

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

O IMPACTO DA COVID-19 NA
VOLATILIDADE DOS ÍNDICES *S&P-
500, DAX-30 E NIKKEI-225*

Tomás Barroca

Orientadora:

Prof.^a Doutora Sónia Bentes

Lisboa, setembro de 2023

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

O IMPACTO DA COVID-19 NA
VOLATILIDADE DOS ÍNDICES *S&P-
500, DAX-30 E NIKKEI-225*

Tomás de Jesus Barroca

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Análise Financeira, realizada sob a orientação científica de Professora Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes.

Constituição do Júri:

Presidente Prof. Especialista Mário Mata

Arguente Prof.^a Doutora Mariya Gubareva

Vogal Prof.^a Doutora Sónia Bentes

Lisboa, setembro de 2023

Dissertação financiada pelo IPL ao abrigo do projeto:
IPL/IDI&CA2023/RISKFIN_ISCAL

Dedicatória

Dedico esta dissertação à minha amada família, queridos amigos, estimados colegas e à minha orientadora, que desempenharam um papel significativo na minha jornada académica. O vosso apoio, encorajamento e inspiração inabaláveis foram a base do meu sucesso, e eu não teria conseguido sem vocês.

À minha família, obrigado por serem o meu porto seguro, pelo vosso amor e apoio infinitos e por sempre acreditarem em mim. Os vossos sacrifícios e compreensão foram a força motriz por trás da minha busca pelo conhecimento, e sou eternamente grato por tudo o que vocês fizeram.

Aos meus amigos, obrigado por serem os meus confidentes, a minha claque e a minha fonte de risadas e alegria. O vosso apoio e encorajamento inabaláveis ajudaram-me a enfrentar os desafios da universidade e aprecio as memórias que criamos juntos.

Aos meus colegas, obrigado pela vossa orientação e colaboração. A vossa experiência e feedback ajudaram a moldar minha pesquisa e melhorar minhas habilidades como estudante. Sinto-me honrado por ter trabalhado ao lado de pessoas tão talentosas e por ter aprendido com vocês.

Dedico esta dissertação a todos vocês, com profunda gratidão e apreço pelo papel inestimável que desempenharam na minha vida. Esta conquista não é apenas uma prova do meu trabalho árduo, mas também do apoio inabalável da minha família, do vínculo inquebrável de amizade e do esforço coletivo de meus colegas.

Agradeço à minha orientadora pela ajuda, orientação e motivação que me foi dada ao longo do desenvolvimento da dissertação permitindo-me ultrapassar os obstáculos encontrados ao longo da investigação.

Agradeço ainda ao IPL pelo financiamento do projeto IPL/IDI&CA2023/RISKFIN_ISCAL que possibilitou a realização desta dissertação.

Resumo

A presente dissertação tem como principal objetivo cumprir os requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Análise Financeira.

Este trabalho de investigação visa o estudo do impacto que a COVID-19 provocou na volatilidade dos mercados bolsistas internacionais.

Para compreender melhor o impacto que a COVID-19 teve na volatilidade do mercado bolsista foram escolhidos três índices de geografias diferentes, para obter uma visão mais ampla do impacto no mundo. Os índices escolhidos foram o S&P 500 (EUA), DAX 30 (Alemanha) e NIKKEI 225 (Japão). O intervalo de tempo estudado foi de 04/01/2016 a 02/06/2023.

Para este estudo foram recolhidos dados sobre os três índices em estudo o *S&P-500*, o *DAX-30* e o *NIKKEI-225*. Com estes dados foi possível averiguar a presença de clusters nas rendibilidades e através da análise da estatística calculada verificou-se a existência de *fat tails*.

Após esta primeira análise procedeu-se à modelação da volatilidade através dos modelos derivados do modelo *ARCH* para averiguar a existência da assimetria, no entanto antes disto foi necessário verificar os pressupostos deste mesmo modelo. Os pressupostos foram a estacionariedade e foi verificada através dos testes *ADF* e *KPSS*, a autocorrelação que foi certificada através dos testes *Ljung-Box* e de *Breusch-Godfrey* e a heteroscedasticidade que foi averiguada através do teste *ARCH-LM*.

Os resultados obtidos pelos modelos *GARCH*, *EGARCH* e *GJR-GARCH* conclui-se que foi verificada a existência de efeitos assimétricos e foi provado que o COVID-19 impactou os mercados bolsistas estudados.

Palavras-Chave: Volatilidade, *S&P-500*, *DAX-30*, *NIKKEI-225*, COVID-19, *ARCH*

Abstract

The main objective of this dissertation is to fulfill the necessary requirements for obtaining a master's degree in financial Analysis.

This research work aims to study the impact that COVID-19 has had on the volatility of international stock markets.

To better understand the impact that COVID-19 had on stock market volatility, three indices from different geographies were chosen to obtain a broader view of the impact on the world. The chosen indices were S&P 500 (USA), DAX 30 (Germany) and NIKKEI 225 (Japan). The trained time range was from 04/01/2016 to 02/06/2023.

For this study, data were collected on the three indices under study the *S&P-500*, the *DAX-30* and the *NIKKEI-225*. With these data it was possible to verify the presence of clusters in the returns and through the analysis of the calculated statistics it was verified the existence of fat tails.

After this first analysis, volatility was modeled using models derived from the *ARCH* model to verify the existence of asymmetry, however, before that it was necessary to verify the assumptions of this same model. The assumptions were stationarity, which was verified using the *ADF* and *KPSS* tests, autocorrelation, which was certified using the Ljung-Box and Breusch-Godfrey tests, and heteroscedasticity, which was verified using the *ARCH-LM* test.

The results obtained by the *GARCH*, *EGARCH* and *GJR-GARCH* models conclude that the existence of asymmetric effects was verified, and it was proven that COVID-19 impacted the stock markets studied.

Keywords: *Volatility, S&P-500, DAX-30, NIKKEI-225, COVID-19, ARCH*

Índice

1	Capítulo – Introdução	1
1.1	Relevância do tema proposto	1
1.2	Objeto da Investigação.....	1
1.3	Objetivo da investigação	2
1.4	Estrutura da investigação	2
2	Capítulo - Revisão da Literatura.....	3
2.1	Conceito de Volatilidade	3
2.1.1	Volatilidade Histórica ou Estatística (VH).....	4
2.1.2	Volatilidade Implícita (VI)	5
2.1.3	Volatilidade Futura ou Previsional (VF)	6
2.2	Modelos da Volatilidade	6
2.2.1	Modelo <i>ARCH</i>	7
2.2.2	Modelo <i>GARCH</i>	9
2.2.3	Modelo <i>EGARCH</i>	10
2.2.4	Modelo <i>GJR-GARCH</i>	11
2.3	Factos Estilizados e Comportamentos da volatilidade.....	12
2.3.1	Assimetria na volatilidade	12
2.3.2	<i>Volatility Clusters</i>	14
2.3.3	<i>Co-movements</i>	15
2.3.4	<i>Fat Tails</i>	16
2.3.5	Memória Longa	17
3	Capítulo - Índices Bolsistas	18
3.1	Conceito e características dos índices bolsistas	18

3.2	Índices Bolsistas em análise	19
3.2.1	<i>S&P-500</i>	19
3.2.2	<i>DAX-30</i>	20
3.2.3	<i>NIKKEI-225</i>	21
4	Capítulo - Covid-19	23
4.1	Covid-19 História	23
4.2	Covid-19 e os Mercados	25
5	Capítulo - Análise Empírica	27
5.1	Descrição da amostra	27
5.2	Análise dos preços dos índices	27
5.2.1	<i>NIKKEI 225</i>	27
5.2.2	<i>DAX 30</i>	29
5.2.3	<i>S&P 500</i>	31
5.3	Análise das rendibilidades dos índices	31
5.4	Análise estatística dos índices	34
5.5	Estimação do modelo	36
5.5.1	Verificação dos Pressupostos	36
5.5.2	Estimação dos modelos <i>AR (2) -GARCH (1,1)</i> , <i>AR (2)-EGARCH (1,1)</i> e <i>AR (2)-GJR-GARCH (1,1)</i>	49
6	Capítulo – Conclusões	54
7	Bibliografia	56

Índice Figuras

Figura 2.1 Efeito de Alavanca	11
Figura 2.2 Volatility clustering of the series of DCCI t	14
Figura 2.5 Fat Tail e Distribuição Normal.....	16
Figura 3.1 S&P-500 (04/01/2016 a 02/06/2023)	20
Figura 3.2 DAX-30 (04/01/2016 a 02/06/2023)	21
Figura 3.3 NIKKEI-225 (04/01/2016 a 02/06/2023).....	22
Figura 4.1 Linha Cronológica da COVID-19	23
Figura 4.2 S&P 500 Before & After COVID-19.....	25
Figura 5.1 Evolução dos preços do NIKKEI 225 no período de 04/01/2016 a 02/06/2023	27
Figura 5.2 Evolução dos preços do DAX 30 no período de 04/01/2016 a 02/06/2023	29
Figura 5.3 Evolução dos preços do S&P 500 no período de 04/01/2016 a 02/06/2023	31
Figura 5.4 Rendibilidade <i>NIKKEI 225</i>	32
Figura 5.5 Rendibilidade <i>DAX 30</i>	33
Figura 5.6 Rendibilidade S&P 500.....	33

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 Erro de Amostragem na Variância de Parkinson.....	5
Tabela 2.2 Summary of selected empirical studies on asymmetric volatility.....	13
Tabela 2.3 Principais Autores Clusters.....	15
Tabela 2.4 Principais Autores Fat tail.....	17
Tabela 5.1 Top 10 Países com maior PIB (2021).....	28
Tabela 5.2 Resultados Estatísticos dos índices.....	34
Tabela 5.3 Testes de estacionariedade.....	39
Tabela 5.4 Correlograma das rendibilidades do NIKKEI.....	41
Tabela 5.5 Correlograma das rendibilidades do DAX.....	42
Tabela 5.6 Correlograma das rendibilidades do S&P 500.....	43
Tabela 5.7 Teste de autocorrelação BG aplicado às rendibilidades.....	44
Tabela 5.8 Teste ARCH-LM.....	45
Tabela 5.9 Correlograma do quadrado os resíduos do NIKKEI 225.....	46
Tabela 5.10 Correlograma do quadrado os resíduos do S&P 500.....	47
Tabela 5.11 Correlograma do quadrado os resíduos do DAX 30.....	48
Tabela 5.12 Estimativas dos modelos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e GJR-GARCH(1,1) para as rendibilidades do DAX 30 no período pré-COVID.....	50
Tabela 5.13 Estimativas dos modelos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e GJR-GARCH(1,1) para as rendibilidades do NIKKEI no período pré-COVID.....	50
Tabela 5.14 Estimativas dos modelos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e GJR-GARCH(1,1) para as rendibilidades do S&P 500 no período no período pré-COVID.....	51
Tabela 5.15 Estimativas dos modelos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e GJR-GARCH(1,1) para as rendibilidades do DAX 30 no período pós-COVID.....	51
Tabela 5.16 Estimativas dos modelos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e GJR-GARCH(1,1) para as rendibilidades do NIKKEI no período pós-COVID.....	52

Tabela 5.17 Estimativas dos modelos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e GJR-GARCH(1,1) para as rendibilidades do S&P 500 no período no período pós-COVID 52

Lista de Abreviatura e Siglas

ADF – Augmented Dickey Fuller

AIC – Akaike Information Criterion

AR – Autoregressivo

ARCH – Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,

AUD – Dólar Australiano

BG – Breusch Godfrey

CAD – Dólar Canadano

CHF – Franco Suíço

DAX-30 – Deutscher Aktienindex 30

DIJA- Dow Jones Industrial Average

EGARCH – Exponential Generalized Autoregressive Heteroscedastic

EU – European Union

EUA – Estados Unidos da América

EUR – Moeda Europeia

FIGARCH – Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic

GARCH – Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic

GBP – Libra Inglesa

GJR-GARCH – Glosten-Jagannahan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

IGARCH – Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic

JB – Jarque-Bera

JPY – Iene japonês

KPSS – Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin

LM – Multiplicadores de Lagrange

MA – Moving Average

NATO – North Atlantic Treaty Organization

NIKKEI-225 – Índice de Mercado do Japão

NZD – Dólar da Nova Zelândia

OMS – Organização Mundial da Saúde

PIB – Produto Interno Bruto

Q – Ljung-Box

S&P-500 – Standard & Poor's 500

SIC – Schwartz's Bayesian Information Criterion

TGARCH – Thresshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

TSP – Trend Stationary Process

VF – Volatilidade Futura

VH – Volatilidade História

VI – Volatilidade Implícita

WHO – World Health Organization

1 Capítulo – Introdução

1.1 Relevância do tema proposto

A volatilidade é uma informação fulcral para os investidores e por ser bastante difícil de prever, o seu estudo e compreensão tornou-se extremamente apelativo.

O conhecimento da volatilidade e a sua previsão ajudam os investidores a antecipar as suas estratégias de investimento. Com uma previsão acertada, os investidores conseguem definir estratégias de cobertura de risco, valorização das suas carteiras e gestão de risco.

A pandemia da COVID-19 foi uma crise global que teve impactos de longo alcance em vários aspetos da sociedade, incluindo a economia e os mercados financeiros. Compreender como o mercado de ações reagiu a este evento sem precedentes pode fornecer informações valiosas sobre o comportamento do mercado durante circunstâncias extremas.

A pandemia causou extrema volatilidade e rápidas mudanças no sentimento do mercado. Estudar este período pode ajudar investigadores e investidores a compreender melhor como os mercados respondem a choques repentinos, o papel da psicologia dos investidores e a eficácia de várias respostas políticas.

1.2 Objeto da Investigação

Esta investigação tem como objeto de estudo a assimetria na volatilidade nos mercados bolsistas. Procura-se neste estudo analisar num dado período e contexto a volatilidade de três índices de ações internacionais sendo estes o *S&P-500*, O *DAX-30* e o *NIKKEI-225*.

1.3 Objetivo da investigação

O principal objetivo desta dissertação é contribuir para o conhecimento das assimetrias possivelmente geradas pela COVID-19 nos índices *S&P-500*, o *DAX-30* e o *NIKKEI-225*.

Segundo de Silva (2017), a volatilidade é definida como uma medida de variação do preço de um ativo ao longo do tempo. Esta é uma informação crucial para o investimento no mercado bolsista.

Para a realização desta investigação serão utilizadas variantes do modelo *ARCH* para analisar a volatilidade dos três mercados. Estes estarão posteriormente descritos no capítulo correspondente às metodologias.

1.4 Estrutura da investigação

Este estudo está dividido em 7 capítulos:

1. O primeiro capítulo é o capítulo introdutório ao estudo, onde se aborda a relevância do tema, o objeto de estudo, os objetivos do estudo e a estrutura da investigação;
2. No segundo capítulo é a revisão da literatura, este é dedicado ao conceito da volatilidade, aos modelos *ARCH* e aos factos estilizados e comportamentos da volatilidade;
3. O terceiro capítulo descreve as características e os índices bolsistas a serem estudados e como os mesmos funcionam;
4. No quarto capítulo aborda-se a pandemia COVID-19 e os acontecimentos importantes antes e após a pandemia ter acontecido. Ainda neste capítulo trata-se dos impactos da COVID-19 nos mercados bolsistas;
5. Neste capítulo é feita a análise empírica dos dados recolhidos dos índices e são tiradas algumas conclusões;
6. Este capítulo é dedicado às conclusões finais desta investigação;
7. No último capítulo estão evidenciadas as referências utilizadas ao longo da dissertação.

2 Capítulo - Revisão da Literatura

Neste capítulo vamos definir o conceito de volatilidade, descrever os vários tipos. Posteriormente vai ser estudado os modelos utilizados para investigar a volatilidade e a assimetria da mesma. De seguida será descrito os vários factos estilizados que a volatilidade pode apresentar e os comportamentos das mesmas, ainda aqui será definido o conceito de assimetria que será fulcral para esta investigação.

2.1 Conceito de Volatilidade

Segundo Natenberg S. (1994) a volatilidade é uma medida de velocidade do mercado, acrescentou ainda quanto mais rápidos forem os mercados maior a sua volatilidade. Fontanills, G., Gentile, T. (2003) abordaram um equívoco que comumente é cometido pelos noticiários em momentos de crise, estes associavam o termo volatilidade ao “*Bear Market*” (descida do preço das Ações), no entanto a volatilidade existe independentemente do sentido do mercado (seja a subida ou descida de preços).

Posteriormente Hayes A. (2023) definiu a volatilidade como a oscilação dos preços dos ativos em relação à sua média num determinado período e também como uma medida estatística da variabilidade dos rendimentos dos mesmos.

Comumente, esta medida é calculada através do desvio-padrão, simbolizado por σ anualizado da oscilação das cotações dos períodos em análise, estas podem ser cotações diárias, semanais, mensais ou até mesmo dados de alta frequência, o resultado do cálculo é expresso em percentagem.

Esta medida também é usada para medir o risco de um ativo durante um período, quanto maior o seu valor maior o seu risco.

Existem inúmeros métodos de determinar o valor da volatilidade, os investidores adotam o método que julgam mais correto para a avaliação do risco das suas carteiras e de cada ativo. É necessária uma boa compreensão dos modelos para uma melhor estimação da volatilidade.

A volatilidade é normalmente dividida em três tipos, sendo estes:

- A Volatilidade Histórica ou Estatística;
- A Volatilidade Implícita, e;
- A volatilidade Futura ou Previsional.

2.1.1 Volatilidade Histórica ou Estatística (VH)

A volatilidade histórica ou estatística mede as oscilações das cotações dos ativos financeiros no passado segundo Hull J. (2015). Segundo Fontanills, G., Gentile, T. (2003) e Natenberg S. (1994) existem diferentes formas de calcular a volatilidade histórica, normalmente é através do desvio padrão dos preços de fecho das ações num período de dias, sendo o resultado expresso em percentagem. Uma limitação deste método de cálculo da volatilidade, é que os valores históricos arduamente se reiteram. Geralmente, para analisar um período, é utilizado um período histórico similar e o mais próximo possível da data que pretendemos analisar. Este tipo de volatilidade é utilizado como uma tentativa de estimar o futuro.

A fórmula para calcular o desvio padrão da volatilidade histórica é a seguinte:

$$\text{Desvio-Padrão} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{n-1}} \quad \text{ou} \quad \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2.1)$$

em que,

n = nº de pontos de dados

x_i = pontos de dados

μ = média dos pontos de dados

Segundo Natenberg S. (1994) os investidores ao calcular a volatilidade histórica, por norma, excluem os fins-de-semana feriados, tendo assim, entre 250 e 260 dias de *trading*.

Sendo as limitações deste método aparentes, vários autores decidiram criar as suas próprias medições de volatilidade. Os autores a serem abordados são Parkinson, Rogers-Satchell, Garman-Klass e Yang-Zhang. Parkinson (1980) desenvolveu o seu estimador que mede a oscilação do preço do ativo no mesmo dia. Posteriormente Garman e Klass (1980) demonstraram através de uma simulação a subestimação

devido à amostragem discreta em função da amostra demonstrado na Tabela 2.1. Sinclair (2008)

Tabela 2.1 Erro de Amostragem na Variância de Parkinson

Sample Size	Parkinson Variance/ True Variance
5	0.55
10	0.65
20	0.74
50	0.82
100	0.86
200	0.92

Fonte Sinclair (2008)

Subsequentemente verificou-se que os estudos feitos se baseavam em pressupostos que não eram aplicáveis nos mercados reais, então, foi introduzido um modelo pelos autores Rogers e Satchell (1991) e Rogers, Satchell e Yoon (1994) que supera os outros quando um termo de desvio é introduzido.

Mais recentemente, foi desenvolvido um modelo por Yang e Zhang (2000) que permite incluir os saltos de abertura no estimador.

2.1.2 Volatilidade Implícita (VI)

A VI captura a visão dos mercados face às oscilações do preço da ação em análise. É utilizada para cálculo de projeções futuras e é um conceito que é muito utilizado para a avaliação de contratos de opções.

O modelo mais conhecido pelos mercados de opções é denominado por Modelo de Black-Scholes (1973). Este modelo utiliza no seu cálculo a volatilidade implícita, o mesmo tem como pressuposto que o mercado é eficiente, terá de prever a volatilidade futura e tem acesso a toda informação disponível.

A volatilidade implícita no início do seu estudo era considerada como um bom método de estimar a volatilidade futura, primeiramente foi estudada por Latané e Rendleman (1976) e posteriormente por Schmalensee e Trippi (1978).

De seguida foram efetuados vários estudos sobre a eficiência deste tipo de volatilidade. Apesar da perspectiva inicial ser positiva e a volatilidade implícita era considerada eficiente Jorion (1995), vários autores através dos seus estudos indicavam o contrário como Day-Lewis (1993), Lamoureux e Lastrapes (1993), Canina e Figlewski (1993). No entanto, apesar de não haver um consenso entre autores, a volatilidade implícita ainda é utilizada pelos investidores através do modelo Black-Scholes como anteriormente referido.

2.1.3 Volatilidade Futura ou Previsional (VF)

A VF do preço do ativo subjacente para o período da opção até à sua maturidade é complicado de estimar, por isso ser uma das maiores incógnitas que os investidores e especialistas enfrentam no seu dia a dia.

Para uma gestão adequada e eficiente de uma carteira é fulcral estimar o mais corretamente possível o futuro, apesar de este ser sempre incerto.

Em suma, como dito anteriormente, não existe um método declarado como o melhor, visto que não existe um consenso entre os investigadores e que o futuro é impossível de prever. Os acontecimentos ao longo da maturidade dos ativos vão decidir como oscila o preço do mesmo, as “boas notícias” elevam o valor do ativo e as “más notícias” diminuem o valor do mesmo, assumindo que os acontecimentos estão correlacionados com o ativo.

Existem vários modelos para determinar a volatilidade, não existindo novamente um único aprovado. Comumente os modelos utilizados são derivados do modelo *ARCH/GARCH*, que irá ser abordado futuramente.

2.2 Modelos da Volatilidade

Engle (1982) e Bollerslev (1986) através dos seus estudos comprovaram que existe uma série de resíduos que não apresentam um comportamento aleatório puro tal como anteriormente afirmado por Kendall (1953). Adicionalmente foi ainda verificado que as séries não apresentavam desvios padrões constantes. Com estes estudos foi possível modelar a volatilidade e dividi-la em segmentos, sendo estes a volatilidade incondicional (constante) e a volatilidade condicional (com oscilações ao longo do tempo e é observada através de análise de heterocedasticidade condicional).

Com base nos estudos de Engle (1982) foram desenvolvidos modelos de análise das oscilações da volatilidade, sendo estes:

- *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)*
- *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (GARCH)* – Este modelo foi desenvolvido por Bollerslev (1986).

Posteriormente, Engle (1982) e Bollerslev (1986), formularam um novo modelo para colmatar as limitações do modelo *GARCH*. Este novo modelo formulado foi denominado de *Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (IGARCH)* e permite a existência de persistência infinita.

Para sustentar esta dissertação irá preceder-se à pesquisa de dados sobre os três índices bolsistas antes e durante da COVID-19, recorrendo aos dados disponibilizados pela Bloomberg ou Refinitiv e utilizando modelos autorregressivos de heterocedasticidade condicionada.

Nestas duas possíveis bases de dados pretendo retirar as cotações de fecho do período de análise para a aplicação de alguns destes modelos *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)*, *Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (IGARCH)*, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (GARCH)*, *Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (FIGARCH)*, *Exponential Generalized Autoregressive Heteroscedastic (EGARCH)* e *Glosten-Jagannahan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GJR-GARCH)* ou *Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (TGARCH)*.

Estes modelos serão utilizados para tratar a volatilidade a longo prazo.

2.2.1 Modelo ARCH

Em 1982 foi desenvolvido por Engle (1982) um modelo inovador para a análise das oscilações da volatilidade. Segundo Rossi P. (1996) o modelo definia a variância condicional de uma série de erros de previsão iguais a uma função de erros desfasados, parâmetros, tempo e variáveis predeterminadas. Este modelo possui propriedades

probabilísticas favoráveis à sua aplicação nos mercados bolsistas, sendo uma das razões para a sua utilização nesta investigação.

Engle com isto em mente obteve esta função:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 \quad (2.2)$$

Onde,

$$u_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

$$E[\varepsilon_t] = 0$$

$$Var[\varepsilon_t] = 1$$

$$Cov[\varepsilon_t; u_{t-i}] = 0$$

Com, ε_t : i.i.d¹ e independente de u_{t-1} ($i \in Z$)

σ_t^2 é a variância de erro de previsão condicionada pela informação passada e representa um processo *ARCH* (q). Quanto maior o valor de q , maiores serão os períodos de volatilidade Bera-Higgins (1993).

Apesar de ser um modelo inovador Bollerslev (1992) apontou as seguintes limitações:

- Sobreavaliação dos efeitos da persistência das observações;
- Inabilidade de captar o efeito de alavanca, e
- Serem modelos estatísticos e não económico/financeiros.

Brooks (2002) enumerou outras limitações como a falta de processos para a determinação do número de desfasamentos para captar a volatilidade do mesmo, só com um valor alto de desfasamentos é que se consegue captar as dependências da variância condicionada e a possível violação das restrições de não negatividade.

Este modelo apesar das limitações tornou-se a base para o desenvolvimento de outros que colmatam algumas das limitações presentes. Um desses modelos denominado *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic (GARCH)*.

¹ Independent identical distributions

2.2.2 Modelo *GARCH*

Como dito anteriormente o modelo *GARCH* veio colmatar algumas limitações do modelo *ARCH* de Engle (1982). Bollerslev (1986) baseando-se no modelo de Engle desenvolveu o modelo *GARCH*. Este dita que as variações dos retornos dos ativos não são constantes, mas que são autocorrelacionadas.

O modelo é utilizado para obter um *forecast* da volatilidade futura de ativos financeiros, ajuda nas estratégias de cada investidor seja na cobertura de risco ou especulação.

Bollerslev ao desenvolver o modelo *GARCH* obteve a seguinte formula:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.3)$$

Onde,

q – Grau do processo *ARCH*

p – Grau do processo *GARCH*

$$u_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

Se p for nulo, então *GARCH* (0, q) = *ARCH* (q).

Para o correto funcionamento do modelo *GARCH*, ou seja, que o mesmo seja estacionário em covariância e variância, é fulcral que se verifique as seguintes condições:

$$\alpha_0 > 0,$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$

$$\beta_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, p)$$

$$\sum \alpha_i + \sum \beta_i < 1$$

Apesar de já colmatar algumas limitações do modelo *ARCH*, o modelo *GARCH* tem também as suas limitações e são as seguintes:

- Incapacidade de modelar o efeito de assimetria, e
- A volatilidade gera distribuições enviesadas.

As derivações do modelo *GARCH* são feitas para acomodar as características específicas de cada ação, indústria ou dados económicos.

2.2.3 Modelo *EGARCH*

Anteriormente identificamos que o modelo *GARCH* não conseguia modelar o efeito das assimetrias, sendo que um dos objetivos desta dissertação é analisar as assimetrias da volatilidade, foi necessário escolher as variantes deste modelo que modelam os efeitos da assimetria denominados *EGARCH* (*Exponential Generalized Autoregressive Heteroscedastic*) e *GJR-GARCH* (*Glosten-Jagannahan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*).

O modelo *GJR-GARCH* vai ser abordado posteriormente.

O modelo *EGARCH* desenvolvido por Nelson (1991), este modelo consegue através dos choques positivos e negativos da volatilidade descrever os efeitos na taxa de rendibilidade das ações, sem qualquer restrição paramétrica.

Este modelo é expresso pela equação logarítmica em que σ_t^2 , é uma função assimétrica dos valores passado de $\mu_t S$, ou seja:

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln \sigma_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left(\frac{|\mu_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{i=1}^p \gamma_i \left(\frac{|\mu_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} \right) \quad (2.4)$$

Onde,

α_0 – Valor constante

$\beta_i, \alpha_i, \gamma_i$ – Parâmetros do modelo

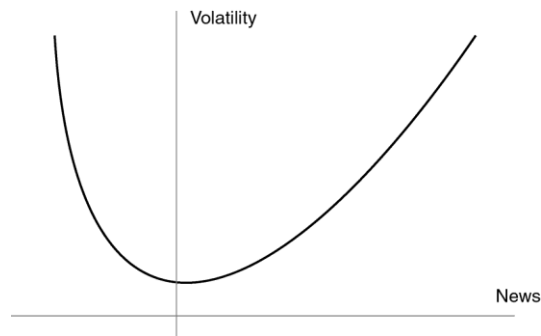
μ_{t-i} – Erro observado em $t - i$

σ_{t-i} – Desvio-padrão observado em $t - i$

Se $\gamma = 0$ os choques positivos vão apresentar efeitos semelhantes na volatilidade a choques negativos, se $\gamma < 0$ o nível de volatilidade irá diminuir enquanto se $\gamma > 0$ um choque positivo o nível da volatilidade irá aumentar. Isto deve-se à presença do efeito de alavanca (sendo o seu valor negativo) sendo o efeito assimétrico indicado quando $\gamma \neq 0$.

A variância neste modelo será sempre positiva, visto que, é uma função exponencial. O facto de o modelo ser exponencial leva com que exista um forte efeito na volatilidade através dos choques externos.

Figura 2.1 Efeito de Alavanca



Fonte Sigauke, C. (2013)

A figura 2.1 demonstra a reação da volatilidade às boas notícias (lado direito) e más notícias (lado esquerdo).

2.2.4 Modelo *GJR-GARCH*

Anos depois, Glosten et al. (1993) e Zakoian (1994), formularam uma nova variante do modelo denominada *Glosten-Jagannahan-Runkle Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GJR-GARCH)*, que visa avaliar o impacto das “boas notícias” e das “más notícias” na volatilidade, permitindo assim detetar a assimetria na volatilidade.

O modelo é expresso pela seguinte equação:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \mu_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^r \partial_{t-k} \gamma_k \mu_{t-k}^2 \quad (2.5)$$

Onde:

∂_{t-k} é uma variável *dummy*

$$\partial_{t-k} = 1 \text{ se } \mu_t > 0$$

$$\partial_{t-k} = 0 \text{ se } \mu_t \leq 0$$

Se $\mu_t > 0$ estamos perante uma “boa notícia” e se $\mu_t < 0$ estamos perante uma “má notícia”.

α é afetado diretamente quando $\mu_t > 0$ (boa notícia) e quando $\mu_t < 0$ (más notícias) o impacto é o seguinte $(\alpha + \gamma)$.

$\gamma > 0$, o efeito de alavanca verifica-se e quando $\gamma \neq 0$, as novas notícias apresentam um efeito assimétrico.

2.3 Factos Estilizados e Comportamentos da volatilidade

É impossível prever com exatidão qual será o preço e os retornos dos ativos. Apesar disto os investigadores ao analisar dados financeiros descobriram a existência de propriedades contínuas que são encontradas em vários tipos de instrumentos financeiros e nos mercados. Estas propriedades são denominadas por *Stylized Facts* (Cont, 2001). Isto é consistente com a maior parte da literatura relevante.

Existem inúmeros factos estilizados, no entanto os mais estudados por investigadores são a assimetria ou efeito de alavanca, os *clusters*, os *co-movements*, a evidência do caos, as *fat tails* e a memória longa.

Neste estudo o foco será nas assimetrias ou efeito de alavanca, todavia irei fazer uma descrição simples e muito resumida de outros factos estilizados importantes.

2.3.1 Assimetria na volatilidade

Como anteriormente referido este padrão de comportamento da volatilidade é o principal objeto desta investigação. Este facto estilizado é um dos mais estudados nas investigações de tópicos de mercados financeiros.

Quando existe um maior impacto na volatilidade com a descida inesperada do preço de um determinado ativo do que numa subida inesperada de igual dimensão denominamos este fenómeno assimetria na volatilidade. Com isto conseguimos concluir que o risco de uma carteira de ativos é superior após acontecimentos negativos, do que acontecimentos positivos.

Este padrão foi bastante estudado ao longo dos anos Black F. (1976) e Christie (1982) publicaram, artigos muito importantes acerca deste tema. Estes artigos estudaram os retornos individuais de ações dos Estados Unidos, estes estudos tinham como base o efeito de alavancagem. Eles chegaram à conclusão que existe um aumento de alavancagem financeira quando o preço do ativo desce fazendo com que o mesmo se torne mais arriscado.

Na Tabela 2.2 apresenta os principais estudos feitos sobre a assimetria na volatilidade:

Tabela 2.2 *Summary of selected empirical studies on asymmetric volatility*

Study	Volatility measure	Presence of asymmetry	Explanation
Black (1976)	Gross volatility	Stocks, portfolios	Leverage hypothesis
Christie (1982)	Gross volatility	Stocks, portfolios	Leverage hypothesis
French, Schwert and Stambaugh (1987)	Conditional volatility	Index	Time-varying risk premium theory
Schwert (1990)	Conditional volatility	Index	Leverage hypothesis
Nelson (1991)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Campbell and Hentschel (1992)	Conditional volatility	Index	Time-varying risk premium theory
Cheung and Ng (1992)	Conditional volatility	Stocks	Unspecified
Engle and Ng (1993)	Conditional volatility	Index (Japan Topix)	Unspecified
Glosten, Jagannathan and Runkle (1993)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Bae and Karolyi (1994)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Braun, Nelson and Sunier (1995)	Conditional volatility	Index and stocks	Unspecified
Duffee (1995)	Gross volatility	Stocks	Leverage hypothesis
Ng (1996)	Conditional volatility	Index	Unspecified
Bekaert and Harvey (1997)	Conditional volatility	Index (Emerging Markets)	Unspecified

Fonte Bakaert e Wu (2000)

Neste quadro estão presentes os estudos sobre a relação entre a volatilidade e a rendabilidade. Temos dois tipos de abordagens nestas investigações acerca da volatilidade, temos os autores que usaram a volatilidade condicional (*Conditional Volatility*) e os que utilizaram a volatilidade bruta (*Gross Volatility*). A volatilidade condicional é normalmente abordada com modelos *GARCH* para medir a mesma. A volatilidade bruta utiliza comumente o desvio padrão das rendibilidades diárias calculadas ao longo do mês. Estes estudos utilizaram dois tipos de ativos: as ações ou carteiras (*Stocks, Portfolios*) e Índices (*Index*). Em termos de explicações temos três tipos: as não especificadas (*Unspecified*), a hipótese de alavanca (*Leverage Hypothesis*) e teoria do prêmio de risco variável (*Time-varying Theory premium theory*).

Os estudos do efeito da assimetria feitos aos ativos financeiros têm sido cada vez mais, utilizado como uma medida de risco, revelando assim a sua elevada importância. É utilizado pelos investigadores como uma forma de captação da natureza própria da volatilidade.

Como dito anteriormente o modelo *GARCH* não tem capacidade para estudar o efeito da assimetria e para colmatar as limitações do mesmo foram desenvolvidos os modelos

EGARCH e *GJR-GARCH* sendo estas derivações do modelo *GARCH*. Estes modelos conseguem analisar o efeito da alavanca, que é crucial para o estudo da assimetria da volatilidade.

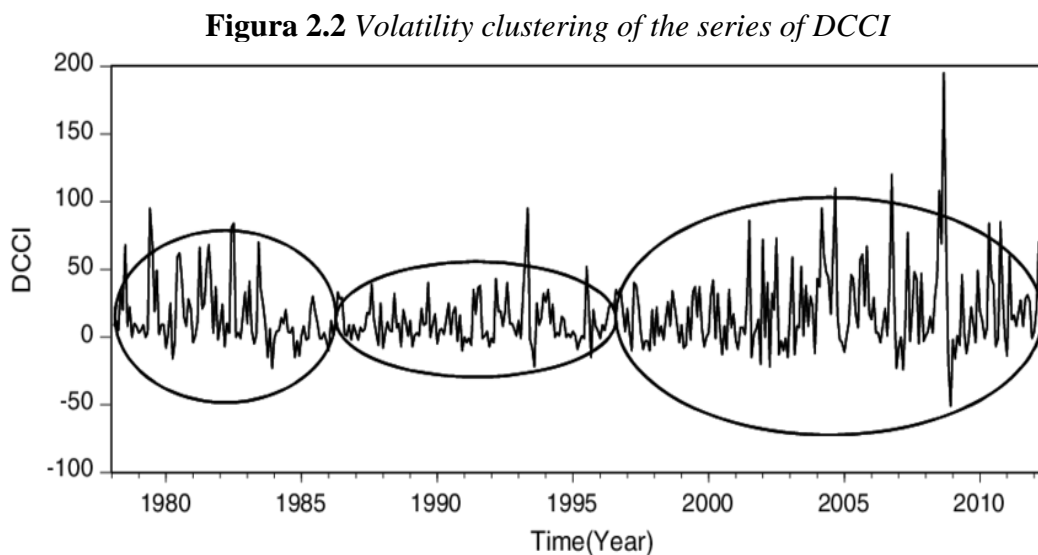
Em suma, conseguimos afirmar a importância deste padrão para os investigadores na análise das suas carteiras e os seus ativos financeiros. Conseguimos também perceber quais eram os instrumentos para a análise do mesmo, perceber a evolução dos estudos ao longo dos anos e quais os principais autores que abordam este tema.

2.3.2 *Volatility Clusters*

Segundo Mandelbrot (1963:418) *volatility clusters* são «*large changes tend to be followed by larges changes [...] and small changes tend to be followed by small changes*» o nome designado a este fenómeno é *volatility clustering* ou *volatility pooling*, este termo demonstra que os momentos de alta volatilidade são seguidos de outros períodos de igual volatilidade e os momentos de baixas oscilações seguem o mesmo princípio.

Este facto estilizado normalmente é utilizado junto dos modelos *ARCH* e *GARCH*.

Os *Volatility Clusters* são analisados neste tipo de gráficos (figura 2.2):



Fonte Joukar, A., & Nahmens, I. (2015)

Irei mencionar alguns dos autores que investigaram sobre este tema na Tabela 2.3:

Tabela 2.3 Principais Autores *Clusters*

Autores	Data
Mandelbrot	1963
Fama	1965
Campbell <i>et al.</i>	1997
Brooks	2002

Fonte Elaboração Própria

2.3.3 *Co-movements*

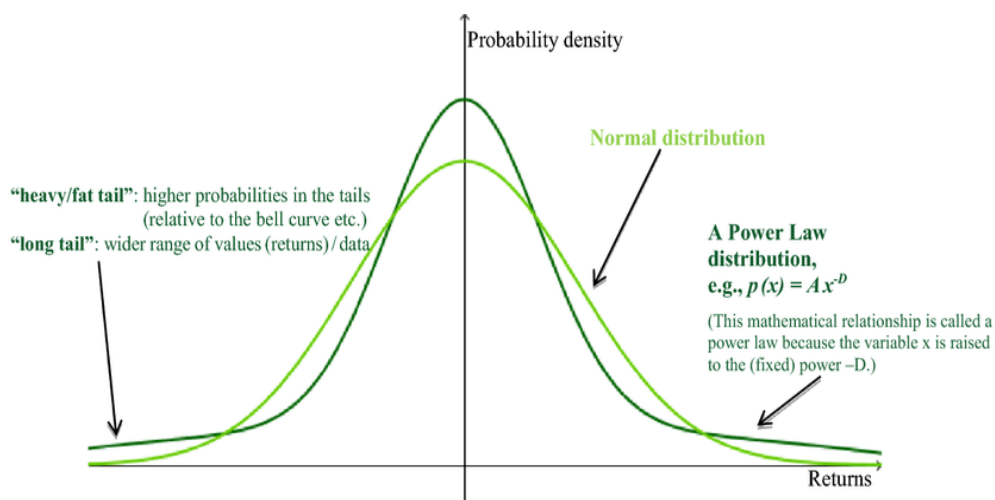
Segundo Barberis et al. (2002) os co-movements são definidos através do coeficiente de correlação e que podia ser definido através dos padrões de correlação. Baur, D. (2003) Ainda os definiu como os movimentos de retornos que são compartilhados por todos os retornos no tempo t .

2.3.4 Fat Tails

A *Fat tail* é um tipo de distribuição de probabilidade que apresenta uma elevada assimetria ou curtose face à distribuição normal ou exponencial. Comumente as *fat tails* são definidas como representações da probabilidade de eventos extremos, sendo que a probabilidade de estes acontecerem é superior à da distribuição normal.

As *fat tails* são representadas graficamente tal como na figura 2.5:

Figura 2.3 *Fat Tail* e Distribuição Normal



Fonte Hoffmann, C e Djordjevic, C (2020)

Apesar de as *Fat Tails* serem de grande utilidade e relevância para a análise da volatilidade dos mercados financeiros este tema, como dito anteriormente, não será aprofundado. No entanto irei mencionar na Tabela 2.4 os principais autores que estudaram este tema.

Tabela 2.4 Principais Autores *Fat tail*

Autores	Data
Mandelbrot	1963
Fama	1963 1965
Peters	1996
Bouchaud	2000
Masoliver	2000
Bai e Perrc	2003
Verhoeven	2004
Taleb	2009 2010 2015

Fonte Elaboração Própria

2.3.5 Memória Longa

A memória longa é um dos padrões estilizados mais utilizados quando se estuda finanças e mercados financeiros.

Segundo Kovalchuk, S. (2019) a volatilidade tem uma memória longa devido ao facto dos retornos absolutos e quadrados apresentam uma autocorrelação em oscilações longas. Os modelos *ARCH* e *GARCH* são muito utilizados para analisar este padrão.

Segundo Santos, R. (2015) quando este padrão é utilizado para estudar séries de retornos de ativos poderá ter implicações do nível de eficiência e na previsibilidade do mercado em questão.

3 Capítulo - Índices Bolsistas

3.1 Conceito e características dos índices bolsistas

Segundo Young, J. (2023) e Tretina, K. (2023) um índice do mercado bolsista é uma medida estatística que representa o desempenho de um grupo de ações ou títulos negociados em uma certa bolsa de valores. Estes índices de mercado normalmente são utilizados para seguir o desempenho geral de um mercado, setor específico da economia ou até uma indústria. Os índices bolsistas mais conhecidos a nível global são os índices americanos *S&P 500*, o *DIJA*, *NASDAQ Composite*.

Os índices bolsistas apresentam as seguintes características:

1. **Ponderação** – As ações dos índices são ponderadas com base em vários fatores como preço das mesmas ou capitalização de mercado para indicar o impacto que cada uma tem no desempenho do índice.
2. **Diversificação** – Os índices foram criados para englobar um grande número diversificado de ações e como dito anteriormente estas podem ser de indústrias diferentes ou setores diferentes fornecendo assim uma ampla representação de mercado.
3. **Cálculo** – O cálculo do valor do índice é feito frequentemente através do uso de uma fórmula que considera os preços das ações presentes no índice, o número de ações em circulação e a ponderação de cada ação.
4. **Benchmarking** – Os desempenhos dos índices são comumente utilizados para medir o desempenho de ações individuais ou carteiras de investimento.
5. **Transparência** – O método de cálculo normalmente está disponível ao público para consulta, possibilitando assim que os investidores compreendam como o índice funciona, qual é a sua estrutura e como o seu desempenho é medido.

6. **Liquidez** – Os índices numa forma geral são constituídos por ações altamente líquidas, facilitado assim os investidores que queiram vender ou comprar títulos.

Por fim, estes índices do mercado bolsista são uma ferramenta útil para os investidores acompanharem o desempenho do mercado, a avaliarem oportunidades de investimento e avaliarem o desempenho das suas próprias carteiras.

3.2 Índices Bolsistas em análise

3.2.1 S&P-500

Segundo Rosenberg, D. (n.d.) o *Standar & Poor' 500*, também conhecido como *S&P-500* é um índice do mercado de ações que mede o desempenho das 500 maiores empresas de capital aberto presentes na bolsa dos Estados Unidos da América (EUA). Essas mesmas empresas são escolhidas com base na sua liquidez, capitalização de mercado e de outros fatores.

Este índice é considerado como uma das medidas mais utilizada para avaliar a saúde da bolsa de Nova Iorque e em geral nos EUA. Sendo que o *S&P-500* é ponderado pela capitalização de mercado as empresas com maiores capitalizações têm um impacto superior no valor do índice.

Como dito anteriormente este índice é comumente utilizado para avaliar a saúde da economia americana e o estado da bolsa de Nova Iorque, sabendo disto os investidores utilizam o índice para avaliar o desempenho dos seus investimentos.

Na figura 3.1 conseguimos observar o índice representado gráficamente.

Figura 3.1 S&P-500 (04/01/2016 a 02/06/2023)



Fonte Bloomberg

3.2.2 DAX-30

O *DAX-30* ou *Deutscher Aktienindex* é o índice de mercado da bolsa de Frankfurt que representa as 30 maiores empresas alemãs. Lobel, B. (2021) indica que o índice é ponderado pela capitalização, logo o peso de cada empresa é proporcional à sua capitalização de mercado. Como visto anteriormente o mesmo se aplica ao *S&P-500*.

O *DAX-30* foi fundado em 1 de julho de 1988 com um valor de 1000 euros. A partir da sua criação tornou-se um dos índices mais seguidos na Europa e é, tal como o *S&P-500* para os EUA, uma referência para o mercado de ações alemão e europeu.

O *DAX-30* seleciona as empresas com base na capitalização de mercado, volume de negociação e outros critérios. Este índice é revisto anualmente no mês de setembro e dependendo do desempenho das empresas são efetuadas alterações ao índice.

O *DAX-30* é constituído por uma grande diversificação de setores, incluindo automóvel, bancário, energético, químico e tecnológico.

Em suma o *DAX-30* é um indicador importante para perceber o desempenho da economia alemã e uma ferramenta útil para os investidores.

Na figura 3.2 conseguimos observar o índice representado graficamente.

Figura 3.2 DAX-30 (04/01/2016 a 02/06/2023)



Fonte Bloomberg

3.2.3 NIKKEI-225

Chen, J. (2022) descreve o índice NIKKEI-225 como um índice de mercado japonês e de ações da bolsa de Tóquio, sendo esta a principal bolsa do Japão. Este índice é ainda conhecido como NIKKEI Stock Average ou NIKKEI.

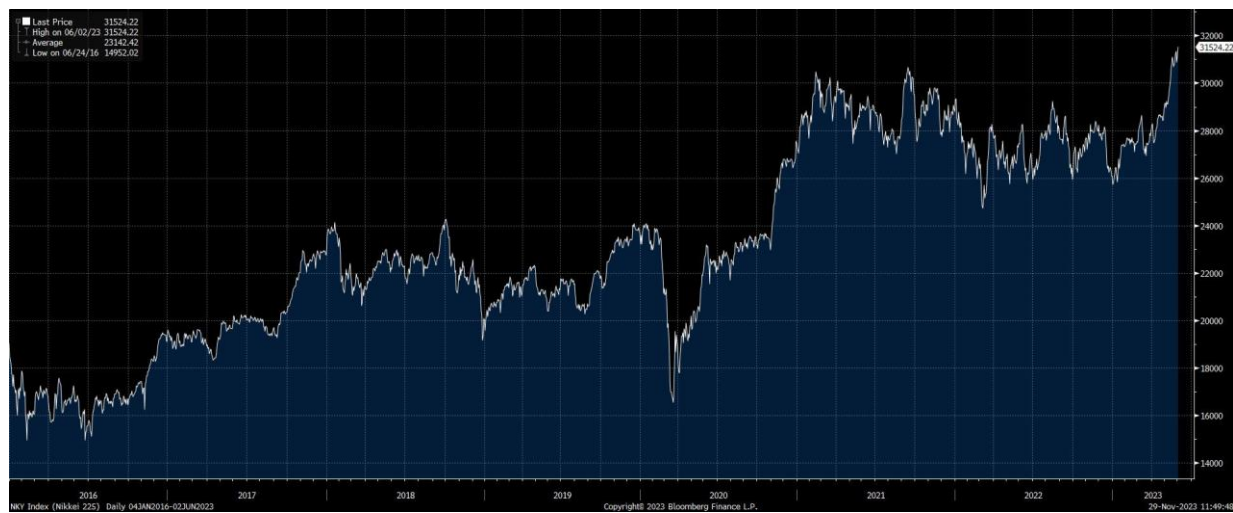
O índice é composto por diversos setores como bens de consumo, finanças, indústria, tecnologia, entre outros e é composto por 225 ações *blue-chip* dos setores referidos. Tal como os outros índices as ações são selecionadas com base na sua capitalização de mercado, volume de negociação e outros fatores.

Este índice foi criado em 1950 por um jornal económico japonês denominado de *Nihon Keizai Shimbun*. É calculado em iene japonês (JPY) e é ponderado como os índices mencionados anteriormente.

É utilizado como referência do desempenho da economia e mercado bolsista japonês. Os investidores utilizam o NIKKEI-225 como referência para a gestão dos seus ativos.

Na figura 3.3 conseguimos observar o índice representado gráficamente.

Figura 3.3 NIKKEI-225 (04/01/2016 a 02/06/2023)



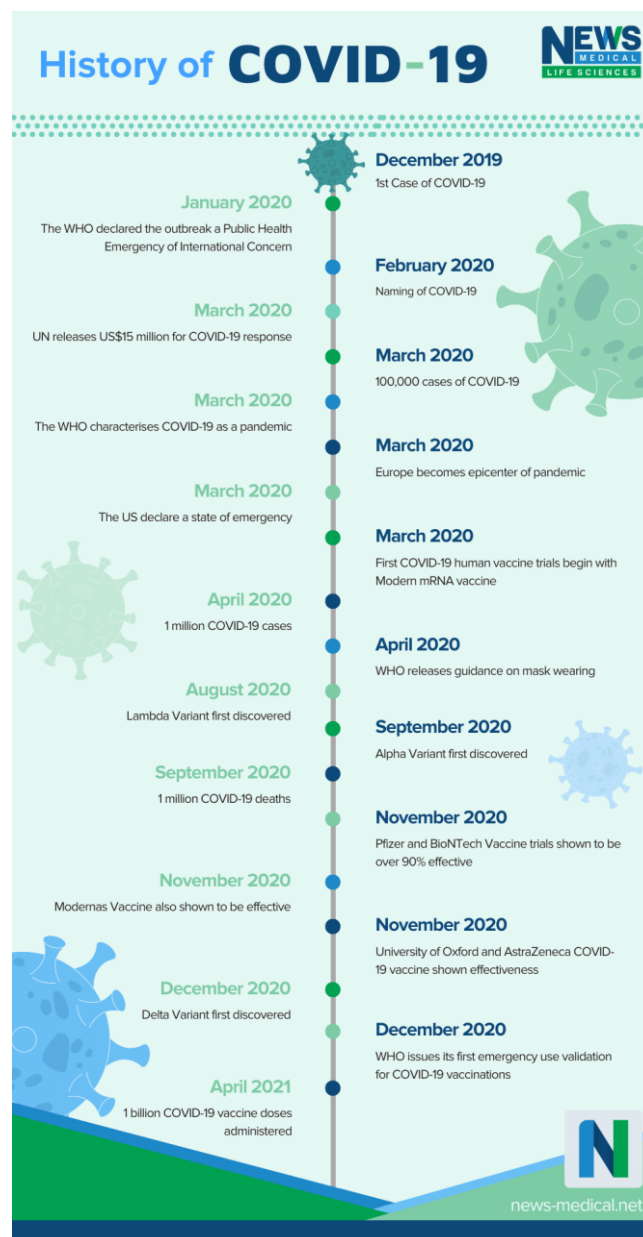
Fonte *Bloomberg*

4 Capítulo - Covid-19

4.1 Covid-19 História

Segundo a Moore, S. (2021) a COVID-19 foi uma pandemia global causada pelo vírus SARS-CoV-2, este vírus foi identificado pela primeira vez em Wuhan (China) no final do ano 2019. No ano 2020 o vírus rapidamente se espalhou pelo mundo criando assim uma crise da saúde mundial.

Figura 4.1 Linha Cronológica da COVID-19



Fonte: News-medical.net

Descrevendo a linha cronológica da Figura 4.1 de forma mais detalhada a ordem de acontecimentos foi a seguinte:

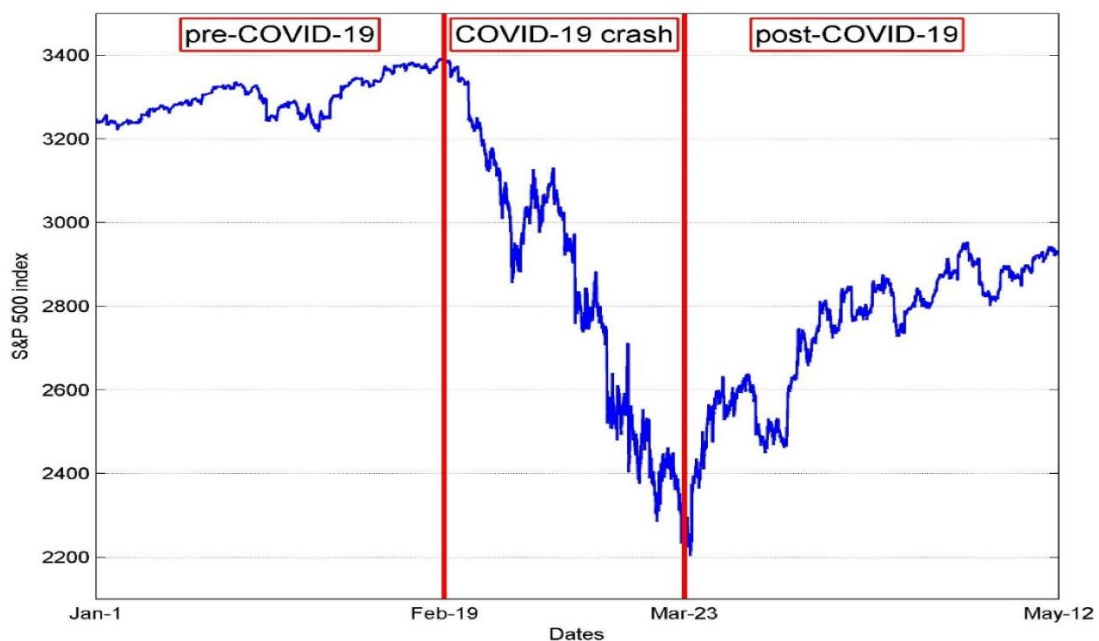
- **31 de dezembro de 2019:** Os primeiros casos de uma misteriosa doença respiratória são relatados em Wuhan, China.
- **7 de janeiro de 2020:** as autoridades chinesas identificam o vírus como uma nova cepa de coronavírus e o chamam de SARS-CoV-2.
- **11 de janeiro de 2020:** China relata sua primeira morte pelo vírus.
- **20 de janeiro de 2020:** O primeiro caso fora da China é relatado na Tailândia.
- **30 de janeiro de 2020:** A Organização Mundial da Saúde (OMS) declara o surto uma Emergência de Saúde Pública de Interesse Internacional.
- **11 de fevereiro de 2020:** A OMS nomeia a doença causada pelo vírus COVID-19.
- **11 de março de 2020:** A OMS declara o surto uma pandemia.
- **13 de março de 2020:** Os Estados Unidos declaram emergência nacional.
- **2 de abril de 2020:** O número de casos confirmados em todo o mundo ultrapassa um milhão.
- **26 de maio de 2020:** O número de casos confirmados em todo o mundo ultrapassa cinco milhões.
- **8 de dezembro de 2020:** O Reino Unido torna-se o primeiro país a aprovar uma vacina COVID-19 para uso emergencial.
- **14 de dezembro de 2020:** As primeiras doses da vacina Pfizer-BioNTech são administradas nos Estados Unidos.
- **19 de abril de 2023:** A pandemia ainda está em andamento, com mais de 360 milhões de casos confirmados e mais de 5 milhões de mortes em todo o mundo.

4.2 Covid-19 e os Mercados

Ganie, I. R., Wani, T. A., & Yadav, M. P. (2022) realçaram que no início de 2020 os mercados mundiais de ações começaram a sofrer o impacto da pandemia gerada pela COVID-19. Com a instabilidade e o medo dos possíveis danos económicos causados pela pandemia por parte dos investidores e do mundo os mercados sofreram quedas acentuadas.

Sendo que uma das maiores medidas de combate ao vírus foi o confinamento e quarentena, muitas empresas (as pequenas empresas sofreram mais) acabaram por fechar ou operavam de forma reduzida, reduzindo o lucro das mesmas. Com os rendimentos das empresas a cair os investidores venderam as ações com o medo de perder muito dinheiro, isto fez com que os preços das ações caíssem, tal como demonstrado na Figura 4.2:

Figura 4.2 S&P 500 Before & After COVID-19



Fonte: Lento, C & Gradojevic, N. (2021)

No entanto nem todos os setores sofreram estas quedas, como a tecnologia e saúde, devido ao aumento da procura de bens e serviços produzidos por estes setores levou a um cenário mais misto nos mercados.

Em suma o mercado de ações esteve volátil durante este período com oscilações consoante as notícias sobre a pandemia, políticas governamentais e dados económicos. Com esta volatilidade acrescida os investidores tiveram de reformular as suas estratégias para conseguirem navegar por este mar de incertezas e tempestades.

5 Capítulo - Análise Empírica

5.1 Descrição da amostra

Para compreender melhor o impacto que a COVID-19 teve na volatilidade do mercado bolsista foram escolhidos três índices de geografias diferentes, para obter uma visão mais ampla do impacto no mundo. Os índices escolhidos foram o *S&P 500* (EUA), *DAX 30* (Alemanha) e *NIKKEI 225* (Japão).

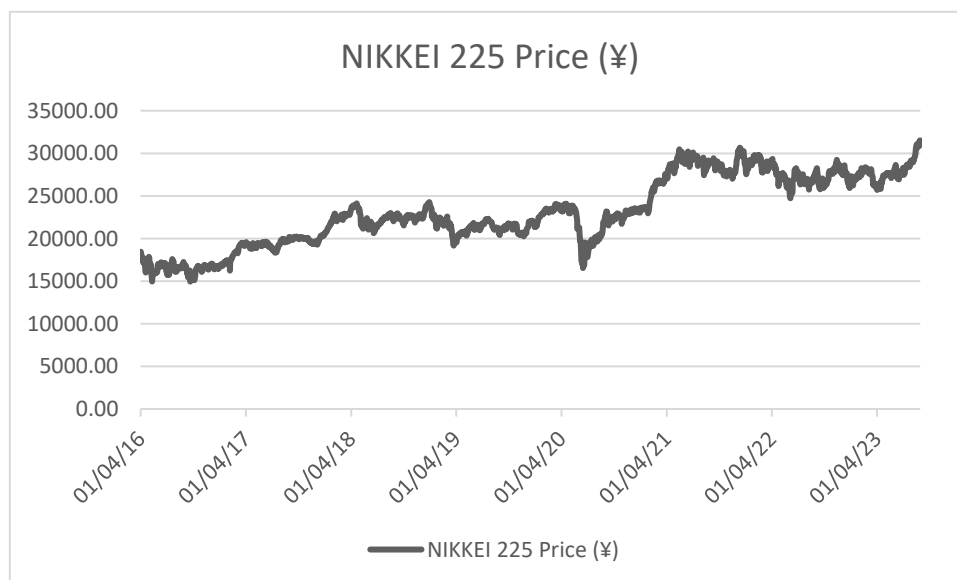
Os dados foram adquiridos através do *Yahoo Finance*, *Bloomberg* e *Investing.com* e foram retiradas cerca de 1935 por cada índice de mercado totalizando 5805 observações, estas ocorreram durante o intervalo de tempo de 04/01/2016 a 02/06/2023, estes dados foram tratados e analisados pelo *software EViews* e *Microsoft Excel*. O intervalo de tempo analisado apresenta 5 dias úteis, incluindo feriados, a cotação nos feriados foi a média do preço do dia anterior e do dia seguinte ao mesmo.

5.2 Análise dos preços dos índices

As figuras 5.1, 5.2 e 5.3 está representado a evolução do preço dos índices no período estudado.

5.2.1 NIKKEI 225

Figura 5.1 Evolução dos preços do *NIKKEI 225* no período de 04/01/2016 a 02/06/2023



Fonte Elaboração Própria

O Japão tem uma das maiores economias do mundo e em 2021 era o 3º país com o maior Produto Interno Bruto no mundo ficando atrás da China e dos EUA, nesse ano apresentou um PIB de 4.9 trilhões de dólares presente na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 *Top 10 Países com maior PIB (2021)*

Country	Nominal GDP (in trillions)	PPP Adjusted GDP (in trillions)	Annual Growth (%)	GDP Per Capita
United States	\$23.0	\$23.0	5.7%	\$69,287
China	\$17.7	\$27.3	8.1%	\$12,556
Japan	\$4.9	\$5.4	1.6%	\$39,285
Germany	\$4.2	\$4.8	2.9%	\$50,801
United Kingdom	\$3.2	\$3.3	7.4%	\$47,334
India	\$3.2	\$10.2	8.9%	\$2,277
France	\$2.9	\$3.4	7.0%	\$43,518
Italy	\$2.1	\$2.7	6.6%	\$35,551
Canada	\$2.0	\$2.0	4.6%	\$52,051
South Korea	\$1.8	\$2.4	4.0%	\$34,757

Fonte *Investopedia.com Countries by GDP: The Top 25 Economies in the World (investopedia.com)*

A economia japonesa cresceu durante o período 2016-2019, isto deveu-se ao aumento do consumo dos consumidores japoneses, o comércio exterior e as exportações que foram ajudadas por um iene fraco. O governo também criou um programa para estimular a economia japonesa que consistia em injetar dinheiro na economia através do banco central para desvalorizar o iene fazendo com que os produtos provenientes das indústrias japonesas fossem mais atrativos para os consumidores estrangeiros.

Em 2018 houve uma descida no preço do índice devido a uma subida no dólar em relação a outras moedas major (*EUR, GBP, CHF, AUD, NZD, CAD*) e uma queda em relação ao iene japonês.

Em março de 2020 a WHO (World Health Organization) declara a COVID-19 uma pandemia, este acontecimento causou um impacto no mercado japonês. O *NIKKEI 225* sofreu a maior descida nos últimos anos, devido à pandemia ter forçado o governo a fechar as escolas, a declarar estado de emergência, a obrigar os cidadãos a fazerem

quarenta, a criar pacotes de apoio para os negócios e empresas que tiveram de fechar e ao fecho das fronteiras do país para o mundo.

A economia japonesa sofreu bastante no ano de 2020, tal como as economias de outros países que serão abordados posteriormente.

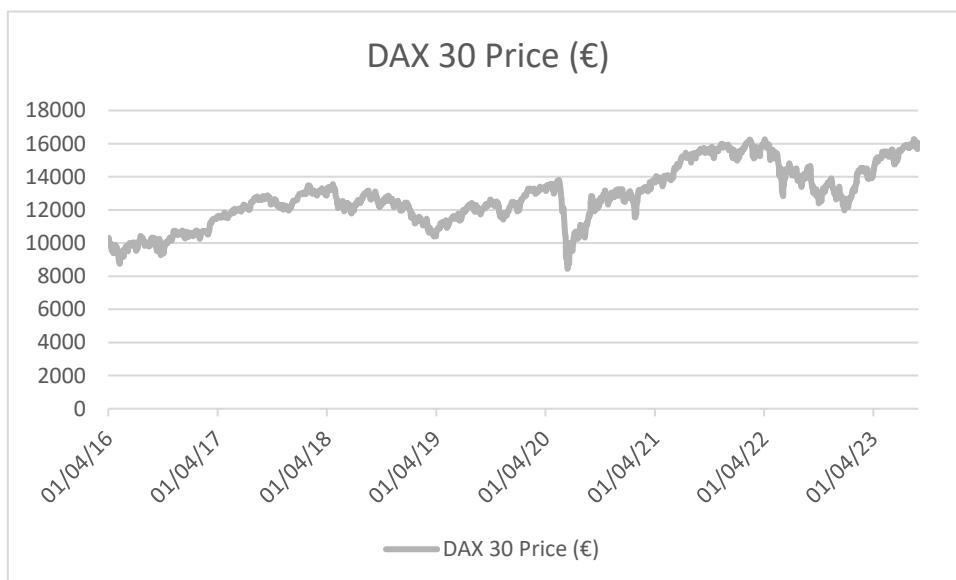
O preço torna a subir meses após a declaração da WHO o mercado japonês volta a subir, o impacto da notícia em março causou o pânico dos investidores, posteriormente o mercado regularizou-se.

De 2021 a finais de 2022 existe uma diminuição do preço isto deveu-se ao impacto das fronteiras japonesas estarem fechadas sendo o Japão um dos países com mais turismo ao longo do ano impactando assim a economia.

No final de 2022 o Japão abre as fronteiras para o mundo criando um grande fluxo de turistas. No primeiro trimestre de 2023 o Japão apresentou um rápido crescimento económico e o preço do índice subiu devido ao investimento de investidores, do aumento da inflação e a sua moeda enfraquecida.

5.2.2 DAX 30

Figura 5.2 Evolução dos preços do DAX 30 no período de 04/01/2016 a 02/06/2023



Fonte Elaboração Própria

A Alemanha apresenta, tal como o Japão, uma das maiores economias e em 2021 conseguiu alcançar o 4º maior PIB no mundo ficando atrás do Japão por 0.5 trilhões de dólares, tal como demonstrado na Tabela 5.1.

De 2016-2017 o índice alemão cresceu, isto deveu-se ao crescimento económico do país. O consumo nacional aumentou e a produtividade aumentou face a anos anteriores, com isto as empresas apresentaram melhores resultados crescendo assim o índice.

O ano 2018 foi complicado para os países europeus, com o medo de uma crise bancária italiana, com as negociações do Brexit, estes acontecimentos impactaram as empresas do *DAX*. No verão começou uma guerra comercial entre os EUA e a China, que consistiu no aumento dos impostos nas exportações de produtos de cada país. No meio deste conflito o governo de Donald Trump ameaçou colocar impostos nas empresas da indústria automóvel da Alemanha, sendo estas maioritariamente parte do *DAX*. Todos estes acontecimentos causaram incerteza e receio aos investidores fazendo assim que o índice caísse.

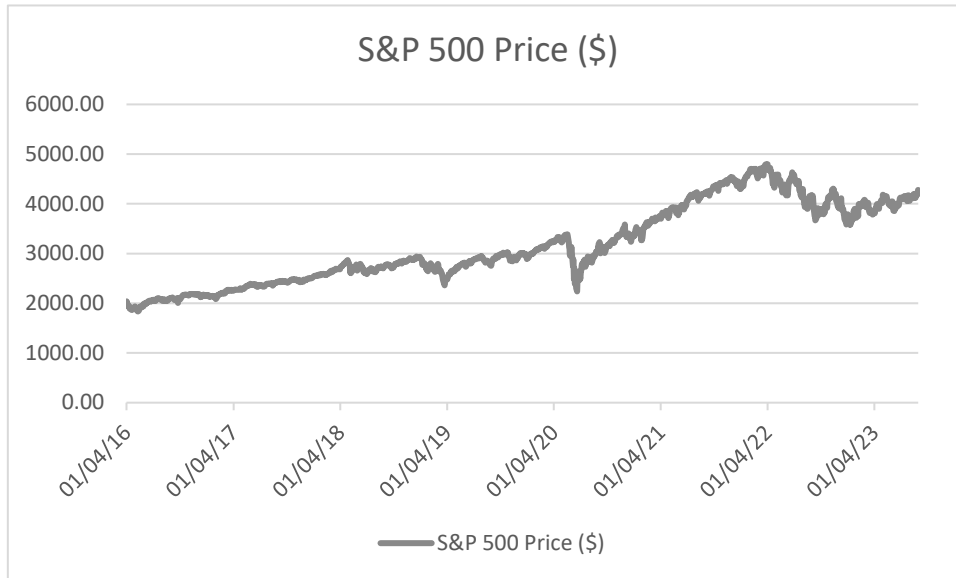
No ano 2019 o índice teve um aumento do preço significativo, podendo se justificar através de sinais de progresso na resolução de alguns conflitos comerciais entre os EUA e a China ajudando a aliviar as preocupações sobre as duas superpotências.

Em 2020, tal como nos outros países abordados nesta dissertação, a economia caiu devido à pandemia proveniente da COVID-19. Tal como no índice anterior as lojas foram fechadas, a população fez quarentena causando um grande impacto na economia e no *DAX-30*, no entanto a Alemanha abriu as fronteiras muito mais cedo que o Japão isto ajudou a economia a recuperar.

A Rússia invade a Ucrânia em 2022, este evento afetou gravemente a Alemanha, visto que a Alemanha tinha uma grande dependência energética da Rússia e o Oeste começou a sancionar a Federação Russa obrigando a mesma a cortar aos poucos o fornecimento de energia para a Europa. A Alemanha teve de alterar os fornecedores de energia e investir em novos métodos de produção energética, com isto a economia sofreu bastante fazendo o índice cair.

5.2.3 S&P 500

Figura 5.3 Evolução dos preços do S&P 500 no período de 04/01/2016 a 02/06/2023



Fonte Elaboração Própria

O S&P 500 esteve em crescimento de 2016 a 2019, apesar de em 2019 ter sofrido uma queda de preço devido à guerra comercial entre o EUA e a China, o medo desta batalha causou insegurança no mercado americano.

Em 2020 o índice sofreu muito devido ao impacto da COVID-19, no entanto segue um crescimento até ao ano de 2022.

O ano 2022 foi o ano marcado pela guerra entre a Rússia e a Ucrânia. Os países da NATO (*North Atlantic Treaty Organization*) e EU (*European Union*) sancionaram a Rússia pelo ataque ao seu país vizinho. Esta instabilidade causou uma queda no mercado financeiro mundial.

5.3 Análise das rendibilidades dos índices

Para analisar melhor a assimetria na volatilidade dos três índices calculei as rendibilidades dos mesmos, posteriormente será analisado as rendibilidades dos índices bolsistas.

As rendibilidades ajudam a compreender o comportamento dos ativos em questão, para o seu cálculo foi necessário utilizar o desvio-padrão das variações dos logaritmos e foi utilizada a seguinte formula:

$$R_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})] \quad (5.1)$$

Em que,

t = período da série temporal (01/04/2016 a 06/02/2023)

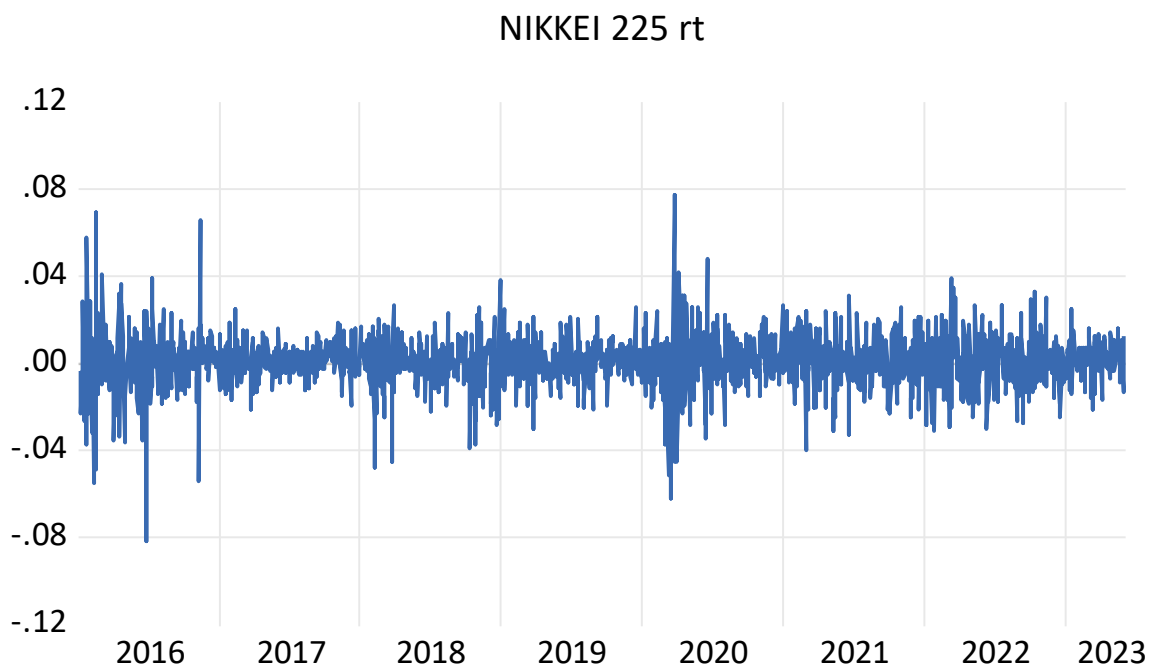
P_t = preço de fecho do ativo, no período t (do dia)

P_{t-1} = preço de fecho do ativo, no período $t-1$ (do dia anterior)

Este estudo incidirá sobre as rendibilidades e não sobre os preços originais como se verá posteriormente que as rendibilidades são estacionárias o que constitui um pressuposto dos modelos de tipo *GARCH*.

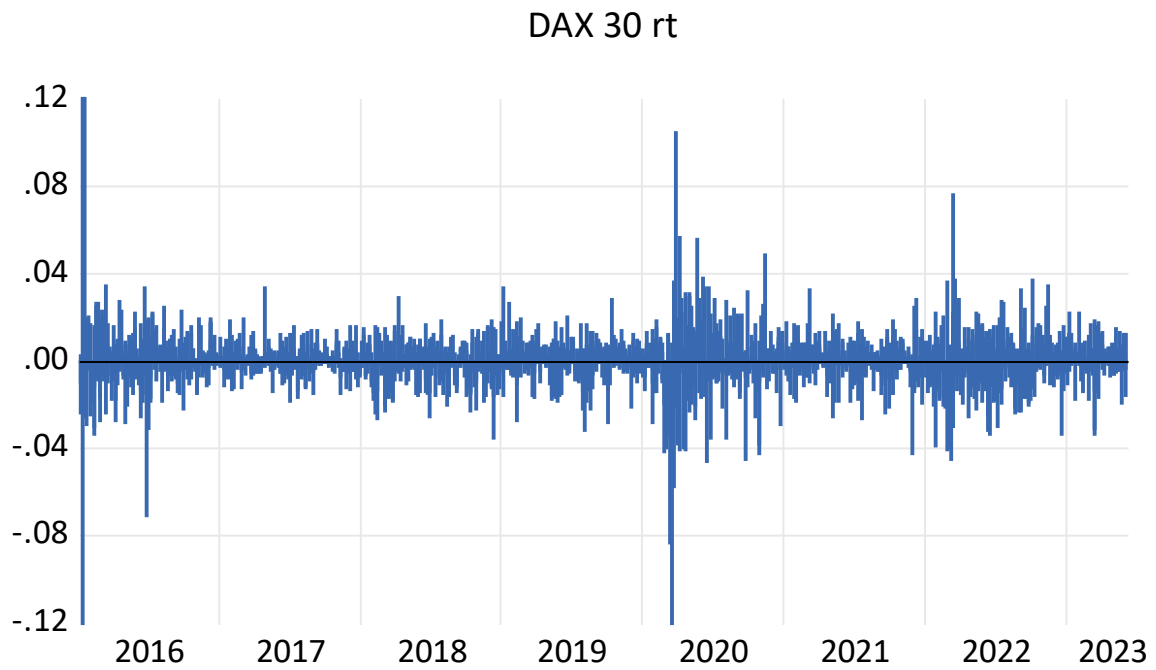
Nas Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 conseguimos observar *clusters*, logo a variabilidade da série não é homogénea.

Figura 5.4 Rendibilidade *NIKKEI*



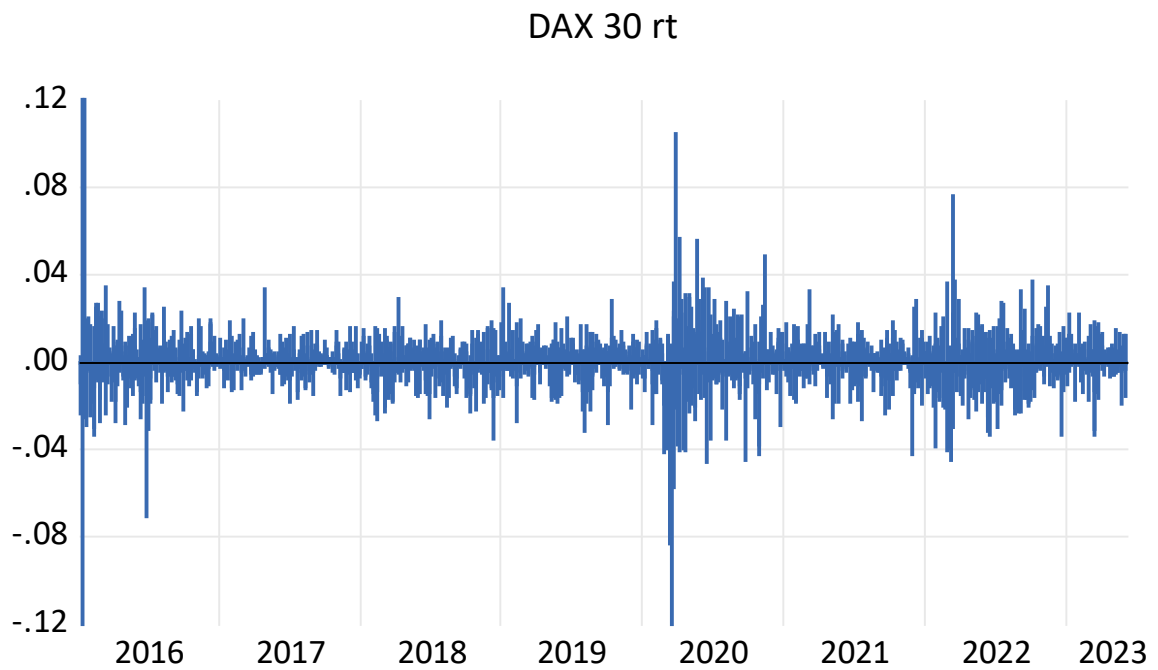
Fonte *Software Eviews*

Figura 5.5 Rendibilidade *DAX*



Fonte *Software Eviews*

Figura 5.6 Rendibilidade *S&P 500*



Fonte *Software Eviews*

Em 2016 conseguimos observar na Figura 5.4 o primeiro cluster seguindo um período de baixa volatilidade até finais de 2019. Em 2020 verifica-se um cluster de alta volatilidade acabando antes do início de 2021. De 2021 a 2023 conseguimos observar um período de volatilidade, mas sem grandes clusters. O gráfico das rendibilidades demonstra que o *S&P 500* no período estudado é o índice mais volátil.

Em 2020 o *DAX 30* apresenta um cluster e o um período de grande volatilidade, de seguida apresenta um período de baixa volatilidade até 2022. No ano 2022 apresenta um cluster seguindo-se de um período de baixa volatilidade em 2023.

O *S&P-500* no ano 2020 observou-se o maior cluster do período observado e em 2022 observa-se um período de grande volatilidade e um cluster, voltando ao um período de pequena volatilidade.

Quando existem picos de alta volatilidade nas rendibilidades dos índices, existem picos nos gráficos dos preços e quando se verifica a baixa volatilidade corresponde a descidas no gráfico dos preços, com isto podemos dizer que os dois gráficos estão mais ou menos sincronizados.

5.4 Análise estatística dos índices

Foi necessário proceder cálculo da estatística descritiva dos dados recolhidos para formular uma análise do comportamento das rendibilidades diárias. Os valores calculados encontram-se na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 Resultados Estatísticos dos índices

	NIKKEI 225		DAX30		S&P 500
Média	0.000281		0.000253		0.000409
Desvio-Padrão	0.011918		0.168552		0.011552
Assimetria	-0.164979		-16.38647		-0.89433
Curtose	8.74366		953.4634		21.22798
Jarque-Bera	2661.671	**	72733239	**	26976.45

Fonte *Software Eviews*

As médias e o desvio-padrão dos três índices estudados apresentam valores pequenos e muito próximos do zero. De notar que a média é muito baixa quando comparada com o desvio-padrão. Todos os índices têm a assimetria negativa e a curtose maior que 3 o

que indica que os dados não seguem uma distribuição normal (numa distribuição normal a assimetria é zero e a curtose = 3). A curtose acima de 3 revela *fat tails*, i.e., maior probabilidade de ocorrência de eventos extremos (por exemplo: COVID-19).

O *DAX* apresenta uma assimetria maior do que a dos outros índices e todos os índices apresentam assimetria negativa, o que significa que a distribuição é enviesada à esquerda, ou seja, a probabilidade de rendibilidades negativas é maior do que as positivas.

Por fim, para confirmar a deviação das distribuições dos rendimentos face a uma distribuição normal, será necessário recorrer ao teste *Jarque-Bera (JB)*. O teste tem como base a diferença entre os coeficientes de assimetria e curtose e através disto testar a hipótese nula em que a amostra tenha sido retirada de uma distribuição normal.

O teste *JB* é feito através da seguinte expressão:

$$JB = n \left(\frac{s^2}{6} + \frac{(k-3)^2}{24} \right) \quad (5.2)$$

Onde,

n = número de observações da série financeira;

s = coeficiente de assimetria;

k = coeficiente de curtose.

Se o resultado do teste for muito baixo, não é rejeitada a hipótese nula em que a amostra tenha sido retirada de uma distribuição normal. Se o resultado do teste for muito elevado, rejeita-se a hipótese nula sendo que os erros aleatórios se comportam como uma distribuição normal.

Neste estudo os resultados obtidos através deste teste rejeitam a hipótese nula de normalidade da distribuição dos resíduos ou erros aleatórios, a um nível de significância de 1%.

Concluindo as distribuições da rendibilidade têm uma tendência de deviação a uma distribuição normal, verificando-se a presença de curtose (*fat tails*)

5.5 Estimação do modelo

Para efetuar a estimação dos modelos é necessário verificar os pressupostos fulcrais que vão apresentar resultados mais fiáveis para o estudo da assimetria na volatilidade dos índices analisados. Os testes que vão ser feitos são o teste da estacionariedade, da inexistência da autocorrelação e como anteriormente referido vai ser utilizado modelos heterocedásticos, logo será necessário verificar a hipótese de heterocedasticidade (*ARCH-LM*).

5.5.1 Verificação dos Pressupostos

- **Estacionariedade**

É necessário começar pelo teste da estacionariedade das sucessões da amostra, visto que pode influenciar expressivamente as análises estatísticas posteriores e segundo Brooks (2002) as alterações previstas ou não previstas desaparecem ao longo do período, mas no inverso já não se realiza, ou seja, as variações têm tendência para se manterem, ou até propagar-se por um período indefinido.

Este teste é um dos mais fulcrais para esta análise, pois se a propriedade da estacionariedade está presente não pode implicar o surgimento de limitações ao estudo e pode levar ineficiência dos testes.

A estacionariedade pode ser calculada através de vários testes, mas comumente são utilizados o teste *Augmented Dickey Fuller (ADF)* e o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)*. Estes testes podem também ser denominados de testes de não estacionariedade ou testes de raízes unitárias.

Para o teste *ADF*, a regressão para a variável y_t é apresentada com a expressão seguinte:

$$\Delta y_t = \omega + \delta t + (\rho - 1)y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.3)$$

Em que,

$\omega + \delta t$ = tendência determinística;

ρ = coeficiente auto-regressão da variável y_t ;

λ_i = conjunto dos coeficientes das diferenças desfasadas de Δy_t ;

ε_t = perturbação aleatória com o número de defasamentos escolhido de forma que $\varepsilon_t \sim i. i. d. (0, \sigma^2)$.

Os defasamentos são selecionados através dos seguintes critérios: *Schwartz's Bayesian Information Criterion (SIC)* ou *Akaike Information Criterion (AIC)*, no entanto foi escolhido o *SIC* porque em termos de moderação é o mais apropriado.

É necessário ainda referir que $(\rho - 1)y_{t-1}$ serviu para capturar a não estacionariedade e a estacionariedade e colocando a Hipótese Alternativa que se traduz por $|\rho| < 1$ contra a Hipótese Nula em que: $\rho = 1$, que determina a existência de uma raiz unitária para a variáveis em níveis (y_t) e as primeiras diferenças (Δy_t). A Hipótese Alternativa averigua a existência de uma tendência determinística, ou seja, estacionária e a Hipótese nula averigua a existência de uma tendência estocástica, ou seja, não estacionária. Com isto conseguimos obter os valores críticos de MacKinnon (1991,1996), conseguimos obter estes valores através de *softwares* em que estes valores são *output standard*.

Existe ainda mais uma característica que ajuda na distinção, é a possibilidade de se considerar na sua formulação a existência de uma constante mais uma tendência linear (τ_τ), de uma só constante (τ_ω), ou nenhuma constante (τ). Com isto conseguimos alcançar os seguintes resultados:

- $|\rho| < 1$, o processo é estacionário;
- $|\rho| = 1$, o processo é não estacionário de raiz unitária,
- $|\rho| > 1$, o processo é não estacionário explosivo.

Para o estudo das hipóteses descritas anteriormente irá ser utilizado o teste que se baseia na distribuição estatística $T(\rho - 1)$, onde T representa a dimensão da amostra. Existem ainda outros dois testes distintos propostos por Dickey e Fuller (1979, 1981), mas não serão utilizados neste estudo. É importante referir que $\tau_\tau < \tau_\omega < \tau$ e, para a estatística τ , os valores críticos provenientes do teste *ADF* são parecidos aos valores críticos provenientes de uma distribuição estandardizada. Caso o processo seja utilizado incorretamente, poderá causar a rejeição da Hipótese Nula e este problema aumenta conforme o número de componentes determinísticas do modelo aumentam.

Com os testes de Dickey e Fuller, chegou-se à importante conclusão de que a distribuição assintótica da estatística τ_τ é independente do número de defasagens

das primeiras diferenças incluídas na regressão *ADF*. As defasagens descritas são essenciais para eliminar qualquer autocorrelação de ordem superior na variável residual e conseqüentemente permitem validar a suposição de resíduos $\varepsilon_t \sim i. i. d.$ que se baseia na aplicação do método dos mínimos quadrados. Em qualquer caso, a validade assintótica do teste *ADF* não é modificado pela inclusão de um componente de médias móveis (*Moving Average – MA*) com um número apropriado de defasagens das primeiras diferenças (Said e Dickey, 1984 *apud* Bentes 2011)².

Como anteriormente referido a estacionariedade pode ser verificada através de outro teste denominado por *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* ou *KPSS* desenvolvido por Kwiatkowski (1992) em que as hipóteses são invertidas. Com isto a Hipótese Nula (H_0) a sucessão é estacionária, logo não tem raiz unitária e a Hipótese Alternativa (H_a) a sucessão é não estacionária.

O teste *KPSS* é um teste de Multiplicadores de Lagrange (LM) que se centra na representação em componentes da sucessão cronológica e o processo gerador de dados é dado pelo seguinte modelo:

$$y_t = \mu t + z_t + u_t$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5.4)$$

Em que,

x_t = soma de uma tendência determinística (μt), de um caminho aleatório (z_t) e de uma variável residual estacionária (u_t) onde $\varepsilon_t \sim i. i. d. (0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Neste modelo a Hipótese Nula dá-se por $\sigma_\varepsilon^2 = 0$, em que o valor inicial z_0 é uma constante. u_t como dito anteriormente é uma variável residual estacionária, portanto y_t é um processo *TSP* (*Trend Stationary Process*), logo é um processo estacionário em tendência. Como na Hipótese Nula $\sigma_\varepsilon^2 = 0$, os erros ε_t têm de ser nulos, logo $z_t = z_{t-1}$, \forall_t , é uma constante.

² Said, S. e D. Dickey - Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika* 71:3 (1984) 599-607

Se se optar no mesmo modelo considerar $\mu = 0$, conclui-se que x_t é um processo estacionário em um certo nível e podemos designar por z_0 em troca de uma tendência.

Com isto, o teste *KPSS* averigua-se através da seguinte expressão:

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\sigma_u^2} (5.5)$$

Onde,

$S_t = \sum_{r=1}^t \hat{u}_r$ = soma dos resíduos da regressão de x_t sobre uma constante e uma tendência determinística, ou seja, significa $\hat{u}_t = x_t - \mu t - z_0$;

$\sigma^2 u$ = estimador da variância dos resíduos μt .

É de salientar que o teste *KPSS* é dependente do facto do modelo apresentar uma tendência determinística ou não, no entanto a expressão é validada para $\mu = 0$ ou $\mu \neq 0$.

Tabela 5.3 Testes de estacionariedade

	ADF	KPSS
NIKKEI	-43.6498 **	0.029726
DAX	102.0797 **	0.087219
S&P	-13.3972 **	0.02963

Notas: valores críticos de *ADF* para a constante e tendência -3.960241 (1%) e -3.410883 (5%); número de *lags* em ambos os casos: 0. Valores críticos do teste *KPSS* para a constante e tendência 0,216 (1%) e 0,146 (5%).

** Denota um nível de significância de 1%.

Fonte *Software Eviews*

Os dados obtidos através do teste *ADF* representado na tabela 5.3 conseguimos concluir que na Hipótese Nula (H_0) a série é não estacionária, logo tem raízes unitárias, sendo que os valores do teste são estatisticamente significativos a um nível de

significância de 1%. As sucessões cronológicas são estacionárias porque a H_0 é rejeitada.

Relativamente ao teste *KPSS*, como dito anteriormente, processa-se inversamente, ou seja, na Hipótese Nula (H_0) a série é estacionária. Então aceita-se a H_0 , isto transmite maior confiança e segurança relativamente aos dados.

Em suma, como as séries são estacionárias este pressuposto de aplicação dos modelos verifica-se, mas é ainda necessário verificar as hipóteses de autocorrelação e da heterocedasticidade para se saber se os modelos são aplicáveis.

- **Autocorrelação**

Este pressuposto tem dois tipos de teste para analisar as autocorrelações, os testes são os seguintes:

- O teste Ljung-Box (Q) – Em que permite testar a Hipótese Nula (H_0) de que não existe autocorrelação e Q segue uma distribuição assintótica do Qui-quadrado;
- O teste Breusch-Godfrey (BG) – Que origina do multiplicador de *Lagrange* e o teste à Hipótese Nula (H_0) verifica a não existência de autocorrelação.

A Tabela 5.4, 5.5, 5.6 apresentam os resultados do teste Ljung-Box da autocorrelação.

Tabela 5.4 Correlograma das rendibilidades do *NIKKEI*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.006	0.006	0.0593	0.808
		2	0.051	0.051	5.0086	0.082
		3	0.006	0.006	5.0809	0.166
		4	-0.023	-0.025	6.0782	0.193
		5	-0.008	-0.009	6.2163	0.286
		6	-0.015	-0.013	6.6801	0.351
		7	-0.055	-0.054	12.609	0.082
		8	-0.015	-0.013	13.021	0.111
		9	-0.008	-0.002	13.130	0.157
		10	-0.004	-0.003	13.160	0.215
		11	0.021	0.019	14.014	0.232
		12	-0.052	-0.053	19.194	0.084
		13	0.018	0.015	19.825	0.100
		14	0.022	0.024	20.758	0.108
		15	0.001	-0.001	20.762	0.145
		16	-0.013	-0.018	21.073	0.176
		17	0.012	0.012	21.358	0.211
		18	-0.004	-0.001	21.389	0.260
		19	-0.011	-0.016	21.610	0.304
		20	-0.026	-0.025	22.890	0.294
		21	-0.013	-0.009	23.215	0.333
		22	-0.058	-0.056	29.743	0.125
		23	0.029	0.032	31.411	0.113
		24	-0.024	-0.023	32.538	0.114
		25	-0.011	-0.014	32.761	0.137
		26	-0.019	-0.020	33.492	0.148
		27	-0.012	-0.013	33.777	0.173
		28	-0.009	-0.014	33.951	0.202
		29	0.036	0.033	36.437	0.161
		30	0.006	0.007	36.499	0.192
		31	0.001	-0.007	36.500	0.228
		32	-0.026	-0.033	37.821	0.221
		33	0.020	0.023	38.619	0.231
		34	0.041	0.036	41.895	0.166
		35	0.008	0.011	42.022	0.193
		36	0.007	0.004	42.119	0.223

Fonte *Software Eviews*

Tabela 5.5 Correlograma das rendibilidades do *DAX*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.246	-0.246	116.99	0.000
		2	-0.254	-0.335	241.84	0.000
		3	0.000	-0.199	241.84	0.000
		4	0.003	-0.184	241.86	0.000
		5	0.000	-0.145	241.86	0.000
		6	-0.003	-0.132	241.88	0.000
		7	0.005	-0.107	241.94	0.000
		8	-0.001	-0.097	241.94	0.000
		9	-0.002	-0.086	241.95	0.000
		10	0.001	-0.076	241.95	0.000
		11	-0.002	-0.071	241.96	0.000
		12	-0.002	-0.066	241.96	0.000
		13	0.003	-0.057	241.99	0.000
		14	-0.003	-0.056	242.00	0.000
		15	-0.002	-0.053	242.00	0.000
		16	0.001	-0.049	242.00	0.000
		17	0.001	-0.046	242.00	0.000
		18	-0.002	-0.046	242.01	0.000
		19	-0.002	-0.046	242.02	0.000
		20	0.004	-0.040	242.04	0.000
		21	0.001	-0.037	242.04	0.000
		22	-0.003	-0.038	242.06	0.000
		23	0.006	-0.028	242.12	0.000
		24	-0.001	-0.028	242.12	0.000
		25	-0.002	-0.026	242.13	0.000
		26	0.003	-0.020	242.15	0.000
		27	-0.003	-0.022	242.16	0.000
		28	-0.001	-0.020	242.17	0.000
		29	0.002	-0.017	242.17	0.000
		30	-0.004	-0.022	242.21	0.000
		31	0.001	-0.020	242.21	0.000
		32	0.005	-0.015	242.25	0.000
		33	-0.001	-0.015	242.25	0.000
		34	-0.001	-0.014	242.26	0.000
		35	0.002	-0.009	242.26	0.000
		36	-0.002	-0.012	242.28	0.000

Fonte *Software Eviews*

Tabela 5.6 Correlograma das rendibilidades do *S&P 500*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.153	-0.153	45.544	0.000
		2	0.109	0.088	68.603	0.000
		3	-0.018	0.012	69.202	0.000
		4	-0.056	-0.069	75.275	0.000
		5	0.053	0.037	80.665	0.000
		6	-0.125	-0.103	110.77	0.000
		7	0.156	0.121	157.77	0.000
		8	-0.122	-0.072	186.57	0.000
		9	0.164	0.126	238.96	0.000
		10	-0.080	-0.046	251.32	0.000
		11	0.006	-0.010	251.38	0.000
		12	0.029	0.009	253.07	0.000
		13	-0.099	-0.050	272.15	0.000
		14	0.089	0.024	287.55	0.000
		15	-0.070	0.004	297.06	0.000
		16	0.038	-0.028	299.88	0.000
		17	-0.016	0.019	300.36	0.000
		18	0.020	0.006	301.17	0.000
		19	-0.010	-0.016	301.37	0.000
		20	-0.049	-0.028	306.05	0.000
		21	0.009	-0.031	306.22	0.000
		22	-0.017	0.025	306.82	0.000
		23	-0.017	-0.046	307.35	0.000
		24	-0.037	-0.036	310.08	0.000
		25	0.012	0.005	310.36	0.000
		26	-0.018	-0.021	310.96	0.000
		27	-0.060	-0.064	317.93	0.000
		28	0.047	0.037	322.29	0.000
		29	0.001	0.022	322.30	0.000
		30	-0.016	-0.020	322.77	0.000
		31	0.011	0.000	323.01	0.000
		32	-0.042	-0.036	326.55	0.000
		33	-0.010	-0.023	326.73	0.000
		34	-0.023	-0.014	327.80	0.000
		35	0.007	0.000	327.89	0.000
		36	0.003	0.010	327.91	0.000

Fonte *Software Eviews*

Como se pode verificar não se rejeita H_0 de que não há autocorrelação para o *DAX* e o *S&P 500* pois a probabilidade de não haver de acordo com os valores acima apresentados é zero para todos os casos, portanto, como os valores são estatisticamente significativos a um nível de significância de 5% e 1% conclui-se que há

autocorrelação. No entanto rejeita-se para o *NIKKEI 225* porque a probabilidade é maior do que 1 ou 5%.

Tabela 5.7 Teste de autocorrelação *BG* aplicado às rendibilidades

Teste BG	Estatística F	Estatística χ^2
DAX 30	74,7507**	541,0404**
NIKKEI 225	127,907	127,788
S&P 500	17,3581**	160.0947**

Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez defasamentos.

** Denota um nível de significância de 1%

Fonte *Software Eviews*

Como por ambos os testes se verificarem que há autocorrelação para as rendibilidades dos índices *DAX 30* e *S&P 500* como se pode verificar na tabela 5.7 e um dos pressupostos dos modelos *ARCH* é a inexistência de autocorrelação este pressuposto não se verifica pelo que temos de arranjar uma forma de eliminá-la que será através de primeiro ajustar um modelo autoregressivo AR. No caso do *NIKKEI 225* ambos os testes dão que não há autocorrelação. Assim, neste caso não é necessário ajustar previamente nenhum modelo autoregressivo (AR).

- **Heterocedasticidade**

O último pressuposto a ser analisado é a heteroscedasticidade. Este pressuposto é essencial, visto que os modelos *ARCH* são heteroscedásticos.

O teste a ser feito é *ARCH-LM* criado por Engle (1982), a Hipótese Nula H_0 é a de que não existe heterocedasticidade condicionada.

Os resultados deste teste estão presentes na Tabela 5.8:

Tabela 5.8 Teste *ARCH-LM*

Teste ARCH-LM	Estatística <i>F</i>	Estatística χ^2
DAX 30	28,2388**	2473863**
NIKKEI 225	31,3690**	270,9708**
S&P 500	1,279073**	12,7789**

Notas: Para calcular o valor do teste utilizaram-se dez defasamentos.

** Denota um nível de significância de 1%

Fonte *Software Eviews*

Com os resultados da obtidos na Tabela 5.8 conclui-se que os valores são estatisticamente significativos a um nível de 1%, logo rejeita-se a H_0 de que não há heterocedasticidade, ou seja, para todas as rendibilidades dos índices em estudo existe heterocedasticidade

Tal como nos outros pressupostos é necessário confirmar o resultado deste teste, para confirmar o resultado foi utilizado dois testes: o teste de McLeod e Li (1983) e o teste Ljung-Box (Q) que foi utilizado anteriormente.

No teste *Ljung-Box*, quando os coeficientes de autocorrelação estimados não são estatisticamente e em sintonia a estatística de Q não for significativa considera-se que não existem efeitos *ARCH* nos resíduos. Os resultados deste teste estão presentes nas tabelas 5.9, 5.10 e 5.11

Tabela 5.9 Correlograma do quadrado os resíduos do *NIKKEI 225*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
**	**	1	0.310	0.310	186.34	0.000
*		2	0.130	0.037	219.17	0.000
*	*	3	0.136	0.095	255.21	0.000
*	*	4	0.144	0.081	295.14	0.000
*		5	0.079	0.003	307.30	0.000
*		6	0.091	0.052	323.32	0.000
*		7	0.107	0.051	345.43	0.000
*	*	8	0.192	0.143	417.12	0.000
*		9	0.176	0.074	477.12	0.000
*		10	0.101	-0.001	496.98	0.000
*		11	0.102	0.033	517.31	0.000
*	*	12	0.152	0.075	562.14	0.000
*		13	0.103	0.007	582.75	0.000
*		14	0.091	0.027	598.84	0.000
*		15	0.063	-0.018	606.62	0.000
*		16	0.104	0.038	627.67	0.000
*		17	0.090	0.003	643.45	0.000
*		18	0.085	0.019	657.58	0.000
		19	0.034	-0.038	659.88	0.000
		20	0.040	-0.022	662.94	0.000
		21	0.026	-0.031	664.23	0.000
		22	0.049	0.016	668.90	0.000
		23	0.025	-0.020	670.08	0.000
		24	0.011	-0.032	670.30	0.000
		25	0.003	-0.031	670.32	0.000
		26	0.031	0.008	672.24	0.000
		27	0.027	0.008	673.70	0.000
		28	0.023	0.003	674.73	0.000
		29	-0.005	-0.027	674.79	0.000
		30	0.013	0.002	675.14	0.000
		31	0.012	0.003	675.41	0.000
		32	0.006	0.005	675.49	0.000
		33	0.032	0.044	677.47	0.000
		34	0.040	0.016	680.68	0.000
		35	0.035	0.019	683.15	0.000
		36	0.036	0.020	685.63	0.000

Fonte *Software Eviews*

Tabela 5.10 Correlograma do quadrado os resíduos do *S&P 500*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
****	****	1	0.489	0.489	462.54	0.000
****	***	2	0.541	0.396	1027.6	0.000
**		3	0.338	-0.025	1248.3	0.000
**		4	0.329	0.030	1457.2	0.000
**	*	5	0.318	0.139	1653.1	0.000
***	*	6	0.379	0.194	1932.0	0.000
**		7	0.279	-0.061	2083.0	0.000
**		8	0.316	0.030	2276.2	0.000
**		9	0.261	0.064	2408.4	0.000
**		10	0.238	-0.016	2518.0	0.000
*		11	0.206	-0.037	2600.6	0.000
*		12	0.175	-0.029	2660.3	0.000
*		13	0.155	0.010	2707.1	0.000
*		14	0.153	-0.001	2752.4	0.000
*	*	15	0.195	0.087	2826.3	0.000
*		16	0.124	-0.064	2856.2	0.000
*		17	0.133	-0.033	2890.5	0.000
*		18	0.099	0.026	2909.4	0.000
		19	0.051	-0.064	2914.5	0.000
*		20	0.090	0.033	2930.4	0.000
		21	0.052	-0.023	2935.8	0.000
		22	0.054	-0.007	2941.6	0.000
		23	0.041	-0.019	2944.8	0.000
		24	0.054	0.036	2950.6	0.000
		25	0.040	0.017	2953.8	0.000
		26	0.059	-0.001	2960.6	0.000
		27	0.060	0.054	2967.7	0.000
		28	0.036	-0.024	2970.3	0.000
		29	0.036	-0.013	2972.9	0.000
		30	0.035	0.008	2975.3	0.000
		31	0.027	0.009	2976.8	0.000
		32	0.025	-0.025	2978.0	0.000
		33	0.021	-0.014	2978.9	0.000
		34	0.041	0.068	2982.3	0.000
		35	0.021	-0.043	2983.1	0.000
		36	0.024	-0.017	2984.3	0.000

Fonte *Software Eviews*

Tabela 5.11 Correlograma do quadrado os resíduos do *DAX 30*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
***	***	1	0.373	0.373	268.61	0.000
*		2	0.129	-0.012	300.65	0.000
		3	0.000	-0.051	300.65	0.000
		4	0.000	0.021	300.65	0.000
		5	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		6	0.000	-0.003	300.65	0.000
		7	0.000	0.001	300.65	0.000
		8	0.000	-0.000	300.65	0.000
		9	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		10	-0.000	0.000	300.65	0.000
		11	-0.000	0.000	300.65	0.000
		12	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		13	0.000	0.000	300.65	0.000
		14	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		15	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		16	-0.000	0.000	300.65	0.000
		17	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		18	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		19	-0.000	0.000	300.65	0.000
		20	0.000	0.000	300.65	0.000
		21	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		22	-0.000	0.000	300.65	0.000
		23	0.000	0.000	300.65	0.000
		24	0.000	-0.000	300.65	0.000
		25	0.000	0.000	300.65	0.000
		26	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		27	-0.000	0.000	300.65	0.000
		28	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		29	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		30	-0.000	0.000	300.65	0.000
		31	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		32	-0.000	0.000	300.65	0.000
		33	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		34	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		35	-0.000	-0.000	300.65	0.000
		36	-0.000	-0.000	300.65	0.000

Fonte *Software Eviews*

Após os correlogramas serem analisados conseguimos concluir que os resultados são estatisticamente significativos a um nível de 1%, portanto rejeita-se a Hipótese Nula H_0 de que não existe heteroscedasticidade. Este teste confirma o resultado do teste anterior *ARCH-LM*.

Em suma após esta a verificação destes pressupostos justifica-se a utilização dos modelos *ARCH*.

5.5.2 Estimação dos modelos *AR (2) -GARCH (1,1)*, *AR (2)-EGARCH (1,1)* e *AR (2)-GJR-GARCH (1,1)*

Uma vez que a série das rendibilidades do *DAX 30* e *S&P 500* apresentam autocorrelação é necessário solucionar este problema. Para ultrapassar esta questão ajusta-se um modelo autoregressivo – *AR(p)* (autoregressive model) no sentido de remover qualquer tipo de autocorrelação. Com base nos correlogramas e analisando a função de autocorrelação e de autocorrelação parcial opta-se por um modelo *AR (2)* para o *DAX 30* e *S&P 500* para capturar a autocorrelação presente nos dados.

Neste capítulo foi necessário estimar os modelos *AR(4)- GARCH(1,1)*, *AR(4)-EGARCH(1,1)* e *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)* para se conseguir modelar as volatilidades dos índices. Como dito anteriormente no capítulo 2 e subcapítulo 2.2.1 o modelo original *ARCH* não será utilizado devido às suas limitações e em vez deste será utilizado o modelo *GARCH*.

Optou-se pela distribuição *t* de *Student* para estimar o modelo pois há evidência de que os dados seguem uma distribuição com *fat tails* como anteriormente demonstrado.

Foram estimados parâmetros inerentes a cada tipo de modelo *ARCH*, ou seja, para o modelo *AR(4)- GARCH(1,1)* calculou-se os seguintes parâmetros $\hat{\omega}$, $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, para os modelos *AR(4)-EGARCH(1,1)* e *AR(4)-GJR-GARCH(1,1)* foi calculado o parâmetro $\hat{\gamma}$.

Para proceder à comparação entre os períodos pré e pós-COVID separa-se a amostras em duas subamostras. O critério é a declaração da WHO (organização mundial de saúde) do período da pandemia a 11 de março e 2020.

Os resultados dos cálculos dos parâmetros estão presentes nas Tabelas 5.12, 5.13, 5.14 (pré-COVID) e tabelas 5.15, 5.16, 5.17 (pós-COVID).

PRÉ-COVID

Tabela 5.12 Estimativas dos modelos $GARCH(1,1)$, $EGARCH(1,1)$ e $GJR-GARCH(1,1)$ para as rendibilidades do *DAX 30* no período pré-COVID

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$
<i>GARCH</i>	0,0000 **	0,2942 **	0,4145 **	-
<i>EGARCH</i>	-0,8984 **	0,1714 **	0,9180 **	-0,1799 **
<i>GJR-GARCH</i>	0,0000 **	0,0949 **	0,5388 **	0,32971 **

Notas: ** significativo a 1%. * significativo a 5%

Fonte *Software Eviews*

Tabela 5.13 Estimativas dos modelos $GARCH(1,1)$, $EGARCH(1,1)$ e $GJR-GARCH(1,1)$ para as rendibilidades do *NIKKEI* no período pré-COVID

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$
<i>GARCH</i>	0,0000 **	0,1296 **	0,8362 **	-
<i>EGARCH</i>	-0,7300 **	0,0 **	0,9348 **	-0,1802 **
<i>GJR-GARCH</i>	0,0000 **	0,0556 **	0,2991 **	0,2991 **

Notas: ** significativo a 1%. * significativo a 5%

Fonte *Software Eviews*

Tabela 5.14 Estimativas dos modelos $GARCH(1,1)$, $EGARCH(1,1)$ e $GJR-GARCH(1,1)$ para as rendibilidades do *S&P 500* no período no período pré-*COVID*

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$
<i>GARCH</i>	0,0000 **	0,2417 **	0,7404**	-
<i>EGARCH</i>	-0.802029 **	0.228717 **	0.9376 **	-0.2104 **
<i>GJR-GARCH</i>	0,0000 **	0,0203 **	0,8104 **	0,3384 **

Notas: ** significativo a 1%. * significativo a 5%

Fonte *Software Eviews*

POS-COVID (a partir de 11/3/2020 até ao fim da amostra)

Tabela 5.15 Estimativas dos modelos $GARCH(1,1)$, $EGARCH(1,1)$ e $GJR-GARCH(1,1)$ para as rendibilidades do *DAX 30* no período pós-*COVID*

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$
<i>GARCH</i>	0,000 **	0,1249 **	0,8104 **	-
<i>EGARCH</i>	-0,4989 **	0,1463 **	0,9565 **	-0,1333 **
<i>GJR-GARCH</i>	0,000 **	0,0200 **	0,8176 **	0,2028 **

Notas: ** significativo a 1%. * significativo a 5%

Fonte *Software Eviews*

Tabela 5.16 Estimativas dos modelos *GARCH(1,1)*, *EGARCH(1,1)* e *GJR-GARCH(1,1)* para as rendibilidades do *NIKKEI* no período pós-COVID

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$
<i>GARCH</i>	0,0000 **	0,0434 **	0,8993 **	-
<i>EGARCH</i>	-0,3232 **	0,0619 **	0,9697 **	-0,0562 **
<i>GJR-GARCH</i>	0,0000 **	0,0218 **	0,9209 **	0,0953 **

Notas: ** significativo a 1%. * significativo a 5%

Fonte *Software Eviews*

Tabela 5.17 Estimativas dos modelos *GARCH(1,1)*, *EGARCH(1,1)* e *GJR-GARCH(1,1)* para as rendibilidades do *S&P 500* no período no período pós-COVID

	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$
<i>GARCH</i>	0,0000 **	0,1608 **	0,8065 **	-
<i>EGARCH</i>	-0.515308 **	0.193544 **	0.959690 **	-0.070797 **
<i>GJR-GARCH</i>	0,0000 **	0.117503 **	0.806157 **	0.082752 **

Notas: ** significativo a 1%. * significativo a 5%

Fonte *Software Eviews*

Analisando a tabela acima é possível concluir que todos os coeficientes são estatisticamente significativos a 1%. Os parâmetros do modelo *AR(4)-GARCH(1,1)* são positivos, o que significa que nos três índices verifica-se *clusters* na volatilidade, i.e., períodos de alta volatilidade sucedem-se a períodos de baixa e assim sucessivamente.

No entanto, os modelos $EGARCH(1,1)$ e $GJR-GARCH(1,1)$ apresentam efeitos assimétricos na volatilidade já que $\hat{\gamma}$ no modelo $EGARCH(1,1)$ é negativo e positivo no $GJR-GARCH(1,1)$. Tal facto, revela que o efeito das más notícias é superior ao das boas notícias. O índice *S&P 500* no período pré-COVID apresenta a maior assimetria e o *DAX 30* a menor assimetria, no entanto, no período pós-COVID o índice que tem maior assimetria é o *DAX 30* e o com menor assimetria é o *NIKKEI 225*.

No período pós-COVID registam-se os menores valores de assimetria, isto pode dever-se ao facto de haver rendibilidades positivas e ganhos nos índices em 2020.

6 Capítulo – Conclusões

Nos últimos anos o estudo da volatilidade tornou-se um tema muito investigado na literatura económica financeira. A volatilidade mede a oscilação dos preços dos ativos em relação à sua média num determinado período e também como uma medida estatística da variabilidade dos rendimentos dos mesmos. A modelação e o estudo do seu comportamento tornaram-se deveras importante para analisar os factos estilizados que ajudam a caracterizar.

Como referido neste estudo existem inúmeros factos estilizados presentes nos dados analisados, no entanto, este estudo foca-se na assimetria da volatilidade. A assimetria revela que as más notícias têm um maior impacto na rendibilidade do que as boas notícias. Procurou-se neste estudo verificar evidências de efeitos assimétricos nas rendibilidades dos índices de ações *S&P 500*, *DAX 30* e *NIKKEI 225*.

Para averiguar a existência de efeitos assimétricos procedeu-se a uma análise estatística das rendibilidades recolhidas, através dos resultados obtido concluiu-se que os dados não apresentam uma distribuição normal, isto deve-se ao facto de os índices apresentarem curtoses elevadas e *fat tails*.

Após a análise dos dados estatísticos, procedeu-se à verificação de pressupostos para se poder aplicar os modelos. Os pressupostos são a estacionariedade, a inexistência da autocorrelação e a heteroscedasticidade. Para verificar o primeiro pressuposto foram feitos dois testes o teste *ADF* e o teste *KPSS*. No segundo foram efetuados também dois testes o teste *Ljung-Box* e o teste *Breusch-Godfrey* em que os índices *S&P 500* e *DAX 30* apresentam autocorrelação, para resolver esta situação posteriormente foi aplicado um modelo *AR* para colmatar o problema. Por fim para o último pressuposto foi efetuado o teste *ARCH-LM*.

Posteriormente efetuou-se a modelação da volatilidade dos índices, foram utilizadas três variações do modelo *ARCH*: o modelo *GARCH*, *EGARCH* e *GJR-GARCH*.

Os resultados destes modelos demonstraram evidências de assimetria nas rendibilidades dos índices, o que significa que, as “boas notícias”, apresentam menos impacto nas rendibilidades do que as “más notícias”. Estes modelos avaliaram dados antes da COVID-19 e após COVID-19 e consegue-se concluir que a COVID-19

causou um impacto na volatilidade dos índices causando assimetria nas rendibilidades dos mesmos. Pode-se concluir que a COVID-19 teve impacto nos mercados bolsistas.

7 Bibliografia

Adam Hayes. (2023, March 31). *Volatility: Meaning In Finance and How it Works with Stocks*. Disponível em [Volatility: Meaning In Finance and How it Works with Stocks \(investopedia.com\)](https://www.investopedia.com)

Bae, K., and G. A. Karolyi, (1994), “Good News, Bad News and International Spillovers of Stock Return Volatility between Japan and the U.S.,” *Pacific-Basin Finance Journal*, 2, 405-438.

BAI, Jushan; PERRON, Pierre - Computation and analysis of multiple structural change models. *Journal of applied econometrics*, 18:1 (2003) 1-22.

Barberis, N., Shleifer, A., Wurgler, J., 2002, Comovement, NBER Working Paper No. 8884

Baur, D. (2003). *What is Co-movement? What is co-movement?* - Publications Office of the EU (europa.eu)

Bekaert, G., and C. R. Harvey, (1995), “Time-Varying World Market Integration” *Journal of Finance*, 50, 403-444.

BEKAERT, Geert; WU, Guojun – Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets. *The Review of Financial Studies* Spring. The Society for Financial Studies. ISSN:08939454. 13:1 (2000) 1-42.

Bentes, S. R. (2014). Measuring persistence in stock market volatility using the FIGARCH approach. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 408, 190–197. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.04.032](https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.04.032).

Bentes, S. R. (2021). How COVID-19 has affected stock market persistence? Evidence from the G7's. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 581, 126210. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.126210](https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.126210).

BERA, A. e M. HIGGINS – ARCH Models: properties, estimation and testing. *Journal of Economic Surveys* 7 (1993) 305-366.

Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654. [https://doi.org.proxy.uwasa.fi/10.1086/260062](https://doi.org/10.1086/260062)

Black, F., (1976), “Studies of Stock Price Volatility Changes,” Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association, Business and Economical Statistics Section, 177- 181.

BOLLERSLEV, Tim - Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Journal of Econometrics. ISSN 03044076. 31:3 (1986) 307-327.

BOLLERSLEV, Tim, Ray CHOU e Keneth KRONER – ARCH Modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. Journal of Econometrics. ISSN 03044076. 52:1 (1992) 5-59

BOUCHAUD, J.P. – Elements for a theory of financial risks, Physica A 285, (2000) 18- 28.

BOWERMAN, B. L. e O’CONNEL, R. T. - Time series and forecasting, California, Duxbury, 1979.

Braun, P. A., D. B. Nelson, and A. M. Sunier, (1995), “Good News, Bad News, Volatility, and Betas,” Journal of Finance, 50, 1575-1603.

BROOKS, C. - Introductory econometrics for Finance, The ISMA Centre, University of Reading, Cambridge Press, 2002

Campbell, J. Y., and L. Hentschel, (1992), ‘No News is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns,’ Journal of Financial Economics, 31, 281-318.

CAMPBELL, John Y., et al. - The econometrics of financial markets. Princeton, NJ: Princeton University press, 1997.

Canina, L., & Figlewski, S. (1993). The informational content of implied volatility. The Review of Financial Studies, 6(3), 659-681. <https://doi.org/10.1093/rfs/5.3.659>

Chaudhary, R., Bakhshi, P., & Gupta, H. (2020). Volatility in International Stock Markets: An Empirical Study during COVID-19. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(9). <https://doi.org/10.3390/jrfm13090208>.

Chen, J. (2022, April 28). *Nikkei: How it Works, Special Considerations*. Disponível em [Nikkei: How it Works, Special Considerations \(investopedia.com\)](https://investopedia.com)

- Cheng, T., Liu, J., Yao, W., & Zhao, A. B. (2022). The impact of COVID-19 pandemic on the volatility connectedness network of global stock market. *Pacific-Basin Finance Journal*, 71, 101678. <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2021.101678>.
- Cheung, Y., and L. Ng, (1992), “Stock Price Dynamics and Firm Size: An Empirical Investigation,” *Journal of Finance*, 47, 1985-1997.
- Christie, A. A., (1982), “The Stochastic Behavior of Common Stock Variances-Value, Leverage and Interest Rate Effects,” *Journal of Financial Economics*, 10, 407-432.
- Cont, R. 2001. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1 (2): 223-236.
- Day, T. E., & Lewis, C. M. (1993). Forecasting futures market volatility. *The Journal of Derivatives*, 1, 33-50. <https://doi.org/10.3905/jod.1993.4>
- de Silva, H., McMurrin, G. M., & Miller, M. N. (2017). 14 - Diversification and the Volatility Risk Premium. In E. Jurczenko (Ed.), *Factor Investing* (pp. 365–387). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78548-201-4.50014-3>.
- DICKEY, D. A. e W. A. FULLER – Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association* 74 (1979) 427-431.
- DICKEY, D. A. e W. A. FULLER – Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica* 49 (1981) 1057-1072.
- Duffee, G. R., (1995), “Stock Returns and Volatility: A Firm Level Analysis,” *Journal of Financial Economics*, 37, 399-420.
- Engle, R. F., and V. K. Ng, (1993), “Measuring and Testing the Impact of News on Volatility,” *Journal of Finance*, 48, 1749-1778.
- ENGLE, Robert – Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*. ISSN 0012-9682. 50:4 (1982) 987- 1007.
- FAMA, Eugene – Mandelbrot and the Stable Paretian Distribution. *The Journal of Business*. ISSN 0021-9398. (1963) 420-429.
- FAMA, Eugene – The Behavior of Stock Market Prices. *The Journal of Business*, ISSN 0021-9398. (1965) 34-105.

Fontanills, G., Gentile, T. (2003). *The Volatility Course* (1st ed.). Wiley. Retrieved from <https://www.perlego.com/book/2785739/the-volatility-course-pdf> (Original work published 2003)

French, K. R., G. W. Schwert, and R. Stambaugh, (1987), “Expected Stock Returns and Volatility,” *Journal of Financial Economics*, 19, 3-29.

Ganie, I. R., Wani, T. A., & Yadav, M. P. (2022). Impact of COVID-19 Outbreak on the Stock Market: An Evidence from Select Economies. *Business Perspectives and Research*. <https://doi.org/10.1177/22785337211073635>

Garman, M. B., and M. J. Klass. 1980. On the Estimation of Security Price Volatilities from Historical Data. *Journal of Business* 53:67–78.

Gjika, D., & Horváth, R. (2013). Stock market comovements in Central Europe: Evidence from the asymmetric DCC model. *Economic Modelling*, 33, 55–64. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.econmod.2013.03.015>

Glosten, L. R., R. Jagannathan, and D. E. Runkle, (1993), “On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks,” *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.

GLOSTEN, L.R., JAGANNATHAN, R., RUNKLE, D. - On the relation between value and volatility of nominal excess returns on stock. *Journal of Finance*, 1993, 1179– 1801.

GROSSMAN, S. J. e SHILLER, R. J. – The determinants of the variability of stock market prices. *The American Economic Review* 71, 2, Papers and proceedings of the Ninety-third Annual Meeting of the American Economic Association (1981), 222-227.

Hoffmann, C., & Djordjevic, C. (2020). Complexity, Power Laws and a Humean Argument in Risk Management: The Fundamental Inadequacy of Probability Theory as a Foundation for Modeling Complex Risk in Banking. *Homo Oeconomicus*, 37, 1–28. <https://doi.org/10.1007/s41412-020-00101-0>

Hull, J. (2015). *Options, futures and other derivatives* (9th ed.). Pearson Education.

Jorion, P. (1995). Predicting volatility in the foreign exchange market. *The Journal of Finance*, 50(2), 507-528. <https://doi-org.proxy.uwasa.fi/10.2307/232941>

Joukar, A., & Nahmens, I. (2015). Volatility Forecast of Construction Cost Index Using General Autoregressive Conditional Heteroskedastic Method. *Journal of Construction Engineering and Management*, 142. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CO.1943-7862.0001020](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CO.1943-7862.0001020)

KENDALL, M. G. – The Analysis of Economic Time-Series-Part I: Prices. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, Volume 116, Issue 1 (1953), 11- 34.

Kovalchuk, S. (2019). *THE ASYMMETRY EFFECT ON VOLATILITY DURING THE GLOBAL FINANCIAL CRISIS*.

KWIATKOWSKI, D., P. C. B. PHILLIPS, P. SCHMIDT e Y. SHIN – Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics* 54 (1992) 159-178.

Lamoureux, C., & Lastrapes, W. (1993). Forecasting stock-return variance: Toward an understanding of stochastic implied volatilities. *The Review of Financial Studies*, 6(2), 293-326. <https://doi.org/10.1093/rfs/6.2.293>

Latané, H., & Rendleman, R. (1976). Standard deviations of stock price ratios implied in option prices. *The Journal of Finance*, 31(2), 369-381. <https://doi.org.proxy.uwasa.fi/10.2307/2326608>

Lento, C., & Gradojevic, N. (2021). S&P 500 Index Price Spillovers around the COVID-19 Market Meltdown. *Journal of Risk and Financial Management*, 14(7). <https://doi.org/10.3390/jrfm14070330>

Lobel, B. (2021, May 26). *DAX 30 index trading guide: constituents, market hours and how to trade*. Disponível em [DAX 30 index trading guide: constituents, market hours and how to trade \(forex.com\)](https://www.forex.com)

MacKinnon, J. (1991) Critical Values for Cointegration Tests. In: Engle, R. and Granger, C., Eds., *Long Run Economic Relationships*, Oxford University Press, Oxford, 267-276.

MacKinnon, J.G. (1996) Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests. *Journal of Applied Econometrics*, 11, 601-618.

MANDELBROT, B. – The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, 1963, 394-419

MARSH, Terry A.; MERTON, Robert C. – Dividend Variability and Variance Bounds Tests for the Rationality of Stock Market Prices. *The American Economic Review*. ISSN 0002-8282. 76: 3 (1986) 483-498.

MASOLIVER, Jaume; MONTERO, Miquel; PORRÀ, Josep M. - A dynamical model describing stock market price distributions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 283.3 (2000) 559-567.

Mayhew, S. (1995). Implied volatility. *Financial Analysts Journal*, 51(4), 8-20. <https://doi.org.proxy.uwasa.fi/10.2469/faj.v51.n4.191>

MCLEOD, A. I. e W. K. LI – Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis* 4:4 (1983) 269-273

Moore, S. (2021, September 28). *History of COVID-19*. Disponível em [History of COVID-19 \(news-medical.net\)](https://www.historyof-19.com/)

Natenberg, S. (1994). *Option Volatility & Pricing: Advanced Trading Strategies and Techniques*. McGraw-Hill Education. <https://books.google.pt/books?id=NkSh3WjTg6AC>

Nelson, D. B., (1991), “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach,” *Econometrica*, 59, 347-370.

Ng, A., (1996), “Volatility Spillover Effects from Japan and the U.S. to the Pacific-Basin,” working paper, Stanford University

Parkinson, M. 1980. The Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return. *Journal of Business* 53:61–68.

Parsley, D., & Popper, H. (2020). Return comovement. *Journal of Banking & Finance*, 112, 105223. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2017.09.019>

PORTEBA, J.M., SUMMERS, L.H. – The persistence of volatility and stock market returns. *American Economic Review*. ISSN 0002-8282. 76: 1 (1986) 1142–1151.

Rogers, L., and S. Satchell. 1991. Estimating Variance from High, Low and Closing Prices. *Annals of Applied Probability* 1:504–512.

Rogers, L., S. Satchell, and Y. Yoon. 1994. Estimating the Volatility of Stock Prices: A Comparison of Methods that Use High and Low Prices. *Applied Financial Economics* 4:241–247.

Rosenberg, D. (n.d.). *Market capitalization: Its impact on stocks and your investing strategy*. Disponível em [S&P 500 | Dow Jones, Nasdaq, Index Funds Definition | Britannica Money](#)

Rossi, P. (1996). *Modelling Stock Market Volatility* (1st edition). Elsevier Science. Retrieved from <https://www.perlego.com/book/1837755/modelling-stock-market-volatility-pdf> (Original work published 1996)

Santos, R. (2015). *Estudo sobre a Memória Longa na Volatilidade das Rendibilidades do Índice NASDAQ100: uma abordagem com base nos modelos tipo ARCH*.

Schmalensee, R., & Trippi, R. (1978). Common stock volatility expectations implied by option premia. *The Journal of Finance*, 33(1), 129-147. <https://doi.org.proxy.uwasa.fi/10.2307/232635>

Schwert, G. W., (1990), "Stock Volatility and the Crash of '87," *Review of Financial Studies*, 3, 77-102.

Sengabo, J. M., & Jungeilges, J. (2021). *Volatility of and cross-correlation between major international stock indices before and during the COVID-19 pandemic*. AURA: Volatility of and cross-correlation between major international stock indices before and during the COVID-19 pandemic (unit.no).

Sigauke, C. (2013). Asymmetric conditional volatility modelling of real GDP growth rates in South Africa. *Economics Management and Financial Markets*, 8, 81–94.

Sinclair, E. (2008) *Volatility Trading*. JOHN WILEY & SONS INC.

Taleb, N. N. (2009), *Ten Principles for a Black Swan Robust World* Financial Times

Taleb, N. N. (2010). *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable* (2nd ed.). London: Penguin. ISBN 978-0-14103459-1.

Taleb, N. N. (2015). "Unique Option Pricing Measure with neither Dynamic Hedging nor Complete Markets". *European Financial Management*. 21 (2): 228–235. doi:10.1111/eufm.12055. S2CID 153841924

Thangamuthu, M., Maheshwari, S., & Naik, D. R. (2022). Volatility Spillover Effects during Pre-and-Post COVID-19 Outbreak on Indian Market from the USA, China, Japan, Germany, and Australia. *Journal of Risk and Financial Management*, 15(9). <https://doi.org/10.3390/jrfm15090378>.

Tretina, K. (2022, October 5). *What Is A Market Index? Disponível em [What Is A Market Index? – Forbes Advisor](#)*

VERHOEVEN, P., e MCALEER, M. – Fat tails and asymmetry in financial volatility models, *Mathematics and Computers in Simulations* 64, (2004) 351-361.

Yang, D., and Q. Zhang. 2000. Drift-Independent Volatility Estimation Based on High, Low, Open, and Close Prices. *Journal of Business* 73:477–491.

Young, J. (2023, July 23). *Market Index: Definition, How Indexing Works, Types, and Examples. Disponível em [Market Index: Definition, How Indexing Works, Types, and Examples \(investopedia.com\)](#)*

Zakonian, Jean-Michel – Threshold Heteroskedastic Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*. ISSN 01651889 (1994) 931-955.