenientes para cada situação.
>
> (Teixeira & Rodrigues, 2017, p. 210)

Foram também promovidos momentos de partilha de estratégias que se tencionavam realizar mais vezes do que o que efetivamente se realizaram. Para além destas estratégias, e também por fazer parte do estudo de um dos elementos do par, foram ainda promovidos apoios durante o momento de TEA a todos os alunos que quisessem trabalhar e potenciar as suas estratégias de cálculo mental. A única estratégia definida no PI do par de estágio que acabou por não ser realizada foi a afixação das estratégias utilizadas e partilhadas em sala de aula. Concluiu-se que as estratégias utilizadas não surtiram totalmente o efeito desejado. Pois, ainda que os alunos se tenham mostrado interessados em diversificar as suas estratégias e partilhá-las com o grupo, estes momentos de partilha acabaram por não se realizar na quantidade idealizada e por isso não se verificou o efeito pretendido nesta estratégia. Contudo, os alunos começaram a demonstrar melhor as suas estratégias mesmo na resolução dos problemas em TEA e a tentar explicitar os seus raciocínios sempre que lhes era solicitado e isso é claramente uma evidência de que com mais tempo e mais momentos de partilha os resultados deste objetivo seriam outros. Assim, constatou-se que o momento de partilha se verificou uma estratégia positiva.

A escola apresenta um importante papel na criação de condições, não só de produção escrita, como também no acompanhamento dessa mesma produção e no trabalho posterior da mesma, "no sentido de promover nos alunos progressivas tomadas de consciência das estruturas e funcionamento da linguagem escrita" (Santana, 2007, p.72). Posto isto, e relativamente ao 2º Objetivo Geral (OG), pode referir-se que a correção ortográfica foi trabalhada através dos diversos momentos de melhoramento, revisão e produção textual, numa tentativa de que os alunos se familiarizassem com os seus próprios erros e com os dos colegas para que todos se pudessem apropriar da generalidade dos erros dados pelo grupo e autocorrigir-se. Realizou-se, ainda, com a turma, uma atividade de autorreconhecimento dos erros encontrados na sua escrita, na qual os alunos, com uma tabela com os diversos tipos de erros ortográficos, analisaram os seus próprios textos e encontraram os erros mais frequentes na sua escrita. Relativamente a estas estratégias constatou-se que, apesar de continuarem a dar erros, a quantidade de erros ortográficos, evidenciados nos cadernos de TEA dos alunos, foi reduzida. Através dos diversos feedbacks que também foram dados aos alunos, aquando da correção dos cadernos e dos textos construídos e corrigidos com os mesmos, percebeu-se que estes passaram a reconhecer os erros que davam mais frequentemente e assim conseguiram autocorrigir-se, eliminando alguns deles. Desta forma, consideraram-se positivas as estratégias utilizadas para a apropriação e autocorreção dos erros pelos alunos.

Com vista a cumprir o 3º OG foram adotadas diversas estratégias como: atividades dinamizadas através do trabalho cooperado a pares, em pequeno e grande grupo, com a maioria das atividades a serem realizadas nestas modalidades; uma pequena parte do tempo de recreio foi adotado para jogos cooperativos com as professoras estagiárias, uma vez que, “enquanto os alunos trabalham juntos, conhecem-se melhor, estreitam as relações e tornam-se mais amigos” (Lopes et al., 2018, p. 17). Desta forma, tentou-se fortalecer o espírito de comunidade entre os alunos, pois uma turma organizada numa comunidade de aprendizagem, trabalha de forma cooperativa, “onde todos interagem e têm, portanto, responsabilidades compartilhadas” (Rogoff et al., citado por Mestre, 2021, no prelo, p. 2).

A gestão do conselho cooperativo foi também alterada, passando as professoras a ajudar o presidente e o secretário, na aquisição de uma maior autoridade no conselho para que este ocorresse de forma mais ágil. A leitura do Diário de Turma foi reorganizada, mas apenas nas três últimas semanas de intervenção, passando a registar-se, em ata, um maior número de decisões tomadas. Para atingir este objetivo, foi ainda criado um guia da resolução de problemas com os passos necessários para resolver os conflitos, de forma que os alunos não recorressem apenas ao diário de turma ou à agressão verbal ou física. Quanto a estas estratégias pode referir-se que careciam de um maior tempo de aplicação. No entanto, pode afirmar-se que se verificaram menos conflitos entre os alunos e menos registos no “não gostei” no Diário de Turma. Os conselhos de turma também se tornaram um pouco mais eficientes, com uma utilização mais eficaz da ata e uma participação mais focada de todos os intervenientes.

Foram ainda utilizados recursos digitais para criar atividades interessantes, motivadoras e de aprendizagem para os alunos, como é o exemplo dos desafios da semana realizados na plataforma Wordwall.

Por fim, quanto à evolução das aprendizagens de conteúdos realizadas pelos alunos, pode referir-se que a maior parte dos conteúdos lecionados pelo par de estágio, durante o período de intervenção, foi apreendido de forma gradual e sistemática, com exceção do conteúdo do cálculo das áreas.

# 3. PRÁTICA DESENVOLVIDA NO CONTEXTO DE 2º CEB

## 3.1. Caracterização do contexto

### 3.1.1. A instituição

A prática educativa do 2º CEB decorreu numa escola pública situada na área metropolitana de Lisboa, sendo esta uma das cinco escolas que integram o Agrupamento. Este Agrupamento de escolas encontra-se inserido no programa Territórios Educativos de Intervenção Prioritária (TEIP), "que tem como objetivo corporizar o cumprimento da escolaridade obrigatória num modelo integrado de funcionamento vertical e horizontal" (Projeto Educativo do Agrupamento (PEA), s.d., p. 5).

O referido Agrupamento tem como missão a contribuição para "o desenvolvimento integral das crianças e jovens das suas escolas" criando condições favoráveis quer ao desenvolvimento de competências que levem ao sucesso, quer à "transmissão de conhecimentos e de experiências facilitadoras" da integração ativa e adaptada destas crianças numa sociedade em constante mudança (PEA, s.d., p. 7). Neste sentido, o agrupamento segue os princípios e valores inerentes à promoção nos jovens da "interiorização das regras fundamentais de convivência em comunidade", tendo como referência o Respeito por si e pelos outros, o Desenvolvimento Pessoal e Social e a Cooperação (PEA, s.d., p. 8).

### 3.1.2. Ação pedagógica dos Orientadores Cooperantes

Tomando como fontes de dados as notas de campo, a análise documental, as entrevistas realizadas aos OC, as conversas informais com os mesmos e, ainda, a observação das práticas educativas destes docentes, conseguiu-se recolher informação a cerca das suas práticas, bem como sobre o seu percurso até chegar a este estabelecimento de ensino.

Deste modo, pode dizer-se que, no geral, na prática dos quatro OC's, o método de ensino privilegiado é a exposição oral dos conteúdos, utilizando usualmente uma estratégia de questionamento constante aos alunos. Os professores têm o hábito de resolver os problemas em conjunto com os alunos, solicitando que registem os conceitos mais importantes do caderno diário, sendo as aulas muito baseadas na utilização do manual e da sua sequenciação.

No entanto, dois dos OC's destas turmas mencionaram utilizar estratégias mais dinâmicas, recorrendo a powerpoint's, vídeos e exercícios interativos do manual digital, com o intuito de manter os alunos mais motivados e interessados. A OC de CN do 6ºA, e Diretora de turma desta turma, fez referência à sua ação como utilizando "o tradicional combinado com o inovador. Ou seja, exponho os conteúdos através de PowerPoint e Vídeos." (OC 6ºA, 2021). A docente refere ainda que, habitualmente, pede "aos alunos (em grupos) para fazerem a exploração de um tema e depois apresentar (este ano e no ano passado não foi possível devido à pandemia)" (OC 6ºA, 2021).

Em termos de regulação comportamental, o OC de Matemática referiu que utiliza como estratégia o "Dialogo positivo e [motivacional]" (OC 6ºB, 2021), enquanto os restantes OC's corrigiam os alunos chamando-os à atenção durante as aulas quando estes não cumpriam alguma das regras. A outra OC de Matemática apresentou, ainda, uma postura mais firme com os alunos, revisitando, neste caso, as regras de aulas online, diversas vezes para que estes as conseguissem interiorizar.

Quanto à avaliação, esta foi realizada de forma contínua e formativa, uma vez que existiam diretrizes do agrupamento para que a avaliação fosse realizada desta forma. No entanto, o OC de Matemática do 6ºC referiu que, habitualmente, realiza a avaliação dos alunos através de "Testes sumativos/ Fichas formativas/ Avaliações orais em contexto de aula" (OC 6ºB, 2021).

### 3.1.3. As turmas

As duas turmas observadas frequentavam o 6º ano. A observação em E@D dificultou a recolha de informação referente aos alunos e às suas potencialidades, dado que não foi possível observar a interação de todos os alunos durante as aulas. Deste modo, as informações recolhidas junto dos OC, tornaram-se fundamentais pois permitiram a recolha de informação mais concreta sobre os alunos que não foi possível através da observação direta.

A turma do 6º A é composta por 19 alunos (17 a participar de forma assídua nas aulas síncronas): 7 do sexo masculino e 12 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 11 e os 18 anos. Nesta turma existem alguns alunos repetentes, e para dois deles, estavam previstas medidas seletivas de adaptações curriculares não significativas, ou seja, com simplificação das questões nas fichas de avaliação, ou mais tempo para que as possam realizar, etc.

A turma do 6º B é composta por 17 alunos, 10 do sexo masculino e 7 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 11 e os 14 anos. Na referida turma existem 6 alunos aos quais foi atribuído o escalão A e 7 alunos com o escalão B. Existem nesta turma vários alunos repetentes, três deles no sexto ano, mas vários com retenções em anos anteriores. Dois alunos da turma têm previstas medidas seletivas de adaptações curriculares não significativas, com a realização de fichas com mais tempo disponível ou de forma mais simples e, ainda, uma outra aluna com diagnóstico de Epilepsia para a qual estão previstas medidas seletivas de adaptações curriculares significativas, ou seja, com avaliações mais simples compostas por exercícios para ligar conceitos, pintar, etc. Segue-se organizada na Tabela 1. a caracterização de ambas as turmas.

**Tabela 1.**
*Caracterização das Turmas.*

| | Turma | |
|---|---|---|
| | **6ºA** | **6ºB** |
| **Matemática** | • Interesse pelos conteúdos<br>• Equilíbrio na rapidez e domínio de conteúdos de aprendizagem<br>• Pouco confiantes dos seus conhecimentos | • Dificuldades na aquisição de conhecimentos, devido à falta de compreensão da língua<br>• Pouco participativos<br>• Maior parte dos alunos não revelam interesse nas aulas. |
| **Ciências da Natureza** | • Interesse pelos conteúdos<br>• Falta de compreensão a nível do vocabulário científico e de conceitos<br>• Vocabulário científico reduzido | • Interesse pelos conteúdos<br>• Fraca compreensão a nível linguístico<br>• Vocabulário científico reduzido<br>• Mais regulados em termos comportamentais nestas aulas<br>• Mais participativos |
| **Competências Transversais** | • Participativos<br>• Recetivos a novas atividades<br>• Bastante autónomos<br>• Preguiçosos e distraídos<br>• Respeito pelas regras de sala de aula<br>• Aproveitamento globalmente satisfatório | • Muito conflituosos<br>• Desrespeito pelas regras de sala de aula<br>• Participação desadequada;<br>• Aproveitamento Satisfatório<br>• Comportamento Insatisfatório, muitas faltas disciplinares<br>• Pouco acompanhados por parte dos E.E. |

*Nota.* Fonte própria.

## 3.2. Problematização dos dados do contexto e identificação da problemática de intervenção

De forma a avaliar as competências e conhecimentos adquiridos pelos alunos, foi realizada, pelo par de estágio, uma avaliação diagnóstica.

Incidindo na tabela de caracterização das potencialidades e fragilidades do 6ºA (cf. Tabela B1 – Anexo B), as dificuldades mais sentidas foram, a falta de compreensão a nível do vocabulário científico e de conceitos e o vocabulário científico que se apresentou bastante reduzido. No entanto, a turma revelou uma atitude bastante participativa e recetiva a novas atividades.

Por outro lado, na turma do 6ºB (cf. Tabela B2 – Anexo B), o não cumprimento das regras das aulas síncronas, a participação desadequada ou pouco pertinente, e a fraca compreensão a nível linguístico e vocabulário científico reduzido, parece terem dificultado a aprendizagem de conteúdos por parte dos alunos.

Para além disso, identificou-se como fragilidade do contexto a pouca utilização dos meios tecnológicos que, embora os alunos não os tivessem em grande quantidade – pois nem todos dispunham de computador até a escola os fornecer – se verificaram como uma potencialidade no contexto de E@D em que nos encontrávamos, como forma de conseguir manter os alunos mais interessados e motivados para a aquisição de conteúdos e conhecimentos.

Assim, partindo das características da ação dos OC e das fragilidades encontradas, considerou-se pertinente promover uma participação mais ativa dos alunos durante as aulas síncronas e um aumento do seu vocabulário científico. Portanto, visando responder a estas fragilidades foram formulados dois OG: **i) "Desenvolver competências de participação ativa"** e **ii) "Desenvolver um vocabulário científico significativo"**. Foi também tido em consideração o meio onde é inserida a escola e os alunos que compõe as duas turmas, tomando a consciente decisão de definir objetivos realizáveis e concretos.

Durante o período de intervenção, no 2º CEB adotaram-se diversas estratégias, tendo sempre como objetivo a melhoria das aprendizagens e do ensino dos alunos.

De modo que se conseguisse proporcionar uma maior participação dos alunos durante o período de intervenção foi adotada uma técnica de questionamento constante e direcionado em todas as aulas, tanto de Ciências Naturais, como nas de Matemática, em ambas as turmas, ainda que numa delas esta falha fosse notada de forma menos significativa. Durante os momentos de questionamento, os alunos eram selecionados de forma que não fossem sempre os mesmos a ser questionados ou dar-se a oportunidade e liberdade de resposta.

Outra medida implementada pelo par, foi a realização de um glossário de turma na disciplina de Ciências Naturais, realizado *a posteriori*, utilizando os conceitos que os alunos foram registando ao longo das aulas e compilando-os num só documento na última aula, para ficarem com o registo completo, caso não o tivessem realizado no decorrer do tempo de intervenção.

Neste período existiu, ainda, uma avaliação diferenciada para a aluna Margarida (nome fictício), da turma do 6ºB, uma vez que esta carece de medidas seletivas de adaptações curriculares significativas. Assim, pode dizer-se que esta aluna realizou tarefas diferenciadas nas aulas de matemática, ainda que nas aulas de Ciências Naturais, a diferenciação realizada tenha sido apenas na sua avaliação final, uma vez que os conteúdos trabalhados foram sempre os mesmos da turma.

O par tentou sempre aplicar estratégias utilizando recursos digitais de modo que o processo de ensino aprendizagem se mostrasse mais interessante e desafiador para os alunos. Foram utilizados, para ambas as áreas, diversos materiais como: vídeos explicativos, PowerPoint's com espaços em branco necessitando das respostas dos alunos, bem como Quizizz's que serviram, também, como momentos de avaliação.

Quanto à avaliação dos alunos, esta foi condicionada pela modalidade de E@D, pois existiam diretrizes do agrupamento que condicionaram a mesma, permitindo apenas uma avaliação formativa. Contudo, por solicitação dos OC, foram atribuídas notas quantitativas aos alunos, que surgiram da avaliação dos diversos Quizizz's realizados, bem como dos dados recolhidos ao longo da intervenção, onde se verificaram algumas evoluções nas aprendizagens dos alunos.

# 4. ANÁLISE REFLEXIVA DA PRÁTICA DESENVOLVIDA NO 1º E NO 2.º CEB

Na formação inicial de professores é fundamental que os estudantes experienciem situações de intervenção pedagógica em contexto de sala de aula, acompanhando essa intervenção com uma reflexão que a sustente. Deste modo, e uma vez descritas as práticas pedagógicas desenvolvidas tanto no 1º como no 2.º CEB, é essencial analisar e refletir, de forma fundamentada, sobre essas mesmas práticas.

Ao comparar-se as duas práticas é possível evidenciar que ambas foram significativamente distintas, uma vez que ambas foram realizadas em contextos muito diferenciados. A prática de 2º CEB foi realizada em contexto de E@D, enquanto a prática de 1º CEB foi realizada presencialmente. No entanto, é também importante lembrar que os anos de escolaridade correspondentes – 3º/4º e 6º ano – eram também distintos, com alunos de faixas etárias bem diferentes e com níveis de desenvolvimento desiguais.

Também diferente foi o método de ensino em que as duas práticas se apoiavam, uma vez que a prática de 2º CEB se baseou num método mais tradicional de ensino e, consequentemente, mais centrado no professor, criando nos alunos uma relação de dependência das escolhas e estratégias por este definidas. Enquanto a prática de 1º CEB se ancorava no MEM, onde o papel do professor se apresenta como um mediador e orientador dos alunos, onde estes se tornam os principais agentes do seu processo de ensino-aprendizagem.

No que concerne às principais diferenças sentidas, pode afirmar-se que a maior delas foi ao nível da aquisição de conteúdos, onde se sentiu uma maior dificuldade neste processo por parte dos alunos do 6º ano. Neste aspeto era expectável que os alunos mais velhos fossem capazes de mostrar um maior nível de desenvolvimento e de aquisição de conhecimentos, por se encontrarem num nível de desenvolvimento superior aos alunos do 3º ano. No entanto, foi percetível no decorrer das duas intervenções que foram estes alunos que demonstraram uma maior dificuldade na aquisição dos conteúdos. Esta dificuldade pode ser apontada como tendo várias causas, sendo elas, a diferença na modalidade de ensino em que a intervenção se realizou, o estatuto sócio económico dos próprios alunos, significativamente diferente, ou ainda pelo facto de vários dos alunos destas turmas serem repetentes, ainda que muitos tivessem ficados retidos em anos anteriores e não no 6º em que estariam agora pela primeira vez. Uma retenção não ajuda os alunos com dificuldades, uma vez que os efeitos da repetência "mostram que em regra geral os alunos fracos que recomeçam o mesmo ano progridem menos que os alunos fracos que são promovidos" (Crahay, 2007, p. 181). E talvez por isso, estes tivessem demonstrado maiores dificuldades na aquisição de conteúdos.

Dado que os alunos vinham de um ano letivo (2019/2020) em que estiveram em casa, sem aulas e depois com um ensino na modalidade de E@D, novo, tanto para alunos como para docentes, já se esperava que a aquisição de conteúdos estivesse afetada, no entanto nunca se pensou que a diferença entre os dois ciclos fosse tão evidente. O nível do desempenho linguístico pode também ter sortido efeito numa maior dificuldade de aquisição de conhecimentos por parte dos alunos do 6.º ano, uma vez que a maioria dos alunos do 2.º CEB não tinham o português como língua materna, ao contrário dos alunos do 1º CEB.

Outra diferença sentida entre os dois níveis de ensino foi ao nível da autonomia, uma vez que se verificou uma maior autonomia por parte dos alunos do 1º CEB. Este facto pode verificar-se devido à intervenção ter sido realizada no contexto presencial, o que torna mais fácil visualizar esse aspeto do que na modalidade de E@D, embora a autonomia menos desenvolvida fosse mencionada diversas vezes pelos OC's dos alunos do 2º CEB. A autonomia, apresentada pelos alunos do 1.º CEB, possibilitou uma maior diferenciação pedagógica, uma vez que também no modelo pedagógico utilizado estão previstos momentos que possibilitam o acompanhamento individual dos alunos que dele necessitam.

Miranda (2008) refere que "a interação professor-aluno ultrapassa os limites profissionais e escolares, pois é uma relação que envolve sentimentos e deixa marcas para toda a vida" (p. 2). A autora evidencia que as relações criadas entre professor e aluno devem sempre privilegiar a comunicação e a afetividade entre ambos. Refletindo sobre o relacionamento com os alunos, pode afirmar-se que as relações criadas com estes são sempre diferentes de turma para turma. No entanto, o ensino presencial mostrou-se uma mais-valia neste aspeto. Pode, então, afirmar-se que a relação com os alunos do 1º CEB, foi mais próxima e afetiva, ao contrário do ocorrido com os alunos das turmas no estágio do 2º CEB, dado o facto de este estágio ter sido realizado em E@D. Assim, sentiu-se que o facto de se estar presencialmente, rir e brincar com os alunos ajudou na construção de uma melhor relação de confiança com os alunos do 1º CEB, tendo essa relação influência na sua aprendizagem. Ainda que, se ambas as práticas tivessem sido presenciais, provavelmente esta relação afetiva teria sido diferenciada na mesma, uma vez que no 1.º CEB o tempo de contacto com os alunos é superior se comparado com o que ocorre no 2.º CEB.

As duas práticas foram realizadas de forma distinta, deste modo, e considerando Hockly (2012), que refere que a melhor utilização de uma ferramenta digital acontece quando esta é facilitadora do processo de ensino-aprendizagem, sendo o envolvimento ativo fundamental tornando a aprendizagem mais eficiente. Relativamente às ferramentas utilizadas, importa mencionar que, pelo facto de o primeiro estágio realizado ter sido no 2º CEB, na modalidade de E@D, possibilitando o contacto com diversas ferramentas tecnológicas facilitadoras da prática educativa, foi possível transportar algumas destas ferramentas para o segundo estágio e utilizar alguns destes meios para criar atividades interessantes, motivadoras e de aprendizagem para os alunos, como foi o exemplo dos desafios da semana realizados na plataforma Wordwall. Esta experiência mostrou-se como um aspeto positivo na medida em que proporcionou a aquisição de ferramentas e competências facilitadoras de aprendizagens, que nos prepararam para a eventualidade de, no futuro, voltarmos a esta modalidade de ensino.

Ainda sobre ambas as práticas, pode referir-se como um aspeto menos positivo da prática de 1º CEB, o reduzido tempo de estágio. Pelo facto de ser trabalhadora-estudante, sendo sempre difícil realizar o tempo completo. Facto que não teve influência na prática do 2º CEB, uma vez que todas as aulas se realizavam no período da manhã sendo possível estar presente em todas elas.

Olhando os aspetos positivos e menos positivos referentes ao meu desenvolvimento como docente nos dois períodos de intervenção, posso destacar a boa relação com todos os intervenientes neste aspeto – com o meu par de estágio, com os OC's e com os docentes tutores - um aspeto que foi essencial no decorrer de toda a UC, para que esta se realizasse da melhor forma possível. Neste aspeto, e sendo que o principal objetivo dos períodos de estágio é o de o aluno evoluir no sentido de se tornar um professor, o facto de se criar uma relação afetiva com todos os intervenientes atua como um ponto facilitador desta aprendizagem. Pode ainda mencionar-se que todos os feedbacks dados pela equipa de OC's e tutores foram essenciais, ajudando o par de estágio a perceber os seus erros e a corrigi-los tornando-se, assim, melhores profissionais.

Assim, realizando uma curta autoavaliação do percurso educativo em ambas as práticas, pode afirmar-se que, em ambos os estágios, foi adotada uma postura correta, procurando sempre colmatar as falhas, questionando os OC, os tutores e o par de estágio sobre o que se poderia fazer diferente. Desta forma, tentou-se minimizar as inseguranças sentidas, mesmo quando eram lecionados conteúdos com os quais existia menos à vontade. A reflexão constante é essencial para um docente pois, refletindo sobre as dificuldades sentidas nas estratégias utilizadas, cria-se um modo para as poder ultrapassar no futuro.

Por fim, refletindo sobre as práticas pode considerar-se que as criticas recebidas no decorrer da intervenção pedagógica, por parte dos OC, foram sempre entendidas como construtivas e aceites da melhor forma. No entanto há a consciência de que continuam sempre a existir aspetos a melhorar.

# PARTE II

# 5. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

O presente estudo, subordinado ao tema *do raciocínio matemático de generalização*, emergiu no contexto da PES II do 2º ano do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, mais especificamente, na prática realizada no contexto de 1º CEB.

O Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al, 2017) evidencia a importância de fornecer aos alunos as competências necessárias para serem cidadãos aptos para um mundo em constante mudança.

Uma vez que, "as competências na área de Raciocínio dizem respeito aos processos lógicos que permitem aceder à informação, interpretar experiências e produzir conhecimento." (p. 23), é esperado que os alunos ao desenvolverem o seu raciocínio desenvolvam, também, competências que lhes permitam "encontrar respostas para uma nova situação, mobilizando o raciocínio com vista à tomada de decisão, à construção e uso de estratégias e à eventual formulação de novas questões" (p. 23).

Privilegiando o critério de afetividade do investigador com o objeto de estudo, uma vez que este resulta de uma motivação pessoal da investigadora (Sousa & Baptista, 2011), a escolha deste tema baseou-se no facto de, como aluna, ao longo de toda a formação académica, ter sentido várias vezes dificuldades em explicitar o meu raciocínio em diversas questões, sendo muitas vezes difícil explicar matematicamente o meu pensamento da forma mais adequada e percetível. Este tema foi escolhido por acreditar que o raciocínio e a explicitação de raciocínios devem ser desenvolvidos com os alunos, logo a partir dos primeiros anos de escolaridade, de forma que estes "desenvolvam capacidade de abstração e generalização" (Ministério da Educação, 2018, p. 2) e sejam capazes de "compreender e elaborar raciocínios lógicos e outras formas de argumentação matemática" (Ministério da Educação, 2018, p. 2). Neste sentido, é esperado que ainda no 1º CEB os alunos possam adquirir o vocabulário e linguagem próprios da Matemática, bem como desenvolver a capacidade de comunicação Matemática, desenvolvendo competências que lhes permitam "descrever, explicar e justificar oralmente e por escrito, as suas ideias, procedimentos e raciocínios" (Ministério da Educação, 2018, p. 3). Estas competências revelam-se essenciais na potenciação das aprendizagens de qualquer aluno que pretenda obter um bom aproveitamento escolar, pois, são estas competências que fazem com que os alunos consigam definir e mobilizar estratégias adequadas para investigar e responder às questões iniciais, analisando criticamente as conclusões a que chegam, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (Martins et al., 2017).

No desenvolvimento destas competências, os alunos devem utilizar "modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo" (Martins et al., 2017, p. 23).

Após a identificação da explicitação de raciocínios como uma fragilidade nos alunos, no contexto de 1º CEB, decidiu-se estudar o tema de forma mais aprofundada, privilegiando o critério da familiaridade com o tema em estudo (Sousa & Baptista, 2011).

Neste sentido, Sousa e Baptista (2011) definem o objetivo geral de uma investigação como "a principal intenção de um projeto" correspondendo "ao produto final a que o projeto quer atingir" (p. 26). Posto isto, em conformidade com o que já foi referido, surgiu como objetivo geral deste estudo: *Descrever e compreender o raciocínio matemático em alunos do 3º ano de escolaridade na resolução de problemas que envolvem a generalização.* Especificamente, pretende-se caracterizar o modo como os alunos generalizam.

Por forma a atingir o objetivo geral deste estudo definiu-se como questão problemática geral: Como se caracteriza o raciocínio de generalização mobilizado pelos alunos?

Assim, foram criadas as condições necessárias para que os alunos da turma desenvolvessem e aprimorassem o seu raciocínio através da justificação e generalização, na resolução das tarefas, através das quais se procurou, a partilha de ideias e de técnicas que ajudassem os alunos na organização do seu próprio pensamento.

Neste sentido, de modo a desenvolver a problemática escolhida, foram formuladas as seguintes questões de investigação:

Como se caracterizam as estratégias de generalização aplicadas pelos alunos?

Qual o nível da capacidade de generalização dos alunos?

Ao longo da investigação, e de forma a responder às questões de investigação foram definidos os seguintes objetivos específicos:

*1- Analisar as estratégias de generalização utilizadas pelos alunos na resolução de problemas.*

*2- Analisar o nível de generalização dos alunos.*

# 6. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

A problemática escolhida para o estudo assenta no raciocínio matemático e nos níveis e estratégias de generalização utilizadas pelos alunos. De forma a compreender-se melhor a problemática, nesta secção, é realizada uma revisão de literatura. Assim, é neste ponto que se apresenta o quadro conceptual relativo aos diferentes conceitos que dizem respeito ao tema em estudo, com o objetivo de delimitar o problema de investigação, uma vez que, "o modo como se formula o problema é, pois, fundamental para se desenhar o caminho que se há de tomar em termos de metodologia de pesquisa" (Amado, 2014, p. 119).

O quadro conceptual, apresentado de seguida, é sustentado na seguinte definição de conceitos: (i) Conceito de Raciocínio Matemático, onde são apresentados os diferentes tipos e processos de raciocínio; e o (ii) Conceito de Generalização, apresentando os níveis de generalização que os alunos podem evidenciar neste ano de escolaridade, bem como as diferentes estratégias que podem ser utilizadas, em conformidade com o referencial apresentado por Barbosa (2009) e Mestre (2014).

## 6.1. Definição do Conceito de Raciocínio Matemático

O Raciocínio Matemático é considerado no programa de Matemática do Ensino Básico homologado em 2007 como uma vertente transversal essencial no ensino da Matemática, sendo no programa em vigor mencionado que este se refere a uma capacidade estrutural indispensável ao cumprimento dos objetivos definidos no programa (Ponte et al, 2007; Ministério da Educação, 2013).

Deste modo, a capacidade de raciocinar apresenta-se como uma habilidade elementar para a compreensão matemática, envolvendo tanto os processos como a explicitação e justificação das ideias dos alunos (NCTM, 2007, citado por Santos & Fonseca, 2019). Assim, o raciocino matemático deve ser considerado como um hábito mental que requer um desenvolvimento de forma consistente nos mais diversos contextos (Fonseca, 2018). Este deve ser aliado à realização de tarefas desafiantes para os alunos e a discussões coletivas sobre a sua resolução (Ponte, Mata-Pereira & Quaresma, 2013).

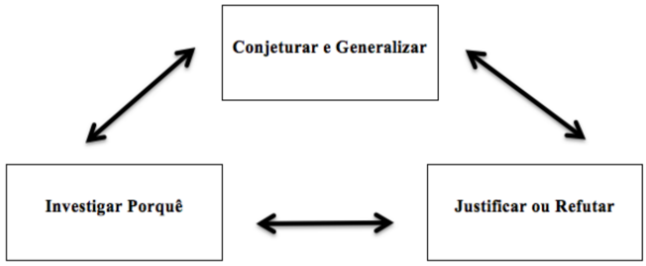
Neste sentido, os autores Jeannotte e Kieran (2017), Stylianides (2009, citado por Araman & Serrazina, 2020) e Mata-Pereira e Ponte (2018, citados por Araman & Serrazina, 2020), afirmam que o raciocínio matemático pode ser compreendido como um processo de comunicação com os outros e consigo mesmo, que possibilita inferir enunciados matemáticos partindo de outros enunciados matemáticos, ou seja, utilizando informação matemática já conhecida para a obtenção de novo conhecimento ou conclusões, justificadamente. Concordando com os autores referidos, raciocinar é a obtenção de conclusões baseadas em evidências ou assunções prévias (NCTM, 2007, citado por Santos, & Fonseca, 2019).

Assim, é fundamental que o raciocínio matemático seja promovido nos alunos em sala de aula pois, todas as aulas onde os alunos possam expressar os seus pensamentos, tentado explicá-los e justificá-los, constituem um ambiente propício ao desenvolvimento do seu raciocínio matemático, sendo o questionamento uma das ações essenciais do professor para esse efeito (Araman, Serrazina & Ponte, 2020). De acordo com o Ponte et. al (2007), no 1º CEB, "o desenvolvimento do raciocínio é promovido suscitando a explicação de ideias e processos, a justificação de resultados e a formulação e teste de conjeturas simples por parte dos alunos" (p. 29).

## Processos de Raciocínio

Os processos de raciocínio matemático, referidos por Mata-Pereira e Ponte (2017) incluem a formulação de questões e estratégias de resolução, a formulação e testagem de generalizações e outras conjeturas, bem como a sua justificação. Enquanto Lannin, Ellis e Elliot (2011, citados por Araman, Serrazina & Ponte, 2020) "compreendem o raciocínio matemático como o processo conjunto de conjecturar, generalizar, investigar porquê, argumentar e refutar se necessário." (p. 443). Na figura 1 apresenta-se a formulação do modelo de raciocínio apresentado por Lannin et al. (2011, citado por Mestre, 2014).

**Figura 1.**
*Modelo do processo de raciocínio (Lannin et al., 2011).*




*Nota.* Retirado de Mestre, 2014, p. 18.

Por sua vez, Jeannotte e Kieran (2017) identificam no raciocínio matemático dois aspetos diferenciados, sendo eles ***a estrutura***, onde os autores apresentam três formas possíveis – a dedução, a indução e a abdução - e ***o processo*** de raciocínio, onde são identificados oito processos que incluem "a procura de semelhanças e diferenças, envolvendo generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar e classificar; os processos relativos à validação são justificar e provar; e a exemplificação, que dá suporte aos outros processos" (p. 7). No entanto, na perspetiva destes autores, a estrutura e o processo de raciocínio são dois modos de pensar o raciocínio matemático que se relacionam, uma vez que as "estruturas são parte do aspecto de processo do raciocínio matemático e os processos contribuem para a construção dessas estruturas" (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 7).

### 6.1.1. Tipos de Raciocínio Matemático

Na literatura, são mencionados por diversos autores apenas dois tipos de raciocínio, o *dedutivo* e o *indutivo*, referindo-se assim à estrutura mencionada anteriormente por Jeannotte e Kieran (2017).

O *raciocínio dedutivo*, corresponde à evocação do conhecimento pré-existente para atingir uma determinada conclusão. Este trata-se de um raciocínio "lógico, formal e diretamente relacionado com as demonstrações de lógica, que se vai desenvolvendo do geral, para o particular" (Santos & Fonseca, 2019, p. 289). Neste tipo de raciocínio a conclusão mostra-se como essencial na validação do conhecimento (Oliveira, 2002, citado por Esteves, 2013).

O *raciocínio indutivo*, parte essencialmente de observações e vai construindo as conjeturas que terão de ser testadas (Santos & Fonseca, 2019). Partindo deste tipo de raciocínio são construídas conclusões gerais através da análise de alguns casos particulares (Esteves, 2013), ou seja, este é um raciocínio que se inicia no particular e vai sendo expandido para o geral, contrariamente ao raciocínio dedutivo, este pode conduzir a conclusões erradas ainda que parta de hipóteses verdadeiras (Ministério da Educação, 2013). Neste tipo de raciocínio, a criação de conhecimento é habitualmente assente em analogias, nas quais a compreensão de novos conceitos se dá partindo da sua comparação com conceitos já existentes no aluno (Santos & Fonseca, 2019).

No entanto, como referido também por Jeannotte e Kieran (2017), Peirce (1958, citado por Barbosa 2009) divergiu desta abordagem, geralmente utilizada, propondo uma terceira forma de raciocínio, o *abdutivo*. Assim, na perspetiva deste autor, a *dedução* corresponde à "demonstração da validade de uma determinada propriedade" (p. 65), a *indução* mostra que "uma propriedade é efectivamente operativa" (p. 65) e a *abdução* apresenta "a função de meramente sugerir que uma propriedade poderá ser verdadeira" (p. 65). Assim, seguindo esta ideia "a abdução pode ser vista como algo prévio à indução e à dedução que têm, posteriormente, funções confirmatórias e analíticas, respectivamente" (Barbosa, 2009, p. 65). Em resumo, e de acordo com Barbosa (2009), "a abdução cria, a dedução explica e a indução verifica" (p. 66). Assim, estas três formas, em conjunto, proporcionam uma visão mais completa do processo de generalização (Barbosa, 2009).

## 6.2. Definição do Conceito de Generalização

A generalização é, então, uma capacidade inerente ao pensamento matemático que desempenha um papel fundamental na atividade de qualquer matemático, sendo um objetivo essencial no ensino e aprendizagem da matemática, "tanto como um processo como um produto" (Barbosa, 2009, p. 59), uma vez que é através deste que o aluno consegue construir novo conhecimento, potenciando, desta forma, a aprendizagem.

Segundo Radford (2006, citado por Barbosa, 2009), a generalização apresenta-se como "um instrumento didáctico que não pode contornar a problemática da validação, sendo fundamental que os alunos formulem explicações que fundamentem a validade das suas generalizações." (p. 63). Este é, normalmente, um processo gradual e não imediato, iniciando-se em tentativas que conduzam à compreensão dos factos observados, à realização de analogias e à testagem de casos especiais (Polya, 1965). O processo de generalizar encontra-se, assim, relacionado com a identificação de padrões comuns a diversificadas situações e a tentativa de expressá-los verbal ou simbolicamente, uma vez que "generalizar envolve o estabelecimento de conexões e a sua caracterização numa afirmação sucinta a partir da qual podem ser extraídos casos particulares através da particularização" (Barbosa, 2009, p. 63). Assim, as generalizações necessitam da validação de casos particulares de forma a poder encontrar-se um argumento que seja convincente, tendo os exemplos um papel essencial na familiarização de definições, técnicas, provas e resultados utilizados na ilustração dos passos de qualquer um deles.

Generalizar significa, então, dar continuidade à linha de raciocínio que se estende para além do caso considerado. Este processo apresenta-se como a identificação de forma explícita da regularidade entre casos, ou "elevando o raciocínio a um nível onde o foco deixa de estar nos casos ou na situação iniciais passando a centrar-se nos padrões, procedimentos, estruturas e relação entre eles" (Kaput, 1999, citado por Barbosa, 2009). Este procedimento de aplicar um argumento que se adapta a um grupo restrito de elementos, a um outro conjunto mais alargado que contém também o anterior, possibilita a definição de uma expressão direta que qualifica a propriedade identificada.

Assim, pode afirmar-se que nas perspetivas de Kaput e Radford (citados por Barbosa, 2009) o principal foco está em encontrar uma expressão geral que se verifique como uma regra que explicita a regularidade, ainda que outros autores sublinhem a importância da alternância entre o particular e o geral no decorrer do processo de generalização. Esta envolve, "por um lado, a identificação da generalidade em casos particulares, mas também a identificação de casos particulares na regra geral" (Barbosa, 2009, p. 60).

No que diz respeito à generalização algébrica de um padrão, esta assenta, na perspetiva de Radford (2006, citado por Barbosa, 2009), "na identificação de uma regularidade local que é posteriormente alargada a todos os termos da sequência", garantindo a construção de expressões que se referem aos restantes elementos da sequência, mesmo os que são apenas percetuais e não visíveis. Ou seja, generalizar um padrão algebricamente traduz-se na compreensão da regularidade identificada em alguns casos particulares, estendendo-a a todos os termos posteriores e conseguir utilizar esta propriedade comum para propor uma expressão que represente qualquer termo da sequência. A generalização de padrões tem, assim, a particularidade de obrigar o aluno a centrar a sua atenção numa possível propriedade ou relação invariável, ou seja, compreender a regularidade existente, aquilo que é comum, tomando consciência de que esta regularidade se aplica a um contexto maior (Lobato, Ellis & Muñoz, 2003; Mason, Johnston-Wilder & Graham, 2005 & Radford, 2006, citados por Barbosa, 2009).

Nos níveis mais elementares de escolaridade, o objetivo do docente deve ser sempre o de preparar tarefas de generalização com o principal objetivo de desenvolver nos alunos a capacidade de generalizar partindo de casos particulares, onde estes devem expressar a generalização através de métodos que tenham para si significado "e que sejam válidos do ponto de vista da prática instrucional, como é o caso do pensamento visual" (Barbosa, 2009, p. 69).

### 6.2.1. Níveis de Generalização

Várias são as distinções dos tipos e níveis de generalização presentes na literatura, Barbosa (2009) e Mestre (2014), apresentam quadros teóricos com diversos autores que expõem diferentes categorizações para estes níveis. Deste modo será utilizada, neste estudo uma adaptação desses quadros teóricos que, importa aqui referenciar.

Quanto à generalização, Dörfler (1991, citado por Barbosa, 2009) distingue a generalização entre ***empírica*** e ***teórica***. A primeira corresponde ao reconhecimento de características, elementos ou qualidades partilhadas ou comuns aos objetos analisados. E, a segunda considerada "simultaneamente intencional e abrangente" (p. 60) emergindo das "relações invariantes ou recorrentes que derivam da ação sobre os objetos" (Dörfler, 2008, citado por Mestre, 2014, p. 29). Enquanto Harel e Tall (1991, citados por Barbosa, 2009) ramificam a generalização em três categorias:

> (1) expansiva, quando o raio de aplicabilidade de um determinado esquema é expandido sem se proceder à reconstrução desse esquema; (2) reconstrutiva, quando o esquema existente é transformado, de forma a alargar o seu raio de aplicabilidade; (3) disjuntiva, quando é construído um novo esquema decorrente da mudança de contexto.
>
> (p. 61)

Por último, Stacey (1989, citada por Barbosa, 2009) diferencia este conceito em dois tipos, a ***generalização próxima*** e a ***generalização distante***, regulando os níveis pela "ordem de grandeza do termo da sequência e as estratégias que estão implicadas na sua descoberta" (p. 61). De acordo com a perspetiva da autora, a generalização diz-se ***próxima*** quando o aluno consegue, de forma rápida e eficaz, determinar um termo da sequência através de desenhos ou do método recursivo. Se pelo contrário, as abordagens descritas não permitem através do cálculo de um dado termo da sequência, a compreensão e descoberta de uma regra geral, então a generalização presente é a ***distante***.

Radford (2013, citado por Mestre, 2014) evidencia os conceitos de "indeterminação, denotação e analiticidade" (p. 31) como condições características do pensamento algébrico diferenciando-o, assim, do pensamento aritmético. Neste sentido, o autor identifica: a indeterminação como o conceito referente à presença de quantidade indeterminadas, como variáveis ou incógnitas; a denotação como o conceito que implica uma nomeação ou simbolização das quantidades indeterminadas, podendo ser utilizada nesta nomeação, a linguagem natural, signos não convencionais, gestos ou a notação alfanumérica; e, por fim, a analiticidade, que possibilita o tratamento de quantidades indeterminadas como se estas fossem conhecidas, sendo assim possível operar essas quantidades como se opera com quantidades numéricas já conhecidas. Radford (2010, citado por Mestre, 2014) refere ainda que os conceitos de indeterminação e analiticidade podem assumir diferentes formas que conduzem a diferenciados níveis de generalização, mais concretos aparecendo de forma intuitiva ou mais gerais podendo aparecer de forma mais explícita.

Tendo em conta estes conceitos, Radford (2006, citado por Barbosa, 2009) caracteriza a generalização algébrica em três níveis diferentes. O nível ***Factual*** diz respeito à generalização que não vai além da referência a casos específicos. Neste nível de generalização o aluno mantém o foco no plano concreto, realizando ações numéricas que levam "à formação de um esquema mental associado a números particulares" (p. 62). O nível ***Contextual*** é atingido quando a generalização "é expressa com base em termos mais descritivos, ( … ) sendo utilizadas referências claras ao contexto e aos objectos que o integram" (p. 62). E, por fim, o nível ***Simbólico***, quando a generalização é apresentada tendo como ponto de partida a notação algébrica (Barbosa, 2009). O mesmo autor diferencia ainda a generalização algébrica da generalização aritmética, categoria de generalização onde integra a estratégia contagem. Acrescentando ainda a indução simples como um nível de pré-generalização, onde o aluno realiza, na sua perspetiva, diversas abduções que "não resultam da identificação de uma regularidade entre as figuras", constituindo-se apenas como meros palpites (Radford, 2008, citado por Barbosa, 2009, p. 78). Interrelacionando as perspetivas de Radford (2008), Rivera e Becker (2007a) e

Mason et al. (2007), Mestre (2014) acrescenta ainda o nível de generalização global aos níveis referidos anteriormente por Barbosa (2009), caracterizando este nível de generalização com um nível que não “envolve a descrição do contexto da situação na definição da regra geral” (p. 116), ou seja, este é muito parecido ao nível contextual, mas o aluno consegue ultrapassar o contexto na definição da regra. O nível estrutural apresentado por esta autora corresponde ao nível simbólico apresentado por Barbosa (2009) mencionado por Radford (2008).

### 6.2.2. A Generalização através dos padrões de crescimento

Os padrões de crescimento podem ser definidos como “uma sequência de números ou formas que se prolonga de forma regular” (Moyer-Packenham, 2005, citado por Barbosa, 2009, p. 72), ou seja, uma sequência de números ou figuras que se vão alterando em relação ao anterior de forma previsível, mantendo alguma característica comum. Estes, para além de se apresentarem como fundamentais na transição da aritmética para a álgebra, potenciam uma grande diversidade de situações que possibilitam explorações muito ricas e diversificadas. Na exploração de tarefas escolares, os padrões de crescimento de natureza visual para a introdução à álgebra, mostram-se potenciadores da utilização de diferentes abordagens, podendo estas ser visuais ou não. Este tipo de exploração possibilita, ao aluno, recorrer a diversificadas formas de representação, uma vez que este tipo de padrões potencia o aparecimento de formas distintas de ver o padrão apresentado, oferecendo, ainda, “ao professor a oportunidade de promover a comunicação na sala de aula, com o objectivo de discutir as possíveis expressões que os alunos descobrem, e o desenvolvimento do pensamento matemático através da generalização” (Barbosa, 2009, p. 72).

Ainda que Warren et al. (2011, citado por Mestre, 2014) referiram a exploração dos padrões de crescimento como restritiva e abstrata, uma vez que na sua perspetiva “a posição de cada termo como uma das variáveis não é transparente” (p. 81), o que acaba por contribuir para que os alunos utilizem estratégias de tentativa e erro e recursivas. Na exploração deste tipo de padrões solicita-se, habitualmente, aos alunos, que consigam encontrar “uma relação entre os elementos do padrão e a sua posição e que usem esta generalização para gerar elementos noutras posições” (p. 81) e por isto, os alunos usualmente apenas continuam o padrão, identificando somente a parte que cresce, "em vez de se focarem no reconhecimento da relação entre os termos do padrão e a sua posição" (p. 81). No caso de alunos mais velhos, normalmente espera-se que estes alunos instituam uma "relação funcional entre os termos dos padrões de crescimento e a sua posição" (p.81), e que usem a generalização encontrada para criar diferentes termos para outras posições.

A utilização deste tipo de padrões é apontada por Orton e Orton (1999) e Carraher et al. (2008, citados por Mestre, 2014) como uma habitual dificuldade para os alunos, nas primeiras abordagens à álgebra. Os autores mencionam que a dificuldade dos alunos na exploração deste tipo de padrões "não se prende com a identificação da comunalidade entre alguns termos da sequência, mas na expressão de uma regra de generalização explícita" (p. 81). Contudo, mesmo que estes encontrem outros termos de uma sequência não apresentados, verifica-se que "a questão crítica é se os alunos conseguem encontrar a regra para o termo geral, ou seja, produzir a generalização" (p. 81).

### 6.2.3. Categorização das Estratégias de Generalização

A generalização de um padrão é alcançada partindo da utilização de uma estratégia que é empregue de forma a ser atingido um objetivo específico, ou partindo da aplicação de "conjunto de processos utilizados por uma ordem adequada" (Backhouse, Haggarty, Pirie & Stratton, 1992, p. 90).

De modo a compreender a forma como os alunos pensaram, ou seja, como realizaram a generalização, é fundamental analisar e categorizar as estratégias que são habitualmente utilizadas. Assim, nesta revisão de literatura apresentam-se as categorias já existentes pelas quais serão analisados os dados obtidos no presente estudo. A literatura apresenta diversas categorizações que diferem entre si, de acordo com as idades dos alunos.

Assim, Stacey (1989, citada por Barbosa, 2009), refere quatro categorias em que organizou as estratégias que encontrou na sua investigação com alunos entre os 9 e os 13 anos, sendo elas: *contagem, diferença, termo unidade* e *linear*. Na estratégia de ***contagem*** os alunos apenas contabilizavam o número total de elementos presente na imagem correspondente ao termo da sequência solicitado. A estratégia ***diferença*** correspondia à “utilização de múltiplos da diferença entre termos consecutivos” (p.74). Na estratégia ***termo unidade*** os alunos utilizavam um novo valor, múltiplo de um valor conhecido na sequência, ou seja, fixavam-se num caso particular da sequência e no número total de elementos desse caso considerando múltiplos desse número total na generalização. Nesta abordagem, os alunos assumiam implicitamente que existia uma situação de proporcionalidade direta no problema em questão. Por fim, na estratégia ***linear*** os alunos recorriam a um modelo linear de forma a encontrar a solução, ou seja, utilizando uma expressão polinomial de 1º grau.

Lannin, Barker e Townsend (2006, citados por Barbosa, 2009), centraram a sua investigação nas estratégias utilizadas por alunos do 5.º ano de escolaridade, na generalização de problemas contextualizados. Identificando também quatro categorias de estratégias: *recursiva, partição, termo unidade* e *explícita*. De acordo com os autores, um aluno utiliza um raciocínio recursivo e por isso esta estratégia sempre que este descreve uma relação ocorrida entre valores consecutivos de uma variável independente, referindo esta estratégia como muito frequente na resolução de problemas com padrões. A estratégia ***partição***, surge, também, de um raciocínio recursivo, sendo nesta estratégia o raciocínio utilizado de forma mais desembaraçada. Nesta, os alunos “seleccionam um termo conhecido da sequência e acrescentam múltiplos da diferença entre termos consecutivos até obter o elemento pretendido” (p. 75). Também estes autores referiram a estratégia ***termo unidade***, tendo como referência o mesmo modo de pensar apresentado por Stacey (1989, citado por Barbosa 2009), acrescentando, no entanto, que “quando as unidades não são elementos disjuntos, os alunos devem proceder a um ajuste do resultado, já que não se trata de uma situação de proporcionalidade directa” (p. 75). Quanto à estratégia ***explícita***, esta apresenta-se como a “construção de uma regra que permite efectuar o cálculo imediato de qualquer valor da variável dependente, conhecida a variável independente” (p. 75).

Barbosa (2009) refere ainda outros estudos, como o de Lannin (2005) e Becker & Ribera (2005), que categorizaram ainda a estratégia de ***tentativa e erro*** com o intuito de chegar à generalização, sendo esta uma abordagem bastante encorajada pelos investigadores, principalmente na resolução de problemas com contextos numéricos.

# 7. METODOLOGIA

## 7.1. Opções metodológicas

### 7.1.1. Natureza do Estudo

A investigação é "uma actividade de natureza cognitiva que consiste num processo sistemático, flexível e objetivo de indagação" (Coutinho, 2018, p. 7). Este trata-se de um processo de construção de conhecimento, composto por diversas etapas (Sousa & Baptista, 2011). Na educação, a metodologia de investigação qualitativa pode adotar diversas formas e ser desenvolvida em distintas situações, dado o que o seu principal objetivo é o de estudar uma problemática emergente da "revisão de literatura ou através da experiência ou vivências do investigador" (Sousa & Baptista, 2011, p. 21). Nesta perspetiva, pretendeu-se através da revisão de literatura aprofundar o conhecimento sobre o raciocínio e a explicitação de raciocínios de generalização dos alunos.

Pode afirmar-se que a presente investigação assenta num estudo de natureza qualitativa com carácter descritivo e interpretativo. Neste tipo de investigação, o investigador é, pela sua reflexão e questionamento constante, e pelas decisões que toma ao longo do percurso investigativo, o responsável pelos rumos que segue no processo de construção do conhecimento (Nunes & Ribeiro 2008, citados por Amado, 2014). A presente investigação caracteriza-se, assim, por uma produção de dados descritivos, partindo da observação participante da investigadora e uma análise documental aos registos escritos dos alunos – as resoluções das tarefas. A investigadora desempenha, desta forma, um papel essencial na recolha de dados, uma vez que é a própria que os recolhe e analisa de acordo com o quadro de análise definido (Sousa & Baptista, 2011). Numa investigação do tipo qualitativo, o principal objetivo do investigador é o de compreender, de modo aprofundado, o pensamento dos sujeitos. Assim, o que se pretendeu estudar com esta investigação foi o raciocínio de generalização dos alunos e as estratégias utilizadas na resolução das tarefas aplicadas no decorrer da prática da investigadora no estágio do 1º CEB.

### 7.1.2. Caracterização do contexto e dos participantes

A presente investigação foi realizada numa instituição de ensino privado, situada na zona Metropolitana de Lisboa. Esta instituição apresenta, como oferta educativa, quatro valências de ensino, o Berçário, a Creche, a Educação Pré-Escolar e o 1º CEB.

O estudo foi concretizado com uma turma mista de 3º e 4º ano desta instituição, composta por 14 alunos, dos quais 6 raparigas e 8 rapazes. Destes, 11 frequentavam o 3º ano e 3 o 4º ano de escolaridade.

Para estudar a problemática definida foram aplicadas duas tarefas previamente preparadas para toda a turma, que visam a apresentação de generalizações por parte dos alunos. Para a apresentação dos resultados, foram apenas selecionadas as resoluções dos alunos que se consideraram mais significativas para o estudo, ou seja, as que apresentaram diferentes estratégias e/ou níveis de generalização. Outro critério tido em conta, foi a facilidade dos alunos selecionados em comunicar as suas ideias, e ou, mesmo por apresentarem essa dificuldade, apesar de apresentarem boas estratégias e níveis de raciocínio de generalização.

### 7.1.3. Procedimentos metodológicos da Intervenção – As tarefas propostas

Como referido anteriormente, a investigação realizada foi centrada em duas tarefas que foram aplicadas à turma durante o período de intervenção, considerando-se fundamental na sua conceção, a inclusão de questões que potenciassem a generalização, pelo intuito do estudo ser o de avaliar o nível de generalização em que os alunos da turma se encontravam, bem como o tipo de estratégias por estes utilizadas.

As tarefas utilizadas foram, assim, sustentadas em padrões de crescimento, sendo estes de natureza visual.

As duas tarefas foram propostas à turma no momento da agenda relativo ao problema da semana. Neste momento é, habitualmente, apresentado um problema matemático aos alunos para que estes resolvam durante o tempo estipulado, sendo corrigido ou não no final, de acordo com o tempo que sobra. Assim, a primeira tarefa (Anexo C), foi aplicada no dia 10 de maio, numa sessão de 50 min, sendo integralmente completada por 13 dos 14 alunos da turma. A segunda tarefa (Anexo D), dada a sua extensão, teve de ser repartida e realizada em dois momentos distintos. Foi realizada num primeiro momento, no dia 31 de maio, numa sessão de 50 min, onde os alunos apenas realizaram a tarefa até à questão 3. E, o segundo momento, no dia 15 de junho, numa sessão de 70 min, onde foram realizadas as restantes questões. Em ambos os momentos estiveram presentes os 14 alunos da turma, que realizaram a tarefa proposta.

Quanto à elaboração da primeira tarefa foi aproveitado o facto de os alunos estarem a trabalhar o perímetro para se produzir e aplicar um problema que visava a generalização de um padrão de crescimento. Esta primeira tarefa era composta por 3 questões, as duas iniciais visando a generalização próxima, e a última em que se esperava que os alunos atingissem uma generalização distante. Os tipos de generalização presentes nas questões, ou que se pretendiam que os alunos chegassem, podem confirmar-se pela tabela de análise quanto ao tipo de generalização (Tabela E1 – Anexo E). Nesta tarefa pretendia-se que os alunos, ao olharem para as figuras apresentadas, correspondentes à 3ª e 4ª figura da sequência de crescimento, e sabendo o perímetro que representava cada uma delas, descobrissem o perímetro da figura seguinte, generalizando assim a regra de formação do padrão. Relativamente ao tipo de estratégias que se esperava que os alunos mobilizassem nesta tarefa, essas são a explícita ou de tentativa e erro (cf. Tabela F1 – Anexo F).

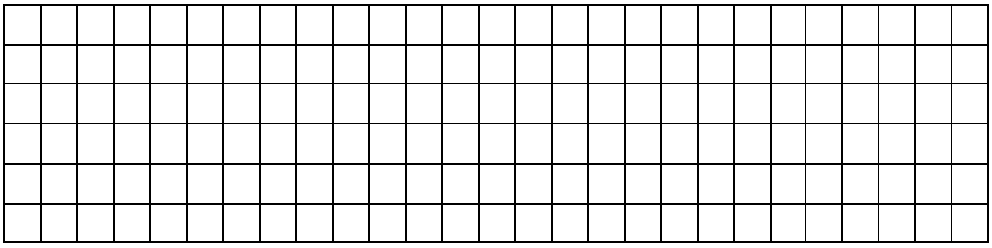
Quanto à segunda tarefa proposta, foi elaborada com o intuito de aprofundar o estudo sobre o nível de generalização em que os alunos se encontravam de acordo com o quadro de análise definido (cf. Tabela F1).

Assim, esta tarefa era composta por cinco questões, sendo a sua estrutura condutora à generalização distante, tal como a 1ª tarefa (cf. Tabela E1). Esta tarefa foi composta por duas primeiras questões que visavam estruturar o pensamento dos alunos, focando-os na visualização do padrão. Nestas questões, os alunos tinham de olhar para as figuras apresentadas e explicar como visualizavam o padrão presente, organizando, de seguida, este pensamento numa tabela de organização dos dados (cf. Anexo D).

As questões 2 e 3 (cf. Figura 2) estavam formuladas de acordo com os princípios de uma generalização próxima. Na segunda questão, pretendia-se que os alunos desenhassem a figura seguinte do padrão. E na terceira pretendia-se que os alunos construíssem uma figura mais à frente no padrão, para a qual tinham de descobrir o que era variável e constante na sequência, introduzindo-as num nível de generalização mais abstrato.

**Figura 2**.
*Questões 2 e 3 segunda tarefa proposta à turma*

**2.** Desenha no quadriculado abaixo um painel feito do mesmo modo, mas que tenha **5 azulejos cinzentos na fila do meio**.



**3.** Quantos azulejos deve ter um painel com **10 azulejos cinzentos na fila do meio**? Diz o número total de azulejos do painel, o número total de cinzentos e o número total de brancos. **Explica como pensaste**.

*Nota.* Fonte própria.

No entanto, estas primeiras questões visavam apenas um nível de generalização aritmético, em que os alunos somente precisavam de reconhecer a comunalidade dos casos apresentados, considerando apenas as quantidades conhecidas de forma a operar com as mesmas (Mestre, 2014).

Por outro lado, as questões quatro e cinco (cf. Figura 3), foram formuladas com o intuito de promover um tipo de generalização distante.

**Figura 3.**
*Questões 4 e 5 da 2ª tarefa proposta à turma*

**4.** Explica como podes calcular o número de azulejos de um painel qualquer se souberes quantos são os cinzentos na fila do meio.

**5.** Consegues saber quantos são os azulejos brancos e quantos são os cinzentos se o número total de azulejos for 300? Explica o teu raciocínio usando palavras, esquemas ou contas.

*Nota.* Fonte própria.

Estas visavam que os alunos atingissem um nível de generalização contextual, ou seja que estes fizessem uma extensão da comunalidade dos casos para quantidades indeterminadas, definindo assim uma regra geral de formação, ainda que baseada no contexto. Estas questões pressupunham um pensamento abstrato e que não possibilitava que os alunos recorressem ao desenho, por se tratar de unidades numéricas maiores, ou indeterminadas. No entanto, na questão quatro e por esta não mencionar qualquer valor, podia esperar-se que os alunos utilizassem uma estratégia de generalização de contagem recorrendo ao desenho de um exemplo mais próximo, apresentando assim uma generalização próxima ao invés da distante. No que diz respeito ao tipo de estratégias esperadas nesta tarefa, essas são a de contagem, explícita ou de tentativa e erro (cf. Tabela F1).

Ambas as tarefas propostas incluíam questões conducentes a generalizações tanto próxima como distante. Deste modo, esperava-se que os alunos utilizassem diferentes estratégias de generalização, bem como apresentassem diferenciados níveis de generalização, pois cada aluno é diferente, tem vivências diferentes e por isso não pensa ou generaliza de forma igual.

As duas tarefas propostas foram respondidas pela investigadora (Anexo G) de forma a poder comparar as resoluções pretendidas com as encontradas nas folhas de resposta dos alunos. Nas propostas de resolução foram eliminados os dados referentes à instituição em questão de forma a manter-se o anonimato da mesma.

### 7.1.4. Métodos e técnicas de recolha de dados

Após referir o método de investigação definido, importa agora destacar as técnicas de recolha de dados adequadas à natureza da investigação em curso, uma vez que é através das mesmas que são recolhidos todos os dados necessários. Assim, e como referido acima, foram privilegiadas a observação direta e participante, bem como a análise documental.

De entre as diversas técnicas de pesquisa qualitativa, a observação direta e participante é das que melhor dá resposta à recolha dos dados necessários no presente estudo, uma vez que é na observação direta “que o investigador procede diretamente à recolha das informações” (Quivy & Campenhoudt, 2003, p. 156). Neste tipo de observação, o investigador vive as situações e faz o seu registo dos acontecimentos, de acordo com a sua própria perspetiva (Sousa & Baptista, 2014). Esta é uma técnica que liga diretamente o investigador aos indivíduos a estudar, permitindo assim que este compreenda em detalhe o que os indivíduos pensam sobre determinado assunto ou o que estes fazem em determinada circunstância. É partindo da observação que o investigador consegue aceder às perspetivas dos participantes e entender o que ocasionou as reações observadas e o seu significado num dado momento (Yin, 1989, citado por Barbosa, 2009).

No presente estudo a investigadora adotou o papel de observadora participante, realizando diálogos com os alunos e auxiliando-os na evolução do trabalho realizado, antes, durante e após a realização das tarefas. Ainda que este tipo de observação permita ter uma ideia mais consciente do que os alunos estão a pensar, apresenta a limitação do registo ser realizado apenas pela investigadora e a dificuldade de registar todos os diálogos e situações ocorridas no contexto. De forma a reduzir esta dificuldade, foi solicitado ao par de estágio da investigadora que colaborasse também nesta recolha de informações. Assim, durante o estudo, foram utilizadas na investigação notas de campo com o intuito de registar as interações ocorridas pelos alunos aquando da realização das tarefas, de forma a justificar algumas das suas resoluções, e/ou explicar algum pensamento que não esteja completamente explicito na escrita dos alunos, permitindo a sua análise posterior.

Quanto à análise documental, esta destaca-se também como uma das técnicas utlizadas nesta investigação, através da análise dos registos escritos dos alunos em resposta às tarefas aplicadas, bem como de toda a revisão de literatura com vista a definir o quadro de análise aplicado às resoluções. Esta é uma técnica que se verifica muito importante, uma vez que este é um método não intrusivo, mas fundamental na validação das evidências recolhidas através de outros métodos (Yin, 1989, citado por Barbosa, 2009). O objetivo da utilização desta técnica é tornar a informação mais acessível ao observador, permitindo a organização da informação de diversos documentos e a sua representação de outra forma, para que o observador consiga obter o máximo de informação, com o máximo de pertinência (Bardin, 1977). Esta constitui-se como uma técnica essencial "seja complementando informações obtidas por outras técnicas, seja através da descoberta de novos aspectos sobre um tema ou problema" (Sousa e Baptista, 2014, p. 89).

No presente estudo, no fim de cada uma das tarefas exploradas, procedeu-se à recolha dos documentos, ou seja, de todas as resoluções dos alunos referentes às tarefas utilizadas. Estes documentos foram fundamentais na realização da análise dos dados, permitindo identificar processos e estratégias de generalização dos alunos, bem como detetar algumas das dificuldades sentidas.

### 7.1.5. Técnicas de tratamento de dados

Após os dados recolhidos é fundamental proceder-se à análise dos mesmos. Esta caracteriza-se pela redução e organização de toda a informação recolhida de forma que os resultados encontrados possam ser interpretados pelo investigador para que posteriormente possam ser partilhados de modo claro e organizado (Creswell, 2003). Assim, pode afirmar-se que análise de conteúdo é, de acordo com Coutinho (2018), uma forma de analisar sistematicamente um corpo de material textual, visando "desvendar e quantificar a ocorrência de palavras/frases/temas considerados «chave», que possibilitem uma comparação posterior" (p. 217).

Bardin (1977), menciona que uma análise de conteúdo deve privilegiar três fases distintas, ordenadas em três polos cronológicos, a pré-análise, a exploração do material, e, por fim, o tratamento dos resultados (inferência e interpretação dos dados).

A pré-análise corresponde à organização dos dados recolhidos, ou seja, a escolha e organização dos documentos a analisar, bem como a identificação das questões que visam guiar o estudo. Desta forma, é estruturado o desenvolvimento das etapas seguintes da análise. No presente estudo, foram assim na etapa de pré-análise, analisadas as resoluções de todos os alunos da turma. Desta fase resultaram os objetivos que guiam este estudo, bem como, a seleção das resoluções mais pertinentes para o estudo em questão.

Quanto à fase de exploração do material, esta constitui-se em operações de codificação, resultantes num quadro teórico de referência (Bardin, 1977). Depois da análise da literatura existente foi possível proceder-se à codificação e classificação dos dados através do quadro de análise das estratégias e níveis de generalização presentes nas resoluções dos alunos. Desta forma, possibilitou-se a sistematização e organização da informação visando uma fácil interpretação dos resultados (Denzin & Lincoln, 2000, citados por Barbosa, 2009). Assim, as categorias foram determinadas aquando da revisão de literatura com base em referenciais teóricos e nas questões de investigação que orientaram este estudo, antes da realização da análise dos dados, de forma a facilitar a exploração e descrição dos mesmos. O quadro de análise utilizado para categorizar as resoluções dos alunos foi uma junção entre os quadros analíticos referenciados por Barbosa (2009) e Mestre (2014), sendo a análise das estratégias referentes à primeira autora e as análises dos níveis de generalização através do quadro proposto pela segunda autora. As categorias de análise foram assim compiladas na Tabela F1 (Anexo F).

Por último, no que à fase de tratamento de resultados, inferência e interpretação diz respeito, esta dedicou-se a analisar, validar e interpretar os resultados de acordo com o quadro analítico definido. Nesta fase, surgiram os dados que carecem de inferências e interpretações sobre os objetivos que foram estipulados inicialmente.

### 7.1.6. Princípios éticos do processo de investigação

De modo a garantir a proteção das identidades de todos os intervenientes em ambas as práticas, foram alteradas as letras referentes às turmas de 6º ano do 2º CEB e retiradas todas as indicações referentes aos OC's e à instituição.

Durante a realização da investigação, no decorrer do processo de recolha e análise de dados, foram adotados princípios éticos com o intuito de proteger as identidades e vontades dos participantes. De forma, a garantir a confidencialidade da informação obtida correspondente à instituição, e a manter-se o anonimato dos sujeitos, não será referido o nome da instituição em nenhum ponto deste relatório, nem de qualquer informação que leve ao seu reconhecimento, bem como, todos os nomes dos alunos foram substituídos por nomes fictícios escolhidos pela investigadora aquando da compilação das produções dos alunos, da análise e da apresentação dos dados (Bogdan & Biklen, 1994; Coutinho, 2018; Sousa & Baptista, 2011).

# 8. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

No presente capítulo serão apresentados e analisados os resultados dos dados recolhidos face às técnicas mencionadas, no capítulo anterior. No que diz respeito aos dados analisados apresenta-se, assim, uma análise quanto aos níveis de generalização em que os alunos se encontram e quanto às estratégias mobilizadas pelos alunos, sobre cada uma das tarefas.

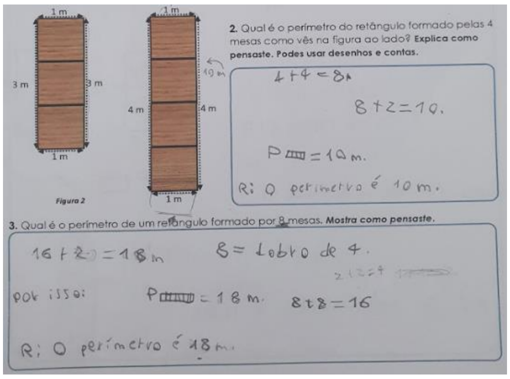
## 8.1. Análise quanto aos níveis de generalização e quanto às estratégias mobilizadas pelos alunos

### 8.1.1. 1ª Tarefa Proposta

Nesta tarefa, pôde verificar-se que todos os alunos, conseguiram realizar a tarefa com sucesso, chegando ao objetivo pretendido de generalização, ainda que a generalização atingida pelos alunos possa ter sido conduzida pela própria estrutura da tarefa, que continha uma figura de uma mesa com exatamente 1m de lado, e influenciada pelo facto de os alunos estarem já neste ponto à vontade com o cálculo do perímetro.

Quanto às estratégias utilizadas, pode verificar-se que, de acordo com o quadro de referência definido (cf. Tabela F1), todos os alunos foram capazes de chegar a uma generalização acabando por recorrer a uma *estratégia de generalização explícita*, tanto nas primeiras questões (cf. Figuras 4, 5 e 6) como na última (cf. Figura 7). Ainda que a 3ª questão deste problema, e o modo como esta foi formulada, pudesse induzir os alunos em erro, levando-os a mobilizar uma estratégia de termo unidade, ou seja, onde os alunos poderiam pensar no dobro da figura, o que levaria a uma resposta errada. O mesmo não se verificou, uma vez que todos os alunos utilizaram uma estratégia explícita, como referido.

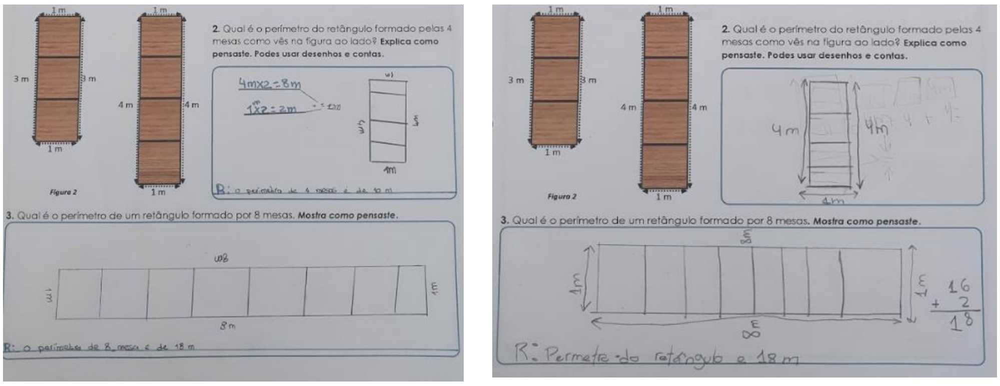
**Figura 4.**
*Estratégia explícita do Filipe*




*Nota.* Fonte própria.

Importa mencionar que, ainda que não se verifique uma estratégia diferente, vários alunos optaram por uma diferente forma de representação para explicitar a sua estratégia.

**Figura 5.**
*Estratégia explícita do João e da Sandra*

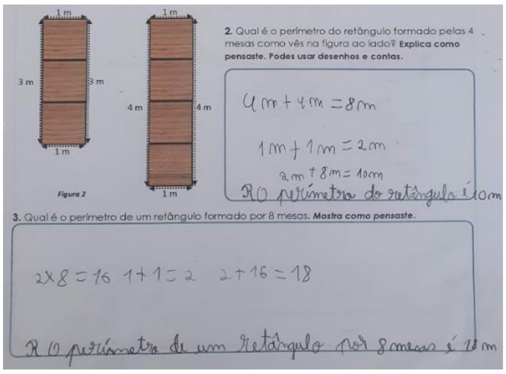



A B

*Nota.* Fonte própria.

Assim, pode referir-se que alguns alunos recorreram ao desenho de forma a estruturarem o seu pensamento, tornando-o mais percetível, como é o caso do João ou da Sandra (Figura 5), por exemplo. Verificando-se que outros alunos apenas recorreram à aritmética para apresentar os seus resultados, tais como o Filipe (Figura 4) ou o Francisco (Figura 6).

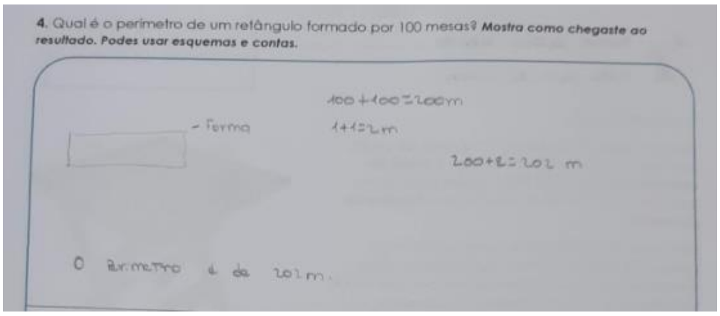
**Figura 6.**
*Estratégia explícita do Francisco*



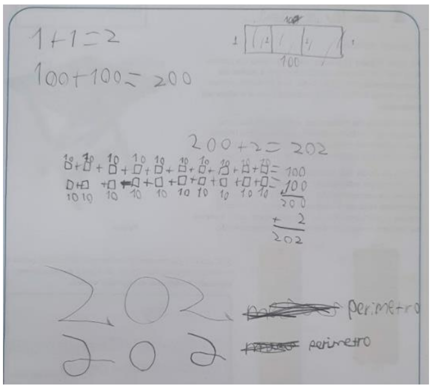

*Nota.* Fonte própria.

Relativamente à última questão desta tarefa, a mesma estava assente numa generalização distante. No entanto, e quanto às estratégias de generalização mobilizadas, não se verificou nenhuma diferença para as questões anteriores. Mais uma vez, foram encontradas diferenças apenas na forma de representação da estratégia (cf. Figura 7).

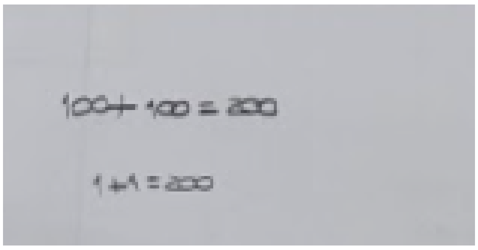
**Figura 7.**
*Estratégia explícita - representação da Rute, do Pedro e do João*




A




B




C

*Nota.* Fonte própria.

Relativamente aos níveis de generalização encontrados na presente tarefa, e à luz do quadro de análise (Tabela J1), pode verificar-se que a maioria dos alunos se encontrava no nível 1 da generalização, ou seja, o nível de generalização aritmética, uma vez que era a própria tarefa que conduzia a este nível de generalização, pelo que os alunos, reconheceram a comunalidade dos casos apresentados, mas apenas consideraram as quantidades conhecidas. Nesta tarefa não era solicitada em nenhuma questão uma quantidade indeterminada, e por isso os alunos não puderam realizar essa extensão para a definição de uma regra. No entanto, pode afirmar-se que a regra estava implícita em todas as resoluções, dado que todos os alunos conseguiram responder corretamente às questões propostas, o que pode, como referido anteriormente, estar relacionado mais com o cálculo do perímetro com que os alunos já estavam familiarizados do que com a generalização da regra de formação da sequência.

### 8.1.2. 2ª Tarefa Proposta

No que concerne à segunda tarefa, e como referido anteriormente, a sua estrutura conduzia a uma generalização distante.

Esta era composta por duas primeiras questões que visavam estruturar o pensamento dos alunos, focando-os na visualização do padrão, e conduzindo-os, assim, a uma generalização distante presente nas questões finais (cf. Figura 3) que os poderia levar a um nível de generalização mais perto do algébrico.

Nas primeiras questões, e por não serem questões que visassem um raciocínio de generalização, não será dado o mesmo enfoque que nas questões seguintes, mais pertinentes para este estudo. Assim, importa apenas mencionar que todos os alunos conseguiram, de alguma forma, responder com o seu pensamento de como visualizavam os padrões, organizando na tabela o número de azulejos pedido, recorrendo a uma estratégia de contagem.

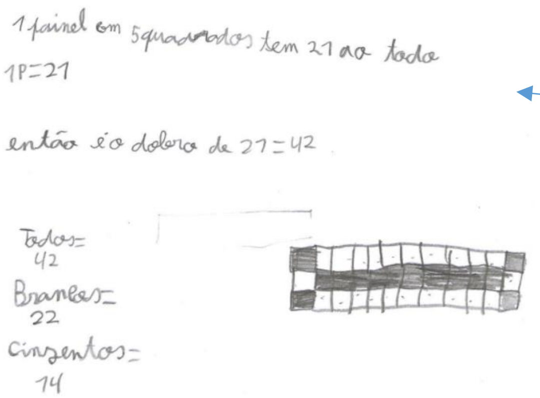
Assim, torna-se essencial focar a análise nos dados relativos às questões 3, 4 e 5 desta tarefa, que visavam, em primeiro lugar, uma generalização próxima, onde poderiam ser mobilizadas diversas estratégias, e uma generalização distante, onde os alunos deviam chegar ao nível de generalização contextual (cf. Tabela J1).

Relativamente, à questão 3, verificou-se que, na sua maioria, os alunos recorreram à *estratégia de contagem*, na medida em que quase todos os alunos recorreram ao desenho da figura pretendida e posterior contagem dos “quadradinhos”, sendo as marcas deixadas pelo lápis no processo de contagem evidentes desta estratégia (cf. Anexo H),

Apenas um aluno recorreu, nesta questão, a uma *estratégia de termo unidade*, uma vez que na questão anterior se pedia que desenhassem uma figura com 5 azulejos cinzentos no meio, e nesta questão era pedido que descobrissem quantos azulejos teria uma figura com 10 azulejos no meio, este aluno referiu na sua resolução que esta figura seria o dobro da outra e que teria assim ao todo 42 azulejos, uma vez que a anterior tinha 21 (cf. Figura 8).

**Figura 8.**

*Resolução do Hugo da questão 3 da 2ª Tarefa*



1 painel com 5 quadrados tem 21 ao todo.

1P=21

Então é o dobro de 21 = 42

Todos = 42

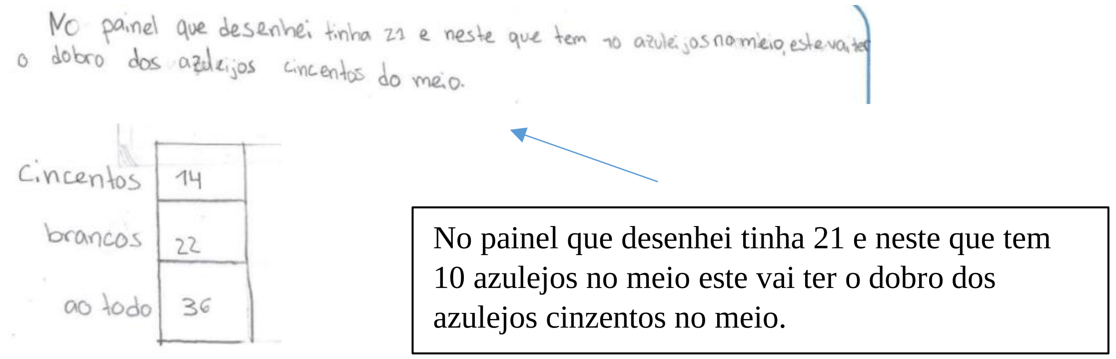
Brancos = 22

Cinzentos = 14

*Nota.* Fonte própria.

A estratégia utilizada pelo aluno induziu-o em erro, levando-o a generalizar para um total errado. Posteriormente, o aluno desenhou o padrão e contou os “quadradinhos” para contabilizar os cinzentos e os brancos, contudo não deu conta do seu erro e manteve a resposta para o número total de azulejos. Uma outra aluna começou a sua resolução desta questão iniciando com a mesma estratégia, mas após recorrer ao desenho da figura e à estratégia de contagem depressa deixou cair a estratégia de termo unidade (cf. Figura 9).

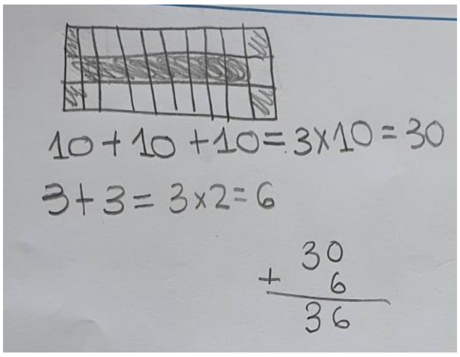
**Figura 9.**
*Resolução da Rita da questão 3 da 2ª Tarefa*




*Nota.* Fonte própria.

Relativamente à questão nº 4, na sua maioria, os alunos utilizaram uma estratégia explícita na resolução da tarefa, chegando quase todos à regra de formação da sequência. Mais uma vez o que diferenciou foi a representação da estratégia, pois aqui vários alunos recorreram a exemplos específicos da sequência para validar a regra geral, com desenhos e com a aritmética (cf. Figura 10).

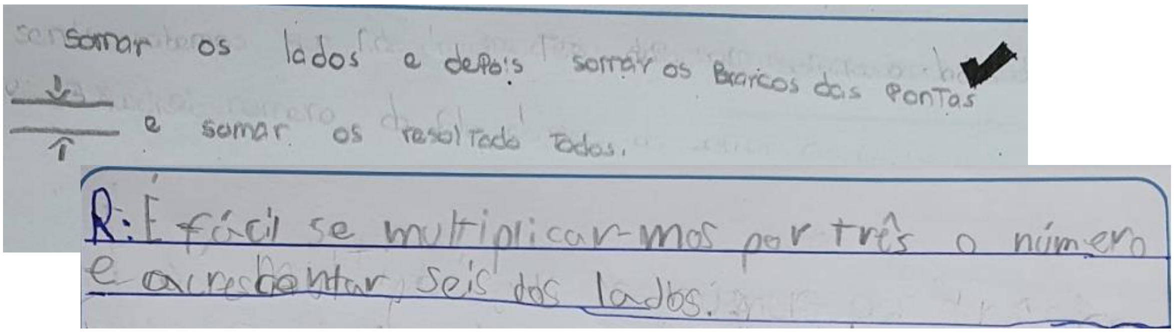
**Figura 10.**
*Estratégia Explícita da Sandra recorrendo ao exemplo*




*Nota.* Fonte própria.

Outros mobilizaram apenas as palavras visando explanar o seu raciocínio como é possível confirmar na Figura 11.

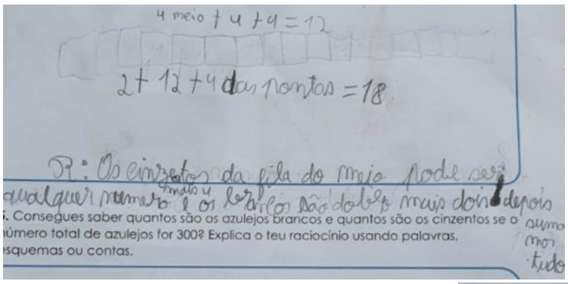
**Figura 11.**
*Estratégia Explícita da Rute e da Filipa recorrendo às palavras*




*Nota.* Fonte própria.

E ainda, alguns recorreram aos desenhos e às palavras, tentando explicitar o seu raciocínio de forma mais clara (cf. Figura 12).

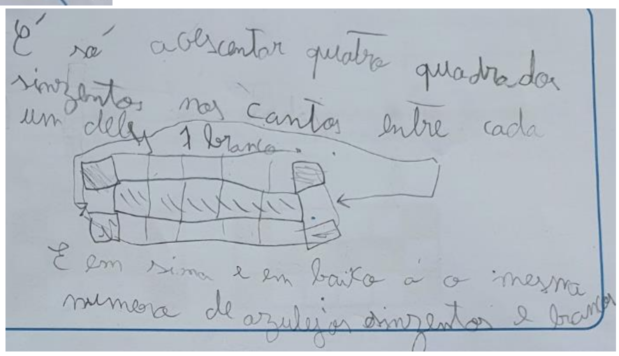
**Figura 12.**
*Estratégia Explícita do Francisco e da Catarina recorrendo ao desenho e às palavras*




R: Os cinzentos da fila do meio pode ser qualquer número mais 4 e os brancos são o dobro mais dois depois somamos tudo.

É só acrescentar quatro quadrados cinzentos nos cantos entre cada um deles 1 branco.

E em cima e em baixo há o mesmo número de azulejos cinzentos e brancos



*Nota.* Fonte própria.

No entanto, o aluno Hugo, que utilizou a estratégia termo unidade na questão anterior, não conseguiu generalizar corretamente o padrão e por isso não conseguiu responder a mais nenhuma das questões do problema.

Quanto à 5ª e última questão, a maior parte dos alunos utilizou também a estratégia explícita, diversificando mais uma vez a sua apresentação (Anexo I).

Relativamente ao nível de generalização encontrado nesta tarefa, pode afirmar-se que a maioria dos alunos atingiu o nível de generalização 3, o nível de generalização contextual. Contudo, o aluno *Hugo*, face a esta tarefa, foi classificado como estando no nível de generalização 1, o nível aritmético, uma vez que não foi capaz de definir uma regra geral de formação da sequência. Ainda que, este aluno, tenha reconhecido a comunalidade dos casos apresentados, considerando apenas as quantidades que conhece, o que se pode confirmar pelo desenho da figura pedida na questão 2 e da seguinte (Mestre, 2014).

# 9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo apresenta como problemática central: *Descrever e compreender o raciocínio matemático em alunos do 3º ano de escolaridade na resolução de problemas que envolvem a generalização,* conduzida através da questão-problema: Como se caracteriza o raciocínio de generalização mobilizado pelos alunos?

Visando desenvolver este tema foram criadas questões secundárias que tentaram responder à questão principal: (i) "Como se caracterizam as estratégias de generalização aplicadas pelos alunos?"; (ii) "Qual o nível da capacidade de generalização dos alunos?".

Para desenvolver o tema proposto, foi indispensável a realização de uma revisão de literatura que incidisse nestes conceitos, de modo a compreendê-los e caracterizá-los da forma mais científica possível. A formulação das tarefas, a sua aplicação e a recolha dos dados obtidos nas mesmas, mostraram-se também fundamentais para a realização deste estudo.

Posto isto, nos pontos seguintes serão respondidas as questões problema deste estudo, bem como a questão problemática original, tendo como objetivo contribuir para a descrição e compreensão do raciocínio matemático dos alunos na resolução de problemas que envolvem a generalização.

## 9.1. Como se caracterizam as estratégias de generalização aplicadas pelos alunos?

Face à revisão de literatura realizada, podem ser mencionadas diversas estratégias de generalização usualmente mobilizadas pelos alunos. Barbosa (2009), cita diversos autores para explicitar as estratégias presentes no seu estudo e que foram mobilizadas para o quadro teórico da presente investigação. Assim, estas estratégias encontram-se diferenciadas quanto ao processo recorrido pelos alunos para chegar ao raciocínio de generalização. Foram identificadas 5 estratégias diferentes, sendo que duas delas se subdividem noutras. A estratégia de *contagem* corresponde à utilização do desenho de uma figura da sequência e à contagem dos seus elementos. Na estratégia *termo unidade*, o aluno considera um termo da sequência como unidade e, posteriormente, utiliza múltiplos dessa unidade. Esta estratégia pode ser utilizada recorrendo a um ajuste, numérico, contextual, ou ainda, sem ajuste. A estratégia da *diferença* utiliza a diferença entre termos consecutivos como fator multiplicativo, podendo numa fase mais inicial apenas apresentar-se como recursiva, em que o aluno apenas continua a sequência com base na diferença encontrada. A estratégia *explícita* corresponde à descoberta de uma regra, que permite o cálculo imediato do valor da variável dependente sendo conhecida a variável independente, ainda que esta seja encontrada com base no contexto do problema. E, por fim, a estratégia de tentativa e erro em que os alunos apenas adivinham uma regra através de sucessivas tentativas com diferentes valores (Barbosa, 2009).

Posto isto, no que concerne às estratégias de generalização mobilizadas pelos alunos, pode verificar-se que, à luz do quadro teórico utilizado na abordagem inicial com a 1ª tarefa, notou-se que os alunos elegem como estratégia preferencial a estratégia explícita, ainda que recorram ao desenho e à aritmética para a sua representação. Este facto pode estar relacionado com a própria estrutura da tarefa. No entanto, com a aplicação da segunda tarefa, e sendo esta mais complexa que a primeira, visando um nível de generalização mais avançado, verificou-se que os alunos recorreram inicialmente a uma estratégia mais elementar, como é o caso da estratégia de contagem, evidenciando uma maior utilização da estratégia explícita apenas nas últimas questões, ainda que tenham recorrido na mesma ao desenho como representação para explicitarem o seu raciocínio (cf. Tabela 2).

**Tabela 2.**
*Tabela de frequência absoluta das estratégias utilizadas na 2ª tarefa*

| | ***Questão 3*** | ***Questão 4*** | ***Questão 5*** |
|---|---|---|---|
| *Contagem* | 9 | 0 | 0 |
| *Termo Unidade* | 2 | 0 | 1 |
| *Diferença* | 0 | 0 | 0 |
| *Explícita* | 0 | 13 | 12 |
| *Tentativa e erro* | 0 | 0 | 0 |
| *Não respondeu* | 0 | 1 | 1 |

*Nota.* Fonte própria.

As tarefas utilizadas neste estudo, e pelo seu grau de complexidade, não obrigavam os alunos à mobilização da estratégia de diferença, uma vez que nestas não se apresentavam sequências em que fosse possível utilizar a sequência como um fator multiplicativo (Barbosa, 2009). Assim, evidencia-se que as estratégias utilizadas pelos alunos são muitas vezes condicionadas pela estrutura das tarefas que lhes são apresentadas, sendo este um fator determinante na escolha da estratégia utilizada. Desta forma, o docente deve aplicar tarefas diversificadas que mobilizem nos alunos a utilização de variadas estratégias que conduzam a diferentes níveis de generalização.

## 9.2. Qual o nível da capacidade de generalização dos alunos?

De acordo com a revisão de literatura, os níveis de generalização considerados atendem à diferenciação entre a generalização aritmética e a generalização algébrica (Radford, citado por Mestre 2014). Este autor considera 5 níveis diferentes e progressivos. O nível 0 correspondente à não generalização, ou seja, às situações em que não é detetada a comunalidade entre os casos. O nível 1 diz respeito à generalização aritmética, onde os alunos identificam a comunalidade dos casos, ainda que não estendam essa comunalidade a quantidades indeterminadas. O primeiro nível de generalização algébrica corresponde ao nível 2 da generalização, neste nível a indeterminação é reconhecida com sentido de quase-variável, partindo de casos particulares, não sendo apresentada uma regra geral, ou apresentando apenas uma regra para os casos particulares. O nível três de generalização corresponde ao nível contextual, em que a indeterminação é nomeada e tratada analiticamente. Neste nível o aluno apoia-se na descrição do contexto do problema e define uma regra geral face a essa descrição. No nível 4 da generalização é considerada a generalização global. Este nível corresponde de igual modo ao nível contextual, ainda que aqui o aluno consiga uma abstração do contexto para apresentar a sua generalização. Por último, no nível 5 – nível estrutural, é esperado que o aluno consiga apresentar a estrutura matemática dos objetos, conduzindo à definição de uma regra estrutural.

Posto isto, quanto ao nível da capacidade de generalização dos alunos, pode verificar-se que estes se encontram no nível 3 da generalização algébrica apontado por Mestre (2014), o nível de generalização Contextual. Este é o nível que se espera encontrar em alunos que frequentam os anos de escolaridade iniciais, uma vez que os níveis de generalização algébrica global e estrutural, apresentados por Mestre (2014), correspondem a níveis de generalização mais abstrata que dificilmente se encontram nestes anos de escolaridade.

Assim, no que diz respeito às duas tarefas aplicadas à turma, pode evidenciar-se dois níveis de generalização diferentes (cf. Figura 14). Na primeira, influenciados pela estrutura da tarefa os alunos apenas chegaram ao nível da generalização aritmética, nível 1 da generalização. Dado que, como referido na análise dos dados, nesta tarefa não se apresentava nenhuma questão contendo quantidades indeterminadas, e por isso os alunos não tiveram a oportunidade de realizar essa extensão para a definição de uma regra, operando apenas com quantidades conhecidas, correspondendo assim o seu raciocínio ao nível de generalização aritmética.

Quanto à segunda tarefa, apenas um aluno não atingiu o nível de generalização contextual. Este utilizou uma estratégia que considera apenas um termo como unidade conduzindo-o a um cálculo errado. Assim, o aluno não conseguiu mobilizar a estratégia para atingir uma regra geral, e, desta forma, não atingiu um nível de generalização contextual.

**Tabela 3.**
Tabela de frequência absoluta dos níveis de generalização encontrados nos alunos face às tarefas

| ***Níveis de generalização*** | | | ***Tarefa 1*** | ***Tarefa 2*** |
|---|---|---|---|---|
| *Não generaliza (Indução Simples)* | | *Nível 0* | 0 | 0 |
| *Generalização aritmética* | | *Nível 1* | 13 | 1 |
| *Generalização algébrica* | *Factual ou empírica* | *Nível 2* | 0 | 0 |
| | *Contextual* | *Nível 3* | 0 | 13 |
| | *Global* | *Nível 4* | 0 | 0 |
| | *Estrutural* | *Nível 5* | 0 | 0 |
| *Não realizou a tarefa* | | | 1 | 0 |

*Nota.* Fonte própria.

Assim, respondendo à questão problema colocada no início deste estudo, “Como se caracteriza o raciocínio de generalização mobilizado pelos alunos?”, pode referir-se que face às tarefas aplicadas, estes alunos se encontram num nível de generalização contextual, recorrendo na sua generalidade a estratégias de generalização explícitas.

# PARTE III

# 10. REFLEXÃO FINAL

Terminada a experiência da PES II e a elaboração deste relatório, revela-se importante uma reflexão sobre todo o trabalho desenvolvido e as aprendizagens adquiridas ao longo de todo o percurso. É partindo da reflexão sobre a totalidade do trabalho realizado que se podem destacar os contributos, tanto da investigação empírica realizada, como da PES II em toda a sua abrangência, no desenvolvimento das competências pessoais e profissionais do futuro docente.

Assim, esta reflexão visa incidir sobre os aspetos positivos e menos positivos do meu desenvolvimento enquanto docente neste período de intervenção, e na generalidade do meu percurso formativo; a minha posição face aos desafios educativos que surgiram durantes este período; e, por fim, as minhas expetativas pessoais para o meu futuro enquanto docente.

Deste modo, em toda a intervenção, posso destacar diversos aspetos positivos, tais como: a relação com o meu par de estágio, com os OC e os docentes tutores, bem como com os alunos; e todas as aprendizagens realizadas. Em primeiro lugar, posso apontar a boa relação com o meu par de estágio, Valeriya. Um aspeto que foi essencial no decorrer de todo o período de estágio, tanto no 2º CEB como no 1º CEB, para que este se realizasse da melhor forma possível. Considero que eu e a Valeriya estabelecemos uma relação de cooperação baseada em respeito, partilha e apoio mútuo. No final de cada um dos dias, ambas tentámos sempre que houvesse uma reflexão conjunta sobre os aspetos que teriam corrido bem e menos bem, para que as aulas seguintes pudessem decorrer de melhor forma, uma vez que o principal objetivo era a evolução de ambas, sem qualquer tipo de julgamento ou comparação entre a prática das duas, e com vista a que pudéssemos evoluir e aprender uma com a outra. Este feedback diário, aliado à comunicação e acompanhamento por parte dos OC, verificou-se bastante positivo, uma vez que são estes quem conhece melhor a turma, bem como as dificuldades dos alunos. Ao planificarmos juntos e em função das necessidades dos alunos, e dando-nos sempre um feedback sobre a nossa prática, os OC’s ajudaram-nos a corrigir alguns pontos na prática que provavelmente nós não repararíamos uma na outra, auxiliando-nos a tornarmo-nos melhores profissionais. Outro aspeto positivo foi também o acompanhamento por parte dos docentes tutores que se mostraram sempre disponíveis para dar sugestões ou esclarecer as dúvidas existentes durante a prática, através de reuniões frequentes.

Também, os feedbacks partilhados nas sessões assistidas verificaram-se sempre construtivos, bem como as sugestões de melhoria dos PI, das primeiras reflexões individuais e dos Dossiês.

Em relação ao relacionamento com os alunos, posso afirmar que o ensino presencial é sempre uma mais-valia, e as relações que se criam com os alunos são sempre diferentes de turma para turma. Assim, ao contrário do estágio no 2º CEB realizado em E@D, sinto que o facto de estarmos presencialmente, rirmos e brincarmos com os alunos ajuda a construir uma melhor relação de confiança com estes e isso tem sempre influência na sua aprendizagem. Dado, então, o facto de o primeiro estágio, no 2ª CEB, se ter realizado em E@D, e uma vez que nos fez ter contacto com diversas ferramentas tecnológicas facilitadoras da nossa prática, foi-nos possível transportar algumas destas ferramentas para o segundo estágio e utilizar alguns destes meios para criar atividades de aprendizagem interessantes e motivadoras para os alunos. Como aspeto negativo, posso referir o reduzido tempo de estágio que me foi possível realizar, uma vez que sou trabalhadora-estudante e foi sempre difícil realizar o tempo completo durante o estágio do 1º CEB, ainda que o de 2º CEB tenha sido realizado na totalidade.

No que à autoavaliação de todo o percurso educativo diz respeito, penso que mantive, em ambos os estágios, uma postura correta, procurando sempre colmatar as minhas falhas, tentando sempre questionar os OC, os tutores e o meu par de estágio sobre o que poderia fazer diferente. Esta reflexão constante é, a meu ver, essencial num docente, pois deve refletir-se sobre as dificuldades sentidas nas estratégias utilizadas de modo a poder ultrapassá-las no futuro., estando, no entanto, consciente de que continuam a existir aspetos a melhor na minha prática futura.

No que diz respeito ao contributo da investigação no desenvolvimento das minhas competências profissionais, posso referir que esta me permitiu compreender, de uma forma estruturada, como analisar e classificar o raciocínio matemático dos alunos. Assim, foi possível conhecer diversas estratégias de generalização, bem como os níveis de generalização que se apresentam na literatura sobre o assunto. Enquanto futura docente, estas noções tornam-se importantes na medida em que, na formulação de tarefas para aplicar com os meus alunos poderei ter em conta a capacidade de generalização que quero promover nos mesmos. Pois, tal como foi explicitado nesta investigação, a estrutura das tarefas influencia o raciocínio dos alunos, bem como as estratégias que estes utilizam para resolver os problemas.

Quanto às perspetivas para o meu futuro como docente, posso referir que, não tenho dúvidas de que os estágios curriculares são uma mais-valia no exercício da nossa profissão. Assim, sinto que ambos os estágios deste ano, e por terem sido em modalidades tão diferentes de ensino, se mostraram uma experiência muito gratificante e com bastantes aprendizagens. Neste sentido, para o futuro apenas posso esperar acreditar mais em mim e nas minhas capacidades como futura docente, o que me trará de certeza aspetos positivos.

Para além disso, sinto que tivemos uma oportunidade que muitos docentes nunca tiveram, que foi o de aprender a ensinar no E@D, o que se verificará uma mais-valia num futuro próximo, pois acabamos por ficar mais familiarizadas com este tipo de ensino, que provavelmente nos acompanhará ainda nos próximos tempos. A profissão de docente tem como grande influência as características pessoais, as experiências de cada um, os seus medos e valores, e, por isso, não existe um professor perfeito.

Posto isto, apenas me cabe a vontade de evoluir constantemente e enfrentar os meus medos e dificuldades de cabeça erguida tentando sempre aprender com os meus colegas, professores e posteriormente, mas não menos importante, com os meus alunos.

# REFERÊNCIAS

Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Imprensa da Universidade de Coimbra.

Araman E. M. O. & Serrazina, M. L. (2020, jan. – jun.). Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. *Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM, 09*(18), 118-136. https://dx.doi.org/10.33871/22385800.2020.9.18.118-136

Araman, E. M. O., Serrazina, M. L. & Ponte, J. P. (2020, agosto). Raciocínio Matemático nos Primeiros Anos: ações de duas professoras ao discutir tarefas com seus alunos. *Bolema 34*(67), 441-461. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a05

Backhouse, J., Haggarty, L., Pirie, S. & Stratton, J. (1992). *Improving the Learning of Mathematics*. Cassell.

Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico*. [Tese de Doutoramento, Instituto de Estudos da Criança]. RepositóriUM. http://hdl.handle.net/1822/10561

Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. (L. A. Reta & A. Pinheiro, Trad.). Edições 70.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação – Uma introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto Editora.

Coutinho, C. (2018). *Metodologias de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Edições Almedina.

Crahay, M. (2007, jan./abr.). Qual pedagogia para os alunos em dificuldade escolar?. *Cadernos de Pesquisa*, *37*(130), 181-208. http://dx.doi.org/10.1590/S0100-15742007000100009

Creswell, J. W. (2007). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Artmed.

Esteves, V. (2013). *Raciocínio Matemático de alunos do 2º ano de escolaridade*. [Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. IPVC Repository. https://core.ac.uk/reader/148829265

Fonseca, L. (2018). Mathematical reasoning and proof schemes in the early years. *Journal of the European Teacher Education Network, 13*, 34–44.

Hockly, N. (2012). Substitute or redefine?. *Modern English Teacher*, *21*(3), 40-42.

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017, maio). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 96,* 1–16. https://dx.doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8

Lopes, J. P., Silva, H. S. & Moreira, S. (2018). *Cooperar em sala de aula para o sucesso*. Pactor.

Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrillo, J., Silva, L., Encarnação, M. M., Horta, M. J., Calçada, M. T., Nery, R. & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação.

Ministério da Educação. (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação e Ciência.

Mestre, C. & Oliveira, H. (2014). As tarefas e a mobilização da capacidade de generalização: um estudo de caso com alunos do 4.º ano. In L. Santos (Eds.), *Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 221-238). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Mestre, L. (2021, no prelo). *Escrita e desenvolvimento profissional dos professores numa comunidade de prática. Estudo de caso de um programa de Investigação-formação no Movimento da Escola Moderna* [Tese de Doutoramento, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa].

Ministério da Educação (2018). Aprendizagens Essenciais. 3º Ano – 1º CEB Matemática. Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/matematica_1c_3a_ff_18de_julho_rev.pdf

Miranda, E. (2008). *A influencia da relação professor-aluno para o processo de ensinoaprendizagem no contexto afetividade*. http://www.ieps.org.br/ARTIGOSPEDAGOGIA.pdf

Polya, G. (1965). *Mathematical Discovery*. Wiley.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, *22*(2), 55-81.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Brenda, A., Guimarães, F., Souza, H., Menezes, L., Martins, M. E. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação.

Quivy, R. & Campenhoudt, L. (2003). Manual de Investigação em Ciências Sociais. Gradiva Publicações, S. A. (Obra original publicada em 1992)

Santana, I. (2007). *A aprendizagem da escrita - Estudo sobre a revisão cooperada de texto*. Porto Editora.

Santos, C. & Fonseca, L. (2019, dezembro). *Raciocínio Matemático de alunos do 4.º ano de escolaridade*. http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.23987.37926

Serrano, G. (2004). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes – Métodos.* Ed. La Muralla

Sousa, M.J. & Baptista, C.S. (2011). Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios segundo Bolonha (4.ª ed.). Pactor.

Teixeira, R. & Rodrigues, M. (2017). O desenvolvimento de estratégias de cálculo mental: um estudo no 1.º ciclo do Ensino Básico. In C. Pires, D. Lino, I. Madureira, M. Rodrigues, & M. Falcão (Orgs.), *Atas do III Encontro de Mestrados em Educação e Ensino da Escola Superior de Educação de Lisboa* (pp. 207-221). Centro Interdisciplinar de Estudos Educacionais. http://hdl.handle.net/10400.21/9178

# ANEXOS

# Anexo A. Tabela de Potencialidades e Fragilidades turma 1º CEB

**Tabela A1.**

*Tabela de Potencialidades e Fragilidades da Turma*

| | Turma | |
|---|---|---|
| | *Potencialidades* | *Fragilidades* |
| *Competências Transversais* | ➢ Opina e respeita a opinião dos outros<br>➢ Respeita os colegas e professora<br>➢ Coopera e trabalha em parceria<br>➢ Autonomia<br>➢ Participação nas atividades | ➢ Não espera pela sua vez para falar<br>➢ Dificuldade na gestão do TEA<br>➢ Dificuldade na gestão de conflitos<br>➢ Ritmo de trabalho lento<br>➢ Dificuldade de Concentração<br>➢ Não sabe estar nos momentos coletivos e de organização |
| *Português* | ➢ Competência e gosto pela leitura<br>➢ Boa utilização da Biblioteca da Sala<br>➢ Competências Gramaticais<br>➢ Planificação da escrita de textos<br>➢ Escrita legível | ➢ Dificuldades ao nível da correção ortográfica<br>➢ Utilização correta das regras de pontuação |
| *Matemática* | ➢ Facilidade na compreensão de enunciados dos problemas<br>➢ Formulação de problemas | ➢ Cálculo Mental<br>➢ Explicação oral e por escrito de raciocínios e conclusões<br>➢ Seleção e utilização de estratégias diversificadas na resolução de problemas |
| *Estudo do meio* | ➢ Motivação para a aprendizagem dos conteúdos<br>➢ Conhecimento geral do ambiente em redor | ➢ Não observado |
| *Expressões e Educação Física* | **Música**<br>➢ Acompanha canções com gestos e percussão corporal<br>**Educação Física**<br>➢ Aulas adequadas ao ano de escolaridade e conteúdos a ser trabalhados<br>Outras Expressões e Educação Física não observadas | **Música**<br>➢ Dificuldades de concentração e foco na aula<br>**Educação Física**<br>➢ Não foram identificadas<br>Outras Expressões e Educação Física não observadas |

*Nota.* Fonte própria.

# Anexo B. Tabelas de Potencialidades e Fragilidades Turmas 2º CEB

**Tabela B1.**

*Potencialidades e Fragilidades 6º C*

| | 6º C | |
|---|---|---|
| | **Potencialidades** | **Fragilidades** |
| **Matemática** | • Interesse pelos conteúdos<br>• Equilíbrio na rapidez e domínio de conteúdos de aprendizagem | • Pouco confiantes dos seus conhecimentos |
| **Ciências da Natureza** | • Gosto e Interesse pelos conteúdos | • Falta de compreensão a nível do vocabulário científico e de conceitos<br>• Vocabulário científico reduzido |
| **Competências Transversais** | • Participativos<br>• Recetivos a novas atividades<br>• Facilidade na aquisição de conhecimentos<br>• Respeito pelas regras de sala de aula<br>• Bastante autónomos | • Preguiçosos e distraídos |

*Nota.* Fonte própria.

**Tabela B2.**

*Potencialidades e Fragilidades 6º G*

| | 6º G | |
|---|---|---|
| | **Potencialidades** | **Fragilidades** |
| **Matemática** | • Não foram detetadas potencialidades nesta área | • Dificuldades na aquisição de conhecimentos, devido à falta de compreensão da língua<br>• Pouco participativos<br>• Maior parte dos alunos não revelam interesse nas aulas. |
| **Ciências da Natureza** | • Gosto e Interesse pelos conteúdos<br>• Mais regulados em termos comportamentais nestas aulas<br>• Mais participativos | • Fraca compreensão a nível linguístico<br>• Vocabulário científico reduzido |
| **Competências Transversais** | • Aproveitamento Satisfatório | • Muito conflituosos<br>• Desrespeito pelas regras das aulas síncronas<br>• Participação desadequada;<br>• Comportamento Insatisfatório, muitas faltas disciplinares<br>• Pouco acompanhamento por parte dos E.E. |

*Nota.* Fonte própria.

Anexo C. 1ª Tarefa para estudo aplicada à turma de 1º CEB

**Nome:** ______________________________

**Data:** ___/ ___/ _______

Problema da Semana

**1.** Lê com atenção.

Ao lado (**Figura 1**) podes ver uma mesa de jardim que tem um tampo quadrado com **1 metro de comprimento** em cada lado. Sendo assim vemos que a mesa forma um quadrado com **4 metros de perímetro**.

Num parque de merendas, existem muitas destas mesas que podem ser colocadas umas ao lado das outras de modo que possam sentar-se mais pessoas.

Como se pode ver abaixo, se encostarmos **3 mesas** formamos **um retângulo** com **1 metro na largura** e **3 metros no comprimento**, fazendo com que o **perímetro seja de 8 metros**. E se encostarmos **4 mesas** continuamos a ter **um retângulo** com **1 metro de largura**, mas com **4 metros de comprimento**.


*Figura 1*

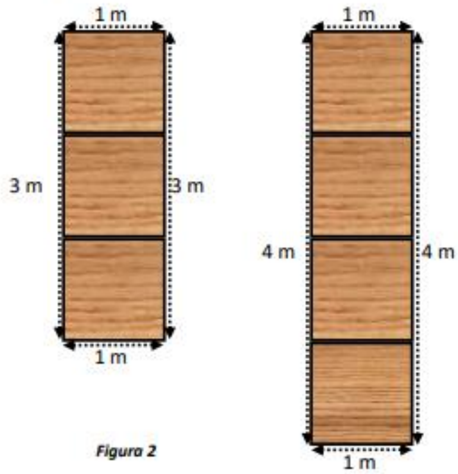



*Figura 2*

**2.** Qual é o perímetro do retângulo formado pelas 4 mesas como vês na figura ao lado? **Explica como pensaste. Podes usar desenhos e contas.**

**3.** Qual é o perímetro de um retângulo formado por 8 mesas. ***Mostra como pensaste***.

**4.** Qual é o perímetro de um retângulo formado por 100 mesas? ***Mostra como chegaste ao resultado. Podes usar esquemas e contas.***

Anexo D. 2ª Tarefa para estudo aplicada à turma do 1º CEB

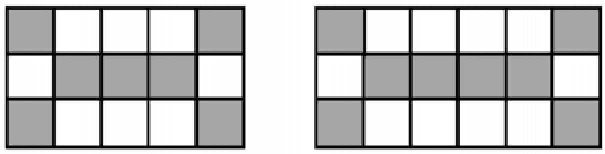
**Nome**: ______________________________

**Data:** ___/ ____/ _______

**Problema da Semana**

**1.** Lê com atenção.

Abaixo podes ver dois painéis retangulares (Painel A e Painel B) feitos com azulejos, uns cinzentos e outros brancos. Os dois painéis têm a mesma altura pois têm 3 filas de azulejos, mas o painel B é mais comprido. Tanto no painel A como no B os azulejos dos cantos são cinzentos.



Painel A    Painel B

**1.1.** Descreve os painéis:

**1.1.1.** Explica por palavras como é que vês que os azulejos brancos e cinzentos estão colocados em cada um dos painéis.

**1.1.2.** Organiza os dados relativos ao número de azulejos de **cada um dos painéis**:

| | PAINEL A | PAINEL B |
|---|---|---|
| Número de azulejos cinzentos | | |
| Número de azulejos brancos | | |
| Número de azulejos ao todo | | |

**2.** Desenha no quadriculado abaixo um painel feito do mesmo modo, mas que tenha **5 azulejos cinzentos na fila do meio**.

**3.** Quantos azulejos deve ter um painel com **10 azulejos cinzentos na fila do meio**? Diz o número total de azulejos do painel, o número total de cinzentos e o número total de brancos. **Explica como pensaste**.

**4.** Explica como podes calcular o número de azulejos de um painel qualquer se souberes quantos são os cinzentos na fila do meio.

**5.** Consegues saber quantos são os azulejos brancos e quantos são os cinzentos se o número total de azulejos for 300? Explica o teu raciocínio usando palavras, esquemas ou contas.

Bom Trabalho! 😊

# Anexo E. Tabela de análise das tarefas quanto ao tipo de generalização

**Tabela E1.**

*Tabela de análise das tarefas quanto ao tipo de generalização*

| *Categoria* | *Subcategoria* | *Indicadores* |
|---|---|---|
| *Tipos de generalização* | Generalização próxima | O aluno consegue chegar rapidamente à determinação de um termo da sequência, recursivamente ou através de desenhos |
| | Generalização distante | Implica a descoberta de uma regra geral |

*Nota.* Retirado de Barbosa (2009, p. 447).

## Anexo F. Tabela compilatória das categorias de análise das resoluções dos alunos

**Tabela F1.**

*Categorias de análise utilizadas na análise das resoluções dos alunos*

| ***Categoria*** | ***Subcategoria*** | | ***Indicadores*** |
|---|---|---|---|
| ***Estratégias de Generalização*** | Contagem | | Desenhar uma figura e contar os seus elementos. |
| | Termo unidade | Sem ajuste | Considerar um termo da sequência como unidade e usar múltiplos dessa unidade. |
| | | Com juste numérico | Considerar um termo da sequência como unidade e usar múltiplos dessa unidade. É feito um ajuste do resultado tendo por base propriedades numéricas. |
| | | Com ajuste contextual | Considerar um termo da sequência como unidade e usar múltiplos dessa unidade. É feito um ajuste do resultado tendo por base o contexto do problema. |
| | Diferença | Recursiva | Continuar a sequência com base na diferença entre termos consecutivos. |
| | | Múltiplo da diferença sem ajuste | Usar a diferença entre termos consecutivos como fator multiplicativo, sem ajustar o resultado. |
| | | Múltiplo da diferença com ajuste | Usar a diferença entre termos consecutivos como fator multiplicativo. É feito um ajuste do resultado. |
| | Explícita | | Descobrir uma regra, com base no contexto do problema, que permite o cálculo imediato do valor da variável dependente sendo conhecida a variável independente correspondente. |
| | Tentativa e erro | | Adivinhar uma regra fazendo sucessivas tentativas com diferentes valores.<br>Ou<br>Conhecida uma regra, experimentar sucessivos valores até que sejam verificadas as condições pretendidas. |

| ***Categoria*** | ***Subcategoria*** | | | ***Indicadores*** |
|---|---|---|---|---|
| ***Níveis de generalização*** | Não generaliza (*Indução Simples*) | | Nível 0 | Não reconhece a comunalidade entre os casos apresentado. Apresenta, eventualmente, tentativas de apreensão da comunalidade, mas que se baseiam em palpites e não são testadas. |
| | Generalização aritmética | | Nível 1 | Reconhece a comunalidade dos casos apresentados, mas apenas considera as quantidades conhecidas e opera com elas. Não faz a extensão para quantidades indeterminadas e, desta forma, não define uma regra geral. |
| | Generalização algébrica | Factual ou empírica | Nível 2 | Reconhece a indeterminação com sentido de quase-variável, a partir de casos particulares, mas não a nomeia. Apresenta eventualmente, uma regra para os casos particulares. |
| | | Contextual | Nível 3 | Nomeia a indeterminação e trata-a analiticamente, apoiando-se numa descrição do contexto da situação. Define uma regra geral, mas dentro do contexto da situação. |
| | | Global | Nível 4 | Nomeia a indeterminação de forma global e trata-a analiticamente, não se apoiando na descrição do contexto da situação. Define uma regra geral. |
| | | Estrutural | Nível 5 | Nomeia a indeterminação de forma geral e trata-a analiticamente, revelando a estrutura matemática dos objetos. Define uma regra estrutural. |

*Nota.* Adaptado de Barbosa (2009, p. 447) & Mestre (2014, p. 117).

## Anexo G. Proposta de Resoluções das Tarefas realizada pela investigadora

1ª Tarefa

Nome: ______________________________

Data: ___/___/_______

**Problema da Semana**

**1.** Lê com atenção.

Ao lado (**Figura 1**) podes ver uma mesa de jardim que tem um tampo quadrado com **1 metro de comprimento** em cada lado. Sendo assim vemos que a mesa forma um quadrado com **4 metros de perímetro**.

Num parque de merendas, existem muitas destas mesas que podem ser colocadas umas ao lado das outras de modo que possam sentar-se mais pessoas.

Como se pode ver abaixo, se encostarmos **3 mesas** formamos **um retângulo** com **1 metro na largura** e **3 metros no comprimento**, fazendo com que o **perímetro seja de 8 metros**. E se encostarmos **4 mesas** continuamos a ter **um retângulo** com **1 metro de largura**, mas com **4 metros de comprimento**.

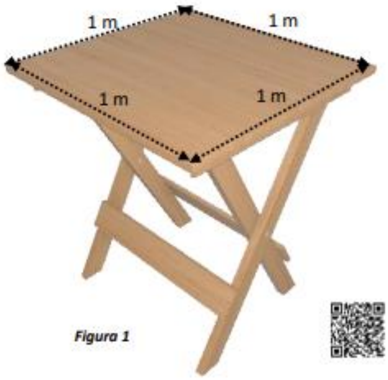



*Figura 1*

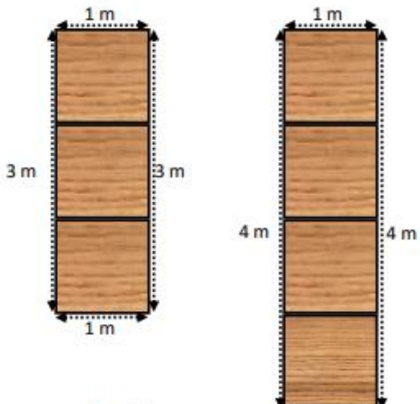



*Figura 2*

**2.** Qual é o perímetro do retângulo formado pelas 4 mesas como vês na figura ao lado? **Explica como pensaste. Podes usar desenhos e contas.**

$4 + 4 = 8$

$8 + 2 = 10$

Se o perímetro é a soma do contorno da forma, então, o perímetro do retângulo formado pelas 4 mesas é de 10m.

**3.** Qual é o perímetro de um retângulo formado por 8 mesas. ***Mostra como pensaste.***

Um retângulo formado por 8 mesas terá um perímetro de 18m.

$8 + 8 = 16$ $\quad 16 + 2 = 18$ m

**4.** Qual é o perímetro de um retângulo formado por 100 mesas? ***Mostra como chegaste ao resultado. Podes usar esquemas e contas.***

Um retângulo com 100 mesas realizado da mesma forma teria 202 m de perímetro.

$100 + 100 = 200$ $200 + 2 = 202$

Regra de geral de formação – $x^2 + 2$

2ª Tarefa

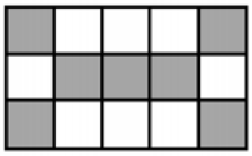
Nome: ________________________________

Data: ____/ _____/ ________

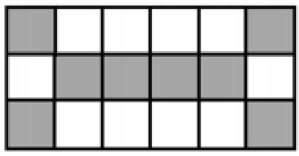
**Problema da Semana**

**1.** Lê com atenção.

Abaixo podes ver dois painéis retangulares (Painel A e Painel B) feitos com azulejos, uns cinzentos e outros brancos. Os dois painéis têm a mesma altura pois têm 3 filas de azulejos, mas o painel B é mais comprido. Tanto no painel A como no B os azulejos dos cantos são cinzentos.



Painel A



Painel B

**1.1.** Descreve os painéis:

**1.º** Explica por palavras como é que vês que os azulejos brancos e cinzentos estão colocados em cada um dos painéis.

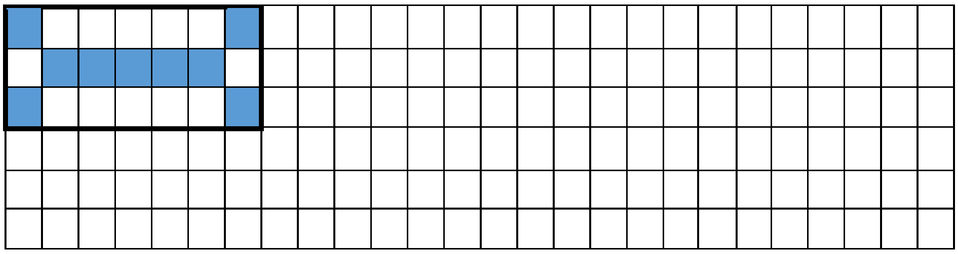
Os azulejos cinzentos estão numa fila ao centro e nos quatro cantos do retângulo.

Os azulejos brancos estão em duas filas iguais à do centro e mais um em cada ponta.

**2.º** Organiza os dados relativos ao número de azulejos de **cada um dos painéis**:

| | PAINEL A | PAINEL B |
|---|---|---|
| Número de azulejos cinzentos | 3 + 4 = 7 | 4 + 4 = 8 |
| Número de azulejos brancos | 3 + 3 + 2 = 8 | 4 + 4 + 2 = 10 |
| Número de azulejos ao todo | 7 + 8 = 15 | 10 + 8 = 18 |

**2.** Desenha no quadriculado abaixo um painel feito do mesmo modo, mas que tenha **5 azulejos cinzentos na fila do meio**.



**3.** Quantos azulejos deve ter um painel com **10 azulejos cinzentos na fila do meio**? Diz o número total de azulejos do painel, o número total de cinzentos e o número total de brancos. **Explica como pensaste**.

Um painel com 10 azulejos na fila do meio terá no total 36 azulejos.

Se tens 10 no meio, mais 4 nos cantos terá 14 azulejos cinzentos.

As filas de azulejos brancos são o dobro da fila do meio + 2 da fila cinzenta, então serão 22 azulejos brancos.

O total de azulejos será a soma dos dois, ou seja, 22 + 14 = 36.

**4.** Explica como podes calcular o número de azulejos de um painel qualquer se souberes quantos são os cinzentos na fila do meio.

Sabendo quantos azulejos tem a fila do meio, apenas tenho de adicionar 4 para saber o total de azulejos cinzentos, os brancos serão o dobro do número de azulejos na fila do meio + 2.

O total de azulejos será sempre o número de filas x 3, por ser um retângulo.

**5.** Consegues saber quantos são os azulejos brancos e quantos são os cinzentos se o número total de azulejos for 300? Explica o teu raciocínio usando palavras, esquemas ou contas.

300 / 3 = 100

Se o número total de azulejos for 300, significa que o retângulo terá 100 colunas. Então, o nº de azulejos cinzentos será as 100 colunas, menos as duas da ponta, ou seja, teremos uma fila do meio com 98 azulejos cinzentos + os 4 do canto = 102 azulejos cinzentos.

O número de azulejos brancos será o dobro dos cinzentos no meio + 2, ou seja, serão 98 * 2 = 196 + 2 = 198

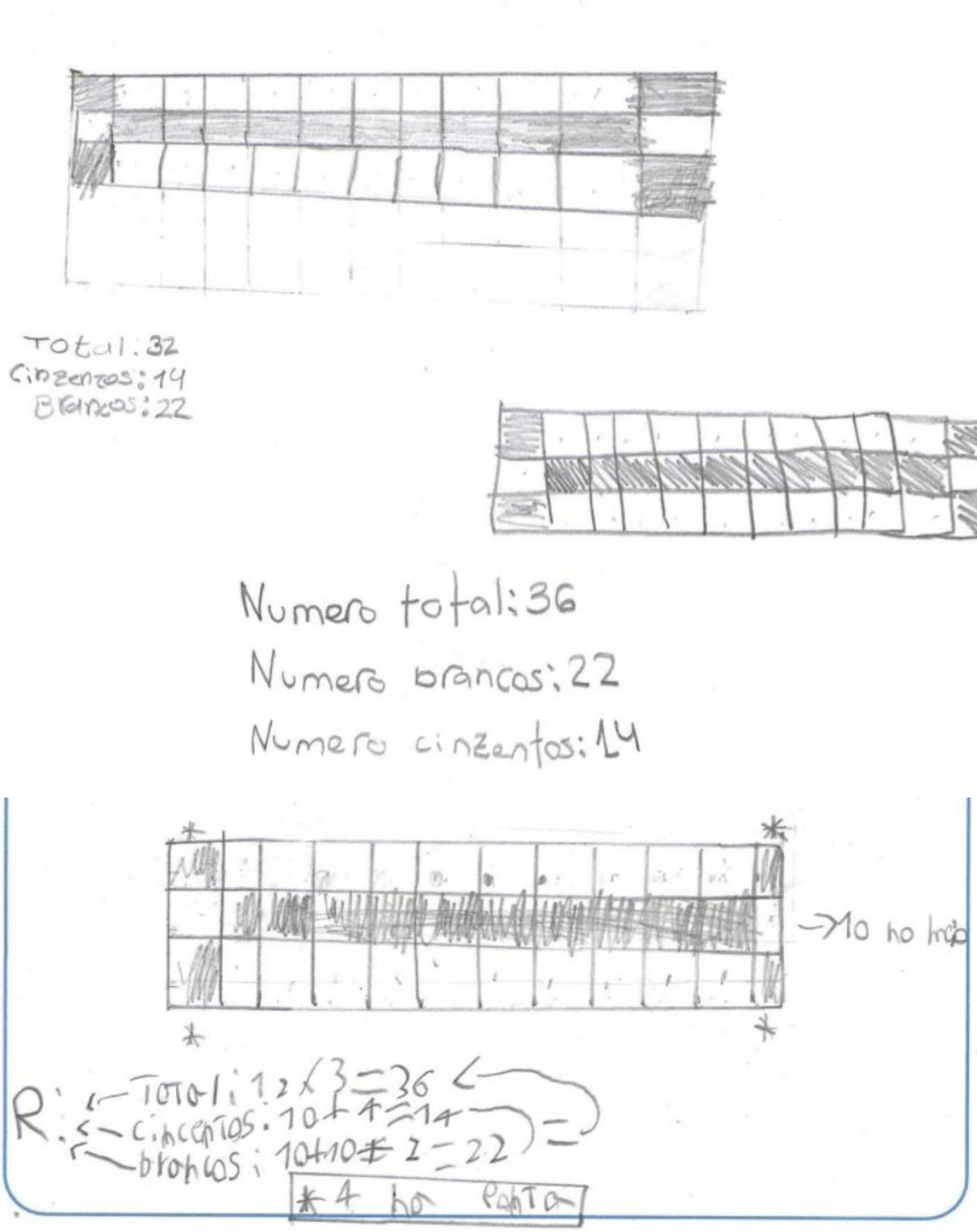
198 + 102 = 300

Bom Trabalho! 😊

## Anexo H. Fotos das resoluções dos alunos que evidenciam a estratégia de contagem mobilizada

**Figura H1.**

*Resoluções dos alunos da questão 3 da segunda tarefa*




*Nota.* Fonte própria

## Anexo I. Diferentes representações da estratégia explícita na questão 5 da segunda tarefa

**Figura I1.**

*Representações da estratégia Explícita da Sandra, do Pedro e do Joaquim*

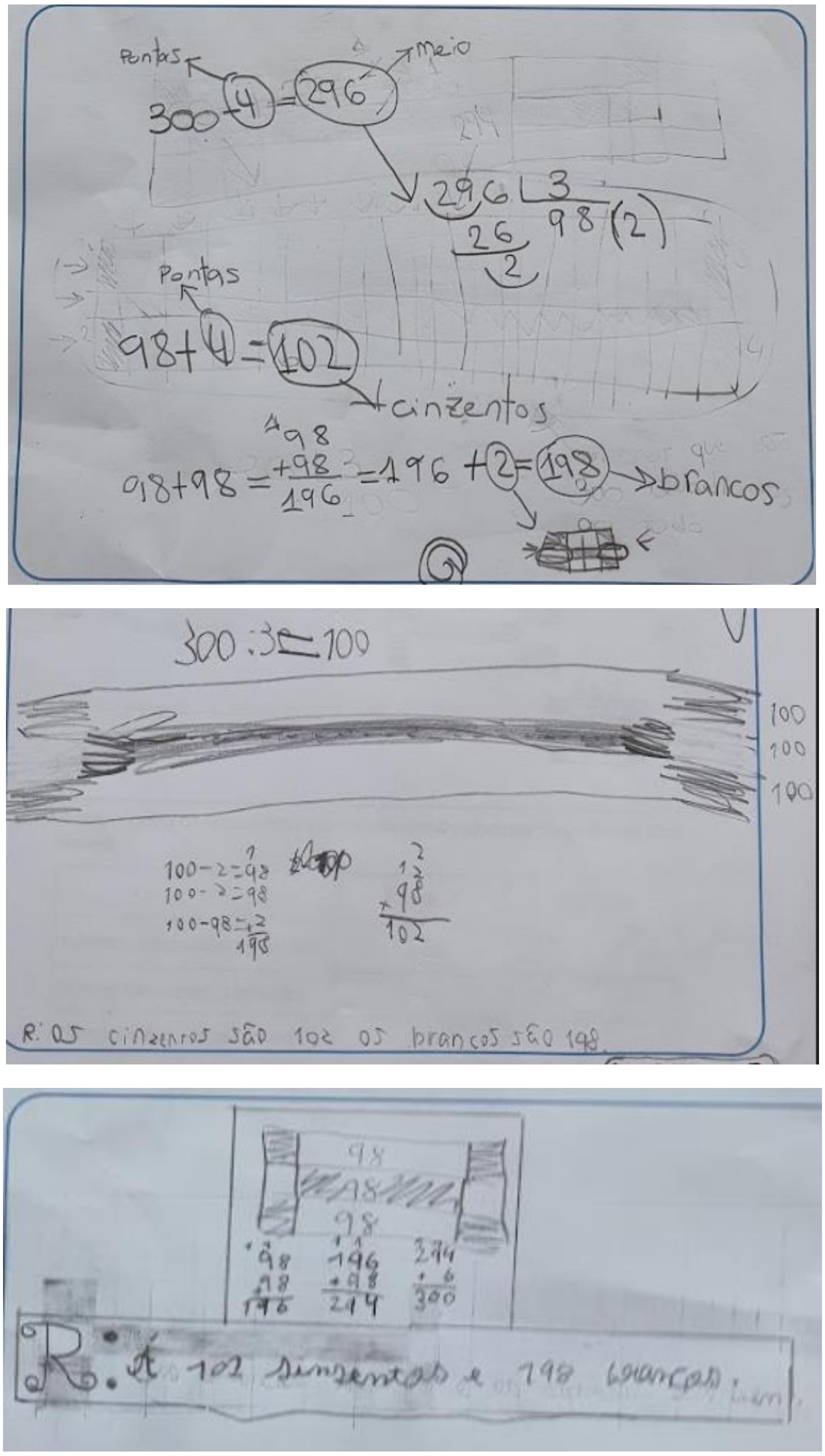


**Figura I2.**

*Representações da estratégia Explícita da Rute, do João e do Tomás*