INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA

A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA APRENDIZAGEM DE NÚMEROS RACIONAIS REPRESENTADOS NA FORMA DE FRAÇÃO

Bárbara Pina Heitor

Relatório de Estágio realizado no âmbito da Unidade Curricular Prática de Ensino Supervisionada II e apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção do grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo de Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo de Ensino Básico

2018

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA

A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA APRENDIZAGEM DE NÚMEROS RACIONAIS REPRESENTADOS NA FORMA DE FRAÇÃO

Bárbara Heitor

Relatório de Estágio realizado no âmbito da Unidade Curricular Prática de Ensino Supervisionada II e apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção do grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo de Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo de Ensino Básico

Orientadora: Prof. Especialista Lina Brunheira

2018

RESUMO

Este relatório desenvolve-se no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Este inclui a descrição, análise e reflexão sobre as experiências de estágio em 1.º e 2.º CEB, bem como uma investigação, desenvolvida durante a prática pedagógica em 1.º CEB.

No que respeita à investigação, o presente relatório foca-se na aprendizagem de números racionais representados na forma de fração através da exploração de materiais manipuláveis. Este estudo foi realizado numa turma mista de 3.º e 4.º anos do 1.º CEB de uma escola pública e participaram os 9 alunos do 3.º ano.

O seu objetivo é compreender o contributo dos materiais manipuláveis na aprendizagem de números racionais representados na forma de fração.

Do ponto de vista metodológico, trata-se de um trabalho de natureza qualitativa e que segue a metodologia de uma investigação-ação.

Os dados foram recolhidos em três momentos: inicialmente a partir de um teste diagnóstico individual, incidente em frações equivalentes, ordenação e comparação de frações e representação da fração em reta numérica; posteriormente a partir de 5 tarefas de carácter exploratório resolvidas em pequenos grupos, utilizando materiais manipuláveis (Cuisenaire, discos de frações e um jogo), em que se deu primazia à comunicação matemática através da discussão dos resultados; e finalmente com a repetição do teste diagnóstico inicial. A recolha de dados foi feita a partir de notas de campo, entrevistas, conversas informais e as tarefas e testes resolvidos pelos alunos.

Relativamente aos resultados da investigação obtidos, no final da implementação do estudo, verificou-se que os alunos manifestavam menos dificuldades na compreensão do sentido de fração. A manipulação dos materiais contribuiu de forma positiva para alcançar os objetivos de aprendizagem, tanto a nível de atitudes como a motivação, o interesse e espírito colaborativo, como de cognição, principalmente no desenvolvimento do sentido de número representado sob a forma de fração.

Palavras-chave: materiais manipuláveis; números racionais; fração.

ABSTRACT

This report was developed as part of the course of Supervised Teaching Practice II of the 2nd year of the MA in Teaching of 1st Cycle of Basic Education and Mathematics and Natural Sciences of 2nd Cycle of Basic Education.

It includes a description, analysis and reflection regarding the internship experiences in the 1st and 2nd Basic Education Cycle, as well as a research, developed during the pedagogical practice in the 1st Cycle.

Regarding the research, the report focuses on the study of the learning of rational numbers represented in fraction through the exploration of manipulative materials. This study was implemented in a mixed class of 3rd, and 4th grade of the 1st CBE in a public school and 9 students of the 3rd grade participated.

Its objective is to understand the contribution of manipulative materials in the learning of rational numbers represented in fraction.

The research used a qualitative approach and follows an action-research methodology.

The data was collected in three steps: initially from a diagnostic test, focusing on equivalent fractions, ordering and comparison of fractions and representation of the fraction in the numerical line; afterwards, from 5 exploratory tasks solved in small groups, using manipulative materials (Cuisenaire, disk of fractions and a game), in which mathematical communication was given priority through discussion of the results; and ultimately with the repetition of the initial diagnostic test.

Data was collected from field notes, interviews, informal conversations and students' productions from tasks and tests.

Regarding the results, at the end of the study the students presented fewer difficulties that in the beginning. The use of manipulative materials undoubtedly contributed to achieving the learning objectives, both concerning attitudes, such as motivation, interest and collaborative spirit, as well as cognition, especially in the developing of number sense represented in the form of a fraction.

Keywords: manipulative materials; rational numbers; fraction.

Dedico este trabalho ao meu querido avô, António,
que infelizmente não teve a oportunidade de me ver
terminar este mestrado.
É com muito amor e carinho que lho ofereço.

AGRADECIMENTOS

À Professora Lina Brunheira, minha orientadora de tese, agradeço todo o apoio, a partilha do saber e gosto matemático e as valiosas contribuições para o trabalho. Acima de tudo, obrigada por estimular o meu interesse matemático ao longo destes cinco anos.

A todos os professores que me acompanharam ao longo deste percurso, um enorme obrigada por contribuírem para a minha formação enquanto futura docente.

À Inês Carvalho, a minha irmã de coração e companheira ao longo dos três anos de licenciatura. Obrigada pelo apoio incondicional.

À Inês Oliveira, a minha amiga de todas as horas e companheira ao longo dos dois anos de mestrado. Obrigada pelas conversas, pela motivação e pelo apoio.

A todos os professores e professoras que me abriram as portas das salas de aula para que eu pudesse experimentar o dom de ensinar.

A todos os alunos com quem tive a oportunidades de trabalhar: nos contextos de estágio, no trabalho ou nas explicações, um muito obrigada por me ajudarem a continuar a ter o gosto pelo ensino.

A todos os meus amigos e amigas, dentro e fora da ESELx, agradeço o apoio, força e coragem ao longo da minha vida.

Agradeço a força e a coragem que a minha família me deu para a conclusão desta etapa.

A Deus, por nunca tirar a sua mão de cima da minha cabeça, por ser o meu apoio e pilar nesta fase difícil.

Ao amor da minha vida, Eduardo, que me acompanhou desde o primeiro semestre até ao último. Agradeço a paciência, a dedicação, os desabafos e acima de tudo o facto de ter acreditado em mim quando eu já não acreditava. Obrigada por tudo, do fundo do coração.

ÍNDICE GERAL

INTRODUÇÃO 1
PRIMEIRA PARTE- PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO 1.º E 2.º CEB 3
1. Prática pedagógica desenvolvida no 1.º ceb 3
1.1. Caracterização do contexto socioeducativo 3
1.1.1 A instituição 3
1.1.2 Prática da professora cooperante 4
1.1.3 A turma 5
1.2. Objetivos gerais de intervenção, estratégias e atividades 6
1.3. Avaliação 8
2. Prática pedagógica desenvolvida no contexto do 2.º CEB 12
2.1. Caracterização do contexto socioeducativo 12
2.1.1 A instituição 12
2.1.2 Prática dos professores cooperantes 12
2.1.3 A turma – 5.º F 13
2.2. Objetivos gerais de intervenção, estratégias e atividades 15
2.3. Avaliação 17
3. Análise crítica da prática ocorrida em ambos os ciclos 19
SEGUNDA PARTE- ESTUDO IMPLEMENTADO NO 1.º CEB 23
1. Apresentação do estudo 23
2. Fundamentação teórica 25
2.1. Números racionais 25
2.1.1. Definição de número racional 25
2.1.2 Diferentes representações de um número racional 25
2.1.3 Diferentes significados da fração 27
2.1.4 Dificuldades sentidas na compreensão de número racional 29

2.2. Compreensão de número racional a partir da utilização de materiais manipuláveis no contexto de um ensino exploratório 30

3. Metodologia 35

3.1. Natureza do estudo 35

3.2. Métodos e técnicas de recolha e tratamento de dados 37

3.3. Caracterização dos participantes 39

3.4. Organização das tarefas do estudo 39

3.5. Princípios éticos no processo de investigação 40

4. Resultados 41

4.1. Comparar frações 41

4.2. Ordenar frações 44

4.3. Identificar a parte da unidade 46

4.4. Identificar frações equivalentes 48

4.5. Fração como medida 49

4.6. Reconstrução da unidade 52

4.7. Comparação do teste diagnóstico e do pós-teste 53

5. Conclusões 55

TERCEIRA PARTE 59

1. REFLEXÃO FINAL 59

REFERÊNCIAS 62

ANEXOS 68

Anexo A – Horário da Turma 69

Anexo B – Atividades experimentais 70

Anexo C – Jogos construídos pelos alunos 71

Anexo D – Exemplo de ficheiro de Matemática 72

Anexo E – Conquistador da Tabuada 73

Anexo F – Exemplo de cálculo mental 74

Anexo G – Diário de Turma 75

Anexo H – Grelha de observação: competências sociais............................... 76

Anexo I – Gráfico da Avaliação das competências sociais 82

Anexo J – Grelha de observação: Compreensão Leitora 83

Anexo K – Gráfico da Avaliação da Compreensão Leitora............................ 89

Anexo L – Grelha de Avaliação das estratégias de Cálculo Mental 90

Anexo M – Gráfico da Avaliação das Estratégias de Cálculo Mental............ 96

Anexo N – Gráfico do avaliação do objetivo geral 2..................................... 97

Anexo O – Guião da entrevista 98

Anexo P – Material Cuisenaire 99

Anexo Q – Material Disco de Frações 100

Anexo R – Material Jogo 101

Anexo S – Autorização dos Encarregados de Educação.............................. 102

Anexo T – Tarefa – Disco de frações 103

Anexo U – Tarefa – Disco de Frações – Frações Equivalentes 106

Anexo V – Registo fotográfico dos alunos a manusearem o material 109

Anexo W – Tarefa – Cuisenaire... 109

Anexo X – Cuisenaire II 112

Anexo Y – Estratégias utilizadas 114

Anexo Z – Pontos atribuídos a cada questão dos testes 115

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Pergunta sobre comparação de frações unitárias 42
Figura 2. Pergunta sobre comparação de frações 42
Figura 3. Pergunta sobre comparação de frações (2)... 44
Figura 4. Pergunta sobre ordenação de frações 45
Figura 5. Resposta de um aluno ao problema 3 a)... 46
Figura 6. Resposta de um aluno ao problema 3 b) 46
Figura 7. Resposta de um aluno ao problema 3 c)... 47
Figura 8. Resposta de um aluno ao problema 3 d) 47
Figura 9. Resposta dos alunos às questões sobre equivalência de frações 49
Figura 10. Resposta de um aluno utilizando as barras Cuisenaire 50
Figura 11. Estratégia utilizada por uma aluna 51
Figura 12. Resposta de uma aluna na construção da unidade 52
Figura 13. Resposta de um aluno na construção da unidade 52
Figura 14. Média dos pontos obtidos em cada questão 54

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Potencialidades e fragilidades da turma 6
Tabela 2. Estratégias globais para cada área disciplinar 7
Tabela 3. Potencialidades e fragilidades do 5.º F 14
Tabela 4 .... Estratégias globais de integração curricular, face aos objetivos gerais de intervenção.. 16
Tabela 5. Relação entre as etapas percorridas e os procedimentos utilizados................ 39
Tabela 6. Organização das tarefas relativas ao estudo 40

LISTA DE ABREVIATURAS

AEBF	Agrupamento de Escolas Braamcamp Freire
ASE	Ação Social Escolar
CEB	Ciclo de Ensino Básico
CEI	Currículo Específico Individual
DT	Diretor de Turma
EE	Encarregado de Educação
ES	Ensino Secundário
JI	Jardim de Infância
MEM	Movimento da Escola Moderna
NEE	Necessidades Educativas Especiais
OC	Orientadora Cooperante
PE	Projeto Educativo
PES	Prática de Ensino Supervisionada
PF	Professora Estagiária
PI	Plano de Intervenção
PLOP	Países de Língua Oficial Portuguesa
TPC	Trabalho para Casa
UAAM	Unidade de Apoio a Alunos com Multideficiências
UC	Unidade Curricular

INTRODUÇÃO

Este relatório surge no âmbito da Unidade Curricular (UC) de PES II, inserida no plano de estudos do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação de Lisboa. Tem como objetivo apresentar uma descrição reflexiva sobre o trabalho desenvolvido ao longo dos estágios de 1.º e 2.º ciclos e a apresentação de um estudo no decorrer da intervenção no 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB).

No que diz respeito à estrutura, o relatório inicia-se com a presente introdução. Posteriormente encontra-se dividido em três partes: a primeira destina-se à descrição dos estágios realizados em ambos os ciclos, a segunda é dedicada ao estudo implementado no 1.º CEB e uma terceira parte em que consta a reflexão final sobre todo o processo.

Na primeira parte do documento, procede-se inicialmente à descrição sintética da prática desenvolvida no 1.º CEB, onde foi realizado o presente estudo, e da prática desenvolvida no 2.º CEB. Em ambos os casos é feita a caracterização das finalidades educativas e princípios orientadores da ação pedagógica do contexto e das turmas. É, igualmente, identificada a problemática da intervenção, bem como os seus objetivos, estratégias e processos de avaliação e regulação. Por fim, apresenta-se uma análise crítica em ambos os ciclos, em que se procede à comparação e reflexão fundamentada dos processos ensino-aprendizagem, formas de organização e gestão de currículo, caracterização da relação pedagógica, implicação dos alunos no processo aprendizagem e nos processos de regulação e avaliação.

A segunda parte do relatório encontra-se dividida em cinco capítulos. O primeiro destina-se à apresentação do estudo, em que é definido e apresentado o objeto de estudo, os seus objetivos e as questões de investigação do mesmo. Ao longo do segundo capítulo realiza-se um enquadramento teórico sobre o tema, em que se insere uma revisão bibliográfica, incluindo a explicitação dos conceitos fundamentais associados à problemática e às formas de resolução. Segue-se a metodologia que diz respeito aos objetivos do estudo, as questões de investigação, a caracterização do contexto, dos participantes, das opções metodológicas, da descrição do design de intervenção associado ao estudo e dos princípios éticos do processo de investigação. De seguida, no quarto capítulo, apresentam-se os resultados do estudo e a sua discussão. Por fim, são descritas as conclusões do estudo em questão.

Após a apresentação das duas primeiras partes do relatório, é realizada uma reflexão final em que se procura caracterizar o contributo da PES para o desenvolvimento de competências profissionais.

Por último, surgem as referências bibliográficas que sustentam a realização deste relatório, bem como os anexos que o incorporam.

PRIMEIRA PARTE- PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO 1.º E 2.º CEB

1. PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO 1.º CEB

Neste capítulo será efetuada uma descrição e análise dos dados recolhidos, durante o período de observação, do contexto físico, social, organizacional e pedagógico no qual foi implementado um plano de intervenção.

1.1. Caracterização do contexto socioeducativo

1.1.1 A instituição

A intervenção decorre num estabelecimento de ensino localizado na freguesia da Pontinha, concelho de Odivelas e está integrada no Agrupamento de Escolas Braamcamp Freire (AEBF), com 10 estabelecimentos de ensino com valências compreendidas desde o Jardim de Infância (JI) até ao Ensino Secundário (ES).

A prática decorreu durante oito semanas e meia e dividiu-se em três momentos: i) observação e caracterização do contexto socioeducativo, realização de uma avaliação diagnóstica e construção de um Plano de Intervenção (PI); ii) intervenção educativa e consequentemente a implementação do PI; iii) avaliação do PI e de toda a intervenção.

De acordo com o Projeto Educativo (PE), esta instituição abrange 195 alunos, sendo 150 alunos do 1.º CEB e 45 crianças do JI. Este documento informa ainda que grande parte da população escolar necessita de auxílios económicos por parte da Ação Social Escolar.

A escola tem oito salas de aula do 1.º CEB e duas salas de JI, uma biblioteca escolar, salas para docentes e não docentes, um refeitório, um espaço polivalente e uma área coberta para atividades desportivas e de recreio. Existe ainda uma Unidade de Apoio a Alunos com Multideficiências (UAAM), que dispõe de dois docentes de ensino especial. No exterior existe um campo de jogos e um parque infantil (Nunes, 2014).

1.1.2 Prática da professora cooperante

A professora cooperante rege a sua ação de acordo com o modelo do Movimento da Escola Moderna (MEM), que privilegia o "desenvolvimento humano, onde, num ambiente sociocultural de mediação, os estudantes e os professores negoceiam, entre si, de forma compartilhada, a significação das situações em que se envolvem para fazer e conhecer coisas por si programadas em cooperação" (Niza, 2003, p. 3). A professora cooperante reúne semanalmente com colegas que usam a mesma metodologia para discutir, organizar e preparar atividades e tarefas. Durante a intervenção, as tarefas que observei eram de carácter exploratório e aberto, uma vez que as crianças construíam o seu saber. Também se privilegiou bastante a comunicação matemática, pois a professora considerava essencial que se desenvolvesse esta competência para comunicar ideias matemáticas tanto oralmente como por escrito.

A diferenciação pedagógica foi bastante visível em todas as aulas. Assim, em certos momentos de trabalho autónomo, a professora juntava-se aos alunos com mais dificuldades. Também os ficheiros estavam divididos por três níveis e todas as tarefas realizadas pela professora eram adaptadas aos alunos com mais dificuldade. Também a organização da sala de aula era tida em conta consoante a especificidade dos alunos. Todas as segundas-feiras, durante o conselho de turma, a professora criava parcerias e alterava-as de modo a que todos os alunos pudessem trabalhar juntos, tendo em consideração vários aspetos, tais como: a autonomia, as relações entre pares, ou as próprias condições físicas dos alunos.

O tempo semanal era flexivelmente gerido de acordo com o horário da turma (cf. Anexo A), em conformidade com a Matriz Curricular do 1.º CEB patente no Decreto-Lei n.º 176/2014, de 12 de dezembro.

Relativamente à avaliação, a docente deu prioridade à avaliação formativa contínua, em que privilegiava a observação direta e realizava uma avaliação sumativa mediante a aplicação de fichas de avaliação periódicas nas áreas de Matemática e Português. Nos momentos de Trabalho por Projetos, os alunos eram avaliados em Estudo do Meio durante as suas apresentações e realização de pequenas fichas sobre os vários temas.

1.1.3 A turma

A intervenção ocorreu numa turma mista com vinte alunos, dez do 3.º ano e dez do 4.º ano de escolaridade; treze são do sexo masculino e sete do sexo feminino, com idades compreendidas entre os oito e os onze anos.

A turma foi criada no ano letivo transato, sendo que dois alunos abandonaram a turma e cinco ingressaram na turma após o início do ano letivo. Dos vinte alunos constituintes da turma presentemente, 40% são repetentes, 60% usufruem de Ação Social Escolar (ASE) e três têm Necessidades Educativas Especiais (NEE). Quanto à nacionalidade, existem seis alunos provenientes de Países de Língua Oficial Portuguesa (PLOP), nomeadamente do Brasil, Cabo Verde e São Tomé e Príncipe e um aluno de nacionalidade holandesa. Destes todos têm Português como língua materna.

A turma apresentava diversas dificuldades, tanto no que se relaciona com a aquisição de conteúdos curriculares, como em termos de comportamento dentro da sala de aula, mas principalmente fora desta. No que diz respeito aos alunos com NEE, a turma integrava dois alunos, um com um grave défice cognitivo e o outro com dislexia. Havia também um aluno com Currículo Específico Individual (CEI), portador de Diplegia Cerebral. Os três alunos estavam abrangidos pelo Decreto-lei 3/2008 por apresentarem limitações a nível cognitivo.

Durante o período de observação, a partir da observação direta e da construção e análise de testes diagnósticos, foi possível aferir algumas potencialidades e fragilidades (eg., Tabela 1) que desencadearam a prática interventiva.

Tabela 1

Potencialidades e fragilidades da turma

Potencialidades	Fragilidades
Competências sociais • Boa relação a pares e em pequeno grupo • Gosto pela aprendizagem • Interesse nas atividades desenvolvidas • Curiosidade perante temáticas novas • Autonomia de trabalho (alguns alunos) • Partilha de experiências (alguns alunos) **Matemática** • Comunicação matemática **Português** • Produção de tipos de textos variados • Expressão oral **Estudo do Meio** • Trabalhar por projeto em pequenos grupos **Expressões Artísticas e Físico- Motoras** • Motivação e interesse nas tarefas propostas	**Competências sociais** • Comportamento/ Respeito pelas regras • Fraca capacidade de concentração • Baixo nível de aprendizagens devido à fraca aquisição de conhecimentos prévios • Ritmo de trabalho lento • Participação e partilha de experiências **Matemática** • Interpretação e resolução de problemas • Sentido do número • Cálculo mental **Português** • Processo de revisão textual individual • Compreensão/ Interpretação de textos • Ortografia **Estudo do Meio** • Sintetizar a informação pertinente

1.2. Objetivos gerais de intervenção, estratégias e atividades

Identificadas e analisadas as potencialidades e fragilidades da turma, foi possível elencar um conjunto de questões-problema: Que estratégias utilizar para desenvolver competências sociais (cooperação, resolução amigável de conflitos, respeito pela intervenção do outro, responsabilidade)? Como desenvolver a compreensão leitora? Que estratégias utilizar para melhorar o cálculo mental?

Delineadas as questões-problemas que advêm das potencialidades e fragilidades dos alunos, importou identificar a problemática inerente face ao contexto: Como potenciar as aprendizagens dos alunos investindo no desenvolvimento das competências sociais como a cooperação, a resolução amigável de conflitos, respeito pela intervenção do outro através de atividades lúdicas?

Partindo da problemática acima indicada, foram definidos os seguintes objetivos gerais: Desenvolver competências sociais; Desenvolver a compreensão leitora; Desenvolver a aquisição de destrezas de cálculo mental. De modo a atingir os objetivos curriculares, foram elaboradas algumas estratégias globais (e.g., Tabela 2).

Tabela 2

Estratégias globais para cada área disciplinar

Área	**Estratégias globais para cada área curricular**		
	1)	**2)**	**3)**
Matemática	- Trabalho cooperativo e colaborativo - Jogos	- Leitura de enunciados - Resolução de problemas	- "Concurso da tabuada" - Rotina de Cálculo mental - Rotina: "5 minutos a multiplicar"
Português	- Trabalho cooperativo e colaborativo - Jogos	- Ficheiros de leitura - Apresentação de Produções - Comunicações	- Criação e resolução de problemas, que incluam cálculo mental
Estudo do Meio	- Trabalho cooperativo e colaborativo	- Pesquisas em fontes variadas;	- Leitura e interpretação de gráficos
Exp. e Ed.o Físico-Motora	- Trabalho cooperativo e colaborativo - Jogos	- Criação de regras de jogos	- Jogos envolvendo cálculo mental
Exp. e Ed. Musical	- Trabalho cooperativo e colaborativo	-	-
Exp. e Ed. Dramática	- Trabalho cooperativo e colaborativo	-	-
Expressão e Educação	- Trabalho cooperativo e colaborativo	- Elaboração de cartazes	- Elaboração de cartazes

A partir das estratégias globais de integração curricular foi possível desenvolver várias atividades com a turma para ir ao encontro dos objetivos gerais definidos.

No sentido de desenvolver competências sociais, foram implementadas atividades de nível cooperativo e colaborativo. O Conselho de Cooperação foi melhorado, uma vez que os alunos perdiam algum tempo a avaliar e redistribuir as tarefas e raramente discutiam o diário de turma. Então, de modo a incentivar a gestão autónoma de conflitos, estipulou-se um tempo para cada momento. Intensificaram-se as atividades experimentais (cf. Anexo B), de modo a incutir trabalho colaborativo nos alunos. Em Expressão Físico-Motora, os jogos demonstraram ser cruciais para o trabalho em equipa.

No que diz respeito à compreensão leitora, em momentos de trabalho por projetos foram disponibilizadas várias fontes a serem trabalhadas, quer em livros e manuais escolares, quer em computadores. Assim, os alunos, de modo mais dinâmico, procuravam informação e descodificavam o seu significado, muitas vezes com a ajuda de uma professora. No período de intervenção foram construídos alguns jogos para vender na festa final de ano como: jogo do galo, três em linha e *beyblades* (cf. Anexo C) e, a fim de desenvolver a compreensão leitora, os alunos criaram as próprias regras dos jogos para serem incorporadas nestes. Investiu-se também em ficheiros de leitura, de resolução de problemas, bem como ficheiros de números naturais. (cf. Anexo D).

Para desenvolver a aquisição de destrezas de cálculo mental, foram implementadas várias atividades, como o "Conquistador da Tabuada" (cf. Anexo E) . A rotina de cálculo mental (cf. Anexo F) foi melhorada e, no final de cada atividade, corrigia-se em grande grupo e os alunos explicavam o seu raciocínio que, muitas vezes, era diferente.

1.3. Avaliação

A avaliação do projeto de intervenção foi realizada através da verificação dos conhecimentos e competências do currículo que foram trabalhados ao longo do período de intervenção e que constavam nos Objetivos Gerais do projeto. Para essa verificação, foram construídas grelhas com os objetivos específicos.

O primeiro objetivo geral 1) Desenvolver competências sociais, subdividiu-se em: 1.1 **Gerir autonomamente os conflitos**, 1.2 **Respeitar a sua intervenção, a dos colegas e da professora** e 1.3. **Promover o sentido de responsabilidade**. Para avaliar este objetivo geral, foram tidos em conta os registos de observação indireta, preenchidos pelos alunos na zona de pilotagem, como o Diário de Turma (cf. Anexo G) e as Atas do Conselho de Cooperação, e registos da observação direta dos vários adultos presentes na sala de aula, compilados numa grelha (cf. Anexo H) consoante os respetivos objetivos a serem avaliados. Da análise dos dados obtidos da grelha de avaliação, criou-se um gráfico (cf. Anexo I), no qual podemos afirmar que para o objetivo **Gerir autonomamente os conflitos** houve uma melhoria drástica nos alunos, sendo que a meio da intervenção apenas 20% dos alunos o faziam e 70% aquando finalizada a sexta semana. Não foi possível recolher dados viáveis durante a primeira semana de intervenção pelo facto de os alunos ainda recorrerem à professora titular para tal. Os indicadores referentes ao **respeitar a sua intervenção, dos colegas e da professora** demonstraram todos melhorias, pois foi reforçado que aos alunos que não colocassem o dedo no ar não seria permitido participar no decorrer das atividades, o que os incentivou a cumprir a regra de respeitar a sua própria intervenção. Isto influenciou o respeito pela intervenção dos colegas, como evidenciado pelo aluno RK quando declarou: "eu gosto que estejam calados quando falo, por isso também tenho de o fazer!". Este indicador atingiu os 90% de êxito aquando do final da intervenção, sendo também um fator para a diminuição de conflitos, uma vez que o respeito pelos os colegas dentro da sala de aula tende a ser transportado para o exterior da sala de aula.

No que diz respeito ao sentido de **responsabilidade**, os alunos foram avaliados tendo em conta o cumprimento das suas tarefas semanais, os seus trabalhos de casa e o seu plano de trabalho individual. A ligeira melhoria no indicador "realizou as suas tarefas" foi provocado pelo companheirismo que se destacou com a evolução de outros indicadores, uma vez que os alunos relembravam os colegas quando estes se esqueciam de realizar a sua tarefa e também durante a avaliação das tarefas no Conselho de Cooperação o aluno era avaliado como cumpridor da sua tarefa. Apesar de os dados mostrarem que houve uma descida na quantidade de alunos que realizaram o trabalho de casa da terceira semana para a sexta semana, os dados apresentados na grelha revelam que a tendência foi de melhoria, podendo ser justificada pelo facto de haver mais adultos na sala de aula e, consequentemente, mais alunos reviam e reescreviam os seus textos, resultando num lembrete para a realização dos mesmos. As altas percentagens de incumprimento do plano individual de trabalho (65% e 25%) são justificadas pelo facto de, durante o período de intervenção, quase todas as semanas serem atípicas, ou seja, a existência de mudanças na agenda semanal da turma que influência a organização do trabalho a ser realizado pelo aluno.

O segundo objetivo geral **2) Desenvolver competências de compreensão leitora,** foi subdividido em dois objetivos específicos: **2 2.1. Incentivar o gosto pela leitura** e **2.2. Identificar a estrutura, o conteúdo, a sintaxe e o vocabulário dos textos**. Para avaliar este objetivo geral, foi tido em conta para o objetivo específico 2.1. a grelha de registo da biblioteca da sala de aula e o registo da leitura do livro "Uma Aventura na Cidade". Para o objetivo específico 2.2. foram analisados os textos escritos pelos alunos durante a Apresentação de Produções, escrita, revisão e reescrita dos dois textos obrigatórios semanais e as fichas de leitura de capítulo do livro acima referido, que foram registadas numa grelha de avaliação (cf. Anexo J).

A biblioteca da sala de aula é completamente gerida pelos alunos, pelo que os responsáveis pela biblioteca devem, de manhã e ao final da tarde, perguntar aos colegas se pretendem requisitar algum livro. O facto de os alunos não desemprenharem claramente a sua função influenciou o indicador 2.1., pois na terceira semana nenhum dos alunos requisitou livros, como se pode observar no gráfico da avaliação deste objetivo (cf. anexo K). O facto de "Uma Aventura na Cidade" ser um livro de leitura obrigatória por ler também poderá ter influenciado a baixa aderência. No que diz respeito à identificação de várias componentes do texto escrito, os alunos melhoraram em todos os indicadores em especial no reconhecimento da estrutura do texto, passando de 50% para 85% da primeira para a sexta semana e do seu conteúdo, aumentando de 30% para 75% no mesmo período de tempo. Mais dificuldades demostraram na sintaxe e na aquisição e diversificação do vocabulário.

No que diz respeito ao terceiro objetivo geral **3) Desenvolver estratégias de cálculo mental,** este subdividiu-se em dois objetivos específicos: **3.1 Reforçar o algoritmo e a decomposição do número e 3.2. Adquirir a tabuada.** Para avaliar este objetivo geral foram analisadas todas as produções semanais dos alunos que envolvessem operações aritméticas, em particular a multiplicação. Estes dados foram compilados semanalmente numa grelha de avaliação (cf. Anexo L) e analisados. Apesar de se observar melhoria nos três indicadores "usa o algoritmo quando solicitado", "resolve problemas recorrendo ao algoritmo” e “utiliza a estratégia de múltiplos e divisores” estas não foram significativas (cf. Anexo M). O indicador que revelou melhorias mais relevantes foi o “usar o algoritmo quando este é diretamente solicitado”, o que demonstra que os alunos conseguem mecanizar o processo, mas que não o entendem, pois não o conseguem aplicar para resolver um problema, uma vez que não dão sentido à operação.

2. PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO CONTEXTO DO 2.º CEB

2.1. Caracterização do contexto socioeducativo

A intervenção do 2.º CEB decorreu num estabelecimento de ensino localizado no Concelho da Amadora e está integrada num agrupamento com cinco estabelecimentos com valências desde o JI até ao ES.

2.1.1 A instituição

O estabelecimento de ensino, onde decorreu a intervenção, recebe alunos do 2.º CEB e alunos do 7.º ano do 3.º CEB. A nível pedagógico, os professores reúnem frequentemente entre os docentes da escola e do agrupamento. Para os alunos que revelam maior dificuldade de aprendizagem a escola proporciona apoios de forma gratuita das diversas disciplinas.

No âmbito das disciplinas de Matemática e de Português, a escola abraçou um Projeto denominado “Medida” que consiste em dividir duas turmas em três níveis de aprendizagem de modo que, em cada grupo, se façam exercícios adequados ao seu nível de aprendizagem, recebendo assim outro tipo de apoio, mais orientado uma vez a turma fica reduzida.

Relativamente ao espaço físico, este é partilhado por professores e alunos e contempla vinte e nove salas de aula, cada uma com um quadro branco, projetor e um computador com ligação à internet. As salas de Ciências Naturais encontram-se ligadas por uma sala intermédia o – laboratório –, onde é possível ver os materiais e recursos laboratoriais disponíveis. Os alunos e professores podem usufruir de uma biblioteca escolar.

2.1.2 Prática dos professores cooperantes

A equipa dos professores cooperantes é formada por uma professora de Matemática, uma professora de Ciências Naturais e um professor de Educação Física que desempenha a função de Diretor de Turma (DT) da turma em questão. Estes professores estão em constante comunicação de modo a resolver eventuais problemas relacionados com gestão de conflitos ou outros assuntos a solucionar.

A prática pedagógica de ambas as professoras é de natureza expositiva. As atividades implementadas são de cariz individual e autónomo e são inexistentes os momentos em pequenos grupos. Ou seja, quando a professora solicita a realização de algum exercício os alunos realizam-no de maneira individual e autónoma. Em conversas informais mantidas com as professoras, estas justificam o facto de as suas aulas assumirem esta dinâmica com a dimensão da turma em questão.

As professoras das duas disciplinas têm como rotina enviar sempre trabalhos de casa e, na aula seguinte, corrigi-los por forma a rever os conteúdos trabalhados na aula anterior. Não obstante a tal dinâmica, a grande maioria dos alunos não realiza os trabalhos de casa.

Durante o período da prática pedagógica conseguiu-se aferir que, no decorrer das aulas, o manual é frequentemente utilizado quer para resolver exercícios, quer para introduzir algum conteúdo. O recurso a vídeos explicativos que sintetizam os conteúdos abordados também se revelou uma abordagem frequente e recebida positivamente, atendendo às reações que suscita. As aulas eram, na sua maioria, de exposição oral e os alunos participam para responder às atividades solicitadas. Durante o decorrer das aulas não foi realizada qualquer tipo de diferenciação pedagógica nas diversas atividades implementadas.

Na área das Ciências Naturais não há rotinas implementadas. Em Matemática os alunos resolvem o problema do mês e o cálculo mental que é feito mensalmente, no qual os alunos dispõem de doze minutos para realizar mentalmente cem operações.

Quando existem conflitos na sala de aula, ambas as professoras utilizam, num primeiro momento, o diálogo. Posteriormente, comunicam com os pais através da caderneta e, em casos mais graves, relatam a situação ao DT que, consequentemente, entra em contacto com o Encarregado de Educação (EE). Esta situação era frequente apenas em três alunos.

2.1.3 A turma – 5.º F

A turma é constituída por vinte e nove alunos, sendo treze rapazes e dezasseis raparigas, com idades compreendidas entre os dez e os treze anos. Seis alunos são repetentes. Quase metade da turma (treze) beneficia da ASE, sendo que oito alunos integram o escalão de apoio mais elevado (A), e cinco alunos do escalão B. As relações interpessoais entre os alunos e os alunos e professoras são saudáveis, quer dentro da sala quer fora desta.

Apesar da turma ter dois alunos sinalizados com NEE, não é notória a diferenciação pedagógica no decorrer das aulas. Embora um destes alunos não tenha qualquer tipo de dificuldade na aprendizagem, há outra aluna que não apreende tão facilmente os conteúdos e seria fundamental dispor de outro tipo de ajuda dentro da sala de aula. Não obstante, os testes de avaliação realizados a esta aluna são adaptados.

Através de conversas informais mantidas com ambas as professoras, é de salientar que a turma apresenta um bom aproveitamento, embora haja raros casos em que os resultados são menos satisfatórios por falta de interesse e, consequentemente, de estudo. Apesar disto, os alunos são bastante participativos e curiosos no tocante aos temas abordados.

Tal como aconteceu no 1.º CEB, através da observação direta e da construção e análise de testes diagnósticos, foi possível contruir a seguinte tabela, em que constam as potencialidades e fragilidades (e.g., Tabela 3) da turma que permitiram a definição dos objetivos gerais de intervenção, apresentados no tópico seguinte, e que foram desencadeadores da prática interventiva.

Tabela 3

Potencialidades e fragilidades do 5.º F

Potencialidades	Fragilidades
Competências sociais • Comportamento; • Boa relação a pares e com os professores; • Participação, por iniciativa própria, ativa; • Gosto pela aprendizagem; • Revelam curiosidade; **Matemática** • Interesse em jogos matemáticos; • Interesse em novos conteúdos; **Ciências Naturais** • Interesse por atividades de cariz prático (experiências); • Gosto pelos conteúdos relacionados com os animais;	**Competências sociais** • Ritmo de trabalho lento (por parte da minoria); • Desinteresse nas atividades (3 alunos); • Irresponsabilidade (trabalhos de casa, material, etc.) **Matemática** • Memorização das tabuadas • Fraco cálculo mental **Ciências Naturais** • Compreensão de enunciados; • Utilização de vocabulário científico.

2.2. Objetivos gerais de intervenção, estratégias e atividades

Encontradas as potencialidades e fragilidades da turma em questão, foi possível identificar um conjunto de questões face a este cenário:

• Que estratégias implementar para envolver os alunos nos conteúdos a lecionar?

• Que estratégias implementar para desenvolver o sentido de responsabilidade?

• Como colmatar as dificuldades das crianças ao nível do cálculo mental?

Assim, a partir das questões anteriormente apresentadas surgiu a seguinte problemática:

"**Como envolver os alunos, permitindo-lhes desenvolver e adquirir novas competências e conhecimentos?".**

De modo a desenvolver esta problemática foram propostos, posteriormente, alguns objetivos consoante as necessidades dos alunos de forma a colmatar as suas fragilidades. Assim, os seguintes objetivos permitiram desenvolver aprendizagens ao nível do currículo e, simultaneamente, ao nível das competências sociais:

• Desenvolver o interesse pelos conteúdos a lecionar e envolver os alunos nos mesmos;

• Desenvolver competências de cálculo mental;

• Desenvolver o sentido de responsabilidade.

Definidos os objetivos, delinearam-se um conjunto de estratégias que visam o sucesso dos mesmos. Com estas estratégias procurou-se colmatar as fragilidades dos alunos, atingir os objetivos gerais a que se propõe o PI, favorecendo aprendizagens significativas (e.g. Tabela 4).

Tabela 4

Estratégias globais de integração curricular, face aos objetivos gerais de intervenção

Área disciplinar	**Objetivos curriculares**	**Estratégias globais**
Matemática	- Reconhecer propriedades de triângulos e paralelogramos; - Resolver problemas;	- Utilização de material manipulável;
	- Efetuar operações com números racionais não negativos; - Resolver problemas;	- Rotina de cálculo mental; - Realização de jogos matemáticos
Ciências Naturais	- Interpretar as características dos organismos em função dos ambientes onde vivem; - Compreender a diversidade de regimes alimentares tendo em conta o habitat.	- Atividades de *role-play*; - Realização de mapas conceptuais; - Atividades práticas, de campo e visitas de estudo; - Visionamento de vídeos; - Criação de um livro: O B.I. dos animais

No sentido de desenvolver o interesse pelos conteúdos a lecionar e envolver os alunos nos mesmos, nas aulas de Ciências Naturais, proporcionou-se momentos de debates sobre temas atuais envolvendo os conteúdos a serem abordados, como por exemplo os efeitos da poluição do ar e da água e sobre os animais em vias de extinção. Para além disso, foi criada uma rotina diária para envolver os alunos na pesquisa de informação, em que, todos os dias, um aluno teria de apresentar uma curiosidade sobre animais (tema a ser abordado nas aulas de Ciências Naturais) e foram visualizados pequenos vídeos explicativos sobre os conteúdos a abordar.

De modo a desenvolver competências de cálculo mental deu-se continuidade à rotina mensal. Uma vez que se torna impossível a aquisição de destrezas de cálculo mental realizando apenas uma atividade mensalmente, foi privilegiado a partilha de estratégias de cálculo mental, o que não acontecia anteriormente. A implementação dos cinco minutos diários foi uma atividade que não foi realizada, justificada pela professora cooperante pelo pouco tempo para fazer cumprir o programa.

Para desenvolver o sentido de responsabilidade nos alunos, deu-se continuidade à verificação dos trabalhos propostos e realizaram-se atividades práticas de laboratório.

Devido ao curto período de intervenção não foi possível implementar trabalhos por projetos na disciplina de Ciências Naturais.

2.3. Avaliação

Durante este processo interventivo, foi importante avaliar o desempenho dos alunos.

A partir da avaliação realizada é possível ao docente recolher dados que permitam gerir as dificuldades dos alunos. Assim, como defendem Leite e Fernandes (2002), a avaliação deve ser um processo contínuo e sistemático que tem como finalidade contribuir para que os alunos atinjam os objetivos estabelecidos para a aprendizagem. Para isso, a avaliação contou com três momentos: a avaliação diagnóstica, formativa e a sumativa. O primeiro momento de avaliação incidiu no conhecimento das aprendizagens prévias dos alunos, pelo que, em ambas as disciplinas realizou-se uma ficha diagnóstica. A avaliação formativa incidiu na participação dos alunos nas aulas, nas fichas de trabalho realizadas e nos trabalhos de casa. Por fim, a avaliação sumativa centrou-se na realização de fichas de avaliação.

De modo a aferir se os objetivos foram atingidos consoante as atividades propostas, procedeu-se à observação direta, registo de notas de campo e à elaboração e consequentemente preenchimento de algumas grelhas de avaliação construídas de acordo com os objetivos gerais.

Relativamente ao objetivo geral 1 **“Desenvolver o interesse pelos conteúdos a lecionar e envolver os alunos nos mesmos”,** este subdividiu-se em três objetivos específicos: **“Participa na discussão de assuntos abordados”, “Coloca questões pertinentes”** e **“Apresenta oralmente os conteúdos”**. Foi visível uma grande evolução dos alunos nos três indicadores desde a primeira semana de observação até ao final da intervenção (cf. Anexo N). Esta pode ser justificada pelo espaço na aula destinado à turma para discutir vários assuntos, colocar as suas dúvidas e para comentar algum aspeto pertinente, algo que raramente acontecia com a Orientadora Cooperante (OC). Na primeira semana de observação constatou-se que apenas 6 alunos **participavam nas discussões de assuntos abordados** e, aquando o término da intervenção, mais de metade da turma (21 alunos) já participavam. O número de alunos que raramente participava teve um decréscimo de 10 alunos para apenas 3. Quanto à **colocação de questões pertinentes**, houve um aumento do número de alunos que o faziam (de 5 para 11 alunos.), mas, no entanto, 7 alunos continuaram sem o fazer. Quanto à **apresentação oral dos conteúdos**, os alunos mostraram-se cada vez mais à vontade ao longo de toda a intervenção, ainda que fossem bastante incentivados para se exprimirem. Um aspeto positivo deste indicador foi o facto de todos os dias, em ambas as disciplinas, perguntar aleatoriamente a um aluno que conteúdo fora abordado na aula anterior. Como era aleatório, os alunos viram-se na necessidade de estudar antes da aula para poder responder acertadamente.

No que respeita aos momentos de **cálculo mental**, foi notória uma evolução. Em janeiro, antes do período de intervenção, a média dos resultados da turma do cálculo mental rondava os 58%. Em fevereiro, a média subiu para 62,6% e no mês de março a média rondou os 69% (dados recolhidos pela OC). Como o cálculo mental era feito ao nível de todo o 2.º CEB, era a OC, juntamente com os outros professores, que realizava a tira. Posteriormente, quando a professora entregava a tira, eu discutia com os alunos várias estratégias de cálculo mental. A evolução verificada pode ser justificada pelo facto de os alunos discutirem estratégias de cálculo após a resolução do cálculo mental, mas acima de tudo, na resolução de problemas. Considera-se que este objetivo foi cumprido, mas não na sua totalidade, uma vez que não se conseguiu trabalhar o cálculo mental como era pretendido pela questão do cumprimento do programa.

No que diz respeito ao objetivo geral 3: "**desenvolver o sentido de responsabilidade"** este foi avaliado através de notas de campo e de pequenos apontamentos, registando o número de vezes que realizavam os Trabalhos para casa (TPC) e traziam informações solicitadas. No que diz respeito aos TPC em ambas disciplinas (realização de fichas/exercícios do manual), cerca de metade da turma não realizava. No entanto, quando os alunos eram solicitados para trazer algum tipo de informação/curiosidade sobre algum animal (conteúdo abordado nas aulas de Ciências Naturais), quase todos se mostravam bastante empenhados. Apenas seis alunos não o fizeram.

3. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS OS CICLOS

Surge então o momento de refletir e analisar sob um olhar crítico as práticas pedagógicas desenvolvidas em 1.º e 2.º CEB, após terem sido descritos os processos de planeamento, intervenção e avaliação, pois como defende Muraro (2017), a prática reflexiva "implica compreender que a formação consiste num processo contínuo, portanto o professor está em contínua formação, e pode fazer deste processo também fonte de reflexão e aprendizado na medida em que a problematiza" (p. 58).

Ambas as práticas foram completamente diferentes no que se refere aos grupos etários, aos processos de ensino e aprendizagem, às formas de organização e gestão de currículo, à relação pedagógica, à implicação dos alunos no processo de aprendizagem, aos processos de regulação das aprendizagens e à diferenciação pedagógica.

Quer a prática desenvolvida em 1.º CEB como a prática desenvolvida em 2.º CEB foram bastante distintas de todas as práticas experienciadas anteriormente, uma vez que proporcionaram um vasto leque de aprendizagens e conquistas. Daqui, destaca-se o primeiro contacto com 2.º CEB.

No que respeita aos processos de ensino e aprendizagem, importa referir que o tipo de ensino, de ambas as práticas, era bastante heterogéneo, pois o ensino em 2.º CEB era mais expositivo pelo que não havia um trabalho mais centrado entre o professor-aluno, como acontece no 1º. CEB. Também o tempo de duração das aulas era mais reduzido no 2.º CEB, o que provocou um menor período para dedicar a determinado conteúdo, ao invés do 1.º CEB em que dispunham de mais tempo para sistematizar as aprendizagens. Em ambos os ciclos favoreceu-se o trabalho exploratório (no 2.ºCEB aquando a intervenção da professora estagiária), ainda que fosse mais visível no 1.º CEB pelos motivos acima referidos. Exemplificando, na área de Estudo do Meio, os conteúdos eram abordados através de Trabalho por Projetos, em que estes procuravam desenvolver as aprendizagens curriculares. Como afirma Guedes (2011), este tipo de trabalho assenta em três fases: 1) Questionamento acerca do tema; 2) Execução do trabalho, recorrendo à pesquisa e registo de informações; e 3) Divulgação do que se fez e aprendeu. Em ambos os ciclos tornou-se imperativo a diversificação e inovação de estratégias (nomeadamente no 2.º CEB) de modo a motivar os alunos e aperfeiçoar e regular o processo de ensino e aprendizagem de cada aluno.

Relativamente às formas de organização e gestão de currículo, estas também são bastante distintas em relação aos dois ciclos. Enquanto que no 1.º CEB o espaço é sempre o mesmo o que facilita a aprendizagem dos alunos na criação de um ambiente favorável para estes, no 2.º CEB tal já não acontece, pois mudam de sala frequentemente. Também a disposição da sala é diferente: enquanto que no 1.º CEB estavam dispostos em cinco grupos de quatro elementos, no 2.º CEB estavam organizados em pares. De acordo com Arends (1995), a colocação das carteiras afeta os padrões de comunicação e o comportamento dos alunos na sala de aula e seria mais benéfico ter essa disposição como refere Fernandes (1997), em que os alunos trabalhavam em conjunto num mesmo problema, ao invés de separadamente em componentes da tarefa, criando-se um ambiente rico em descobertas, *feedback* recíproco e partilha de ideias. Também na organização do currículo existe uma diferença significativa. Em contexto de 1.º CEB, o currículo mostra-se mais flexível de modo a que os interesses e as necessidades dos alunos sejam respeitadas e as diferentes áreas do saber sejam articuladas. No 2.º CEB tal situação demostra ser mais difícil de realizar, uma vez que a organização do ensino e aprendizagem é repartida por várias disciplinas e, consequentemente por vários professores.

As diferenças ao nível da relação pedagógica evidenciam-se também entre os ciclos, uma vez que os alunos que transitam para o 2.º CEB deparam-se com mais e novos professores, várias maneiras de lecionar, novas regras e novos métodos de ensino. Para Pina (2015), esta transição resulta, muitas vezes, num percurso desajustado. O facto de haver mais professores para interagir, leva a que as crianças tudo experimentem na sala de cada professor, ou seja, o que é aceitável ou não. Assim, durante o período da PES II, foi notória uma relação pedagógica com mais afetividade no 1.º CEB do que no 2.º CEB, uma vez que o professor titular passa o dia todo com as crianças e o professor da disciplina apenas um bloco que não é diário, conforme refere Estrela (2002) em que afirma que o professor representa um assistente de aprendizagem, dinâmico e interventor. Por este motivo, o trabalho a nível da relação pedagógica tornou-se mais acentuado no 2.º CEB, para estabelecer confiança entre os alnos e o professor, de modo a que os alunos se sentissem bem na sala de aula. No entanto, em ambas as práticas procurou-se que a relação pedagógica apresentasse na sua base a afetividade, desenvolvendo nas crianças o espírito de entreajuda e cooperação, baseados em confiança e respeito entre elas e o professor, conforme afirma Esteves (2007).

No que à implicação dos alunos no processo de aprendizagem diz respeito, os dois ciclos tinham métodos diferenciados: o 1.º CEB regia-se pelo MEM, enquanto que o 2.º CEB regia-se segundo um ensino tradicional. Relativamente ao 1.º CEB e segundo a ótica de Morgado (2004) o processo de ensino/aprendizagem era concebido e organizado a partir das características do grupo e eram organizados processos pedagógicos assentes na capacidade de diferenciação do professor na gestão da sala de aula. Em contrapartida, no 2.º CEB os conteúdos eram lecionados de acordo com o programa, sem que os alunos pudessem intervir e a ação pedagógica era assente em processos centrados no professor, utilizando recursos expositivos.

Também os processos de regulação das aprendizagens se realizaram de maneiras diferentes. No 1.º CEB e de acordo com Roldão (2006), a avaliação das aprendizagens revelou ser um conjunto de processos cujos objetivos são o acompanhamento regulador das aprendizagens e a verificação da sua consecução. Assim, respeitaram-se os ritmos de trabalho de cada aluno. Em contrapartida, no 2.º CEB, a avaliação favorecida era a sumativa, em que os alunos realizaram fichas e testes. Neste ciclo, o processo de avaliação ainda está demasiado centrado nos produtos, assumindo um maior peso as modalidades sumativas com menos capacidade de regulação de processos quer para os professores, quer para os alunos, conforme afirma Morgado (2004).

Embora no 2.º CEB houvesse a preocupação de dar mais atenção aos alunos com mais dificuldades, essa ajuda só era visível na adaptação dos testes. Para Grave-Resendes e Soares (2002) "a diferenciação pedagógica é a identificação e a resposta a uma variedade de capacidades de uma turma, de forma que os alunos, numa determinada aula, não necessitem de estudar as mesmas coisas ao mesmo ritmo e sempre da mesma forma" (p. 28). Assim, torna-se imperativo que o professor conheça as potencialidades e fragilidades da turma e de cada aluno, para poder acompanhar o desenvolvimento de cada um em todas as áreas. No 1.º CEB aplicaram-se processos diferentes de diferenciação pedagógica em momentos de trabalho individual e pequeno ou em grande grupo, mas, no entanto, no 2.º CEB essa diferenciação ficou aquém do esperado pelos entraves colocados pelos professores cooperantes, pelo cumprimento do currículo e por falta de recursos.

Este período de tempo, embora parecesse curto aquando a intervenção, pela enorme vontade de intervir e de propor novas formas de trabalho, foi suficiente para assumir o papel de professora de modo a construir a nossa identidade profissional e refletir sobre o contributo das práticas no desenvolvimento da mesma identidade. Assim, importa refletir sobre o contributo de ambas as práticas no desenvolvimento de competências pessoais e profissionais. Para Castelli (2010),

> A ação reflexiva no processo de ensino e aprendizagem nos remete a identificar a importância e os novos desafios que predominam na prática onde o profissional consiga dar respostas às situações que emergem no dia-a-dia, criando um repertório de soluções às situações complexas no cotidiano escola (p. 2).

A construção e o desenvolvimento da identidade profissional é um processo longo e contínuo que acontece, neste caso, no decorrer dos contextos e em que a experiência e a formação se completam. Como defende Sarmento (2009), a identidade profissional corresponde a uma construção inter e intrapessoal, que se desenvolve em contextos e interações, sofrendo, por isso, a influência da situação histórica e social e da experiência pessoal. Assim sendo, ao longo deste período pude refletir sobre a minha prática e inseri-la no MEM, pois considero fundamental que a criança tenha um papel ativo em todo o processo de aprendizagem.

Estas experiências, quer em 1.º quer em 2.º CEB, embora muito distintas, revelaram ser fundamentais na minha formação, pois é uma aproximação mais percetível do futuro da profissão de um professor.

Dos contextos de estágio realizados, importa referir a importância da reflexão e planeamento de cada momento, considerando a turma e cada aluno como um só, para que se retenham aprendizagens enriquecedoras e significativas.

SEGUNDA PARTE- ESTUDO IMPLEMENTADO NO 1.º CEB

1. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

O conceito de fração é considerado complexo, mas, igualmente importante na aprendizagem da matemática nos alunos. De acordo com Cardoso e Mamede (2017), vários autores sugerem que o conceito "fração" só está completamente adquirido quando o aluno é capaz de trabalhar com frações em todas as interpretações do conceito, o que não acontece logo no 1.º CEB, como pude observar em todos os contextos que pude contactar. A criança aplica determinadas regras, mas não compreende o que está a realizar. Neste sentido, a exploração de materiais manipuláveis vem ao encontro do estudo dos números racionais, na medida em que se tentará atenuar as dificuldades dos alunos e ajudá-los na compreensão do conceito de fração e nas suas aplicações, uma vez que estes materiais servirão de instrumentos para a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Esta área despertava-me curiosidade e grandes interrogações. Como se adaptariam os alunos a esta forma de aprendizagem? Reconheceriam as suas potencialidades? Teriam os alunos sucesso num ambiente até então organizado pela professora? Seriam os materiais manipuláveis um agente de motivação para a sua aprendizagem? Seriam os alunos capazes de utilizar os materiais a seu favor?

De forma a que o aluno pudesse participar em todo o processo de aquisição de conhecimento, consciente do que está a aprender, e compreendendo o conteúdo, sem que seja, exclusivamente, a memorização como forma de aprendizagem, o uso de materiais manipuláveis promove momentos de aprendizagem lúdica, sendo que o aluno aprende fazendo. Desta forma, representando e explorando realidades, em diversos suportes físicos, é possível facilitar a construção de determinados conceitos matemáticos (Ponte & Serrazina, 2000).

Torna-se necessário que a memorização excessiva deixe de ser a base da aprendizagem e que se compreenda que a esta não é sinónimo de aprendizagem e/ou conhecimento. Assim, é importante que se promovam práticas de ensino inovadoras em que o aluno possa ser parte ativa na sua aprendizagem. Neste enquadramento, Fonseca

(2013) refere que "o professor, mais do que um transmissor de conhecimento, deve ser entendido como um investigador que constrói conhecimento, refletindo na e sobre praxis educativa, com intuito de organizar um processo de ensino-aprendizagem contextualizado e significativo para os seus alunos" (p. 73).

Face às características do contexto, descrito no primeiro capítulo – dificuldades manifestadas pelos alunos na compreensão de números racionais e o pouco trabalho manifestado com materiais didáticos em sala de aula –, tornou-se imperativo dar resposta a estas condicionantes. Em síntese, o processo investigativo procurou dar resposta à seguinte questão orientadora: **Qual o contributo dos materiais manipuláveis para a aprendizagem de números racionais representados na forma de fração?** cuja consecução se pretende obter através dos seguintes objetivos específicos: a) Delinear a implementação das tarefas; b) Perceber o contributo dos materiais manipuláveis na aprendizagem de números racionais representados na forma de fração; c) Compreender as dificuldades dos alunos na aprendizagem de números racionais representados na forma de fração.

Deste modo, no decorrer da prática interventiva destinada ao estudo, privilegiou-se a realização de tarefas, cada uma com recurso a um material, com posterior discussão matemática, proporcionando momentos de partilha de conhecimento. Promoveram-se, assim, tarefas que ajudaram os alunos a compreender, manipulando materiais de forma a construir o seu próprio conhecimento.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No presente capítulo, apresentam-se as definições de número racional, bem como das suas diferentes representações, os diferentes significados da fração e uma revisão sobre as dificuldades sentidas na compreensão de número racional representado na forma de fração. Apresenta-se ainda a proposta sobre a compreensão de número racional a partir da utilização de materiais manipuláveis no contexto de um ensino exploratório.

2.1. Números racionais

2.1.1 Definição de número racional

Associado à necessidade de medir grandezas e compará-las, surge um novo conjunto numérico – o conjunto dos números racionais – formado pelo conjunto dos números inteiros e os números representados em fração – "números fraccionários; estes são, de facto, os números novos." (Caraça, 1951, p. 36), em que se subdivide a unidade num certo número de partes iguais.

Assim, de acordo com o mesmo autor, surgiu o número racional, aquele que pode ser expresso como a razão ou fração de dois inteiros M e n ($n \neq 0$). O conjunto dos números racionais pode ser expresso do seguinte modo:

$$\mathrm{Q} = \{{}^{M}/_{n};\, M \text{ e } n \in \mathrm{Z} \text{ e } \mathrm{n} \neq 0\}$$

De acordo com Veloso (2017), um número racional é todo aquele que pode ser representado sob a forma de uma fração em que o numerador e denominador representam números inteiros, mantendo a restrição de o denominador representar um número não nulo. Assim, qualquer número inteiro também é número racional.

2.1.2 Diferentes representações de um número racional

Vários estudos apontam para o facto de os alunos manifestarem dificuldades em perceber que os números racionais são números, e em compreender que podem ser representados de várias formas (Behr et al.,1983). No entanto, importa clarificar que os seus múltiplos significados podem conduzir a dúvidas, exigindo aos professores que estejam atentos para as dificuldades que irão surgir no decorrer do seu ensino.

Quaresma (2010) afirma que "representar um número significa atribuir-lhe uma designação, devendo ser trabalhado com os alunos a compreensão de que um número pode ter várias designações" (p. 15). Deste modo, um número racional pode ser representado na forma de percentagem, numeral decimal, fração, numeral misto ou como forma pictórica.

A complexidade de número racional, como já foi referido, está associada às inúmeras representações que este pode tomar. Apresentar-se-ão algumas representações que foram utilizadas no estudo, sendo elas: a percentagem, a representação decimal e a fração. Desse modo, importa esclarecer a definição de cada representação.

Apresenta-se agora a noção de **percentagem** que corresponde, de uma forma simples, a uma fração cujo denominador é 100 (Lima et al., 2005). Assim, *n* por cento, ou *n*%, representa a fração $^{n}/_{100}$. Segundo o mesmo autor, cinco por cento escreve-se 5% e significa —cinco centésimos, isto é, 5% = 5/100. A representação em percentagem do número racional é, segundo Parker e Leinhardt (1995), uma forma de representação vantajosa, universal, presente no dia a dia dos alunos, por exemplo, nas baterias dos telemóveis, nas promoções de produtos e faz a ligação entre situações do quotidiano e os conceitos matemáticos de estruturas multiplicativas.

Relativamente ao **numeral decimal**, este caracteriza-se pela representação de um número racional no sistema decimal, tendo como seus símbolos os algarismos e as vírgulas. Desta forma, compreende-se que é possível representar por numeral decimal qualquer número inteiro, assim como qualquer racional não inteiro, exprimível por fração decimal, tal como Vale e Pimentel (2004) afirmam, a fração decimal $\frac{N}{10^k}$ representa um número decimal *d*. Owens (1993) considera que a representação em numeral decimal e a representação fracionária devem ser trabalhadas simultaneamente, de modo a que o aluno perceba que as duas representações retratam a mesma situação e pertencem ao mesmo conjunto numérico. O autor refere que uma das maiores dificuldades da compreensão de numerais decimais, prende-se no facto de os alunos trabalharem este conceito sem antes compreenderem o próprio conceito elementar de decimal.

A representação de um número racional representado sob a forma **de fração** designa-se por $\frac{D}{d}$, em que *d* representa o número natural inteiro não nulo (Veloso, 2017) de partes equivalentes em que a unidade está decomposta e D o número de partes equivalentes à parte unitária do denominador que estão a ser consideradas. Ora, D e d são sempre números inteiros, sendo $d \neq 0$, considerando o universo dos números racionais.

2.1.3 Diferentes significados da fração

Consequência da enorme pluralidade de significados que as crianças atribuem aos símbolos, importa explorar os diferentes significados da fração, tendo sempre como foco principal a compreensão. De acordo com Kieren (1976), a compreensão dos números racionais depende da apropriação de cada um dos seus significados, a saber: razão, operador, quociente e medida, ou seja, e indo ao encontro de Monteiro e Pinto, (2005), a fração como razão parte-parte e a razão entre valores de duas grandezas diferentes, a fração como operador partitivo-multiplicativo, a fração como parte de um todo, seja contínuo ou discreto, a fração como medida e a fração como quociente entre dois números

Tomaremos como ponto de partida a fração com o significado parte-todo. Considerando o exemplo: "um quinto de uma folha de papel está pintada, ou um quinto de uma coleção de 10 lápis são azuis, sendo o todo a folha de papel e a coleção de lápis respetivamente", em que $a/_b$ representa a parte fracionada de uma unidade, em que b representa o número de partes em que a unidade está dividida, e a representa o número de partes escolhidas dessa unidade (Monteiro e Pinto, 2005).

No que respeita à fração com valor operador partitivo-multiplicativo de um conjunto discreto, Lamon (1999) define operador como um transformador que aumenta ou diminui um segmento de reta e o número de elementos de um conjunto discreto de objetos ou que amplia ou reduz uma figura. Por exemplo, $3/_4$ de 12 lápis são 9 lápis. Nesta situação, a fração tem o efeito de redução. Trata-se de uma multiplicação entre o número representado sob a forma de fração com um outro número representativo da unidade em consideração (Monteiro & Pinto, 2005). Para compreender o significado de operador, Charalambos e Pantazi (2007) afirmam que para compreender o significado de operador é necessário ser capaz de: (i) interpretá-lo como multiplicador em diferentes contextos; (ii) indicar uma única fração para descrever uma operação de composição, quando duas operações multiplicativas são efetuadas, uma em resultado da outra e, (iii) relacionar resultados com valores iniciais.

O significado quociente pressupõe o resultado da divisão entre dois números inteiros (com o denominador diferente de zero), em situações de partilha equitativa e representa uma repartição justa. Na fração $a/_b$, *a* é repartido igualmente em *b* partes. Temos o exemplo de $3/_4$ na situação de “3 pizas a dividir por 4 crianças”. Esta fração pode representar o quociente entre o numerador (número de pizas) e o denominador (número de crianças a distribuir as pizas).

Considera-se, também, a fração com significado de razão parte-parte, ou seja, a relação entre duas quantidades que se referem a duas partes de um todo *T*, em que o valor do todo é obtido como soma das duas partes (Monteiro & Pinto, 2005). Lamon (1999) defende que a razão é definida como uma comparação entre duas grandezas do mesmo tipo. Toma-se como exemplo a razão entre o número de raparigas e rapazes numa turma é de $3/_2$, em que se lê “é de 3 para 2”, ou seja, num grupo de 5 alunos da turma, 3 são raparigas e 2 são rapazes.

Surge, por fim, a fração como significado de medida ao comparar-se uma grandeza com outra da mesma espécie, tomada como unidade. Portanto, é necessário fracionar a unidade de medida numa parte que esteja contida um número inteiro de vezes na quantidade a medir (Monteiro e Pinto, 2005). Tomando como exemplo a seguinte pergunta: “Quantas vezes o comprimento [AB] “cabe dentro” de [CD]?” Sabendo que a medida de A até B representa ¼, assim, a distância “cabe” 4 vezes dentro da distância de [CD].

Assim, tal como Monteiro e Pinto (2007) consideram, “uma fração é uma representação versátil e muito rica, porque permite expressar diferentes relações” (p. 12).

Importa que se tome consciência de que a compreensão de um significado não implica que os outros estejam compreendidos. De facto, é a compreensão de todos os significados que faz com que se compreenda o verdadeiro significado de fração. Por essa razão, o professor deve tomar consciência especificamente de cada um dos significados para os poder ensinar aos alunos, levando-os a compreendê-los, e a relacioná-los entre si, para a verdadeira compreensão de número racional, assim como sugerem Behr et al. (citados por Quaresma, 2010), pois um conceito não se desenvolve isoladamente, mas sim, nas relações com outros conceitos.

2.1.4 Dificuldades sentidas na compreensão de número racional

Para Cardoso e Mamede (2017), o conceito de fração é considerado bastante complexo, mas fundamental na aprendizagem matemática das crianças.

Lamon (1999), afirma que os alunos apresentam dificuldades com os números racionais, com as suas representações e com os significados das operações, e muitos professores não parecem conscientes dos obstáculos com que eles se deparam ao progredirem na concetualização dos referidos números.

Associadas às dificuldades na aprendizagem dos números racionais, Behr et al. (citados por Quaresma, 2010) referem algumas razões, sendo elas a multiplicidade de significados dos números racionais, a concetualização da unidade, a utilização precoce de regra e algoritmos no estudo dos números racionais, nomeadamente naqueles representados na forma de fração, sem que haja verdadeira aprendizagem.

Vários estudos realizados demonstram que os fatores que estão na origem das dificuldades de aprendizagem relativamente aos números racionais são: (i) a multiplicidade de significados atribuídos às frações; (ii) a concetualização da unidade; (iii) a utilização precoce de regras e algoritmos (Behr et al.,1983); e (iv) os diferentes significados que podem assumir. Os mesmos autores defendem ainda que os alunos têm dificuldades em perceber que os números racionais são números e que podem ser representados de diversas formas.

A representação pictórica das frações tem-se revelado outra dificuldade na compreensão de frações. É importante que se aborde a divisão de diversas figuras geométricas em partes iguais, dado que constitui uma dificuldade para os alunos. Dividir um círculo em cinco partes iguais (para representar 1/5) é extremamente complicado para os alunos, e os professores não podem aceitar esboços em que a unidade não esteja dividida equitativamente. Para colmatar esta dificuldade, os professores devem, segundo Veloso (2017), "valorizar as representações em modelo retangular na compreensão dos (…) números racionais representados na forma de fração (p. 5)".

Outro aspeto bastante notório no ensino da Matemática em Portugal é a intensa preocupação pela memorização de regras e mnemónicas. Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005) acerca deste assunto referem que "a aprendizagem das fracções acaba por pôr muita ênfase nos procedimentos, nas regras e nos algoritmos, funcionando (...) como um entrave ao desenvolvimento do sentido de número." (p. 48). Esta memorização de regras influencia, em grande parte, a verdadeira compreensão de número racional, e de qualquer outro conceito necessário à aprendizagem. Isto envolve que o aluno tenha decorado, sem necessariamente ter aprendido e adquirido conhecimento e verdadeira aprendizagem. Ou seja, ainda que o professor domine estes aspetos, a aprendizagem e compreensão por parte dos alunos depende de opções didáticas que lhes deem sentido (Cardoso e Mamede, 2017).

As dificuldades evidenciadas pelos adultos podem resultar da falta de tratamento adequado do campo concetual multiplicativo no currículo de matemática e da vivência das mesmas experiências escolares que as dos alunos (Lamon, citado por Perfeito, 2015).

2.2. Compreensão de número racional a partir da utilização de materiais manipuláveis no contexto de um ensino exploratório

Para Bezerra (1962) o material didático é "todo e qualquer acessório usado pelo professor para realizar a aprendizagem. São pois, materiais didácticos: o quadro negro, o giz o apagador, os livros, instrumentos, os aparelhos e todo o meio audiovisual usado pelo professor ou pelo aluno, durante a aprendizagem" (p. 8). Desta forma, incluem-se neste grupo os materiais manipuláveis, vistos por Reys (citado por Matos & Serrazina, 1996), como sendo "objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia" (p. 193).

O professor desempenha um papel de extrema importância no que diz respeito à utilização dos materiais didáticos na sala de aula, na medida em que será ele o responsável pela determinação do momento e da razão do uso de um determinado material. (Botas & Moreira, 2013, p. 262).

Como refere o Ministério da Educação (ME, 1990, p. 130), o uso de materiais é fundamental quer na aprendizagem da matemática como em qualquer outra área, na medida em que "as crianças estão normalmente dependentes do ambiente e dos materiais à sua disposição. Neles, a criança deverá encontrar necessidade de exploração, experimentação e manipulação".

Montessori (citada por Caldeira, 2009) "afirmava que os sentidos são o suporte da inteligência e acreditava não existir aprendizagem sem acção" (p. 20). Ora, portanto, é necessário que o aluno vivencie, manipulando materiais, fazendo-o aprender, formando o seu próprio conhecimento. Aquando desta manipulação de objetos, a autora afirma que

> as crianças num processo de manipulação-ação e posteriormente de representação-conceptualização, interagem com o meio, com os adultos e com outras crianças, em que o educador e o professor fazem emergir e desenvolver o sentido de número, o significado das operações e a resolução de situações problemáticas (idem, p. 21).

Diversos são os autores e entidades que defendem o uso de materiais nas salas de aula como construtoras do conhecimento, encorajando as crianças a explorar, desenvolver, testar, discutir e aplicar ideias, partilhando estratégias e pontos de vista.

Segundo Ponte (2005), as tarefas de exploração são caracterizadas por serem abertas e acessíveis.

Para Lopes et al. (2012), no ensino da Matemática, a realização de tarefas abertas, de carácter exploratório e investigativo é um elemento marcante, assumindo momentos de discussão em que os alunos apresentam o seu trabalho, relatam as suas conjeturas e conclusões, apresentam as suas justificações e questionam-se uns aos outros e que o professor aproveita para procurar que se clarifiquem os conceitos e procedimentos, se avalie o valor dos argumentos e se estabeleçam conexões dentro e fora da Matemática.

Tarefas que promovam o espírito crítico e a capacidade de desenvolver o pensamento e rigor matemático fazem dos alunos gestores do seu próprio conhecimento, aprendendo pelos seus próprios meios e conjeturas.

O uso de materiais na exploração de atividades parece tornar mais clara a sua explicação. Além disso, permite guiar o processo de aprendizagem dos alunos, sendo, por isso, apropriado o uso de materiais didáticos no ensino de forma a promover a aprendizagem, assim como refere Zabalza (citado por Botas & Moreira, 2013).

Para Turrioni (2004), estes materiais exercem “um papel importante na aprendizagem. Facilitam a observação e a análise, desenvolvem o raciocínio lógico, crítico e científico, e são fundamentais para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos” (p. 78).

Royo (citada por Caldeira, 2009) afirma haver sete funções dos materiais: (i) **informadora**, em que o aluno adquire informação variada de acordo com a qualidade dos objetos, (ii) **estruturadora**, sendo que o modo como é construído o material pode despertar várias capacidades na criança, (iii) **modeladora**, a forma como a criança usa e manipula os materiais vai construindo a sua personalidade, (iv) **mediadora**, na medida em que a criança interage com o concreto e as suas ideias, levando-a da ação ao pensamento, (v) **relacional**, em que a criança adquire as primeiras noções entre e com os objetos, iniciando-se a capacidade da lógica infantil, (vi) **simbólica representativa**, em que oferece modelos próximos à criança, inacessíveis por outra via e, finalmente (vii) **instrutiva**, sendo esta a componente principal, sendo necessário que cada material tenha em concordância uma finalidade e um objetivo.

Soares (2014), ao referir a utilização de barras de Cuisenaire nas aulas, afirma que, para além de serem materiais facilmente adquiridos e presentes nas escolas, a sua utilização é essencial na abordagem do conceito de fração, podendo “ser uma alternativa que proporcione uma compreensão mais significativa do aspeto de unidade e divisão em fração.” (p. 20). É importante reter que o uso de materiais manipuláveis proporciona “a reflexão sobre características e propriedades importantes das frações, auxiliando o futuro professor a compreender as dificuldades e dúvidas dos alunos durante o curso do processo de aprendizagem da representação fracionária.” (Soares, 2014, p. 32).

Post et al. (citados por Quaresma, 2010) desenvolveram um estudo em que investigam os “benefícios dos materiais manipuláveis na aquisição dos conceitos de ordem e equivalência de números racionais, onde defendem que a aprendizagem deve construir-se de um nível concreto para um nível abstracto” (p. 27). Post et al. (citados por Caldeira 2009) defendem ainda que a aprendizagem dos números racionais deve ser feita, primeiramente, com base nos conhecimentos dos alunos, partindo de imagens concretas dos conceitos com recurso a materiais manipuláveis. Porque, citando Caldeira (2009), e indo ao encontro de um estudo desenvolvido por Behr, Wachsmuth, Post e Lesh (1984), os alunos que utilizaram ajudas de materiais manipuláveis na aprendizagem dos números racionais, aparentemente, conseguiram desenvolver um pensamento sobre as fracções baseado em imagens internas. Nesse sentido, refere que dar às crianças a oportunidade de explicar verbalmente uma demonstração de manipulação permite-lhes realizar uma assimilação mental de síntese e envolve processos metacognitivos, uma vez que requer pensar sobre o pensar. Afirmam que essa atividade está relacionada com o avanço do concreto para o pensamento formal (ibidem).

No entanto, Sarama e Clements (2016) defendem que embora os materiais "capturem uma dose relevante de sabedoria, a sua aplicação irrefletida pode levar não só à falta de nuances importantes, mas também a práticas educacionais ineficazes" (p. 71). Os objetos concretos podem desempenhar um papel fundamental, mas precisam de ser usados com cuidado, de forma a criar uma forte compreensão e justificação para cada etapa de um procedimento (Sarama e Clements, 2016).

Desta forma, tal como Nacarato (2005) defende, nenhum material didáctico – manipulável ou de outra natureza – "constitui a salvação para a melhoria do ensino da matemática, pois a sua eficácia depende da forma como for utilizado" (p. 5). Para a construção do conhecimento matemático das crianças, não é o uso do material que importa, mas sim da forma como é pensada pelo professor e do significado que estas atribuem ao material. Indo ao encontro de Sarama e Clements (2016) "a sua fisicalidade não é importante – a sua manipulação e significância torna-os educacionalmente eficazes" (p. 87).

Por isso, Serrazina (1990) acrescenta que não importa só manipular objetos, mas também pensar sobre essa manipulação e refletir nos processos e nos produtos e que estes devem ser utilizados cuidadosamente, cabendo ao professor decidir como, quando e porquê.

Para Matos e Serrazina (1996), os materiais são utilizados pelos professores porque estes pensam que têm relações explícitas com o conteúdo matemático. "Contudo, não há nenhuma garantia que os alunos vejam as mesmas relações nos materiais que vemos" (p. 8). Assim, Nacarato (2005) acrescenta que "um uso inadequado e pouco exploratório de qualquer, material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem da matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los” (p. 4). Para isso é necessário refletir acerca de todo o processo, como referido anteriormente.

Post et al. (1983) defendem que a aprendizagem dos números racionais deve ser feita, primeiramente, com base nos conhecimentos dos alunos, partindo de imagens concretas dos conceitos com recurso a materiais manipuláveis.

Apesar do uso de materiais manipuláveis poder contribuir para uma compreensão dos números racionais representados na forma de fração, “as práticas profissionais dos professores de Matemática são certamente um dos factores que mais influenciam a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos” (Ponte & Serrazina, 2004, p. 51). Deste modo, assumindo que a fração representa um desafio significativo para os alunos, os materiais manipuláveis constituem uma possibilidade de trabalho, pois funcionam como motor de motivação e empenho para estes.

3. METODOLOGIA

No que diz respeito à metodologia, no presente capítulo, apresentam-se as questões do estudo, as opções metodológicas – a natureza do estudo, bem como, os métodos e técnicas de recolha e tratamento de dados – a caracterização dos participantes e os princípios éticos que foram respeitados no período destinado à implementação do mesmo.

3.1. Natureza do estudo

"A investigação educativa é uma atividade de natureza cognitiva que consiste num processo sistemático, flexível e objeto de indagação e que contribui para explicar e compreender os fenómenos educativos" (Pacheco, 1995, p.9).

Esta investigação pretendeu responder a uma questão-problema, tendo em vista os objetivos propostos – compreender o contributo dos materiais manipuláveis na aprendizagem de números racionais representados na forma de fração e compreender as dificuldades dos alunos na mesma aprendizagem:

Qual o contributo dos materiais manipuláveis para a aprendizagem de números racionais representados na forma de fração?

Tomando como ponto de partida a questão da investigação, foram implementadas tarefas, analisados os dados recolhidos ao longo do tempo destinado à implementação do estudo para se obter resposta à questão-problema.

Deste modo, o estudo foi desenvolvido em três fases distintas: (i) observação em contexto de sala de aula, (ii) intervenção no âmbito do estudo e, (iii) avaliação e reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem. Tornou-se imperativo planear, aplicar e refletir ao longo da prática interventiva destinada ao estudo, permitindo construir aprendizagens significativas para todos os intervenientes no processo de aprendizagem.

Para Lomax (citado por Coutinho et al., 2009) a investigação-ação caracteriza-se como "uma intervenção na prática profissional com a interação de proporcionar uma melhoria". É por esta razão que o estudo apresentado se enquadra numa metodologia de investigação-ação, uma vez que, depois de diagnosticado um problema num determinado contexto, recorre-se ao planeamento de estratégias que permitam encontrar soluções para esse problema e, simultaneamente, proporcionar momentos de aprendizagem.

A investigação-ação assume um papel fundamental na formação inicial de educadores e professores, que contribui para o desenvolvimento de capacidades e atitudes de questionamento e reflexão sobre as práticas e os contextos na qual se inserem (Moreira & Alarcão, 1997). Para tal, e como refere Silva (2013), primeiramente procedeu-se à elaboração de um projeto, acompanhado por uma reflexão e posteriormente à recolha e tratamento de dados sobre a evolução do contexto.

Esta investigação desenvolve-se enquadrada por uma metodologia de natureza qualitativa, uma vez que "pressupõe uma análise em profundidade, de significados, conhecimentos e atributos de qualidade dos fenómenos estudados, mais do que a obtenção de resultados de medida" (Seabra, 2010, p. 145). Carmo e Ferreira (2008) referem que o paradigma qualitativo procura compreender as razões dos sujeitos a partir dos seus pontos de vista, recorre frequentemente à observação naturalista, é orientado para o processo e não pretende a generalização dos resultados. Deste modo, pretende-se analisar de que forma é que os materiais manipuláveis influenciam a aprendizagem dos alunos e não apenas os resultados que estes possam obter. Assim, a metodologia utilizada adequa-se ao objetivo proposto.

Como afirmam Bogdan e Biklen (1994), a abordagem qualitativa requer que os investigadores desenvolvam empatia com os participantes no estudo e que façam esforços concentrados para compreender vários pontos de vista. Desta forma, o objetivo não é o juízo de valor, mas antes, o de compreender o ponto de vista dos sujeitos.

Assim, na sequência do estudo, foi necessário recorrer-se a uma série de técnicas de recolha e tratamento de dados, entre as quais se destacam a entrevista, a análise de documentos e a observação participante (dado o papel que tinha perante os alunos – a de professora estagiária.

Tal como refere Ponte (2005), uma investigação é um privilégio no processo de construção do conhecimento, e enquanto o professor investigar sobre a sua prática profissional, estará a construir conhecimento sobre a sua própria prática, desenvolvendo-se a nível profissional, aprendendo com todos os fatores intervenientes.

3.2. Métodos e técnicas de recolha e tratamento de dados

Num trabalho empírico, a recolha e posterior análise de dados são imprescindíveis. O "levantamento dos estilos de aprendizagem dos alunos proporciona também informação importante ao professor. Conhecê-los e saber os pontos fortes e fracos dos alunos ajuda a ultrapassar bloqueios e a escolher estratégias pedagógicas adequadas." (Grave-Resendes & Soares, 2002, p.16).

Desta forma, a recolha de dados organizou-se em três momentos, **antes** (realizando um teste diagnóstico e tirando notas de campo), **durante** (com o realizar das tarefas, a condução de discussões matemáticas relativamente às tarefas e recolhendo notas de campo) e **após** (realização do teste final). Por fim, foram realizadas entrevistas orais aos alunos de modo a perceber a opinião deles sobre a realização de tarefas, tendo como apoio os materiais manipuláveis.

Entrevista. "A entrevista é utilizada para recolher "dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo" (Bogdan e Biklen, 1994, p. 134). Com a prática da entrevista é possível criar com os alunos um ambiente mais familiar e, inclusive, compreender de forma precisa e, por vezes, informal, as suas ideias. Procurou-se compreender a opinião de cada aluno acerca das tarefas e dos materiais utilizados e das aprendizagens adquiridas através as mesmas, realizando entrevistas orais (cf. Anexo O) gravadas em vídeo.

Testes. Foi proposto um mesmo teste em dois momentos: no início da prática interventiva destinada à investigação, para diagnóstico, e no final da prática, de forma a comparar resultados e avaliar os contributos da intervenção para período e a prática revelados durante a investigação. O teste era constituído por um conjunto de nove questões e pretendia-se avaliar diferentes parâmetros no âmbito das frações, como por exemplo a equivalência de frações, a comparação e ordenação de frações, as diferentes representações de número racional, a representação de números racionais na reta numérica e, ainda, a adição de números racionais representados na forma de fração.

Tarefas. Foram implementadas cinco tarefas entre a realização do teste diagnóstico e o teste final, com recurso aos seguintes materiais: Barras de *Cuisenaire* (cf.

Anexo P), disco de frações (cf. Anexo Q) e um jogo com fatias de piza (cf. Anexo R). Todas as tarefas tinham uma componente escrita com posterior discussão em grande grupo, de forma a haver partilha de ideias e conhecimentos, construindo-se aprendizagem.

Observação direta. Para Bogdan e Biklen (citado por Laranjeira, 2013) "a investigação qualitativa é essencialmente indutiva e procura compreender as situações e as ações no seu contexto natural, através da observação e da interação com os intervenientes" (p. 190). e, no decorrer das tarefas e dos testes, foi possível registar essas interações e elaborar algumas notas de campo com pequenos comentários, respostas e dúvidas dos alunos. Os diálogos ocorridos foram registados num diário de bordo e procurou-se ser fiel às ideias matemáticas. No entanto, as palavras transcritas não correspondem exatamente ao que foi dito pelos alunos.

Análise documental. Depois de implementados os testes, as tarefas e de serem feitas entrevistas aos alunos, tornou-se fundamental a análise das produções destes de modo a aferir as conclusões a retirar. De acordo com Ludke e André (2011), o objetivo da análise documental é identificar informações que sirvam de base para responder a alguma questão de pesquisa, neste caso, a questão problema acima referida. Assim, a análise documental deve ser adotada quando os dados recolhidos constituem elementos fundamentais para a investigação.

Com o intuito de a dar resposta às necessidades da turma, foram estabelecidas etapas que orientaram e permitiram responder à questão de investigação e atingir os objetivos propostos, sendo estas:

1. Identificar as dificuldades dos alunos na compreensão de número racional representado na forma de fração;
2. Construir tarefas significativas no âmbito da aprendizagem de número racional representado na forma de fração;
3. Compreender o contributo dos materiais didáticos para a compreensão de número racional representado na forma de fração;

Em resumo, a tabela seguinte (e.g. Tabela 5) indica-nos de que modo essas etapas foram planeadas para atingir os objetivos suprarreferidos.

Tabela 5

Relação entre as etapas percorridas e os procedimentos utilizados

Etapas	Procedimentos
1	Concretização do teste diagnóstico de forma a avaliar as aprendizagens dos alunos e definir o ponto de partida da intervenção focada no estudo.
2	Conceção do trabalho a realizar: construção das tarefas e seleção dos materiais, tendo como principal enfoque a compreensão através de materiais didáticos.
3	Análise da atividade dos alunos com incidência na compreensão que revelavam através dos materiais manipuláveis.

3.3. Caracterização dos participantes

O estudo foi realizado com 9 alunos do 3.º ano, inseridos numa turma mista de 3.º e 4.º anos do 1.º CEB –, com idades entre os 8 e os 9 anos de idade. Destes, apenas 3 são raparigas e 6 são rapazes. Importa referir que o desempenho académico deste grupo era fraco, havendo apenas um aluno sem dificuldades. Os restantes alunos possuíam dificuldades ao nível da compreensão, de conteúdos matemáticos e de concentração.

3.4. Organização das tarefas do estudo

Seguidamente são enunciados os aspetos essenciais relativos às tarefas do estudo (e.g. Tabela 6). Durante este período realizaram-se dois testes iguais (teste diagnóstico e pós-teste), de forma a melhor compreender a evolução da aprendizagem dos alunos, os quais foram mediados por tarefas resolvidas por forma a ultrapassar as fragilidades apresentadas no diagnóstico.

Tabela 6

Organização das tarefas relativas ao estudo

Tarefa/ Material	**Data**	**Tópicos**	**Dura-ção**	**Organização dos alunos**
Teste Diagnóstico	6 de junho	• Identificação e representação das diferentes representações de n.º racional em modelo de área e em reta numérica • Comparação e ordenação de frações • Frações equivalentes • Adição e Subtração de frações	60 min.	individual
Tarefa Cuisenaire I	12 de junho	• Relação entre frações	45 min.	trios
Tarefa Cuisenaire II	13 de junho	• A unidade	45 min.	pares
Tarefa Pizas	14 de junho	• Comparação e equivalência de frações	45 min.	individual
Tarefa Disco de Frações	18 de junho	• Comparação e equivalência de frações	45 min.	individual
Tarefa Disco – Frações equivalentes	19 de junho	• Construção da unidade	45 min.	individual
Teste Final	20 de junho	• Identificar e representar diferentes representações de n.º racional em modelo de área e em reta numérica • Comparação e ordenação de frações • Frações equivalentes • Adição e Subtração de frações	60 min.	individual

3.5. Princípios éticos no processo de investigação

Assumindo como referência a carta Ética da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (2014), de forma a "promover e defender a qualidade da investigação, da publicação e do ensino" e que vise respeitar todo o seu envolvente foi necessário respeitar alguns princípios básicos no processo de investigação.

Assim, todos os alunos intervenientes estavam conscientes da sua participação na investigação e, como estes eram menores, pediu-se autorização aos E.E. (cf. Anexo S) para autorizarem tal envolvimento. Respeitou-se a confidencialidade dos dados obtidos, bem como da identidade dos sujeitos. É, por essa razão, necessário que a apresentação de resultados deve ser o mais minuciosa possível, respeitando todos os participantes.

4. RESULTADOS

Este subcapítulo apresenta a análise dos dados recolhidos durante o estudo, envolvendo 9 alunos de uma turma mista de 3.º e 4.º anos do 1.º CEB. Inicialmente procedeu-se à realização de um teste diagnóstico, de seguida à implementação de 5 tarefas, utilizando materiais manipuláveis e posterior reflexão e, por fim, aplicação do pós-teste.

Por forma a facilitar a organização dos dados, as tarefas foram agrupadas por tópicos subjacentes (ordenação, comparação e equivalência de frações, identificação de parte da unidade, fração como medida e reconstrução da unidade). Durante a análise dos tópicos, serão apresentadas algumas notas de campo, dificuldades sentidas pelos alunos e excertos das entrevistas realizadas pelos mesmos. De seguida, será realizada uma comparação entre o teste diagnóstico e o pós-teste.

4.1. Comparar frações

O tópico "comparação de frações" foi abordado no teste diagnóstico. Nesta questão importava comparar frações de 3 tipos: de igual numerador e denominadores diferentes, de igual denominador e numeradores diferentes e frações equivalentes. No teste diagnóstico nenhum aluno respondeu corretamente à totalidade da questão.

A comparação de frações foi uma questão muito trabalhada nas tarefas realizadas com o recurso aos materiais manipuláveis, já que é fulcral no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais, essencialmente dos representados na forma de fração. Assim, apresentam-se de seguida as várias questões, como é possível verificar nas figuras 1 e 2) de 2 tarefas, em que se utilizaram os discos de frações e as fatias de piza, e que tinham como objetivo principal a comparação de frações.

1. COMPARA FRAÇÕES UNITÁRIAS

Em cada caso, rodeia a fração que consideras maior.

1.1. $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{12}$ 1.2. $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$

1.3. $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{5}$ 1.4. $\frac{1}{7}$ ou $\frac{1}{3}$

Figura 1. Pergunta sobre comparação de frações unitárias

Na análise das respostas, classificaram-se como corretas as respostas $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$.

2. COMPARA FRAÇÕES

Utilizando os sinais < (menor), > (maior) e = (igual), completa de modo a obteres afirmações verdadeiras. Utiliza as peças do jogo para te ajudarem.

2.1. $\frac{1}{2}$ ______ $\frac{2}{4}$ 2.2. $\frac{3}{8}$ ______ $\frac{3}{6}$

2.3. $\frac{2}{3}$ ______ $\frac{2}{8}$ 2.4. $\frac{2}{3}$ ______ $\frac{3}{2}$

2.5. $\frac{6}{12}$ ______ $\frac{2}{4}$ 2.6. $\frac{2}{5}$ ______ $\frac{3}{12}$

Figura 2. Pergunta sobre comparação de frações

Nesta questão, aceitaram-se como respostas corretas: 2.1. =; 2.2. <; 2.3. >; 2.4. <; 2.5. =; 2.6. >.

Em cada um dos exemplos apresentados acima, os alunos recorreram à manipulação de fatias de piza para a realização dos exercícios. No primeiro caso, os alunos manifestaram dificuldades na alínea 1.4.

"A – Bárbara, o jogo não tem a fatia $\frac{1}{7}$, como é que faço para comparar com $\frac{1}{3}$?

PE (Professora Estagiária) – Como procedeste para as outras alíneas?

A – Para as outras eu coloquei as duas fatias em cima da mesa e depois pus uma em cima da outra para ver qual é que era maior.

PE – Consegues-me dizer o que é que é sempre igual em todas as alíneas?

A – Sim. O 1 em cima.

PE – Sim, o numerador é sempre o mesmo: 1. Por isso só colocaste uma peça de cada fração. Agora olha para os denominadores. São diferentes. Vamos olhar para a 1.1. Coloca em cima da mesa as frações e indica a maior.

A – (colocou as frações). A maior é $\frac{1}{2}$.

PE – Muito bem. Sabes porquê?

A – Porque é maior.

PE – Porque a unidade foi dividida em partes menores. Esta piza inteira (piza construída com ½ + ½) foi dividida em 2 partes iguais (aponta para a piza*)*, enquanto esta foi dividida em mais partes (12) igualmente iguais. Assim, 1 fatia da primeira piza é maior que uma fatia da piza que está dividida em 12. Compreendeste?

A- Sim. Então na 1.4. a fatia maior é $\frac{1}{3}$." (14/06/2018)

Mesmo com a utilização dos materiais manipuláveis, os alunos procuraram apenas obter respostas sem compreenderem. Assim, tornou-se importante a discussão no final desta atividade para que os alunos pudessem compreender por que motivo, ao comparar duas frações unitárias, a maior é aquela que tem menor denominador. Para isso, construíram-se pizas inteiras e depois foram comparando.

Para o segundo exercício, muitos foram os alunos que colocaram esta questão:

"Como posso comparar estas frações se não existem aqui (no jogo)?"

Um dos alunos que apresenta uma maior facilidade na aquisição de conhecimentos matemáticos respondeu:

"H – Tens de colocar mais fatias. Por exemplo, na alínea 2.1., para a fração $\frac{2}{4}$ tens de colocar $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ que é igual a $\frac{2}{4}$. O número de cima indica as peças que precisas."

Assim, os alunos foram colocando em cima da mesa as várias fatias de piza e foram comparando. Tanto no primeiro exercício como no segundo, as respostas estavam corretas, embora o que importe seja a compreensão. Neste sentido, o objetivo de ordenação de frações foi cumprido na medida em que os alunos compreenderam a razão da maior fração unitária ser a que tem menor denominador e não se limitarem apenas a decorar a regra, como já tinha acontecido para a realização do teste diagnóstico. No final da tarefa, os alunos registaram as suas conclusões por escrito.

A utilização deste material veio antecipar a utilização dos discos de frações. Assim, aquando a realização da primeira tarefa com o disco de frações, os alunos não sentiram dificuldades na sua utilização, uma vez que este é bastante semelhante às fatias de piza manuseadas anteriormente.

Na figura seguinte os alunos utilizaram o disco de frações e compararam corretamente as mesmas.

1 - Recorre às peças disponibilizadas e indica qual a maior fração, rodeando-a.

$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{5}$ ou $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{6}$ ou $\frac{3}{5}$

Figura 3. Pergunta sobre comparação de frações (2)

Aceitou-se como resposta correta, as seguintes frações: $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{2}{5}; \frac{4}{6}$.

4.2. Ordenar frações

No teste diagnóstico era solicitado aos alunos que ordenassem corretamente, e de forma decrescente, 6 frações unitárias. Todos os alunos acertaram esta questão (“Coloca as frações por ordem decrescente”). Tal situação demonstrou que os alunos adquiriram como certa a regra: “em frações unitárias, quando maior o denominador, menor o valor do número representado em fração”.

Posteriormente, uma das tarefas resolvidas pelos alunos com recurso ao disco de frações tinha como objetivo ordenar as frações por ordem crescente.

2 - Recorre às peças disponibilizadas e ordena as frações seguintes por ordem crescente (da menor para a maior).

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{4}{6}$

_____<_____<_____<_____<_____<_____

Figura 4. Pergunta sobre ordenação de frações

Como resposta correta considerou-se a seguinte ordenação: $\frac{2}{12} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{5}{10} < \frac{4}{6}$

Grande parte do grupo começou a resolver a tarefa sem recurso ao disco de frações, recorrendo apenas à regra já conhecida.

Embora a tarefa fosse de realização individual, os alunos sentiram necessidade de consultar o colega do lado para ver se as respostas estavam iguais. Quando começaram a observar certas diferenças começaram a discutir por que razão tinham feito daquela forma. De seguida, solicitei ao grupo que, utilizando o disco de frações, representassem as 6 frações em cima da mesa. Assim, cada aluno representou as frações da maneira que considerou correta e foram comparando, havendo representações que não estavam iguais, uma vez que havia alunos que não sabiam representar frações não unitárias. Em grande grupo, chegou-se à conclusão que, para representar, por exemplo, $\frac{2}{12}$, eram necessárias duas peças de $\frac{1}{12}$. Depois de todos os alunos terem as frações corretas representadas através do material, responderam ao que era solicitado.

Depois da resolução da tarefa estar toda concluída, houve partilha de resultados. Quando os questionei, sobre a questão da ordenação de frações, todos responderam que os discos de frações ajudaram porque puderam ver, comparar e ordenar corretamente as frações, colocando os setores circulares uns ao lado dos outros. Segue em seguida alguns comentários dos alunos.

M – "Os discos ajudaram-me muito porque consegui resolver a ficha toda e assim foi fácil".

R – Ao início foi difícil mexer com os discos, mas depois foi fácil".

A ordenação de números racionais na forma de fração, segundo Berh et al. (1992) é fundamental para a "compreensão do número racional como uma entidade (isto é, um só número) e para a compreensão da grandeza do número" (p. 36).

4.3. Identificar a parte da unidade

O tipo de questão relacionada com a identificação da parte da unidade foi alterado dos testes para as tarefas. Desta forma, enquanto que no teste diagnóstico era solicitado que completassem os espaços em branco de modo a, somado com uma fração dada, o resultado fosse uma unidade, nas tarefas era solicitado o mesmo, mas através de problemas, como nos mostra o exercício 3 do anexo T.

Como respostas certas aceitaram-se as repostas: $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; "Percorreu mais de metade"; "Sobraram. $\frac{1}{4}$ ou $\frac{2}{8}$ para cada um (sobrou 4/8 (ou ½) da piza)".

Todos os alunos acertaram os problemas. É de realçar que os problemas foram lidos em voz alta para todos e explicados, uma vez que uma das fragilidades que o grupo apresenta é a compreensão de problemas. Utilizaram o disco de frações como ajuda para os resolver. De seguida, os alunos desenharam um esboço na sua folha de maneira a explicar como tinham pensado. Apresentam-se, agora, algumas respostas dos alunos aos problemas da tarefa que tinham como objetivo identificar a parte da unidade.

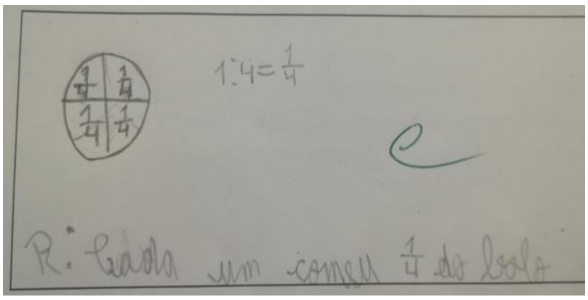


Figura 5. Resposta de um aluno ao problema 3 a)

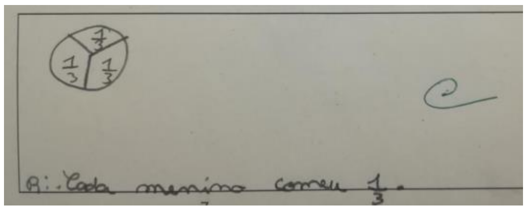


Figura 6. Resposta de um aluno ao problema 3 b)

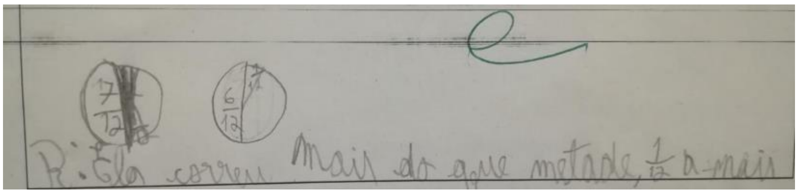


Figura 7. Resposta de um aluno ao problema 3 c)

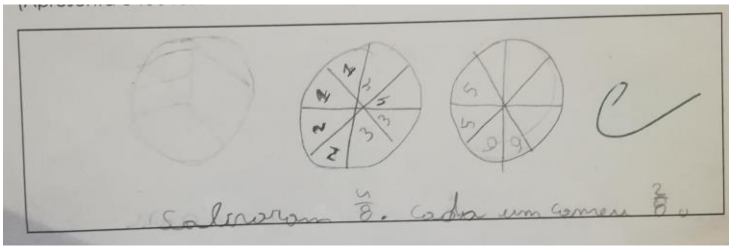


Figura 8. Resposta de um aluno ao problema 3 d)

Os últimos dois problemas, mais complexos, suscitaram dúvidas para alguns alunos. Na alínea c) (e.g. Figura 7), o grupo começou por colocar 7 setores circulares de $\frac{1}{12}$ em cima da mesa. Um aluno, que não tinha a certeza se a fração representada em cima da mesa correspondia a $\frac{1}{2}$, questionou-me sobre isso. O aluno H respondeu ao colega:

"H – Não, não representa metade. A metade era o 6. $\frac{7}{12}$ é mais que metade. Mais $\frac{1}{12}$.

PE – Como podemos ver isso através do disco de frações?

Rc – Se colocarmos a peça $\frac{1}{2}$ sobre as peças que estão na mesa, vemos que cobre 6 peças e sobra uma, logo é maior que metade."

Relativamente ao último problema, a maior dificuldade foi a compreensão do mesmo. Depois de perceberem o que era pretendido, com a ajuda dos discos, formaram duas pizas iguais divididas em 8 pedaços iguais. De seguida, distribuíram-nas pelas 6 pessoas duas vezes, como é possível ver na figura 8 acima representada.

No final da resolução da tarefa, no momento de partilha de estratégias, pegando no exemplo de $\frac{6}{12}$ representar a metade, pedi ao grupo que representasse através do disco de frações, outras frações equivalentes que também significassem a metade. Outros exemplos foram dados como: $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, etc. Assim, os alunos chegaram à conclusão que sempre que o numerador é metade do denominador, essa fração representa a metade. Por outro lado, também puderam observar, sempre com a representação nos discos, que quando o numerador é o dobro do denominador, essa fração representa 2 unidades. Outro aspeto discutido foi a importância de a divisão dos esboços ser o mais real possível. Neste contexto, os alunos representaram em círculo, uma vez que espelharam o disco de frações, mas o grupo chegou à conclusão que o modelo retangular seria o mais adequado.

4.4. Identificar frações equivalentes

O tema das frações equivalentes foi bastante trabalhado ao longo das sessões, uma vez que apenas 1 aluno respondeu corretamente aos três pares de frações equivalentes solicitados no teste diagnóstico, quando foi solicitado que identificassem, com a mesma cor, frações equivalentes.

A última tarefa (cf. Anexo U) tinha como principal objetivo a compreensão de frações equivalentes, utilizando o disco de frações. No início suscitou algumas dúvidas pela sua formatação, mas depois da explicação, os alunos mostraram-se bastante recetivos à tarefa. Tal situação é verificada nas entrevistas realizadas.

> "PE – Sentiste que os materiais te ajudaram a compreender as frações?
>
> A – Sim. Porque eu não percebia muito bem.
>
> PE – E em que é que te ajudou?
>
> A – A saber o que era fração, as partes iguais (frações equivalentes)."

Durante esta atividade, o grupo manuseou o material (cf. Anexo V), descobrindo frações equivalentes, não suscitando dúvidas, uma vez que este assunto tinha sido abordado numa sessão anterior.

Apresentam-se, de seguida, algumas respostas dadas pelos os alunos às últimas duas respostas da tarefa, observáveis na figura seguinte.

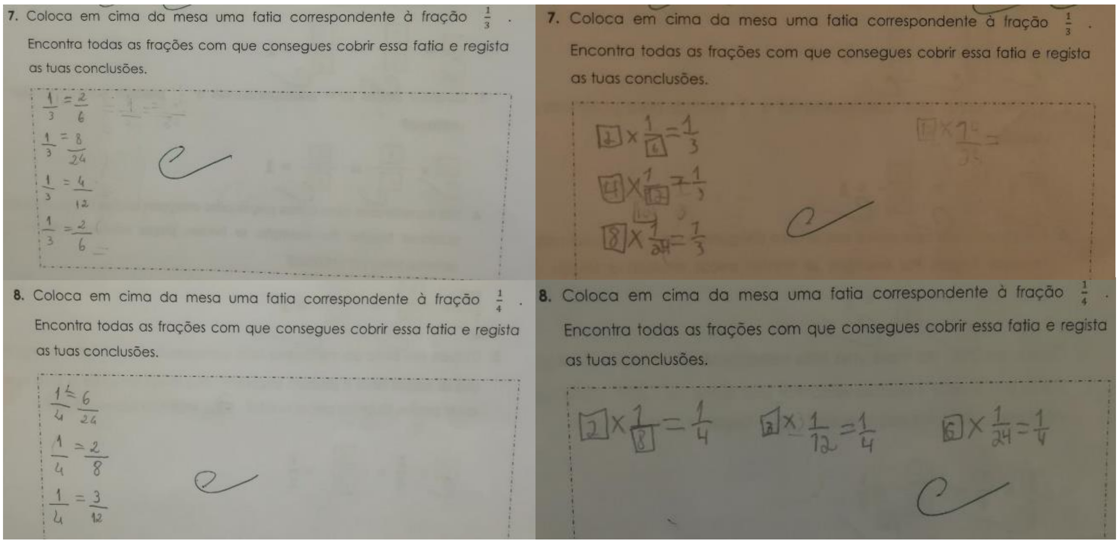


Figura 9. Resposta dos alunos às questões sobre equivalência de frações

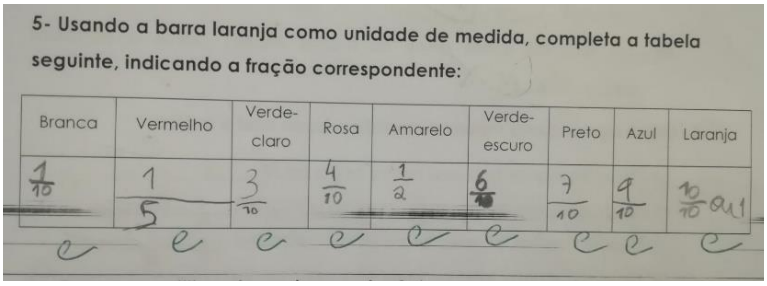
4.5. Fração como medida

Este tópico foi sem dúvida o mais complicado para os alunos, uma vez que não estavam habituados a trabalhar com este material manipulável – as barras de Cuisenaire – e, por isso, realizaram-se duas tarefas a trios e pares, respetivamente.

O objetivo da primeira (cf. Anexo W) era, tomando como unidade de medida uma barra, descobrir quantas barras (diferentes) "cabiam" na unidade.

Entre os grupos, foram-se discutindo várias estratégias: uns colocavam o número de peças até completar a unidade, outros utilizavam só uma peça e viam quantas vezes cabia na unidade. Em ambas as estratégias, o material tornou-se imprescindível para chegar à solução.

À pergunta: "Quantas barras brancas há na barra verde-escura?" os alunos responderam sem dificuldade "6 cubinhos". Para isso, colocaram a barra verde-escura em cima da mesa e colocaram os cubinhos brancos ao lado da barra maior (cf. Anexo X) No entanto, na pergunta seguinte: "Quanto vale uma barra branca da unidade?", os alunos manifestaram dificuldade em fazer a relação para $\frac{1}{6}$. À medida que os alunos se iam familiarizando com o material, as dúvidas iam diminuindo. Primeiramente colocavam a barra considerada como unidade de medida em cima da mesa e, de seguida, iam procurar as relações existentes com as outras barras. O exercício 5 mostrou-se fundamental para a compreensão das relações sobre as barras Cuisenaire, uma vez que os alunos puderam ver quantas barras “cabiam” na barra laranja e depois escrever em fração correspondente. Segue, de seguida, um exemplo realizado por um aluno.



5- Usando a barra laranja como unidade de medida, completa a tabela seguinte, indicando a fração correspondente:

Branca	Vermelho	Verde-claro	Rosa	Amarelo	Verde-escuro	Preto	Azul	Laranja
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{2}$	6/[illegible]	$\frac{7}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$ ou 1

Figura 10. Resposta de um aluno utilizando as barras Cuisenaire

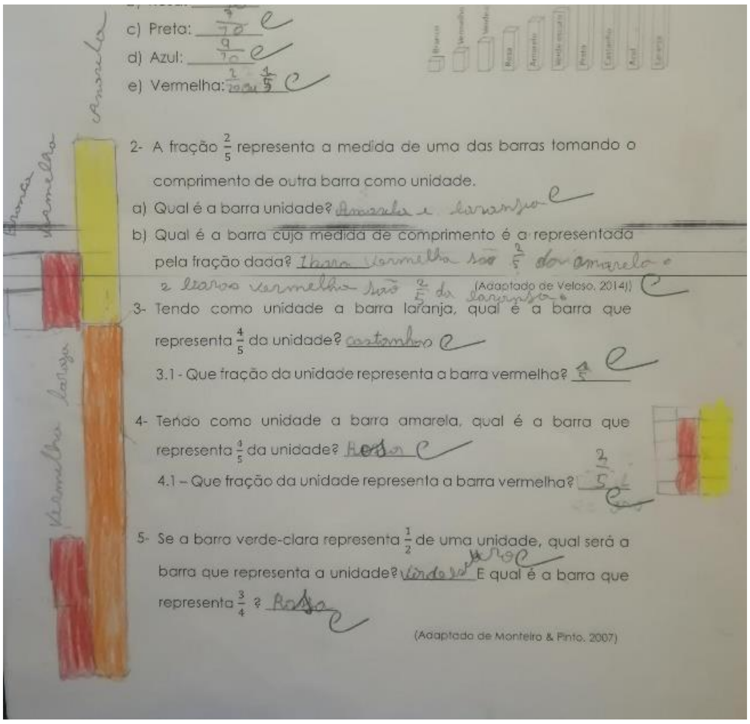
A realização da segunda tarefa (cf. Anexo Y) revelou compreensão sobre a utilização dos materiais e da relação entre frações, na medida em que os alunos estabeleceram relações entre as barras Cuisenaire e a fração a ela associada. No final da tarefa, fez-se uma breve conclusão dos resultados obtidos e das aprendizagens realizadas. Depois dos alunos manifestarem o seu agrado acerca do material disponibilizado, coloquei algumas perguntas, tendo como referência a barra azul:

“Quantas vezes cabe a barra verde-clara na azul? Que fração representa?”

“Quantas vezes cabe a barra verde-escura na azul? Que fração representa?”

“Se a minha unidade é a barra castanha, qual é a barra que representa $\frac{1}{2}$ da unidade?”

Durante a realização, a aluna My representou um esboço do que ela fez utilizando o Cuiseraire, como é possível observar na figura seguinte.


c) Preta: $\frac{7}{10}$
d) Azul: $\frac{9}{10}$
e) Vermelha: $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$

2- A fração $\frac{2}{5}$ representa a medida de uma das barras tomando o comprimento de outra barra como unidade.
a) Qual é a barra unidade? Amarela e laranja
b) Qual é a barra cuja medida de comprimento é a representada pela fração dada? 1 barra vermelha são $\frac{2}{5}$ do amarelo e 2 barras vermelhas são $\frac{2}{5}$ da laranja.
(Adaptado de Veloso, 2014))

3- Tendo como unidade a barra laranja, qual é a barra que representa $\frac{4}{5}$ da unidade? castanho
3.1 - Que fração da unidade representa a barra vermelha? $\frac{1}{5}$

4- Tendo como unidade a barra amarela, qual é a barra que representa $\frac{4}{5}$ da unidade?
4.1 – Que fração da unidade representa a barra vermelha? $\frac{2}{5}$

5- Se a barra verde-clara representa $\frac{1}{2}$ de uma unidade, qual será a barra que representa a unidade? E qual é a barra que representa $\frac{3}{4}$?
(Adaptado de Monteiro & Pinto, 2007)

Figura 11. Estratégia utilizada por uma aluna

A aluna achou pertinente desenhar ao lado o processo utilizado para demonstrar que na pergunta 2a) havia dois tipos de resposta possíveis: a barra vermelha corresponde a $\frac{2}{5}$ da barra amarela e que 2 barras vermelhas também seriam $\frac{2}{5}$ da barra laranja. Importa referir que a fiel representação (demonstrada do lado esquerdo) ajuda a uma melhor compreensão da situação.

4.6. Reconstrução da unidade

O jogo das pizas foi uma atividade que consistiu em formar uma piza inteira, retirando, à vez, a peça que quisessem do centro da mesa. As peças tinham as frações voltadas para cima, de modo a que os alunos associassem o tamanho representado à fração correspondente.

Durante o jogo, os alunos, na sua vez, retiravam uma peça que estivesse no centro da mesa para construir a sua piza. Para tal, era necessário arranjar estratégias, perceber que frações eram equivalentes e relações entre elas. A Aluna A, na sua vez, retirou fatias do centro da mesa "a olho", de modo a construir a sua piza, sem se preocupar se havia relação entre as frações e chegou à conclusão que não podia obter uma piza inteira porque estas se sobrepuseram, como podemos observar na figura seguinte.

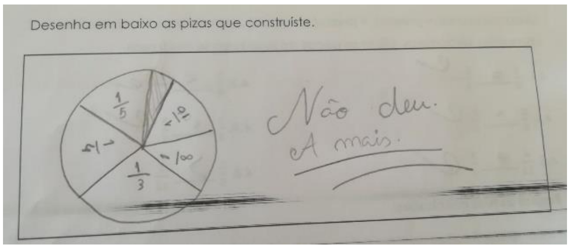


Figura 12. Resposta de uma aluna na construção da unidade

O aluno Ad, por sua vez, utilizou os conhecimentos que já tinha com os apreendidos nas sessões anteriores e conseguiu construir a sua piza, como se pode verificar na figura abaixo representada.

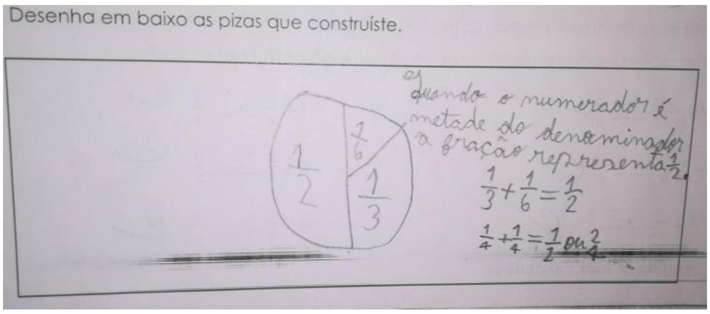


Figura 13. Resposta de um aluno na construção da unidade

Este jogo foi uma atividade que suscitou reações positivas nos alunos, como estes referem nas suas entrevistas. De seguida apresentam-se dois excertos dessas entrevistas.

"**PE** – Gostaste de usar algum destes materiais?

A – Sim.

PE – Qual?

A – Ah… O jogo da piza.

PE – Porquê?

A – Dava para ver as partes da piza e foi mais fácil para resolver as contas e os exercícios."

Outro excerto de uma entrevista:

"**PE –** E o jogo ajudou-te a compreender as frações ou não?

Ad – Sim.

PE – Porquê?

Ad – Porque… tipo… eu percebi qual.. tipo… o tamanho das frações e qual vale mais e qual vale menos. E eu já percebi como se faz para achar tipo $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{6}$ é metade de um $\frac{1}{3}$ e aí a gente pega em $\frac{1}{3}$ e pega em $\frac{1}{6}$ e vê que é metade."

4.7. Comparação do teste diagnóstico e do pós-teste

Considerando a informação presente no gráfico apresentado na figura seguinte, é percetível que, face à data da realização do teste diagnóstico, em que foram identificadas dificuldades na compreensão de número racional, ao nível dos significados da fração, da unidade de referência, da ordenação e comparação de frações e equivalência de frações, a realização do pós-teste indicia uma evolução. Observa-se que, na sua generalidade, as questões sofreram todas um crescimento e toma-se como principal fator a realização das tarefas com enfoque na compreensão da fração, através dos materiais didáticos – barras de Cuisenaire, jogo das pizas e disco de frações. Este gráfico foi obtido através da análise cuidada dos dois testes, em que foram atribuídos pontos a cada questão e posteriormente calculadas as médias das mesmas (cf. Anexo Z).

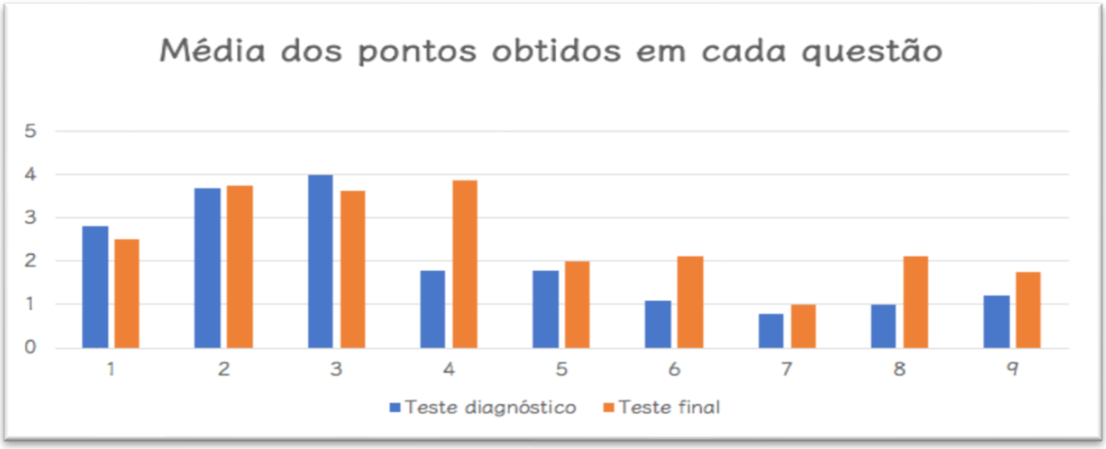


Figura 14. Média dos pontos obtidos em cada questão

5. CONCLUSÕES

Concluída a análise dos resultados importa, então, refletir sobre todo o processo desenvolvido ao longo do período destinado ao estudo, procurando responder à questão orientadora colocada no início deste processo, indicando assim a importância que os materiais manipuláveis tiveram na resolução das tarefas.

A preparação das tarefas, que correspondeu à sua conceção e a escolha dos materiais revelou ser um trabalho árduo. Para além disso, a sua efetivação implicou uma reestruturação do quotidiano do grupo e algumas horas adicionais do seu tempo de trabalho semanal. Assim, terão estes resultados legitimado o esforço efetuado por parte dos alunos e das professoras?

A investigação permitiu compreender que estão ao dispor do professor inúmeros materiais manipuláveis, sendo que lhe cabe a si atribuir-lhe a função e o significado, de acordo com o objetivo pretendido para cada atividade. É expectável que o uso destes materiais possa contribuir para uma prática de ensino mais significativa, favorecendo ao aluno ser construtor da sua aprendizagem, superando eventuais obstáculos e construindo os seus conhecimentos adequadamente.

Ao longo deste curto período de tempo, o que se verificou foi que a através da implementação de testes e de tarefas, foi possível observar que a utilização de materiais manipuláveis demonstrou ser um tipo de trabalho imprescindível para todos os intervenientes, no que diz respeito à compreensão dos conceitos pretendidos. Com efeito, os resultados apresentados no subcapítulo anterior revelam um progresso nas competências, uma vez que os alunos, através da manipulação, foram capazes de construir significado, estabelecer relações e distinguir os conceitos abordados. Desta forma, "os materiais manipuláveis podem ser retratados como instrumentos de mediação que permitem desenvolver conceitos matemáticos" (Caldeira, 2009, p. 582).

Durante o período dispensado à concretização das tarefas, é de realçar a importância da comunicação entre pares e em grande grupo, a discussão e a partilha de ideias, a aprendizagem intrínseca que os alunos adquiriam com a manipulação dos materiais, de forma a construir conhecimento, evidenciando-se como facilitadores da aprendizagem. Segundo Barmby Blisbotough, Harries e Higgins (2009), para além das diferentes representações e das suas relações, é importante proporcionar aos alunos momentos de discussão, uma vez que estes permitem uma melhor compreensão do conceito e o desenvolvimento da linguagem, a ele associada. Apesar disso, a prática incidiu sobre a preocupação de fazer os alunos compreenderem os números racionais, neste estudo específico, essencialmente na representação de fração, prática que deve ter continuidade para que as dificuldades identificadas relativamente aos números racionais sejam ultrapassadas.

Apesar da visível evolução, tem que se considerar que, além do período de intervenção ser de duração demasiado curta (menos de um mês), deveria ser um trabalho continuado. O que é certo é que é de elevada importância trabalhar-se os números racionais nos seus mais diversos significados, de modo a torná-los completamente compreendidos, para que os alunos adquiram verdadeiro conhecimento. É necessário que, tanto os alunos como professores, compreendam que não é a explicitação de regras e de mnemónicas que promovem a aprendizagem, mas o processo de construção do próprio conceito e da compreensão da complexa teia de conceitos e significados relacionados com a representação do número racional em fração. Nesse âmbito, o recurso aos materiais manipuláveis torna-se interessante no processo de ensino destes números.

No que diz respeito às barras Cuisenaire, Nacarato (2005) realça as possibilidades do material Cuisenaire com fracções e volumes. Como o autor refere "por ser um material que representa grandezas contínuas, possibilita explorar a fracção no seu sentido de medida, bem como a representação dos algoritmos das operações com fracções" (p.4). Deste modo, este tipo de material pode trabalhar o significado de medida ao comparar uma grandeza com outra da mesma espécie, tomada como unidade. Assim, as tarefas desenvolvidas com este material foram ao encontro do significado, como explicado no capítulo anterior.

Relativamente ao disco de frações, este material ajuda na representação gráfica de fração. Não ajuda apenas na compreensão de fração em si, mas também os conceitos associados, como principalmente a equivalência de frações. Por esta razão, as tarefas realizadas com este material trabalharam o conceito de equivalência. O disco de frações permitiu ao aluno manusear, experimentar, comparar e verificar as frações e as relações que estas tinham.

O jogo das pizas era muito semelhante ao disco de frações, embora com uma modalidade mais lúdica. Esta foi a atividade que motivou mais os alunos. Através deste material (e do anteriormente referido), os alunos reconheceram a diferença entre as diversas frações unitárias com denominadores que variavam de 2 a 12, e também unir diferentes frações para formar uma unidade.

Com a comparação do teste diagnóstico com o pós-teste, pode-se observar que, globalmente, o grupo compreendeu o conceito de fração e algumas aplicações. Desta forma, verifica-se que a prática desenvolvida possibilitou a construção do conhecimento, esperando bons resultados futuramente.

Através da utilização destes materiais manipuláveis, observou-se que os alunos se interessavam bastante em fazer as atividades propostas, bem como a questionar e participar partilhando as suas ideias. O fato de estarem a "brincar" em grupo, fazia com que eles se entreajudassem e construíssem o seu conhecimento, tornando estes momentos mais prazerosos.

Podemos, por essa razão, concluir que devem ser dadas oportunidades, em todos os ambientes de ensino-aprendizagem, para a manipulação deste tipo de materiais, apropriando-se dos conhecimentos matemáticos, subvalorizando as regras mnemónicas, aprender "como" e "porquê", possibilitando que o aluno tome conta do seu raciocínio.

Como limitações do estudo, para além da inexperiência da investigadora, destaco o facto de terem sido realizadas poucas atividades com o grupo, mas não foi possível alargar a intervenção. A nível metodológico, o recurso a registos por vídeo e a análise de outro tipo de produções teria sido favorável, uma vez que me permitiria recolher informações de uma forma mais concreta e efetiva, o que teria permitiria aprofundar os resultados do estudo e dar-lhe uma maior sustentação.

Em conclusão, compreende-se que a implementação de tarefas com recurso a materiais manipuláveis constituiu uma mais-valia para os alunos e até para a professora cooperante, uma vez que reconheceu a utilidade desta prática de trabalho em sala de aula, demonstrando desejo de dar continuidade ao trabalho desenvolvido. Embora o processo de implementação seja mais trabalhoso (do que o ensino tradicional) e um pouco intimidante quando se assume a função de professora estagiária, esta prática é essencial em sala de aula, pois promove o ensino-aprendizagem e acima de tudo compreensão pelos conteúdos.

TERCEIRA PARTE

1. REFLEXÃO FINAL

Nesta fase final da minha formação inicial, torna-se importante refletir sobre o percurso académico realizado e rico em aprendizagens, aspetos positivos e, por vezes, alguns constrangimentos. Para Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas e Ferreira (1998b) o conhecimento profissional do professor emerge da articulação entre os saberes do conhecimento académico e da ação educativa e "baseia-se sobretudo na experiência e na reflexão sobre a experiência, não só individual, mas de todo o corpo profissional" (p. 44).

Este percurso foi marcado por vivências e estágios interventivos que contribuíram para construir as minhas conceções sobre a profissão de docente. É durante a formação inicial que "adquirimos os conhecimentos basilares, para podermos desempenhar correctamente a docência" (Lisboa, 2005, p. 29) e estes mesmo estágios tornam-se fulcrais, uma vez que podemos experimentar, embora num curto período de tempo, o papel do professor.

Esta secção é dedicada à análise crítica da PES II, onde são identificados aspetos positivos e alguns constrangimentos essenciais para o desenvolvimento da minha formação pessoal e profissional.

Relativamente ao estágio realizado no 1.º CEB, considero que foi uma mais valia para mim, uma vez que pude experimentar e vivenciar o modelo do MEM, um contexto favorável à aprendizagem dos alunos e numa sala de aula em que a professora titular tem os princípios pedagógicos com os quais me identifico bastante.

Santos (2011) refere que um professor aprende ao longo da sua própria intervenção no processo de ensino e aprendizagem, sendo a sua maior aprendizagem quando se torna capaz de refletir sobre os aspetos positivos e negativos da sua ação. Nas palavras de Oberg (citado por Zabalza, 2003), "os professores podem chegar a ser melhores profissionais reflectindo sobre o que fazem" (p. 277). Assim, ao longo deste período, foram vários os momentos de reflexão quer com os professores orientadores, quer com os parceiros de estágio, quer com os professores da ESE ou mesmo sozinha. Estas reflexões constantes fizeram-me questionar e repensar questões pertinentes.

No 2.º CEB, deparei-me com um contexto similar ao que tinha vivenciado no 1.º CEB, no entanto, o modelo pedagógico adotado pelas professoras era completamente diferente. Neste ciclo, as professoras adotaram um modelo pedagógico que se baseia essencialmente no método expositivo e na memorização de conteúdos desprovidos de significado para quem aprende. O facto de ter contactado com um modelo pedagógico diferente, pude constatar que o ensino era centrado no professor e não nos alunos. Deste modo, posso referir que existia uma desmotivação por parte dos alunos e a aquisição dos conteúdos era mais complexa e demorada. Este contacto fez-me alargar horizontes e perceber que os professores devem utilizar um modelo pedagógico mais dinâmico, centrado no aluno e com aprendizagens que sejam significativas para os alunos.

Para conseguir uma boa prática, temos de ter uma boa relação entre o par de estagiários. Nos estágios realizados, considero que esta relação permitiu a cooperação e entreajuda e que se tornou um ponto positivo em todo o processo. Cardona (2005) defende que o grupo de trabalho formado é decisivo para o sucesso de todo este processo, tendo em conta que o objetivo de trabalho tem de ser comum e a interação entre todos e a reflexão de todo o trabalho tem de ser constante.

A boa relação mantida durante os estágios entre as professoras cooperantes também foi uma mais valia, uma vez que pude sempre expressar as minha emoções, sentimentos e opiniões. As professoras mostraram-se sempre dispostas a planificar e a criar materiais em conjunto com as estagiárias. Também nos deu liberdade para que pudéssemos alterar aspetos que necessitavam de ser melhorados.

Outro aspeto bastante positivo foi o facto de as turmas nos terem recebido muito bem, mostrando-se bastante recetivas à nossa chegada. Durante as tarefas dinamizadas, os alunos revelaram sempre bastante empenho, participando nas mesmas, facilitando assim a intervenção.

No que respeita aos aspetos menos positivos, é de destacar a exigência que nos solicitam por parte da instituição, apesar de compreensível, é quase inexequível, uma vez que começamos sempre as intervenções ainda com o Plano de Intervenção por entregar, o que dificulta o planeamento e a construção de materiais.

Outro constrangimento é a gestão do tempo. Este ponto é justificável pela falta de experiência e também porque não conhecia o ritmo de aprendizagem dos alunos e das turmas em geral. Muitas das vezes, sobrava tempo depois da atividade e outras vezes faltava. É importante saber agir face a estas duas situações. Nestas alturas, temos de ter um segundo plano para não haver uma quebra acentuada durante o decorrer da aula. Considero também os curtos períodos de prática como fragilidade, uma vez que quando começamos a estar mais à vontade com a turma e a conhecer melhor o ritmo de trabalho de cada aluno, é quando a prática está a terminar.

Penso que a relação que criei em todos os estágios interventivos com os alunos foi bastante positiva. Ao longo destes períodos pude conhecer todos os alunos e criar laços com cada um deles, desenvolvendo assim competências de aprendizagens das duas partes. Assim, considero que as minhas intervenções foram bem-sucedidas, pois não só contribuí para as aprendizagens dos alunos, como também me enriqueci como profissional de educação.

No tocante ao estudo desenvolvido, foi realmente um desafio que temia muito no início. Sempre achei que seria uma fase do meu percurso muito complexa, mas acima de tudo enriquecedora. A leitura realizada para o desenvolvimento do meu estudo contribuiu muito para o meu enriquecimento acerca do tema. A organização dos dados recolhidos e a análise dos mesmos desenvolveu bastante a minha capacidade de organização, de desenvolvimento de tarefas e de análise.

Concluo que todo o meu percurso académico contribuiu positivamente para a minha promoção pessoal e profissional. Adquiri aprendizagens distintas, contactei com diferentes contextos e modelos pedagógicos. Penso que os estágios foram os momentos que mais marcaram o meu percurso académico, pude pôr em prática tudo o que adquiri nas aulas e constatar a realidade do ensino. Através do que vivenciei nos diversos contextos, saliento a importância de existir uma adaptação do professor à realidade com a qual está a ter contacto, bem como às características dos alunos.

Espero futuramente conseguir adaptar-me a qualquer realidade vivenciada, tendo uma relação próxima com os alunos e, deste modo, facilitando a aquisição de conhecimentos por parte dos mesmos. Ser professor é realmente refletir, adaptar e melhorar. É uma aprendizagem que dura a vida inteira. Apenas desta forma conseguiremos formar alunos que serão o nosso futuro.

REFERÊNCIAS

Arends, R. I. (1995). *Aprender a Ensinar*. Lisboa: McGRAW-Hill

Barmby, P., Bilsborough, L., Harries, T., & Higgins, S. (2009). *Primary Mathematics: Teaching For Understanding: Teaching for Understanding.* McGraw-Hill International.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). *Rational number concepts.* Em R. Lesh & M. Landau (Org.), Acquisition of mathematics concepts and processes (pp. 92-126). New York, NY: Academic Press

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). *Rational number, ratio and proportion*. In D. Grouws (Org.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 296-333). NY: Macmillan.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). *Rational number concepts*. In R. Lesh & M. Landau (Org.), Acquisition of mathematics concepts and processes (pp. 92-126). New York, NY: Academic Press.

Bezerra, M. J. (1962). *O material didático no ensino da matemática.* Diretoria do Ensino Secundário/Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário/MEC. Rio de Janeiro.

Bogdan, R. e Biklen. S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

Botas, D., & Moreira, D. (2013). *A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática: Um estudo no 1º Ciclo*. Revista Portuguesa de Educação, *26*(1), 253-286.

Caldeira, M. F. (2009). *Aprender a matemática de uma forma lúdica*. Lisboa: Escola Superior de Educação João de Deus

Caldeira, M. F. T. H. S. (2009). *A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática*. Universidad de Málaga, Servicio de Publicaciones.

Caraça, B. (1951). *Lições de Álgebra e Análise*, Vol. I 1956, Vol. II 1954, Livraria Sá da Costa, Lisboa. Conceitos Fundamentais da Matemática.

Cardona, M. J. (2005). A prática profissional como eixo agregador da formação. In Alonso & M. C. Roldão (Coords.), *Ser professor do 1º Ciclo: Construindo a Profissão* (pp. 111-120). Coimbra: Almedina.

Cardoso, P., & Mamede, E. (2017). *Dificuldades em ensinar frações no 1.º Ciclo do Ensino Básico.* Educação e Matemática - Associação de Professores de Matemática, 44–46.

Carmo, H. & Ferreira, M. (2008). *Metodologia da Investigação – Guia para Auto-- Aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Castelli, M. D. B. (2010). *A reflexão sobre a prática pedagógica: processo de ação e transformação. VIII Encontro de pesquisa em educação da região Sul*. AnpedSul. Anais. Londrina.

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). *Drawing on a theoretical model to study students' understanding of fractions*. Educational Studies in Mathematics, 64, 293-316

Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J. R. C., & Vieira, S. R. (2009). *Investigação-acção: metodologia preferencial nas práticas educativas*. Instituto Superior Politécnico Gaya, Universidade do Minho.

Decreto-lei 3/2008 de 7 de janeiro. Diário da República n.º 4 – I Série. Ministério da Educação, Lisboa.

Decreto-Lei nº 176/2014 de 12 de dezembro. Diário da República nº 240 – I Série. Ministério da Educação e da Ciência, Lisboa.

Esteves, L. (2007). *O Movimento da Escola Moderna – Um percurso cooperativo na construção da profissão docente e no desenvolvimento da pedagogia escolar*. Revista Lusófona de Educação, 9, 192-195.

Estrela, A. (2002). *Relação Pedagógica, Disciplina e Indisciplina na Aula*. Porto: Porto Editora

Fernandes, E. (1997). *O trabalho cooperativo num contexto de sala de aula*. Análise Psicológica, *4* (15), 563-572.

Fonseca, J. (2013). *A investigação-ação como abordagem ao currículo: Questões metodológicas e éticas.* Em F. Sousa, L. Alonso, & M. d. Roldão, Investigação para um Currículo Relevante (pp. 73-86). Coimbra: Edições Almedina, S. A.

Grave-Resendes, L. & Soares, J. (2002). *Diferenciação Pedagógica.* Lisboa: Universidade Aberta.

Guedes, M. (2011). *Trabalho em Projectos no Pré-escolar.* Escola Moderna, 40, (pp.5-12).

Kieren, T. (1976). *On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers.* Em R. Lesh & D. Bradbard (Org.), Number and measurement: papers from a research workshop (pp. 101-144). Columbus

Lamon, S.J. (1999). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding.* Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.

Leite, C. e Fernandes, P. (2002). *A avaliação das aprendizagens dos alunos: novos contextos, novas práticas*. Porto: Asa.

Lima, E. L., Carvalho, P. C. P., Wagner, E., & Morgado, A. C. (2002). Temas e Problemas Elementos. 2ª Ed: SBM, Rio de Janeiro.

Lisboa J. (2005). Reflectindo sobre a formação. In L. Alonso & M. C. Roldão (Coords.), *Ser Professor do 1.º Ciclo: Construindo a Profissão* (pp. 27-30). Coimbra: Almedina.

Lopes, J. B., Silva, A. A., Cravino, J. P., Viegas, C., Cunha, A. E., Saraiva, E., ... & Santos, C. A. (2012). *Instrumentos de Ajuda à Mediação do Professor Para Promover a Aprendizagem dos Alunos e o Desenvolvimento Profissional dos Professores.* Revista do Centro de Investigação e Inovação em Educação, 2(1), 125-171.

Ludke, M., & André, M. E. (2011). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. Em Aberto, 5(31).

Matos, J. M., Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Monteiro, C. & Pinto, H. (2005). *A aprendizagem dos números racionais.* Quadrante, 14(1), 89–107.

Monteiro, C & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática..

Monteiro, C., Pinto, H., & Figueiredo, N. (2005). *As fracções e o desenvolvimento do sentido do número racional.* Educação e Matemática, 84, 47-51.

Moreira, M. A., & Alarcão, I. (1997). *A investigação-ação como estratégia de formação inicial de professores reflexivos*. Em I. Sá-Chaves, Percursos de formação e desenvolvimento profissional (pp. 119-138). Porto: Porto Editora.

Morgado, J. (2004). *Qualidade na Educação – Um desafio para os professores*. Lisboa: Editorial Presença.

Muraro, D. N. (2017). *A prática reflexiva e professor em formação*. Filosofia e Educação, 9(2), 48-70.

Nacarato, Adair M. (2005). *Eu trabalho primeiro no concreto*. Revista de Educação Matemática. São Paulo. Ano 9, n.º 9-10, p. 1-6. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Niza, S. (2003). Editorial. Revista Escola Moderna, Nº18, 5ª série. Consultado a 25 de abril de 2018, em http://centrorecursos.movimentoescolamoderna.pt/dt/1_2_0_mod_pedag_mem/120_a_12_edit_18_sniza.pdf

Nunes, J. (2014). *Projeto de Intervenção*. Pontinha: Agrupamento de Escolas de Odivelas N.º1.

Owens, D. T. (1993). *Teaching and learning decimal fractions*. Em D. T. Owens (Ed.), Research ideas for the classroom: High school mathematics (pp. 159-178). Reston: NCTM.

Pacheco, J. A. (1995). *Formação de Professores: teoria e praxis*. Braga: Instituto de Educação e Psiologia - Universidade do Minho.

Parker, M., & Leinhardt, G. (1995). *Percent: A privileged proportion*. Review of Educational Research, 65(4), 421-481.

Perfeito, M. J. l. (2015*). Conhecimento do professor do 1º ciclo sobre números racionais* [Dissertação de mestrado] Escola Superior de Educação de Lisboa – Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa.

Pina, I. (2015). *A Passagem do 1.º para o 2.º CEB. Continuidade ou Recomeço?* (Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa). Consultada a 30 de outubro em http://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/5279

Ponte, J. P. D., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1998). *O trabalho do professor numa aula de investigação matemática*. Quadrante, 41-70.

Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da matemática para o 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J.P. & Serrazina, L. (2004). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Quadrante, 13(2), 51-74.

Quaresma, M. A. F. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino*. Lisboa: Universidade de Lisboa. Dissertação de mestrado em educação

Roldão, M. C. (2006). *Gestão do Currículo e Avaliação de Competências – As questões dos professores*. Lisboa: Editorial Presença.

Santos, J. L. C. (2011). *A Reflexão Partilhada sobre a Prática Docente no 1º ano de Trabalho como Forma de Potenciar o Desenvolvimento Pessoal e Profissional*. (Relatório de mestrado não publicado). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa

Sarama, J., & Clements, D. H. (2016). *Physical and Virtual Manipulatives: What Is "Concrete*"?. In International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives(pp. 71-93). Springer, Cham.

Sarmento, T. (2009). *As Identidades Profissionais em Educação de Infância*. *Locus SOCI@L*, 2, 46-64.

Seabra, F. (2010). *Ensino Básico: Repercussões da Organização Curricular por Competências na Estruturação das Aprendizagens Escolares e nas Políticas Curriculares de Avaliação. (Tese de doutoramento).* Universidade do Minho: Instituto de Educação e Psicologia.

Serrazina, M. D. L. (1990). *Os materiais e o ensino da Matemática.* Educação e Matemática, 13(1).

Serrazina, L., & Ponte, J. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1. º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Silva, M. I. (2013). *Prática Educativa, teoria e investigação.* Interacções, 27, 283-304.

Soares, S. A. G. (2014). *Uma experiência com frações e réguas de Cuisenaire na formação de professores nos anos iniciais*. Rio de Janeiro: Faculdade de Educação. Monografia de Licenciatura em Pedagogia

Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (2014). *Instrumento de regulação ético-deontológica carta ética.* Consultado em 1 de novembro de 2018 http://www.spce.org.pt/carta%c3%83%e2%80%b0tica.pdf

Turrioni, Ana M.ª S. (2004). *O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores.* Dissertação de Mestrado. Unesp, Rio Claro.

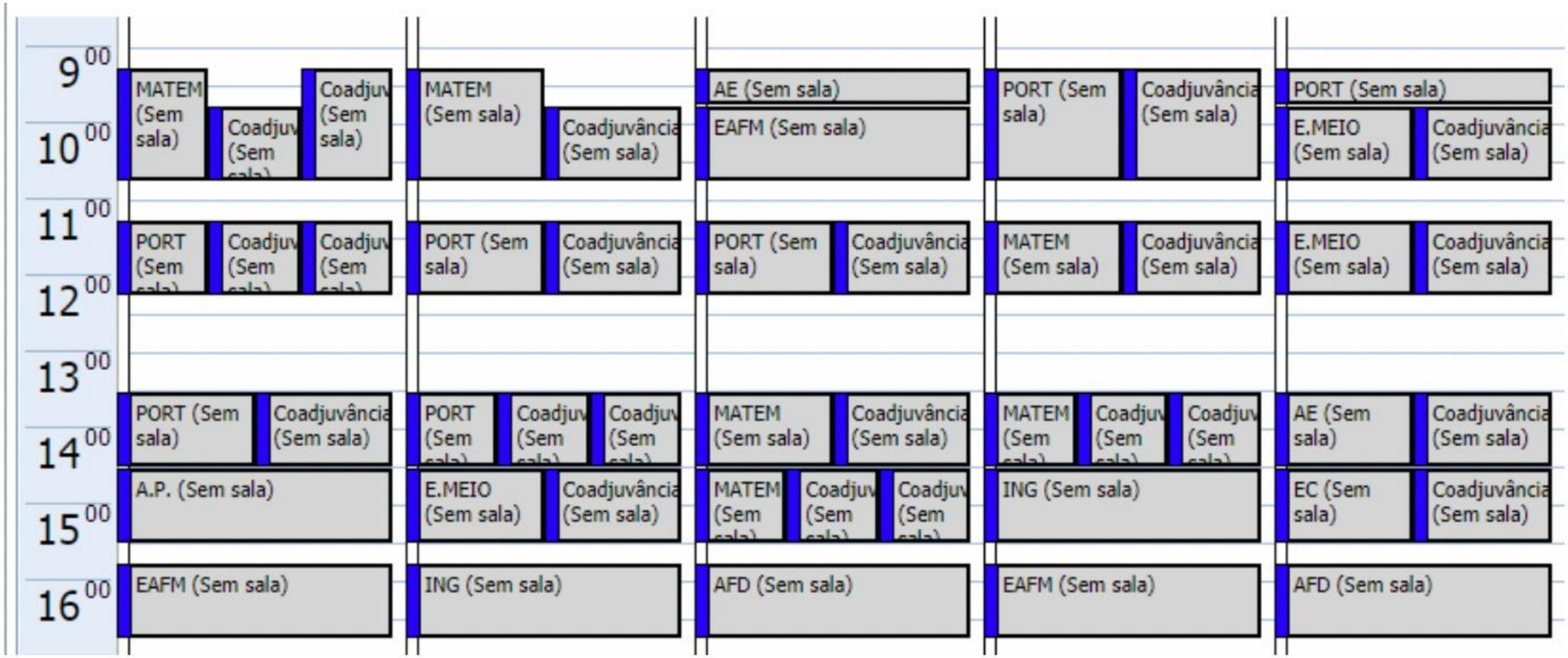
Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Dos inteiros aos reais. Em P. Palhares, Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico (pp. 215-250). Lisboa: Lidel.

Veloso, G. (2017). O modelo retangular na compreensão de algoritmos operatórios com números racionais representados em fração. Educação e Matemática, 143, 5 – 9.

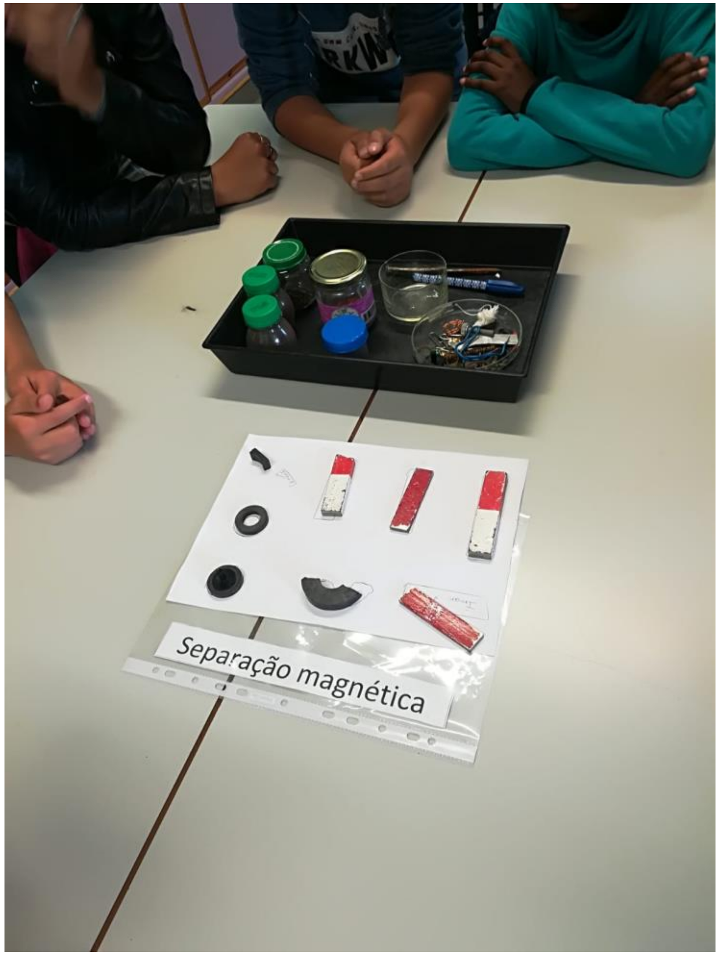
Zabalza, M. A. (2003). *Planificação e Desenvolvimento Curricular na Escola*. Porto: Edições ASA

ANEXOS

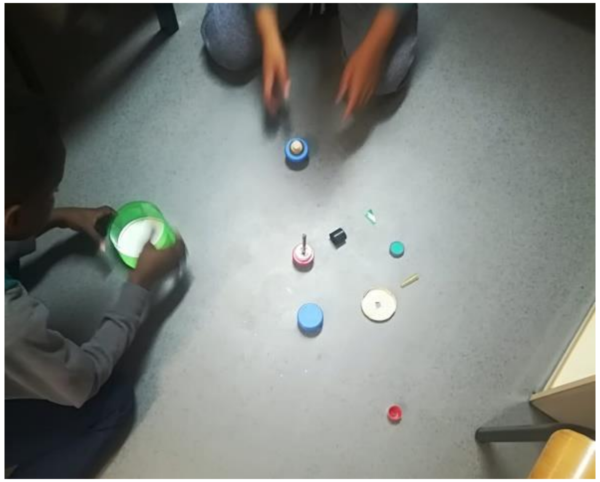
Anexo A – Horário da Turma

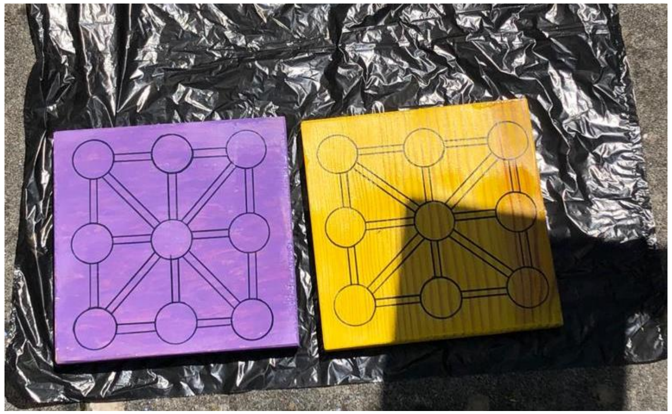


Anexo B – Atividades experimentais



Anexo C – Jogos construídos pelos alunos





Anexo D - Exemplo de ficheiro de Matemática

Ficha de Matemática – Números e Operações

D4 – Sei o que é o "numerador" e "denominador" duma fração. (5)
D4 – Identifico se uma fração representa um número inteiro. (6)
D4 – Sei distinguir uma fração própria de uma fração imprópria (maior que a unidade). (8)

Relembra…

Para reconheceres se uma **fração é imprópria**, basta verificares se o número do numerador é **maior** do que o número do denominador.

Uma **fração imprópria** representa um número inteiro se o numerador for múltiplo do denominador.

Por exemplo:

$2 \times 6 = 12$ então $\frac{12}{2} = 6$

$\frac{25}{5} = 5$ já que $5 \times 5 = 25$

- O **um** pode ser representado por qualquer fração que tenha o numerador igual ao denominador (ambos diferentes que zero); $\frac{2}{2}$
- O **zero** pode ser representado por uma fração de numerador zero e denominador um qualquer número natural. $\frac{0}{4}$

1. Rodeia a vermelho as **frações próprias** e a azul as **frações impróprias**.

$\frac{2}{3}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{12}{3}$ $\frac{6}{17}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{28}{3}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{7}{8}$

$\frac{12}{14}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{10}{6}$ $\frac{10}{6}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{13}$ $\frac{15}{16}$ $\frac{100}{101}$

1.1. Houve alguma fração que não rodeaste? Explica porquê.

2. Das seguintes frações demonstra, rodeando e explicando, as que representam números inteiros.

$\frac{18}{9}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{36}{4}$ $\frac{27}{7}$ $\frac{45}{8}$

$\frac{7}{5}$ $\frac{100}{10}$ $\frac{42}{7}$ $\frac{125}{25}$ $\frac{89}{8}$

Anexo E – Conquistador da Tabuada

Já sei a tabuada… - maio

	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12
Ad																							
Al																							
Ar																							
Dai																							
Den																							
Dzl																							
E																							
F																							
Gab																							
Gm																							
H																							
L																							
M																							
MG																							
MS																							
My																							
Mr																							
Rf																							
Ri																							
W																							

Anexo F – Exemplo de cálculo mental

Cálculo mental: Pensamento algébrico
Padrões

A seguir, está o início de uma sequência de figuras pretas e brancas que o Miguel desenhou. Na sequência, há um padrão que se repete sempre.

Quais são as três figuras que vêm a seguir na sequência?

☐ Opção A

☐ Opção B

☐ Opção C

☐ Opção D

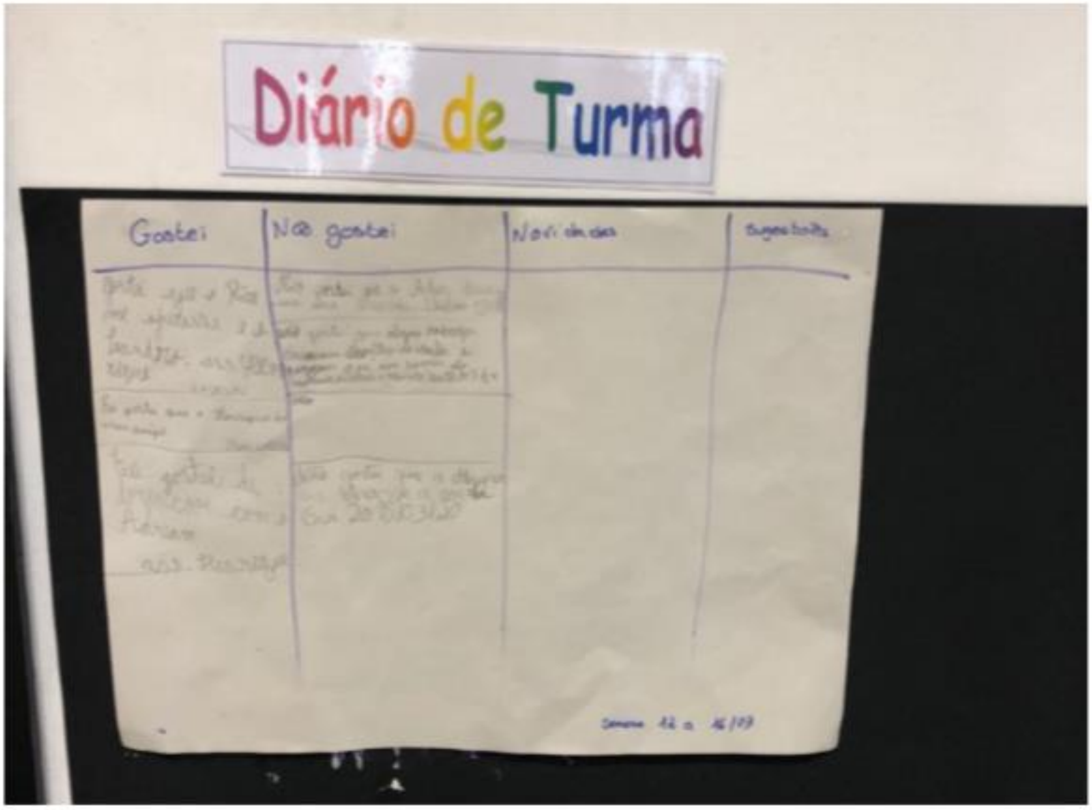
Ao todo, o Miguel desenhou 60 figuras na sequência.

Quantas figuras brancas desenhou o Miguel?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: ____________________

Anexo G – Diário de Turma



Anexo H – Grelha de observação: competências sociais

S1 (3dias) Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS							
AC							
DC							
DP							
DB							
ET							
FM							
GC							
GF							
HM							
LR							
MM							
MF							
RK							
WA*							
MG							
AM							
RM							
MS							
Ma							

Legenda:

Sim

Sorta

Não

Não observado

S2 (3dias) Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS	Não observado	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
AC	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Não	Não
DC	Não observado	Não	Por vezes	Por vezes	Sim	Não	Não
DP	Não observado	Não	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
DB	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Por vezes	Não
ET	Não observado	Não	Não	Não	Por vezes	Não observado	Sim
FM	Não observado	Não	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
GC	Não observado	Não	Não	Não	Por vezes	Por vezes	Não
GF	Não observado	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Por vezes	Não
HM	Não observado	Não	Não	Por vezes	Sim	Sim	Não
LR	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Por vezes	Não
MM	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Por vezes	Não
MF	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Sim	Não
RK	Não observado	Por vezes	Não	Não	Sim	Por vezes	Não
WA*	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Não observado	Não	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
AM	Não observado	Não	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
RM	Não observado	Não	Não	Não	Por vezes	Por vezes	Não
MS	Não observado	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Ma	Não observado	Não	Por vezes	Não	Sim	Sim	Não

Legenda:

Sim | Por vezes | Não | Não observado

S3 Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS							
AC							
DC							
DP							
DB							
ET							
FM							
GC							
GF							
HM							
LR							
MM							
MF							
RK							
WA*							
MG							
AM							
RM							
MS							
Ma							

Legenda:

Sim

Por vezes

Não

Não observado

S4 Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
AC	Por vezes	Por vezes	Por vezes	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
DC	Não	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Por vezes	Sim
DP	Por vezes	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Não
DB	Por vezes	Por vezes	Não	Sim	Por vezes	Sim	Sim
ET	Não	Por vezes	Não	Sim	Sim	Não observado	Não
FM	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Por vezes	Não
GC	Por vezes	Por vezes	Por vezes	Por vezes	Por vezes	Por vezes	Não
GF	Não	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
HM	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Sim	Sim	Sim
LR	Por vezes	Por vezes	Sim	Por vezes	Sim	Sim	Sim
MM	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
MF	Por vezes	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Não
RK	Não	Por vezes	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
WA*	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Por vezes	Por vezes	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
AM	Sim	Por vezes	Sim	Por vezes	Sim	Sim	Sim
RM	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Por vezes	Não
MS	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Ma	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Sim	Sim	Não

Legenda:

Sim | Por vezes | Não | Não observado

S5 Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
AC	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
DC	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Por vezes	Sim
DP	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
DB	Sim	Sim	Por vezes	Sim	Sim	Não observado	Não observado
ET	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Sim	Não observado	Não
FM	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
GC	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
GF	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
HM	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
LR	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
MM	Por vezes	Sim	Por vezes	Por vezes	Sim	Não observado	Não observado
MF	Por vezes	Sim	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Sim
RK	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não observado	Não observado
WA*	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Por vezes	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Sim
AM	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
RM	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado
MS	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Ma	Por vezes	Sim	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Não

Legenda:

Sim

Por vezes

Não

Não observado

S6 Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS							
AC							
DC							
DP							
DB							
ET							
FM							
GC							
GF							
HM							
LR							
MM							
MF							
RK							
WA*							
MG							
AM							
RM							
MS							
Ma							

Legenda:

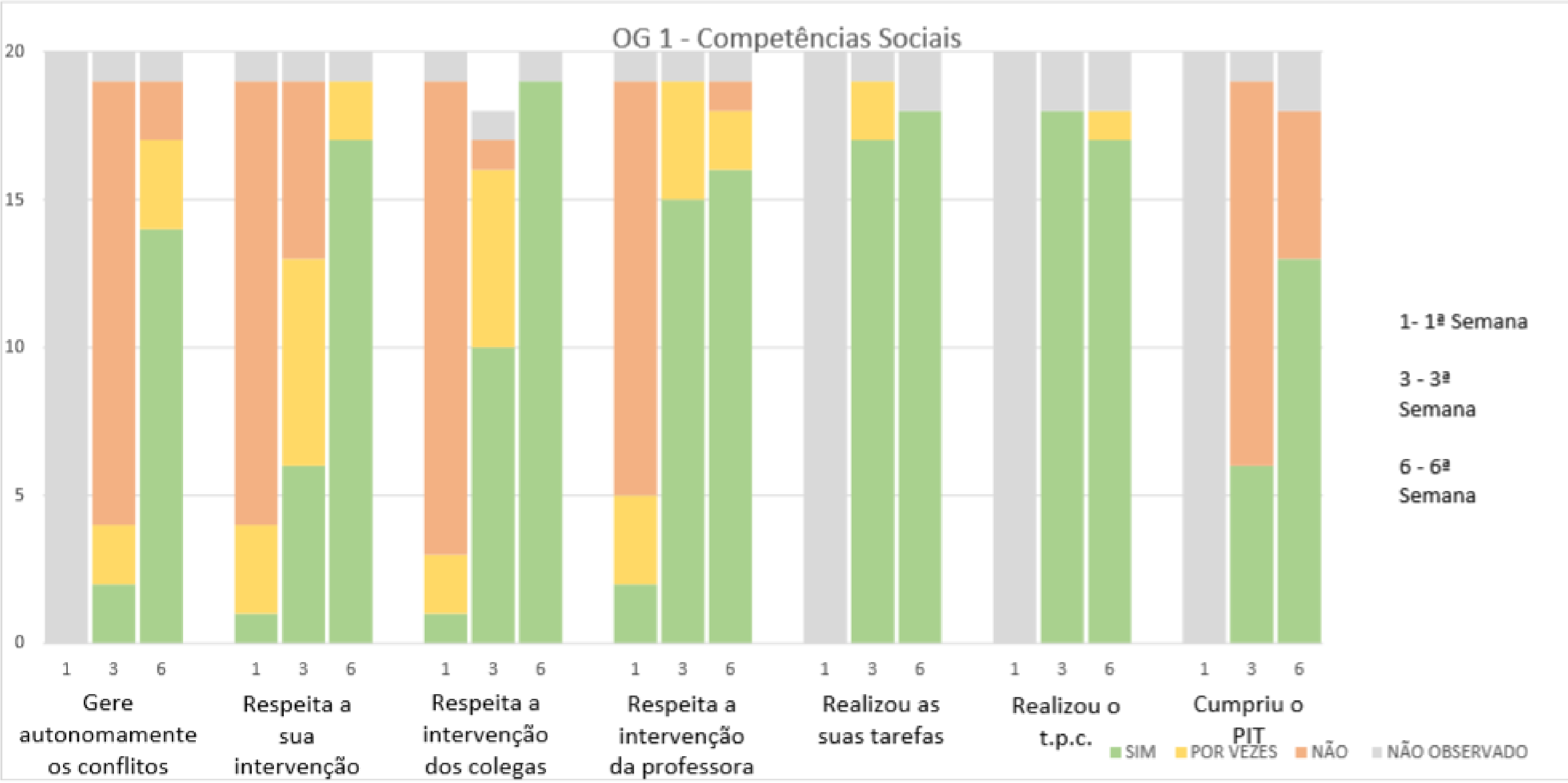
Sim

Por vezes

Não

Não observado

Anexo I – Gráfico da Avaliação das competências sociais



Anexo J – Grelha de observação: Compreensão Leitora

S1 (3dias) Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS							
AC							
DC							
DP							
DB							
ET							
FM							
GC							
GF							
HM							
LR							
MM							
MF							
RK							
WA*							
MG							
AM							
RM							
MS							
Ma							

Legenda:

Sim

Por vezes

Não

Não observado

S2 (3dias) Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS	Não observado	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
AC	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Não	Não
DC	Não observado	Não	Por vezes	Por vezes	Sim	Não	Não
DP	Não observado	Não	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
DB	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Por vezes	Não
ET	Não observado	Não	Não	Não	Por vezes	Não observado	Sim
FM	Não observado	Não	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
GC	Não observado	Não	Não	Não	Por vezes	Por vezes	Não
GF	Não observado	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Por vezes	Não
HM	Não observado	Não	Não	Por vezes	Sim	Sim	Não
LR	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Por vezes	Não
MM	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Por vezes	Não
MF	Não observado	Não	Não	Não	Sim	Sim	Não
RK	Não observado	Por vezes	Não	Não	Sim	Por vezes	Não
WA*	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Não observado	Não	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Não
AM	Não observado	Não	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
RM	Não observado	Não	Não	Não	Por vezes	Por vezes	Não
MS	Não observado	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Ma	Não observado	Não	Por vezes	Não	Sim	Sim	Não

Legenda:

Sim | Por vezes | Não | Não observado

S3 Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS							
AC							
DC							
DP							
DB							
ET							
FM							
GC							
GF							
HM							
LR							
MM							
MF							
RK							
WA*							
MG							
AM							
RM							
MS							
Ma							

Legenda:

Sim   Por vezes   Não   Não observado

S4 Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS							
AC							
DC							
DP							
DB							
ET							
FM							
GC							
GF							
HM							
LR							
MM							
MF							
RK							
WA*							
MG							
AM							
RM							
MS							
Ma							

Legenda:

Sim

Por vezes

Não

Não observado

S5 Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
AC	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
DC	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Por vezes	Sim
DP	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
DB	Sim	Sim	Por vezes	Sim	Sim	Não observado	Não observado
ET	Não	Por vezes	Sim	Por vezes	Sim	Não observado	Não
FM	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
GC	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
GF	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
HM	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
LR	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não
MM	Por vezes	Sim	Por vezes	Por vezes	Sim	Não observado	Não observado
MF	Por vezes	Sim	Por vezes	Por vezes	Sim	Sim	Sim
RK	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não observado	Não observado
WA*	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Por vezes	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Sim
AM	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
RM	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado	Não observado
MS	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Ma	Por vezes	Sim	Por vezes	Sim	Sim	Sim	Não

Legenda:

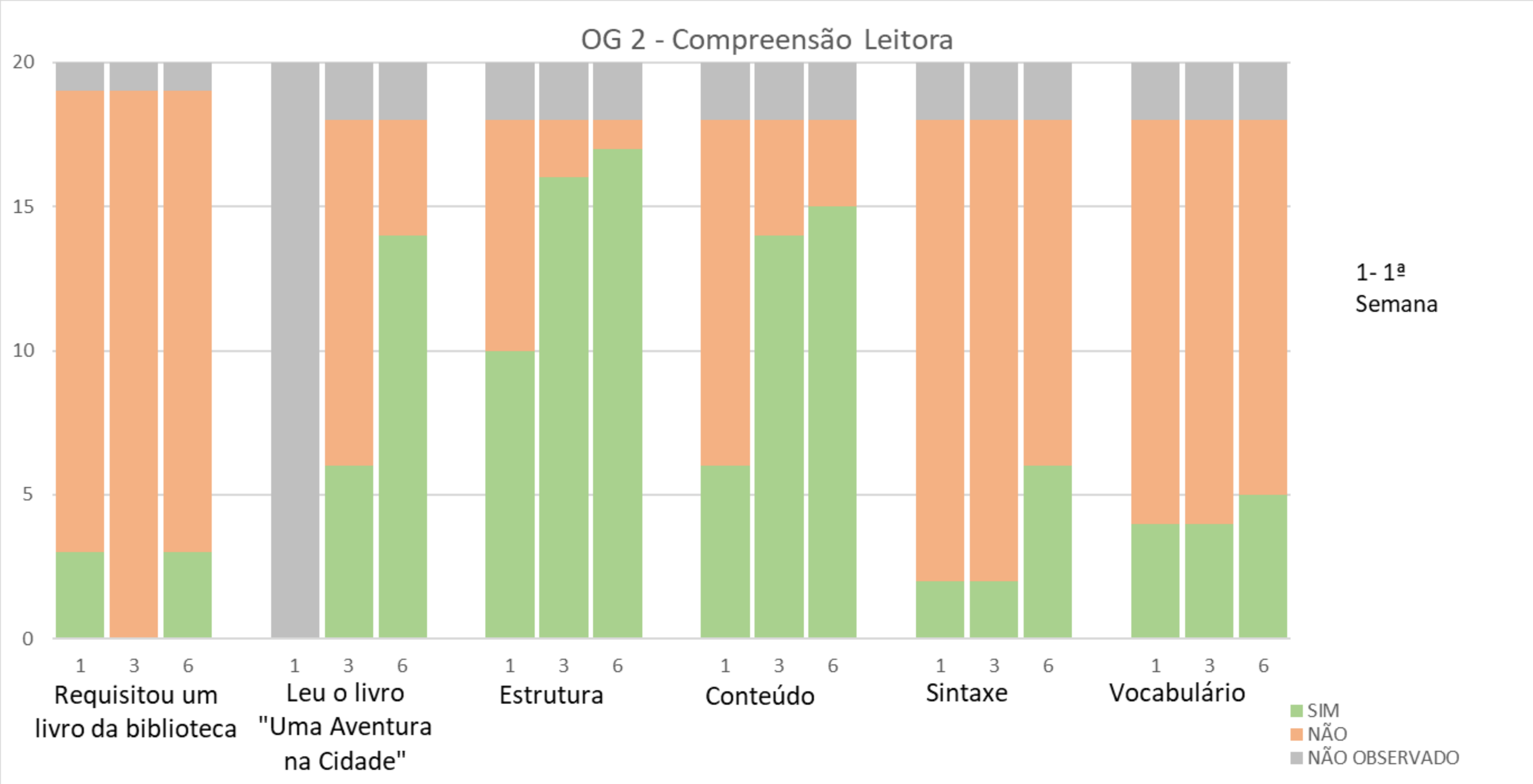
Sim — Por vezes — Não — Não observado

S6 Alunos	Gere autonomamente os conflitos	Respeita a intervenção			Promoveu o sentido de responsabilidade		
		A sua	Dos colegas	Da professora	Realizou as suas tarefas	Realizou o t.p.c.	Cumpriu o PIT
AS							
AC							
DC							
DP							
DB							
ET							
FM							
GC							
GF							
HM							
LR							
MM							
MF							
RK							
WA*							
MG							
AM							
RM							
MS							
Ma							

Legenda:

Sim Sorta Não Não observado

Anexo K – Gráfico da Avaliação da Compreensão Leitora



Anexo L - Grelha de Avaliação das estratégias de Cálculo Mental

S1 Alunos	Reforça o algoritmo		Decompõe o número
	Usa o algoritmo quando solicitado	Resolve problemas recorrendo ao algoritmo	Utiliza a estratégia de múltiplos e divisores
AS			
AC			
DC			
DP			
DB			
ET			
FM			
GC			
GF			
HM			
LR			
MM			
MF			
RK			
WA*			
MG			
AM			
RM			
MS			
Ma			

Legenda:

Sim Não Não observado

S2 Alunos	Reforça o algoritmo		Decompõe o número
	Usa o algoritmo quando solicitado	Resolve problemas recorrendo ao algoritmo	Utiliza a estratégia de múltiplos e divisores
AS	Não	Não	Não
AC	Não	Não	Não
DC	Sim	Sim	Sim
DP	Não	Não	Não
DB	Não	Não	Não
ET	Não observado	Não observado	Não observado
FM	Não	Não	Não
GC	Sim	Não	Não
GF	Sim	Sim	Sim
HM	Sim	Sim	Não
LR	Sim	Sim	Não
MM	Não	Não	Não
MF	Não	Não	Não
RK	Não	Não	Não
WA*	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Não	Não	Não
AM	Não	Não	Não
RM	Não	Não	Não
MS	Sim	Não	Não
Ma	Não	Não	Não

Legenda:

Sim — Não — Não observado

S3 Alunos	Reforça o algoritmo		Decompõe o número
	Usa o algoritmo quando solicitado	Resolve problemas recorrendo ao algoritmo	Utiliza a estratégia de múltiplos e divisores
AS	Não	Não	Não
AC	Não	Não	Não
DC	Sim	Sim	Sim
DP	Não	Não	Não
DB	Não	Não	Não
ET	Não observado	Não observado	Não observado
FM	Não	Não	Não
GC	Sim	Não	Não
GF	Sim	Sim	Sim
HM	Sim	Sim	Sim
LR	Sim	Sim	Não
MM	Não	Não	Não
MF	Não	Não	Não
RK	Não	Não	Não
WA*	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Não	Não	Não
AM	Não	Não	Não
RM	Não	Não	Não
MS	Sim	Não	Não
Ma	Não	Não	Não

Legenda:

Sim — Não — Não observado

S4 Alunos	Reforça o algoritmo		Decompõe o número
	Usa o algoritmo quando solicitado	Resolve problemas recorrendo ao algoritmo	Utiliza a estratégia de múltiplos e divisores
AS	Sim	Não	Não
AC	Não	Não	Não
DC	Sim	Sim	Sim
DP	Não	Não	Não
DB	Não	Não	Não
ET	Não observado	Não observado	Não observado
FM	Não	Não	Não
GC	Sim	Não	Não
GF	Sim	Sim	Sim
HM	Sim	Sim	Sim
LR	Sim	Sim	Não
MM	Não	Não	Não
MF	Não	Não	Não
RK	Não	Não	Não
WA*	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Sim	Não	Não
AM	Não	Não	Não
RM	Não	Não	Não
MS	Sim	Sim	Não
Ma	Não	Não	Não

Legenda:

Sim   Não   Não observado

S5 Alunos	Reforça o algoritmo		Decompõe o número
	Usa o algoritmo quando solicitado	Resolve problemas recorrendo ao algoritmo	Utiliza a estratégia de múltiplos e divisores
AS	Sim	Não	Não
AC	Não	Não	Não
DC	Sim	Sim	Sim
DP	Não	Não	Não
DB	Não	Não	Não
ET	Não observado	Não observado	Não observado
FM	Não	Não	Não
GC	Sim	Sim	Não
GF	Sim	Sim	Sim
HM	Sim	Sim	Sim
LR	Sim	Sim	Não
MM	Não	Não	Não
MF	Não	Não	Não
RK	Não	Não	Sim
WA*	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Sim	Não	Não
AM	Sim	Não	Não
RM	Sim	Não	Não
MS	Sim	Sim	Não
Ma	Não	Não	Não

Legenda:

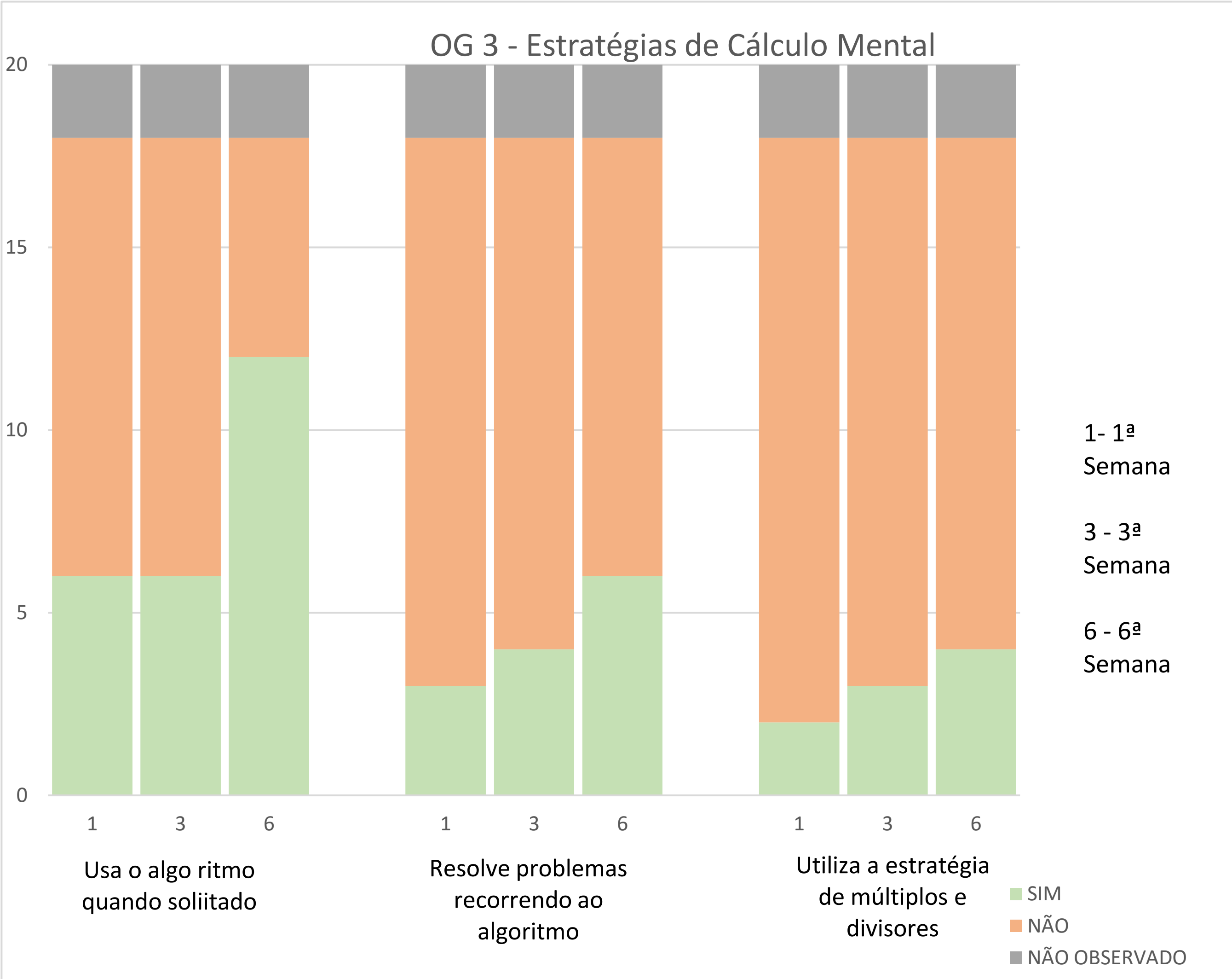
Sim Não Não observado

S6 Alunos	Reforça o algoritmo		Decompõe o número
	Usa o algoritmo quando solicitado	Resolve problemas recorrendo ao algoritmo	Utiliza a estratégia de múltiplos e divisores
AS	Sim	Não	Não
AC	Não	Não	Não
DC	Sim	Sim	Sim
DP	Não	Não	Não
DB	Não	Não	Não
ET	Não observado	Não observado	Não observado
FM	Sim	Não	Não
GC	Sim	Sim	Não
GF	Sim	Sim	Sim
HM	Sim	Sim	Sim
LR	Sim	Sim	Não
MM	Não	Não	Não
MF	Sim	Não	Não
RK	Sim	Não	Sim
WA*	Não observado	Não observado	Não observado
MG	Sim	Não	Não
AM	Sim	Não	Não
RM	Sim	Não	Não
MS	Sim	Sim	Não
Ma	Não	Não	Não

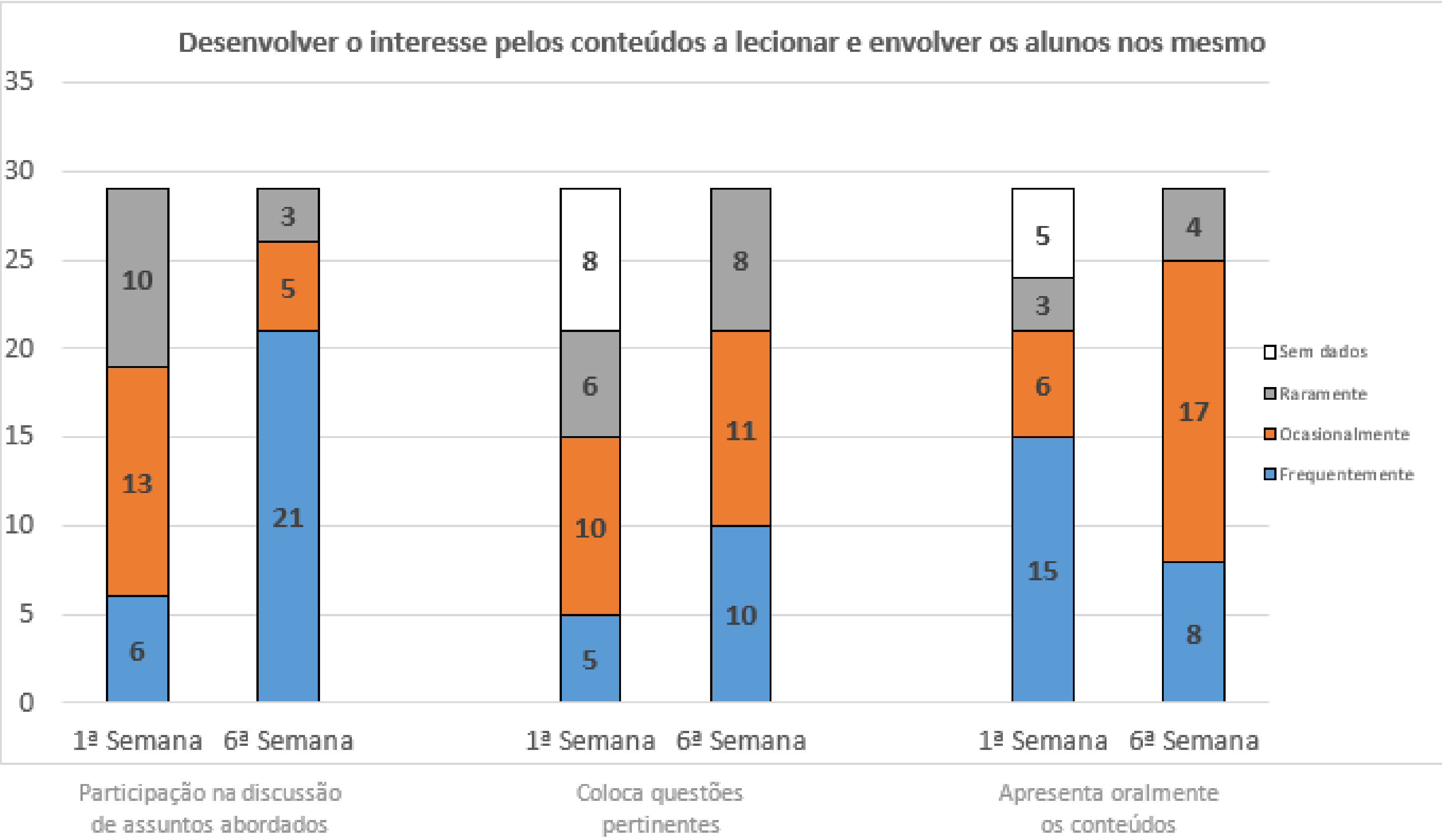
Legenda:

Sim | Não | Não observado

Anexo M - Gráfico da Avaliação das Estratégias de Cálculo Mental



Anexo N – Gráfico do avaliação do objetivo geral 2



Objetivo Geral 2: Desenvolver o interesse pelos conteúdos a lecionar e envolver os alunos nos mesmos

Anexo O – Guião da entrevista

1- Gostaste de usar algum destes materiais? Porquê?

2- E houve algum de que não tenhas gostado? Porquê?

3- Os materiais ajudaram-te a compreender melhor as frações? Em quê é que te ajudaram?

4- Houve algum que te tenha confundido?

5- Gostavas de continuar a desenvolver este tipo de tarefas com materiais? Porquê?

Anexo P – Material Cuisenaire

Retirado de: http://www.brincodidactica.pt/Barras-de-Cuisenaire-de-Plastico-Caixa-200-Unidades

Anexo Q – Material Disco de Frações

Retirado de: https://ebmjoaogoncalves.weebly.com/prestaccedilatildeo-de-contas-para-a-comunidade-escolar.html

Anexo R – Material Jogo

Anexo S – Autorização dos Encarregados de Educação

Autorização: aos pais e Encarregados de Educação,

Sou mestranda na Escola Superior de Educação de Lisboa e estou a finalizar o mestrado em Ensino do 1. ° Ciclo de Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2. ° Ciclo de Ensino Básico.

No âmbito do relatório final de mestrado, encontro-me a desenvolver um estudo sobre a contribuição dos materiais manipuláveis na aprendizagem de frações.

Neste sentido, necessito da sua autorização para aplicar desenvolver com o seu educando algumas atividades na área da matemática. Irão ser tiradas algumas fotografias, ocultando sempre os alunos e os dados utilizados serão apenas para o fim supracitado.

A participação do seu educando será de extrema importância para que consiga desenvolver o estudo.

Agradeço, desde já, a sua colaboração e disponibilidade.

Bárbara Heitor

Eu, _________________________________, encarregado de educação do/a aluno/a _______________________________ autorizo/não, autorizo o preenchimento do questionário pelo meu educando.

____

(O Encarregado de Educação)

Anexo T – Tarefa – Disco de frações

Nome: ______________________________________ Data: __________

1 - Recorre às peças disponibilizadas e indica qual a maior fração, rodeando-a.

$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{6}$ ou $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{5}$ ou $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{6}$ ou $\frac{3}{5}$

2 - Recorre às peças disponibilizadas e ordena as frações seguintes por ordem crescente (da menor para a maior).

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{4}{6}$

______<______<______<______<______<______

3 - Utiliza as partes do círculo que te foram disponibilizadas e resolve os seguintes problemas:

a) O Pedro convidou três amigos para irem lanchar com ele: a Maria, a Ana e o Rui.

Dividiram igualmente um bolo de chocolate entre todos. Que parte do bolo ficou para cada um?

(Apresenta o teu resultado através de esquemas, desenhos ou operações)

b) Uma barra de chocolate será dividida igualmente por três amigos. Qual é a parte que ficará para cada um?

(Apresenta o teu resultado através de esquemas, desenhos ou operações)

c) A Lúcia caminhou $\frac{7}{12}$ de caminho para pedestres. Ela percorreu mais ou menos da metade desse caminho?

(Apresenta o teu resultado através de esquemas, desenhos ou operações)

d) A Joana encomendou duas pizas para sua família, que vêm divididas em 8 pedaços iguais cada uma. Das 6 pessoas da família, cada uma comeu dois pedaços de piza. Representa essa situação através de um desenho.

Sobraram ou faltaram fatias de piza? Que parte ficou para cada um?

(Apresenta o teu resultado através de esquemas, desenhos ou operações)

Anexo U – Tarefa – Disco de Frações – Frações Equivalentes

Nome: ______________________________________ Data: __________

1. Quantas peças roxas, correspondentes à fração $\frac{1}{2}$, precisas para construíres a unidade? ________ Completa com o que descobriste:

$$\square \times \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square} = 1$$

2. Quantas peças amarelas, correspondentes à fração $\frac{1}{3}$ precisas para construíres a unidade?

$$\square \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = 1$$

3. Quantas peças azuis correspondentes a $\frac{1}{4}$ precisas para construíres a unidade?

$$\square \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = 1$$

4. Faz experiências com outras peças para chegares a uma conclusão para qualquer fração. Por exemplo, se tivesses peças relativas à fração $\frac{1}{30}$ quantas peças precisarias?

$$\square \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = 1$$

5. Coloca em cima da mesa uma fatia correspondente à fração $\frac{1}{2}$.

Agora usa as peças azuis e procura encontrar uma forma de cobrir a fatia com essas peças. Quantas peças usaste? ______ Regista a tua conclusão:

$$\square \times \frac{1}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$$

6. Procura agora cobrir a fatia correspondente à fração $\frac{1}{2}$ com peças de outras cores. Encontra todas as frações com que consegues cobrir essa fatia e regista as tuas conclusões.

$$\square \times \frac{1}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2} \qquad \square \times \frac{1}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$$

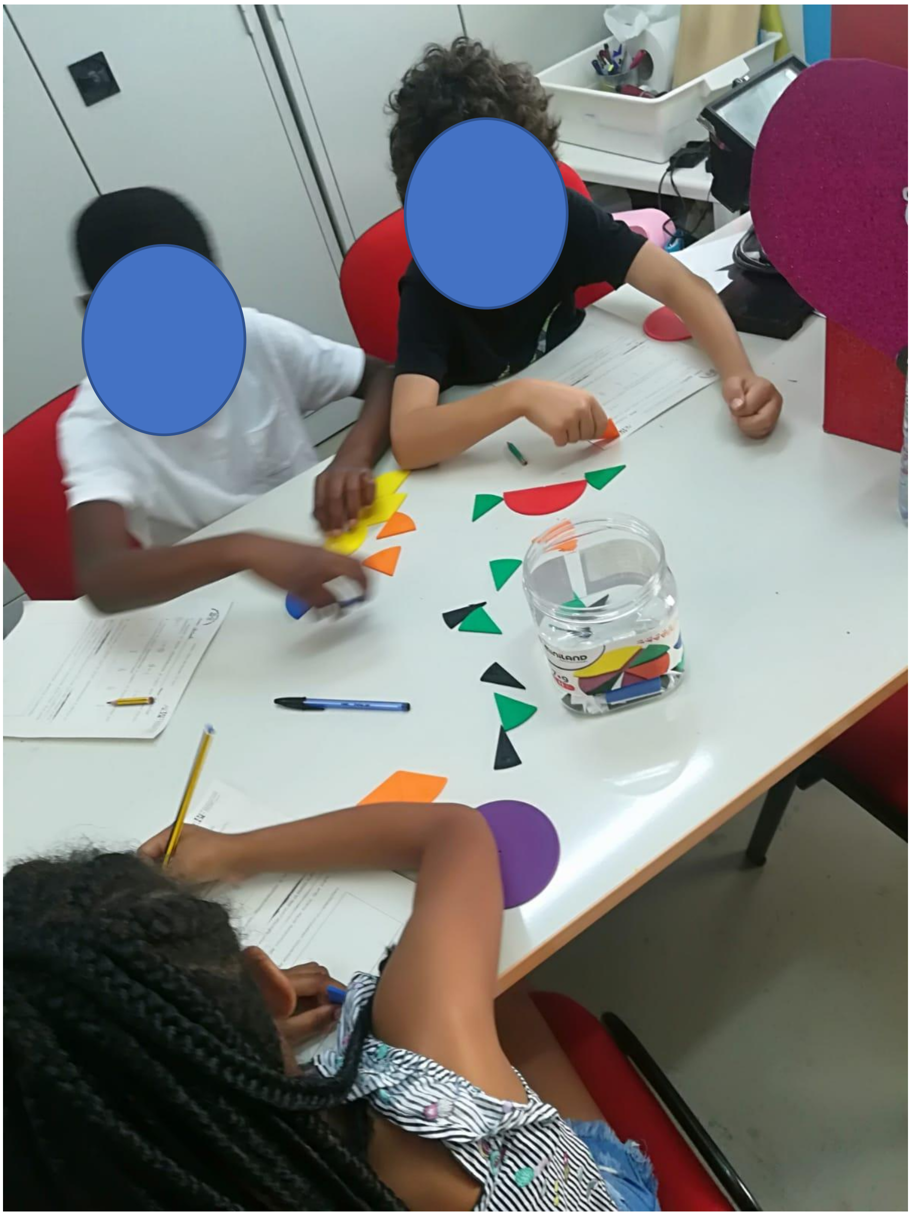
$$\square \times \frac{1}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2} \qquad \square \times \frac{1}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$$

7. Coloca em cima da mesa uma fatia correspondente à fração $\frac{1}{3}$.

Encontra todas as frações com que consegues cobrir essa fatia e regista as tuas conclusões.

8. Coloca em cima da mesa uma fatia correspondente à fração $\frac{1}{4}$. Encontra todas as frações com que consegues cobrir essa fatia e regista as tuas conclusões.

Anexo V – Registo fotográfico dos alunos a manusearem o material



Anexo W - Tarefa – Cuisenaire

Nome: ____ Data: __________

1 – Tendo como unidade de medida a barra verde-escura, indica em fração:

a) Quantas barras brancas há na barra verde-escura? _______________

b) Quanto vale uma barra branca da unidade? _______________

c) Quanto vale 3 barras brancas da unidade? _______________

d) Quantas barras verde-claras são precisas para fazer uma unidade? _______________

e) Que relação existe entre as barras verdes claras e escuras? _______________

2- Utiliza agora como unidade medida a barra azul e indica:

a) Quantas barras brancas há na barra azul? _______________

b) Quanto vale uma barra branca da unidade? _______________

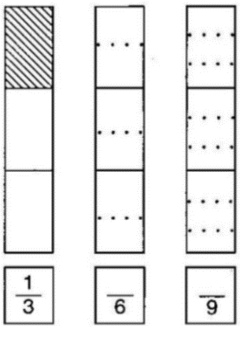
c) Quanto vale 3 barras brancas da unidade? _______________

d) Quantas barras verde-claras são precisas para fazer a unidade? _______________

e) Quantas barras verde-claras há na barra azul?

f) Quanto vale uma barra verde-clara da unidade? _______________

3- Utilizando as barras de Cuisenaire, pinta e indica frações equivalentes.



4- Usa as barras de Cuisenaire e completa com a fração correspondente.

a) A barra rosa é _____ da barra castanha.
b) A barra vermelha é _____ da barra laranja.
c) Duas barras verde-claras são _____ da barra azul.
d) Três barras brancas são _____ da barra preta.

5- Usando a barra laranja como unidade de medida, completa a tabela seguinte, indicando a fração correspondente:

Branca	Vermelho	Verde-claro	Rosa	Amarelo	Verde-escuro	Preto	Azul	Laranja

6- Compara, utilizando as barras de Cuisenaire, as barras que te são pedidas:

a) O que é que a barra vermelha é da laranja? _______________
b) O que é que uma barra vermelha é da castanha? _______________
c) O que é que quatro barras brancas são da castanha? _______________
d) O que é maior: uma barra verde-clara ou três barras brancas? _______________
e) O que é maior: uma barra amarela ou duas verde-clara? _______________

Anexo X – Cuisenaire II

Nome: ______________________________________ Data: __________

A figura ao lado representa as dez barras Cuisenaire.

1- Toma como unidade de medida o comprimento da barra maior (laranja) e indica a medida do comprimento da barra:

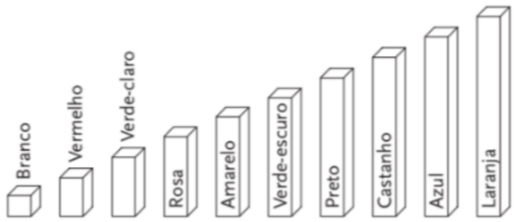
a) Branca: _________

b) Rosa: _________

c) Preta: _________

d) Azul: _________

e) Vermelha: ________



2- A fração $\frac{2}{5}$ representa a medida de uma das barras tomando o comprimento de outra barra como unidade.

a) Qual é a barra unidade? __________

b) Qual é a barra cuja medida de comprimento é a representada pela fração dada? __________

(Adaptado de Veloso, 2014))

3- Tendo como unidade a barra laranja, qual é a barra que representa $\frac{4}{5}$ da unidade? __________

3.1 - Que fração da unidade representa a barra vermelha? ________

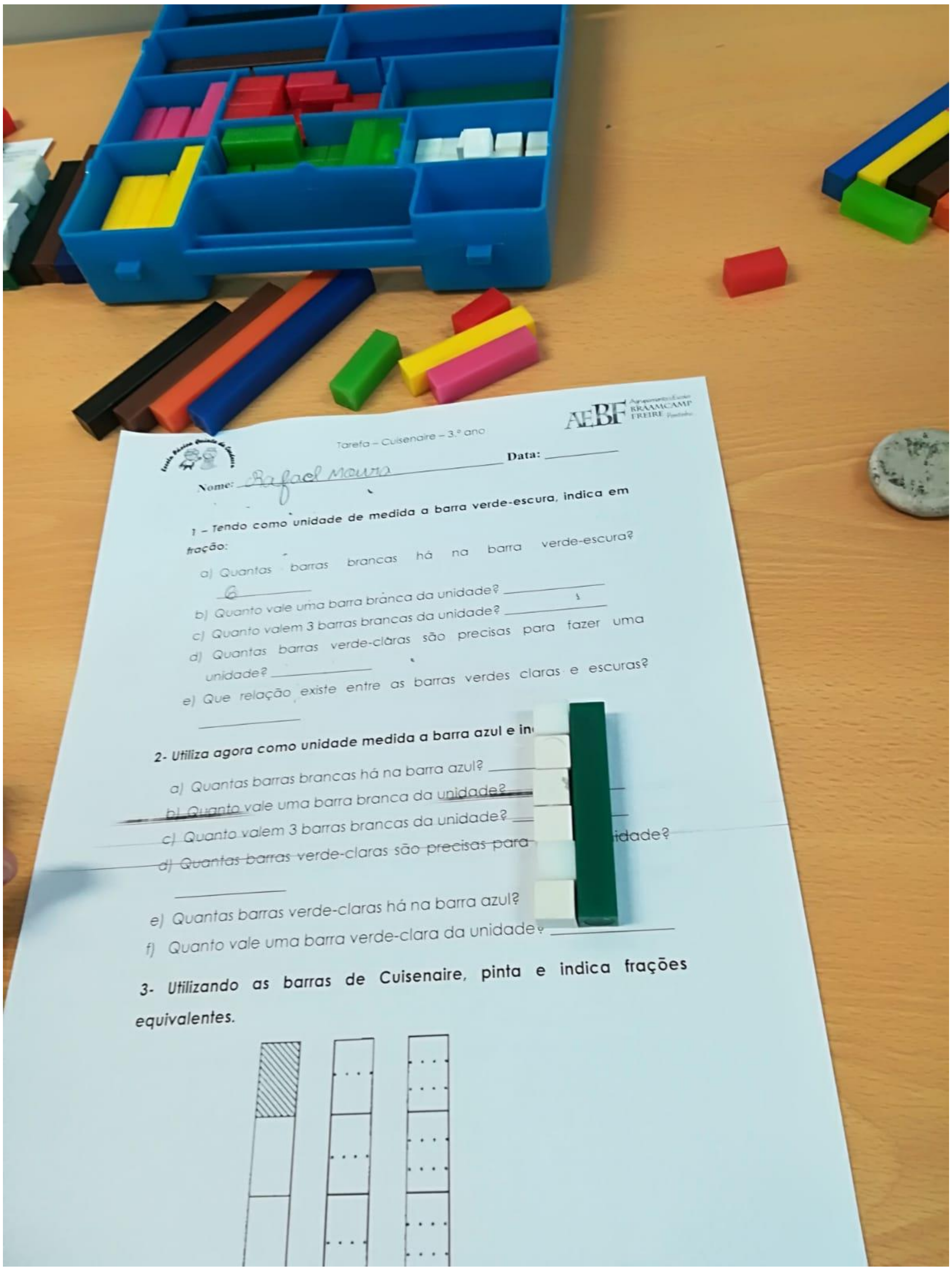
4- Tendo como unidade a barra amarela, qual é a barra que representa $\frac{4}{5}$ da unidade? __________

4.1 – Que fração da unidade representa a barra vermelha? _______

5- Se a barra verde-clara representa $\frac{1}{2}$ de uma unidade, qual será a barra que representa a unidade? __________E qual é a barra que representa $\frac{3}{4}$? __________

(Adaptado de Monteiro & Pinto, 2007)

Anexo Y – Estratégias utilizadas



Anexo Z – Pontos atribuídos a cada questão dos testes

***RESULTADOS TESTE DIAGNÓSTICO**

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Tema	Identificar a fração num modelo de área	Representar a fração em modelo de área	Representar a fração na reta numérica	Identificar percentagem e fração decimal em modelo de área	Comparar fração	Identificar frações equivalentes	Ordenar frações unitárias	Adicionar e subtrair fração	Identificar a parte da unidade	
Pontos	3	4	4	6	3	3	1	3	2	29
Ad	3	4	4	4	2	1	1	2	2	23
A	3	4	4	3	1	0	1	0	1	17
D	3	3	4	0	2	0	1	0	1	14
G	3	3	4	0	2	3	1	2	2	20
H	3	4	4	6	2	3	1	2	2	27
Mr	3	4	4	0	1	0	0	0	1	13
My	3	4	4	1	2	1	0	1	0	16
R	3	3	4	1	2	1	1	0	0	15
Ri	1	4	4	1	2	1	1	2	2	18
MÉDIA	2,8	3,7	4	1,8	1,8	1,1	0,8	1	1,2	18,1

Níveis de avaliação

1	2	3	4
0 – 14	15 – 19	20 – 25	26 – 29

****RESULTADOS TESTE FINAL**

Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	
Tema	Identificar a fração num modelo de área	Representar a fração em modelo de área	Representar a fração na reta numérica	Identificar percentagem e fração decimal em modelo de área	Comparar fração	Identificar frações equivalentes	Ordenar frações unitárias	Adicionar e subtrair fração	Identificar a parte da unidade	
Pontos	3	4	4	6	3	3	1	3	2	29
Ad	3	4	4	6	2	3	1	3	2	28
A	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF
D	3	3	1	1	1	0	1	0	1	11
G	3	3	4	2	1	1	1	3	1	19
H	3	4	4	6	3	3	1	1	2	27
Mr	3	4	4	1	3	3	1	2	2	23
My	1	4	4	3	0	1	1	3	2	19
R	3	4	4	6	3	3	1	2	2	28
R	1	4	4	6	3	3	1	3	2	27
MÉDIA	2,5	3,75	3,625	3,875	2	2,125	1	2,125	1,75	22,75

NF: Não Fez

Níveis de avaliação

1	2	3	4
0 – 14	15 – 19	20 – 25	26 – 29