



Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

CARLOS ANDRÉ DIAS LOPES
(Mestre em Engenharia do Ambiente)

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial

Orientador:

Doutor Vítor Manuel Rodrigues Anes

Júri:

Presidente: Doutor António João Pina da Costa Feliciano Abreu

Vogais:

Doutor Duarte Nuno Caldeira Cordeiro Dinis

Doutor Vítor Manuel Rodrigues Anes

Julho de 2025

Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

CARLOS ANDRÉ DIAS LOPES
(Mestre em Engenharia do Ambiente)

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial

Orientador:

Doutor Vítor Manuel Rodrigues Anes, Instituto Superior de
Engenharia de Lisboa, Politécnico de Lisboa

Júri:

Presidente: Doutor António João Pina da Costa Feliciano Abreu,
Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Politécnico de
Lisboa

Vogais:

Doutor Duarte Nuno Caldeira Cordeiro Dinis, Faculdade
de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de
Lisboa

Doutor Vítor Manuel Rodrigues Anes, Instituto Superior de
Engenharia de Lisboa, Politécnico de Lisboa

***Para as estrelas que nos guiam e os faróis que iluminam o caminho,
mesmo nos mares mais turbulentos da vida.***

Agradecimentos

O presente trabalho final de mestrado não teria sido possível sem o contributo de várias pessoas, tantas e tão especiais...

Em primeiro lugar, gostaria de expressar o meu profundo agradecimento ao meu orientador, Professor Vítor Anes, pelo acompanhamento, orientação e incentivo ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho. A sua disponibilidade, conhecimento e rigor foram fundamentais para a concretização deste trabalho, contribuindo significativamente para o meu crescimento académico e profissional.

Aos meus colegas e amigos, pelo apoio incondicional, pelo incentivo nos momentos mais exigentes e pelas discussões construtivas que enriqueceram este percurso. O convívio e a partilha de experiências tornaram esta jornada mais leve e motivadora.

À minha família, pela paciência, pelo apoio e pela compreensão ao longo deste percurso. O vosso suporte foi imprescindível para que pudesse manter o foco e a determinação necessários para concluir este desafio. A vossa confiança em mim foi, em todos os momentos, uma fonte inesgotável de motivação.

Por fim, um agradecimento especial a todos os professores e colegas que, direta ou indiretamente, contribuíram para o meu percurso académico. As aprendizagens adquiridas ao longo desta caminhada foram essenciais para a realização deste trabalho e para a consolidação dos conhecimentos que me acompanharão no futuro.

A todos, o meu mais sincero obrigado.

Declaração de Integridade

Declaro que esta dissertação é o resultado da minha investigação pessoal e independente. O seu conteúdo é original e todas as fontes listadas nas referências bibliográficas foram consultadas e estão devidamente mencionadas no texto. Mais declaro que todas as referências científicas e técnicas relevantes para o desenvolvimento do trabalho estão devidamente citadas e constam das referências bibliográficas.

O autor

Lisboa, 25 de julho de 2025

Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

Resumo

A calibração de instrumentos de medição constitui um elemento central na gestão inteligente de ativos físicos, sendo ainda mais crítica no contexto da Indústria 4.0, onde as decisões operacionais dependem fortemente de dados provenientes de sensores. Apesar desta importância crescente, a definição das periodicidades de calibração, na maioria dos casos, a basear-se em métodos empíricos e reativos, sem considerar a variabilidade real dos sensores nem os riscos associados a não conformidades.

Este trabalho propõe um modelo quantitativo e orientado ao risco para a definição ótima das periodicidades de calibração de sensores industriais. A metodologia integra cinco etapas principais: o tratamento estatístico dos dados de calibração, as simulações de Monte Carlo para a estimativa da probabilidade de não conformidade, a definição de critérios de avaliação, a estruturação multicritério via AHP e a avaliação quantitativa do risco.

O modelo foi aplicado a uma base de dados composta por 36 calibrações de sensores de pH. Enquanto o método tradicional de Schumacher sugeriu extensões até 12 semanas, o modelo proposto permitiu considerar extensões até 20 semanas, mantendo níveis de risco controlado. Este resultado demonstra ganhos concretos na otimização da periodicidade de calibração, contribuindo para uma gestão mais eficiente dos ativos e para a redução dos custos operacionais.

A solução foi implementada em Python e disponibilizada online como uma aplicação interativa, facilitando a sua adoção prática em ambientes industriais. As principais limitações do modelo incluem a dependência de dados históricos de calibração e a ausência de integração direta com sistemas de manutenção ou ERP. Ainda assim, o modelo revela potencial de generalização para outros tipos de sensores e contextos industriais, constituindo uma base sólida para futuras investigações em gestão metrológica baseada em risco.

Palavras-chave: Gestão de Ativos Físicos, Calibração de Sensores, Otimização de Periodicidade de Calibração, Simulação de Monte Carlo, Avaliação Multicritério (AHP)

Decision Support Model in Asset Management

Abstract

The calibration of measurement instruments is a central element in the intelligent management of physical assets, becoming even more critical within the context of Industry 4.0, where operational decisions increasingly rely on data provided by sensors. Despite this growing importance, the definition of calibration periodicities still largely relies on empirical and reactive methods, without considering the actual variability of sensors or the risks associated with nonconformities.

This work proposes a quantitative and risk-oriented model for the optimal definition of calibration periodicities for industrial sensors. The methodology integrates five main stages: statistical treatment of calibration data, Monte Carlo simulations to estimate the probability of nonconformity, definition of evaluation criteria, multicriteria structuring via AHP, and quantitative risk assessment.

The model was applied to a database comprising 36 calibrations of pH sensors. While the traditional Schumacher method suggested extensions up to 12 weeks, the proposed model allowed extensions up to 20 weeks while maintaining controlled risk levels. This result demonstrates concrete improvements in the optimization of calibration periodicities, contributing to more efficient asset management and reduced operational costs.

The solution was implemented in Python and made available online as an interactive application, facilitating its practical adoption in industrial environments. The main limitations of the model include its dependency on historical calibration data and the lack of direct integration with maintenance management or ERP systems. Nevertheless, the model shows potential for generalization to other types of sensors and industrial contexts, constituting a solid basis for future research in risk-based metrological management.

Keywords: Physical Asset Management, Sensor Calibration, Calibration Interval Optimization, Monte Carlo Simulation, Multi-Criteria Assessment (AHP)

Lista de Abreviaturas

- AHP** *Analytic Hierarchy Process* (Processo de Análise Hierárquica)
- CBM** *Condition-Based Maintenance* (Manutenção baseada na condição)
- CDF** *Cumulative Distribution Function* (Função de Distribuição Acumulada)
- CI** *Consistency Index* (Índice de Consistência)
- CM** *Corrective Maintenance* (Manutenção Corretiva)
- CMMS** *Computerized Maintenance Management System* (Gestão da Manutenção Assistida por Computador)
- CR** *Consistency Ratio* (Rácio de Consistência)
- CvM** Cramér-von Mises
- EDF** *Empirical Distribution Function* (Função de Distribuição Empírica)
- EMA** Erro Máximo Admissível
- ERP** *Enterprise Resource Planning* (Planeamento de Recursos Empresariais)
- FMEA** *Failure Mode and Effect Analysis* (Análise de Modos de Falha e Efeitos)
- FTA** *Fault Tree Analysis* (Análise da Árvore de Falhas)
- GMP** *Good Manufacturing Practices* (Boas Práticas de Fabrico)
- IAM** *Institute of Asset Management* (Instituto de Gestão de Ativos)
- ILAC** *International Laboratory Accreditation Cooperation* (Cooperação Internacional de Acreditação de Laboratórios)
- IR** *Inconsistency Ratio* (Rácio de Inconsistência)
- ISO** *International Organization for Standardization* (Organização Internacional de Normalização)
- KDE** *Kernel Density Estimation* (Curvas de Densidade)
- KS** Kolmogorov-Smirnov
- MADM** *Multi-Attribute Decision Making* (Métodos Baseados em Atributos)
- MCDA** *Multi-Criteria Decision Analysis* (Análise Multicritério de Decisão)
- MCS** *Monte Carlo Simulation* (Simulação de Monte Carlo)
- MLE** *Maximum Likelihood Estimation* (Estimativa de Máxima Verossimilhança)

- MODM** *Multi-Objective Decision Making* (Métodos Baseados em Objetivos)
- MTBF** *Mean Time Between Failures* (Tempo Médio Entre Falhas)
- OEE** *Overall Equipment Effectiveness* (Eficiência Global dos Equipamentos)
- PDF** *Probability Density Function* (Função Densidade de Probabilidade)
- PdM** *Predictive Maintenance* (Manutenção Preditiva)
- PM** *Preventive Maintenance* (Manutenção Preventiva)
- QFD** *Quality Function Deployment* (Desdobramento da Função Qualidade)
- RCM** *Reliability-Centered Maintenance* (Manutenção Centradas na Fiabilidade)
- SPC** *Statistical Process Control* (Controlo Estatístico de Processos)
- TDM** Teoria da Decisão Multicritério
- TQM** *Total Quality Management* (Gestão da Qualidade Total)

Lista de Termos Técnicos

Ativo: Bem físico ou intangível que agrega valor a uma organização e requer gestão ao longo do seu ciclo de vida (ECS, 2017).

Calibração: Operação que estabelece, sob condições especificadas, num primeiro passo, uma relação entre os valores e as incertezas de medição fornecidos por padrões e as indicações correspondentes com as incertezas associadas; num segundo passo, utiliza esta informação para estabelecer uma relação visando a obtenção dum resultado de medição a partir duma indicação (IPQ, 2012b).

Deriva: Variação da indicação ao longo do tempo, contínua ou incremental, devido a variações nas propriedades metrológicas dum instrumento de medição (IPQ, 2012b).

Erro Máximo Admissível: Valor extremo do erro de medição, com respeito a um valor de referência conhecido, admitido por especificações ou regulamentos para uma dada medição, instrumento de medição ou sistema de medição (IPQ, 2012b).

Fiabilidade: Capacidade de um item desempenhar uma função requerida, em condições específicas, durante um determinado intervalo de tempo (ECS, 2017).

Instrumento de Medição: Dispositivo utilizado para realizar medições, individualmente ou associado a um ou mais dispositivos suplementares (IPQ, 2012b).

Medição: Processo de obtenção experimental dum ou mais valores que podem ser, razoavelmente, atribuídos a uma grandeza (IPQ, 2012b).

Metrologia: Ciência da medição e suas aplicações (IPQ, 2012b).

Periodicidade de Calibração: Intervalo de tempo ou de utilização (por exemplo, em horas de operação ou número de ciclos) após o qual um sensor ou instrumento deve ser submetido a calibração (NCSL, 2010).

Risco: Combinação da probabilidade de ocorrência de um evento e das suas consequências, resultando do efeito da incerteza na consecução dos objetivos (adaptado de IPQ, 2012a).

Sensor: Elemento de um sistema de medição que é diretamente afetado por um fenómeno, corpo ou substância que contém a grandeza a ser medida (IPQ, 2012b).

Índice de Conteúdos

Agradecimentos	i
Resumo	v
Abstract	vii
Lista de Abreviaturas	ix
Lista de Termos Técnicos	xi
Índice de Figuras	xvii
Índice de Tabelas	xix
1. Introdução	1
1.1. <i>Contextualização</i>	1
1.2. <i>Problema e Lacunas Identificadas</i>	1
1.3. <i>Perguntas de Investigação</i>	2
1.4. <i>Objetivos</i>	2
1.4.1. <i>Objetivo Geral</i>	2
1.4.2. <i>Objetivos Específicos</i>	3
1.5. <i>Contributo Científico, Académico e Prático</i>	3
1.6. <i>Estrutura da Dissertação</i>	4
2. Revisão da Literatura	5
2.1. <i>Gestão de Ativos</i>	5
2.1.1. <i>Definição e Importância da Gestão de Ativos</i>	5
2.1.2. <i>Manutenção na Gestão de Ativos</i>	8
2.1.3. <i>Desafios na Gestão de Ativos</i>	11
2.2. <i>Calibração de Ativos na Indústria</i>	12
2.3. <i>Estratégias para Definição de Periodicidades de Calibração</i>	15
2.4. <i>Métodos para Ajuste de Distribuições de Probabilidade</i>	17
2.4.1. <i>Introdução às Distribuições de Probabilidade</i>	18

2.4.1.1.	Parâmetros de Localização	18
2.4.1.2.	Parâmetros de Escala	19
2.4.1.3.	Parâmetros de Forma.....	19
2.4.2.	Crítérios e Testes para Ajuste de Distribuições.....	19
2.4.2.1.	Estimativa de Máxima Verossimilhança.....	20
2.4.2.2.	Condições para a robustez da MLE.....	21
2.4.3.	Técnicas de Avaliação e Comparação.....	21
2.4.3.1.	Análise Analítica do Ajuste	22
2.4.3.1.1.	Teste de Kolmogorov-Smirnov	23
2.4.3.1.2.	Teste de Cramér-von Mises	25
2.4.3.2.	Combinação das Técnicas de Avaliação Analíticas	26
2.4.3.3.	Análise Gráfica do Ajuste	28
2.4.3.3.1.	Gráficos Q-Q (Quantil-Quantil):.....	29
2.4.3.3.2.	Gráficos P-P (Probabilidade-Probabilidade).....	29
2.4.3.3.3.	Histograma com Função de Densidade de Probabilidade	30
2.4.4.	Aplicabilidade Prática e Limitações dos Métodos de Ajuste.....	31
2.5.	<i>Modelos de Apoio à Decisão</i>	32
2.5.1.	Teoria da Decisão Multicritério	32
2.5.2.	Processo de Análise Hierárquica (AHP)	35
2.6.	<i>Simulações de Monte Carlo</i>	37
2.7.	<i>Avaliação de Risco na Gestão de Ativos</i>	41
2.7.1.	Metodologias de Avaliação de Risco	42
2.7.2.	Avaliação Probabilística de Risco e Simulações de Monte Carlo.....	43
2.7.3.	Integração dos Modelos de Apoio à Decisão na Avaliação de Risco	43
2.8.	<i>Considerações sobre a Revisão da Literatura</i>	44
3.	Enquadramento e Definição do Problema Industrial	47
3.1.	<i>Importância da Gestão da Calibração em Contextos Industriais</i>	47
3.2.	<i>Desafios na Definição de Periodicidades de Calibração</i>	48
3.3.	<i>Caracterização do Problema Industrial</i>	50
3.3.1.	Contextualização do Setor e Processo Industrial.....	50
3.3.2.	Descrição dos Equipamentos em Análise.....	50
3.3.3.	Problemas associados à Calibração dos Sensores	51
3.3.4.	Diagnóstico do Problema Industrial em Estudo.....	53
3.4.	<i>Motivação para o Desenvolvimento de um Novo Modelo</i>	54

3.5.	<i>Considerações sobre o Problema Industrial.....</i>	55
4.	Proposta de Modelo.....	57
4.1.	<i>Dados Históricos</i>	57
4.2.	<i>Aplicação do Método de Schumacher.....</i>	58
4.2.1.	Resultados para as 30 Calibrações Iniciais	59
4.2.2.	Validação com 6 Calibrações Adicionais	59
4.2.3.	Considerações sobre a Aplicação do Método de Schumacher	59
4.3.	<i>Aplicação do Modelo Proposto</i>	60
4.3.1.	Estrutura Geral do Modelo.....	60
4.3.2.	Avaliação de Risco e Critérios Considerados	61
4.3.3.	Ajuste da Distribuição Probabilística.....	62
4.3.4.	Resultados da Simulação de Monte Carlo	62
4.3.5.	Considerações sobre a Aplicação do Modelo	63
5.	Análise e Discussão dos Resultados.....	65
5.1.	<i>Comparação com o Método de Schumacher.....</i>	66
5.2.	<i>Contributos para o Problema Industrial.....</i>	66
5.3.	<i>Limitações Práticas e Discussão Crítica</i>	67
5.4.	<i>Alguns Exemplos de Decisões Baseadas no Modelo</i>	67
5.5.	<i>Considerações sobre os Resultados Obtidos</i>	69
6.	Industrialização do Modelo Proposto.....	71
6.1.	<i>Objetivo e Enquadramento Operacional</i>	71
6.2.	<i>Arquitetura e Tecnologias Utilizadas.....</i>	71
6.3.	<i>Funcionalidades da Ferramenta</i>	73
6.3.1.	Análise Estatística da Amostra	74
6.3.2.	Modelação da Distribuição de Probabilidade	74
6.3.3.	Simulação de Monte Carlo.....	75
6.3.4.	Estrutura de Decisão com AHP	75
6.4.	<i>Implementação e Interface do Utilizador.....</i>	76
6.4.1.	Desenvolvimento em Dash e Arquitetura <i>Web</i>	77
6.4.2.	Estrutura da Interface do Utilizador.....	78
6.4.3.	Interação do Utilizador com a Aplicação.....	85

6.4.4.	Tecnologias Utilizadas.....	85
6.4.5.	Benefícios da Implementação <i>Web</i>	86
6.5.	<i>Limitações Práticas e Requisitos de Adoção</i>	86
6.6.	<i>Potenciais Evoluções Futuras</i>	87
6.7.	<i>Considerações sobre a Industrialização do Modelo</i>	87
7.	Conclusões	89
7.1.	<i>Contributos e Inovação face às Práticas Existentes</i>	89
7.2.	<i>Limitações e Desafios na Aplicação Prática</i>	90
7.3.	<i>Recomendações Práticas para Adoção Industrial</i>	90
7.4.	<i>Propostas para Investigação e Evolução Futura</i>	91
7.5.	<i>Considerações Finais</i>	91
	Referências	93
	Apêndices	107
A.	<i>Comparação de Métodos para Definição de Periodicidade de Calibração</i> ..	109
B.	<i>Dados Históricos do Caso de Estudo</i>	111
C.	<i>Etapas de Aplicação do Método de Schumacher</i>	113
C.1.	Regras de Decisão	113
C.2.	Tabela de Ajustamento Sugerido por Periodicidade Atual	114
C.3.	Resultados da Aplicação às 30 Calibrações Iniciais	115
C.4.	Resultados da Aplicação à Amostra de Validação (6 Calibrações).....	117
C.5.	Considerações na Aplicação	119
D.	<i>Etapas de Aplicação do Modelo Proposto</i>	121
D.1.	Tratamento Estatístico dos Dados.....	121
D.1.1.	Descrição da amostra de dados	122
D.1.2.	Análise estatística e identificação da função probabilística	125
D.1.3.	Validação da função	128
D.2.	Simulação de Monte Carlo	137
D.3.	Critérios de Avaliação	137
D.4.	Estrutura Multicritério via AHP (<i>Analytic Hierarchy Process</i>)	140

Índice de Figuras

Figura 2.1 - Gestão de ciclo de vida do ativo	7
Figura 2.2 - Processo de gestão de ativos	8
Figura 2.3 - Evolução das estratégias de manutenção.....	9
Figura 2.4 - Diagrama básico de operação de um sensor	13
Figura 2.5 - Processo de medição até à operação e a rentabilidade.....	14
Figura 2.6 - Passos de um modelo de decisão	35
Figura 2.7 - Procedimento para a sequência do método de Monte Carlo.....	39
Figura 5.1 - Evolução do risco em função da periodicidade de calibração	66
Figura 6.1 - Menu inicial da ferramenta.....	77
Figura 6.2 - Introdução/carregamento de dados na aba "Análise Estatística"	79
Figura 6.3 - Exemplo do tipo de resultados disponibilizados na análise estatística	79
Figura 6.4 - Introdução de dados na aba "Distribuição de Probabilidade"	80
Figura 6.5 - Introdução de dados na aba "Simulação"	81
Figura 6.6 - Introdução de dados na aba "Classificação dos Critérios"	82
Figura 6.7 - Introdução de dados na aba "Pesos dos Critérios"	82
Figura 6.8 - Resultados da simulação de Monte Carlo.....	83
Figura 6.9 - Resultados dos pesos calculados segundo AHP	84
Figura 6.10 - Resultado da avaliação de risco	85
Figura A.1 - Histogramas e distribuição densidade do Ponto 1	123
Figura A.2 - Histogramas e distribuição densidade do Ponto 2	124
Figura A.3 - Gráfico Q-Q da distribuição Gumbel para o Ponto 1.....	130
Figura A.4 - Gráfico P-P da distribuição Gumbel para o Ponto 1	131
Figura A.5 - Gráfico Q-Q da distribuição Gumbel para o Ponto 2.....	132
Figura A.6 - Gráfico P-P da distribuição Gumbel para o Ponto 2	133

Figura A.7 - Histograma da amostra vs. PDF teórica do Ponto 1	135
Figura A.8 - Histograma da amostra vs. PDF teórica do Ponto 2	136

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Escala de comparação par-a-par	36
Tabela 2.2 - Valores de rácio de inconsistência do método de AHP	36
Tabela 4.1 - Descrição do risco	62
Tabela 4.2 - Parâmetros ajustados da distribuição selecionada.....	62
Tabela 5.1 - Diversos cenários com o modelo proposto.....	65
Tabela 5.2 - Síntese dos exemplos de decisão com base no modelo proposto	69
Tabela 6.1 - Benefícios para os utilizadores que usam a ferramenta	74
Tabela A.1 - Comparação entre métodos de definição de periodicidades.....	109
Tabela A.2 - Resultados de calibração dos sensores.....	111
Tabela A.3 - Ações para o estabelecimento de ajuste na periodicidade	113
Tabela A.4 - Sugestão de ajustamento	114
Tabela A.5 - Resultados das 30 calibrações com novas periodicidades	116
Tabela A.6 - Resultados das 6 calibrações com novas periodicidades	119
Tabela A.7 - Estatísticas descritivas das amostras	122
Tabela A.8 - Testes de aderência no Ponto 1	125
Tabela A.9 - Testes de aderência no Ponto 2	126
Tabela A.10 - Resultados globais dos testes usando o método de Stouffer.....	127
Tabela A.11 - Parâmetros ajustados da distribuição selecionada para a amostra.....	128
Tabela A.12 - Escala do critério de segurança.....	138
Tabela A.13 - Escala do critério de importância para o processo.....	139
Tabela A.14 - Escala do critério de custos de calibração e manutenção.....	139
Tabela A.15 - Escala do critério de impacto na qualidade.....	140
Tabela A.16 - Matriz comparação par a par	141
Tabela A.17 - Soma dos valores das colunas da matriz.....	142

Tabela A.18 - Normalização das colunas da matriz	142
Tabela A.19 - Peso de cada critério	142
Tabela A.20 - Avaliação da consistência das comparações.....	143

1. Introdução

1.1. Contextualização

A gestão metrológica desempenha um papel central na garantia da fiabilidade das medições nos processos industriais. É essencial para assegurar a qualidade dos produtos, a segurança das operações e o cumprimento de requisitos regulamentares.

No contexto da Indústria 4.0, a digitalização e a automação dos sistemas de produção exigem decisões baseadas em dados em tempo real. Neste cenário, a precisão e a rastreabilidade das medições tornam-se ainda mais críticas.

Os sensores são hoje amplamente utilizados para monitorizar variáveis de processo, servindo como base para os sistemas de controlo. A fiabilidade destes sensores depende, em grande parte, de processos de calibração periódica, que asseguram a conformidade metrológica ao longo do tempo.

1.2. Problema e Lacunas Identificadas

Apesar da sua importância, a definição da periodicidade de calibração dos sensores industriais continua a ser, na prática, uma decisão frequentemente empírica ou reativa. Na maioria dos casos, baseia-se em recomendações genéricas dos fabricantes ou em normas com pressupostos conservadores.

Estas abordagens não consideram a variabilidade estatística do desempenho dos sensores. Além disso, não integram fatores como a criticidade operacional ou o impacto económico. Como resultado, podem surgir intervalos de calibração demasiado curtos, gerando custos e paragens desnecessárias. Ou, pelo contrário, intervalos demasiado longos, que aumentam o risco de medições não conformes.

A revisão da literatura evidencia que os modelos atualmente utilizados para apoiar esta decisão carecem de rigor estatístico e de adaptação ao contexto real de operação. Em particular, observa-se a ausência de metodologias que combinem:

- i. Análise estatística da deriva dos sensores com base em dados históricos reais;
- ii. Simulação estocástica da probabilidade de falha (não conformidade) para diferentes cenários de periodicidade;
- iii. Avaliação quantitativa de risco com múltiplos critérios técnicos e operacionais.

Segundo Kopke et al. (2024) e Trindade et al. (2017), modelos tradicionais como o de Schumacher, embora amplamente utilizados, seguem uma abordagem sequencial baseada apenas no histórico de conformidades. Por norma, estes modelos não incorporam simulação, estatística inferencial, nem ponderação das consequências.

Neste contexto, torna-se pertinente desenvolver uma abordagem mais robusta. É essencial conjugar ferramentas da estatística, da simulação e da decisão multicritério. O modelo aqui proposto pretende responder a esta lacuna no estado da arte, oferecendo uma solução quantitativa, adaptável e fundamentada em dados. O objetivo é apoiar decisões mais fundamentadas e custo-eficientes na gestão da calibração de sensores industriais.

1.3. Perguntas de Investigação

Tendo em vista as lacunas identificadas na definição de periodicidades de calibração e a necessidade de um modelo quantitativo orientado ao risco, foram formuladas as seguintes perguntas de investigação (Q) que orientam o desenvolvimento deste trabalho:

Q1: Como pode a variabilidade estatística dos erros de calibração dos sensores ser modelada através de distribuições probabilísticas, de forma a apoiar decisões de calibração mais ajustadas à realidade operacional?

Q2: De que modo a integração de simulações de Monte Carlo com uma avaliação de risco multicritério pode apoiar a definição de intervalos de calibração mais eficientes, equilibrando custo e fiabilidade?

Q3: Qual o desempenho do modelo proposto, em comparação com métodos tradicionais como o de Schumacher, na definição de periodicidades de calibração?

Estas questões refletem a necessidade de aprofundar o conhecimento sobre a modelação estatística do comportamento dos sensores. Procuram também explorar metodologias quantitativas para avaliar o risco associado a diferentes intervalos de calibração. Por fim, pretendem comparar a eficácia do modelo desenvolvido com abordagens empíricas frequentemente utilizadas na prática industrial.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo Geral

Desenvolver e validar um modelo quantitativo de apoio à decisão para a definição otimizada das periodicidades de calibração de sensores industriais, com base em dados reais e numa análise de risco multicritério.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Analisar dados históricos de calibração de sensores industriais, identificando padrões de deriva;
- Ajustar distribuições de probabilidade adequadas e validar a sua aderência com base em testes estatísticos;
- Simular cenários de falha (não conformidade) para diferentes intervalos de calibração, utilizando simulação de Monte Carlo;
- Avaliar os riscos associados, ponderando critérios técnicos, económicos e operacionais através do método AHP;
- Comparar os resultados obtidos com os do método de Schumacher;
- Implementar o modelo desenvolvido numa ferramenta computacional, facilitando a sua aplicação prática.

1.5. Contributo Científico, Académico e Prático

Este trabalho propõe uma abordagem inovadora para a definição de periodicidades de calibração. A proposta integra a modelação estatística da deriva de sensores, a simulação de Monte Carlo e a avaliação multicritério do risco, com recurso ao método AHP.

Para além do desenvolvimento metodológico, o trabalho oferece três contributos complementares:

- Do ponto de vista científico, propõe-se uma integração entre modelação estatística, simulação estocástica e avaliação multicritério do risco. Estas metodologias são aplicadas à problemática da calibração metrológica, um tema ainda pouco explorado sob uma perspetiva quantitativa;
- No plano académico, o estudo sistematiza conceitos interdisciplinares das áreas da metrologia, da gestão de ativos e do apoio à decisão. Propõe ainda uma estrutura metodológica replicável em trabalhos futuros;
- Em termos práticos, disponibiliza-se uma ferramenta interativa desenvolvida em Python, acessível online. Esta aplicação permite implementar o modelo em contexto real, potenciando melhorias na gestão da calibração de sensores industriais.

1.6. Estrutura da Dissertação

A dissertação organiza-se em sete capítulos:

Capítulo 1 - Introdução: Apresenta o contexto, o problema de investigação, as perguntas de investigação, os objetivos, os contributos do trabalho e a sua estrutura.

Capítulo 2 - Revisão da Literatura: Explora os conceitos de gestão de ativos, calibração, definição de periodicidades, simulação, modelos de decisão e avaliação de riscos.

Capítulo 3 - Enquadramento e Definição do Problema Industrial: Caracteriza o problema em estudo, descreve o contexto operacional e analisa as limitações das abordagens tradicionais.

Capítulo 4 - Proposta do Modelo: Apresenta a metodologia desenvolvida, detalha os passos da abordagem proposta e aplica o modelo a um caso de estudo.

Capítulo 5 - Análise e Discussão dos Resultados: Compara os resultados do modelo proposto com os do método de Schumacher, discutindo as suas implicações práticas e operacionais.

Capítulo 6 - Industrialização do Modelo Proposto: Descreve a implementação do modelo numa aplicação interativa, incluindo a arquitetura, as funcionalidades e a usabilidade da solução.

Capítulo 7 - Conclusões: Resume os principais contributos do estudo, reflete sobre as limitações identificadas e apresenta propostas para investigação futura.

2. Revisão da Literatura

A excelência operacional constitui uma filosofia organizacional centrada na melhoria contínua, com o objetivo de satisfazer as expectativas dos clientes, aumentar o envolvimento dos colaboradores e atingir o desempenho ótimo dos processos internos. Este conceito está intrinsecamente ligado aos princípios da metodologia *Lean*, que promove a eliminação de desperdícios e a criação de valor sustentável (Cahyo et al., 2019).

No contexto industrial, a excelência operacional assenta em três pilares fundamentais (Cahyo et al., 2019):

1. Um sistema de gestão da qualidade robusto;
2. O uso sistemático de indicadores de desempenho;
3. A padronização de processos de suporte à decisão.

Estes elementos visam, entre outros objetivos, reduzir a variabilidade dos processos, aumentar a fiabilidade operacional e melhorar a satisfação dos clientes. Os benefícios obtidos incluem a redução de custos e riscos operacionais, a melhoria da eficiência e a criação de valor para todas as partes interessadas.

Na área da manutenção e gestão de ativos, a excelência operacional traduz-se na implementação de estratégias que assegurem a disponibilidade e a fiabilidade dos equipamentos. Ao mesmo tempo, procura-se minimizar os custos totais de propriedade. Uma gestão eficaz dos ativos físicos é, assim, um dos elementos chave para garantir a sustentabilidade operacional a longo prazo (Cahyo et al., 2019).

Atualmente, a indústria encontra-se em constante transformação para responder às exigências da competitividade dos mercados. Esta evolução depende do uso intensivo de equipamentos industriais. Garantir que estes ativos operam num nível ótimo, e implementar processos que maximizem o seu valor, são aspetos essenciais para o crescimento das organizações. Estes fatores têm um impacto direto no retorno financeiro (More et al., 2024).

2.1. Gestão de Ativos

2.1.1. Definição e Importância da Gestão de Ativos

A gestão de ativos é um processo sistemático e coordenado que visa maximizar o valor dos ativos ao longo do seu ciclo de vida, equilibrando risco, custo e desempenho. Este processo

deve estar alinhado com os objetivos organizacionais e com as expectativas das partes interessadas (Cahyo et al., 2019; IAM, 2008; ISO, 2024; Schneider et al., 2006).

Na indústria, a gestão de ativos desempenha um papel crucial na garantia da qualidade. Visa assegurar que os equipamentos (ativos) se encontram sempre em condições ideais de funcionamento. Esta abordagem contribui para minimizar o tempo de paragem, melhorar a produtividade e aumentar a rentabilidade das organizações.

De acordo com o Instituto de Gestão de Ativos (IAM - *Institute of Asset Management*), na sua norma PAS 55-2:2008, a gestão de ativos tem como objetivos principais (IAM, 2008):

1. Garantir um resultado específico e mensurável requerido pelo sistema de ativos, de forma a implementar uma política e estratégia de gestão de ativos;
2. Estabelecer um nível de desempenho ou condição detalhada e mensurável exigida para os ativos;
3. Assegurar um resultado específico e mensurável requerido pelo sistema de gestão de ativos.

A gestão de ativos aplica-se a todos os tipos de organizações. Pode ser categorizada em cinco grandes grupos de ativos (Assis, 2014; de-Almeida-e-Pais et al., 2019):

1. Ativos Físicos;
2. Ativos Financeiros;
3. Ativos Humanos;
4. Ativos de Informação;
5. Ativos Intangíveis.

Estas cinco categorias devem ser geridas de forma holística (de-Almeida-e-Pais et al., 2019):

- Ativos físicos incluem itens, instalações, máquinas e equipamentos de comunicação;
- Ativos financeiros referem-se a depósitos, empréstimos e dívida pública;
- Ativos humanos são as pessoas, com as suas características, formação, conhecimento e experiência;
- Ativos de informação incluem dados de ativos, estratégia, planos, metas e objetivos;
- Ativos intangíveis são aqueles que, embora não tenham uma forma física, representam valor para a organização, como patentes e direitos de autor.

A gestão de ativos pode ser definida como a gestão do ciclo de vida dos ativos com o objetivo de alcançar resultados e metas específicas da organização (Payette & Abdul-Nour, 2023). No caso dos ativos físicos, esta abordagem funciona como uma estratégia de melhoria contínua. O objetivo é aumentar a disponibilidade, segurança, fiabilidade e longevidade dos ativos.

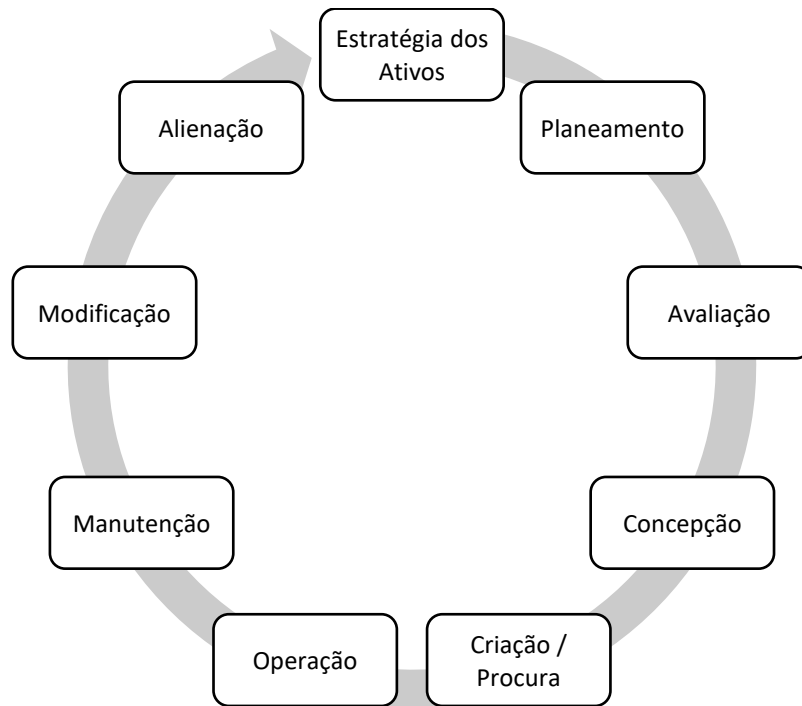
A engenharia da gestão de ativos concentra-se na otimização dos ativos ao longo de todo o seu ciclo de vida. Isto inclui o planeamento, a aquisição, a operação e o fim de vida (Figura 2.1). A implementação de uma estratégia eficaz em todas estas fases permite maximizar o valor dos ativos, prolongar a sua vida útil e garantir que contribuem de forma sustentável para os objetivos da organização (More et al., 2024; Parra et al., 2021).



*Figura 2.1 - Gestão de ciclo de vida do ativo
(More et al., 2024)*

A visão tradicional da gestão de ativos tem origem na área da manutenção. No entanto, o conceito é mais abrangente do que a função de manutenção em si. A gestão de ativos físicos está associada à criação de valor, abrangendo todas as fases do seu ciclo de vida, desde a conceção e implementação até à exploração, operação, manutenção e alienação. Esta abordagem garante que os ativos são geridos tendo em conta restrições económicas, ergonómicas, de integridade técnica e de desempenho operacional (de-Almeida-e-Pais et al., 2019).

A gestão de ativos pode ser estruturada em nove etapas distintas, como representado na Figura 2.2. Cada uma dessas etapas desempenha um papel essencial na maximização do valor dos ativos ao longo do seu ciclo de vida.



*Figura 2.2 - Processo de gestão de ativos
(de-Almeida-e-Pais et al., 2019)*

O alinhamento entre o sistema de gestão de ativos e a estratégia organizacional é fundamental. A gestão de ativos atua como uma estrutura integrada baseada na colaboração multidisciplinar. Neste contexto, organização, planeamento e desempenho combinam-se para promover a melhoria contínua e a otimização dos ativos ao longo do tempo (More et al., 2024).

Apesar do reconhecimento da sua importância, muitas organizações continuam a adotar abordagens convencionais na definição de estratégias de manutenção. Frequentemente, descumem-se ferramentas quantitativas de apoio à decisão. Um exemplo concreto é a definição das periodicidades de calibração, que continua a ser, em muitos casos, uma prática empírica.

Este trabalho propõe uma abordagem quantitativa para colmatar essa lacuna. Para isso, aplica metodologias rigorosas na análise do comportamento dos sensores ao longo do seu ciclo de vida.

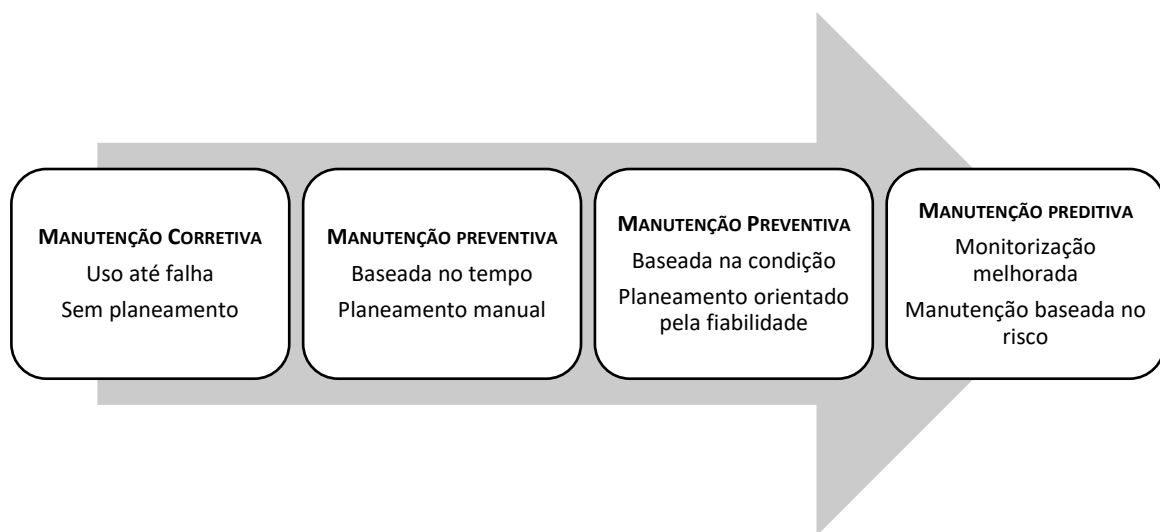
2.1.2. Manutenção na Gestão de Ativos

De um modo geral, as decisões e atividades de gestão de ativos podem ser categorizadas com base numa perspetiva temporal (Gandini Panegossi et al., 2022; Naim et al., 2023):

1. **Curto prazo:** Planeamento operacional;
2. **Médio prazo:** Planeamento de manutenção e fiabilidade;
3. **Longo prazo:** Planeamento estratégico.

No médio prazo, destaca-se o planeamento da manutenção. Este é um elemento essencial para garantir a longevidade, fiabilidade e eficiência dos equipamentos e instalações. O processo inclui um conjunto de atividades destinadas a preservar o funcionamento adequado dos ativos ao longo do seu ciclo de vida. Tem como objetivo prevenir falhas que possam comprometer a operação, a produtividade e a segurança.

Na gestão de ativos físicos, o planeamento da manutenção pode ser estruturado em quatro categorias principais (Figura 2.3), cada uma com um papel fundamental na sustentabilidade e no desempenho dos ativos.



*Figura 2.3 - Evolução das estratégias de manutenção
(More et al., 2024)*

Antes de 1950, a abordagem predominante à manutenção era conhecida como "correr até à falha", ou manutenção corretiva (CM). Esta abordagem reativa consistia em realizar a manutenção apenas após a ocorrência de uma falha, com o objetivo de restaurar o ativo ao seu estado funcional (More et al., 2024).

Contudo, as estratégias baseadas em CM apresentam limitações. Entre elas estão o aumento do tempo de inatividade dos equipamentos e a incapacidade de otimizar o desempenho operacional em termos de custo e risco. Apesar da evolução para estratégias mais eficientes, a CM continua a ser aplicada em sistemas de engenharia de baixo risco, sobretudo devido ao seu baixo custo de implementação (More et al., 2024).

A manutenção preventiva (PM) é definida como a manutenção realizada em intervalos predeterminados ou segundo critérios predefinidos. O objetivo é reduzir a probabilidade de falha ou a degradação do desempenho do ativo. Esta abordagem promove ações antes da ocorrência de falhas, prevenindo intervenções corretivas e garantindo melhor desempenho em termos de custo e risco (Parra et al., 2021).

A PM é a estratégia de manutenção mais comum na indústria. Divide-se em duas categorias:

- Manutenção preventiva baseada no tempo (*Time-Based Maintenance*);
- Manutenção preventiva baseada na condição (*Condition-Based Maintenance*).

A manutenção baseada no tempo envolve a realização de ações em intervalos regulares, independentemente do estado do ativo. É recomendada quando a monitorização contínua é difícil ou quando os métodos baseados na condição exigem dados extensos, que podem ser difíceis de obter. Além disso, alguns componentes apresentam sinais de degradação antes de falharem. Nestes casos, inspeções regulares permitem a deteção precoce de defeitos e a substituição de peças antes da falha, reduzindo custos e riscos (Parra et al., 2021).

A manutenção baseada na condição (CBM - *Condition-Based Maintenance*) é uma forma de PM que combina monitorização, inspeção, testes e análise de dados. Segue um modelo preditivo, permitindo realizar intervenções antes da falha dos sistemas ou componentes. O principal objetivo da CBM é a deteção precoce de falhas, o diagnóstico, a monitorização da degradação e a previsão da ocorrência de falhas (Payette & Abdul-Nour, 2023).

A manutenção preditiva insere-se nas estratégias de manutenção baseadas no risco e centradas na fiabilidade (RCM - *Reliability-Centered Maintenance*). A RCM coloca a fiabilidade do ativo no centro da decisão, conduzindo à definição de estratégias estruturadas para determinar os requisitos de manutenção de cada ativo, tendo em conta o seu contexto operacional (Payette & Abdul-Nour, 2023; Schneider et al., 2006).

O processo de tomada de decisão na gestão da manutenção pode ser dividido em duas fases: a definição da estratégia e a sua implementação. O primeiro passo é o alinhamento com a estratégia de negócio. A definição da estratégia de manutenção deve garantir que as atividades contribuem para o sucesso global da organização.

Os objetivos de manutenção, derivados do plano estratégico da empresa, servem como ponto de partida para a definição das estratégias de manutenção. A segunda fase consiste na sua implementação. Esta reflete a capacidade da organização de enfrentar desafios operacionais e minimizar os custos diretos de manutenção (More et al., 2024).

A gestão eficaz de ativos exige um equilíbrio entre custos, riscos e desempenho. O objetivo é maximizar a eficiência operacional a um custo otimizado, mitigando simultaneamente potenciais riscos (Gandini Panegossi et al., 2022; Niaki, 2021).

Um sistema integrado de gestão de ativos é essencial para coordenar e otimizar a diversidade e complexidade dos ativos. Este sistema assegura que as decisões estão alinhadas com os objetivos estratégicos, as prioridades operacionais e o perfil de risco da organização. Neste

contexto, destaca-se a Norma ISO 55000, que estabelece diretrizes para a padronização de conceitos e a implementação de boas práticas na gestão de ativos, promovendo uma abordagem eficaz e reconhecida internacionalmente.

Embora a literatura reconheça a importância da CBM e da RCM, muitas vezes omite o papel central da calibração dos instrumentos de medição como parte integrante da manutenção preventiva. Este trabalho propõe posicionar a calibração como um processo estratégico na gestão de ativos. Para isso, apresenta uma metodologia quantitativa que permite otimizar a sua frequência com base no risco e no desempenho esperado.

2.1.3. Desafios na Gestão de Ativos

A gestão de ativos na indústria enfrenta diversos desafios. Um dos principais é a manutenção preventiva, que exige a identificação de potenciais problemas antes da ocorrência de falhas. Outro desafio crítico é a gestão de dados dos ativos, que inclui a aquisição, análise e utilização eficaz da informação para decisões informadas sobre manutenção e operação. Além disso, a obsolescência dos equipamentos e a necessidade de atualizações regulares representam obstáculos significativos à fiabilidade e eficiência dos ativos.

A gestão de ativos baseia-se em conceitos fundamentais como a Terologia e a Holística (de-Almeida-e-Pais et al., 2019).

- A Terologia refere-se à utilização integrada de técnicas de investigação operacional, gestão de informação e engenharia. O objetivo é acompanhar o ciclo de vida das instalações e equipamentos. Esta abordagem inclui desde a definição de especificações para aquisição, instalação e receção de ativos até à gestão e controlo da sua manutenção, modificação, substituição e acompanhamento em serviço.
- A Holística, por sua vez, caracteriza-se pela compreensão integral dos fenómenos. Foca-se na interação entre os elementos do sistema, em vez da sua análise isolada. Esta perspetiva permite uma visão global e integrada da gestão de ativos, assegurando uma estratégia mais eficiente e sustentável para a otimização do seu ciclo de vida.

As decisões relacionadas com a gestão de ativos fazem parte de um ciclo contínuo de aprendizagem. O desempenho é constantemente monitorizado e revisto com base em decisões passadas, permitindo acompanhar a evolução dos riscos e oportunidades. Este processo fornece informação essencial para apoiar decisões futuras (de-Almeida-e-Pais et al., 2019).

É importante destacar que estas decisões não dependem apenas da capacidade técnica. São também avaliadas com base nas pessoas que as tomam, refletindo a natureza multidisciplinar da gestão de ativos e a necessidade de colaboração entre diferentes departamentos (de Almeida-e-Pais et al., 2019).

Para classificar e descrever ferramentas de suporte à decisão na gestão de ativos, Vanier (2001) propôs seis tópicos fundamentais:

- O que existe?: Identificação e inventariação dos ativos;
- Quanto vale?: Determinação do valor dos ativos e dos custos associados;
- Qual é o atraso das tarefas de manutenção?: Análise do *backlog* e planeamento das intervenções;
- Qual a sua condição?: Avaliação do estado atual dos ativos;
- Qual a vida útil restante?: Estimativa do tempo de operação antes da necessidade de substituição ou manutenção;
- Onde intervir primeiro?: Priorização das ações de manutenção com base em critérios estratégicos.

No contexto da gestão de ativos físicos, a calibração desempenha um papel estratégico, especialmente em setores onde a precisão é crítica. Como parte integrante da manutenção de ativos, a calibração é essencial para garantir que os instrumentos e equipamentos de medição operam dentro das especificações estabelecidas. Isso assegura a fiabilidade dos dados e a qualidade dos processos industriais.

No caso dos sensores industriais, a calibração é determinante para a fiabilidade das medições. No entanto, os intervalos de calibração são, muitas vezes, fixos e desajustados ao comportamento real dos sensores.

A gestão de ativos ainda enfrenta uma lacuna metodológica relativamente à definição de periodicidades de calibração. Embora as estratégias de manutenção tenham evoluído, a calibração continua a ser tratada de forma normativa ou empírica. Falta suporte em modelos quantitativos de decisão.

A presente dissertação propõe um modelo inovador para colmatar essa lacuna. A proposta integra simulação e avaliação multicritério para apoiar decisões baseadas no risco e no desempenho esperado dos sensores.

2.2. Calibração de Ativos na Indústria

A calibração de ativos na indústria é essencial para garantir o desempenho ideal dos equipamentos, a conformidade normativa e a segurança operacional. Integrar estratégias de

calibração eficazes nos planos de manutenção contribui para otimizar o desempenho dos ativos, prolongar a sua vida útil e reduzir custos associados a manutenções corretivas.

A calibração é definida como o processo de comparação das medições de um instrumento com um padrão de referência conhecido. Caso sejam encontradas discrepâncias, o instrumento é ajustado para cumprir as especificações exigidas. Este processo assegura que os equipamentos operam dentro das tolerâncias aceitáveis, proporcionando medições precisas e fiáveis nas operações industriais (Brown, 2021; Clemen et al., 2022; A. Martins et al., 2023). Para além disso, a calibração garante a fiabilidade dos dados recolhidos e é fundamental para uma gestão eficiente dos processos industriais (Ahmed Murtaza et al., 2024; Mustapää et al., 2020).

A metrologia, enquanto ciência da medição, desempenha um papel central neste contexto. Fornece a base para assegurar a fiabilidade dos dados recolhidos pelos sensores. Através da pirâmide de rastreabilidade, que compreende calibrações regulares, desde os padrões de referência até aos sensores, é possível garantir que as medições cumprem os requisitos dos processos industriais (Brown, 2021; Squara et al., 2021). Além disso, a metrologia é essencial para reduzir desperdícios, facilitar o comércio internacional, promover o avanço tecnológico e assegurar a segurança e qualidade dos produtos (Brown, 2021; Cavalieri & Salafia, 2020).

Os sensores (Figura 2.4), elementos críticos nos sistemas de medição, são responsáveis por monitorizar parâmetros como temperatura, pressão, velocidade ou pH. Convertem fenómenos físicos em sinais elétricos mensuráveis. No entanto, estão sujeitos a fatores como desgaste, acumulação de sujidade, variações de temperatura e envelhecimento dos componentes, que podem comprometer a precisão ao longo do tempo (Ahmed Murtaza et al., 2024; Mustapää et al., 2020).



*Figura 2.4 - Diagrama básico de operação de um sensor
(A. Martins et al., 2020)*

Os sensores de processo são usados para controlar os processos industriais. As suas medições permitem compreender melhor o comportamento dos sistemas, facilitando melhorias contínuas. A ligação entre a medição de processo e a rentabilidade encontra-se ilustrada na Figura 2.5.

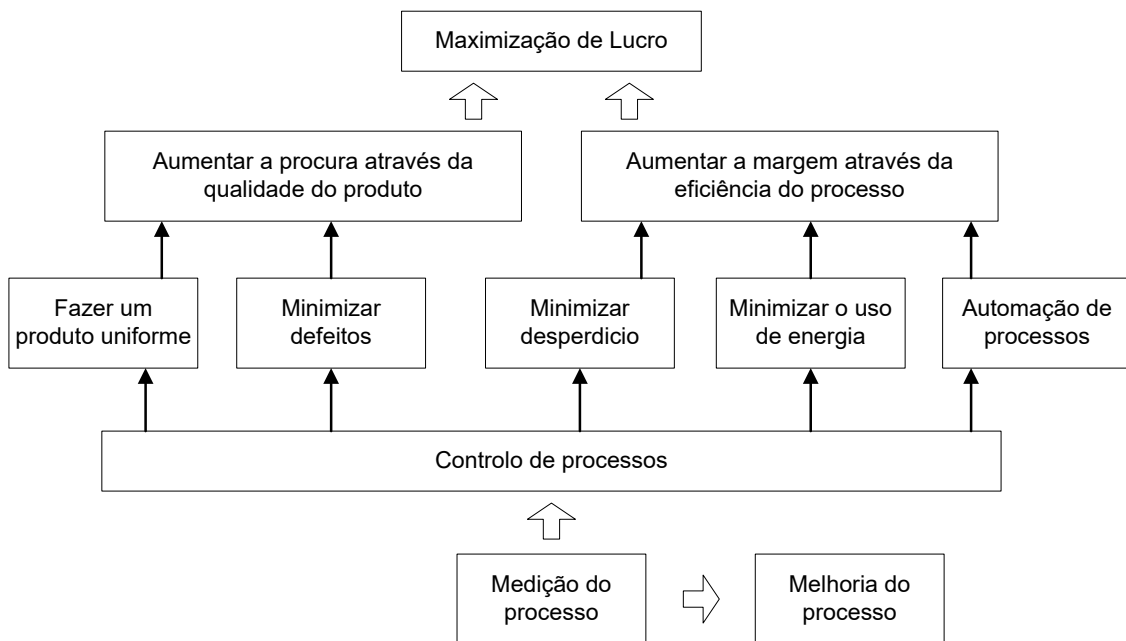


Figura 2.5 - Processo de medição até à operação e a rentabilidade. (adaptado de A. Martins et al., 2020)

A definição de intervalos de calibração eficazes é fundamental para equilibrar custos e benefícios. Intervalos demasiado curtos geram custos desnecessários. Já intervalos demasiado longos podem comprometer a fiabilidade das medições. Uma gestão adequada da calibração também garante a conformidade com normas internacionais, como a ISO 9000. Isso promove a aceitação global dos produtos e reforça a confiança nos processos organizacionais (Clemen et al., 2022; Sousa et al., 2022).

A rastreabilidade, princípio-chave da metrologia, assegura que as medições são consistentes e comparáveis com padrões globais. Este fator é determinante para fomentar a colaboração internacional e a inovação (Squara et al., 2021).

Com o avanço das tecnologias de monitorização, a calibração baseada na condição tem-se afirmado como alternativa às calibrações periódicas tradicionais. Esta abordagem permite realizar a calibração apenas quando os dados indicam degradação no desempenho dos sensores. Dessa forma, os recursos são otimizados e evitam-se manutenções desnecessárias.

A Manutenção Preditiva (PdM), que utiliza análise de dados para prever falhas, é um exemplo de como os dados em tempo real podem ser integrados para melhorar a eficiência operacional (Ahmed Murtaza et al., 2024; Cavalieri & Salafia, 2020).

Adicionalmente, a aplicação de ferramentas de Gestão da Qualidade Total (TQM - *Total Quality Management*) tem contribuído para aprimorar as operações de calibração. Entre estas ferramentas destacam-se (Ahmed Murtaza et al., 2024; Sousa et al., 2022):

- A Análise de Modos de Falha e Efeitos (FMEA - *Failure Mode and Effect Analysis*);
- O Controlo Estatístico de Processos (SPC - *Statistical Process Control*);
- O Desdobramento da Função Qualidade (QFD - *Quality Function Deployment*).

Estas abordagens são essenciais para alinhar as atividades de calibração com os objetivos de melhoria contínua e eficiência operacional.

A calibração não é apenas uma operação técnica. É uma estratégia fundamental de gestão de ativos, que contribui para aumentar a produtividade, reduzir custos e garantir a qualidade dos produtos e processos industriais. A sua implementação correta reforça a competitividade das organizações e assegura a sustentabilidade das operações a longo prazo.

Apesar da reconhecida importância da calibração na gestão de ativos, a definição da sua periodicidade continua, na prática, a ser predominantemente empírica. Em geral, baseia-se em recomendações genéricas dos fabricantes ou em práticas herdadas. Esta abordagem desconsidera a variabilidade individual dos sensores e os impactos diferenciados que erros de medição podem ter nos processos industriais.

Verifica-se, assim, a ausência de metodologias quantitativas integradas que considerem simultaneamente os dados históricos de calibração, os riscos operacionais e os critérios estratégicos de decisão. Este vazio metodológico constitui a base do problema abordado neste trabalho. Como resposta, propõe-se um modelo orientado ao risco e suportado por dados reais, para apoiar a definição da periodicidade ótima de calibração de sensores industriais.

2.3. Estratégias para Definição de Periodicidades de Calibração

A definição de intervalos ótimos de calibração é essencial para garantir a rastreabilidade metrológica, a fiabilidade das medições e a conformidade regulamentar nos processos industriais. Uma estratégia bem delineada permite equilibrar os custos operacionais, minimizar os riscos associados a não conformidades e assegurar que os instrumentos operam dentro dos limites de tolerância especificados.

Diversos autores abordam esta definição a partir de perspetivas distintas, que podem ser agrupadas em três grandes categorias metodológicas: métodos reativos, métodos estocásticos e métodos estatísticos. Cada abordagem apresenta vantagens, limitações e requisitos diferentes em termos de dados e capacidade analítica.

- **Métodos Reativos:** Estes métodos são amplamente utilizados devido à sua simplicidade. Baseiam-se nos resultados de calibrações anteriores para ajustar os intervalos seguintes. Exemplo disso são o método de resposta única e o A1, que ajustam o intervalo com base no estado de conformidade do instrumento na última calibração (Carvajal et al., 2022; Kopke et al., 2024). Outros modelos, como A2, A3, A4 e Schumacher, fazem ajustes com base em diversos resultados anteriores (Trindade et al., 2017);
- **Métodos Estocásticos:** Estes métodos requerem a recolha e análise de grandes volumes de dados. Permitem desenvolver modelos de fiabilidade que descrevem o comportamento dos instrumentos ao longo do tempo (Kopke et al., 2024; Lin & Liu, 2005). Estes modelos preveem o tempo até à falha, considerando fatores como desgaste e variações ambientais e processuais. Apesar de precisos, exigem bases de dados extensas e cálculos complexos;
- **Métodos Estatísticos:** Utilizam dados de calibrações anteriores combinados com teorias matemáticas para estimar intervalos ótimos. Um exemplo é o modelo *Gray*, que considera fatores internos e externos incertos para prever desvios (Chunovkina et al., 2020; Kopke et al., 2024). Estas técnicas são úteis para instrumentos de alta precisão, mas requerem bases de dados consistentes.

Para facilitar a comparação entre estas abordagens, apresenta-se no Apêndice A uma tabela-resumo com as principais vantagens, limitações e requisitos de dados de cada uma.

A definição dos intervalos de calibração deve ainda considerar diversos fatores (Cundeva-Blajer, 2023; Miqueleti & Costa-Félix, 2023), tais como:

- Requisitos de incerteza metrológica;
- Risco de o instrumento exceder os limites de erro admissível;
- Frequência de uso e intensidade de operação;
- Recomendações do fabricante;
- Condições ambientais;
- Dados históricos e tendências registadas.

Além disso, abordagens modernas dividem-se entre modelos estatísticos baseados em dados e métodos algorítmicos. Os primeiros concentram-se em deduções teóricas e são mais adequados para instrumentos de alta precisão (Kopke et al., 2024; Panfilo et al., 2006). Já os métodos algorítmicos ajustam iterativamente os intervalos com base em dados experimentais, sendo mais práticos em ambientes industriais devido à sua simplicidade (Gaber, 2021; J. Wang et al., 2017).

Diversos organismos internacionais, como a Cooperação Internacional de Acreditação de Laboratórios (ILAC - *International Laboratory Accreditation Cooperation*), publicaram guias com recomendações sobre periodicidades de calibração. Os documentos ILAC-G24 e ILAC-G27 descrevem metodologias como (Gaber, 2021; Krndija et al., 2020; Volodarsky et al., 2020):

- Ajuste automático por degraus (método da escadaria);
- Gráficos de controlo (*Shewhart*);
- Estimativas baseadas no tempo efetivo "em uso";
- Verificações "em serviço" e testes de funcionalidade (caixa preta).

Observa-se uma tendência crescente para a utilização de modelos probabilísticos e orientados ao risco, que capturam a variabilidade real do desempenho dos sensores. Estas abordagens, mais robustas do ponto de vista estatístico, constituem a base da metodologia proposta neste trabalho.

Apesar da diversidade de métodos, muitos apresentam limitações relevantes:

- Os modelos reativos, embora simples, são conservadores e não quantificam o risco;
- Os métodos estocásticos e estatísticos, embora mais rigorosos, têm aplicação prática limitada, devido à complexidade ou à necessidade de grandes volumes de dados.

Além disso, são raras as abordagens que integram de forma estruturada a avaliação de risco com critérios operacionais, económicos e de qualidade. Esta lacuna metodológica motiva o desenvolvimento de um modelo híbrido, como o proposto neste trabalho. A proposta integra simulação de Monte Carlo, avaliação multicritério (AHP) e dados reais de calibração, oferecendo uma alternativa mais robusta e alinhada com as necessidades da Indústria 4.0.

2.4. Métodos para Ajuste de Distribuições de Probabilidade

A análise estatística de dados desempenha um papel crucial em vários domínios, especialmente na metrologia e na definição de intervalos de calibração. Entre as etapas fundamentais deste processo destaca-se o ajuste de distribuições de probabilidade, que permite compreender o comportamento dos dados, identificar padrões e prever ocorrências futuras.

Este tipo de modelação é essencial para representar, com precisão, a variabilidade inerente aos sistemas de medição. Assim, fornece uma base sólida para apoiar decisões informadas em contextos industriais.

2.4.1. Introdução às Distribuições de Probabilidade

As distribuições de probabilidade desempenham um papel fundamental na análise estatística. São utilizadas para descrever o comportamento de variáveis aleatórias e as suas características associadas.

Segundo Haslwanter (2022), as distribuições univariadas podem ser classificadas em dois tipos principais:

- **Distribuições discretas:** as observações assumem apenas valores inteiros (por exemplo, o número de filhos numa família);
- **Distribuições contínuas:** as variáveis podem assumir qualquer valor real dentro de um intervalo definido (como o peso de uma pessoa).

De acordo com Pinkovetskaia et al. (2021), a função de distribuição acumulada (CDF), representada por $F(x)$, expressa a probabilidade de que uma variável aleatória X assumir valores inferiores a x :

$$F(x) = P(X < x) \quad (2.1)$$

A função densidade de probabilidade (PDF), denotada por $y(x)$, é a derivada da função de distribuição $F(x)$. Esta função é sempre não negativa ao longo do intervalo da variável:

$$y(x) \geq 0 \quad (2.2)$$

Estas funções são essenciais para a modelação estatística. Permitem descrever fenómenos aleatórios e realizar previsões baseadas em dados observados.

As distribuições probabilísticas possuem propriedades que as caracterizam. Segundo Haslwanter (2022), estas distribuições podem ser descritas por três categorias principais de parâmetros estatísticos:

2.4.1.1. **Parâmetros de Localização**

Definem a posição da distribuição no eixo numérico e representam a centralidade dos dados (Salman & Aleem, 2024):

- **Média (μ):** Calculada como:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2.3)$$

Representa o valor médio da distribuição e é amplamente utilizada na estatística descritiva;

- **Mediana:** Valor que divide o conjunto de dados ordenados em duas metades iguais. É menos sensível a valores extremos do que a média.

2.4.1.2. **Parâmetros de Escala**

Controlam a dispersão dos valores em torno do centro da distribuição (Salman & Aleem, 2024):

- **Desvio padrão (σ):** Na distribuição normal, mede a amplitude da dispersão dos dados em relação à média;
- **Variância (σ^2):** Corresponde ao quadrado do desvio padrão. Mede a dispersão total dos valores em torno da média.

2.4.1.3. **Parâmetros de Forma**

Descrevem características relacionadas com a simetria e a concentração dos dados (Salman & Aleem, 2024):

- **Assimetria (*Skewness*):** Mede o grau de simetria da distribuição:
 - Assimetria positiva indica uma cauda mais longa à direita;
 - Assimetria negativa indica uma cauda mais longa à esquerda;
 - Assimetria zero caracteriza distribuições perfeitamente simétricas.
- **Curtose (*Kurtosis*):** Avalia o grau de achatamento da distribuição em relação a uma normal:
 - Distribuições platicúrticas: Apresentam caudas leves e um formato achatado;
 - Distribuições leptocúrticas: Possuem caudas pesadas e um pico mais acentuado.

As distribuições probabilísticas não apenas modelam variáveis observadas, mas também fornecem a base para a inferência estatística. Segundo Pinkovetskaia et al. (2021), a função densidade de probabilidade contém toda a informação necessária sobre uma variável aleatória. Através dela, é possível analisar características fundamentais como localização, dispersão e forma.

A correta interpretação destes parâmetros é essencial para compreender o comportamento dos dados e aplicar, com precisão, as técnicas estatísticas em diferentes contextos.

2.4.2. Critérios e Testes para Ajuste de Distribuições

O ajuste de distribuições de probabilidade aos dados observados é uma etapa fundamental em muitos ramos da estatística e da análise de dados. A escolha do método de estimação

adequado depende de vários fatores, como a precisão das estimativas e a adequação do modelo proposto aos dados.

Um dos métodos mais amplamente utilizados para este fim é a Estimativa de Máxima Verossimilhança (MLE - *Maximum Likelihood Estimation*).

2.4.2.1. Estimativa de Máxima Verossimilhança

A MLE é um dos métodos mais populares para estimar os parâmetros de uma distribuição de probabilidade. Segundo vários autores (Casella & Berger, 2001; Hastie et al., 2009; Myung, 2003; Sahib, 2023; Wasserman, 2004), o princípio da MLE baseia-se na maximização da função de verossimilhança, ou seja, da probabilidade de observar os dados disponíveis dado o modelo teórico e os seus parâmetros.

O processo de MLE pode ser dividido em várias etapas (Hastie et al., 2009):

1. **Construção da função de verossimilhança:** $L(\theta|X)$, que representa a probabilidade dos dados observados X em função dos parâmetros do modelo θ ;
2. **Transformação em log-verossimilhança:** $l(\theta|X) = \ln L(\theta|X)$, que facilita os cálculos, pois converte produtos em somas e preserva o ponto de máximo;
3. **Maximização da função:** A solução envolve encontrar os valores de θ que maximizam essa função de verossimilhança, o que pode ser feito utilizando técnicas de otimização como o método de Newton-Raphson ou o gradiente descendente.

A MLE apresenta características estatísticas importantes como (Martín-Baos et al., 2021; Sahib, 2023):

- **Consistência:** à medida que o tamanho da amostra aumenta, a estimativa converge para o verdadeiro valor do parâmetro;
- **Normalidade assintótica:** os estimadores seguem uma distribuição normal para amostras grandes;
- **Eficiência:** entre os estimadores não tendenciosos, a MLE possui a menor variância possível.

Estas propriedades também permitem construir intervalos de confiança e realizar testes de hipóteses baseados nas estimativas obtidas. Apesar das suas vantagens, a MLE apresenta limitações importantes. Segundo Derksen et al. (2022), pode ser tendenciosa quando aplicada a:

- Amostras pequenas;
- Dados fortemente censurados.

Nestes casos, a aplicação da MLE pode conduzir a inferências incorretas. Métodos alternativos, como os bayesianos, podem ser mais eficazes nessas circunstâncias. Etz (2018) salienta ainda que a verossimilhança não é uma probabilidade no sentido estrito, o que pode dificultar a sua interpretação em certos contextos.

2.4.2.2. Condições para a robustez da MLE

Para garantir que a MLE seja robusta e produza resultados fidedignos, é necessário cumprir algumas condições fundamentais (Derksen et al., 2022):

- A função de verossimilhança deve ser limitada superiormente;
- As estimativas devem existir;
- Deve haver unicidade da solução.

Estas condições são especialmente importantes em modelos complexos, onde o cálculo das estimativas pode exigir técnicas numéricas para resolver as equações (Sahib, 2023). A sua não verificação pode resultar em:

- Múltiplas soluções;
- Inexistência de soluções;
- Estimativas instáveis.

Quando estas condições não são cumpridas, a eficiência da MLE pode ser comprometida, afetando a validade das inferências estatísticas feitas com base nos dados.

2.4.3. Técnicas de Avaliação e Comparação

A avaliação da adequação de um modelo estatístico aos dados empíricos é um passo fundamental na análise estatística. Esta avaliação é realizada através de técnicas de aderência, que permitem testar se uma distribuição teórica representa corretamente os dados observados.

Estas técnicas vão além da simples aplicação de métodos de ajuste. Envolvem a validação estatística da qualidade do modelo, recorrendo a abordagens analíticas e gráficas. Estas abordagens complementam-se, assegurando uma avaliação robusta da aderência do modelo (Assis, 2014; Z. Zhou & Liu, 2024).

A análise analítica baseia-se na aplicação de testes estatísticos que quantificam a discrepância entre a distribuição empírica e a teórica. Entre os testes mais utilizados destacam-se:

- Teste de Kolmogorov-Smirnov (KS);
- Teste de Cramér-von Mises (CvM).

Estes testes são amplamente aplicados para avaliar a adequação de modelos estatísticos e validar a sua aplicação em contextos reais (Sulewski, 2024; Uyanto, 2022).

Ambos fornecem medidas estatísticas objetivas que permitem:

- Avaliar a significância do ajuste;
- Identificar discrepâncias que possam comprometer a validade do modelo.

A análise gráfica tem um papel complementar, permitindo visualizar a adequação do modelo com base em representações visuais. As principais ferramentas incluem:

- Gráficos Q-Q (*Quantile-Quantile*);
- Gráficos P-P (*Probability-Probability*);
- Sobreposição de histogramas com a função densidade de probabilidade (PDF).

Estas técnicas ajudam a detetar padrões de desvio que podem passar despercebidos nos testes estatísticos. Além disso, fornecem uma interpretação mais intuitiva da relação entre os dados observados e o modelo teórico.

A combinação de testes estatísticos com representações gráficas permite uma validação mais robusta dos modelos ajustados. Este processo:

- Verifica a adequação estatística do modelo;
- Permite comparar diferentes modelos alternativos;
- Apoia a seleção do modelo mais adequado para a tomada de decisão em contexto industrial.

2.4.3.1. Análise Analítica do Ajuste

A análise analítica do ajuste consiste na aplicação de testes estatísticos que quantificam a discrepância entre uma distribuição empírica e uma distribuição teórica assumida. Estes testes desempenham um papel crucial na validação da adequação de um modelo estatístico aos dados observados, proporcionando uma avaliação objetiva da qualidade do ajuste.

Estes testes permitem medir o grau de concordância entre a função de distribuição empírica e a distribuição teórica proposta. São especialmente úteis na deteção de desvios significativos

e na comparação entre diferentes distribuições candidatas ao ajustamento dos dados (Wichitchan et al., 2022).

A aplicação destes testes é essencial para garantir que os modelos ajustados refletem com rigor o comportamento dos dados. Desta forma, assegura-se que as inferências estatísticas e as decisões baseadas no modelo estão devidamente fundamentadas.

Assim, a análise analítica do ajuste representa uma etapa indispensável no processo de validação de modelos estatísticos. Permite aplicar uma abordagem rigorosa na escolha da distribuição mais adequada para representar os dados empíricos.

2.4.3.1.1. Teste de Kolmogorov-Smirnov

O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) é um dos testes estatísticos não paramétricos mais utilizados para avaliar a aderência de um conjunto de dados a uma distribuição teórica (Cardoso & Galeno, 2023; Zeimbekakis et al., 2024). A sua principal função é comparar a função de distribuição empírica com a função de distribuição cumulativa da hipótese nula. O objetivo é determinar se a amostra pode ser considerada proveniente da distribuição assumida (Y. Zhang et al., 2024). Além disso, o teste KS pode ser aplicado para comparar duas amostras independentes, avaliando se pertencem à mesma distribuição.

A estatística do teste é definida como a maior diferença absoluta entre as duas funções de distribuição (Hassani & Silva, 2015; Kini et al., 2024):

$$D_n = \max_x |F_n(x) - F(x)| \quad (2.4)$$

onde $F_n(x)$ representa a função de distribuição empírica da amostra e $F(x)$ representa a função de distribuição cumulativa teórica.

O valor de D_n é então comparado com valores críticos tabelados, para um determinado nível de significância (α), de forma a decidir a rejeição ou não da hipótese nula. Alternativamente, pode-se utilizar o p-valor para avaliar a significância do teste (Zeimbekakis et al., 2024; Y. Zhang et al., 2024).

O teste KS pode ser aplicado em dois contextos principais (Hassani & Silva, 2015):

1. **Teste de uma amostra:** avalia se uma amostra segue uma distribuição teórica específica (ex.: normal, exponencial e logística).
2. **Teste de duas amostras:** compara duas amostras independentes para verificar se provêm da mesma distribuição.

Quando o p-valor do teste é inferior ao nível de significância escolhido (tipicamente 0,05), rejeita-se a hipótese nula, indicando que os dados não seguem a distribuição assumida. Caso contrário, não há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese nula, sugerindo que a distribuição teórica pode ser uma boa representação dos dados observados (Gao & Cheng, 2022; Khatun, 2021; Sulewski, 2022).

O teste KS diferencia-se de outros testes de aderência por se basear na diferença máxima entre as distribuições. Por comparação (Lanzante, 2021):

- O teste de Cramér-von Mises avalia a soma das diferenças quadradas ao longo de toda a distribuição;
- O teste KS é mais sensível a desvios locais, enquanto o CvM é mais sensível a desvios globais.

Segundo Srimani et al. (2021), as principais vantagens incluem:

- Baseia-se diretamente na função de distribuição empírica (EDF);
- Utiliza as observações individuais para avaliar o ajuste;
- Aplicável a distribuições contínuas;
- Funciona bem mesmo com amostras pequenas;
- A distribuição da estatística não depende da forma da distribuição testada.

Apesar das suas vantagens, o teste apresenta algumas limitações (Srimani et al., 2021):

- **Menor sensibilidade às caudas da distribuição:** pode não detetar discrepâncias em valores extremos;
- **Mais sensível com amostras grandes:** pequenas diferenças podem levar à rejeição da hipótese nula;
- **Supõe distribuições contínuas:** aplicação a distribuições discretas exige adaptações.

Apesar das limitações, o teste de Kolmogorov-Smirnov continua a ser uma ferramenta essencial na análise estatística. Permite:

- Avaliar a adequação de modelos probabilísticos;
- Comparar distribuições empíricas com ou sem referência teórica.

A sua abordagem, centrada na diferença máxima entre funções de distribuição, torna-o versátil em múltiplas aplicações. No entanto, a sua combinação com outros testes, como o teste de Cramér-von Mises, pode ser necessária para capturar características específicas dos dados analisados.

2.4.3.1.2. Teste de Cramér-von Mises

O teste de Cramér-von Mises (CvM) é um teste estatístico não paramétrico utilizado para avaliar a adequação de um conjunto de dados a uma distribuição teórica. Tal como outros testes de aderência, mede a discrepância entre a função de distribuição empírica (EDF) e a função de distribuição cumulativa da hipótese nula.

Diferencia-se por considerar a soma das diferenças quadráticas ao longo de toda a distribuição, atribuindo igual peso a todas as regiões da função. Esta característica torna-o particularmente útil para detetar desvios globais (Barbiero & Hitaj, 2023; Erlemann & Lindqvist, 2022).

A estatística do teste de Cramér-von Mises é definida por (Gaigall & Gerstenberg, 2023; D. Zhang & Xu, 2024):

$$W^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F_0(x)]^2 dF_0(x) \quad (2.5)$$

onde $F_n(x)$ representa a função de distribuição empírica dos dados observados, $F_0(x)$ é a função de distribuição cumulativa teórica e n corresponde ao tamanho da amostra.

Ao contrário do teste de Kolmogorov-Smirnov (KS), que considera apenas a maior diferença absoluta, o CvM avalia a soma acumulada das diferenças. Isso torna-o mais sensível a discrepâncias no centro da distribuição, além de oferecer uma visão mais global do ajuste (Singla et al., 2016).

O teste CvM pode ser usado em dois contextos principais (Gaigall & Gerstenberg, 2023):

- **Teste de uma amostra:** Verifica se uma amostra segue uma distribuição específica;
- **Teste de duas amostras:** Compara duas amostras independentes para verificar se provêm da mesma distribuição.

A decisão estatística é baseada no valor da estatística W^2 , que é comparado com valores críticos tabelados. Alternativamente, pode-se utilizar o p-valor, onde valores inferiores ao nível de significância predefinido ($\alpha=0,05$) indicam evidências para rejeitar a hipótese nula, sugerindo que os dados não seguem a distribuição assumida (Liebenberg et al., 2022).

O CvM pertence à família dos testes baseados na distância quadrática integrada. Distingue-se por:

- Atribuir peso uniforme a todas as regiões da distribuição;
- Ser mais sensível a desvios globais, ao contrário do teste KS, que foca a diferença máxima.

O CvM é, por isso, mais indicado quando se pretende avaliar a qualidade do ajuste ao longo de toda a distribuição, sem dar prioridade às caudas ou ao centro (Singla et al., 2016).

Segundo Erlemann et al. (2022), as principais vantagens incluem:

- Sensibilidade uniforme a discrepâncias em toda a distribuição;
- Aplicável a distribuições contínuas e, com adaptações, também a distribuições discretas;
- Robustez em amostras pequenas e médias, mantendo desempenho estável onde outros testes exigem tamanhos amostrais maiores.

Apesar das suas vantagens, o teste de Cramér-von Mises apresenta algumas limitações:

- Menor sensibilidade às caudas da distribuição;
- Maior complexidade computacional - Requer o cálculo da soma das diferenças ao longo de toda a função de distribuição;
- Pode ser menos intuitivo de interpretar em relação a testes baseados em diferenças pontuais, como o KS.

O teste de Cramér-von Mises é uma ferramenta robusta e versátil na avaliação da adequação de modelos estatísticos. A sua abordagem baseada em diferenças quadráticas acumuladas proporciona uma visão equilibrada e abrangente do ajustamento dos dados.

Embora tenha algumas limitações, o CvM é uma excelente alternativa ou complemento ao teste de Kolmogorov-Smirnov, especialmente em situações onde se pretende uma avaliação global da qualidade de ajuste.

2.4.3.2. Combinação das Técnicas de Avaliação Analíticas

A combinação de técnicas de avaliação analíticas é essencial para garantir uma análise robusta da adequação de um modelo estatístico aos dados observados. Na seleção da melhor distribuição para um conjunto de amostras, é comum recorrer a múltiplos testes estatísticos, como o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) e o teste de Cramér-von Mises (CvM).

Estes testes avaliam a discrepância entre a distribuição empírica dos dados e uma distribuição teórica ajustada. No entanto, quando os resultados diferem entre si, surge a necessidade de uma abordagem estatística que combine as evidências de forma objetiva.

Segundo Acar et al. (2024) e Makinde et al. (2021), o método de Stouffer, na sua versão com *Z-scores* ponderados (*Weighted Z-score method*), permite integrar os resultados de vários testes estatísticos. Faz isso através da combinação dos *Z-scores* individuais, convertendo as estatísticas de cada teste para uma escala comum e somando-as de forma ponderada. A estatística combinada resultante segue aproximadamente uma distribuição normal padrão.

A estatística global é dada por (Bogomolov, 2023; Flanagan et al., 2024):

$$Z_{comb} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i Z_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^k w_i^2}} \quad (2.6)$$

onde Z_i representa o *Z-score* correspondente ao teste i , obtido através da transformação inversa da distribuição normal padrão, e w_i são pesos atribuídos a cada teste. Quando todos os testes são considerados igualmente importantes, assume-se que $w_i = 1$. O *Z-score* de cada estatística de teste é obtido aplicando a função inversa da distribuição normal à função de distribuição cumulativa (CDF) da estatística correspondente (Vuursteen et al., 2023):

$$Z_i = \Phi^{-1}(F(T_i)) \quad (2.7)$$

onde $F(T_i)$ representa a CDF da estatística T_i e Φ^{-1} é a função quantil da distribuição normal padrão.

Comparado com outras abordagens, como o método de Fisher, o método de Stouffer apresenta vantagens relevantes (Makinde et al., 2021):

- **Lida melhor com testes correlacionados:** importante no caso de testes de aderência como KS e CvM, que analisam a mesma distribuição;
- **Menor sensibilidade a p-valores extremos:** evita que um único valor muito baixo distorça a avaliação global;
- **Combinação ponderada:** permite ajustar a importância relativa de cada teste, oferecendo uma avaliação mais equilibrada.

A aplicação do método de Stouffer segue um procedimento estruturado (Dowling et al., 2017):

1. Calcular as estatísticas individuais (ex.: KS, CvM) para cada distribuição candidata;
2. Converter estas estatísticas em *Z-scores*, com base nas CDFs correspondentes;
3. Aplicar a fórmula do método de Stouffer para obter Z_{comb} ;
4. Calcular o p-valor combinado, com base na distribuição normal padrão.

Este p-valor global representa a evidência acumulada contra a hipótese nula, sendo um critério central na escolha da distribuição mais adequada.

O principal objetivo deste método é evitar decisões baseadas num único teste. Ao combinar múltiplos critérios estatísticos, o *Weighted Z-score method* fornece uma visão mais estável, fiável e robusta da qualidade do ajuste.

Esta abordagem é especialmente útil em contextos aplicados, onde é necessário validar distribuições de forma sistemática. A aplicação rigorosa do método assegura que o modelo probabilístico escolhido representa adequadamente os dados empíricos.

Assim, a combinação das técnicas analíticas através do método de Stouffer constitui uma estratégia essencial para obter conclusões mais fiáveis e fundamentadas na seleção do modelo estatístico mais adequado.

2.4.3.3. Análise Gráfica do Ajuste

A análise gráfica do ajuste é uma abordagem complementar à avaliação estatística da aderência de um modelo. Permite uma visualização intuitiva da adequação da distribuição teórica aos dados empíricos. Enquanto os testes estatísticos fornecem medidas objetivas da discrepância entre distribuições, a análise gráfica permite identificar padrões de desvio que podem não ser evidentes apenas com métricas numéricas.

Entre as ferramentas mais utilizadas nesta análise destacam-se:

- Gráficos Quantil-Quantil (Q-Q *plot*);
- Gráficos Probabilidade-Probabilidade (P-P *plot*);
- Sobreposição do histograma com a função densidade de probabilidade (PDF).

Estas representações permitem comparar visualmente os valores observados com os valores esperados sob a distribuição ajustada. São úteis para detetar assimetrias, caudas pesadas ou outras discrepâncias estruturais (Nair et al., 2024).

O uso conjunto da análise gráfica e dos testes estatísticos assegura uma avaliação mais abrangente da qualidade do ajuste. Esta abordagem combinada contribui para uma interpretação mais robusta dos resultados (Loy et al., 2016).

Além disso, ajuda a evitar escolhas inadequadas de modelos que poderiam comprometer a validade das conclusões estatísticas. Assim, a análise gráfica é uma ferramenta essencial na validação da adequação de distribuições ajustadas aos dados empíricos.

2.4.3.3.1. Gráficos Q-Q (Quantil-Quantil):

Os gráficos Quantil-Quantil (Q-Q) são uma das ferramentas gráficas mais utilizadas na avaliação da aderência de modelos estatísticos. Permitem comparar visualmente a distribuição empírica dos dados com uma distribuição teórica de referência (Nair et al., 2024; Pleil, 2016).

Esta técnica representa os quantis dos dados observados contra os quantis da distribuição teórica. Através desta comparação, é possível avaliar o grau de ajustamento entre ambas as distribuições (Das & Resnick, 2008).

A interpretação do gráfico Q-Q é relativamente simples (Nair et al., 2024):

- Se os pontos se alinharem aproximadamente sobre a reta diagonal, a distribuição teórica ajusta-se bem aos dados;
- Se existirem desvios sistemáticos da reta, isso indica discrepâncias em relação à distribuição assumida;
- Desvios nas extremidades do gráfico sugerem problemas nas caudas da distribuição. Este aspeto pode ser crítico em contextos onde se analisam valores extremos.

Os gráficos Q-Q são especialmente úteis para (Pleil, 2016):

- Detetar assimetrias;
- Identificar caudas pesadas;
- Revelar discrepâncias locais que podem passar despercebidas nos testes estatísticos.

Além disso, facilitam a comparação entre distribuições alternativas, ajudando na escolha do modelo que melhor representa os dados (Nair et al., 2024).

2.4.3.3.2. Gráficos P-P (Probabilidade-Probabilidade)

Os gráficos Probabilidade-Probabilidade (P-P) são uma ferramenta gráfica utilizada para avaliar a aderência de um modelo estatístico. Permitem comparar a distribuição empírica dos dados com uma distribuição teórica (Nair et al., 2024).

Ao contrário dos gráficos Q-Q, que analisam os quantis, os gráficos P-P comparam as probabilidades acumuladas das duas distribuições. O objetivo é verificar se a função de distribuição empírica se ajusta à função de distribuição teórica (Ojeda et al., 2012).

A interpretação do gráfico P-P segue uma lógica semelhante (Hinloopen & van Marrewijk, 2005):

- Se os pontos estiverem alinhados sobre a reta diagonal, significa que as probabilidades empíricas e teóricas são semelhantes, indicando um bom ajustamento do modelo;
- Se houver desvios sistemáticos da reta, isso sugere discrepâncias entre a distribuição ajustada e os dados observados;
- Curvaturas ascendentes ou descendentes no gráfico podem indicar falhas no ajustamento em determinadas regiões da distribuição, como excesso ou escassez de dados em certas áreas.

Os gráficos P-P são particularmente eficazes para avaliar a adequação global de um modelo estatístico, mas podem ser menos sensíveis a discrepâncias nas caudas da distribuição, pois trabalham diretamente com probabilidades acumuladas (Hinloopen & van Marrewijk, 2005).

Para garantir uma análise mais completa, a sua utilização deve ser complementada com gráficos Q-Q, que enfatizam a análise dos quantis, e com testes estatísticos, como o teste de Kolmogorov-Smirnov e o teste de Cramér-von Mises.

2.4.3.3.3. Histograma com Função de Densidade de Probabilidade

A avaliação da adequação de um modelo estatístico aos dados empíricos pode ser realizada com várias técnicas. Entre elas, a análise gráfica é uma abordagem complementar à aplicação de testes estatísticos.

Uma das ferramentas mais utilizadas neste contexto é o histograma sobreposto com a Função de Densidade de Probabilidade (PDF). Esta representação permite visualizar a distribuição dos dados observados e compará-los com uma distribuição teórica ajustada.

Esta combinação gráfica fornece uma forma intuitiva e visual de verificar a correspondência entre os dados empíricos e o modelo teórico, sendo amplamente utilizada em:

- Análises exploratórias;
- Validação de modelos probabilísticos.

O histograma é uma representação gráfica da distribuição de frequências dos dados observados, construída através da divisão do intervalo dos dados em classes e da contagem do número de observações em cada classe (Koutsoyiannis, 2022). Em contraste, a Função de Densidade de Probabilidade (PDF) de uma distribuição teórica descreve a probabilidade relativa de ocorrência de diferentes valores da variável contínua (Anju et al., 2024).

A sobreposição da PDF ao histograma permite avaliar visual e rapidamente (Moser et al., 2006):

- Se o modelo teórico acompanha bem a forma da distribuição observada;
- Se existem discrepâncias importantes (caudas mais longas, picos deslocados, assimetrias);
- Se o ajuste é globalmente adequado.

O histograma sobreposto com a PDF é uma ferramenta essencial na avaliação gráfica de modelos estatísticos. Proporciona uma visão clara e acessível da compatibilidade entre os dados observados e a distribuição ajustada. Quando usada em conjunto com outros métodos gráficos (como os gráficos Q-Q e P-P) e testes estatísticos, esta ferramenta contribui para uma avaliação mais robusta e completa da qualidade do ajustamento.

2.4.4. Aplicabilidade Prática e Limitações dos Métodos de Ajuste

Apesar da robustez teórica das metodologias apresentadas, a sua aplicação em ambientes industriais reais apresenta desafios relevantes. Em particular:

- A MLE requer séries históricas consistentes, o que nem sempre é viável em sensores com baixa frequência de calibração ou em sistemas novos;
- Os testes KS e CvM são sensíveis a diferentes aspetos do ajustamento, podendo levar a conclusões contraditórias se usados isoladamente;
- A análise gráfica, ainda que útil, é subjetiva e requer experiência do utilizador para correta interpretação.

Além disso, a implementação prática exige conhecimento técnico e ferramentas computacionais adequadas, o que justifica o desenvolvimento de aplicações interativas como a apresentada neste trabalho.

A escolha da distribuição ajustada é o ponto de partida do modelo proposto para a definição de periodicidades de calibração (Capítulo 4). A distribuição selecionada influencia diretamente a estimativa da probabilidade de não conformidade, impactando os resultados de simulação de Monte Carlo e a avaliação de risco subsequente.

A correta execução dos métodos descritos nesta secção é, por isso, fundamental para garantir a robustez e credibilidade das recomendações finais geradas pelo modelo.

2.5. Modelos de Apoio à Decisão

A definição adequada de modelos probabilísticos para descrever a variabilidade dos dados é um passo fundamental na análise estatística e na previsão do comportamento de sistemas. A correta seleção e ajuste das distribuições de probabilidade permite:

- Compreender a incerteza associada aos fenómenos analisados;
- Fornecer bases quantitativas para a tomada de decisão.

Contudo, para que esta informação seja realmente útil na gestão de ativos, é necessário integrá-la em ferramentas de apoio à decisão. Só assim se consegue otimizar a utilização dos recursos disponíveis.

A gestão de ativos é uma componente essencial nas organizações, abrangendo setores como a indústria, energia, transportes e infraestruturas. A eficiência operacional e a sustentabilidade dos ativos dependem de decisões estratégicas que envolvem múltiplos critérios, incluindo a maximização da vida útil dos equipamentos, a minimização dos custos operacionais e de manutenção, a conformidade com normas ambientais e a garantia da segurança dos sistemas.

Devido à complexidade destes desafios, a simples análise estatística dos dados históricos não é suficiente para suportar decisões otimizadas, sendo necessário recorrer a modelos de apoio à decisão que integrem os resultados dos modelos probabilísticos e permitam uma avaliação estruturada das opções disponíveis.

Neste contexto, os modelos de decisão multicritério surgem como ferramentas fundamentais para auxiliar os decisores na escolha das melhores estratégias de gestão de ativos. Estes modelos permitem considerar simultaneamente múltiplos critérios, ponderando diferentes fatores e identificando soluções que proporcionem o melhor equilíbrio entre objetivos concorrentes.

A combinação de modelação probabilística e métodos de apoio à decisão torna-se, assim, um elemento essencial para a formulação de estratégias mais robustas e fundamentadas, garantindo um melhor desempenho na gestão dos ativos e uma utilização mais eficiente dos recursos organizacionais.

2.5.1. Teoria da Decisão Multicritério

A Teoria da Decisão Multicritério (TDM) é uma área de estudo dedicada à análise e resolução de problemas complexos de decisão que envolvem múltiplos critérios. Esta abordagem demonstra ser uma ferramenta essencial em diversos setores, como a economia, engenharia,

medicina e ciências sociais, onde a tomada de decisões exige frequentemente a consideração de múltiplos fatores simultaneamente (Sahoo & Goswami, 2023).

A TDM baseia-se no princípio de que as tomadas de decisões raramente envolvem um único critério. Em vez disso, os decisores são frequentemente confrontados com vários critérios que devem ser analisados e ponderados em simultâneo. Dado que a maioria dos problemas reais apresentam múltiplos objetivos e restrições, os modelos de decisão multicritério desempenham um papel fundamental ao estruturar e sistematizar o processo de tomada de decisão (Sahoo & Goswami, 2023).

Dentro da TDM, distinguem-se dois grandes grupos de modelos: os modelos de atributos (MADM - *Multi-Attribute Decision Making*) e os modelos de objetivos (MODM - *Multi-Objective Decision Making*). A principal diferença entre estas abordagens reside no número de alternativas disponíveis. Os métodos baseados em atributos (MADM) consideram um número finito de alternativas, enquanto os métodos baseados em objetivos (MODM) lidam com problemas onde o conjunto de soluções é geralmente contínuo e ilimitado (Jamwal et al., 2021; Yalcin et al., 2022; Zayat et al., 2023).

Na prática, os modelos de decisão multicritério são utilizados para avaliar e comparar diferentes opções, permitindo selecionar a alternativa mais adequada ou priorizar as opções de melhor para pior, de acordo com os critérios previamente estabelecidos (Basílio et al., 2022). Nos modelos baseados em atributos (MADM), o problema de tomada de decisão considera um número finito de alternativas, distinguindo-se assim dos modelos baseados em objetivos, que operam num espaço de soluções contínuo (Yalcin et al., 2022).

De acordo com Zayat et al. (2023), os métodos de decisão multicritério baseados em atributos podem ser classificados em seis categorias principais:

- 1. Métodos de Comparação em Pares:** Estes métodos baseiam-se na comparação par a par de critérios ou alternativas, estruturando o problema de decisão numa hierarquia. O método mais conhecido desta categoria é o *Analytic Hierarchy Process (AHP)*, onde o problema é representado em diferentes níveis: o objetivo principal no topo, os critérios intermédios e as alternativas na base;
- 2. Métodos de Superação:** Estes métodos consideram a superioridade de uma alternativa sobre as outras, definindo relações como "pelo menos tão bom quanto" ou "não pior do que". Entre os exemplos mais utilizados encontram-se os métodos ELECTRE e PROMETHEE, que avaliam alternativas com base em critérios de superação e dominância;
- 3. Métodos Baseados em Distância:** Aqui, a melhor alternativa é identificada pela menor distância a uma solução ideal. O método TOPSIS é um dos principais representantes desta abordagem, escolhendo a alternativa que se encontra mais próxima da solução ideal e a mais distante a solução menos desejável;
- 4. Métodos Baseados em Interação:** Quando os critérios de decisão se influenciam mutuamente, recorre-se a métodos que permitem modelar relações de interdependência entre fatores. Um dos métodos mais utilizados nesta categoria é o DEMATEL, baseado na teoria dos grafos. Este método permite representar graficamente as relações de causalidade entre critérios, utilizando um diagrama de impacto causal para identificar influências entre fatores;
- 5. Métodos Baseados em Utilidade:** Estes métodos são fundamentados na teoria da utilidade multiatributo, determinando o nível de utilidade ou benefício associado a cada alternativa. Entre as técnicas mais reconhecidas encontram-se o método do somatório ponderado e o método do produto ponderado, amplamente utilizados para a avaliação e priorização de alternativas;
- 6. Outros métodos:** Esta categoria inclui técnicas que não se enquadram diretamente nas classificações anteriores, englobando abordagens alternativas que podem ser utilizadas em problemas de decisão multicritério.

Todos os métodos seguem uma sequência de passos para estruturar a decisão. Segundo Taherdoost & Madanchian (2023), os passos fundamentais são ilustrados na Figura 2.6.

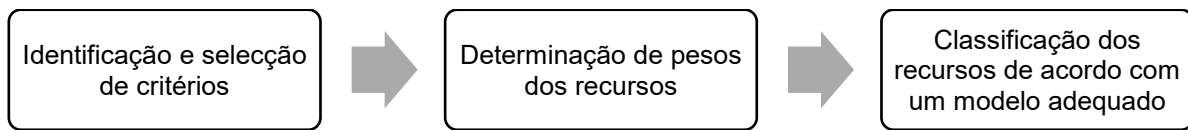


Figura 2.6 - Passos de um modelo de decisão (Taherdoost & Madanchian, 2023)

No âmbito da TDM, diversos métodos têm sido desenvolvidos para auxiliar a tomada de decisão em contextos complexos, nos quais múltiplos critérios devem ser considerados em simultâneo. A escolha do método mais adequado depende das características do problema, da disponibilidade de dados e do grau de subjetividade envolvido na avaliação das alternativas. Entre as abordagens existentes, o AHP destaca-se pela sua estrutura sistemática e flexível, permitindo integrar juízos qualitativos e quantitativos na atribuição de pesos aos critérios de decisão.

2.5.2. Processo de Análise Hierárquica (AHP)

O Processo de Análise Hierárquica (AHP – *Analytic Hierarchy Process*) é um método estruturado de tomada de decisão multicritério, desenvolvido por Thomas L. Saaty na década de 1970, que permite avaliar e priorizar alternativas com base em múltiplos critérios (Elraaid et al., 2024). O AHP tem sido amplamente utilizado em diversas áreas, incluindo gestão de ativos, engenharia, planeamento estratégico e avaliação ambiental, devido à sua capacidade de integrar juízos qualitativos e quantitativos na tomada de decisão (Yu et al., 2021).

Este método baseia-se na desagregação de um problema complexo numa estrutura hierárquica, onde os objetivos, critérios e alternativas são organizados de forma clara, permitindo uma avaliação sistemática das opções disponíveis (Costa et al., 2023). A abordagem do AHP assenta na construção de uma hierarquia de decisão, que geralmente inclui três níveis principais: o objetivo global, os critérios de avaliação e as alternativas de decisão (Yalcin et al., 2022).

Uma das principais características do AHP é a utilização de comparações pares para avaliar a importância relativa dos critérios e das alternativas. Estas comparações são realizadas com base numa escala de Saaty, que atribui valores entre 1 e 9 (Tabela 2.1) para indicar a intensidade da preferência de um critério sobre outro (Vinogradova-Zinkevič et al., 2021). Os juízos de valor podem ser fornecidos por especialistas, sendo posteriormente organizados numa matriz de comparação par-a-par. A partir desta matriz, determina-se o vetor de

prioridades, que representa os pesos relativos dos critérios na decisão (S. Zhou & Yang, 2020).

*Tabela 2.1 - Escala de comparação par-a-par
(Costa et al., 2023; Elraaid et al., 2024)*

Valor	Nível de Importância	Explicação
1	Importância Igual	Ambos os critérios contribuem igualmente para o objetivo.
3	Importância Moderada	Experiência sugere uma ligeira preferência por um critério.
5	Importância Forte	Um critério é claramente mais importante que o outro.
7	Importância Muito Forte	Um critério domina o outro de forma clara.
9	Importância Extrema	Um critério tem a maior relevância possível sobre o outro.
2, 4, 6, 8	valores intermédios entre dois juízos adjacentes	-

Segundo Elraaid et al. (2024), para garantir que as comparações realizadas são coerentes, verifica-se o Rácio de Consistência (CR - *Consistency Ratio*) do modelo. Primeiro, calcula-se o vetor de pesos normalizado w resolvendo:

$$Aw = \lambda_{max}w \quad (2.7)$$

onde λ_{max} representa o autovalor máximo da matriz de comparação. O índice de consistência (CI - *Consistency Index*) é então calculado como:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (2.8)$$

onde n é o número de critérios comparados. O CR é obtido através da relação:

$$CR = \frac{CI}{IR} \quad (2.9)$$

Onde o Rácio de Inconsistência (IR - *Inconsistency Ratio*) representa o índice aleatório, cujo valor depende do número de critérios, conforme tabelado por Saaty (Tabela 2.2).

*Tabela 2.2 - Valores de rácio de inconsistência do método de AHP
(Elraaid et al., 2024)*

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0,00	0,00	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

A consistência das comparações realizadas é verificada através do CI e do CR, que permitem avaliar se as preferências atribuídas são coerentes. Se o CR for inferior a 0,1 a matriz de

comparação é considerada consistente; caso contrário, é necessário rever os valores atribuídos para reduzir incoerências (Costa et al., 2023).

Entre as principais vantagens do AHP destaca-se a sua capacidade de estruturar problemas complexos, decompondo-os em elementos mais simples e facilitando a análise. O método permite também integrar dados qualitativos e quantitativos, tornando-o útil quando a decisão envolve fatores subjetivos. Além disso, o controlo da consistência dos juízos contribui para a credibilidade dos resultados (Sahoo & Goswami, 2023; Šostar & Ristanović, 2023).

No entanto, o AHP não está isento de limitações. A sensibilidade às comparações feitas pelos decisores pode afetar os resultados: pequenos desvios nos juízos podem alterar significativamente os pesos atribuídos. Por outro lado, quando o número de critérios e alternativas aumenta, o método torna-se mais exigente em termos cognitivos, o que pode levar a inconsistências ou à necessidade de simplificações (Sahoo & Goswami, 2023).

No presente trabalho, o AHP é utilizado para determinar os pesos dos critérios no modelo de apoio à decisão para a definição de periodicidades de calibração de sensores industriais. Esta aplicação permite quantificar a importância relativa de fatores como a criticidade do processo, os custos associados à calibração e os riscos operacionais, contribuindo para uma decisão mais fundamentada e transparente.

A integração do AHP com modelos probabilísticos, conforme proposto neste trabalho, revela-se especialmente adequada para contextos industriais onde coexistem critérios técnicos, operacionais e económicos. A abordagem permite avaliar de forma estruturada diferentes intervalos de calibração, considerando simultaneamente variáveis como a fiabilidade metrológica, a segurança operacional e os impactos financeiros.

Apesar da sua dependência de juízos subjetivos e das dificuldades associadas a problemas com elevado número de critérios, o AHP contribui de forma decisiva para colmatar uma das principais lacunas identificadas na literatura: a ausência de metodologias integradas que combinem modelação estatística com avaliação multicritério de risco. Neste sentido, o AHP surge como uma ferramenta robusta, complementar à análise estatística, permitindo uma definição quantitativa, estruturada e adaptada ao contexto industrial das periodicidades de calibração.

2.6. Simulações de Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo (MCS) é uma técnica amplamente utilizada na análise de incertezas, permitindo modelar variáveis aleatórias e estimar resultados probabilísticos em sistemas complexos (Sabri et al., 2024). A sua aplicação torna-se especialmente relevante

em contextos onde existem múltiplas fontes de variabilidade e onde abordagens determinísticas não são capazes de captar a aleatoriedade inerente ao fenómeno estudado.

A MCS assenta na repetição de amostras aleatórias com base em distribuições de probabilidade previamente definidas, permitindo assim a avaliação quantitativa de riscos e incertezas (L. Wang et al., 2023). O método é amplamente utilizado para quantificar a probabilidade de ocorrência de eventos e para analisar o impacto da variabilidade nos sistemas.

Para compreender o funcionamento da MCS, é necessário explorar os seus princípios fundamentais, como a amostragem estatística aleatória, e a forma como esta contribui para estimativas fiáveis (Mardani Najafabadi & Taki, 2024). O seu valor reside precisamente na capacidade de traduzir fenómenos incertos em representações matemáticas tratáveis, fundamentais para a gestão de risco e apoio à decisão (Senova et al., 2023).

O princípio fundamental da MCS assenta na amostragem aleatória, onde são gerados múltiplos panoramas para representar a variabilidade de um sistema (Gawusu & Ahmed, 2024). Para tal, como podemos verificar na Figura 2.7, é necessário definir previamente as distribuições de probabilidade das variáveis de entrada, refletindo a incerteza associada ao fenómeno analisado. Com base nestas distribuições, o algoritmo executa um grande número de iterações, em que cada execução corresponde a uma possível realização do fenómeno em estudo. No final, os resultados são analisados estatisticamente, permitindo deduzir sobre a distribuição dos valores obtidos e identificar tendências e probabilidades de ocorrência de determinados eventos (Luengo et al., 2020; J. Zhou et al., 2020).

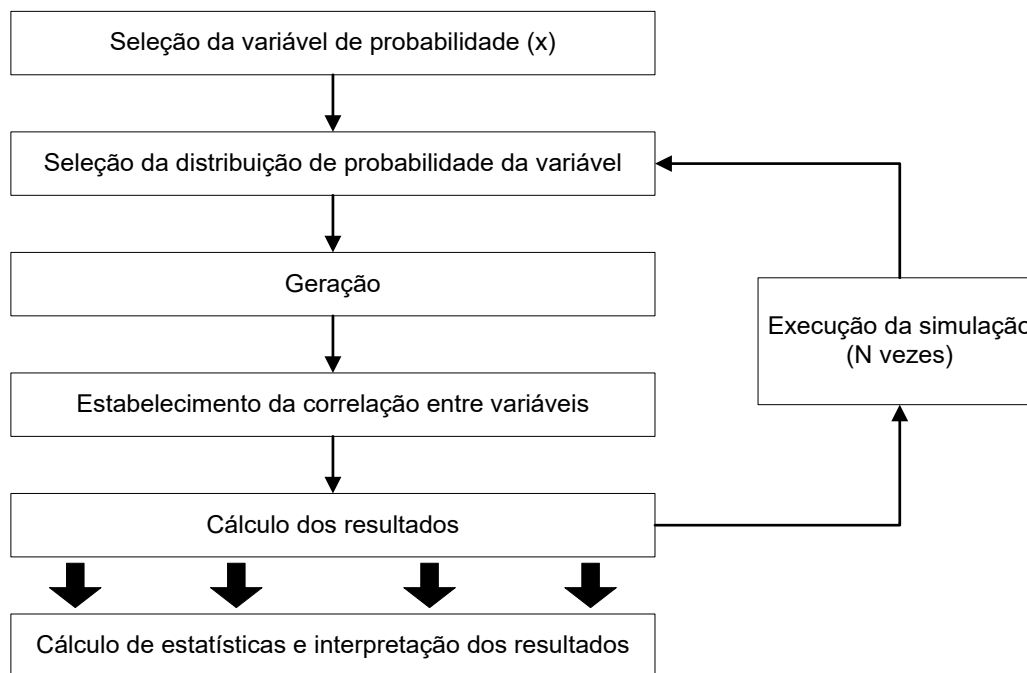


Figura 2.7 - Procedimento para a sequência do método de Monte Carlo (Torre et al., 2023)

A MCS é amplamente aplicada em diversas áreas do conhecimento, tais como a gestão de risco, engenharia, finanças, ciência de dados e otimização de processos. A sua utilização é particularmente vantajosa quando a modelação analítica direta se torna inviável devido à elevada complexidade dos problemas (Dou, 2024; Kroese et al., 2014).

No contexto industrial, destaca-se a sua aplicação na previsão de falhas em sistemas físicos, avaliação de custos de manutenção, otimização de investimentos, análise de fiabilidade e projeção de impacto de decisões operacionais (Senova et al., 2023). No presente trabalho, este método é utilizado para modelar o erro de calibração dos sensores e estimar, de forma probabilística, a frequência de ocorrência de não conformidades, considerando diferentes intervalos de calibração. Esta abordagem permite equilibrar o risco de não conformidade com os custos associados à calibração, promovendo uma gestão de ativos mais racional, fundamentada e alinhada com os princípios da Indústria 4.0.

Entre as principais vantagens da MCS destaca-se a sua flexibilidade e adaptabilidade. O método permite incorporar múltiplas fontes de incerteza, sendo especialmente eficaz na modelação de sistemas dinâmicos e complexos. Além disso, ao realizar milhares (ou milhões) de simulações, a MCS produz estimativas estatisticamente robustas, contribuindo para a redução do erro de previsão (Kroese et al., 2014).

Contudo, existem também limitações importantes. A mais evidente é o elevado custo computacional, especialmente em problemas com elevado número de variáveis ou em contextos que exigem decisões em tempo real. Adicionalmente, a definição incorreta das

distribuições de entrada compromete a precisão dos resultados. Em contextos industriais, onde os dados históricos podem ser escassos ou pouco representativos, este desafio torna-se particularmente relevante (Heijungs, 2020).

A avaliação de riscos desempenha um papel fundamental na tomada de decisão em ambientes complexos e incertos, permitindo quantificar a probabilidade de ocorrência de eventos adversos e antecipar as suas possíveis consequências (Afdal & Linarti, 2023). A MCS constitui uma ferramenta amplamente utilizada nesta área, pois viabiliza a análise probabilística do risco através da simulação de múltiplos cenários (Maidana, 2023). Em contraste com abordagens determinísticas, este método permite integrar a variabilidade e a incerteza nos modelos de risco, proporcionando uma visão mais realista das possíveis conclusões (E. Martins et al., 2017).

A aplicação das MCS na avaliação de riscos envolve a definição das variáveis-chave do problema e a atribuição de distribuições de probabilidade para representar a incerteza associada a cada fator de risco (Afdal & Linarti, 2023; Andriani et al., 2023). Posteriormente, são gerados milhares ou milhões de simulações para explorar a diversidade de cenários possíveis. Os resultados obtidos permitem determinar métricas de risco, como a probabilidade de falha, o valor esperado de perdas e a análise de eventos extremos (Sun et al., 2022).

Este método é amplamente utilizado em setores como engenharia, finanças, indústria, saúde e ambiente (Abud et al., 2023). No âmbito da gestão de ativos, em particular dos ativos físicos, a MCS é frequentemente aplicada para avaliar a probabilidade de falha de equipamentos, otimizar estratégias de manutenção preventiva e preditiva, e definir planos de inspeção/verificação/calibração com base na criticidade dos ativos (Afdal & Linarti, 2023).

Uma das principais vantagens da MCS na avaliação de riscos reside na sua capacidade de quantificar incertezas de forma explícita, permitindo que os decisores obtenham uma visão mais abrangente sobre os possíveis cenários (Ostadi & Abbasi Harofteh, 2022). Além disso, a metodologia permite testar diferentes estratégias de mitigação de risco, possibilitando a identificação da abordagem mais eficiente para minimizar impactos.

Neste trabalho, a MCS é utilizada como componente central do modelo quantitativo desenvolvido para definir as periodicidades ótimas de calibração de sensores industriais. Ao permitir estimar a probabilidade de não conformidade metrológica para diferentes intervalos de calibração, a técnica fornece uma base objetiva para tomadas de decisão orientadas ao risco.

Contudo, a MCS, por si só, não é suficiente para suportar decisões estratégicas. É necessário integrá-la com estruturas de decisão multicritério, que considerem não apenas o risco técnico,

mas também impactos operacionais, económicos e de segurança. A combinação com métodos como o AHP permite ultrapassar esta limitação, possibilitando uma avaliação mais abrangente e equilibrada.

A MCS apresenta-se como uma metodologia poderosa e versátil para a modelação da incerteza em contextos industriais. A sua aplicação à gestão de ativos físicos, nomeadamente na definição de estratégias de calibração baseadas em risco, representa uma abordagem inovadora e alinhada com os objetivos da Indústria 4.0.

Apesar das suas limitações, como a exigência computacional e a dependência da qualidade das distribuições de entrada, a sua integração com métodos multicritério, como proposto neste trabalho, reforça a robustez do modelo desenvolvido. Assim, a MCS contribui para uma gestão inteligente de ativos, permitindo decisões mais fundamentadas, adaptáveis e orientadas à minimização de risco ao longo do ciclo de vida dos equipamentos.

2.7. Avaliação de Risco na Gestão de Ativos

A gestão de ativos desempenha um papel fundamental na garantia da eficiência, fiabilidade e rentabilidade de infraestruturas e equipamentos ao longo do seu ciclo de vida (Krishna Menon & Tuladhar, 2024; Rafati et al., 2024). Para assegurar uma utilização eficaz dos recursos disponíveis, a tomada de decisão neste domínio deve assentar numa avaliação sistemática dos riscos associados à operação, manutenção e substituição dos ativos (More et al., 2024). Esta avaliação permite identificar potenciais falhas, quantificar as suas consequências e definir estratégias de mitigação adequadas, assegurando a continuidade operacional e a maximização do desempenho (Martínez-Galán Fernández et al., 2022; Syed & Lawryshyn, 2020).

A avaliação de risco consiste na identificação, análise e quantificação das incertezas associadas a um sistema ou processo. No contexto da gestão de ativos, esta abordagem contribui para prever falhas, avaliar a criticidade dos componentes e apoiar o desenvolvimento de ações preventivas e corretivas que minimizem os impactos negativos sobre a operação (Almeida, 2014; Kusuma & Muttaqin, 2022).

O risco pode ser expresso de forma quantitativa ou qualitativa, sendo frequentemente representado pela relação entre a probabilidade de ocorrência (O) de um evento e o impacto resultante (I) desse evento, conforme expresso na equação (Moghadam & Firoozi, 2024):

$$\text{Risco} = \text{Ocorrência} \times \text{Impacto} \quad (2.10)$$

A frequência de ocorrência pode ser estimada a partir de dados históricos, simulações estatísticas (como a Simulação de Monte Carlo) ou modelos preditivos. Por sua vez, os

impactos podem incluir custos de reparação, tempos de inatividade, perdas na qualidade dos produtos ou serviços, e riscos ambientais ou de segurança.

Ao quantificar o risco de forma objetiva, torna-se possível priorizar intervenções, justificar investimentos e alocar recursos de forma mais eficiente. Esta abordagem permite alcançar um equilíbrio mais sólido entre custo, desempenho e risco, o que é crucial em setores como a indústria transformadora, transportes, energia e infraestruturas críticas, onde a fiabilidade dos ativos está diretamente associada à eficiência operacional e aos custos globais (Abbassi et al., 2022; Khuntia et al., 2015).

2.7.1. Metodologias de Avaliação de Risco

Diversas metodologias têm sido amplamente utilizadas para avaliar e gerir o risco na gestão de ativos, cada uma com características específicas que se adequam a diferentes contextos operacionais. Entre as abordagens mais comuns destacam-se metodologias de referência, amplamente aplicadas em setores industriais e infraestruturais (Chemweno et al., 2015):

- **Análise Modal de Falhas e Efeitos (FMEA - Failure Modes and Effects Analysis):** Método sistemático que identifica potenciais modos de falha, as suas causas e impactos, atribuindo-lhes um nível de criticidade com base em três fatores principais: frequência de ocorrência, severidade das consequências e capacidade de deteção (Kilic et al., 2023);
- **Análise da Árvore de Falhas (FTA - Fault Tree Analysis):** Técnica que representa graficamente a relação entre falhas de componentes e eventos críticos, permitindo identificar e quantificar as causas principais das falhas no sistema (Jovanović et al., 2025);
- **Índice de Risco:** Ferramenta qualitativa que classifica os riscos com base na sua probabilidade e severidade, facilitando a priorização das ações de mitigação (Koval et al., 2025).

A escolha da metodologia mais adequada depende de fatores como o grau de criticidade dos ativos, a disponibilidade de dados, a complexidade técnica envolvida e os objetivos específicos da organização. Em muitos casos, a combinação de metodologias qualitativas e quantitativas permite uma avaliação de risco mais robusta e adaptada à realidade operacional.

No âmbito deste trabalho, a integração da Simulação de Monte Carlo com o método AHP visa precisamente colmatar as limitações isoladas de cada abordagem, oferecendo uma solução que combina análise estatística, avaliação de risco e ponderação multicritério, especialmente relevante para a definição de periodicidades de calibração em ambientes industriais.

2.7.2. Avaliação Probabilística de Risco e Simulações de Monte Carlo

A avaliação probabilística de risco distingue-se das abordagens determinísticas por incorporar distribuições de probabilidade na representação das incertezas. Esta abordagem permite uma análise mais realista, abrangente e sensível à variabilidade dos sistemas, captando cenários que os métodos convencionais tendem a simplificar ou ignorar. Entre as metodologias mais utilizadas neste domínio, destaca-se a MCS, que possibilita a análise de sistemas complexos por meio da execução de milhares ou milhões de simulações com base em distribuições estatísticas (Sasidharan et al., 2022).

No contexto da gestão de ativos físicos, a aplicação das MCS tem demonstrado elevado potencial em múltiplas vertentes (Lye et al., 2024; Torres-Sainz et al., 2024). Entre as mais relevantes, destacam-se:

- Estimar a probabilidade de falha de componentes críticos ao longo do tempo, possibilitando uma análise preditiva da fiabilidade dos ativos;
- Determinar o nível de risco operacional associado a diferentes estratégias de gestão de ativos, permitindo a alocação otimizada de recursos;
- Apoiar decisões sobre reparação, substituição ou otimização de ativos, considerando múltiplos cenários e a variabilidade inerente às condições operacionais.

Neste trabalho, a Simulação de Monte Carlo é aplicada à definição da periodicidade de calibração de sensores, permitindo modelar a variabilidade dos erros de calibração ao longo do tempo e o respetivo impacto na fiabilidade metrológica dos sensores. Através desta abordagem probabilística, torna-se possível determinar a frequência ótima de calibração, equilibrando o risco de falhas de medição com os custos operacionais.

Este contributo permite não só uma gestão mais eficiente dos ativos, mas também a otimização das estratégias de manutenção metrológica, promovendo decisões alinhadas com os princípios da Indústria 4.0 e orientadas à minimização do risco técnico e económico.

2.7.3. Integração dos Modelos de Apoio à Decisão na Avaliação de Risco

Para que a avaliação de risco contribua de forma eficaz para a gestão estratégica de ativos, os seus resultados devem ser integrados em modelos de apoio à decisão, capazes de orientar a definição de prioridades e otimizar a alocação de recursos. Estes modelos recorrem frequentemente a metodologias de Análise Multicritério de Decisão (MCDA - *Multi-Criteria Decision Analysis*), que permitem considerar simultaneamente diferentes fatores técnicos, operacionais e económicos.

Entre as abordagens mais amplamente utilizadas neste domínio destaca-se o AHP, que possibilita a atribuição de pesos aos critérios de avaliação e a identificação da estratégia de intervenção mais adequada com base em comparações estruturadas (Syed & Lawryshyn, 2020). O AHP facilita a integração de critérios heterogêneos, assegurando que as decisões refletem um equilíbrio adequado entre custo, risco e desempenho.

Esta integração assume um papel central no modelo proposto neste trabalho, no qual o risco calculado, expresso como o produto entre a probabilidade de ocorrência e o impacto ponderado, é utilizado como critério principal na definição da periodicidade ótima de calibração.

A avaliação de risco revela-se, assim, uma ferramenta essencial para apoiar decisões estratégicas na gestão de ativos, sobretudo em contextos marcados por elevada incerteza. No caso da calibração de sensores, a sua aplicação permite antecipar falhas, minimizar consequências adversas e racionalizar o uso de recursos, promovendo uma abordagem mais eficiente e orientada ao desempenho.

Contudo, as abordagens clássicas de avaliação de risco, como a FMEA ou os índices qualitativos, apresentam limitações importantes. Dependem fortemente do julgamento subjetivo dos especialistas e não integram de forma explícita a variabilidade estatística dos dados. Por outro lado, as abordagens quantitativas, como a Simulação de Monte Carlo, embora mais robustas, requerem dados históricos representativos e conhecimento técnico específico para a definição adequada das distribuições de entrada.

A integração do AHP com a MCS permite ultrapassar parcialmente essas limitações. Ao estruturar os critérios de forma hierárquica e quantificar a sua importância relativa, o AHP fornece um quadro lógico e transparente de apoio à decisão. Simultaneamente, a MCS assegura uma representação mais fiel da incerteza associada aos erros de calibração e ao comportamento dos sensores ao longo do tempo.

2.8. Considerações sobre a Revisão da Literatura

A revisão da literatura realizada neste capítulo permitiu enquadrar os principais conceitos e metodologias relevantes para a definição de periodicidades de calibração no contexto da gestão de ativos físicos. Os temas analisados abrangeram desde os fundamentos da gestão de ativos e estratégias de calibração até às abordagens estatísticas e decisórias aplicadas à avaliação de risco.

A gestão eficiente de ativos, abordada na secção 2.1, revelou-se essencial para garantir a fiabilidade e sustentabilidade operacional das organizações. A calibração de ativos, discutida

na secção 2.2, demonstrou ser um elemento estratégico para assegurar a rastreabilidade metrológica e a conformidade com padrões de qualidade. A secção 2.3 destacou a diversidade de estratégias atualmente utilizadas na definição de intervalos de calibração, categorizando os métodos em reativos, estocásticos e estatísticos, cada um com diferentes requisitos e limitações.

As secções 2.4 a 2.6 aprofundaram os contributos metodológicos centrais deste trabalho. O ajuste de distribuições de probabilidade foi apresentado como uma técnica estatística robusta para modelar a variabilidade dos erros de calibração, enquanto os modelos multicritério (nomeadamente o AHP) forneceram uma estrutura lógica e justificada para a ponderação dos critérios de decisão. As Simulações de Monte Carlo foram destacadas como uma ferramenta essencial para incorporar incerteza na estimativa da probabilidade de não conformidade.

Na secção 2.7, explorou-se a avaliação de risco como um elemento integrador entre análise estatística e tomada de decisão, permitindo quantificar e mitigar potenciais consequências de falhas metrológicas na gestão de ativos.

Apesar da riqueza metodológica existente, a literatura apresenta lacunas relevantes que justificam a proposta do presente trabalho:

- Ausência de modelos integrados que combinem, de forma sistemática, o ajuste estatístico de distribuições, simulação de Monte Carlo e avaliação multicritério orientada ao risco;
- Dependência excessiva de abordagens empíricas (ex.: métodos reativos) na definição de periodicidades, com limitada capacidade preditiva ou de generalização;
- Falta de articulação explícita entre risco metrológico e decisão operacional, o que limita a aplicação prática das recomendações resultantes da análise.

Neste contexto, a dissertação propõe um modelo quantitativo e integrado para apoio à decisão na definição de intervalos de calibração, superando as limitações identificadas e contribuindo para uma abordagem mais robusta e orientada ao risco na gestão de sensores industriais.

3. Enquadramento e Definição do Problema Industrial

A calibração de instrumentos de medição é uma prática fundamental na indústria, com impacto direto na fiabilidade das medições, na conformidade dos processos e na qualidade dos produtos. No entanto, a definição das periodicidades de calibração continua a ser, em muitos contextos industriais, um desafio técnico e organizacional. A maioria das abordagens utilizadas baseia-se em recomendações genéricas de fabricantes, normas fixas ou decisões empíricas, frequentemente desajustadas das condições reais de operação e dos níveis de risco associados.

Este capítulo tem como objetivo enquadrar, contextualizar e descrever detalhadamente o problema industrial em estudo, com foco nas dificuldades associadas à definição adequada dos intervalos de calibração de sensores. Pretende-se, também, evidenciar as limitações das metodologias atualmente utilizadas, tanto do ponto de vista normativo como operacional, bem como os impactos negativos que uma má gestão da calibração pode ter na eficiência e segurança dos processos industriais.

A estrutura deste capítulo visa estabelecer a ponte entre os fundamentos teóricos apresentados no Capítulo de Revisão da Literatura (Capítulo 2) e o Capítulo do Modelo Proposto (Capítulo 4), através de uma análise crítica do contexto industrial em que o problema se insere. Para isso, são discutidas a importância da calibração em ambientes industriais, os desafios concretos enfrentados na definição das suas periodicidades e a caracterização aprofundada do processo e dos equipamentos analisados. Segue-se a apresentação do diagnóstico do problema, culminando na motivação para o desenvolvimento de um novo modelo de suporte à decisão, mais ajustado à realidade operacional.

3.1. Importância da Gestão da Calibração em Contextos Industriais

A gestão eficaz da calibração de instrumentos de medição é essencial para garantir a qualidade dos produtos, a segurança dos processos industriais e a conformidade com os requisitos normativos e legais. Em contextos industriais complexos e regulamentados, onde as medições são utilizadas como base para decisões críticas, qualquer desvio não detetado pode comprometer a capacidade de medição, originar perdas significativas ou colocar em risco a integridade de operadores, equipamentos e produtos.

A calibração regular assegura que os instrumentos operam dentro das especificações metrológicas definidas, minimizando erros sistemáticos ou aleatórios que possam surgir devido a deriva dos sensores, desgaste natural ou condições operacionais adversas (Kopke et al., 2024). A negligência na calibração pode resultar em medições imprecisas, afetando a qualidade do produto, a eficiência do processo e o cumprimento de normas como a ISO 9001, ISO 14001, Boas Práticas de Fabrico (GMP - *Good Manufacturing Practices*), entre outras.

Medições imprecisas podem, por exemplo, levar à produção fora de especificação, rejeição de lotes, reclamações de clientes, retrabalho, ou até mesmo recolha de produtos do mercado, com impacto direto na imagem da organização e nos custos operacionais (Ferreira et al., 2018; A. Martins et al., 2020). Em setores como o farmacêutico, alimentar ou de tratamento de águas, estes riscos são ainda mais críticos, pois envolvem segurança sanitária e saúde pública.

Tradicionalmente, os intervalos de calibração são estabelecidos com base em periodicidades fixas, muitas vezes desajustadas da realidade operacional, desconsiderando variáveis como a frequência de uso do equipamento, severidade das condições processuais ou criticidade. Esta abordagem pode conduzir tanto à realização de calibrações desnecessárias (aumentando custos e tempo de inatividade) como à falta de recalibração oportuna, elevando o risco de não conformidades (Cundeva-Blajer, 2023).

Assim, a calibração deve ser entendida não apenas como uma exigência técnica ou normativa, mas como uma ferramenta estratégica de gestão da fiabilidade e do risco operacional. Uma abordagem baseada em evidência, risco e desempenho, suportada por dados históricos de medição e avaliação crítica do processo, é fundamental para garantir resultados sustentáveis e robustos a longo prazo.

3.2. Desafios na Definição de Periodicidades de Calibração

A definição adequada dos intervalos de calibração é um processo crítico para assegurar o equilíbrio entre precisão metrológica, eficiência operacional e otimização de recursos. No entanto, esta tarefa continua a representar um desafio significativo para muitas organizações, especialmente em ambientes industriais complexos ou altamente regulamentados.

Historicamente, a definição das periodicidades de calibração tem sido baseada em intervalos fixos e padronizados, definidos por fabricantes, normas ou práticas empíricas (Cundeva-Blajer, 2023). Esta abordagem, embora simples de implementar, apresenta várias limitações:

- Desajuste face à variabilidade real dos sensores e das condições de operação;
- Falta de adaptação a diferentes níveis de criticidade e frequência de utilização dos equipamentos;
- Ausência de uma avaliação quantitativa do risco associado à medição fora de especificação.

Como consequência, intervalos demasiado curtos podem levar à realização de calibrações desnecessárias, com aumento de custos, desperdício de recursos e tempo de paragem não produtivo. Por outro lado, intervalos demasiado longos podem resultar em falhas de medição não detetadas, com impacto na qualidade do produto, na segurança e na conformidade normativa.

Outro desafio consiste na dificuldade em ajustar os intervalos de calibração às características específicas de cada tipo de sensor, processo ou ambiente operacional. Fatores como temperatura, humidade, vibração, exposição a substâncias químicas agressivas e intensidade de uso afetam diretamente o desempenho e a estabilidade metrológica dos instrumentos (Ferreira et al., 2018). Esta variabilidade torna ineficaz a aplicação de uma lógica solução única para todos os equipamentos.

Adicionalmente, em ambientes industriais com elevado número de instrumentos distribuídos em diferentes zonas e funções, a gestão manual dos intervalos de calibração torna-se complexa e suscetível a erros.

No caso particular do sistema analisado neste trabalho, a definição da periodicidade de calibração dos sensores de pH é especialmente crítica, dado que:

- A medição incorreta do pH impacta no controlo do sistema;
- Os sensores estão sujeitos a ambientes severos (biofilmes, sólidos suspensos, variabilidade química), acelerando a sua degradação;
- A calibração exige paragens de processo e/ou remoção dos sensores, implicando custos operacionais;
- A vida útil limitada dos elétrodos e a deriva de medição agravam o risco de falhas se a periodicidade não for cuidadosamente ajustada.

Estes desafios justificam a necessidade de metodologias de apoio à decisão que considerem dados históricos reais, avaliação do risco e o desempenho dos sensores ao longo do tempo, promovendo uma definição mais eficaz e racional dos intervalos de calibração.

3.3. Caracterização do Problema Industrial

3.3.1. Contextualização do Setor e Processo Industrial

O presente estudo enquadra-se no setor industrial de tratamento de águas, nomeadamente no contexto de processos de desinfecção por injeção de hipoclorito de sódio. Este tipo de sistema é amplamente utilizado em instalações de abastecimento de água potável, tratamento de águas residuais e processos industriais, onde é necessário garantir níveis adequados de desinfecção para proteção da saúde pública e conformidade com os parâmetros legais de qualidade da água.

A injeção de hipoclorito é um processo automático que ajusta a dosagem do agente desinfetante com base na leitura de variáveis críticas do processo, nomeadamente o pH da água e a concentração de cloro livre. O controlo preciso destas variáveis é essencial para assegurar que a desinfecção é eficaz sem gerar subprodutos indesejáveis, resultantes da sobredosagem de cloro em condições de pH inadequadas.

Neste sistema, os sensores de pH e cloro livre desempenham um papel central no controlo da dosagem de hipoclorito. As leituras destes sensores são utilizadas para calcular a quantidade exata de agente desinfetante a injetar, com o objetivo de manter as condições ótimas de desinfecção, respeitando os limites legais e evitando o desperdício de produto químico. Importa destacar que a medição de cloro livre é fortemente influenciada pelo valor de pH, uma vez que muitos analisadores de cloro realizam compensações automáticas com base no pH medido no momento. Isso significa que um erro na leitura do pH pode propagar-se diretamente para a estimativa da concentração de cloro, comprometendo a fiabilidade do controlo do processo.

Dada a importância destas medições para o controlo automático do processo e a segurança do produto final, é imprescindível garantir que os sensores estão devidamente calibrados e que operam com a fiabilidade necessária ao longo do tempo. Neste contexto, a definição inadequada da periodicidade de calibração pode comprometer seriamente a qualidade da água tratada, a eficiência do processo e a conformidade com os requisitos normativos.

3.3.2. Descrição dos Equipamentos em Análise

No sistema de tratamento de águas em estudo, são utilizados dois tipos de sensores para o controlo automático da dosagem de hipoclorito: o sensor de pH e o sensor de cloro livre. Ambos os dispositivos desempenham funções críticas no processo de desinfecção, sendo

responsáveis pela monitorização contínua das condições químicas da água e pela retroalimentação ao sistema de controlo da dosagem.

O sensor de pH mede a acidez ou alcalinidade da água, uma variável essencial para garantir a eficácia da desinfecção. O pH influencia diretamente na determinação qual a forma química do cloro presente em solução, determinando a proporção entre ácido hipocloroso (HOCl), que é altamente eficaz como desinfetante e o ião hipoclorito (OCl^-), que tem menor capacidade desinfetante (Galal-Gorchev, 1996).

O sensor de cloro livre, por sua vez, mede a concentração de cloro residual disponível na água após a reação com matéria orgânica ou outros compostos. Esta variável indica se a dosagem está a ser suficiente para garantir a desinfecção desejada. Importa salientar que muitos analisadores de cloro realizam compensações automáticas com base no valor de pH fornecido pelo sensor de pH, uma vez que a resposta eletroquímica do sensor de cloro livre é dependente da forma em que o agente desinfetante se encontra presente. Assim, qualquer imprecisão na medição do pH afeta diretamente a leitura do cloro livre, podendo levar a leituras incorretas na dosagem do desinfetante.

Estes sensores encontram-se geralmente instalados em porta sondas de fluxo contínuo, a jusante do ponto de mistura do hipoclorito, para garantir que as medições refletem com precisão o efeito da dosagem no corpo principal da água. São dispositivos expostos a ambientes adversos, sujeitos a variações térmicas, biofilmes, sólidos em suspensão e produtos químicos corrosivos, fatores que afetam a sua estabilidade e que exigem rotinas de manutenção e calibração rigorosas para assegurar a fiabilidade das medições ao longo do tempo.

A criticidade funcional destes sensores justifica a necessidade de uma análise rigorosa sobre a adequação dos intervalos de calibração atualmente praticados, e constitui a base para a proposta de otimização metodológica desenvolvida nos capítulos seguintes.

3.3.3. Problemas associados à Calibração dos Sensores

A calibração de sensores em contexto industrial é uma tarefa crítica que visa assegurar a fiabilidade das medições ao longo do tempo. No entanto, quando aplicada a sensores sujeitos a condições adversas, como os de pH e cloro livre em sistemas de tratamento de águas, esta atividade apresenta diversas limitações técnicas, operacionais e económicas que dificultam a sua execução eficaz e contínua.

- 1. Desgaste e vida útil limitada:** Os sensores de pH têm componentes sensíveis, como o eletrodo de vidro e a solução de referência, que se degradam com o tempo. A sua vida

útil é fortemente influenciada por fatores como a exposição a produtos químicos agressivos, a temperatura, a pressão e a presença de partículas em suspensão. Com a degradação do eletrodo, a sensibilidade e a linearidade da resposta diminuem, comprometendo a exatidão da medição. A calibração permite ajustar temporariamente os desvios, mas torna-se ineficaz quando o sensor ultrapassa os seus limites funcionais, exigindo substituição;

- 2. Deriva das medições:** A deriva metrológica é um fenómeno gradual e inevitável em sensores eletroquímicos. No caso dos sensores de pH, esta deriva pode ocorrer devido à saturação da membrana (diafragma), contaminação da referência ou desequilíbrios eletroquímicos. A deriva é difícil de prever, podendo levar a erros sistemáticos que não são detetados de imediato. A calibração periódica permite corrigir estes desvios, mas a definição inadequada do intervalo de calibração pode resultar em medições imprecisas prolongadas;
- 3. Condições operacionais adversas:** Sensores instalados em ambientes agressivos como biofilmes, sólidos em suspensão, variações térmicas acentuadas ou substâncias corrosivas, estão sujeitos a maior desgaste e instabilidade. Em processos de tratamento de águas, estas condições são comuns e exigem calibrações mais frequentes, bem como limpezas regulares, sob pena de degradação acelerada do sensor e leituras não representativas da realidade processual;
- 4. Tempo de paragem associado à calibração:** Em muitos casos, a calibração dos sensores requer a sua remoção do processo, o que implica interrupções na operação ou a utilização de sensores redundantes. Estas paragens podem ser penalizadoras em processos contínuos, causando atrasos, perdas de produtividade e perturbações no controlo automático;
- 5. Precisão do processo de calibração:** A exatidão da calibração depende da qualidade das soluções de referência (*buffers*), da estabilidade da temperatura, do equipamento auxiliar utilizado e da experiência dos técnicos. A calibração manual está sujeita a erro humano e qualquer incorreção no procedimento compromete a fiabilidade futura da medição. Além disso, a compensação da temperatura, especialmente crítica na medição de pH, nem sempre é corretamente aplicada;
- 6. Contaminação dos eletrodos:** A acumulação de resíduos orgânicos, sais, óxidos ou biofilmes nos eletrodos dos sensores reduz a sua capacidade de resposta e distorce os valores medidos. Quando a limpeza não é realizada com a frequência ou rigor adequados, há uma maior probabilidade de erro na medição e necessidade de calibrações mais frequentes para compensar os efeitos da contaminação;
- 7. Interferências químicas e ambientais:** Elementos como o cloro, bases fortes ou compostos oxidantes presentes no processo podem interferir com a medição de pH e

degradar prematuramente os sensores. Por outro lado, variações de temperatura ou flutuações de pressão também afetam o equilíbrio eletroquímico dos sensores. Embora alguns modelos integrem compensação automática, esta só é eficaz se o sensor estiver corretamente calibrado e em bom estado.

Estes fatores combinados demonstram a complexidade da manutenção da fiabilidade metrológica dos sensores em ambientes industriais. Uma abordagem baseada em intervalos fixos de calibração revela-se, nestas condições, insuficiente para assegurar o desempenho necessário. A variabilidade dos processos e dos mecanismos de degradação reforça a necessidade de uma definição de periodicidades mais ajustada ao risco, ao histórico e às condições reais de funcionamento.

3.3.4. Diagnóstico do Problema Industrial em Estudo

A análise do sistema de tratamento de águas sob estudo permitiu identificar diversas limitações associadas à gestão da calibração dos sensores, nomeadamente no que diz respeito à definição da sua periodicidade. A abordagem atualmente adotada baseia-se em intervalos fixos de calibração, pré-definidos e aplicados de forma uniforme, sem considerar o desempenho histórico dos sensores, as condições operacionais específicas ou o risco associado à falha de medição.

Esta prática, embora comum na indústria, apresenta várias limitações significativas:

- Ausência de adaptação às condições reais de funcionamento dos sensores, como desgaste, frequência de uso, contaminação e variabilidade do processo;
- Falta de integração de dados históricos que permitam monitorizar a deriva metrológica dos sensores ao longo do tempo;
- Inexistência de uma abordagem orientada ao risco, que permita ponderar a criticidade da função do sensor no processo e os impactos de uma eventual falha de medição;
- Dificuldade em justificar tecnicamente os intervalos praticados, em auditorias ou processos de certificação, quando a decisão é puramente empírica;
- Desperdício de recursos com calibrações possivelmente desnecessárias, ou, em sentido inverso, exposição a riscos operacionais quando a calibração é insuficiente.

Face a estas limitações, torna-se evidente a necessidade de otimizar a definição dos intervalos de calibração com base em dados reais de desempenho dos sensores, integrando análise estatística, simulação de risco e critérios operacionais relevantes, como segurança, qualidade, custos e importância do processo.

A implementação de uma abordagem mais rigorosa e orientada por evidência permitiria:

- Melhorar a exatidão das medições, assegurando que os sensores estão a operar dentro dos limites exigidos;
- Reduzir custos operacionais, ao evitar calibrações excessivas e paragens desnecessárias;
- Minimizar o risco de não conformidades, ao ajustar os intervalos às reais necessidades do processo;
- Aumentar a eficiência global do sistema de tratamento de águas, com ganhos em termos de desempenho, rastreabilidade e conformidade normativa.

O reconhecimento destas necessidades constitui a base para a proposta de um modelo de apoio à decisão, que será desenvolvido no capítulo seguinte, com o objetivo de dotar as organizações de uma ferramenta quantitativa e adaptável para a gestão metrológica de sensores em contexto industrial.

3.4. Motivação para o Desenvolvimento de um Novo Modelo

A caracterização do problema industrial e a análise crítica das práticas atualmente adotadas evidenciaram a existência de limitações significativas na definição das periodicidades de calibração de sensores industriais. A utilização de intervalos fixos, desprovidos de fundamentação estatística ou consideração de risco, compromete a eficácia da gestão metrológica e expõe os processos a riscos operacionais, económicos e de conformidade.

Neste contexto, torna-se evidente a necessidade de desenvolver um modelo mais robusto, flexível e adaptável, que permita fundamentar a decisão sobre os intervalos de calibração com base em evidência empírica e critérios técnicos relevantes.

Uma das abordagens frequentemente utilizadas na indústria para ajustar intervalos de calibração é o método de Schumacher, que se baseia na sequência histórica de resultados de calibração (conformidade ou não conformidade) para sugerir a extensão ou redução do intervalo. Apesar da sua simplicidade e aplicabilidade prática, este método apresenta limitações importantes:

- Baseia-se exclusivamente em registos binários de conformidade, sem considerar a magnitude dos erros nem a taxa de deriva dos sensores;
- Não integra critérios, como segurança, impacto na qualidade ou custos;
- Assume pressupostos fixos e conservadores, que não se adaptam à variabilidade real dos sensores nem às condições específicas de funcionamento;
- Não permite simulações ou previsões de risco quantitativas, dificultando a tomada de decisão informada.

Face a estas limitações, justifica-se o desenvolvimento de um modelo mais abrangente, que combine análise estatística, simulação estocástica e avaliação multicritério de risco, com o objetivo de:

- Determinar a distribuição probabilística mais adequada à deriva dos sensores, com base em dados históricos reais;
- Estimar, via simulações de Monte Carlo, a probabilidade de ocorrência de medições não conformes para diferentes intervalos;
- Avaliar os níveis de risco associados a cada cenário, tendo em conta critérios como segurança, qualidade, custos e importância do processo;
- Apoiar a definição de intervalos de calibração otimizados, adaptados às exigências reais do contexto operacional.

Este modelo visa proporcionar uma ferramenta de apoio à decisão rigorosa, transparente e adaptável, que possa ser aplicada por profissionais da indústria para melhorar a gestão dos seus ativos, contribuindo para aumentar a fiabilidade das medições, reduzir custos e reforçar a conformidade com os requisitos normativos.

3.5. Considerações sobre o Problema Industrial

Este capítulo apresentou o enquadramento e a definição do problema industrial que motivou o desenvolvimento deste trabalho. Começou-se por destacar a importância estratégica da calibração de sensores em contextos industriais, sobretudo na garantia da qualidade, segurança e conformidade dos processos. Foi enfatizado que, apesar do seu papel crítico, a

definição das periodicidades de calibração continua a basear-se, em muitos casos, em práticas empíricas e pouco adaptadas à realidade operacional.

Foram discutidos os principais desafios e limitações das abordagens tradicionais, incluindo os intervalos fixos e os métodos baseados apenas em conformidade histórica, como o de Schumacher. Evidenciou-se a necessidade de incorporar dados reais, análise estatística, variabilidade do processo e avaliação de risco na definição das periodicidades, de forma a otimizar a gestão metrológica e os recursos da organização.

A caracterização do processo industrial em análise, um sistema de tratamento de águas com controlo automático de injeção de hipoclorito, permitiu ilustrar de forma concreta os impactos que medições imprecisas podem ter no desempenho do processo, na conformidade legal e na segurança. Foram identificados diversos fatores que afetam a estabilidade metrológica dos sensores de pH e cloro livre, bem como as dificuldades práticas associadas à sua calibração.

O capítulo concluiu com a justificação para o desenvolvimento de um novo modelo de apoio à decisão, mais robusto e fundamentado, capaz de integrar informação empírica, simulação e avaliação multicritério, permitindo ajustar as periodicidades de calibração de forma racional e orientada ao risco.

No Capítulo 4, será apresentada a proposta metodológica desenvolvida neste trabalho, incluindo a estrutura conceptual do modelo, os critérios utilizados, a forma de cálculo dos riscos e a aplicação prática a um caso de estudo real, com vista à otimização da gestão de calibração em ambiente industrial.

4. Proposta de Modelo

Este capítulo apresenta a aplicação do modelo desenvolvido para a redefinição de periodicidades de calibração de sensores industriais, com o objetivo de apoiar a tomada de decisão técnica baseada em dados reais, risco e desempenho. A abordagem proposta integra cinco componentes fundamentais:

- Tratamento estatístico dos dados, que permite identificar a distribuição probabilística que melhor representa os erros de calibração registados;
- Simulação de Monte Carlo, utilizada para estimar a probabilidade de ocorrência de não conformidades para diferentes intervalos de calibração;
- Definição dos critérios de avaliação, que refletem os impactos operacionais, económicos e qualitativos associados aos erros de medição;
- Estrutura multicritério via AHP (*Analytic Hierarchy Process*), que permite atribuir pesos relativos aos critérios definidos com base na sua importância no contexto industrial;
- Avaliação de risco quantitativa, que combina a probabilidade de falha com os impactos ponderados, permitindo comparar diferentes cenários de periodicidade.

Complementarmente, é realizada uma comparação com o método de Schumacher, tradicionalmente utilizado como abordagem empírica para a gestão de intervalos de calibração. Esta comparação visa demonstrar as vantagens e limitações da abordagem proposta face à prática convencional.

A aplicação do modelo é sustentada por um conjunto de dados históricos reais de calibração de sensores de pH. A secção seguinte apresenta os dados utilizados e a estratégia de separação da amostra, essencial para garantir a validade da análise e a robustez da comparação entre métodos.

4.1. Dados Históricos

Para a aplicação do modelo, foram utilizados dados de calibração de sensores de pH obtidos ao longo de aproximadamente três anos de operação contínua. As calibrações foram realizadas com soluções padrão de pH 4 e pH 7, correspondentes aos dois pontos de ajuste utilizados no processo. Os erros observados nestes dois pontos serviram como indicadores diretos da deriva metrológica, permitindo avaliar a estabilidade e o desempenho dos sensores ao longo do tempo.

Foram recolhidas 36 calibrações realizadas com periodicidade mensal. De acordo com Goodfellow et al. (2016) e Hastie et al. (2009), a separação dos dados em subconjuntos de treino e validação é fundamental para avaliar a capacidade de generalização dos modelos desenvolvidos. Embora não exista uma regra rígida, é comum adotar a proporção 80/20 para esta divisão. Assim, os dados foram organizados da seguinte forma:

- 30 calibrações iniciais (cerca de 87% da amostra total) foram utilizadas para o desenvolvimento e ajuste dos modelos: definição da distribuição de probabilidade dos erros, realização das simulações de Monte Carlo e aplicação do método de Schumacher;
- 6 calibrações finais (cerca de 13% da amostra total), correspondentes a um período posterior, foram reservadas para validação independente. Esta abordagem permite avaliar a capacidade preditiva dos métodos aplicados, garantindo maior robustez e isenção na análise comparativa.

No Apêndice B apresenta os resultados das 36 calibrações, com a respetiva decisão de Conformidade (C) ou Não Conformidade (F), com base num Erro Máximo Admissível (EMA) previamente estabelecido para o processo.

Esta amostra fornece um suporte empírico fiável para aplicação de diferentes metodologias de análise, permitindo comparar as recomendações de intervalos resultantes de abordagens tradicionais (como o método de Schumacher) com a solução proposta neste trabalho.

A secção seguinte apresenta a aplicação do método de Schumacher ao conjunto de dados, identificando os padrões de ajustamento empírico das periodicidades.

4.2. Aplicação do Método de Schumacher

Para fins comparativos, foi aplicado ao conjunto de dados históricos a abordagem tradicional de definição de periodicidades de calibração conhecida como método de Schumacher. Este método empírico é amplamente utilizado na indústria para ajustar os intervalos de calibração com base em padrões de conformidade verificados nas calibrações anteriores.

A lógica de decisão baseia-se na análise sequencial dos resultados das calibrações mais recentes, considerando combinações de conformidades, não conformidades ou avarias, conforme sistematizado em tabelas de ação na decisão. As decisões possíveis incluem: Estender (E), Diminuir (D), Manter (P) e Máxima Redução (M). A tradução dessas ações em novas periodicidades segue intervalos tabelados de referência, adaptados neste estudo para múltiplos de um mês, em coerência com a prática operacional.

A lógica detalhada de aplicação do método, incluindo as regras de decisão, tabelas auxiliares e a tabela completa de evolução das decisões sobre as 30 calibrações iniciais e nas 6 calibrações seguintes, encontra-se descrita no Apêndice C.

4.2.1. Resultados para as 30 Calibrações Iniciais

A aplicação do método de Schumacher permitiu identificar, ao longo das 30 calibrações analisadas, padrões de estabilidade que justificaram, em vários momentos, o alargamento progressivo da periodicidade de calibração. A primeira recomendação para extensão surgiu na 6.^a calibração, com a sequência "CCC", tendo sido sugerida a extensão para 8 semanas. A partir da 8.^a calibração, verificou-se nova extensão para 12 semanas, mantida ao longo de vários ciclos.

No entanto, em diversos momentos o método revelou-se inconclusivo, apresentando sequências que não constam na matriz de decisão e originando a marcação como "Não Definido (ND)", sem recomendação explícita de ajuste. Esta limitação evidencia a rigidez do modelo face a combinações não previstas, diminuindo a sua utilidade em contextos de elevada variabilidade de resultados.

4.2.2. Validação com 6 Calibrações Adicionais

Para verificar a robustez do método proposto, aplicou-se a mesma lógica de decisão a um subconjunto independente composto por seis calibrações não utilizadas na etapa de desenvolvimento. Nesta análise, partiu-se da hipótese de que as calibrações anteriores a cada uma das seis observações eram conformes, permitindo, assim, a aplicação realista das regras do método. Os resultados demonstraram que, em três dos seis casos analisados, o método indicaria a extensão do intervalo para oito semanas, reforçando o padrão identificado na fase anterior.

4.2.3. Considerações sobre a Aplicação do Método de Schumacher

A aplicação do método de Schumacher revelou-se útil como ferramenta de ajustamento empírico e gradual das periodicidades, sendo sensível à evolução do comportamento histórico do sensor. A simplicidade da sua implementação constitui uma mais-valia em ambientes operacionais com poucos recursos analíticos.

Contudo, o método apresenta limitações significativas:

- Não incorpora análise quantitativa do erro nem modelação estatística da deriva;
- Não integra múltiplos critérios na decisão (ex.: risco, custo e qualidade);

- É dependente de padrões codificados, sendo incapaz de reagir a sequências atípicas;
- A sua capacidade preditiva é limitada, especialmente quando aplicado a novos dados fora da sequência original.

Estes fatores reforçam a motivação para o desenvolvimento de uma abordagem mais flexível, quantitativa e orientada ao risco, como a que será apresentada na secção seguinte.

4.3. Aplicação do Modelo Proposto

Nesta secção apresenta-se a aplicação do modelo desenvolvido para redefinição de periodicidades de calibração, com base na integração de análise estatística, simulação de Monte Carlo (MCS) e avaliação de risco multicritério (via método AHP). O modelo foi aplicado aos dados históricos do caso de estudo e visa apoiar decisões mais robustas, considerando simultaneamente a probabilidade de falha dos sensores e as suas consequências para a operação.

4.3.1. Estrutura Geral do Modelo

Como já referido anteriormente, a estrutura do modelo baseia-se em cinco etapas principais, que permitem combinar análise estatística, simulação e avaliação de risco multicritério de forma integrada e adaptada à realidade industrial:

1. **Tratamento estatístico dos dados:** Caracterização dos desvios de calibração e identificação da distribuição probabilística que melhor representa os erros observados nos sensores (ver Apêndice D.1);
2. **Simulação de Monte Carlo:** Estimativa da frequência de ocorrência de não conformidades para diferentes intervalos de calibração, com base na distribuição estatística ajustada aos dados históricos (ver Apêndice D.2);
3. **Definição dos critérios de avaliação:** Seleção de critérios que refletem os impactos operacionais e estratégicos das falhas, nomeadamente segurança, importância no processo, custos e impacto na qualidade (ver Apêndice D.3 e secção seguinte);
4. **Estrutura multicritério via AHP (*Analytic Hierarchy Process*):** Ponderação dos critérios definidos com base em comparações par-a-par, permitindo calcular o peso do impacto ponderado de cada cenário de periodicidade (ver Apêndice D.4);
5. **Avaliação de risco quantitativa:** Cálculo do risco associado a cada periodicidade de calibração, através da combinação entre a probabilidade de ocorrência (simulada) e os impactos ponderados, permitindo a comparação entre alternativas e a recomendação de ações (ver secção seguinte).

4.3.2. Avaliação de Risco e Critérios Considerados

O modelo adota quatro critérios de impacto para avaliar a gravidade das consequências decorrentes de uma eventual não conformidade:

- **Segurança (S):** risco associado à segurança de pessoas ou impacto ambiental;
- **Importância do Processo (P):** grau de criticidade do sensor para a operação industrial;
- **Custos (C):** custos diretos e indiretos associados à calibração;
- **Impacto na Qualidade (Q):** impacto do erro na conformidade e integridade do produto final.

A importância relativa de cada critério foi determinada por meio do método AHP (*Analytic Hierarchy Process*), utilizando uma matriz de comparação par a par. Esse processo resultou nos seguintes pesos:

- **Segurança (α_S):** 46,6%;
- **Importância do Processo (α_P):** 27,7%;
- **Impacto na Qualidade (α_Q):** 16,1%;
- **Custos (α_C):** 9,6%.

As pontuações atribuídas aos critérios, com base em análises específicas do contexto operacional, são:

- **Segurança (S):** 4;
- **Importância do Processo (P):** 6;
- **Custos (C):** 3;
- **Impacto na Qualidade (Q):** 5.

A fórmula geral do risco é dada por:

$$Risco = Ocorrência \times Impacto = O \times [(\alpha_S \times S) + (\alpha_P \times P) + (\alpha_C \times C) + (\alpha_Q \times Q)] \quad (4.1)$$

onde O representa a probabilidade de ocorrência de uma não conformidade, estimada por meio de simulação de Monte Carlo (MCS). Os pesos α refletem a relevância relativa de cada critério no contexto analisado, conforme detalhado no Apêndice D.

A Tabela 4.1 resume os níveis de risco e ações recomendadas:

Tabela 4.1 - Descrição do risco

Descrição do Risco	Risco Normalizado	Ação Recomendada
Risco muito baixo	< 10,0 %	Aceitação da nova periodicidade.
Risco baixo	10,1 % a 25,0 %	Aprovação com monitorização.
Risco moderado	25,1 % a 40,0 %	Aprovação com alerta.
Risco elevado	40,1 % a 50,0%	Reavaliação recomendada.
Risco crítico	> 50,1 %	Rejeição da nova periodicidade.

Este mecanismo permite transformar uma avaliação quantitativa de risco técnico em recomendações operacionais, suportando decisões baseadas em evidência, ajustadas à realidade industrial de cada sensor.

4.3.3. Ajuste da Distribuição Probabilística

A distribuição de Gumbel foi selecionada para modelar os erros de calibração, por ter apresentado o melhor desempenho geral nos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Cramér-von Mises, além de uma boa aderência visual nos gráficos Q-Q e P-P (ver Apêndice D.1). Os parâmetros ajustados para essa distribuição foram:

Tabela 4.2 - Parâmetros ajustados da distribuição selecionada

Parâmetro	Estimativas	
	Ponto 1	Ponto 2
Localização	0,02040	0,07852
Escala	0,06298	0,05162

A escolha de uma única distribuição garante coerência entre os dois pontos de calibração.

4.3.4. Resultados da Simulação de Monte Carlo

Nesta secção é descrita a aplicação da Simulação de Monte Carlo (MCS) como componente central do modelo proposto para estimar a probabilidade de ocorrência de falhas (não conformidades) em sensores industriais, tendo como base a distribuição Gumbel previamente ajustada aos dados históricos de calibração. A simulação permite incorporar a variabilidade estatística observada, gerando milhares de cenários possíveis e quantificando, para cada intervalo de calibração, a probabilidade de ultrapassar os limites de erro definidos (Erro Máximo Admissível).

A parametrização da MCS assenta nos parâmetros de localização e escala da distribuição Gumbel obtidos para os dois pontos de calibração (Ponto 1 e Ponto 2). Com base nestes

parâmetros, foram realizadas simulações para diferentes intervalos de calibração candidatos, gerando um grande número de amostras que representam o comportamento esperado dos sensores.

A cada iteração, é gerado um valor aleatório para cada ponto com base na distribuição ajustada. O modelo contabiliza as iterações que resultam numa não conformidade (isto é, quando o erro gerado excede o limite admissível), estimando assim a frequência de ocorrência para cada cenário simulado.

Este processo fornece uma estimativa da probabilidade de falha associada a cada intervalo de calibração, servindo de entrada para o modelo de risco multicritério desenvolvido. Os intervalos com maior probabilidade de não conformidade serão penalizados na avaliação do risco, enquanto os que mantêm uma taxa aceitável de falha são candidatos a extensão.

Os resultados quantitativos da simulação de Monte Carlo, bem como as classificações de risco e as decisões recomendadas para cada cenário, serão apresentados e analisados no Capítulo 5 - Análise e Discussão de Resultados. Esta separação visa garantir uma leitura mais clara da metodologia aplicada e uma interpretação consistente dos seus efeitos práticos.

4.3.5. Considerações sobre a Aplicação do Modelo

A aplicação do modelo proposto revelou-se eficaz na integração de diferentes componentes analíticas, nomeadamente a modelação estatística dos erros de calibração, a simulação de Monte Carlo, a avaliação de risco e a análise multicritério com base no método AHP. A utilização da distribuição Gumbel permitiu captar adequadamente a assimetria presente nos dados históricos de calibração dos sensores de pH, fornecendo uma base estatística robusta para a estimativa da probabilidade de não conformidade.

A introdução do método AHP permitiu ponderar de forma estruturada os critérios de impacto operacional, nomeadamente a segurança, a importância no processo, os custos e a qualidade. Esta abordagem assegura que o risco calculado reflete não apenas a probabilidade de ocorrência, mas também a relevância das consequências em função das prioridades organizacionais. A natureza modular do modelo facilita a sua parametrização e replicação em diferentes contextos industriais, desde que exista disponibilidade de dados históricos e clareza na definição dos critérios de impacto.

Entre os principais pontos positivos, destacam-se:

- A articulação entre diferentes ferramentas quantitativas, nomeadamente o ajuste de distribuições estatísticas, as MCS e a AHP, permite abordar de forma integrada os aspetos metrológicos, operacionais e estratégicos envolvidos na definição das

periodicidades de calibração, reforçando a consistência e a aplicabilidade do modelo proposto;

- A flexibilidade do modelo para adaptar as periodicidades de calibração com base na criticidade do equipamento, alinhando-se com os princípios da gestão de ativos baseada em risco;
- A utilização de dados empíricos reais, que aproxima o modelo da prática industrial e garante aplicabilidade;
- A comparação com o método tradicional de Schumacher, que evidenciou vantagens claras em termos de capacidade de adaptação dinâmica e contextualização dos riscos.

Contudo, é importante reconhecer algumas limitações do modelo, identificadas durante a aplicação:

- A forte dependência de séries históricas de calibração limita a aplicabilidade do modelo em contextos onde os dados são escassos ou inexistentes;
- O modelo centra-se exclusivamente na probabilidade de não conformidade metrológica, não integrando outros indicadores essenciais de desempenho do ativo, como MTBF (*Mean Time Between Failures*), OEE (*Overall Equipment Effectiveness*) ou a disponibilidade global;
- Existe uma ausência de estimativas diretas dos impactos operacionais e económicos das falhas, o que pode limitar a sua utilidade para apoio à decisão a um nível mais estratégico;
- A validação prática limitada a sensores de pH impede, nesta fase, a generalização dos resultados a outros tipos de equipamentos ou indústrias, carecendo de estudos adicionais de aplicação.

Apesar destas limitações, o modelo revela-se adequado enquanto ferramenta de apoio à decisão na definição de periodicidades de calibração, contribuindo para uma abordagem mais racional e baseada em risco, em conformidade com as boas práticas de gestão de ativos físicos.

No capítulo seguinte, será realizada uma análise crítica dos resultados obtidos com a aplicação prática do modelo, tanto em termos de desempenho estatístico como de impacto na decisão de redefinição de periodicidades, estabelecendo uma comparação com o método de Schumacher. Esta análise permitirá discutir os ganhos alcançados em termos de fiabilidade, segurança e otimização dos recursos de calibração, bem como avaliar a consistência e generalização do modelo proposto.

5. Análise e Discussão dos Resultados

Os resultados obtidos através da aplicação do modelo proposto permitem avaliar, de forma quantitativa e fundamentada, o impacto de diferentes periodicidades de calibração no risco associado ao desempenho dos sensores. Utilizando 10 000 000 de iterações por simulação, foi possível estimar a probabilidade de ocorrência de não conformidades para diversos intervalos, integrando essa estimativa com os impactos ponderados pelos critérios definidos.

A Tabela 5.1 resume os resultados dos cenários simulados com o modelo proposto, considerando intervalos de calibração entre 4 e 24 semanas. O risco calculado corresponde ao produto entre a frequência de não conformidade (obtida via simulação de Monte Carlo) e o impacto ponderado com base no método AHP.

Tabela 5.1 - Diversos cenários com o modelo proposto

Cenários de novas periodicidades		
Semanas	Risco Calculado	Risco Normalizado
4	14617	14,6%
8	24596	24,6%
12	31440	31,4%
16	36100	36,1%
20	39284	39,3%
24	41472	41,5%

À medida que a periodicidade de calibração aumenta, observa-se uma tendência crescente do risco normalizado, embora sem uma relação linear estrita. Este comportamento evidencia a necessidade de uma análise criteriosa na definição da periodicidade ótima, considerando o compromisso entre o aumento progressivo do risco e os custos associados à calibração.

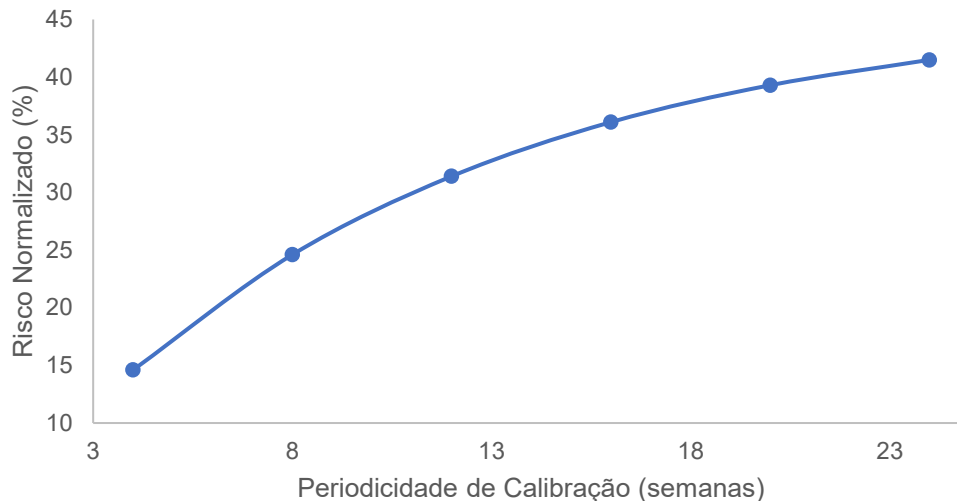


Figura 5.1 - Evolução do risco em função da periodicidade de calibração

O gráfico da Figura 5.1 ilustra a variação do risco ao longo das diferentes periodicidades analisadas, permitindo identificar intervalos em que o acréscimo de risco se acentua, sinalizando a aproximação a níveis considerados críticos no contexto operacional estudado.

A utilização do AHP para ponderação dos critérios de risco (Segurança, Processo, Custos e Qualidade) assegura uma abordagem estruturada e transparente na definição da periodicidade ideal. Esta estrutura permite que o modelo se adapte a diferentes contextos industriais, considerando as prioridades específicas de cada organização.

5.1. Comparação com o Método de Schumacher

O método tradicional de Schumacher foi também aplicado à mesma amostra de 30 calibrações e à amostra adicional de 6 calibrações independentes. Este método, baseado apenas na sequência de conformidades, recomendou extensões até um máximo de 12 semanas, enquanto o modelo proposto evidenciou que calibrações a cada 20 semanas poderiam manter o risco moderado e com alerta.

Na calibração n.º 32, o método de Schumacher não antecipou uma falha, ao passo que o modelo proposto, através da simulação probabilística, indicava já um aumento do risco para esse intervalo. Este exemplo evidencia a capacidade do modelo para atuar preventivamente, ajustando dinamicamente a periodicidade com base em desvios históricos reais e numa estrutura de decisão ponderada.

5.2. Contributos para o Problema Industrial

O modelo desenvolvido responde diretamente ao problema identificado no Capítulo 3: a definição empírica ou excessivamente conservadora das periodicidades de calibração em

sensores, como os de pH utilizados no controlo de injeção de hipoclorito. Ao integrar uma abordagem quantitativa, o modelo permite:

- Reduzir calibrações desnecessárias sem comprometer a sua conformidade;
- Detetar tendências de deriva mais cedo;
- Reforçar a fiabilidade das medições em processos críticos, como os de desinfeção;
- Reduzir tempos de paragem por intervenções frequentes e minimizar custos operacionais associados.

Estes ganhos traduzem-se numa melhoria clara da eficiência operacional, da robustez do processo e da gestão estratégica dos ativos.

5.3. Limitações Práticas e Discussão Crítica

Apesar dos resultados promissores, a aplicação prática do modelo enfrenta algumas limitações:

- **Dependência de dados históricos de qualidade:** em ambientes onde os registos são escassos ou inconsistentes, a fiabilidade do modelo pode ser comprometida;
- **Variabilidade dos processos:** a dinâmica operacional pode influenciar a estabilidade dos sensores e alterar rapidamente os padrões de erro;
- **Integração com sistemas existentes:** a adoção plena exige interoperabilidade com sistemas de manutenção, ERP ou gestão de ativos;
- **Resistência organizacional:** a mudança de uma lógica empírica para uma abordagem baseada em dados requer sensibilização, formação e mudança cultural.

Ainda assim, estas limitações são comuns a qualquer sistema de apoio à decisão com base em dados e podem ser superadas através de integração progressiva e alinhamento com a estratégia de digitalização da organização.

5.4. Alguns Exemplos de Decisões Baseadas no Modelo

Para ilustrar a aplicabilidade prática do modelo proposto e os ganhos reais que este pode oferecer na gestão de ativos, apresentam-se dois exemplos concretos extraídos da base de dados de calibrações analisada no caso de estudo. Estes casos reforçam a capacidade do modelo para adaptar dinamicamente as recomendações de calibração em função da variabilidade observada nos sensores, indo ao encontro do problema industrial apresentado no Capítulo 3: a necessidade de definir periodicidades mais ajustadas à realidade dos equipamentos.

Caso 1 - Sensor com desempenho estável e sem falhas

Entre as calibrações n.º 24 e n.º 30 o sensor apresentou sete ciclos consecutivos conformes, evidenciando uma deriva lenta e previsível. Quando essa sequência é avaliada pelo modelo proposto, obtém-se para um intervalo de 20 semanas com um risco normalizado de 39,3 %, ainda enquadrado na faixa de risco moderado (25,1 % - 40,0 %).

Face à periodicidade então em vigor de 12 semanas, recomendada previamente pelo método de Schumacher, o modelo permite estender com alerta o intervalo para 20 semanas. Essa decisão reduz de quatro para pouco mais de duas calibrações por ano (~40 %), mantendo o risco dentro do limite aceitável e apoiando-se em estimativas quantitativas de probabilidade e impacto.

O método de Schumacher, por operar apenas com regras empíricas, não ultrapassaria as 12 semanas mesmo após sucessivas conformidades, perdendo a oportunidade de ganhos adicionais de eficiência que o modelo probabilístico evidencia.

Caso 2 – Sensor com falha inesperada

Na calibração n.º 32 foi identificado um resultado não conforme, evidenciando um desvio significativo em relação ao histórico anterior. O modelo proposto avaliou que o risco de estender o intervalo de calibração para além de 8 semanas ultrapassaria 31,4%. Esse valor representa um nível de risco moderado, sugerindo que qualquer alteração na periodicidade deve ser feita com precaução.

Essa decisão, fundamentada em estimativas probabilísticas e na análise da criticidade do equipamento, revelou-se mais robusta do que o método de Schumacher. Este, conforme discutido no Capítulo 4.2, não antecipou a falha nem forneceu uma resposta adequada para o caso em questão.

A Tabela 5.2 apresenta uma síntese dos dois exemplos de decisão com base nos resultados obtidos pelo modelo proposto.

Tabela 5.2 - Síntese dos exemplos de decisão com base no modelo proposto

Caso	Situação Observada	Decisão sugerida pelo modelo	Risco Normalizado	Ganho Esperado
1	Sensor estável (7 calibrações conformes consecutivas)	Extensão do intervalo de calibração de 12 para 20 semanas	39,3%	Redução de ~40% nas calibrações anuais
2	Falha na calibração n.º 32	Aprovação com alerta, recomendando monitorização contínua	31,4%	Prevenção de falhas futuras com decisão prudente

Estes exemplos (Tabela 5.2) evidenciam que o modelo proposto permite decisões dinâmicas, fundamentadas e sensíveis ao histórico real dos sensores, indo além de regras empíricas rígidas. O modelo contribui assim para uma gestão metrológica mais eficiente, equilibrando a redução de custos com a manutenção da confiança nas medições, objetivos centrais do problema industrial tratados neste trabalho.

5.5. Considerações sobre os Resultados Obtidos

Em síntese, os resultados obtidos validam a eficácia do modelo proposto na definição fundamentada de periodicidades de calibração, evidenciando vantagens claras face às abordagens empíricas tradicionais. A integração da simulação de Monte Carlo com a avaliação multicritério via AHP permitiu não só quantificar o risco associado a diferentes cenários de calibração, como também incorporar fatores estratégicos e operacionais no processo decisório. A capacidade do modelo para se ajustar dinamicamente ao comportamento real dos sensores reforça a sua aplicabilidade em ambientes industriais exigentes, contribuindo para uma gestão mais eficiente e baseada em dados.

No entanto, para que este modelo possa ser adotado de forma prática e eficaz pelas organizações, é essencial que esteja disponível numa forma acessível e fácil de utilizar. Com esse objetivo, o capítulo seguinte apresenta a ferramenta computacional desenvolvida para operacionalizar (industrializar) o modelo, descrevendo a sua estrutura, funcionalidades e modo de utilização por profissionais da área industrial. Esta ferramenta representa o passo fundamental de transição entre o modelo conceptual e a sua aplicação real em contexto de tomada de decisão.

6. Industrialização do Modelo Proposto

A aplicação prática do modelo proposto neste trabalho foi concretizada através da criação de uma ferramenta computacional interativa, acessível via navegador e com acesso à internet, que implementa todas as etapas do modelo de apoio à decisão para definição de periodicidades de calibração de sensores. Este capítulo descreve a ferramenta desenvolvida, os seus objetivos, estrutura técnica, funcionalidades, limitações e perspectivas de evolução futura. Procura-se, assim, demonstrar como o modelo pode ser industrializado e operacionalizado em contextos reais, reforçando a ligação com o problema identificado no Capítulo 3.

6.1. Objetivo e Enquadramento Operacional

A ferramenta desenvolvida visa colmatar as dificuldades práticas das organizações industriais na definição de intervalos de calibração adequados, substituindo abordagens empíricas e pouco adaptáveis por uma metodologia baseada em dados, estatística robusta e avaliação de risco. Com base no problema industrial identificado no Capítulo 3, ineficiência e incerteza na gestão das calibrações de sensores de pH, a ferramenta permite tomar decisões mais fundamentadas e ajustadas ao comportamento histórico dos instrumentos.

A aplicação encontra-se disponível *online* em: modelo-decisao-ativos.onrender.com

6.2. Arquitetura e Tecnologias Utilizadas

A ferramenta de apoio à decisão foi desenvolvida em Python com o objetivo de fornecer uma abordagem estruturada e automatizada para a definição das periodicidades de calibração de sensores. A sua arquitetura modular permite uma gestão eficiente do fluxo de dados, assegurando que todas as etapas do modelo, desde a importação dos dados até à recomendação final da periodicidade de calibração, sejam realizadas de forma integrada e suportada por dados.

A secção de entrada de dados permite a importação de dados históricos de calibração em formato Excel (.xls), garantindo compatibilidade com os ficheiros mais utilizados na indústria. Os dados são lidos sem modificações e estruturados para análise, preservando a integridade das medições originais.

A secção estatística executa uma análise descritiva dos dados, calculando média, desvio padrão, assimetria, curtose, entre outros, permitindo uma primeira avaliação exploratória do comportamento dos sensores ao longo do tempo. Posteriormente, ajustam-se diferentes

distribuições de probabilidade aos dados e seleciona-se a mais adequada com base nos testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov e Cramér-von Mises. Este processo utiliza métodos de estimação de parâmetros para determinar a distribuição estatística que melhor representa os erros de calibração. Por fim, avalia-se globalmente a qualidade do ajustamento através do método de Stouffer, permitindo determinar a melhor distribuição probabilística no conjunto dos testes efetuados.

A secção de simulação de Monte Carlo gera N simulações probabilísticas, utilizando a distribuição estatística identificada para modelar a incerteza na calibração dos sensores. Durante a simulação, valores aleatórios são extraídos da distribuição ajustada, permitindo estimar a probabilidade de ocorrência de falhas para diferentes intervalos de calibração. O cálculo da frequência de falha associada a cada periodicidade fornece uma avaliação quantitativa do impacto da decisão.

Na secção de avaliação de risco são definidos os critérios de decisão:

- Segurança (S);
- Importância do Processo (P);
- Custos (C);
- Impacto na Qualidade (Q).

Na secção dos pesos relativos atribuídos a cada critério são calculados através da matriz de comparação no AHP, que pode ser gerada automaticamente ou ajustada pelo utilizador. O módulo verifica ainda o rácio de consistência, assegurando que a ponderação dos critérios está coerente, garantindo assim decisões mais fundamentadas.

A secção de interface apresenta os resultados da análise através de gráficos e tabelas interativas, permitindo aos decisores interpretar visualmente o comportamento dos sensores ao longo do tempo e compreender como diferentes periodicidades afetam o risco de falha. São gerados:

- Gráficos de simulação de Monte Carlo;
- Histogramas de distribuição;
- Gráficos Q-Q e P-P;
- Avaliação de risco e decisão.

Isto facilita a comunicação dos resultados e a escolha da periodicidade de calibração mais adequada. Para garantir eficiência e segurança, a ferramenta utiliza um conjunto de bibliotecas especializadas:

- A manipulação e tratamento de dados é feita com NumPy (<https://numpy.org/>) e Pandas (<https://pandas.pydata.org/>);
- A modelação estatística e os testes de aderência utilizam SciPy (<https://scipy.org/>) e Statsmodels (<https://www.statsmodels.org/>);
- A visualização de dados é assegurada pelo Plotly (<https://plotly.com/python/>), permitindo gerar gráficos interativos;
- A simulação de Monte Carlo é implementada com NumPy, para gerar valores aleatórios de forma eficiente.

A ferramenta de apoio à decisão foi concebida para proporcionar uma abordagem estruturada e automatizada na definição das periodicidades de calibração, integrando análises estatísticas, simulações probabilísticas e métodos de apoio à decisão. A sua implementação baseia-se numa arquitetura modular, garantindo flexibilidade e eficiência no processamento dos dados.

6.3. Funcionalidades da Ferramenta

De seguida apresentam-se as funcionalidades desenvolvidas na ferramenta de apoio à decisão para a definição da periodicidade de calibração de sensores. A implementação foi realizada em Python, integrando módulos para análise estatística, modelação probabilística, simulação de Monte Carlo e avaliação de risco com AHP. Cada uma destas funcionalidades foi concebida para garantir uma abordagem estruturada e baseada em dados, permitindo uma tomada de decisão mais fundamentada.

A Tabela 6.1 apresenta uma síntese das principais funcionalidades implementadas e os respetivos benefícios concretos para os decisores industriais.

Tabela 6.1 - Benefícios para os utilizadores que usam a ferramenta

Funcionalidade	Descrição	Benefício
Carregamento de dados	Importação de ficheiros Excel (.xls) com erros de calibração.	Integração direta com dados reais de calibração.
Análise estatística	Cálculo de média, desvio padrão, assimetria, curtose, etc.	Avaliação exploratória do comportamento do sensor.
Ajuste de distribuições	Identificação da melhor distribuição via testes de aderência e método de Stouffer.	Modelação estatística ajustada à realidade.
Simulação de Monte Carlo	Estima a probabilidade de não conformidade para diferentes intervalos.	Suporte quantitativo à decisão sobre periodicidade.
Avaliação de risco com AHP	Ponderação dos critérios Segurança, Processo, Custo e Qualidade.	Alinhamento com prioridades estratégicas da organização.
Interface Web interativa	Navegação em abas com explicações e gráficos dinâmicos.	Facilidade de uso e comunicação eficaz dos resultados.

Nas secções seguintes, são detalhadas as metodologias aplicadas e a forma como foram desenvolvidas para suportar o processo de decisão.

6.3.1. Análise Estatística da Amostra

A primeira etapa do processo consiste na análise estatística dos erros de calibração registados ao longo do tempo, permitindo compreender a sua variabilidade e apoiar a definição da periodicidade ótima de calibração. O módulo estatístico implementado em Python utiliza as bibliotecas NumPy e Pandas para processar os dados e calcular métricas fundamentais.

Nesta etapa, são calculadas a média e a mediana para determinar a tendência central dos erros, bem como o desvio padrão para quantificar a dispersão dos valores. Para identificar a distribuição de probabilidade que melhor representa a variabilidade dos erros de calibração, são ajustadas diferentes distribuições estatísticas disponíveis na biblioteca SciPy.

6.3.2. Modelação da Distribuição de Probabilidade

Com base na análise estatística, ajustam-se diferentes distribuições de probabilidade para identificar aquela que melhor representa a variação dos erros de calibração. O processo inicia-

se com a avaliação das distribuições Normal, Logística, Cauchy, Gumbel e Laplace, implementadas através da biblioteca SciPy.

Para cada distribuição, os parâmetros são estimados utilizando o método da Máxima Verosimilhança (*Maximum Likelihood Estimation* - MLE), garantindo um ajustamento preciso aos dados observados. A qualidade do ajustamento é avaliada com testes de aderência estatísticos, nomeadamente os testes de Kolmogorov-Smirnov e Cramér-von Mises, que permitem verificar a compatibilidade entre os dados observados e a distribuição ajustada. Adicionalmente, os resultados dos testes são combinados através do método de Stouffer, proporcionando uma avaliação global do ajustamento estatístico.

A distribuição que apresentar o melhor ajuste é então selecionada e utilizada como base para a simulação de Monte Carlo, permitindo modelar a incerteza associada à calibração dos sensores e estimar a probabilidade de ocorrência de falhas para diferentes intervalos de calibração.

6.3.3. Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo é aplicada para estimar a probabilidade de ocorrência de não conformidades ao longo do tempo, considerando a distribuição de probabilidade ajustada na etapa anterior. O processo é implementado em Python utilizando a biblioteca NumPy para gerar os valores aleatórios.

O procedimento inicia-se a gerar N valores aleatórios extraídos da distribuição selecionada, replicando cenários possíveis de erro de calibração. Estes valores simulados são comparados com um EMA (Erro Máximo Admissível) previamente definido, calculando-se a frequência relativa com que ultrapassam este limite.

Os resultados da simulação são então analisados para avaliar a influência da periodicidade de calibração na probabilidade de falha, permitindo obter um suporte quantitativo e baseado em dados para a redefinição dos intervalos de calibração. Esta abordagem permite modelar a incerteza associada à deriva dos sensores, fornecendo uma base sólida para a tomada de decisão na gestão dos ativos.

6.3.4. Estrutura de Decisão com AHP

O método AHP (*Analytic Hierarchy Process*) é aplicado para estruturar a decisão sobre a periodicidade de calibração, considerando múltiplos critérios de avaliação. A implementação em Python permite calcular de forma automatizada a priorização dos critérios e com avaliação da consistência das comparações.

Os critérios utilizados na decisão incluem:

- **Segurança (S):** Impacto na segurança humana e ambiental;
- **Importância do Processo (P):** Relevância do sensor para a estabilidade do processo;
- **Custos (C):** Custos diretos e indiretos da calibração e manutenção;
- **Impacto na Qualidade (Q):** Influência do erro do sensor na qualidade do produto final.

A priorização destes critérios é realizada através da matriz de comparação par a par, onde os valores são definidos com base na escala de Saaty. A matriz é normalizada e processada para calcular os pesos relativos de cada critério. Além disso, a razão de consistência (CR) é determinado para garantir coerência nas atribuições e validar as preferências.

Com base nesta estrutura de decisão, o impacto de cada critério na definição da periodicidade de calibração é quantificado, permitindo obter uma recomendação otimizada e baseada em fundamentos estatísticos e operacionais.

6.4. Implementação e Interface do Utilizador

Após a definição do modelo de decisão e das metodologias estatísticas e probabilísticas subjacentes, foi desenvolvida uma ferramenta interativa para facilitar a aplicação prática do modelo. A implementação desta ferramenta em Python visa disponibilizar um ambiente intuitivo para a análise dos dados, a execução das simulações e a obtenção de recomendações sobre a periodicidade de calibração. A ferramenta apresenta o seguinte menu inicial (Figura 6.1):

Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

Otimização de Periodicidades de Calibração em Sensores de Processo

The screenshot shows the main menu of the software with six tabs: 'Introdução', 'Análise Estatística', 'Distribuição de Probabilidade', 'Simulação', 'Classificação dos Critérios', and 'Pesos dos Critérios'. The 'Introdução e Instruções' tab is active, displaying the following content:

Objetivo:
Este modelo foi desenvolvido para apoiar técnicos e gestores na definição da periodicidade ideal de calibração de ativos, nomeadamente, sensores de processo. No caso de estudo, considera-se a calibração de sensores em dois pontos, podendo estender-se até 5 pontos, conforme necessário. Com recurso à simulação Monte Carlo, o modelo calcula a probabilidade de não conformidade e avalia o risco associado, ponderando critérios como a Segurança, a Importância do Processo, os Custos e o Impacto na Qualidade. O objetivo é fornecer um instrumento de apoio à decisão que permita a análise de diversos cenários e a otimização dos intervalos de calibração, garantindo assim a exatidão dos sensores e a eficiência operacional.

Como Utilizar:

1. Na aba "Análise Estatística" poderá carregar um ficheiro Excel com os seus dados (organizados em colunas com valores numéricos) para que o modelo obtenha estatísticas descritivas e ajuste várias distribuições (por exemplo, Normal, Logística, Cauchy, etc.). Serão também gerados gráficos, como histogramas com curvas de densidade, gráficos Q-Q e P-P, que facilitam a interpretação dos dados.
2. Na aba "Distribuição de Probabilidade", selecione a distribuição pretendida e introduza os parâmetros de localização (média) e escala (dispersão) que caracterizam os dados. Caso disponha somente uma amostra de dados, utilize a aba "Análise Estatística" para determinar a melhor distribuição e os seus parâmetros.
3. Na aba "Simulação", defina o Erro Máximo Admissível (EMA), o intervalo de calibração (n.º de semanas) e o número de iterações para a simulação.
4. Na aba "Classificação dos Critérios", atribua valores entre 1 e 10 aos critérios: Segurança (S), Importância do Processo (P), Custos (C) e Impacto na Qualidade (Q).
5. Na aba "Pesos dos Critérios", compare os critérios par a par utilizando o método AHP para calcular os pesos relativos.
6. Utilize os botões "Usar Exemplo" ou "Usar Caso de Estudo" para preencher automaticamente os campos com valores demonstrativos.
7. Clique em "Executar Simulação" para processar os dados e gerar os resultados.
8. Consulte os gráficos e as recomendações apresentadas abaixo do botão de simulação.

Recomenda-se uma análise crítica dos resultados apresentados. Este modelo é um instrumento de apoio à decisão e não substitui a experiência técnica nem os requisitos legais ou normativos.

At the bottom of the page, there are three blue buttons: 'LIMPAR DADOS', 'EXECUTAR SIMULAÇÃO', and 'USAR CASO DE ESTUDO'.

Figura 6.1 - Menu inicial da ferramenta

De seguida, serão ilustrados os principais componentes gráficos utilizados para a importação dos dados, a visualização dos resultados e a interação com os critérios de decisão. A interface foi concebida para garantir acessibilidade e clareza na apresentação das informações, permitindo que os decisores interpretem rapidamente os resultados gerados pela ferramenta.

6.4.1. Desenvolvimento em Dash e Arquitetura *Web*

A aplicação foi desenvolvida utilizando Dash (<https://dash.plotly.com/>), uma biblioteca em Python, que permite a criação de aplicações *web* interativas para a visualização e análise de dados. A escolha desta tecnologia traz diversas vantagens, nomeadamente:

- **Acessibilidade:** A aplicação é executada diretamente num navegador, eliminando a necessidade de instalações locais e facilitando a sua utilização em diferentes dispositivos;
- **Interatividade:** Os utilizadores podem modificar os parâmetros de entrada e visualizar em tempo real o impacto nos resultados apresentados;

- **Integração com bibliotecas de ciência de dados:** A aplicação utiliza Pandas, NumPy, SciPy e Plotly, permitindo a manipulação, análise estatística e modelação probabilística diretamente na interface *web*.

A arquitetura da aplicação segue um modelo cliente-servidor, onde:

- O utilizador carrega um ficheiro Excel (.xls) com os dados de calibração através da interface;
- O servidor processa os dados, realizando a análise estatística e o ajustamento de distribuições probabilísticas para identificar a que melhor representa os erros de calibração;
- Com base na distribuição selecionada e parâmetros inseridos, executa-se a Simulação de Monte Carlo, permitindo estimar a probabilidade de ocorrência de não conformidades para diferentes periodicidades de calibração;
- O método AHP é aplicado para ponderação dos critérios de decisão, atribuindo pesos aos fatores de Segurança, Importância do Processo, Custos e Impacto na Qualidade para determinar a periodicidade ótima;
- Os resultados são apresentados ao utilizador através de gráficos interativos e tabelas dinâmicas, facilitando a análise visual e a compreensão dos impactos de cada cenário.

A interface da aplicação foi estruturada para permitir selecionar parâmetros e atualizar os cálculos em tempo real, garantindo uma interação intuitiva e eficiente. Dessa forma, os utilizadores podem explorar diferentes cenários e fundamentar a sua tomada de decisão com base em análises quantitativas.

6.4.2. Estrutura da Interface do Utilizador

A interface da aplicação foi desenvolvida utilizando Dash e está organizada em diferentes abas onde o utilizador insere os dados necessários para a execução do modelo. Os resultados são apresentados abaixo dos botões que solicitam a execução do tratamento e/ou simulação dos dados.

O processo tem início na aba Análise Estatística (Figura 6.2), onde o utilizador carrega os dados de calibração em formato Excel (.xls). A aplicação processa os valores após carregar os dados e solicitado pelo utilizador através do botão adequado. Nesta etapa, são calculadas medidas estatísticas descritivas, como média, desvio padrão e distribuição dos erros de calibração, disponibilizando dados para os passos seguintes do modelo.

Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

Otimização de Periodicidades de Calibração em Sensores de Processo

Introdução | **Análise Estatística** | Distribuição de Probabilidade | Simulação | Classificação dos Critérios | Pesos dos Critérios

Análise Estatística de Dados

Carregue um ficheiro Excel (.xls ou .xlsx) com colunas de dados (valores numéricos) e processe-os para obter estatísticas descritivas e ajustar várias distribuições (Normal, Logística, Cauchy, etc.).

Nota: O ficheiro Excel não necessita de formatação especial, garanta que as colunas contenham apenas números, com os cabeçalhos na primeira linha e sem células ocultas ou textos mistos.

Arraste ou clique aqui para selecionar um ficheiro Excel à sua escolha.

Exemplo de cabeçalho (primeira linha do Excel):

Ponto 1 | Ponto 2 | Ponto 3 | Ponto 4 | Ponto 5

USAR EXEMPLO DE DADOS | **PROCESSAR OS DADOS**

Figura 6.2 - Introdução/carregamento de dados na aba "Análise Estatística"

Os resultados são apresentados e acompanhados por um pequeno texto explicativo que orienta o utilizador sobre como efetuar a sua interpretação (Figura 6.3).

Estadísticas Descritivas

Esta tabela apresenta as principais medidas estatísticas dos seus dados, proporcionando uma visão global da sua distribuição. A média representa o valor médio dos dados, enquanto a mediana indica o ponto central da amostra. O desvio-padrão e a variância quantificam a dispersão dos valores em torno da média, sendo o primeiro uma medida direta da variabilidade e a variância o seu quadrado. A assimetria revela a inclinação da distribuição e a curtose informa sobre a concentração dos dados e a intensidade das caudas. Estes indicadores, em conjunto, ajudam a identificar padrões, outliers e a orientar a escolha do modelo estatístico mais adequado.

Amostra	Média	Mediana	Desvio-Padrão	Variância	Assimetria	Curtose	Mínimo	Máximo	N.º de Observações
Ponto 1	0.05567	0.05000	0.07601	0.00578	0.64176	0.47510	-0.06000	0.25000	30
Ponto 2	0.10867	0.09000	0.06658	0.00443	0.78347	0.05857	0.00000	0.26000	30

Histogramas e Distribuição de Densidade

Estes gráficos representam a distribuição empírica dos dados sem qualquer ajuste estatístico. O histograma exibe a frequência dos valores observados, enquanto a curva de densidade (KDE) fornece uma estimativa suavizada da densidade de probabilidade. Esta abordagem permite visualizar a forma geral da distribuição sem impor suposições sobre os dados.

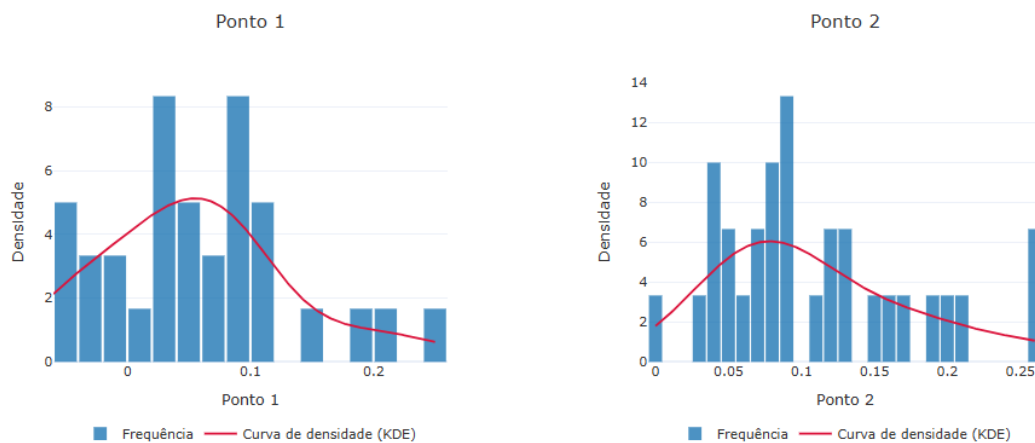


Figura 6.3 - Exemplo do tipo de resultados disponibilizados na análise estatística

Nesta aba, são exibidas as distribuições probabilísticas ajustadas aos erros de calibração, permitindo ao utilizador analisar qual melhor representa o comportamento dos dados. Além disso, são apresentados gráficos comparativos entre os valores observados e as distribuições ajustadas, facilitando a avaliação visual do ajustamento estatístico.

A aderência das distribuições é validada através da aplicação dos testes estatísticos de Kolmogorov-Smirnov e Cramér-von Mises, complementados pelo método de Stouffer, permitindo determinar qual a distribuição que melhor representa os erros de calibração. Estes resultados fornecem a base para a simulação de Monte Carlo, que será utilizada na análise da periodicidade ótima de calibração.

Na aba Distribuição de Probabilidade (Figura 6.4), o utilizador insere os dados referentes à distribuição de probabilidade a ser utilizada na simulação. Estes dados devem incluir o tipo de distribuição, bem como os parâmetros de localização e escala previamente determinados na aba Análise Estatística. Caso o utilizador prefira, pode também definir manualmente uma distribuição com parâmetros personalizados, permitindo maior flexibilidade na modelação dos erros de calibração.

Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

Otimização de Periodicidades de Calibração em Sensores de Processo

IntroduçãoAnálise EstatísticaDistribuição de ProbabilidadeSimulaçãoClassificação dos CritériosPesos dos Critérios

Parâmetros da Distribuição de Probabilidade

Após determinação da Distribuição de Probabilidade que melhor se adequa aos seus dados, escolha a distribuição e preencha os parâmetros de localização e escala para cada ponto de calibração.

Estes parâmetros devem representar o comportamento histórico dos erros observados nos referidos pontos.

Parâmetros a preencher:

- Parâmetro de Localização (Média): Indica o valor central da distribuição.
- Parâmetro de Escala (Dispersão): Define a variabilidade dos erros.

Selecionar a Distribuição de Probabilidade:

Selecione uma distribuição de p..x

Parâmetro de Localização (Ponto 1): Ex: 0.051	Parâmetro de Escala (Ponto 1): Ex: 0.043
Parâmetro de Localização (Ponto 2): Ex: 0.097	Parâmetro de Escala (Ponto 2): Ex: 0.038
Parâmetro de Localização (Ponto 3): Ex: 0.050	Parâmetro de Escala (Ponto 3): Ex: 0.040
Parâmetro de Localização (Ponto 4): Ex: 0.070	Parâmetro de Escala (Ponto 4): Ex: 0.030

Figura 6.4 - Introdução de dados na aba "Distribuição de Probabilidade"

Esta funcionalidade possibilita a utilização da distribuição estatisticamente mais adequada, garantindo que a modelação da incerteza na calibração dos sensores reflete a realidade disponibilizada pelos dados.

A simulação de Monte Carlo é implementada na aba Simulação (Figura 6.5). Nela, o utilizador insere os dados necessários para a execução. Entre eles estão: o erro máximo admissível, que define os limites permitidos para o erro de medição do sensor na calibração; o número de iterações, que indica quantos cenários serão gerados para a análise probabilística; e a periodicidade de calibração que se deseja avaliar. Esses dados permitem analisar o impacto da frequência de calibração na ocorrência de não conformidades.

Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

Otimização de Periodicidades de Calibração em Sensores de Processo

IntroduçãoAnálise EstatísticaDistribuição de ProbabilidadeSimulaçãoClassificação dos CritériosPesos dos Critérios

Parâmetros da Simulação de Monte Carlo

Defina os parâmetros necessários para executar a simulação de Monte Carlo:

- EMA (Erro Máximo Admissível): Define o limite aceitável para os erros.
- Número de Semanas: Intervalo (em semanas) entre calibrações que pretende analisar.
- Número de Iterações: Aumentar o número de simulações melhora a precisão, mas também eleva o tempo de execução. Por limitações do servidor, recomenda-se utilizar no máximo 10 000 iterações.

EMA (Erro Máximo Admissível):

N.º de Semanas (Periodicidade):

Número de Iterações (Simulações):

USAR EXEMPLOAJUDA

Figura 6.5 - Introdução de dados na aba "Simulação"

Na aba Classificação dos Critérios (Figura 6.6), o utilizador define a importância relativa dos critérios a serem utilizados na avaliação de riscos, nomeadamente Segurança, Importância do Processo, Custos e Impacto na Qualidade.

Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

Otimização de Periodicidades de Calibração em Sensores de Processo

Introdução
Análise Estatística
Distribuição de Probabilidade
Simulação
Classificação dos Critérios
Pesos dos Critérios

Classificação dos Critérios (S, P, C, Q)

Avalie a relevância dos critérios para a análise de risco, atribuindo um valor entre 1 (menos importante) e 10 (mais importante):

- 🔒 Segurança (S): Avalia o impacto dos erros na segurança humana ou ambiental.
- ⚙️ Importância do Processo (P): Mede a relevância do sensor para o desempenho e estabilidade do processo.
- 💰 Custos (C): Considera os custos diretos e indiretos de calibração e manutenção.
- 🧪 Impacto na Qualidade (Q): Examina o impacto dos erros do sensor na qualidade do produto final.

Em caso de dúvida, utilize o botão de ajuda abaixo para aceder às escalas de avaliação.

🔒 S - Segurança (1-10):

⚙️ P - Processo (1-10):

💰 C - Custos (1-10):

🧪 Q - Qualidade (1-10):

🔦 USAR EXEMPLO
📖 AJUDA

Figura 6.6 - Introdução de dados na aba "Classificação dos Critérios"

A aba Pesos dos Critérios (Figura 6.7) apresenta os pesos calculados para cada critério definido pelo utilizador no modelo AHP. Estes pesos são derivados da comparação par a par e refletem a importância relativa de cada critério na definição da periodicidade de calibração.

Modelo de Apoio à Decisão na Gestão de Ativos

Otimização de Periodicidades de Calibração em Sensores de Processo

Introdução
Análise Estatística
Distribuição de Probabilidade
Simulação
Classificação dos Critérios
Pesos dos Critérios

Comparações entre Critérios (Método AHP)

Compare os critérios par a par, avaliando a sua importância relativa. Utilize a escala de 1 a 9 para atribuir os valores:

- 1: Igual importância.
- 9: Um critério é extremamente mais importante que o outro.

Por exemplo: 'S vs P = 3' significa que Segurança (S) é 3 vezes mais importante que a Importância do Processo (P). Inversamente, 'S vs P = 1/3 = 0.333' indica que a Importância do Processo (P) é 3 vezes mais importante do que a Segurança (S).

S vs P

S vs C

S vs Q

P vs C

P vs Q

C vs Q

🔦 USAR EXEMPLO
📖 AJUDA

Figura 6.7 - Introdução de dados na aba "Pesos dos Critérios"

A interface permite ao utilizador visualizar e analisar os valores atribuídos, garantindo a coerência do processo decisório. Além disso, é realizada a verificação do rácio de consistência, assegurando que os pesos atribuídos seguem uma lógica consistente e válida.

Por fim, após o preenchimento dos dados nas quatro abas Distribuição de Probabilidade, Simulação, Classificação dos Critérios e Pesos dos Critérios, o utilizador pode executar a simulação para executar a simulação e obter os resultados. Da informação inserida na aba Simulação de Monte Carlo (Figura 6.8), são gerados N cenários probabilísticos, onde N corresponde ao número de iterações definidas pelo utilizador. A simulação utiliza a distribuição de probabilidade previamente estabelecida para modelar a variação dos erros de calibração ao longo do tempo. Os resultados incluem a frequência estimada da ocorrência de não conformidades para diferentes periodicidades de calibração, permitindo avaliar o impacto destas na probabilidade de falha do sensor. Para facilitar a análise e interpretação dos dados, a interface apresenta gráficos interativos, como histogramas e representações da distribuição dos erros simulados, possibilitando uma avaliação visual das tendências observadas.

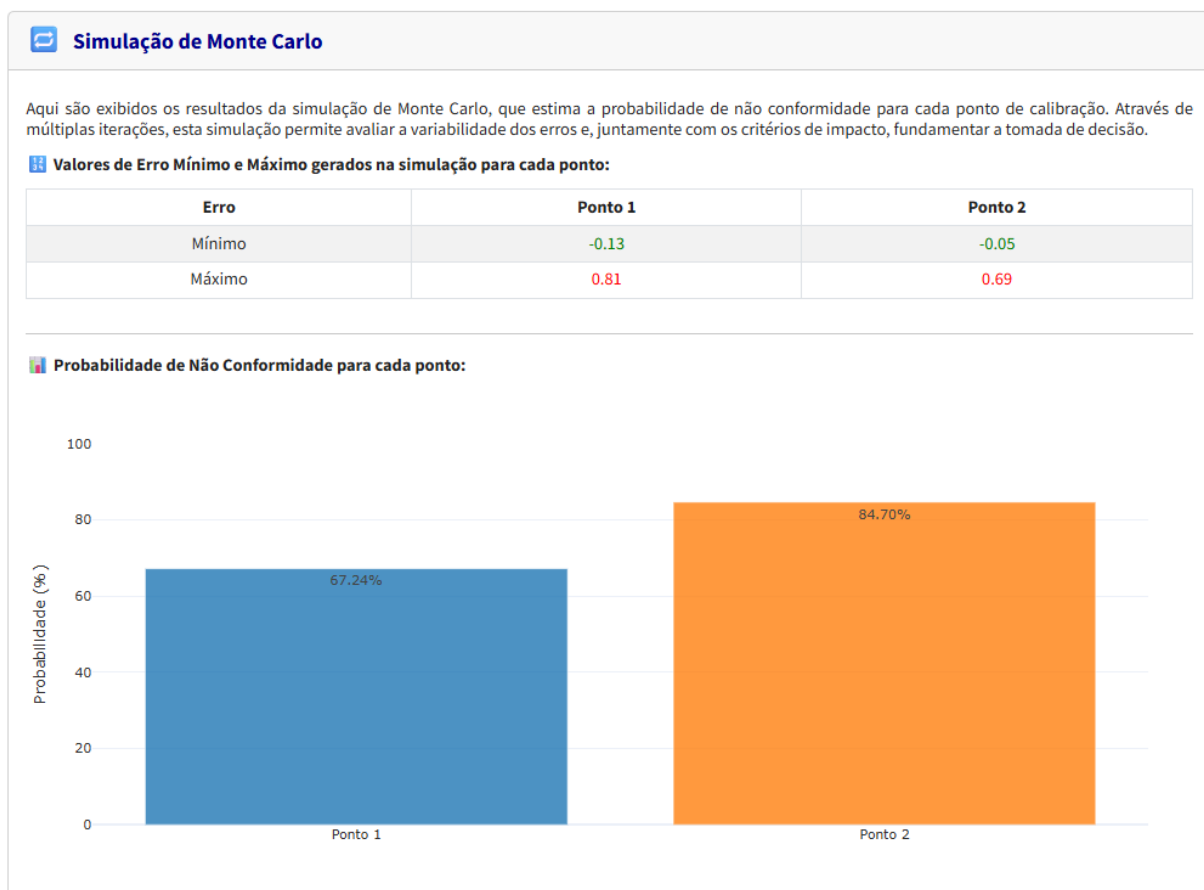


Figura 6.8 - Resultados da simulação de Monte Carlo

Adicionalmente, a aplicação apresenta o rácio de consistência do modelo AHP, assegurando que os pesos calculados e a comparação par a par são coerentes e que as decisões tomadas possuem base robusta. Caso o rácio de consistência ultrapasse o limite aceitável, o utilizador é alertado para a necessidade de rever as comparações realizadas. Além disso, a interface disponibiliza gráficos e tabelas, que permitem visualizar a influência de cada critério na

decisão final, facilitando a interpretação dos resultados e auxiliando na definição da periodicidade de calibração mais adequada (Figura 6.9).

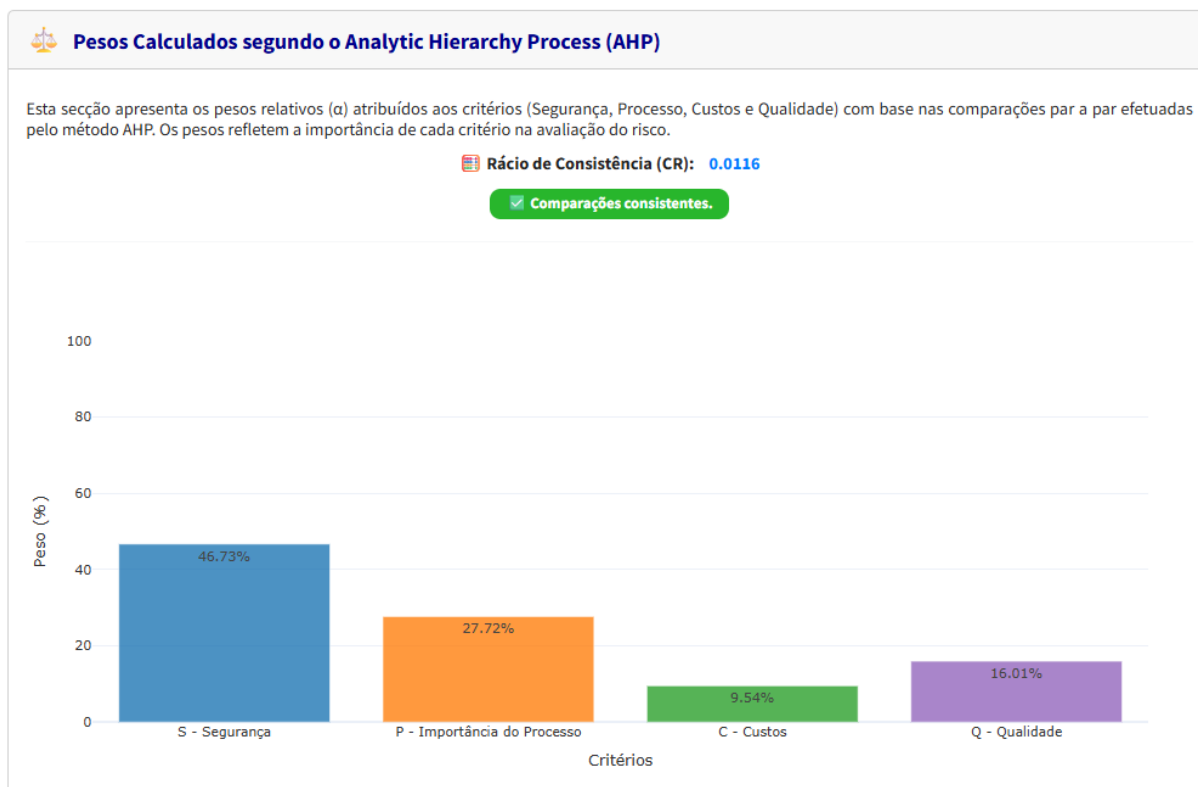


Figura 6.9 - Resultados dos pesos calculados segundo AHP

Desta forma, a estrutura da interface garante um fluxo lógico e intuitivo, conduzindo o utilizador através das diferentes etapas do modelo. Inicialmente, inserem-se os dados de calibração, seguidos pela análise estatística e modelação probabilística dos erros. Posteriormente, a simulação de Monte Carlo é realizada para estimar a frequência de ocorrência de não conformidades, enquanto a avaliação multicritério via AHP permite ponderar fatores críticos na decisão final.

Por fim, a avaliação de riscos é executada com base na probabilidade de não conformidade (O) e no impacto ponderado (I) determinado a partir dos critérios definidos e dos respetivos pesos atribuídos pelo utilizador. Os resultados são visualizados sob a forma de risco calculado e risco normalizado, acompanhados de uma descrição do seu significado e da ação recomendada, permitindo que o utilizador compreenda de forma objetiva o impacto da decisão sobre a periodicidade de calibração (Figura 6.10).

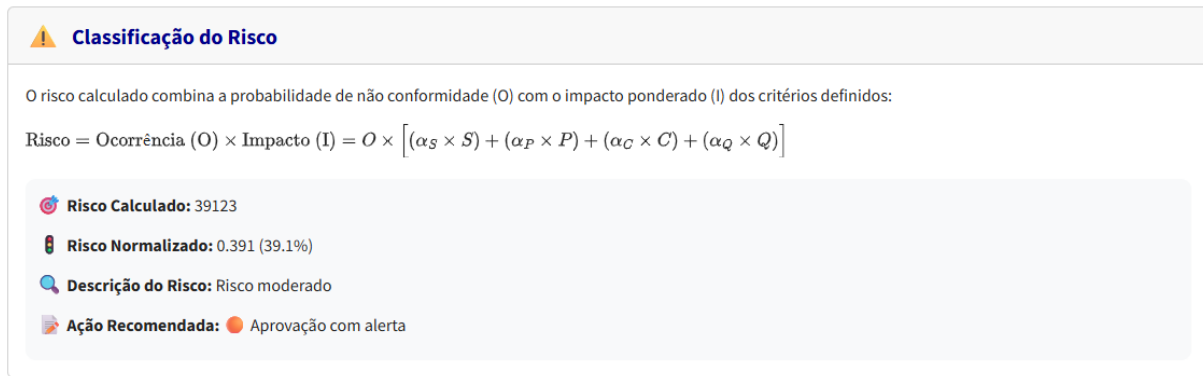


Figura 6.10 - Resultado da avaliação de risco

6.4.3. Interação do Utilizador com a Aplicação

A aplicação foi desenvolvida com foco na experiência do utilizador (UX/UI), garantindo navegação intuitiva e respostas rápidas às interações. O fluxo de utilização começa com o acesso à aplicação via navegador. Em seguida, o utilizador carrega os dados de calibração (erros) na aba Análise Estatística.

A aplicação processa os dados, realiza a análise estatística e ajusta a distribuição probabilística mais adequada. Na aba Distribuição de Probabilidade, o utilizador escolhe a distribuição e insere os parâmetros ajustados para cada ponto de calibração. Pode usar os valores gerados na aba anterior ou inserir outros valores já determinados.

Na aba Simulação, são introduzidos os dados para a Simulação de Monte Carlo. Essa etapa estima a probabilidade de ocorrência de não conformidades e avalia o impacto de diferentes periodicidades de calibração.

Os critérios de avaliação de risco são definidos na aba Classificação dos Critérios, com a indicação da importância relativa de cada um. Com base nesses critérios, a aplicação calcula os pesos usando o método AHP. Os resultados são apresentados na aba Pesos dos Critérios.

Finalmente, a aplicação apresenta os resultados consolidados da análise, permitindo ao utilizador tomar uma decisão informada sobre a periodicidade de calibração e quais os riscos que acarreta. Este fluxo estruturado assegura que todas as etapas do processo são realizadas de forma sequencial e integrada, proporcionando uma experiência eficiente e baseada em dados.

6.4.4. Tecnologias Utilizadas

A interface *web* e o *backend* foram implementados com tecnologias que garantem eficiência, flexibilidade e interatividade. A criação da interface gráfica e a visualização dos resultados foram feitas com Dash e Plotly, permitindo *dashboards* dinâmicos e interativos.

Para manipular e estruturar os dados, utilizaram-se as bibliotecas Pandas e NumPy. Elas permitem ler, tratar e organizar séries temporais de forma eficiente.

O ajustamento das distribuições de probabilidade foi feito com as bibliotecas SciPy e Statsmodels. Isso assegura uma modelação estatística robusta, baseada em testes de aderência.

A simulação de Monte Carlo foi implementada com o módulo de geração aleatória do NumPy. Essa abordagem permite estimar a probabilidade de ocorrência de não conformidades ao longo do tempo.

A combinação dessas ferramentas resultou numa aplicação otimizada, interativa e adaptável às necessidades dos utilizadores, oferecendo suporte eficaz à tomada de decisão.

6.4.5. Benefícios da Implementação *Web*

A implementação da aplicação em Dash trouxe vantagens significativas em relação a soluções baseadas em *software desktop*. A principal é a facilidade de acesso: os utilizadores podem usar a aplicação diretamente no navegador, sem precisar instalar *software*, desde que tenham ligação à internet.

A abordagem *web* também elimina a necessidade de configurações locais. Não há instalações individuais, o que simplifica a manutenção e facilita as atualizações. Outro benefício é a escalabilidade. A aplicação pode ser facilmente expandida ou integrada com bases de dados e outras ferramentas analíticas, conforme novas necessidades surjam.

A interatividade é outro ponto forte. Os utilizadores podem ajustar parâmetros em tempo real e visualizar de imediato o impacto das suas escolhas. Isso torna o processo de tomada de decisão mais ágil e eficiente.

6.5. Limitações Práticas e Requisitos de Adoção

Apesar da robustez do modelo e da funcionalidade da ferramenta, a sua adoção prática enfrenta algumas limitações que devem ser reconhecidas:

- **Dependência de dados históricos:** O modelo exige séries históricas representativas de erros de calibração. Em contextos onde estes dados não estão disponíveis ou são insuficientes, a fiabilidade das recomendações fica comprometida;
- **Competências técnicas exigidas:** Apesar da interface acessível, a correta interpretação dos resultados requer conhecimentos básicos de estatística, metrologia e análise de risco;

- **Integração com sistemas existentes:** A ferramenta ainda não está integrada com sistemas de gestão de ativos ou plataformas ERP, o que limita a sua automação em ambientes industriais complexos;
- **Foco exclusivo na não conformidade metrológica:** A abordagem não considera métricas como MTBF, OEE ou disponibilidade operacional, o que reduz a abrangência da avaliação do desempenho do ativo.

Para a sua adoção no terreno, é recomendável:

- Formação básica dos utilizadores em estatística e gestão de calibrações;
- Envolvimento da equipa de manutenção e qualidade na ponderação dos critérios de impacto;
- Apoio da gestão de topo para garantir o alinhamento estratégico e a disponibilização de dados históricos.

6.6. Potenciais Evoluções Futuras

Para aumentar a escalabilidade, robustez e aplicabilidade da ferramenta em ambientes industriais mais exigentes, são propostas as seguintes evoluções:

- Integração com sistemas ERP ou CMMS (Gestão de Manutenção Assistida por Computador), permitindo o carregamento automático de dados de calibração e a emissão de ordens de trabalho com base nas periodicidades recomendadas;
- Incorporação de módulos de inteligência artificial, como algoritmos de aprendizagem automática para detetar tendências na deriva dos sensores e ajustar automaticamente os modelos estatísticos;
- Expansão a outros tipos de sensores ou ativos industriais, com parametrização dos critérios de impacto conforme o setor de aplicação;
- *Dashboards* executivos para gestores, com indicadores de risco agregados, tendências de desempenho metrológico e recomendações automatizadas para otimização da periodicidade de calibração.

Estas funcionalidades poderão transformar a ferramenta num completo módulo de apoio à decisão para a gestão de ativos físicos, alinhado com os princípios da Indústria 4.0.

6.7. Considerações sobre a Industrialização do Modelo

A ferramenta computacional desenvolvida neste trabalho representa uma concretização prática do modelo proposto, permitindo a sua aplicação direta no contexto industrial. A sua

estrutura modular e a utilização de tecnologias acessíveis tornam-na uma solução replicável e escalável.

A ligação direta ao problema descrito no Capítulo 3, a ineficiência na gestão da calibração de sensores de pH em sistemas críticos, reforça a relevância da solução. Ao permitir decisões informadas, baseadas em dados e risco, a ferramenta contribui para uma gestão metrológica mais eficiente, reduzindo custos e aumentando a fiabilidade dos processos.

O capítulo seguinte apresenta as conclusões gerais do trabalho, as contribuições científicas e práticas da investigação e as recomendações para trabalhos futuros.

7. Conclusões

A definição adequada das periodicidades de calibração de sensores industriais constitui um desafio central na gestão de ativos físicos, com impacto direto na fiabilidade dos processos, na conformidade metrológica e nos custos operacionais associados à manutenção. Tal como detalhado no Capítulo 3, a prática industrial ainda recorre, em muitos casos, a abordagens empíricas ou normativas padronizadas, que não consideram a variabilidade real dos instrumentos nem a sua criticidade no processo. Esta situação pode conduzir a duas consequências indesejadas: calibrações excessivas, com aumento de custos e indisponibilidade, ou intervalos excessivamente longos, que elevam o risco de não conformidade e falha funcional.

Face a este problema, este trabalho propôs o desenvolvimento de um modelo quantitativo e orientado ao risco para apoiar a decisão sobre a definição das periodicidades de calibração. O modelo integra diferentes componentes metodológicas: modelação estatística dos erros na calibração, simulações de Monte Carlo para estimativa da probabilidade de não conformidade, e avaliação de risco multicritério com ponderação dos critérios via método AHP.

A sua aplicação a um caso real, sensores de pH em sistemas de injeção de hipoclorito, demonstrou que é possível adaptar as periodicidades de forma fundamentada, com base em dados históricos reais, respeitando limiares aceitáveis de risco. A validação com 6 calibrações independentes mostrou que o modelo proposto apresenta maior capacidade preditiva e sensibilidade ao comportamento real dos sensores face ao método empírico de Schumacher, tradicionalmente usado.

7.1. Contributos e Inovação face às Práticas Existentes

O presente trabalho apresenta um conjunto de contributos concretos e inovadores:

- Desenvolvimento de um modelo de apoio à decisão baseado em dados e risco, conciliando critérios técnicos (simulação e estatística) com prioridades operacionais;
- Implementação de uma ferramenta computacional interativa, desenvolvida em Python e acessível via *web*, que permite aos utilizadores industriais simular cenários e obter recomendações personalizadas;
- Integração explícita de critérios como Segurança, Impacto no Processo, Qualidade e Custos, ponderados de forma transparente, permitindo decisões adaptadas à realidade de cada organização;

- Redução potencial da frequência de calibrações desnecessárias, com ganhos esperados em termos de custos, disponibilidade e eficiência da manutenção;
- Rigor metodológico sustentado por testes estatísticos (KS, CvM, Stouffer) e avaliação de consistência (CR) na ponderação multicritério.

7.2. Limitações e Desafios na Aplicação Prática

Apesar do seu potencial, o modelo apresenta limitações relevantes que devem ser consideradas:

- **Forte dependência de séries históricas de calibração:** Em organizações onde os registos são incompletos ou inconsistentes, a aplicação do modelo pode ser comprometida;
- **Foco restrito à não conformidade metrológica:** O modelo não considera outros indicadores de desempenho dos ativos (como MTBF, disponibilidade, OEE), que poderiam enriquecer a análise;
- **Aplicabilidade validada num único tipo de sensor (pH):** Será necessário testar o modelo com sensores de outras variáveis (ex.: pressão, temperatura) e em diferentes contextos industriais;
- **Desafios de adoção organizacional:** A necessidade de competências em estatística, simulação e gestão de risco pode dificultar a implementação em ambientes com menor maturidade digital ou resistência à mudança.

7.3. Recomendações Práticas para Adoção Industrial

Para garantir a aplicabilidade e utilidade do modelo em ambientes reais, recomenda-se:

1. Garantir a recolha sistemática e estruturada dos dados de calibração, assegurando a sua qualidade e completude;
2. Envolver as equipas de manutenção, qualidade e engenharia desde a fase de adaptação da ferramenta, ajustando os critérios e parâmetros ao contexto da organização;
3. Formar os utilizadores na interpretação dos resultados da ferramenta, com foco na leitura dos gráficos, análise de risco e critérios de decisão;
4. Integrar a ferramenta nos sistemas existentes de gestão de ativos (ex.: CMMS e ERP), para automatizar o fluxo de dados e permitir uma utilização contínua;
5. Definir níveis aceitáveis de risco por tipo de instrumento, orientando a tomada de decisão com base em limites acordados com as partes interessadas (ex.: auditoria, produção e qualidade).

7.4. Propostas para Investigação e Evolução Futura

Com base nos resultados obtidos e nas limitações identificadas, propõem-se as seguintes linhas de desenvolvimento futuro:

- Validação do modelo noutros setores industriais, com sensores distintos (ex.: condutividade, temperatura e pressão);
- Integração com sistemas de manutenção preditiva e gestão da fiabilidade, para considerar também indicadores como tempo médio entre falhas (MTBF) e disponibilidade;
- Desenvolvimento de *dashboards* integrados de gestão metrológica, que combinem periodicidades, criticidades, custos e riscos em tempo real;
- Exploração de técnicas de inteligência artificial e *machine learning*, para modelação de deriva, previsão de falhas ou adaptação dinâmica dos intervalos com base em comportamento histórico;
- Comparação com outros modelos probabilísticos, como por exemplo, redes Bayesianas, avaliando o desempenho relativo em diferentes contextos.

7.5. Considerações Finais

A abordagem desenvolvida neste trabalho representa um avanço metodológico e prático na gestão das calibrações industriais, ao substituir abordagens reativas por decisões fundamentadas, flexíveis e baseadas em dados reais. O modelo, ao quantificar o risco e ponderar os impactos operacionais, permite uma gestão mais eficiente dos recursos, mantendo a fiabilidade e segurança dos processos.

A ferramenta desenvolvida mostra-se aplicável à realidade industrial, mas o seu sucesso dependerá da integração com os sistemas existentes, da sensibilização das equipas operacionais e da disponibilização de dados de qualidade. Com o avanço contínuo e a aplicação em cenários diversos, o modelo demonstra elevado potencial para se consolidar na gestão metrológica baseada em dados e avaliação de risco, alinhado com os fundamentos da Indústria 4.0.

Referências

- Abbassi, R., Arzaghi, E., Yazdi, M., Aryai, V., Garaniya, V., & Rahnamayiezekavat, P. (2022). Risk-based and predictive maintenance planning of engineering infrastructure: Existing quantitative techniques and future directions. *Process Safety and Environmental Protection*, *165*, 776–790. <https://doi.org/10.1016/j.psep.2022.07.046>
- Abud, T. P., Augusto, A. A., Fortes, M. Z., Maciel, R. S., & Borba, B. S. M. C. (2023). State of the Art Monte Carlo Method Applied to Power System Analysis with Distributed Generation. *Energies*, *16*(1), 394. <https://doi.org/10.3390/en16010394>
- Acar, F., Maumet, C., Heuten, T., Vervoort, M., Bossier, H., Seurinck, R., & Moerkerke, B. (2024). Improving the Eligibility of Task-Based fMRI Studies for Meta-Analysis: A Review and Reporting Recommendations. *Neuroinformatics*, *22*(1), 5–22. <https://doi.org/10.1007/s12021-023-09643-5>
- Afdal, Z. A., & Linarti, U. (2023). Preventive Maintenance Analysis Using Monte Carlo Simulation and Failure Mode and Effect Analysis (FMEA). *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, *22*(2), 251–262. <https://doi.org/10.23917/jiti.v22i2.21900>
- Ahmed Murtaza, A., Saher, A., Hamza Zafar, M., Kumayl Raza Moosavi, S., Faisal Aftab, M., & Sanfilippo, F. (2024). Paradigm shift for predictive maintenance and condition monitoring from Industry 4.0 to Industry 5.0: A systematic review, challenges and case study. *Results in Engineering*, *24*, 102935. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.102935>
- Almeida, A. B. D. (2014). Gestão do risco e da incerteza: Conceitos e filosofia subjacente. Em L. Lourenço & F. Tedim (Eds.), *Realidades e desafios na gestão dos riscos: Diálogo entre ciência e utilizadores* (1.^a ed., pp. 19–29). Imprensa da Universidade de Coimbra. https://doi.org/10.14195/978-972-8330-23-1_2
- Andriani, D., Fakhrollah, M. F., & Syafei, M. Y. (2023). Proposed Maintenance Scheduling Using Failure Mode and Effect Analysis and Monte Carlo Methods on Critical Components. *2023 9th International Conference on Signal Processing and Intelligent Systems (ICSPIS)*, 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICSPIS59665.2023.10402655>
- Anju, Basotia, V., & Kumar, R. (2024). Analysis on Probability Mass Function and Probability Density Function. *Irish Interdisciplinary Journal of Science & Research*, *08*(01), 08–12. <https://doi.org/10.46759/IJJSR.2024.8102>

- Assis, R. (2014). *Apoio à Decisão em Manutenção na Gestão de Ativos Físicos* (2.^a Edição). Lidel.
- Barbiero, A., & Hitaj, A. (2023). Discrete approximations of continuous probability distributions obtained by minimizing Cramér-von Mises-type distances. *Statistical Papers*, 64(5), 1669–1697. <https://doi.org/10.1007/s00362-022-01356-2>
- Basílio, M. P., Pereira, V., Costa, H. G., Santos, M., & Ghosh, A. (2022). A Systematic Review of the Applications of Multi-Criteria Decision Aid Methods (1977–2022). *Electronics*, 11(11), 1720. <https://doi.org/10.3390/electronics11111720>
- Bogomolov, M. (2023). Testing partial conjunction hypotheses under dependency, with applications to meta-analysis. *Electronic Journal of Statistics*, 17(1), 102–155. <https://doi.org/10.1214/22-EJS2100>
- Brown, R. J. C. (2021). Measuring measurement – What is metrology and why does it matter? *Measurement*, 168, 108408. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108408>
- Cahyo, W. N., Prawahandaru, H., Swasono, B. A., Raben, R. S. I., Sutartono, R. T., & Immawan, T. (2019). Data-Based Maintenance Strategy Analysis using Operational Excellence Approach in Engineering Asset Management. *International Journal of Integrated Engineering*, 11(5), 222–228. <https://penerbit.uthm.edu.my/ojs/index.php/ijie/article/view/4229>
- Cardoso, D. O., & Galeno, T. D. (2023). Online evaluation of the Kolmogorov–Smirnov test on arbitrarily large samples. *Journal of Computational Science*, 67, 101959. <https://doi.org/10.1016/j.jocs.2023.101959>
- Carvajal, S. A., Medina, A. F., Bohórquez, A. J., & Sánchez, C. A. (2022). Estimation of calibration intervals using Bayesian inference. *Measurement*, 187, 110316. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.110316>
- Casella, G., & Berger, R. (2001). *Statistical Inference* (2nd edition). Cengage Learning.
- Cavalieri, S., & Salafia, M. G. (2020). A Model for Predictive Maintenance Based on Asset Administration Shell. *Sensors*, 20(21), 6028. <https://doi.org/10.3390/s20216028>
- Chemweno, P., Pintelon, L., Van Horenbeek, A., & Muchiri, P. (2015). Development of a risk assessment selection methodology for asset maintenance decision making: An analytic network process (ANP) approach. *International Journal of Production Economics*, 170, 663–676. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.03.017>

- Chunovkina, A. G., Pokhodun, A. I., & Sulaberidze, V. Sh. (2020). The Problem of Determining and Adjusting the Inter-Calibration Intervals of Measuring Instruments. *Measurement Techniques*, 62(10), 863–868. <https://doi.org/10.1007/s11018-020-01706-2>
- Clemen, R. T., Recorba, E. G., Jabiniao, J. D., Cabanaz, C. V., Taylaran, M. D., Cartagena, K. M. D., & Namoco, C. S. (2022). Development of an Industrial Instrument Calibration Work Planning Process in a Pineapple Manufacturing Industry using the Quality Function Deployment (QFD) Technique. *Sci.Int.(Lahore)*, 34(5), 431–435. <https://hal.science/hal-04171365>
- Costa, D. S., Mamede, H. S., & Silva, M. M. da. (2023). A method for selecting processes for automation with AHP and TOPSIS. *Heliyon*, 9(3). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e13683>
- Cundeva-Blajer, M. (2023). Decision-making on establishment of re-calibration intervals of testing, inspection or certification measurement equipment by data science. *Acta IMEKO*, 12(2), 1–8. <https://doi.org/10.21014/actaimeko.v12i2.1465>
- Das, B., & Resnick, S. I. (2008). QQ Plots, Random Sets and Data from a Heavy Tailed Distribution. *Stochastic Models*, 24(1), 103–132. <https://doi.org/10.1080/15326340701828308>
- de-Almeida-e-Pais, J. E., Farinha, J., & Raposo, H. (2019). *ISO 55001 – Gestão de Activos*. 15.º Congresso Nacional de Manutenção, Altice Forum Braga, Braga, Portugal. https://www.researchgate.net/profile/J-Edmundo-De-Almeida-E-Pais-2/publication/339363909_ISO_55001_-_Gestao_de_Activos/links/5e4d6636458515072da98961/ISO-55001-Gestao-de-Activos.pdf
- Derksen, H., Makam, V., & Walter, M. (2022). Maximum likelihood estimation for tensor normal models via casting transforms. *Forum of Mathematics, Sigma*, 10. <https://doi.org/10.1017/fms.2022.37>
- Dou, M. (2024). Principle and Applications of Monte-Carlo Simulation in Forecasting, Algorithm and Health Risk Assessment. *Highlights in Science, Engineering and Technology*, 88, 406–414. <https://doi.org/10.54097/jjw5by20>
- Dowling, N. A., Merkouris, S. S., Greenwood, C. J., Oldenhof, E., Toumbourou, J. W., & Youssef, G. J. (2017). Early risk and protective factors for problem gambling: A systematic review and meta-analysis of longitudinal studies. *Clinical Psychology Review*, 51, 109–124. <https://doi.org/10.1016/j.cpr.2016.10.008>

- ECS. (2017). *EN 13306:2017—Maintenance—Maintenance terminology*.
- Elraaid, U., Badi, I., & Bouraima, M. B. (2024). Identifying and Addressing Obstacles to Project Management Office Success in Construction Projects: An AHP Approach. *Spectrum of Decision Making and Applications*, 1(1), 33–45. <https://doi.org/10.31181/sdmap1120242>
- Erlemann, R., & Lindqvist, B. H. (2022). Conditional Goodness-of-Fit Tests for Discrete Distributions. *Journal of Statistical Theory and Practice*, 16(1), 8. <https://doi.org/10.1007/s42519-021-00240-w>
- Erlemann, R., Lockhart, R., & Yao, R. (2022). Cramér-von Mises tests for change points. *Scandinavian Journal of Statistics*, 49(2), 802–830. <https://doi.org/10.1111/sjos.12544>
- Etz, A. (2018). Introduction to the Concept of Likelihood and Its Applications. *Advances in Methods and Practices in Psychological Science*, 1(1), 60–69. <https://doi.org/10.1177/2515245917744314>
- Ferreira, N. G., Silva, W. C. da, Fragoso, L. F. S., Costa, W. J. V. da, & Gregório, G. F. P. (2018). Quality Engineering on the Assessment Method for the Equipment Calibration Interval: Case Study. *Paramétrica*, 10(11). <https://parametrica.emnuvens.com.br/parametrica/article/view/17>
- Flanagan, R. R., Osborne, A. G., & Deinert, M. R. (2024). Data synthesis improves detection of radiation sources in urban environments. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 1058, 168821. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2023.168821>
- Gaber, S. E. (2021). Adjusting external calibration intervals for auxiliary devices in testing laboratories according to intermediate checks results. *Water Science*, 35(1), 82–88. <https://doi.org/10.1080/23570008.2021.1938435>
- Gaigall, D., & Gerstenberg, J. (2023). Cramér-von-Mises tests for the distribution of the excess over a confidence level. *Journal of Nonparametric Statistics*, 35(3), 529–561. <https://doi.org/10.1080/10485252.2023.2173958>
- Galal-Gorchev, H. (1996). Chlorine in Water Disinfection. *Pure and Applied Chemistry*, 68(9), 1731–1735. <https://doi.org/10.1351/pac199668091731>
- Gandini Panegossi, A. C., Chairi da Silva, E. C., & Avezum Alves de Castro, M. C. (2022). *Information Management in Physical Asset Management*. 12(3). <https://doi.org/10.46254/EU05.20220557>

- Gao, F., & Cheng, H. (2022). Application of Kolmogorov-Smirnov Test in the Distribution of Saturn's Regular Satellites. *Bulgarian Astronomical Journal*, 37.
- Gawusu, S., & Ahmed, A. (2024). Analyzing variability in urban energy poverty: A stochastic modeling and Monte Carlo simulation approach. *Energy*, 304, 132194. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2024.132194>
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep Learning*. The MIT Press.
- Haslwanter, T. (2022). *An Introduction to Statistics with Python: With Applications in the Life Sciences* (2nd ed. 2022 edition). Springer.
- Hassani, H., & Silva, E. S. (2015). A Kolmogorov-Smirnov Based Test for Comparing the Predictive Accuracy of Two Sets of Forecasts. *Econometrics*, 3(3), 590–609. <https://doi.org/10.3390/econometrics3030590>
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction* (2nd edition). Springer Nature.
- Heijungs, R. (2020). On the number of Monte Carlo runs in comparative probabilistic LCA. *The International Journal of Life Cycle Assessment*, 25(2), 394–402. <https://doi.org/10.1007/s11367-019-01698-4>
- Hinloopen, J., & van Marrewijk, C. (2005). *Comparing Distributions: The Harmonic Mass Index* (SSRN Scholarly Paper No. 873831). Social Science Research Network. <https://doi.org/10.2139/ssrn.873831>
- IAM. (2008). *PAS 55-1:2008—Asset Management—Part 1: Specification for the optimized management of physical assets*.
- IPQ. (2012a). *NP ISO 31000:2012—Gestão do risco—Princípios e linhas de orientação*.
- IPQ. (2012b). *Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM) (1ª Edição)*. Instituto Português da Qualidade. https://storagewebsiteipq.blob.core.windows.net/website/VIM-Vocabula%CC%81rio-Internacional-de-Metrologia_IPQ_INMETRO_2012.pdf
- ISO. (2024). *ISO 55000:2014—Asset management—Overview, principles and terminology*. <https://www.iso.org/standard/83053.html>
- Jamwal, A., Agrawal, R., Sharma, M., & Kumar, V. (2021). Review on multi-criteria decision analysis in sustainable manufacturing decision making. *International Journal of Sustainable Engineering*, 14(3), 202–225. <https://doi.org/10.1080/19397038.2020.1866708>

- Jovanović, I., Perčić, M., & Vladimir, N. (2025). Assessment of human contribution to cargo ship accidents using Fault Tree Analysis and Bayesian Network Analysis. *Ocean Engineering*, 323, 120628. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.120628>
- Khatun, N. (2021). Applications of Normality Test in Statistical Analysis. *Open Journal of Statistics*, 11(01), 113. <https://doi.org/10.4236/ojs.2021.1111006>
- Khuntia, S. R., Rueda, J. L., Bouwman, S., & van der Meijden, M. A. M. M. (2015). Classification, domains and risk assessment in asset management: A literature study. *2015 50th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, 1–5. <https://doi.org/10.1109/UPEC.2015.7339857>
- Kilic, H. S., Canbakis, S. K., Karabas, M., Koseoglu, S., Unal, E., & Kalender, Z. T. (2023). Integrated Supply Chain Risk Assessment Methodology Based on Modified FMEA. *Journal of Risk Analysis and Crisis Response*, 13(2). <https://doi.org/10.54560/jracr.v13i2.359>
- Kini, K. R., Harrou, F., Madakyaru, M., & Sun, Y. (2024). Enhanced data-driven monitoring of wastewater treatment plants using the Kolmogorov–Smirnov test. *Environmental Science: Water Research & Technology*, 10(6), 1464–1480. <https://doi.org/10.1039/D3EW00829K>
- Kopke, V., Mourão, S. C., & Brito, M. (2024). Determination of the Calibration Interval of Measuring Instruments: Which Method Should I Use? *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, 27(2), 59–62. *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*. <https://doi.org/10.1109/MIM.2024.10472985>
- Koutsoyiannis, D. (2022). Replacing Histogram with Smooth Empirical Probability Density Function Estimated by K-Moments. *Sci*, 4(4), 50. <https://doi.org/10.3390/sci4040050>
- Koval, V., Atstāja, D., Shmygol, N., Udovychenko, V., Hrinchenko, H., & Tsimoshynska, O. (2025). Strategic Management and Security Risk Assessment of Energy Systems. *Urban Science*, 9(2), 48. <https://doi.org/10.3390/urbansci9020048>
- Krishna Menon, M., & Tuladhar, R. (2024). Asset Management decision-making through data-driven Predictive Maintenance – an overview, techniques, benefits and challenges. *Maintenance, Reliability and Condition Monitoring*, 4(2), 44–63. <https://doi.org/10.21595/marc.2024.24232>
- Krndija, M., Latinović, M., Broćeta, G., & Savić, G. (2020). Measuring Equipment Calibration and Determination of the Initial Calibration Interval. *International conference on*

Contemporary Theory and Practice in Construction, 14.
<https://doi.org/10.7251/STP2014411K>

Kroese, D. P., Brereton, T., Taimre, T., & Botev, Z. I. (2014). Why the Monte Carlo method is so important today. *WIREs Computational Statistics*, 6(6), 386–392.
<https://doi.org/10.1002/wics.1314>

Kusuma, Y. A., & Muttaqin, A. Z. (2022). Asset Management Based on Risk Control and Information Systems. *Jurnal Teknik Kimia USU*, 24(2), 147–158.
<https://doi.org/10.32734/jsti.v24i2.6909>

Lanzante, J. R. (2021). *Testing for differences between two distributions in the presence of serial correlation using the Kolmogorov–Smirnov and Kuiper’s tests*.
<https://repository.library.noaa.gov/view/noaa/32266>

Liebenberg, S. C., Ngatchou-Wandji, J., & Allison, J. S. (2022). On a new goodness-of-fit test for the Rayleigh distribution based on a conditional expectation characterization. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 51(15), 5226–5240.
<https://doi.org/10.1080/03610926.2020.1836220>

Lin, K.-H., & Liu, B.-D. (2005). A gray system modeling approach to the prediction of calibration intervals. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 54(1), 297–304. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*.
<https://doi.org/10.1109/TIM.2004.840234>

Loy, A., Follett, L., & Hofmann, H. (2016). Variations of Q–Q Plots: The Power of Our Eyes! *The American Statistician*, 70(2), 202–214.
<https://doi.org/10.1080/00031305.2015.1077728>

Luengo, D., Martino, L., Bugallo, M., Elvira, V., & Särkkä, S. (2020). A survey of Monte Carlo methods for parameter estimation. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2020(1), 25. <https://doi.org/10.1186/s13634-020-00675-6>

Lye, A., Ferson, S., & Xiao, S. (2024). *Distribution-free stochastic model updating for the Physics-guided reliability analysis of a material thermal property under limited data*. 17th International Conference on Probabilistic Safety Assessment and Management & Asian Symposium on Risk Assessment and Management, Sendai International Center, Sendai, Miyagi, Japan.
https://www.researchgate.net/publication/384680125_Distribution-free_stochastic_model_updating_for_the_Physics-guided_reliability_analysis_of_a_material_thermal_property_under_limited_data

- Maidana, R. G. (2023). *Supervised dynamic probabilistic risk assessment: Review and comparison of methods*.
- Makinde, F. L., Tchamga, M. S. S., Jafari, J., Fatumo, S., Chimusa, E. R., Mulder, N., & Mazandu, G. K. (2021). Reviewing and assessing existing meta-analysis models and tools. *Briefings in Bioinformatics*, 22(6). <https://doi.org/10.1093/bib/bbab324>
- Mardani Najafabadi, M., & Taki, M. (2024). Robust data envelopment analysis with Monte Carlo simulation model for optimization the energy consumption in agriculture. *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, 46(1), 9436–9450. <https://doi.org/10.1080/15567036.2020.1777221>
- Martín-Baos, J. Á., García-Ródenas, R., & Rodríguez-Benitez, L. (2021). A Python package for performing penalized maximum likelihood estimation of conditional logit models using Kernel Logistic Regression. *Transportation Research Procedia*, 58, 61–68. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2021.11.009>
- Martínez-Galán Fernández, P., Guillén López, A. J., Márquez, A. C., Gomez Fernández, J. Fco., & Marcos, J. A. (2022). Dynamic Risk Assessment for CBM-based adaptation of maintenance planning. *Reliability Engineering & System Safety*, 223, 108359. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108359>
- Martins, A., Farinha, J., & Cardoso, A. J. M. (2020). Calibration and Certification of Industrial Sensors – a Global Review. *WSEAS Transactions on Systems and Control*, 15, 394–416. <https://doi.org/10.37394/23203.2020.15.41>
- Martins, A., Fonseca, I., Farinha, J. T., Reis, J., & Cardoso, A. J. M. (2023). Online Monitoring of Sensor Calibration Status to Support Condition-Based Maintenance. *Sensors*, 23(5), 2402. <https://doi.org/10.3390/s23052402>
- Martins, E., Lima, G., Sant'anna, A., Fonseca, R., Silva, P., & Gavião, L. (2017). Stochastic Risk Analysis: Monte Carlo Simulation and FMEA. *Revista ESPACIOS*, 38(04). <https://www.revistaespacios.com/a17v38n04/17380427.html>
- Miqueleti, S. A., & Costa-Félix, R. P. (2023). A method to extend the calibration beyond the defined periodicity. *Journal of Physics: Conference Series*, 2606(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2606/1/012005>
- Moghadam, M. N., & Firoozi, E. (2024). Strategic Asset Management in Power Distribution, Using a Fuzzy Inference Based Risk Assessment. *2024 28th International Electrical Power Distribution Conference (EPDC)*, 1–5. <https://doi.org/10.1109/EPDC62178.2024.10571694>

- More, S., Tuladhar, R., Grainger, D., & Milne, W. (2024). Maintenance decision-making and its relevance in engineering asset management. *Maintenance, Reliability and Condition Monitoring*, 4(1), 1–17. <https://doi.org/10.21595/marc.2024.23687>
- Moser, G., Zerubia, J., & Serpico, S. B. (2006). SAR amplitude probability density function estimation based on a generalized Gaussian model. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(6), 1429–1442. <https://doi.org/10.1109/TIP.2006.871124>
- Mustapää, T., Nikander, P., Hutzschenreuter, D., & Viitala, R. (2020). Metrological Challenges in Collaborative Sensing: Applicability of Digital Calibration Certificates. *Sensors*, 20(17), 4730. <https://doi.org/10.3390/s20174730>
- Myung, I. J. (2003). Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology*, 47(1), 90–100. [https://doi.org/10.1016/S0022-2496\(02\)00028-7](https://doi.org/10.1016/S0022-2496(02)00028-7)
- Naim, W., Hilber, P., & Shayesteh, E. (2023). Data Challenges in Asset Management of Power Distribution Systems: Review and Observations. *2023 IEEE Belgrade PowerTech*, 1–6. <https://doi.org/10.1109/PowerTech55446.2023.10202707>
- Nair, N. U., Subhash, S., & Sunoj, S. M. (2024). A Simple Method of Estimation and Testing Based on Q–Q Plots. *Operations Research Forum*, 5(3), 81. <https://doi.org/10.1007/s43069-024-00363-3>
- NCSL. (2010). *RP-1: Establishment and Adjustment of Calibration Intervals*. <https://ncsli.org/store/viewproduct.aspx?ID=16959567>
- Niaki, A. H. M. (2021). Asset Management in Smart Grids: A Review. *2021 11th Smart Grid Conference (SGC)*, 1–6. <https://doi.org/10.1109/SGC54087.2021.9664019>
- Ojeda, F. M., Pulido, R. L., Quiroz, A. J., & Ríos, A. J. (2012). Linearity Measures of the P-P Plot in the Two-Sample Problem. *Revista Colombiana de Estadística*, 35(1), 1–14.
- Oliveira, E. C. de, & Jesus, V. C. B. M. de. (2015). Management of calibration intervals for temperature and static pressure transmitters applied to the natural gas industry. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 24, 178–184. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2015.03.019>
- Ostadi, B., & Abbasi Harofteh, S. (2022). A novel risk assessment approach using Monte Carlo simulation based on co-occurrence of risk factors: A case study of a petrochemical plant construction. *Scientia Iranica*, 29(3), 1755–1765. <https://doi.org/10.24200/sci.2020.55513.4258>

- Panfilo, G., Tavella, P., Nunzi, E., Carbone, P., & Petri, D. (2006). Optimal Calibration Interval in Case of Integrated Brownian Behavior: The Example of a Rubidium Frequency Standard. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 55(5), 1713–1719. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. <https://doi.org/10.1109/TIM.2006.880277>
- Parra, C., Gonzalez-Prida, V., Crespo Marquez, A., Pérès, F., & Martín, C. (2021). *Practical Implementation of an Asset Management System According to ISO 55001. A Future Direction in the Cloud & IoT Paradigm*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.13338.88002>
- Payette, M., & Abdul-Nour, G. (2023). Asset Management, Reliability and Prognostics Modeling Techniques. *Sustainability*, 15(9), 7493. <https://doi.org/10.3390/su15097493>
- Pinkovetskaia, I. S., Nuretdinova, Y. V., Nuretdinov, I., & Lipatova, N. (2021). Mathematical modeling on the base of functions density of normal distribution. *Revista de La Universidad Del Zulia*, 12(33), 34–49. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8809997>
- Pleil, J. D. (2016). QQ-plots for assessing distributions of biomarker measurements and generating defensible summary statistics. *Journal of Breath Research*, 10(3), 035001. <https://doi.org/10.1088/1752-7155/10/3/035001>
- Rafati, A., Tahavori, M., & Shaker, H. R. (2024). Data-driven reliability analysis of district heating systems for asset management applications: A review. *Sustainable Cities and Society*, 118, 106052. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2024.106052>
- Sabri, M. S., Ahmad, F., & Samui, P. (2024). Machine Learning-Aided Monte Carlo Simulation and Subset Simulation. *Transportation Research Record*, 2678(12), 864–886. <https://doi.org/10.1177/03611981241248166>
- Sahib, N. (2023). Review of Maximum Likelihood Estimation Method. *International Journal of Engineering and Information Systems (IJEAIS)*, 7(8), 20–23. https://www.researchgate.net/publication/374087729_Review_of_Maximum_Likelihood_Estimation_Method
- Sahoo, S. K., & Goswami, S. S. (2023). A Comprehensive Review of Multiple Criteria Decision-Making (MCDM) Methods: Advancements, Applications, and Future Directions. *Decision Making Advances*, 1(1), 25–48. <https://doi.org/10.31181/dma1120237>
- Salman, H. M., & Aleem, D. N. (2024). *An easy way to understand the Research Tools, Scales and Parametric & Non-Parametric Tests* (SSRN Scholarly Paper No. 4986837). Social Science Research Network. <https://doi.org/10.2139/ssrn.4986837>

- Sasidharan, M., Burrow, M. P. N., Ghataora, G. S., & Marathu, R. (2022). A risk-informed decision support tool for the strategic asset management of railway track infrastructure. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 236(2), 183–197. <https://doi.org/10.1177/09544097211038373>
- Schneider, J., Gaul, A. J., Neumann, C., Hogräfer, J., Wellßow, W., Schwan, M., & Schnettler, A. (2006). Asset management techniques. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 28(9), 643–654. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2006.03.007>
- Senova, A., Tobisova, A., & Rozenberg, R. (2023). New Approaches to Project Risk Assessment Utilizing the Monte Carlo Method. *Sustainability*, 15(2), 1006. <https://doi.org/10.3390/su15021006>
- Singla, N., Jain, K., & Sharma, S. (2016). Goodness of fit tests and power comparisons for weighted gamma distribution. *REVSTAT – Statistical Journal*, 14(1), 29–48.
- Šostar, M., & Ristanović, V. (2023). Assessment of Influencing Factors on Consumer Behavior Using the AHP Model. *Sustainability*, 15(13), 10341. <https://doi.org/10.3390/su151310341>
- Sousa, J., Mendonça, J. P., & Machado, J. (2022). A generic interface and a framework designed for industrial metrology integration for the Internet of Things. *Computers in Industry*, 138, 103632. <https://doi.org/10.1016/j.compind.2022.103632>
- Squara, P., Scheeren, T. W. L., Aya, H. D., Bakker, J., Cecconi, M., Einav, S., Malbrain, M. L. N. G., Monnet, X., Reuter, D. A., van der Horst, I. C. C., & Saugel, B. (2021). Metrology part 1: Definition of quality criteria. *Journal of Clinical Monitoring and Computing*, 35(1), 17–25. <https://doi.org/10.1007/s10877-020-00494-y>
- Srimani, S., Parai, M., Ghosh, K., & Rahaman, H. (2021). A Statistical Approach of Analog Circuit Fault Detection Utilizing Kolmogorov–Smirnov Test Method. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 40(5), 2091–2113. <https://doi.org/10.1007/s00034-020-01572-x>
- Sulewski, P. (2022). Recognizing distributions rather than goodness-of-fit testing. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 51(11), 6701–6714. <https://doi.org/10.1080/03610918.2020.1812647>
- Sulewski, P. (2024). Goodness-of-fit testing for normality where alternative distributions have undefined or constant skewness and excess kurtosis. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 69(9), 1–28. <https://bibliotekanauki.pl/articles/56028941>

- Sun, J.-J., Yeh, T.-M., & Pai, F.-Y. (2022). Application of Monte Carlo Simulation to Study the Probability of Confidence Level under the PFMEA's Action Priority. *Mathematics*, *10*(15), 2596. <https://doi.org/10.3390/math10152596>
- Syed, Z., & Lawryshyn, Y. (2020). Multi-criteria decision-making considering risk and uncertainty in physical asset management. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, *65*, 104064. <https://doi.org/10.1016/j.jlp.2020.104064>
- Taherdoost, H., & Madanchian, M. (2023). Multi-Criteria Decision Making (MCDM) Methods and Concepts. *Encyclopedia*, *3*(1), 77–87. <https://doi.org/10.3390/encyclopedia3010006>
- Torre, N. M. de M., Brandalise, N., & Bonamigo, A. (2023). Economic feasibility analysis for insourcing hydraulic maintenance services using the Monte Carlo method. *Gestão & Produção*, *30*. <https://doi.org/10.1590/1806-9649-2023v30e1623>
- Torres-Sainz, R., Lorente-Leyva, L. L., Arbella-Feliciano, Y., Trinchet-Varela, C. A., Pérez-Vallejo, L. M., & Pérez-Rodríguez, R. (2024). Data-enabled Bayesian inference for strategic maintenance decisions in industrial operations. *Data in Brief*, *57*, 111058. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2024.111058>
- Trindade, C. F., Santos, C. M. A., & Chaves, A. S. (2017). Análise dos Métodos Tradicionais para Escolha da Periodicidade na Calibração de Instrumentos: Estudo de Caso. *Revista Univap*, *22*(40), 680. <https://doi.org/10.18066/revistaunivap.v22i40.1396>
- Uyanto, S. S. (2022). An Extensive Comparisons of 50 Univariate Goodness-of-fit Tests for Normality. *Austrian Journal of Statistics*, *51*(3), 45–97. <https://doi.org/10.17713/ajs.v51i3.1279>
- Vanier, D. (2001). Why Industry Needs Asset Management Tools. *Journal of Computing in Civil Engineering*, *15*. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3801\(2001\)15:1\(35\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3801(2001)15:1(35))
- Vinogradova-Zinkevič, I., Podvezko, V., & Zavadskas, E. K. (2021). Comparative Assessment of the Stability of AHP and FAHP Methods. *Symmetry*, *13*(3), 479. <https://doi.org/10.3390/sym13030479>
- Volodarsky, Y. T., Kosheva, L. O., & Pototskiy, I. O. (2020). Methods for determining the recalibration intervals of measuring equipment during their operation. *2020 XXX International Scientific Symposium 'Metrology and Metrology Assurance (MMA)*, 1–6. <https://doi.org/10.1109/MMA49863.2020.9254259>
- Vuursteen, L., Szabo, B., van der Vaart, A., & van Zanten, H. (2023). Optimal testing using combined test statistics across independent studies. *Advances in Neural Information*

- Processing Systems*, 36, 80661–80673.
https://proceedings.neurips.cc/paper_files/paper/2023/hash/ff703bfaf652f00ae7b609ce0da3fde2-Abstract-Conference.html
- Wang, J., Zhang, Q., & Jiang, W. (2017). Optimization of calibration intervals for automatic test equipment. *Measurement*, 103, 87–92.
<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.01.062>
- Wang, L., Xiao, T., Liu, S., Zhang, W., Yang, B., & Chen, L. (2023). Quantification of model uncertainty and variability for landslide displacement prediction based on Monte Carlo simulation. *Gondwana Research*, 123, 27–40. <https://doi.org/10.1016/j.gr.2023.03.006>
- Wasserman, L. (2004). *All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-0-387-21736-9>
- Wichitchan, S., Yao, W., & Yu, C. (2022). A new class of multivariate goodness of fit tests for multivariate normal mixtures. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 51(11), 6635–6648. <https://doi.org/10.1080/03610918.2020.1808682>
- Yalcin, A. S., Kilic, H. S., & Delen, D. (2022). The use of multi-criteria decision-making methods in business analytics: A comprehensive literature review. *Technological Forecasting and Social Change*, 174, 121193. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2021.121193>
- Yu, D., Kou, G., Xu, Z., & Shi, S. (2021). Analysis of Collaboration Evolution in AHP Research: 1982–2018. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 20(01), 7–36. <https://doi.org/10.1142/S0219622020500406>
- Zayat, W., Kilic, H. S., Yalcin, A. S., Zaim, S., & Delen, D. (2023). Application of MADM methods in Industry 4.0: A literature review. *Computers & Industrial Engineering*, 177, 109075. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109075>
- Zeimbekakis, A., Schifano, E. D., & Yan, J. (2024). On Misuses of the Kolmogorov–Smirnov Test for One-Sample Goodness-of-Fit. *The American Statistician*, 0(0), 1–7.
<https://doi.org/10.1080/00031305.2024.2356095>
- Zhang, D., & Xu, M. (2024). A High-Dimensional Cramér–von Mises Test. *Mathematics*, 12(22), 3467. <https://doi.org/10.3390/math12223467>
- Zhang, Y., Wang, S., Ke, X., & Ye, H. (2024). A new Kolmogorov–Smirnov test based on representative points in the exponential distribution family. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 94(15), 3391–3408.
<https://doi.org/10.1080/00949655.2024.2385687>

- Zhou, J., Aghili, N., Ghaleini, E. N., Bui, D. T., Tahir, M. M., & Koopialipour, M. (2020). A Monte Carlo simulation approach for effective assessment of flyrock based on intelligent system of neural network. *Engineering with Computers*, 36(2), 713–723. <https://doi.org/10.1007/s00366-019-00726-z>
- Zhou, S., & Yang, P. (2020). Risk management in distributed wind energy implementing Analytic Hierarchy Process. *Renewable Energy*, 150, 616–623. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.12.125>
- Zhou, Z., & Liu, W. (2024). *Sequential Kernel Goodness-of-fit Testing*. Forty-first International Conference on Machine Learning, Vienna, Austria. <https://openreview.net/forum?id=bmeUeCUMHA>

Apêndices

A. Comparação de Métodos para Definição de Periodicidade de Calibração

Com o objetivo de sintetizar as principais estratégias metodológicas utilizadas na definição de intervalos de calibração, apresenta-se a Tabela A.1. Esta compara as categorias mais recorrentes na literatura, métodos reativos, estocásticos e estatísticos, em função das suas vantagens, limitações e requisitos de dados, permitindo uma análise crítica integrada do seu potencial de aplicação.

Tabela A.1 - Comparação entre métodos de definição de periodicidades

Categoria	Vantagens	Limitações	Requisitos de Dados
Reativos	<ul style="list-style-type: none">• Simplicidade;• Baixa exigência de dados;• Fácil implementação.	<ul style="list-style-type: none">• Ignoram variabilidade estatística;• Não avaliam risco;• Conservadores.	<ul style="list-style-type: none">• Resultados individuais de calibrações anteriores.
Estocásticos	<ul style="list-style-type: none">• Elevada capacidade preditiva;• Incorporam variáveis de processo.	<ul style="list-style-type: none">• Elevada complexidade;• Exigem dados extensos e fiáveis.	<ul style="list-style-type: none">• Séries temporais longas e contextualizadas.
Estatísticos	<ul style="list-style-type: none">• Baseados em evidência;• Rigor matemático; adequados a instrumentos críticos.	<ul style="list-style-type: none">• Requerem dados estáveis e validados;• Sensíveis à qualidade da amostra.	<ul style="list-style-type: none">• Dados históricos consistentes e contínuos.

B. Dados Históricos do Caso de Estudo

Tabela A.2 - Resultados de calibração dos sensores

N.º da Calibração	Resultado	N.º da Calibração	Resultado
1	C	19	C
2	C	20	C
3	F	21	C
4	C	22	C
5	C	23	F
6	C	24	C
7	C	25	C
8	C	26	C
9	C	27	C
10	C	28	C
11	F	29	C
12	C	30	C
13	C	31	C
14	C	32	F
15	F	33	C
16	C	34	C
17	C	35	C
18	C	36	C

C. Etapas de Aplicação do Método de Schumacher

Este apêndice apresenta os detalhes técnicos da aplicação do método de Schumacher para o ajustamento empírico das periodicidades de calibração, utilizado no Capítulo 4 como referência comparativa ao modelo proposto.

C.1. Regras de Decisão

A atribuição de ações de ajustamento da periodicidade de calibração (Estender, Diminuir, Manter ou Redução Máxima) baseia-se na Tabela A.3, adaptada de Oliveira & Jesus (2015), que estabelece a relação entre os dois ciclos anteriores e o resultado da calibração atual.

Tabela A.3 - Ações para o estabelecimento de ajuste na periodicidade (adaptado de Oliveira & Jesus, 2015)

Ciclos anteriores	Condição Inicial		
	A	F	C
CCC	P	D	E
FCC	P	D	P
ACC	P	D	E
CF	M	M	P
CA	M	M	P
FC	P	M	P
FF	M	M	P
FA	M	M	P
AC	P	D	P
AF	M	M	P
AA	M	M	P

As classificações assumem os seguintes significados:

- **C:** Conforme - medições dentro dos limites definidos pelo EMA;
- **F:** Não conforme - erros superiores ao EMA;
- **A:** Avaria - falha funcional do equipamento;
- **E:** Estender o intervalo de calibração;
- **D:** Diminuir o intervalo;
- **P:** Manter a periodicidade;
- **M:** Redução máxima (ações corretivas urgentes).

C.2. Tabela de Ajustamento Sugerido por Periodicidade Atual

Após determinada a recomendação de ajustamento com base na análise de um ou dois ciclos anteriores (Tabela A.3), recorre-se à Tabela A.4 como guia de apoio para interpretar a situação atual do intervalo de calibração e estimar uma proposta de novo intervalo. Esta tabela apresenta os ajustes sugeridos pelo método de Schumacher expressos em semanas, tendo por base a periodicidade em vigor.

Contudo, no contexto do presente caso de estudo, em que as calibrações são realizadas com frequência mensal, os ajustes efetivamente aplicados foram adaptados para múltiplos de um mês (aproximadamente 4 semanas), assegurando a coerência com a prática operacional. Assim, os valores apresentados na Tabela A.4 não foram seguidos de forma estrita, servindo apenas como orientação qualitativa no processo de decisão.

*Tabela A.4 - Sugestão de ajustamento
(adaptado de Oliveira & Jesus, 2015)*

Intervalo atual	(E) Estender	(D) Diminuir	(M) Máxima Diminuição
1	2	a)	a)
2	3	1	a)
3	4	2	1
4	5	3	2
5	7	4	3
6	8	5	5
8	10	7	5
10	13	9	6
12	15	11	7
14	17	13	8
16	19	14	10
18	21	16	12
20	24	18	13
24	28	22	15
28	32	25	19
32	37	29	21
36	41	32	24
52	52	47	27

a) Separar este equipamento. Não é construtivo reduzir o intervalo para menos de uma semana.

C.3. Resultados da Aplicação às 30 Calibrações Iniciais

No presente trabalho e ao longo do ciclo de vida operacional do equipamento, torna-se possível estimar de forma dinâmica a periodicidade de calibração mais adequada com base no histórico de conformidades. A Tabela A.5 ilustra esta evolução, apresentando para cada “Número de Calibração” o respectivo “Resultado” (Conforme ou Não Conforme), a sequência de “Ciclos Anteriores”, a “Ação Sugerida” e, por fim, a “Nova Periodicidade” resultante.

Esta abordagem permite um acompanhamento gradual e adaptativo do estado funcional do sensor, promovendo uma afinação contínua dos intervalos de calibração, alinhada com o seu comportamento real observado em campo.

Tabela A.5 - Resultados das 30 calibrações com novas periodicidades

Número de Calibração	Resultado	Ciclos anteriores	Ações Sugeridas	Nova Periodicidade
1	C	C	-	4
2	C	CC	-	4
3	F	FCC	P	4
4	C	CF	P	4
5	C	CCF	P	4
6	C	CCC	E	8
7	C	-	-	-
8	C	CCC	E	12
9	C	-	-	-
10	C	-	-	-
11	F	FC	P	12
12	C	-	-	-
13	C	-	-	-
14	C	CF	P	12
15	F	-	-	-
16	C	-	-	-
17	C	FCF	ND	12
18	C	-	-	-
19	C	-	-	-
20	C	CF	P	12
21	C	-	-	-
22	C	-	-	-
23	F	FCF	ND	12
24	C	-	-	-
25	C	-	-	-
26	C	CF	P	12
27	C	-	-	-
28	C	-	-	-
29	C	CCF	ND	12
30	C	-	-	-

No ponto de partida, a calibração dos sensores era realizada com uma periodicidade fixa mensal, correspondente a um intervalo de aproximadamente 4 semanas. Para manter a

coerência com a prática operacional vigente e assegurar uma base consistente para análise, esta periodicidade foi mantida inalterada nas calibrações iniciais, enquanto se procurava acumular informação suficiente sobre o comportamento do sensor ao longo do tempo.

À medida que a experiência operacional aumentava e os resultados das calibrações sucessivas permitiam identificar padrões de desempenho estável, começaram a surgir, com base na aplicação do método de Schumacher, recomendações para estender progressivamente a periodicidade de calibração. A primeira indicação de extensão surgiu na calibração n.º 6, após três ciclos conformes consecutivos (CCC), recomendando o alargamento do intervalo para 8 semanas. Posteriormente, com a manutenção de registos conformes, novas extensões foram propostas, atingindo 12 semanas (três meses), como observado nas calibrações n.º 8.

Contudo, nem todas as sequências de calibração permitiram a aplicação direta das regras do método. Em vários casos, como nas calibrações n.º 17, 23 e 29, a sequência de ciclos anteriores resultou numa situação não definida (ND) no contexto do método de Schumacher. Estes casos correspondem a combinações não previstas na matriz de decisão do método, impossibilitando uma recomendação automática da nova periodicidade. Esta limitação evidencia a dependência do método de Schumacher face a padrões previamente estabelecidos e destaca uma fragilidade da abordagem empírica: a ausência de resposta em situações fora do âmbito das regras definidas.

É importante destacar que, embora o método de Schumacher indicar os ajustes em semanas, no presente estudo todos os ajustamentos foram implementados em múltiplos de um mês, de forma a alinhar a recomendação com o ciclo operacional da organização. Assim, a decisão de estender ou reduzir o intervalo de calibração seguiu a lógica do método, mas com a devida adaptação às unidades temporais relevantes para o caso em estudo.

Ao longo do horizonte temporal considerado (cerca de 2,5 anos), a aplicação do método de Schumacher demonstrou a possibilidade de prolongar a periodicidade de calibração até um máximo de 12 semanas, mantendo uma resposta adaptativa ao comportamento histórico do equipamento.

C.4. Resultados da Aplicação à Amostra de Validação (6 Calibrações)

Para complementar a análise desenvolvida e assegurar a validação independente dos resultados, recorreu-se a uma amostra adicional composta por 6 calibrações, realizadas após o período coberto pelas primeiras 30 calibrações utilizadas no desenvolvimento do modelo proposto neste trabalho. Estas 6 calibrações não foram utilizadas no ajuste da distribuição probabilística de erros do modelo proposto, nem na aplicação do método de Schumacher,

servindo assim como base de teste totalmente independente para avaliar o desempenho preditivo de ambas as abordagens.

Esta estratégia permite analisar de forma objetiva e imparcial a robustez prática das decisões de calibração recomendadas por cada método, com base em dados reais não previamente observados. A análise desta amostra adicional permite assim verificar, em cada caso, se a periodicidade recomendada por cada abordagem teria evitado ou não a ocorrência de falhas, validando empiricamente a sua capacidade de antecipar riscos e otimizar recursos de calibração.

A aplicação do método de Schumacher a esta amostra adicional de 6 calibrações permitiu verificar, com base nas conformidades observadas, que seria possível estender a periodicidade de calibração para 8 semanas (dois meses) em três momentos distintos: nas calibrações n.º 31, 33 e 35. Esta extensão resulta da sequência de ciclos conformes identificados (ex.: CCC, FC, CF), os quais, segundo as regras do método, sustentam decisões de manutenção ou alargamento da periodicidade.

É de notar que, para efeitos desta análise, é assumido que o sensor teria mantido um histórico de conformidades ao fim das primeiras 30 calibrações, permitindo assim que o padrão de ciclos anteriores nas calibrações subsequentes seja considerado como propício ao prolongamento do intervalo. Esta hipótese visa isolar o impacto das últimas observações reais na decisão, assegurando que o desempenho preditivo do método é testado em condições favoráveis e realistas.

A Tabela A.6 apresenta os resultados detalhados da aplicação do método de Schumacher a estas 6 calibrações, incluindo os erros registados nos dois pontos de calibração, a decisão de conformidade, os ciclos anteriores considerados, a ação sugerida e a nova periodicidade recomendada.

Tabela A.6 - Resultados das 6 calibrações com novas periodicidades

Número de Calibração	Resultado	Ciclos anteriores	Ações Sugeridas	Nova Periodicidade
31	C	CCC	E	8
32	F	-	-	-
33	C	FC	P	8
34	C	-	-	-
35	C	CF	P	8
36	C	-	-	-

C.5. Considerações na Aplicação

Os dados apresentados permitem acompanhar a evolução das decisões segundo o método empírico de Schumacher, ilustrando a simplicidade do seu funcionamento, mas também as suas limitações. A aplicação foi realizada com adaptações à realidade operacional (intervalos mensais), garantindo a consistência metodológica com o contexto do caso de estudo.

D. Etapas de Aplicação do Modelo Proposto

Este apêndice documenta os detalhes técnicos e matemáticos associados à implementação do modelo proposto para a definição de periodicidades de calibração, com base em cinco componentes centrais:

- i. Tratamento estatístico dos dados;
- ii. Simulação de Monte Carlo (MCS);
- iii. Critérios de Avaliação;
- iv. Estrutura Multicritério via AHP (*Analytic Hierarchy Process*);
- v. Avaliação de Risco Quantitativa.

A componente de Avaliação de Risco Quantitativo é abordada no Capítulo 5 de Análise e Discussão dos Resultados.

D.1. Tratamento Estatístico dos Dados

O tratamento estatístico da amostra foi realizado utilizando bibliotecas da linguagem de programação Python, desempenhando um papel essencial em três etapas principais do estudo: a descrição da amostra de dados (estatísticas descritivas, histograma com curva de densidade), a análise estatística e identificação da função probabilística (estimação de parâmetros e análise analítica do ajuste) e, por fim, o ajuste e validação da função selecionada (análise gráfica do ajuste).

Na descrição da amostra, foram calculadas estatísticas descritivas, como a média, mediana, desvio padrão, assimetria e curtose, obtendo-se assim uma caracterização detalhada dos dados. Numa fase seguinte, realizou-se uma análise estatística com o objetivo de determinar a distribuição probabilística que melhor descrevia esses mesmos dados. Para tal, estimaram-se os parâmetros através do método da máxima verossimilhança e, em seguida, aplicaram-se testes de aderência (Kolmogorov-Smirnov e Cramér-von Mises) que permitiram avaliar o grau de ajuste e selecionar a distribuição mais adequada.

A adequação do modelo foi verificada através de gráficos, como quantil-quantil (Q-Q), probabilidade-probabilidade (P-P) e histograma com densidade de probabilidade (PDF), garantindo que a distribuição escolhida representa o melhor possível os dados. Este processo assegurou uma base estatística sólida e justificada para as MCS realizadas no modelo proposto, contribuindo para a consistência e confiança nos resultados obtidos.

D.1.1. Descrição da amostra de dados

As amostras analisadas, Ponto 1 e Ponto 2, possuem as principais características estatísticas sumarizadas na Tabela A.7.

Tabela A.7 - Estatísticas descritivas das amostras

Estatísticas Descritivas	Ponto 1	Ponto 2
Média	0,05567	0,10867
Mediana	0,05000	0,09000
Desvio-Padrão	0,07601	0,06658
Variância	0,00578	0,00443
Assimetria	0,64176	0,78347
Curtose	0,47510	0,05857
Mínimo	-0,06	0,00
Máximo	0,25	0,26
N.º de Observações	30	30

Observando inicialmente as medidas de centralidade, verifica-se que, no Ponto 1, a média é 0,05567 e a mediana 0,05000, sugerindo que os dados estão relativamente equilibrados em torno dos valores centrais, com baixa assimetria. No Ponto 2, a média (0,10867) é superior à mediana (0,09000), indicando uma distribuição assimétrica positiva, onde valores mais elevados influenciam a média.

Relativamente às medidas de dispersão, o desvio padrão no Ponto 1 é de 0,07601, enquanto no Ponto 2 apresenta um valor ligeiramente inferior (0,06658), revelando que os dados do Ponto 1 possuem maior variabilidade em torno da média. A variância, respetivamente 0,00578 e 0,00443, reforça esta observação, indicando que os valores no Ponto 2 estão mais concentrados.

A assimetria é positiva em ambas as amostras, sugerindo distribuições com caudas mais longas à direita. No Ponto 1, a assimetria é de 0,64176, indicando uma leve concentração de valores mais baixos, enquanto no Ponto 2, a assimetria mais pronunciada (0,78347) sugere uma maior concentração de valores inferiores, com uma cauda direita mais extensa.

A curtose, que mede o achatamento da distribuição, apresenta valores reduzidos nas duas amostras. No Ponto 1, o valor de 0,47510 indica uma distribuição relativamente achatada, com caudas menos acentuadas em comparação com a normal. No Ponto 2, o valor ainda menor (0,05857) sugere uma distribuição ainda mais achatada, com caudas menos proeminentes.

A análise descritiva demonstra que o Ponto 1 apresenta maior dispersão e menor assimetria, enquanto o Ponto 2 possui dados mais concentrados e uma assimetria positiva mais acentuada. Estas diferenças indicam que as amostras não seguem exatamente a mesma distribuição, sugerindo que modelos probabilísticos assimétricos, como a distribuição Gumbel, pode ser mais adequada para representar os dados.

Por outro lado, podemos visualizar a forma da distribuição dos dados através da análise dos histogramas e das distribuições de densidade sobrepostas para os Ponto 1 e Ponto 2.

No Ponto 1 (Figura A.1), o histograma revela uma distribuição com leve assimetria positiva, onde a maioria dos valores se concentra em torno de 0,05, conforme indicado pela mediana (0,05000) e pela média (0,05567). A presença de uma cauda mais longa à direita sugere que existem alguns valores elevados a influenciar a média, deslocando ligeiramente a distribuição para valores superiores.

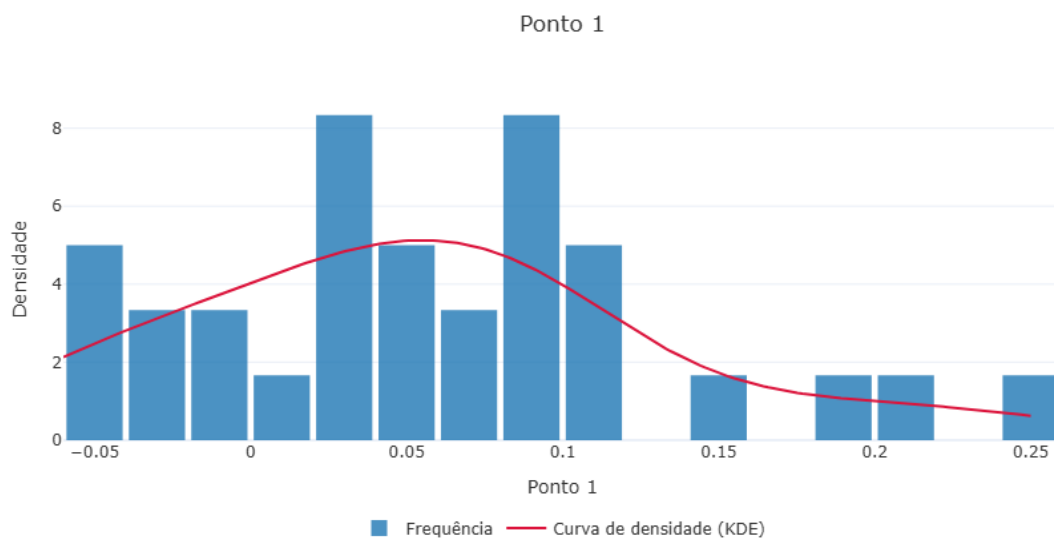


Figura A.1 - Histogramas e distribuição densidade do Ponto 1

A curva de densidade (KDE) sobreposta reflete essa assimetria, aproximando-se da forma de uma distribuição normal ou logística, mas com um desvio subtil à direita. A suavidade da curva sugere que os dados estão relativamente bem distribuídos, sem evidências claras de *outliers* ou agrupamentos extremos. No entanto, a cauda direita indica que alguns valores podem estar a contribuir para o aumento da assimetria da amostra.

Esta análise sugere que, embora o Ponto 1 apresente uma distribuição relativamente estável, a presença de valores extremos à direita deve ser considerada ao ajustar um modelo probabilístico adequado para descrever estes dados.

Por outro lado, o Ponto 2 (Figura A.2) evidencia uma assimetria positiva mais acentuada do que no Ponto 1, com a maioria dos valores concentrados entre 0,05 e 0,10. O pico do histograma ocorre próximo de 0,10, o que está de acordo com os valores estatísticos previamente analisados, onde a média é 0,10867 e a mediana 0,09000.

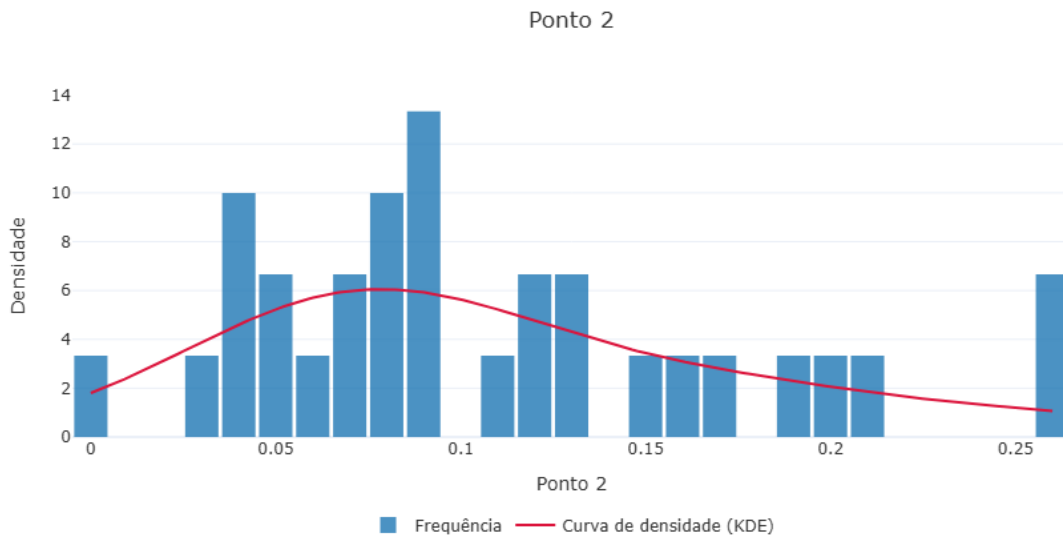


Figura A.2 - Histogramas e distribuição densidade do Ponto 2

A presença de uma cauda direita longa e pronunciada indica que existem valores mais elevados que se afastam significativamente do centro da distribuição, influenciando a média. Este padrão sugere uma distribuição marcadamente assimétrica, em que os valores maiores são menos frequentes, mas exercem impacto no deslocamento dos valores centrais.

A curva de densidade (KDE) sobreposta reflete claramente esta assimetria, apresentando um declive mais acentuado no lado esquerdo e uma diminuição mais gradual no lado direito. Este comportamento indica que a distribuição do Ponto 2 pode ajustar-se melhor a modelos probabilísticos assimétricos, como a distribuição Gumbel, ao invés de distribuições simétricas, como a normal.

A forte assimetria positiva observada nesta amostra sugere que a modelação dos dados deve considerar distribuições que capturam o comportamento da cauda longa, assegurando um ajustamento adequado à realidade dos dados analisados.

Comparando os dois pontos, verifica-se que, enquanto o Ponto 1 apresenta uma distribuição mais próxima da simetria, o Ponto 2 evidencia uma assimetria positiva mais acentuada, com uma maior concentração de valores em intervalos mais baixos. A presença de uma cauda direita mais longa no Ponto 2 indica que alguns valores elevados estão a influenciar a média, tornando a distribuição mais desviada do que no Ponto 1.

Em ambos os casos, as curvas de densidade (KDE) fornecem uma representação clara do padrão subjacente dos dados, permitindo visualizar que nenhum dos conjuntos segue perfeitamente uma distribuição normal. Dada a assimetria observada, é recomendável testar modelos probabilísticos alternativos, como a distribuição Gumbel, para determinar o melhor ajustamento aos dados.

D.1.2. Análise estatística e identificação da função probabilística

Os testes de aderência foram aplicados para avaliar o ajustamento das distribuições Normal, Logística, Cauchy, Gumbel e Laplace às amostras Ponto 1 e Ponto 2. Os testes utilizados foram Kolmogorov-Smirnov (KS) e Cramér-von Mises (CvM), cujos valores estatísticos e respectivos p-valores foram comparados para determinar a qualidade do ajuste. A análise considera que p-valores elevados (geralmente acima de 0,05 para um nível de significância de 5%) indicam um bom ajustamento, enquanto valores estatísticos mais baixos refletem uma menor discrepância entre os dados observados e a distribuição teórica.

Para o Ponto 1 (Tabela A.8), a distribuição Logística destacou-se como a melhor opção, apresentando os menores valores estatísticos nos testes Kolmogorov-Smirnov (0,07195) e Cramér-von Mises (0,02793), bem como p-valores extremamente elevados (0,99462 e 0,98398, respectivamente), o que indica um excelente ajuste aos dados.

Tabela A.8 - Testes de aderência no Ponto 1

Distribuição	Kolmogorov-Smirnov		Cramér-von Mises	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Normal	0,10984	0,82394	0,04796	0,89201
Logística	0,07195	0,99462	0,02793	0,98398
Cauchy	0,11609	0,77110	0,04966	0,88187
Gumbel	0,10192	0,88335	0,05227	0,86601
Laplace	0,10281	0,87719	0,0458	0,93311

A distribuição Normal também apresentou um bom desempenho, com p-valores acima de 0,05 em ambos os testes (0,82394 e 0,89201), sugerindo que pode ser considerada um modelo aceitável. No entanto, os seus valores estatísticos (0,10984 para KS e 0,04796 para CvM) foram superiores aos da Logística, indicando um ajuste ligeiramente inferior.

A distribuição Cauchy apresentou p-valores relativamente elevados (0,77110 para KS e 0,88187 para CvM), mas os seus valores estatísticos (0,11609 e 0,04966) foram superiores aos da distribuição Logística, tornando-a uma opção menos preferível.

As distribuições Gumbel e Laplace apresentaram desempenhos semelhantes, com valores estatísticos e p-valores dentro de um intervalo próximo. A Gumbel obteve p-valores de

0,88335 (KS) e 0,86601 (CvM), enquanto a Laplace registou 0,87719 (KS) e 0,93311 (CvM). Apesar destes resultados aceitáveis, os valores estatísticos mais elevados em relação à Logística sugerem que estas distribuições apresentam um ajustamento inferior.

Os resultados indicam que a distribuição Logística é a melhor opção para modelar os dados do Ponto 1, apresentando os menores valores estatísticos e os maiores p-valores, confirmando um excelente ajustamento. A Normal e a Cauchy são alternativas viáveis, mas com um desempenho inferior. Já as distribuições Gumbel e Laplace, embora apresentem um ajuste estatisticamente aceitável, não superam a qualidade da distribuição Logística.

No caso do Ponto 2 (Tabela A.9), a distribuição Gumbel destacou-se como a melhor opção, apresentando os menores valores estatísticos nos testes de Kolmogorov-Smirnov (0,11760) e Cramér-von Mises (0,03339), bem como os maiores p-valores (0,75773 e 0,96599, respetivamente). Estes resultados indicam um ajustamento excelente aos dados, tornando a distribuição Gumbel a candidata mais robusta para modelar a amostra.

Tabela A.9 - Testes de aderência no Ponto 2

Distribuição	Kolmogorov-Smirnov		Cramér-von Mises	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Normal	0,17891	0,25959	0,11352	0,52522
Logística	0,14850	0,47749	0,07303	0,73682
Cauchy	0,14100	0,54308	0,14647	0,40231
Gumbel	0,11760	0,75773	0,03339	0,96599
Laplace	0,12342	0,70500	0,12172	0,49092

A distribuição Logística também apresentou um bom desempenho, com valores estatísticos relativamente baixos (0,14850 e 0,07303, respetivamente) e p-valores elevados (0,47749 e 0,73682, respetivamente). Embora tenha sido uma opção viável, o seu desempenho foi inferior ao da Gumbel, particularmente no teste de Kolmogorov-Smirnov.

A distribuição Normal, por outro lado, teve um desempenho inferior, com um p-valor de apenas 0,25959 no teste KS, indicando que não é uma boa representação para os dados devido à sua incapacidade de capturar a assimetria presente na amostra.

A distribuição Cauchy teve um ajuste aceitável, com um p-valor de 0,54308 no teste KS, mas apresentou um valor estatístico mais elevado no teste CvM (0,14647) e um p-valor inferior (0,40231), o que a torna uma opção menos robusta em comparação com Gumbel.

A distribuição Laplace também apresentou um ajuste estatisticamente aceitável, com um p-valor de 0,70500 no teste KS, mas os seus valores estatísticos e o p-valor no teste CvM

(0,12172 e 0,49092, respectivamente) indicam que não supera a Gumbel em qualidade de ajuste.

Com base nos testes de aderência Kolmogorov-Smirnov (KS) e Cramér-von Mises (CvM), foi determinada uma única distribuição que melhor representa os dados utilizando o método de Stouffer. Este método permite combinar os p-valores dos testes individuais, resultando numa medida global que reflete o ajustamento global de cada distribuição.

A distribuição selecionada é aquela que apresenta a estatística global mais baixa e o p-valor global mais elevado, indicando menor discrepância entre os dados observados e a distribuição teórica e, portanto, um melhor ajuste.

De acordo com os resultados globais apresentados na Tabela A.10, a distribuição Gumbel obteve o melhor desempenho, apresentando a menor estatística global (0,33328) e o maior p-valor global (0,73893). Estes valores indicam um ajustamento superior na sua globalidade aos dados analisados, tornando a Gumbel a melhor distribuição para modelar os pontos analisados.

Tabela A.10 - Resultados globais dos testes usando o método de Stouffer

Distribuição	Estatística	p-valor
Gumbel	0,33328	0,73893
Logística	0,53662	0,59153
Laplace	0,65295	0,51379
Cauchy	0,94260	0,34589
Normal	1,06046	0,28893

A distribuição Logística, com uma estatística de 0,53662 e um p-valor de 0,59153, também demonstrou um bom ajustamento, sendo uma alternativa viável, mas com um desempenho inferior ao da Gumbel.

A distribuição Laplace, apesar de apresentar um p-valor relativamente aceitável (0,51379), obteve uma estatística mais elevada (0,65295), indicando um ajustamento menos preciso.

As distribuições Cauchy e Normal apresentaram os piores desempenhos, com estatísticas globais mais elevadas (0,94260 e 1,06046, respectivamente) e p-valores mais baixos (0,34589 e 0,28893, respectivamente), sugerindo um ajustamento inadequado aos dados.

Com base nos resultados apresentados, a distribuição Gumbel revelou-se a escolha mais adequada para representar ambas as amostras. Esta distribuição apresentou o melhor desempenho nos critérios de avaliação para o Ponto 1 e Ponto 2, demonstrando uma capacidade superior para captar as características estatísticas dos dados.

Além disso, a escolha de uma única distribuição visa garantir a coerência e comparabilidade no caso de estudo, permitindo um modelo estatístico mais consistente. Após a realização dos testes de aderência estatística, ficou evidente que a distribuição Gumbel é a que melhor se ajusta aos dados das amostras Ponto 1 e Ponto 2. Os resultados dos testes Kolmogorov-Smirnov e Cramér-von Mises, combinados através do método de Stouffer, demonstraram que a Gumbel apresentou a menor estatística global e o maior p-valor global, indicando um ajustamento superior ao dos restantes modelos probabilísticos avaliados.

No entanto, apesar de os testes estatísticos fornecerem uma base quantitativa sólida para a escolha da distribuição Gumbel, é fundamental complementar essa análise com métodos gráficos, como histogramas, gráficos quantil-quantil (Q-Q) e probabilidade-probabilidade (P-P), que permitem uma inspeção detalhada da qualidade do ajuste e da aderência da distribuição aos dados observados.

D.1.3. Validação da função

Após a identificação da distribuição Gumbel como o modelo mais adequado para representar os dados das amostras, torna-se essencial validar graficamente a sua adequação. Esta etapa é fundamental para garantir que o modelo escolhido não apenas captura as principais características dos dados observados, mas também é suficientemente robusto para ser utilizado em análises subsequentes, como simulações e previsões. A validação inclui a aplicação de métodos visuais, como os gráficos Quantil-Quantil (Q-Q) e Probabilidade-Probabilidade (P-P).

Assim, pretende-se consolidar a escolha da distribuição Gumbel através de uma análise rigorosa do seu desempenho na modelação dos dados das amostras, garantindo que esta distribuição é uma representação fiável e estatisticamente robusta para o caso em estudo.

Na Tabela A.11 apresenta-se os parâmetros ajustados da distribuição Gumbel para as amostras Ponto 1 e Ponto 2. Os dois principais parâmetros desta distribuição são o parâmetro de localização e o parâmetro de escala, que descrevem, respetivamente, a posição central da distribuição e a sua dispersão.

Tabela A.11 - Parâmetros ajustados da distribuição selecionada para a amostra

Parâmetro	Estimativas	
	Ponto 1	Ponto 2
Localização	0,02040	0,07852
Escala	0,06298	0,05162

No caso do Ponto 1, o parâmetro de localização ajustado é 0,02040, o que indica que os valores centrais da amostra se situam ligeiramente acima de zero. O parâmetro de escala é

0,06298, refletindo uma dispersão moderada em torno da localização central. Estes valores confirmam que a amostra do Ponto 1 apresenta dados relativamente concentrados, sem uma variabilidade excessiva.

Para o Ponto 2, o parâmetro de localização ajustado é 0,07852, evidenciando uma posição central mais elevada em comparação com o Ponto 1. O parâmetro de escala é 0,05162, indicando que os valores desta amostra estão ainda mais concentrados em torno da localização central, com uma variabilidade ligeiramente menor do que a observada no Ponto 1.

Com as estimativas dos parâmetros da distribuição Gumbel ajustadas para as amostras Ponto 1 e Ponto 2, torna-se possível avaliar a qualidade do ajuste através de métodos visuais. A localização e a escala ajustadas fornecem uma base para gerar os gráficos Quantil-Quantil (Q-Q) e Probabilidade-Probabilidade (P-P), permitindo uma inspeção detalhada da correspondência entre os valores observados e os previstos pela distribuição ajustada.

A seguir, analisam-se os gráficos Q-Q e P-P para verificar se a distribuição Gumbel ajustada, com os parâmetros estimados, consegue capturar corretamente as principais características estatísticas das amostras, incluindo os comportamentos nas regiões centrais e nas caudas da distribuição.

No gráfico Q-Q (Figura A.3), a comparação entre os quantis teóricos da distribuição Gumbel (eixo horizontal) e os quantis observados da amostra (eixo vertical) revela que a maioria dos pontos está próxima da linha diagonal, indicando uma boa correspondência entre os dados observados e os valores esperados pela distribuição ajustada.

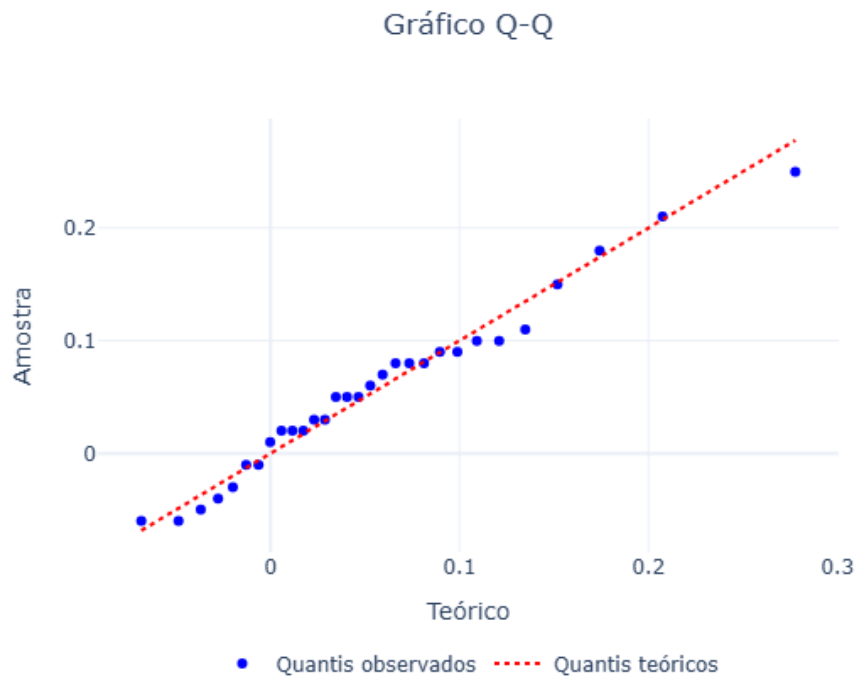


Figura A.3 - Gráfico Q-Q da distribuição Gumbel para o Ponto 1

Na região central, que corresponde aos valores mais frequentes da amostra, os pontos alinham-se quase perfeitamente à linha, reforçando que a distribuição Gumbel ajusta-se bem aos dados nesta faixa. No entanto, nas extremidades (caudas da distribuição), observa-se um ligeiro desvio em relação à linha diagonal. Esses desvios sugerem que, embora o modelo Gumbel capture bem a estrutura central dos dados, pode haver pequenas diferenças na modelação das caudas.

Ainda assim, a maioria dos pontos permanece alinhada com a linha teórica, demonstrando que as discrepâncias não são significativas e que o modelo é adequado para representar os dados da amostra.

O Gráfico P-P (Figura A.4), apresenta a relação entre as probabilidades acumuladas observadas (eixo vertical) e as probabilidades acumuladas teóricas da distribuição Gumbel (eixo horizontal). Este gráfico reforça a qualidade do ajuste, uma vez que os pontos seguem de forma consistente a linha diagonal, indicando que as probabilidades observadas estão alinhadas com as previsões do modelo ajustado.

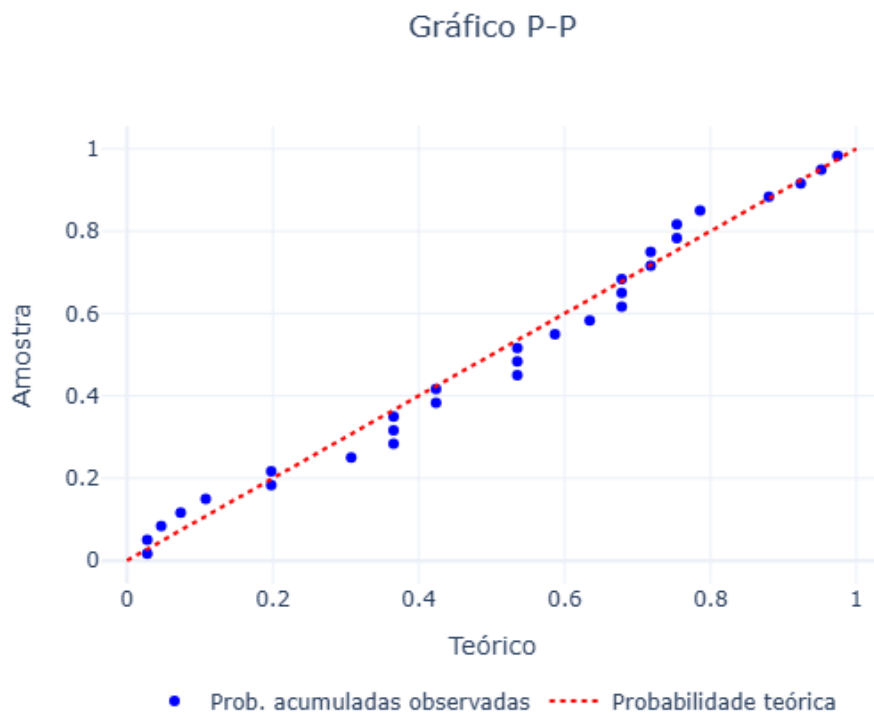


Figura A.4 - Gráfico P-P da distribuição Gumbel para o Ponto 1

Pequenos desvios são visíveis nas extremidades da distribuição, mas os pontos permanecem próximos da linha teórica, sugerindo que o modelo Gumbel se ajusta de forma robusta mesmo nas regiões menos densas da distribuição. A boa aderência dos pontos à linha diagonal confirma que a distribuição Gumbel é uma representação estatisticamente adequada para os dados analisados.

A análise combinada dos gráficos Q-Q e P-P confirma que a distribuição Gumbel é uma boa representação dos dados do Ponto 1. Apesar de pequenos desvios nas caudas, tanto o alinhamento geral dos pontos quanto a proximidade com a linha teórica indicam que a distribuição representa adequadamente as características estatísticas da amostra, validando a sua utilização para o caso em estudo.

Após a análise detalhada dos gráficos Q-Q e P-P para o Ponto 1, que evidenciaram um bom ajuste da distribuição Gumbel, embora com ligeiras discrepâncias nas extremidades, é necessário avaliar se a mesma qualidade de ajuste se verifica para o Ponto 2. Tal como no caso do Ponto 1, os gráficos Q-Q e P-P permitem uma análise visual detalhada da correspondência entre os quantis e as probabilidades acumuladas da amostra e da distribuição teórica, respetivamente.

Considerando as diferenças estatísticas previamente identificadas entre os dados do Ponto 1 e do Ponto 2, é expectável que as características das caudas e da região central da

distribuição possam apresentar algumas variações no ajuste. Assim, a análise seguinte irá concentrar-se na qualidade do ajuste da distribuição Gumbel ao Ponto 2, utilizando os mesmos métodos visuais complementares para validar a adequação do modelo.

No caso do Ponto 2, o Gráfico Q-Q (Figura A.5), que compara os quantis teóricos da distribuição Gumbel com os quantis observados da amostra, mostra que, de forma geral, os pontos alinham-se bem com a linha diagonal, especialmente na região central da distribuição. Este alinhamento indica que a distribuição Gumbel se ajusta adequadamente aos valores médios da amostra, capturando a estrutura central dos dados.

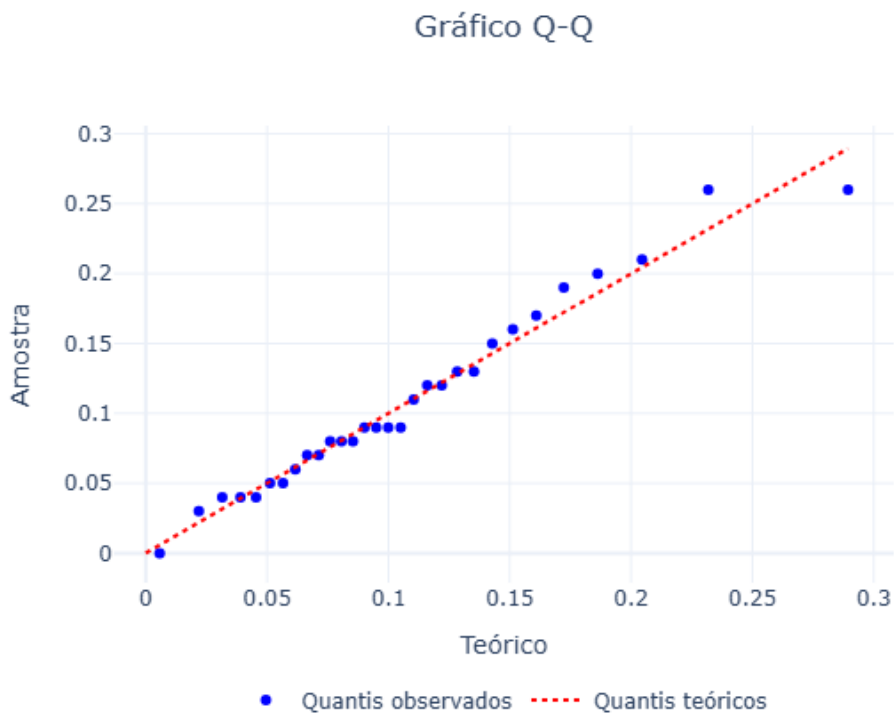


Figura A.5 - Gráfico Q-Q da distribuição Gumbel para o Ponto 2

No entanto, os desvios tornam-se mais evidentes nas caudas da distribuição, particularmente na cauda superior (valores mais altos no eixo horizontal), onde os pontos se afastam da linha diagonal. Este comportamento sugere que, embora a distribuição Gumbel seja adequada na região central, pode subestimar ligeiramente a dispersão dos valores mais extremos no Ponto 2.

Apesar destas discrepâncias, a maioria dos pontos encontra-se próxima da linha teórica, o que reforça a adequação global do modelo Gumbel para representar os dados desta amostra.

O Gráfico P-P (Figura A.6), que compara as probabilidades acumuladas observadas com as probabilidades esperadas pela distribuição Gumbel, complementa esta análise. De forma

geral, os pontos seguem a linha diagonal, indicando uma boa correspondência global entre os dados observados e as previsões do modelo ajustado.

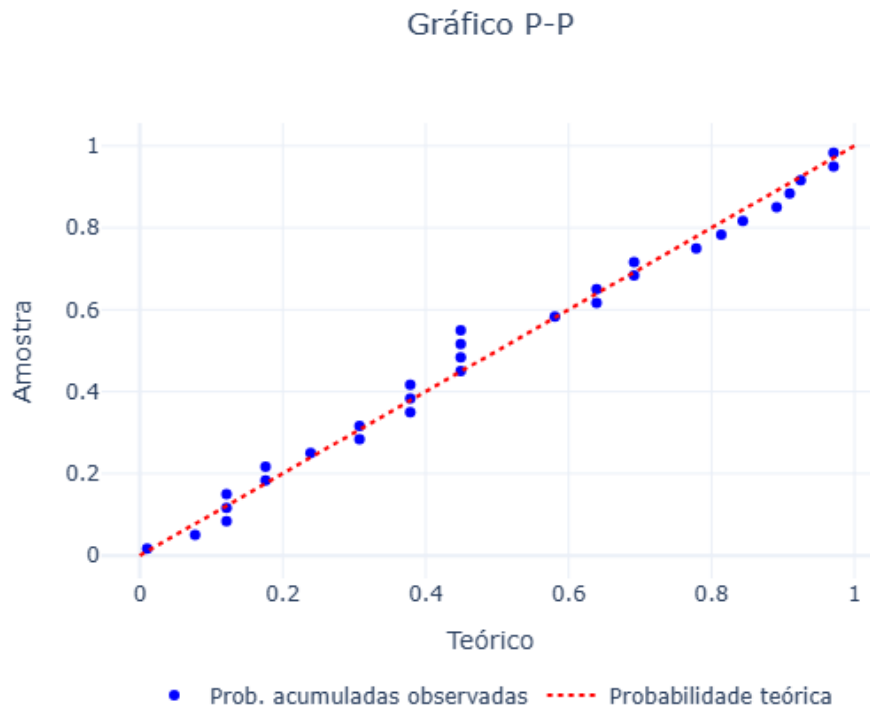


Figura A.6 - Gráfico P-P da distribuição Gumbel para o Ponto 2

No entanto, nas extremidades do gráfico, particularmente na cauda superior, observam-se pequenos desvios em relação à linha diagonal, refletindo as mesmas limitações identificadas no gráfico Q-Q. Estes desvios sugerem que, embora a distribuição Gumbel capture bem a estrutura global dos dados, pode subestimar ligeiramente a dispersão dos valores mais extremos.

Apesar disso, os pontos permanecem bem alinhados na maior parte do gráfico, demonstrando que a discrepância é pequena e não compromete significativamente a qualidade do ajuste. Assim, a distribuição Gumbel mantém-se como uma representação estatisticamente adequada para os dados do Ponto 2.

De forma geral, os gráficos Q-Q e P-P indicam que a distribuição Gumbel é uma boa escolha para modelar os dados do Ponto 2, especialmente na região central da distribuição. No entanto, as pequenas discrepâncias observadas nas caudas sugerem que, para valores mais extremos, a distribuição Gumbel pode subestimar ligeiramente a dispersão dos dados reais. Ainda assim, o ajuste global é robusto o suficiente para validar a sua utilização no estudo, garantindo consistência ao aplicar o mesmo modelo estatístico para ambos os pontos.

Após a análise dos gráficos Q-Q e P-P, que validaram visualmente a qualidade do ajuste da distribuição Gumbel às amostras, através da correspondência entre os quantis e as probabilidades cumulativas observadas e teóricas, torna-se essencial complementar esta avaliação com uma inspeção detalhada da forma das distribuições.

Para tal, os histogramas das amostras, sobrepostos com a função densidade de probabilidade (PDF) ajustada da distribuição Gumbel, oferecem uma visão mais direta sobre como a distribuição teórica representa a estrutura dos dados observados.

Enquanto os gráficos Q-Q e P-P fornecem uma avaliação estatística da relação entre os dados observados e a distribuição teórica, os histogramas com a curva da PDF permitem observar visualmente a compatibilidade da distribuição teórica com as frequências dos valores na amostra. Estes gráficos ajudam a verificar se a distribuição ajustada reflete não apenas os padrões gerais de centralidade e dispersão, mas também a forma detalhada, incluindo a concentração dos dados nas regiões centrais e a extensão das caudas.

Assim, a análise dos histogramas e das PDFs ajustadas complementa a avaliação realizada pelos gráficos Q-Q e P-P, reforçando a robustez do modelo ajustado para descrever as amostras em estudo.

Os próximos gráficos, comparam os histogramas das amostras observadas para os Pontos 1 e 2 com a função densidade de probabilidade (PDF) da distribuição Gumbel ajustada, representada pela linha vermelha. Estes gráficos permitem avaliar visualmente a qualidade do ajuste da distribuição Gumbel aos dados observados, complementando a análise estatística e as estimativas dos parâmetros previamente apresentadas.

Para o Ponto 1 (Figura A.7), o histograma mostra que a maioria dos dados está concentrada na região próxima de 0,05, que coincide com a localização estimada da distribuição Gumbel. A curva da PDF ajustada acompanha bem a forma geral do histograma, refletindo uma boa correspondência entre os valores observados e os previstos pelo modelo ajustado.

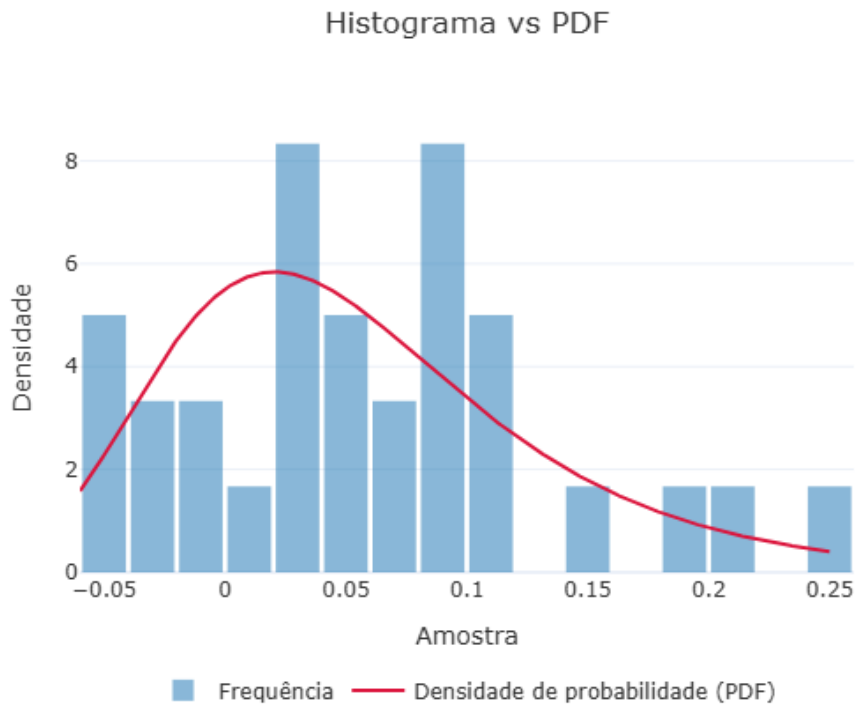


Figura A.7 - Histograma da amostra vs. PDF teórica do Ponto 1

Na região central da distribuição, o ajuste é particularmente forte, indicando que a distribuição Gumbel consegue modelar bem os dados nesta faixa. Contudo, nas extremidades (caudas), nota-se que a curva da PDF subestima ligeiramente a densidade observada, especialmente na cauda direita, onde existem valores observados ligeiramente superiores aos previstos.

Apesar destes pequenos desvios nas caudas, a qualidade geral do ajuste mantém-se elevada, confirmando que a distribuição Gumbel é uma boa representação dos dados do Ponto 1.

No caso do Ponto 2 (Figura A.8), o histograma evidencia uma maior concentração de valores próximos de 0,10, o que está alinhado com o parâmetro de localização estimado para esta amostra. A curva da PDF da distribuição Gumbel ajustada acompanha bem a forma geral do histograma, indicando que o modelo representa adequadamente os dados na região central.

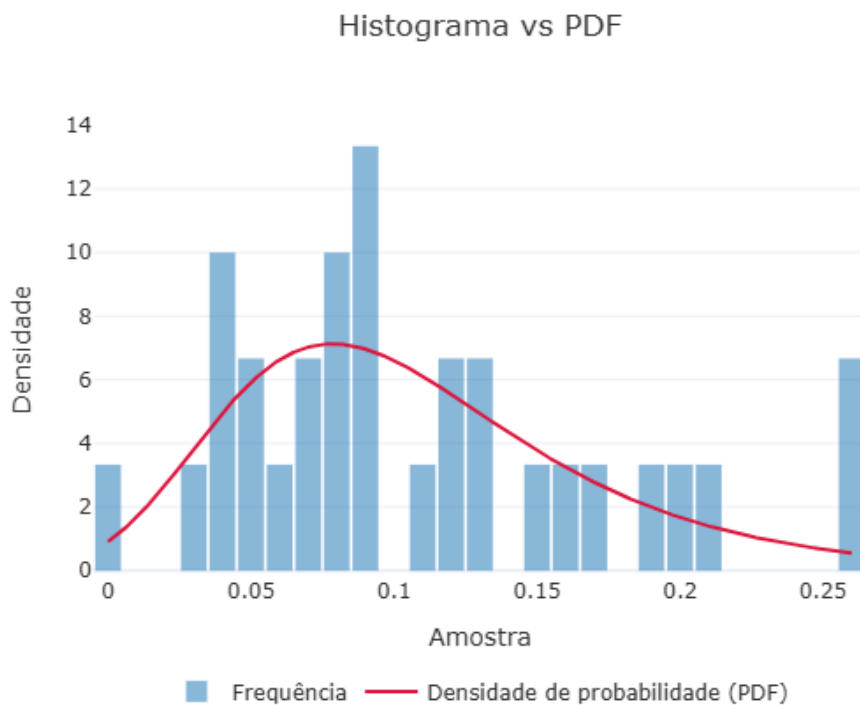


Figura A.8 - Histograma da amostra vs. PDF teórica do Ponto 2

Tal como observado no Ponto 1, há pequenos desvios nas extremidades, particularmente na cauda direita, onde os valores observados excedem ligeiramente os previstos pela PDF teórica. Este comportamento sugere que, embora a distribuição Gumbel modele bem a estrutura central dos dados, pode subestimar ligeiramente a frequência de valores extremos.

Apesar dessas pequenas discrepâncias nas caudas, a curva ajustada capta de forma geral a dispersão e a densidade dos dados, reforçando que a distribuição Gumbel continua a ser uma representação estatisticamente adequada para o Ponto 2.

Em ambos os casos, os gráficos confirmam que a distribuição Gumbel é capaz de modelar com precisão os padrões observados nos dados, especialmente nas regiões centrais das distribuições. As pequenas discrepâncias observadas nas caudas refletem limitações comuns em ajustes de distribuições teóricas a dados reais, mas não comprometem a validade do modelo ajustado.

Assim, os gráficos reforçam que a distribuição Gumbel ajustada, com os parâmetros estimados, é uma representação estatisticamente adequada das amostras Ponto 1 e Ponto 2.

D.2. Simulação de Monte Carlo

A distribuição Gumbel foi previamente identificada como a mais adequada para representar as amostras, devido à sua capacidade de capturar as características centrais e a dispersão dos dados observados. Nesta aplicação, a distribuição Gumbel é utilizada como base probabilística para a simulação de Monte Carlo, sendo parametrizada com os valores ajustados do parâmetro de localização (μ) e do parâmetro de escala (β). O parâmetro de localização representa a posição central da distribuição, correspondendo ao valor médio das ocorrências, enquanto o parâmetro de escala mede a dispersão em torno da localização central, refletindo a variabilidade observada nas falhas (não conformidades). Estes parâmetros são estimados a partir dos dados históricos e ajustados estatisticamente, garantindo que a distribuição reflète fielmente o comportamento dos instrumentos no caso de estudo.

Com base nos parâmetros μ e β da distribuição Gumbel, a simulação de Monte Carlo gera valores aleatórios que representam as possíveis ocorrências de falhas. O número de simulações é definido com base na necessidade de robustez estatística, sendo geralmente da ordem de milhares ou milhões de iterações para garantir uma boa cobertura das possíveis variações nos dados observados.

A cada iteração da simulação, um valor aleatório é gerado a partir da distribuição Gumbel, representando uma possível ocorrência de falha no instrumento analisado. Estes eventos simulados estão associados a desvios de medição.

A probabilidade de ocorrência de falhas é então estimada pela frequência com que os valores simulados ultrapassam determinados limites críticos, como Erros Máximo Admissível (EMA). Este processo permite avaliar o comportamento do instrumento sob diferentes cenários, incorporando a variabilidade inerente aos dados e fornecendo uma base estatisticamente robusta para a tomada de decisão na redefinição das periodicidades de calibração.

D.3. Critérios de Avaliação

Os critérios de avaliação de risco consideram fatores como a importância dos instrumentos no processo produtivo, a probabilidade de ocorrência de falhas metrológicas e as consequências associadas a essas falhas. Instrumentos que desempenham funções críticas, como o controlo de variáveis de segurança ou de parâmetros-chave de qualidade, requerem calibrações mais frequentes, enquanto instrumentos de menor impacto podem operar com intervalos mais alargados. Este equilíbrio é alcançado através da análise de dados históricos de calibração, que fornecem informações sobre a estabilidade e o desempenho dos

instrumentos ao longo do tempo, permitindo prever a probabilidade de falhas e ajustar as periodicidades com base em evidências objetivas.

Na avaliação do risco associada à definição de periodicidades de calibração, é essencial identificar e ponderar os critérios que influenciam o impacto de uma falha nos instrumentos de medição. Estes critérios refletem diferentes dimensões do impacto, permitindo uma análise abrangente e integrada do risco. No presente caso de estudo, foram considerados quatro critérios principais, que são caracterizados de seguida.

Segurança (S): Avalia o impacto dos erros de medição na proteção da saúde humana e do meio ambiente, garantindo que uma falha ou desvio de leitura não acarreta riscos de acidente, contaminação ou danos irreparáveis. Foca-se, portanto, em todos os aspetos relacionados com a salvaguarda de pessoas e da natureza, mesmo que os efeitos na produtividade ou na qualidade do produto sejam mínimos. Na Tabela A.12 é avaliado numa escala de 1 (impacto nulo) a 10 (impacto máximo).

Tabela A.12 - Escala do critério de segurança

S	Segurança
1	Nenhum risco à segurança humana ou ao meio ambiente.
2	Risco desprezível, sem necessidade de intervenção.
3	Pequenos danos temporários; impacto irrelevante.
4	Risco baixo: danos leves, reparação simples.
5	Risco moderado: lesões ligeiras, impacto ambiental reparável.
6	Danos significativos: lesões moderadas e recuperáveis.
7	Risco elevado: necessidade de tratamento médico e/ou sanções leves.
8	Lesões graves; impacto ambiental prolongado.
9	Riscos de fatalidade e/ou danos ambientais severos.
10	Catástrofe: múltiplas fatalidades e danos irreparáveis.

Importância no Processo (P): Mede a relevância do sensor para a estabilidade e continuidade da produção ou do controlo operacional. Este critério avalia se uma falha de medição pode provocar paragens, perdas de eficiência ou desvios críticos no processo, independentemente de afetar diretamente a segurança ou a qualidade do produto final. Na Tabela A.13 é avaliado numa escala de 1 (impacto nulo) a 10 (impacto máximo).

Tabela A.13 - Escala do critério de importância para o processo

P	Importância para o Processo
1	Nenhum impacto; sensor não crítico.
2	Impacto mínimo; operação sem prejuízo significativo.
3	Pequeno impacto; ajustes pontuais.
4	Impacto leve; necessidade de retrabalho moderado.
5	Redução de 5 - 10% na eficiência do processo.
6	Paragens ocasionais; perdas moderadas.
7	Redução significativa (~20%) na produtividade.
8	Paragens frequentes com perdas relevantes.
9	Afeta processo crítico; perda superior a 50%.
10	Paragem total do processo; perda de 100% do desempenho.

Custos (C): Considera os custos diretos e indiretos associados às atividades de calibração, manutenção e eventuais reparações, bem como os encargos decorrentes de interrupções do processo ou retrabalho. Embora erros de medição possam implicar consequências noutros critérios, este foca-se exclusivamente na dimensão económica, isolando o impacto financeiro que uma falha ou desvio pode gerar. Na Tabela A.14 é avaliado numa escala de 1 (impacto nulo) a 10 (impacto máximo).

Tabela A.14 - Escala do critério de custos de calibração e manutenção

C	Custos de Calibração e Manutenção
1	Custo insignificante; sem impacto orçamental.
2	Custo mínimo, facilmente absorvido.
3	Custo baixo; inferior a 1% do orçamento de manutenção.
4	Custo moderado; entre 1 - 3% do orçamento anual.
5	Custo considerável; entre 5 - 10% do orçamento.
6	Custo relevante; requer alocação adicional de recursos.
7	Custo elevado; impacto financeiro moderado.
8	Custo crítico; superior a 20% do orçamento de manutenção.
9	Custo extremamente elevado; economicamente insustentável.
10	Recalibração inviável do ponto de vista económico.

Impacto na Qualidade (Q): Examina como os erros do sensor podem comprometer a conformidade do produto final com as especificações, normas ou requisitos do cliente, podendo conduzir a rejeições, retrabalhos ou desajustes na performance do produto. Diferencia-se do critério de Importância no Processo (P) por incidir especificamente nas características qualitativas do resultado, não abordando diretamente a estabilidade operacional ou os custos envolvidos. Na Tabela A.15 é avaliado numa escala de 1 (impacto nulo) a 10 (impacto máximo).

Tabela A.15 - Escala do critério de impacto na qualidade

Q	Impacto na Qualidade
1	Nenhum impacto; produto totalmente conforme.
2	Impacto desprezível; pequenas variações sem relevância.
3	Variações ajustáveis sem perdas.
4	Necessidade de inspeção adicional.
5	Rejeição de produtos em pequena escala.
6	Perda de lotes moderados.
7	Rejeição significativa; afeta entregas.
8	Perda de lotes grandes; impacto severo.
9	Produto fora de conformidade; elevado risco de não aceitação.
10	Produto inviável; perda total da qualidade e conformidade.

D.4. Estrutura Multicritério via AHP (*Analytic Hierarchy Process*)

A utilização do método AHP é fundamental para estruturar os critérios na decisão na definição de periodicidades de calibração com base na avaliação de risco. Este método permite a determinação de pesos que refletem a sua importância relativa ao contexto específico do caso de estudo. A aplicação do AHP assegura uma abordagem sistemática e fundamentada para a ponderação dos critérios, integrando tanto fatores qualitativos quanto quantitativos na tomada de decisão.

A determinação dos pesos (α) para os critérios identificados é realizada através da matriz de comparações par-a-par, uma etapa central do AHP. Nesta fase, o utilizador avalia a importância relativa de cada critério em relação ao objetivo principal, atribuindo valores com base numa escala numérica (geralmente de 1 a 9, onde 1 indica igual importância e 9 indica extrema importância de um critério sobre outro).

- **Construção da matriz de comparações:** Cada critério é comparado com todos os outros, formando uma matriz quadrada onde os valores refletem as preferências dos decisores;
- **Cálculo dos pesos normalizados:** Os valores das comparações são normalizados, e os pesos de cada critério são determinados com base nos valores médios das linhas da matriz;
- **Validação da consistência:** É calculado o Rácio de Consistência (CR) para garantir que as comparações são consistentes. Um valor de CR inferior a 0,1 indica uma consistência aceitável. Caso contrário, as comparações devem ser revistas.

Por fim, os pesos relativos de cada critério considerados na avaliação do risco foram determinados através da aplicação do método AHP, com base em avaliações hipotéticas, orientadas para o contexto específico da gestão de periodicidades de calibração. Este processo envolveu a construção de uma matriz de comparações par-a-par, na qual diferentes grupos de impacto foram avaliados em termos da sua importância relativa, tendo em conta as características do processo, as prioridades operacionais e os objetivos de fiabilidade e otimização de recursos.

As comparações foram efetuadas de acordo com a lógica hierárquica do AHP, permitindo obter um vetor de prioridades normalizado representativo da influência de cada critério no cálculo global do risco. Os cálculos detalhados, bem como a matriz de julgamentos e os valores de consistência, apresentam-se de seguida os passos do método:

Passo 1: Matriz comparação par a par

A matriz (Tabela A.16) foi construída com base em julgamentos qualitativos sobre a importância relativa dos quatro critérios considerados: Segurança (S), Importância para o Processo (P), Custos de Calibração e Manutenção (C) e Impacto na Qualidade (Q).

Tabela A.16 - Matriz comparação par a par

Critérios	S	P	C	Q
S	1,00	2,00	4,00	3,00
P	0,50	1,00	3,00	2,00
C	0,25	0,33	1,00	0,50
Q	0,33	0,50	2,00	1,00

Passo 2: Soma dos valores das colunas da matriz (Tabela A.17)

Tabela A.17 - Soma dos valores das colunas da matriz

Critérios	S	P	C	Q
S	1,00	2,00	4,00	3,00
P	0,50	1,00	3,00	2,00
C	0,25	0,33	1,00	0,50
Q	0,33	0,50	2,00	1,00
Soma	2,08	3,83	10,00	6,50

Passo 3: Normalização das colunas (colocação dos pesos entre 0 e 1)

Os valores da matriz foram normalizados (Tabela A.18) através da divisão de cada elemento pelo total da sua coluna.

Tabela A.18 - Normalização das colunas da matriz

Critérios	S	P	C	Q
S	0,48	0,52	0,40	0,46
P	0,24	0,26	0,30	0,31
C	0,12	0,09	0,10	0,08
Q	0,16	0,13	0,20	0,15

Passo 4: Cálculo dos pesos (α)

A média dos valores normalizados de cada linha representa o peso (prioridade relativa) de cada critério (Tabela A.19):

Tabela A.19 - Peso de cada critério

Critérios	α
S	0,4658
P	0,2771
C	0,0960
Q	0,1611

Passo 5: Avaliação da consistência das comparações

Na Tabela A.20 a consistência da matriz de comparação foi verificada através do cálculo do índice de consistência (CI) e da razão de consistência (CR).

Tabela A.20 - Avaliação da consistência das comparações

Cv	λ	CI	RI	CR
4,05	4,03	0,01	0,89	0,01
4,04				
4,02				
4,02				

Como $CR < 0,10$, considera-se que a matriz apresenta consistência aceitável, de acordo com os critérios estabelecidos por Saaty.

Os resultados obtidos para o caso em estudo encontram-se sintetizados em seguida:

- **Segurança (S):** Com um peso de 46,58%, a segurança surge como o critério mais relevante na análise de risco, evidenciando a prioridade atribuída à proteção de pessoas e do ambiente. Sensores cuja falha possa colocar em causa a integridade dos operadores, a segurança do processo ou o cumprimento de normas de segurança/regulamentação têm um peso considerável na definição da periodicidade de calibração. Esta elevada ponderação justifica-se pela necessidade de mitigar riscos operacionais graves e assegurar a conformidade com requisitos de segurança;
- **Importância do Processo (P):** Este critério tem um peso de 27,71%, reflete a relevância do sensor para a estabilidade e desempenho contínuo do processo produtivo. Aqui avalia-se se uma leitura incorreta pode originar paragens, desvios críticos ou perdas de eficiência no processo, independentemente de comprometer ou não a qualidade do produto. Assim, sensores responsáveis por variáveis-chave e que influenciam diretamente a continuidade da produção tendem a exigir calibrações mais frequentes, prevenindo interrupções e garantindo o controlo efetivo dos parâmetros de operação;
- **Custos de Calibração e Manutenção (C):** Com um peso de 9,60%, comparativamente menor, este critério assinala o impacto económico associado às atividades de calibração e manutenção, incluindo paragens operacionais e eventuais necessidades de retrabalho. Apesar de relevante, o fator “Custos” fica em segundo plano quando confrontado com os riscos de segurança ou a criticidade do processo, uma vez que a decisão relativa à periodicidade de calibração se apoia sobretudo na

mitigação de falhas potencialmente graves e na fiabilidade dos equipamentos. Ainda assim, o equilíbrio entre os gastos e a robustez das medições deve ser preservado para evitar despesas excessivas sem comprometer a segurança ou a eficiência;

- **Impacto na Qualidade (Q):** Este critério apresenta um peso de 16,11%, analisa o potencial efeito das falhas de medição na conformidade do produto final face às especificações, normas ou requisitos do cliente. Sensores de pH, por exemplo, podem influenciar diretamente características críticas de um lote, pelo que leituras imprecisas podem causar rejeições, retrabalhos ou até a perda de lotes completos. Ainda que o “Impacto na Qualidade” não determine, por si só, a continuidade do processo ou envolva diretamente riscos de segurança, uma calibração deficiente compromete a fiabilidade do produto e acarreta custos adicionais. Por isso, quando o sensor é determinante para a qualidade final, a sua calibração frequente torna-se essencial para reduzir o risco de não conformidade e salvaguardar a satisfação do cliente.