

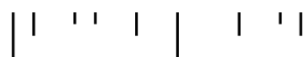


A IMPORTÂNCIA DA FLEXIBILIDADE NO USO DE REPRESENTAÇÕES DE NÚMEROS RACIONAIS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ana Beatriz Lopes da Conceição

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2020-2021



A IMPORTÂNCIA DA FLEXIBILIDADE NO USO DE REPRESENTAÇÕES DE NÚMEROS RACIONAIS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ana Beatriz Lopes da Conceição

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico
Orientadora: Professora Doutora Cristina Morais

2020-2021

| | ' ' | | ' ' |

AGRADECIMENTOS

| ' ' | | ' ' |

O desenvolvimento deste trabalho, o qual o defino como uma experiência inesquecível, só foi possível de ser concretizado pela vontade de aprender e o incentivo e apoio de várias pessoas, que ao longo do percurso tornaram o caminho menos moroso de percorrer, dando-me forças para erguer-me quando me faltavam.

Nesta etapa tão importante da minha vida académica, não podia deixar de prestar em primeiro lugar um especial agradecimento à Professora Doutora Cristina Morais, pela prontidão com que aceitou a orientação da minha dissertação, pela indescritível disponibilidade, dedicação, e simpatia que sempre manifestou ao longo deste trajeto aliado ao seu saber, o espírito crítico, os conselhos, orientações e as sugestões sábias e oportunas que muito contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho, assim como a enorme capacidade de motivar e incentivar nos momentos de maior aflição e desgaste.

O meu sentimento de gratidão estende-se também aos meus queridos amigos – especialmente o Martim Coelho —, pelo apoio e encorajamento demonstrado ao longo destes extraordinários cinco anos de faculdade. Dedico, também, uma palavra especial à Carolina Oliveira, pela paciência, compreensão e motivação que marcaram de forma única e especial esta jornada que foi o mestrado, sem ti nada disto seria possível.

Non potevo non fare un ringraziamento ai miei amici di lontano, Juliette, Iker e Roberto, con i quali ho condiviso diversi dubbi e paure di questo master e dei tirocini che ho fatto. Mi manchi tantissimo!

Como não poderia deixar de ser os meus enaltecidos agradecimentos à Família, em especial, aos meus Pais, que me tornaram na pessoa que sou hoje e pelo precioso e constante apoio, confiança, dedicação, carinho e incentivo durante o meu percurso académico, no qual foram fundamentais para a sua conclusão, pois sem eles, nada disto teria sido possível.

Um agradecimento à ESE de Lisboa que me acolheu dando-me a oportunidade de me formar nesta instituição de ensino de que me orgulharei sempre por ter pertencido.

A todos os que me estimularam intelectual e emocionalmente, um profundo
MUITO OBRIGADA!

Sarai qualcuno se resterai diverso dagli altri...

RESUMO

| ' ' | | ' |

O presente relatório final desenvolveu-se no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB e está dividido em duas partes. A primeira parte dedica-se à descrição e análise da Prática Pedagógica desenvolvida em ambos os ciclos e a segunda parte apresenta o estudo realizado numa turma de 4.º ano, na área da Matemática, com o tema “A importância da flexibilidade no uso de representações de números racionais na resolução de problemas”.

Esta investigação tem como objetivo geral descrever e compreender a flexibilidade no uso de representações de números racionais na resolução de problemas. De acordo com o objetivo geral estão as questões de investigação: (i) Que representações mobilizam os alunos na resolução de problemas?; (ii) Como é que os alunos usam, de forma flexível, as diferentes representações de números racionais?; (iii) Quais os contributos do reconhecimento da unidade para o uso flexível de representações?; e (iv) Quais as características dos problemas, propostos nesta investigação, que parecem promover a flexibilização entre representações?.

O estudo seguiu uma metodologia de natureza qualitativa, mais propriamente o estudo de caso de uma turma de 4.º ano, onde foram resolvidos três problemas que promoviam o uso flexível de representações de números racionais. As técnicas de recolha de dados utilizadas foram a análise documental e a observação direta participante e como técnica de análise de dados foi utilizada a análise de conteúdo.

Os resultados do estudo permitiram concluir que os alunos mobilizam, sobretudo, as representações simbólicas, mais concretamente, a fração e a percentagem; recorrem, sobretudo, a números de referência, à decomposição do número e a procedimentos já utilizados para realizarem a flexibilização das diferentes representações. O reconhecimento da unidade contribui para apoiar as movimentações entre representações e que os problemas propostos parecem ter promovido o uso flexível de representações de números racionais, pois apresentavam, no enunciado, representações de números de referência ou facilmente compostos/decompostos em números de referência e possibilitaram diferentes formas de resolução.

Palavras-chave: representação; número racional; flexibilização; resolução de problemas.

ABSTRACT

| ' ' | | ' |

This final report was developed within the curricular unit of Supervised Teaching Practice II, the master's degree in Teaching of the 1st Cycle of Basic Education (CBE) and Mathematics and Natural Sciences in the 2nd CBE and is divided into two parts. The first part is dedicated to the description and analysis of pedagogical practice developed in both cycles and the second part presents the study conducted in a 4th grade class in mathematics, with the theme "The importance of flexibility in the use of representations of rational numbers in problem solving".

This investigation has as general objective to describe and understand the flexibility in the use of representations of rational numbers in problem solving. According to the general objective are the research questions: (i) What representations use students in problem solving?; (ii) How do students flexibly use the different representations of rational numbers?; (iii) What are the contributions of unit recognition for the flexible use of representations?; and (iv) What are the characteristics of the problems, proposed in this investigation, that seem to promote the flexibilization between representations?.

The study followed a qualitative methodology, more specifically the case study of a 4th grade class, where three problems were solved that promoted the flexible use of representations of rational numbers. The data collection techniques used were documental analysis and participant direct observation and content analysis was used as a data analysis technique.

The results of the study allowed us to conclude that the students mobilize, above all, the symbolic representations, more specifically, the fraction and the percentage; they use, above all, reference numbers, the decomposition of the number and the procedures already used to make the different representations more flexible. The recognition of the unit contributes to support the movements between representations and that the proposed problems seem to have promoted the flexible use of representations of rational numbers, because they presented, in the utterance, representations of reference numbers or easily composed/decomposed in reference numbers and allowed different forms of resolution.

Keywords: representation; rational number; flexibilization; problem solving.

ÍNDICE GERAL

1. INTRODUÇÃO	1
1. ^a PARTE	4
1. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO 1.º CEB ...	5
1.1. Caracterização do contexto socioeducativo	6
1.1.1. A instituição	6
1.1.2. Finalidades educativas e princípios orientadores da ação educativa pedagógica da Orientadora Cooperante	6
1.1.3. A turma	7
1.2. Problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção	7
1.2.1. Diagnose e problemática	7
1.2.2. Estratégias de intervenção	8
1.2.3. Avaliação e regulação das aprendizagens	10
2. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO 2.º CEB .	12
2.1. Caracterização do contexto socioeducativo	13
2.1.1. A instituição	13
2.1.2. Finalidades educativas e princípios orientadores da ação educativa pedagógica da Orientadora Cooperante	13
2.1.3. A turma	14
2.2. Problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção	15
2.2.1. Diagnose e problemática	15
2.2.2. Estratégias de intervenção e de integração curricular	16
2.2.3. Avaliação e regulação das aprendizagens	17
3. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS OS CICLOS	19
2. ^a PARTE	24
1. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO	25
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
3. METODOLOGIA	35
3.1. Natureza do Estudo	36

3.2. Contexto.....	36
3.2.1. Caracterização dos participantes	36
3.2.2. Modo de implementação dos problemas	37
3.3. Métodos e Técnicas de recolha de dados.....	39
3.4. Técnicas de análise de dados	40
3.5. Princípios éticos do processo da investigação	41
4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	42
4.1. A festa de aniversário	43
4.2. O carregamento do programa.....	44
4.3. À descoberta da tira	47
4.4. Discussão dos resultados	55
5. CONCLUSÃO.....	56
REFLEXÃO FINAL	56
REFERÊNCIAS	56
ANEXOS	56
ANEXO A: AVALIAÇÃO DO 2.º OBJETIVO GERAL DO PI DO 1.º CEB.....	56
ANEXO B: ENUNCIADOS DOS PROBLEMAS	56
ANEXO C: PRODUÇÕES DOS ALUNOS	56
ANEXO D: TRANSCRIÇÃO DAS GRAVAÇÕES	56
ANEXO E: ANÁLISE DE CONTEÚDO	56
ANEXO F: CARTA DE CONSENTIMENTO INFORMADO.....	56

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Cartaz exposto na sala de aula sobre as percentagens.....	37
Figura 2. Resolução do grupo da Ana.	44
Figura 3. Resolução do grupo do Paulo.....	45
Figura 4. Resolução do grupo do Mateus.	46
Figura 5. Representação da unidade do grupo da Carla.	49
Figura 6. Representação de 60% do grupo da Matilde.....	50
Figura 7. Representação de 60% do grupo do Mateus.	50
Figura 8. Representação de 1,5 do grupo do Mateus.....	53
Figura 9. Representação de 1,5 do grupo do José.	54
Figura 10. Representação de 1,5 do grupo do Martim.	55
Figura 11. Representação de 1,5 do grupo do Leonel.	55
Figura 12. Representação de 1,5 do grupo da Matilde.	55

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Síntese das potencialidades e fragilidades da turma do 4.ºA.....	8
Tabela 2. Síntese das estratégias globais de intervenção de acordo com os objetivos gerais definidos.	9
Tabela 3. Síntese das potencialidades e fragilidades da turma.....	15
Tabela 4. Categorias e indicadores para a análise de conteúdo.....	41

LISTA DE ABREVIATURAS

CEB	Ciclo do Ensino Básico
EE	Encarregados de Educação
Eselx	Escola Superior de Educação de Lisboa
MTP	Metodologia de Trabalho por Projeto
NEE	Necessidades Educativas Específicas
OC	Orientadora Cooperante
PI	Plano de Intervenção
PESII	Prática de Ensino Supervisionada II
PP	Prática Pedagógica
PE	Projeto Educativo
PMCMEB	Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico
UC	Unidade Curricular

1. INTRODUÇÃO

| ' ' | | ' |

O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito da Unidade Curricular (UC) de Prática de Ensino Supervisionada II (PES II) integrada no plano de estudos do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB da Escola Superior de Educação de Lisboa (Eselx).

Esta UC tem como principal objetivo promover competências profissionais do 1.º e 2.º CEB durante um período de Prática Pedagógica (PP) em ambos os ciclos. A prática do 2.º CEB foi realizada em regime a distância devido à situação pandémica que assolava o país na altura (SARS-Cov-2), enquanto a prática do 1.º CEB já se realizou em regime presencial.

Neste sentido, o presente relatório encontra-se dividido em duas partes.

A primeira parte está dividida em três capítulos: (i) descrição da prática pedagógica desenvolvida no 1.º CEB, onde se caracteriza o contexto de estágio e se apresenta a problemática, os objetivos gerais de intervenção e as estratégias globais de intervenção e de integração curricular; (ii) descrição da prática pedagógica desenvolvida no 2.º CEB, onde também se realiza uma caracterização do contexto da PP e uma apresentação da problemática, dos objetivos gerais de intervenção e das estratégias globais de intervenção e de integração curricular; e, por fim, (iii) análise crítica da prática pedagógica ocorrida em ambos os ciclos que envolve o desenvolvimento e respetivas competências esperadas dos alunos, os métodos de ensino e aprendizagem: processos de organização e desenvolvimento do currículo, a relação pedagógica e os processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

Já a segunda parte é onde se apresenta o estudo de investigação desenvolvido no contexto de 1.º CEB e que tem como objetivo geral “Descrever e compreender a flexibilidade no uso de representações de números racionais na resolução de problemas.” Neste sentido, esta parte está organizada em cinco capítulos: (i) apresentação do estudo; (ii) fundamentação teórica; (iii) metodologia; (iv) apresentação e discussão dos resultados; e, por fim, (v) conclusões.

Na apresentação do estudo apresenta-se o tema, bem como a sua justificação, o objetivo geral do estudo e as questões de investigação. Na fundamentação teórica apresenta-se o estado de arte e a explicitação dos conceitos mais relevantes relacionados com o tema. No capítulo da metodologia são caracterizados os participantes do estudo e

apresentadas as opções metodológicas, como, também, serão clarificados os princípios éticos tidos em conta durante o processo de investigação. No tópico da apresentação e discussão dos resultados são apresentados os resultados, procurando dar resposta às questões do estudo. Quanto ao último capítulo, são apresentadas as conclusões do estudo e os constrangimentos no desenvolvimento do estudo.

No final do relatório, é realizada uma reflexão final sobre os contributos da PES II nos dois ciclos de ensino e, também, sobre os contributos da experiência no processo de investigação para o desenvolvimento de competências profissionais.

Por fim, são apresentadas as referências que suportam o presente trabalho e os respetivos anexos.

1.a PARTE

| ' ' | | ' ' |

1. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA
DESENVOLVIDA NO 1.º CEB

| ' ' | | ' ' |

1.1. Caracterização do contexto socioeducativo

1.1.1. A instituição

A instituição onde decorreu o estágio situa-se no distrito de Lisboa, no concelho da Amadora e na freguesia de Alfragide, sendo uma instituição educativa de carácter privado, composta pelas cinco valências de ensino (do pré-escolar ao Ensino Secundário). Contabiliza um total de quatro estabelecimentos de ensino que abrangem uma oferta educativa desde a creche até ao Ensino Secundário.

O Projeto Educativo (PE) preconiza “uma aprendizagem ativa, construída com cada aluno de forma individualizada”, assegurando a sua participação na gestão do currículo escolar e “o desenvolvimento de estratégias centradas no aluno, que promovam a autonomia, responsabilidade e excelência académica”. Os princípios orientadores da ação educativa guiam-se através de modelos pedagógicos interativos, tal como a prática de projetos.

No que respeita às suas instalações, dispõe de espaços e equipamentos em ótimas condições, tendo em conta que o *campus* foi inaugurado no ano letivo de 2019/2020 e é constituído por quatro polos: um edifício para o jardim de infância, outro para o 1.º CEB e um bloco central para o 2.º e 3.º CEB e Secundário. Ademais, possui laboratórios, uma área para artes performativas, gabinetes de música, refeitório, biblioteca, pavilhão desportivo e campo de futebol.

1.1.2. Finalidades educativas e princípios orientadores da ação educativa pedagógica da Orientadora Cooperante

A orientadora cooperante (OC) defende um trabalho pedagógico orientado por uma linha socio-construtivista e interativa, no qual se visa respeitar as características individuais de cada aluno, tendo em conta os seus interesses, vivências, motivações e necessidades, partindo muito das curiosidades dos alunos e daquilo que eles já sabem ou do que querem saber. Esta linha orientadora segue os princípios orientadores do modelo curricular da instituição, que tem como principais características: (i) privilegiar aprendizagens ativas, centrando o processo de ensino-aprendizagem nos alunos, que constituem o motor de toda a ação educativa; (ii) promover um ensino individualizado, de modo a respeitar a individualidade e o ritmo de cada aluno, diversificando as

estratégias de ensino; e (iii) recorrer à pedagogia de projeto educativo, no qual se trabalha por projetos, sendo a sala organizada por áreas de interesse e por mesas que permitam o trabalho em grupo.

1.1.3. A turma

A turma do 4.ºA é composta por 22 alunos, dos quais 8 são raparigas e 14 são rapazes, com idades compreendidas entre os 9 e os 10 anos. Do universo dos 22 alunos, um foi diagnosticado com Síndrome de Asperger (SA), integrando-se nas medidas universais (Decreto-Lei 54/2018).

Embora os alunos que compõem a respetiva turma sejam na sua maioria de nacionalidade portuguesa, existem seis alunos que possuem outra nacionalidade: brasileira (três), malaia, indiana e americana. Entre estes alunos, dois aprendem Português como Língua não materna e como tal, encontram-se no nível A1 e B1, sendo as atividades de leitura, interpretação de texto e escrita adaptadas.

Dada a situação pandémica vivenciada, existe um aluno que se encontra a frequentar as aulas em regime online, visto que se encontra no Brasil. De acordo com o modelo de Ensino a distância, o aluno possui uma Agenda Semanal própria, recebendo e entregando as tarefas através da plataforma *Classroom*, integrando as aulas através da Plataforma *Zoom*.

1.2. Problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção

1.2.1. Diagnose e problemática

A partir dos dados obtidos no registo das grelhas de avaliação diagnóstico nas diferentes componentes do currículo, por meio da observação direta, da análise documental das fichas de trabalho e das notas de campo, foi possível efetuar a diagnose da turma, identificando um conjunto de potencialidades e fragilidades nos alunos que se encontram sumariadas na tabela 1.

Tabela 1.*Síntese das potencialidades e fragilidades da turma do 4.ºA.*

Componentes do currículo	Potencialidades	Fragilidades
Português	<ul style="list-style-type: none"> – Ortografia – Participativos na rotina de Trabalho de Texto (elaboram comentários e questões sobre o texto do autor com correção e pertinência) 	- Interpretação de textos e enunciados
Matemática	<ul style="list-style-type: none"> – Resilientes no cumprimento das tarefas 	<ul style="list-style-type: none"> – Estratégias facilitadoras de cálculo – Interpretação e Resolução de problemas – Desenvolvimento do sentido de número racional – Comunicação matemática
Estudo do Meio	<ul style="list-style-type: none"> – Interesse e empenho em explorar novos conteúdos em trabalho por projeto – Seleção da informação pesquisada 	- Tratamento e reescrita da informação pesquisada
Expressão Físico-Motora	<ul style="list-style-type: none"> – Perícia e Manipulação 	Não observado
Expressão Musical	<ul style="list-style-type: none"> – Conhecem e identificam as notas musicais 	Não observado
Expressão Plástica	<ul style="list-style-type: none"> – Explorar das possibilidades de diferentes materiais 	Não observado
Competências Transversais	<ul style="list-style-type: none"> – Dominam as tecnologias e as plataformas eletrónicas – Responsabilidade – Cooperação e Entreaajuda 	<ul style="list-style-type: none"> – Pouca resistência à frustração (quando confrontado com o erro)

A análise conjunta destas duas vertentes possibilitou a identificação e consequente formulação de um conjunto de questões problema, nomeadamente: (i) Como fomentar o desenvolvimento da competência de compreensão de textos e enunciados?; (ii) Como promover a utilização de diferentes representações de números racionais na resolução de problemas?; e (iii) Como promover a competência de tratamento e síntese da informação no trabalho por projeto?.

Em conformidade com o conjunto de questões problema identificadas, definiram-se os seguintes objetivos gerais: 1) Desenvolver competências de compreensão leitora (textos e enunciados); 2) Desenvolver o sentido de número racional; e 3) Desenvolver competências de tratamento e síntese da informação pesquisada.

1.2.2. Estratégias de intervenção

Quanto às estratégias globais de trabalho em cada área curricular, recorreu-se a uma metodologia ativa com recurso a jogos pedagógicos, *role-play*, *brainstorming*, entre

outros. Na área de Português trabalhou-se com um enfoque especial na leitura e interpretação de textos, fornecendo fichas de trabalho e elaborando o roteiro de leitura orientada para o livro “Caras e Coroas Reis e Rainhas de Portugal para miúdos”, pretendendo-se também, e em simultâneo, desenvolver momentos de ortografia, escrita criativa, escrita colaborativa, rotinas de leituras, entre outras estratégias. Na área de Matemática, pretendeu-se potenciar o sentido de número racional, a comunicação matemática, o raciocínio matemático, através do desenvolvimento de tarefas de natureza exploratória, seguido de uma discussão coletiva de forma a apresentarem e confrontarem resoluções, para uma posterior síntese final. Na área de Estudo do Meio privilegiou-se a Metodologia de Trabalho por Projeto (MTP), cujo tema central era a terceira e quarta dinastia e a República. Em conformidade com a MTP, procurou-se desenvolver uma aprendizagem baseada na resolução de problemas. As diferentes Expressões foram abordadas de uma forma integrada com as componentes do currículo mencionadas anteriormente. Para o desenvolvimento das competências mencionadas aquando da identificação dos objetivos gerais foram implementadas estratégias de intervenção (apresentadas na Tabela 2) e de integração curricular, que estavam em linha de continuidade com os princípios da ação pedagógica definidos pela OC.

Tabela 2.

Síntese das estratégias globais de intervenção de acordo com os objetivos gerais definidos.

Objetivos globais	Estratégias globais de intervenção
Desenvolver competências de compreensão leitora	<p>Português</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Continuação do momento semanal de leitura e interpretação de texto. <p>Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Continuação da rotina “Problema da Semana”, na qual os alunos leem o enunciado, explicitando o que lhes é pedido.
Desenvolver o sentido de número racional	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Continuação da rotina do problema da semana ▪ Continuação da rotina de estratégias de cálculo ▪ Comunicação e discussão de estratégias em grande grupo ▪ Utilização de diferentes modelos matemáticos para representar um número racional ▪ Utilização de materiais manipuláveis e outros recursos, incluindo recursos digitais. ▪ Realização de tarefas de natureza diversificada (explorações, resolução de problemas, jogos)

Desenvolver competências de tratamento e síntese da informação pesquisada.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Metodologia de Trabalho por Projeto. ▪ Utilização de grelhas de tratamento e de sistematização de informação essencial no trabalho por projeto ▪ Organização da informação em mapas conceituais ▪ Incentivo à síntese da informação lida recorrendo a linguagem própria. ▪ Incentivo à pesquisa de sinónimos das palavras desconhecidas no dicionário.
--	--

As estratégias de integração curricular a implementar foram entre a componente curricular de Português, Estudo do Meio e Artes Plásticas circunscrevendo-se à fomentação de competências de compreensão escrita, através da implementação de atividades de reconto e síntese associadas à obra “Caras e Coroas, Reis e Rainhas de Portugal para miúdos”, através de um roteiro de leitura orientada. Além disso, entre o Estudo do Meio e a Expressão Dramática foram implementados jogos dramáticos associadas à obra anteriormente mencionada. E por fim, entre a Matemática e a Educação Física implementaram-se jogos integrados com matemática.

1.2.3. Avaliação e regulação das aprendizagens

Ao longo do período de intervenção, foi realizada uma avaliação de carácter contínuo e formativo, o que implica uma participação dos alunos e um feedback constante.

O progresso das aprendizagens dos alunos foi avaliado recorrendo à observação direta, à análise das suas produções, ao acompanhamento nos projetos, às conversas informais tidas com a OC e, por fim, à análise das grelhas de registo de observação/avaliação.

No final da intervenção, procedeu-se a uma avaliação sumativa com o intuito de perceber em que grau de satisfação ocorreu a aprendizagem do aluno, com base na análise das grelhas de avaliação.

No que respeita à avaliação dos objetivos gerais do Plano de Intervenção (PI), é possível considerar que, em geral, houve uma evolução positiva das competências adquiridas pelos alunos em todas as áreas do currículo trabalhadas. Especificando, no que se refere ao primeiro objetivo, desenvolver competências de compreensão leitora (textos e enunciados), os resultados obtidos podem ser considerados como bastante satisfatórios,

pois foi possível verificar que houve uma evolução gradual nos indicadores referentes à identificação de informação explícita no texto, à reorganização da informação presente no texto e à expressão de opiniões mobilizando, com correção, a linguagem escrita e à resposta (oral ou escrita) das questões colocadas sobre o excerto lido.

No que se refere ao segundo objetivo geral, desenvolver o sentido de número racional, considera-se que este foi, também, alcançado, verificando-se uma melhoria no indicador associado à escolha de estratégias adequadas para resolver o problema, pois os alunos foram adquirindo conhecimentos que lhes permitiam utilizar gradualmente diferentes estratégias, levando a que houvesse uma evolução no indicador alusivo ao relacionamento de diferentes representações do número racional não negativo (numeral decimal, fração e percentagem) e ao reconhecimento de frações equivalentes, contribuindo para o sucesso deste objetivo geral (cf. Anexo A).

No que respeita ao objetivo desenvolver competências de tratamento e síntese da informação pesquisada, constatou-se uma melhoria por parte dos alunos, ainda que pouco significativa.

2. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA
DESENVOLVIDA NO 2.º CEB

|' '' | | ''

2.1. Caracterização do contexto socioeducativo

2.1.1. A instituição

A escola onde decorreu o estágio situa-se no distrito de Setúbal, no concelho de Sesimbra e na freguesia da Quinta do Conde. É uma instituição educativa de carácter público, composta por duas valências de ensino, nomeadamente o 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico. Esta escola está inserida num agrupamento de escolas com um total de quatro estabelecimentos de ensino, as quais abrangem uma oferta educativa que se estende do pré-escolar até ao 3.º CEB. O agrupamento encontra-se envolvido no Projeto Piloto de Inovação Pedagógica (PIIP), que permitiu a implementação de medidas de promoção da qualidade do sucesso e da redução da retenção.

O PE do Agrupamento preconiza o esforço de articulação e corresponsabilidade de todos para o desenvolvimento de um modelo educativo mais flexível e aberto a novas metodologias e novos cenários de aprendizagem, no qual se pretende o melhoramento das aprendizagens dos alunos conduzindo ao sucesso escolar. Sendo este um agrupamento caracterizado por realidades heterogéneas, os princípios orientadores da ação educativa guiam-se através de modelos pedagógicos interativos, de acordo com diferentes abordagens: projetos realizados em grupo, *Problem Based Learning*, aula invertida (*Flipped Classroom*), entre outros.

Este estabelecimento de ensino está inserido numa zona caracterizada por ser de cariz residencial, onde o setor comercial e a prestação de serviços constituem as atividades económicas predominantes.

2.1.2. Finalidades educativas e princípios orientadores da ação educativa pedagógica da Orientadora Cooperante

A OC é responsável pela lecionação das áreas curriculares de Matemática e Ciências Naturais em ambas as salas onde decorre a observação e intervenção.

Em relação à ação pedagógica da OC e às intencionalidades educativas que lhe estão subjacentes, procura criar condições para “aprender a aprender”, desenvolvendo a autonomia dos alunos com a implementação da MTP e o trabalho de grupo, privilegiando as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e as diferentes plataformas

interativas de aprendizagem. Os princípios educativos que a OC considera essenciais à aprendizagem e que presidem à sua intervenção são a empatia com os alunos, algo que a OC considera fundamental para que qualquer metodologia funcione e compreender o grupo que se tem à frente, para se poder adequar o trabalho.

Relativamente à organização das tarefas e à gestão do tempo, ambas foram intrinsecamente interligadas, visto que a planificação e os conteúdos trabalhados estavam enquadrados no projeto que os alunos se encontravam a desenvolver, o qual foi implementado de acordo com os seus interesses. No decorrer dos projetos, a OC afirma ter o cuidado de ir trabalhando as dificuldades apresentadas pela turma, adequando os materiais pedagógicos em função das necessidades específicas do grupo-turma.

Em regime *online*, dado que não iniciaram um novo projeto, os conteúdos foram selecionados pela OC de acordo com aqueles que considera essenciais para a transição para o 7.º ano, devendo ser apreendidos sobretudo pelos alunos do 6.º ano.

2.1.3. A turma

A turma do 5.º A e do 6.º A formavam dois grupos heterogéneos de 5.º e 6.º ano, a sala 10 e a sala 11, sendo a turma constituída, maioritariamente, por alunos de nacionalidade portuguesa, existindo seis alunos de nacionalidade brasileira.

A sala 10 era composta por 21 alunos, 10 do sexo feminino e 11 do sexo masculino. Estes alunos apresentavam idades compreendidas entre os 9 e os 13 anos, sendo que a média de idades correspondia a 10,57. De entre os 21 alunos, dois encontravam-se sinalizados como tendo Necessidades Educativas Específicas (NEE), ao abrigo do decreto de Lei 54/2018 (NEE), integrando-se nas medidas universais. Apesar de estes seguirem o mesmo currículo que os restantes alunos da turma, os seus instrumentos de avaliação foram diversificados e o apoio prestado foi complementado nas tutorias. A sala 11 era constituída por 20 alunos, 11 do sexo feminino e 9 do sexo masculino. Os alunos desta turma apresentavam idades compreendidas entre os 9 e os 15 anos, sendo que a média de idades corresponde a 10,85. Em ambas as salas existem alunos repetentes.

Na turma existiam apenas quatro alunos que beneficiam da Ação Social Escolar (ASE), estando dois incluídos no escalão A e os outros dois no escalão B.

No que respeita ao grupo turma, pode-se afirmar que se tratava de um grupo que apresentava muitas dificuldades ao nível do que seriam as competências que deveriam ter sido desenvolvidas ao longo do 1.º Ciclo. Comparando as salas, foi perceptível que a sala 11 apresentava uma maior imaturidade e mais dificuldades do que a sala 10.

2.2. Problematização sumária dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção

2.2.1. Diagnose e problemática

A partir da observação direta, das conversas informais com a OC e das notas de campo foi possível efetuar a diagnose da turma, identificando um conjunto de potencialidades e fragilidades nos alunos que se encontram descritas na tabela 3.

Tabela 3.
Síntese das potencialidades e fragilidades da turma.

	Potencialidades	Fragilidades
Ciências Naturais	- Demonstram interesse e curiosidade em explorar e conhecer novos temas associados a esta área	- Dificuldades na compreensão/interpretação dos enunciados - Dificuldades na seleção e tratamento da informação
Matemática	- Demonstram interesse em explorar e conhecer novos temas associados a esta área	- Dificuldades na compreensão/interpretação dos enunciados - Dificuldades na memorização das tabuadas - Desenvolvimento insuficiente do raciocínio matemático - Desenvolvimento insuficiente do sentido de número
Competências Transversais	- Dominam as tecnologias e as plataformas eletrónicas - Motivam-se facilmente	- Dificuldades na cooperação (5.º ano) - Pouca autonomia (5.º ano) - Dificuldades na leitura e escrita - Responsabilidade (entrega de trabalhos)

A análise conjunta destas duas vertentes possibilitou a identificação e consequente formulação de um conjunto de problemáticas que foram elaboradas em forma de questões, nomeadamente: (i) Que tipo de atividades se devem propor para melhorar a interpretação textual e de enunciados?; (ii) Que tipo de atividades se devem desenvolver para desenvolver o raciocínio matemático; e (iii) Que estratégias desenvolver para melhorar o sentido de número racional?.

Em conformidade com o conjunto de questões problema identificadas, definiram-se os seguintes objetivos gerais a elas associadas: 1) Desenvolver a interpretação de textos e enunciados; 2) Desenvolver o raciocínio matemático; e 3) Desenvolver o sentido de número racional.

De salientar que os objetivos formulados foram comuns a ambas as salas, dada a semelhança de características existentes entre os alunos.

2.2.2. Estratégias de intervenção e de integração curricular

Para o desenvolvimento de competências mencionadas aquando da identificação dos objetivos gerais, foram implementadas diversas estratégias de intervenção e de integração curricular, que estavam em linha de continuidade com os princípios da ação pedagógica da OC.

Nas Ciências Naturais e na Matemática adotou-se como estratégias globais uma rotina implementada pela OC no início do ensino em regime *online*, nomeadamente os portefólios digitais para desenvolver competências de interpretação de textos e enunciados. Semanalmente, no portefólio de cada disciplina, foram disponibilizados dois textos sobre conteúdos que estavam a ser lecionados em aula ou já lecionados, um relacionado com a temática da área da matemática e outro com as ciências. Os alunos deviam interpretar os textos, de modo a que fossem capazes de responder a um conjunto de questões formuladas.

Ainda com vista a desenvolver a competência anteriormente referida, nas Ciências foram, também, facultadas fichas de trabalho que promoveram a interpretação de enunciados e esquemas através de pequenos textos relacionados com os conteúdos abordados nas aulas.

Na Matemática, foi implementado um problema semanal, tarefa que permite igualmente desenvolver competências ao nível do raciocínio matemático, uma vez que os alunos tinham de resolver o problema em grupo (recorrendo às salas simultâneas). Após o momento de trabalho autónomo do grupo, foi realizada uma discussão coletiva, de forma a apresentarem e confrontarem resoluções, seguindo-se uma síntese final.

Foram ainda implementados jogos de dominó para trabalhar a correspondência entre os números racionais na representação em numeral decimal e em fração, de forma

a associar as representações de uma fração à fração irredutível correspondente, assim como tarefas que envolvessem a reta numérica e outras de natureza exploratória com o objetivo de desenvolver o sentido de número racional.

As estratégias de integração curricular foram entre as Ciências, a Matemática e o Português que se circunscreveram à fomentação de competências de interpretação de textos.

2.2.3. Avaliação e regulação das aprendizagens

Os processos de avaliação e regulação das aprendizagens foram de carácter contínuo e sumativo, havendo vários instrumentos de avaliação, que foram elaborados de acordo com as competências que se pretende avaliar, sendo o documento do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória a base utilizada para avaliar os alunos.

A avaliação foi centrada no aluno na medida em que o aluno recebe com maior regularidade um *feedback* da sua avaliação, participando nela. No fundo, tratou-se de uma avaliação mais consciente e participada do aluno no seu percurso de aprendizagem.

Em regime presencial, o *feedback* nesta escola é, formalmente, fornecido aos encarregados de Educação (EE) de 6 em 6 semanas que serve não só para os EE tomarem conhecimento da situação do seu educando, como também para que o professor valide o trabalho desenvolvido e a desenvolver com cada aluno, escolhendo que competências devem ser privilegiadas nos trabalhos seguintes e consequentemente seleccionar as metodologias mais adequadas, para o sucesso da aprendizagem.

Em regime online este *feedback* foi mais assíduo sendo que todas as semanas, cada professor-tutor era responsável por enviar (via *email*) aos EE, um relatório semanal da prestação do seu tutorando, no qual constava as tarefas cumpridas, as tarefas por cumprir, os atrasos, entre outros.

Deste modo, importa avaliar os objetivos gerais do PI visto que esta avaliação irá integrar uma visão geral do processo interventivo e da sua evolução. De salientar que, para cada objetivo geral do PI foi definido um conjunto de indicadores de avaliação e em conformidade, construídas grelhas de avaliação. De modo a apresentar os dados da avaliação dos objetivos do PI, convém retomar os objetivos gerais.

Relativamente ao primeiro objetivo – desenvolver a interpretação de textos e enunciados – pode-se afirmar que houve uma evolução, embora pouco significativa. De

salientar que esta avaliação é pouco viável em virtude de existir um número significativo de alunos que não cumpria as tarefas propostas, provavelmente, correspondente à componente dos alunos que mais iria beneficiar com a sua realização.

No que diz respeito ao segundo objetivo – desenvolver o raciocínio matemático – e ao terceiro objetivo – desenvolver o sentido de número racional – por serem exclusivos da área da Matemática, foram trabalhados em conjunto. Neste sentido, é possível afirmar que, embora pouco significativa, houve uma evolução positiva em ambas as salas, sendo esta evolução mais evidente nos alunos da sala 10 do que nos da sala 11.

3. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS OS CICLOS

| ' ' | | ' ' |

Depois de descrever as práticas pedagógicas desenvolvida nos contextos de 1.º e 2.º CEB, importa agora realizar uma análise crítica destas práticas, a qual incidirá sobre os seguintes aspetos: (i) desenvolvimento e respetivas competências esperadas dos alunos; (ii) métodos de ensino/ aprendizagem: processos de organização e desenvolvimento do currículo; (iii) relação pedagógica; e (iv) processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

Em primeiro lugar, deve ser salientado que um dos fatores que mais diferenciou a prática em ambos os ciclos foi a dinâmica existente da sala de aula, isto porque, resultante da questão pandémica que se vivia na altura, a prática do 2.º CEB foi realizada em ambiente virtual com recurso a diversas plataformas digitais. Embora, inicialmente, estivesse receosa que os alunos não aderissem bem ao ensino a distância e que o mesmo se tornasse num constrangimento, veio a verificar-se que os alunos aderiram melhor do que esperado, devido, também, à escola onde estavam inseridos, pois preconizava as novas tecnologias dentro da sala de aula.

Relativamente ao desenvolvimento e respetivas competências que eram expectáveis por parte dos alunos, veio a verificar-se que houve melhorias mais relevantes no 1.º CEB do que no 2.º CEB, possivelmente, por dois motivos: o regime de ensino, presencial ou a distância, e o contexto socioeconómico das duas práticas, bastante diverso.

No que toca ao ensino a distância, no 2.º CEB, como os alunos tinham diversos trabalhos para realizar das diferentes disciplinas num curto espaço de tempo, acabaram por ficar com alguns desses trabalhos em atrasado ou, em alguns casos, os alunos não os realizarem, pois esqueciam-se que tinham essas tarefas para realizar. Neste sentido, houve uma evolução pouco significativa no que toca às competências esperadas para estes alunos, no entanto, esta avaliação é pouco fiável porque existe um número significativo de alunos que não cumpriu as tarefas propostas, provavelmente, correspondente à componente dos alunos que mais iria beneficiar com a sua realização.

Quanto aos alunos do 1.º CEB, a sua evolução foi bastante significativa e superou as expectativas, pois os resultados obtidos nas fichas de avaliação realizadas durante as últimas semanas de intervenção, nas quais foram incluídos todos os conteúdos mobilizados no decorrer da prática, foram muito satisfatórios. Além disso, no que toca às competências sociais, embora não tenham sido abordadas diretamente no PI, os alunos

evoluíram de forma progressiva, relativamente ao respeito e união que se tornou mais evidente, o que levou à ajuda para a realização das tarefas propostas ser entre eles e cada vez maior. Esta evolução deu-se, sobretudo, nos projetos que foram desenvolvidos em pequenos grupos.

Considero relevante destacar as assimetrias existentes respeitante ao contexto socioeconómico onde os alunos estão inseridos, o qual era mais notório no 2.º CEB, pois os alunos evidenciavam maiores carências, o que poderá também ter influenciado a atitude dos alunos perante a escola, uma vez que segundo Saavedra (2001), normalmente “os alunos das classes sociais mais desfavorecidas têm uma atitude negativa face à escola, pouca motivação e dificuldade em realizar com sucesso as tarefas nela propostas” (p.68).

Contudo, pode-se concluir que em ambos os ciclos, os alunos adquiriram com sucesso os conteúdos trabalhados durante a intervenção, podendo considerar-se, dessa forma, que as estratégias que foram implementadas em cada uma das áreas curriculares foram uma mais-valia para as aprendizagens dos alunos.

Quanto aos métodos de ensino/ aprendizagem, ambas as OC utilizavam, embora com algumas diferenças, modelos e métodos socio-construtivistas, sendo possível observar a autonomia, a responsabilização, a cooperação, a colaboração e a gestão do próprio processo de aprendizagem. Neste sentido, o modelo socio-construtivista, centrado na cooperação, leva a que o aluno assuma o papel principal do seu processo de ensino-aprendizagem e que obtenha diversas competências sociais, pois, tal como refere Magalhães (2014) com a aprendizagem cooperativa, questionando e negociando, os alunos adquirem competências sociais que se traduzem em objetivos basilares de uma educação que tem como finalidade e objetivo a formação de cidadãos democráticos. Além disso, este método de ensino é o que é preconizado na Lei de Bases do Sistema Educativo, uma vez que de acordo com a alínea j) do artigo 7.º da Lei de Bases do Sistema Educativo, o professor deve “assegurar (...) condições adequadas ao seu desenvolvimento e pleno aproveitamento das suas capacidades”, acabando por realizar, desta forma, a diferenciação pedagógica. Deste modo, todos os alunos têm a oportunidade de serem bem-sucedidos se houver diversificação dos métodos de ensino, adequando os conteúdos aos interesses, necessidades e ritmos de aprendizagem a todos.

No que toca à organização e desenvolvimento do currículo, tanto no 1.º como no 2.º CEB, houve sempre uma grande preocupação em que os alunos compreendessem os conteúdos abordados, utilizando, no caso do 1.º CEB, o Tempo de Estudo Autónomo (TEA), como uma estratégia para a diferenciação pedagógica e, no caso do 2.º CEB, as estratégias utilizadas consistiam em exercícios de aplicação, tanto em Matemática, como em Ciências Naturais, após tarefas de natureza exploratória durante a aula ou, então, com marcação de tutorias.

No que diz respeito à relação pedagógica, a que foi criada com os alunos do 1.º CEB foi totalmente diferente da que foi criada com os alunos do 2.º CEB, uma vez que a PP com os alunos do 1.º CEB foi em regime presencial e no 2.º CEB a PP realizou-se em regime a distância, como referido anteriormente. Neste sentido, a relação estabelecida com os alunos do 1.º CEB foi uma relação mais próxima do que a que foi realizada com os alunos do 2.º CEB. Contudo, convém frisar que em ambos os ciclos, existiu uma relação de confiança e de respeito mútuo. Como Lopes e Silva (2015) defendem “construir um ambiente relacional capaz de facilitar a aprendizagem e assegurar resultados escolares mais elevados implica que o professor respeite os conhecimentos que os alunos trazem para a escola (...)” e implica que o “professor possua características específicas, nomeadamente, de escuta ativa, empatia, atenção e respeito pelos outros.” (p.64), algo que eu realizei em todas as semanas que intervim nos dois ciclos de escolaridade.

A regulação e avaliação das aprendizagens foi um aspeto que diferenciou bastante as duas práticas. No 1.º CEB realizavam uma avaliação segundo objetivos estipulados para cada ficha classificada de verificação ou de avaliação, ou seja, acabavam por se tornar em avaliações sumativas. No entanto, apesar de classificadas, as fichas de verificação e de avaliação tinham um carácter formativo, uma vez que ajudavam tanto os alunos, como o professor a identificar que fragilidades deviam ser ultrapassadas, mas também a reconhecer potencialidades, o que levou ao conhecimento do processo de aprendizagem dos alunos, de forma a criar os requisitos necessários para poderem construir aprendizagens significativas (Ferreira, 2006).

Já no 2.º CEB, a avaliação era realizada tendo em conta o projeto MAIA, isto é, avaliou-se através de rubricas analíticas que “estão muito diretamente associadas às

aprendizagens essenciais enunciadas no currículo” (Fernandes, 2021, p.13). “As classificações analíticas têm em conta cada um dos critérios individualmente e são produzidas através de regras que se explicitam previamente” (Fernandes, 2021, p.15), isto quer dizer que os alunos eram avaliados em tudo o que faziam, não contando apenas as Questões-aula para a avaliação final do período.

Em suma, apesar de algumas diferenças que os contextos da PP apresentam, foi possível realizar diversas aprendizagens práticas, adequando as atividades e estratégias ao contexto das turmas intervencionadas. Desta forma, considero que não existe apenas uma única estratégia para se ensinar, mas sim uma panóplia delas, pois tudo depende do contexto em que a turma se insere e só com a experiência e prática posso entender quais os métodos que podem ser aplicadas com as diversas turmas que irei contactar, uma vez que, segundo Estrela (2002), não existem fórmulas exclusivas para atuar perante determinados acontecimentos.

2.a PARTE

|' '' | | ''

1. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

| ' ' | | ' ' |

A presente investigação, subordinada ao tema “A importância da flexibilidade no uso de representações de números racionais na resolução de problemas”, emergiu do interesse da investigadora pelo tema, tendo em conta os critérios de familiaridade e de afetividade, critérios esses basilares para a motivação da investigadora, como defende Sousa e Batista (2014). Assim, este tema surge da observação de momentos de resolução de problemas com números racionais de alunos da turma do 4.º ano onde realizei a minha PP. Recordo, em particular, um momento de resolução de problemas que me surpreendeu, pois os alunos tinham alguma dificuldade em mover-se entre diferentes representações de números racionais. Além disso, a minha experiência na resolução de tarefas propostas pelos docentes da Eselx sempre me chamou à atenção para o ensino e aprendizagem dos números racionais, sobretudo, no uso de determinadas representações.

O tema é relevante e pertinente para a comunidade científica, pois será possível compreender de que forma os alunos usam de forma flexível as representações de números racionais e quais as características dos problemas a serem implementados dentro da sala de aula podem promover esta flexibilização, contribuindo para um processo de ensino e aprendizagem enriquecedor.

Devido às características da turma no que toca à resolução de problemas com números racionais não negativos, surgiu como objetivo de estudo “Descrever e compreender a flexibilidade no uso de representações de números racionais na resolução de problemas”, tendo em conta as aprendizagens dos alunos no que diz respeito a este conjunto numérico. Da problematização do tema emergiram as seguintes questões do estudo: (i) Que representações mobilizam os alunos na resolução de problemas?; (ii) Como é que os alunos usam, de forma flexível, as diferentes representações de números racionais?; (iii) Quais os contributos do reconhecimento da unidade para o uso flexível de representações?; e (iv) Quais as características dos problemas, propostos nesta investigação, que parecem promover a flexibilização entre representações? Os objetivos específicos do estudo são: (i) Identificar que representações são mobilizadas pelos alunos na resolução de problemas; (ii) Identificar formas de flexibilização de representações mobilizadas pelos alunos durante a resolução de problemas; (iii) Identificar os contributos da unidade para o uso flexível de representações; e (iv) Identificar características dos problemas propostos que parecem promover a flexibilização entre representações.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

| ' ' | | ' ' |

A aprendizagem dos números racionais é considerada como complexa, uma vez que os números racionais têm muitas especificidades e assumem diferentes significados, o que se articula com o “carácter relacional dos números racionais [e com a] diversidade de representações do mesmo número racional” (Ponte & Quaresma, 2014, p. 1466).

Assim, um número racional é um número que pode ser representado como quociente ou indicar uma divisão de duas partes inteiras, em que a se divide por b ($\frac{a}{b}$), sendo $b \neq 0$ (Barnett-Clarke et al., 2010). Segundo estes autores, o quociente também pode ser pensado como *rácio*, o que ajuda aos alunos na definição do termo número *racional*.

Como visto através dos exemplos de Barnett-Clarke et al. (2010) e de Lamon (1993), a complexidade do número racional advém dos múltiplos significados, por poderem ser representados através de diferentes representações e de serem dependentes da unidade (Guerreiro, 2018). Guerreiro (2018) cita autores internacionais que salientam “a necessidade de uma mudança conceptual para a compreensão das propriedades que distinguem o conjunto dos números racionais do conjunto dos números inteiros” (p. 6).

Post et al. (1993) defendem que a compreensão de números racionais se desenvolve através da flexibilidade entre representações e afirmam, ainda, que os alunos com pouca prática na utilização das diversas representações apresentam obstáculos na abstração das informações das representações, bem como na manipulação das mesmas e operações com símbolos matemáticos. Assim, estes autores defendem que a compreensão dos números racionais está associada a três aspetos: (i) flexibilidade na conversão entre as diversas representações; (ii) flexibilidade nos tratamentos dentro de cada representação; e (iii) independência gradual de representações pictóricas e de materiais manipuláveis. Neste sentido, este será o entendimento que será tido em conta na presente investigação sobre flexibilidade de representações. Segundo Morais (2019), os alunos fazem uso da sua compreensão de número para estabelecerem relações entre diferentes representações, nomeadamente da forma como podem ser decompostos de forma a fazer uso de números de referência, implicando assim que a flexibilidade no uso de diferentes representações de número racional está relacionada com o sentido de número dos alunos.

Desta forma, é necessário clarificar o termo de sentido de número. Para McIntosh et al. (1992) sentido de número

é a compreensão geral dos números e das operações, em paralelo com a capacidade e inclinação para utilizar este conhecimento de forma flexível de forma a fazer julgamentos matemáticos e a desenvolver estratégias eficazes para lidar com os números e as operações. (p. 3)

No entanto, o sentido de número racional, apesar de estar incluído na definição de sentido de número exposta por McIntosh et al. (1992), apresenta características próprias que são intrínsecas “à rutura cognitiva colocada aos alunos quando iniciam o estudo dos números racionais, quando estes tendem a estender as propriedades já interiorizadas com os números naturais e que já não se aplicam nos números racionais” (Serrazina & Rodrigues, 2018, p. 142), o que leva a considerar que seja uma significativa mudança na referência de número nos alunos. Na perspectiva de McIntosh et al. (1992), o sentido de número envolve os conhecimentos que os alunos têm do número, bem como na sua utilização versátil na resolução de problemas.

No seu estudo, Ferreira (2012) defende que o sentido de número deve desenvolver-se através de contextos e tarefas propícios à aprendizagem matemática, influenciando os procedimentos adotados pelos alunos e a sua eficácia dos cálculos nas suas resoluções.

Dado que, para desenvolver o sentido de número são necessárias tarefas desafiadoras para os alunos, o presente estudo centra-se na resolução de problemas, pois é considerada como desafiante e estimulante para os alunos. Assim, Ponte (2005) afirma que um problema é uma tarefa para cuja resolução é preciso mobilizar conhecimentos, capacidade e atitudes para construir um (ou mais) processo de resolução que ainda não se domina e o principal objetivo é o desenvolvimento de capacidades, aprendizagem de novos conceitos ou procedimentos. Assim, um problema só se constitui verdadeiramente como problema para quem deseja resolvê-lo e se sente desafiado nas suas capacidades matemáticas.

Um bom problema, para Boavida et al. (2008) tem que ter as seguintes características: a) ser compreensível pelo aluno apesar de a solução não ser imediatamente atingível; b) ser intrinsecamente motivante e intelectualmente estimulante; c) possa ter mais do que um processo de resolução; d) possa integrar vários temas. Neste sentido, a resolução de problemas é muito importante na aprendizagem da Matemática e é algo

defendido em várias orientações nacionais e internacionais (Morais, 2011). Por conseguinte, é irrefutável que a resolução de problemas é um instrumento basilar para se aprender matemática e, naturalmente, para desenvolver o sentido do número.

Behr et al. (1983) propõem um modelo para o ensino dos números racionais em que o significado de parte-todo é a base para a aprendizagem dos restantes, existindo uma conexão entre os diversos significados de número racional e as suas operações, resolução de problemas, as suas representações e a equivalência de frações. Behr et al. (1983) identificam cinco significados de número racional: (i) relação parte-todo; (ii) razão; (iii) operador; (iv) quociente e (v) medida.

O significado de relação parte-todo está relacionado com a unidade contínua ou discreta dividida em partes iguais (noção de partição). A este significado, como os autores defendem, acresce a importância de ser indispensável para a compreensão de todos os outros. Segundo Charalambous e Pitta-Pantazi (2006), a noção de *unitizing* é muito importante porque permite ao aluno reconhecer a unidade de referência, reorganizá-la e reconstruí-la a partir das partes do todo. Esta capacidade possibilita aos alunos encontrar uma solução diferente na resolução de problemas com este significado quando as figuras não os ajudam (Lamon, 2006, citado por Ventura, 2013). Post et al. (1993), no seu estudo, defendem que não se deve apenas trabalhar este significado, pois pode limitar o desenvolvimento de outros significados, nomeadamente, o de quociente.

O significado de razão está presente quando se considera duas partes de uma mesma unidade, como, por exemplo, numa turma a razão entre o número de rapazes e o número de raparigas é de três para sete (Monteiro & Pinto, 2007).

Um número racional com significado de operador é interpretado como uma estrutura algébrica em que $\frac{a}{b}$ é uma função. Segundo Monteiro e Pinto (2007), numa determinada expressão estão implícitas duas operações: a divisão e a multiplicação, como por exemplo, em $\frac{4}{5} \times 20$ é o mesmo que dividir o 20 por 5 e depois multiplicar por 4.

O significado de quociente está relacionado com a divisão de dois números naturais em que $\frac{a}{b} = a \div b$, com $b \neq 0$. Este significado ocorre em situações de partilha equitativa em que o numerador indica o número de objetos a ser partilhados e o

denominador corresponde ao número de pessoas que se deve partilhar os objetos. Por exemplo, quatro chocolates a dividir por cinco crianças - $\frac{4}{5}$ (Monteiro & Pinto, 2007).

Por fim, o significado de medida refere-se à comparação de uma grandeza com outra tomada como unidade de medida e é, na perspetiva de Behr et al. (1983), uma redefinição da relação parte-todo, pois aborda a questão de quanto existe de uma quantidade relativa a uma unidade específica dessa quantidade.

Paral além de um número racional poder ter vários significados, pode implicar, também, que diferentes representações, pois o contexto é muito importante para decidir que representação utilizar.

Goldin (2003) define representação como uma configuração de sinais, carateres, ícones ou objetos que significam ou “representam” algo. Este autor acredita que é fulcral distinguir os sistemas de representação internos e externos dos alunos para que se consiga analisar as relações entre eles. Por um lado, os sistemas de representação internos abarcam a linguagem própria, a capacidade de construir imagens visuais e espaciais, as representações táteis e cinestéticas, os métodos utilizados para resolver um problema e as conceções sobre a notação matemática, portanto, é essencial fortalecê-los e relacioná-los de forma a dar significado à aprendizagem. Por outro lado, os sistemas de representação externa abrangem a linguagem padrão, os diagramas e a notação formal, as tecnologias, os materiais manipuláveis concretos e os sistemas educativos promotores da aprendizagem (Goldin, 2003). Estes dois sistemas estão interrelacionados. Quando um aluno expressa uma ideia através de figuras, está a utilizar a representação externa para dar significado à representação interna. E, quando um aluno consegue interpretar uma dada figura, está a utilizar representação externa para dar significado à representação interna (Goldin, 2003).

Neste sentido, as representações desempenham uma função indispensável no trabalho com os números racionais. Bruner (1999) apresenta três formas das representações: (i) representações ativas, que consiste num conjunto de ações sobre objetos, incluindo também gestos, descrevendo a relação entre as experiências e ações realizadas; (ii) representações icónicas que compreendem um conjunto de figuras, gráficos ou esquemas para definirem um determinado conceito; e (iii) representações simbólicas que consistem no conjunto de lógicas extraídas de um sistema simbólico

regido por regras ou leis e abarcam os dígitos, como é o caso das representações dos números racionais na forma de fração, percentagem, numeral misto ou na forma de numeral decimal. De salientar que, durante a presente investigação serão priorizados os termos apresentados por Bruner (1999).

Retomando as ideias de Post et al. (1993) relativamente à importância da flexibilidade no uso de representações para a compreensão de número racional, importa clarificar alguns conceitos essenciais associados à flexibilidade no uso de representações, nomeadamente, tratamento e conversão de representações. Neste sentido, Duval (2006) define tratamento como uma mudança de representações que acontecem no mesmo registo, como por exemplo, tratar uma fração em percentagem ou em numeral decimal, enquanto conversão é entendida pelo autor como uma alteração de registo de representação, por exemplo, converter o número racional na sua representação icónica para a representação simbólica.

Assim, as representações dos alunos podem evoluir como se fossem um icebergue, tal como defendem Webb et al. (2008), uma vez que a progressiva formalização das representações sugerida pelos diferentes níveis implica que representações simbólicas se baseiem nas suas representações ativas e icónicas. Ponte e Quaresma (2011) acrescentam que “a recta numérica e as linguagens natural e pictórica são representações que um número racional pode tomar e que os alunos devem compreender” (p. 57), pois, tal como também defendem Webb et al. (2008), são representações basilares para a formalização da representação do número racional.

Os termos representação e modelo são utilizados com bastante frequência durante uma aula de matemática. Porém, e apesar de serem utilizados como palavras equivalentes, não são sinónimos.

Para Watanabe (2002), modelo é algo que ilustra ou exemplifica um conceito matemático e os materiais concretos utilizados na instrução, enquanto representação aplica-se aos processos e produtos que sejam observáveis externamente, bem como aos que ocorrem no raciocínio matemático dos alunos, isto significa que um modelo também é uma representação. Posto isto, Van den Heuvel-Panhuizen, (2003) defende que os modelos devem ser adequados aos processos de aprendizagem e que têm de ter duas características importantes: (i) têm de estar integrados em contextos realistas e

imagináveis e (ii) têm de ser flexíveis para serem aplicados num nível mais avançado, o que implica que o modelo deve apoiar a progressão matemática.

Watanabe (2002) apresenta três tipos de modelos: (i) modelo linear, como a reta numérica; (ii) modelo de área, em que dentro de uma figura geométrica dividida em partes iguais se pinta a parte pretendida, representada num número racional; e (iii) modelo discreto, como os cubos de encaixe.

Um número racional, pode representar-se de diferentes formas, encontrando entre as representações simbólicas, a representação em forma de fração, numeral misto, numeral decimal e percentagem.

Assim, fração define-se como sendo um par ordenado de números que se representa sob a forma $\frac{a}{b}$ em que $b \neq 0$ sendo $a \div b$, pois “um número racional pode ser representado por uma fração, mas uma fração pode não representar um número racional, como é o caso de $\frac{\pi}{2}$.” (Carvalho Carrapiço, 2016, p. 20).

Quanto à representação em numeral misto, segundo Meireles (2015), esta surge para representar os números racionais superiores à unidade e representa-se da seguinte forma: $a\frac{b}{c}$, sendo a, b e c números inteiros (com $c \neq 0$) e $\frac{b}{c}$ uma fração própria, isto é, uma fração menor que a unidade ($b < c$). Além disso, o numeral misto representa, também, a abreviatura da soma do número inteiro e da fração própria. Porém, esta forma de representar um número racional só surge no 2.º CEB e, desta forma, esta representação não será contemplada nos problemas propostos.

Já a representação em numeral decimal, segundo Carvalho Carrapiço (2016) “mostra a estreita relação que possuem com as frações decimais” (p.21), pois um número racional pode-se escrever da seguinte forma: $a = \frac{b}{10^c}$, sendo b e c números inteiros. Por outro lado, esta autora cita Galen et al. (2008) que recomendam que o numeral decimal não deve ser abordado e entendido pelos alunos apenas como um número constituído por uma parte inteira e uma parte não inteira, mas também “como representações de um sistema de denominadores de potências de 10” (Carvalho Carrapiço, 2016, p. 21). Esta autora acredita que é fulcral estipular relações entre a representação decimal, as frações decimais ou frações comuns tais como, $\frac{1}{8} = 0,125$, $\frac{1}{5} = 0,2$, $\frac{1}{4} = 0,25$, $\frac{1}{2} = 0,5$ e $\frac{3}{4} = 0,75$.

Morais e Serrazina (2018) acrescentam, ainda, que o sistema de numeração decimal que está implícito na representação em numeral decimal é um sistema preponderante, porque permite escrever uma expressão matemática complexa de uma forma mais simples e harmoniosa.

Por fim, a percentagem, segundo Guerreiro, Serrazina e Ponte (2018) “pode ser definida como uma representação versátil, caracterizada essencialmente por três aspetos” (p.357), nomeadamente, a sua linguagem utilizada no quotidiano e a sua generalização dos diversos contextos da sociedade; a sua notação simples, ou seja, mais próxima dos números inteiros e que implica a utilização de “um numeral, com propriedades de número inteiro, e [de] um símbolo, que lhe imprime uma relação multiplicativa” (Guerreiro, Serrazina & Ponte, 2018, p.357) e a sua relação com as outras formas de representar um número racional. No que diz respeito à abordagem da percentagem no 1.º CEB, no Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (PMCMEB) de 2013, esta representação só é abordada no domínio de Organização e Tratamento de Dados.

3. METODOLOGIA

| ' ' | | ' ' |

Neste capítulo serão descritos a metodologia e os procedimentos metodológicos inerentes à investigação desenvolvida. Assim, irá ser especificada a natureza do estudo, bem como os métodos e técnicas de recolha e análise dos dados, sendo realizada a caracterização dos participantes do estudo e explicitados os princípios éticos considerados no processo de investigação.

3.1. Natureza do Estudo

Com base no objetivo do estudo – A importância da flexibilidade das representações de números racionais na resolução de problemas – e nas questões de investigação clarificadas anteriormente, selecionou-se a metodologia qualitativa no paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994).

Neste sentido, Sousa e Baptista (2014) afirmam que a investigação qualitativa se baseia na compreensão dos problemas, analisando os comportamentos, atitudes ou valores, a qual é indutiva e descritiva, pois o investigador aprimora conceitos, ideias e raciocínios a partir de paradigmas encontrados nos dados.

O presente estudo é um estudo de caso, pois como refere Ponte (2006), tem como objetivo conhecer uma entidade bem definida e compreender o “como” e o “porquê” desta entidade, apresentando “a sua identidade e características próprias nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador” (p. 2). Assim, o caso considerado foi uma turma de 4.º ano do 1.º CEB que apresenta características próprias quanto à resolução de problemas com números racionais e, por isso, considerada como um estudo de caso.

3.2. Contexto

3.2.1. Caracterização dos participantes

O presente estudo foi implementado numa turma de 4.º ano, composta por 22 alunos, dos quais 8 eram raparigas e 14 eram rapazes, com idades compreendidas entre os 9 e os 10 anos, sendo que destes apenas 20 alunos participaram no estudo através da resolução de problemas durante a sessão.

De uma forma geral, a área de matemática é motivadora para os alunos, no entanto, a grande maioria dos problemas implementados foram realizados em grande grupo, como forma de esclarecer dúvidas existentes de diversos conteúdos. Contudo, é de salientar que

os alunos só resolvem tarefas de natureza exploratória quando é necessário introduzir um novo conteúdo ou conceito, como por exemplo a introdução do metro quadrado, e a aula é sempre realizada para promover o raciocínio matemático: lançamento da tarefa, trabalho autônomo dos alunos e discussão coletiva.

A investigadora, enquanto parte integrante do estudo, tinha o papel de esclarecer as dúvidas que pudessem existir e de recolher dados importantes que não fossem captados por outros meios, como por exemplo gestos.

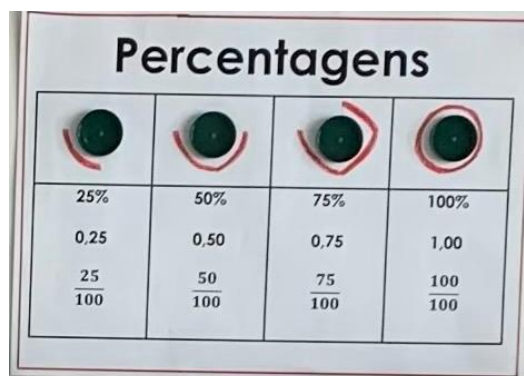
A OC está com a presente turma desde o 1.º ano e está na instituição onde se realizou o estudo há quatro anos.





3.2.2. Modo de implementação dos problemas

A turma tem abordado o conjunto dos números racionais desde o 2.º ano, pois, através de conversas informais com a OC, foi referido que os conteúdos desenvolvidos foram a representação em forma de fração e de numeral decimal, nos significados de parte-todo, medida e operador. No entanto, no 2.º período do 4.º ano, mais concretamente no momento de ensino a distância, foi trabalhado o domínio de Organização e Tratamento de Dados e os alunos começaram a relacionar as diferentes representações simbólicas (fração, numeral decimal e percentagem) de números racionais não negativos, concretamente, no conteúdo da frequência relativa, o qual veio a revelar que os alunos apresentavam algumas dúvidas, principalmente, na transição de fração para numeral decimal. É importante destacar um cartaz afixado na sala de aula que evidencia relações entre representações privilegiadas no trabalho com os números racionais, já realizado pelos alunos, como mostra a figura 1.

Figura 1.

Cartaz exposto na sala de aula sobre as percentagens.



Percentagens			
			
25%	50%	75%	100%
0,25	0,50	0,75	1,00
$\frac{25}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{100}{100}$

Ao longo do período de intervenção, foram realizadas diferentes estratégias de cálculo com vista a promover determinadas estratégias, rotina que já era adotada pela OC e que perdurou durante todo o período de intervenção, a qual permitia que os alunos relacionassem as diferentes representações simbólicas (como por exemplo, $36 \times 0,5$ ou $25\% \times 36$). Em relação à resolução de problemas, estes eram realizados como forma de revisão de conteúdos para a prova de aferição interna do colégio realizada na penúltima semana de estágio.

Neste sentido, os problemas só foram possíveis de ser implementados na última semana de intervenção numa aula de 90 minutos, à quarta-feira, e numa outra de 45 minutos, à sexta-feira. Na primeira aula ocorreu o lançamento das tarefas, que foram apresentadas com uma pequena discussão para promover o envolvimento e atenção dos alunos, bem como o trabalho autónomo dos alunos realizado em grupos de quatro elementos. Já na segunda aula ocorreu a discussão coletiva, com apresentação e confronto de resoluções e síntese final.

Para isso foram selecionados e adaptados os problemas apresentados, cujos enunciados podem ser consultados no Anexo B. Os problemas envolvem, sobretudo, os modelos de área, sendo que este modelo é o que mais se adequa ao significado parte-todo. Devido à restrição de tempo, optou-se por propor problemas com o mesmo significado, pois segundo Behr et. al (1983) o significado parte-todo é o basilar da aprendizagem dos números racionais. Além disso, todos os problemas tinham o modelo de área porque este modelo permite identificar facilmente partes da unidade (Watanabe, 2002).

Assim, o primeiro problema (A festa de aniversário, adaptado de Monteiro & Pinto, 2007, p. 65) foi escolhido com o objetivo de perceber se os alunos tratavam o número racional ou convertiam as representações icónicas em representações simbólicas. O segundo problema (O carregamento do programa, adaptado de Guerreiro, 2018, p. 135) foi apresentado porque incentiva os alunos a tratarem a representação do número racional em diferentes representações simbólicas e permite estabelecer relações entre os diferentes números apresentados. O último problema (À descoberta da tira, adaptado de Mendes et al. 2009, p.35) foi selecionado por ter como objetivos a representação do número racional na sua forma icónica, o reconhecimento da unidade e o tratamento entre representações simbólicas de número racional. Para este último problema optou-se por se entregar, para

além do enunciado, uma folha quadriculada como suporte, de forma a facilitar a divisão da tira em partes iguais.

Durante a realização dos problemas, os alunos estavam organizados em grupos de quatro elementos, inalterados nas duas aulas de recolha de dados, e foram distribuídos logo de início os três problemas, bem como uma folha quadriculada, de forma a poderem trabalhar de forma autónoma e, assim, a investigadora só intervinha quando chamada pelos grupos para esclarecer algumas dúvidas. É de realçar que a OC estava a apoiar um grupo que tinha mais dificuldade a matemática, deixando-os realizar os problemas da forma que os alunos achassem melhor e só intervinha quando os alunos a questionavam.

Desta forma, a maioria dos grupos terminou os três problemas na sessão de 90 minutos e, o momento de discussão em grande grupo, realizou-se na sessão seguinte de 45 minutos (ainda na mesma semana). Nesta sessão de 45 minutos, deu-se, inicialmente, algum tempo para os grupos que ainda não tinham terminado o último problema o pudessem finalizar, passando, posteriormente, à fase de discussão de resultados. Neste momento, os grupos apresentavam as suas resoluções e as respetivas estratégias adotadas para resolver o problema, promovendo assim um momento de partilha e de confronto entre as várias resoluções apresentadas.

É de salientar que, no final da primeira sessão, foram recolhidas todas as resoluções dos alunos para digitalizar, tendo sido entregues, na sessão seguinte entreguei-as, novamente, para que os alunos conseguissem acabar o que tinham de acabar ou rever e, também, para que todos pudessem participar na discussão de resultados com a sua resolução presente.

3.3. Métodos e Técnicas de recolha de dados

Para Sousa e Baptista (2014) as técnicas de recolha de dados são processos operativos fundamentais na investigação, existindo três técnicas de recolha de dados numa investigação qualitativa: (i) entrevista; (ii) observação e (iii) análise documental.

As técnicas de recolha de dados utilizadas no presente estudo foram a observação direta participante e a análise documental, nomeadamente, as produções dos alunos e as transcrições dos registos de áudio dos grupos de trabalho na turma. É de salientar que a

técnica mais privilegiada no estudo foi a análise documental por se considerar que é a que consegue obter mais dados para a presente investigação.

No que diz respeito à observação direta participante esta caracteriza-se pela presença do investigador no local e tem como objetivo recolher dados para que uma pessoa externa ao contexto tenha acesso aos dados. (Sousa & Baptista, 2014). Realizou-se a observação direta participante, uma vez que a investigadora estava dentro da sala de aula a recolher dados e a orientar os alunos, caso fosse necessário, na resolução de problemas. O registo do que foi observado foi realizado através de notas de campo condensadas num diário de bordo.

No que concerne à análise documental, constitui-se, de acordo com Sousa e Baptista (2014) como uma importante técnica de recolha de dados, pois “os documentos são as únicas fontes que registam princípios, objetivos e metas.” (p. 89). Assim sendo, no presente estudo recorreu-se, como técnica de análise de dados, às produções dos alunos (cf. Anexo C), bem como às transcrições dos registos de áudio (cf. Anexo D), com o objetivo final de perceber de que forma os alunos convertem ou tratam as representações de números racionais.

As duas sessões foram gravadas integralmente. Uma vez que a turma estava dividida em cinco grupos de quatro elementos, foram usados cinco gravadores, sendo colocado um gravador por grupo de forma a captar as suas interações.

3.4. Técnicas de análise de dados

Para se analisar os dados recolhidos, recorreu-se à técnica de análise de conteúdo das transcrições dos registos de áudio e das produções dos alunos, isto é, as respostas dos alunos aos três problemas (cf. Anexo E).

Desta forma, para a análise de conteúdo foram seguidos todos os procedimentos que Coutinho (2020) considera importantes, nomeadamente, a pré-análise, a análise dos dados recolhidos e o tratamento dos resultados. Assim, foram construídos critérios (Tabela 4), tendo sempre como principal objetivo identificar evidências de flexibilidade no uso de representações de números racionais no trabalho dos alunos e não se a resolução estava ou não correta.

Tabela 4.
Categorias e indicadores para a análise de conteúdo.

Categorias	Indicadores
Conversão entre representação icónica e representação simbólica	<ul style="list-style-type: none"> • O aluno representa iconicamente o número racional, indicando-o sob a forma de fração/percentagem/ numeral decimal. • O aluno representa simbolicamente o número racional apresentado na sua representação icónica.
Tratamento entre representações simbólicas	<ul style="list-style-type: none"> • O aluno representa o número racional através de uma representação simbólica diferente daquela que é apresentada.
Reconhecimento da unidade	<ul style="list-style-type: none"> • O aluno reconhece a unidade, representando-a.

Ao serem analisadas estas categorias, serão necessariamente analisadas as características dos problemas propostos.

Numa fase inicial, foi analisado o trabalho realizado nos grupos, com o intuito de entender que relações foram estabelecidas entre diferentes representações, tendo sido analisadas as produções dos alunos, as transcrições dos áudios e as notas de campo. É de salientar que foram transcritos apenas os momentos relevantes para o estudo e as notas de campo complementam a análise das transcrições. Numa fase posterior, foram analisados e categorizados alguns momentos da discussão coletiva.

3.5. Princípios éticos do processo da investigação

Durante todo o processo de investigação, foi garantida a confidencialidade e o anonimato das informações da instituição educativa, bem como dos alunos que fizeram parte de todo o processo investigativo. Desta forma, foram seguidas as indicações éticas da *Carta Ética da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SPCE)*, tendo sido entregue, antecipadamente, um consentimento informado (cf. Anexo F) aos EE dos alunos sobre os objetivos do estudo, no qual era pedida a autorização de gravação de voz durante a resolução dos problemas, garantindo o anonimato dos seus educandos, bem como de todos os aspetos éticos relativos à sua participação, nomeadamente, a confidencialidade/ privacidade dos dados recolhidos, a divulgação da informação para fins educativos e a possibilidade de desistência da participação em qualquer momento. (SPCE, 2014).

4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

| ' ' | | ' ' |

Este capítulo apresenta e interpreta os resultados, tendo como referência os objetivos de estudo. Neste sentido, serão apresentados os resultados por problema e de acordo com as resoluções efetuadas por cada grupo.

4.1. A festa de aniversário

Neste problema, todos os alunos integrados no estudo recorreram a representações simbólicas. Assim, a maioria dos grupos optou por tratar os números racionais indicados sob forma de fração, exceto um grupo que os indicou sob forma de percentagem.

O diálogo seguinte é exemplo do tratamento dos números racionais para fração.

Martim – Então $2/8$ é igual a $1/4$ porque é só simplificar a fração. 25% é igual a $1/4$ e zero vírgula vinte e cinco ($0,25$) é igual a $1/4$. E aqui diz que será que todas tinham a mesma porção de amarelo, então sim, todas as toalhas têm a mesma porção de amarelo.

Neste sentido, o grupo do Martim optou por tratar a representação do número racional apresentado sob forma de fração, recorrendo à simplificação de fração ($\frac{2}{8}$) para chegarem à fração de referência ($\frac{1}{4}$) e, conseqüentemente, à relação entre numeral decimal, percentagem e fração. Para os alunos estes tratamentos de representações parecem ser familiares, talvez devido ao trabalho já realizado em torno destas representações (conforme o cartaz apresentado na figura 1) e a que recorrem com frequência, bem como parecem utilizar o mesmo modelo para as 25 centésimas, ou seja $0,25$ corresponde a uma parte de quatro da unidade.

Já o grupo da Ana parece ter recorrido ao tratamento de percentagem para numeral decimal:

Ana – Tinham todas o mesmo porque 25% é igual a zero vírgula vinte e cinco ($0,25$). $2/8$ é igual a 25% e 25% é igual a 25% .

Além disso, este grupo parece evidenciar ter recorrido à simplificação da fração e ao tratamento de fração para percentagem. No entanto, a resolução que apresentaram (figura 2) demonstra que trataram todas as representações para $\frac{1}{4}$, acabando por parecer que utilizam as mesmas relações que o grupo do Martim.

Figura 2.
Resolução do grupo da Ana.

$$25\% = \frac{2}{8}$$
$$\div 2$$
$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$
$$0,25 = \frac{1}{4}$$

Desta forma, pode-se constatar, neste problema, que todos os grupos de alunos, demonstram relacionar, com alguma facilidade, as diferentes representações simbólicas dos números racionais, possivelmente, pelo contexto da tarefa fazer alusão a um número de referência ($\frac{1}{4}$).

4.2. O carregamento do programa

Tal como no problema anterior, os alunos utilizaram representações simbólicas para resolverem esta tarefa. Contudo, neste problema a maioria dos grupos optou por tratar a representação dos números em percentagem. Tal pode dever-se ao próprio contexto do problema, pois a barra parece ser uma representação familiar do quotidiano dos alunos, presente, como por exemplo, nos jogos ou nas atualizações do computador, nos quais a parte carregada surge sempre em percentagem. Neste sentido, importa destacar alguns diálogos entre os grupos, como é o caso do grupo do Júlio e do Paulo, do Mateus e do Vasco e do grupo do Martim e do Duarte.

No caso do grupo do Júlio e do Paulo, ambos os alunos discutiam como podiam descobrir o valor correspondente a $\frac{1}{5}$, uma vez que o Júlio queria recorrer aos 20 minutos (50% do programa gravado) e o Paulo queria recorrer aos 40 minutos (100% do programa gravado).

Júlio – Então é 20 a dividir por 5

Paulo – Não, um quinto ($\frac{1}{5}$) é igual 40 a dividir por 5.

Júlio – Porquê?

Paulo – Porque é o total.

Ao referir que 40 minutos é o total, Paulo evidencia reconhecer que a unidade corresponde a 40 minutos e consegue estabelecer relações de forma a chegar à parte

pretendida, neste caso, $\frac{1}{5}$, demonstrando que consegue reorganizar e reconstruir a unidade a partir das partes do todo, pois para chegar à unidade teve que recorrer à metade, tal como indica a figura 3, algo que já vinha descrito no problema.

Figura 3.

Resolução do grupo do Paulo.

Valor gravado	$\frac{1}{5}$	0,4	50%	$\frac{6}{10}$	80%	100%
Tempo (min)	8	16	20	24	32	40

$\frac{1}{5} = :5$

$40 : 5 = 8$

$\frac{1}{5}$

0,4 - $8 + 8 = 16$

$\frac{6}{10}$ - $16 + 8 = 24$

80% - $16 + 8 + 8 = 32$

100% - $20 \times 2 = 40$

50% - $40 : 2 = 20$

Além disso, através da figura 3 é possível tecer algumas conclusões sobre a resolução deste grupo, nomeadamente: a igualdade que representam ($\frac{1}{5} = \div 5$), onde tornam explícito o significado de quociente da fração; o aparente tratamento de $\frac{1}{5}$ para 0,2 para depois relacionar com 0,4 em forma de adição (se $0,2 + 0,2 = 0,4$, então $8 + 8 = 16$); o implícito tratamento de $\frac{6}{10}$ para 0,6 e a sua relação com 0,4 e 0,2 ($0,4 + 0,2 = 0,6$); o subentendido tratamento de 80% para 0,8, possivelmente através do procedimento da divisão por 100 e da sua relação com 0,4 e 0,2 ($0,4 + 0,2 + 0,2 = 0,8$) e a explícita relação do 50% com 100%, através do dobro.

Já no caso do grupo do Mateus e do Vasco, o Vasco procura relacionar 0,4 e $\frac{1}{4}$:

Vasco - Zero vírgula quatro (0,4) é 16?

Mateus – Sim, porque zero vírgula quatro (0,4) é igual a 40%. Então é 40% de 40. Em vez de fazermos 40% de 40, fazemos 20% e depois multiplicamos por 2 porque é o dobro.

Vasco – Isto é a dividir por 4, não é?

Mateus – Se fosse a dividir por 4 seria 25%.

Através deste pequeno diálogo, o Vasco parece associar o algarismo das décimas ao denominador de uma fração de referência para o aluno ($\frac{1}{4}$), parecendo que identifica o denominador como correspondente à parte não inteira do numeral 0,4. Contudo, o Mateus parece relacionar com alguma facilidade as diferentes representações simbólicas, quando afirma que quatro décimas é igual a 40%. Embora não seja evidente no seu discurso, em sala de aula, era habitual os alunos recorrerem ao procedimento da multiplicação do numeral decimal por 100 para obterem a sua representação em percentagem. Além disso, para o grupo, parece ser mais fácil estabelecer relações quando os números estão representados em percentagem, pois trataram todas as restantes representações nesta representação, como mostra a figura 4.

Figura 4.

Resolução do grupo do Mateus.

Completa a tabela e descobre quantos minutos demorou a gravação de cada percentagem da gravação. **Explica como pensaste.**

	20%	40%	50%	60%	80%	100%
Valor gravado	$\frac{1}{5}$	0,4	50%	$\frac{6}{10}$	80%	100%
Tempo (min)	8	16	20	24	32	40

Durante a realização deste problema, foi possível destacar alguma dificuldade em obter o número de minutos correspondente a $\frac{6}{10}$ (60%), porém, os alunos Martim e Daniel, após um pedido de auxílio, conseguem estabelecer relações entre as diferentes representações de números racionais:

Investigadora – Então digam-me lá como fizeram.

Martim – Nós, para chegar ao $\frac{1}{5}$, dividimos o 40 por 5 que é o total. Depois vimos o zero vírgula quatro (0,4) que é 16 porque é o dobro de $\frac{1}{5}$.

Duarte – Já sei! As seis décimas é igual a $\frac{3}{5}$ porque $\frac{1}{5}$ é 20% e do 20% para o 60% é vezes 3! Então temos de multiplicar o 8 por 3 que é 24!

Através deste pequeno excerto, é possível verificar que o Duarte identifica que $\frac{6}{10}$ são $\frac{3}{5}$ e que parece reconhecer $\frac{1}{5}$ é 20%, acabando por estabelecer uma relação entre 20% e 60%, em que o 60% é o triplo de 20%.

Neste problema, a representação $\frac{6}{10}$ foi a que apresentou mais obstáculos para os alunos, provavelmente por não estar na sua forma simplificada ou representado sob forma de percentagem e não ser considerado como um número de referência, impossibilitou os alunos de chegarem rapidamente ao resultado final. No entanto, por não existir uma resposta imediata, possibilitou que os alunos estabelecessem relações entre as representações, como a que o Duarte estabeleceu.

Durante a discussão coletiva, é possível entender que o José aparenta não perceber o porquê de $\frac{1}{5}$ corresponder a 8 minutos e não a 4 minutos:

José – Porque é que é 8 e não é 4 ali (aponta para o 1/5).

Investigadora – Ok, então eu vou explicar mais alto o que eles disseram, sim? Eles viram que o 100% era o dobro do tempo de 50%. Portanto, o 100 será 40 minutos. Agora o 1/5. O 1/5 representado em percentagem é quanto?

Paulo – É 20%.

Investigadora – Então expliquem lá melhor o porquê de 1/5 ser 8.

Paulo – Porque 8 vezes 5 é igual a 40.

Investigadora – E porque é que pegaram no 40 e não no 20?

Leonel – Porque é o tempo todo.

Através deste pequeno excerto é possível compreender que o José não reconheceu os 40 minutos como sendo a unidade, mas sim, a metade da unidade (20 minutos). Após o tratamento de $\frac{1}{5}$ em percentagem, e de ser afirmado e explicado que os 40 minutos representavam a unidade, o José percebeu qual tinha sido o seu erro.

4.3. À descoberta da tira

Este foi o problema que se revelou mais desafiante para os alunos, uma vez que a parte apresentada da tira não correspondia a uma fração unitária, mas a $\frac{3}{4}$, o que implicaria uma divisão em três partes iguais para descobrirem a parte que faltava ($\frac{1}{4}$), sendo

necessária maior intervenção da investigadora e da OC. Os alunos tinham que fazer a representação icónica da unidade para, numa fase posterior, converter as representações dos números racionais apresentados na sua representação simbólica para a sua representação icónica. É de destacar que os grupos relacionaram as representações de formas distintas uns dos outros e que todos os grupos indicaram sob forma de representação simbólica, ao lado da representação icónica, o número racional a ser representado. Neste sentido, importa destacar alguns diálogos entre os grupos, iniciando com o grupo do Rui, da Ana e da Carla.

Rui – Como é que de $\frac{3}{4}$ de uma tira, podemos representar metade dessa tira? Nós não sabemos qual é o total...

Investigadora – Não sabem qual é o total? De certeza?

Ana – O total é 4.

Investigadora – Porquê 4?

Carla – Porque é o número de baixo.

Investigadora – É o denominador, sim. E o que é que representa o denominador, neste caso?

Ana – As partes que está dividida.

Investigadora – O que é que está dividida?

Matilde – A tira.

Rui – Mas aqui só está 3. (Já com a tira dividida em 3 partes)

Investigadora – Então, o que falta?

Carla – Temos de juntar mais $\frac{1}{4}$, uma parte para termos a unidade completa.

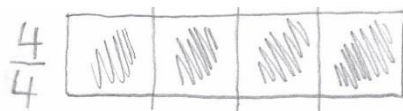
Neste pequeno diálogo é possível perceber que os alunos sentem necessidade de construir a unidade, porém têm dificuldade na sua concretização. Após uma provocação da investigadora, apelando ao significado de parte-todo de número racional, os alunos percebem que para construir a unidade seria necessário adicionar $\frac{1}{4}$, pois parecem ter reconhecido o significado do denominador (número de partes em que a unidade foi dividida) e do numerador (número de partes consideradas).

De seguida, após representarem iconicamente a unidade, (figura 5), este grupo conseguiu converter de representação simbólica para a representação icónica de quase

todos os números racionais, apresentando algumas dificuldades na conversão de 60% e de 1,5, tal como os restantes grupos, como se poderá ver mais adiante.

Figura 5.

Representação da unidade do grupo da Carla.



Por outro lado, o grupo do Martim, apesar de aparentar numa primeira fase não necessitar de construir a unidade para representar iconicamente a metade, sente, posteriormente, alguma dificuldade na representação de $\frac{2}{3}$, 60% e 1,5.

Martim – Não porque já temos a resposta para a metade. Não temos a resposta para os outros...

Caetana – Qual é a resposta para a metade?

Martim – São duas partes do retângulo. O retângulo está dividido em 3 por ser $\frac{3}{4}$, não é Beatriz?

Investigadora – Não sei, diz-me tu.

Martim – Eu acho que sim.

Neste sentido, para o Martim parece não ter sido complexo perceber que o retângulo do enunciado estava dividido em três partes iguais e que não era a unidade completa. Além disso, consegue estabelecer que $\frac{1}{2}$ corresponderá a duas partes do retângulo, isto é, da unidade, provavelmente, por ter reconhecido que $\frac{2}{4}$ seria o mesmo que $\frac{1}{2}$ e, por isso, a partir de $\frac{3}{4}$ conseguiu identificar $\frac{2}{4}$.

É de realçar que foi aparentemente fácil para todos os grupos converter $\frac{2}{3}$ para a sua representação icónica após terem descoberto a unidade.

Relativamente à representação de 60% da tira, o grupo da Matilde, como referido anteriormente, apresentou alguma dificuldade no seu tratamento para a representação sob forma de fração, tal como se pode observar no diálogo seguinte:

Matilde – 60% é igual a zero vírgula seis (0,6).

Investigadora – Muito bem. 60% é igual a seis décimas. Então e agora já sabem como fazer o 60%?

Rui – Ah então já sei!

Carla – Eu também já sei! Temos de dividir a figura em 10 partes e pintar 6.

Investigadora – Porque é que dividirão por 10?

Rui – Porque é igual a $\frac{6}{10}$, porque aqui fizemos vezes 100 (aponta para o 60%).

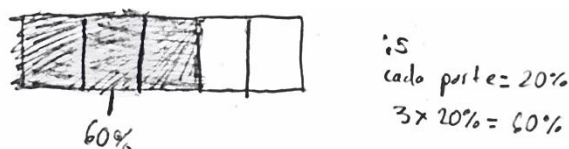
Assim, a partir do momento que os alunos percebem que 60% é igual a $\frac{6}{10}$, conseguem facilmente converter a fração para representação icónica, uma vez que é “dividir a figura em 10 partes e pintar 6.”, como é possível observar na figura 6. Além disso, os alunos apresentam facilidade em tratar $\frac{6}{10}$ em 60%, de novo, parecendo basear-se no procedimento de tratamento para percentagem, pois afirmam que basta multiplicar por 100 para chegar à percentagem, ficando a dúvida se os alunos compreendem efetivamente a relação entre as representações ou se é suportada apenas por um procedimento que aplicam.

Figura 6.
Representação de 60% do grupo da Matilde.



Durante a discussão coletiva, foram discutidas duas representações icónicas de 60%: a da figura 6 e a da figura 7.

Figura 7.
Representação de 60% do grupo do Mateus.



Após um aluno ter dito que ambas as representações indicavam 60%, surgiu o seguinte diálogo:

Investigadora – Então e nestas duas representações do 60% o que há de diferente nelas?

Mateus – A forma como estão partidas... divididas!

Investigadora – Mateus, eu acho que já percebi, mas queres explicar melhor a tua ideia para todos perceberem?

Mateus – Então, nas frações é vezes 2, mas na tira temos que dividir por 2 uma parte. Depois dividir por 2 a outra parte. Depois por 2 a outra parte e 2 a outra parte e por 2 a última parte. (O aluno vai dividindo com a mão as partes no quadro para a representação de $\frac{3}{5}$).

Assim, o Mateus, após a provocação da investigadora, percebe que existe uma relação entre as frações que representam cada uma das representações icónicas ($\frac{3}{5}$ e $\frac{6}{10}$), pois parece recorrer ao procedimento de equivalência de frações, uma vez que afirma “nas frações é vezes 2”. Para além disso, o aluno parece estabelecer a relação de metade/dobro entre $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{10}$, quando afirma que bastava dividir por dois, na representação icónica de $\frac{3}{5}$. Além disso, o aluno trata a representação icónica de $\frac{3}{5}$ em $\frac{6}{10}$, recorrendo-se de uma representação ativa, o que permite concluir que o Mateus apresenta flexibilidade em converter e em tratar as diferentes representações de números racionais.

No que diz respeito a 1,5, os grupos do Júlio, do Vasco e do Jorge apresentaram resoluções diferentes e considera-se importante pô-las em destaque. Assim, o grupo do Júlio, após um pedido de ajuda, conseguiu perceber que 1,5 correspondia a uma unidade mais metade de outra, no entanto, ao realizar a representação icónica surgiu o seguinte diálogo:

Investigadora – No 1,5 a unidade está completa?

Júlio – Sim, mas sobra zero vírgula cinco (0,5).

Paulo – Que é metade de outra tira.

Manuela – Então, é a unidade completa, mais metade da outra.

Neste excerto, é possível compreender que o Júlio tem alguma dificuldade em representar iconicamente 1,5 por extrapolar a unidade, e que, por isso, é necessário representar outra unidade, uma vez que afirma que “sobra zero vírgula cinco”, algo que para o Paulo parece ser simples quando afirma que “é metade de outra tira”, pois aparenta

estabelecer um tratamento entre a metade da unidade e 0,5. Após a explicação dos colegas, a Manuela parece compreender que é necessário desenhar duas unidades.

Já o grupo do Vasco sente necessidade de tratar 1,5 em percentagem, contudo, aparenta apresentar a mesma dificuldade porque reconhecem que 100% é a unidade, considerando que não pode ser ultrapassada, como se pode perceber no diálogo seguinte:

Vasco – O 1,5 é o mesmo que 15% porque é só por o zero à frente.

Mateus – Mas é vezes 100... Portanto é 150%. 150% existe?

Sónia – Não, quanto muito é 15%.

Mateus – Não, a virgula anda duas vezes. Uma... Duas e aqui tens que pôr o zero, portanto 150.

Sónia – Não é por 100, é por 10.

Assim, apesar de Mateus proceder corretamente ao tratamento da representação do número racional em percentagem, utilizando o processo da multiplicação por 100, duvida porque ultrapassa dos 100%, acabando por interrogar o grupo se 150% poderia existir, ao qual a Sónia responde que não poderá ser por pensar que para tratar em percentagem é necessário apenas multiplicar por 10. Esta situação pode dever-se ao recurso dos alunos ao procedimento usado quando era necessário recorrer ao tratamento de numeral decimal menor que a unidade para percentagem. Os alunos justificavam tal como o Vasco justificou “porque é só por um zero à frente”, parecendo não estranharem que 1,5 (maior que a unidade) possa ser 15% (menor que a unidade).

Contudo, continuaram a resolução do problema como sendo 15% e, quando confrontados com a intervenção da investigadora, ocorreu o seguinte diálogo:

Investigadora – Se for 15%, como é que lá chegavam?

Mateus – Então vínhamos aqui ao 60% e dividíamos ao meio que ficava com 30%. Depois o 15 é metade de 30, portanto temos que dividir de novo ao meio.

Investigadora – Mas então qual é a vossa dúvida?

Mateus – É que eu acho que 1,5 não é 15%, porque a percentagem é vezes 100.

Investigadora – Se for vezes 100 dá quanto?

Mateus – 150%.

Sónia – Mas, Mateus, não existe 150%!

Investigadora – Calma, Sónia, o Mateus até pode ter razão. Lê lá o número sem me dizeres que é um vírgula cinco (1,5).

Marco – É uma unidade e cinco décimas.

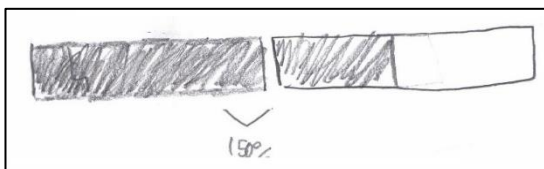
Sónia – As cinco décimas é metade

Mateus – Então é uma unidade que é os 100%, mais os 50% de outra!

Numa primeira instância, o grupo parece ter alguma facilidade em representar iconicamente 15%, traçando a metade da metade através da representação icónica do 60%. Parecem, assim, reconhecer que 15% corresponde à quarta parte de 60%, revelando alguma facilidade em tratar as representações.

No entanto, o pedido da investigadora para lerem de outra forma o número representado permitiu que os alunos não aplicassem procedimentos, mas que compreendessem que o número era maior que a unidade e era constituído por uma parte inteira e uma parte não inteira. Após Mateus tratar em 150% e da intervenção da investigadora, os alunos parecem chegar ao resultado correto, representando 1,5 na sua forma icónica corretamente como é possível observar na figura 8.

Figura 8.
Representação de 1,5 do grupo do Mateus.



Ao ter sido distribuída uma folha de papel quadriculada para este problema, a investigadora sabia de antemão que tal poderia induzir a uma interpretação dos números racionais no significado de operador e a uma conceptualização da unidade enquanto unidade discreta (conjunto de quadrículas). No entanto, foi uma escolha consciente, feita com o intuito de ajudar os alunos a desenharem com rigor os retângulos.

O grupo de Jorge, interpretou a tira como sendo um retângulo constituído por 12 quadrículas, como se pode verificar no diálogo seguinte:

Jorge – Agora falta o um vírgula cinco (1,5).

André – Um vírgula cinco é igual a $\frac{1}{4}$ portanto é só pintar um pedacinho.

José – Então $\frac{1}{4}$ de 12. 12 a dividir por 4 é igual a 3.

Orientadora Cooperante – Pensem bem, é uma unidade e cinco décimas.

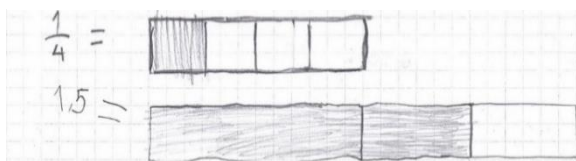
José – Então temos de pintar uma unidade e depois mais cinco décimas.

Analisando o diálogo do André, não é claro por que relaciona 1,5 a $\frac{1}{4}$, mas parece ter associado a parte inteira do numeral decimal ao numerador da representação em fração (1) e a parte não inteira ao denominador. Contudo, não refere $\frac{1}{5}$, mas $\frac{1}{4}$, talvez por se aproximar de uma representação em fração que lhe é familiar.

Contudo, foi fundamental reconhecer a unidade para conseguirem utilizar o todo (neste caso correspondente a 12 quadrículas) para chegar à parte (neste caso $\frac{1}{4}$, ou seja, 3 quadrículas).

Após a orientadora cooperante ter lido corretamente o numeral decimal, os alunos conseguem dizer como vão representar a tira, parecendo compreender que o número é maior que a unidade recorrendo à adição de duas partes ($1+0,5=1,5$), acabando por realizar a representação icónica de forma correta como mostra a figura 9:

Figura 9.
Representação de 1,5 do grupo do José.



Fazendo uma análise comparativa de todas as representações de 1,5, os alunos usam a tira enquanto modelo de área, mas alguns usam-na de uma forma que revela alguma noção de continuidade, sendo possível identificar no grupo do Martim as duas unidades, cujas metades se encontram traçadas, onde estão implícitas as representações dos seguintes números: 0; $\frac{1}{2}$; 1; 1,5; 2, como se verifica na figura 10. O mesmo se verifica para o grupo do Leonel, porém este apresenta as duas unidades divididas em quartos, tal como indicado na figura 11. Porém, há grupos que para representar 1,5 utilizam duas unidades distintas, tal como é possível verificar na figura 12 que corresponde à representação icónica de 1,5 do grupo da Matilde.

Figura 10.

Representação de 1,5 do grupo do Martim.

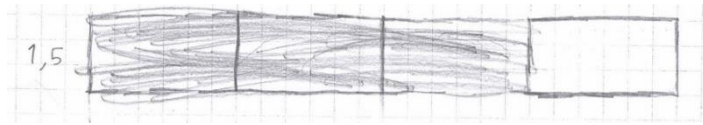


Figura 11.

Representação de 1,5 do grupo do Leonel.

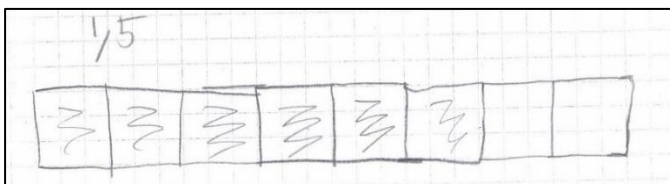
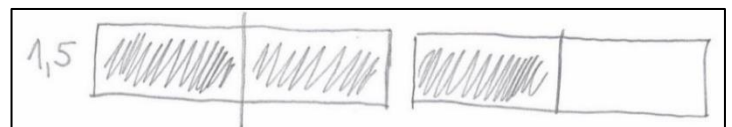


Figura 12.

Representação de 1,5 do grupo da Matilde.



4.4. Discussão dos resultados

Após a análise dos dados é possível fazer uma breve discussão sobre a mesma.

Desta forma, é possível afirmar que os alunos mobilizam, sobretudo, a representação icónica e simbólica, dependendo do contexto que lhes é dado. Por exemplo, no problema “A festa de aniversário” 4 dos 5 grupos privilegiou o tratamento de representação do número racional para a sua representação em fração, enquanto no problema “O carregamento do programa” todos os grupos demonstraram relacionar as representações simbólicas apresentadas, bem como tratá-las para percentagem. O problema “À descoberta da tira” apelava ao reconhecimento da unidade e à conversão da representação simbólica dos números racionais para a representação icónica.

Deve ser salientado que os dois primeiros problemas, na sua generalidade, não foram difíceis de resolver, uma vez que os alunos mobilizaram com alguma facilidade as representações, sobretudo as simbólicas, pois foram as que mais privilegiaram em detrimento das restantes.

O último problema, “À descoberta da tira”, foi o problema que se revelou mais desafiante devido à parte apresentada da unidade corresponder a $\frac{3}{4}$. Neste sentido, as representações de números racionais que parecem ter oferecido maior dificuldade foram 60%, muito provavelmente, por estar representado sob forma de percentagem e, também, 1,5 por ser maior que a unidade, o que revelou que os alunos

provavelmente estão habituados a associar números racionais a números menores que a unidade. No entanto, apesar de terem oferecido um maior grau de dificuldade, os alunos conseguiram estabelecer relações para realizarem a conversão dos números racionais apresentados para representação icónica.

Além disso, os alunos alternam entre diferentes representações através de relações que estabelecem entre elas, como por exemplo, pensar em um quarto como metade de um meio e através de procedimentos já utilizados pelos alunos, como por exemplo, tratar um número racional representado em numeral decimal em percentagem multiplicando por 100. Assim, os alunos ao relacionarem diferentes representações do número racional para resolver problemas, indica flexibilidade no tratamento e conversão para as diferentes representações.

Por fim, o reconhecimento da unidade foi essencial para os alunos conseguirem, a partir da unidade reconstruída, realizar tratamentos e conversões entre representações de números racionais. Parece ser ainda importante referir que quando é necessário recorrer a mais do que uma unidade alguns grupos de alunos representam-nas unidas, transparecendo uma ideia de continuidade.

No que diz respeito aos problemas, é importante destacar algumas características dos mesmos que parecem ter promovido uma flexibilidade no uso de diferentes representações, nomeadamente: (i) promover o uso de modelos, que neste caso foram modelos de área, sendo que este modelo tem implícito o significado parte-todo e que parece ser o significado que melhor permite as relações entre representações; (ii) apresentarem, no enunciado, diferentes representações de diferentes números racionais, o que promove a realização de tratamentos e conversões; e, por fim, (iii) permitirem mais do que uma resolução, sendo que esta poderá depender das relações que os alunos estabeleçam entre os números racionais.

5. CONCLUSÃO

| | ' ' | | ' ' |

Neste capítulo, após a análise e discussão de resultados, são apresentadas as principais conclusões do estudo, tendo presente o tema desta investigação “A importância da flexibilidade no uso de representações de números racionais na resolução de problemas” e as questões de investigação: (i) Que representações mobilizam os alunos na resolução de problemas?; (ii) Como é que os alunos usam, de forma flexível, as diferentes representações de números racionais?; (iii) Quais os contributos do reconhecimento da unidade para o uso flexível de diferentes representações de números racionais?; e (iv) Quais as características dos problemas, propostos nesta investigação, que parecem promover a flexibilização entre representações?.

Os alunos mobilizam as representações icónicas e simbólicas, sendo que privilegiaram as representações simbólicas sob forma de fração, habitualmente trabalhada na abordagem inicial dos números racionais, mas também a representação em percentagem, representação que é pouco habitual ser privilegiada como defende Guerreiro (2018). Os alunos recorrem mais à representação em percentagem talvez por se aproximar, de alguma forma, aos números inteiros, tal como Guerreiro (2018) afirma. Os alunos usam menos a representação em numeral decimal, possivelmente, por ser entendido apenas como um número constituído por uma parte inteira e uma parte não inteira, algo que Galen et al. (2008) citado por Carvalho Carrapiço (2016) desaconselha. É de salientar que os alunos só mobilizaram as representações icónicas quando o problema aludia para tal.

Os alunos relacionam as diferentes representações através: (i) do reconhecimento de números de referência; (ii) da decomposição do número; (iii) de procedimentos já utilizados pelos alunos; e (iv) do modelo de área muito utilizado pelos alunos na sala de aula.

Neste sentido, os alunos ao recorrerem a números de referência, como $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$, que, tal como McIntosh et al. (1992) defendem, constituem-se como *âncoras* para o estabelecimento de relações entre números.

No que diz respeito à decomposição do número, os alunos entendem, por exemplo 60% como sendo o triplo de 20%, o triplo de $\frac{1}{5}$, ou ainda sendo a sexta parte de 10,

demonstrando uma compreensão do número, desenvolvendo assim o seu sentido de número McIntosh et al. (1992).

Assim, como afirma Carvalho Carrapiço (2016), quando os alunos realizam conversões e tratamentos entre diferentes representações provam ter sentido de número e “são capazes de criar estratégias próprias com alguma flexibilidade” (p. 20).

Já o modelo de área muito utilizado pelos alunos na sala de aula, vai ao encontro do que Webb et al. (2008) defendem, dado que estes autores acreditam que as representações mais formais de números racionais (fração, percentagem e numeral decimal), ou seja, as representações simbólicas, são construídas através das representações que são menos formais (esquemas, desenhos, modelos, etc), ou seja, nas representações icónicas.

O reconhecimento da unidade contribui para apoiar as movimentações entre representações, de forma a conceptualizarem a parte que é pretendida no enunciado do problema, algo que é defendido por Charalambous e Pitta-Pantazzi (2006) e de Lamon (2006) citado por Ventura (2013), pois os alunos ao reconhecerem a unidade conseguem dividi-la em partes iguais de diferentes formas para representar um mesmo número, possibilitando o confronto entre diferentes soluções na resolução de problemas.

Os problemas que foram propostos parecem promover a flexibilização entre representações, pois possuem as seguintes características: (i) apresentarem, no enunciado, representações de números de referência ou facilmente compostos/decompostos em números de referência; e (ii) possibilitarem diferentes formas de resolução. É de salientar que as representações que se decidiu apresentar nos problemas revelaram-se essenciais ao tipo de relações que se pretendia promover, pois eram números de referência ou a sua decomposição era acessível.

Desta forma, é possível concluir que os problemas propostos vão ao encontro das características que Boavida et al. (2008) defendem para que um problema seja considerado um bom problema, pois todos os problemas aplicados foram compreensíveis pelo aluno, apesar de não apresentarem uma solução imediata; foram motivantes e intelectualmente estimulantes porque permitiu que os alunos recorressem a outras estratégias para além dos procedimentos, promovendo mais do que uma resolução, permitindo, dessa forma, haver um confronto final das resoluções apresentadas.

Além disso, os problemas propostos envolvem apenas o modelo de área, sendo essa uma decisão consciente da investigadora, pois este modelo permite identificar facilmente partes da unidade, promovendo desta forma o significado de parte-todo (Watanabe, 2002).

Em suma, é importante promover a flexibilidade no uso de representações de números racionais na resolução de problemas, pois, tal como defende Post et al. (1993), desenvolve-se a compreensão dos números racionais, desenvolvendo assim, o sentido de número racional. Além disso, os problemas têm um papel muito importante pois permitem diferentes resoluções que podem ser confrontadas.

Alerta-se para o facto de ser necessário ter atenção à forma como são apresentadas as representações aos alunos, pois, estas podem influenciar o modo como os alunos interpretam o número racional e conceptualizam a própria unidade.

A principal limitação do estudo foi o reduzido tempo para realizar o mesmo, uma vez que a recolha de dados ocorreu em apenas duas sessões, foram apenas resolvidos três problemas, se tivesse sido possível promover uma sequência de problemas em toda a prática do 1.º CEB, acabaria por tornar o presente estudo mais rico e poder-se-ia ter observado com maior evidência a flexibilidade no uso de representações de números racionais na resolução de problemas.

Ao recolher dados de toda a turma, foram captados momentos de resolução e discussão de todos os alunos, momentos esses que nem sempre foi possível a presença da investigadora, que seria essencial para perceber a forma como os alunos pensaram em determinados momentos.

REFLEXÃO FINAL

| ' ' | | ' ' |

Após ter concluído a prática e o estudo, torna-se importante efetuar uma reflexão sobre: (i) o contributo da experiência desenvolvida na PES II durante os dois ciclos de ensino; (ii) os contributos da experiência no processo de investigação para o desenvolvimento de competências profissionais e melhoria dos processos de ensino e aprendizagem; e (iii) os aspetos significativos para o meu desenvolvimento pessoal e profissional do estudante e das dimensões a melhorar no exercício da profissão docente.

Dessa forma, considero a PES II uma UC imprescindível pois permitiu-me ter, pela primeira vez, contacto, embora no regime a distância, com o 2.º ciclo, o qual tem diferenças significativas quando comparado com o 1.º CEB, nomeadamente, o ritmo de trabalho que é mais exigente e o regime de pluridocência, dificultando a criação de uma relação pedagógica de proximidade, afeto e confiança. Além disso, em ambos os ciclos, as OC tinham como pilares da sua prática os métodos socioconstrutivistas, ou seja, priorizavam a participação do aluno no seu processo de aprendizagem em detrimento de aulas expositivas, o que permitiu explorar tarefas de ensino exploratório.

Relativamente aos contributos da experiência no processo de investigação para o desenvolvimento de competências profissionais e melhoria dos processos de ensino e aprendizagem, este trabalho foi muito importante para mim porque: (i) me permitiu estudar e aprender mais sobre os números racionais, conteúdo que sempre me interessou e fascinou; (ii) me fez compreender quais as principais representações utilizadas pelos alunos para representar um número racional, bem como tratam ou convertem essas mesmas representações para resolver problemas; e (iii) me mostrou que as características dos problemas propostos promovem a flexibilidade no uso de diferentes representações de números racionais. Desta forma, esta investigação permitiu-me ganhar ainda mais consciência no processo de ensino e de aprendizagem dos alunos, no que diz respeito à abordagem dos números racionais e dificuldades que possam surgir.

No que concerne aos aspetos significativos para o desenvolvimento pessoal e profissional do estudante e das dimensões a melhorar no exercício da profissão docente, ao longo da prática existiram alguns constrangimentos, mas também momentos positivos.

Assim, os principais constrangimentos sentidos estão relacionados com a gestão do tempo e do grupo, enquanto os pontos positivos são referentes ao trabalho em equipa e à diferenciação pedagógica.

No 1.º CEB a gestão do tempo foi sentida como um constrangimento, pois a agenda semanal dos alunos era muito preenchida com outras áreas que, embora essenciais, pareciam limitar o tempo necessário para perceber se todos os alunos estavam a compreender o que estava a ser abordado. Já no 2.º CEB, o constrangimento da gestão do tempo alia-se ao facto de se estar em ensino a distância, uma vez que, como só tínhamos duas aulas de 40 minutos de Matemática e uma aula de 40 minutos de Ciências Naturais, sentia que aliado à forma de ensino que estava a ser praticada, não era tempo suficiente para perceber se todos os alunos estavam a compreender aquilo que estava a ser abordado durante as aulas. Desta forma, o ensino a distância obrigou-me a ser mais criativa para elaborar diferentes materiais que estimulassem a atenção dos alunos.

A gestão do grupo foi considerada como uma fragilidade durante a toda a PP, pois, no início de cada estágio eram sempre os mesmos alunos a participarem espontaneamente. Além disso, havia assimetrias entre os alunos, ou seja, os que acabavam muito cedo as tarefas propostas e, por outro lado, os que deixavam alguns trabalhos por acabar. Esta situação foi sendo colmatada com o uso de várias estratégias para os alunos que terminavam mais cedo, como é o caso de tarefas mais desafiantes ou, no caso do 1.º CEB, atividades lúdicas para desenvolver as expressões, em particular a expressão plástica.

O trabalho de equipa é considerado como um ponto positivo, pois foi realizado com a minha colega e amiga Carolina, o qual nos permitiu melhorar os nossos comportamentos e atitudes, dado que “uma experiência partilhada com outra pessoa que se estima proporciona melhores oportunidades para reestruturar as situações e para questionar os nossos pressupostos sobre a prática” (Flores & Simão, 2009, p.31).

A diferenciação pedagógica é, também, um ponto que considero como positivo de toda a intervenção porque foi sendo desenvolvida, de uma forma crescente em ambos os contextos, permitindo-me, desta forma, ter uma maior consciência da sua relevância para o processo de ensino-aprendizagem dos alunos.

Em suma, posso concluir que a intervenção, com todos os seus pontos altos e baixos, fez-me evoluir a nível profissional, como pessoal, esperando que no futuro, numa turma de 1.º ou de 2.º CEB, tenha capacidade para, diariamente, estimular atitudes de pesquisa e pensamento crítico nos alunos para que sejam construtores do seu próprio conhecimento.

REFERÊNCIAS

| ' ' | | ' |

- Barnertt-Clarke, C., Fisher, W., Marks, R., & Ross, S. (2010). *Developing Essential Understanding of Rational Numbers: Grades 3-5*. The National Council of Teachers of Mathematics
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Org.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 92-126). New York, NY: Academic Press.
- Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G. Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação. <http://hdl.handle.net/10400.26/5566>
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bruner, J. S. (1999). *Para uma Teoria da Educação*. (M. Vaz, Trad.). Relógio D' Água Editores. (Obra original publicada em 1966).
- Carrapiço, R. A. C. (2016). *Cálculo Mental com Números Racionais: Um Estudo com Alunos do 6.º ano de Escolaridade* [Dissertação de doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório Científico da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/23646>
- Charalambous C. Y., & Pitta-Pantazi D. (2006). Drawing on a theoretical model to study students' understanding of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 64(3), 293- 316.
- Coutinho, C. P. (2020). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina.
- Decreto-Lei 54/2018, de 6 de julho. *Diário da República*, 1.ª série – N.º 129.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131
- Estrela, M. T. (2002). *Relação pedagógica, disciplina e indisciplina na sala de aula*. Porto: Porto Editora.
- Fernandes, D. (2021). *Para uma Iniciação às Práticas de Classificação Através de Rubricas*. ISCTE: Projeto MAIA.

- Ferreira, C. A. (2006). A avaliação formativa vivida pelos professores do 1º ciclo do ensino básico. *Revista portuguesa de pedagogia*, 40(1), 71-94
- Ferreira, E. G. (2012). *O Desenvolvimento do Sentido de Número no âmbito da Resolução de Problemas de Adição e Subtração no 2.º ano de escolaridade*. [Dissertação de doutoramento, Instituto de Educação]. Repositório Científico da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/5996>
- Flores, M. A., & Simão, A. M. (2009). *Aprendizagem e desenvolvimento profissional de professores: contextos e perspetivas*. Odivelas: Edições Pedagogo.
- Goldin, G. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A Research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 275-285). National Council of Teachers of Mathematics
- Guerreiro, H. G. (2018). *A aprendizagem participada dos números racionais através da percentagem*. [Dissertação de doutoramento, Instituto de Educação]. Repositório Científico da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/37283>
- Guerreiro, H., Serrazina, L., & Ponte, J. P. (2018). A percentagem na aprendizagem com compreensão dos números racionais. *Zetetiké*, 26(2), 354-374. <http://hdl.handle.net/10451/36241>
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and Proportion: Children's Cognitive and Metacognitive Processes. In T. Carpenter, E. Fennema, & T. Rhomberg (Eds.), *Rational Number: An integration of research* (pp. 114-134). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lei n.º 46/86, de 14 de outubro. *Diário da República*, 1.ª série – N.º 237.
- Lopes, J. & Silva, H. S. (2015). *O professor faz a diferença*. Lisboa: Lidel.
- Magalhães, A. M. C. (2014). *A aprendizagem cooperativa enquanto estratégia para promoção da atenção dos alunos*. Lisboa: Universidade de Lisboa
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8
- Meireles, S. A. A. F. (2015). *Uma abordagem aos Numerais Mistos com recurso aos Blocos Padrão: Um Estudo de Caso com alunos de 5.º ano de escolaridade*

- [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação]. Repositório Científico do Instituto Politécnico do Porto <http://hdl.handle.net/10400.22/11357>
- Mendes, L., Rodrigues, C., Tavares, F., & Gomes, H (2009). *Números racionais não negativos: Tarefas para 5.º ano (materiais de apoio ao professor)*. Ministério da Educação, Direção-Geral de Inovação e do Desenvolvimento Curricular.
- Ministério da Educação. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática – Ensino Básico*. Ministério da Educação.
- Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Morais, C., & Serrazina, M. L. (2018). A compreensão da estrutura da representação decimal de número racional por alunos do 3.º e 4.º ano. *Boletim GPEM*, 73, 50-67 <http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2018.016>
- Morais, C. (2019). *A compreensão de números racionais: o papel da representação decimal*. [Dissertação de doutoramento, Instituto de Educação]. Repositório Científico da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/38759>
- Morais, C. M. S. (2011). *O cálculo mental na resolução de problemas: um estudo no 1.º ano de escolaridade*. [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10400.21/1211>
- Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2011). Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: um estudo de desenvolvimento curricular. *Quadrante*, 20(1), 55-81. <http://hdl.handle.net/10451/6562>
- Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2014). Representações e Processos de Raciocínio na Comparação e Ordenação de Números Racionais numa Abordagem Exploratória. *Bolema*, 28(50), 1464-1484. <http://hdl.handle.net/10451/22617>
- Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em matemática*. In *GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34. Lisboa: APM. <https://www.researchgate.net/publication/242643133>
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.

- Post, T., Cramer, K. A., Behr, M., Lesh, R., & Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the learning, teaching and assessing of rational number concepts: An integration of research. In T. Carpenter, E. Fennema, & T. Romberg (Eds.), *Rational Number: An integration of research* (pp. 327-362). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Saavedra, L. (2001). Sucesso/insucesso escolar: A importância do nível socioeconómico e do género. *Psicologia*, 15(1), 67-92.
<http://hdl.handle.net/1822/4415>
- Serrazina, L., & Rodrigues, M. (2018). Formação de professores e desenvolvimento do sentido do número. In R. F. Carneiro, A. C. Souza, & L. F. Bertini (Orgs.), *A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: Práticas de sala de aula e de formação de professores* (pp. 138-162). Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Consultado em <http://hdl.handle.net/10400.21/8970>
- Sousa, M. J., & Baptista, C. S. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios*. Lisboa: Pactor.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 9–35.
<https://www.researchgate.net/publication/226251698>
- Ventura, H. M. G. L. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2º Ciclo do Ensino Básico*. [Dissertação de doutoramento, Instituto de Educação]. Repositório Científico da Universidade de Lisboa.
<http://hdl.handle.net/10451/10661>
- Watanabe, T. (2002). Representations in Teaching and Learning Fractions. *The National Council of Teachers of Mathematics*, 8(8), 457-463
- Webb, D. C., Boswinkel, N., & Dekker, T. (2008). Beneath the Tip of the Iceberg: Using Representations to Support Student Understanding. *Mathematics Teaching in The Middle School*, 14(2), 110-113

ANEXOS

| | ' ' | | ' ' |

ANEXO A: AVALIAÇÃO DO 2.º OBJETIVO
GERAL DO PI DO 1.º CEB

| ' ' | | ' ' |

Tabela A1.

Exemplo de grelha de observação.

Grelha de Observação das Fichas de Verificação																							
Dias	Descritores	AN	AS	AF	CG	CV	DC	JN	JL	JT	JF	LC	LM	MB	MA	MV	MF	MS	NJ	PC	RA	SS	VM
23-04	Matemática (Ficha de Verificação)																						
	Números e Operações																						
	Calcula com o algoritmo da multiplicação	Green	Yellow	Red	Green	Green	Green	Yellow	Green	Green	White	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Yellow	Yellow	Red	Green	Green	Yellow
	Calcula com o algoritmo da divisão (inteira)	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Green	Green	Green	White	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Red	Green	Green	Green	Yellow	Green
	Simplificar frações	Yellow	Green	Green	Yellow	Yellow	Yellow	Green	Yellow	Green	White	Yellow	Yellow	Green	Yellow	Green	Green	Green	Green	Yellow	Green	Green	Green
	Realiza adições e subtrações com frações.	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	White	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green
	Realiza multiplicações e divisões com frações.	Green	Red	Green	Green	Yellow	Yellow	Yellow	Green	Yellow	White	Green	Green	Green	Red	Green	Yellow	Yellow	Green	Yellow	Red	Green	Green
	Organização e Tratamento de Dados																						
	Representa a fração na forma de dízima	Red	Red	Red	Green	Red	Red	Green	Red	Red	White	Green	Green	Red	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Green	Green	Green
	Relaciona frações com percentagens.	Yellow	Red	Yellow	Green	Red	Green	Green	Red	Green	White	Green	Green	Red	Yellow	Green	Green	Green	Green	Red	Green	Green	Green

Resolução de problema, Raciocínio e Comunicação																					
	Compreende o enunciado de um problema.																				
	Escolhe estratégias adequadas para resolver um problema.																				
	Elabora uma resposta/conclusão adequada ao enunciado																				
	Expressa opiniões mobilizando, com correção, a linguagem escrita.																				
07-05	Matemática (Ficha de Verificação)																				
Números e Operações																					
	Calcula com o algoritmo da multiplicação																				
	Calcula com o algoritmo da divisão (inteira)																				
	Reconhecer frações equivalentes																				

Resolução de problema, Raciocínio e Comunicação																						
Compreende o enunciado de um problema.																						
Escolhe estratégias adequadas para resolver um problema.																						
Elabora uma resposta/conclusão adequada ao enunciado																						

Tabela A2.*Sucesso dos alunos no domínio da Resolução de Problemas.*

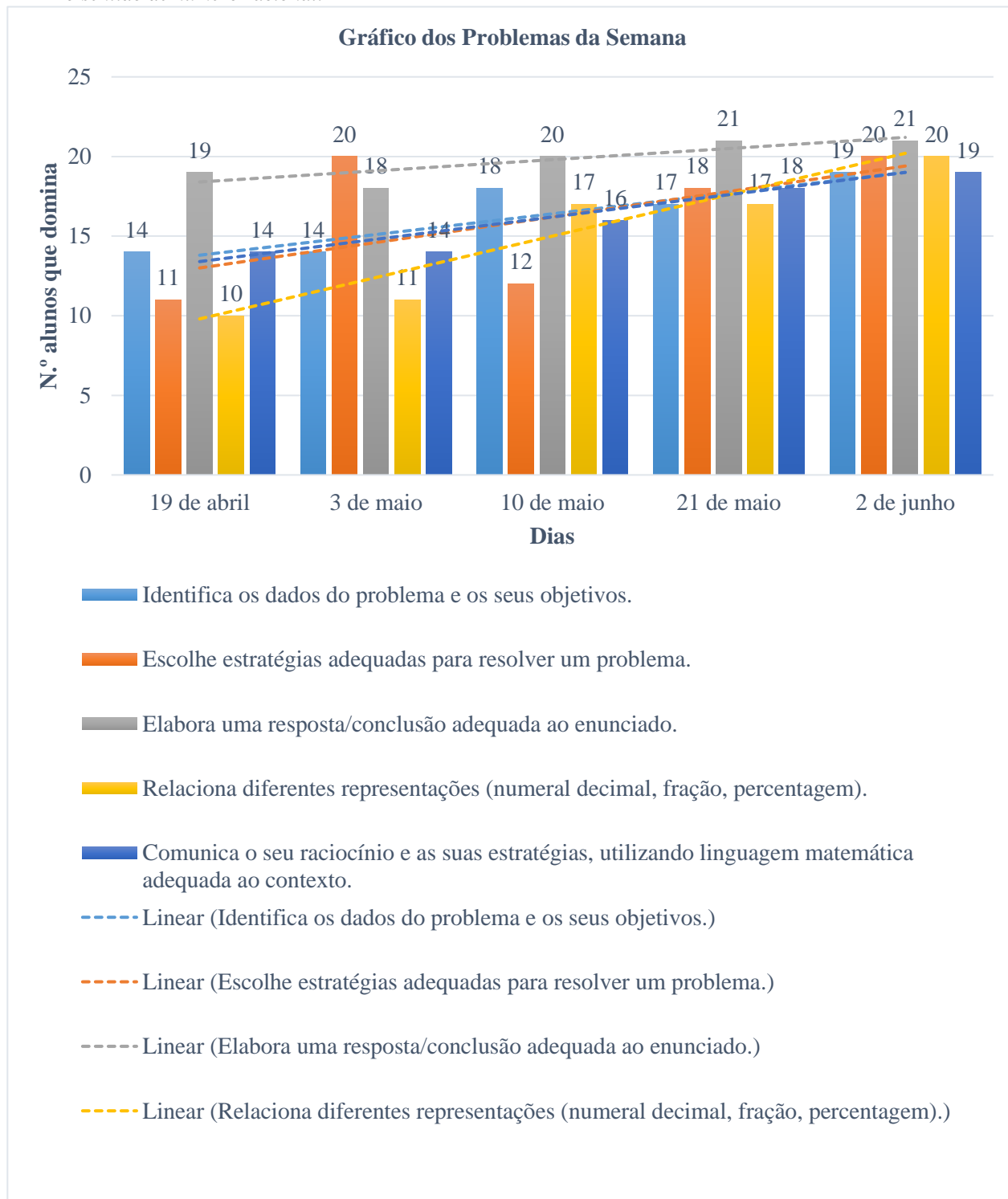
Sucesso dos alunos no domínio Resolução de Problemas				
Alunos	Atingido (a partir de 5 "totalmente")	Parcialmente atingido (todos os restantes contemplados na tabela à exceção não observado)	Não Atingido (a partir de quatro "Ainda não")	Não observado (não realizou a ficha)
AN	X			
AS		X		
AF			X	
CG	X			
CV	X			
DC	X			
JN	X			
JL	X			
JT	X			
JF				X
LC		X		
LM		X		
MB	X			
MA		X		
MV	X			
MF	X			
MS	X			
NJ		X		
PC	X			
RA	X			
SS	X			
VM	X			
TOTAL	15	5	1	1

Tabela A3.*Sucesso dos alunos no domínio dos Números e Operações.*

Sucesso dos alunos no domínio Números e Operações				
Alunos	Atingido (a partir de 7“totalmente”)	Parcialmente atingido (todos os restantes contemplados na tabela à exceção não observado)	Não Atingido (a partir de seis “Ainda não”)	Não observado (não realizou a ficha)
AN		X		
AS		X		
AF		X		
CG	X			
CV		X		
DC		X		
JN	X			
JL	X			
JT	X			
JF				X
LC	X			
LM	X			
MB	X			
MA		X		
MV	X			
MF	X			
MS	X			
NJ		X		
PC	X			
RA	X			
SS	X			
VM	X			
TOTAL	14	7	0	1

Figura A1¹.

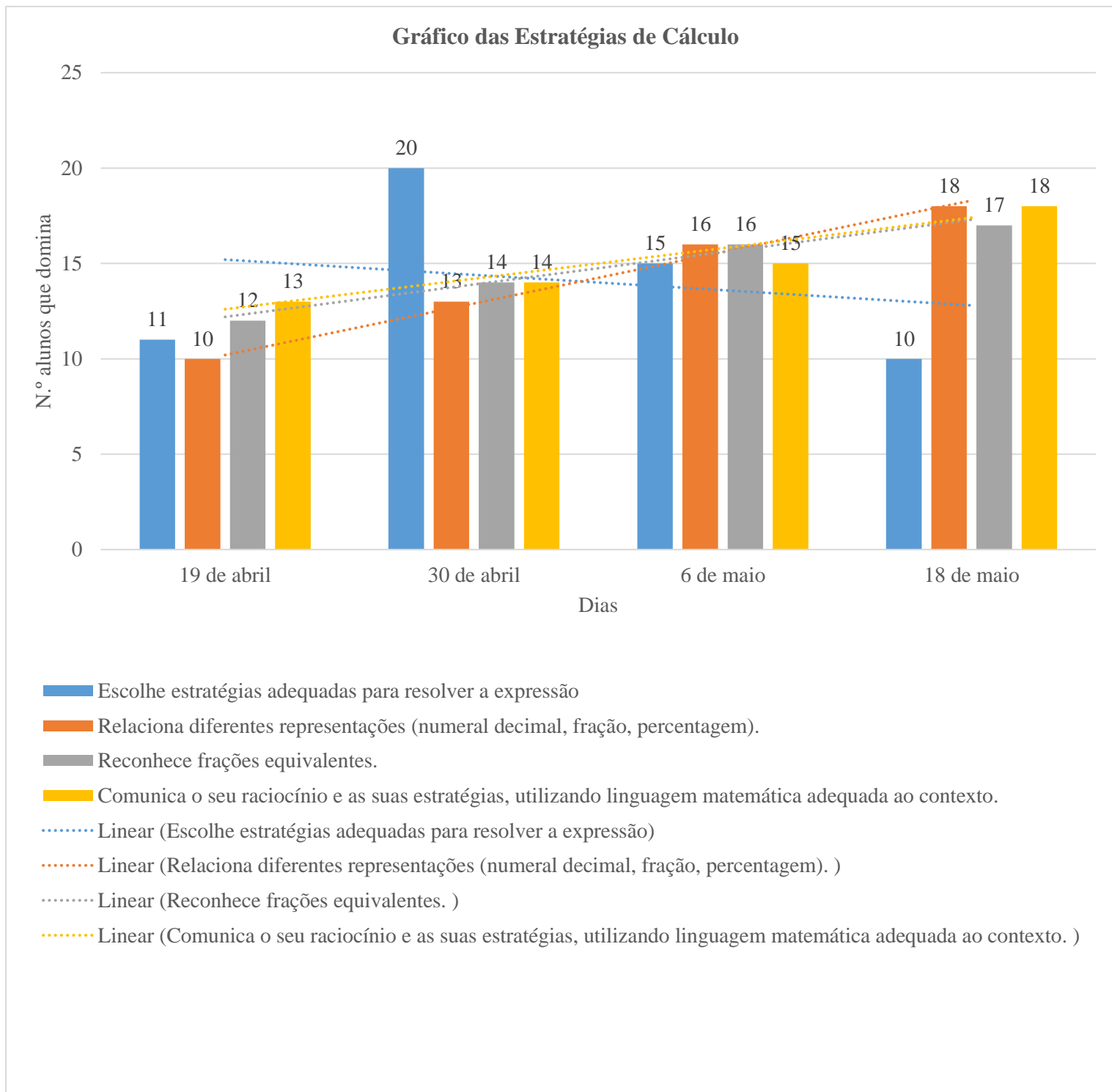
Resultados da avaliação formativa obtidos nos Problemas da Semana referente ao objetivo Desenvolver o sentido de número racional.



¹ Nota: todos os gráficos apresentados neste anexo foram construídos através das grelhas de observação direta.

Figura A2.

Resultados da avaliação formativa obtidos nas Estratégias de Cálculo referente ao objetivo Desenvolver o sentido de número racional.



ANEXO B: ENUNCIADOS DOS PROBLEMAS

| ' ' | | ' ' |

Nomes: _____

Data _____

Resolução de problemas – Números Racionais

A festa de aniversário

Na festa de aniversário do Daniel, havia três mesas iguais com toalhas de papel coloridas.

Toalha A -> 25% amarela, 0,5 azul, $\frac{1}{4}$ vermelha;

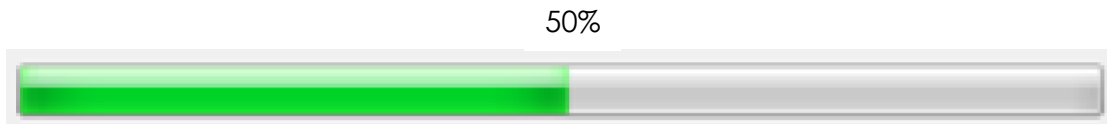
Toalha B -> $\frac{2}{8}$ amarela, 50% azul, 0,25 vermelha;

Toalha C -> 0,25 amarela, $\frac{6}{12}$ azul, 25% vermelha;

Qual das toalhas tinha mais porção de amarelo ou será que tinham todas a mesma? **Justifica a tua resposta.**

O carregamento do programa

Observa a barra. O que está gravado demorou 20 minutos. Quanto tempo demora a gravar todo o programa? **Explica como pensaste.**



Completa a tabela e descobre quantos minutos demorou a gravação de cada percentagem da gravação. **Explica como pensaste.**

Valor gravado	$\frac{1}{5}$	0,4	50%	$\frac{6}{10}$	80%	100%
Tempo (min)			20			

À descoberta da tira

Se a figura seguinte



representar $\frac{3}{4}$ de uma tira de papel, representa $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 60% e 1,5 dessa mesma tira.

Explica como pensaste.

ANEXO C: PRODUÇÕES DOS ALUNOS

|' '' | | ''

Figura C1.

Resolução do problema "A festa de aniversário" do grupo do Júlio.

$$A \quad 25\% = 0,25 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$B \quad - \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\%$$

$$C \quad - 0,25 = 25\% = \frac{1}{4}$$

Figura C2.

Resolução do problema "O carregamento do programa" do grupo do Júlio.

Completa a tabela e descobre quantos minutos demorou a gravação de cada percentagem da gravação. **Explica como pensaste.**

Valor gravado	$\frac{1}{5}$	0,4	50%	$\frac{6}{10}$	80%	100%
Tempo (min)	8	16	20	24	32	40

$$\frac{1}{5} = :5$$

$$40 : 5 = 8$$

1

$\frac{1}{5}$

$$0,4 - 8 + 8 = 16$$

$$\frac{6}{10} - 16 + 8 = 24$$

$$80\% - 16 + 8 + 8 = 32$$

$$100\% - 20 \times 2 = 40$$

$$50\% - 40 : 2 = 20$$

Todas as figuras deste anexo têm como fonte a digitalização das resoluções dos alunos.

Figura C3.

Resolução do problema "À descoberta da tira" do grupo do Júlio.

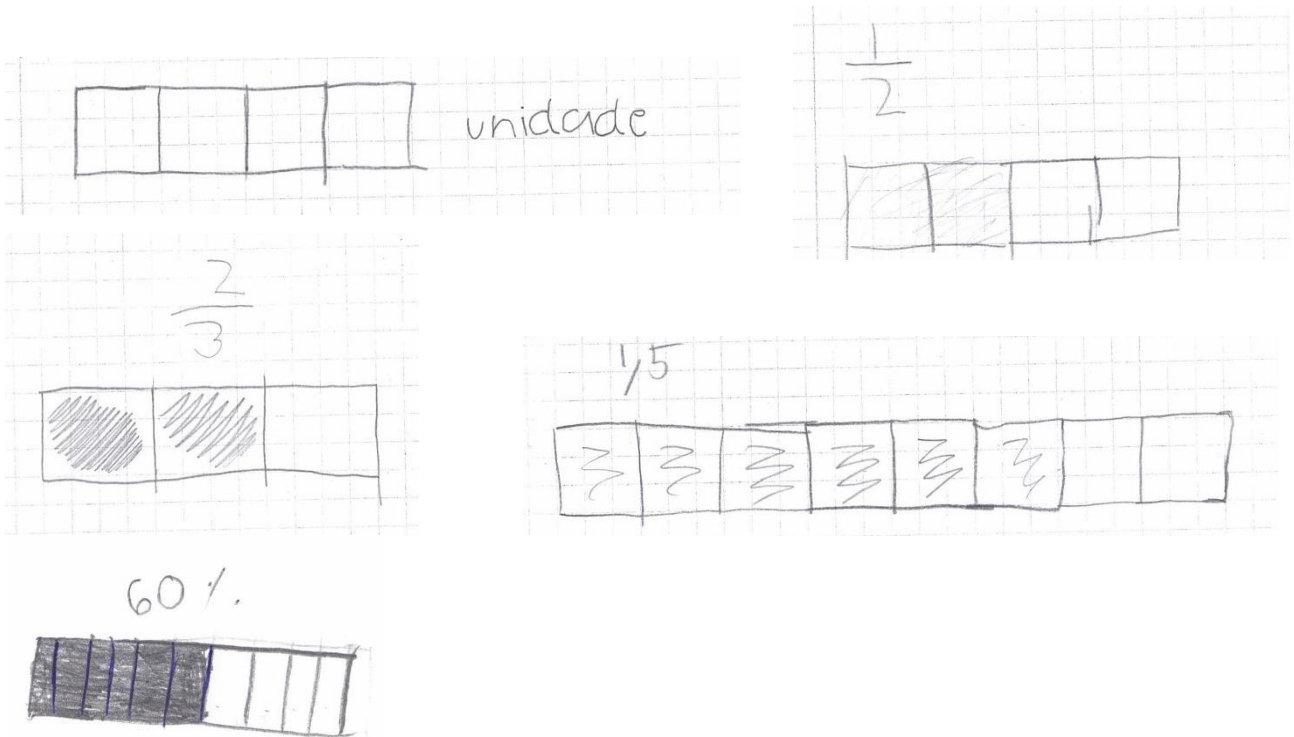


Figura C4.

Resolução do problema "A festa de aniversário" do grupo do Martin.

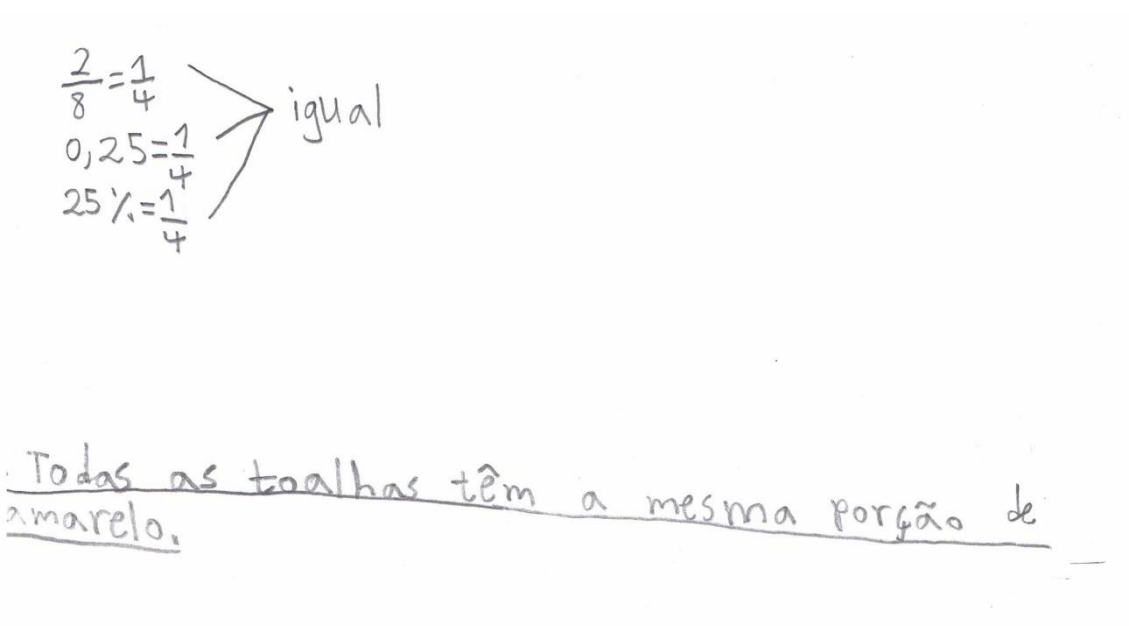


Figura C5.

Resolução do problema "O carregamento do programa" do grupo do Martin.

Completa a tabela e descobre quantos minutos demorou a gravação de cada percentagem da gravação. **Explica como pensaste.**

Valor gravado	$\frac{1}{5}$	0,4	50%	$\frac{6}{10}$	80%	100%
Tempo (min)	8	16	20	24	32	40

Figura C6.

Resolução do problema "À descoberta da tira" do grupo do Martin.

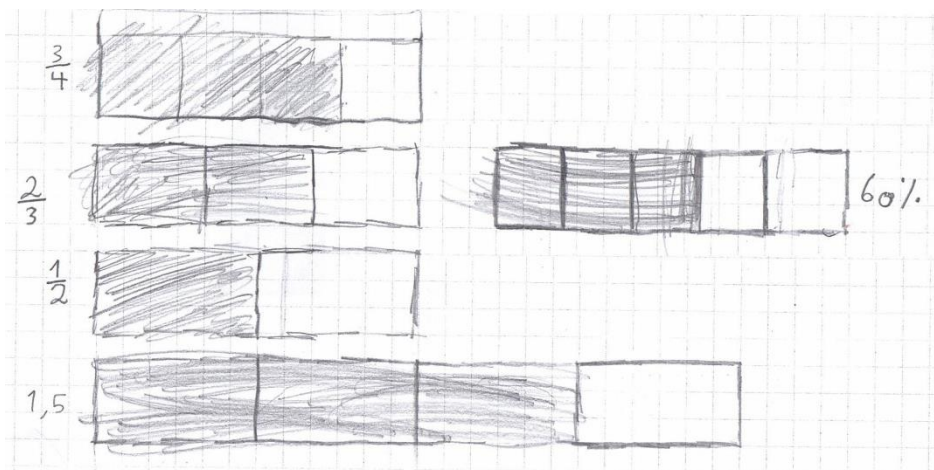


Figura C7.

Resolução do problema "A festa de aniversário" do grupo da Matilde.

$$25\% = \frac{1}{4}$$
$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$
$$0,25 = \frac{1}{4}$$

Figura C8.

Resolução do problema "O carregamento do programa" do grupo da Matilde.

Completa a tabela e descobre quantos minutos demorou a gravação de cada percentagem da gravação. **Explica como pensaste.**

Valor gravado	$\frac{1}{5}$	0,4	50%	$\frac{6}{10}$	80%	100%
Tempo (min)	4	8	20	24	32	40

Figura C9.

Resolução do problema "À descoberta da tira" do grupo da Matilde.

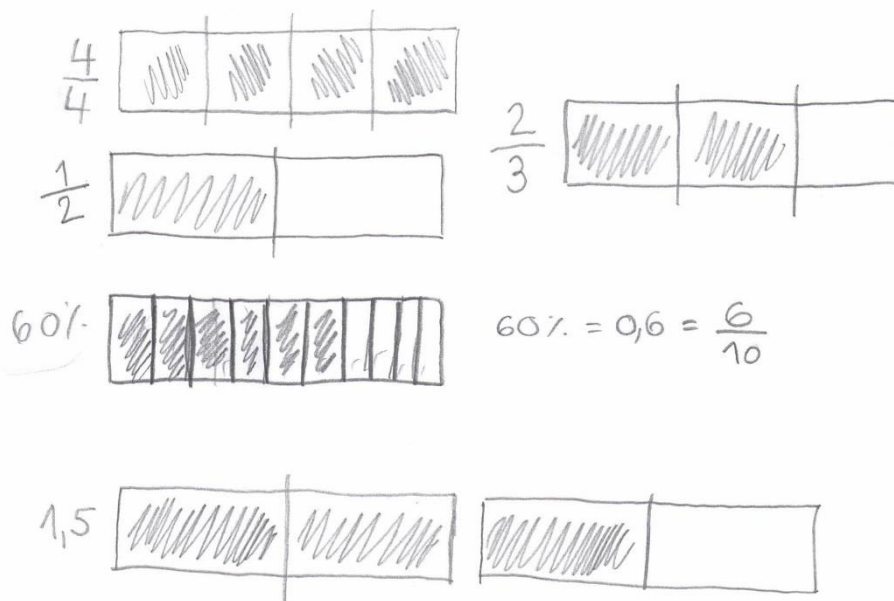


Figura C10.

Resolução do problema "A festa de aniversário" do grupo do Mateus.

Qual das toalhas tinha mais porção de amarelo ou será que tinham todas a mesma? **Justifica a tua resposta.**

$$\begin{aligned} 25\% &= \frac{1}{4} \\ \frac{2}{8} &= \frac{1}{4} \\ 0,25 &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

R: Todas as toalhas têm a mesma porção de amarelo.

Figura C11.

Resolução do problema "O carregamento do programa" do grupo do Mateus.

Completa a tabela e descobre quantos minutos demorou a gravação de cada percentagem da gravação. **Explica como pensaste.**

Valor gravado	^{20%} $\frac{1}{5}$	^{40%} 0,4	50%	^{60%} $\frac{6}{10}$	^{80%} 80%	^{100%} 100%
Tempo (min)	8	16	20	24	32	40

Figura C12.

Resolução do problema "À descoberta da tira" do grupo do Mateus.

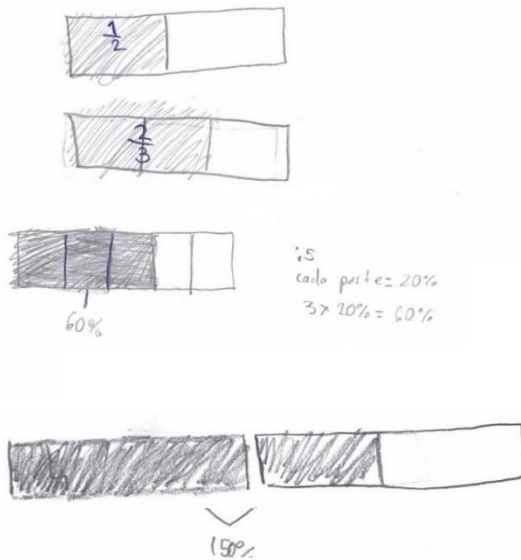


Figura C13.

Resolução do problema "A festa de aniversário" do grupo do André.

Qual das toalhas tinha mais porção de amarelo ou será que tinham todas a mesma? **Justifica a tua resposta.**

$$\begin{aligned} \text{Toalha } A &= 25\% \\ b &= \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\% \\ c &= 0,25 = 25\% \end{aligned}$$

R: Todas as toalhas têm a mesma porção de amarelo.

Figura C14.

Resolução do problema "O carregamento do programa" do grupo do André.

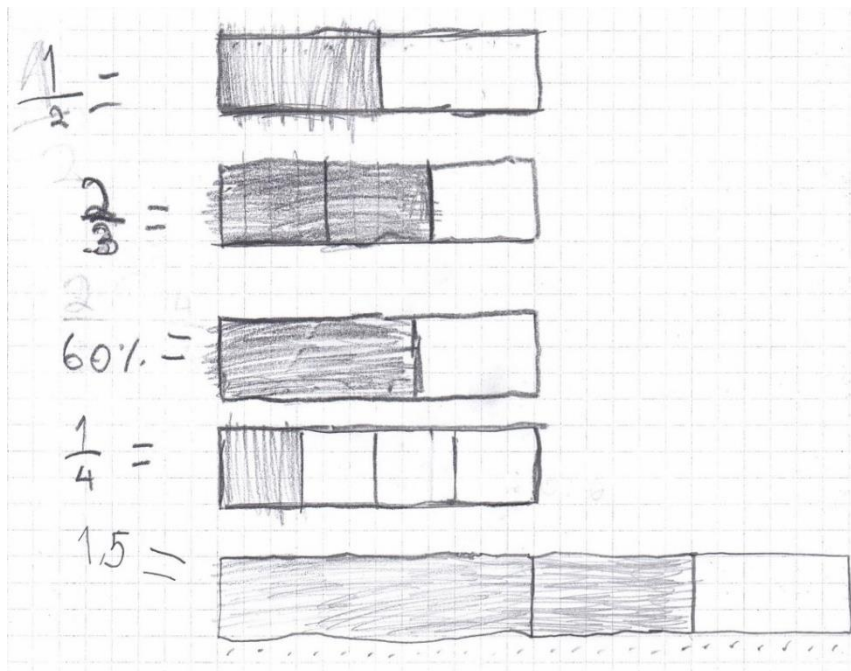
Completa a tabela e descobre quantos minutos demorou a gravação de cada percentagem da gravação. **Explica como pensaste.**

Valor gravado	$\frac{1}{5}$	0,4	50%	$\frac{6}{10}$	80%	100%
Tempo (min)	4	5	20	24	32	40

50% = 20 minutos
100% = 40 minutos

Figura C15.

Resolução do problema "À descoberta da tira" do grupo do André.



ANEXO D: TRANSCRIÇÃO DAS GRAVAÇÕES

| ' ' | | ' ' |

Júlio, Manuela, Leonel e Paulo

Festa de aniversário

Júlio – Então, nós percebemos que 25% é igual a 25 centésimas, que é igual a $\frac{2}{8}$ que é $\frac{1}{4}$.

Paulo – Nós fizemos que o A era 25%, o B era $\frac{2}{8}$ que é igual a $\frac{1}{4}$ e que $\frac{1}{4}$ era 25%. O C é 0,25 e se fizermos vezes 100 é 25% que é igual a $\frac{1}{4}$.

Júlio – Então, nós percebemos que todas as toalhas tinham a mesma parte de amarelo.

Problema do carregamento do programa

Júlio – Então, nós pensámos que 20 minutos era 50%, então, temos de fazer o dobro. Então 20 vezes o 2 é igual a 40.

Júlio – $\frac{1}{5}$ de gravação temos de fazer....

Paulo – 40 a dividir por 5, que é 8.

Júlio – Não porque é $\frac{1}{5}$ de...

Paulo – então é a dividir por 5.

Júlio – Então é 20 a dividir por 5

Paulo – Não, $\frac{1}{5}$ é igual 40 a dividir por 5

Júlio – Porquê?

Paulo – Porque é o total.

Júlio – Então $\frac{1}{5}$ é 8.

Leonel – 0,4 é quatro décimas

Paulo – 4 décimas é igual a 40%. Então temos de fazer $8 + 8$ que é 16.

Manuela – 6 décimas a dividir por...

Leonel – a dividir por...

Júlio – Temos de fazer a unidade inteira...

Paulo – Temos de fazer $16 + 8$ porque é o 20% + o 40 %, que é igual a 24.

Júlio – o 80% temos de fazer...

Paulo – Temos de fazer $16 + 8 + 8$

Júlio – Que é igual a 32.

Então $1/5$ é 8 minutos, 0,4 são 16 minutos, 50% é 20 minutos, 6 décimas é 24 minutos, 80% é 32 minutos e 100% é 40 minutos.

À descoberta da tira

Júlio – Beatriz, não percebemos o que é para fazer neste exercício.

Investigadora – O que é que não percebem?

Paulo – Como é que representamos $1/2$, $2/3$, 60% e 1,5 da tira.

Investigadora – Então o retângulo laranja que aparece no enunciado é quanto?

Leonel – $3/4$

Investigadora – Então o denominador representa o quê?

Júlio – O número que se pode por dentro.

Paulo – O número que se pode pintar.

Leonel – Isso é o numerador! É o total.

Investigadora – Então se o denominador representar o total, quantas partes é que estão pintadas aqui (aponte para o retângulo laranja)?

Leonel – 3.

Investigadora – Então quanto como será a tira completa?

(Compasso de tempo em silêncio)

Investigadora – Perceberam a minha questão?

Manuela – Não

Investigadora – Se este retângulo representar $\frac{3}{4}$ da unidade, como será a unidade completa?

Paulo – temos de somar mais 9 quadrados

Leonel – (já com o retângulo do enunciado dividido em 3 partes iguais) Temos de pôr mais uma parte para a tira ficar completa.

Júlio – Para a metade, temos de fazer o retângulo inteiro à metade.

Manuela – Então é dividir o retângulo completo ao meio?

Leonel – Sim

Júlio – Para os $\frac{2}{3}$ temos de pegar no inicial.

Paulo – Não, tu agora queres deste novo, do completo. O que está no enunciado é só 75%.

Paulo – $\frac{2}{3}$ é 40%. Não é 80%. Então temos de fazer a dividir por 3 vezes quatro.

Júlio – Não tu queres $\frac{2}{3}$ do original, do que te vem no enunciado. Então tens que dividir em 3 e pões 2 pintadas.

(compasso de espera)

Júlio – O 60%...

Leonel – 60% é igual a $\frac{6}{10}$.

(compasso de espera)

Manuela – Acho melhor chamarmos a Beatriz

Manuela – Beatriz, como fazemos o 60% e o 1,5?

Investigadora – Vamos começar então pelo 1,5 que é mais fácil. De que outra forma podemos representar o 1,5?

Paulo – 1,5 é igual a 1 mais 0,5.

Investigadora – Sim e então?

Leonel – Então, é toda pintada.

Investigadora – Toda o quê?

Leonel – A tira toda pintada.

Paulo – Mais metade.

Júlio – Mas de uma outra tira?

Investigadora – Não sei, diz-me tu. No 1,5 a unidade está completa?

Júlio – Sim, mas sobra 0,5.

Paulo – Que é metade de outra tira.

Manuela – Então, é a unidade completa, mais metade da outra.

Leonel – Então o 60%...

Júlio – o 60% vão ser 6 quadrados a dividir por 10.

Manuela – O quê?

Júlio – Tens que dividir a tua tira em 10 e ficas com 6 quadrados.

Paulo – Porque 60% é igual a 6/10.

Leonel – Então vamos ter que pintar 6 quadrados de 10.

Manuela – mas na tira completa, não dá para dividir em 10 partes iguais.

Júlio – Passamos por cima no vidro a tira completa para a folha do retângulo e depois dividimos em 10.

Martim, Caetana, Núria e Duarte

Festa de aniversário

Duarte – Então como fazemos?

Martim – A toalha A e a C têm o mesmo, acho eu.

Martim – $6/12$ é do quê? É de azul?

Caetana – Olhem, a gente tem que somar tudo primeiro para depois...

Martim – Eu já percebi! Isto de 25% de amarelo é $\frac{1}{4}$, depois este aqui é $\frac{1}{4}$ e este também é $\frac{1}{4}$

Caetana – Como é que você pensou?

Martim – Então $2/8$ é igual a $\frac{1}{4}$ porque é só simplificar a fração. 25% é igual a $\frac{1}{4}$ e 0,25 é igual a $\frac{1}{4}$. E aqui diz que será que todas tinham a mesma porção de amarelo, então sim, todas as toalhas têm a mesma porção de amarelo.

O carregamento do programa

Martim – 50% do programa são 20 minutos, quanto será 100%?

Duarte – 40 minutos é o total, porque 50% é a metade.

Martim – Então se 50 é metade temos de multiplicar por 2 que é 40.

Martim – Mas $1/5$ é igual a 20%?

Duarte – Sim. Então temos de dividir o 40 por 5.

Caetana – Porquê?

Martim – Para descobrir o $1/5$ que é o 20%.

Duarte – Então dá 8 minutos.

Martim – Para os 80% temos que multiplicar por 4 porque 20 vezes 4 é igual a 80.

Duarte – Então é 32.

Martim – Agora temos de descobrir o 0,4, que é igual a quanto?

Duarte – 0,4...

Martim – Vai dar 0,25! 0,25 é $\frac{1}{4}$! Portanto, é 25 minutos.

Duarte – É 25 minutos?

Martim – Sim, depois as 6 décimas é 60 sobre 100. Então 20 é 50, 40 é 100, Então é quanto?

Duarte – A conta é...

Martim – Eu acho que já sei. É 32 menos 16 porque 60 é 80 menos 10 menos 10. Então 10 é igual a 8 minutos, então temos de tirar 20% que é 16 minutos. Mas não pode ser 16 porque 50% é 20 minutos.

Duarte – precisamos de ajuda.

Caetana – Beatriz, precisamos de ajuda, não sabemos se está certo.

Investigadora – Então digam-me lá como fizeram.

Martim – Nós para chegar ao $\frac{1}{5}$ dividimos o 40 por 5 que é o total. Depois vimos o 0,4 que é 16 porque é o dobro de $\frac{1}{5}$.

Duarte – Já sei! As 6 décimas é igual a $\frac{3}{5}$ porque $\frac{1}{5}$ é 20% e do 20% para o 60% é vezes 3! Então temos de multiplicar o 8 por 3 que é 24!

Investigadora – Muito bem, Daniel! Era esta a vossa dúvida, de como chegar às 6 décimas?

Todos – Sim

Investigadora - Grupo, todos perceberam o que o Daniel disse?

Martim, Caetana e Núria – Sim

Martim – Então o $\frac{1}{5}$ é 8 minutos, 0,4 é 16, 50% é 20 minutos, $\frac{6}{10}$ é 24 minutos, 80% é 32 e o 100 é 40 minutos.

À descoberta da tira

Martim – Como é que fazemos isto?

Duarte – Eu não tenho a certeza... Eu não sei fazer isso não.

Caetana – Beatriz precisamos da sua ajuda.

Investigadora – Qual a vossa dúvida?

Caetana – Não sabemos o que fazer.

Investigadora – Ok, então vamos ler o enunciado de novo todos juntos.

(leitura do enunciado)

Martim – Mas isto é $\frac{3}{4}$ e nós agora temos que representar metade da tira?

Investigadora – Sim, a metade, $\frac{2}{3}$, 60% e unidade e meia.

Núria – É para fazer 3 a dividir por 2?

Martim – Não porque já temos a resposta para a metade. Não temos a resposta para os outros...

Caetana – Qual é a resposta para a metade?

Martim – São duas partes do retângulo. O retângulo está dividido em 3 por ser $\frac{3}{4}$, não é Beatriz?

Investigadora – Não sei, diz-me tu.

Martim – Eu acho que sim.

Investigadora – Porquê?

Martim – Porque é quatro... Porque é assim... Beatriz, não sei explicar...

Investigadora – O que é que é quatro?

Duarte – A tira é quatro...

Investigadora – Então desenhem-me a tira toda para me explicarem o que é o 4 para vocês.

Martim (apontando para a tira completa dividida em 4 partes iguais) – É quatro quartos.

Investigadora – Ah então a vossa tira completa é quatro quartos.

Martim – Sim, e agora já é mais fácil para os outros?

Investigadora – O que é que tu achas?

Martim – Eu acho que sim porque já temos tudo.

Investigadora – Ok, então continuem a trabalhar bem.

Martim – Mas e os $\frac{2}{3}$ como se faz?

Investigadora – Tens a tua unidade completa agora, como fazes?

Caetana – Dividir por 3

Investigadora – Ok e qual é o próximo passo?

Martim – próximo passo?

Investigadora – Sim, qual é o vosso próximo passo? Ou seja, como é que eu tenho a certeza que vocês sabem o que são $\frac{2}{3}$?

Caetana – Temos de pintar 2.

Investigadora – Ok, então se acham que é assim, avancem para o próximo.

Caetana – Ok, então vamos avançar para o próximo.

Martim – Nós ainda não desenhamos a metade...

Núria – We can put just a line in the middle of the rectangle and paint one part, it's the same thing. (Podemos só colocar um traço no meio do retângulo e pintar uma parte; é a mesma coisa)

Caetana – A Núria tem razão.

Martim – Então, 60%... 60% é quanto?

Caetana – Não sei...

Martim – 60% é igual a $\frac{3}{5}$... A $\frac{6}{10}$... Espera aí! É só dividir a tira em 5 e pintar 3! É parecido como ao problema anterior do $\frac{1}{5}$. 20% é $\frac{1}{5}$ então é vezes 3 e fica $\frac{3}{5}$ que é 60%.

Duarte – É, mas a linha da divisão não vai bater certo não.

Martim – Beatriz, mas não dá para dividir bem em 5 partes!

Investigadora – Divide mais ou menos, não precisa de bater na linha do quadriculado.

(Passado algum tempo)

Investigadora – Expliquem-me lá a vossa ideia do 60% que é muito interessante.

Martim – É $\frac{3}{5}$.

Investigadora – e 60% é $\frac{3}{5}$ porquê?

Martim – É 60 porque 20 vezes 5 é 100. 3 vezes o 20 é igual a 60 e temos de pintar 3.

Investigadora – Ok, falta-vos o quê?

Núria – 1,5

Investigadora – Ok, bora lá então.

Martim – Então o 1,5 é 1 retângulo, mais metade do outro.

Caetana – Martim, não estou entendendo o que você falou...

Martim – Então, tu tens 1,5.. Que é uma unidade e cinco décimas, certo?

Caetana – Sim, mas não é possível desenhar isso com o retângulo.

Martim – Por isso é que precisas de dois.

Duarte – Mas você só pode utilizar 1, porque você só tem 1 tira, não 2.

Martim – Beatriz, estamos com dúvidas nesta aqui

Investigadora – Vou já, aguardem um pouco que eu agora estou neste grupo e já vou aí.

(compasso de espera)

Martim – Estamos com dúvidas aqui nesta, porque é uma unidade e meia.

Investigadora – Sim, é uma unidade e meia.

Martim – Então, como fazemos? Nós só temos 1 tira

Investigadora – Em forma de percentagem é quanto?

Martim – 1,5 vezes 100... É 150%

Caetana – 150% existe?

Investigadora – Existe, pois. Então as percentagens normalmente vão até quanto?

Martim -100

Investigadora – E esse 100 representa o quê?

Martim – Um todo

Investigadora – E esse um todo aqui vai representar o quê?

Caetana – A tira toda.

Investigadora – Então vá, avancem.

Martim – Agora temos de fazer mais meio, mais esta!

Martim – Descobrimos que temos de fazer metade da tira para fazer 50% e um todo para ser 150%.

Ana, Carla, Matilde e Rui

Festa de aniversário

Ana – Tinham todas o mesmo porque 25% é igual a 0,25. $\frac{2}{8}$ é igual a 25% e 25% é igual a 25%

Matilde – Ah, pois é, concordo

Carla – 25 de amarelo. O quê?

Ana – Então podemos fazer assim 0,25 é igual a $\frac{2}{8}$ é igual a 25%

Rui – É tudo 100%, é tudo o mesmo.

Ana – Mas não é para saber isso.

Carla – $\frac{2}{8}$ é igual a $\frac{1}{4}$, certo?

Matilde – Certo

Carla – Então 25% é igual a $\frac{1}{4}$.

Ana – E 0,25 é igual a $\frac{1}{4}$.

Carla -Então a resposta é todas as toalhas tinham o mesmo de amarelo.

Rui – As toalhas são todas iguais porque todas têm o mesmo de amarelo, azul e vermelho.

O carregamento do programa

Ana – Então, pode ser 40 minutos.

Carla – Tens que mostrar como pensaste.

Ana – Então se 50% demorou 20 minutos, temos de fazer o dobro porque 50% é metade da unidade.

Ana – 0,40 é a dividir por 10 e depois é multiplicar por 4 que dá 4.

Carla – Explica lá outra vez que eu não percebi.

Ana – Então, quanto é que é 20 a dividir por 10?

Carla – 20 a dividir por 10 é 2.

Ana – Então aí temos de multiplicar por 4. Quanto é que é 2 vezes 4?

Carla – É 8.

Ana – Agora o $\frac{1}{5}$. Quanto é que é 20 a dividir por 5, Rodrigo?

Matilde – É 4.

Ana – 6 décimas, temos de calcular... Não sei... Acho que é mais 1, não sei...

Carla – Acho que é 2 a multiplicar por 6, não sei...

Rui – O 6 décimos é a dividir por 3 porque dá 24.

Carla – Não é a dividir, é multiplicar

Rui – Sim, isso. Depois o 80% é 8 a multiplicar por 4 que é 32.

Matilde – Porquê?

Rui – porque $1/5$ vezes 8 é o mesmo que 80% então tens que multiplicar o tempo por 8.

À descoberta da tira

Carla – Então isto representa $3/4$?

Rui – Sim. Agora queremos representar $1/2$ de como a tira estivesse completa.

Carla – ok.

Matilde – Então é dividir ao meio.

Ana – Não pode ser dividido ao meio porque é $3/4$.

Carla – Então como é?

Rui – Não sei

Matilde – Eu acho melhor chamar a Beatriz.

Rui – Beatriz, não estamos a conseguir fazer nada.

Investigadora – Então o que não estão a perceber?

Ana – Não percebemos como podemos resolver o problema.

Investigadora – Qual a vossa dúvida, então?

Rui – Como é que de $3/4$ de uma tira, podemos representar $1/2$ dessa tira. Nós não sabemos qual é o total...

Investigadora – Não sabem qual é o total? De certeza?

Ana – O total é 4.

Investigadora – Porquê 4?

Carla – Porque é o número de baixo.

Investigadora – É o denominador, sim. E o que é que representa o denominador, neste caso?

Ana – As partes que está dividida.

Investigadora – O que é que está dividida?

Matilde – A tira.

Rui – Mas aqui só está 3.

Investigadora – Então, o que falta?

Carla – Temos de juntar mais $\frac{1}{4}$, uma parte para termos a unidade completa.

Investigadora – Agora já sabem o que devem fazer?

Ana – representar metade desta tira.

Investigadora – Então se é por aí que querem começar, avancem.

Carla – Temos de dividir ao meio a tira completa.

Matilde – Não temos que pintar uma metade?

Ana – É melhor, para ser mesmo metade.

Matilde – Agora é o $\frac{2}{3}$.

Rui – Vamos ter que dividir por 3 e pintar 2.

Ana – Agora o 60%

Carla – O 60% é como?

Matilde – É melhor chamarmos a Beatriz

Investigadora – Deixem-me adivinhar a vossa dúvida, o 60%, certo?

Matilde – Sim.

Investigadora – Então 60% pode-se representar de que outra forma?

(compasso de espera)

Investigadora – Existem várias formas de representar o 60%, como é que podem representá-lo?

Matilde – 6 décimas (num tom praticamente inaudível e muito insegura no que diz)

Investigadora – Sim, Matilde, podes dizer o que estavas a dizer porque está correto, mas fala mais alto para todos os teus colegas perceberem.

Matilde – 60% é igual a 0,6.

Investigadora – Muito bem. 60% é igual a 6 décimas. Então e agora já sabem como fazer o 60%?

Rui – Ah então já sei!

Carla – Eu também já sei! Temos de dividir a figura em 10 partes e pintar 6.

Investigadora – Porque é que dividirão por 10?

Rui – Porque é igual a $\frac{6}{10}$, porque aqui fizemos vezes 100 (aponta para o 60%).

Investigadora – Agora só vos falta o 1,5 portanto bom trabalho!

Carla – Então é metade.

Rui – Metade é isto.

Ana – Nós temos que pintar 1,5 não metade. Beatriz, precisamos de si.

Investigadora – Então, outra vez?

Rui – Já sei! Temos de meter uma unidade inteira mais cinco?

Investigadora – Mais cinco?

Rui – Sim, mais o que for, mais alguma coisa.

Investigadora – Ok, já desenharam a unidade completa e agora? É só isto?

Rui – Já sei! Temos de meter mais metade.

Investigadora – Estou a ver que venho a este grupo e vocês descobrem logo a resposta, parece que estão a ler os meus pensamentos quando estou aqui.

(Risos)

Sónia, Marco, Mateus e Vasco

Festa de aniversário

Marco – Têm todas a mesma percentagem de amarelo.

Vasco – Têm todas o mesmo!

Mateus – Têm todas o mesmo porque $\frac{2}{8}$ é o mesmo que 25%

Sónia – E 25% é o mesmo que 0,25

Vasco – $\frac{2}{8}$ é igual a $\frac{1}{4}$, 25 centésimas é igual a $\frac{1}{4}$ e 25% é igual a $\frac{1}{4}$

Mateus – Falta justificar o porquê

Sónia – Então, 25% é igual a $\frac{1}{4}$ porque é 100 a dividir por 4. $\frac{2}{8}$ é igual a $\frac{1}{4}$ porque é vezes 2 e 0,25 é igual a $\frac{1}{4}$ portanto é tudo igual.

O carregamento do programa

Sónia – Então quanto é que é todo o programa?

Mateus – É 40

Sónia – $\frac{1}{5}$ é igual a 100 a dividir por 5?

Marco – Sim

Sónia – Então é 20. Então o tempo é 40 a dividir por 5.

Marco – Dá 8!

Mateus – 8 minutos

Sónia – 0,4...

Mateus – 0,4 é o mesmo que... 40%!

Marco – Então é 10 minutos... Ai, não!

Sónia – Não pode ser 10.

Mateus – 40% de 40? Ah, sim! 40% de 40!

Vasco – 40 a dividir por 4 é 10.

Sónia – Mas é a dividir por 5.

Vasco – Isto é a quarta parte de 40. Depois [para o 0,6] é 6 a dividir por 40, que é quanto?

Mateus – A quarta parte é 25%.

Vasco – 6 a dividir por 40 é quanto?

Sónia – Não sei, vamos ver

Vasco – É 40 a dividir por 4

Mateus – Quanto é que meteram no 0,4?

Vasco – 12, 24, 30, mas depois fica a faltar um resto de 4.

Mateus – Eu estou confuso.

Vasco – Se 20 é aquilo...

Mateus – 20% de 40!

Sónia – 20% de 40?

Mateus – Sim, $1/5$ é igual a 20%

Marco – Dá 8.

Mateus – Então é $8 + 8$, que é 16 e o 0,4 é 16.

Vasco – 0,4 é 16?

Mateus – Sim, porque 0,4 é igual a 40%. Então é 40% de 40. Em vez de fazermos 40% de 40, fazemos 20% e depois multiplicamos por 2 porque é o dobro.

Vasco – Isto é a dividir por 4, não é?

Mateus – Se fosse a dividir por 4 seria 25%.

Vasco – Ah pronto, ok. Então, isto é 40%?

Mateus – Sim.

Vasco – Beatriz, não estou a perceber nada (aponta para o 0,4).

Investigadora – De que outra forma é que podes representar as 4 décimas?

Mateus – 40%

Marco – O Mateus tem razão, é 16! porque $1/5$ é igual a 20%. $1/5$ vezes 2 é 16.

Investigadora – Então se é 40%...

Sónia – O Vasco tem razão.

Mateus e Marco – Não, é 16.

Mateus – Não. Porque isto é 20% (aponta para o $1/5$).

Sónia – Então é o Mateo que tem razão.

Mateus – Então temos de fazer o 20% e depois multiplicamos.

Investigadora – Multiplicam o quê?

Mateus – o resultado do 20% por 2.

Investigadora – Porquê?

Mateus – Porque 40 é metade de 20. Então 20 vezes o 2 é 40.

Sónia – Então no tempo é vezes 2 também que é 16.

Marco – Agora é 6 décimos e 80% é o que falta.

Mateus – 10% de 40 dá 4. 4 vezes o 6 dá 24.

Sónia – Não pode ser 24. $24 + 20$ é 44 e o máximo é 40.

Vasco – Não é 24

Mateus – Então está mal, então está mal.

Mateus – 100% é 40. 80%... 40% de 16. $16+16$ é 32! 80% é 32!

Sónia – Não pode ser Mateus, isso passa tudo!

Marco – Não passa não!

Sónia – Passa, passa!

Mateus – $32 + 8$ quanto é que é?

Mateus – Isto é igual a 40% não é? Então isto é 80%, então é multiplicar por 2.

Sónia – Não percebi nada, mas pronto.

Vasco – Oh inteligente... Se aqui é 16 e é 40%, $40\%+40\%$ é 80% e é $16+16$.

Mateus – Já percebeste agora?

Sónia – Sim

Mateus – E agora o 60%?

Sónia – Tens que tirar 8, não?

Marco – É 24, o Mateus tinha razão.

Mateus – Então já acabámos este e vamos passar para o próximo.

À descoberta da tira

Sónia – Então, mas isto não dá para dividir por 4.

Mateus – É só acrescentar mais uma parte e fica a unidade completa.

Marco – A metade é dividir em 2.

Vasco – dividir em 2 o retângulo novo ou o velho?

Marco – O novo porque é a tira completa e tu queres metade da tira completa.

Mateus – Mas temos que pintar uma parte.

Sónia – Porquê? Já está representado a metade. A metade é dividir ao meio.

Mateus – Mas é melhor pintar para a Beatriz depois saber como pensámos.

Marco – O Mateus tem razão, é melhor, assim vai ficar mais claro para a Beatriz e estamos a ajudá-la.

Vasco – Agora é o 60%...

Sónia – Não sei fazer...

Mateus – Vamos chamar a Beatriz

Mateus – Como se faz o 60%?

Investigadora – Não sei, diz-me tu como se faz o 60%. Qual é a vossa dúvida?

Marco – Não dá para fazer o 60...

Investigadora – Como é que podem dividir o 60% em partes iguais?

Sónia – Dividiríamos em 5 e pintaríamos 3.

Investigadora – Porquê?

Mateus – Porque se dividirmos em 5 cada parte vai valer 20%

Marco – vezes 3 dá 60

Investigadora – Então, o que vão fazer?

Vasco – Então temos de dividir a unidade em 5 partes e pintar 3?

Marco – Sim, porque cada parte vale 20.

Sónia – E o 1,5?

Marco – Este é complicado... Ok, metade é este.

Vasco – O 1,5 é o mesmo que 15% porque é só por o zero à frente.

Mateus – Mas é vezes 100... Portanto é 150%. 150% existe?

Sónia – Não, quanto muito é 15%.

Mateus – Não, a virgula anda duas vezes. Uma.. Duas e aqui tens que por o zero, portanto 150.

Sónia – Não é por 100, é por 10.

Investigadora – O que se passa aqui?

Sónia – Estamos no 1,5 e não estamos a conseguir passar para percentagem.

Investigadora – Ok, para fazer uma percentagem “normal”, como é que vocês faziam?

Sónia – Era pôr um zero à frente.

Investigadora – Ok, então esse zero à frente representa que operação?

Sónia – É vezes 10 que dá 15%.

Investigadora – Se for 15%, como é que lá chegavam?

Mateus – Então vínhamos aqui ao 60% e dividíamos ao meio que ficava com 30%. Depois o 15 é metade de 30, portanto temos que dividir de novo ao meio.

Investigadora – Mas então qual é a vossa dúvida?

Mateus – É que eu acho que 1,5 não é 15%, porque a percentagem é vezes 100.

Investigadora – Se for vezes 100 dá quanto?

Mateus – 150%.

Sónia – Mas, Mateus, não existe 150%!

Investigadora – Calma, Sónia, o Mateus até pode ter razão. Lê lá o número sem me dizeres que é um vírgula cinco.

Marco – É uma unidade e cinco décimas.

Sónia – As cinco décimas é metade

Mateus – Então é uma unidade que é os 100%, mais os 50% de outra!

Marco – Então temos de pintar uma tira completa mais metade de outra?

Investigadora – O que achas Mateus?

Mateus – Eu acho que sim! Porque é a tira toda, mais metade dessa tira.

Investigadora – Então, o que vão fazer?

Sónia – Fazer o 150% porque é 1,5 vezes 100.

Investigadora – Ok, então avancem.

Vasco – Então é desenhar uma unidade e pintá-la e depois desenhar outra unidade, mas só pintar metade dela, certo?

Marco – Sim

Mateus – Acabámos.

Lurdes, José, André, Jorge

Festa de aniversário

José – (Durante a leitura do enunciado) 25% de amarela; 0,5 de azul que é igual a 50% ou metade e $\frac{1}{4}$ de vermelha que é igual a 25% ou 0,25.

José - Então 25% de amarela. Toalha A igual a 25%

Lurdes – Depois o B é $\frac{2}{8}$

José – A toalha C é 0,25. Então vamos começar pelo mais fácil. 0,25 é igual a 25%.

José – 2,4,6,8. $\frac{2}{8}$ é igual a $\frac{1}{4}$ que é igual a 25%

André – O que é que fizeste para dar $\frac{1}{4}$?

José – Fiz a dividir por 4.

André – Simplificaste por 4.

José – Sim, simplifiquei por 4. E agora $\frac{1}{4}$ é igual a 0,25 que é igual a 25%

André – E quanto é que é 25%? É igual a dividir por 4.

José – Então é igual porque são todos a dividir por 4. A resposta é: “Todas as toalhas têm a mesma porção de amarelo”

André – Vamos para o próximo

O carregamento do programa

André – 50% é 20 minutos, então, $20 + 20$ é igual a 40.

José – Então, 50% é igual à metade e metade mais metade é igual a um todo.

André – Então quer dizer que 50%+50% é igual a 100%, ou seja, 20 + 20 é 40. Para carregar 100% é necessário 40 minutos.

José – Quanto é que é 20 a dividir por 5?

André – 20 a dividir por 5 é igual a 4.

José – Então nos 6 décimos temos que fazer vezes 4?

André – 6 vezes 4 é igual a 24.

José – Então não pode ser.... Então pode ser sim. 24. Vamos por 24. Não, vamos ver. 24+24+24.

André – 3 vezes o 24 é igual ao 48+24.

André – É 72.

José – Então não pode ser. Então vamos por aqui o 24.

André – Onde?

José – Aqui no 6 décimos.

José – 1/5 é igual a 4.

Jorge – Então se 1/5 é igual a 4, 3/5 é igual a...

José – 0,4 é igual a 5... Ai não, não, não

André – Agora só falta descobrir o 80%. Se 100% é 40 minutos quanto é que vai ser o 80%?.

José – 6,7,8...

André – Vai ser 30. 80% vai ser 30 minutos.

José – 40 menos 8?

André – 40 menos 8 é igual a 32.

José – $1/5$ é igual a 4 minutos. 0,4 é igual a 5 minutos. 50% é igual a 20 minutos. 6 décimas é igual a 24 minutos. 80% é igual a 32 minutos e 100% minutos é 40 minutos.

À descoberta da tira

José – $3/4$ é 75%. Então temos de fazer o retângulo a dividir por 3.

Jorge – Então é mais 3 quadrados para o lado.

José – Sim.

Lurdes – Como vamos achar metade da tira?

Jorge – Já sei! $9+3=12$ e 12 a dividir por 2 é 6, então temos de pintar 6 quadrados assim!

André – Mas todos os quadrados são 36. Então tens de fazer 36 a dividir por 2 que dá 18.

Jorge – Então, foi o que eu disse! São 6 quadrados assim!

André – Agora é o $2/3$.

José – $3/6$ é igual a $2/3$!

Jorge – Não é!

José – Então porque não é?

Jorge – porque é $4/6$!

André – Não é! A tira está dividida em 3 partes!

José – Então tens de fazer 36 a dividir por 3 que é...

Jorge – 3 a dividir por 3 é 1 e 6 a dividir por 3 é 2 portanto é 12.

André – Então, temos de dividir a tira em três e pintar 24 quadrados porque é vezes 2.

José – Agora é o 60%. 60% é igual a quanto?

Jorge – 0,6 ou $6/10$.

José – Então eu tenho de fazer 12 a dividir por 10 e depois vezes 6.

Jorge – É 1,2 vezes 6.

André – É 7,2

José – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Pronto, já está! Agora vamos fazer assim. É igual a 60%.

André – Assim como?

José – Deixa a meio das linhas dos quadradinhos.

Jorge – Agora falta o 1,5.

André – 1,5 é igual a $\frac{1}{4}$ portanto é só pintar um pedacinho.

José – Então $\frac{1}{4}$ de 12. 12 a dividir por 4 é igual a 3.

Orientadora Cooperante – Pensem bem, é uma unidade e cinco décimas.

José – Então temos de pintar uma unidade e depois mais cinco décimas.

(compasso de espera)

José – Uma unidade e cinco décimas, nós não sabíamos como se fazia, mas depois percebemos. Então é uma unidade, um todo e cinco décimas é metade de uma unidade. Então, pintámos todo o retângulo e depois pintámos metade do outro. E ao todo são 18 quadradinhos pintados.

(compasso de tempo na brincadeira por já terem terminado o problema)

Investigadora – Este $\frac{1}{4}$ é o quê?

José – Fomos nós que nos enganamos porque pensávamos que 1,5 era igual a $\frac{1}{4}$.

Investigadora – Ok, sem problema.

Discussão em grande grupo

Marco – Nós percebemos que $\frac{3}{4}$ não era a tira completa. Então tivemos de juntar mais $\frac{1}{4}$. Depois dividimos em 2 para fazer a metade e pintámos 1 deles. Depois dividimos em 3 e pintamos em 2 para dar $\frac{2}{3}$.

Mateus – Depois dizia para pintar um e meio da tira e percebemos que era 150% que era essa tira mais metade de outra.

Marco – Uma tira e meia

Mateus – Para o 60% nós só dividimos a tira por 5 e pintámos 3.

Investigadora – Porque é que dividiram por 5?

Mateus – Porque cada uma valia 20% e vezes 3 dava 60.

Investigadora – Martim, estás com alguma dúvida?

Martim – Não, está tudo bem.

Matilde – Beatriz, nós não fizemos assim.

Investigadora – Então como é que fizeram?

Matilde – Podemos ir aí explicar?

Investigadora – Podem e devem! Venham.

Carla – Nós dividimos o quadrado em 10 partes porque 60% é igual a 6 décimas que é igual a 6 sobre 10.

Matilde – Depois pintamos seis partes que era o 60%

Carla – e sobraram 4.

Investigadora – Então o que há de diferente nesta resolução e na resolução apresentada pelo grupo do Mateus?

José – A fração.

Investigadora – Qual fração?

André – $3/5$ e $6/10$.

Investigadora – Mas será que as frações são assim tão diferentes?

Martim – Não são diferentes porque as duas são 60%

Investigadora – Se as duas representam 60% o que é que se passou com o $\frac{3}{5}$ e o $\frac{6}{10}$?

Marco – É vezes 2.

Investigadora – Vezes 2 o quê?

Marco – o 3 vezes o 2 e o cinco vezes o 2 que dá 6 e depois em baixo dá 10.

Investigadora – Então, Marco, tornaste o teu $\frac{3}{5}$ numa fração equivalente, foi isso?

Marco – Sim.

Investigadora – Então e nestas duas representações do 60% o que há de diferente nelas?

Mateus – A forma como estão partidas... divididas!

Investigadora – Mateus, eu acho que já percebi, mas queres explicar melhor a tua ideia para todos perceberem?

Mateus – Então, nas frações é vezes 2, mas na tira temos que dividir por 2 uma parte. Depois dividir por 2 a outra parte. Depois por 2 a outra parte e 2 a outra parte e por 2 a última parte. (O aluno vai dividindo com a mão as partes no quadro).

Investigadora – Ou seja, para representarmos $\frac{1}{10}$ na tua tira, temos que dividir uma parte, ou seja $\frac{1}{5}$ ao meio, é isso?

Mateus – Sim, na tira toda.

Investigadora – Ok, Mateus, muito bem, é isso mesmo.

Investigadora – Matilde, percebeste agora que a tua representação não estava assim tão diferente da do grupo do Mateus?

Matilde – Sim, já percebi.

Investigadora – Ok, vamos passar para o problema da festa do aniversário.

Rui – Nós percebemos que 25% era igual a $\frac{1}{4}$ e tentamos passar tudo para $\frac{1}{4}$. Então percebemos que $\frac{2}{8}$ era $\frac{1}{4}$

Carla – E $\frac{1}{4}$ é igual a 25%

Rui – 25 centésimas é igual a 25% que é igual a $\frac{1}{4}$. Então depois percebemos que todas as toalhas tinham o mesmo de amarelo.

Investigadora – E como é que vocês souberam logo que $\frac{2}{8}$ era $\frac{1}{4}$?

Rui – Porque era a dividir por 2.

Investigadora – Alguém fez diferente este?

José – Não, podemos passar para o próximo?

Investigadora – Queres passar para o próximo para virem apresentar a vossa proposta não é?

José – Sim

Investigadora – Então, venham lá.

André – Então nós aqui vimos que em 20 minutos carregava 50%, então mais 20 minutos carregava mais 50% que era os 100%. Então ao todo são 40 minutos.

André – Depois fomos ver aqui a tabela o $\frac{1}{5}$ o tempo mínimo era 4.

Investigadora – Porquê?

Jorge – Nós dividimos o tempo dos 50 por 5 que dá 4.

André – E depois aqui como está o 4 aqui metemos o 5 porque é mais 1 (aponta para o 0,4).

José – No 50% já está lá o 20.

André – Aqui é 72 porque é o 24 vezes o 2.

José – Não é nada! É 24 porque é $\frac{6}{10}$ que é igual a 60% que é igual a $\frac{3}{5}$! É o tempo do $100 - 8 - 8$ que dá 24.

André – Isso.

José – Depois no 80 fizemos que era 100 menos 8 que dá 32.

Investigadora – Leonel, estás com o braço no ar, queres comentar esta estratégia?

Leonel – Sim, podemos ir aí?

Investigadora – Sim, claro

Paulo – Nós fizemos que $1/5$ era 40 a dividir por 5 que é 8. Depois as 4 décimas fizemos $8+8$ que é igual a 16. Aqui já estava. Para fazer o 100% era $20+20$ que é 40. Para o 6 sobre 10 fizemos mais o 8 porque é mais 20% que é igual a 24. Depois fizemos $16+8+8$ que é igual a 32 que é o 80%.

José – Não estou a perceber nada!

Investigadora – O que não estás a perceber José?

José – Porque é que é 8 e não é 4 ali (aponta para o $1/5$).

Investigadora – Ok, então eu vou explicar mais alto o que eles disseram, sim? Eles viram que o 100% era o dobro do tempo de 50%. Portanto, o 100 será 40 minutos. Agora o $1/5$. O $1/5$ representado em percentagem é quanto?

Paulo – É 20%.

Investigadora – Então expliquem lá melhor o porquê de $1/5$ ser 8.

Paulo – Porque 8 vezes 5 é igual a 40.

Investigadora – E porque é que pegaram no 40 e não no 20?

Leonel – Porque é o tempo todo.

Investigadora – Ou seja a nossa unidade.

Paulo – Exato.

Investigadora – Ok, muito bem. Recapitulando. O grupo do Leonel percebeu que o 100% era o dobro de 50%, então o tempo também teria que ser o dobro. Depois no $1/5$, dividiram a unidade em 5 partes iguais que é igual a 20%. Quando foram a dividir o tempo viram que 40 a dividir por 5 era igual a 8, então 20% ou $1/5$ iria demorar 8 minutos. As 4 décimas pode-se representar de que outra forma?

Mateus – 40%, que é o dobro de 20%.

Investigadora – Então, o tempo será como?

Mateus – Também o dobro que é 16.

Investigadora – Muito bem! E agora o 6/10 é como?

Mateus – O 6/10 é igual a 60% e é o 40% mais 20% que é 16+8 que é 24.

Marco – Depois o 80% é o dobro de 40 que dá 32.

Investigadora – Muito bem! José, percebeste agora?

José – Sim.

ANEXO E: ANÁLISE DE CONTEÚDO

| ' ' | | ' ' |

Tabela E1.
Análise de conteúdo

Categoria	Indicadores	Unidade de registo
Conversão entre representação icónica e representação simbólica	<ul style="list-style-type: none"> O aluno representa iconicamente o número racional, indicando-o sob a forma de fração/percentagem/ numeral decimal. O aluno representa simbolicamente o número racional apresentado na sua representação icónica. 	<ul style="list-style-type: none"> Júlio – Tens que dividir a tua tira em 10 e ficas com 6 quadrados. Martim – É só dividir a tira em 5 e pintar 3! Vasco– O 1,5 é o mesmo que 15% porque é só por o zero à frente. Mateus - Então vínhamos aqui ao 60% e dividíamos ao meio que ficava com 30%. Depois o 15 é metade de 30, portanto temos que dividir de novo ao meio. Sónia – As cinco décimas é metade Mateus - Então é uma unidade que é os 100%, mais os 50% de outra!
Tratamento entre representações simbólicas	<ul style="list-style-type: none"> O aluno representa o número racional através de uma representação diferente daquela que é apresentada. 	<ul style="list-style-type: none"> Joaquim – “Então, nós percebemos que 25% é igual a 25 centésimas, que é igual a $\frac{2}{8}$ que é $\frac{1}{4}$.” Paulo – $\frac{2}{3}$ é 40%. Leonel – 60% é igual a $\frac{6}{10}$. Martim – Então $\frac{2}{8}$ é igual a $\frac{1}{4}$ porque é só simplificar a fração. 25% é igual a $\frac{1}{4}$ e 0,25 é igual a $\frac{1}{4}$. Duarte – Já sei! As 6 décimas é igual a $\frac{3}{5}$ porque $\frac{1}{5}$ é 20% e do 20% para o 60% é vezes 3! Martim – 1,5 vezes 100... É 150% Rui - porque $\frac{1}{5}$ vezes 8 é o mesmo que 80% Matilde – 60% é igual a 0,6. Mateus – Sim, porque 0,4 é igual a 40%. José – 25% de amarela; 0,5 de azul que é igual a 50% ou metade e $\frac{1}{4}$ de vermelha que é igual a 25% ou 0,25. José - $\frac{3}{4}$ é 75%. Então temos de fazer o retângulo a dividir por 3. Martim – Não são diferentes porque as duas são 60%
Reconhecimento da unidade	<ul style="list-style-type: none"> O aluno reconhece a unidade, representando-a. 	<ul style="list-style-type: none"> Júlio – “Então, nós pensámos que 20 minutos era 50%, então, temos de fazer o dobro. Paulo – Não, $\frac{1}{5}$ é igual 40 a dividir por 5” Júlio – Porquê?

		<p>Paulo – Porque é o total.</p> <ul style="list-style-type: none">• Júlio – Temos de fazer a unidade inteira...• Paulo – Não, tu agora queres deste novo, do completo.• Martim – É quatro quartos.• Rui – É tudo 100%, é tudo o mesmo.• Ana – O total é 4.• Carla – Temos de juntar mais $\frac{1}{4}$, uma parte para termos a unidade completa.• José – Então, 50% é igual à metade e metade mais metade é igual a um todo.
--	--	---

ANEXO F: CARTA DE CONSENTIMIENTO
INFORMADO

| ' ' | | ' ' |

Consentimento Informado

Estimado Encarregado de Educação,

Eu, Ana Beatriz Lopes da Conceição, aluna do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico na Escola Superior de Educação de Lisboa e, no presente ano letivo, encontro-me a realizar a prática profissional supervisionada de 5 de abril a 4 de junho de 2021 na sala do 4.ºA.

Durante este período, estarei a realizar o meu estudo final de mestrado intitulado de "A importância da flexibilidade entre representações de números racionais na resolução de problemas" e, por isso, venho por este meio solicitar que me seja autorizada a gravação de voz do seu educando em atividades realizadas dentro da sala de aula, mais concretamente na resolução de problemas na área de Matemática, para que possam ser integradas no meu estudo.

De acordo com os princípios éticos para a investigação, todas as gravações, bem como informações recolhidas servem única e exclusivamente para fins académicos, sendo salvaguardadas todas as questões de privacidade e confidencialidade e, no final da sua elaboração, as gravações serão destruídas.

Obrigada,

Ana Beatriz Conceição

Eu _____, Encarregado de Educação do aluno(a) _____, declaro que li o consentimento informado e que autorizo/ não autorizo (**riscar o que não interessa**) a gravação de voz do meu educando(a).

(Assinatura)

(Data)



ESCOLA SUPERIOR
DE EDUCAÇÃO
DE LISBOA

Informed Consent

Dear parents,

My name is Ana Beatriz Lopes da Conceição and I am a master's student in Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico (to be a homeroom teacher in grades 1–4, as well as a Mathematics and Science teacher for grades 5-6). My internship in 4ºA started April 5th and will end June 4th, 2021.

I will be carrying out my final master's study entitled "The importance of flexibility between representations of rational numbers in solving problems." Therefore, as a result, I would like to request your authorization to record the voice of your son/ daughter in activities carried out inside the classroom, more specifically in solving problems in Mathematics, so that it can be integrated into my final study.

Following ethical principles for research, all recordings and information collected are solely and exclusively for academic purposes. All privacy and confidentiality issues are safeguarded, and, at the end of my study, the recording will be destroyed.

Cordially,
Ana Beatriz Conceição

I _____, father/ mother (**cross out what does not matter**) of _____, declare that I have read the consent form and I authorize/ do not authorize (**cross out what does not matter**) the voice recording of my son/ daughter (**cross out what does not matter**).

(Signature)

(Date)