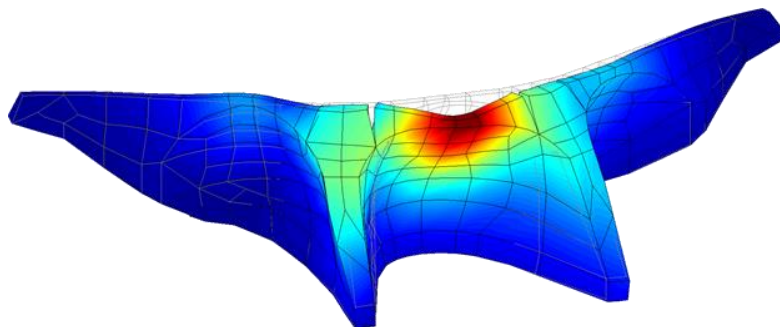




**INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA**

**Área Departamental de Engenharia Civil**



**MODELAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE  
SISTEMAS BARRAGEM-FUNDAÇÃO-ALBUFEIRA.  
ANÁLISE SÍSMICA DE UMA BARRAGEM  
DE ABÓBADAS MÚLTIPLAS**

**ALEXANDRE JOSÉ SEQUEIRA CATARINO**

Licenciado em Engenharia Civil

Trabalho Final de Mestrado elaborado no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil pelo Instituto Superior de Engenharia de Lisboa no âmbito do protocolo de cooperação entre o ISEL e o LNEC  
*(Documento Definitivo)*

Orientador:

Doutor, Sérgio Bruno Martins de Oliveira, Prof. (LNEC/ISEL)

Júri:

Presidente: Mestre, Cristina Ferreira Xavier de Brito Machado (ISEL)

Vogais:

Doutor, Nuno Miguel Monteiro Azevedo (LNEC)

Doutor, Sérgio Bruno Martins de Oliveira (LNEC/ISEL)

**Janeiro de 2016**



## AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer ao engenheiro Sérgio Oliveira pela excelente oportunidade de poder desenvolver a dissertação de Mestrado sob a sua orientação, pela preocupação, motivação e saber transmitido, empenho e disponibilidade demonstrada, que se verificaram constantes ao longo do período de realização da tese.

Agradeço ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) a possibilidade que me concedeu de realizar este trabalho no Departamento de Barragens de Betão (Núcleo de Modelação e Mecânica das Rochas).

Gostaria de agradecer aos colegas que estiveram presentes durante todo processo de desenvolvimento da dissertação, ao André Alegre, ao Renato Pereira, ao André Silvestre, ao Emanuel Mendes, por todo apoio, ajuda e incentivos.

Gostaria de agradecer à minha família, Maria de Nazaré, José Manuel e Adelino, pelo apoio diário e ajuda incondicional, sem eles não seria possível ter concluído o mestrado.

Gostaria de agradecer à Joana, minha namorada, por todo o apoio, ajuda constante e incansável voz de motivação presente durante todo o mestrado.



# MODELAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE SISTEMAS BARRAGEM-FUNDAÇÃO-ALBUFEIRA. ANÁLISE SÍSMICA DE UMA BARRAGEM DE ABÓBADAS MÚLTIPLAS

## Resumo

Na análise do comportamento dinâmico de sistemas barragem-fundação-albufeira é importante utilizar modelos numéricos de elementos finitos tridimensionais (EF3D) que permitam simular a interação dinâmica água-estrutura e o comportamento das principais superfícies de descontinuidade tais como juntas e fissuras com aberturas significativas. A adequabilidade destes modelos numéricos para simulação do comportamento dinâmico de barragens deve ser verificada, sempre que possível, com base em dados experimentais que, em geral, podem ser obtidos sem grandes custos, através de medições em obra recorrendo a ensaios de vibração sob excitação ambiente/operacional. Nesta dissertação analisa-se o comportamento dinâmico da barragem da Aguieira, que é do tipo abóbadas múltiplas, recorrendo a um modelo numérico de EF3D baseado numa formulação em pressões e deslocamentos a qual foi implementada computacionalmente em MATLAB, no programa **DamDySSA1.0**, desenvolvido no decorrer do presente trabalho. O referido modelo EF3D da barragem da Aguieira foi calibrado com base em resultados de ensaios de vibração ambiente, realizados no âmbito deste trabalho, e em resultados de ensaios de vibração forçada e ambiente anteriormente realizados pelo LNEC, na situação de albufeira vazia e cheia. Os resultados dos mais recentes ensaios de vibração ambiente (realizados em 2015, com albufeira cheia) foram analisados com base no programa de identificação modal **Modal\_ID2.0** desenvolvido no LNEC. Com vista a testar o programa **DamDySSA1.0** apresenta-se também uma comparação com resultados obtidos através de um modelo clássico de massas de água associadas (programa **DynDam1.0**, LNEC).

O programa **DamDySSA1.0** permite efetuar a análise sísmica de sistemas barragem-fundação-albufeira tendo em conta a interação dinâmica água-estrutura com base na já referida formulação em pressões e deslocamentos na qual é necessário discretizar a albufeira em elementos finitos de pressão e a barragem/fundação em elementos finitos de deslocamento (neste caso utilizaram-se EF tipo cubo, isoparamétricos, com 20 pontos nodais). A resposta dinâmica do sistema é calculada com base numa abordagem de estado (em deslocamentos e velocidades e em pressões e respetivas derivadas no tempo) e recorrendo a coordenadas modais complexas. Desta forma é possível considerar a hipótese de amortecimento viscoso generalizado (ou não proporcional) e o amortecimento de radiação na albufeira. Admite-se a hipótese comportamento elástico-linear, no betão e nas superfícies de descontinuidade, e a fundação é simulada como uma subestrutura elástica e sem massa. Após a calibração, o referido modelo foi utilizado num estudo de verificação da segurança da barragem da Aguieira sob ações sísmicas relativamente à possibilidade de ocorrência de roturas locais no betão. Apresentam-se resultados para a combinação das ações estáticas (peso próprio e pressão hidrostática) com o Sismo Base de Projeto e com o Sismo Máximo de Projeto.



# MODELING THE DYNAMIC BEHAVIOR OF DAM-FOUNDATION-RESERVOIR SYSTEMS. SEISMIC ANALYSIS OF A MULTIPLE ARCH DAM

## Abstract

In the analysis of the dynamic behavior of dam-foundation-reservoir systems it is important to use 3D finite element models (3DFE) that allow the simulation of the water-structure dynamic interaction and the influence of the major discontinuities such as contraction joints and cracks with significant apertures. The suitability of these numerical models for simulating the dam dynamic behavior should be verified, whenever possible, using experimental data that can be obtained through in situ measurements of low cost as vibration tests under ambient/operational excitation. This dissertation analyzes the dynamic behavior of the Aguieira dam, a multiple arch dam, using a 3DFE numerical model based on a formulation in pressures and displacements which was computationally implemented in MATLAB in **DamDySSA1.0** program, developed in the scope of this work. The above mentioned Aguieira dam 3DFE model was calibrated based on the results of ambient vibration tests performed in the scope of this work, and on results of forced and ambient vibration tests previously performed by LNEC, for empty and full reservoir. The results of the latest ambient vibration tests (carried out in 2015, with full reservoir) were analyzed using **Modal\_ID2.0** that is a modal identification software developed at LNEC. In order to test the software **DamDySSA1.0** a comparison with results from a classical model based on the added water masses formulation (**DynDam1.0**, LNEC) was also presented.

The **DamDySSA1.0** program allows us to perform the seismic analysis of dam-foundation-reservoir systems taking into account the water-structure dynamic interaction based on the aforementioned formulation in pressures and displacements in which it is necessary to discretize the reservoir into pressure finite elements and the dam/foundation into finite elements of displacements (cubic FE, isoparametric, with 20 nodes). The dynamic response is computed based on a state approach (displacement and velocities and pressures and its time derivatives) and using complex modal coordinates. Thus it is possible to consider the hypothesis of generalized viscous damping (non-proportional) and the radiation damping on the reservoir. The linear-elastic behavior hypothesis is assumed for concrete and for discontinuities, and the foundation is simulated as an elastic and massless substructure. After calibration, the model was used for a safety evaluation study of Aguieira dam under seismic loads regarding concrete local ruptures. Results are presented for the combination of static loads (self-weight and hydrostatic pressure) with the Operating Basis Earthquake and the Maximum Design Earthquake.



## **PALAVRAS-CHAVE / KEYWORDS**

Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão / Dynamic Behavior of Concrete Dams

Identificação Modal / Modal Identification

Formulação no Espaço de Estados / Space State Formulation

Formulação em pressões e deslocamentos / Pressure and Displacement Formulation

Método dos Elementos Finitos / Finite Element Method

Parâmetros Modais / Modal Parameters

Sistemas de Monitorização de Vibrações / Monitoring Vibration Systems

Análise Sísmica / Seismic Analysis

Índice de Rotura / Rupture index



# Índice

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Justificação e Enquadramento .....  | 1         |
| 1.2      | Objetivos da Dissertação .....  | 5         |
| 1.3      | Estruturação do Trabalho.....   | 7         |
| <b>2</b> | <b>ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE BARRAGENS DE BETÃO..</b>  | <b>9</b>  |
| 2.1      | Considerações Iniciais .....  | 9         |
| 2.2      | Observação do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão .....  | 10        |
| 2.2.1    | Ensaios de vibração forçada .....   | 10        |
| 2.2.2    | Ensaios de vibração ambiental .....   | 11        |
| 2.2.3    | Sistemas de monitorização de vibração em contínuo .....   | 11        |
| 2.3      | Barragens de Abóbadas Múltiplas .....   | 13        |
| 2.4      | Considerações Finais .....  | 17        |
| <b>3</b> | <b>IDENTIFICAÇÃO MODAL .....</b>  | <b>19</b> |
| 3.1      | Considerações Iniciais .....  | 19        |
| 3.2      | Análise e Processamento de Sinal .....  | 20        |
| 3.2.1    | Do somatório Fourier à transformada de Fourier .....  | 20        |
| 3.2.2    | Utilização da plataforma MATLAB para aplicação da TDF.....  | 23        |
| 3.2.3    | Análise espectral de registos no tempo .....  | 24        |
| 3.2.3.1  | Verificação e correção de erros. Correção dos registos de acelerações.....  | 24        |
| 3.2.3.2  | Cálculo de espectros através de uma janela e através de várias .....  | 24        |
| 3.3      | Modelos de Identificação Modal.....   | 27        |
| 3.3.1    | Fundamentos do programa Modal_ID2.0. Identificação modal no domínio da frequência .....                                   | 29        |
| 3.3.2    | Identificação modal. Matriz de densidade espectral de potência. ....  | 30        |
| 3.3.2.1  | Cálculo da matriz de densidade espectral de potência $M_{DEP}$ com base no método de Welch (sobreposição de janelas)..... | 33        |
| 3.3.2.2  | Cálculo da matriz densidade espectral de potência $M_{DEP}$ com base no método de <i>Random Decrement</i> .....           | 34        |

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| 3.3.2.3    | Métodos baseados no cálculo de valores e vetores singulares da matriz de densidade espectral de potência $M_{DEP}$ .....      | 35        |
| <b>3.4</b> | <b>Considerações Finais .....</b>   | <b>36</b> |
| <b>4</b>   | <b>MODELAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE SISTEMAS BARRAGEM-FUNDAÇÃO-ALBUFEIRA.....</b>                                       | <b>37</b> |
| <b>4.1</b> | <b>Considerações Iniciais .....</b>   | <b>37</b> |
| <b>4.2</b> | <b>Fundamentos de Análise Dinâmica .....</b>  | <b>38</b> |
| 4.2.1      | Formulação no Espaço de Estados .....   | 41        |
| <b>4.3</b> | <b>Formulação de Massas de Água Associadas (Formulação Clássica).....</b>   | <b>46</b> |
| <b>4.4</b> | <b>Formulação em Pressões e Deslocamentos. Albufeira discretizada em Elementos Finitos de Pressão .</b>                       | <b>49</b> |
| <b>4.5</b> | <b>Considerações Finais .....</b>   | <b>53</b> |
| <b>5</b>   | <b>BARRAGEM DA AGUIEIRA. IDENTIFICAÇÃO MODAL, MODELAÇÃO E ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO .....</b>                         | <b>55</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Considerações Iniciais .....</b>   | <b>55</b> |
| <b>5.2</b> | <b>Barragem da Agueira .....</b>  | <b>56</b> |
| <b>5.3</b> | <b>Análise Estática.....</b>  | <b>59</b> |
| 5.3.1      | Validação através da comparação entre resultados do MEF com resultados experimentais: deslocamentos obtidos por geodesia..... | 66        |
| <b>5.4</b> | <b>Modelação numérica do comportamento dinâmico da barragem da Agueira .....</b>  | <b>71</b> |
| 5.4.1      | Modelo de massas de água associadas (MAA50%) .....  | 72        |
| 5.4.2      | Formulação em pressões e deslocamentos (MPD) .....  | 74        |
| <b>5.5</b> | <b>Ensaio de vibração ambiente realizados na barragem da Agueira em Maio de 2015.....</b>                                     | <b>78</b> |
| 5.5.1      | Medição de vibrações no topo da abóbada central .....   | 79        |
| 5.5.2      | Medição de vibrações no topo do contraforte esquerdo .....  | 84        |
| 5.5.3      | Comparação dos resultados obtidos nos dois ensaios realizados: Abóbada Central vs Contraforte Esquerdo.....                   | 88        |
| <b>5.6</b> | <b>Comparação entre formulações: formulação de massas de água associadas e formulação em pressões e deslocamentos .....</b>   | <b>90</b> |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>5.7</b> | <b>Análise da Resposta Sísmica .....</b>   | <b>92</b>  |
| 5.7.1      | Aplicação de acelerogramas sísmicos nas três direções .....  | 95         |
| 5.7.2      | Aplicação de um acelerograma sísmico apenas na direção Montante-Jusante.....                               | 124        |
| <b>5.8</b> | <b>Verificação da segurança relativamente à possibilidade de ocorrência de roturas pontuais no betão</b>   | <b>138</b> |
| 5.8.1      | Aplicação de acelerogramas sísmicos nas três direções. Verificação da segurança .....                      | 140        |
| 5.8.2      | Aplicação de um acelerograma sísmico apenas na direção Montante-Jusante. Verificação da<br>segurança ..... | 144        |
| <b>5.9</b> | <b>Considerações Finais .....</b>  | <b>146</b> |
| <b>6</b>   | <b>CONCLUSÕES E PERSPETIVAS FUTURAS.....</b>   | <b>149</b> |
| 6.1        | Síntese do trabalho e apreciação de resultados .....   | 149        |
| 6.2        | Principais Contribuições .....   | 152        |
| 6.3        | Desenvolvimentos Futuros .....   | 153        |
| <b>7</b>   | <b>BIBLIOGRAFIA .....</b>  | <b>155</b> |
| <b>8</b>   | <b>ANEXO.....</b>  | <b>2</b>   |
|            | Acelerogramas sísmicos e espectros correspondentes .....   | 3          |



# Índice de Figuras

## Capítulo 1

- Figura 1.1 – Representação esquemática do processamento dos registos medidos nos ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira. .... 3
- Figura 1.2 – Representação esquemática das formulações consideradas para os modelos numéricos desenvolvidos em MATLAB, da barragem da Aguieira. .... 4
- Figura 1.3 – Representação da barragem da Aguieira e as respetivas combinações consideradas, para respetiva direção, e os desenhos apresentados para cada combinação (deslocamentos, tensões e índice de rotura). .... 5

## Capítulo 2

- Figura 2.1 – a) Vibrador mecânico rotativo de massa excêntrica; b) Acelerómetro triaxial “TitanSMA”. .... 10
- Figura 2.2 – Interface do acelerómetro da Nanometrics “TitanSMA”. .... 12
- Figura 2.3 – Representação de programa de leitura e processamento de dados Modal\_ID2.0. .... 12
- Figura 2.4 - Vista de jusante da barragem de Daniel Jonhson, na província do Québec, Canadá. .... 13
- Figura 2.5 – Vista de jusante da barragem da Aguieira, Portugal. .... 14
- Figura 2.6 – Vista de jusante da barragem de Grandval, em Auvergne, França. .... 15
- Figura 2.7 – Vista de montante e vista de jusante da barragem de Coolidge, no distrito de Gila/Pines, Estados Unidos da América. .... 15
- Figura 2.8 – Vista de jusante e montante da barragem de Calacuccia, em Crosica, França. .... 16
- Figura 2.9 – Vista de jusante da barragem de Odivelas, no distrito de Beja, Portugal. .... 16

## Capítulo 3

- Figura 3.1 – Representação de uma onda harmónica (Oliveira S. , 2013). .... 20
- Figura 3.2 - Representação esquemática da Transformada de Fourier e fundamentos adjacentes. Decomposição em ondas sinusoidais e representação de espectros de amplitudes (Oliveira, S, 2013). .... 21
- Figura 3.3 – Exemplo de um acelerograma medido numa estrutura sob excitação ambiente e respetivo espectro de amplitudes obtido pelo algoritmo FFT (indica-se a frequência de Nyquist: “eixo de simetria”). .... 23
- Figura 3.4 - Aplicação de filtros de médias móveis centradas para obter espectros suavizados (Osório, 2015). .... 25
- Figura 3.5 - Aplicação de uma janela de Tukey do tipo seno a um registo de acelerações de 100 s. .... 26
- Figura 3.6 - Exemplo de esquema de sobreposição (50%) de janelas ( $T_{\text{janela}}=100$  s) para a obtenção de um espectro médio de amplitudes (Salvado, 2014). .... 26
- Figura 3.7 – Representação do painel inicial do *software* Modal\_ID2.0, apresentando a barragem da Aguieira com os pontos de medição (ensaio 1: medição no topo da abóbada central; ensaio 2: medição no topo do contraforte esquerdo) e o acelerómetro triaxial “TitanSMA” da Nanometrics. Representação do registo de acelerações captadas

|   |    |
|---|----|
| nos dois ensaios de vibração ambiente a 8 de Maio de 2015 (a vermelho- $x_1$ (Margem Esquerda-Margem Direita), a verde- $x_2$ (Montante-Jusante) e azul- $x_3$ (Vertical)).   | 28 |
| Figura 3.8: Representação das matrizes de densidade espectral de potência para as várias frequências. Exemplo de um ensaio de vibração em que se analisam acelerações radiais medidas em três pontos de uma barragem. | 32 |
| Figura 3.9: Método de <i>Random Decrement</i> para cálculo da matriz de densidade espectral de potência.  | 34 |
| Figura 3.10: Determinação da configuração modal correspondente ao primeiro modo de vibração através do cálculo do primeiro vetor singular da matriz DEP.  | 35 |

## Capítulo 4

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.1 – Representação de equações fundamentais da mecânica estrutural. Formulação em deslocamentos: Equação de Navier e utilização da aproximação fundamental do MEF para obter as equações de equilíbrio para uma estrutura discretizada.  | 39 |
| Figura 4.2 – Representação do elemento finito sólido e elemento de junta ou interface.   | 40 |
| Figura 4.3 – Representação esquemática dos passos da formulação no espaço de estados.  | 42 |
| Figura 4.4 - Representação esquemática de uma barragem ( $\Omega$ ) com indicação das fronteiras $\Gamma_1$ (em que se impõem deslocamentos nulos e histórias de acelerações sísmicas) e $\Gamma_2$ (em que se aplicam tensões normais correspondentes à pressão hidrostática e hidrodinâmica).  | 46 |
| Figura 4.5 - Representação esquemática de uma barragem ( $\Omega$ ) com indicação das fronteiras $\Gamma_1$ (em que se impõem deslocamentos nulos e histórias de acelerações sísmicas), $\Gamma_2$ (em que se aplicam tensões normais correspondentes à pressão hidrostática), $\Gamma_3$ (considera a pressão vertical devido a ondulação) e $\Gamma_4$ (em que se aplica a condição de radiação e se considera a propagação de ondas). | 50 |

## Capítulo 5

|   |    |
|---|----|
| Figura 5.1 – Localização geográfica da barragem da Aguieira. Vista de jusante e vista de montante na situação de albufeira vazia, sendo visível a torre de tomada de água.  | 56 |
| Figura 5.2 – Planta, corte transversal e corte longitudinal da barragem da Aguieira.  | 57 |
| Figura 5.3 – Modelo numérico de elementos finitos reproduzido em MATLAB, da barragem da Aguieira com a fundação.  | 58 |
| Figura 5.4 - Evolução do módulo de elasticidade do betão da barragem da Aguieira. Curva estimada a partir de ensaios laboratoriais em provetes de betão crivado e valor adotado no modelo de elementos finitos para análise da resposta sob ações estáticas (valor médio para o betão integral) (Mendes E. , 2014). | 58 |
| Figura 5.5 – Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante, para ação do peso próprio.  | 61 |
| Figura 5.6 - Deslocamentos e tensões (compressões a azul e trações a vermelho) principais a montante e jusante, para ação da pressão hidrostática.  | 63 |
| Figura 5.7 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante, para ação conjunta do peso próprio e pressão hidrostática.  | 65 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 5.8 – Informação de Geodesia: deslocamento radial à cota 122 m, no topo da abóbada central. Análise comparativa MSE/MEF (Modelo de Separação de Efeitos versus Modelo de Elementos Finitos) (Mendes E. , 2014).<br>.....   | 68 |
| Figura 5.9 - Deslocamentos radiais medidos através da geodesia nos pontos referidos, à cota 122 m. Resultados de síntese referentes à análise comparativa MSE/MEF (Mendes E. , 2014).<br>.....  | 70 |
| Figura 5.10 – Representação das frequências naturais dos 5 primeiros modos de vibração para várias cotas de água calculadas através da formulação de massas água associadas MAA50%. Comparação com resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000. (Nota: os resultados experimentais obtidos com a albufeira vazia podem ser reproduzidos numericamente considerando valores mais baixos do módulo de elasticidade).<br>..... | 73 |
| Figura 5.11 – Malha de elementos finitos da barragem, fundação e albufeira, gerada com um programa desenvolvido em MATLAB, através da formulação em pressões e deslocamentos.<br>.....  | 74 |
| Figura 5.12 – Representação dos 8 primeiros modos de vibração obtidos com o modelo MPD para a situação de albufeira cheia (modelo baseado na formulação em pressões e deslocamentos) com amortecimento de $\xi_{1^{\text{º}}\text{Modo}}=1\%$ .<br>.....  | 75 |
| Figura 5.13 – Albufeira gerada com um programa em MATLAB.<br>.....  | 76 |
| Figura 5.14 - Representação das frequências naturais dos 8 primeiros modos de vibração para várias cotas de água calculadas através da formulação em pressões e deslocamentos. Comparação com resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000.<br>.....   | 77 |
| Figura 5.15 – Representação da barragem da Aguieira com os pontos de medição de acelerações (galeria superior). Num 1º ensaio foi colocado um acelerómetro triaxial no topo da abóbada central e num 2º ensaio o mesmo acelerómetro foi colocado no topo do contraforte esquerdo.<br>.....  | 78 |
| Figura 5.16 – Identificação modal e comparação com resultados numéricos. Os maiores picos espectrais ocorrem na banda de frequências de 10 a 11 Hz: com o modelo numérico identificam-se dois modos de vibração nesta banda de frequências aos quais correspondem movimentos oscilatórios no topo da abóbada central com significativa amplitude na direção vertical e na direção montante-jusante.<br>.....  | 79 |
| Figura 5.17 – Acelerogramas medidos no topo da abóbada central e respetivos espectros na banda de frequências de 0 a 7 Hz. Análise dos espectros dos valores singulares da matriz DEP (3x3) e indicação dos principais picos espectrais e das respetivas frequências.<br>.....  | 80 |
| Figura 5.18 – Medição de vibrações no topo da abóbada central (acelerómetro triaxial). Representação dos espectros dos valores singulares da matriz DEP (3x3). Identificação de uma possível correlação entre os principais picos espectrais e as configurações modais calculadas com o MEF3D.<br>.....   | 81 |
| Figura 5.19 - Variação das frequências naturais com a cota de água na albufeira. Comparação entre resultados numéricos e experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada e ambiente realizados pelo LNEC em diferentes épocas, desde a fase de 1º enchimento até 2015 (ensaio de vibração realizados no âmbito desta dissertação: com medição de acelerações no topo abóbada central).<br>.....  | 83 |
| Figura 5.20 - Acelerogramas medidos no topo do contraforte esquerdo e respetivos espectros na banda de frequências de 0 a 15 Hz e na banda de frequências de 0 a 7 Hz<br>.....  | 84 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 5.21 - Análise dos espectros dos valores singulares da matriz DEP (3x3) e indicação dos principais picos espectrais das respetivas frequências. Identificação de uma possível correlação entre os principais picos espectrais e as configurações modais calculadas com o MEF3D. ....  | 85 |
| Figura 5.22 – Variação das frequências naturais com a cota de água na albufeira. Comparação entre resultados numéricos e resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada e ambiente realizados pelo LNEC em diferentes épocas, desde a fase de 1º enchimento até 2015 (ensaios de vibração no âmbito desta dissertação, medição do ensaio de 2015 no topo contraforte esquerdo). ....  | 87 |
| Figura 5.23 - Variação das frequências naturais com a cota de água na albufeira. Comparação entre resultados experimentais obtidos no ensaio de vibração ambiente realizado pelo LNEC, no topo do contraforte e no topo da abóbada (ensaio de vibração realizado no âmbito desta dissertação). ....  | 89 |
| Figura 5.24 - Representação das frequências naturais dos primeiros modos de vibração para várias cotas de água calculadas com o modelo MAA50% e com o modelo MPD. Comparação com resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988, 2000 e com resultados dos dois ensaios de vibração ambiente realizados em 2015 (no topo da abóbada central e do contraforte esquerdo) no âmbito desta dissertação. .... | 91 |
| Figura 5.25 - Comparação dos espectros de resposta envolventes (de uma barragem situada na zona centro de Portugal) com os espectros de resposta correspondentes aos acelerogramas sísmicos gerados por intermédio de um modelo de rotura de falha (Carvalho, 2007). ....  | 92 |
| Figura 5.26 - Amortecimento de Rayleigh, curva adotada calibrada para um amortecimento relativo $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 1\%$ na frequência do 1ºmodo numérico da barragem da Aguieira. ....  | 94 |
| Figura 5.27 - Amortecimento de Rayleigh, curva adotada calibrada para um amortecimento relativo $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 5\%$ na frequência do 1ºmodo numérico da barragem da Aguieira. ....  | 94 |
| Figura 5.28 - Acelerograma sísmico 13 e espectro de amplitudes gerado com o modelo de rotura de falha, LNEC (Carvalho, 2007), considerado para direção Margem Esquerda-Margem Direita (escalado para acelerações de pico de 0,02g para o SBP e de 0,1g para o SMP). ....   | 95 |
| Figura 5.29 - Acelerograma sísmico 17 e espectro de amplitudes gerado com o modelo de rotura de falha, LNEC (Carvalho, 2007), considerado para direção Montante-Jusante (escalado para acelerações de pico de 0,02g para o SBP e de 0,1g para o SMP). ....   | 96 |
| Figura 5.30 - Acelerograma sísmico 28 e espectro de amplitudes gerado com o modelo de rotura de falha, LNEC (Carvalho, 2007), considerado para direção Vertical (escalado para acelerações de pico de $0,02g \times 2/3$ para o SBP e de $0,1g \times 2/3$ para o SMP). ....   | 96 |
| Figura 5.31 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo $SBP_{x-y-z}$ considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 1\%$ . ....  | 98 |
| Figura 5.32 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo $SBP_{x-y-z}$ considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 1\%$ . ....  | 99 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 5.33 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+SBP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ .....   | 102 |
| Figura 5.34 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+SBP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ .....   | 103 |
| Figura 5.35 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+2×SBP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ ..... | 104 |
| Figura 5.36 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+2×SBP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ ..... | 105 |
| Figura 5.37 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+3×SBP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ ..... | 106 |
| Figura 5.38 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+3×SBP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ ..... | 107 |
| Figura 5.39 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+4×SBP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ ..... | 108 |
| Figura 5.40 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+4×SBP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ ..... | 109 |
| Figura 5.41 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo SMP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....                     | 111 |
| Figura 5.42 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo SMP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....                     | 112 |
| Figura 5.43 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+SMP <sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....    | 115 |
| Figura 5.44 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+SMP <sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....    | 116 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 5.45 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+2×SMP <sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....  | 117 |
| Figura 5.46 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+2×SMP <sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....  | 118 |
| Figura 5.47 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+3×SMP <sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....  | 119 |
| Figura 5.48 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+3×SMP <sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....  | 120 |
| Figura 5.49 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+4×SMP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ ..... | 121 |
| Figura 5.50 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+4×SMP <sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ ..... | 122 |
| Figura 5.51 – Albufera gerada através do MATLAB. a) Representa a pressão hidrodinâmica em sucção máxima; b) Representa a pressão hidrodinâmica em pressão máxima que a albufera causa na barragem devido à ação da combinação PP+PH(126 m)+SMP <sub>x-y-z</sub> .....                     | 123 |
| Figura 5.52 – Acelerograma sísmico 17 e espectro de amplitudes gerado com o modelo de rotura de falha, LNEC (Carvalho, 2007). .....   | 124 |
| Figura 5.53 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo SMP <sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....                    | 126 |
| Figura 5.54 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo SMP <sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .....                    | 127 |
| Figura 5.55 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+SMP <sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento de 5% .....                                   | 130 |
| Figura 5.56 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+SMP <sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento de 5% .....                                   | 131 |
| Figura 5.57 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+2×SMP <sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento de 5% .....                                 | 132 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 5.58 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação $PP+PH(126\text{ m})+2\times SMP_{M-J}$ na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento de 5%..... | 133 |
| Figura 5.59 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação $PP+PH(126\text{ m})+3\times SMP_{M-J}$ na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento de 5%..... | 134 |
| Figura 5.60 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação $PP+PH(126\text{ m})+3\times SMP_{M-J}$ na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento de 5%..... | 135 |
| Figura 5.61 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação $PP+PH(126\text{ m})+4\times SMP_{M-J}$ na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento de 5%..... | 136 |
| Figura 5.62 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação $PP+PH(126\text{ m})+4\times SMP_{M-J}$ na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento de 5%..... | 137 |
| Figura 5.63 - Verificação da segurança ao corte (critério de Mohr-Coulomb) e à tração (critério de Rankine): definição adotada para determinação do coeficiente de segurança. ....   | 138 |
| Figura 5.64 - Representação do índice de rotura para a combinação $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SBP_{x-y-z}$ nas 3 direções. Vista de jusante, montante e corte pela consola central.....   | 141 |
| Figura 5.65 - Representação do índice de rotura para a combinação $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SMP_{x-y-z}$ nas 3 direções. Vista de jusante, montante e corte pela consola central.....   | 143 |
| Figura 5.66 – Representação do índice de rotura para a combinação $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SMP_{M-J}$ na direção montante-jusante. Vista de jusante, montante e corte pela consola central. ....   | 145 |

## Anexos

|   |    |
|---|----|
| Figura A.8.1 - Acelerogramas sísmicos 1, 2 e 3 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. ....     | 5  |
| Figura A.8.2 - Acelerogramas sísmicos 4, 5 e 6 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. ....     | 6  |
| Figura A.8.3 - Acelerogramas sísmicos 7, 8 e 9 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. ....     | 7  |
| Figura A.8.4 - Acelerogramas sísmicos 10, 11 e 12 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. ....  | 8  |
| Figura A.8.5 - Acelerogramas sísmicos 13, 14 e 15 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. ....  | 9  |
| Figura A.8.6 - Acelerogramas sísmicos 16, 17 e 18 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. ....  | 10 |
| Figura A.8.7 - Acelerogramas sísmicos 19, 20 e 21 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. ....  | 11 |
| Figura A.8.8 - Acelerogramas sísmicos 22, 23 e 24 (SIMQKE) e espectros de amplitude.....    | 12 |
| Figura A.8.9 - Acelerogramas sísmicos 25, 26 e 27 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. ....  | 13 |
| Figura A.8.10 - Acelerogramas sísmicos 28, 29 e 30 (SIMQKE) e espectros de amplitudes. .... | 14 |



# Índice de Tabelas

## Capítulo 4

Tabela 4.1 – Representação das componentes do problema de valores de fronteira. .... 47

Tabela 4.2 – Componentes constituintes da equação do movimento da formulação de Massas de Água Associadas.  
..... 48

Tabela 4.3 – Componentes constituintes da equação de movimento da formulação em pressões e deslocamentos. 51

## Capítulo 5

Tabela 5.1 – Definição de variáveis utilizadas para o cálculo do deslocamento  $u_M$ ..... 67



# Simbologia

## Latinas maiúsculas

|                         |   |
|-------------------------|---|
| $\underline{A}$         | Sub-matriz de estado que contém as matrizes de massa e amortecimento $\underline{A}_{(mc)}$         |
| $\underline{A}_{(mck)}$ | Matriz de Estado  |
| $A_{PG}$                | Área de influência de um ponto de Gauss   |
| $\underline{A}_{Mod}$   | Sub-matriz de estado modal (matrizes massa e amortecimento)   |
| $A_{mp}$                | Amplitude dos espectros da resposta   |
| $\underline{B}$         | Sub-matriz de estado que contém as matrizes massa e rigidez $\underline{B}_{(mk)}$                  |
| $\underline{B}$         | Matriz com as derivadas das funções de interpolação ( $\underline{B}=\underline{L} \underline{N}$ ) |
| $\underline{B}_{(s0)}$  | Vetor espacial d das histórias de forças  |
| $\underline{B}_{Mod}$   | Sub-matriz de estado modal (matrizes massa e rigidez)   |
| $C_{MAA}$               | Coefficiente de redução para as massas de água de Westergaard                                       |
| $\underline{C}$         | Matriz de amortecimento global  |
| $\underline{C}_R$       | Matriz de amortecimento de radiação na fronteira água-água  |
| $\underline{C}_R^e$     | Matriz de amortecimento elementar de radiação na fronteira água-água                                |
| $\underline{D}$         | Matriz de elasticidade  |
| $E$                     | Módulo de elasticidade  |
| $E_{est}$               | Módulo de elasticidade estático do material   |
| $E_{din}$               | Módulo de elasticidade dinâmico do material   |
| $\underline{F}$         | Vetor global das forças   |
| $\underline{F}^e$       | Vetor elementar das forças  |
| $F_T$                   | Transformada discreta de Fourier  |
| $\underline{F}_{SF}$    | Vetor global das forças aplicadas   |
| $\underline{F}_S$       | Vetor das forças aplicadas no sólido  |
| $\underline{F}_F$       | Vetor das forças aplicadas no fluído ( $\underline{F}_F=0$ )  |
| $\underline{F}_{Mod}$   | Vetor das forças modais   |
| $G$                     | Módulo de distorção (água $\approx$ 0)  |
| $\underline{H}$         | Matriz para consideração da rigidez do domínio do fluído (albufeira)                                |
| $\underline{H}^e$       | Matriz elementar para consideração da rigidez do domínio do fluído (albufeira)                      |
| $\underline{I}$         | Matriz identidade   |

|                     |  |
|---------------------|--|
| $\underline{J}$     | Matriz jacobiana   |
| $J$                 | Jacobiano (det $\underline{J}$ )   |
| $\underline{K}$     | Matriz de rigidez global   |
| $K_{v_a}$           | Módulo de compressibilidade volumétrica da água                              |
| $K_v$               | Módulo de compressibilidade volumétrica (água: 2,07 GPa)                     |
| $\underline{L}$     | Matriz dos fatores de participação   |
| $\underline{L}_E$   | Matriz dos fatores de participação modal                                     |
| $\underline{M}$     | Matriz de massa global   |
| $\underline{N}$     | Matriz das funções de interpolação   |
| $N_{GL}$            | Número de graus de liberdade de um modelo numérico de elementos finitos      |
| $N_{GL,s}$          | Número de graus de liberdade do sólido                                       |
| $N_{GL,f}$          | Número de graus de liberdade do fluído                                       |
| $N_P$               | Número de pontos nodais de uma estrutura discretizada                        |
| $N_{MOD}$           | Número de modos a considerar na análise dinâmica                             |
| $NP^e$              | Número de pontos de um elemento finito                                       |
| $N_{GL}^e$          | Números de graus de liberdade de um elemento finito                          |
| $\underline{Q}$     | Matriz de interação dinâmica água-estrutura                                  |
| $\underline{Q}^e$   | Matriz elementar de interação dinâmica água-estrutura                        |
| $\underline{S}$     | Matriz para consideração do efeito da superfície livre do fluído (albufeira) |
| $\underline{S}^e$   | Matriz para consideração do efeito da superfície livre do fluído (albufeira) |
| $\underline{V}_s^e$ | Volume de um elemento finito   |
| $\underline{V}_f^e$ | Volume de um elemento finito de água   |
| $W_{ext}$           | Trabalho das forças exteriores   |
| $W_{int}$           | Trabalho das forças interiores   |

## Latinas minúsculas

|                           |   |
|---------------------------|---|
| $\underline{a}_s$         | Vetor de aceleração sísmico   |
| $\underline{a}_s^e$       | Vetor elementar de aceleração sísmica   |
| $\underline{C}$           | Matriz de amortecimento global  |
| $\underline{c}^e$         | Matriz de amortecimento elementar   |
| $c_\alpha$                | Coefficiente de amortecimento multiplicativo em relação a $\underline{m}^e$                 |
| $c_\beta$                 | Coefficiente de amortecimento multiplicativo em relação a $\underline{k}^e$                 |
| $c$                       | Amortecimento específico  |
| $c_p$                     | Velocidade de propagação das ondas de pressão na água (1440 m/s)                            |
| $\underline{f}$           | Vetor de forças nodais  |
| $\underline{\tilde{f}}$   | Vetor das forças mássicas $\underline{\tilde{f}} = \underline{\tilde{f}}(x_1, x_2, x_3, t)$ |
| $\underline{f}_G$         | Vetor das forças nodais equivalentes  |
| $\underline{f}_g^e$       | Vetor das forças nodais equivalentes às forças gravíticas                                   |
| $\underline{f}_{Sismo}^e$ | Vetor das forças nodais equivalentes à ação sísmica   |
| $f_t$                     | Valor de cálculo da tensão resistente do betão à tração (cálculo estático)                  |
| $f_c$                     | Valor de cálculo da tensão resistente do betão à compressão (cálculo estático)              |
| $f_{t,din}$               | Valor de cálculo da tensão resistente do betão à tração (cálculo dinâmico)                  |
| $f_{c,din}$               | Valor de cálculo da tensão resistente do betão à compressão (cálculo dinâmico)              |
| $f_N$                     | Frequência natural de vibração do modo N  |
| iR                        | Índice de Rotura usado na verificação da segurança local                                    |
| $\underline{k}$           | Matriz de rigidez global  |
| $\underline{k}^e$         | Matriz de rigidez elementar   |
| $m$                       | Massa específica de um material (ton/m <sup>3</sup> )                                       |
| $\underline{m}$           | Matriz de massa global  |
| $\underline{m}^e$         | Matriz de massa elementar   |
| $\underline{m}_b^e$       | Matriz de massa elementar do betão (sólido)   |
| $\underline{m}_a^e$       | Matriz de massa elementar da água (fluido)  |
| $n_I$                     | Número de “inputs”  |

|                    |   |
|--------------------|---|
| $\tilde{p}$        | Campo de pressões num dado ponto P da albufera $\tilde{p} = \tilde{p}(x_1, x_2, x_3, t)$        |
| $\tilde{p}$        | Vetor de deslocamentos nos pontos nodais da albufera discretizada                               |
| $\tilde{p}^e$      | Vetor elementar de pressões nos elementos finitos de água                                       |
| $\tilde{p}_H$      | Pressão hidrostática  |
| $\tilde{p}_{HDin}$ | Pressão hidrodinâmica   |
| $\tilde{q}$        | Vetor das incógnitas na formulação de estado em pressões e deslocamentos                        |
| $\dot{\tilde{q}}$  | Vetor das derivadas das incógnitas na formulação de estado em pressões e deslocamentos          |
| $\ddot{\tilde{q}}$ | Vetor das segundas derivadas das incógnitas na formulação de estado em pressões e deslocamentos |
| $\tilde{s}$        | Vetor com a distribuição espacial das acelerações sísmicas                                      |
| $\tilde{u}$        | Vetor global de deslocamentos   |
| $\tilde{u}^e$      | Vetor elementar de deslocamentos  |
| $\dot{\tilde{u}}$  | Vetor de velocidades  |
| $\ddot{\tilde{u}}$ | Vetor de acelerações  |
| $\tilde{u}_v$      | Vetor dos deslocamentos virtuais  |
| $\tilde{u}_v^e$    | Vetor elementar dos deslocamentos virtuais  |
| $v$                | Velocidade de propagação das ondas de pressão no betão ( $\approx 3800$ m/s)                    |
| $\tilde{v}$        | Vetor de velocidades na formulação de estado  |
| $\dot{\tilde{v}}$  | Vetor de acelerações na formulação de estado  |
| $\tilde{x}$        | Vetor de estado   |
| $\tilde{z}$        | Vetor das coordenadas modais de estado  |
| $x_n$              | Coordenadas globais dos elementos finitos (n=1,2,3)   |
| $y_n$              | Coordenadas locais dos elementos finitos (n=1,2,3)  |

## Gregas

|                           |   |
|---------------------------|---|
| $\underline{\varepsilon}$ | Vetor das extensões   |
| $\underline{\sigma}$      | Vetor das tensões   |
| $\gamma$                  | Peso volúmico de um material (kN/m <sup>3</sup> )   |
| $\xi_n$                   | Amortecimento   |
| $\omega_n$                | Frequências naturais  |
| $\underline{\lambda}$     | Vetor de frequências naturais   |
| $\underline{\phi}$        | Vetor das configurações modais, forma complexa  |
| $\underline{\phi}^H$      | Matriz modal, transposta do conjugado   |
| $\nu$                     | Coefficiente de Poisson   |
| $\theta$                  | Ângulo de fase  |
| $\theta_{fase}$           | Ângulo de fase da transformada discreta de Fourier  |
| $\rho$                    | Amplitude das vibrações   |
| $\underline{\Phi}$        | Matriz de vetores próprios da matriz de estado  |
| $\underline{\dot{\Phi}}$  | Matriz com as velocidades das configurações normais   |
| $\Gamma_1$                | Fronteira rocha-rocha com deslocamentos nulos (base do bloco de fundação) – modelo com massa de água associadas |
| $\Gamma_2$                | Fronteira betão-água (face de montante da barragem) – modelo com massas de água associadas                      |
| $\Gamma_1$                | Fronteira água-betão – modelo com albufeira discretizada em EF de água  |
| $\Gamma_2$                | Fronteira água-rocha – modelo com albufeira discretizada em EF de água  |
| $\Gamma_3$                | Fronteira água-ar – modelo com albufeira discretizada em EF de água   |
| $\Gamma_4$                | Fronteira água-água – modelo com albufeira discretizada em EF de água   |
| $\Gamma_{base}$           | Fronteira base do bloco de fundação – modelo com albufeira discretizada em EF de água                           |

## Abreviaturas (siglas)

|      |   |
|------|---|
| DBB  | Departamento de Barragens de Betão                        |
| EF3D | Elementos Finitos 3D                                      |
| FFT  | <i>Fast Fourier Transform</i>                             |
| GL   | Grau de Liberdade   |
| LNEC | Laboratório Nacional de Engenharia Civil                  |
| LFCV | Lema Fundamental do Cálculo Variacional                   |
| MAC  | Modal Assurance Criterion                                 |
| MAA  | Massas de Água Associadas                                 |
| MPD  | Modelo em Pressões e Deslocamentos                        |
| MIM  | Modelos de Identificação Modal                            |
| MDEP | Matriz de Densidade Espectral de Potência                 |
| MEF  | Método dos Elementos Finitos/ Modelo de Elementos Finitos |
| NMMR | Núcleo de Modelação e Mecânica das Rochas                 |
| PP   | <i>Peak Picking</i>                                       |
| SBP  | Sismo Base de Projeto                                     |
| SMP  | Sismo Máximo de Projeto                                   |
| TDF  | Transformada Discreta de Fourier                          |





# 1

## Introdução

### 1.1 Justificação e Enquadramento

As barragens de betão são, em geral, estruturas de grandes dimensões e geometria complexa que confinam grandes massas de água. São fundamentais para a constituição de reservatórios de água doce, e são importantes fontes de energia renovável, apresentando como grande vantagem o facto de serem não poluentes ao contrário do que acontece com as centrais termoelétricas e nucleares que contribuem gravemente para o aumento da poluição. As barragens desempenham ainda outras funções muito importantes para as populações que abrangem, nomeadamente o controlo de cheias, o melhoramento das condições de navegabilidade dos rios e até podem contribuir para evitar processos de desertificação. Atualmente as barragens podem também ser utilizadas para armazenar a energia produzida em centrais eólicas sob a forma de energia potencial hidráulica. Assim a manutenção e prolongamento da vida útil das barragens existentes e a construção de novas barragens permite dar continuidade a esta utilização e aproveitamento de recursos hidráulicos. Atualmente, nos empreendimentos hidráulicos tem sido crescente a preocupação com as questões de segurança: estrutural, hidráulica e ambiental.

Quanto à segurança ambiental têm vindo a ser estudadas e implementadas diversas estratégias para minimizar os impactos ambientais das barragens, nomeadamente têm sido efetuados investimentos com vista a aumentar a eficiência das escadas e elevadores de peixes.

Quanto à segurança hidráulica têm sido melhorados os estudos de previsão das máximas cheias e, conseqüentemente têm sido propostos planos para rever a capacidade dos descarregadores de

muitas das obras existentes, incluindo novas recomendações sobre as condições de operacionalidade/manuseamento dos órgãos de descarga.

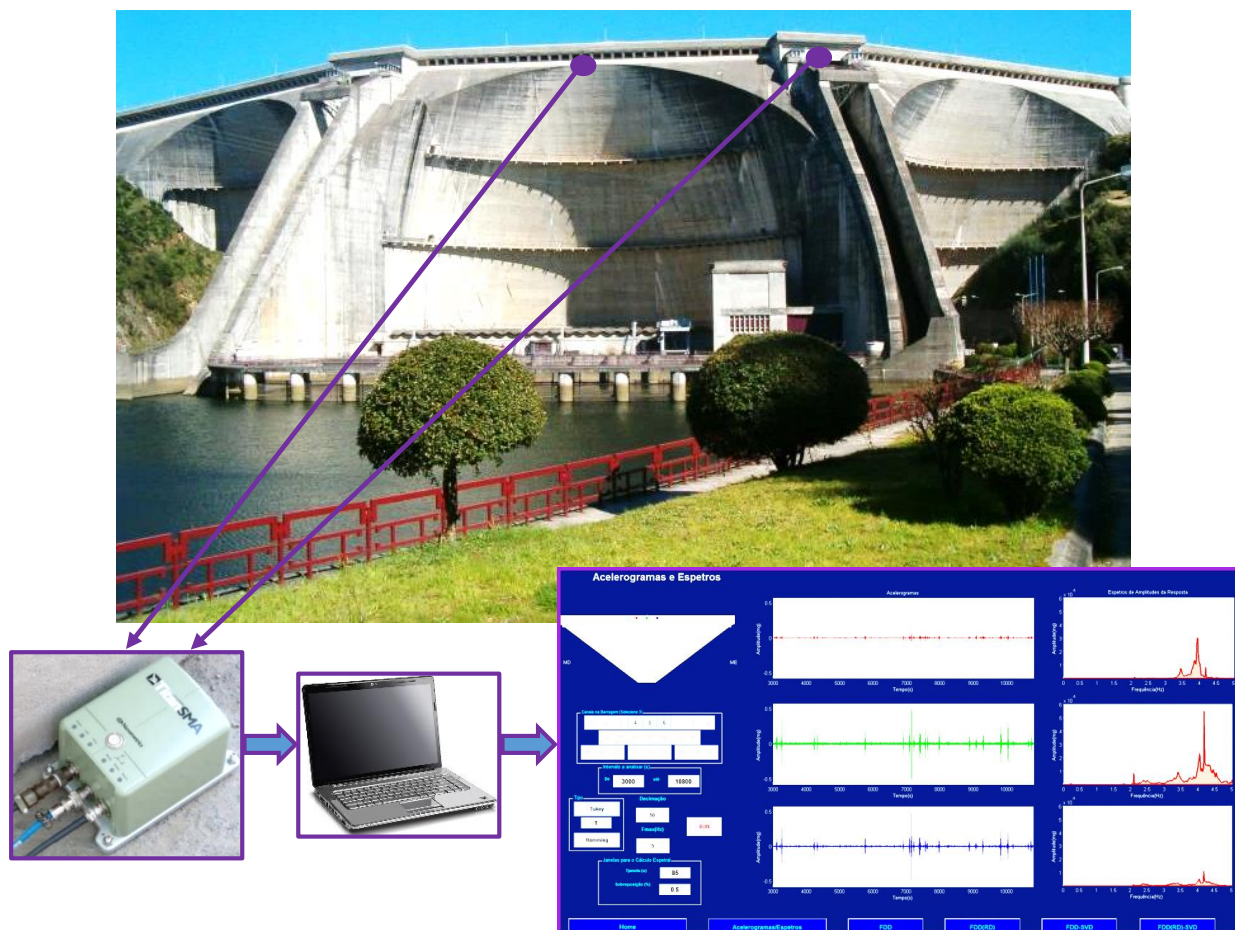
Quanto à segurança estrutural deste tipo de obras têm vindo a ocorrer nas últimas décadas grandes desenvolvimentos, quer ao nível das técnicas de monitorização, quer ao nível dos modelos numéricos utilizados nos estudos de verificação da segurança estrutural sob ações estáticas e dinâmicas.

Este trabalho é dedicado, em particular, ao estudo do comportamento estrutural de barragens de abóbadas múltiplas, sob ações dinâmicas, em particular ações sísmicas. As barragens de abóbadas múltiplas são obras com uma geometria peculiar, em que se destaca a existência de várias abóbadas (normalmente de dupla curvatura) e contrafortes na zona de interseção das abóbadas. Em Portugal, quanto a barragens de abóbadas múltiplas, destacam-se as barragens da Aguieira e de Odivelas.

O controlo de segurança estrutural de barragens é abordado nesta dissertação, considerando a barragem da Aguieira como caso de estudo. Analisa-se, em particular, a segurança sob ações dinâmicas a qual é baseada na comparação entre resultados experimentais, obtidos em ensaios de vibração forçada e ambiental e com sistemas de monitorização de vibrações, e resultados obtidos através de modelos numéricos de EF3D para a simulação do comportamento dinâmico das obras. A recolha, em obra, de registos de vibrações em contínuo (em geral acelerações) permite acompanhar a evolução do estado de conservação das obras na medida em que permite calcular os principais parâmetros modais (frequências naturais, configurações e amortecimentos modais) e a sua evolução ao longo do tempo, a qual pode ser correlacionada com a evolução do estado de deterioração das obras.

Os registos de dados obtidos através da medição de acelerações em pontos específicos da barragem são analisados com base em técnicas de análise e processamento de sinal (p.ex transformadas de Fourier), recorrendo geralmente a programas de identificação modal.

Para o caso de estudo abordado nesta dissertação, a barragem da Aguieira, apresentam-se resultados de dois ensaios de vibração ambiente realizados na barragem a 8 de Maio de 2015, um com medições no topo da abóbada central e outro com medições no topo do contraforte esquerdo. Os registos captados (Figura 1.1) foram processados com o programa de identificação modal **Modal\_ID2.0** (desenvolvido no LNEC em MATLAB), apresentando-se os fundamentos dos métodos de identificação utilizados.



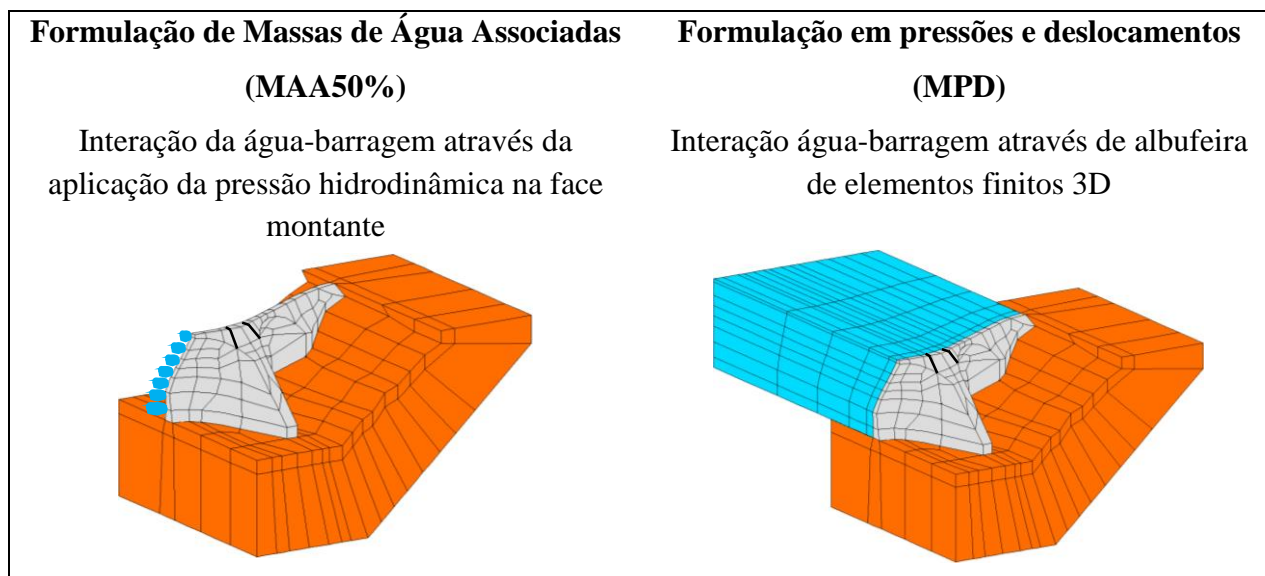
**Figura 1.1** – Representação esquemática do processamento dos registos medidos nos ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira.

A análise do comportamento de barragens é efetuada, como já foi referido, através da utilização de modelos numéricos que permitam simular o seu comportamento quando sujeitas a ações estáticas e/ou dinâmicas e que permitam verificar a segurança das obras ao longo da fase de exploração.

Os programas de cálculo estrutural utilizados na análise do comportamento de sistemas barragem-fundação-albufeira têm geralmente como base o método dos elementos finitos (MEF), e permitem analisar o comportamento das obras sob ações estáticas e dinâmicas (Chopra A. , 1995).

No âmbito desta dissertação foram desenvolvidos modelos numéricos, implementados em MATLAB, para efetuar o estudo do comportamento dinâmico da barragem da Aguieira. Os programas desenvolvidos foram validados através da comparação com resultados obtidos com programas de cálculo desenvolvidos no LNEC. Foram elaborados dois tipos de modelos (Figura 1.2): i) modelo MAA50% baseado na formulação de massas de água associadas (testado através

da comparação com resultados do programa **DynDam1.0** desenvolvido no LNEC, em MATLAB); ii) modelo MPD (programa **DamDySSA1.0**) baseado numa formulação em pressões e deslocamentos e numa abordagem de estado (validado através da comparação com programa **DySSA3.0** desenvolvido no LNEC, em MATLAB). Para cada formulação apresentam-se os respetivos fundamentos e referem-se as principais hipóteses consideradas, nomeadamente em termos das condições de fronteira.



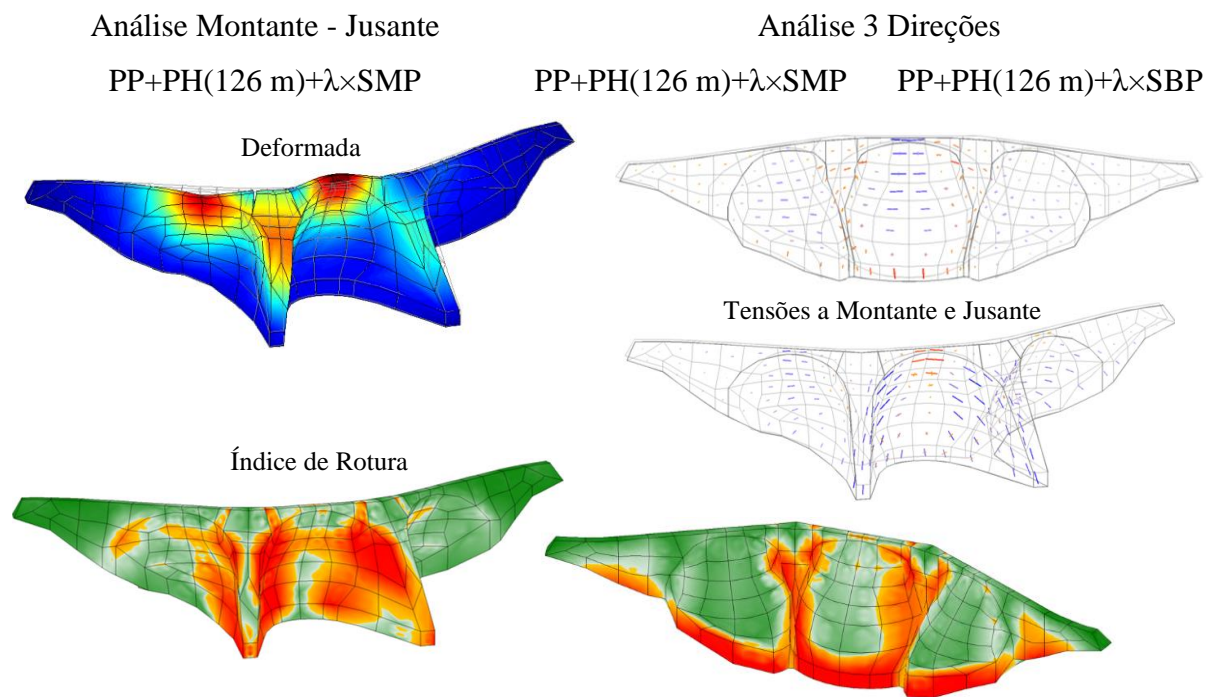
**Figura 1.2** – Representação esquemática das formulações consideradas para os modelos numéricos desenvolvidos em MATLAB, da barragem da Aguieira.

Como já foi referido, nesta dissertação a barragem da Aguieira é considerada como caso de estudo, sendo apresentadas todas as suas características, desenhos esquemáticos, localização e parâmetros de deformabilidade e resistência a considerar nos modelos numéricos.

O comportamento dinâmico da barragem da Aguieira é estudado com base nos dois modelos numéricos referidos na Figura 1.2 (MAA50% e MPD) sendo calibrados com base nos resultados experimentais obtidos em obra através de ensaios de vibração realizados pelo LNEC (1980, 1981, 1988 e 2000) e através dos dois ensaios de vibração ambiente realizados no âmbito desta dissertação.

Inicialmente apresentam-se os resultados referentes à resposta da barragem da Aguieira para as principais ações estáticas, nomeadamente para o peso próprio (PP) e para a pressão hidrostática (PH). Apresenta-se em seguida a análise da resposta sísmica da obra considerando o sismo máximo projeto (SMP) e o sismo base projeto (SBP) e, considerando as combinações

PP+PH(126 m)+(SMP ou SBP). É apresentado, por fim, um estudo de verificação da segurança da barragem relativamente à possibilidade de ocorrência de roturas locais no betão (Figura 1.3).



**Figura 1.3** – Representação da barragem da Aguieira e as respetivas combinações consideradas, para respetiva direção, e os desenhos apresentados para cada combinação (deslocamentos, tensões e índice de rotura).

## 1.2 Objetivos da Dissertação

A presente dissertação tem como principal objetivo contribuir para o desenvolvimento do estudo do comportamento dinâmico de barragens e análise de sistemas barragem-fundação-albufeira, através de programas de cálculo numérico de EF3D. Esta análise é complementada pela análise

de registos de acelerações captados em ensaios “in-situ” de vibração forçada realizados pelo LNEC e em ensaios de vibração ambiente realizados no âmbito desta dissertação. Os registos de acelerações obtidos nos ensaios foram analisados com vista a obter informação experimental para validar os modelos numéricos.

Os modelos de EF3D desenvolvidos para o estudo da barragem da Aguieira são inicialmente validados, para o caso da resposta estática, através de uma comparação entre os deslocamentos obtidos numericamente e os deslocamentos observados por Geodesia (analisados com base num método de separação de efeitos).

São posteriormente calibrados, para o caso da resposta dinâmica, com base em informação modal obtida através dos referidos ensaios “in-situ” realizados pelo LNEC e realizados no âmbito desta dissertação.

São referidos os fundamentos dos métodos de identificação modal baseados na decomposição no domínio da frequência, desde análise de sinal com base nos somatórios de Fourier e transformadas discretas de Fourier, até à identificação das configurações modais, com base na determinação de ondas harmónicas de várias frequências, e com base na utilização de matrizes de densidade espectral de potência (montadas recorrendo à técnica de sobreposição de janelas sinusoidais, método de Welch, ou recorrendo ao método de random decrement (Cole, 1973) (Rodrigues & Brincker, 2005)) e cálculo dos respetivos valores e vetores singulares (programa **Modal\_ID2.0**).

São apresentadas as formulações adotadas para análise do comportamento dinâmico de sistemas barragem-fundação-albufeira, nomeadamente a formulação de massas de água associadas, baseada na hipótese de Westergaard (MAA50%), e uma nova formulação em pressões e deslocamentos (MPD) em que se utiliza uma abordagem de estado e que permite simular a interação dinâmica água-estrutura tendo em conta a propagação de ondas de pressão na albufeira. Refere-se a importância da calibração dos modelos numéricos através da comparação de resultados numéricos com resultados obtidos nos ensaios realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000. Apresentam-se os ensaios de vibração ambiente realizados em 2015 na barragem da Aguieira e processados com o programa de identificação modal **Modal\_ID2.0**, comparando os resultados experimentais com os do modelo numérico MPD.

Por fim é também objetivo desta dissertação apresentar um estudo do comportamento dinâmico da barragem da Aguieira sob ações sísmicas, utilizando o referido modelo numérico baseado na formulação em pressões e deslocamentos (MPD) calibrado com base nos resultados dos ensaios de vibração ambiente. É realizada a verificação da segurança sísmica da barragem da Aguieira através da verificação da segurança relativamente a roturas locais no betão.

## **1.3 Estruturação do Trabalho**

Esta dissertação está organizada em seis capítulos:

### ***Capítulo 2 – Análise do Comportamento Dinâmico de Barragens***

Refere-se a importância da observação do comportamento dinâmico de barragens, mencionando os ensaios de vibração ambiente e de vibração forçada indicando as respetivas vantagens e desvantagens. São mencionados os sistemas de monitorização de vibrações em contínuo, indicando as vantagens que apresentam atualmente na sua utilização em estruturas, salientando a necessidade de *software* de processamento para a análise dos registos obtidos (registos de acelerações). Apresentam-se algumas das principais barragens de abóbadas múltiplas em Portugal e no resto do Mundo, referindo as suas principais características.

### ***Capítulo 3 – Identificação Modal***

Apresentam-se os principais métodos de identificação modal no domínio da frequência utilizados na análise dos registos de acelerações obtidos através de ensaios “in-situ”.

Apresenta-se um estudo pormenorizado referente à análise e processamento de sinal sendo abordado o tema da análise espectral (análise no domínio da frequência) e quais as dificuldades que lhes estão associadas, assim como, as metodologias utilizadas para aumentar a eficiência da análise espectral. Por fim, apresentam-se os métodos mais utilizados para a identificação modal, incluindo alguns dos principais tópicos para a sua fundamentação. Apresentam-se resumidamente os dois ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira, sendo abordado em pormenor no capítulo 5, e apresenta-se o *software* **Modal\_ID2.0** utilizado no estudo dos registos de acelerações captados no ensaio de vibração ambiente.

### ***Capítulo 4 – Modelação do Comportamento Dinâmico de Sistemas Barragem-Fundação-Albufeira***

Apresentam-se inicialmente os fundamentos da análise dinâmica para o caso de um oscilador de 1 G.L. e, em seguida, apresentam-se as equações fundamentais da mecânica estrutural (equação de Navier) e refere-se a aproximação fundamental do MEF utilizada para resolver numericamente a equação de Navier (obtenção da equações algébricas de equilíbrio dinâmico de estruturas discretizadas). Apresenta-se a referida formulação em pressões e deslocamentos e refere-se o interesse da abordagem de estado (em que se utilizam deslocamentos e velocidades e

pressões e correspondentes derivadas no tempo), que é adotada na presente dissertação para a análise dinâmica de sistemas barragem-albufeira-fundação.

Refere-se ainda a formulação clássica de massas de água associadas na perspetiva de comparar resultados com os da formulação em pressões e deslocamentos.

## **Capítulo 5 – Barragem da Aguieira. Identificação Modal, Modelação e Análise do Comportamento Dinâmico**

Apresenta-se uma descrição pormenorizada da barragem da Aguieira, referindo as suas características gerais e as propriedades dos materiais considerados para o cálculo estático e dinâmico. Apresenta-se o estudo do comportamento estrutural sob ações estáticas, nomeadamente o peso próprio (PP) e pressão hidrostática (PH), comparando de seguida os resultados numéricos com resultados observados através de métodos geodésicos (a análise dos resultados observados por geodesia foi efetuado com base num modelo de separação de efeitos).

Apresenta-se o estudo do comportamento dinâmico da barragem da Aguieira, considerando o modelo MAA50% baseado na formulação de massas de água associadas, e o modelo MPD (Programa **DamDySSA1.0**) baseado na formulação em pressões e deslocamentos. Os resultados numéricos são comparados os resultados obtidos nos ensaios de vibração forçada realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000. Apresentam-se ainda os resultados de dois ensaios de vibração ambiente realizados no âmbito desta dissertação, analisados com o programa de identificação modal **Modal\_ID2.0**, os quais são também comparados com os resultados obtidos através dos modelos numéricos MAA50% e MPD.

Apresenta-se a resposta da barragem da Aguieira sob ações sísmicas analisam-se os resultados para as combinações de ações estáticas e dinâmicas PP+PH(126 m)+SMP e PP+PH(126 m)+SBP, utilizando o modelo MPD. Por fim, verifica-se a segurança relativamente à possibilidade de ocorrência de roturas locais no betão para as referidas combinações de ações.

## **Capítulo 6 – Conclusões e Perspetivas Futuras**

Apresenta-se uma síntese das principais conclusões do trabalho, mencionando os resultados dos vários estudos experimentais e numéricos efetuados. Apresenta-se também uma apreciação dos resultados obtidos nas análises efetuadas e uma crítica dos mesmos. Por fim são mencionados possíveis tópicos para desenvolvimentos futuros, na ótica de complementar o trabalho realizado mas também de lhe dar continuidade.

# 2

## Análise do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão

### 2.1 Considerações Iniciais

As barragens de betão são obras de grandes dimensões com uma grande importância a nível social, económico e ambiental, para as regiões em que se inserem.

A análise do comportamento dinâmico de barragens, tem vindo assumir um papel muito importante no controlo da segurança, utilizando-se modelos numéricos de EF3D e novas técnicas de análise de dados (identificação modal) para analisar dados obtidos em ensaios de vibração realizados em obra.

A validação dos modelos numéricos para análise do comportamento dinâmico de barragens pode ser efetuada de várias formas, sendo mais utilizada a calibração com base em resultados obtidos em ensaios de vibração forçada ou ambiente executados em obra. Atualmente a monitorização em contínuo, através de aparelhos de medição de vibrações, permite obter, em tempo real, registos medidos em obra correspondentes à resposta sob diversos tipos de excitação, nomeadamente excitação ambiente/operacional e associada a ações sísmicas. Os registos obtidos através dos sistemas de medição de vibrações em contínuo são analisados de forma automática através de técnicas de identificação modal (*software* de identificação modal).

## 2.2 Observação do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão

A observação do comportamento de barragens de betão é uma atividade fundamental no controlo do comportamento dinâmico de barragens, porque permite conhecer as características dinâmicas fundamentais da estrutura em estudo. Como foi referido a caracterização do comportamento dinâmico da estrutura pode ser conseguida através de ensaios “in-situ” (Portugal, 1990) de vibração forçada e ambiente, e através de sistemas de recolha de dados em contínuo, tendo como principal objetivo identificar os principais parâmetros modais das obras: frequências naturais, configurações modais e amortecimentos modais.

### 2.2.1 Ensaios de vibração forçada

Os ensaios de vibração forçada são realizados através da excitação controlada da estrutura recorrendo a um ou mais vibradores Figura 2.1 a), tendo em conta as medições a realizar.

A análise dos resultados obtidos nos ensaios de vibração forçada baseia-se na correlação da excitação aplicada com a resposta medida, por exemplo, através das designadas funções de resposta em frequência (FRF), a partir das quais é possível obter estimativas para as frequências naturais, modos de vibração e coeficientes de amortecimentos modais (Mendes P. J., 2010).

Este tipo de ensaio apresenta algumas desvantagens na sua execução, nomeadamente, ser bastante dispendioso e em algumas situações pode ser difícil a colocação do vibrador mecânico em obra. Por exemplo, na barragem da Aguieira teve que se abrir uma abertura na laje do coroamento para a colocação do vibrador mecânico na galeria superior como se refere mais à frente. Na Figura 2.1 mostra-se um vibrador mecânico utilizado pelo LNEC em ensaios de vibração forçada e um acelerómetro triaxial.



a)



b)

**Figura 2.1** – a) Vibrador mecânico rotativo de massa excêntrica; b) Acelerómetro triaxial “TitanSMA”.

### **2.2.2 Ensaios de vibração ambiental**

O ensaio de vibração ambiente é realizado através de um ou mais acelerómetros (uniaxial, biaxial ou triaxial), tendo em conta o tipo de análise a realizar e número de pontos analisar. É um ensaio económico, pode ser realizado apenas com um acelerómetro, de fácil execução, transporte e colocação do acelerómetro (tendo em conta a boa colocação do acelerómetro devido aos erros humanos). A sensibilidade do acelerómetro é regulável dependendo da necessidade e objetivo do utilizador na realização do ensaio. Estas vantagens fazem com que o ensaio de vibração seja muito utilizado atualmente, não só em barragens mas como todo tipo de estruturas.

Os registos de histórias no tempo obtidas nos ensaios, correspondem à resposta da estrutura devido ao conjunto de ações dadas por irrelevantes, como o passar dos carros, a ação do vento e a vibração causada pelos grupos produtores de energia. A análise dos registos é realizada através de processos de identificação modal, como a análise e processamento de sinal e a aplicação de transformadas discretas de Fourier, sendo o tema abordado em pormenor no ponto 3.

À frente são referidos os ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira, com intuito de se determinar os parâmetros modais da barragem e compara-los com os parâmetros modais obtidos numericamente.

### **2.2.3 Sistemas de monitorização de vibração em contínuo**

A recolha de dados em contínuo é outra forma de analisar e caracterizar o comportamento dinâmico da barragem. É semelhante de certa forma ao ensaio de vibração ambiente, com a simples diferença que os acelerómetros ou dispositivos de recolha instalados, estão ligados a um sistema de recolha de dados em contínuo. Os registos obtidos são processados de forma semelhante ao ensaio de vibração ambiente, com a diferença de ser possível analisar um volume de registos no tempo. Existem vantagens óbvias, como o acesso ao volume de registos no tempo através de uma plataforma computacional e não existir a necessidade de deslocar ao local para obter registos de acelerações medidos na barragem. A elaboração de programas de identificação modal que permitam analisar e processar os registos temporais captados em ensaios experimentais ou por sistemas de monitorização em contínuo, são atualmente uma necessidade para a observação do comportamento dinâmico de obras (Oliveira S. , 2002). Atualmente os acelerómetros não vêm munidos de um *software* capaz de analisar os registos captados, apenas possuem um interface de leitura dos registos captados em tempo real, como é possível verificar na Figura 2.2.

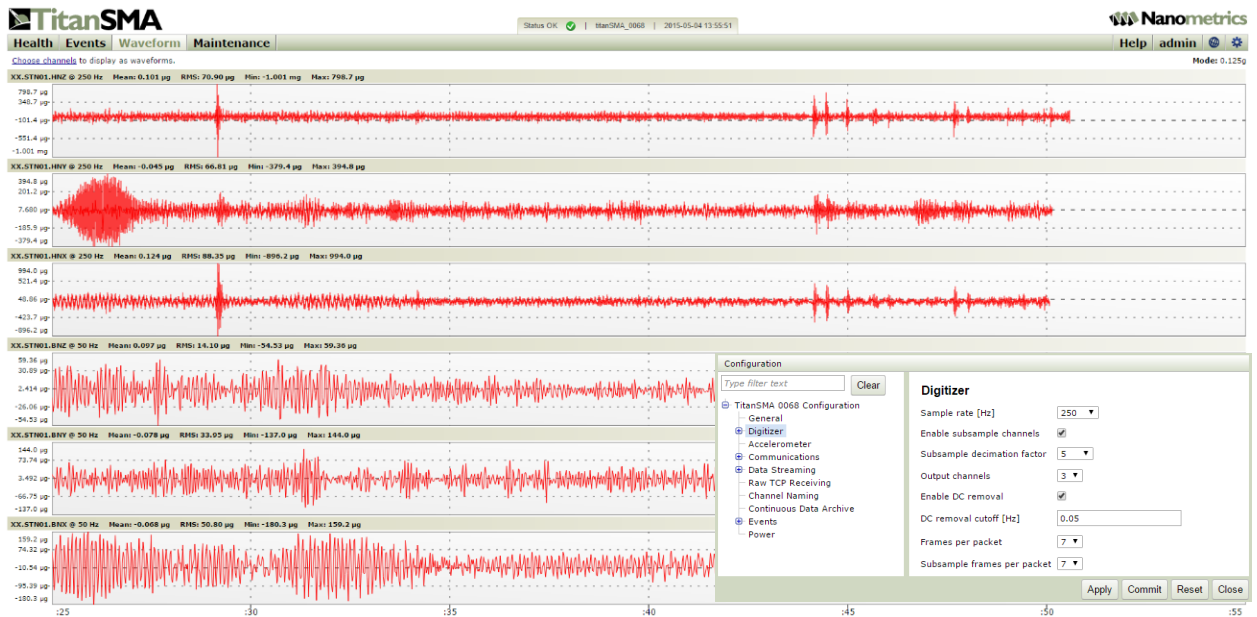


Figura 2.2 – Interface do acelerómetro da Nanometrics “TitanSMA”.

O processamento dos dados obtidos pode ser realizado através de técnicas de identificação modal e de *software* como o **Modal\_ID2.0** (desenvolvido pelo LNEC em MATLAB) que lê os registos, processa-os e filtra-os. Na Figura 2.3 apresenta-se o interface do programa de identificação modal. Este *software* foi utilizado para ler e processar os dados obtidos nos ensaios de vibração ambiente realizados que serão abordados à frente em pormenor.

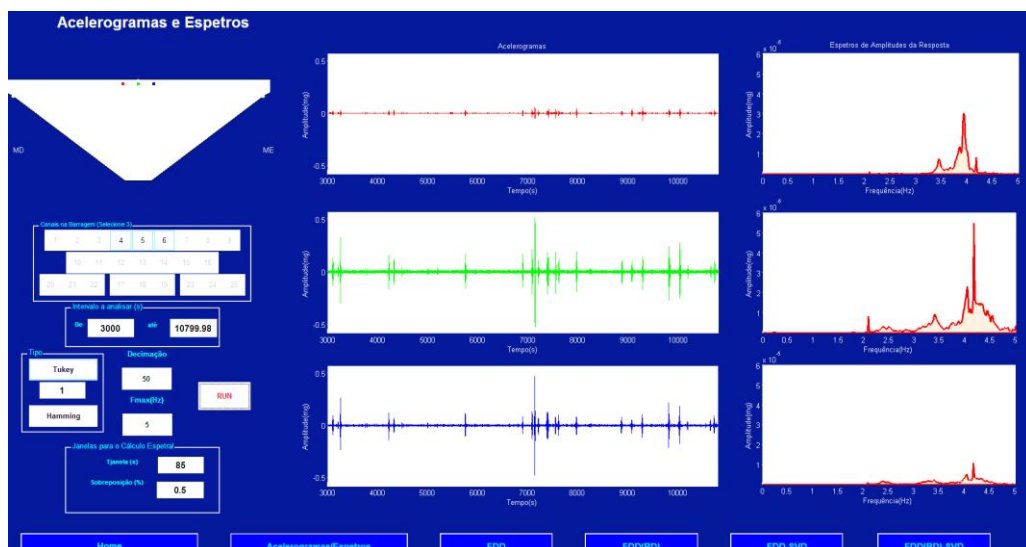


Figura 2.3 – Representação de programa de leitura e processamento de dados Modal\_ID2.0.

## 2.3 Barragens de Abóbadas Múltiplas

As barragens de abóbadas múltiplas são constituídas por um conjunto de várias abóbadas sendo os esforços transmitidos à fundação através de contrafortes (maciços) que fazem a ligação entre os arcos. Em seguida apresentam-se algumas barragens de abóbadas múltiplas construídas em Portugal e no resto do mundo, mencionando as suas características e patologias conhecidas.

### Barragem de Daniel Jonhson (Canadá)

A barragem de Daniel Jonhson (Figura 2.4), no rio Manicouagan, é a maior barragem de abóbadas múltiplas construída, até à data, com um comprimento total de 1314 m, altura máxima de 214 m, situada na província do Quebec no Canadá, tendo a sua construção começado em 1959 e completada em 1970. A barragem é constituída por 13 abóbadas de dupla curvatura, 12 contrafortes com uma inclinação de 1/0,6 (v/h) e 2 encontros, possui uma espessura de 3 m no coroamento e 22,5 m na base (Wikipédia D.J. Dam).



**Figura 2.4** - Vista de jusante da barragem de Daniel Jonhson, na província do Québec, Canadá.

Possui um sistema de galerias de inspeção em diferentes níveis e outro sistema de túneis nos encontros da barragem, em cada margem, com propósito de drenar água. Todas as juntas que compõem as abóbadas possuem duas juntas do tipo “*Waterstop*”, no lado de montante da barragem, sendo uma delas junto à face de montante da barragem, de cobre rígido e outra cobrindo-a, de PVC flexível. Esta barragem encontra-se com problemas de infiltrações que surgem nos contrafortes a jusante ao longo das juntas de contração. A resolução deste problema passou pela aplicação de um sistema de geomembrana nas juntas de contração da face de montante, de forma a impedir que a água se infiltre.

## Barragem da Aguieira

A barragem de Aguieira (Figura 2.5) é uma barragem de abóbadas múltiplas inserida no leito do rio Mondego, a 2 quilómetros a jusante da foz do rio Dão, situando-se nos limites dos concelhos de Penacova, no distrito de Coimbra, e do concelho de Mortágua, no distrito de Viseu. Começou a ser projetada em 1962 e a sua construção deu-se entre o período de 1974 e 1979, entrando em exploração em 1981. É formada por 2 contrafortes centrais, onde se situam os descarregadores, 2 encontros e 3 abóbadas de dupla curvatura, uma central de grande dimensão e duas laterais de menor dimensão. Possui uma altura máxima de 89 m, um comprimento do coroamento de 400 m, uma espessura do coroamento de 5 m e na base de 12 m.

A albufeira estende-se pelos concelhos de Penacova, Carregal do sal, Mortágua, Santa Comba Dão, Tábua e Tondela, e tem uma capacidade de total de 423 000 000 m<sup>3</sup> correspondendo a uma área inundada de 2000 hectares. Esta permite o fornecimento de água à cidade de Coimbra.



**Figura 2.5** – Vista de jusante da barragem da Aguieira, Portugal.

Possui uma central elétrica constituída por 3 grupos com uma capacidade conjunta de 270 a 336 Megawatts. A barragem possui um conjunto de galerias de inspeção que permitem o acesso a vários pontos da estrutura como é possível verificar os passadiços por entre as abóbadas na Figura 2.5, que fazem a ligação entre as galerias

A barragem da Aguieira encontra-se com alguns problemas devido a reações expansivas, que, de momento estão a ser estudadas pelo LNEC, de forma a perceber o efeito das mesmas na estrutura a curto e a longo prazo.

### **Barragem de Grandval**

A barragem de Grandval (Figura 2.6)) é uma barragem de abóbadas múltiplas, situada em Auvergne, França, com uma altura máxima de 88 m, um comprimento do coroamento de 376 m, uma espessura no coroamento de 3 m e na base de 5 m. Foi construída entre 1955 e 1959. A barragem é composta por 6 abóbadas de dupla curvatura, 2 encontros e 5 contrafortes, em que os dois contrafortes centrais possuem os descarregadores incorporados. Está localizada no rio Truyère e situada nas comunidades de Lavastrie e Fridefont entre Saint-Flour e Chaudes-Aigues (Wikipédia G. Barrage).



**Figura 2.6** – Vista de jusante da barragem de Grandval, em Auvergne, França.

### **Barragem de Coolidge**

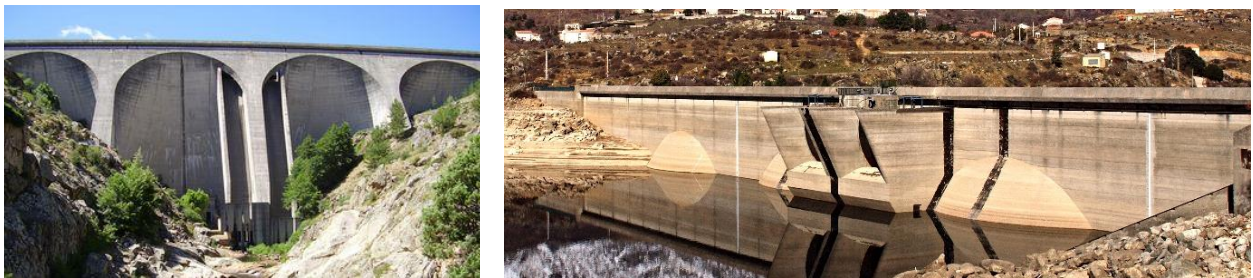
A barragem de Coolidge (Figura 2.7) é uma barragem de abóbadas múltiplas, situada no distrito de Gila/Pines, Estados Unidos da América, tendo começado a sua construção em 1924 e completada em 1928. É constituída por 3 abóbadas de dupla curvatura semelhantes, 2 contrafortes, 2 encontros e possui 2 descarregadores situados nos encontros da barragem. Tem um comprimento máximo de 180 m e uma altura máxima de 76 m. É abrangida pelo rio Gila, criando a albufeira de San Carlos com uma capacidade de  $1,12 \times 10^9 \text{ m}^3$ . A sua central elétrica é composta por 2 grupos com uma capacidade conjunta de 10 Megawatts (Wikipedia C. Dam).



**Figura 2.7** – Vista de montante e vista de jusante da barragem de Coolidge, no distrito de Gila/Pines, Estados Unidos da América.

### **Barragem de Calacuccia**

A barragem de Calacuccia (Figura 2.8) é uma barragem de abóbadas múltiplas, situada em Crosica, França, construída de 1965 a 1968, sendo abrangida pelo rio Golo. É constituída por 4 abóbadas de dupla curvatura, em que as abóbadas centrais são semelhantes às abóbadas laterais, 2 encontros e 3 contrafortes, em que no contraforte central situam-se dois descarregadores, um de cada lado do contraforte. Tem um comprimento máximo de 265 m, uma altura máxima de 74 m, uma espessura no coroamento de 1,6 m e na base de 4,3 m (Structurae C. Dam).



**Figura 2.8** – Vista de jusante e montante da barragem de Calacuccia, em Crosica, França.

### **Barragem de Odivelas**

A barragem de Odivelas (Figura 2.9) é uma barragem de abóbadas múltiplas, situada em Beja, Portugal, construída em 1972 e inserida na bacia hidrográfica do Sado. É constituída por 5 abóbadas de dupla curvatura, 2 encontros e 4 contrafortes. Tem um comprimento máximo de 544 m, uma altura máxima de 55 m e uma albufeira com uma capacidade de 96 000 000 m<sup>3</sup> (Structurae O. Dam).



**Figura 2.9** – Vista de jusante da barragem de Odivelas, no distrito de Beja, Portugal.

## 2.4 Considerações Finais

Concluiu-se que a observação do comportamento dinâmico de barragens, através da realização de ensaios de vibração e cálculo dos principais parâmetros modais da obra, é assim uma atividade importante na análise do comportamento dinâmico de barragens. Concluiu-se quando comparando as vantagens e as desvantagens da realização do ensaio de vibração ambiente com a realização do ensaio de vibração forçada, que o ensaio de vibração ambiente é de mais fácil execução e menos dispendioso.

O desenvolvimento e utilização de *software* de leitura e análise de registos obtidos em ensaios realizados em obra, são atualmente cada vez mais uma necessidade quando se realizam ensaios de vibração ambiente.

Verificou-se que a presença de barragens de abóbadas múltiplas, tanto em Portugal como no resto do Mundo, é reduzida.

No capítulo que se segue é abordado o tema da identificação modal, os processos utilizados na leitura e análise de registos experimentais e o *software* **Modal\_ID2.0** utilizado na leitura dos registos obtidos nos dois ensaios de vibração ambiente realizados.



# 3

## Identificação Modal

### 3.1 Considerações Iniciais

A medição da resposta dinâmica de estruturas com vista a obter dados que permitam caracterizar os seus principais parâmetros modais envolve a utilização das denominadas técnicas de identificação modal. Estas técnicas permitem identificar as características dinâmicas estruturais a partir do processamento dos registos de vibração (em geral registos de acelerações) medidos em vários pontos das obras.

Neste capítulo são apresentados os fundamentos das técnicas de análise de sinal e de identificação modal no domínio da frequência começando por referir a importância do conceito de onda harmónica, mencionando o seu papel na análise no domínio da frequência dos registos obtidos em obra (decomposição dos registos em ondas harmónicas de diversas frequências). São apresentados os fundamentos da transformada discreta de Fourier, a sua componente matemática e alguns aspetos acerca da implementação em plataformas computacionais como o MATLAB.

São referidos os fundamentos da análise espectral de registos no tempo começando por salientar a importância da aplicação de filtros para corrigir os registos originalmente obtidos em obra, que por vezes apresentam crescimento ou decrescimento no tempo devido por exemplo a variações térmicas e que importa eliminar. São mencionados os processos de identificação modal no domínio da frequência baseados no cálculo da matriz de densidade espectral de potência. Apresenta-se o programa de identificação modal **Modal\_ID2.0**, referindo a sua utilização em dois ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira e mostrando alguns aspetos da sua utilização na análise dos registos obtidos nos ensaios, nomeadamente, mostra-se como podem ser obtidos os espectros dos diversos registos medidos.

## 3.2 Análise e Processamento de Sinal

A identificação modal de estruturas, tendo por base a análise no domínio da frequência de séries temporais observadas em ensaios de vibração, fornece um conjunto de informações úteis para a caracterização do comportamento estrutural sob ações dinâmicas. A análise no domínio da frequência de séries temporais ou técnica de Fourier passa pela decomposição de histórias de acelerações (velocidades ou deslocamentos) de um ponto específico da estrutura, em ondas sinusoidais ou harmónicas (Figura 3.1).

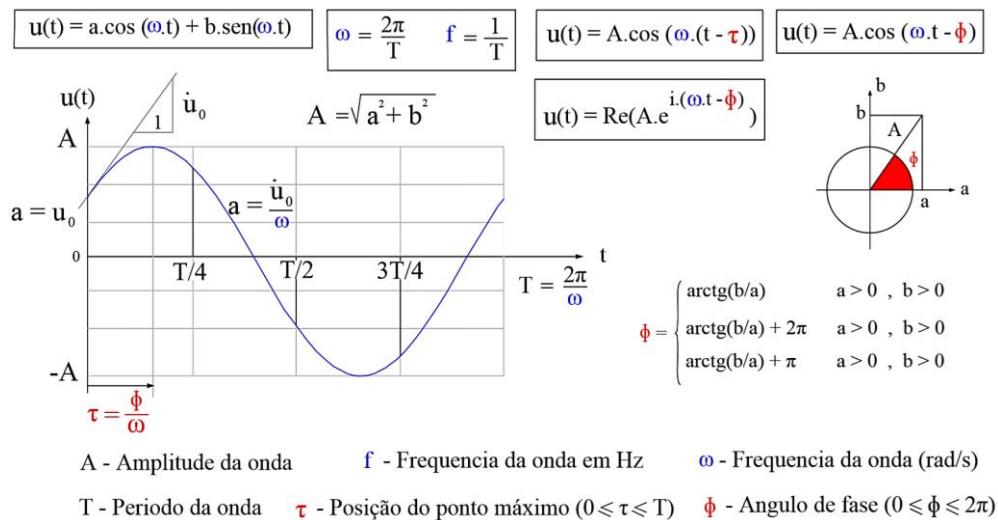


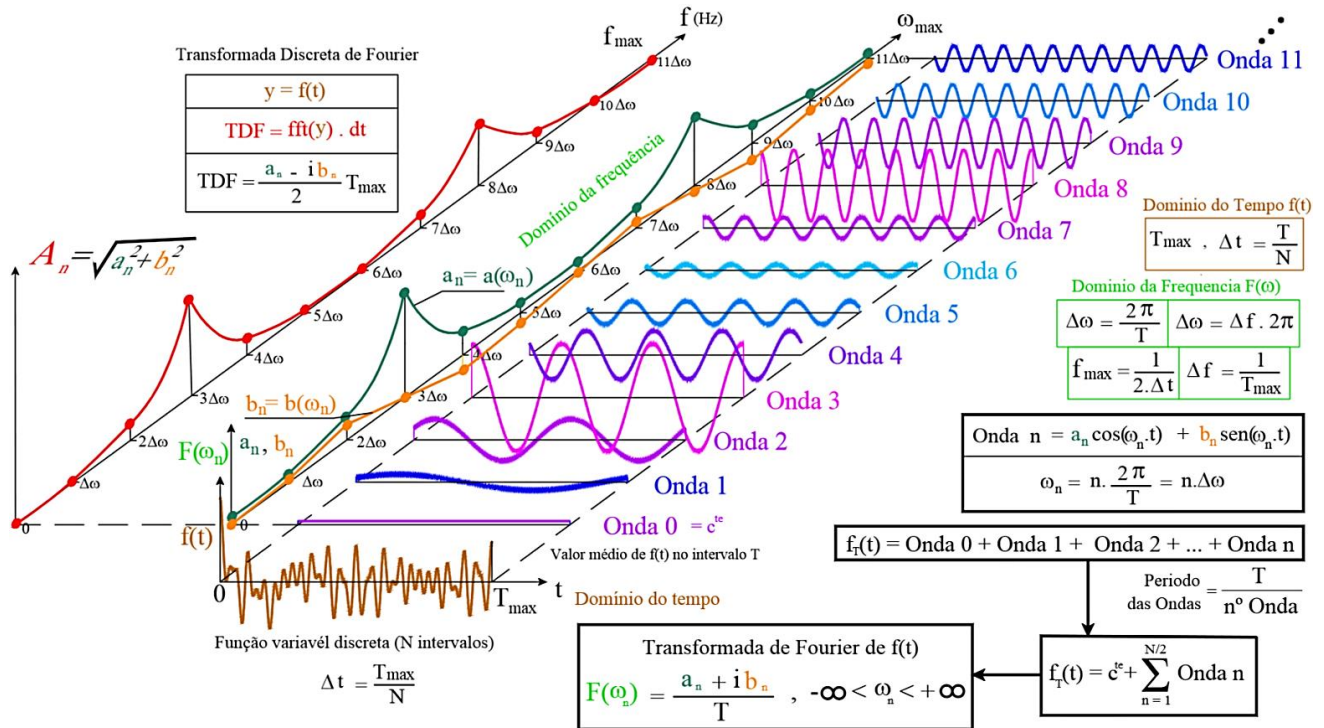
Figura 3.1 – Representação de uma onda harmónica (Oliveira S. , 2013).

### 3.2.1 Do somatório Fourier à transformada de Fourier

É possível decompor um registo de acelerações (ou velocidades) medido num ponto de uma estrutura, em ondas sinusoidais ou harmónicas e a partir das mesmas determinar as características modais da estrutura através da análise espectral ou de Fourier. Assim a análise espectral de um dado sinal, em função do tempo, consiste em transpor esse sinal, definido no domínio do tempo, para o domínio da frequência, decompondo-o em ondas sinusoidais com amplitudes e frequências variáveis. Esta transformação é possível através da transformada discreta de Fourier.

Com base na Figura 3.2 é possível perceber o processo de decomposição de uma função  $f(t)$  em ondas. A função  $f(t)$  é geralmente definida discretamente no domínio do tempo, dividida em intervalos de tempo iguais  $\Delta t$ , num período de tempo total  $T_{\max}$ . A função é decomposta em ondas harmónicas através da transformada de Fourier.

Na Figura 3.2 é possível ver graficamente em que consiste o processo de decomposição, de uma função em ondas harmónicas.



**Figura 3.2** - Representação esquemática da Transformada de Fourier e fundamentos adjacentes. Decomposição em ondas sinusoidais e representação de espectros de amplitudes (Oliveira, S, 2013).

Em termos gerais pode-se dizer que é possível representar, na forma trigonométrica, uma função  $f(t_n)$  de variável discreta, definida em N pontos e num período de tempo  $T = (N-1) \times \Delta t$  através do somatório de  $N/2$  ondas representado abaixo:

$$f_T(t) = c^{te} + \sum_{n=1}^{N/2} \text{onda}_n = c^{te} + \sum_{n=1}^{N/2} (a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t)), \quad \text{com } \omega_n = n\Delta\omega \quad (3.1)$$

De forma a poder calcular o somatório é necessário saber quais os valores dos coeficientes  $c^{te}$ ,  $a_n$  e  $b_n$ . O valor do coeficiente  $c^{te}$  corresponde ao valor médio da função no intervalo  $[0, T]$  pelo que é dado por:

$$c^{te} = v_m = \langle f(t_n) \rangle_T = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^N f(t_n) \cdot \Delta t, \quad t_n = k \cdot \Delta t, \quad T = N \cdot \Delta t \quad (3.2)$$

Os valores de  $a_n$  e  $b_n$  para todas as ondas são dados por:

$$a_n = 2 \cdot \langle f(t_n) \cdot \cos(\omega_n t_n) \rangle_T = 2 \cdot \frac{1}{T} \sum_{n=0}^N f(t_n) \cdot \cos(\omega_n t_n) \cdot \Delta t \quad (3.3)$$

$$b_n = 2 \cdot \langle f(t_n) \cdot \sen(\omega_n t_n) \rangle_T = 2 \cdot \frac{1}{T} \sum_{n=0}^N f(t_n) \cdot \sen(\omega_n t_n) \cdot \Delta t \quad (3.4)$$

Através da fórmula de Euler dos números complexos  $e^{ix} = \cos(x) + i \cdot \sen(x)$ , consegue-se escrever o somatório de Fourier (equação (3.1)) recorrendo-se à representação complexa das funções trigonométricas  $\sen(x)$  e  $\cos(x)$ :

$$\cos(\omega_n t) = \frac{e^{i\omega_n t} + e^{-i\omega_n t}}{2} \quad e \quad \sen(\omega_n t) = \frac{-ie^{i\omega_n t} + ie^{-i\omega_n t}}{2} \quad (3.5)$$

Recorrendo a esta representação complexa das funções trigonométricas o somatório de Fourier pode ser escrito na forma

$$f_T(t_n) = v_m + \sum_{n=1}^{N/2} \left( a_n \frac{e^{i\omega_n t} + e^{-i\omega_n t}}{2} + b_n \frac{-ie^{i\omega_n t} + ie^{-i\omega_n t}}{2} \right) \quad (3.6)$$

o qual pode ser simplificado, ficando

$$f_T(t_n) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} \frac{a_n - i b_n}{2} e^{i\omega_n t}, \quad -N/2 < \omega_n = n \cdot \Delta\omega < +N/2 \quad (3.7)$$

Define-se Transformada Discreta de Fourier da função  $f(t)$  como sendo a função complexa  $F_T(\omega_n)$ :

$$F_T(\omega_n) = \frac{a_n - i b_n}{2} T, \quad -N/2 < \omega_n = n \cdot \Delta\omega < +N/2 \quad (3.8)$$

É possível representar graficamente esta função complexa recorrendo aos gráficos espectrais dos coeficientes  $a_n = a(\omega_n)$  e  $b_n = b(\omega_n)$  sendo mais usual, contudo, representar o respetivo espectro de amplitudes  $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = A(\omega_n)$  e o espectro dos ângulos de fase  $\phi_n = \phi(\omega_n) = \text{atan}(-b_n/a_n)$  (Oliveira S. , 2007).

### 3.2.2 Utilização da plataforma MATLAB para aplicação da TDF

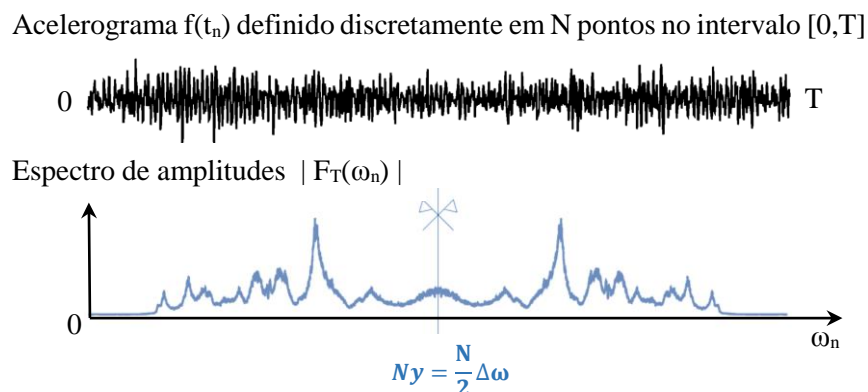
No cálculo da Transformada Discreta de Fourier (TDF) recorre-se à utilização de aplicações computacionais, que permitem obter a decomposição de funções reais de variável discreta nas respetivas ondas constituintes, através de um algoritmo de grande eficiência computacional designado por *Fast Fourier Transform* (FFT). Para uma dada função  $f(t_n)$  definida discretamente em  $N$  pontos num intervalo  $[0, T]$  pode utilizar-se o comando `fft(f_n)` (“*Fast Fourier Transform*”) do MATLAB para calcular os coeficientes  $a_n$  e  $b_n$  das várias ondas  $N$  (de frequência angular  $\omega_n$ ) em que pode ser decomposta a função  $f(t_n)$ .

Os coeficientes  $a_n$  e  $b_n$  são obtidos a partir dos valores complexos da TDF, utilizando as seguintes expressões:

$$a_n = \frac{2 \operatorname{Re}(F_T(\omega_n)) \cdot \Delta t}{T} \quad \text{e} \quad b_n = - \frac{2 \operatorname{Im}(F_T(\omega_n)) \cdot \Delta t}{T} \quad (3.9)$$

Como é possível verificar, na determinação dos coeficientes  $a_n$  e  $b_n$  (equação (3.9)), estes são multiplicados por  $\Delta t$ , pois o incremento de tempo utilizado na plataforma computacional MATLAB é por defeito unitário. Dos  $N$  valores complexos fornecidos para  $F(\omega_n)$ , metade são valores correspondentes a  $\omega_n$  e a outra metade são os respetivos conjugados, correspondentes a  $-\omega_n$ , como se ilustra na Figura 3.3. Assim, em geral, utiliza-se apenas a primeira metade dos  $N$  valores complexos que correspondem às  $N/2$  ondas harmónicas constituintes da função  $f(t_n)$ , as quais têm frequências que variam desde 0 até à frequência de Nyquist ( $f_{Ny} = 1/(2\Delta t) = (N/2) \times \Delta f$ ,  $\Delta f = 1/T_{\text{máx}}$ ).

Na Figura 3.3 apresenta-se um acelerograma e o correspondente espectro de amplitudes. Note-se que a segunda metade de valores fornecidos pelo algoritmo FFT são os conjugados dos valores da primeira metade.



**Figura 3.3** – Exemplo de um acelerograma medido numa estrutura sob excitação ambiente e respetivo espectro de amplitudes obtido pelo algoritmo FFT (indica-se a frequência de Nyquist: “eixo de simetria”).

### **3.2.3 Análise espectral de registos no tempo**

#### **3.2.3.1 Verificação e correção de erros. Correção dos registos de acelerações**

Durante todo o processo de aquisição, análise e processamento de sinal, devido a várias condicionantes externas e internas ocorrem diversos tipos de erros, associados aos processos de amostragem, decimação e filtragem (Osório, 2015). Os erros mais importantes a que se deve dar especial atenção são os erros por sobreposição e erros por efeito de fuga que surgem, devido ao facto de sinais com conteúdo energético em frequências elevadas serem discretizados com frequências de amostragem baixas podendo levar a picos espectrais fictícios para frequências baixas e devido ao carácter finito das séries temporais levando a uma distribuição fictícia da energia associada a uma determinada frequência por uma banda de frequências em torno desta, respetivamente.

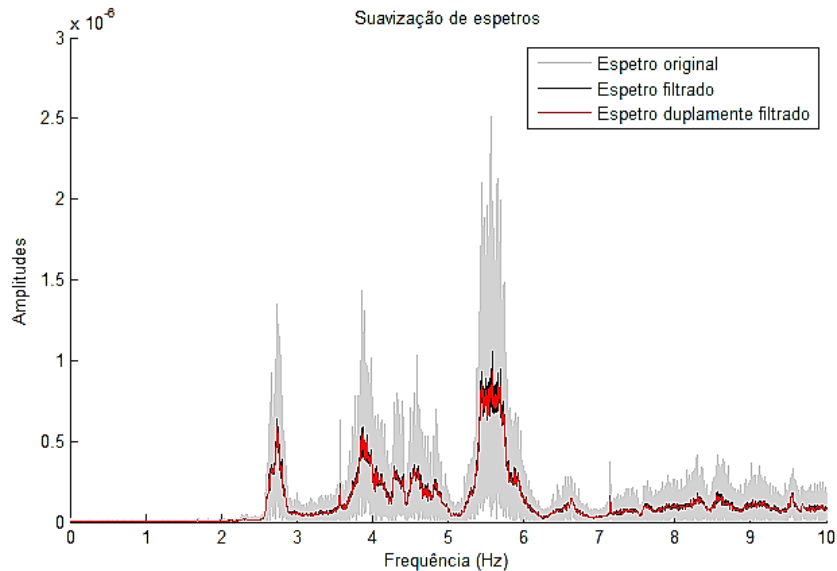
Quando se efetua uma medição de acelerações num qualquer ponto recorrendo a acelerómetros do tipo “*force balance*” (acelerómetro triaxial TitanSMA), frequentemente são obtidos registos de média nula e por vezes de média variável, provenientes de problemas de calibração ou de manuseamento de equipamentos ou até devido a variações térmicas indesejadas durante a medição de registos. Assim para estes casos, a correção é feita através da utilização de filtros de médias móveis, em que o acelerograma corrigido obtém-se subtraindo ao acelerograma original a média móvel obtida pelo referido filtro.

#### **3.2.3.2 Cálculo de espectros através de uma janela e através de várias**

Como referido, para um dado registo de acelerações o respetivo espectro de amplitudes calcula-se, na prática, através do algoritmo FFT. O algoritmo FFT pode ser aplicado considerando o registo de acelerações completo (de comprimento total  $T$ ) ou pode ser aplicado considerando várias janelas temporais (em geral sobrepostas a  $2/3$  ou  $1/2$ ) e calculando o espectro para cada janela e o respetivo espectro médio.

Quando se considera um registo de acelerações completo, se este corresponder a um período de tempo elevado (1 hora por exemplo), obtém-se um espectro com elevada discretização em frequência ( $\Delta f = (1/3600s)$ ), ou seja, sendo  $\Delta f$  muito pequeno, obtém-se geralmente espectros com elevada “rugosidade”. Esta “rugosidade” pode ser tratada ou suavizada através de filtros de médias móveis, sendo conveniente, neste caso, utilizar filtros de médias centradas com um número

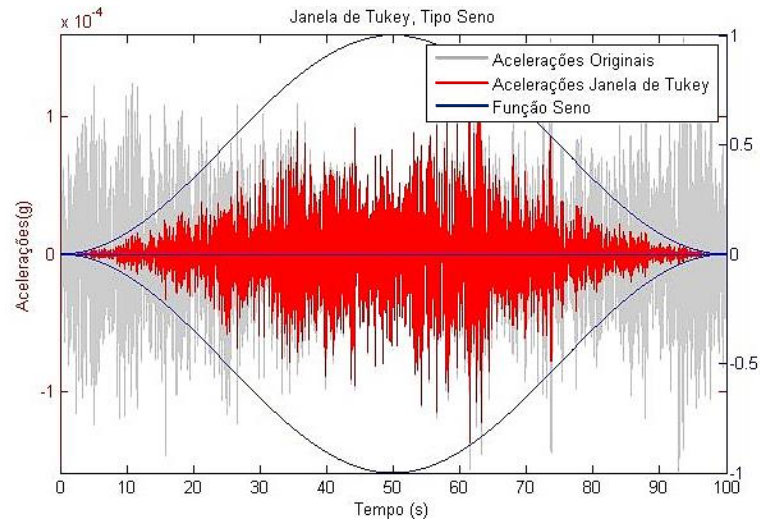
pequeno de pontos de forma a suavizar o espectro sem eliminar os picos principais. A suavização do espectro de amplitudes é bastante visível após a primeira filtragem, como se pode verificar na Figura 3.4 abaixo representada em que, a cinzento está representado o espectro original, a preto a primeira filtragem e por fim a vermelho uma segunda filtragem.



**Figura 3.4** - Aplicação de filtros de médias móveis centradas para obter espectros suavizados (Osório, 2015).

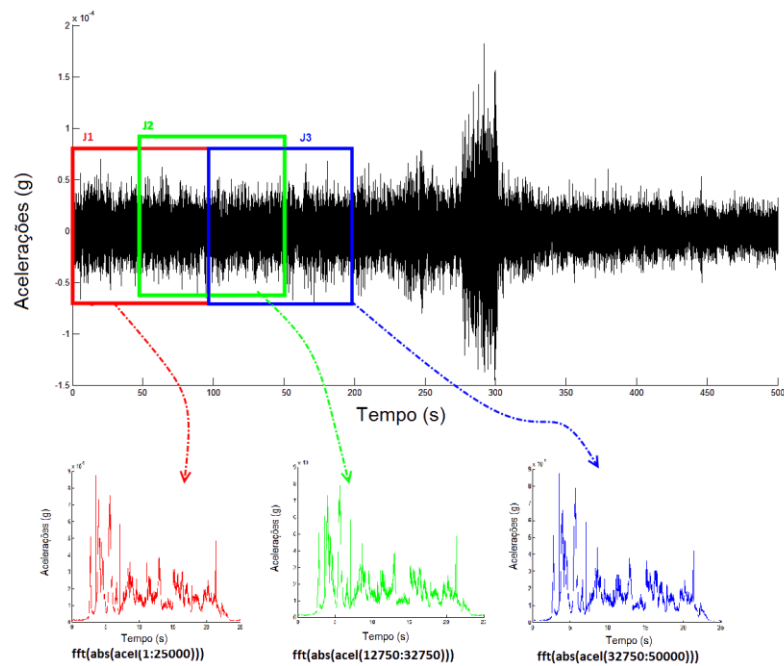
Outra hipótese é efetuar a análise espectral do registo de acelerações através de janelas temporais de comprimento  $T_{\text{janela}} \ll T$  sobrepostos a  $2/3$  ou  $1/2$ . Neste caso o espectro médio final é mais suave e a sua discretização em frequência envolve intervalos menores, pois  $\Delta f$  depende do comprimento das janelas temporais utilizadas  $\Delta f = 1/T_{\text{janela}}$  e não do comprimento total do registo.

Esta técnica denomina-se **técnica de Welch** e permite obter espectros de amplitudes suavizados que resultam da média dos espectros de amplitudes de cada uma das janelas. As janelas temporais mais simples são as janelas retangulares, que quando aplicadas a um dado intervalo é extraído exatamente o registo de acelerações medido nesse intervalo, sendo estas janelas um caso particular das janelas de Tukey associadas ao parâmetro de Tukey igual a 0. As janelas sinusoidais são outro tipo de janelas temporais do tipo seno, sendo também um caso particular das janelas de Tukey, associadas ao parâmetro de Tukey igual a 1. Os valores do parâmetro de Tukey variam entre 0 e 1, em que a forma das janelas respetivas variam desde a forma retangular (0) até à sinusoidal (1). O MATLAB permite aplicar facilmente janelas Tukey à janela temporal do acelerograma, através da função `tukeywin()`, gerando um vetor com os valores de janelas de Tukey para qualquer parâmetro pretendido (desde 0 a 1), aplicando este vetor a janela de tempo do acelerograma multiplicado. Na Figura 3.5 apresenta-se o espectro da função após a aplicação de uma janela de Tukey do tipo seno (Tukey = 1).



**Figura 3.5** - Aplicação de uma janela de Tukey do tipo seno a um registo de acelerações de 100 s.

A aplicação de janelas temporais do tipo seno permite, geralmente, obter espectros médios mais suaves e não altera o conteúdo em frequências. Quando se aplicam as janelas temporais e a respetiva sobreposição, no fim é obtido um espectro médio suavizado correspondente à média dos espectros de todas as janelas consideradas. Na Figura 3.6 apresenta-se um exemplo de aplicação de janelas, de 100 segundos com sobreposição de 50%, a um registo de acelerações. A utilização das janelas tipo seno sobrepostas a 50% permite uma maior suavização, comparando com janelas temporais retangulares.



**Figura 3.6** - Exemplo de esquema de sobreposição (50%) de janelas ( $T_{\text{janela}}=100$  s) para a obtenção de um espectro médio de amplitudes (Salvado, 2014).

### 3.3 Modelos de Identificação Modal

O objetivo deste ponto é apresentar os fundamentos dos denominados modelos de identificação modal no domínio da frequência que são utilizados para analisar os registos de acelerações obtidos em obra com vista à determinação de frequências naturais, configurações modais e respetivos amortecimentos modais. Referem-se sumariamente os dois ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira, no âmbito desta tese (com um acelerómetro triaxial), apresentando-se os registos de acelerações obtidos, numa medição realizada no topo da abóbada central e numa medição no topo do contraforte esquerdo.

São apresentados os fundamentos das técnicas de identificação modal, nomeadamente, a decomposição dos registos em ondas harmónicas representando a amplitude de movimentos no ponto em estudo para diversas frequências, o cálculo da matriz de densidade espectral ( $M_{DEP}$ ) e a representação dos espectros de amplitudes e espectros dos valores singulares. Apresenta-se o *software* de identificação modal **Modal\_ID2.0** utilizado para analisar os dados dos dois ensaios de vibração ambiente realizados no âmbito desta dissertação na barragem da Aguieira.

#### **Registos medidos nos ensaios de vibração ambiente**

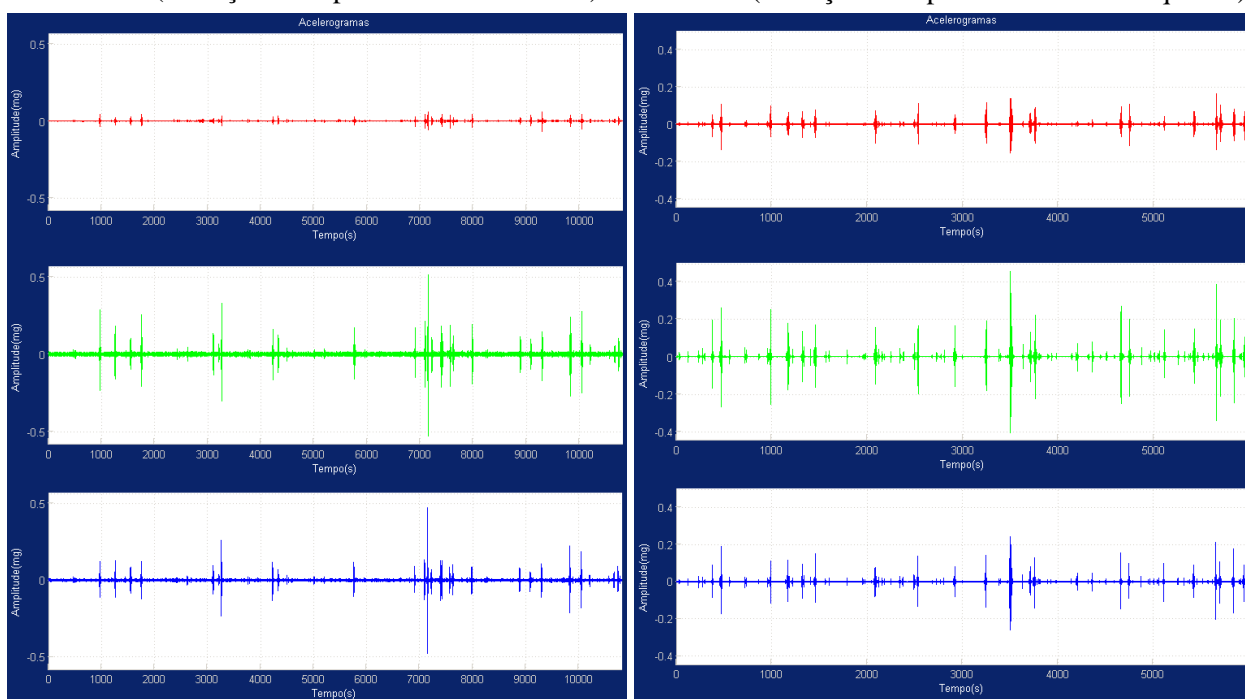
No dia 8 de Maio de 2015 (albufeira à cota 122,3 m) realizaram-se dois ensaios de vibração ambiente na barragem da Aguieira, utilizado um acelerómetro triaxial “TitanSMA” da Nanometrics do tipo “force balance”. No primeiro ensaio (realizado no período da manhã) o acelerómetro foi colocado a meio da galeria superior, no topo da abóbada central, e o segundo ensaio (realizado no período da tarde) o acelerómetro foi colocado também na galeria superior, no topo do contraforte esquerdo.

Os registos de acelerações obtidos nos dois ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira foram analisados pelo **Modal\_ID2.0**, apresentando-se na Figura 3.7 o painel inicial do **Modal\_ID2.0** e os registos de acelerações medidos nas 3 direções, x (Margem Direita-Margem Esquerda, vermelho), y (Montante-Jusante, verde) e z (Vertical, azul), nos dois ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira.



Ensaio 1 (Medição no topo da abóbada central)

Ensaio 2 (Medição no topo do contraforte esquerdo)



**Figura 3.7** – Representação do painel inicial do *software* Modal\_ID2.0, apresentando a barragem da Aguieira com os pontos de medição (ensaio 1: medição no topo da abóbada central; ensaio 2: medição no topo do contraforte esquerdo) e o acelerómetro triaxial “TitanSMA” da Nanometrics. Representação do registo de acelerações captadas nos dois ensaios de vibração ambiente a 8 de Maio de 2015 (a vermelho- $x_1$  (Margem Esquerda-Margem Direita), a verde- $x_2$  (Montante-Jusante) e azul- $x_3$  (Vertical)).

Na realização de ensaios de vibração ambiente deve se ter em conta a influência de estruturas anexas, pois, quando é efetuada a medição de acelerações podem ser captadas não só as frequências naturais da estrutura como as frequências naturais de estruturas adjacentes, como a torre tomada de água. Há ainda que ter em conta frequências de excitação associadas ao funcionamento de máquinas rotativas, como é o caso dos grupos da barragem.

Desta forma na análise espectral dos registos de acelerações apresentados mais à frente teve-se em conta a possibilidade de ocorrência de pico espectrais cuja frequência poderá não corresponder a modos naturais de vibração da obra.

### **3.3.1 Fundamentos do programa Modal\_ID2.0. Identificação modal no domínio da frequência**

O programa em MATLAB, **Modal\_ID2.0** foi desenvolvido pelo Núcleo de Modelação e Mecânica das Rochas (NMMR) do DBB-LNEC. O programa está preparado para a análise de resultados de ensaios de vibração ambiente em barragens (e outro tipo de estruturas) recorrendo a técnicas de decomposição no domínio da frequência. É um programa de identificação modal que lê registos de acelerações captados em ensaios de vibração ambiente e permite efetuar a sua visualização gráfica e ainda o cálculo e visualização gráfica dos respetivos espectros. A análise espectral de cada registo é efetuada recorrendo à técnica de sobreposição de janelas temporais sendo avaliado um espectro médio correspondente à média dos espectros das várias janelas temporais consideradas (em geral com sobreposição de 50% ou 66%). Caso não se pretenda analisar os registos temporais por inteiro o programa permite selecionar um outro intervalo de tempo e permite ainda definir diferentes bandas de frequências para efetuar a análise. Permite também escolher o tamanho das janelas temporais  $T_{\text{janela}}$  (a precisão em frequência  $\Delta f$  é tanto maior quanto maior for o tamanho das janelas temporais a utilizar na sobreposição, pois  $\Delta f = 1/T_{\text{janela}}$ ) e permite ainda selecionar o tipo de janelas a utilizar desde janelas retangulares (Tukey = 0) até sinusoidais (Tukey = 1).

O programa permite utilizar diferentes variantes da metodologia de identificação modal genericamente denominada FDD - “Frequency Domain Decomposition”. Nomeadamente dispõe de quatro opções (quatro botões): FDD, FDD(RD), FDD-SVD e FDD(RD)-SVD.

Na opção FDD é calculada a matriz  $M_{\text{DEP}} = \underline{S}(\omega_n)$  utilizando a técnica de sobreposição de janelas temporais sobrepostas, em geral, a 50%. Analisam-se os espectros das componentes diagonais (valores reais) associando-se, em geral, aos principais picos espectrais frequências correspondentes a modos naturais de vibração da estrutura. Analisam-se ainda os espectros das

diferenças de fase correspondentes aos argumentos das componentes não diagonais (valores complexos). Desta forma o programa permite obter as ondas harmónicas representativas das configurações modais para uma dada frequência (correspondente a um pico dos espectros das componentes diagonais).

Na opção FDD(RD) a metodologia de identificação modal é idêntica à anterior mas a matriz  $M_{DEP}$  é calculada com a técnica de *random decrement* na qual são utilizadas janelas temporais posicionadas nos pontos de interseção entre o sinal e um dado nível de corte (Rodrigues, Brinker, & P., 2004).

Nas opções FDD(RD)-SVD e FDD-SVD a identificação modal baseia-se no cálculo dos espectros dos valores e vetores singulares da matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$ . Analisam-se os picos do espectro do primeiro valor singular e a configuração modal correspondente a uma dada frequência de pico é dada pelo primeiro vetor singular correspondente a essa frequência: as componentes deste primeiro vetor singular são números complexos que correspondem às ondas harmónicas que descrevem o movimento oscilatório (modo de vibração) para a frequência em análise.

### **3.3.2 Identificação modal. Matriz de densidade espectral de potência.**

Através da aplicação da técnica de Fourier a um registo de acelerações obtém-se um conjunto de ondas harmónicas: a cada onda  $n$ , de frequência  $\omega_n = n\Delta\omega$ , corresponde um número complexo  $(a_n - ib_n)T/2$ , como referido anteriormente. A amplitude destas ondas é frequentemente representada sob a forma de um gráfico espectral denominado espectro de amplitudes. Em geral, as ondas de maior amplitude, associadas aos maiores picos espectrais, correspondem a frequências naturais da estrutura.

Como se viu anteriormente para conseguir identificar frequências naturais e configurações modais de uma estrutura é necessário analisar vários registos de acelerações obtidos sincronizadamente em vários graus de liberdade e, se possível em vários pontos da estrutura (no caso do ensaio 1, por exemplo, dispomos apenas de 3 acelerogramas medidos no topo da abóbada central, um para cada direcção). A técnica de identificação modal referida atrás baseia-se na decomposição dos vários acelerogramas, captados num ensaio, nas correspondentes ondas harmónicas (da forma  $a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t)$ ) usando a técnica da TDF. Comparando as ondas de uma dada frequência (escolhem-se as frequências em que ocorrem os picos espectrais) identificadas nos vários registos (sincronizados) é perceptível a forma da correspondente configuração modal.

Através da técnica de decomposição dos acelerogramas nas respectivas ondas verifica-se que:

- i. as frequências naturais correspondem, em geral, às frequências das ondas de maior amplitude, ou seja, às frequências dos maiores picos dos espectros de amplitude;
- ii. a configuração modal associada a cada frequência é obtida comparando as ondas dessa frequência, identificadas nos vários acelerogramas medidos, em particular, comparando as amplitudes das referidas ondas e comparando a diferença entre as respectivas fases.

Este procedimento de comparação de ondas de uma dada frequência  $\omega_n$ , identificadas nos acelerogramas medidos, pode ser efetuado de forma mais eficaz tendo em conta que a diferença de fase entre duas ondas de frequência  $\omega_n$  (por exemplo, onda i,  $a_i \cos(\omega_n t) + b_i \sin(\omega_n t)$  identificada no GL i, e onda j,  $a_j \cos(\omega_n t) + b_j \sin(\omega_n t)$  identificada no GL j), representadas pelos números complexos  $(a_i - ib_i)T/2$  e  $(a_j - ib_j)T/2$ , pode ser calculada como o ângulo de fase do produto entre estes números complexos, considerando o conjugado do segundo, o que é fácil de verificar usando a regra da multiplicação de complexos na forma trigonométrica:  $\rho_i \text{cis}(\theta_i) \cdot \rho_j \text{cis}(-\theta_j) = \rho_i \rho_j \text{cis}(\theta_i - \theta_j)$ .

Aproveitando esta propriedade dos números complexos (que representam ondas), o cálculo das diferenças de fase entre qualquer par de ondas com uma dada frequência  $\omega_n$  (neste caso há ondas provenientes de três acelerogramas  $x_1=x_1(t)$ ,  $x_2=x_2(t)$  e  $x_3=x_3(t)$ :  $\underline{x}(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ ), pode ser organizado através da montagem da matriz de densidade espectral de potência  $\underline{S}(\omega_n) = \frac{1}{T} \underline{X}^T \bar{\underline{X}}$  (por vezes referida como  $M_{DEP}$ ), em que,  $\underline{X} = \mathcal{F}(\underline{x}(t))$ . Neste caso a matriz  $\underline{S}(\omega_n)$  é uma matriz de  $3 \times 3$ , como a seguinte

$$\underline{S}(\omega_n) = \begin{bmatrix} (a_1 - b_1 i) \cdot (a_1 + b_1 i) & (a_1 - b_1 i) \cdot (a_2 + b_2 i) & (a_1 - b_1 i) \cdot (a_3 + b_3 i) \\ (a_2 - b_2 i) \cdot (a_1 + b_1 i) & (a_2 - b_2 i) \cdot (a_2 + b_2 i) & (a_2 - b_2 i) \cdot (a_3 + b_3 i) \\ (a_3 - b_3 i) \cdot (a_1 + b_1 i) & (a_3 - b_3 i) \cdot (a_2 + b_2 i) & (a_3 - b_3 i) \cdot (a_3 + b_3 i) \end{bmatrix} \cdot T/4 \quad (3.10)$$

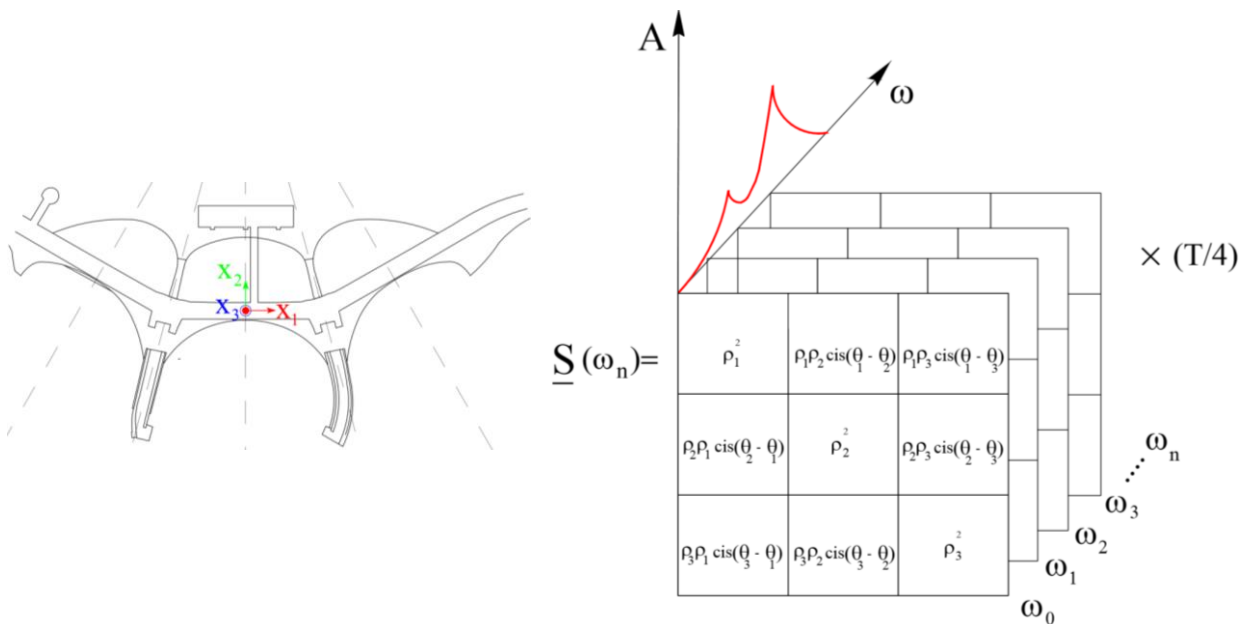
a qual pode ser escrita na seguinte forma trigonométrica

$$\underline{S}(\omega_n) = \begin{bmatrix} \rho_1 \text{cis}(\theta_1) \cdot \rho_1 \text{cis}(-\theta_1) & \rho_1 \text{cis}(\theta_1) \cdot \rho_2 \text{cis}(-\theta_2) & \rho_1 \text{cis}(\theta_1) \cdot \rho_3 \text{cis}(-\theta_3) \\ \rho_2 \text{cis}(\theta_2) \cdot \rho_1 \text{cis}(-\theta_1) & \rho_2 \text{cis}(\theta_2) \cdot \rho_2 \text{cis}(-\theta_2) & \rho_2 \text{cis}(\theta_2) \cdot \rho_3 \text{cis}(-\theta_3) \\ \rho_3 \text{cis}(\theta_3) \cdot \rho_1 \text{cis}(-\theta_1) & \rho_3 \text{cis}(\theta_3) \cdot \rho_2 \text{cis}(-\theta_2) & \rho_3 \text{cis}(\theta_3) \cdot \rho_3 \text{cis}(-\theta_3) \end{bmatrix} \cdot T/4 \quad (3.11)$$

ou, para facilitar a interpretação física dos termos não diagonais (cujos argumentos correspondem a diferenças de fase) fica

$$\underline{S}(\omega_n) = \begin{bmatrix} \rho_1^2 & \rho_1 \rho_2 \text{cis}(\theta_1 - \theta_2) & \rho_1 \rho_3 \text{cis}(\theta_1 - \theta_3) \\ \rho_2 \rho_1 \text{cis}(\theta_2 - \theta_1) & \rho_2^2 & \rho_2 \rho_3 \text{cis}(\theta_2 - \theta_3) \\ \rho_3 \rho_1 \text{cis}(\theta_3 - \theta_1) & \rho_3 \rho_2 \text{cis}(\theta_3 - \theta_2) & \rho_3^2 \end{bmatrix} \cdot T/4 \quad (3.12)$$

Esta matriz  $\underline{S}(\omega_n)$ , denominada matriz de Densidade Espectral de Potência ( $M_{DEP}$ ), é avaliada para cada frequência  $\omega_n$ . Os elementos da diagonal (i, i) são números reais e os elementos não diagonais (i, j) são números complexos cujo ângulo de fase representa a diferença de fase entre as ondas i e j. Num problema de identificação modal, como o presente, é habitual calcular esta matriz para todas as frequências  $\omega_n = n\Delta\omega$  ( $\Delta\omega = 2\pi/T$ , em que T é o comprimento do acelerograma ou o comprimento da janela que se utiliza quando se opta pela análise espectral pela sobreposição de janelas temporais com vista a obter um espectro médio suavizado), Figura 3.8. Neste caso podem-se traçar os espectros de todos os elementos da matriz: espectros de amplitude e espectros de diferença de fase.



**Figura 3.8:** Representação das matrizes de densidade espectral de potência para as várias frequências. Exemplo de um ensaio de vibração em que se analisam acelerações radiais medidas em três pontos de uma barragem.

Neste caso, em que se considera um acelerómetro triaxial, utilizado num ensaio, a matriz  $\underline{S}(\omega_n)$  ( $3 \times 3$ ), pode ser calculada, de uma única vez para todas as frequências, colocando em cada entrada i, j o produto da transformada de Fourier do acelerograma medido na direção i pelo conjugado da transformada de Fourier do acelerograma medido na direção j, como se mostra na Figura 3.8.

$$\underline{S}(\omega) = \begin{bmatrix} \text{FFT}_1 \cdot \overline{\text{FFT}_1} & \text{FFT}_1 \cdot \overline{\text{FFT}_2} & \text{FFT}_1 \cdot \overline{\text{FFT}_3} \\ \text{FFT}_2 \cdot \overline{\text{FFT}_1} & \text{FFT}_2 \cdot \overline{\text{FFT}_2} & \text{FFT}_2 \cdot \overline{\text{FFT}_3} \\ \text{FFT}_3 \cdot \overline{\text{FFT}_1} & \text{FFT}_3 \cdot \overline{\text{FFT}_2} & \text{FFT}_3 \cdot \overline{\text{FFT}_3} \end{bmatrix} \cdot 1/T \quad (3.13)$$

### 3.3.2.1 Cálculo da matriz de densidade espectral de potência $M_{DEP}$ com base no método de Welch (sobreposição de janelas)

O procedimento geralmente utilizado para estimar as funções DEP com base em séries temporais divididas em segmentos de tempo, baseia-se na aplicação de uma janela de dados a cada segmento, no cálculo da FFT para cada segmento e posterior realização de médias – método de Welch (Welch, 1967). Assim, obtêm-se os diversos termos da matriz (espectros de amplitude e diferença de fase) mais suavizados.

Caso não se utilize esta técnica de divisão do período de tempo em análise em vários segmentos de menor duração a estimativa espectral resultante tem uma elevada variância (cálculo baseado numa só série temporal discretizada com duração finita). Para reduzir essa variância é usual dividir a série temporal em segmentos mais curtos e adotar alguma sobreposição (“*overlapping*”) entre eles, para se efetuar mais médias. Contudo a consideração de segmentos mais curtos tem como consequência um agravamento dos erros por escorregamento (“*leakage*”), pelo que é usual aplicar a estes segmentos janelas de dados, do tipo *Hanning*. É possível identificar a forma dos modos de vibração utilizando apenas uma coluna da matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$ . Quando se utiliza a primeira coluna à que ter em conta que é tomado como referência o acelerograma  $x_1(t)$ .

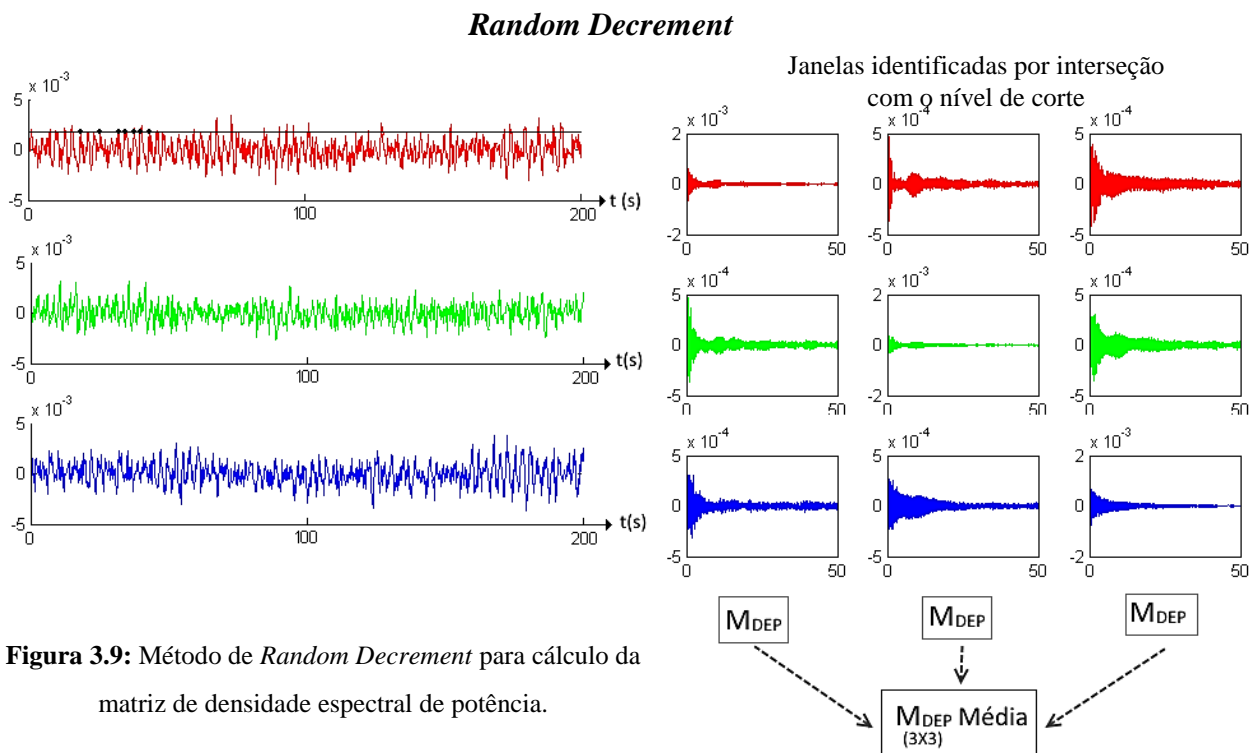
Também é possível utilizar a segunda coluna da matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$  (coluna correspondente a tomar como referência o registo captado em  $x_2$ ), para identificar a configuração dos modos de vibração, ou ainda a terceira coluna (em que a referencia é o registo captado em  $x_3$ ).

Utilizando qualquer uma das colunas da matriz DEP as configurações modais que se obtêm deverão ser semelhantes (não é de esperar que a escolha do acelerómetro de referência possa influenciar a configuração dos modos identificados). Convém notar que quando se escolhe uma coluna da matriz DEP para analisar as configurações modais está-se a escolher como referência a direção analisada (1ª coluna- $x_1$ , 2ª coluna- $x_2$  e 3ª coluna- $x_3$ ) correspondente ao número dessa coluna. Na prática, verifica-se que devido a imprecisões nas medições e ao facto da excitação não ser geralmente um ruído branco (como se admite em termos teóricos quando se efetua a identificação modal de uma estrutura usando estas técnicas de análise espectral) não se obtêm configurações modais exatamente iguais quando se escolhem colunas diferentes, ou seja, quando se escolhem diferentes acelerómetros como referência. O ideal será obter as configurações modais fazendo a média das que se obtêm para cada uma das colunas. Isto pode-se conseguir calculando os valores e vetores singulares da matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$ , como se mostra mais à frente.

### 3.3.2.2 Cálculo da matriz densidade espectral de potência $M_{DEP}$ com base no método de *Random Decrement*

Na Figura 3.9 apresenta-se esquematicamente a denominada técnica de *Random Decrement* (Cole, 1973) (Asmussen, 1997) para cálculo da matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$ , considerando o exemplo anterior de medição de 3 acelerogramas num ensaio realizado na barragem. Este método consiste na sobreposição de janelas temporais de um dado comprimento cuja posição inicial corresponde aos pontos de intersecção entre o registo e uma linha horizontal (nível de corte) posicionada geralmente a uma distância do valor médio do sinal igual ao dobro do desvio padrão (como se indica no primeiro acelerograma da Figura 3.9). As janelas temporais (de 50 s, neste caso) identificadas no primeiro registo de acelerações são aplicadas aos três acelerogramas e dão origem aos três acelerogramas da 1ª primeira coluna da matriz “*Random Decrement*” apresentada na Figura 3.9. As janelas temporais identificadas da mesma forma no 2º acelerograma dão origem à 2ª coluna da referida matriz e as janelas temporais identificadas no 3º acelerograma dão origem à 3ª coluna.

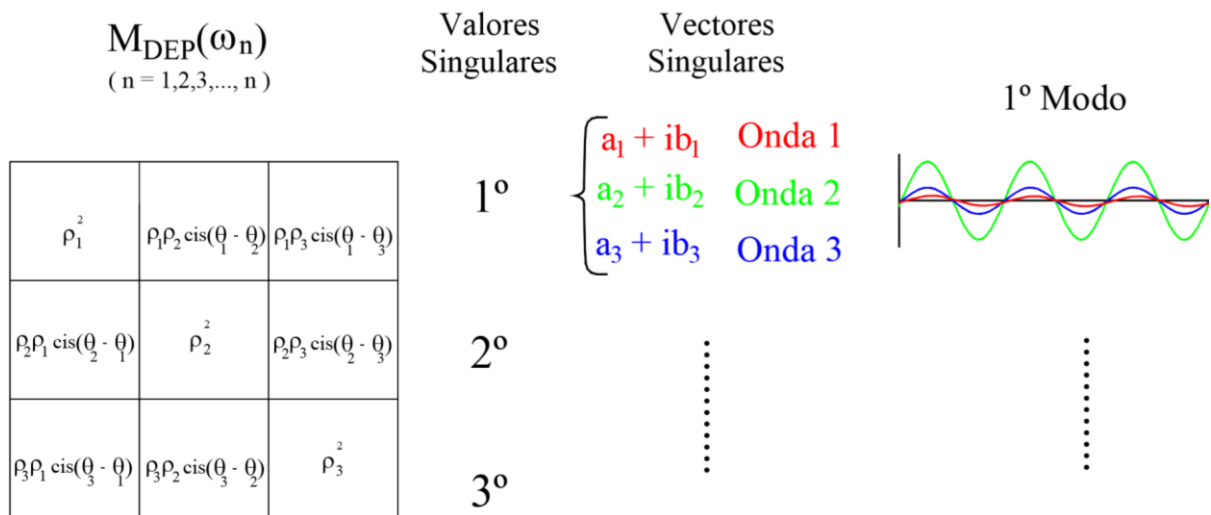
Com os registos temporais da 1ª coluna (registos do tipo *Random Decrement*) calcula-se uma matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$  (a transformada de Fourier de cada um dos registos de 50 s é calculada com uma única janela). Com os registos temporais da 2ª coluna calcula-se outra matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$  e o mesmo com os registos temporais da 3ª coluna. A matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$  final corresponde à média das 3 matrizes anteriores.



**Figura 3.9:** Método de *Random Decrement* para cálculo da matriz de densidade espectral de potência.

### 3.3.2.3 Métodos baseados no cálculo de valores e vetores singulares da matriz de densidade espectral de potência $M_{DEP}$

Como foi referido atrás, para uma dada frequência natural  $\omega_n$  (frequência de um pico espectral importante) é possível obter a configuração do respetivo modo de vibração usando a informação contida em todas as colunas da matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$  (calculada para a referida frequência natural) recorrendo ao cálculo dos seus valores e vetores singulares. O primeiro vetor singular da matriz  $M_{DEP} = \underline{S}(\omega_n)$  corresponde à configuração modal pretendida (Figura 3.10): neste caso o primeiro vetor singular contém três números complexos, ou seja, contém os parâmetros das três ondas que descrevem o movimento oscilatório de cada um dos três GL, para a frequência em análise.



**Figura 3.10:** Determinação da configuração modal correspondente ao primeiro modo de vibração através do cálculo do primeiro vetor singular da matriz DEP.

Quando se faz este tipo de análise é útil traçar os espectros dos valores singulares pois estes apresentam picos espectrais coincidentes com os picos dos espectros de amplitude.

### 3.4 Considerações Finais

Neste capítulo, foram abordados os fundamentos das técnicas de identificação modal no domínio da frequência tendo-se referido algumas das principais variantes introduzidas no programa **Modal\_ID2.0**. Apresentaram-se, inicialmente, os fundamentos da análise de Fourier referindo a decomposição de funções em somatórios de ondas ou somatórios de Fourier, o conceito de transformadas de Fourier e a utilização de métodos computacionais para o cálculo da transformada discreta de Fourier.

Apresentou-se o programa de identificação modal desenvolvido no LNEC, **Modal\_ID2.0**, utilizado no âmbito desta dissertação, descrevendo as suas principais funcionalidades e os respetivos fundamentos teóricos.

# 4

## **Modelação do Comportamento Dinâmico de Sistemas Barragem-Fundação-Albufeira**

### **4.1 Considerações Iniciais**

Este capítulo aborda o tema da modelação do comportamento dinâmico de sistemas barragem-fundação-albufeira apresentando-se algumas das principais formulações adotadas.

Apresentam-se os fundamentos das formulações em deslocamentos baseadas na equação de Navier e referem-se os fundamentos do MEF com vista à sua utilização na resolução do presente problema de valores de fronteira. Referem-se as diferentes formulações utilizadas para simular a interação dinâmica água-estrutura, nomeadamente a formulação de massas de água associadas e uma formulação em pressões para simular o comportamento dinâmico da albufeira.

## 4.2 Fundamentos de Análise Dinâmica

Uma estrutura sujeita a uma força externa variável no tempo  $f(t)$ , sofre um movimento oscilatório a partir da sua posição inicial. Para um sistema oscilatório simples com 1 grau de liberdade do tipo massa-mola (massa  $m$ , mola de rigidez  $k$  e amortecimento  $c$ ) o equilíbrio do movimento ou equilíbrio dinâmico traduz-se, em cada instante de tempo, pelo equilíbrio entre todas as forças envolvidas, nomeadamente, força de inércia, força de amortecimento, força elástica e forças externas.

$$f_I(t) + f_A(t) + f_E(t) + f(t) = 0 \quad (4.1)$$

em que:

$$f_I(t) = -m \cdot \ddot{u}(t) \quad - \text{Força de inércia (2ª Lei de Newton)} \quad (4.2)$$

$$f_A(t) = -c \cdot \dot{u}(t) \quad - \text{Força de amortecimento} \quad (4.3)$$

$$f_E(t) = -k \cdot u(t) \quad - \text{Força de restituição elástica.} \quad (4.4)$$

$$f(t) \quad - \text{Força externa, variável no tempo} \quad (4.5)$$

Assim a equação de equilíbrio dinâmico de um sistema oscilatório simples com 1 GL é uma equação diferencial ordinária de 2ª ordem

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = f(t) \quad (4.6)$$

Esta equação de 2ª ordem também pode ser escrita para sistemas com vários graus de liberdade ( $N_{GL}$ ), recorrendo às matrizes de massa  $\underline{m}$ , rigidez  $\underline{k}$  e amortecimento  $\underline{c}$  ( $N_{GL} \times N_{GL}$ ) e aos vetores de aceleração  $\underline{\ddot{u}}(t)$ , velocidade  $\underline{\dot{u}}(t)$ , deslocamentos  $\underline{u}(t)$  e forças  $\underline{f}(t)$  ( $N_{GL} \times 1$ )

$$\underline{m} \cdot \underline{\ddot{u}}(t) + \underline{c} \cdot \underline{\dot{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = \underline{f}(t) \quad (4.7)$$

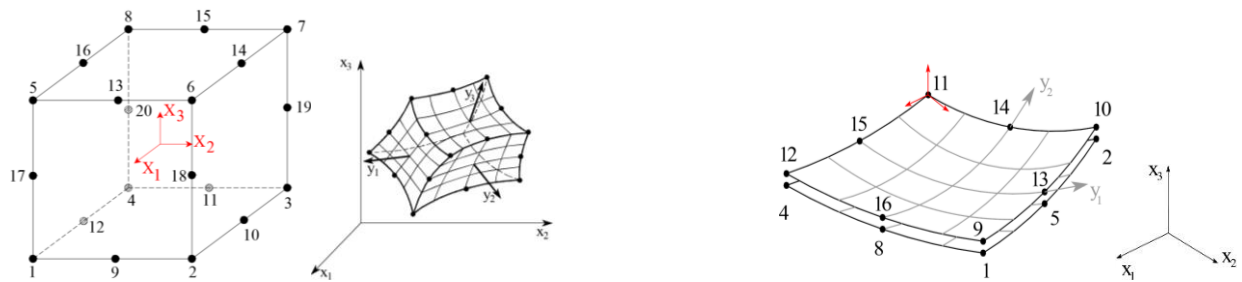
Na Figura 4.1 apresentam-se, de forma esquemática, as equações fundamentais da Mecânica Estrutural e, em particular, a equação de Navier para a análise do equilíbrio dinâmico. Mostra-se ainda como se pode utilizar o MEF para resolver a equação de Navier.



Na Figura 4.1 apresentam-se os passos principais que permitem obter a equação de equilíbrio discretizada (MEF) cuja solução corresponde aos deslocamentos nodais. Numa 1ª etapa apresentam-se as equações fundamentais da mecânica dos sólidos e a equação de Navier.

Na 2ª etapa utiliza-se o LFCV e o Teorema de Green-Gauss, para obter a forma integral ou forma fraca da equação de Navier, ou o PTV, introduzindo-se de seguida a aproximação fundamental do MEF ( $\underline{u} = \underline{N} \cdot \underline{u}^e$ ,  $\underline{\epsilon} = \underline{B} \cdot \underline{u}^e$ ) (Zienkiewicz O. C., 1967).

Neste processo há que ter em conta que no caso de barragens utilizam-se geralmente malhas de elementos finitos cúbicos de 20 pontos nodais, com 3 graus de liberdade por nó, correspondendo a 60 graus de liberdade por cada elemento (Figura 4.2). Os elementos de interface ou de junta podem ser usados para simular as juntas de contração e eventuais fendas e são elementos de 16 pontos nodais com 3 graus de liberdade por nó (Figura 4.2).



**Figura 4.2** – Representação do elemento finito sólido e elemento de junta ou interface.

### 4.2.1 Formulação no Espaço de Estados

A formulação no espaço de estados ou formulação em velocidades e deslocamentos, é uma formulação que pode ser adotada com vantagens na análise dinâmica de sistemas barragem-albufera-fundação (Chopra A. &, 1992) (Oliveira, Silvestre, Espada, & Câmara, 2012).

Com esta formulação de estado é possível considerar a matriz de amortecimento global não proporcional às matrizes de massa  $\underline{m}$  e de rigidez  $\underline{k}$  e, ainda assim, obter a diagonalização do problema recorrendo aos valores e vetores próprios da matriz de estado. A formulação de estado consiste em adotar como funções incógnitas, não apenas as  $N_{GL}$  histórias de deslocamentos  $\underline{u} = \underline{u}(t)$ , mas também as correspondentes  $N_{GL}$  histórias de velocidade  $\underline{v} = \underline{v}(t)$ , trabalhando com um sistema de  $2N_{GL}$  equações diferenciais de 1ª ordem, equivalente ao sistema original de  $N_{GL}$  equações diferenciais de 2ª ordem. Na Figura 4.3 apresenta-se em detalhe a formulação de estado referida para o caso em que se admite que os elementos finitos de albufera podem ser simulados como sólidos degenerados com módulo de distorção nulo ( $G_{\text{água}}=0$ ).

## FORMULAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS

### Formulação matemática

Equilíbrio de forças num ponto

Forma diferencial ou forma forte

$$\underline{L}^T(\underline{D}\underline{L}\underline{u}) + \underline{f} = \underline{0}, \text{ em } V$$

Condições de fronteira e iniciais

Forma adequada para aplicação do MDF

**LFCV**  
Teorema de Green-Gauss

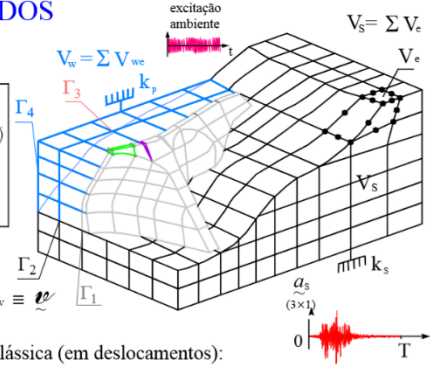
Equilíbrio energético a verificar em todo o volume: **PTV**

Forma integral ou forma fraca

$$\int_V (\underline{L}\underline{u})^T \underline{D} (\underline{L}\underline{v}) dV = \int_V \underline{f} \underline{v}, \forall \underline{v} \in \mathcal{D}$$

Condições de fronteira e iniciais

Forma adequada para aplicação do MEF



### Resolução numérica (MEF)

#### 1ª Etapa Integração espacial

O campo de deslocamentos e as funções de teste (ou desloc. virtuais) são aproximados por interpolação, obtendo-se:  $\underline{u} = \underline{N} \underline{u}^e$

$$\left. \begin{aligned} \underline{m} &= \sum \underline{m}^e \\ \underline{c} &= \sum \underline{c}^e \\ \underline{k} &= \sum \underline{k}^e \\ \underline{f}_G &= \sum \underline{f}^e \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{m}^e &= \int_V \underline{m} \underline{N}^T \underline{N} dV \\ \underline{c}^e &= \int_V \underline{c} \underline{N}^T \underline{N} dV \\ \underline{k}^e &= \int_V \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} dV \\ \underline{f}^e &= -\underline{m}^e \underline{a}_s^e \text{ (sismo)} \end{aligned} \right\}$$

Representação clássica (em deslocamentos):

$$\underline{m} \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c} \dot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \underline{u}(t) = \underline{f}_G(t)$$

Sistema de  $N_{GL}$  equações diferenciais de 2ª ordem

#### Formulação de Espaço de Estados

$$\underline{u}(t) = \underline{\dot{v}}(t)$$

$$\underline{m} \dot{\underline{v}}(t) + \underline{c} \underline{v}(t) + \underline{k} \underline{u}(t) = \underline{s} \underline{f}(t)$$

$$\dot{\underline{v}}(t) = -\underline{m}^{-1} \underline{k} \underline{u}(t) - \underline{m}^{-1} \underline{c} \underline{v}(t) + \underline{m}^{-1} \underline{s} \underline{f}(t)$$

Através da Matriz de Estado  $\underline{A}$  retira-se os valores próprios complexos  $\lambda_n$

$$\underline{A} \underline{\Phi}_E = \lambda_E \underline{\Phi}_E \Leftrightarrow [\underline{A} - \lambda_E \underline{I}] \underline{\Phi}_E = \underline{0} \Rightarrow \lambda_n = -\xi_n \omega_n + i \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2}$$

Matriz Modal de estado  $\underline{\Phi}_E$   
(Vectores Próprios)

$$\underline{\Phi}_E = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_{nE} & \underline{\Phi}_{nE} \\ \underline{\Phi}_{nE} \lambda_n & \underline{\Phi}_{nE} \lambda_n \end{bmatrix}, \underline{\Phi}_{nE} = [\dots \phi_n \dots]$$

$\underline{\Phi}_{nE}$  conjugado de  $\underline{\Phi}_{nE}$

$(n = 1, 2, \dots, N_{GL})$

Matriz Valores Próprios

$$\underline{\lambda}_E = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \bar{\lambda} \end{bmatrix}, \underline{\lambda}_E = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$\bar{\lambda}$  - conjugado de  $\lambda$

Representação no espaço de estados (em desl. e velocidades):

$$\begin{cases} \dot{\underline{u}}(t) \\ \dot{\underline{v}}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{m}^{-1} \underline{k} & -\underline{m}^{-1} \underline{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}(t) \\ \underline{v}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{m}^{-1} \underline{s} \end{bmatrix} \underline{f}(t)$$

Condições iniciais

Sistema de  $2N_{GL}$  equações diferenciais de 1ª ordem.

As frequências naturais  $\omega_n = |\lambda_n|$ , os amortecimentos modais  $\xi_n = \text{Re}(\lambda_n) / \omega_n$ , Amplitude ( $\rho$ ) e angulo de fase ( $\theta$ ) do modo  $n$  e  $G$ . Liberdade  $m$ :

$$\rho_{(nm)} = |\phi_{(nm)}|, \theta_{(nm)} = \text{arctg}(\text{Im}(\phi_{(nm)}) / \text{Re}(\phi_{(nm)}))$$

Factor de participação Modal  $\rightarrow \underline{L}_E = \underline{\Phi}_E^{-1} \underline{B}$

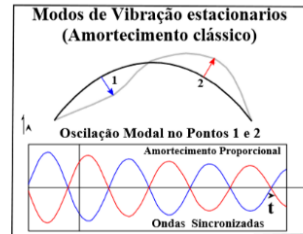
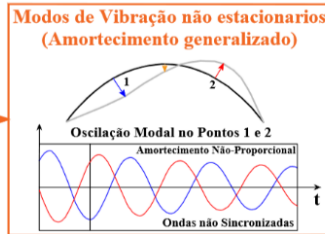
Matriz de Estado

Vector de Estado

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{f}(t)$$

Condições iniciais

Há que ter em conta que os modos de vibração são obtidos através dos correspondentes vectores próprios complexos, corresponde a Modos de **Vibração não estacionários**



Conversão de coordenadas modais para coordenadas estruturais:

$$\underline{x} = \underline{\Phi} \cdot \underline{z}$$

### 2ª Etapa. Integração no tempo

A integração no tempo pode ser efectuada em coordenadas modais ou em coordenadas estruturais. O tempo é descrito em intervalos de tempo iguais ( $t = k \Delta t$ ) e foram deduzidas soluções recursivas. Para forças lineares ao longo do tempo e utilizando as coordenadas modais  $\underline{z}$  ( $\underline{x} = \underline{\Phi}_E \underline{z}$ , em que  $\underline{\Phi}_E$  é a matriz dos vectores próprios de  $\underline{A}$ , e  $\underline{\lambda}_E$  é a matriz diagonal dos valores próprios,  $\underline{\lambda}_E = \underline{\Phi}_E^{-1} \underline{A} \underline{\Phi}_E$ ) obtêm-se equações independentes de  $2 N_{GL}$  ( $\underline{z} = \underline{\lambda}_E \underline{z} + \underline{f}^*$ ), em que as soluções são descritas por:

$$\underline{z}_n(t_{i+1}) = e^{\lambda_E \Delta t} \underline{z}_n(t_i) + \frac{(\Delta t - 1)(e^{\lambda_E \Delta t} - 1) - \lambda_E}{\lambda_E / \Delta t} \underline{f}_n^*(t_i) + \frac{(\Delta t - 1)(e^{\lambda_E \Delta t} - 1) - \lambda_E}{\lambda_E / \Delta t} \underline{f}_n^*(t_{i+1}), \underline{f}_n^* = \underline{\Phi}_E^{-1} \underline{B} \underline{f}_G(t)$$

(forças lineares)

Podendo ser escrita de uma forma simplificada:

$$\underline{z}_n(t_{i+1}) = e^{\lambda_E \Delta t} \underline{z}_n(t_i) + \frac{(e^{\lambda_E \Delta t} - 1)}{\lambda_E} \underline{f}_n^*(t_i)$$

(forças constantes)

As coordenadas modais têm de ser convertidas para coordenadas estruturais:

$$\underline{x} = \underline{\Phi} \cdot \underline{z}$$

Figura 4.3 – Representação esquemática dos passos da formulação no espaço de estados.

Na Figura 4.3 apresenta-se a referida formulação de estado para a qual a equação que descreve o movimento oscilatório de um modelo estrutural discretizado espacialmente é dada por:

$$\dot{\underline{\tilde{x}}} = \underset{(mck)}{\underline{A}} \underline{\tilde{x}} + \underset{(ms)}{\underline{B}} \underline{\tilde{f}} \quad (4.8)$$

A diagonalização desta equação de estado obtém-se através da transformação para coordenadas modais ( $\underline{z}$ ) utilizando a matriz modal de estado  $\underline{\Phi}_E$  ( $2N_{GL} \times 2N_{GL}$ ).

$$\underline{\tilde{x}} = \underline{\Phi}_E \underline{z} \quad (4.9)$$

A matriz modal de estado é composta pelos vetores próprios da matriz de estado  $\underline{A}$ , os quais são obtidos resolvendo o sistema,  $[\underline{A} - \lambda_E \underline{I}] \underline{\phi}_E = \underline{0}$  (valores e vetores próprios complexos). Na Figura 4.3 indica-se que para um dado modo  $n$  o valor próprio  $\lambda_n$  pode ser escrito em termos da frequência natural  $\omega_n$  e do coeficiente de amortecimento modal  $\xi_n$ , sendo

$$\lambda_n = -\xi_n \omega_n + i \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2} \quad (4.10)$$

A formulação de estado pode também ser escrita recorrendo a duas sub-matrizes  $\underset{(mc)}{\underline{A}}$  e  $\underset{(mk)}{\underline{A}}$ , ambas de dimensão ( $2N_{GL} \times 2N_{GL}$ ). Neste caso a equação de estado obtém-se através do seguinte sistema (4.11), tendo a vantagem de não exigir o cálculo da inversa da matriz modal  $\underline{\Phi}_E$  quando se pretende resolver o problema em coordenadas modais. Neste caso a formulação de estado obtém-se da seguinte forma

$$\begin{cases} \dot{\underline{u}} = \underline{v} \\ \underline{m} \dot{\underline{v}}(t) + \underline{c} \underline{v}(t) + \underline{k} \underline{u}(t) = \underline{s} \underline{\tilde{f}}(t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\underline{u}}(t) = \underline{v}(t) \\ \dot{\underline{v}}(t) = -\underline{m}^{-1} \underline{k} \underline{u}(t) - \underline{m}^{-1} \underline{c} \underline{v}(t) + \underline{m}^{-1} \underline{s} \underline{\tilde{f}}(t) \end{cases} \quad (4.11)$$

que, na forma matricial, envolve as referidas sub-matrizes de estado  $\underset{(mc)}{\underline{A}}$  e  $\underset{(mk)}{\underline{A}}$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{c} & \underline{m} \\ \underline{m} & \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underset{(mc)}{\underline{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\underline{u}}(t) \\ \dot{\underline{v}}(t) \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{x}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{k} & \underline{0} \\ \underline{0} & -\underline{m} \end{bmatrix}}_{\underset{(mk)}{\underline{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{u}(t) \\ \underline{v}(t) \end{bmatrix}}_{\underline{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{s} \\ \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underset{(s0)}{\underline{B}}} \underline{\tilde{f}}(t) \quad (4.12)$$

em que:

$$\underline{\underline{A}}_{(mc)} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{c}} & \underline{\underline{m}} \\ \underline{\underline{m}} & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{- "Sub-Matriz" de estado de dimensão } (2N_{GL} \times 2N_{GL}) \text{ correspondente} \\ \text{à distribuição de massa } (\underline{\underline{m}}) \text{ e amortecimento } (\underline{\underline{c}}) \text{ pelo sistema} \\ \text{estrutural discretizado} \end{array}$$

$$\underline{\underline{A}}_{(mk)} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{k}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & -\underline{\underline{m}} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{- "Sub-Matriz" de estado de dimensão } (2N_{GL} \times 2N_{GL}) \text{ correspondente} \\ \text{à distribuição de massa } (\underline{\underline{m}}) \text{ e a rigidez } (\underline{\underline{k}}) \text{ pelo sistema estrutural} \\ \text{discretizado} \end{array}$$

$$\underline{\underline{B}}_{(s0)} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{s}} \\ \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{- Vetor espacial de dimensão } (2N_{GL} \times nI) \text{ com a função de distribuição} \\ \text{espacial das histórias de forças } (nI) \text{ pelos graus de liberdade} \end{array}$$

A equação de estado, tendo em conta as duas sub-matrizes de estado, é equivalente à equação de estado original em que se considera apenas uma matriz de estado  $\underline{\underline{A}}_{(mck)}$

$$\underline{\underline{A}}_{(mc)} \dot{\underline{\underline{x}}} + \underline{\underline{A}}_{(mk)} \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{B}}_{(s0)} \underline{\underline{f}} \Leftrightarrow \dot{\underline{\underline{x}}} = \underline{\underline{A}}_{(mck)} \underline{\underline{x}} + \underline{\underline{B}}_{(ms)} \underline{\underline{f}} \quad (4.13)$$

Esta equivalência pode ser verificada tendo em conta que

$$\underline{\underline{A}}_{(mck)} = -\underline{\underline{A}}_{(mc)}^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}_{(mk)} \quad , \quad \underline{\underline{B}}_{(ms)} = \underline{\underline{A}}_{(mc)}^{-1} \cdot \underline{\underline{B}}_{(s0)} \quad (4.14)$$

A diagonalização da equação de estado envolvendo as duas referidas sub-matrizes de estado, obtém-se diretamente com base matriz modal  $\underline{\underline{\Phi}}_E$  e na sua transposta. Os valores e os vetores próprios são obtidos através da resolução do seguinte problema de valores e vetores próprios

$$\left[ \underline{\underline{A}}_{(mk)} - \lambda_E \underline{\underline{A}}_{(mc)} \right] \underline{\underline{\phi}}_E = \underline{\underline{0}} \quad (4.15)$$

A vantagem desta formulação é que permite obter a diagonalização sem recorrer à inversa da matriz modal  $\underline{\underline{\Phi}}_E$ , ou seja

$$\underline{\underline{A}}_{(mc)}^{Mod} = \underline{\underline{\Phi}}_E^T \cdot \underline{\underline{A}}_{(mc)} \cdot \underline{\underline{\Phi}}_E = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ & a_j & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad , j=1,2,\dots,2N_{GL} \quad (4.16)$$

$$\underline{\underline{A}}_{(mk)}^{Mod} = \underline{\underline{\Phi}}_E^T \cdot \underline{\underline{A}}_{(mk)} \cdot \underline{\underline{\Phi}}_E = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ & b_j & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad , j=1,2,\dots,2N_{GL} \quad (4.17)$$

A diagonalização da equação de estado (4.8) obtém-se através da conversão para coordenadas modais (4.9) e pela multiplicação de ambos os membros de (4.8) por  $\underline{\Phi}_E^T$ , obtendo-se então o seguinte sistema diagonalizado

$$\underline{A}_{(mc)}^{Mod} \cdot \dot{\underline{z}} + \underline{A}_{(mk)}^{Mod} \cdot \underline{z} = \underbrace{\underline{\Phi}_E^T \underline{B}}_{\underline{L}_E} \underline{f} \quad (4.18)$$

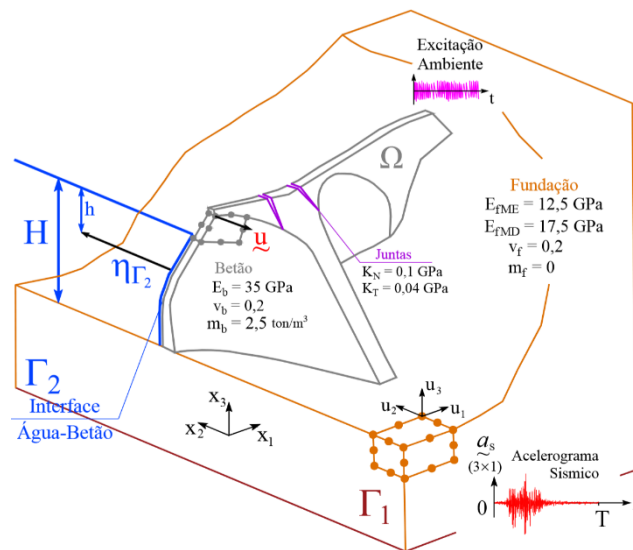
Por fim é de referir que os valores próprios podem ser obtidos através da seguinte expressão

$$\underline{\lambda}_E = -\underline{A}_{(mc)}^{-1} \cdot \underline{A}_{(mk)}^{Mod} \quad (4.19)$$

### 4.3 Formulação de Massas de Água Associadas (Formulação Clássica)

A formulação de massas de água associadas é, pela sua simplicidade e eficiência computacional, uma das mais utilizadas para simular as pressões hidrodinâmicas resultantes da interação água-estrutura. Esta formulação, baseada na hipótese de Westergaard (Westergaard., 1933), foi implementada computacionalmente no âmbito desta dissertação considerando-se a possibilidade de introduzir um coeficiente de redução da massa de água (em sistemas barragem-fundação-albufeira é usual adotar um coeficiente de redução das massas de água associadas na ordem de 50% (Houqun, 2014)). O programa implementado para cálculo com a hipótese MAA50% foi validado (modelo MAA50%) comparando os resultados com os do programa DynDam1.0 (desenvolvido no LNEC em MATLAB). Com esta formulação não é necessário discretizar o reservatório: as pressões hidrodinâmicas são calculadas através da hipótese de Westergaard, sendo corrigidas pelo referido coeficiente de redução (geralmente da ordem 50%) mas que poderá ser ajustado de forma a que os resultados numéricos se ajustem da melhor forma ao comportamento observado (ensaios de vibração in-situ). Esta formulação recorrendo à hipótese de massas de água associadas é descrita da seguinte equação (4.20) em que são referidas as principais fronteiras ( $\Gamma_1$ -base do bloco de fundação e  $\Gamma_2$ -paramento de montante) indicadas na Figura 4.4.

$$\begin{cases} \underline{L}^T (\underline{DL}\underline{u}) + \underline{f} = \underline{0} \quad , \forall P \in \Omega \\ \underline{u} = \underline{0} \quad , \quad \underline{\ddot{u}} = \underline{a}_s \quad , \text{ em } \Gamma_1 \\ \underline{\sigma}_N = \underline{n}_{\Gamma_2} p_H + \underline{n}_{\Gamma_2} p_{HDin} \quad , \text{ em } \Gamma_2 \end{cases} \quad (4.20)$$



**Figura 4.4** - Representação esquemática de uma barragem ( $\Omega$ ) com indicação das fronteiras  $\Gamma_1$  (em que se impõem deslocamentos nulos e histórias de acelerações sísmicas) e  $\Gamma_2$  (em que se aplicam tensões normais correspondentes à pressão hidrostática e hidrodinâmica).

em que:

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| $\underline{\tilde{f}}$        | - Vetor 3×1 com as três componentes das forças mássicas em P<br>$\underline{\tilde{f}} = \underline{\tilde{f}}_g + \underline{\tilde{f}}_I + \underline{\tilde{f}}_A = m \underline{\tilde{g}} - m(\underline{\ddot{u}} + \underline{\tilde{a}}_S) - c \underline{\dot{u}}$   |
| $\underline{\tilde{\sigma}}_N$ | - Vetor com as três componentes da tensão normal no paramento de montante ( $\underline{n}_{\Gamma_2}$ é o vetor unitário com a direção da normal ao paramento de montante);  |
| $P_H$                          | - Pressão hidrostática, $p_H = m_a g h$ , em que h é a altura de água acima do ponto de cálculo;  |
| $P_{HDin}$                     | - Pressão hidrodinâmica, $p_{HDin} = 7/8 m_a \sqrt{H \cdot h} \ (\underline{\ddot{u}} + \underline{\tilde{a}}_S)_N\ $ (fórmula de Westergaard), em que $m_a$ é massa específica da água, H é a altura de água acima da fundação (variável de consola para consola de acordo com a respetiva cota da inserção), h é a profundidade e $\ (\underline{\ddot{u}} + \underline{\tilde{a}}_S)_N\ $ é o módulo da aceleração total na direção normal ao paramento. |

**Tabela 4.1** – Representação das componentes do problema de valores de fronteira.

Como já referido atrás, através do LFCV e do teorema de Green-Gauss é possível passar da forma forte (ou diferencial) (4.20) para a forma fraca (ou integral). Considerando a aproximação fundamental do MEF obtém-se a seguinte equação (4.21) que traduz o equilíbrio dinâmico de um elemento finito de volume V com uma face de área S contida na fronteira  $\Gamma_2$  (paramento de montante).

$$(\underline{m}^e + \underline{m}_a^e) \underline{\ddot{u}}^e + \underline{c}^e \underline{\dot{u}}^e + \underline{k}^e \underline{u}^e = \underline{f}_{\tilde{g}}^e + \underline{f}_{PH}^e + \underline{f}_{Sismo}^e + \underline{f}_{PHdin}^e \quad (4.21)$$

em que

|  |   |
|--|---|
| $\underline{m}^e = \int_V \underline{N}^T m \underline{N} dV$  | - Matriz de massas elementar, onde $\underline{N}$ é a matriz das funções de interpolação   |
| $\underline{m}_a^e = \int_S \underline{N}^T \alpha_{PHdin} n_{\Gamma_2}^T n_{\Gamma_2} \underline{N} dS$ | - Matriz das massas de água elementar, onde $\alpha_{PHdin} = C_R \frac{7}{8} m_a \sqrt{H \cdot h}$ e $C_R$ é o coeficiente de redução ( $\approx 0,5$ )  |
| $\underline{c}^e = \int_V \underline{N}^T c \underline{N} dV$  | - Matriz de amortecimento elementar considerada quando se toma a hipótese de amortecimento generalizado em que $C$ é o amortecimento específico. Quando se utiliza a hipótese de Rayleigh $\underline{c}^e = c_\alpha \cdot \underline{m}^e / m + c_\beta \cdot \underline{k}^e$ , este é proporcional às matrizes de rigidez e de massa. |

|   |   |
|---|---|
| $\underline{\mathbf{k}}^e = \int_V \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{B}} dV$ | - Matriz de rigidez elementar, em que $\underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{L}} \underline{\mathbf{N}}$ é a matriz com as derivadas das funções de interpolação  |
| $\underline{\mathbf{f}}_g^e = \int_V \underline{\mathbf{N}}^T \underline{\mathbf{f}}_g dV$                    | - Vetor da força gravítica elementar, em que $\underline{\mathbf{f}}_g = m \underline{\mathbf{g}}$ ( $3 \times 1$ ) e $m$ é a massa específica dos materiais e $\underline{\mathbf{g}}$ é o vetor $[0 \ 0 \ -9,81]^T$ (m/s <sup>2</sup> ) da aceleração gravítica |
| $\underline{\mathbf{f}}_{PH}^e = \int_S \underline{\mathbf{N}}^T \underline{\mathbf{s}}_{PH} dS$              | - Vetor das forças hidrostáticas elementares, em que $\underline{\mathbf{s}}_{PH} = \underline{\mathbf{n}}_{\Gamma_2}^T m_a g h$ é a parcela de aplicação da pressão hidrostática e $\underline{\mathbf{n}}_{\Gamma_2}^T$ o vetor de aplicação da mesma.          |
| $\underline{\mathbf{f}}_{Sismo}^e = -\underline{\mathbf{m}}^e \underline{\mathbf{a}}_S^e$                     | - Vetor das forças do sismo elementares, em que $\underline{\mathbf{a}}_S^e$ é o vetor das acelerações sísmicas   |
| $\underline{\mathbf{f}}_{PHdin}^e = -\underline{\mathbf{m}}_a^e \underline{\mathbf{a}}_S^e$                   | - Vetor das forças hidrodinâmicas elementar, em que $\underline{\mathbf{m}}_a^e$ é a matriz das massas de água e o vetor das acelerações sísmicas $\underline{\mathbf{a}}_S^e$  |

**Tabela 4.2** – Componentes constituintes da equação do movimento da formulação de Massas de Água Associadas.

Efetuando a sobreposição (ou “assemblagem”) das anteriores matrizes elementares obtém-se a equação diferencial ordinária (só com derivadas em ordem ao tempo) que traduz o equilíbrio global da estrutura discretizada sob ações dinâmicas.

#### 4.4 Formulação em Pressões e Deslocamentos. Albufeira discretizada em Elementos Finitos de Pressão

A modelação do comportamento estrutural de sistemas barragem-fundação-albufeira pode ser efetuada tendo em conta a discretização da albufeira em elementos finitos de pressão. Esta formulação foi implementada computacionalmente em MATLAB (programa **DamDySSA1.0**) no âmbito desta dissertação através do modelo MPD (baseado numa formulação em Pressões e Deslocamentos) e foi validado comparando os resultados obtidos com os do programa DySSA3.0 (desenvolvido no LNEC em MATLAB).

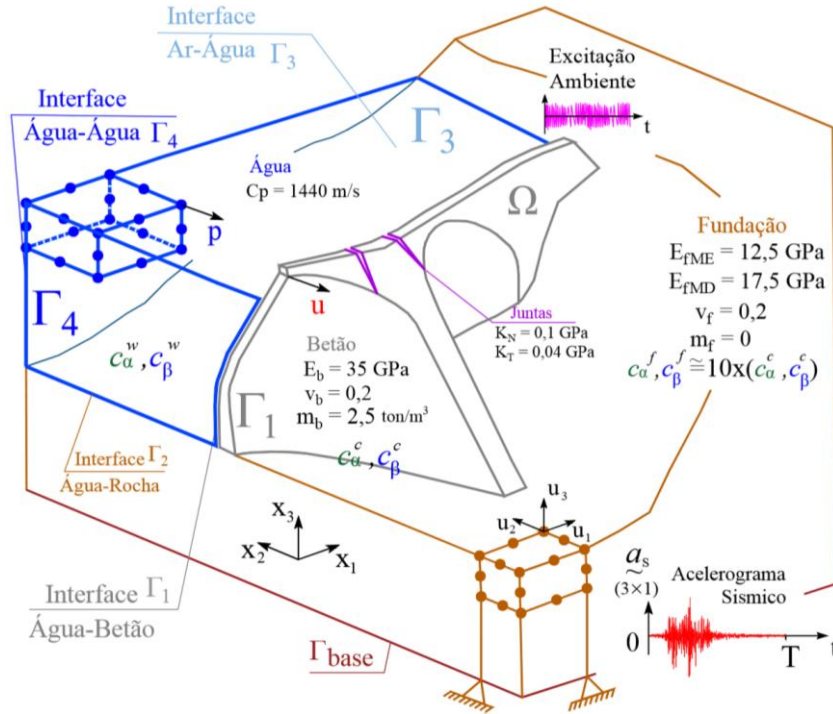
Nesta formulação é aplicada à equação de Navier para o cálculo da resposta estrutural da barragem e da fundação (domínio sólido  $\Omega$ ) e a equação da propagação de ondas para o fluido  $\nabla^2 p - 1/c_p^2 = 0$  em que  $c_p = \sqrt{K_{va}/m_a} \approx 1440 \text{ m/s}$  é a velocidade de propagação de ondas de pressão ( $K_{va}$  o módulo de compressibilidade volumétrica da água e  $m_a$  a massa específica da água). Consideram-se as seguintes condições de fronteira:

- i) deslocamentos nulos e histórias de acelerações impostas na base (base do bloco de fundação);
- ii) na interface água-ar  $\Gamma_3$  admite-se pressão nula (despreza-se o efeito das ondas gravíticas);
- iii) na interface água-água  $\Gamma_4$  considera-se que as ondas de pressão não são refletidas propagando-se por toda a albufeira que é considerada como um meio semi-infinito.

Desta forma fica definido o seguinte problema de valores de fronteira (Zienkiewicz O. C., 2005):

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{L}^T(\underline{DL}\underline{u}) + \underline{f} = \underline{0} \quad , \forall P \in \Omega_{\text{sólido}} \\ \nabla^2 p - 1/c_p^2 = 0 \quad , \forall P \in \Omega_{\text{fluido}} \\ \underline{u} = \underline{0} \quad , \quad \underline{\ddot{u}} = \underline{a}_s \quad , \text{ em } \Gamma_{\text{base}} \\ \frac{\partial p}{\partial n} = -m_a n_{\Gamma_1} \underline{\ddot{u}} \quad , \text{ em } \Gamma_1 \\ p = 0 \quad , \text{ em } \Gamma_3 \\ \frac{\partial p}{\partial n} = -\left(\frac{1}{c_p}\right) \dot{p} \quad , \text{ em } \Gamma_4 \end{array} \right. \quad (4.22)$$

Esta formulação tem uma elevada eficiência computacional e conduz a soluções numéricas estáveis e a modos complexos, considerando o amortecimento generalizado ou amortecimento de Rayleigh (clássico).



**Figura 4.5** - Representação esquemática de uma barragem ( $\Omega$ ) com indicação das fronteiras  $\Gamma_1$  (em que se impõem deslocamentos nulos e histórias de acelerações sísmicas),  $\Gamma_2$  (em que se aplicam tensões normais correspondentes à pressão hidrostática),  $\Gamma_3$  (considera a pressão vertical devido a ondulação) e  $\Gamma_4$  (em que se aplica a condição de radiação e se considera a propagação de ondas).

A equação do movimento considerada para a formulação em pressões e deslocamentos é dada da seguinte forma (4.23) considerando o vetor  $\underline{q}$  que inclui os deslocamentos  $\underline{u}$  e as pressões  $\underline{p}$  ( $N_{GL}=N_u+N_p$ )

$$\underline{M} \ddot{\underline{q}} + \underline{C} \dot{\underline{q}} + \underline{K} \underline{q} = \underline{F}_{SF}, \quad \underline{q} = \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{p} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$2N_{GL} \times 1$

ou

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{m} & \underline{0} \\ m_a \underline{Q}^T & \underline{S} \end{bmatrix}}_{\underline{M} \quad (N_{GL} \times N_{GL})} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{u}} \\ \ddot{\underline{p}} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{c} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{c}_R \end{bmatrix}}_{\underline{C} \quad (N_{GL} \times N_{GL})} \begin{bmatrix} \dot{\underline{u}} \\ \dot{\underline{p}} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{k} & -\underline{Q} \\ \underline{0} & \underline{H} \end{bmatrix}}_{\underline{K} \quad (N_{GL} \times N_{GL})} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_S \\ \underline{F}_F \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

em que:

|  |   |  |
|--|---|--|
| $\underline{Q}^e = \int_{\Gamma_1} \underline{N}_u^T \bar{n}_{\Gamma_1} \underline{N}_p \, dS$ <p>Interação água-estrutura</p> | $\underline{C}_R^e = \int_{\Gamma_4} \underline{N}_p^T \frac{1}{c_p} \underline{N}_p \, dS$ <p>Radiação água-água</p> | $\underline{S}^e = \int_{\Omega_f} \underline{N}_p^T \frac{1}{c_p^2} \underline{N}_p \, dV$ <p>Propagação das ondas de pressão no fluido (albufeira)</p> |
| $\underline{F}_F = \underline{0}$ <p>Forças nodais no fluido</p>   | $\underline{F}_S$ <p>Forças nodais no sólido</p>  | $\underline{H}^e = \int_{\Omega_f} \nabla \underline{N}_p^T \nabla \underline{N}_p \, dV$ <p>Matriz de compressibilidade para os elementos de fluido</p> |

**Tabela 4.3** – Componentes constituintes da equação de movimento da formulação em pressões e deslocamentos.

O sistema de equações diferenciais de 2ª ordem que descreve o comportamento dinâmico da estrutura (barragem-fundação-albufeira) pode ser convertido num sistema de equações de 1ª ordem considerando a mudança de variável  $\underline{v} = \underline{\dot{q}}$ , correspondendo a uma formulação de estado baseada em pressões e deslocamentos e nas correspondentes velocidades e derivadas de pressão. Através da referida mudança de variável obtém-se o seguinte sistema (4.25) que por sua vez dá origem à equação de estado na forma matricial (4.26)

$$\underline{M} \underline{\ddot{q}} + \underline{C} \underline{\dot{q}} + \underline{K} \underline{q} = \underline{F}_{SF} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{M} \underline{\dot{v}} + \underline{C} \underline{\dot{q}} + \underline{K} \underline{q} = \underline{F}_{SF} \\ \underline{\dot{q}} = \underline{v} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{M} \underline{\dot{v}} + \underline{C} \underline{\dot{q}} + \underline{K} \underline{q} = \underline{F}_{SF} \\ \underline{M} \underline{\dot{q}} - \underline{M} \underline{v} = \underline{0} \end{cases} \quad (4.25)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{M} \\ \underline{M}^T & \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\dot{q}} \\ \underline{\dot{v}} \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{0} \\ \underline{0} & -\underline{M}^T \end{bmatrix}}_{\underline{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{q} \\ \underline{v} \end{bmatrix}}_{\underline{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{F}_{SF} \\ \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{F}} \quad (4.26)$$

Esta equação de estado pode ser escrita na forma seguinte

$$\underline{A} \underline{\dot{x}} + \underline{B} \underline{x} = \underline{F} \quad (4.27)$$

em que surgem duas sub-matrizes de estado  $\underline{A}$  e  $\underline{B}$  e o vetor  $\underline{x} = \underline{x}(t)$  é dado por

$$\underline{x} = \underline{x}(t) = \begin{bmatrix} \underline{q} \\ \underline{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{p} \\ \underline{\dot{u}} \\ \underline{\dot{p}} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

A resolução do sistema  $[\underline{\mathbf{B}} + \lambda \underline{\mathbf{A}}] \underline{\phi} = \underline{0}$ , considerando as duas sub-matrizes de estado  $\underline{\mathbf{B}}$  e  $\underline{\mathbf{A}}$ , permite obter os valores próprios  $\lambda$  e os vetores próprios  $\underline{\phi}$  através da resolução do seguinte problema de valores e vetores próprios

$$[\underline{\mathbf{B}} + \lambda \underline{\mathbf{A}}] \underline{\phi} = \underline{0} \quad (4.29)$$

Com o MATLAB utiliza-se o comando  $[\text{eigVec}, \text{eigVal}] = \text{eigs}(\underline{\mathbf{B}}, -\underline{\mathbf{A}})$  para obter os pretendidos valores e vetores próprios. Os valores e vetores próprios, são sempre complexos, mesmo quando se considera a hipótese de amortecimento de Rayleigh.

A transformação para coordenadas modais ( $\underline{z}$ ) obtém-se com base na matriz modal  $\underline{\phi}$ , sendo

$$\underline{x} = \underline{\phi} \underline{z} \quad (4.30)$$

Introduzindo esta transformação de coordenadas na equação de estado  $\underline{\mathbf{A}} \dot{\underline{x}} + \underline{\mathbf{B}} \underline{x} = \underline{\mathbf{F}}$  obtém-se

$$\underline{\mathbf{A}} \underline{\phi} \dot{\underline{z}} + \underline{\mathbf{B}} \underline{\phi} \underline{z} = \underline{\mathbf{F}} \quad (4.31)$$

A diagonalização da equação de estado obtém-se multiplicando a anterior equação pela transposta conjugada da matriz modal  $\underline{\phi}^H$

$$\underbrace{\underline{\phi}^H \underline{\mathbf{A}} \underline{\phi}}_{\underline{\mathbf{A}}_{\text{Mod}}} \dot{\underline{z}} + \underbrace{\underline{\phi}^H \underline{\mathbf{B}} \underline{\phi}}_{\underline{\mathbf{B}}_{\text{Mod}}} \underline{z} = \underbrace{\underline{\phi}^H \underline{\mathbf{F}}}_{\underline{\mathbf{F}}_{\text{Mod}}} \quad (4.32)$$

Assim, pode-se escrever

$$\underline{\mathbf{A}}_{\text{Mod}} \dot{\underline{z}} + \underline{\mathbf{B}}_{\text{Mod}} \underline{z} = \underline{\mathbf{F}}_{\text{Mod}} \quad (4.33)$$

ou, multiplicando por  $-\underline{\mathbf{A}}_{\text{Mod}}^{-1}$ , obtém-se finalmente

$$\dot{\underline{z}} - \underbrace{\underline{\lambda}}_{-\underline{\mathbf{A}}_{\text{Mod}}^{-1} \underline{\mathbf{B}}_{\text{Mod}}} \underline{z} = \underbrace{-\underline{\mathbf{A}}_{\text{Mod}}^{-1} \underline{\mathbf{F}}_{\text{Mod}}}_{\underline{\mathbf{F}}} \quad (4.34)$$

que corresponde a um sistema de  $2 \times N_{\text{GL}}$  ( $N_{\text{GL}} = N_u + N_p$ ) equações diferenciais de 1ª ordem, as quais podem ser escritas da seguinte forma

$$\dot{z}_n - \lambda_n z_n = \mathbf{F}_n, \quad n = 1 \text{ a } 2 \times N_{\text{GL}} \quad (4.35)$$

Cada uma das anteriores equações pode ser resolvida com base na seguinte fórmula recursiva que pode ser considerada de  $n=1$  até  $2 \times N_{GL}$  ou considerando uma análise modal reduzida de  $n=1$  a  $N_{modos}$  considerados.

$$z_n(t_{i+1}) = e^{\lambda_n \Delta t} z_n(t_i) + \frac{1}{\lambda_n} (e^{\lambda_n \Delta t} - 1) F_n(t_i) \quad , \quad n = 1 \text{ a } 2 \times N_{GL} \quad (4.36)$$

Através da qual se obtêm as histórias das coordenadas modais que, por fim, permitem obter as pretendidas histórias das coordenadas estruturais (deslocamentos no corpo da barragem e pressões e na albufera, e respectivas derivadas no tempo) através de

$$\underline{\tilde{x}}(t) = \underline{\phi} \underline{z}(t) \quad (4.37)$$

#### 4.5 Considerações Finais

Neste capítulo apresentaram-se as duas formulações adotadas para simular a interação água-estrutura, nomeadamente a formulação de massas de água associadas e uma formulação com a albufera discretizada em elementos finitos de pressão. Mostrou-se o interesse da abordagem no espaço de estados que permite a consideração amortecimento generalizado. Foram utilizadas coordenadas modais para obter a diagonalização do problema, tendo-se salientado que no caso da formulação em pressões (albufera) e deslocamentos (corpo da barragem e fundação) surgem sempre modos complexos ou não estacionários mesmo que se considere a hipótese de amortecimento proporcional às matrizes globais de massa e rigidez.



# 5

## Barragem da Aguieira. Identificação Modal, Modelação e Análise do Comportamento Dinâmico

### 5.1 Considerações Iniciais

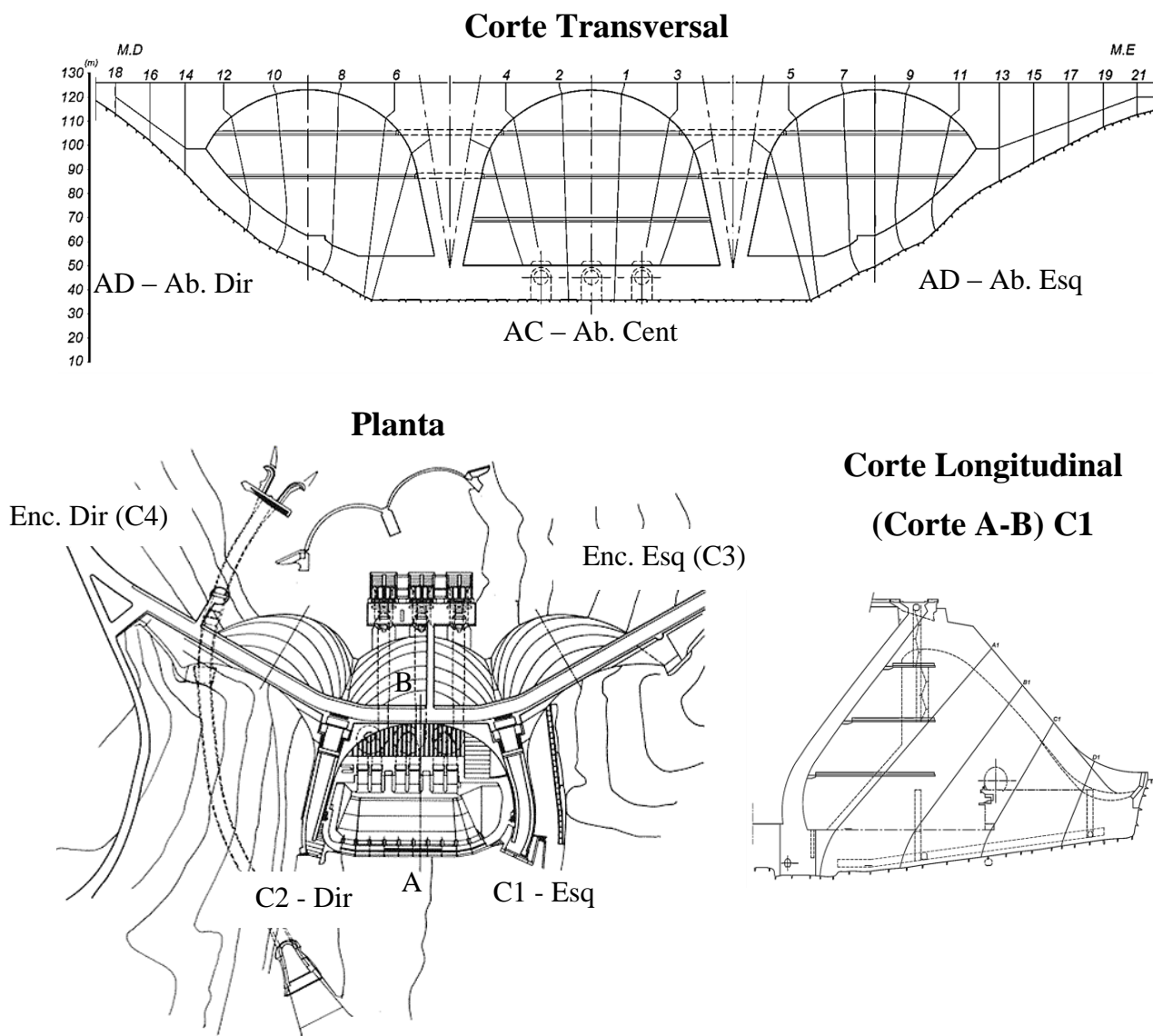
Neste capítulo analisa-se o comportamento dinâmico da barragem da Aguieira. Inicialmente apresentam-se as características gerais da barragem da Aguieira, as propriedades dos materiais considerados para o cálculo dinâmico. Em seguida apresenta-se a análise estática da barragem sujeita à ação do peso próprio e da pressão hidrostática, e, é realizada a calibração do modelo numérico MEF3D para o cálculo estático através do método de separação de efeitos e de registos observados. Apresentam-se também os resultados dos ensaios de vibração realizados pelo LNEC e realizados no âmbito deste trabalho, os respetivos resultados da identificação modal através do *software* **Modal\_ID2.0** e a comparação com os resultados dos modelos numéricos baseados na formulação de massas de água associadas e na formulação em pressões e deslocamentos. É efetuada a análise da resposta sísmica considerando combinação  $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SBP$  com o sismo base projeto SBP, com acelerogramas aplicados nas 3 direções, com objetivo de verificar o comportamento da barragem a um sismo com uma probabilidade de ocorrência alta. É também considerada a combinação  $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SMP$ , em que SMP representa o sismo máximo de projeto considerado apenas na direção de montante-jusante e nas 3 direções, e um fator de amplificação  $\lambda$  do sismo que assume valores de 1 a 4. Para cada combinação verifica-se a segurança relativa à ocorrência de roturas pontuais através do índice de rotura da barragem, de forma a verificar o comportamento da estrutura as combinações e qual o coeficiente de majoração do sismo  $\lambda$  que não é admissível.

## 5.2 Barragem da Aguieira

Como já foi mencionado no ponto 2.3 a barragem de Aguieira é uma barragem de abóbadas múltiplas inserida no leito do rio Mondego (Figura 5.1), construída entre 1974 e 1979 tendo o primeiro enchimento decorrido entre 1980 e 1981, entrando em fase de exploração normal em 1981. É formada por 2 contrafortes centrais, onde se situam os descarregadores e 3 abóbadas de dupla curvatura, uma central de grande dimensão e duas laterais de dimensão inferior à central. Possui uma altura máxima de 89 m e um comprimento do coroamento de 400 m (Figura 5.2).



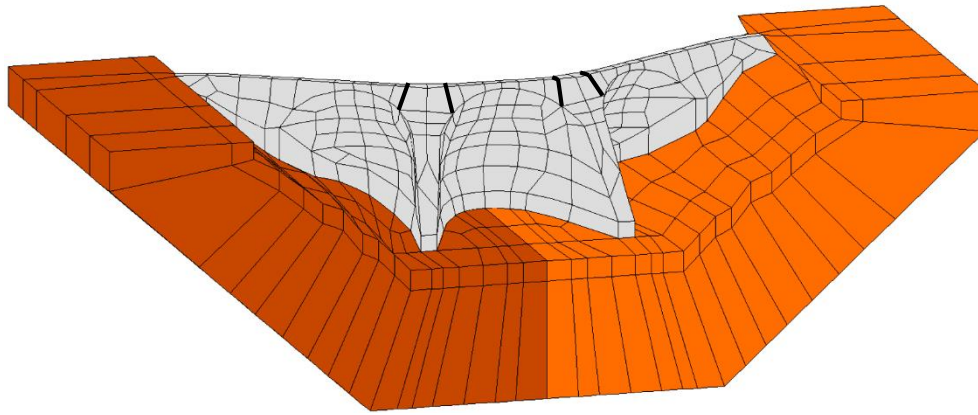
**Figura 5.1** – Localização geográfica da barragem da Aguieira. Vista de jusante e vista de montante na situação de albufeira vazia, sendo visível a torre de tomada de água.



**Figura 5.2** – Planta, corte transversal e corte longitudinal da barragem da Aguieira.

A fundação da barragem da Aguieira corresponde a um maciço rochoso que apresenta estratificação alternada de grauvaque, filádio com grafite e xistos. Este maciço apresenta alguma fracturação, tendo zonas de elevada xistosidade e falhas com aberturas reduzidas, podendo assim dizer-se que possui uma boa capacidade resistente (sobretudo abaixo dos 15 m de profundidade) e baixa permeabilidade (LNEC, Estudo das fundações da barragem da Aguieira, 1974).

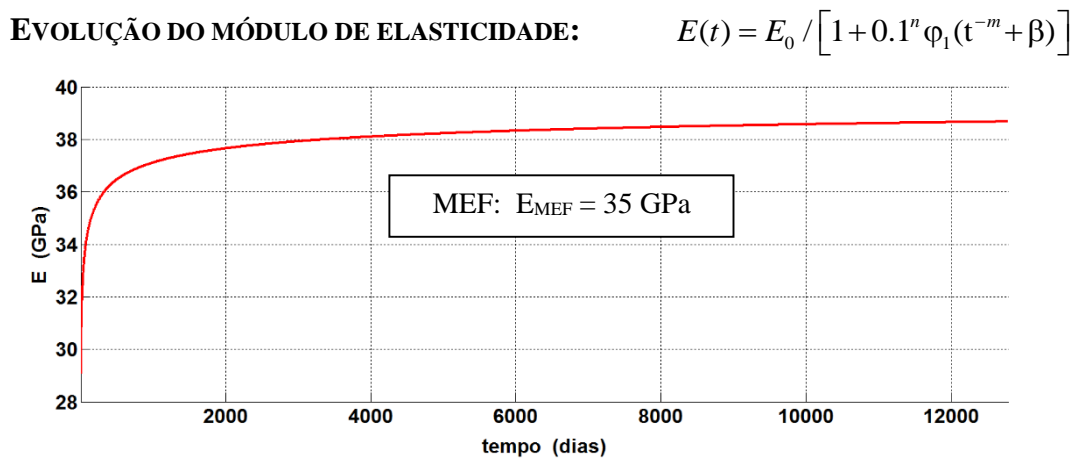
Quanto à deformabilidade da fundação e tendo em conta os resultados da publicação "Estudo das fundações da barragem da Aguieira" (LNEC, Estudo das fundações da barragem da Aguieira, 1974) admite-se que a margem esquerda da barragem é ligeiramente mais deformável que a margem direita, considerando-se assim no MEF3D do conjunto barragem-fundação-albufeira (Figura 5.3) que a fundação tem um comportamento elástico e isotrópico com módulo de elasticidade na margem esquerda de  $E_{f_{ME}} = 12,5 \text{ GPa}$  e na margem direita  $E_{f_{MD}} = 17,5 \text{ GPa}$ .



|  |  |
|--|--|
| <b>Deformabilidade sob ações Estáticas</b> | ■ Betão: $E_{bEST} = 35 \text{ GPa}$ $\nu = 0,2$   |
|  | ■ Fundação (MD): $E_{fMD} = 17,5 \text{ GPa}$ $\nu = 0,2$  |
|  | ■ Fundação (ME): $E_{fME} = 12,5 \text{ GPa}$ $\nu = 0,2$  |
| <b>Deformabilidade sob ações Dinâmicas</b> | Formulação em pressões e deslocamentos<br>$E_{bDIN} = 1,25 \times E_{bEST} \Leftrightarrow E_{bDIN} = 43,75 \text{ GPa}$ |
|  | Formulação de massas de água associadas<br>$E_{bDIN} = 1,5 \times E_{bEST} \Leftrightarrow E_{bDIN} = 52,5 \text{ GPa}$  |
| <b>Resistência do Betão</b>                | $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ $f_{tk} = 2 \text{ MPa}$   |

**Figura 5.3** – Modelo numérico de elementos finitos reproduzido em MATLAB, da barragem da Aguieira com a fundação.

Considerou-se o módulo de elasticidade do betão da barragem da Aguieira como 35 GPa tendo em conta a composição do betão (Ramos, 1985) e ensaios laboratoriais em betão crivado utilizados para estimar a curva representativa da evolução do módulo de elasticidade do betão representada na Figura 5.4. Considerou-se para o cálculo do MEF um valor do módulo de elasticidade do betão de  $E_b = 35 \text{ GPa}$ , tendo em conta que foram considerados os coeficientes  $E_0 = 41,5 \text{ GPa}$ ,  $\varphi_1 = 1,09$ ,  $\beta = 0,05$ ,  $m = 0,315$  e  $n = 0,178$  (Ramos, 1985), para obter a curva representativa do módulo de elasticidade.



**Figura 5.4** - Evolução do módulo de elasticidade do betão da barragem da Aguieira. Curva estimada a partir de ensaios laboratoriais em provetes de betão crivado e valor adotado no modelo de elementos finitos para análise da resposta sob ações estáticas (valor médio para o betão integral) (Mendes E. , 2014).

### 5.3 Análise Estática

A análise estática tem como objetivo determinar o comportamento da barragem quando apenas está exposta a ações como o peso próprio (PP) e a pressão hidrostática (PH(126 m)), sendo estas ações constantes na barragem após o 1º enchimento realizado (1981), o que não acontece com as ações dinâmicas, sendo este ponto abordado mais à frente.

Através da análise estática é possível calibrar os modelos numérico de EF3D de MAA50% e MPD para o cálculo estático, comparando com os registros de deslocamentos medidos em obra e através do modelo de separação de efeitos, permitindo determinar os deslocamentos da ação do peso próprio (PP) e da pressão hidrostática, separadamente. Este é o passo inicial a realizar na calibração dos modelos numérico de EF3D, sendo que a componente do comportamento dinâmico será abordada mais à frente para o modelo baseado na formulação massas de água associadas MAA50% e para o modelo MPD baseado na formulação em pressões e deslocamentos.

Para ação do peso próprio (PP) é apenas considerado o peso próprio da estrutura de forma a verificar o comportamento da estrutura ao peso próprio. A ação da pressão hidrostática (PH(126 m)) é considerada com o intuito de verificar o comportamento da estrutura sujeita à ação constante da pressão hidrostática. A combinação PP+PH(126 m) soma o efeito da ação do peso próprio e pressão hidrostática, verificando o comportamento das ações conjuntas na estrutura.

São analisados os deslocamentos e as tensões a montante e jusante na barragem para cada ação estática considerada.

## **Ação do Peso Próprio (PP)**

Através da ação do peso próprio (PP), a estrutura deforma-se na direção da gravidade, devido ao peso do betão, que compõe a estrutura, necessário para suportar todas as ações a que a barragem possa estar sujeita.

Como podemos verificar na Figura 5.5, o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central (a vermelho), com um valor da ordem de 5,7 mm.

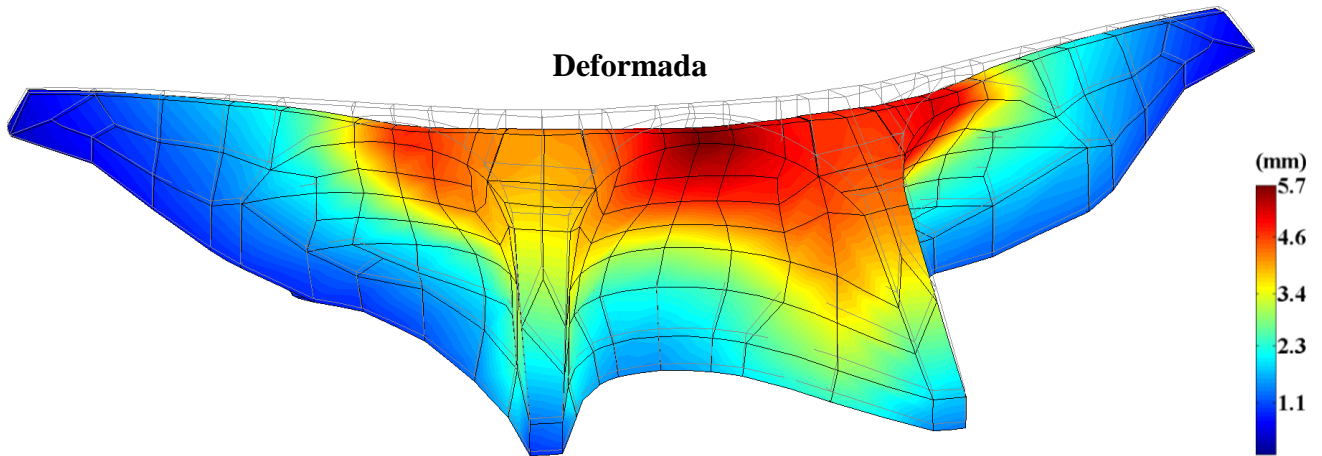
A montante, as maiores tensões de compressão situam-se a pé de montante ao longo da barragem, e no topo das abóbadas, com a orientação vertical e do arco, respetivamente, assumindo um valor máximo de 1,51 MPa na zona de pé de montante. As tensões máximas de tração ocorrem na zona central das abóbadas com orientação do arco, assumindo um valor máximo 0,58 MPa.

A jusante, as maiores tensões de compressão situam-se nos contrafortes, com a orientação normal à inserção. Nas abóbadas as tensões de compressão ocorrem também, segundo os arcos na zona central das abóbadas. As tensões máximas de compressão assumem um valor de 1,71 MPa na zona dos contrafortes, a pé de jusante. As tensões máximas de tração a jusante situam-se nos encontros, com orientação do coroamento, assumindo um valor máximo de 0,43 MPa.

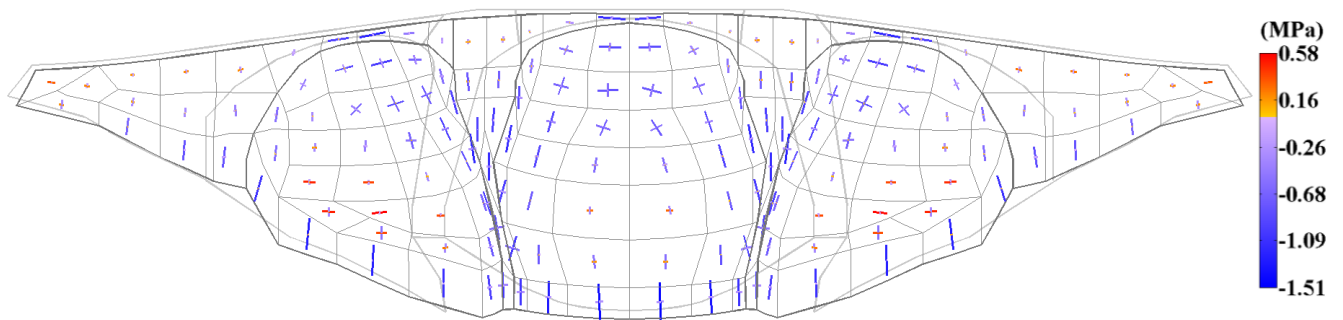
**Peso Próprio**

**Deslocamentos e Tensões Principais**

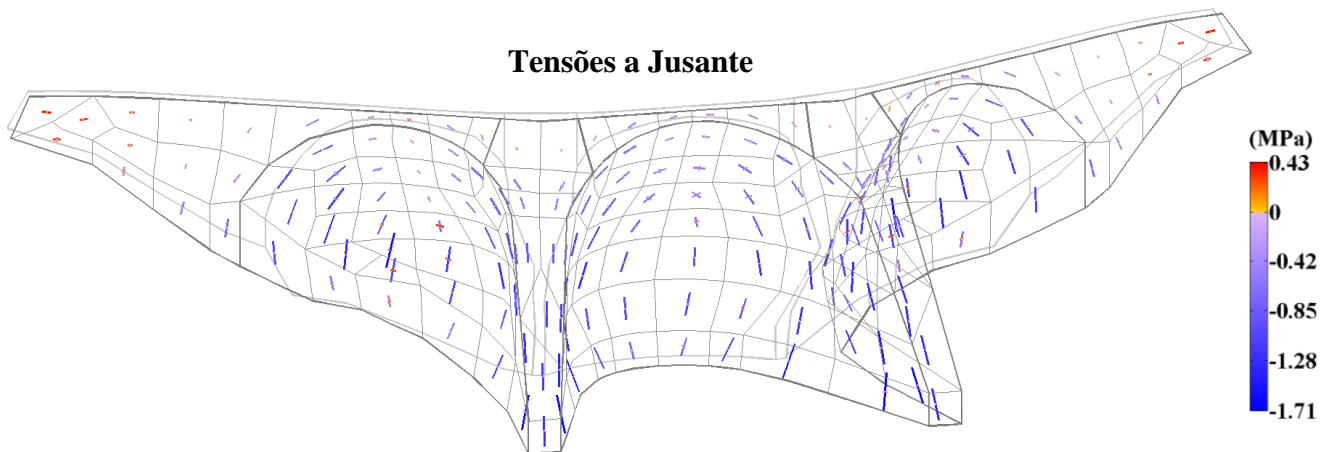
**Deformada**



**Tensões a Montante**



**Tensões a Jusante**



**Figura 5.5** – Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante, para ação do peso próprio.

### **Ação da Pressão Hidrostática (PH(126 m))**

Através da ação da pressão hidrostática com a água à cota máxima de 126 m, a estrutura deforma-se na direção em que a pressão está aplicada. Pela Figura 5.6 é possível verificar que os deslocamentos ocorrem na direção em que a pressão hidrostática está aplicada e que o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor da ordem de 20,8 mm.

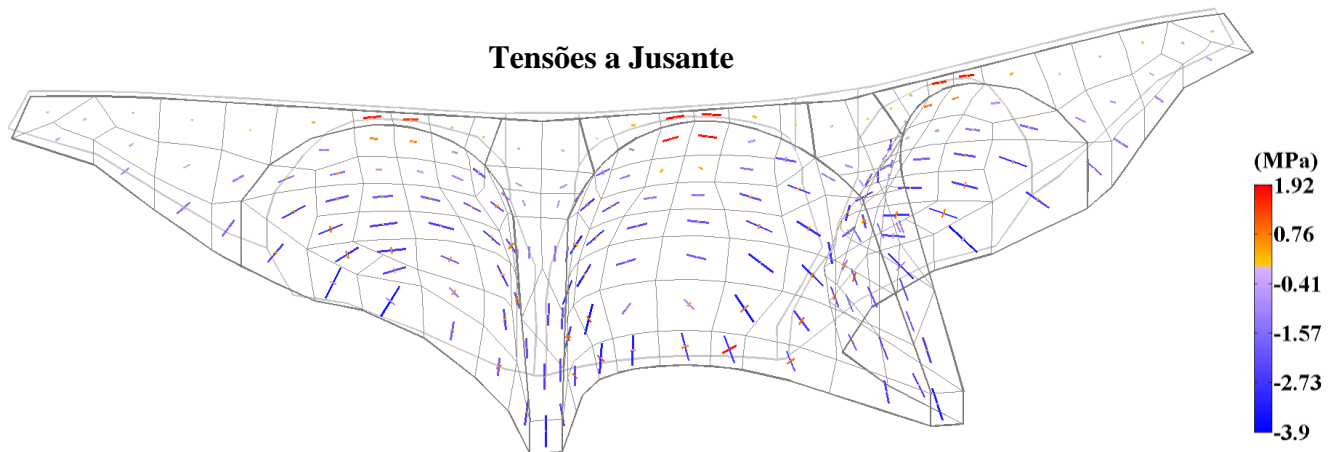
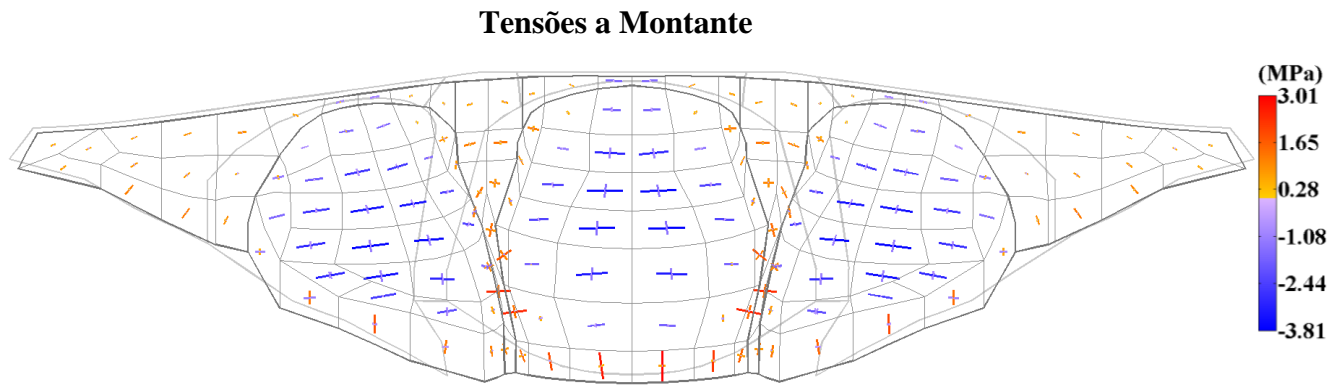
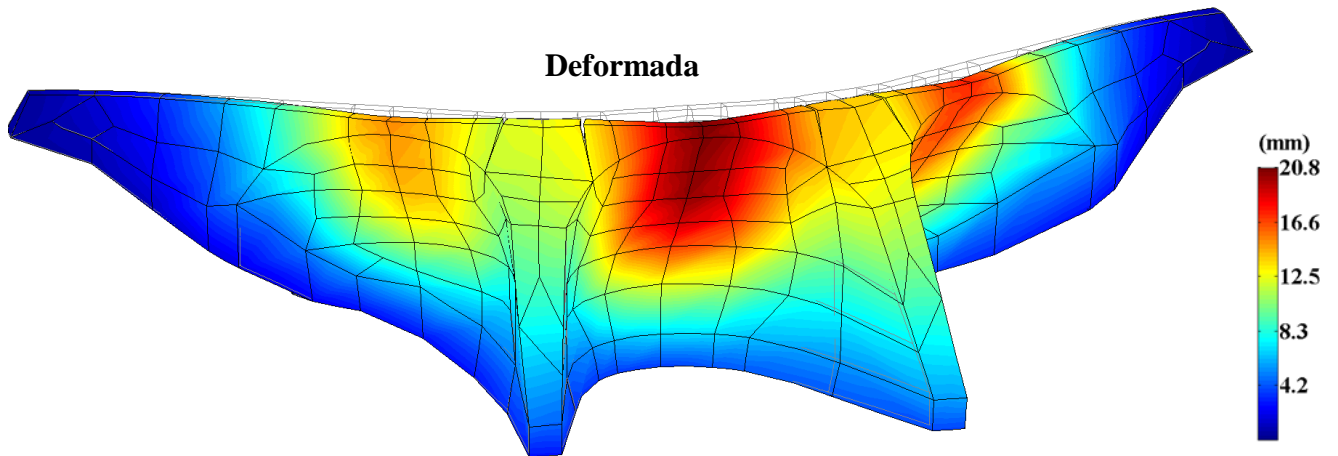
Há que mencionar que o deslocamento na abóbada esquerda é ligeiramente maior que na abóbada direita, devido à fundação do lado esquerdo possuir um módulo de elasticidade menor que no lado direito (Figura 5.3).

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 3,81 MPa na abóbada central. As tensões máximas de tração ocorrem no pé de montante da barragem na abóbada central, com a orientação vertical, assumindo um valor máximo de 3,01 MPa.

A jusante, ocorrem tensões de compressão segundo os arcos na zona central das abóbadas. Nas abóbadas laterais as tensões de compressão máximas a jusante ocorrem junto à inserção na direção normal à superfície de inserção, onde ocorre o valor máximo de compressão da ordem de 3,9 MPa. Nos contrafortes ocorrem igualmente tensões de compressão que, junto à inserção assumem uma direção aproximadamente normal à superfície de contato betão-rocha. Na zona central das abóbadas junto ao coroamento ocorrem tensões de tração na direção dos arcos, assumindo um valor máximo de 1,92 MPa na abóbada central.

Pressão Hidrostática à cota 126m

Deslocamentos e Tensões Principais



**Figura 5.6** - Deslocamentos e tensões (compressões a azul e trações a vermelho) principais a montante e jusante, para ação da pressão hidrostática.

### **Combinação: Peso Próprio e Pressão Hidrostática (PP+PH(126 m))**

A combinação da pressão hidrostática com o peso próprio tem um impacto mais gravoso na barragem do que apenas a ação da pressão hidrostática ou só o peso próprio, pois neste caso atuam ambas as ações e assim os deslocamentos são maiores. Através da Figura 5.7 é possível verificar que os deslocamentos se dão na direção da pressão hidrostática.

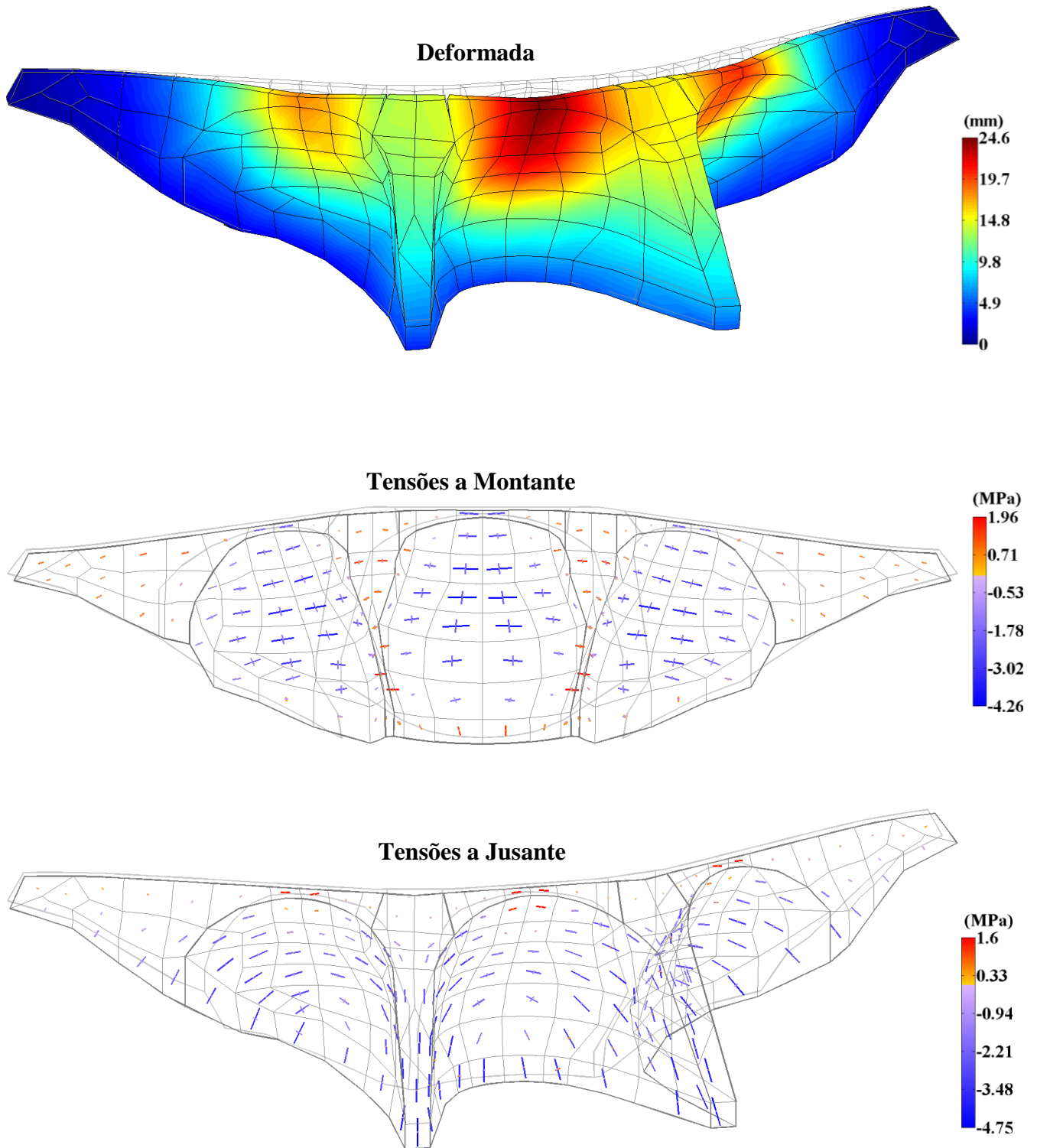
O deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central, com valor da ordem de 24,6 mm. Os deslocamentos no topo das abóbadas laterais também são consideráveis, sendo os deslocamentos na abóbada esquerda são ligeiramente superiores aos da abóbada direita, devido à diferença do módulo de elasticidade da fundação respectivo.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 4,26 MPa na abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no pé de montante da abóbada central e na zona de interação das abóbadas, com a orientação vertical e do arco, respectivamente, assumindo um valor máximo de 1,96 MPa na zona de interação das abóbadas

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem segundo os arcos na zona central das abóbadas, abóbadas laterais, junto à inserção na direção normal à superfície de inserção, onde ocorre o valor máximo de compressão da ordem de 4,75 MPa. Ocorrem igualmente tensões de compressão que, junto à inserção assumem uma direção aproximadamente normal à superfície de inserção. As maiores tensões de tração situam-se no topo das abóbadas, com orientação do arco das abóbadas, assumindo um valor máximo de 1,6 MPa no topo da abóbada central.

Combinação: PP+PH(126 m)

Deslocamentos e Tensões Principais



**Figura 5.7** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante, para ação conjunta do peso próprio e pressão hidrostática.

### **5.3.1 Validação através da comparação entre resultados do MEF com resultados experimentais: deslocamentos obtidos por geodesia**

A validação dos resultados obtidos e do modelo numérico da barragem da Agueira é realizada, também, através de estudos previamente realizados, tendo em conta, os deslocamentos registados pelo departamento de Geodesia do LNEC, através de instrumentos de medição, e a comparação do Modelo de Elementos Finitos 3D com o Modelo de Separação de Efeitos (Mendes E. , 2014). Os deslocamentos registados pelo núcleo de Geodesia Aplicada do LNEC são observados através dos métodos geodésicos (planimetria para medição de componentes horizontais, e nivelamento de precisão para medição de componentes verticais).

Os modelos de separação de efeitos baseiam-se no estabelecimento de relações funcionais semi-empíricas, entre as grandezas ou efeitos observados e nas solicitações que os originam, e também na análise por técnicas estatísticas de ajuste aos valores observados (minimização de erros pelo método dos mínimos quadrados – MMQ) (Gomes, 1981). Estas grandezas são observadas ao longo do tempo (deslocamentos, acelerações, extensões, tensões, movimento de juntas, caudais, subpressões, frequências próprias, etc.) e através do modelo de separação de efeitos é possível realizar análise qualitativa dos resultados observados, para cada grandeza, de modo a poder interpretar o efeito das várias ações (pressão hidrostática, efeito térmico, etc.).

O modelo de separação de efeitos, quando utilizado em barragens de betão, relativos ao período de exploração normal baseia-se nas seguintes hipóteses:

- a) As ações que influenciam principalmente o comportamento das barragens são a pressão hidrostática e as variações de temperatura associadas à onda térmica anual, em que para estas ações o comportamento estrutural das obras é essencialmente reversível, elástico ou viscoelástico (com dependência do tempo);
- b) Os efeitos irreversíveis são, aproximadamente, em função exclusiva do tempo;
- c) O efeito total observado é igual à soma da parcela dos efeitos reversíveis com a parcela dos efeitos irreversíveis, a não ser que ocorra um erro de observação ou de modelação.

Para o caso da análise de uma história de deslocamentos observados num dado ponto de uma barragem, as parcelas de deslocamento  $u_M$ , calculadas com um modelo de separação de efeitos, por ajuste aos valores observados  $u_{obs}$ , podem ser descritas em função de três variáveis:

|                            |  |
|----------------------------|--|
| <b>Nível de albufeira:</b> | $h$  |
| <b>Estado térmico:</b>     | $\bar{t}$ (época do ano, em dias contados a partir de 1 de janeiro)<br>$T$ (temperatura em °C medida no corpo da obra) |
| <b>Idade da obra:</b>      | $t$ (tempo total decorrido desde uma época de referência)  |

**Tabela 5.1** – Definição de variáveis utilizadas para o cálculo do deslocamento  $u_M$

Escrevendo-se assim a respetiva equação da seguinte forma:

$$u_M = u_M(h, \bar{t}, t) = \underbrace{u_H(h)}_{\text{Efeito do nível da água}} + \underbrace{u_T(\bar{t})}_{\text{Efeito térmico}} + \underbrace{u_t(t)}_{\text{Efeito do tempo}} + \underbrace{k}_{\text{Termo independente}} \quad (5.1)$$

Tendo em conta os estudos já realizados na comparação do MEF com o modelo de separação de efeitos (Mendes E. , 2014), de forma a poder validar o programa de cálculo numérico utilizado, verificou-se os cálculos executados para o ponto na abóbada central à cota de 122 m, considerando um período de espaço temporal de 1981 a 2014.

Na Figura 5.8 é possível verificar os deslocamentos totais (gráfico de Observações e Curva Calculada), os deslocamentos devido à fluência causada pela pressão hidrostática (gráfico de Efeito Elástico do Nível), os deslocamentos devido aos Efeitos térmicos (gráfico de Efeito Térmico) e os deslocamentos devido aos efeitos de fluência da pressão hidrostática e outros efeitos no tempo (como as reações expansivas), ao longo do tempo. É possível verificar também o andamento do nível da albufeira ao longo do tempo, que influencia diretamente os resultados dos deslocamentos causados pela fluência da pressão hidrostática.

**MODELO DE SEPARAÇÃO DE EFEITOS:**  $u(h, \bar{t}, t) = u_H(h) + u_T(\bar{t}) + u_F(h, t) + u_t(t) + k$

**Efeito elástico do nível**

$$u_H(h) = a(e^{h/20} - 1)$$

**Efeito elástico das variações térmicas anuais**

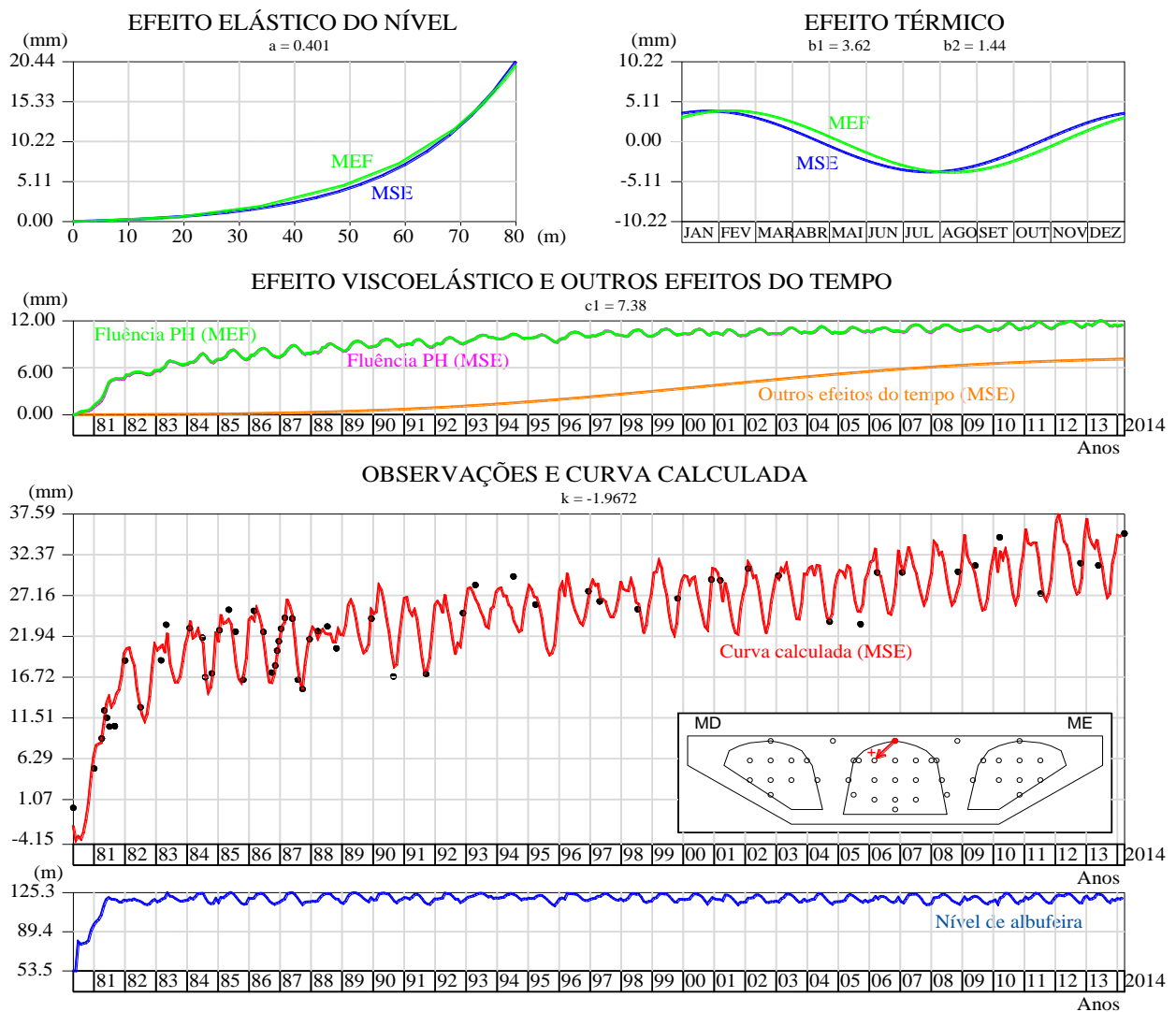
$$u_T(\bar{t}) = b_1 \cos\left(\frac{2\pi\bar{t}}{365.25}\right) + b_2 \sin\left(\frac{2\pi\bar{t}}{365.25}\right)$$

**Efeito viscoelástico do nível (fluência associada à pressão hidrostática)**

$$u_F(h, t) = a \left[ \sum_{j=1}^p \phi(t, t'_j) (e^{h_j/20} - e^{h_{j-1}/20}) - \sum_{j=1}^{p'} \phi(t_a, t'_j) (e^{h_j/20} - e^{h_{j-1}/20}) \right]$$

**Outros efeitos do tempo (não relacionados com a fluência associada à PH)**

$$u_t(t) = c_1 (e^{-t_a^n/\beta} - e^{-t^n/\beta}) \quad , \quad \beta = t_{hs}^n \frac{n}{n-1} \quad t_{hs}^n = 8000 \text{ dias} \quad n = 3,258$$



**Figura 5.8** – Informação de Geodesia: deslocamento radial à cota 122 m, no topo da abóbada central. Análise comparativa MSE/MEF (Modelo de Separação de Efeitos versus Modelo de Elementos Finitos) (Mendes E. , 2014).

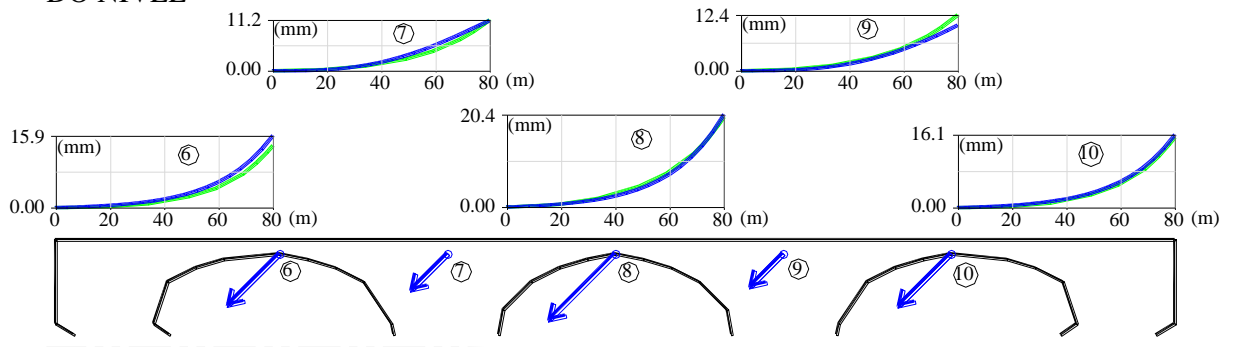
Como é possível verificar na Figura 5.8 os deslocamentos devido apenas à pressão hidrostática, no ponto referido da abóbada central, são da ordem dos 20,44 mm calculado através do método de separação de efeitos, enquanto na Figura 5.6 é possível verificar que os deslocamentos obtidos através do MEF são da ordem dos 20,6 mm. Pode-se assim concluir que o modelo numérico através do MEF utilizado acerta com modelo de separação de efeitos considerado. Há que ter em conta que os valores do MEF apresentados na Figura 5.8 são referentes à análise efetuada em (Mendes E. , 2014).

O efeito da onda térmica é calculada através de uma onda harmónica de período de 365,25 dias do tipo  $T(t) = T_{MED} - \cos((2p/P) \times (\bar{t} - t)) \times A$ . A componente dos efeitos do tempo não relacionados com a fluência devida à pressão hidrostática, é representada por uma expressão do tipo  $e^{-t^n/\beta} - e^{-t^n/\beta}$ , e a componente devida aos efeitos de fluência da pressão hidrostática é representada pela técnica de aplicação do coeficiente de fluência a vários patamares de discretização do nível da água, considerando a lei de fluência da dupla potência  $J(t, t_0) = [1 + \phi_1(t_0^{-m} + \beta)(t - t_0)^n] / E_0$  (Bazant & Panula, 1979). Esta lei de fluência foi também adotada no modelo de separação de efeitos, para cálculo do coeficiente  $f(t, t') = E(t)J(t, t') - 1$ , em que  $E(t) = E_0 / [1 + 0.1^n \phi_1(t^m + \beta)]$ . Ambas as componentes de efeito de tempo, com fluência devida à pressão hidrostática e devida a outros efeitos, são componentes que acumulam o deslocamento ao longo do tempo desde a fase de 1º enchimento (1980) até ao ano (2014).

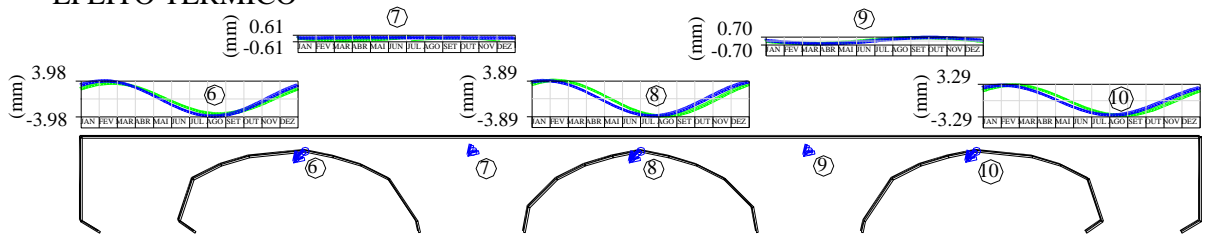
Na Figura 5.9 é possível verificar em completo os dados da geodesia nos pontos indicados no coroamento, como também os restantes resultados referentes ao método da separação de efeitos para os pontos apresentados. É realizada também uma estimativa relativa ao valor dos deslocamentos correspondentes as reações expansivas.

## GEODESIA

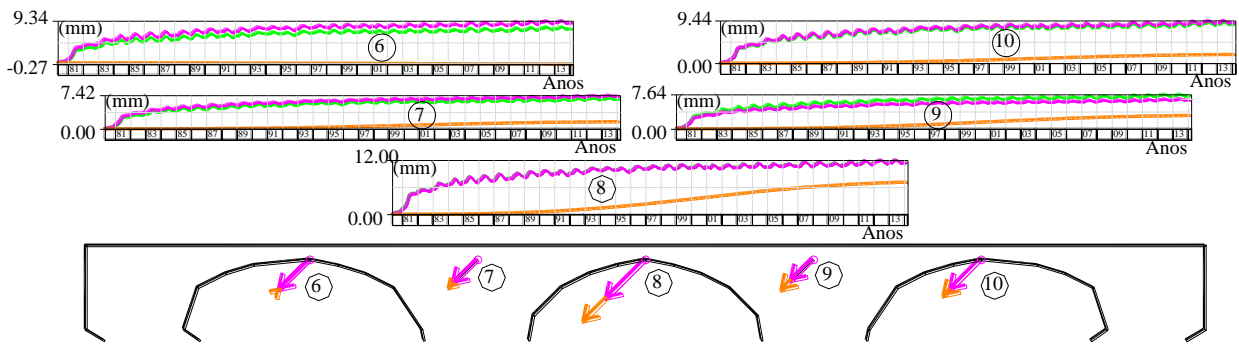
### EFEITO ELÁSTICO DO NÍVEL



### EFEITO TÉRMICO



### EFEITO VISCOELÁSTICO DO NÍVEL E OUTROS EFEITOS DO TEMPO



### Efeito da fluência do peso próprio 1980-2014 (MEF)



### Efeito da expansão 1980-2014



**Figura 5.9** - Deslocamentos radiais medidos através da geodesia nos pontos referidos, à cota 122 m. Resultados de síntese referentes à análise comparativa MSE/MEF (Mendes E. , 2014).

## **5.4 Modelação numérica do comportamento dinâmico da barragem da Agueira**

No estudo do comportamento dinâmico da barragem da Agueira foram utilizados dois modelos baseados em formulações distintas para simular a interação dinâmica água-estrutura:

- i) Modelo clássico baseado na formulação de massas de água associadas;
- ii) Modelo baseado numa formulação em pressões e deslocamentos no qual a albufeira é discretizada em elementos finitos de pressão.

Os resultados numéricos obtidos com estes dois modelos, são comparados com resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada e ambiente realizados pelo LNEC, antes do primeiro enchimento (1980), logo após o primeiro enchimento (1981, cota 120 m) (Pedro, et al., 1986), em 1988 (cota 124 m) (LNEC, 1989), em 2000 (cota 124 m) (LNEC, 2000), e ainda com resultados obtidos em ensaios de vibração ambiente realizados a 8 de Maio de 2015 no âmbito desta dissertação, os quais se descrevem em detalhe mais à frente.

A comparação entre resultados experimentais e numéricos permite verificar a fiabilidade dos modelos e efetuar a respetiva calibração.

### **5.4.1 Modelo de massas de água associadas (MAA50%)**

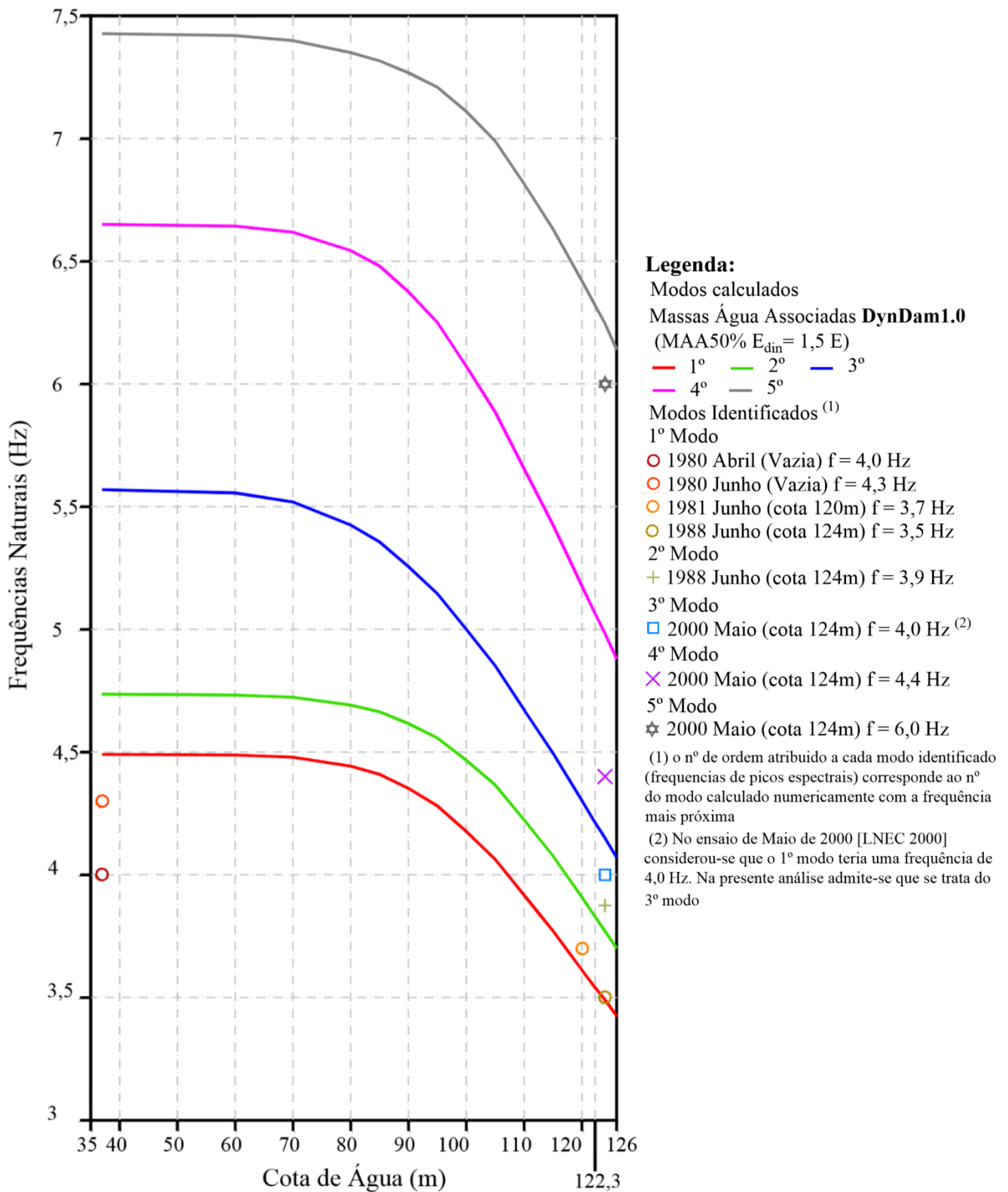
Foi elaborado um programa de elementos finitos 3D, em MATLAB, com base numa formulação de massas de água associadas de acordo com a proposta de Westergaard, considerando a aplicação de um coeficiente de redução de massas de água de 50% (MAA50%) e um módulo de elasticidade dinâmico igual 52,5 GPa, ou seja, igual a  $1,5 \times E_{est}$  (coeficiente dinâmico de 1,5 e  $E_{est} = 35$  GPa), com o objetivo de analisar o comportamento dinâmico da obra e determinar os principais parâmetros modais.

Na Figura 5.10 apresenta-se a variação das frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração da barragem, desde a situação de albufeira vazia (cota 37 m) até à de albufeira cheia (cota 126 m), calculados através do referido modelo clássico de massas de água associadas (MAA50%). Nesta figura apresentam-se também as frequências naturais obtidas experimentalmente com base nos diversos ensaios de vibração forçada e ambiente realizados pelo LNEC na barragem da Aguieira (1980, 1981, 1988 e 2000). É de referir que na Figura 5.10 o nº de ordem atribuído aos modos identificados foi efetuado tendo em conta a proximidade entre a frequência natural identificada e a frequência natural do modo calculado numericamente.

As frequências naturais do 1º, 2º, 3º, 4º e 5º modo de vibração da barragem, determinadas através do referido modelo numérico MAA50% com a água à cota 126 m, correspondem, respetivamente, a 3,42 Hz, 3,70 Hz, 4,07Hz, 4,88 Hz e 6,14 Hz. É importante notar que as frequências naturais de cada modo decrescem com o aumento da cota de água, sendo este efeito mais notório para cotas de água superiores a cerca de metade da altura da barragem.

Analisando as curvas representativas da variação da frequência de cada modo vibração em função da cota de água, obtidas através do modelo de massas de água associadas (MAA50%) e comparando com os valores das correspondentes frequências naturais identificadas no vários ensaio realizados em obra, conclui-se que há uma certa diferença entre os valores identificados experimentalmente e os valores do modelo numérico, nomeadamente, para o 1º modo de vibração na situação de albufeira vazia. Com vista a obter um melhor acerto entre resultados experimentais e numéricos é conveniente efetuar estudos numéricos com outro tipo de modelos (p.ex. modelos em que a albufeira seja discretizada em elementos finitos de pressão) e obter resultados experimentais com base em mais ensaios de vibração. Os resultados dos ensaios de vibração neste tipo de obras podem ser perturbados por deficientes condições de excitação e, por vezes, não é fácil separar efeitos exteriores tais como a influência de movimentos oscilatórios de obras anexas (ver Figura 5.1), como é o caso de torres de tomada de água (Espada, 2009), cujas frequências naturais podem ser detetadas nos espectros das vibrações medidas no corpo da obra.

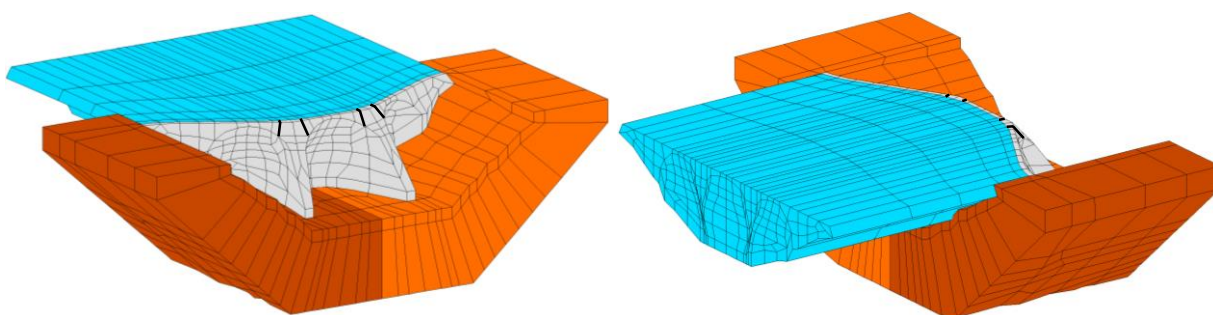
Modos Identificados <sup>(1)</sup> e Modos calculados (MAA50%)



**Figura 5.10** – Representação das frequências naturais dos 5 primeiros modos de vibração para várias cotas de água calculadas através da formulação de massas água associadas MAA50%. Comparação com resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000. (Nota: os resultados experimentais obtidos com a albufeira vazia podem ser reproduzidos numericamente considerando valores mais baixos do módulo de elasticidade).

### 5.4.2 Formulação em pressões e deslocamentos (MPD)

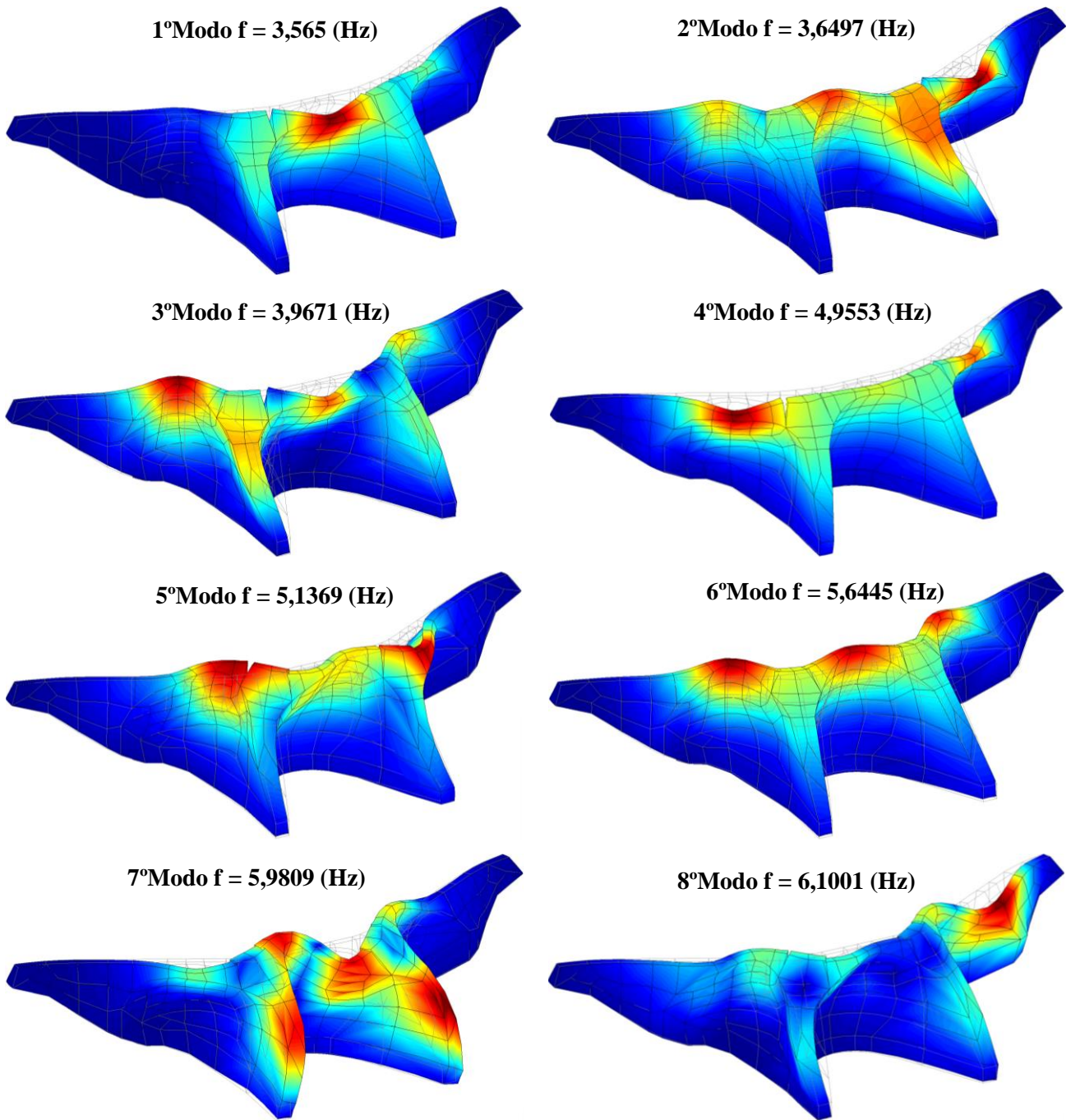
O modelo numérico MPD baseado na formulação em pressões e deslocamentos (programa DamDySSA1.0), como referido atrás no ponto 4.4, corresponde a um modelo em que a albufeira é discretizada em elementos finitos de pressão e a interface barragem-albufeira é simulada tendo em conta que nos nós de contacto água-betão se tem apenas 1 G.L. de pressão nos nós da albufeira e 3 G.L. de deslocamento nos nós do corpo da barragem. Na Figura 5.11 mostra-se a albufeira discretizada em elementos finitos de pressão (1 G.L. de pressão por nó) para a albufeira à cota máxima.



**Figura 5.11** – Malha de elementos finitos da barragem, fundação e albufeira, gerada com um programa desenvolvido em MATLAB, através da formulação em pressões e deslocamentos.

Através do referido modelo numérico MPD baseado na formulação de pressões de deslocamentos (programa DamDySSA1.0) efetuou-se a análise dinâmica da barragem da Aguieira tendo-se determinado os respetivos modos de vibração principais e as correspondentes frequências naturais. Foi efetuada a comparação dos resultados numéricos (frequências naturais) com os resultados experimentais identificados nos já referidos ensaios de vibração forçada e ambiente.

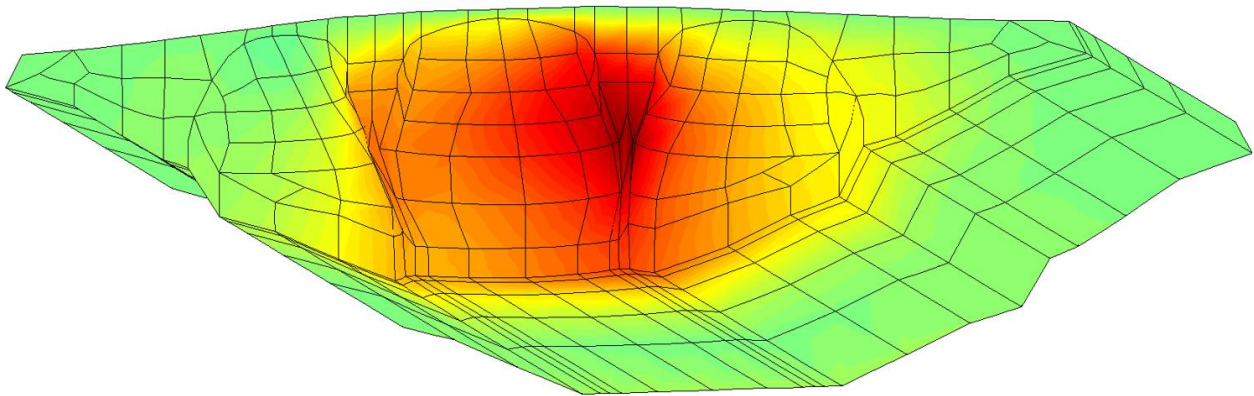
Na Figura 5.12 apresentam-se os primeiros 8 modos de vibração calculados com o referido modelo numérico (MPD) para a situação de albufeira cheia (cota 126 m) indicando-se as respetivas frequências naturais (neste caso as frequências naturais correspondem ao módulo dos valores próprios complexos decorrentes da análise modal aplicada na resolução do problema formulado em coordenadas de estado).



**Figura 5.12** – Representação dos 8 primeiros modos de vibração obtidos com o modelo MPD para a situação de albufeira cheia (modelo baseado na formulação em pressões e deslocamentos) com amortecimento de  $\xi_{1^\circ \text{Modo}}=1\%$ .

Devido à discretização utilizada não ter sido inicialmente estruturada com base em camadas horizontais de elementos finitos não foi possível efetuar cálculos para diversas cotas de água com o modelo MPD tendo-se analisado apenas a situação de albufeira cheia (e, claro, a situação de albufeira vazia).

Na Figura 5.13, mostra-se a albufeira discretizada em elementos finitos de pressão. A discretização da face de montante da barragem foi utilizada para gerar a malha da albufeira, sendo notório que esta discretização não está organizada por camadas horizontais o que impossibilita a realização de cálculos para diversas cotas de água da albufeira (num próximo estudo será conveniente preparar a discretização em elementos finitos para que a malha venha estruturada em camadas horizontais).

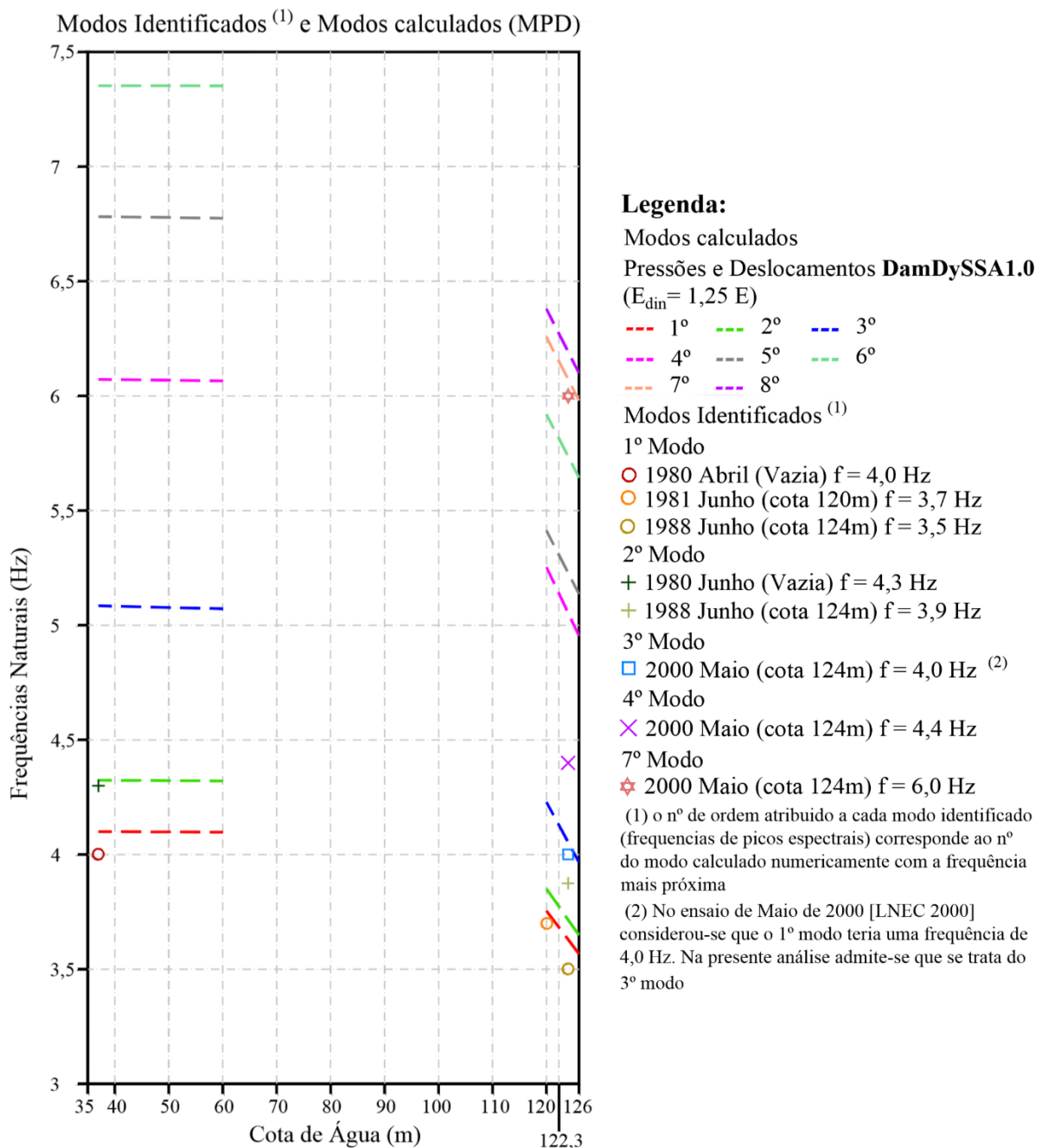


**Figura 5.13** – Albufeira gerada com um programa em MATLAB.

Na Figura 5.14 apresenta-se a variação das frequências naturais dos seis primeiros modos de vibração da barragem, desde a situação de albufeira vazia (cota 37 m) até à de albufeira cheia (cota 126 m), calculados através do modelo numérico EF3D baseado na formulação em pressões e deslocamentos (MPD) considerando um módulo de elasticidade dinâmico igual 43,75 GPa, ou seja, igual a  $1,25 \times E_{est}$  (coeficiente dinâmico de 1,25 e  $E_{est} = 35$  GPa). Há que referir que apenas foram calculadas as frequências pelo modelo numérico (MPD) para a cota máxima 126 m e que as frequências representadas na figura à cota 120 m obtiveram-se por extrapolação baseado nos resultados do modelo numérico clássico (MAA50%).

São apresentadas as frequências obtidas nos ensaios de vibração já referidos (realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000), em que o nº de ordem atribuído a cada modo identificado (frequência de picos espectrais) corresponde ao nº do modo calculado numericamente com a frequência mais próxima. Analisando a figura é possível verificar um bom acerto entre os resultados experimentais obtidos nos ensaios realizados e os resultados obtidos através do modelo MPD. Nomeadamente é de salientar o bom acerto verificado entre as frequências naturais do 1º e 2º modo de vibração calculadas numericamente e as frequências naturais identificadas nos ensaios de Abril e Junho de 1980, com albufeira vazia, e nos ensaios de Junho de 1981 e 1988, com a albufeira cheia.

Este bom acordo entre os resultados experimentais e numéricos para a situação de albufeira vazia e cheia não se consegue obter com o modelo de massas de água associadas, ou seja, a calibração do modelo MAA50% ( $E_{din} = 1,5 \times E_{est}$ ) para acertar as frequências naturais medidas na situação de albufeira cheia não é adequada para acertar as frequências medidas na situação de albufeira vazia (verifica-se que na situação de albufeira vazia as frequências calculadas numericamente são bastante superiores às frequências identificadas experimentalmente). Com o presente modelo MPD a calibração efetuada para a situação de albufeira cheia ( $E_{din} = 1,25 \times E_{est}$ ) é também adequada para a situação de albufeira vazia.



**Figura 5.14** - Representação das frequências naturais dos 8 primeiros modos de vibração para várias cotas de água calculadas através da formulação em pressões e deslocamentos. Comparação com resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000.

## 5.5 Ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira em Maio de 2015

No dia 8 de Maio de 2015 (albufeira à cota 122,3 m) realizaram-se ensaios de vibração ambiente na barragem da Aguieira utilizando um acelerómetro triaxial (TitanSMA, Nanometrics). Num 1º ensaio o acelerómetro foi colocado no topo da abóbada da central e num 2º ensaio o acelerómetro foi colocado no topo do contraforte esquerdo. O principal objetivo destes ensaios foi determinar os principais parâmetros modais da obra para a cota de água 122,3 m, com vista a comparar com os resultados obtidos em ensaios anteriores e com os resultados do modelo numérico MPD baseado na formulação em pressões e deslocamentos (programa DamDySSA1.0). Mais à frente, no ponto 5.7, este modelo calibrado é utilizado para efetuar um estudo da resposta sísmica da obra.

Através do programa de identificação modal **Modal\_ID2.0**, já referido atrás no ponto 3.3.1, foram processados os registos de aceleração obtidos nos dois ensaios de vibração referidos. O 1º, foi realizado entre as 11h e as 14h, no topo da abóbada central e, o 2º entre as 14h e as 15h40 no topo do contraforte esquerdo, correspondendo a registos de, aproximadamente, 10800 s e 6000 s, respetivamente.

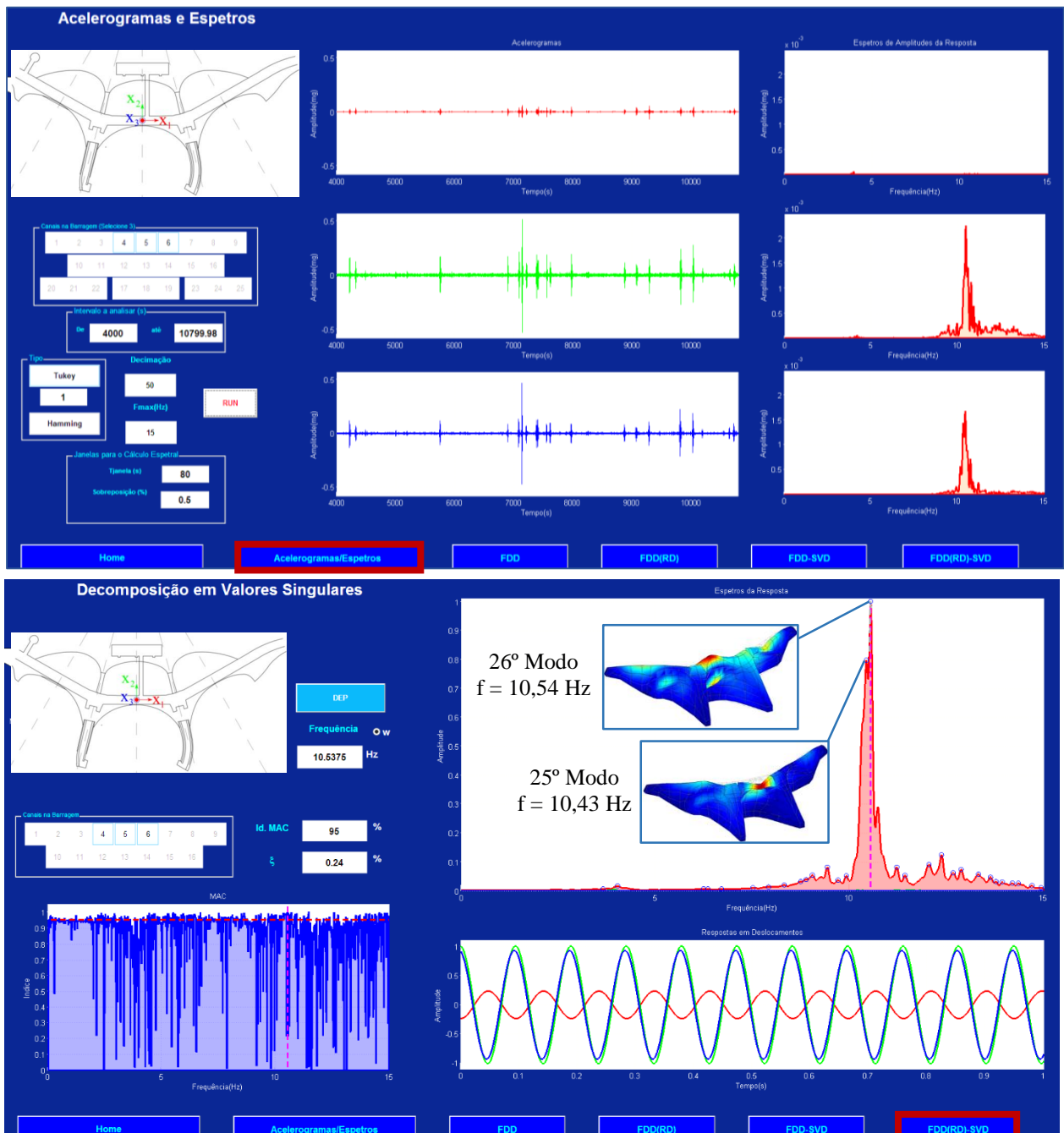


**Figura 5.15** – Representação da barragem da Aguieira com os pontos de medição de acelerações (galeria superior). Num 1º ensaio foi colocado um acelerómetro triaxial no topo da abóbada central e num 2º ensaio o mesmo acelerómetro foi colocado no topo do contraforte esquerdo.

No próximo ponto apresentam-se uma análise dos resultados obtidos nos dois ensaios de vibração ambiente realizado. Indicam-se, nomeadamente, as frequências dos picos espectrais dos primeiros modos de vibração e a respetiva configuração modal estimada com base no modelo numérico (MPD). É realizada uma comparação entre os resultados dos ensaios previamente realizados pelo LNEC (1980, 1981, 1988 e 2000) e os presentes ensaios realizados em Maio de 2015, no âmbito desta dissertação. Comparam-se também as frequências obtidas com o modelo numérico (MPD), para a situação de albufeira vazia e cheia, com as frequências naturais identificadas.

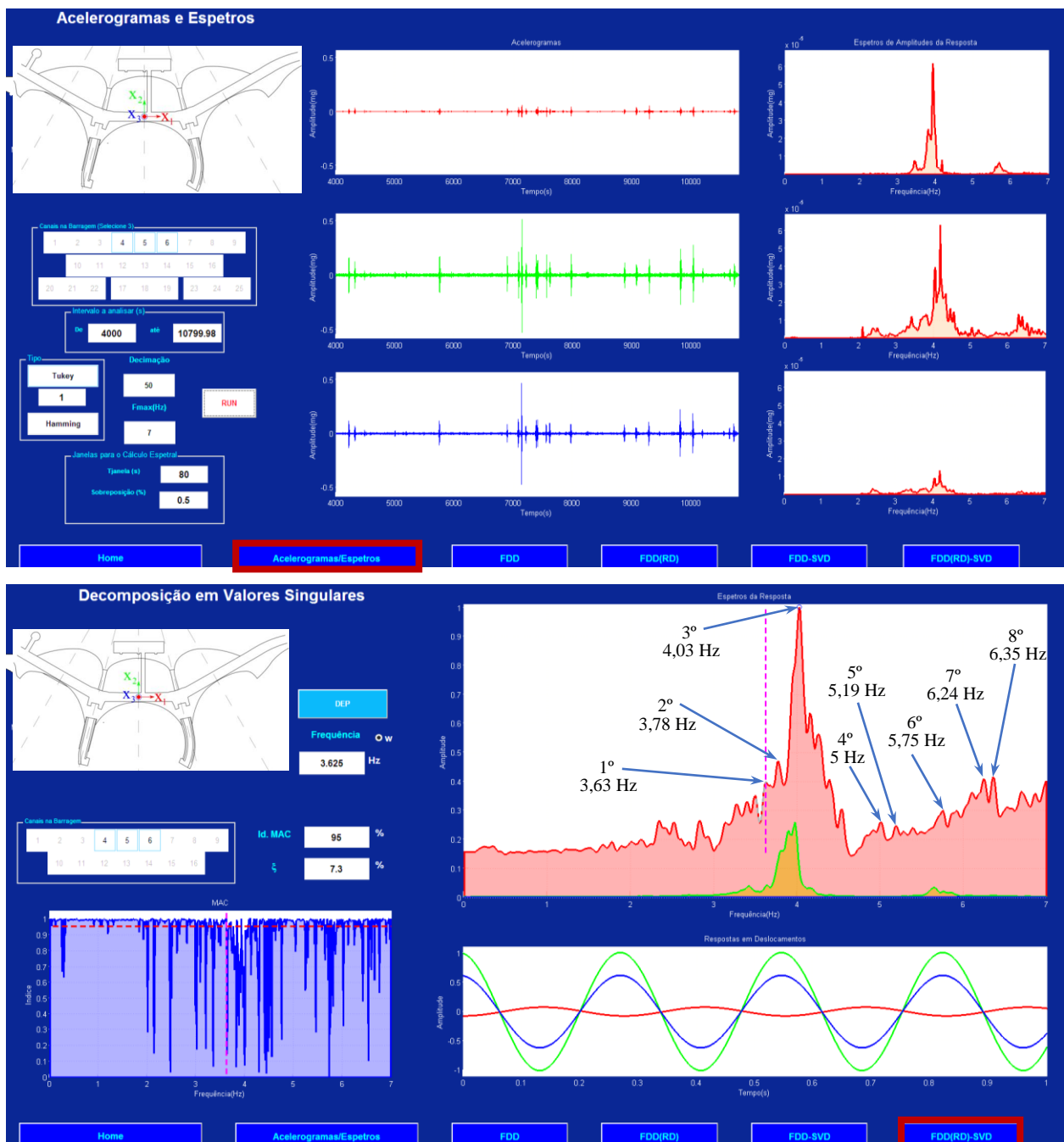
### 5.5.1 Medição de vibrações no topo da abóbada central

Analisando os três registos de acelerações medidos com o acelerómetro triaxial colocado no topo da abóbada central, e, processando-os através do **Modal\_ID2.0**, tendo em conta o intervalo de [4000s a 10800s], janelas temporais de 80 s com sobreposição de 50%, é possível verificar na Figura 5.16 que existem picos espectrais muito importantes na banda de frequência de 10 Hz a 11 Hz para além dos picos espectrais na banda de frequências dos primeiros modos naturais de vibração (3 a 4 Hz).



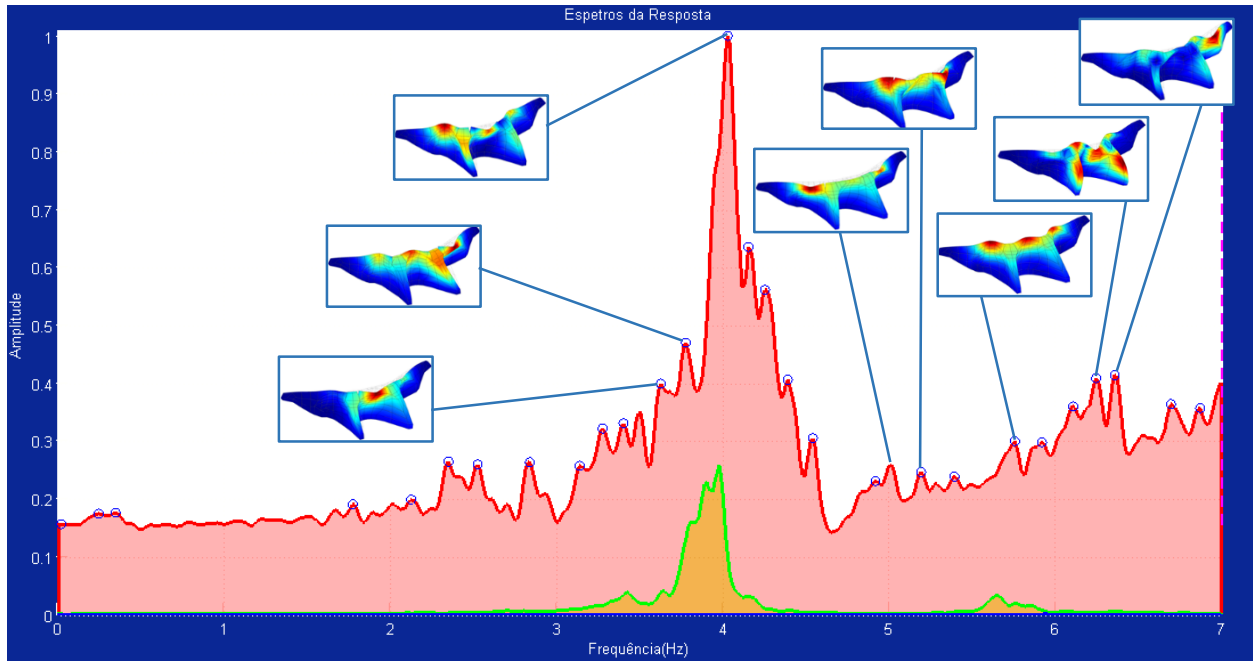
**Figura 5.16** – Identificação modal e comparação com resultados numéricos. Os maiores picos espectrais ocorrem na banda de frequências de 10 a 11 Hz: com o modelo numérico identificam-se dois modos de vibração nesta banda de frequências aos quais correspondem movimentos oscilatórios no topo da abóbada central com significativa amplitude na direção vertical e na direção montante-jusante.

Nas Figura 5.16 e Figura 5.17 apresentam-se os acelerogramas medidos nas 3 direções e os respectivos espectros de amplitude e apresentam-se ainda os espectros dos valores singulares da matriz DEP (3x3) indicando as frequências dos principais picos espectrais, obtidos com o método FDD(RD)-SVD . Na banda de 3 a 7 Hz ocorrem 8 picos espectrais importantes que se admite que correspondam a modos de vibração da obra. Admite-se que os três primeiros modos ocorrem entre os 3,6 e os 4 Hz pois verifica-se uma subida dos segundos valores singulares nessa banda de frequências. Neste caso é notório que para o 1º modo ocorrem movimentos mais significativos na direção radial  $x_2$  (a verde, direção Montante-Jusante).



**Figura 5.17** – Acelerogramas medidos no topo da abóbada central e respetivos espectros na banda de frequências de 0 a 7 Hz. Análise dos espectros dos valores singulares da matriz DEP (3x3) e indicação dos principais picos espectrais e das respetivas frequências.

Apresenta-se na Figura 5.18 o espectro dos valores singulares da matriz DEP (3x3), referente à medição efetuada no topo da abóbada central realizada com o referido acelerómetro triaxial. Indica-se para cada um dos principais picos espectrais qual a configuração modal calculada com o modelo numérico (MPD) que lhe poderá ser associada.

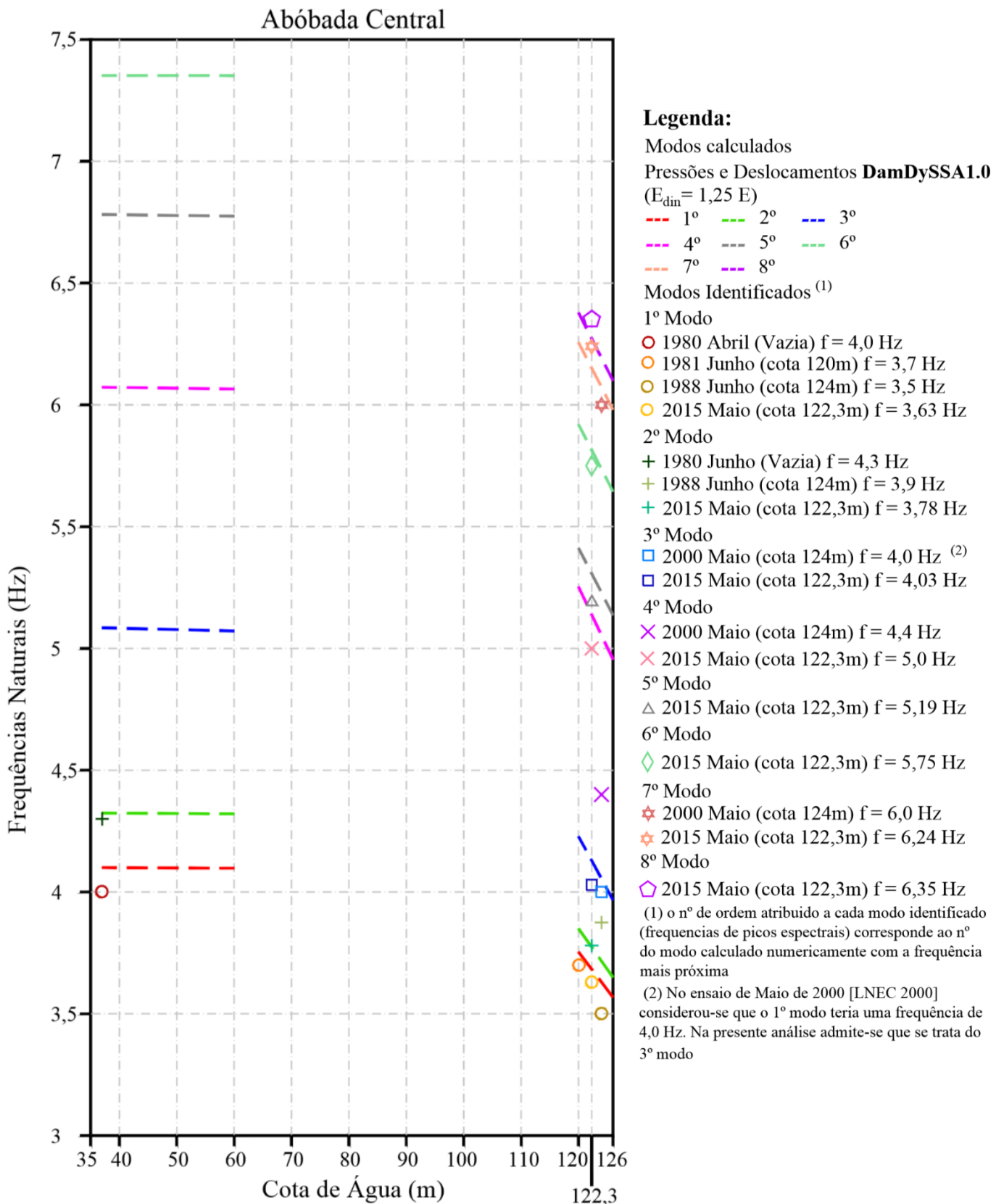


**Figura 5.18** – Medição de vibrações no topo da abóbada central (acelerómetro triaxial). Representação dos espectros dos valores singulares da matriz DEP (3x3). Identificação de uma possível correlação entre os principais picos espectrais e as configurações modais calculadas com o MEF3D.

Na Figura 5.19 apresentam-se as frequências naturais calculadas com o MPD para a situação de albufeira vazia e albufeira cheia (as frequências calculadas entre as cotas de água 126 m e 120 m são obtidas de forma aproximada extrapolação baseada nos resultados do modelo MAA50%, como já foi referido atrás). Apresentam-se também os resultados dos ensaios realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988, 2000 e do presente ensaio de 2015 correspondente à medição de vibrações no topo da abóbada central (realizado no âmbito desta dissertação).

A comparação entre resultados experimentais e numéricos que se apresenta nesta figura permite constatar que o modelo numérico MPD está devidamente calibrado dado que existe um bom acordo entre os referidos resultados. Permite ainda concluir que o modelo MPD é mais adequado para simular o comportamento dinâmico do conjunto barragem-fundação-albufeira do que o modelo clássico de massas de água associadas MAA50%.

É de salientar que as frequências naturais identificadas no presente ensaio (Maio de 2015) com medição de vibrações no topo da abóbada central, são coerentes com as frequências naturais obtidas nos ensaios de 1981, 1988 e 2000.



**Figura 5.19** - Variação das frequências naturais com a cota de água na albufeira. Comparação entre resultados numéricos e experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada e ambiente realizados pelo LNEC em diferentes épocas, desde a fase de 1° enchimento até 2015 (ensaios de vibração realizados no âmbito desta dissertação: com medição de acelerações no topo abóbada central).

## 5.5.2 Medição de vibrações no topo do contraforte esquerdo

Recorrendo ao programa **Modal\_ID2.0** foram processados os registos de aceleração medidos no topo do contraforte esquerdo. A análise foi efetuada tendo em conta o intervalo de [0s a 5000s] e considerando janelas temporais de 90 s com sobreposição de 50%. É possível verificar na Figura 5.20 que existem picos espectrais muito importantes na banda de frequência de 9 a 15 Hz para além dos picos espectrais na banda de frequências dos primeiros modos naturais de vibração (3 a 4 Hz). Na figura mostra-se ainda uma ampliação dos espectros correspondente à banda de frequências de 0 a 7 Hz onde são visíveis os picos espectrais correspondentes aos primeiros modos.

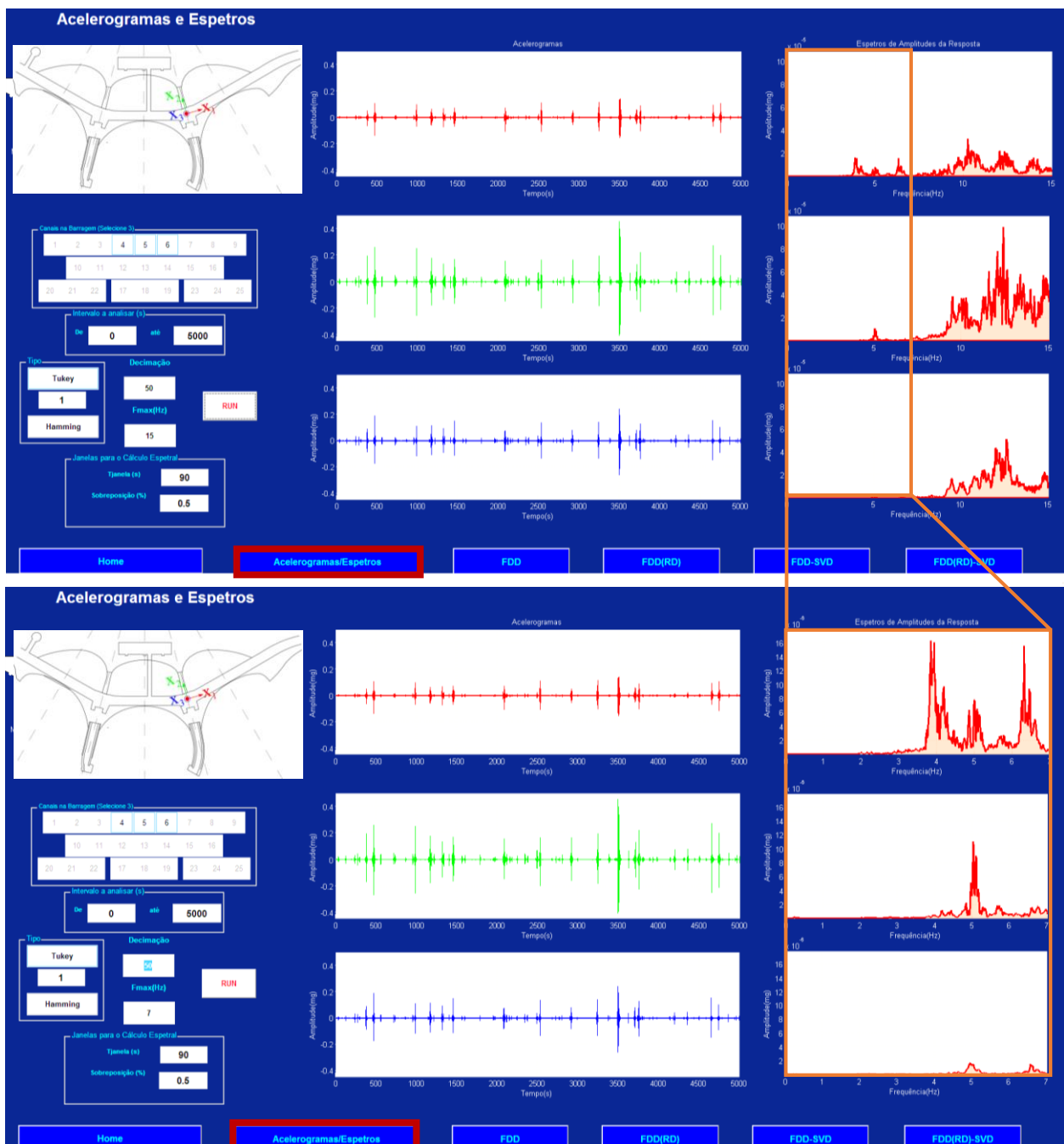
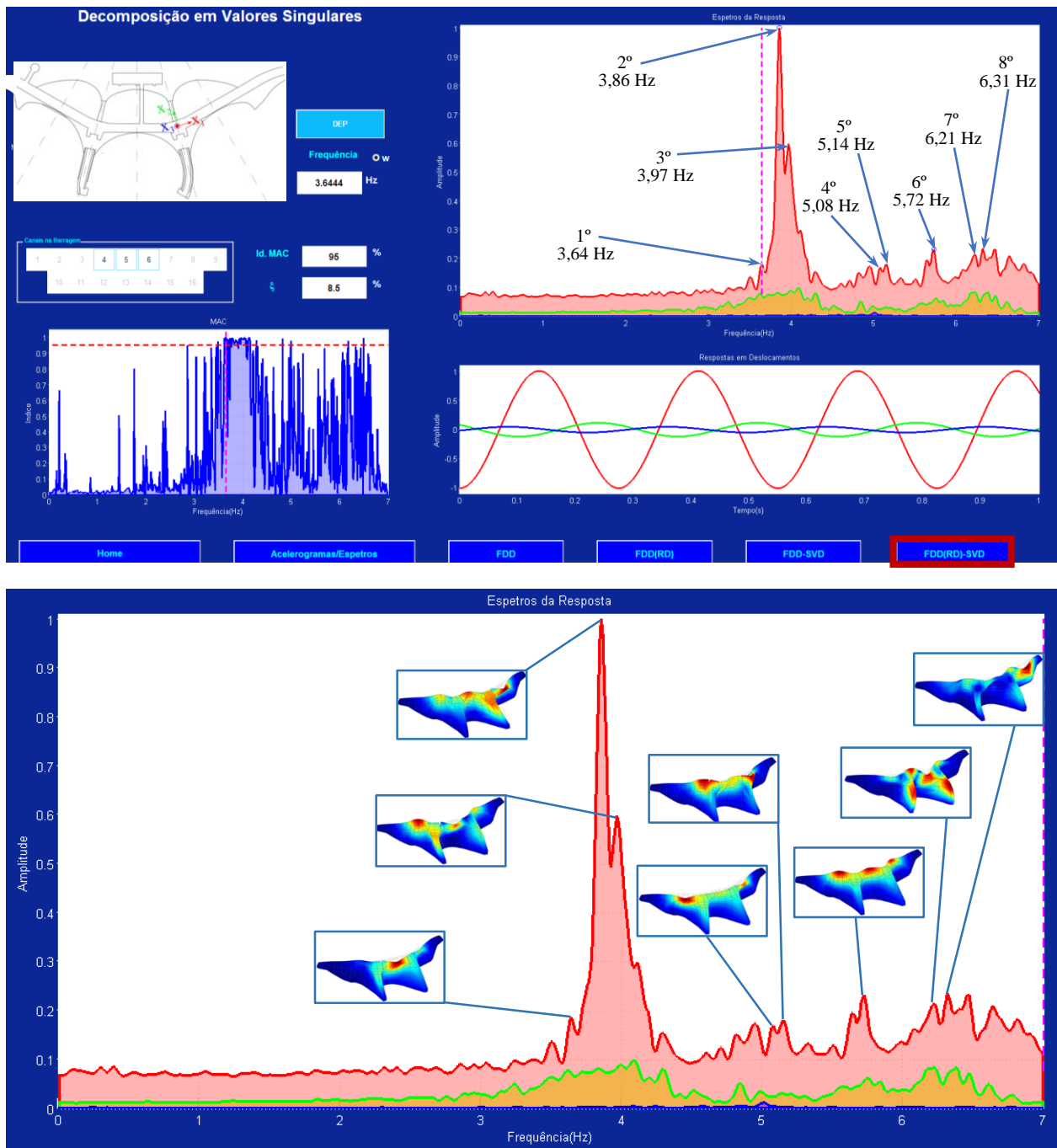


Figura 5.20 - Acelerogramas medidos no topo do contraforte esquerdo e respetivos espectros na banda de frequências de 0 a 15 Hz e na banda de frequências de 0 a 7 Hz

Na Figura 5.21 apresenta-se o espectro dos valores singulares da matriz DEP (3x3) e as frequências dos principais picos espectrais, dos 8 primeiros modos de vibração, obtidas através do método FDD(RD)-SVD. Os resultados obtidos apontam para valores das frequências dos primeiros modos coerentes com os valores obtidos no topo da abóbada central ou seja também neste caso os principais picos espectrais ocorrem entre os 3,6 e os 4 Hz. Neste caso é notório que para o 1º modo ocorrem movimentos mais significativos para direção tangencial  $x_1$  (a vermelho).

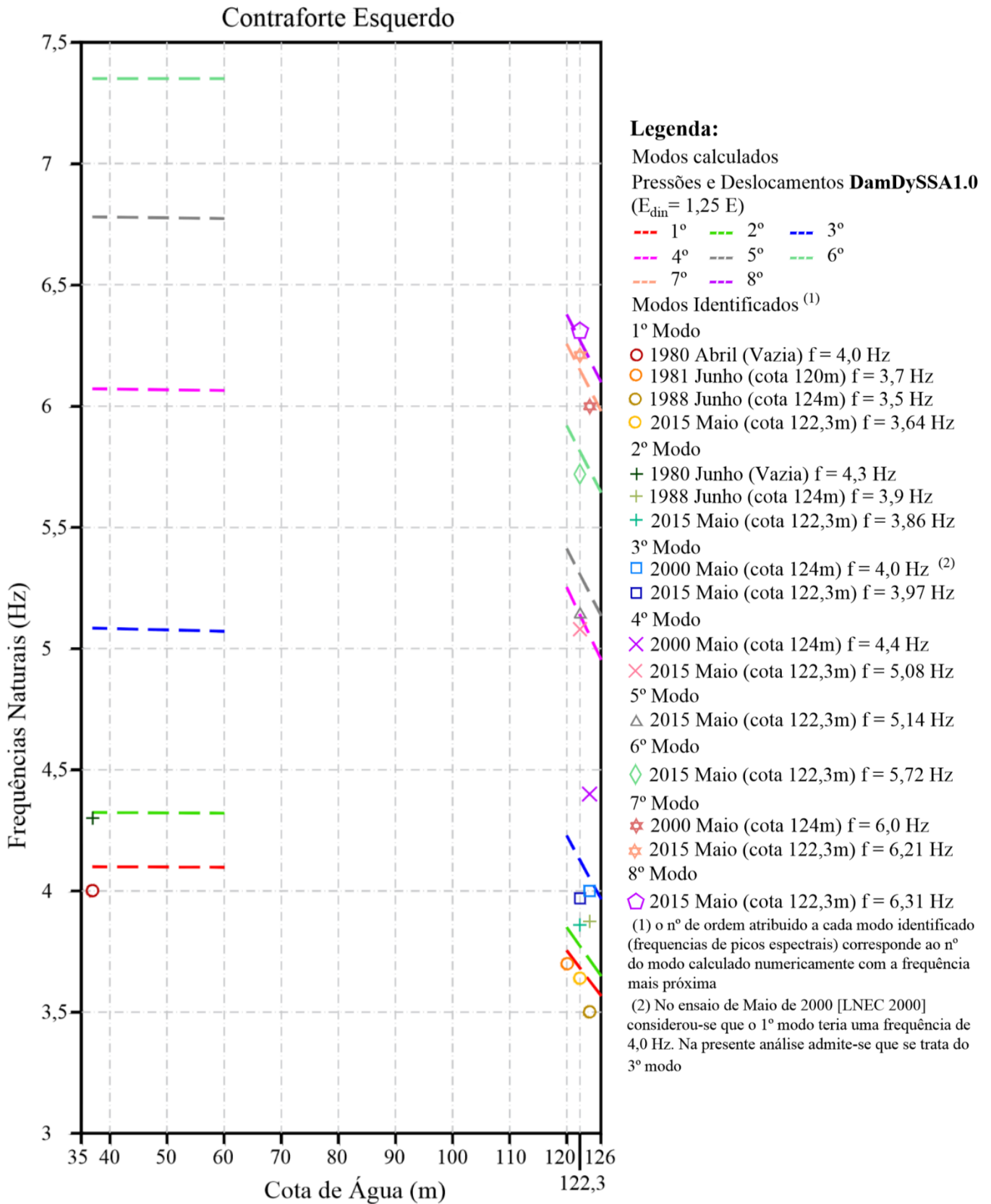


**Figura 5.21** - Análise dos espectros dos valores singulares da matriz DEP (3x3) e indicação dos principais picos espectrais das respetivas frequências. Identificação de uma possível correlação entre os principais picos espectrais e as configurações modais calculadas com o MEF3D.

Na Figura 5.22 apresenta-se uma comparação entre as frequências naturais calculadas com o MPD e as frequências identificadas nos ensaios realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988, 2000 e identificadas no presente ensaio de 2015 correspondente à medição de vibrações no topo do contraforte esquerdo.

Tal como no ponto anterior referente ao ensaio no topo da abóbada central, também neste caso, referente ao ensaio no topo do contraforte esquerdo, a comparação entre resultados experimentais e numéricos que se apresenta na Figura 5.22 permite constatar que o modelo numérico MPD está devidamente calibrado dado que existe um bom acordo entre os resultados experimentais e numéricos. Este resultado permite reforçar a anterior conclusão de que o modelo MPD é mais adequado para simular o comportamento dinâmico do conjunto barragem-fundação-albufeira do que o modelo clássico de massas de água associadas MAA50%.

Da mesma forma que anteriormente, salienta-se que as frequências naturais identificadas no presente ensaio (Maio de 2015) com medição de vibrações no topo do contraforte esquerdo, são coerentes com as frequências naturais obtidas nos ensaios de 1981, 1988 e 2000.



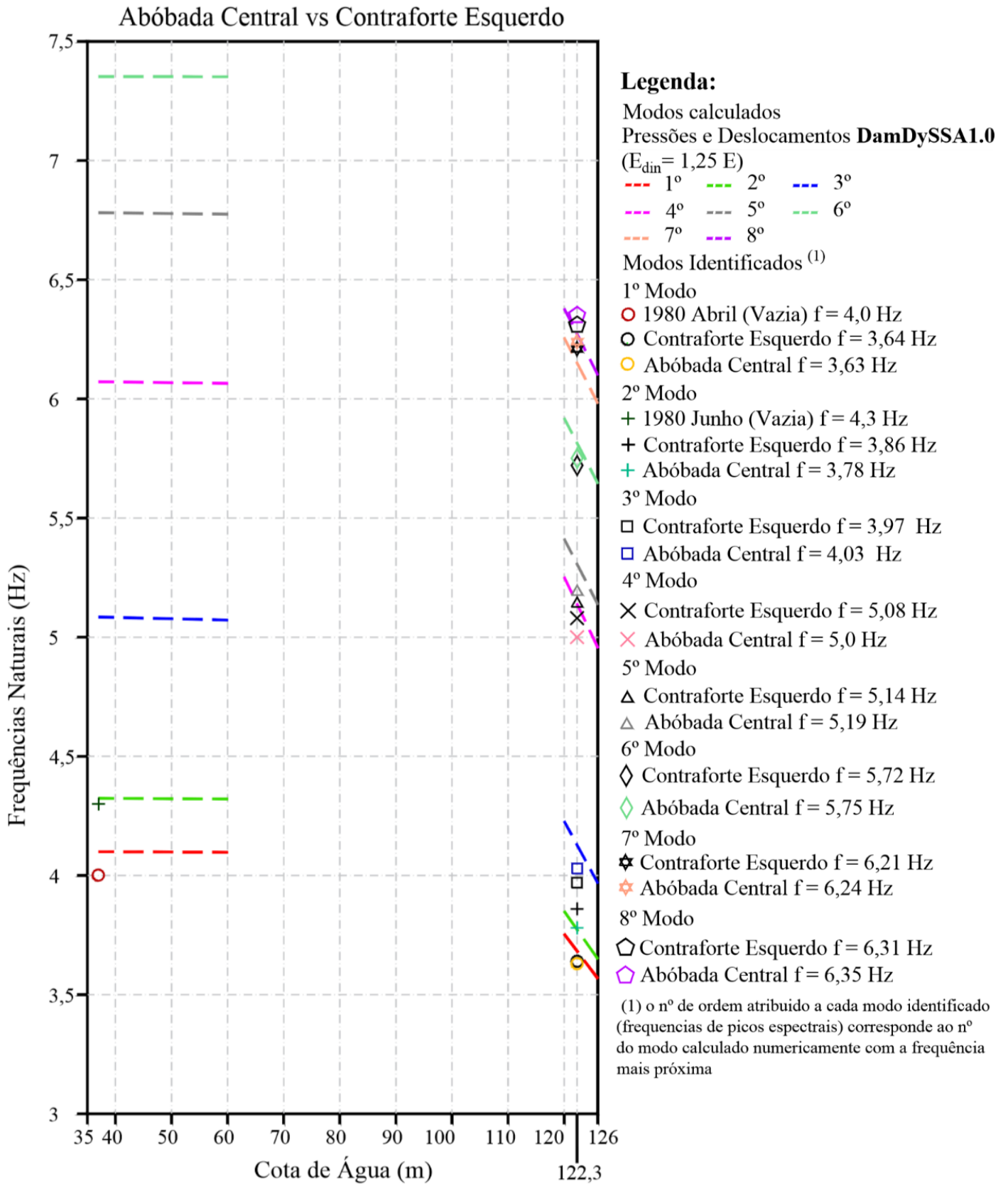
**Figura 5.22** – Variação das frequências naturais com a cota de água na albufeira. Comparação entre resultados numéricos e resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada e ambiente realizados pelo LNEC em diferentes épocas, desde a fase de 1º enchimento até 2015 (ensaio de vibração no âmbito desta dissertação, medição do ensaio de 2015 no topo contraforte esquerdo).

### **5.5.3 Comparação dos resultados obtidos nos dois ensaios realizados: Abóbada Central vs Contraforte Esquerdo**

Na Figura 5.25 a apresentam-se as frequências dos principais picos espectrais obtidos em ambos os ensaios, no topo da abóbada central e no topo do contraforte esquerdo e as frequências naturais calculadas através do modelo numérico (MPD).

Realiza-se uma análise comparativa entre frequências determinadas no ensaio de vibração ambiente (2015), na abóbada central e no contraforte com o objetivo de verificar se as frequências têm valores semelhantes, com vista a confirmar a fiabilidade dos dois ensaios realizados.

É possível concluir, através da Figura 5.25, que os valores das frequências identificadas nos dois referidos ensaios são coerentes. As pequenas diferenças detetadas podem ser atribuídas ao facto de os ensaios terem sido realizados a diferentes horas do dia com condições de excitação distintas.



**Figura 5.23** - Variação das frequências naturais com a cota de água na albufeira. Comparação entre resultados experimentais obtidos no ensaio de vibração ambiente realizado pelo LNEC, no topo do contraforte e no topo da abóbada (ensaio de vibração realizado no âmbito desta dissertação).

## **5.6 Comparação entre formulações: formulação de massas de água associadas e formulação em pressões e deslocamentos**

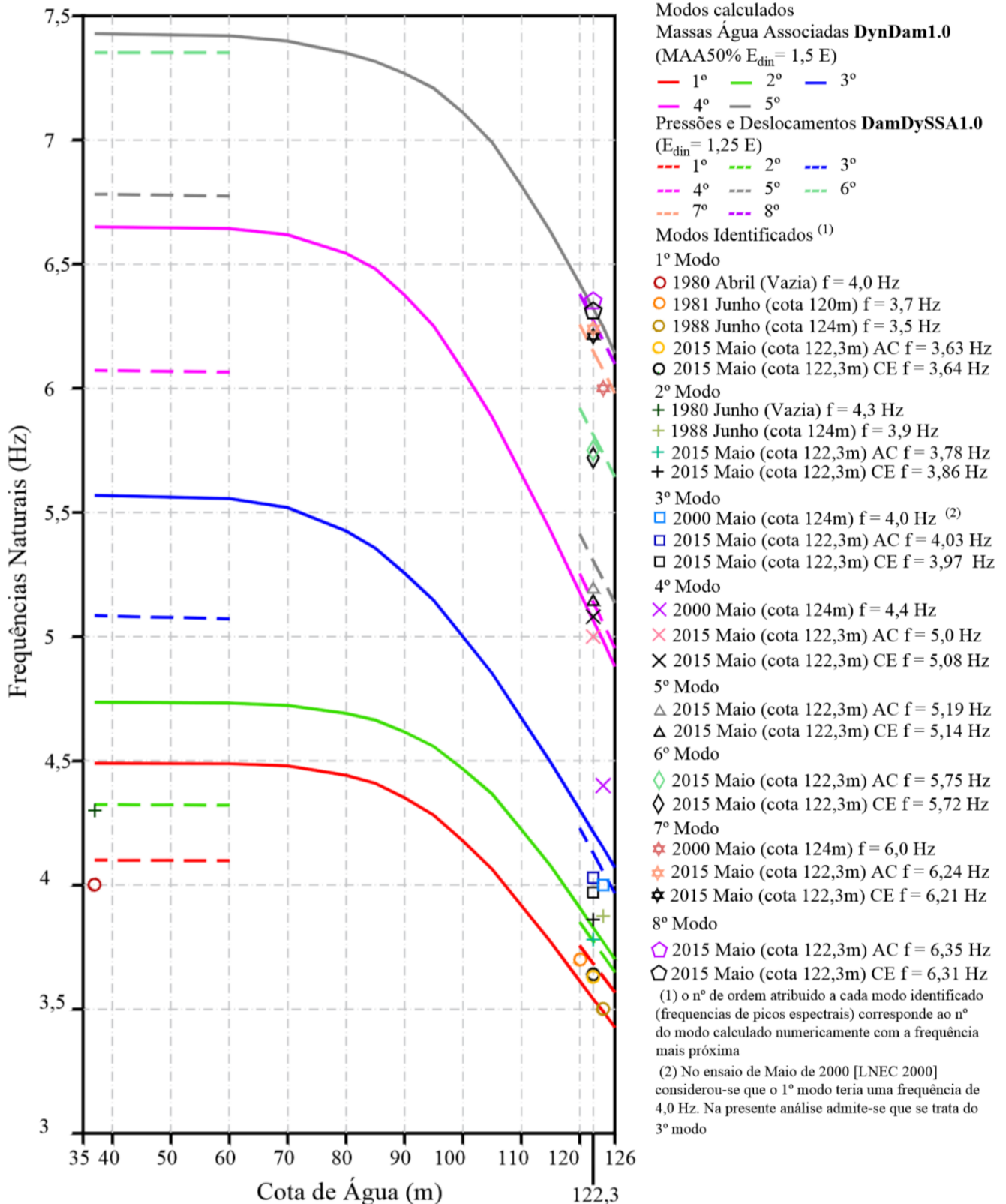
Na Figura 5.24 apresenta-se uma comparação entre os resultados obtidos com os dois modelos numéricos considerados nesta dissertação: modelo numérico baseado na formulação de massas de água associadas (MAA50%) e o modelo numérico baseado na formulação em pressões e deslocamentos (MPD). Os resultados numéricos são também comparados com os resultados experimentais obtidos nos ensaios realizados pelo LNEC (1980, 1981, 1988 e 2000) e os ensaios de Maio de 2015, no topo do contraforte esquerdo e da abóbada central. Esta análise tem como objetivo mostrar que o modelo numérico mais adequado é o modelo MPD e ainda mostrar que os resultados experimentais obtidos nos vários ensaios são relativamente coerentes.

Na Figura 5.24 apresenta-se a variação das frequências dos primeiros modos de vibração em função da cota de água, calculadas através do modelo MAA50% e calculadas com o modelo MPD. É possível verificar que as frequências do 1º e 2º modo de vibração obtidas com modelo MAA50%, para a situação de albufeira vazia, diferem muito das frequências identificadas nos ensaios realizados em 1980 (albufeira vazia). Pelo contrário, com o modelo MPD as frequências calculadas para situação de albufeira vazia são semelhantes às identificadas experimentalmente. Para situação de albufeira cheia ambos os modelos conduzem a valores de frequência do 1º e 2º modo semelhantes às identificadas experimentalmente.

Para o terceiro modo e seguintes verifica-se que com o modelo MPD se obtém, globalmente, um melhor acordo com os resultados experimentais obtidos nos diversos ensaios realizados com a albufeira a cotas elevadas. É de notar que com o modelo MPD surgem mais modos na banda de frequências analisada (3 a 7,5 Hz) do que com o modelo MAA50%, o que é mais coerente com os resultados experimentais que apontam, por exemplo, para a existência de um modo de vibração na frequência 5,7 Hz o qual é previsto pelo modelo MPD e não é previsto pelo modelo MAA50%.

Concluiu-se assim que é conveniente utilizar modelos do tipo MPD visto que com estes modelos é possível obter um bom acordo para a situação de albufeira cheia e vazia. Mostrou-se que não é possível obter este tipo de acerto utilizando o modelo clássico de massas de água associadas MAA50%.

Modos Identificados <sup>(1)</sup> e Modos calculados  
Abóbada Central (AC) vs Contraforte Esquerdo (CE)



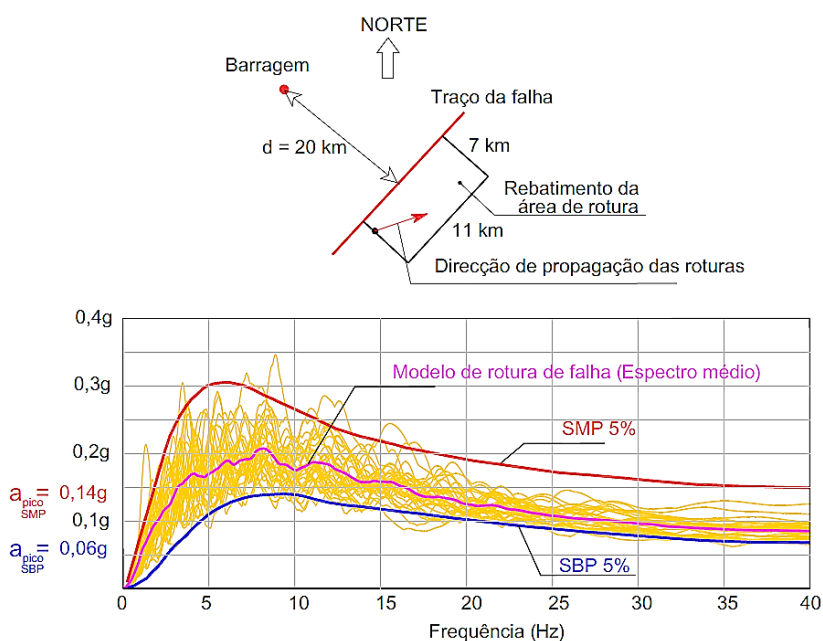
**Figura 5.24** - Representação das frequências naturais dos primeiros modos de vibração para várias cotas de água calculadas com o modelo MAA50% e com o modelo MPD. Comparação com resultados experimentais obtidos em ensaios de vibração forçada realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988, 2000 e com resultados dos dois ensaios de vibração ambiente realizados em 2015 (no topo da abóbada central e do contraforte esquerdo) no âmbito desta

## 5.7 Análise da Resposta Sísmica

Neste ponto é apresentada a análise da resposta sísmica da barragem da Aguieira, efetuada com o modelo numérico MPD (programa DamDySSA1.0) baseado na formulação em pressões e deslocamentos, tendo em conta que a análise modal realizada considera um número de 160 modos, sendo a partir deste número de modos que se obtêm soluções numéricas estáveis.

### Definição da ação sísmica

De forma a determinar um sismo adequado para a barragem de Aguieira, tendo em conta sua localização, utilizou-se um modelo de rotura de falha e de propagação de ondas sísmicas desenvolvido no LNEC (Carvalho, 2007), com o qual foram gerados 30 acelerogramas para o local de uma barragem situada na zona do centro de Portugal Continental. Para este local foram também estimados espectros de resposta para o sismo base projeto (SBP) e para o sismo máximo projeto (SMP), pela técnica usual. Verificou-se que os espectros de resposta correspondentes aos acelerogramas gerados pelo LNEC eram coerentes com os espectros de resposta envolventes estimados para o SBP e SMP (Figura 5.25). Como indicado na Figura 5.25 a aceleração de pico estimada para o local da referida barragem foi de 0,06 g e 0,14 g para o SBP e SMP, respetivamente.



**Figura 5.25** - Comparação dos espectros de resposta envolventes (de uma barragem situada na zona centro de Portugal) com os espectros de resposta correspondentes aos acelerogramas sísmicos gerados por intermédio de um modelo de rotura de falha (Carvalho, 2007).

Para o presente estudo considerou-se para o SMP, uma aceleração de pico de 0,1g e para o SBP uma aceleração de pico de 0,02g (segundo o EC8 a obra situa-se numa zona de baixa sismicidade,

contudo estes valores não foram calculados com base no EC8, dado que para o caso de barragens é conveniente efetuar estudos específicos que tenham em conta a geotecnia do local), pelo que os acelerogramas considerados para cada sismo, foram devidamente escalados por forma a respeitar as referidas acelerações de pico.

O sismo máximo de projeto SMP é o maior sismo de amplitude razoavelmente concebível, considerado possível no local da obra devido a uma rotura numa dada falha tectónica reconhecida ou numa zona tectónica geograficamente definida. Pode ser entendido como o movimento do solo mais grave que afeta o local da barragem. O período de retorno do SMP não pode ser calculado de forma determinística. Os movimentos do solo no local da barragem são geralmente estimados utilizando uma abordagem probabilística, e, para o SMP, os movimentos do solo são normalmente associados a um período de retorno longo, por exemplo, 10 000 anos (ICOLD, 2010). Para SMP aceita-se que as obras sofram danos significativos mas devem resistir sem colapsar.

O sismo base projeto SBP representa o nível de movimento do solo no local da barragem para o qual apenas pequenos danos são aceitáveis, ou seja, a barragem, estruturas e equipamentos anexos devem permanecer funcionais e os danos devem ser facilmente reparáveis. O SBP é geralmente definido como um sismo de período de retorno de 145 anos, ou seja, um sismo com uma probabilidade de 50 % de não ser excedido em 100 anos (ICOLD, 2010).

Para o sismo base de projeto SBP foi considerado um coeficiente de amortecimento de 1% e para o sismo máximo de projeto SMP de 5%. Adotam-se estes valores de coeficientes de amortecimento porque se admite que para o sismo base de projeto SBP (sismo de pequena amplitude) não ocorre fissuração na barragem, não havendo assim significativa dissipação de energia, ou seja, é de esperar baixo amortecimento. Pelo contrário, para o sismo máximo de projeto SMP (sismo de grande amplitude) admite-se que pode ocorrer significativa fissuração, ou seja, pode ocorrer significativa dissipação de energia, pelo que se adota um coeficiente de amortecimento maior, de 5% (Oliveira S. B., 2000).

Nas Figura 5.26 e Figura 5.27 apresentam-se as curvas de amortecimento adotadas, correspondentes à conhecida lei de amortecimento de Rayleigh, e ainda se indicam através de linhas verticais os valores das frequências modais da barragem para a situação de albufeira cheia. A expressão das curvas de Rayleigh, obtém-se tendo em conta que o amortecimento relativo é dado por  $\xi_j = c_j / c_j^{critico}$  (Silvestre, 2012) vindo assim:

$$\xi_j = \frac{c_j}{c_j^{critico}} = \frac{c_j}{2\sqrt{k_j m_j}} = \frac{\alpha \cdot m_j + \beta \cdot \omega_j^2}{2 \cdot \omega_j \cdot m_j} \underset{m_j=1}{=} \frac{\alpha + \beta \cdot \omega_j^2}{2 \cdot \omega_j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\omega_j} + \beta \cdot \omega_j \right) \quad (5.2)$$

Para  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 1\%$  ( $\alpha=0,24129$  ;  $\beta=0,0004118$ ) albufeira a cota 126 m

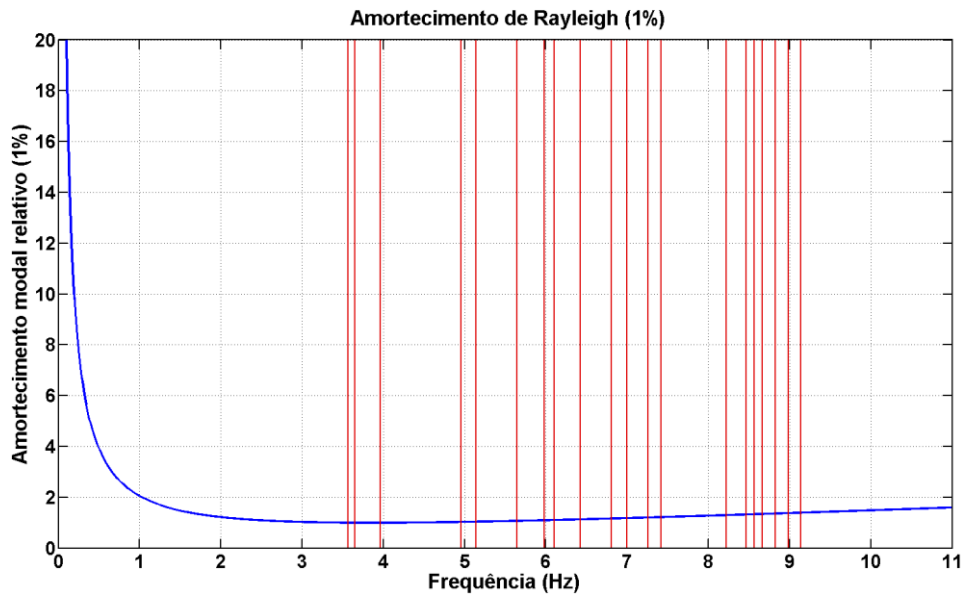


Figura 5.26 - Amortecimento de Rayleigh, curva adotada calibrada para um amortecimento relativo  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 1\%$  na frequência do 1º modo numérico da barragem da Aguieira.

Para  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 5\%$  ( $\alpha=1,26835$  ;  $\beta=0,00193$ ) albufeira a cota 126 m

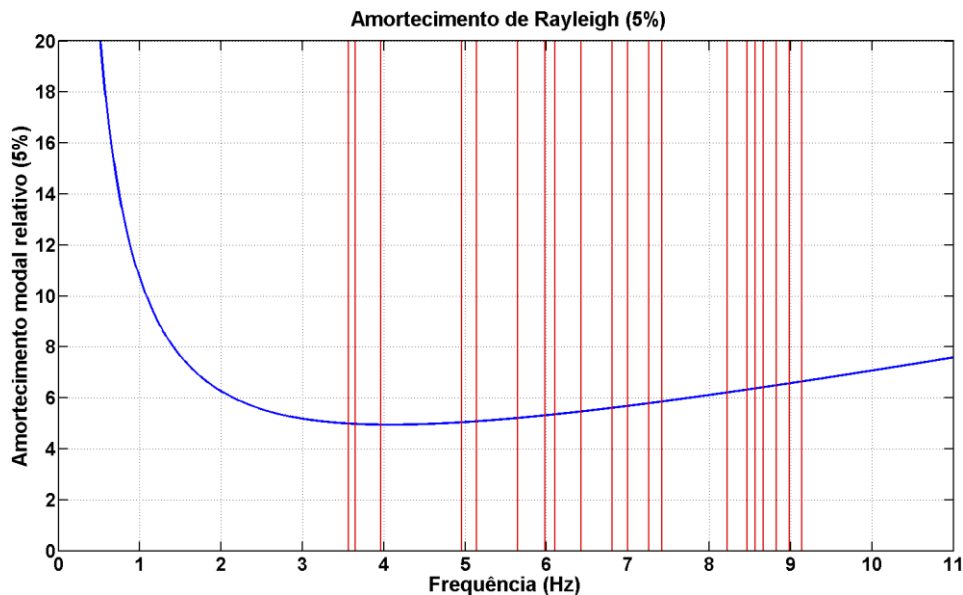


Figura 5.27 - Amortecimento de Rayleigh, curva adotada calibrada para um amortecimento relativo  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 5\%$  na frequência do 1º modo numérico da barragem da Aguieira.

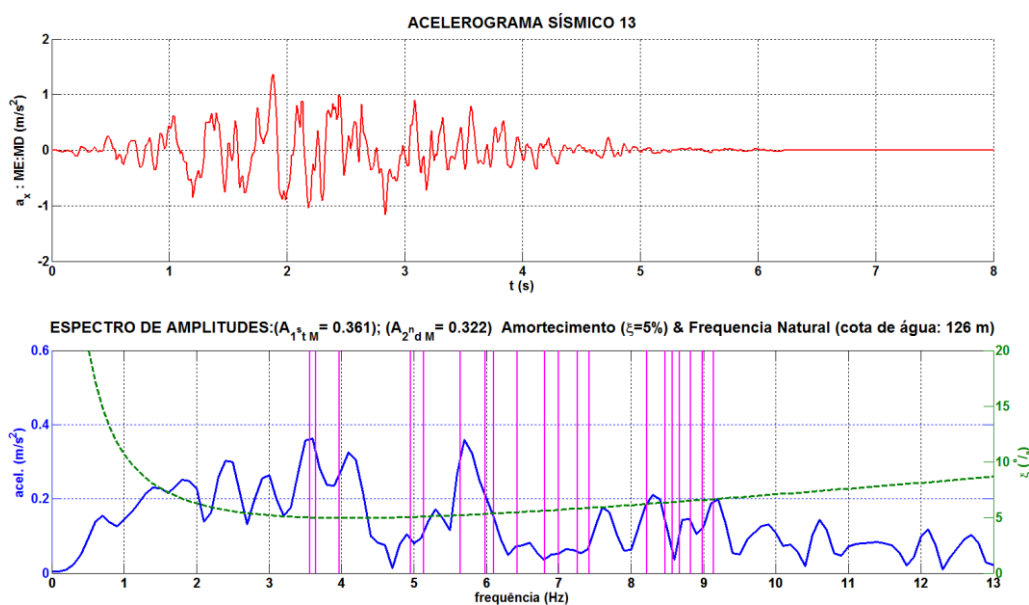
Os valores dos coeficientes de amortecimento de Rayleigh  $\alpha$  e  $\beta$  foram escolhidos por forma a obter curvas de Rayleigh para as quais o valor do amortecimento relativo na frequência do 1º modo de vibração da barragem é 1% (valor usualmente adotado no estudo da resposta para o SBP) como se mostra na Figura 5.26 e de 5% (valor usualmente adotado no estudo da resposta para o SMP) como se mostra na Figura 5.27.

### 5.7.1 Aplicação de acelerogramas sísmicos nas três direções

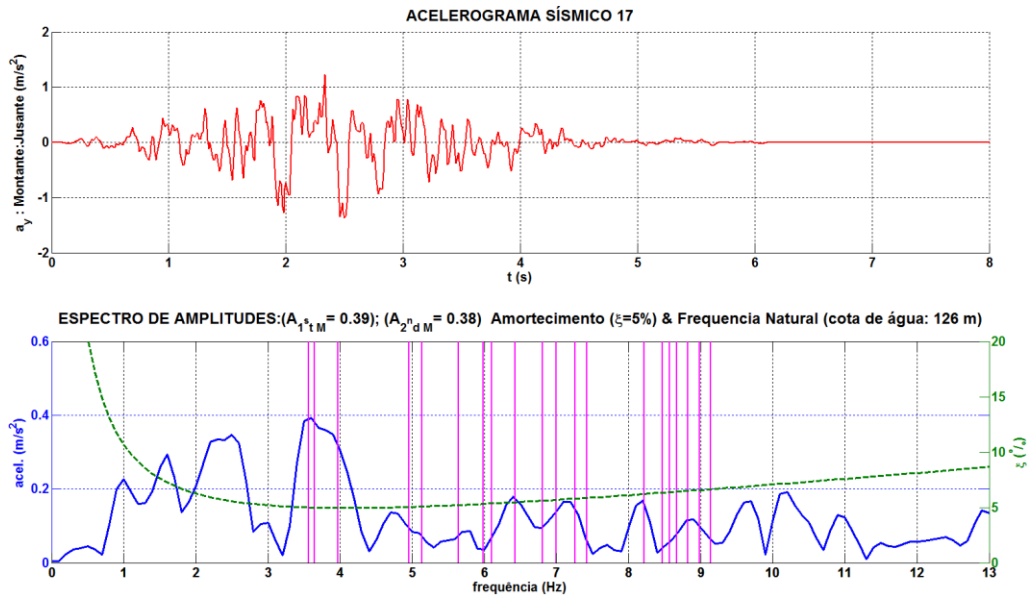
Na verificação da segurança sísmica de barragens abóbada podem aplicar-se acelerogramas sísmicos nas 3 direções (montante-jusante, margem esquerda-margem direita e vertical), como é o caso do presente ponto, ou apenas na direção montante-jusante (ver ponto 5.7.2).

Neste ponto apresenta-se a análise da resposta sísmica da obra para um conjunto de três acelerogramas escolhidos de entre os 30 acelerogramas gerados com o modelo de rotura de falha já referido. A escolha dos acelerogramas foi efetuada de forma expedita com base na análise dos respetivos espectros de amplitudes: escolheram-se os acelerogramas cujos maiores picos espectrais têm frequência coincidente com as frequências dos primeiros modos de vibração da barragem (situação de albufeira cheia), nomeadamente do 1º e 2º modos. Desta forma os acelerogramas considerados mais desfavoráveis foram, o acelerograma 17 (Figura 5.29), utilizado na direção de Montante-Jusante, o acelerograma 13 (Figura 5.28), o segundo mais desfavorável, é utilizado na direção Margem esquerda-Margem direita e o acelerograma 28 (Figura 5.30), o terceiro mais desfavorável, é utilizado na direção vertical (aplicando um fator de minoração de 2/3).

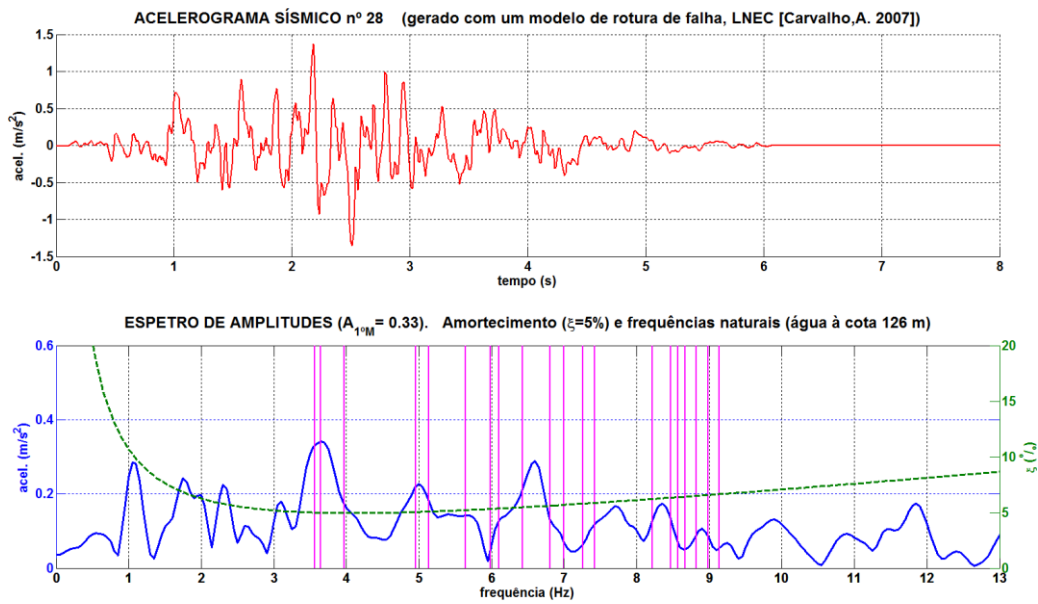
Os acelerogramas utilizados foram escalados com vista a obter as pretendidas acelerações de pico: 0,02g para o SBP e 0,1g para o SMP.



**Figura 5.28** - Acelerograma sísmico 13 e espectro de amplitudes gerado com o modelo de rotura de falha, LNEC (Carvalho, 2007), considerado para direção Margem Esquerda-Margem Direita (escalado para acelerações de pico de 0,02g para o SBP e de 0,1g para o SMP).



**Figura 5.29** - Acelerograma sísmico 17 e espectro de amplitudes gerado com o modelo de rotura de falha, LNEC (Carvalho, 2007), considerado para direção Montante-Jusante (escalado para acelerações de pico de  $0,02g$  para o SBP e de  $0,1g$  para o SMP).



**Figura 5.30** - Acelerograma sísmico 28 e espectro de amplitudes gerado com o modelo de rotura de falha, LNEC (Carvalho, 2007), considerado para direção Vertical (escalado para acelerações de pico de  $0,02g \times 2/3$  para o SBP e de  $0,1g \times 2/3$  para o SMP).

**Ação do SBP<sub>x-y-z</sub>    a<sub>pico</sub>= 0,02g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$     Acelerograma 13-17-28 acel.(1-1-2/3)**

Neste ponto é apresentada uma análise para a ação sísmica correspondente ao SBP<sub>x-y-z</sub> (Sismo Base Projeto) com uma aceleração de pico de 0,02g, considerando os referidos acelerogramas 13-17-28 e o amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ . Analisa-se a resposta ao longo do tempo apresentando, em particular, resultados para os instantes em que ocorre o deslocamento máximo para jusante (instante TJ) e para montante (instante TM).

Para o instante TJ (Figura 5.31) verifica-se que o deslocamento máximo para jusante é de 10,43 mm e ocorre na zona central ao nível do coroamento da abóbada central.

No instante TJ, a montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona central superior da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 2,9 MPa. As maiores tensões de tração a montante segundo o arco ocorrem na abóbada central nas proximidades dos contrafortes e as maiores tensões de tração segundo a consola ocorrem no pé de montante da abóbada central, sendo da ordem de 1,4 MPa.

A jusante, ocorrem tensões de compressão segundo o arco na zona lateral da abóbada central, na zona de topo da abóbada direita com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 1,7 MPa na zona lateral de topo da abóbada central. As tensões de tração a jusante situam-se na zona central e de topo da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 2,6 MPa.

Para o instante TM (Figura 5.32) o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central sendo da ordem de 10,3 mm.

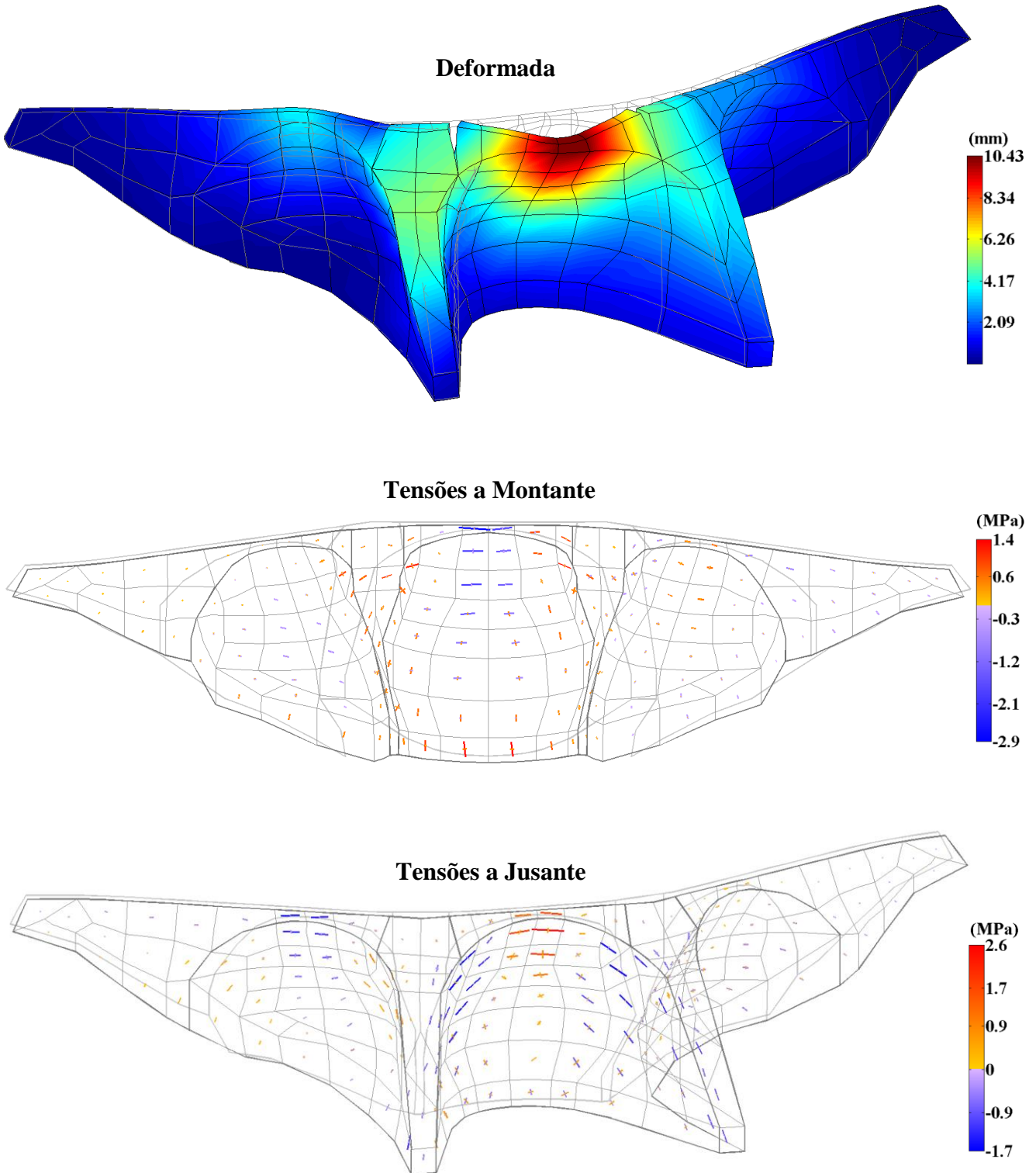
A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na abóbada central junto à inserção, com orientação normal à inserção betão-rocha. Na zona de inserção das abóbadas nos contrafortes e na abóbada direita ocorrem tensões de compressão segundo os arcos. As tensões de compressão assumem um valor máximo de 1,3 MPa no pé de montante da abóbada central. As maiores tensões de tração a montante situam-se na zona central e de topo da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 3,2 MPa.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona central de topo da abóbada central, com orientação do arco, assumindo um valor máximo de 2,9 MPa.

As maiores tensões de tração a jusante ocorrem segundo o arco na zona lateral da abóbada central e nos contrafortes. Ocorrem também tensões de tração na zona central e superior da abóbada direita, com orientação do arco assumindo um valor máximo de 2,1 MPa.

### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ

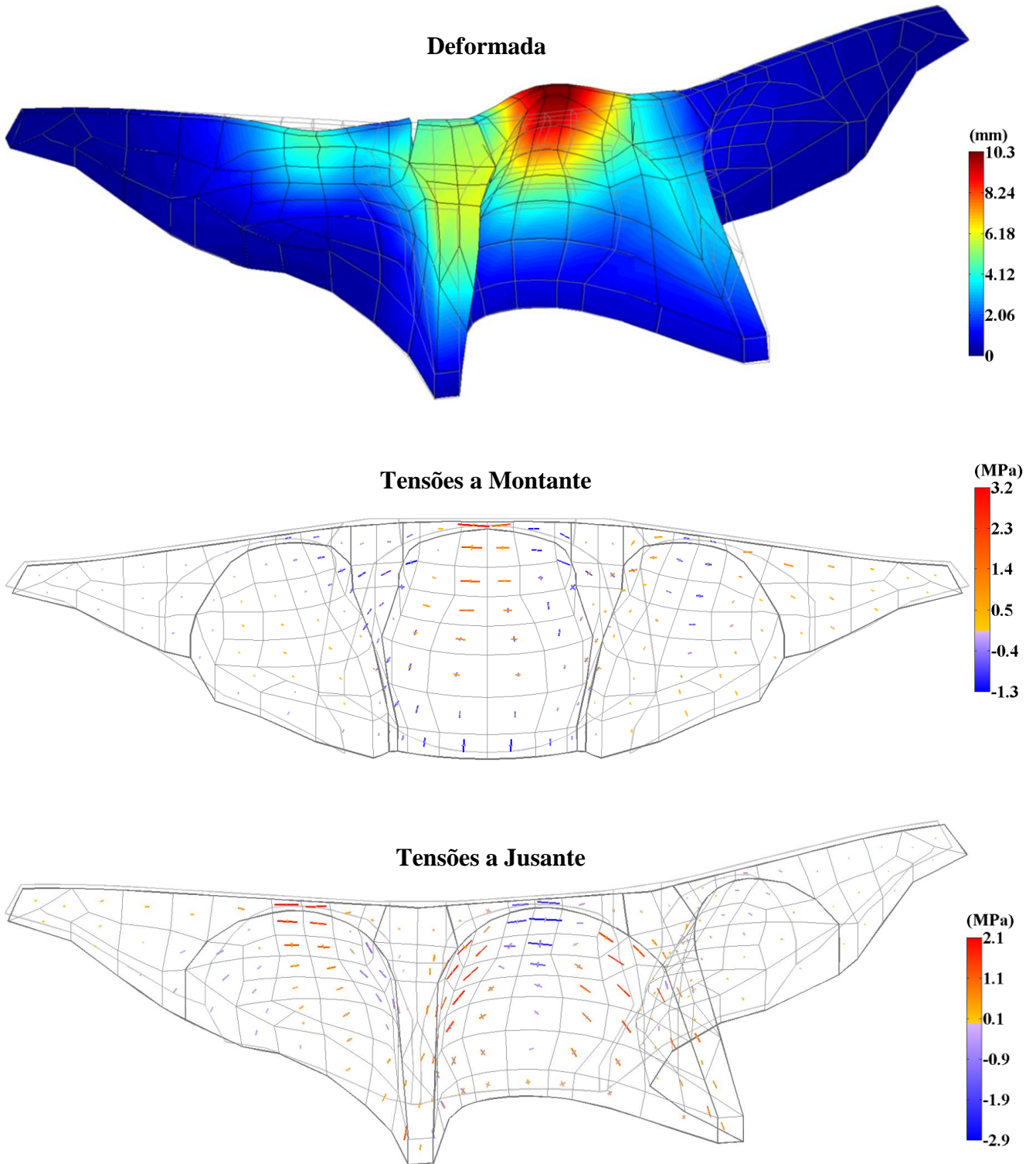
Ação do SBP<sub>x-y-z</sub>  $a_{\text{pico}} = 0,02g$   $\xi_{1^{\text{Modo}}} = 1\%$  Acelerograma 13-17-28 acel.(1-1-2/3)



**Figura 5.31** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\text{Modo}}} = 1\%$ .

### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

Ação do SBP<sub>x-y-z</sub>     $a_{\text{pico}} = 0,02g$      $\xi_{1^{\text{o}}\text{Modo}} = 1\%$     Acelerograma 13-17-28 acel.(1-1-2/3)



**Figura 5.32** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\text{o}}\text{Modo}} = 1\%$ .

### **Combinação: PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SBP<sub>x-y-z</sub>**

Para análise da combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SBP<sub>x-y-z</sub>, considerando o sismo SBP<sub>x-y-z</sub> nas 3 direções, como já foi referido, apresentam-se as tensões a montante e a jusante e a deformada da estrutura, para os instantes TM e TJ. As ações referidas na combinação em estudo são o peso próprio (PP), a pressão hidrostática com a albufeira à cota máxima (PH(126 m)) e o sismo base de projeto SBP com uma aceleração de pico de 0,02g (amortecimento  $\xi_{1^{\text{º}}\text{Modo}}=1\%$ ). Apresentam-se resultados para diferentes valores do coeficiente de majoração  $\lambda$ , nomeadamente para  $\lambda=1, 2, 3$  e 4 (Figura 5.33 à Figura 5.40), analisando, em particular, os resultados para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$  e  $\lambda=4$ .

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$  (aceleração de pico de 0,02g) e para o instante TJ (Figura 5.33), o deslocamento máximo é da ordem de 32,9 mm, no topo da abóbada central.

A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona central das abóbadas, segundo os arcos, assumindo um valor máximo de 5,7 MPa na abóbada central. As maiores tensões de tração situam-se no pé de montante da abóbada central, com uma orientação normal à inserção betão-rocha, com um valor máximo de 2,9 MPa. Ocorrem também na zona de contacto entre abóbadas e nos contrafortes, com a orientação dos arcos.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem nos contrafortes, com a orientação normal à inserção betão-rocha, com um valor máximo de 5,8 MPa. Ocorrem também nas abóbadas com a orientação do arco, e no pé de montante, com a orientação normal à inserção betão-rocha. As maiores tensões de tração ocorrem no topo da abóbada central, com a orientação do arco, com um valor máximo de 4,1 MPa. Também surgem tensões de tração no topo da abóbada esquerda, com a orientação do arco.

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$  e para o instante TM (Figura 5.34), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada direita, com um valor da ordem de 20 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 4,3 MPa na abóbada direita. As maiores tensões de tração situam-se nos encontros e na zona de contacto entre abóbadas, com orientação dos arcos, assumindo um valor máximo de 2,1 MPa na zona do encontro direito.

A jusante, as maiores tensões de compressão situam-se nos contrafortes, na direção normal à inserção, e nas abóbadas segundo o respetivo arco. As tensões de compressão assumem o valor máximo de 4,4 MPa na zona de inserção betão-rocha da abóbada direita. As tensões máximas de

tração ocorrem no topo da abóbada direita, com a orientação do arco, assumindo um valor de 3,6 MPa.

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=4$  (aceleração de pico de 0,08g) e para instante TJ (Figura 5.39), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central, com um valor na ordem de 64 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central das abóbadas, com a orientação dos arcos, assumindo um valor máximo de 14,4 MPa no topo da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no pé de montante da abóbada central, segundo a normal à inserção betão-rocha, com um valor máximo de 7 MPa. Ocorrem também na zona de contacto entre abóbadas e nos contrafortes com a orientação do arco.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem segundo o arco da abóbada central na zona lateral, com um valor máximo de 9,8 MPa. Surgem também nos contrafortes, com orientação normal à inserção betão-rocha, e nas abóbadas laterais segundo o arco. As maiores tensões de tração ocorrem no topo da abóbada central, com orientação do arco, assumindo um valor máximo de 11,9 MPa.

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=4$  e para o instante TM (Figura 5.40), o deslocamento máximo ocorre na abóbada direita com um valor da ordem de 32,4 mm.

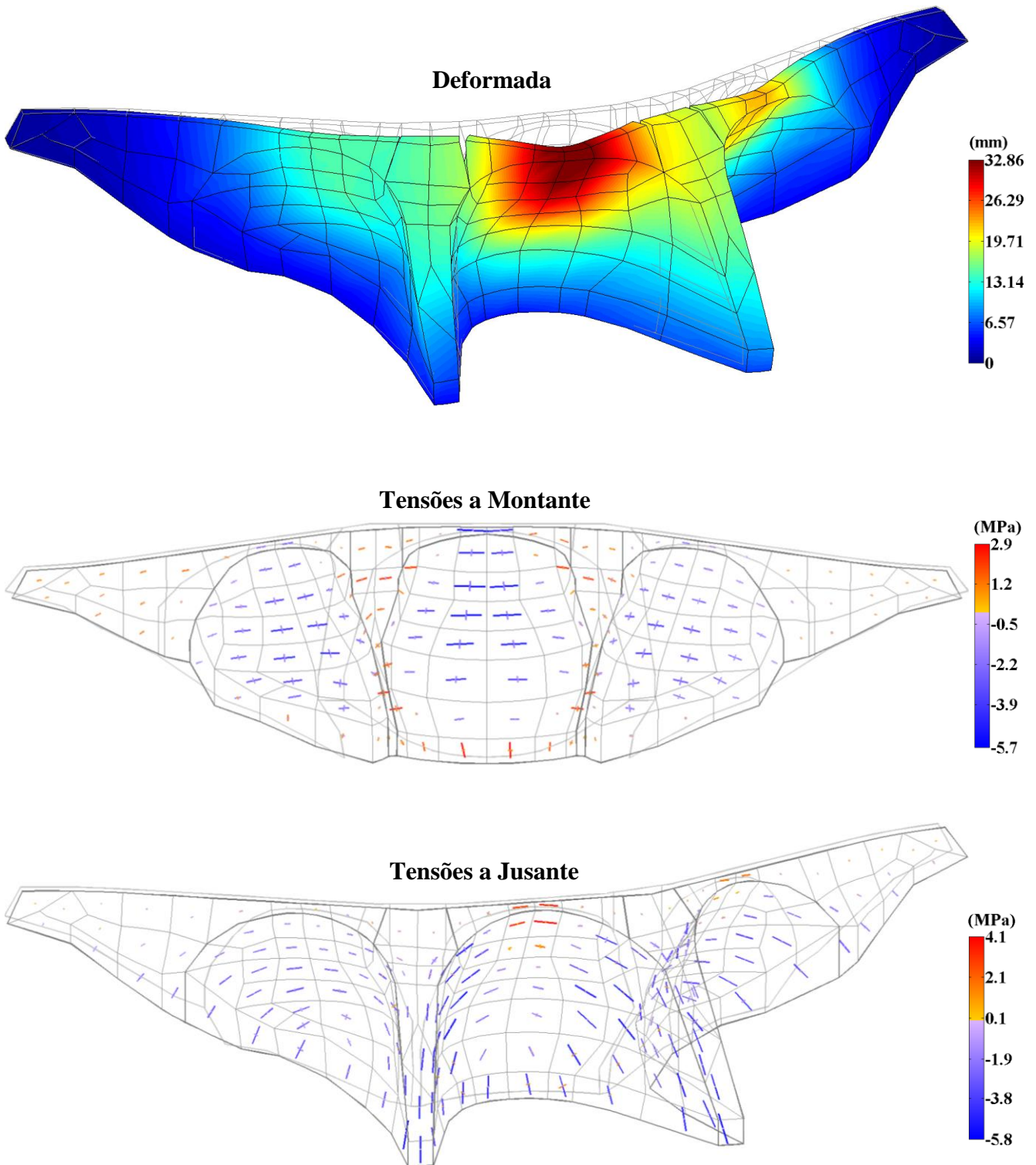
A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona central das abóbadas laterais orientadas com o arco, e na zona central da abóbada central, com a orientação normal à inserção betão-rocha. Assume o valor máximo de 6,2 MPa na zona central da abóbada direita.

As maiores tensões de tração situam-se no encontro direito, com a orientação do arco, e no topo da abóbada central assumindo um valor máximo de 10 MPa e com a orientação do arco.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem segundo o arco da abóbada na zona central da abóbada central e esquerda, e na zona lateral da abóbada direita. Assumem um valor um valor máximo de 10 MPa no topo da abóbada central.

### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ

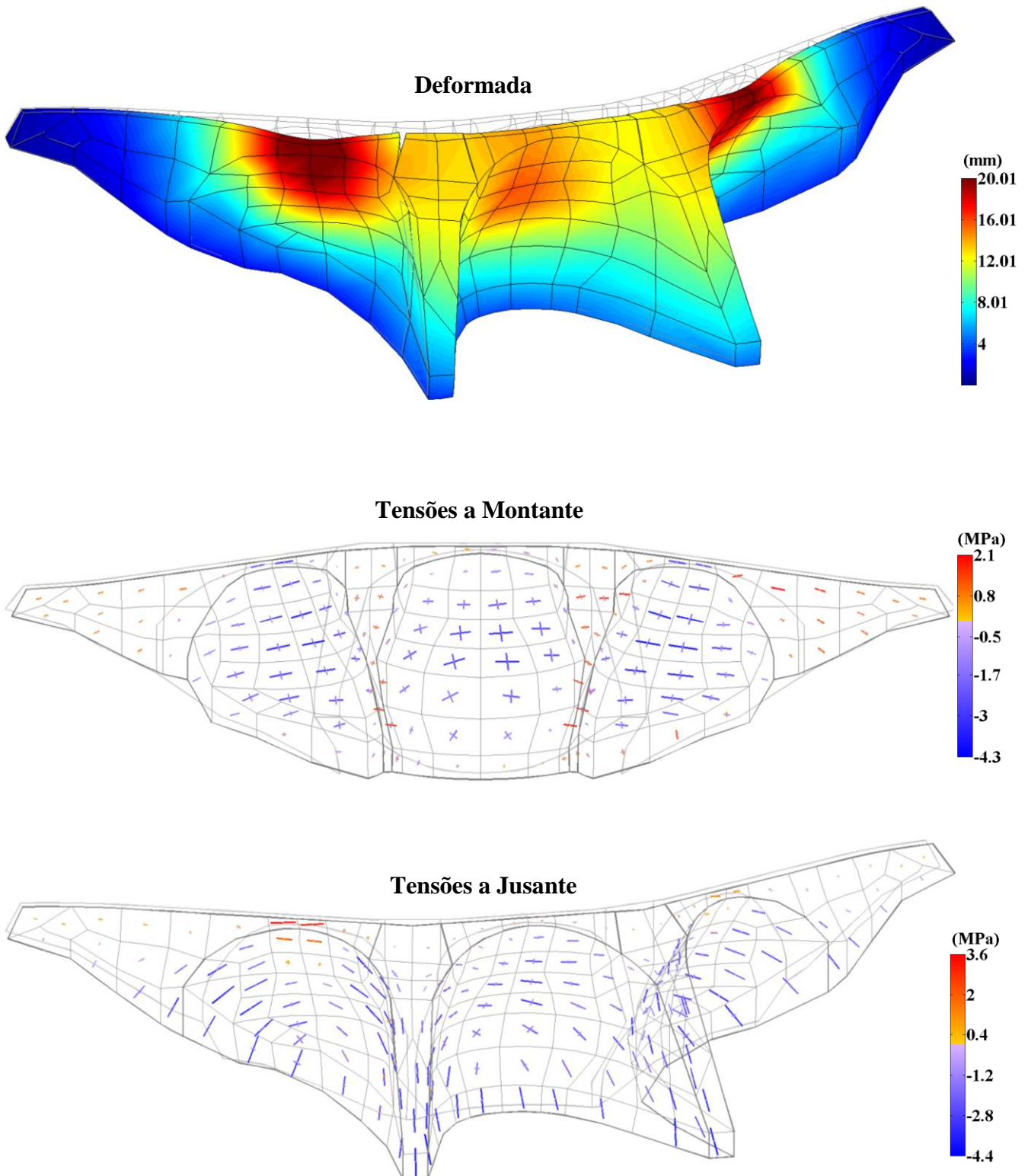
PP+PH(126 m)+SBP<sub>x-y-z</sub>  $a_{\text{pico}}=0,02g$   $\xi_{1^{\text{Modo}}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)



**Figura 5.33** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\text{Modo}}}=1\%$ .

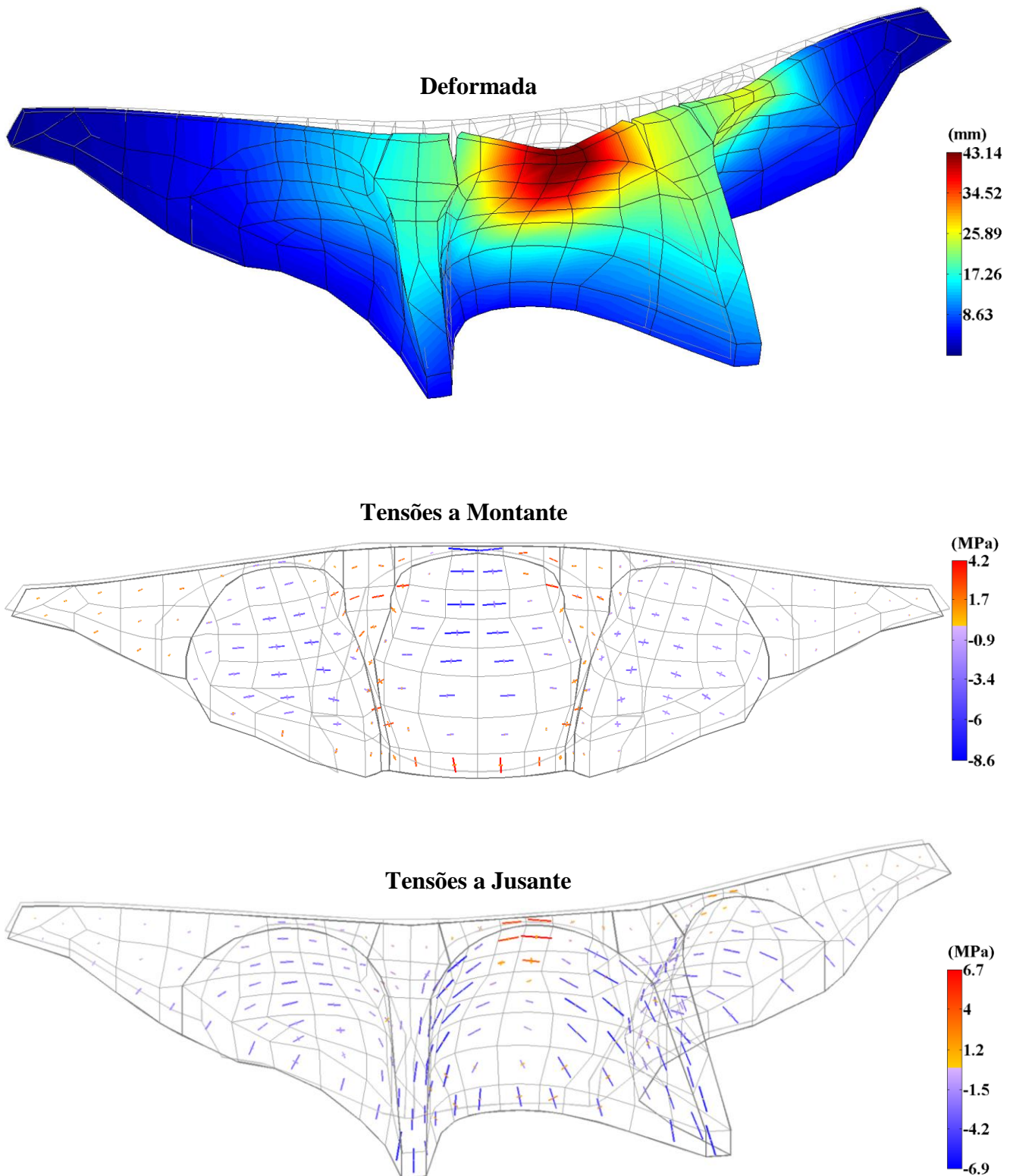
### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

PP+PH(126 m)+SBP<sub>x-y-z</sub>  $a_{\text{pico}}=0,02g$   $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)



**Figura 5.34** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ .

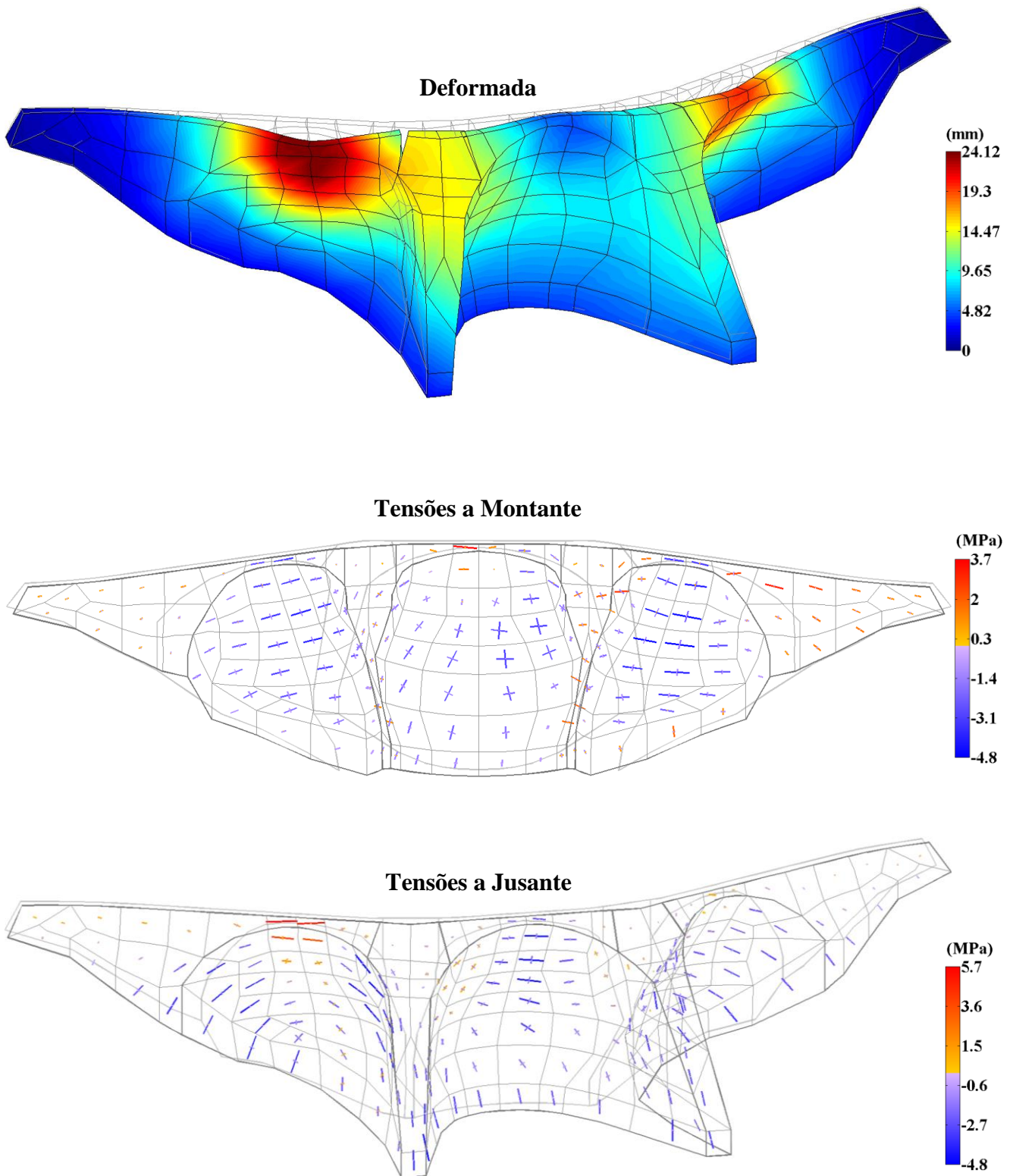
**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+2×SBP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,04g  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)**



**Figura 5.35** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+2×SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ .

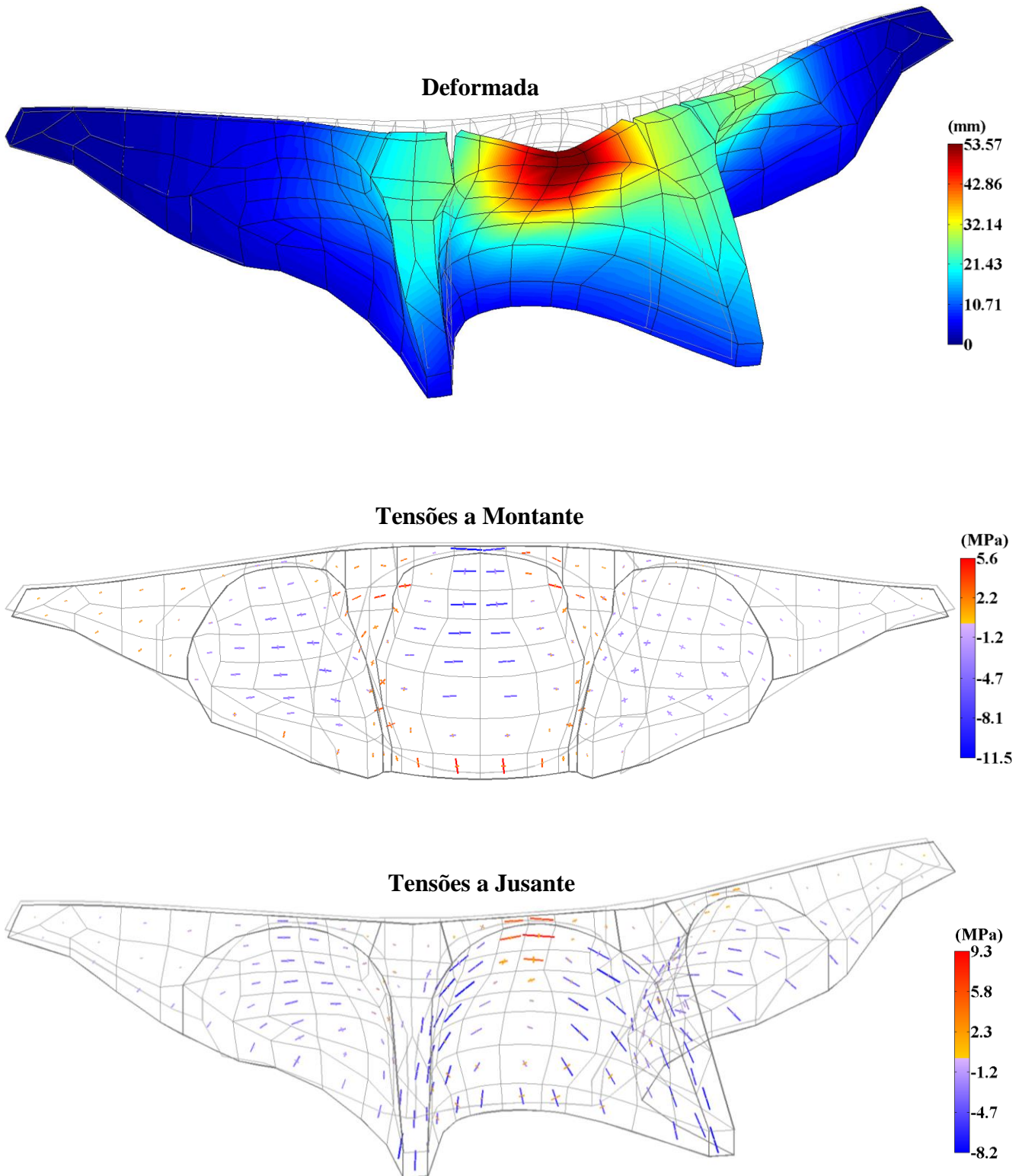
### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

PP+PH(126 m)+2×SBP<sub>x-y-z</sub>  $a_{\text{pico}}=0,04g$   $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)



**Figura 5.36** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+2×SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ .

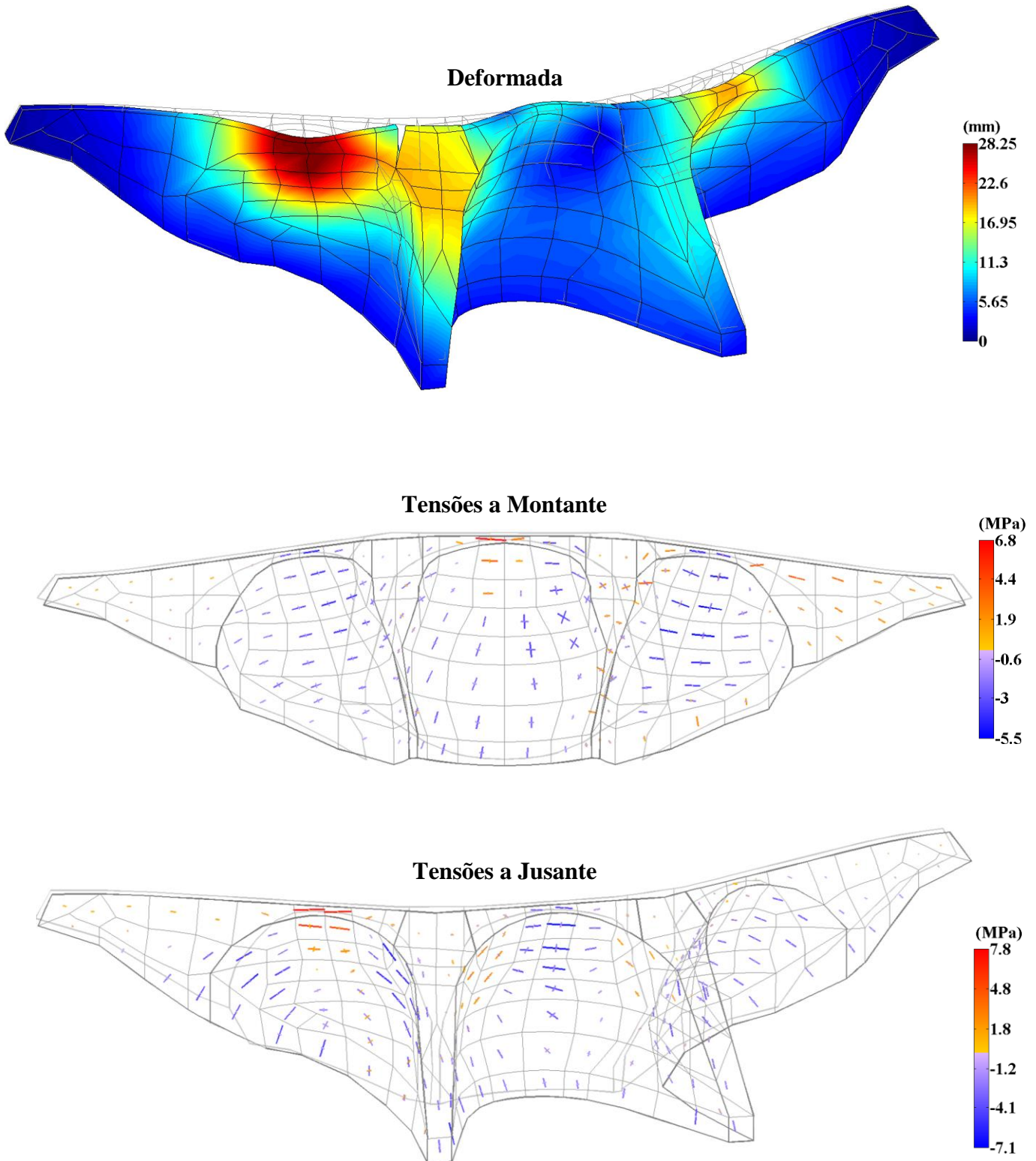
**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+3×SBP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,06g  $\xi_{1^o\text{Modo}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)**



**Figura 5.37** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+3×SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^o\text{Modo}}=1\%$ .

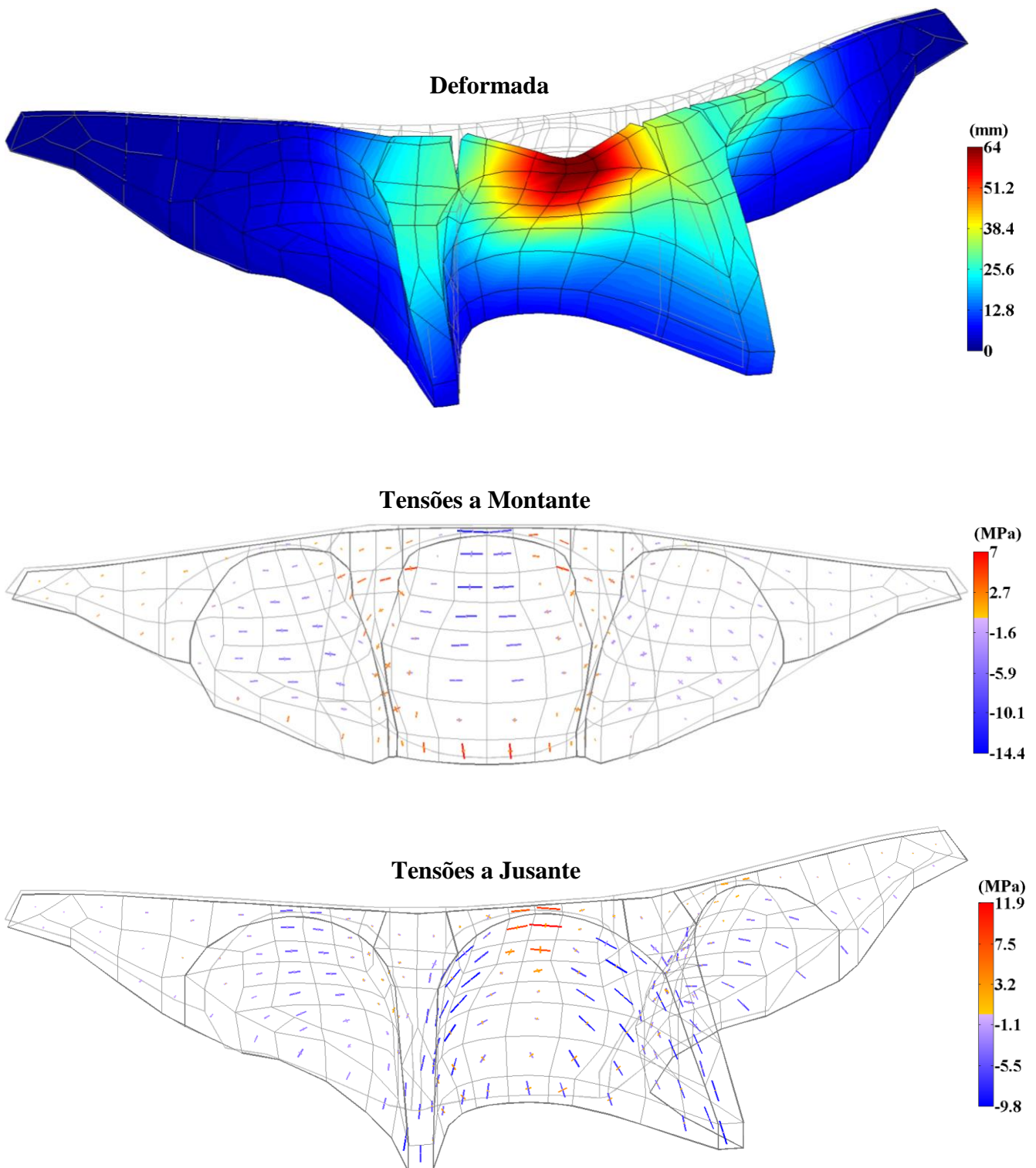
### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

PP+PH(126 m)+3×SBP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,06g  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)



**Figura 5.38** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+3×SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ .

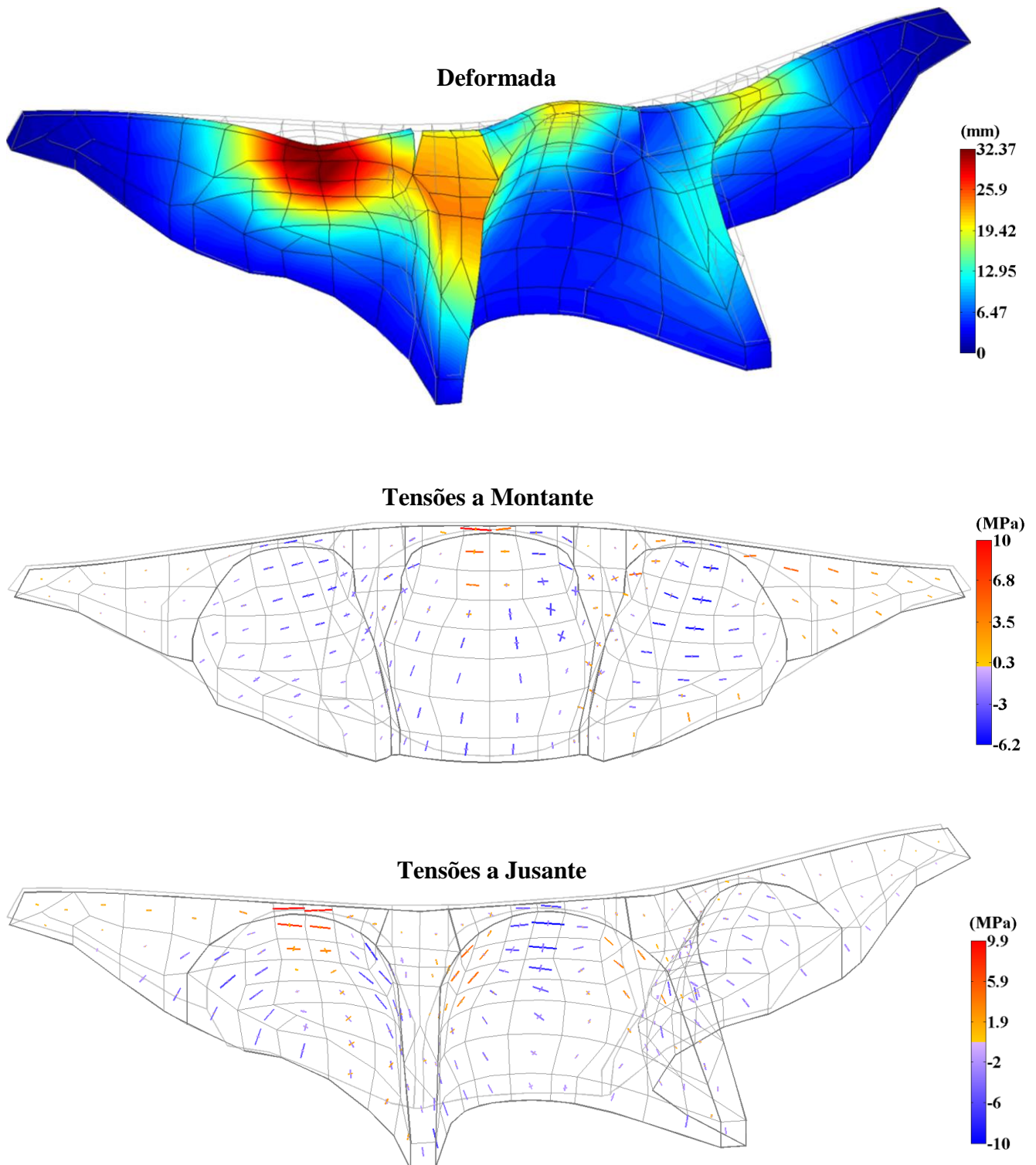
**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+4×SBP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,08g  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)**



**Figura 5.39** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+4×SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ .

### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

PP+PH(126 m)+4×SBP<sub>x-y-z</sub>  $a_{\text{pico}}=0,08g$   $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)



**Figura 5.40** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+4×SBP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ .

**Ação do SMP<sub>x-y-z</sub>    a<sub>pico</sub>=0,1g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$     Acelerograma 13-17-28 acel(1-1-2/3)**

Neste ponto é apresentada a análise para a ação sísmica correspondente ao SMP<sub>x-y-z</sub> (Sismo Máximo Projeto) com uma aceleração de pico de 0,1g, considerando os referidos acelerogramas 13-17-28 e o amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ . Tal como anteriormente, analisa-se a resposta ao longo do tempo apresentando, em particular, resultados para os instantes em que ocorre o deslocamento máximo para jusante (instante TJ) e para montante (instante TM).

Para o instante TJ (Figura 5.41), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor da ordem de 30 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central e superior da abóbada central e também na zona central da abóbada esquerda, orientadas com os arcos, assumindo um valor máximo de 7,8 MPa no topo da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no pé de montante da abóbada, com a orientação normal à inserção, com um valor máximo de 4,3 MPa. Ocorrem outras tensões de tração na zona de contacto das abóbadas e nos contrafortes, com a orientação dos arcos.

A jusante, as tensões de compressão ocorrem segundo arco, na zona superior da abóbada direita e na zona lateral da abóbada central. São verificáveis também nos contrafortes, com a orientação normal à inserção betão-rocha. As tensões máximas de compressão assumem um valor de 4,9 MPa na zona lateral da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem na zona de topo da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo um valor de 7 MPa.

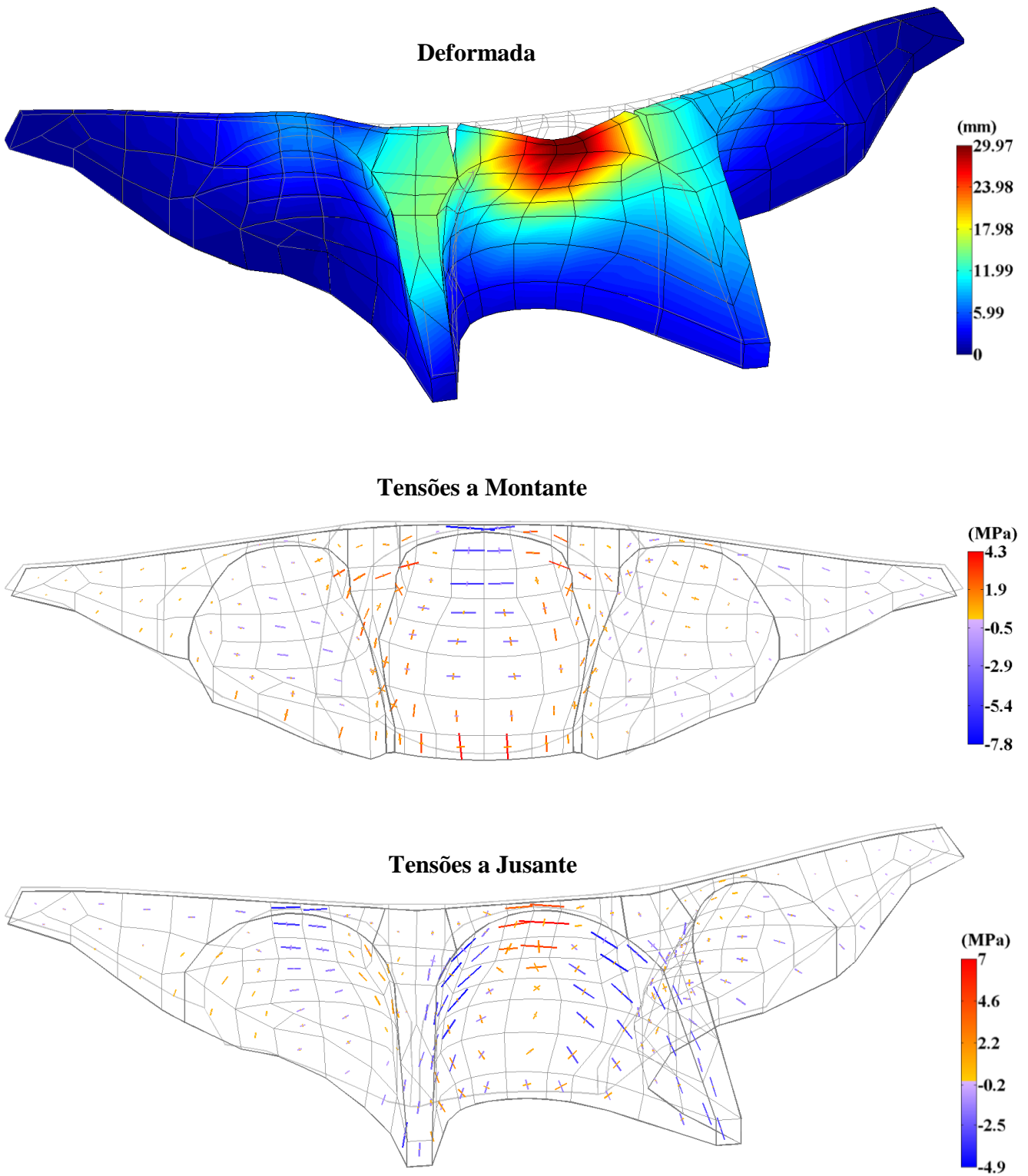
Para instante TM (Figura 5.42), o deslocamento máximo dá-se no topo da abóbada central com um valor da ordem de 28,1 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona de contacto das abóbadas, com a orientação do arco. Ocorrem também no pé de montante, com orientação normal à inserção, assumindo um valor máximo de 3,6 MPa. As maiores tensões de tração situam-se na zona de topo da abóbada central, com a orientação do arco, com um valor máximo de 7,7 MPa. São também visíveis na zona central da abóbada esquerda e no encontro direito, com a orientação do arco.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem no topo da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 6,3 MPa. As maiores tensões de tração ocorrem nos contrafortes, com orientação normal à inserção betão-rocha, e, segundo o arco na zona lateral da abóbada central e esquerda. Ocorrem também na zona central e de topo da abóbada direita, com a orientação do arco. A tensão máxima assume o valor de 4,6 MPa na zona lateral da abóbada central.

### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ

Ação do SMP<sub>x-y-z</sub>     $a_{pico} = 0,1g$      $\xi_{1^{o}Modo} = 5\%$     Acelerograma 13-17-28 acel.(1-1-2/3)



**Figura 5.41** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo SMP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{o}Modo} = 5\%$ .

### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

Ação do  $SMP_{x-y-z}$   $a_{pico} = 0,1g$   $\xi_{1^{o}Modo} = 5\%$  Acelerograma 13-17-28 acel.(1-1-2/3)

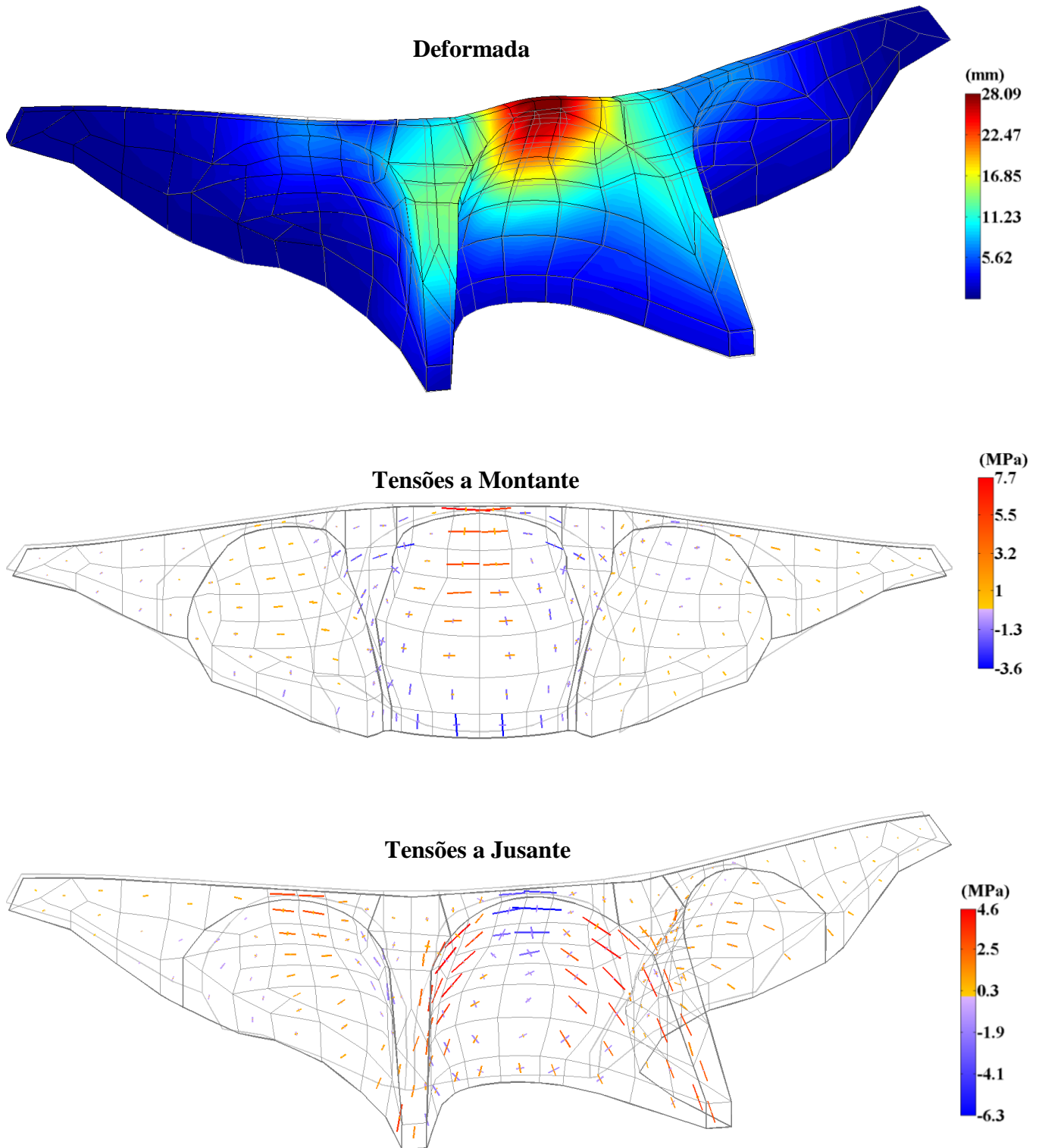


Figura 5.42 - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo  $SMP_{x-y-z}$  considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{o}Modo} = 5\%$ .

### **Combinação: PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>x-y-z</sub>**

Para análise da combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>x-y-z</sub>, considerando o sismo SMP<sub>x-y-z</sub> nas 3 direções, como já foi referido, apresentam-se as tensões a montante e a jusante e a deformada da estrutura, para os instantes TM e TJ. As ações referidas na combinação em estudo são o peso próprio (PP), a pressão hidrostática com a albufeira à cota máxima (PH(126 m)) e o sismo base de projeto SMP com uma aceleração de pico de 0,1g (amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$ ). Apresentam-se, tal como atrás, os resultados para diferentes valores do coeficiente de majoração  $\lambda$ , nomeadamente para  $\lambda=1, 2, 3$  e  $4$  (Figura 5.43 à Figura 5.50), analisando, em particular, os resultados para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$  e  $\lambda=4$ .

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$  e para o instante TJ (Figura 5.43), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor da ordem de 52,4 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 10,5 MPa no topo da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no pé de montante da abóbada central, com orientação normal à inserção, assumindo um valor máximo de 5,7 MPa. São verificáveis também na zona de interação das abóbadas laterais, contrafortes e encontro esquerdo, com a orientação dos arcos.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem nos contrafortes, com a direção normal à inserção. Ocorrem também nas abóbadas, segundo os arcos, assumindo um valor máximo de 8,1 MPa na zona lateral da abóbada central.

As maiores tensões de tração ocorrem no topo da abóbada central, com a orientação do arco e assumindo o valor máximo de 8,5 MPa.

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$  e para o instante TM (Figura 5.44), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada direita com um valor da ordem de 22,2 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 4,3 MPa na abóbada direita. As maiores tensões de tração situam-se nos encontros e no topo da abóbada central, com orientação dos arcos, assumindo um valor máximo de 5 MPa no topo da abóbada central.

A jusante, as maiores tensões de compressão situam-se nos contrafortes, orientadas com a normal à inserção betão-rocha, e nas abóbadas segundo o respetivo arco. As tensões de compressão assumem o valor máximo de 4,8 MPa na zona de contacto da abóbada direita com abóbada central.

As tensões máximas de tração ocorrem no topo da abóbada direita, com a orientação do arco, assumindo um valor de 3,6 MPa.

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=4$  (aceleração de pico de 0,4g) e para o instante TJ (Figura 5.49), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor da ordem de 142,8 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 33,8 MPa no topo da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no pé de montante da abóbada central, com orientação normal à inserção betão-rocha, assumindo um valor máximo de 18,4 MPa. São verificáveis também na zona de contacto das abóbadas, contrafortes e encontro esquerdo, com a orientação dos arcos.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem nos contrafortes, com a direção normal à inserção betão-rocha. Ocorrem também nas abóbadas, segundo o arco, assumindo um valor máximo de 22,3 MPa na zona lateral da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no topo da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo o valor máximo de 29,5 MPa.

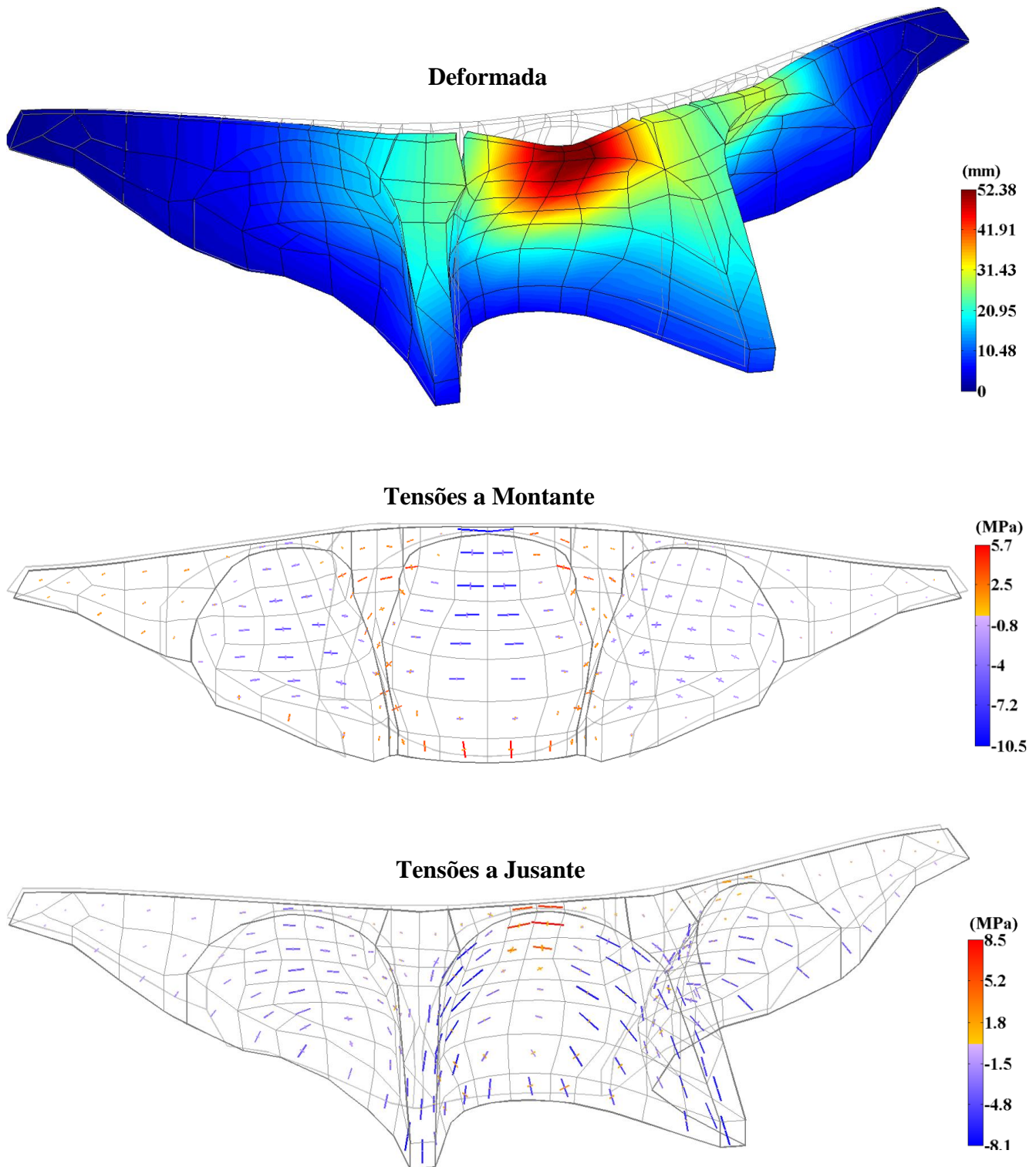
Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=4$  e para o instante TM (Figura 5.50), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor da ordem de 90,1 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central da abóbada esquerda e na zona de contacto das abóbadas, com a orientação do arco. Ocorrem também no pé de montante da abóbada central, com orientação normal à inserção betão-rocha, assumindo um valor máximo de 13 MPa.

As maiores tensões de tração ocorrem na zona topo da abóbada central, com orientação do arco, assumindo um valor máximo de 18,4 MPa. São também visíveis no encontro direito e na zona central da abóbada esquerda, com a orientação dos arcos.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona de topo da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo o valor máximo de 23,7 MPa. Ocorrem também na zona lateral da abóbada esquerda, segundo o arco. As maiores tensões de tração ocorrem nos contrafortes, com a orientação normal à inserção. Ocorrem também segundo os arcos, na zona de topo da abóbada direita e na zona lateral da abóbada central, assumindo um valor máximo de 16,1 MPa na abóbada central.

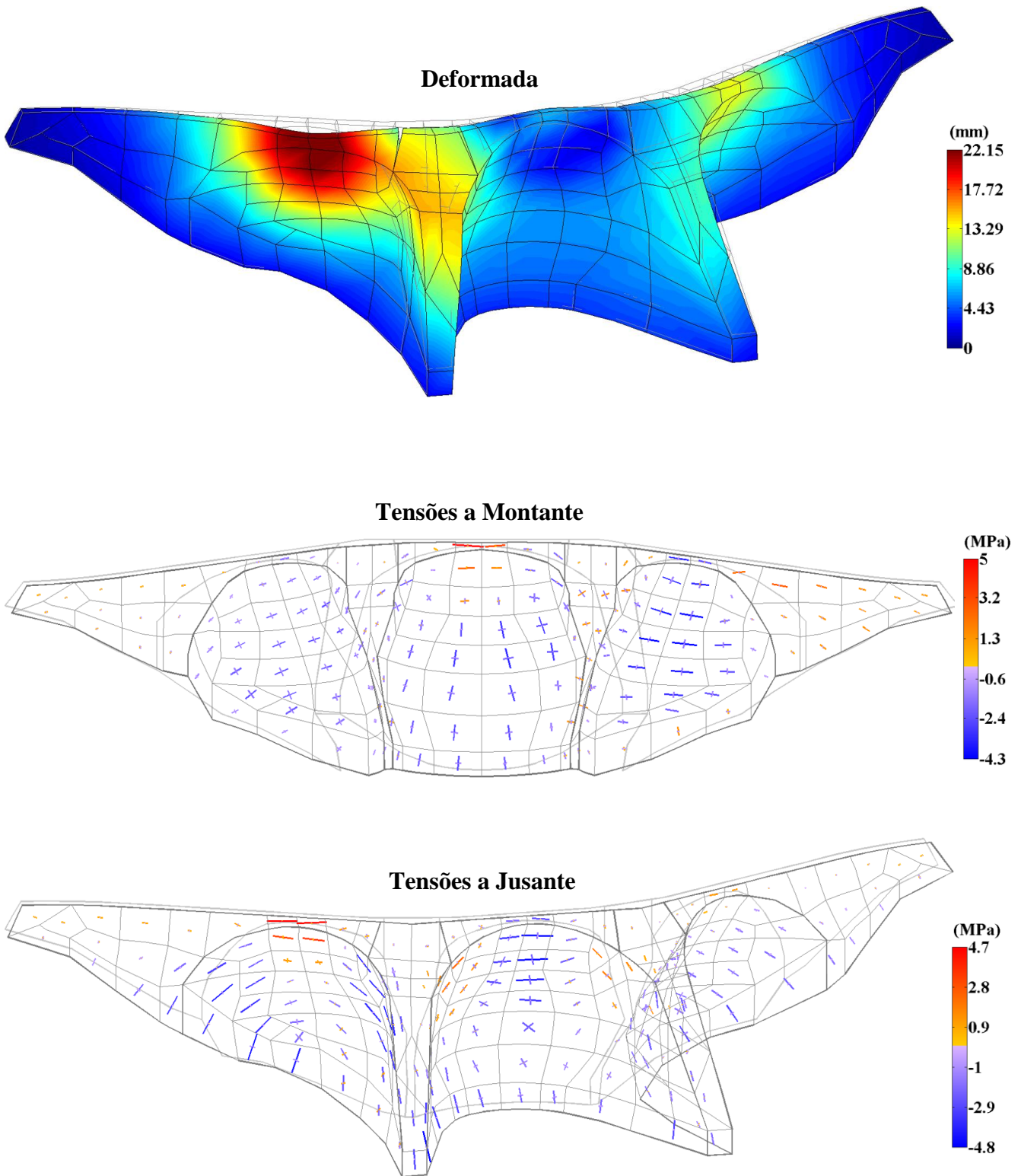
**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+SMP<sub>x-y-z</sub>     $a_{\text{pico}}=0,1g$      $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$     Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)**



**Figura 5.43** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+SMP<sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .

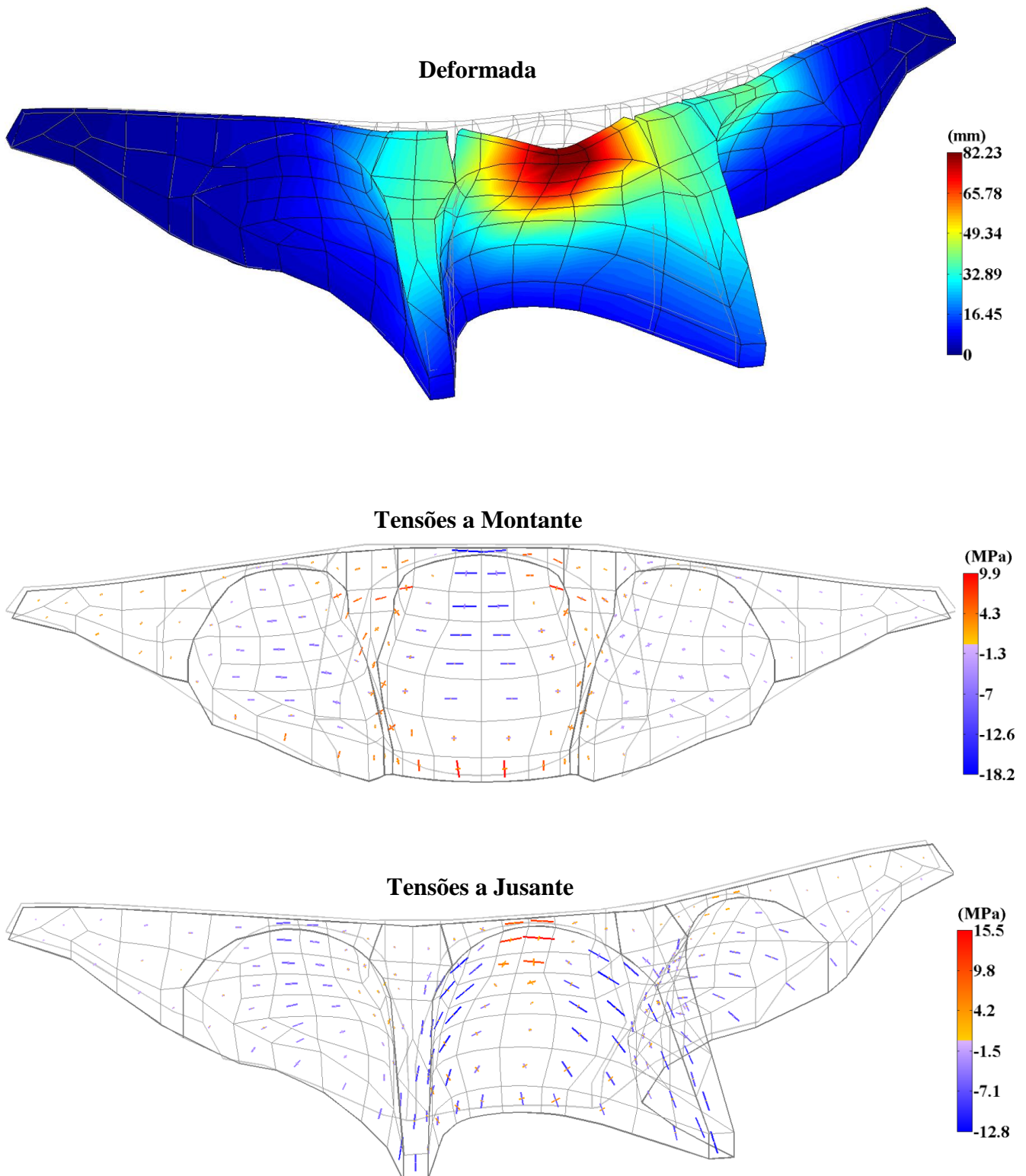
### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

PP+PH(126 m)+SMP<sub>x-y-z</sub>  $a_{pico}=0,1g$   $\xi_{1^{o}Modo}=5\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)



**Figura 5.44** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+SMP<sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{o}Modo}=5\%$ .

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+2×SMP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,2g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)**

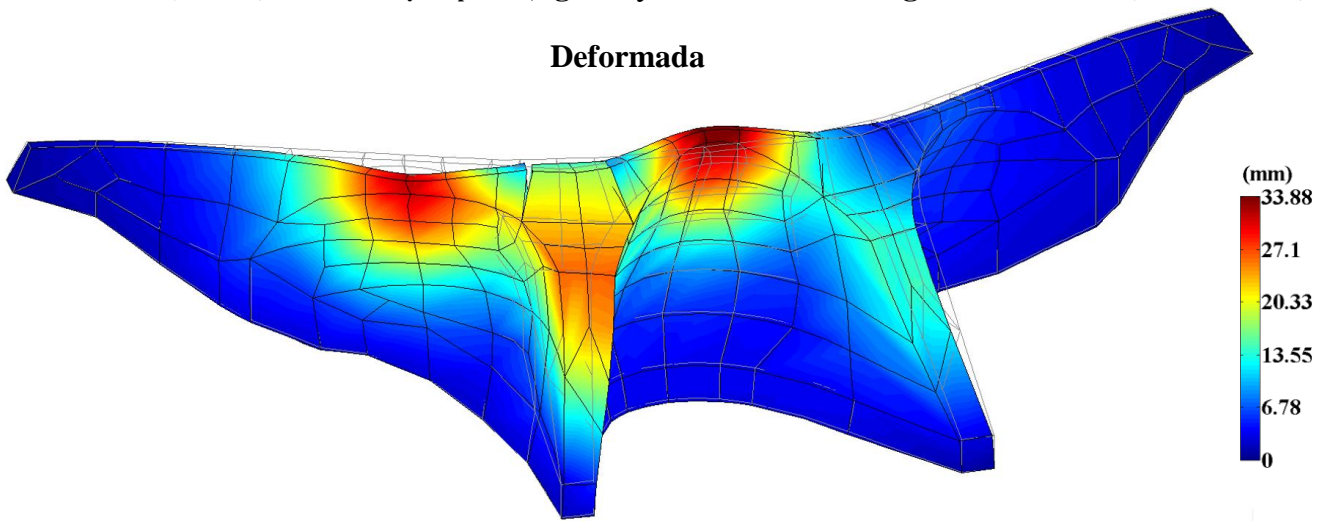


**Figura 5.45** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+2×SMP<sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .

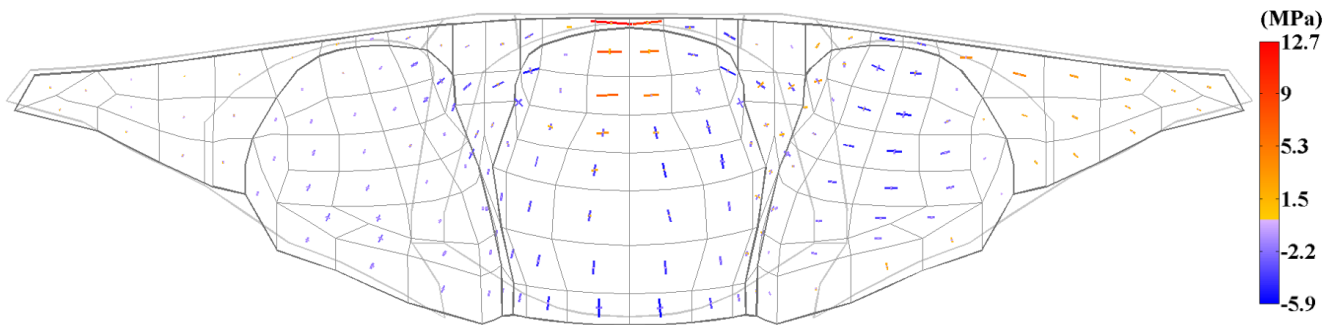
### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

PP+PH(126 m)+2×SMP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,2g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)

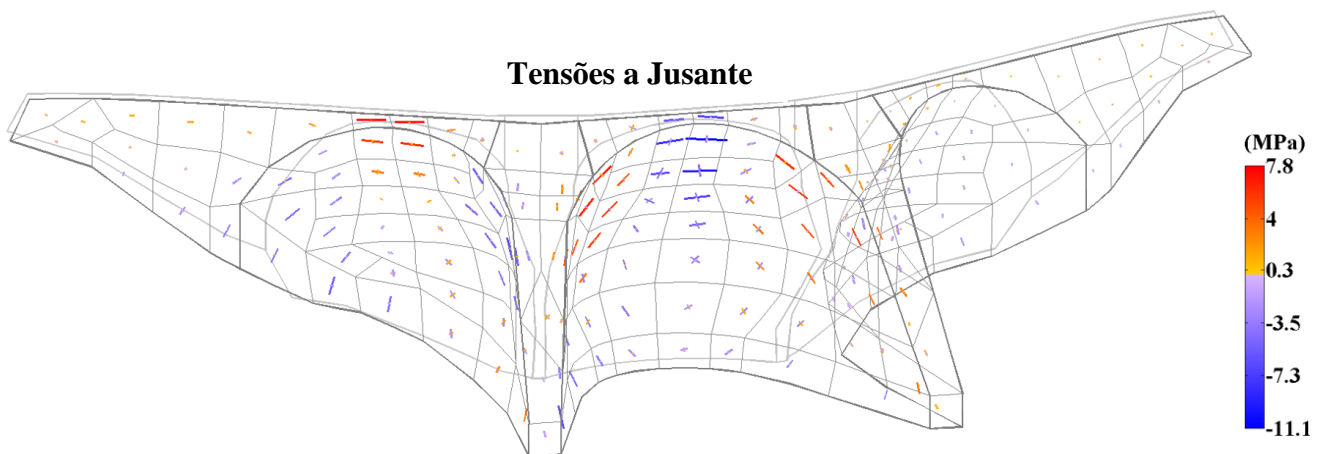
#### Deformada



#### Tensões a Montante

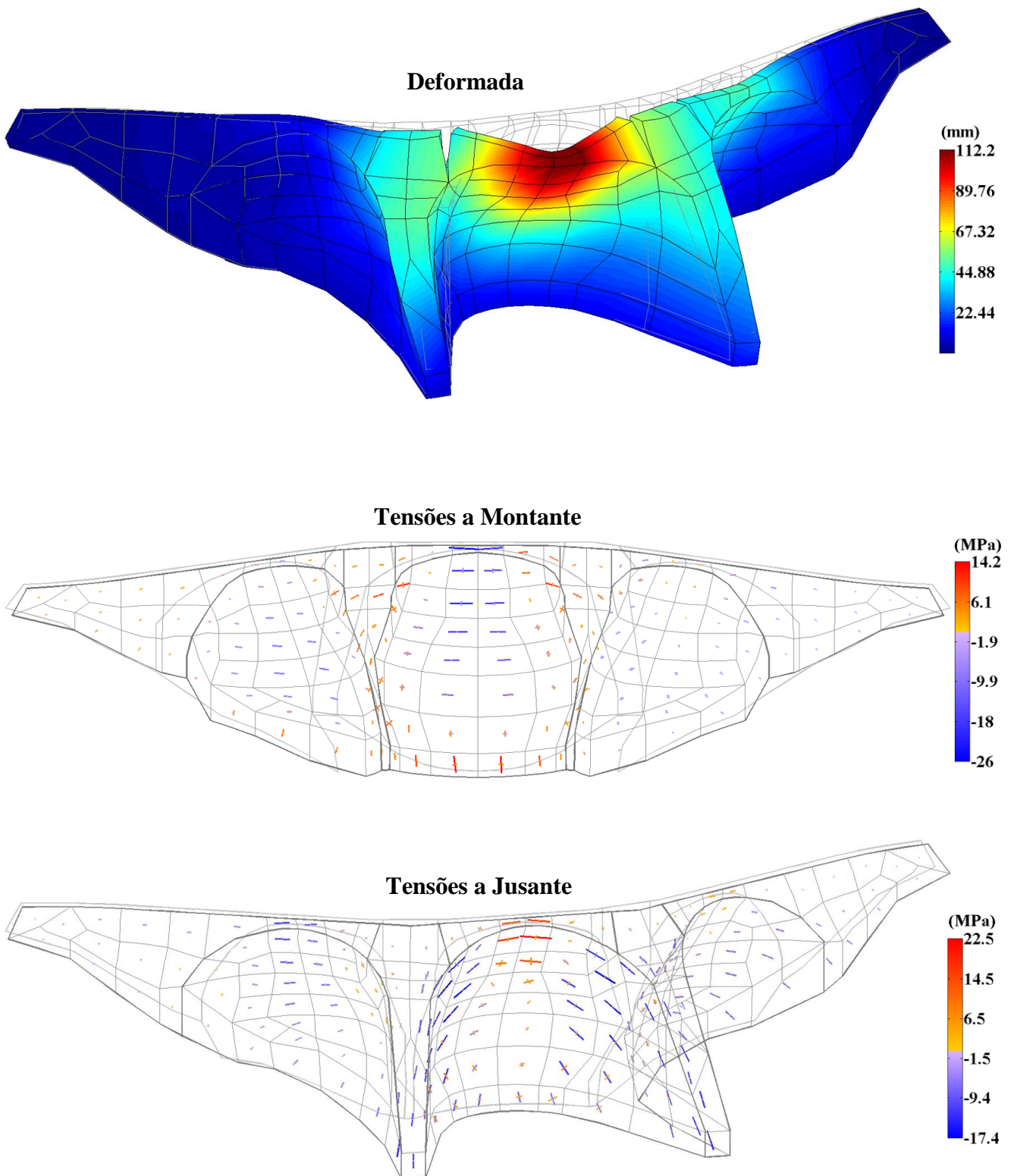


#### Tensões a Jusante



**Figura 5.46** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+2×SMP<sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .

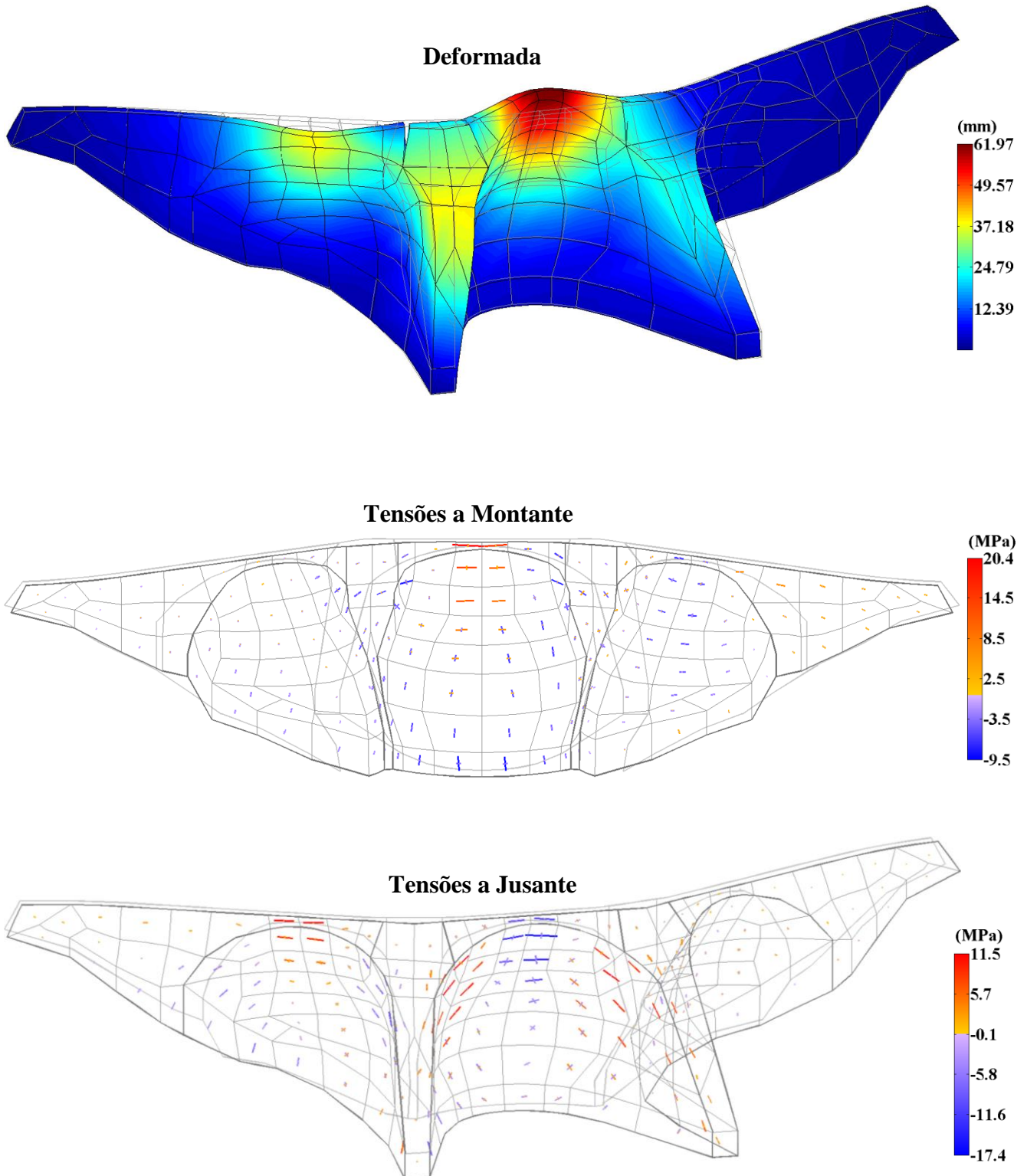
**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+3×SMP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,3g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)**



**Figura 5.47** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+3×SMP<sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .

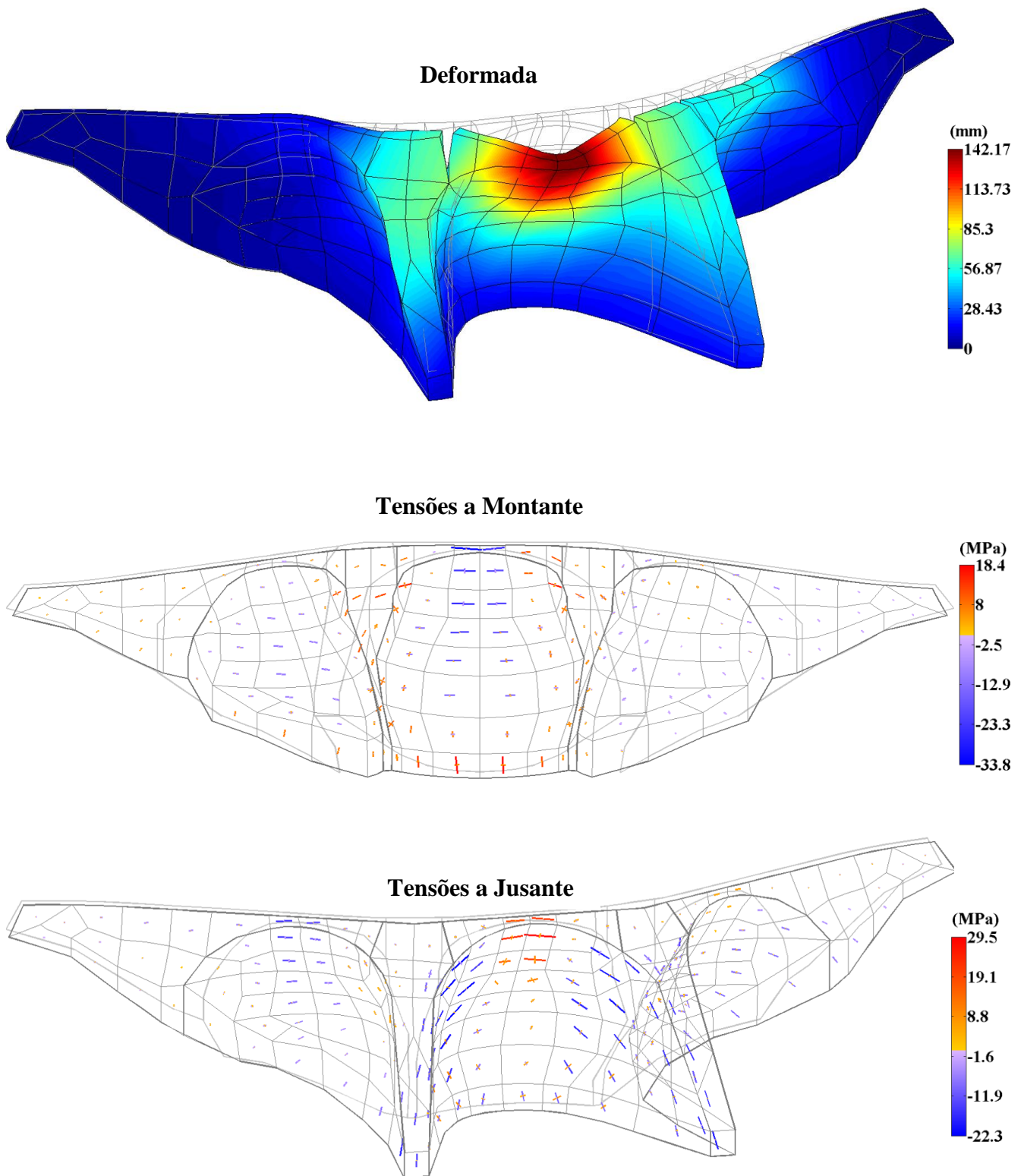
### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

PP+PH(126 m)+3×SMP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,3g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)



**Figura 5.48** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+3×SMP<sub>x-y-z</sub> considerada nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .

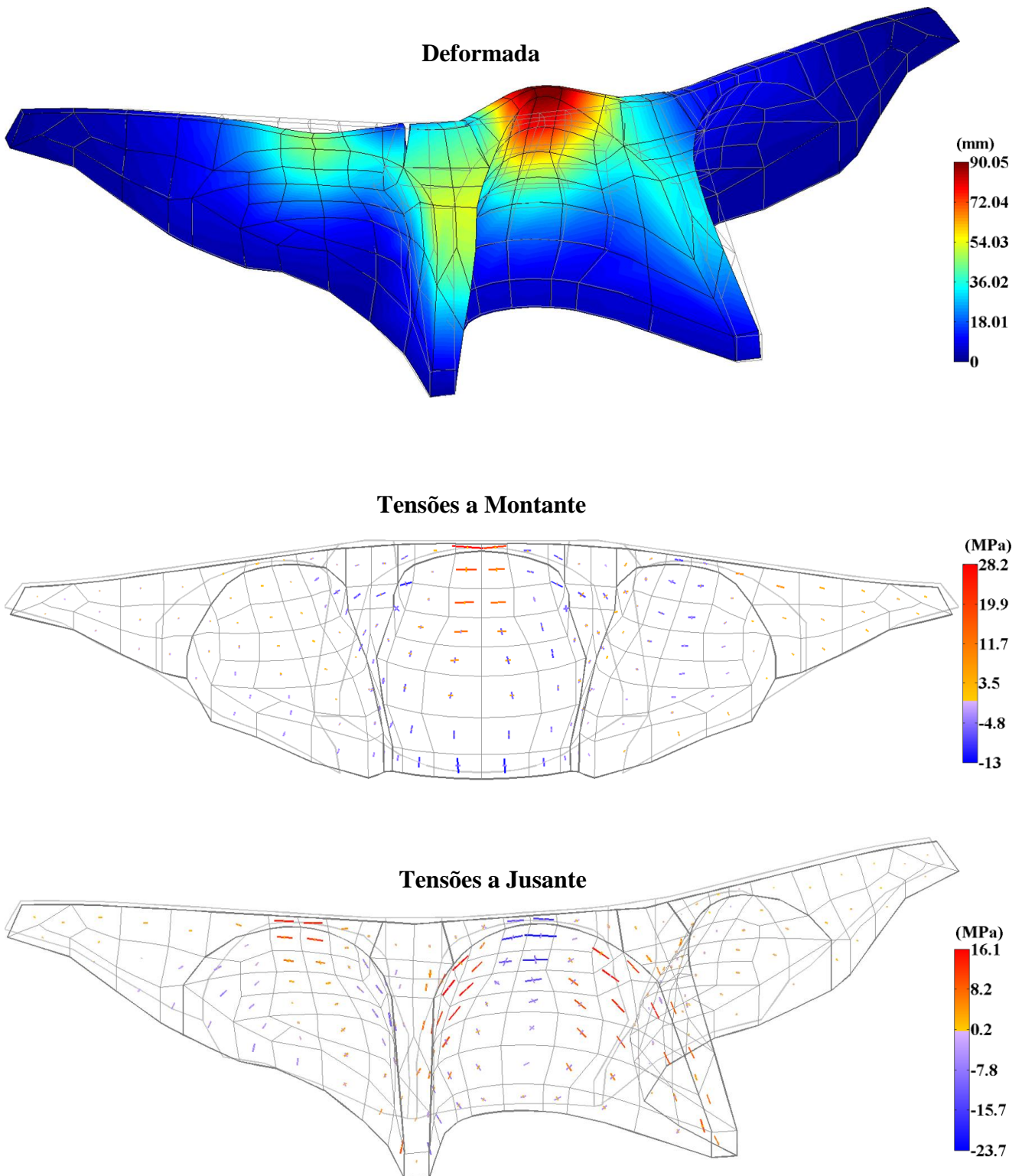
**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+4×SMP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,4g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)**



**Figura 5.49** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+4×SMP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TJ, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .

### Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM

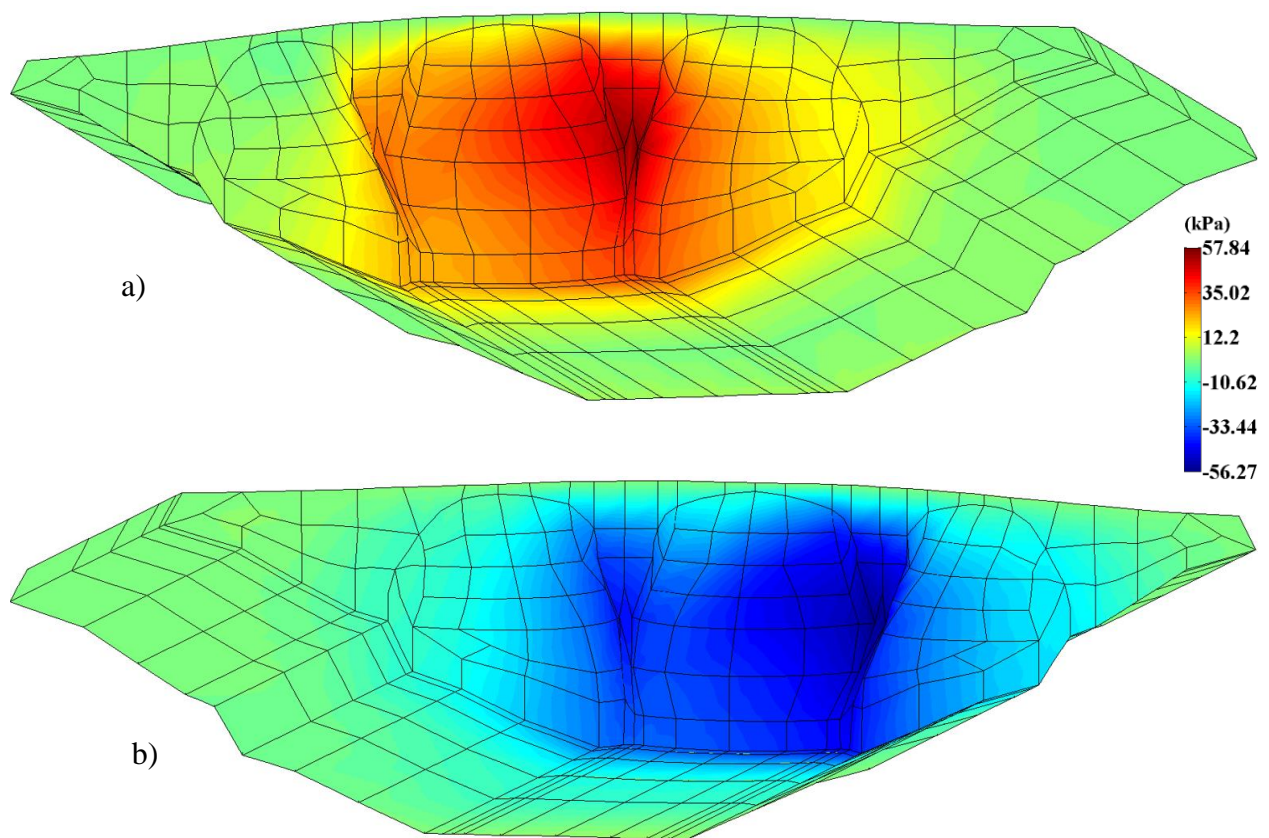
PP+PH(126 m)+4×SMP<sub>x-y-z</sub> a<sub>pico</sub>=0,4g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel. 1-1-2/3)



**Figura 5.50** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação da combinação PP+PH(126 m)+4×SMP<sub>x-y-z</sub> considerados nas 3 direções no instante TM, considerando amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ .

### Pressões na albufeira (PP+PH(126 m)+ $\lambda \times$ SMP<sub>x-y-z</sub>)

A Figura 5.51 representa: a) o momento de sucção máxima; b) o momento de pressão máxima causada pela pressão hidrodinâmica da resposta da albufeira (elementos finitos de pressão com apenas 1 G.L.) sujeita à combinação de ações estáticas e sísmicas (PP+PH(126 m)+SMP<sub>x-y-z</sub>). Nesta figura apenas se verifica o momento de sucção e pressão máxima, pois, apenas através do vídeo de representação da albufeira é possível verificar o seu comportamento ao longo do tempo da ação do sismo e a variação de pressões existentes na albufeira.

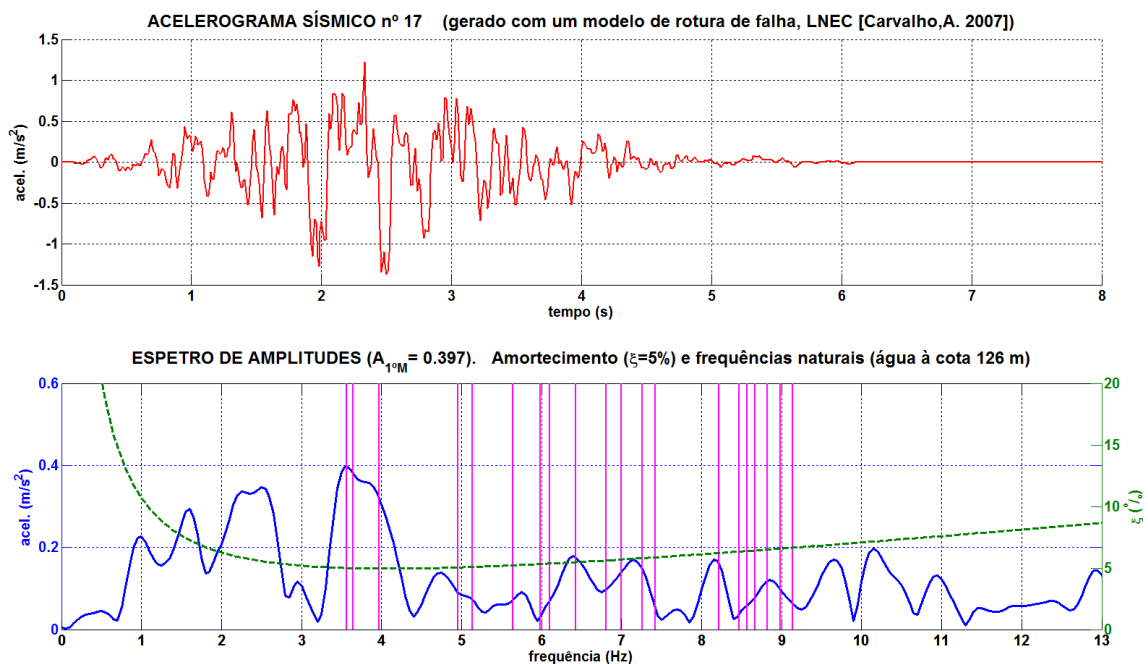


**Figura 5.51** – Albufeira gerada através do MATLAB. a) Representa a pressão hidrodinâmica em sucção máxima; b) Representa a pressão hidrodinâmica em pressão máxima que a albufeira causa na barragem devido à ação da combinação PP+PH(126 m)+SMP<sub>x-y-z</sub>.

### 5.7.2 Aplicação de um acelerograma sísmico apenas na direção Montante-Jusante

Tal como referido atrás, neste ponto apresenta-se a verificação da segurança sísmica aplicando apenas um acelerograma na direção montante-jusante.

Assim neste ponto apresenta-se a análise da resposta sísmica da obra para um acelerograma escolhido de entre os 30 acelerogramas gerados com o modelo de rotura de falha já referido. A escolha dos acelerogramas foi efetuada de forma expedita com base na análise dos respetivos espectros de amplitudes, como já referido, escolhendo o acelerograma cujos maiores picos espectrais têm frequência coincidente com as frequências dos primeiros modos de vibração da barragem (situação de albufeira cheia), nomeadamente do 1º e 2º modos. Desta forma o acelerograma considerado mais desfavorável foi o acelerograma 17 (Figura 5.52), utilizado na direção de Montante-Jusante, e escalado com a vista a obter a pretendida aceleração de pico de 0,02g para o SBP e 0,1g para o SMP.



**Figura 5.52** – Acelerograma sísmico 17 e espectro de amplitudes gerado com o modelo de rotura de falha, LNEC (Carvalho, 2007).

**Ação do SMP<sub>M-J</sub>    a<sub>pico</sub>=0,1g     $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$     Acelerograma 17 acel(0-1-0)**

Neste ponto é apresentada a análise para a ação sísmica correspondente ao SMP<sub>M-J</sub> (Sismo Máximo Projeto) com uma aceleração de pico de 0,1g, considerando o referido acelerograma 17 e o amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ . Tal como anteriormente, analisa-se a resposta ao longo do tempo apresentando, em particular, resultados para os instantes em que ocorre o deslocamento máximo para jusante (instante TJ) e para montante (instante TM).

Para o instante TJ (Figura 5.53), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor da ordem de 27,7 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona central e superior da abóbada central e também na zona central da abóbada esquerda, orientadas com os arcos, assumindo um valor máximo de 6,6 MPa no topo da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no pé de montante da abóbada, com a orientação normal à inserção betão-rocha, com um valor máximo de 4 MPa. Ocorrem também tensões de tração na zona de contacto das abóbadas e nos contrafortes, com a orientação dos arcos.

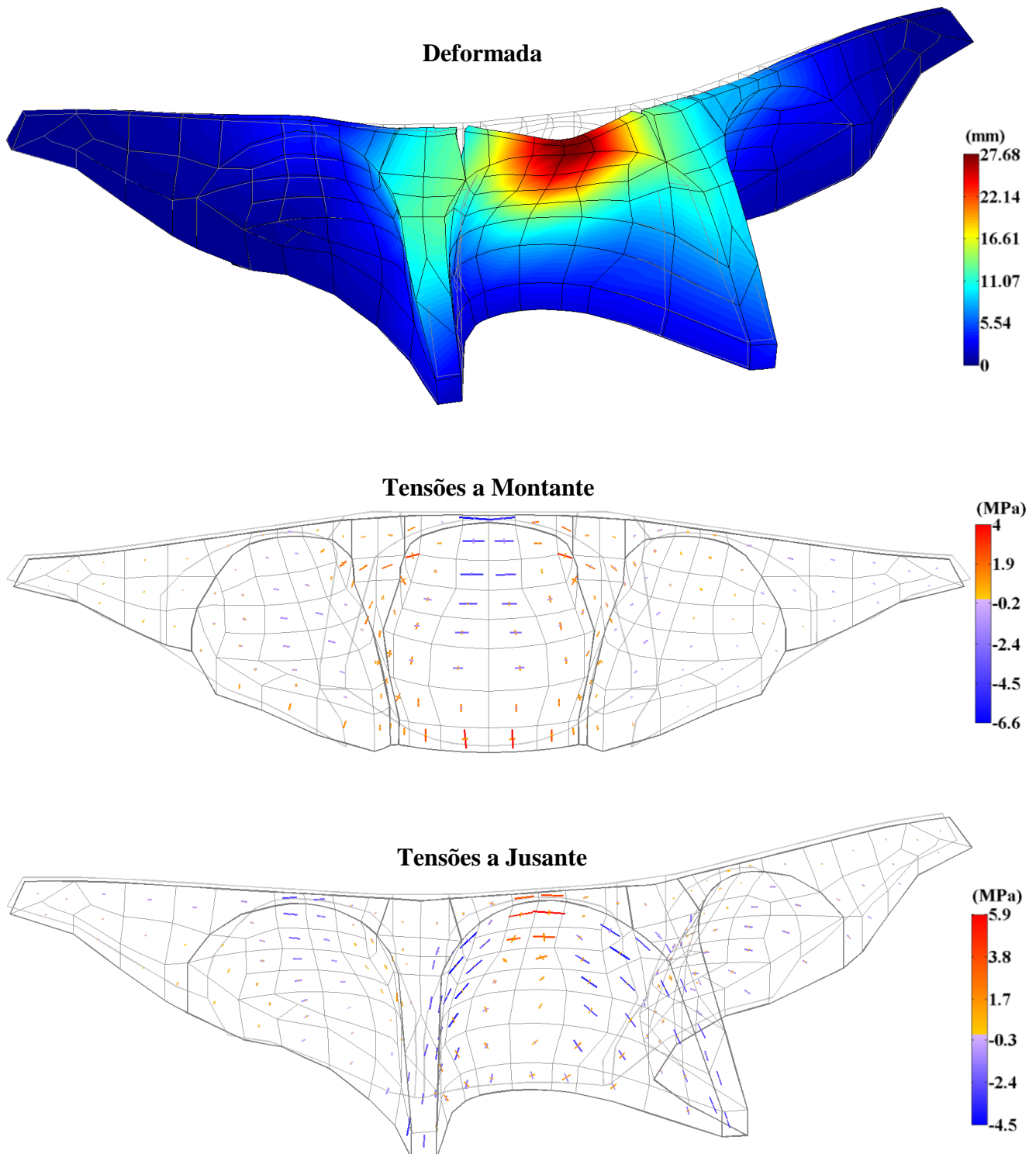
A jusante, as tensões de compressão ocorrem segundo arcos, na zona central superior da abóbada direita e na zona lateral da abóbada central e esquerda, assumindo um valor máximo de 4,5 MPa na zona lateral da abóbada central. São verificáveis também nos contrafortes, com a orientação normal á inserção betão-rocha. As maiores tensões de tração ocorrem na zona de topo da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo um valor de 7 MPa.

Para instante TM (Figura 5.54), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor da ordem de 26,7 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona de contacto das abóbadas, com a orientação do arco. Ocorrem também no pé de montante, com orientação normal à inserção betão-rocha, assumindo um valor máximo de 3,7 MPa. As maiores tensões de tração situam-se na zona central e superior da abóbada central, com a orientação do arco, com um valor máximo de 6,6 MPa. São também visíveis na zona central das abóbadas laterais e no encontro direito, com a orientação dos arcos.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem no topo da abóbada central, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 5,1 MPa. As maiores tensões de tração ocorrem nos contrafortes, com orientação normal à inserção, e, segundo o arco na zona lateral das abóbadas central e esquerda, assumindo um valor máximo de 4,6 MPa na zona lateral da abóbada central. Ocorrem também na zona central e de topo da abóbada direita, com a orientação dos arcos.

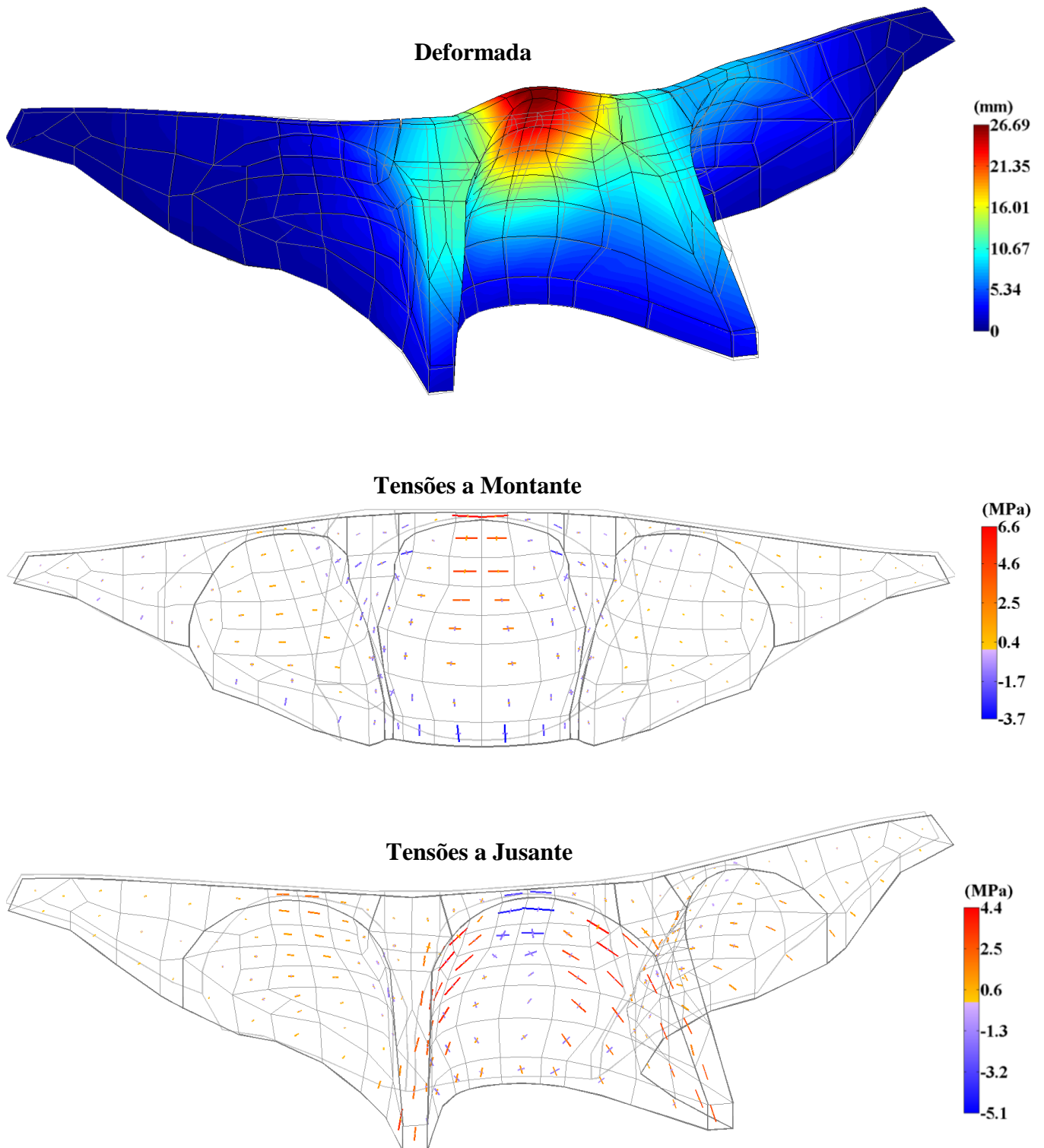
**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**Ação do SMP<sub>M-J</sub>     $a_{\text{pico}} = 0,1g$      $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 5\%$     Acelerograma 17 (acel 0-1-0)**



**Figura 5.53** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para acção do sismo SMP<sub>M-J</sub> na direcção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento

$\xi_{1^{\circ}\text{Modo}} = 5\%$ .

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM**  
**Ação do SMP<sub>M-J</sub>     $a_{pico} = 0,1g$      $\xi_{1^{o}Modo} = 5\%$     Acelerograma 17 (acel 0-1-0)**



**Figura 5.54** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para ação do sismo SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento

$\xi_{1^{o}Modo} = 5\%$ .

### **Combinação: PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>M-J</sub>**

Para análise da combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>M-J</sub>, considerando o sismo SMP<sub>M-J</sub> na direção montante-jusante, como já foi referido, apresentam-se as tensões a montante e a jusante e a deformada da estrutura, para os instantes TM e TJ. As ações referidas na combinação em estudo são o peso próprio (PP), a pressão hidrostática com a albufeira à cota máxima (PH(126 m)) e o sismo base de projeto SMP com uma aceleração de pico de 0,1g (amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$ ). Apresentam-se, tal como atrás, os resultados para diferentes valores do coeficiente de majoração do sismo  $\lambda$ , nomeadamente para  $\lambda=1, 2, 3$  e  $4$  (Figura 5.55 à Figura 5.62), analisando, em particular, os resultados para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$  e  $\lambda=4$ .

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$  e para o instante TJ (Figura 5.55), o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor da ordem de 50,3 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 9,3 MPa no topo da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no pé de montante da abóbada central, com orientação normal à inserção betão-rocha, assumindo um valor máximo de 5,5 MPa. São verificáveis também na zona de interação das abóbadas, contrafortes e encontro esquerdo, tensões de tração com a orientação do arco.

A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem nos contrafortes, com a direção normal à inserção betão-rocha. Ocorrem também nas abóbadas, segundo o arco, assumindo um valor máximo de 7,8 MPa na zona lateral da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no topo da abóbada central, com a orientação do arco e assumindo o valor máximo de 7,4 MPa.

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=1$ , no instante TM, o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada direita com um valor de 16,77 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 3,7 MPa na abóbada direita. As maiores tensões de tração situam-se nos encontros e no topo da abóbada central, com orientação dos arcos respetivo e assumindo um valor máximo de 4 MPa no topo da abóbada central.

A jusante, as maiores tensões de compressão situam-se nos contrafortes, orientadas com a normal à inserção betão-rocha, e nas abóbadas segundo o respetivo arco. As tensões de compressão assumem o valor máximo de 3,8 MPa na zona de inserção betão-rocha da abóbada direita. As

tensões máximas de tração ocorrem no topo da abóbada direita, com a orientação do arco e assumindo um valor de 3,5 MPa.

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=4$ , no instante TJ, o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor de 133,31 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central das abóbadas, com a orientação do arco, assumindo um valor máximo de 29,1 MPa no topo da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no pé de montante da abóbada central, com orientação normal à inserção betão-rocha, assumindo um valor máximo de 17,5 MPa. São verificáveis também na zona de interação das abóbadas, contrafortes e encontro esquerdo, com a orientação do arco.

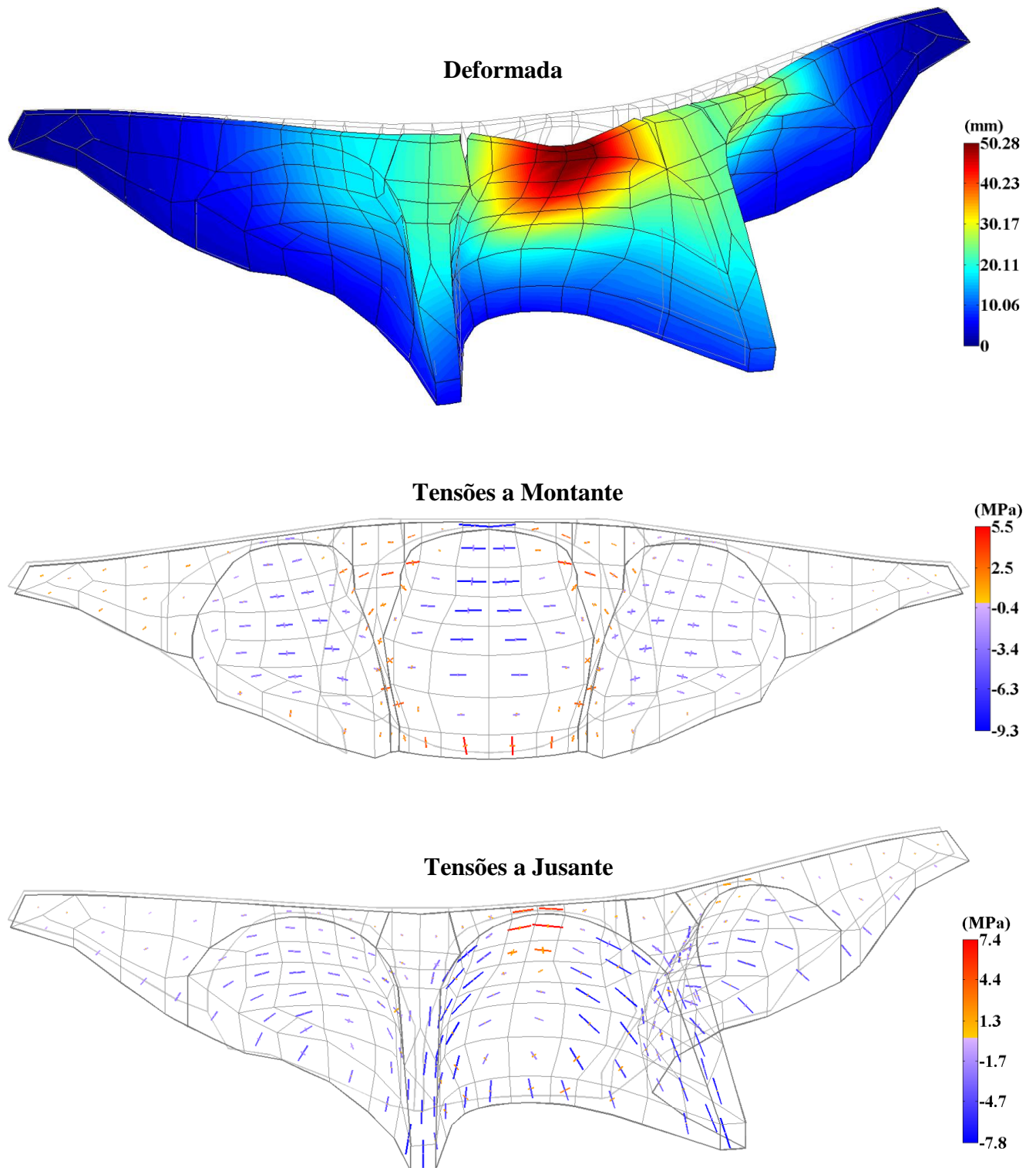
A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem nos contrafortes, com a direção normal à inserção betão-rocha. Ocorrem nas abóbadas, segundo o arco, assumindo um valor máximo de 21 MPa na zona lateral da abóbada central. As maiores tensões de tração ocorrem no topo da abóbada central, com a orientação do arco e assumindo o valor máximo de 25 MPa.

Para o coeficiente de majoração do sismo de  $\lambda=4$ , no instante TM, o deslocamento máximo ocorre no topo da abóbada central com um valor de 84,14 mm.

A montante, as maiores tensões de compressão situam-se na zona central da abóbada esquerda e na zona de interação das abóbadas, com a orientação do arco. Ocorrem também no pé de montante da abóbada central, com orientação normal à inserção, assumindo um valor máximo de 13,5 MPa. As maiores tensões de tração ocorrem na zona topo da abóbada central, com orientação do arco, assumindo um valor máximo de 23,9 MPa. São verificáveis no encontro direito e na zona central da abóbada esquerda, com a orientação do arco.

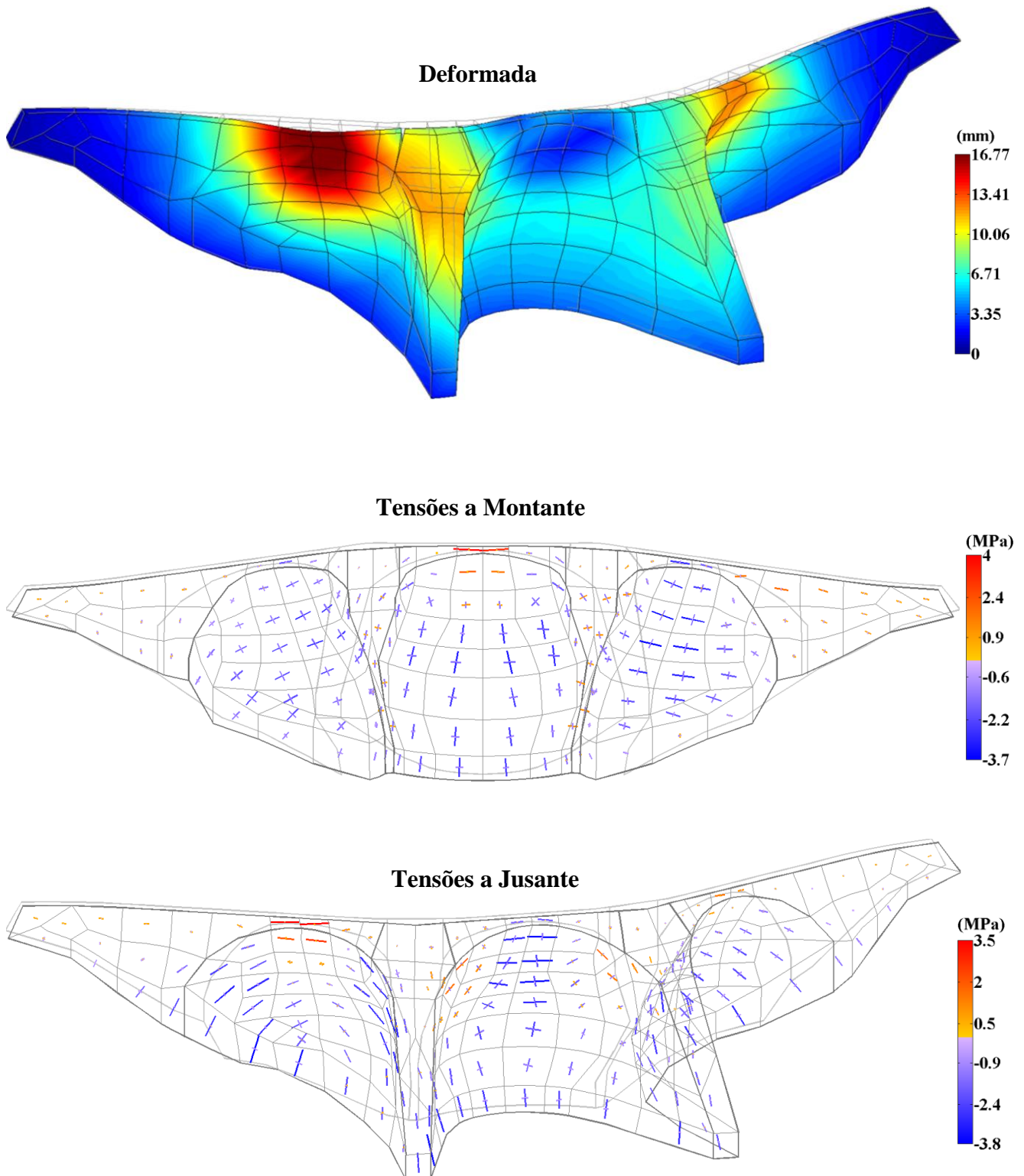
A jusante, as maiores tensões de compressão ocorrem na zona de topo da abóbada central, com a orientação do arco e assumem o valor máximo de 18,8 MPa. Ocorrem também na zona lateral da abóbada esquerda, segundo o arco. As maiores tensões de tração nos contrafortes, com a orientação normal à inserção betão-rocha. Ocorrem segundo o arco na zona de topo da abóbada direita e na zona lateral da abóbada central, assumindo um valor máximo de 14,5 MPa na abóbada central.

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+SMP<sub>M-J</sub> apico=0,1g  $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)**



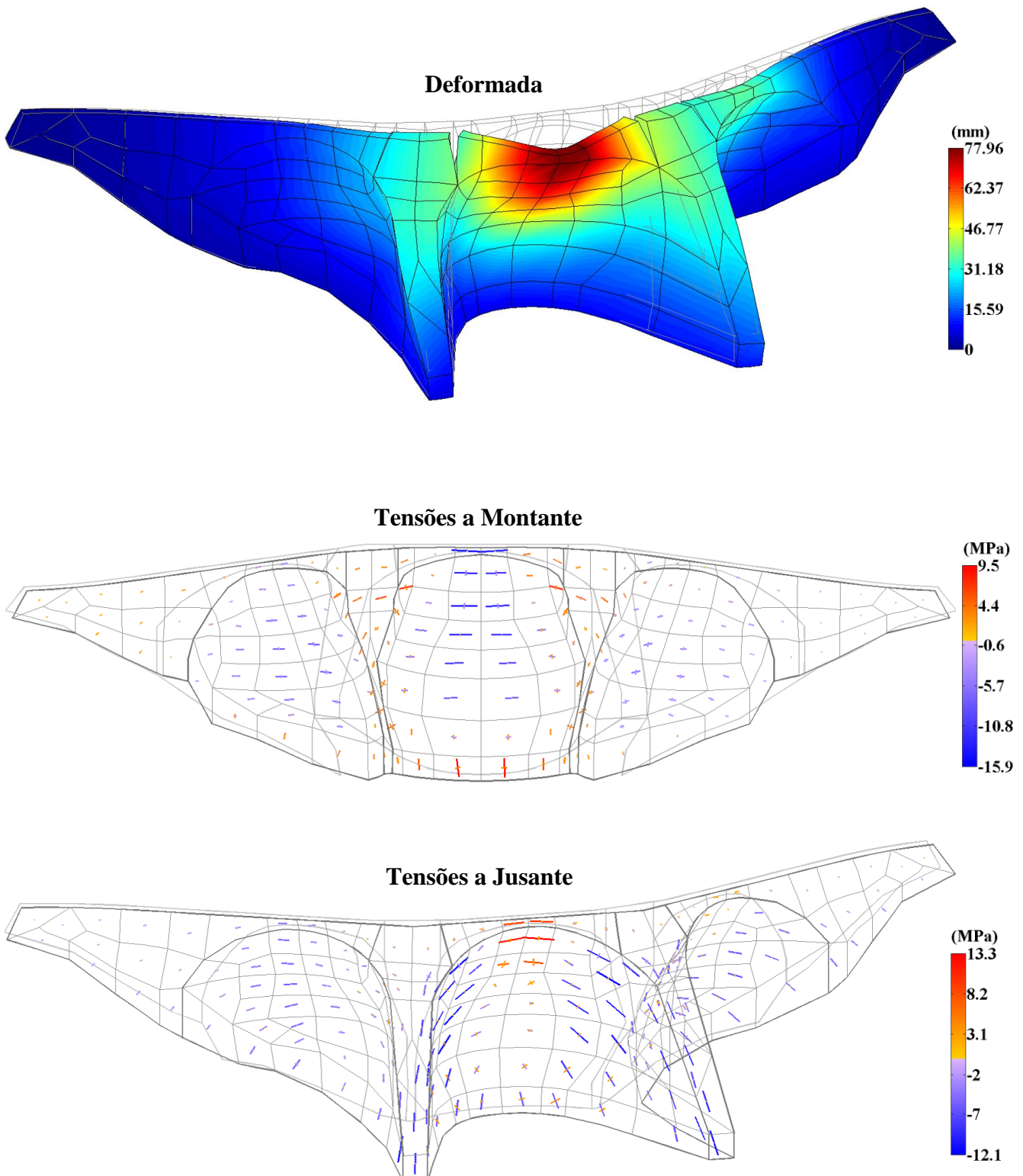
**Figura 5.55** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento de 5%.

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM**  
PP+PH(126 m)+SMP<sub>M-J</sub> apico=0,1g  $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)



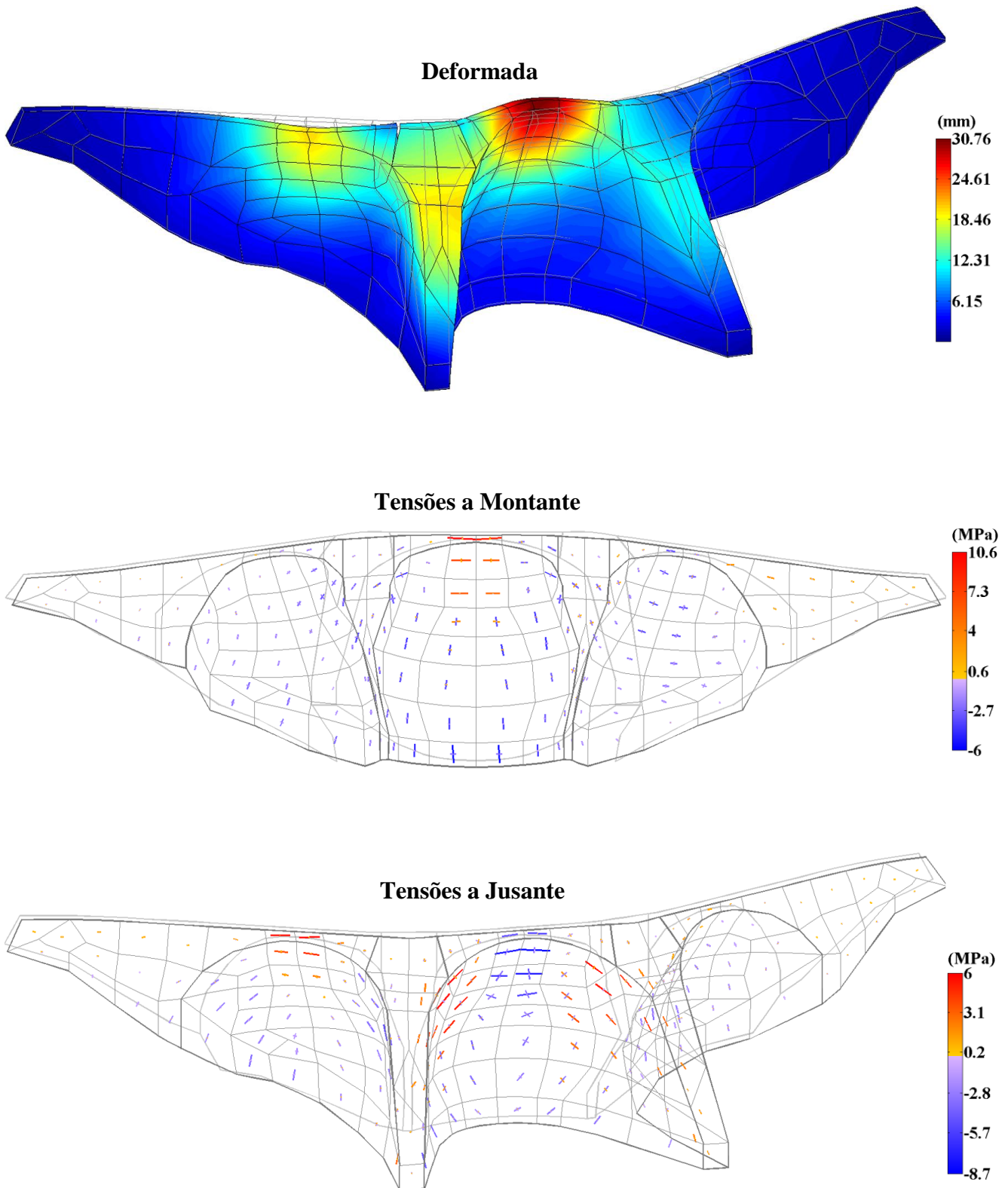
**Figura 5.56** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento de 5%.

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+2×SMP<sub>M-J</sub> apico=0,2g  $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)**



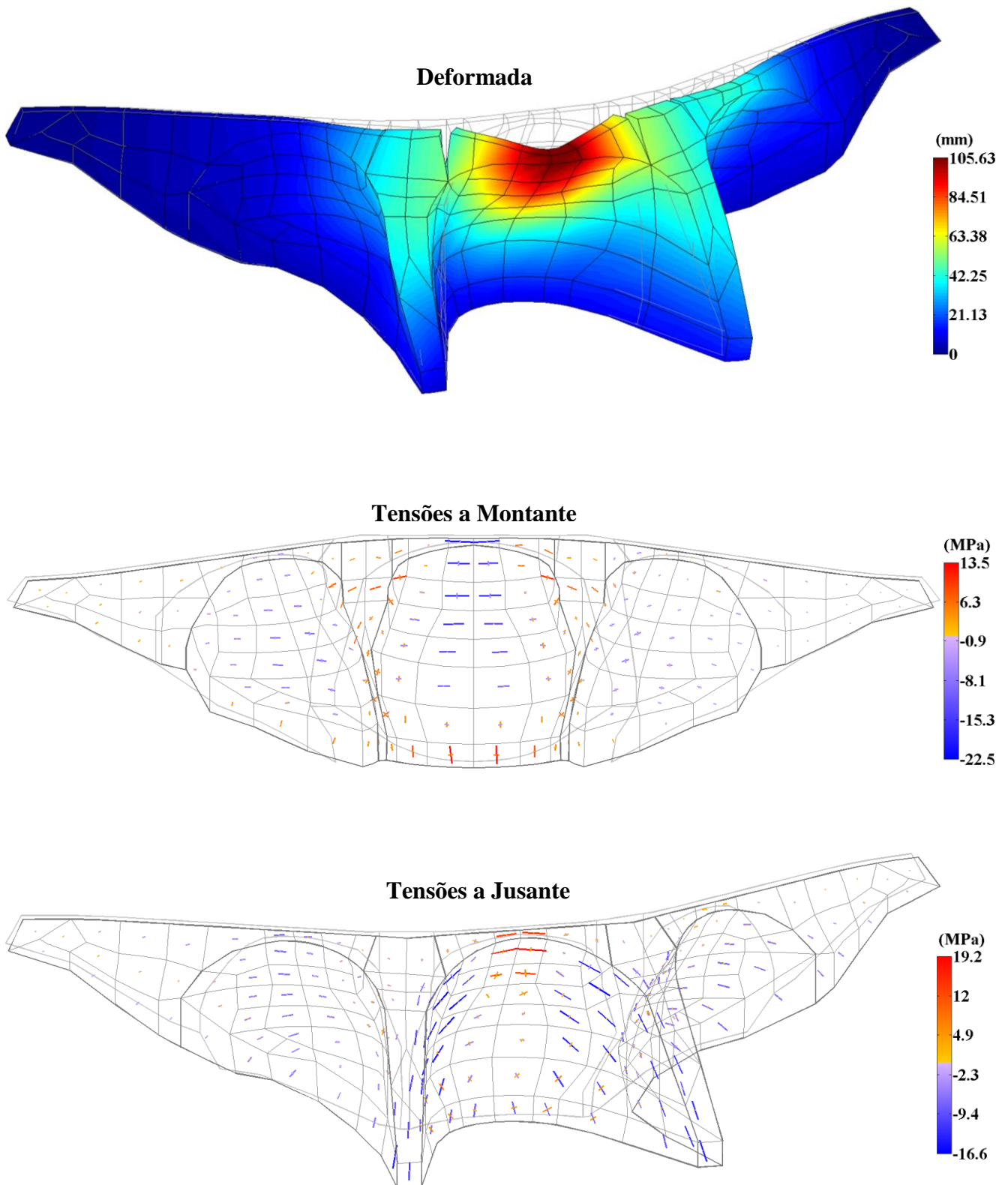
**Figura 5.57** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+2×SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento de 5%.

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM**  
PP+PH(126 m)+2×SMP<sub>M-J</sub> apico=0,2g  $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)



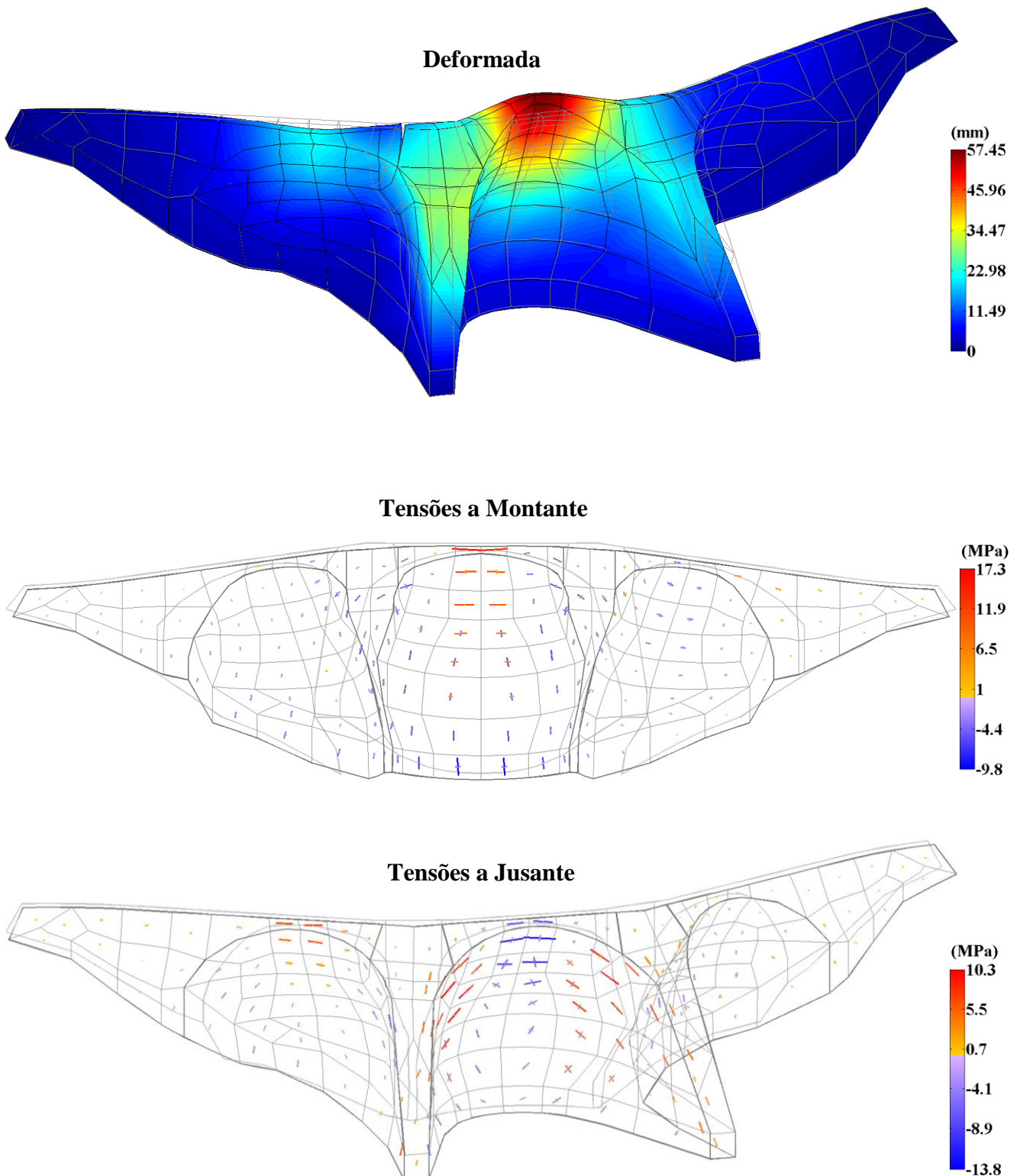
**Figura 5.58** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+2×SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento de 5%.

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
**PP+PH(126 m)+3×SMP<sub>M-J</sub> apico=0,3g  $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)**



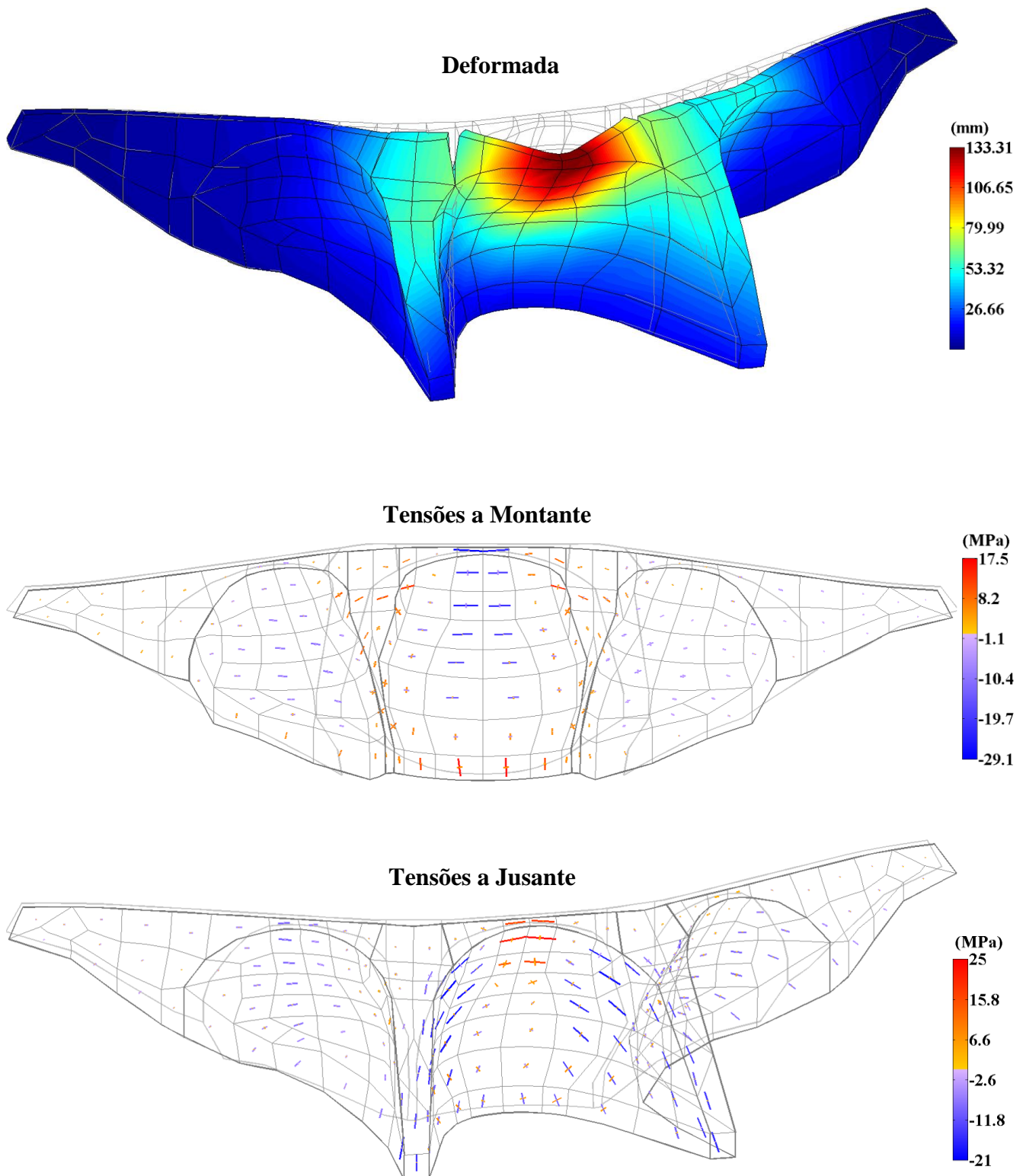
**Figura 5.59** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+3×SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento de 5%.

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM**  
**PP+PH(126 m)+3×SMP<sub>M-J</sub> apico=0,3g  $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)**



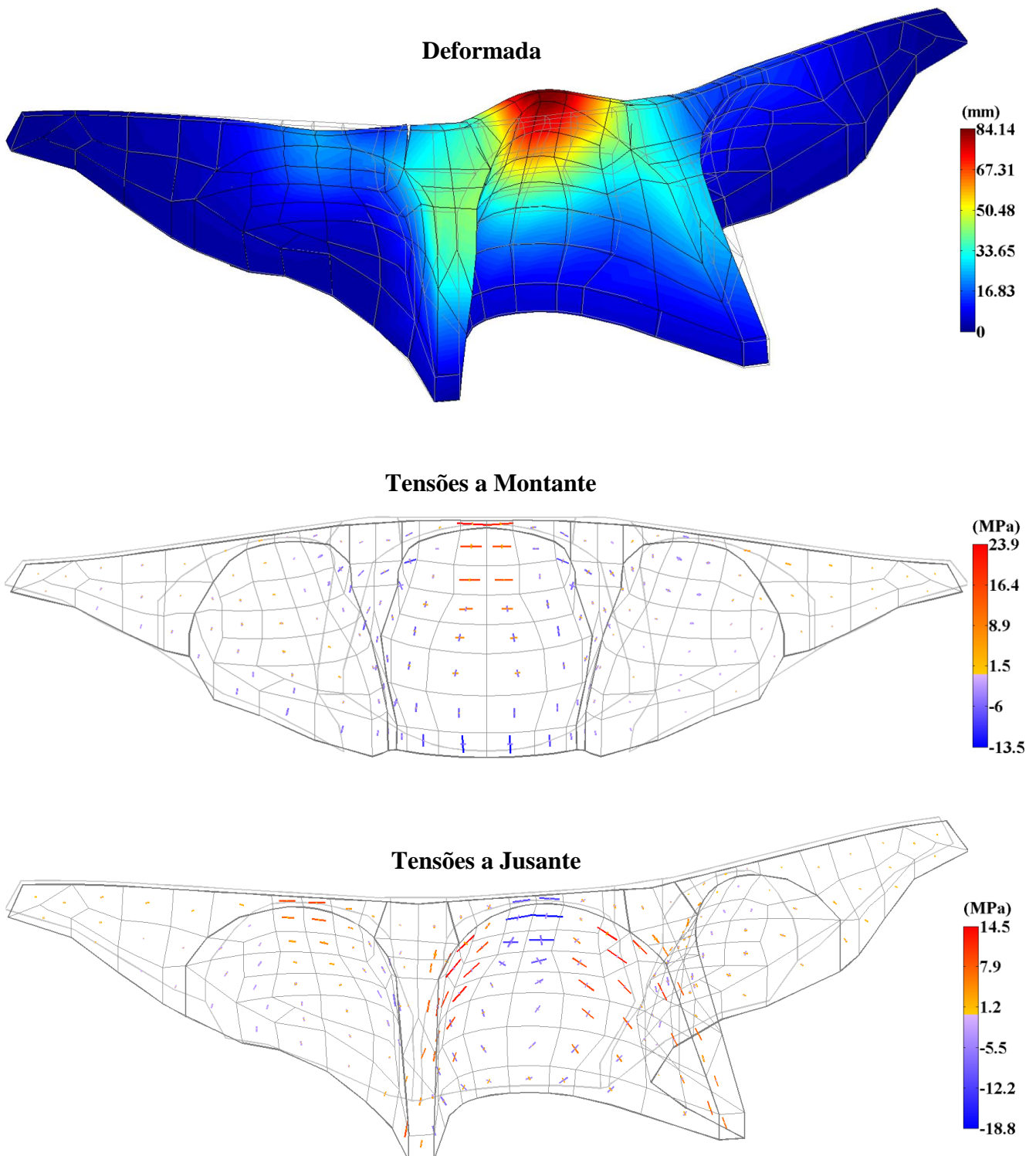
**Figura 5.60** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+3×SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento de 5%.

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TJ**  
PP+PH(126 m)+4×SMP<sub>M-J</sub> apico=0,4g  $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)



**Figura 5.61** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+4×SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TJ, considerando amortecimento de 5%.

**Deslocamentos e Tensões Principais. Instante TM**  
PP+PH(126 m)+4×SMP<sub>M-J</sub> apico=0,4g  $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)



**Figura 5.62** - Deslocamentos e tensões principais (compressões a azul e trações a vermelho) a montante e jusante para a combinação PP+PH(126 m)+4×SMP<sub>M-J</sub> na direção de Montante-Jusante no instante TM, considerando amortecimento de 5%.

## 5.8 Verificação da segurança relativamente à possibilidade de ocorrência de roturas pontuais no betão

Quanto ao estudo da verificação da segurança relativamente à ocorrência de roturas locais no betão da barragem, por corte e por tração, realizou-se um cálculo para as combinações mais desfavoráveis, incluindo o peso próprio, a pressão hidrostática e ação sísmica. Apresentam-se resultados para diferentes valores do coeficiente  $\lambda$  de amplificação da ação sísmica com vista a estudar a distribuição de roturas para ações sísmicas de diferentes amplitudes. Nas análises efetuadas considera-se a lei de amortecimento de Rayleigh para  $\xi_{1^{\text{modo}}}=1\%$  (SBP) e  $\xi_{1^{\text{modo}}}=5\%$  (SMP).

Para estudar a possibilidade de ocorrência de roturas localizadas no betão foram considerados os seguintes valores característicos da resistência do betão à compressão e à tração:  $f_{ck} = 20$  MPa e  $f_{tk} = 2$  MPa. A verificação da segurança é efetuada, para todos instantes de atuação do sismo, com base na determinação pontual (num vasto conjunto de pontos que se considerou representativo da variabilidade do campo de tensões no corpo da barragem – pontos de Gauss, na nomenclatura associada à discretização de elementos finitos) do coeficiente de segurança  $k = \min(k_{\text{corte}}, k_{\text{tração}})$ , tendo em conta o critério de Mohr-Coulomb (segurança ao corte  $k_{\text{corte}}$ ) e o critério de Rankine (segurança à tração  $k_{\text{tração}}$ ).

Como é possível verificar na Figura 5.63 estão definidos os parâmetros  $k_{\text{corte}}$ ,  $k_{\text{tração}}$  que compõem o coeficiente de segurança  $k = \text{Min}(k_{\text{corte}}, k_{\text{tração}})$ , admite-se assim que a rotura por corte ocorre quando o círculo de Mohr, representativo do estado de tensão, atinge a reta de Mohr-Coulomb

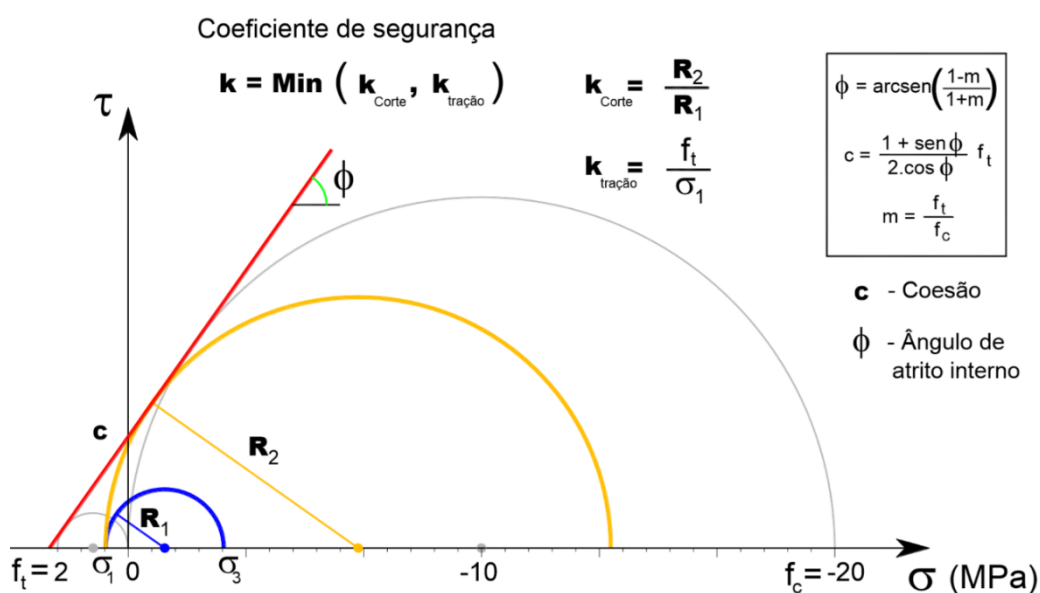


Figura 5.63 - Verificação da segurança ao corte (critério de Mohr-Coulomb) e à tração (critério de Rankine): definição adotada para determinação do coeficiente de segurança.

após ser expandido com base no aumento da tensão principal de compressão, mantendo fixa a menor tensão principal em valor absoluto (que poderá ser a maior tração ou, caso não existam trações, será a menor compressão).

Para obter uma visualização gráfica sugestiva das zonas em rotura optou-se por representar os valores do índice de rotura  $i_R = 100/k$ , inversamente proporcional ao coeficiente de segurança. O coeficiente  $i_R$  varia de 0 a 100, fornecendo, para cada ponto da barragem (com um dado estado de tensão) uma boa indicação sobre a maior ou menor proximidade da rotura. Para valores de  $i_R$  de 0 a 40 (“estado de tensão 40% inferior ao que provoca a rotura”), a que correspondem valores de  $k$  superiores a 2,5, é verificada a condição de segurança regulamentar (RSB), e neste caso utiliza-se uma representação em tons de verde (verde escuro corresponde a valores muito elevados do coeficiente de segurança). Para valores de  $i_R$  de 40 a 100, correspondentes a valores do coeficiente de segurança inferiores a 2,5 (ou seja, entre 2,5 e 1), não é verificada a condição de segurança regulamentar (RSB), e neste caso utiliza-se uma representação em tons de vermelho (vermelho escuro corresponde a valores de  $i_R = 100$ , ou seja, corresponde a zonas em que ocorrerá rotura) (Oliveira S. S., 2014).

No ponto seguinte 5.8.1 apresentam-se resultados dos estudos de verificação de segurança envolvendo em primeiro lugar a combinação  $PP+PH126+\lambda \times SBP_{x-y-z}$  ( $\xi_{1^{\circ} \text{modo}}=1\%$ ) em que o fator de amplificação  $\lambda$  toma valores de 1, 2, 3 e 4 o que corresponde a acelerações de pico crescentes (0,02g , 0,04g , 0,06g e 0,08g) e em seguida a combinação  $PP+PH126+\lambda \times SMP_{x-y-z}$  ( $\xi_{1^{\circ} \text{modo}}=5\%$ ) em que o fator de amplificação  $\lambda$  toma novamente os valores atrás referidos o que corresponde a acelerações de pico crescentes de 0,1g , 0,2g , 0,3g e 0,4g.

No ponto 5.8.2 apresentam-se resultados similares ao referido no parágrafo anterior mas considerando apenas atuação do sismo na direção montante-jusante.

### 5.8.1 Aplicação de acelerogramas sísmicos nas três direções. Verificação da segurança

Como referido, para o sismo nas 3 direções é realizada a verificação da segurança à rotura da barragem para combinação  $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SBP_{x-y-z}$  e para a combinação  $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SMP_{x-y-z}$  com os valores de amortecimento  $\xi_{1^{\circ}\text{modo}}=1\%$  e  $\xi_{1^{\circ}\text{modo}}=5\%$ , respetivamente.

#### **Combinação: $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SBP_{x-y-z}$**

Na Figura 5.64 apresenta-se a distribuição do índice de rotura para a combinação  $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SBP_{x-y-z}$ , com  $\lambda=1, 2, 3$  e  $4$  (apresentam-se as vistas de jusante e de montante e um corte transversal pela consola central).

Quando  $\lambda=1$  ( $a_{\text{pico}}=0,02g$ ), o índice de rotura é sempre inferior a 40 (cor verde), ou seja, o coeficiente de segurança à rotura é sempre superior a 2,5 que é o valor mínimo exigido regulamentarmente (RSB). Apenas no pé de montante surgem valores do índice de rotura superiores a 40 mas sempre inferiores a 100, o que é admissível regulamentarmente visto tratar-se de uma zona localizada de pequena extensão (os pontos na linha de contacto entre o paramento de montante e a superfície de inserção correspondem a pontos de singularidade no campo de tensões quando se admite a hipótese de comportamento elástico linear). Para valores de  $\lambda=2$  a conclusão é idêntica para valor de majoração do sismo de  $\lambda=1$  ( $a_{\text{pico}}=0,02g$ ).

Para valores de  $\lambda=3$  e  $4$  a conclusão é semelhante sendo apenas referir que na abóbada central nalgumas zonas junto aos paramentos, ocorrem valores do índice de rotura superiores a 40 e em alguns pontos ocorrem valores do índice de rotura iguais a 100, sendo ainda admissível em termos regulamentares dado ocorrerem apenas superficialmente.

Combinação: PP+PH(126 m)+ $\lambda \times \text{SBP}_{x-y-z}$   $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=1\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel 1-1-2/3)

Vista de Jusante

Vista de Montante

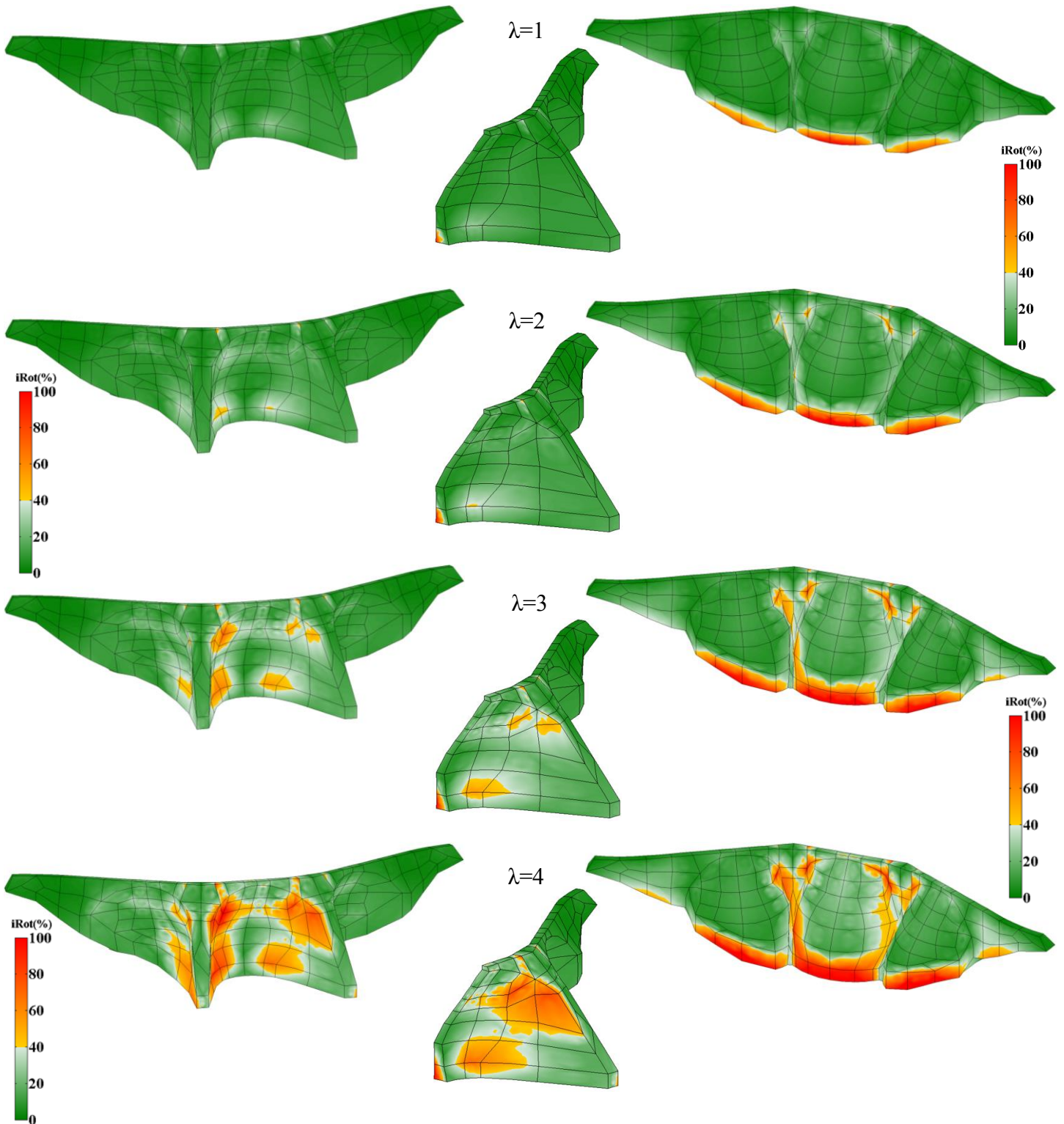


Figura 5.64 - Representação do índice de rotura para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda \times \text{SBP}_{x-y-z}$  nas 3 direções. Vista de jusante, montante e corte pela consola central.

### **Combinação: PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>x-y-z</sub>**

Na Figura 5.65 apresenta-se a distribuição do índice de rotura para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>x-y-z</sub>, com  $\lambda=1, 2, 3$  e 4 (tal como anteriormente apresentam-se as vistas de jusante e de montante e um corte transversal pela consola central).

Para  $\lambda=1$  ( $a_{\text{pico}}=0,1g$ ), o índice de rotura é inferior a 40 (cor verde) praticamente em toda a barragem, ou seja, o coeficiente de segurança à rotura é superior a 2,5 que é o valor mínimo exigido regulamentarmente (RSB). Apenas no pé de montante e nalgumas zonas muito localizadas junto aos paramentos, surgem valores do índice de rotura superiores a 40 o que é admissível regulamentarmente.

Para  $\lambda=2$  já surgem zonas de maior extensão em que o índice de rotura é superior a 40 e em certos pontos igual a 100, contudo ainda localizadas apenas superficialmente, junto a ambos os paramentos.

Para  $\lambda=3$  a situação anterior agrava-se claramente e para  $\lambda=4$  nalgumas zonas ocorrem valores do índice de rotura muito elevados (entre 90 e 100) em praticamente toda a espessura o que significa  $\lambda=4$  ( $a_{\text{pico}}=0,4g$ ) corresponde a um valor de amplificação da ação sísmica que não é admissível.

Combinação: PP+PH(126 m)+ $\lambda \times \text{SMP}_{x-y-z}$   $\xi_{1^{\circ}\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 13-17-28 (acel 1-1-2/3)

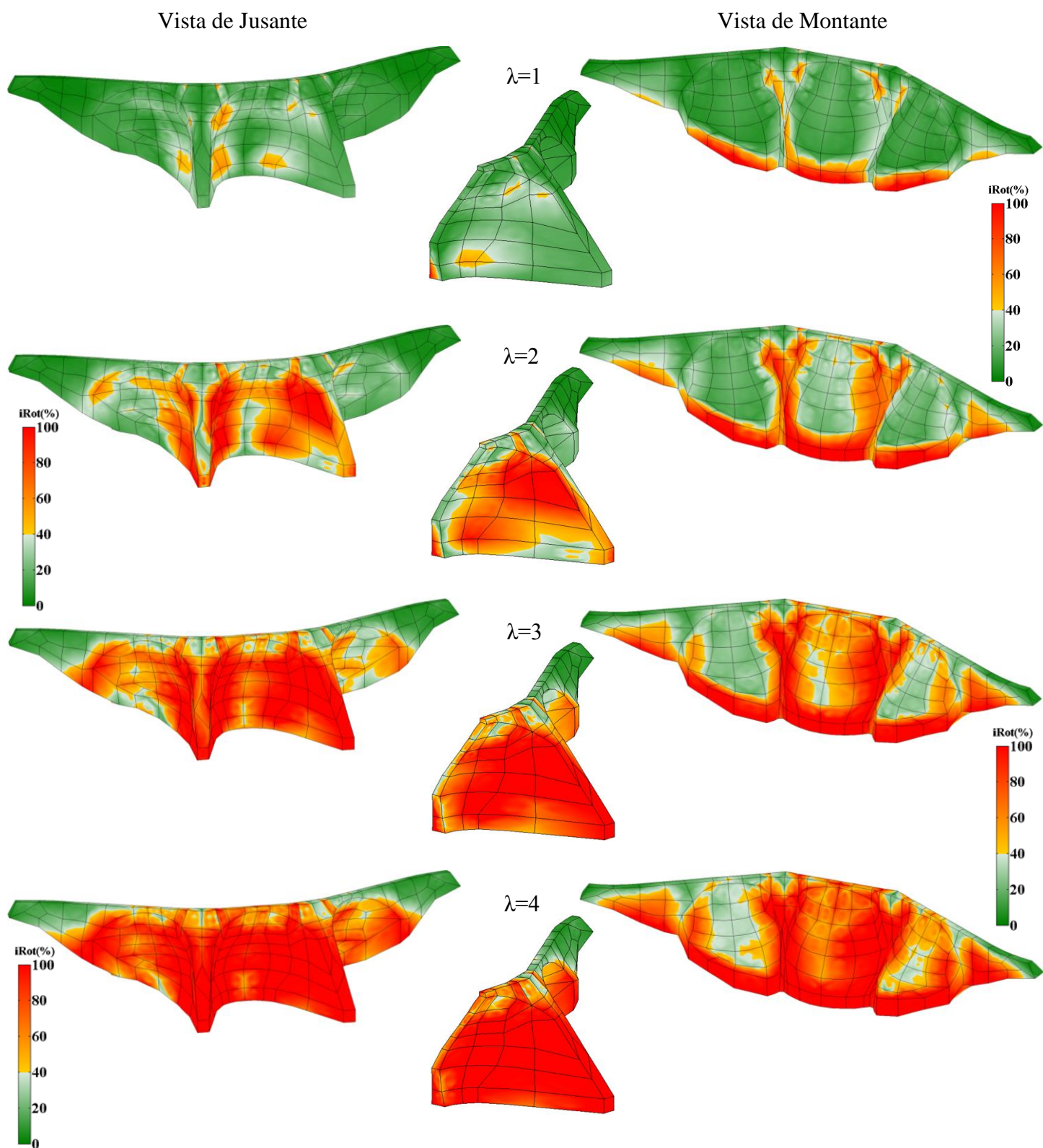


Figura 5.65 - Representação do índice de rotura para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda \times \text{SMP}_{x-y-z}$  nas 3 direções.

Vista de jusante, montante e corte pela consola central.

### **5.8.2 Aplicação de um acelerograma sísmico apenas na direção Montante-Jusante. Verificação da segurança**

Neste ponto apresenta-se um estudo da verificação da segurança considerando apenas um acelerograma sísmico aplicado na direção montante-jusante, ou seja, para a combinação  $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SMP_{M-J}$  ( $\xi_{1^{\text{º}}\text{modo}}=5\%$ ). Esta hipótese é muitas vezes adotada no projeto de barragens e por essa razão optou-se por analisar o comportamento da obra nesta hipótese relativa à aplicação da ação sísmica. Assim, o objetivo deste cálculo é comparar a distribuição dos índices de rotura, que se obtém para a hipótese de acelerograma sísmico aplicado na direção de montante-jusante, e para a hipótese de acelerogramas sísmicos aplicados nas 3 direções.

#### **Combinação: $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SMP_{M-J}$**

Na Figura 5.66, tal como no ponto atrás, apresenta-se a distribuição do índice de rotura para a combinação  $PP+PH(126\text{ m})+\lambda\times SBP_{M-J}$ , com  $\lambda=1, 2, 3$  e  $4$  (apresentam-se as vistas de jusante e de montante e um corte transversal pela consola central).

Os resultados obtidos são bastante próximos dos obtidos para o caso de aplicação de acelerogramas sísmicos nas 3 direções, nota-se apenas um ligeiro decréscimo nos valores do índice de rotura. Este resultado permite confirmar que a hipótese de aplicação de apenas um acelerograma sísmico na direção montante-jusante pode ser utilizada no estudo de segurança sísmica de barragens.

Combinação: PP+PH(126 m)+ $\lambda \times \text{SMP}_{M-J}$   $\xi_1^{\text{Modo}}=5\%$  Acelerograma 17 (acel 0-1-0)

Vista de Jusante

Vista de Montante

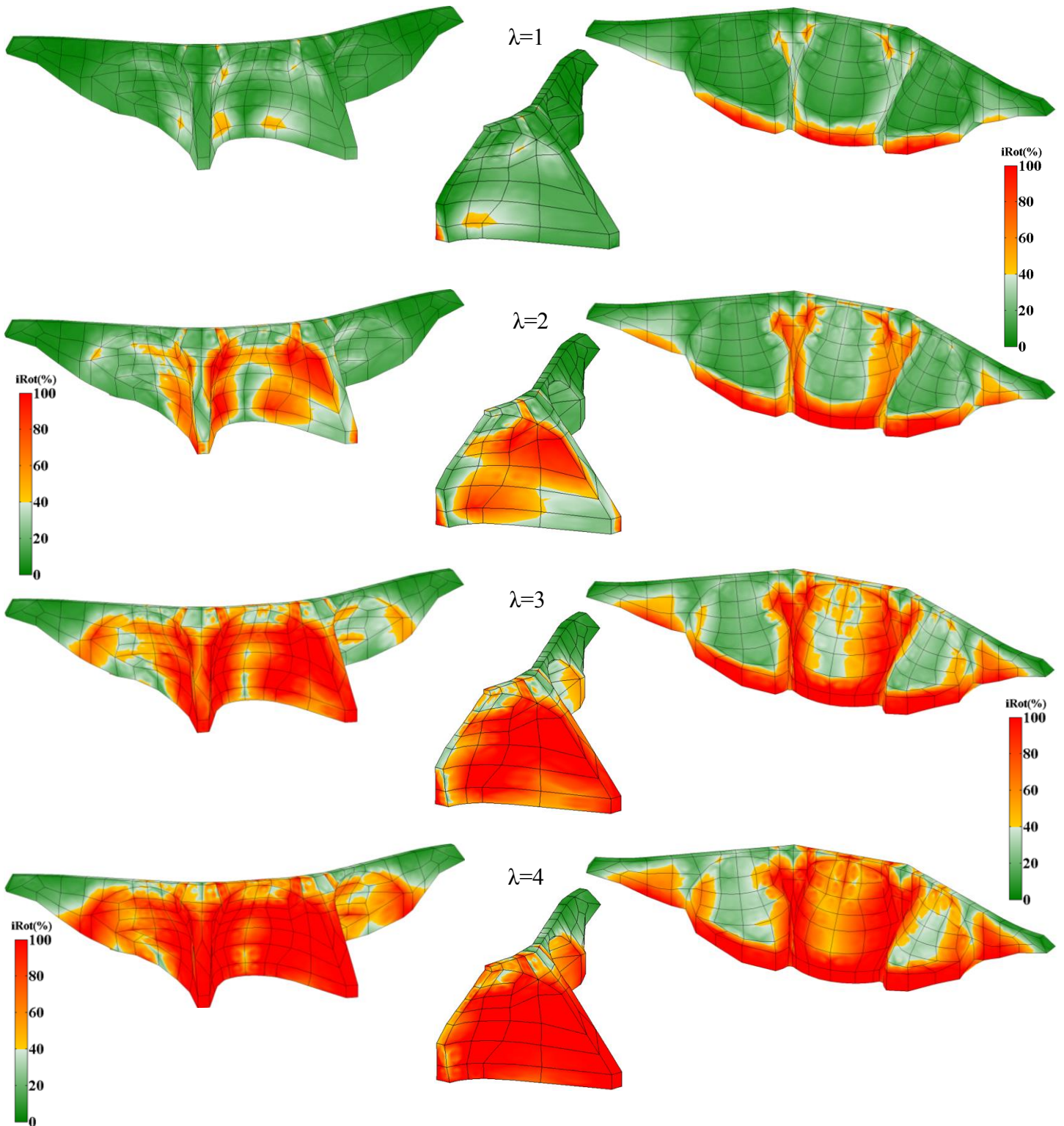


Figura 5.66 – Representação do índice de rotura para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda \times \text{SMP}_{M-J}$  na direção montante-jusante. Vista de jusante, montante e corte pela consola central.

## 5.9 Considerações Finais

Em face dos resultados apresentados conclui-se primeiramente que o modelo MEF3D elaborado para analisar o comportamento da barragem sob ações estáticas encontra-se devidamente calibrado, tendo em conta as propriedades dos materiais admitidas ( $E_b=35\text{GPa}$  ,  $E_{fMD}=17,5\text{GPa}$  ,  $E_{fME}=12,5\text{GPa}$ ), quando comparado com os resultados observados e fios de prumo medidos pelo Núcleo de Geodesia do LNEC, e, quando comparando o efeito separado das ações estáticas, nomeadamente a pressão hidrostática (PH(126 m)), com o método de separação de efeitos.

Para a análise do comportamento dinâmico de sistemas barragem-fundação-albufera foram desenvolvidos dois modelos numéricos em MATLAB baseados em duas formulações: i) formulação de massas de água associadas (MAA50%) na qual a interação água-estrutura é simulada através da aplicação da pressão hidrodinâmica na face montante; ii) formulação em pressões e deslocamentos (MPD) na qual a interação dinâmica água-estrutura é simulada recorrendo a EF de pressão para discretizar a albufera.

De forma a calibrar os dois modelos numéricos, foi realizada a identificação modal da barragem da Aguieira, através de ensaios realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000. Calibrou-se o modelo numérico de massas de água associadas com um coeficiente de redução de massas de água de 50% (MAA50%) e um módulo de elasticidade dinâmico  $E_{din} = 1,5 \times E_b$  , acertando as frequências naturais do modelo com as frequências naturais experimentais obtidas em ensaios, para a situação de albufera cheia, verificando-se que para a situação de albufera vazia as frequências naturais do modelo não acertavam, com uma grande diferença, das frequências naturais experimentais.

Calibrou-se o modelo numérico MPD (formulação em pressões e deslocamentos) através de um módulo de elasticidade dinâmico  $E_{din} = 1,25 \times E_b$  , acertando as frequências naturais do modelo com as frequências naturais experimentais, tanto para situação de albufera cheia como para albufera vazia. Quando comparados os modelos verificou-se a existência de mais modos de vibração no modelo numérico MPD que no modelo numérico MAA50%, para a mesma banda de frequências (entre 3 a 7 Hz).

Devido à diferença entre modelos e principalmente com vista a complementar os ensaios realizados pelo LNEC, realizaram-se dois ensaios de vibração ambiente na barragem da Aguieira, no topo do contraforte esquerdo e no topo da abóbada central. Os registos obtidos nos ensaios de vibração realizados foram processados através do programa de identificação modal **Modal\_ID2.0**. Da análise de resultados, obtidos do processamento realizado através do **Modal\_ID2.0**, verificou-se que as frequências obtidas nos dois ensaios tinham valores muito próximos, podendo entender a sua pequena diferença como erros de ensaio.

Comparando as frequências naturais identificadas em obra e calculadas numericamente concluiu-se que é conveniente utilizar modelos do tipo MPD visto que com estes modelos é possível obter um bom acordo para a situação de albufeira cheia e vazia. Mostrou-se que não é possível obter este tipo de acerto utilizando o modelo clássico de massas de água associadas MAA50%. Devido a estas razões considerou-se o modelo MPD mais adequado no estudo do comportamento dinâmico de sistemas barragem-fundação-albufeira. Realizou-se uma análise da resposta sísmica e uma verificação relativamente as roturas locais no betão, com objetivo de verificar a segurança da barragem, tendo-se assim desenvolvido rotinas em MATLAB para a representação dos campos de deslocamentos e tensões e ainda para representação do índice de rotura.

Consideraram-se, na análise da resposta sísmica e na verificação de roturas, a aplicação dos acelerogramas em 3 direções, para o SMP ( $a_{pico}=0,1g$ ,  $\xi_{1^{o}modo}=5\%$ ) e para o SBP ( $a_{pico}=0,02g$ ,  $\xi_{1^{o}modo}=5\%$ ), e a aplicação de um acelerograma na direção de montante-jusante, para o SMP ( $a_{pico}=0,1g$ ,  $\xi_{1^{o}modo}=5\%$ ). Foram consideradas também as combinações PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>x-y-z</sub> e PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SBP<sub>x-y-z</sub>, para aplicação dos acelerogramas nas 3 direções, e a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>M-J</sub> para a aplicação de um acelerograma na direção montante-jusante. Considerando os resultados obtidos na análise sísmica, verifica-se que, tanto para a aplicação de acelerogramas nas três direções como para aplicação de um acelerograma na direção montante-jusante, na maioria dos casos o deslocamento máximo na barragem ocorre na zona central do coroamento na abóbada central.

Analisando os resultados obtidos da verificação de roturas na barragem é possível concluir que, para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SBP<sub>x-y-z</sub> ( $\xi_{1^{o}modo}=1\%$ ) a barragem se encontra em condições de segurança de acordo com o regulamento (RSB), para o valor máximo do coeficiente de majoração considerado  $\lambda=4$  ( $a_{pico}=0,08g$ ), visto que os valores do índice rotura são genericamente inferiores a 40, ocorrendo apenas superficialmente valores superiores de  $i_R=100$ , o que se considera admissível. Para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>x-y-z</sub> ( $\xi_{1^{o}modo}=5\%$ ) conclui-se que, para o valor do coeficiente majoração  $\lambda=4$  ( $a_{pico}=0,4g$ ), ocorrem em muitas zonas valores do índice de rotura muito elevados (entre 90 e 100) em praticamente toda a espessura, o que significa que para este valor do coeficiente de majoração da ação sísmica não se verificam os necessários requisitos de segurança e que a barragem pode atingir o colapso.

Para o caso em que se considera apenas um acelerograma sísmico na direção montante-jusante, ou seja, para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP<sub>M-J</sub> ( $\xi_{1^{o}modo}=5\%$ ), a conclusão é idêntica à anterior podendo-se concluir que, neste caso, a hipótese de considerar apenas um acelerograma na direção

montante-jusante conduz a resultados muito semelhantes aos da hipótese de acelerogramas aplicados nas três direções.

# 6

## Conclusões e Perspetivas Futuras

### 6.1 Síntese do trabalho e apreciação de resultados

O controlo de segurança de barragens de betão (segurança estrutural, ambiental, hidráulica), assume atualmente uma enorme importância, devido às crescentes exigências de segurança. Neste sentido, o desenvolvimento de modelos que permitam realizar o estudo das barragens existentes, tal como se verificou nesta dissertação, analisar a segurança e prever o seu comportamento, é atualmente cada vez mais importante quando mencionado o âmbito do controlo de segurança.

Na presente dissertação, tendo em conta uma série de estudos realizados no LNEC, foram abordados os temas: observação do comportamento dinâmico e monitorização de barragens; análise, processamento de registos experimentais obtidos com vista a realizar a identificação modal da estrutura; elaboração de modelos numéricos MEF3D com vista a estudar o comportamento estático e dinâmico da barragem (considerando formulações que simulem o comportamento dinâmico de sistemas barragem-fundação-albufeira); comparação e calibração dos modelos numéricos realizados com os resultados obtidos na identificação modal; estudo da resposta sísmica e verificação à rotura considerando o modelo numérico mais adequado.

Foram abordados certos aspetos considerados na observação do comportamento dinâmico de estruturas, como as vantagens, desvantagens e forma de processamento de registos obtidos em ensaios de vibração forçada, ambiente e em sistemas de monitorização em contínuo. Verificou-se os ensaios de vibração forçada são ensaios bastante dispendiosos e de colocação difícil, sendo que a análise de registos obtidos baseia-se na correlação da excitação aplicada com a resposta medida, nomeadamente, através das designadas funções de resposta em frequência (FRF). Concluiu-se que os ensaios de vibração ambiente são atualmente uma opção mais económica, de fácil execução e

de análise de registos de dados, através de ferramentas simples como as transformadas de Fourier e outras ferramentas computacionais. Os sistemas de monitorização sendo algo semelhantes aos ensaios de vibração ambiente conclui-se que a sua vantagem é o grande volume de dados a que é possível o acesso. Mencionaram-se as barragens de abóbadas múltiplas mais importantes em Portugal e no resto do Mundo, verificando apenas a existência de duas barragens em Portugal, a barragem da Aguieira e de Odivelas.

Abordou-se o tema de identificação modal, explicando inicialmente os processos utilizados na análise dos registos de acelerações: i) análise e processamento de sinal, e os fundamentos de uma onda harmónica; ii) a decomposição de um registo de acelerações em ondas harmónicas; iii) a passagem do somatório de Fourier à transformada de Fourier; iv) a utilização de plataformas computacionais (MATLAB) de forma a obter espectros de amplitudes e ler as frequências próprias localizadas nos picos espectrais; v) correção necessária dos registos através da utilização de filtros de médias móveis, de análise através de janelas temporais nomeadamente janelas tipo *Tukey*.

São explicados os modelos de identificação modal utilizados, nomeadamente, a identificação dos picos espectrais, a identificação da configuração modal, a representação do movimento oscilatório do ponto de medição, o cálculo da matriz de densidade espectral  $M_{DEP}$  considerando o método de Welch e o método de *random decrement*, e, o cálculo de espectros dos valores singulares. Apresentou-se o programa de identificação modal **Modal\_ID2.0**, tendo em conta as suas funcionalidades e vantagens de utilização.

Foram apresentados os fundamentos da análise dinâmica, inicialmente obtendo a equação de Navier, aplicando em seguida a aproximação fundamental do MEF e os teoremas necessários de forma a equação dos deslocamentos. Apresentaram-se as formulações consideradas no estudo realizado nesta dissertação, a formulação de massas de água associadas e a formulação em pressões e deslocamentos.

Apresentou-se a barragem da Aguieira como caso de estudo desta dissertação, verificando as suas características, localização e as propriedades dos materiais admitidas ( $E_b=35\text{GPa}$ ,  $E_{fMD}=17,5\text{GPa}$ ,  $E_{fME}=12,5\text{GPa}$ ). Foram desenvolvidos modelos numéricos MEF3D para analisar a barragem sob ações estáticas e verificando os resultados observados e os fios-de-prumo medidos pelo Núcleo de Geodesia do LNEC, e, quando comparando o efeito separado das ações estáticas, nomeadamente a pressão hidrostática (PH126), com o método de separação de efeitos, concluiu-se que os modelos foram bem calibrados.

Consideraram-se dois modelos numéricos para análise dinâmica, baseados em duas formulações: i) formulação de massas de água associadas (MAA50%); ii) formulação em pressões e deslocamentos (MPD). Calibraram-se os dois modelos numéricos com os resultados obtidos nos

ensaios realizados pelo LNEC em 1980, 1981, 1988 e 2000, concluindo que com as opções de acerto tomadas (MAA50% redução de massas de água de 50%, módulo de elasticidade dinâmico  $E_{din} = 1,5 \times E_b$ ; MPD módulo de elasticidade dinâmico  $E_{din} = 1,25 \times E_b$ ) o modelo MPD verificava um acerto, tanto para a situação de albufeira vazia como para albufeira cheia, o que não se verificou com o modelo MAA50% (apenas acerto com albufeira cheia).

Através dos dois ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira (registos obtidos foram processados pelo **Modal\_ID2.0**), no topo do contraforte esquerdo e no topo da abóbada central, concluiu-se que as frequências naturais obtidas nos dois ensaios são muito próximas, podendo a sua diferença ser explicada por erros e diferentes condições de excitação, nos ensaios.

Comparando estas frequências obtidas com os dois modelos numéricos verificou-se que o modelo MPD mostrou um melhor acerto, para a situação de albufeira cheia e vazia, o que não aconteceu com o modelo MAA50%. Assim concluiu-se que o modelo MPD é mais adequado para análise do comportamento dinâmico de sistemas barragem-fundação-albufeira, que o modelo MAA50%.

Considerando o modelo MPD mais adequado realizou-se uma análise da resposta sísmica e uma verificação relativamente as roturas locais no betão, com objetivo de verificar a segurança da barragem.

Considerou-se, na análise da resposta sísmica e na verificação de roturas, a aplicação dos acelerogramas em 3 direções, para o SMP ( $a_{pico}=0,1g$ ,  $\xi_{1^\circ modo}=5\%$ ) e para o SBP ( $a_{pico}=0,02g$ ,  $\xi_{1^\circ modo}=5\%$ ), e a aplicação de um acelerograma na direção de montante-jusante, para o SMP ( $a_{pico}=0,1g$ ,  $\xi_{1^\circ modo}=5\%$ ). Foram consideradas também as combinações PP+PH(126 m)+ $\lambda \times$ SMP<sub>x-y-z</sub> e PP+PH(126 m)+ $\lambda \times$ SBP<sub>x-y-z</sub>, para aplicação dos acelerogramas nas 3 direções, e a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda \times$ SMP<sub>M-J</sub> para a aplicação de um acelerograma na direção montante-jusante.

Através dos resultados apresentados na análise sísmica concluiu-se que, tanto para a aplicação de acelerogramas nas três direções como para aplicação de um acelerograma na direção montante-jusante, na maioria dos casos o deslocamento máximo na barragem ocorre na zona central do coroamento na abóbada central.

Apresentou-se a verificação da verificação de roturas no betão na barragem, sendo possível concluir que para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda \times$ SBP<sub>x-y-z</sub> ( $\xi_{1^\circ modo}=1\%$ ) a barragem se encontra em condições de segurança de acordo com o regulamento (RSB), para o valor máximo do coeficiente de majoração considerado  $\lambda=4$  ( $a_{pico}=0,08g$ ), visto que os valores do índice rotura são genericamente inferiores a 40, ocorrendo apenas superficialmente valores superiores de  $i_R=100$ , o que se considera admissível. Concluiu-se para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda \times$ SMP<sub>x-y-z</sub>

( $\xi_{1^{\circ}\text{modo}}=5\%$ ), nas 3 direções, e para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda \times \text{SMP}_{\text{M-J}}$  ( $\xi_{1^{\circ}\text{modo}}=5\%$ ), na direção montante-jusante, que para o valor do coeficiente majoração  $\lambda=4$  ( $a_{\text{pico}}=0,4g$ ), ocorrem em muitas zonas valores do índice de rotura muito elevados (entre 90 e 100) em praticamente toda a espessura, o que significa que, para ambas as combinações, este valor do coeficiente de majoração da ação sísmica não se verificam os necessários requisitos de segurança podendo corresponder a uma situação de colapso.

## 6.2 Principais Contribuições

Para a presente dissertação foi desenvolvido um trabalho com vista a contribuir para o estudo do comportamento dinâmico da barragem da Aguieira. No âmbito do trabalho:

- Apresentaram-se os elementos fornecidos pelo LNEC sobre as características da barragem da Aguieira, desde os parâmetros físicos da barragem, valores teóricos a utilizar nos modelos numéricos, desenhos esquemáticos e à escala da barragem, a malhas de elementos finitos, acesso a estudos e ensaios previamente realizados à barragem;
- Efetuou-se uma apresentação sumária dos métodos de análise e processamento de registos obtidos em ensaios, desde a análise e processamento de sinal, os fundamentos de onda harmónica, à decomposição de um registo no tempo em ondas sinusoidais, para obtenção de espectros através da transformada de Fourier;
- Apresentaram-se os processos de identificação modal através das configurações modais de cada pico espectral e a identificação dos mesmos, a utilização de matrizes de densidade espectral de potência (montadas com base na técnica de sobreposição de janelas sinusoidais, método de Welch, ou recorrendo ao método de *random decrement*), e dos respetivos valores e vetores singulares para identificação modal. Apresentou-se o programa **Modal\_ID2.0** para análise dos registos obtidos nos ensaios de vibração ambiente realizados na barragem da Aguieira;
- Apresentaram-se os fundamentos de análise dinâmica (equação de Navier, aproximação fundamental do MEF) e das formulações consideradas para simular o efeito comportamento dinâmico de sistemas barragem-fundação-albufeira, nomeadamente a formulação de massas de água associadas e a nova formulação em pressões e deslocamentos que considera a albufeira através de elementos finitos de pressão;

- Realizaram-se dois ensaios de vibração ambiente no dia 8 de Maio de 2015 na barragem da Aguieira, no topo do contraforte esquerdo e no topo da abóbada central, com um acelerómetro triaxial “TitanSMA” da Nanometrics (cedido pela Tecnilab);
- Compararam-se dos resultados obtidos através dos modelos elaborados, modelo MAA50% e modelo MPD, com base nas duas formulações consideradas, com os resultados experimentais obtidos em ensaios realizados pelo LNEC. A utilização do modelo MPD para comparar as frequências obtidas numericamente e as frequências obtidas nos dois ensaios de vibração ambiente e analisadas através do **Modal\_ID2.0**.
- Apresentaram-se os estudos da resposta sísmica e da verificação de roturas, da barragem da Aguieira, realizados através da modelo MPD, para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SMP para a direção de montante-jusante e nas 3 direções, e para a combinação PP+PH(126 m)+ $\lambda$ ×SBP<sub>x-y-z</sub> nas 3 direções.

### 6.3 Desenvolvimentos Futuros

Futuramente considera-se conveniente proceder à reformulação da malha da barragem da Aguieira, de forma a obter uma discretização em camadas horizontais, para que se possa realizar a análise com o modelo MPD considerando diferentes discretizações da albufeira consoante a cota de água.

Com vista a obter uma melhor caracterização do comportamento dinâmico da barragem considera-se ainda de interesse a instalação de um sistema de monitorização de vibrações em contínuo, pois os resultados experimentais disponíveis atualmente, obtidos com base em ensaios de vibração forçada e ambiente realizados pelo LNEC (1980, 1981, 1988 e 2000), não são ainda totalmente conclusivos, ou seja, subsistem ainda algumas dúvidas relativamente às configurações e frequências naturais dos primeiros modos. A instalação deste sistema de monitorização de vibrações permitiria obter registos de acelerações em vários pontos da obra, de hora em hora. A análise desta informação com base em adequadas técnicas de identificação modal permitiria esclarecer em definitivo as referidas dúvidas que ainda subsistem relativamente aos principais parâmetros modais da obra.

Os resultados da monitorização em contínuo permitirão ainda registar o comportamento da obra sob ação de eventuais sismos que possam ocorrer futuramente e ainda serão úteis para acompanhar a evolução do estado deterioração da obra, o que, neste caso, tem todo o interesse dado que nesta obra foi já identificado um processo expansivo que ainda não esta em fase de estabilização.



# Bibliografia

- Asmussen, L. C. (1997). *Modal Analysis Based on the Random Decrement Technique*. PhD Thesis, Aalborg University.
- Bazant, Z. P., & Panula, L. (1979). "Practical prediction of time dependent deformations of concrete". *Mat&Struct*. VI2 N° 69.
- Carvalho, A. (2007). Modelo de rotura de falha e propagação de ondas sísmicas.
- Chopra, A. &. (1992). *Modeling dam-foundation interaction in analysis of arch dams*. Madrid, Espanha: Proc. of the 10th World Conference on Earthquake Engineering,.
- Chopra, A. (1995). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*.
- Cole, H. A. (1973). *On-Line Failure Detection of a Space Shuttle Wing by Random Decrement*. NASA.
- Espada, M. I. (2009). *Desenvolvimento de Modelos para Análise Dinâmica de Estruturas. Aplicação a Barragens de betão e estruturas Auxiliares*. Lisboa.
- Gomes, S. (1981). "Automatização das atividades de observação de barragens e análise quantitativa de resultados". *Tese para especialista e acesso a investigador auxiliar*. LNEC, Lisboa.
- Houqun, C. (2014). Seismic Safety of High Concrete Dams. In *Seismic Safety of Dams in China* (pp. 1-54).
- ICOLD. (2010). *Selecting Seismic Parameters For Large Dams - Guidelines*.
- LNEC. (1974). *Estudo das fundações da barragem da Aguieira*.
- LNEC. (1989). *Ensaio da barragem da Aguieira para solicitações dinâmicas – 1989*. LNEC Rel. Interno 6/89 NO/NDA. Estudo realizado para a EDP. LNEC, Lisboa.
- LNEC. (2000). *Barragem da Aguieira. Ensaio de vibração forçada – 2000*. LNEC Rel. Interno 348/00 NDE/NEE. Estudo realizado para a CPPE, S.A. LNEC, Lisboa.
- Mendes, E. (2014). *Observação e Controlo da Segurança Estrutural de Barragens de Betão. Utilização Integrada de Modelos Numéricos e de Modelos de Separação de Efeitos*. ISEL.
- Mendes, P. J. (2010). *Observação e Análise do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão*. Porto.
- Oliveira, S. (2002). *Sistemas de monitorização em contínuo para avaliação do comportamento dinâmico de barragens abóbada. Sub-programa D*, in "Estudo de processos de deterioração evolutiva em barragens de betão. Controlo da segurança ao longo do tempo" *Prog. de Re-equipamento*.
- Oliveira, S. (2007). *Folhas de apoio a Matemática Aplicada á Engenharia Civil*. maecisel.googlepages.com: ISEL.
- Oliveira, S. (2013). Análise de Fourier e Aplicações em Dinâmica de Estruturas. In F. Pestana da Costa, J. Pinto, & J. Buescu, *Matemática do Planeta Terra*. IST Press.

- Oliveira, S. B. (2000). *Modelos para a Análise do Comportamento de Barragens de Betão Considerando a Fissuração e os Efeitos do Tempo. Formulações de Dano*. Porto.
- Oliveira, S. S. (2014). *Barragem de Ribeiradio. Obra construída. Verificação da segurança estrutural para ações estáticas e dinâmicas. Cenários correntes e de rotura*. DBB/NMMR. LNEC.
- Oliveira, S., Silvestre, A., Espada, M., & Câmara, R. (2012). *Monitorização e Modelação do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão. Interação Barragem-fundação-albufeira*. Porto: Conferência de Betão Estrutural 2012.
- Osório, A. (2015). *Identificação Modal e Simulação da Resposta Sísmica de Barragens de Abóbada*.
- Pedro, J., Silva, A., Pereira, J., Florentino, C., Pinho, J., Câmara, R., & Silva, H. (1986). Seismic monitoring of concrete dams and reservoirs. Portuguese experience. In LNEC, *Proceedings of the 8th European Conference on Earthquake Engineering. Volume 5* (pp. 13/37-13/43).
- Portugal, A. (1990). *Caracterização do comportamento dinâmico de barragens de betão através de ensaios "in-situ"*. Tese de mestrado IST/LNEC.
- Ramos, M. (1985). *"Consideração da reologia do betão no comportamento de barragens"*. LNEC, Lisboa.
- Rodrigues, J., & Brincker, R. (2005). Application of the Random Decrement Technique in Operational Modal Analysis. 1st IOMAC.
- Rodrigues, J., Brinker, R., & P., A. (2004). Improvement of Frequency Domain Output-Only Modal Identification from the Application of the Random Decrement Technique.
- Salvado, P. (2014). *Modelação e Monitorização do Comportamento Dinâmico de Barragens de Abóbada. Identificação Modal Automática*. ISEL.
- Silvestre, A. F. (2012). *Modelação do Comportamento Dinâmico de Sistemas Barragem-Fundação-Albufeira. Formulação no Espaço de Estados com Amortecimento Generalizado*. Lisboa.
- Structurae C. Dam, C. D. (n.d.). <http://structurae.net/structures/calacuccia-dam>.
- Structurae O. Dam, O. D. (n.d.). <http://structurae.net/structures/odivelas-dam>.
- Welch, P. (1967). *The use of Fast Fourier Transform for the estimation of Power Spectra: a Method based on the averaging over short modified periodograms*. IEEE Transation on Audio and Electro-Acoustics, AU-15(2).
- Westergaard. (1933). *Water pressures on dams during earthquakes*. Transactions, ASCE.
- Wikipedia C. Dam, C. D. (n.d.). [https://en.wikipedia.org/wiki/Coolidge\\_Dam](https://en.wikipedia.org/wiki/Coolidge_Dam). Retrieved from Wikipedia Coolidge Dam.
- Wikipédia D.J. Dam, D. J. (n.d.). [https://en.wikipedia.org/wiki/Daniel-Johnson\\_Dam](https://en.wikipedia.org/wiki/Daniel-Johnson_Dam). Retrieved from Wikipédia Daniel Johnson Dam.
- Wikipédia G. Barrage, B. d. (n.d.). [https://fr.wikipedia.org/wiki/Barrage\\_de\\_Grandval](https://fr.wikipedia.org/wiki/Barrage_de_Grandval).

Zienkiewicz, O. C. (1967). *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*.  
Mcgraw-Hill.

Zienkiewicz, O. C. (2005). *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Sixth edition.  
Elsevier Butterworth-Heinemann.



**Anexo**



## **Acelerogramas sísmicos e espectros correspondentes**



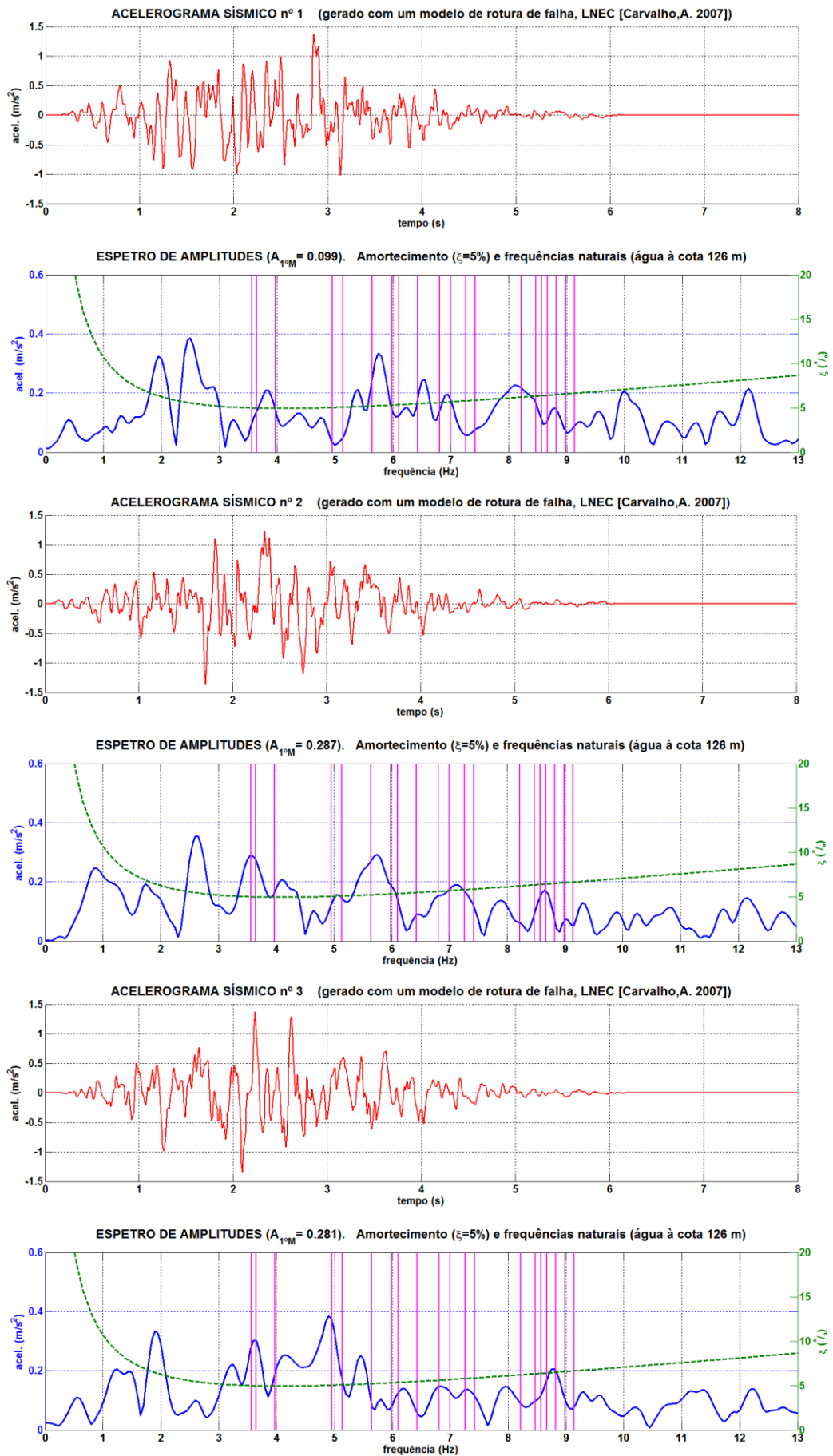


Figura A.8.1 - Acelerogramas sísmicos 1, 2 e 3 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.

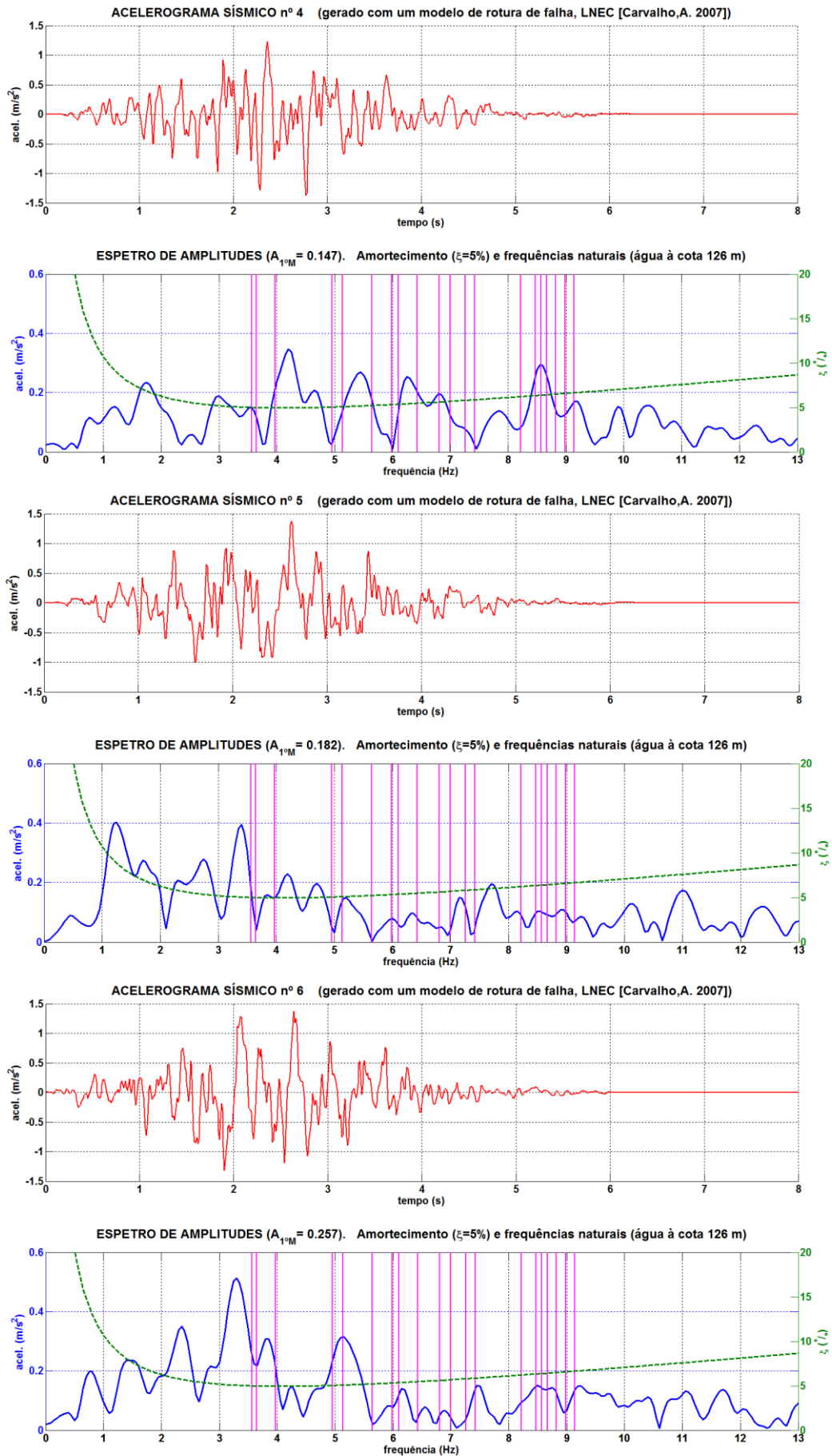


Figura A.8.2 - Acelerogramas sísmicos 4, 5 e 6 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.

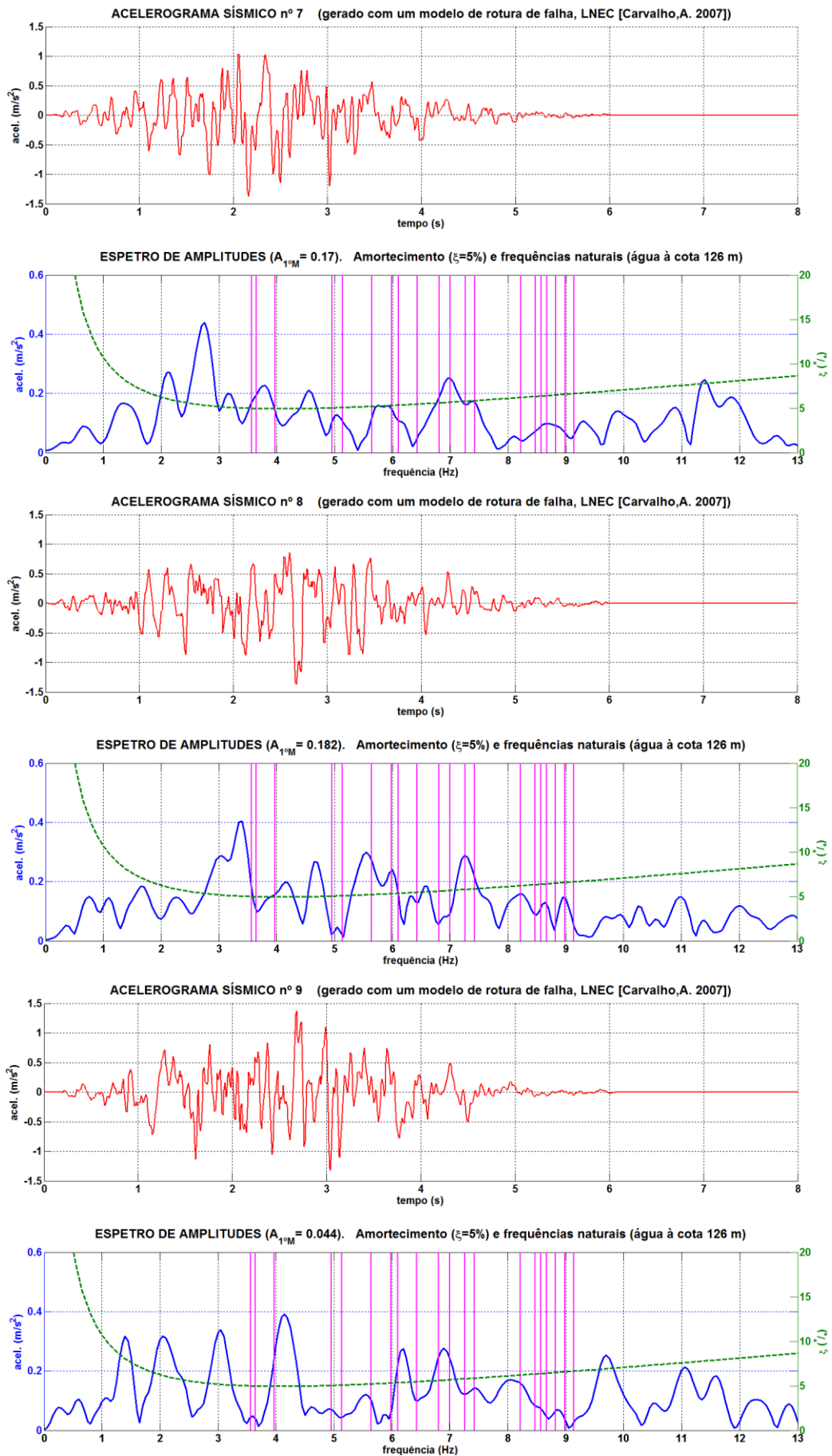
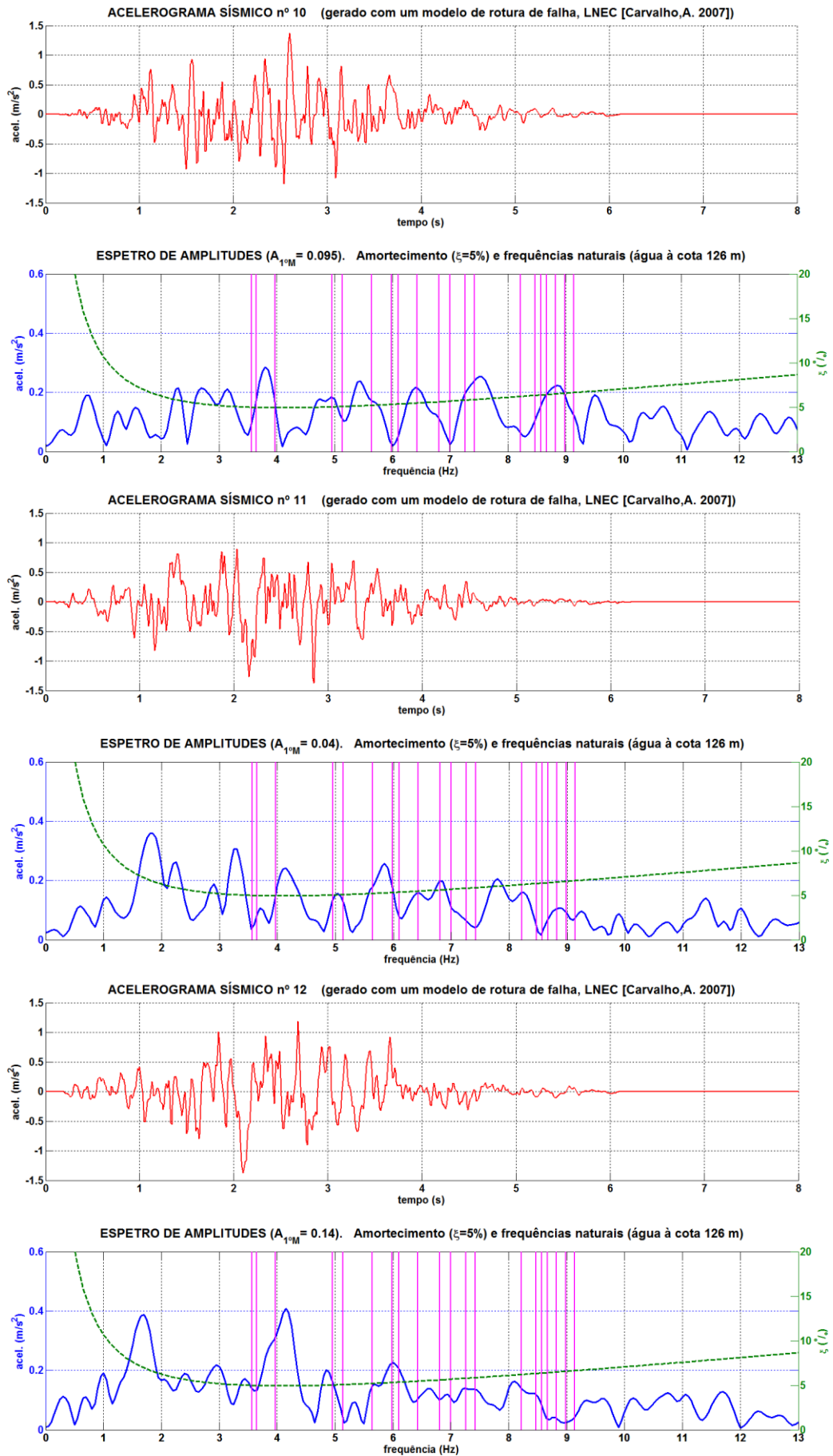
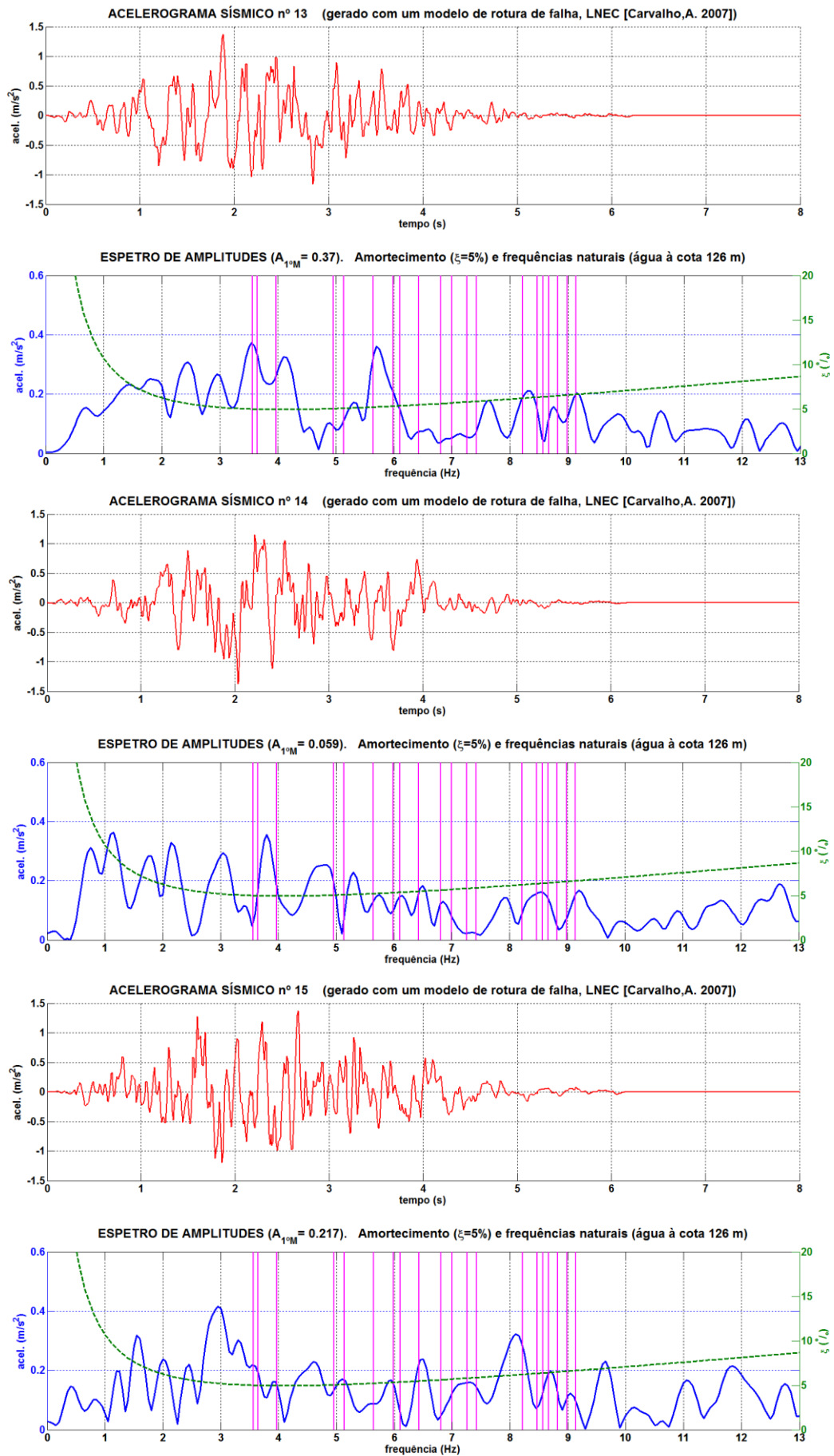


Figura A.8.3 - Acelerogramas sísmicos 7, 8 e 9 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.



**Figura A.8.4** - Acelerogramas sísmicos 10, 11 e 12 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.



**Figura A.8.5 - Acelerogramas sísmicos 13, 14 e 15 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.**

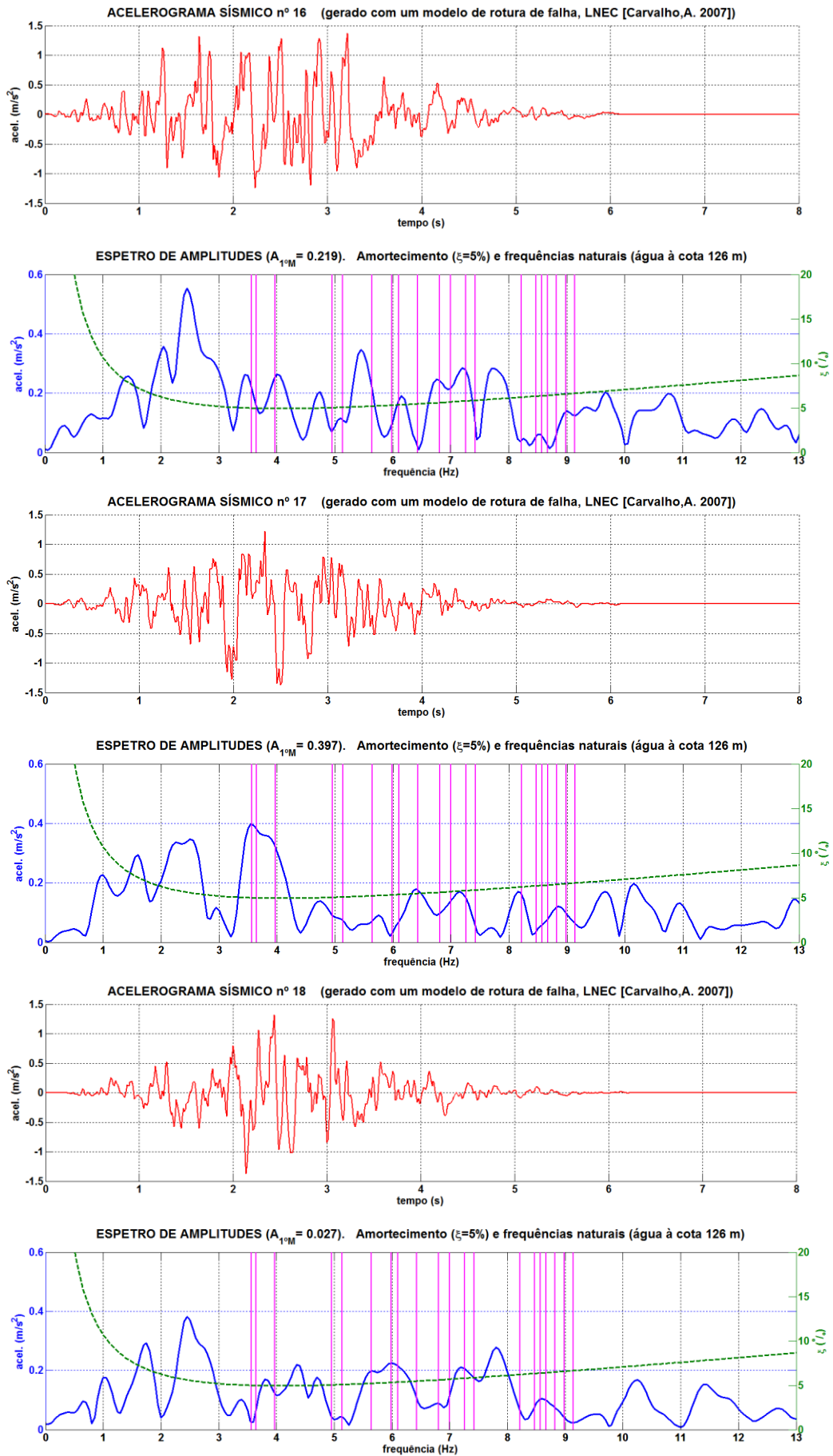


Figura A.8.6 - Acelerogramas sísmicos 16, 17 e 18 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.

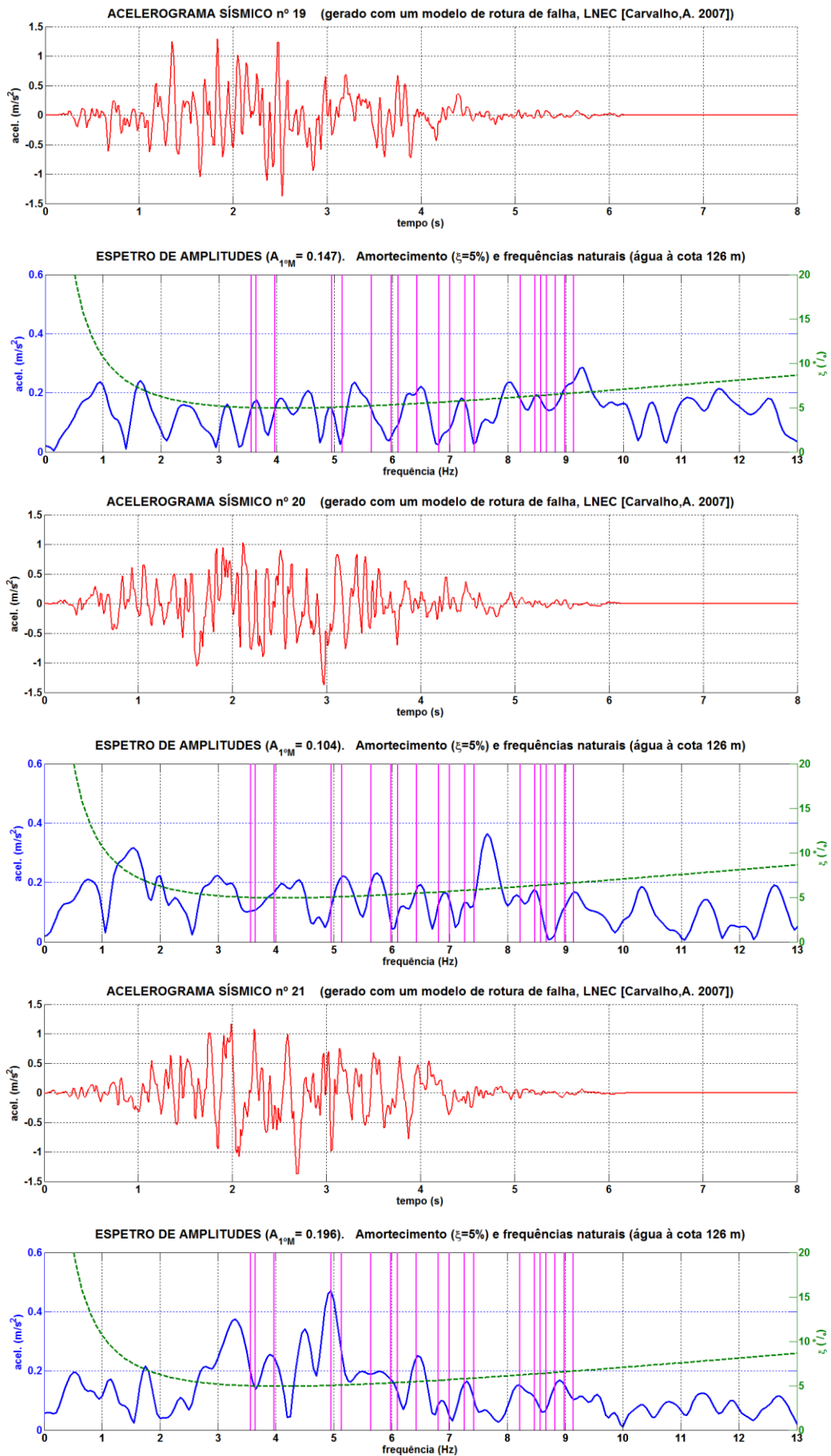


Figura A.8.7 - Acelerogramas sísmicos 19, 20 e 21 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.

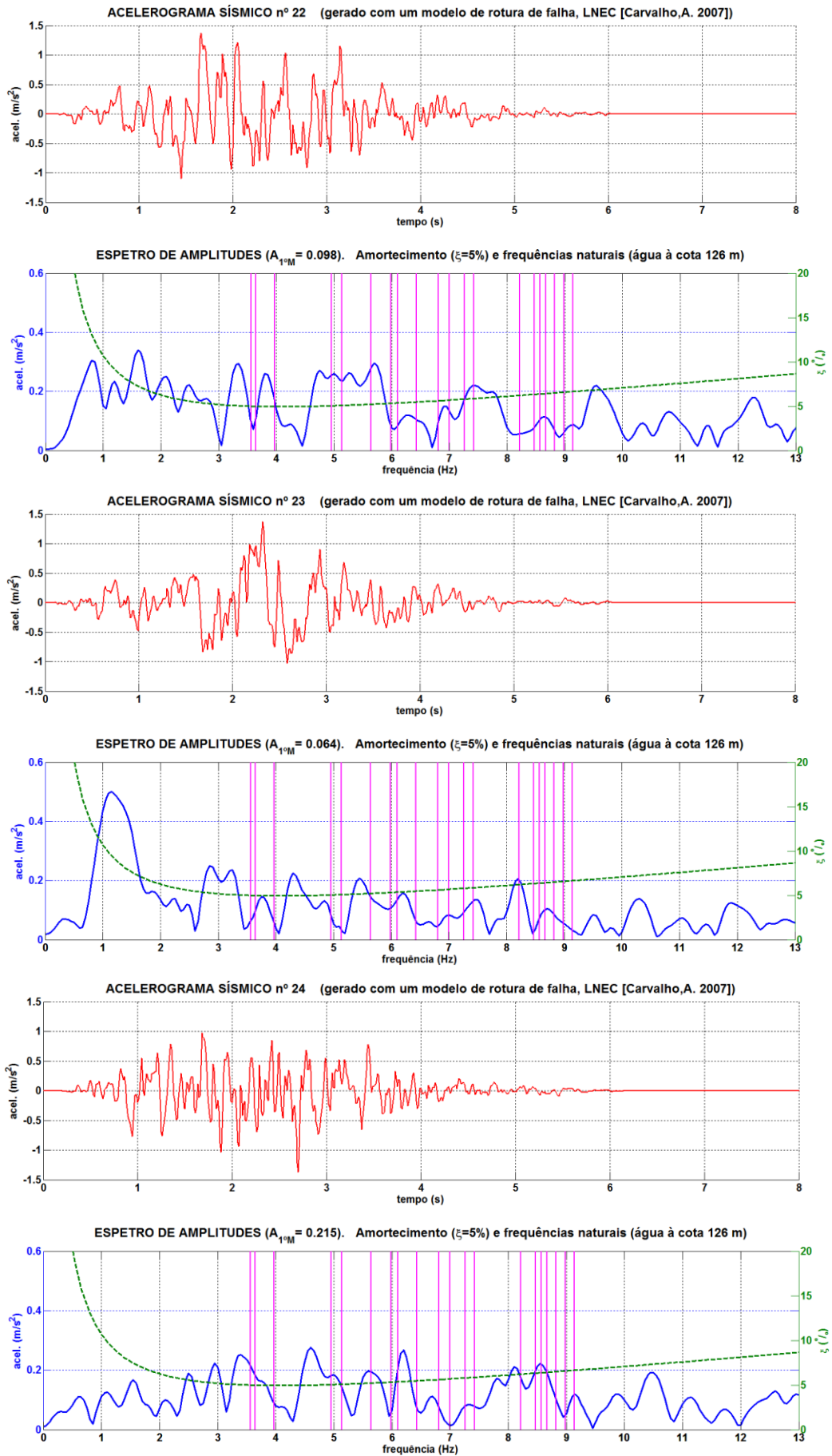


Figura A.8.8 - Acelerogramas sísmicos 22, 23 e 24 (SIMQKE) e espectros de amplitude.

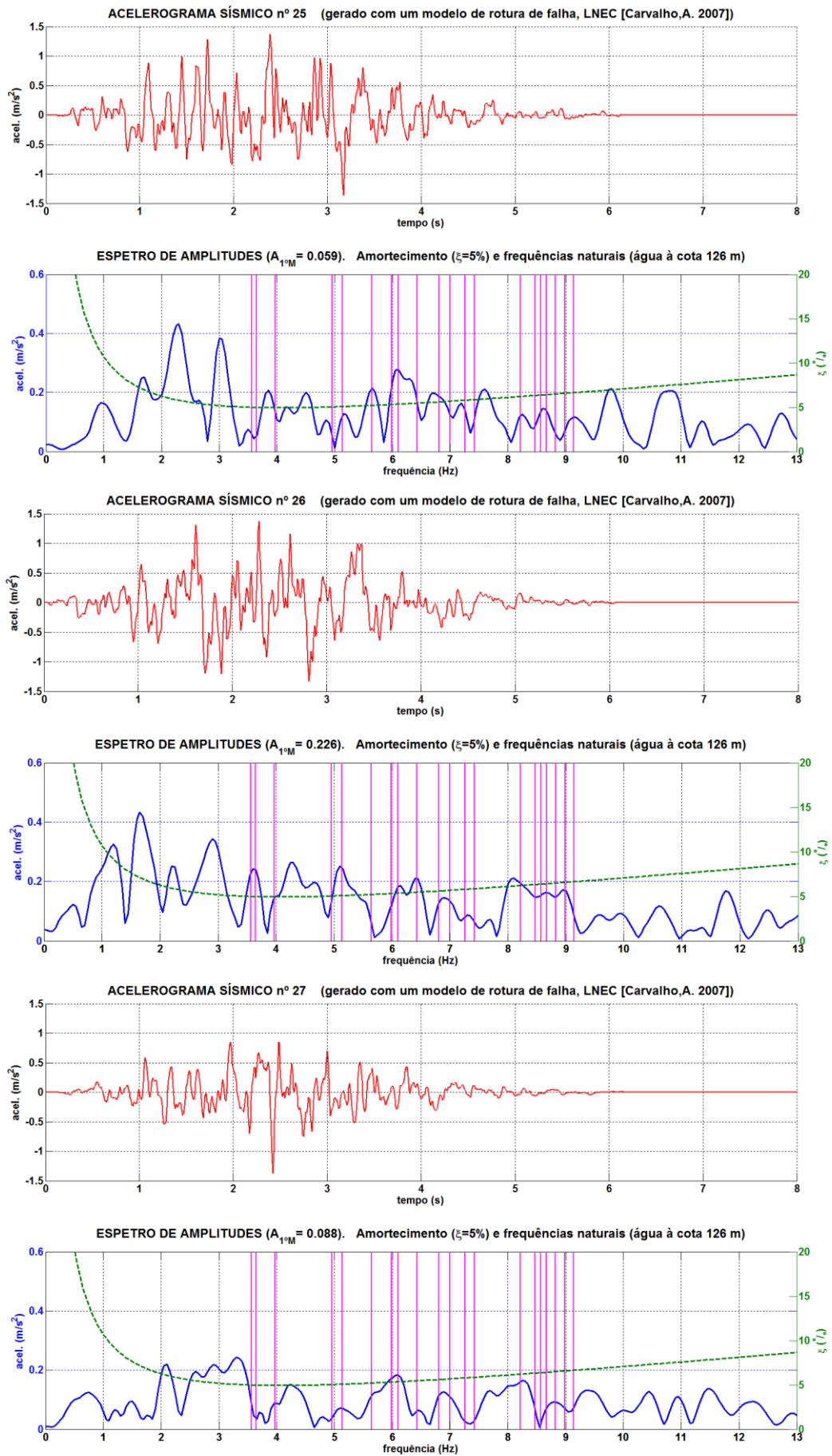


Figura A.8.9 - Acelerogramas sísmicos 25, 26 e 27 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.

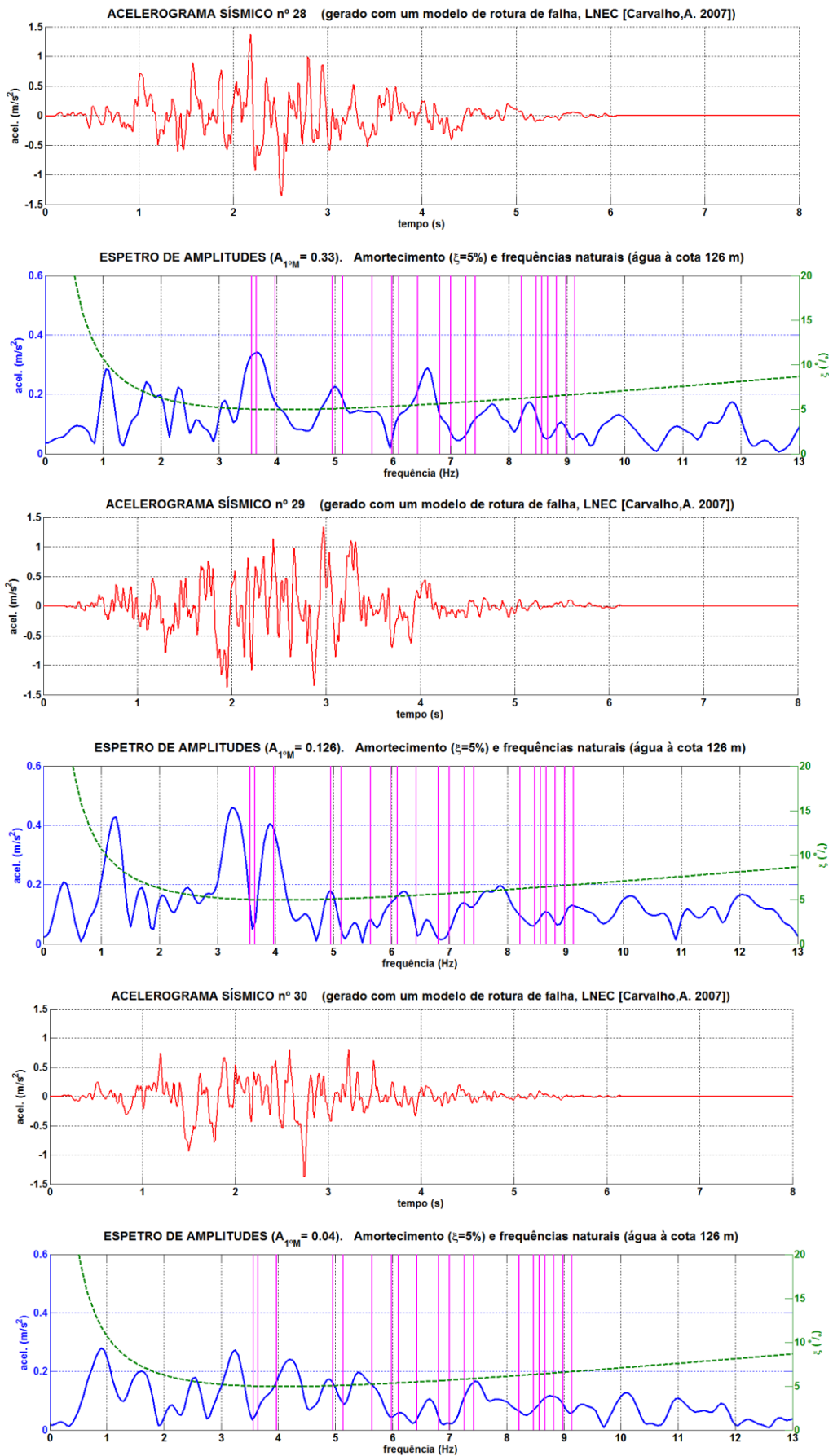


Figura A.8.10 - Acelerogramas sísmicos 28, 29 e 30 (SIMQKE) e espectros de amplitudes.

