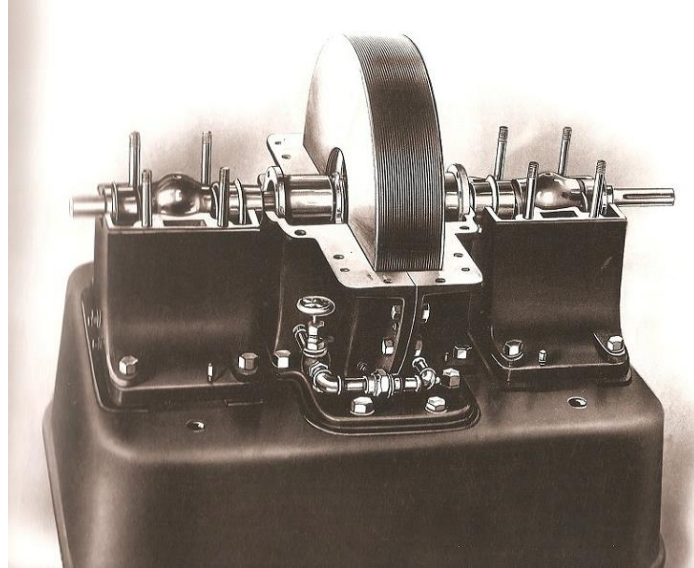




INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA
Área Departamental de Engenharia Mecânica

ISEL



Estudo da Turbina de Tesla visando a sua aplicação em sistemas de geração de energia elétrica descentralizada

PEDRO MIGUEL TAVARES GASPAR
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Mecânica

Orientadores:

Mestre Nuno Paulo Ferreira Henriques
Especialista Filipe Martins Rodrigues

Júri:

Presidente: Doutor João Manuel Ferreira Calado
Vogais: Doutora Cláudia Sofia Séneca da Luz Casaca
Mestre Nuno Paulo Ferreira Henriques

Outubro de 2015



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia Mecânica

ISEL

Estudo da Turbina de Tesla visando a sua aplicação em sistemas de geração de energia elétrica descentralizada

PEDRO MIGUEL TAVARES GASPAR
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Mecânica

Orientadores:

Mestre Nuno Paulo Ferreira Henriques

Especialista Filipe Martins Rodrigues

Júri:

Presidente: Doutor João Manuel Ferreira Calado

Vogais: Doutora Cláudia Sofia Séneca da Luz Casaca

Mestre Nuno Paulo Ferreira Henriques

Outubro de 2015

*“Em todo o espaço há energia! É só uma questão
de tempo até que os homens tenham êxito em
associar os seus mecanismos ao aproveitamento
desta energia”*

Nikola Tesla

Agradecimentos

A formação académica assim como o crescimento pessoal para qualquer estudante é resultado da sua dedicação, mas também das pessoas que o rodeiam. Neste sentido quero deixar o meu agradecimento a todos os que contribuíram de alguma forma, direta ou indiretamente, para a realização desta dissertação.

Em primeiro lugar quero agradecer à minha família. Aos meus pais José Gomes e Ana Gomes, pelo apoio incondicional, moral e financeiro que permitiram que eu realizasse a licenciatura e o Mestrado em Engenharia Mecânica e ao meu mano Emanuel Gaspar que sempre foi e continuará a ser um modelo e um apoio para mim.

Agradeço aos meus orientadores, o Professor Nuno Henriques e o Professor Filipe Rodrigues, que me acompanharam na realização deste trabalho e por todo o apoio, motivação, ajuda e disponibilidade demonstrada durante a realização deste trabalho.

Agradeço à secção de mecânica de fluidos por me terem permitido utilizar o laboratório, assim como todo o apoio moral nas alturas em que os ensaios tinham que parar para poder ser ajustado algum componente da turbina ou da bancada de ensaio.

Ao Professor Jorge Mendonça e Costa agradeço todo o apoio prestado e todo o conhecimento cedido sobre máquinas hidráulicas que, sem duvida, foram uma mais valia para a realização desta dissertação.

Ao Professor Paulo Gomes, que me ajudou a esmiuçar o artigo científico que continha o modelo analítico da turbina de Tesla, agradeço o tempo perdido comigo e a transmissão de conhecimento.

À Professora Alda Carvalho, pelo auxílio na análise estatística, agradeço todo o conhecimento transmitido e o tempo dispensado.

Fernando Pessoa no seu poema O Infante começa por dizer “Deus quer, o homem sonha, a obra nasce”, mas sem dúvida que com a ajuda da Delgometal a obra nasce mais depressa. Dito isto, queria expressar a minha enorme gratidão ao senhor Carlos Delgado e ao engenheiro Emanuel Delgado toda a ajuda e paciência que tiveram comigo na conceção e fabrico do modelo da turbina de Tesla. Como uma obra de engenharia não fica devidamente realizada se não for devidamente inspecionada, agradeço ainda à Daniela Pereira e ao senhor Francisco Delgado.

Por último, mas não menos importante quero agradecer a todos os meus amigos, que talvez não estando diretamente envolvidos com o presente trabalho, foram responsáveis por um dos períodos mais felizes da minha vida. Em particular e por ordem alfabética: Adriano Balhana, Ana Cabeleira, André Curado, Ângela Martins, Bárbara Brito, Fábio Damásio, Filipa Tancredo, Francisco Zdanowski, Gilberto Neto, Inês Soares, João Diniz, João Gonçalves, João Inácio, João Norte, João

Reis, Luís Silva, Mafalda Viegas, Márcia Correia, Margarida Ribeiro, Rita Soares, Russell Coelho, Sara Fernandez, Sara Tomar, Sérgio Costa e Tiago Almeida.

A todos, muito obrigado

Lista de Acrónimos

PIB – Produto Interno Bruto

ONU – Organização das Nações Unidas

CE – Comunidade Europeia

CECA – Comunidade Europeia do Carvão e do Aço

Euratom – Comunidade Europeia da Energia Atómica

PME's – Pequenas e Médias Empresas

ESCO – *Energy Service Companies*

PNAEE – Plano Nacional de Ação para a Eficiência Energética

PNAER – Plano Nacional de Ação para as Energias Renováveis

UE – União Europeia

FER – Fontes de Energia Renováveis

I&D – Investigação e Desenvolvimento

QEC – Quadro Estratégico Comum

FAI – Fundo de Apoio à Inovação

FEE – Fundo de Eficiência Energética

RCM – Reunião de Conselho de Ministros

EIA – Energy Information Administration

RESP – Rede Elétrica de Serviço Público

MFC – Mecânica dos Fluidos computacional. Computational Fluid Dynamics (CFD) na bibliografia saxónica

Nomenclatura

b – distância entre dois discos consecutivos [m]

k – índice isentrópico do fluido

\dot{m} – caudal mássico [kg/s]

p – pressão [Pa]

P – pressão modificada = $p - \rho g_z z$

p' – pressão adimensional = $\frac{p-p_2}{\rho \Omega^2 r_2^2}$

Q – caudal volúmico [L/s]

r – coordenada radial [m]

R – raio adimensional = $\frac{r}{r_2}$

U – velocidade absoluta do fluido [m/s]

V – velocidade relativa do fluido [m/s]

z – coordenada axial [m]

γ – rácio tangencial de velocidade = $\frac{\overline{U_{\theta 2}}}{\Omega r_2}$

Δp_{ic} – variação de pressão entre a entrada e a saída da turbina [Pa]

ζ – média adimensional da componente tangencial da velocidade = $\frac{\overline{V_{\theta}(r)}}{\overline{V_{\theta 2}}}$

θ – coordenada tangencial

μ – viscosidade absoluta do fluido [Pa.s]

ν – viscosidade cinemática do fluido [m²/s]

ξ – média adimensional da componente radial da velocidade = $\frac{\overline{V_r(r)}}{\overline{V_{r 2}}}$

ρ – massa específica do fluido [kg/m³]

τ – tensão de corte de um único lado de um disco

ϕ_2 – parâmetro adimensional = $\frac{\overline{V_{r 2}}}{\Omega r_2}$

Ω – velocidade de rotação do disco [rad/s]

n_d – número de discos no rotor da turbina

T – binário gerado por uma face de um disco [Nm]

T_{turb} – Binário gerado pela turbina [Nm]

P_{ot} – potência gerada pela turbina [W]

η_0 . – rendimento global da turbina [%]

P_h – potência hidráulica [W]

Q_v – caudal volúmico medido pelo sensor diferencial de pressão [dm³/s]

C_d - coeficiente de descarga. Tomando o valor de 0,63;

d – diâmetro do orifício [m];

ρ – massa específica [kg/m³];

dP_0 – diferencial de pressão [Pa]

P_b – potência de resistência gerada pela turbina [W]

n -velocidade de rotação [Hz]

T – binário gerado [Nm]

F_b – Força de resistência gerada pela turbina [N]

g – aceleração gravítica. Tomando o valor de 9,81 [m/s²]

H – altura de queda disponível [m]

Ω_{sp} – velocidade específica

P_v – potência produzida no veio [W]

H_E – altura manométrica efetiva à entrada da turbina [m]

α – “Viscogeometric Number”. Parâmetro adimensional proposto por Nendl

V_{in} – Velocidade do escoamento à entrada da tubeira [m/s]

P_{mec_T} – perdas mecânicas [Nm]

P_{mec_P} – perdas mecânicas [W]

Resumo

O estado do sector energético mundial e o atual estado do ambiente constituem um dos maiores desafios que a Humanidade terá que resolver nas próximas décadas. Para responder às crescentes necessidades energéticas, sem causar a degradação do meio ambiente, as sociedades têm vindo a adotar formas alternativas de produção de energia elétrica, exemplo disso é o desenvolvimento de unidades de produção descentralizada.

No presente trabalho pretendeu-se estudar uma turbina pouco convencional, a turbina de Tesla, em que o rotor é formado por uma série de discos lisos, paralelos e igualmente espaçados entre si e acoplados ao veio, visando a sua aplicação para a produção descentralizada. Recorrendo a modelos analíticos e numéricos (MFC), pretendeu-se caracterizar o funcionamento da turbina afim de a poder otimizar. É elaborado ainda um modelo físico da turbina que valida os resultados obtidos pelos modelos. O modelo físico desenvolvido apresenta um rendimento máximo de cerca de 40% para uma velocidade de rotação de 377 rad/s.

Os resultados obtidos indicam que a turbina de Tesla apresenta um desempenho mais elevado para a geração de potência reduzida, quando comparada com turbinas mais convencionais. Isto indica que a turbina tem interesse para aplicações de baixa potência ou onde os custos são um fator principal, sendo por isso uma tecnologia com potencial para a produção descentralizada.

Palavras chave: Sector energético, produção descentralizada, turbina de tesla, ensaio laboratorial, modelo analítico, modelação numérica, MFC.

Abstract

The state of the global energy sector and the current state of the environment is one of the greatest challenges that humanity have to solve in the next decades. To respond the energy demand without causing degradation of the environment, the societies have been adopting alternative ways of electric energy production, example of this is the adoption of decentralized energy units.

In this work it is intended to study an unconventional turbine, the Tesla turbine, where the rotor is formed by a series of flat disks, parallel and equally spaced from each other and coupled to the shaft, aiming at its application to decentralized energy. Using analytical and numerical models (CFD) is intended to characterize the operation of the turbine in order to optimize the power. It was also produced a physical model of the turbine that validates the results obtained by the models. The physical model developed has a maximum efficiency of about 40% at a rotation of 377 rad/s.

The results indicate that Tesla turbine presents parameters in their best performance for low power applications, compared with conventional turbines. This indicates that the turbine could be attractive for low power applications or where first costs are a main factor, a technology is therefore of interest to apply the decentralized production.

Key Words: Energy sector, decentralized energy, Tesla turbine, laboratory test, analytical model, numerical modeling, CFD.

Índice

Agradecimentos.....	iii
Lista de Acrónimos	v
Nomenclatura	vii
Resumo.....	ix
Abstract	xi
Índice.....	xiii
Índice de Figuras	xvii
Índice de Tabelas.....	xxi
Índice de Equações.....	xxiii
Capítulo 1. Introdução.....	1
1.1 Motivações	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Metodologia	3
Capítulo 2. Produção Descentralizada de Energia Elétrica.....	5
2.1 Sector Energético	5
2.2 Sector Elétrico.....	10
2.3. Produção Descentralizada	12
2.3.1 Impactos da produção descentralizada nas redes de distribuição.....	12
2.3.2 Tecnologias existentes.....	17
2.3.3 Microprodução	24
2.3.3.1 – Enquadramento legal da microprodução em Portugal.....	25
Capítulo 3. Turbina de Tesla.....	29
3.1 Estado de Arte	29
3.2 Modelação Matemática	35
3.2.1 Considerações acerca do modelo matemático.....	35
3.3 Modelo Analítico	36

3.2.1 Equações de movimento em coordenadas cilíndricas	37
Equação da continuidade.....	37
Equação da quantidade de movimento	38
Equação da quantidade de movimento em r	39
Equação da quantidade de movimento em θ :.....	40
Quantidade de movimento em z :.....	42
3.2.2 Condições de Fronteira.....	42
3.2.3 Integração das equações da continuidade e da quantidade de movimento.....	44
3.2.4 Expressão do Binário, Potência e Rendimento.....	45
3.3 Simulação Computacional.....	47
3.3.1 Procedimento para a implementação da solução numérica	48
3.3.1.1 Pré-processamento	49
3.3.1.2 Processamento (Solver).....	51
3.3.1.3 Pós-processamento	51
3.4 Equações que governam o escoamento em MFC.....	51
3.4.1 Modelos para a caracterização do escoamento – Volume de controlo finito	52
3.5 Programa de Simulação FLUENT - ANSYS	54
3.5.1 Discretização	54
3.5.2 Critérios de Paragem	54
3.5.3 Tipos de malha	55
3.5.4 Avaliação de malha	56
Capítulo 4. Ensaio Experimental	59
4.1 Construção de um modelo da turbina de Tesla	59
4.2 Ensaio laboratorial.....	60
4.3 Recolha e Análise de dados.....	63
Capítulo 5. Interpretação de Resultados Obtidos	65
5.1 Ensaio Experimental	65
5.1.1 Ensaio 1 – Variação do binário resistente para caudal constante.....	65

5.1.2 Ensaio 2 – Comparação do rendimento da turbina de tesla com a turbina Pelton FM30 da Armfield	67
5.1.3 Critério para a caracterização do regime do escoamento	70
5.2 Aplicação do modelo matemático ao caso de estudo	71
5.3 Aplicação de uma solução numérica computacional ao caso de estudo	77
5.3.1 Pré-processamento para o caso de estudo	78
5.3.2 Processamento para o caso de estudo.....	83
5.3.3 Pós Processamento e Resultados da Solução Numérica.....	84
5.4 Otimização do modelo físico da turbina.....	88
5.4.1 Variação do espaçamento entre discos (b).	88
5.4.2 Variação da viscosidade absoluta.....	90
5.4.3 Variação do ângulo de entrada (α).....	91
Capítulo 6. Conclusões	93
Bibliografia	97
ANEXOS.....	105
ANEXO A.....	106
ANEXO B	109
ANEXO C	112
ANEXO D.....	114
ANEXO E	119
ANEXO F.....	121
ANEXO G.....	123
ANEXO H.....	133
ANEXO I	140
ANEXO J	147
ANEXO L	155
ANEXO M.....	159
ANEXO N.....	164

Índice de Figuras

Figura 1 - Dependência Europeia das importações [3]	5
Figura 2 - Medidas a atingir 2020 [5].	7
Figura 3 - Rede tradicional de energia elétrica. Dos centros produtores ate aos consumidores [18]	11
Figura 4 - Diagrama de Sankey da Produção de Energia Elétrica nos Estados Unidos. Adaptado de [20]	13
Figura 5 - Rede de Transmissão Elétrica Nacional. Linhas a encarnado de 400kV, linhas a verde de 220kV e linhas a azul de 150kV [30].	15
Figura 6 - Sistema convencional vs sistema de cogeração [40]	18
Figura 7 - Motor Diesel utilizado em micro-cogeração [42].....	19
Figura 8 - Esquema representativo de uma célula combustível. Adaptado de [45]	20
Figura 9 - Turbina eólica [51]	22
Figura 10 - Sistema esquemático de uma microturbina aplicada a um sistema de cogeração. Adaptado de [43]	23
Figura 11 - Esquema representativo de uma central termoelétrica com uma altura de queda baixa. Adaptado de [46]	24
Figura 12 – escoamento viscoso induzido pelo movimento relativo entre duas placas. Adaptado de [48].	30
Figura 13 - Esquema da Turbina de Tesla. Adaptado de [64].....	30
Figura 14 - Potência em função da velocidade de rotação de uma turbina de ar para diferentes valores de pressão de entrada [64]	32
Figura 15 - Rendimento em função da velocidade de rotação de uma turbina de ar para diferentes valores de pressão de entrada [64]	32
Figura 16 - Valores típicos para a eficiência para valores de $f=0.05$ e $r_0/b=50$ [64]	33
Figura 17 - Valores típicos para a variação de pressão no rotor para valores de $f=0.05$ e $r_0/b=50$ [64]	33
Figura 18 - Modelo da turbina de Tesla modificada (Tesla-Pelton) [74].....	34
Figura 19 - Turbina de Tesla com regulação de caudal de entrada [75]	34

Figura 20 - Esquema de um disco do rotor da turbina. O da esquerda representa um disco real e o da direita representa o disco utilizado para o modelo matemático.	35
Figura 21 - Esquema para definição do sistema de coordenadas cilíndricas. Adaptado de [48].....	38
Figura 22 - Esquema do modelo físico para a modelação matemática [67].....	43
Figura 23 - Os diferentes domínios utilizados pela mecânica dos fluidos computacional. Adaptado de [77]	47
Figura 24 - As três abordagens básicas para a resolução de problemas de dinâmica de fluidos e de transferência de calor. Adaptado de [78].....	48
Figura 25- As três grandes etapas presentes nos programas comerciais de mecânica de fluidos computacional. Adaptado de [77].	48
Figura 26 - Domínio físico vs domínio computacional para um escoamento entre duas placas paralelas fixas. Adaptado de [77].....	49
Figura 27 - Fluxograma que caracteriza os diferentes tipos de fluido em MFC. Adaptado de [61].	50
Figura 28 - Exemplo: Indicação das condições iniciais e de fronteira num escoamento no interior de um tubo. Adaptado de [77].....	50
Figura 29 - Fluxograma dos princípios físicos fundamentais e das equações utilizadas em MFC. Adaptado de [80].....	52
Figura 30 - Diferentes formas da equação da continuidade. Adaptado de [80].	53
Figura 31 - Fluxograma para o critério de convergência.	54
Figura 32 - Exemplo da monitorização dos residuais com o software ANSYS FLUENT [77].....	55
Figura 33 - Tipos de malhas. Adaptado de [62].....	56
Figura 34 - Elementos com skewness de 0 e de cerca de 1, respetivamente. Adaptado de [63].....	57
Figura 35 - <i>Aspect Ratios</i> para quadriláteros [82].....	57
Figura 36 - Corte da borracha vedante utilizada no isolamento da turbina.....	59
Figura 37 - Modelo da turbina de Tesla desenvolvido. a) Involucro circular da turbina e tubeira, b) veio com os discos, c) turbina montada com polia para transmissão de potência, d) turbina montada com casquilho visível.....	60
Figura 38 - FM3SU Turbine Service Unit com a turbina de Tesla montada.	61
Figura 39 - Esquema representativo da unidade FM3SU adaptada para a turbina de Tesla. (1) – Extensómetro, (2) - sensor ótico fotoelétrico, (3) - sensor de pressão diferencial, (4) – sensor de pressão.....	61

Figura 40 - Variação de velocidade e pressão através de um medidor de obstrução com orifício calibrado. Adaptado de [48]	62
Figura 41 - Sistema de medição da potência no veio. a) extensómetro; b) fita negra que promove a descontinuidade na reflexão do sinal infravermelho; c) superfície refletora; d) correia de cabedal; e) parafuso de tensão.	63
Figura 42 - Binário em função da velocidade de rotação do veio para $Q=0,336$ l/s	66
Figura 43 - Potência gerada em função da velocidade de rotação do veio para $Q=0,336$ l/s	66
Figura 44 - Rendimento em função da velocidade de rotação do veio para $Q=0,336$ L/s	67
Figura 45 - Ensaio realizado à turbina de Tesla.	68
Figura 46 - Ensaio realizado à turbina Pelton.	68
Figura 47 - Rendimento em função da velocidade específica. Comparação entre a turbina Pelton e a turbina de Tesla.	69
Figura 48 - Valores típicos de rendimento das turbinas Pelton, Francis e Kaplan. Adaptado de [84].	69
Figura 49 - Turbina de Tesla desenvolvida salientando a união da tubeira ao rotor.	72
Figura 50 - Comparação da reta do binário do modelo analítico com o binário da regressão estatística.	73
Figura 51 - Perdas Mecânicas.	74
Figura 52 - Comparação entre a curva de potência do modelo analítico com a curva de potência da regressão estatística.	75
Figura 53 - Perdas Mecânicas em unidade de potência.	76
Figura 54 - Comparação entre a curva de rendimento do modelo analítico com a curva de rendimento da regressão estatística.	77
Figura 55 - Domínio computacional desenvolvido	78
Figura 56 - Solução numérica para três tipos de malha distintos para uma velocidade de rotação de 377 rad/s.	79
Tabela 1 - Comparação entre as malhas computacionais desenvolvidas.	79
Figura 57 - Indicação da entrada e saída do fluido e da interface de contacto no domínio computacional	80
Figura 58 - Avaliação da malha (Element Quality)	81

Figura 59 - Avaliação da malha (<i>Skewness</i>)	81
Figura 60 - Avaliação da malha (<i>Aspect Ratio</i>)	82
Figura 61 - Avaliação da malha (<i>Orthogonal Quality</i>)	82
Tabela 2- Inputs utilizados no software ANSYS FLUENT 16	83
Tabela 3 – Propriedades dos materiais do modelo computacional.....	83
Figura 62 - Convergência do método iterativo, verificação dos valores obtidos nos resíduos	84
Figura 63 - Linha de escoamento do fluido no interior da turbina. Para uma velocidade de rotação de 377 rad/s.	85
Figura 64 - Solução numérica do binário gerado numa face de um disco da turbina. Para uma velocidade de rotação de 377 rad/s.	85
Figura 65 - Solução numérica do escoamento no interior da turbina assim como binário gerado numa face de um disco da turbina. Para uma velocidade de rotação de 137 rad/s.....	86
Figura 66 - Solução numérica do escoamento no interior da turbina assim como binário gerado numa face de um disco da turbina. Para uma velocidade de rotação de 514 rad/s.....	87
Tabela 4 - Binário gerado pela turbina para as velocidades de rotação de 137 e 514 rad/s	87
Figura 67 - Potência teórica gerada em função do espaçamento entre discos.....	89
Figura 68 - Rendimento teórico em função do espaçamento entre discos (Para $\Omega = 377$ rad/s).....	89
Figura 69 - Potência teórica gerada em função da viscosidade absoluta (Para $\Omega = 377$ rad/s e $b=2,5$ mm)	90
Figura 70 - Potência teórica gerada em função da viscosidade absoluta para elevados valores de viscosidade absoluta (Para $\Omega = 377$ rad/s e $b=2,5$ mm)	91
Figura 71 - Ângulo de entrada do fluido no rotor e componentes da velocidade.....	91
Figura 72 - Potência teórica gerada em função do ângulo de entrada (α) (Para $b=2,5$ mm)	92

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Comparação entre as malhas computacionais desenvolvidas.	79
Tabela 2- Inputs utilizados no software ANSYS FLUENT 16	83
Tabela 3 – Propriedades dos materiais do modelo computacional	83
Tabela 4 - Binário gerado pela turbina para as velocidades de rotação de 137 e 514 rad/s	87

Índice de Equações

Equação (1)	37
Equação (2)	37
Equação (3)	37
Equação (4)	37
Equação (5)	38
Equação (6)	38
Equação (7)	38
Equação (8)	39
Equação (9)	39
Equação (10)	39
Equação (11)	40
Equação (12)	40
Equação (13)	40
Equação (14)	41
Equação (15)	41
Equação (16)	41
Equação (17)	41
Equação (18)	41
Equação (19)	42
Equação (20)	42
Equação (21)	42
Equação (22)	42
Equação (23)	43
Equação (24)	43
Equação (25)	43
Equação (26)	43

Equação (27)	43
Equação (28)	43
Equação (29)	43
Equação (30)	43
Equação (31)	44
Equação (32)	44
Equação (33)	44
Equação (34)	44
Equação (35)	44
Equação (36)	44
Equação (37)	44
Equação (38)	45
Equação (39)	45
Equação (40)	45
Equação (41)	45
Equação (42)	46
Equação (43)	46
Equação (44)	46
Equação (45)	46
Equação (46)	63
Equação (47)	64
Equação (48)	64
Equação (49)	64
Equação (50)	68
Equação (51)	70
Equação (52)	72
Equação (53)	73
Equação (54)	74

Equação (55)	75
Equação (56)	76
Equação (57)	76

Capítulo 1. Introdução

1.1 Motivações

O futuro do sector energético constitui talvez o maior e o mais importante desafio para a Humanidade, pois tudo o que é consumido representa uma medida de energia produzida e consumida.

Quanto mais se produz, mais energia é necessária e quanto mais energia estiver disponível mais se pode produzir. Este ciclo existe desde os primórdios da Humanidade e a utilização do ferro é um exemplo desse mesmo ciclo. Para a obtenção de uma pequena quantidade de ferro era necessário o consumo de uma elevada quantidade de lenha e com a expansão da indústria metalúrgica as necessidades de lenha para trabalhar o ferro tornaram-se enormes e a fonte de energia da época não era capaz de satisfazer as necessidades, surgindo assim uma nova matéria-prima, o carvão. Sem o carvão a revolução industrial jamais teria acontecido.

Com o carvão apareceram novas máquinas, as linhas de caminho-de-ferro e as fábricas, permitindo o desenvolvimento e o aparecimento de novos bens de consumo. Apesar do progresso gerado pela utilização do carvão como fonte de energia primária, este apresentava grandes desvantagens, tais como a poluição causada em demasia e a diminuição alarmante de recursos.

Surgiu então uma nova fonte de energia, o petróleo, o grande impulsionador da Era Moderna.

Com um poder calorífico superior ao carvão, para a mesma quantidade de matéria, era possível gerar maiores quantidades de energia. A utilização do petróleo desencadeou um novo progresso tecnológico, que inevitavelmente gera crescimento económico. Mas o crescimento económico requer energia e a energia gera esse mesmo crescimento económico, processo que ninguém deseja ver interrompido.

Recentemente a Humanidade tem-se deparado novamente com uma crise energética. As reservas de petróleo começaram a diminuir e a queima dos combustíveis derivados do petróleo é responsável pela degradação do meio ambiente. Torna-se assim fundamental atuar sobre este problema.

De modo a reduzir e em última instância substituir os combustíveis fósseis por fontes de energia renováveis, desenvolveram-se tecnologias que visam converter a energia provenientes de fontes renováveis como a energia solar, eólica e das marés. No entanto estas são intermitentes, uma vez que dependem do meio ambiente. Alguns países como a Dinamarca, que possuem vento abundante já conseguem satisfazer as suas necessidades energéticas através desta fonte renovável, no entanto outros países não apresentam as mesmas condições climáticas e assim a instalação de fontes de

energia renovável não assegura as necessidades energéticas, pelo que a análise custo-benefício para este tipo de tecnologia torna-se economicamente inviável de se obter [1].

Países subdesenvolvidos procuram energia para gerar o crescimento económico e tentam competir com os restantes países. Para tal todas as opções de crescimento económico passam pelo aumento do consumo de energia o mais barata possível e consequentemente mais poluente.

Para controlar as emissões foram assinados tratados internacionais, como o protocolo de Quioto, onde se estabelece compromissos para a redução da emissão dos gases com efeito de estufa, considerados como a principal causa do aquecimento global [2]. A nível europeu diversos documentos foram publicados pela Comissão Europeia para promover uma reflexão a nível europeu sobre políticas energéticas e ambientais, exemplos disso são o livro verde “Estratégia Europeia para uma Energia Sustentável, Competitiva e Segura” (CE, 2006), o pacote Energia-Clima, conhecidos como as metas 20/20/20 e em 2010 o “Energy Roadmap 2050” estabelecendo uma estratégia para uma energia competitiva, sustentável e segura [3] [4].

Em relação a Portugal, de forma a assegurar a melhoria substancial na eficiência energética do País, foram desenvolvidos o Plano Nacional de Ação para a Eficiência Energética (PNAEE) 2008-2015 e o Plano Nacional de Ação para as Energias Renováveis (PNAER) 2010 que reforçam as medidas europeias e mais recentemente os planos PNAEE 2008-2015 e do PNAER 2010 [5].

As medidas implementadas têm surtido algum efeito nos países cumpridores dos protocolos mas apenas a implementação de medidas energéticas eficientes não são a solução para o problema do setor energético. Neste sentido têm vindo a ser tomadas novas formas de solucionar o problema. No caso concreto do sector da eletricidade um novo conceito de geração de energia elétrica, a produção descentralizada, tem sido alvo de estudo de modo a procurar responder às necessidades energéticas, uma vez que este tipo de tecnologia está associado a um custo reduzido e a um elevado benefício.

No entanto é um conceito em desenvolvimento e diversas tecnologias podem ser aplicadas a esta metodologia, destacando-se vários modelos de diferentes turbinas. Para a sua diversificação é fundamental que os custos de aquisição deste tipo de tecnologia sejam reduzidos.

Neste trabalho desenvolveu-se o estudo da turbina de Tesla, uma turbina simples e economicamente viável de se desenvolver e que poderá impulsionar a produção de energia elétrica descentralizada. Esta caracteriza-se por ser construída por um rotor composto por um conjunto de discos paralelos, espaçados entre si, ao longo de um veio. Nesta turbina o fluido motor percorre o espaço entre os discos, fornecendo assim energia ao veio. Devido à aderência de um fluido a uma parede não porosa, a turbina de Tesla retira a energia existente num fluido, convertendo-a em energia mecânica.

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho foi compreender a aplicabilidade da turbina de Tesla como alternativa à produção elétrica convencional. Com este intuito procedeu-se ao estudo de um modelo analítico, um modelo computacional e ao desenvolvimento de um modelo físico da turbina.

Para o estudo da turbina de Tesla utilizou-se o modelo analítico proposto por Sengupta e Guha que tem como base as equações de Navier-Stokes descritas num sistema de coordenadas cilíndricas. Com o modelo desenvolvido foi possível determinar as curvas características da turbina, assim como verificar a influência dos diferentes parâmetros físicos no funcionamento da turbina.

Com auxílio do *software* ANSYS FLUENT 16 desenvolveu-se um modelo computacional para a obtenção de uma solução numérica que descreva o funcionamento da turbina.

O modelo físico da turbina de Tesla desenvolvido, foi posteriormente sujeito a um ensaio experimental em laboratório. Os resultados obtidos no ensaio experimental foram comparados ao modelo analítico e à solução numérica de modo a validar os resultados dos mesmos.

Caracterizado o funcionamento da turbina, foi possível determinar a sua aplicação à produção descentralizada de geração de energia elétrica.

1.3 Metodologia

A elaboração desta dissertação teve como ponto de partida a produção de um equipamento que permitisse a produção de energia elétrica de forma eficiente. Para tal, realizou-se uma pesquisa bibliográfica relacionada com o tema em estudo e identificou-se a importância da mesma num contexto técnico-científico.

No primeiro capítulo procedeu-se à introdução do tema, onde são abordadas as motivações que levaram a elaboração desta dissertação, foram ainda definidos os objetivos da mesma bem como indicada a metodologia da tese.

No segundo capítulo procedeu-se à caracterização do conceito de produção descentralizada de energia elétrica. Para tal, abordaram-se temas como o sector energético particularizando-se o sector eléctrico e a produção descentralizada. São ainda descritos os impactos da implementação da produção descentralizada, referência a algumas tecnologias existentes, e por último realiza-se um enquadramento legal.

O estado de arte da turbina de Tesla é desenvolvido no terceiro capítulo, onde se descreve uma evolução histórica desde que foi desenvolvida até à atualidade. Neste capítulo são abordados os diversos investigadores e descritas as suas metodologias para o estudo da turbina, são ainda descritas diversas aplicações da turbina.

No quarto capítulo foi aplicado o modelo analítico proposto por Sengupta e Guha que permite a caracterização do escoamento dentro de uma turbina de Tesla permitindo avaliar eficazmente o desempenho da mesma.

Complementar ao modelo analítico, foi desenvolvido no quinto capítulo uma simulação computacional do escoamento num disco da turbina. A solução numérica permite uma visualização do comportamento do escoamento, bem como validar os resultados obtidos pelo método analítico, descrito no capítulo anterior.

No sétimo capítulo são apresentados e comparados os resultados do modelo analítico e da solução numérica com os resultados do ensaio experimental que, em última análise, são os que melhor caracterizam uma turbina de Tesla.

Por último são apresentadas as conclusões finais da dissertação.

Capítulo 2. Produção Descentralizada de Energia Elétrica

2.1 Sector Energético

A energia é um recurso indispensável para o funcionamento da sociedade moderna, todavia face à anunciada escassez dos combustíveis fósseis o sector energético mundial encontra-se fortemente afetado. O progresso tecnológico humano deve-se à utilização destes combustíveis, no entanto, o seu uso excessivo tem provocado a degradação ambiental do planeta.

Segundo a ONU, estima-se que em 2045 a população urbana a nível mundial ultrapasse os seis mil milhões. Consequentemente as necessidades devido ao crescimento da população resulta na necessidade crescente do consumo de energia [6]. A Europa importa anualmente o equivalente a 406 mil milhões de euros (3,2 % do PIB) de petróleo, gás e carvão e prevê-se um aumento desta dependência (Figura 1) [3]. Estes fatores impõem questões quanto à sustentabilidade do modelo energético atual.

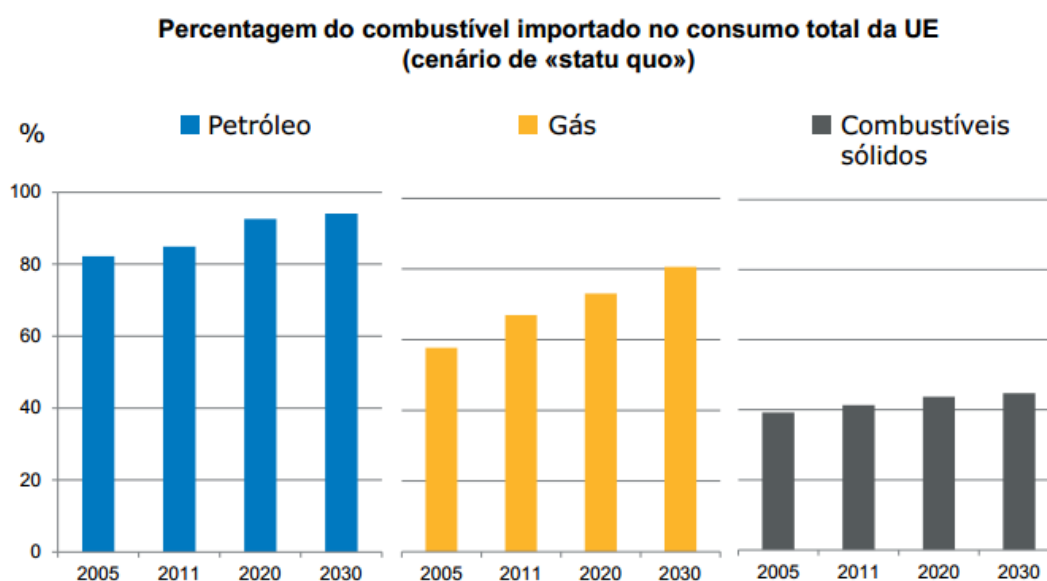


Figura 1 - Dependência Europeia das importações [3]

Em Portugal, acresce aos problemas já mencionados a escassez de recursos energéticos, nomeadamente aqueles que asseguram a generalidade das necessidades energéticas dos países desenvolvidos, tais como o petróleo, o carvão e o gás natural, utilizados na maioria das centrais. Pelo que em 2013 foi necessário importar cerca de 73,9% da energia primária consumida [7]. “Cada

cidadão português necessita de cerca de 96.56 J de energia por ano para manter a sua qualidade de vida no início do século XXI” [8].

A dependência de energia primária exterior introduz consequências gravosas para a economia Nacional, apresentando inevitavelmente custos para a sociedade. Um exemplo disso é o aumento do preço das matérias primárias que resultam num acréscimo generalizado dos preços, dos bens e serviços, bem como a subida na inflação.

Surge então a necessidade de alterar o paradigma de consumo e produção, sendo necessário investir em diferentes meios e tecnologias para a produção de energia. Esta preocupação não é recente pois já nos primórdios da sua existência, a União Europeia desenvolve os tratados Comunidade Europeia do Carvão e do Aço (CECA) de 1951 e Comunidade Europeia da Energia Atómica (Euratom) de 1957, tornando-se visível assim o desejo de criar uma política energética comum, ainda que as preocupações não fossem as mesmas com que a comunidade se depara atualmente [9].

Em Março de 2006 surge o livro verde “Estratégia Europeia para uma Energia Sustentável, Competitiva e Segura” descrevendo as bases sobre as quais a política energética da União Europeia deve assentar: o desenvolvimento sustentável, a competitividade dos mercados e a segurança do aprovisionamento. O plano surge das seguintes constatações [10]:

- necessidade urgente de investimento (1000 milhões de euros nos próximos 20 anos) para dar resposta à procura energética na Europa;
- enorme dependência de importações de energia;
- as reservas energéticas estão concentradas num pequeno número de países (Rússia, Noruega e Argélia);
- aumento da procura global de energia. Prevê-se um aumento da procura global de energia e dos consumos de CO₂ da ordem dos 60% até 2030, sendo o aumento da procura de petróleo da ordem dos 1,6% ao ano;
- aumento dos preços do petróleo e do gás natural, o que leva a um aumento do preço da eletricidade;
- aquecimento global terrestre;
- mercados Energéticos pouco competitivos.

Caracterizadas as lacunas das políticas energéticas europeias definiu-se os seguintes objetivos:

- realizar um potencial de 20% de poupança energética até 2020 (equivalente a cerca de 390Mtep);
- reduzir as emissões de CO₂ em 780 Mt;
- obter uma poupança em combustível superior a 100 mil milhões de euros;

Em Janeiro de 2007, através de uma análise estratégica da conjuntura energética europeia, surge o pacote Energia-Clima. Este apresenta um conjunto de medidas a ser implementadas, conhecidas por metas 20/20/20 (Figura 2), sendo uma delas o aumento da eficiência energética, onde se pretende economizar 20% do consumo energético [4].

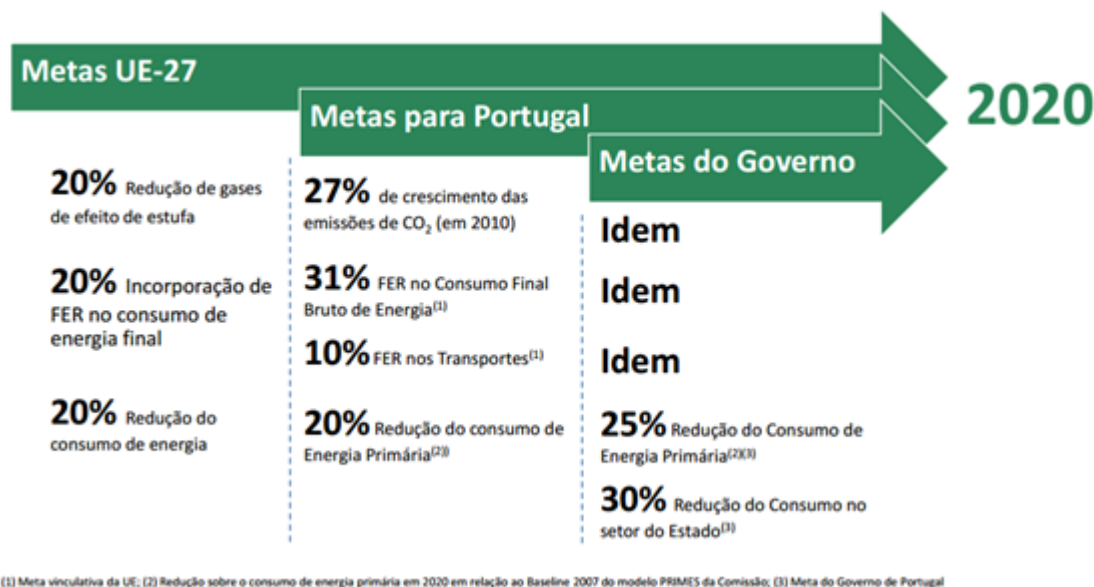


Figura 2 - Medidas a atingir 2020 [5].

Em 2009 foram realizadas as revisões ao plano de ação para a eficiência energética, uma vez que as medidas criadas não estarem a ser implementadas com a rapidez prevista aquando da sua criação. Uma vez revista foram estabelecidas novas medidas:

- estímulo para instituir os projetistas, construtores e instaladores para a implementação de práticas de eficiência energética;
- hipótese de calendário para impor o perfil de casas passivas (edifícios com baixo consumo energético) para novas habitações;
- medidas na área de transportes, como etiqueta para pneumáticos e taxa “verde”;
- medidas de etiquetagem energética para os produtos;
- financiamento mais acessível para projetos energéticos;
- redução da taxação para projetos de redução de consumo energético;
- implementação de cursos ao nível secundário e universitário;
- campanhas de informação do consumidor final sobre eficiência energética;
- apoio na implementação de projetos de poupança energética em PME's (pequenas e médias empresas);
- exemplos de eficiência energética devem vir do sector público;
- desenvolvimento do mercado de serviços de eficiência energética (ESCO);
- incentivos para que as PME's entrem no mercado de eficiência energética;

- ligar os objetivos de eficiência energética aos objetivos de energias renováveis e de emissões de gases de "efeito de estufa";
- melhoria da verificação das poupanças energéticas;
- cooperação internacional baseada na eficiência energética.

Em 2010 a União Europeia elaborou o “Energy Roadmap 2050” estabelecendo uma estratégia para uma energia competitiva, sustentável e segura. O “Energy Roadmap” pretende [11]:

- redução das emissões de gases com efeito de estufa para níveis entre 80 a 95%;
- redução das emissões de carbono em cerca de 40%;
- obter um sistema energético disponível, competitivo e descarbonizado.

A nível nacional o problema do contexto energético é mais gravoso do que a maioria dos países da Europa, sendo por isso necessária a implementação de políticas energéticas adicionais. Semelhante ao “Energy Roadmap 2050”, visando assegurar a melhoria substancial na eficiência energética do País, foram desenvolvidos o Plano Nacional de Ação para a Eficiência Energética (PNAEE) 2008-2015 e o Plano Nacional de Ação para as Energias Renováveis (PNAER) 2010. Sucintamente, estes planos têm como princípios fundamentais reforçar a diversificação das fontes de energia primária, contribuindo para aumentar estruturalmente a segurança de abastecimento do País, o aumento da eficiência energética, contribuir para a redução da despesa pública e o uso eficiente dos recursos e contribuir para o aumento da competitividade da economia [12].

Após o período em que foram implementados os planos de ação foram realizados diagnósticos à execução do PNAEE 2008-2015 e do PNAER 2010. Estes permitiram concluir que, relativamente Portugal apresenta hoje uma intensidade energética da energia primária coincidente com os restantes membros da União Europeia, todavia relativamente à intensidade energética da energia final os resultados demonstram uma redução na procura da energia. Na realidade, o elevado investimento feito por Portugal em energias renováveis e o consumo energético reduzido no setor residencial, comparativamente com o resto da Europa, encobrem uma intensidade energética da economia produtiva 27% superior à média da União Europeia, sendo por isso necessário intensificar os esforços na atuação direta sobre a energia final, em particular da economia produtiva, por oposição a um maior nível de investimento na oferta de energia, sem pôr em causa o necessário cumprimento das metas de incorporação de energias renováveis no âmbito do PNAER [13] [14].

Ainda que os planos tivessem como base as metas europeias «20-20-20», o PNAEE 2008 -2015 e o PNAER 2010 foram aprovados em contextos político-económicos diferentes do atual, pelo que na resolução de Conselho de Ministros nº20/2013, foram revistos por forma a potenciar sinergias que permitam maximizar a eficácia e eficiência no aproveitamento de recursos humanos e financeiros. O diagnóstico da execução do PNAEE 2008 -2015 permitiu concluir que, relativamente ao indicador

por excelência da eficiência energética da economia, Portugal apresenta hoje uma intensidade energética da energia primária semelhante aos restantes membros da União Europeia (UE), mas o valor referente à intensidade energética da energia final fica aquém das expectativas pretendidas. Este resultado vem reforçar a necessidade de intensificar os esforços na atuação direta sobre a energia final, por oposição a um maior nível de investimento na oferta de energia [13].

Perante os resultados apresentados surgem novos objetivos da política Energética Nacional até 2020. A nova visão do sector energético passa assim pela promoção integrada da eficiência energética e da utilização de fontes de energias renováveis, através de uma maior articulação das estratégias para a procura e oferta de energia, tendo como principal objetivo colocar a energia ao serviço da economia e das famílias e garantindo simultaneamente a sustentabilidade de preços. A redução do grau de dependência externa, sendo por isso fundamental a eficiência energética e das FER para reforçar os níveis de segurança do abastecimento, promovendo ao mesmo tempo a diversificação da diversidade energética e o aumento da sustentabilidade associada à produção, transporte e consumo de energia. Assim como uma aposta no reforço e desenvolvimento das interligações regionais europeias, infraestruturas de eletricidade e gás, sobretudo com Espanha e entre a Península Ibérica e a França [13].

Da revisão dos planos nacionais resulta no desenvolvimento do PNAEE 2016 e no PNAER 2020. A revisão do PNAEE contribui para o aumento da competitividade da economia por redução dos consumos, libertando recursos para dinamizar a procura interna e novos investimentos. Sendo os objetivos para o PNAEE 2016 os seguintes [15]:

- aumentar a eficiência energética da economia, contribuindo para a redução da despesa pública e a competitividade das empresas;
- cumprir todos os compromissos assumidos por Portugal de forma economicamente mais racional;
- reforçar a monitorização e acompanhamento das diversas medidas;
- reavaliar medidas com investimentos elevados e fusão de atuais medidas;
- lançar novas medidas a partir das existentes abrangendo novos setores de atividade.

O PNAER 2020 têm como base a premissa de que Portugal deve ser um país energeticamente eficiente e independente, ou seja um país competitivo, sendo por isso redefinido em função do cenário atual de excesso de oferta face à procura reduzida, por forma a adequar e a reduzir os custos inerente, definindo assim os seguintes objetivos [15]:

- a aposta nas fontes de energia renováveis (FER) não será descontinuada, sendo redirecionadas para fontes de energia/tecnologias com racionalidade económica;

- o apoio às FER deverão ser suportados não apenas pelo consumidor de eletricidade. Deve ter-se ainda em consideração à maturidade e os custos relativos de cada recuso/tecnologia e o valor acrescentado nacional de cada uma das opções;
- o apoio à investigação e desenvolvimento (I&D) será assegurado através dos mecanismos próprios para o efeito (QEC 2014-2020, FAI, FEE, Horizon2020, ...), mitigando o risco tecnológico para os promotores e para os consumidores;
- as metas para a contribuição das FER devem ser entendidas como o mínimo necessário.

Como já referido, o sector energético encontra-se em crise, razão pela qual diversas medidas têm vindo a ser tomadas por forma a procurar resolver os problemas de sustentabilidade do modelo energético atual. Em concreto no sector da eletricidade os planos procuram promover a substituição do consumo de energia de origem fóssil por energia de origem renovável, através de uma maior facilidade de acesso a tecnologias de microprodução de energia elétrica [16].

Em 2001, a microprodução era já reconhecida como uma fonte que facilitaria o acesso e a produção de energia elétrica. Mais tarde, em 2007, pelo Decreto-lei n.º 363/2007, foi estabelecido o regime jurídico aplicável à produção de eletricidade por intermédio de instalações de pequena potência, adiante designadas por unidades de microprodução [17].

A microprodução juntamente com a miniprodução são atividades de pequena escala de produção descentralizada de eletricidade por intermédio de instalações de pequena potência, sendo reguladas:

- microprodução – pelo Decreto-Lei n.º 363/2007, de 2 de novembro, alterado pelo Decreto-Lei n.º 118-A/2010, de 25 de outubro, e pelo Decreto-Lei n.º 25/2013, de 19 de fevereiro, que procederam à sua republicação;
- miniprodução – pelo Decreto-Lei n.º 34/2011, de 8 de março, alterado e republicado pelo Decreto-Lei n.º 25/2013, de 19 de fevereiro.

Por estes motivos impõe-se a procura de solução de otimização dos sistemas de micro e mini produção de energia elétrica, daí o interesse do estudo da turbina de Tesla associada à microprodução descentralizada de energia elétrica.

2.2 Sector Elétrico

O sector elétrico consiste num conjunto de centrais elétricas, subestações de transformação e de interligação, linhas e recetores que estão eletricamente ligados entre si (Figura 3). Este tem como função disponibilizar ao consumidor final energia elétrica em condições que permitam o correto funcionamento dos recetores.

A energia é produzida em grandes centrais elétricas com um nível de tensão relativamente reduzido através da transformação de energia latente em energia elétrica. Por norma as centrais encontram-se a grande distância dos centros de consumo, assim existe a necessidade de efetuar o transporte da energia de uma zona mais distante para uma mais central. A potência de perdas é proporcional ao quadrado da corrente, para se reduzirem as perdas associadas ao transporte de energia, é necessário diminuir a corrente, aumentando a tensão para conseguir transmitir a mesma potência.

Depois de gerada, a energia é transmitida num sistema de redes de transporte através de linhas de muito alta tensão até subestações localizadas próximas dos centros de consumo. Posteriormente é distribuída para áreas urbanas e rurais através de linhas ou cabos de média tensão para consumidores industriais ou baixa tensão para consumidores domésticos. Isto deve-se ao facto dos consumidores não puderem utilizar a energia a tensões elevadas, por razões económicas e de segurança.

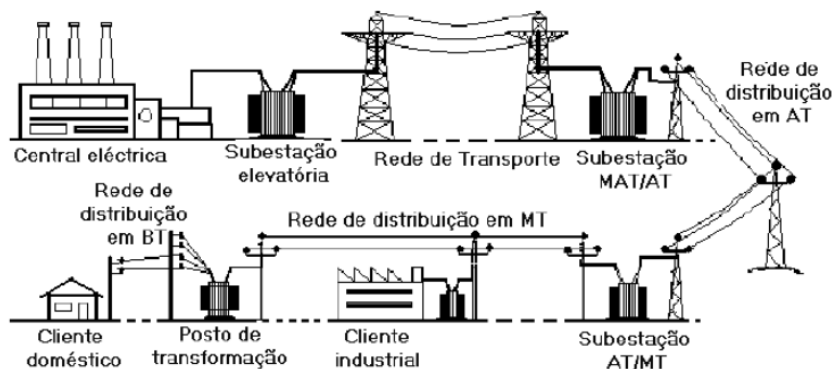


Figura 3 - Rede tradicional de energia elétrica. Dos centros produtores até aos consumidores [18]

Os vários níveis de tensão a que a energia elétrica é transportada e distribuída diferem consoante o país. No entanto as redes elétricas podem ser classificadas mediante a sua tensão nominal da seguinte forma:

- Muito alta tensão: Valores acima de 110kV;
- Alta tensão: Valores entre 45 a 100kV;
- Média tensão: Valores entre 1 e 45kV;
- Baixa tensão: Valores inferiores a 1kV.

O sector elétrico descrito tem sido explorado por conferir as seguintes vantagens:

- eficiência das grandes centrais elétricas: Se fosse possível uma comparação entre as centrais convencionais e unidades produtoras de menores dimensões, considerando níveis tecnológicos semelhantes, as centrais convencionais de maior potência sairiam favorecidas;
- gestão e operação: Garantem uma resposta rápida mediante as necessidades a qualquer momento, com menor custo de produção. Acresce ainda o facto de que as grandes centrais

convencionais e o alargado de redes de transporte e distribuição que conferem estabilidade ao sistema.

Apesar das vantagens referidas o paradigma de exploração convencional do sistema elétrico apresenta a desvantagem de existirem grandes distâncias entre a central de produção e o local de consumo o que exige a construção de redes de transporte com vários quilómetros sendo por isso bastante dispendiosas.

As centrais de produção convencional, por norma, apresentam problemas ambientais e sociais, como por exemplo a poluição atmosférica local, perda de bio diversidade, ruído e, no caso de centrais de fio de água e albufeiras, impactes socio-económicos [19].

2.3. Produção Descentralizada

As desvantagens indicadas atrás, são os principais desafios que o paradigma do sistema elétrica convencional enfrenta. Uma das soluções ao modelo atual, resulta na utilização de unidades de produção descentralizada. Esta define-se como uma forma de produção de energia elétrica instalada nas proximidades do consumidor, que pode ou não ser conectada com a rede de distribuição elétrica [20].

O conceito não é novo, os primeiros centros de produção de eletricidade foram desenvolvidos segundo esta perspectiva. Todavia na última década verifica-se um novo interesse na produção descentralizada devida ao aumento da procura elétrica com elevada fiabilidade, as questões ambientais relacionadas com as alterações climáticas com desenvolvimento das tecnologias de produção de energia em pequena escala [21].

Recentemente a integração da produção descentralizada nas redes de alta e média tensão está a ser estendida às redes de baixa tensão onde os sistemas de produção descentralizada, vocacionados para a produção de energia elétrica em pequena escala, são instalados nas próprias instalações dos consumidores. O consumidor deixa de ser assim um elemento passivo que se limita apenas a fazer uso da energia elétrica para desempenhar um papel mais ativo, podendo gerir tecnicamente e comercialmente a distribuição de energia elétrica [22].

2.3.1 Impactos da produção descentralizada nas redes de distribuição

A produção descentralizada caracteriza-se pela utilização de tecnologias com características muito específicas que operam para níveis de potência reduzidos permitindo a sua ligação direta às redes de distribuição em baixa tensão, não sendo preciso subestações elevadoras e reductoras. Esta tem sido impulsionada por diversos fatores comerciais, políticos e ambientais. Não obstante a sua implementação apresenta vantagens em diversos campos, sendo os mais relevantes os de nível

técnico, ambiental, económicos e comerciais, no espaço ocupado, de segurança, assim como no acesso e saúde.

A. Vantagens técnicas:

A integração da produção descentralizada nas redes de distribuição conduz a uma melhoria nos perfis de tensão, a uma redução das perdas de energia e ao descongestionamento de zonas específicas na rede de distribuição. Outra vantagem deve-se ainda à redução das perdas foi efeito de Joule na produção de energia eléctrica.

Nenhuma máquina térmica pode converter todo o calor que recebe em trabalho útil. Assim nas centrais termodinâmicas convencionais uma enorme quantidade de energia é desperdiçada sob a forma de calor [23]. Durante o processo de transformação de energia, o calor gerado não pode ser aproveitado por estar muito longe de um local onde pode ser utilizando, pelo que apenas 30 ou 40% da energia proveniente da energia primária é convertida em electricidade (Figura 4). Com a utilização de tecnologias de produção descentralizada o calor gerado pode ser aproveitado sendo possível obter rendimentos de 80% [24].

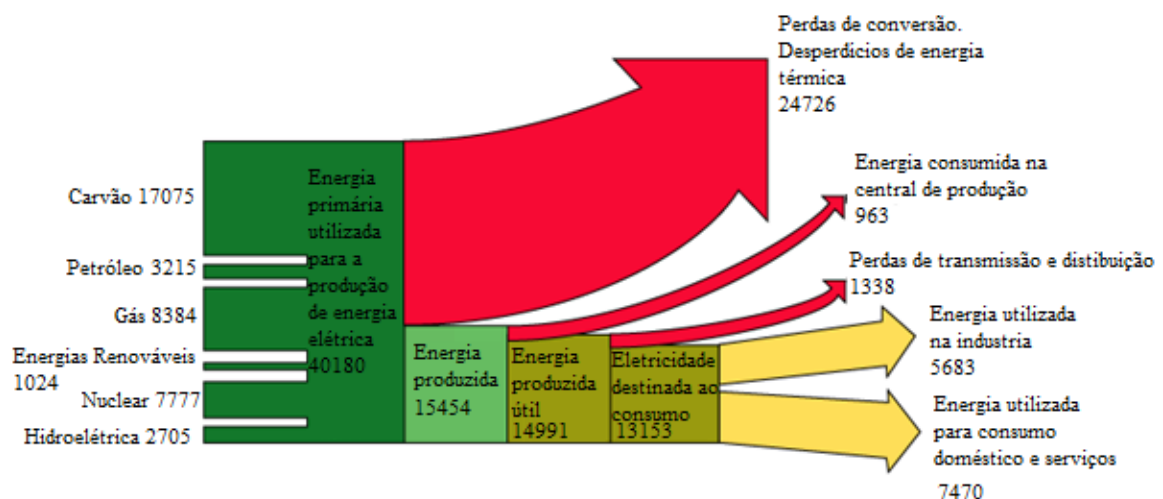


Figura 4 - Diagrama de Sankey da Produção de Energia Elétrica nos Estados Unidos. Adaptado de [20]

De acordo com P. Chiradeja e R. Ramakumar a implementação de tecnologias de produção descentralizada traduz-se numa redução das perdas ativas nas redes e a uma melhoria do perfil nos barramentos. Verifica-se ainda que as perdas ativas e reativas diminuem com a implementação de unidades de produção descentralizada [25].

Em todo o caso um uso excessivo desta tecnologia pode representar a ocorrência de problemas devido ao aumento da potência de curto-circuito, flutuações na tensão e sobrecarga das redes. Outro fator a ter em consideração é a localização assim como o número de unidades de modo a minimizar as perdas

através da redução de tensão na rede em períodos de grande necessidade de consumo, mas de modo a evitar a sobrecarga nos ramos.

B. Vantagens ambientais

Cada vez mais a sociedade é sensível aos impactos ambientais resultantes de atividades humanas. Na sequência do protocolo de Quioto, diversas políticas ecologistas têm vindo a ser implementadas com o intuito de contribuir para a redução das emissões de gases de efeito de estufa. Segundo a “Energy Information Administration” (EIA) do Departamento de Energia dos Estados Unidos, em 2014 cerca de 38% das emissões de CO₂ para a atmosfera foram resultantes da produção de eletricidade em grandes centrais termoelétricas [26].

A utilização de unidades de produção descentralizada nos sistemas elétricos reduz a produção de eletricidade nas centrais convencionais produtoras de energia elétrica, uma vez que com a produção descentralizada as exigências de produção nos geradores convencionais são menores. Resultante ainda da redução de perdas no transporte, contribui também para a redução na produção de energia de modo a superar as perdas [27].

Estes dois fatores aliados à adoção de tecnologias com menores emissões poluentes por unidade de energia (em MWh) quando comparados com os geradores convencionais resultam numa redução global de produção de gases de estufa.

C. Vantagens Económicas e Comerciais

Num mercado competitivo, onde os clientes procuram um serviço que corresponda às suas necessidades, a produção descentralizada pode ser identificada como uma ferramenta promissora que consegue reduzir drasticamente o custo da energia.

Para um mercado onde a procura pode variar com bastante facilidade, a utilização de tecnologias para a produção descentralizada apresentam grandes vantagens por possuírem uma elevada flexibilidade na adaptação às novas condições de mercado, visto que são poucas as aplicações onde este tipo de tecnologias não pode ser aplicado. São ainda consideradas como vantagens o tempo de construção reduzido e a redução do risco financeiros quando comparado com as centrais convencionais.

A implementação deste tipo de tecnologia nas redes de distribuição, em especial nos casos em que pode operar autonomamente em caso de falha na rede, resultará numa redução do tempo de interrupção da energia.

Os proprietários das unidades de produção descentralizada beneficiam economicamente visto que o capital investido nas tecnologias é bastante reduzido quando comparado com as alternativas. São

ainda consideradas como bastante flexíveis e adaptativas a diversos locais e circunstâncias, permitindo uma maior eficiência na geração de eletricidade [28].

Os proprietários das unidades de produção descentralizada beneficiam economicamente, ou pela redução e possível independência do consumo da rede de distribuição, ou pela venda da energia produzida à rede.

Com a utilização da produção descentralizada seria possível a injeção de energia na rede, resultando num suporte nas horas de ponta, caracterizadas por um aumento de consumo. Esta solução é possível devido à flexibilidade destas tecnologias que rapidamente conseguem responder às necessidades de consumo, o mesmo nem sempre acontece com as centrais convencionais que demoram o seu arranque de funcionamento.

D. Vantagens no Espaço Ocupado

O sistema centralizado para a produção de eletricidade é caracterizado pela utilização de grandes quantidades de recursos, incluindo espaço físico. Grandes quantidades de terra são necessários para a obtenção de fontes de energia primária como o carvão, petróleo e gás natural. Como as tecnologias descentralizadas utilizam menores quantidades de combustível para fornecer os mesmos serviços energéticos são considerados como uma solução para minimizar a destruição do solo na obtenção de fontes de energia primária [29].

A utilização de tecnologias de produção descentralizada resulta ainda na diminuição de espaço ocupado pelas infraestruturas de transmissão e distribuição (Figura 5).



Figura 5 - Rede de Transmissão Elétrica Nacional. Linhas a encarnado de 400kV, linhas a verde de 220kV e linhas a azul de 150kV [30].

E. Segurança

Para acompanhar as necessidades de energia, o consumo global de gás natural tem vindo a aumentar drasticamente como um combustível para alimentar as centrais termoelétricas. Com esse aumento,

vem inevitavelmente a preocupação com a segurança do aprovisionamento uma vez que a maioria dos países consumidores tem que importar gás de modo a satisfazer as suas necessidades.

Dado que as principais regiões fontes de matérias-primas para a produção de energia se encontram em conflitos e tensões geopolíticas, representa um risco no fornecimento, bem como ao investimento no sector energético. A segurança do aprovisionamento é, portanto, uma preocupação para o monopólio energético para a maioria dos países [31].

Perante o problema do armazenamento de energia, a produção descentralizada é apresentada como uma das principais ferramentas para aumentar a independência de combustível de fornecedores externos. A redução da dependência de energia primária iria resultar num aumento da segurança energética assim como a redução dos custos associados ao consumidor e da importação de energia primária [32].

Apesar dos esforços para se dissociar o crescimento económico e intensidade energética, consumo de combustível tem vindo a aumentar na maioria dos países. Um aumento na eficiência de combustível e uma redução nas perdas do sistema poderia ser alcançada com a utilização de tecnologias de produção descentralizada, como foi demonstrado num estudo da World Alliance for Decentralized Energy designado “Decentralising UK Energy”.

F. Vantagens no Acesso e Saúde

A energia é um bem essencial para o desenvolvimento social e económico de um país e inevitavelmente da qualidade de vida do ser humano. O acesso à energia moderna é essencial para o fornecimento de água potável, saneamento e cuidados de saúde e para o fornecimento de iluminação confiável e eficiente, aquecimento, força mecânica, transporte e serviços de telecomunicações. No entanto atualmente milhões de pessoas não possuem acesso à maioria dos serviços básicos de energia. Segundo o “World Energy Outlook 2014 –Electricity Access Database” cerca de 1,3 mil milhões de pessoas não têm acesso à eletricidade [33].

A produção descentralizada é um método muito mais barato e limpo de fornecimento de energia para as áreas onde não existe fornecimento de energia eléctrica, sendo por isso candidatos tecnológicos a implementar em locais onde não existe ainda acesso à produção de eletricidade. Tecnicamente, encontrar um sistema adequado para uma determinada área pode ser um desafio, e a tecnologia apropriada depende muito das circunstâncias locais. No entanto, existe uma grande variedade de tecnologias disponíveis, e muitos deles são flexíveis na sua aplicação, proporcionando soluções apropriadas e mais eficazes [34].

Resultante do desenvolvimento do sector eléctrico em zonas que atualmente não o possuem pode ter impactos positivos para a saúde, a utilização da tecnologia descentralizada por substituir ou reduzir o consumo dos combustíveis tradicionais assim como melhorar o meio pelo qual a energia provem.

A utilização de energia limpa pode substituir queima direta de combustíveis como esterco e ou de madeira pode aumentar drasticamente a qualidade do ar interior, porque é queima mais limpa e permite uma combustão mais completa.

Fornecimento de energia elétrica proveniente de tecnologias de produção descentralizada também pode resultar em uma melhor higiene, permitindo refrigeração ou abastecimento de água melhorada com a introdução de bombas hidráulicas. Os serviços de saúde podem ainda aumentar a qualidade graças a possibilidade de utilização de energia elétrica para alimentar os equipamentos médicos e os sistemas de refrigeração para a conservação de vacinas e medicamentos [35].

2.3.2 Tecnologias existentes

Os sistemas de produção são tipicamente ligados à rede de distribuição, no entanto podem também operar independentemente desta.

Vista como um possível complemento à utilização das centrais elétricas convencionais bem como às redes de transporte e distribuição em alta tensão. A produção descentralizada é cada vez mais encarada como uma solução para o futuro.

Na literatura define-se inovação como sendo “*a habilidade de detetar oportunidades e tirar proveito das mesmas*” [36]. Exemplo disso, e no caso do sector energético, são a implementação de tecnologias que permitem a produção descentralizada.

De seguida descreve-se sucintamente as principais tecnologias utilizadas na produção descentralizada de eletricidade.

A. Painéis solares fotovoltaicos

Através do efeito fotovoltaico é possível converter diretamente a energia solar em energia elétrica. Pelo efeito fotovoltaico, através da utilização de materiais semi-condutores, a energia contida nos fótons é transferida para os eletrões da estrutura atómica desse material. Estes dispositivos são conhecidos como células solares.

A criação de uma corrente elétrica é resultante da incidência da radiação luminosa que, ao incidir num material semi-condutor, excita os eletrões de valência resultando na formação de eletrões livres. A diferença entre eletrões entre as duas zonas da célula, cria assim um diferencial de potência entre a de carga positiva e a de carga negativa, sendo responsável pelo aparecimento de uma corrente elétrica [37].

B. Cogeração

De acordo com o Decreto-lei nº186/95, a cogeração é definida como “O processo de produção combinada de energia elétrica e térmica, destinando-se ambas para o consumo próprio ou de terceiros” [38].

Implementados a partir dos anos 30 do século passado em diversas unidades industriais, os primeiros sistemas de cogeração resultavam na produção combinada de calor e eletricidade através da utilização de caldeiras e máquinas de vapor [39].

Em 1982 foi estabelecida a qualidade de produto independente, estabelecendo a possibilidade do funcionamento paralelo com a rede elétrica nacional.

Atualmente a cogeração é vista como uma tecnologia que estimula a produção sustentável de energia, uma vez que aproveita mais de 70% de energia térmica proveniente dos combustíveis utilizados no processo. A cogeração assegura, normalmente, o dobro do aproveitamento da energia primária quando comparada com uma situação típica de produção exclusiva de energia elétrica, respondendo assim às políticas energéticas e às medidas ambientais [40].

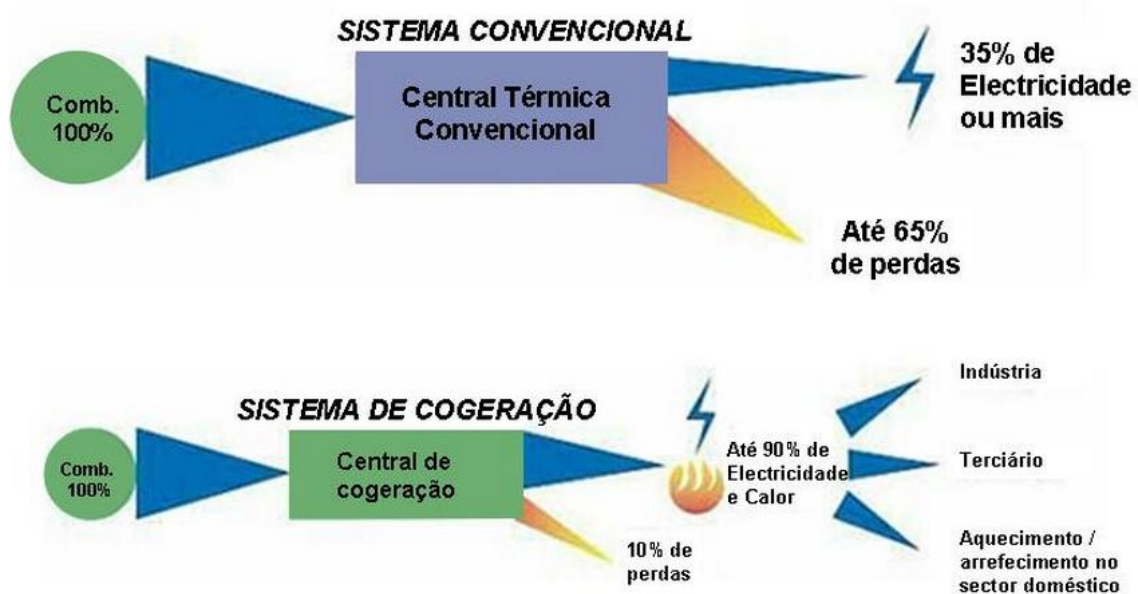


Figura 6 - Sistema convencional vs sistema de cogeração [40]

C. Motores alternativos

São máquinas que transformam energia térmica em energia mecânica útil. A energia interna provem da combustão de uma mistura combustível-comburente no interior do motor, libertando-se deste modo a energia química do combustível.

O motor de combustão interna tira proveito do aumento de pressão resultante da combustão de uma mistura ar-combustível para gerar um movimento de rotação sobre o veio motor. A energia térmica libertada pelo combustível é transferida ao fluido motor que a transmite aos órgãos mecânicos do motor através de variações no volume do fluido, criadas pelo fornecimento de calor [41].

Semelhante ao que acontece num motor automóvel, nos motores de combustão interna utilizados na produção descentralizada um fator a considerar é o tipo de combustível utilizado, que inevitavelmente influencia o tipo de ignição do mesmo, sendo que pode classificar-se um motor por possuir uma ignição comandada ou uma ignição por compressão.

Motor de ignição comandada:

O motor de combustão interna com ignição comandada mais vulgar é o motor a gasolina, onde a sua ignição ocorre devido a uma descarga de elevada tensão (faísca) dentro da câmara de combustão. Na fase de compressão do fluido esta vai elevar a temperatura e a turbulência da mistura, no entanto a temperatura final da compressão não é suficiente para a sua auto-ignição, assim é necessário gerar uma faísca de modo a desencadear a ignição da mistura [41].

Motor de ignição por compressão:

O motor de combustão interna com ignição por compressão mais vulgar é o motor que funciona a diesel. Neste motor não existe um sistema de preparação da mistura, o ar é aspirado e submetido a elevadas pressões atingidas no final da compressão, atinge também uma temperatura suficiente para garantir a inflamação do combustível (gasóleo) assim que for injetado na câmara onde se encontra o ar enriquecido [41]. O combustível ao ser injetado no seio do ar quente, inflama-se espontaneamente com o contacto com este, resultando no movimento do pistão.



Figura 7 - Motor Diesel utilizado em micro-cogeração [42].

Para motores de ignição por compressão que apresentam rendimento entre os 35 e os 55%, é superior ao dos motores com ignição comandada que apresentam rendimentos entre os 30 a 50% [43].

Perante o baixo custo na aquisição os motores de combustão interna são frequentemente utilizados em sistemas de cogeração. A recuperação de energia térmica a partir dos gases de escape do motor, a temperaturas de cerca de 500°C, e dos circuitos de refrigeração de água e óleo, a temperaturas que variam entre os 80 e 90°C, associada ao trabalho mecânico gerado que alimenta um gerador elétrico torna os motores alternativos uma tecnologia bastante utilizada na produção descentralizada [42].

D. Células combustível

A célula combustível é um dispositivo que converte energia química em energia elétrica. Este dispositivo converte o hidrogénio e o oxigénio em água, calor e cria eletrões livres que geram uma corrente elétrica (Figura 8). Sendo o seu princípio de funcionamento idêntico ao de uma bateria, no entanto, contrariamente às baterias não necessita de ser recarregadas, apenas tem que se fornecer hidrogénio e oxigénio como combustível [44].

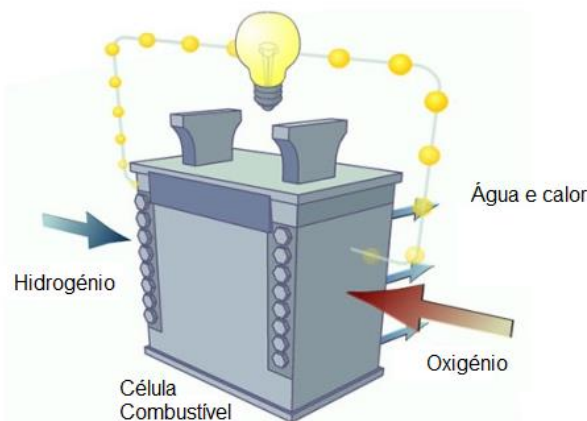


Figura 8 - Esquema representativo de uma célula combustível. Adaptado de [45]

Fisicamente a célula combustível é uma "Sanduíche", com três componentes um ânodo, um cátodo e um material eletrolítico no meio.

Existem diversos modelos de células combustível, sendo que cada uma funciona de forma ligeiramente diferente das outras. No entanto em termos gerais, os átomos de hidrogénio entram em contacto com o ânodo e são separados em prótons que atravessam o material eletrolítico, enquanto os eletrões passam através de um circuito elétrico externo em corrente contínua.

As células combustível apresentam um rendimento de 40 a 50% na produção de energia elétrica, no entanto caso se aproveite o calor gerado da transformação química o rendimento pode chegar aos 90% [44]. No entanto o processo de obtenção de hidrogénio é caro e ainda pouco desenvolvido, fazendo com que seja um tipo de tecnologia ainda não seja comercialmente viável [46] [47].

Num contexto de produção descentralizada, as células combustível podem ser utilizadas num ambiente doméstico, fornecendo calor e eletricidade. Podem ainda funcionar em paralelo com a rede de modo a complementar as necessidades de energia elétrica, estabilizando a tensão na rede de distribuição de eletricidade.

E. Turbinas

Uma turbina é um equipamento mecânico que extrai energia de um fluido e converte-a em trabalho mecânico podendo classificar-se em dois tipos, as de impulso e as de reação [48]. Estas diferem no princípio de como convertem a energia proveniente de um fluido para energia mecânica, bem como dos campos de aplicação das mesmas. As turbinas de impulso, caracterizam-se por o fluido de trabalho variar a sua pressão antes de entrar no rotor da turbina, enquanto as de reação, caracterizam-se por o fluido de trabalho variar a sua pressão no rotor. Dentro das turbinas de reação é ainda possível distingui-las mediante o grau de reação das mesmas.

O fluido de trabalho pode encontrar-se no estado líquido ou gasoso, este utiliza-se para converter a energia segundo as seguintes etapas:

- 1º. Energia térmica (Calor);
- 2º. Energia potencial (Pressão);
- 3º. Energia cinética (Velocidade);
- 4º. Energia Mecânica.

No entanto nem todas as turbomáquinas realizam todas estas etapas [49].

As turbinas possuem grandes variedades de modelos, mediante o tipo de fluido de onde retirem energia, apresentando formas diferentes. Para o presente trabalho abordam-se três exemplos concretos de turbinas: turbinas eólicas, microturbinas a gás e turbinas hidráulicas.

Turbinas eólicas

A utilização de energia proveniente do vento tem uma longa tradição na história das civilizações. Muitos historiadores sugerem que há mais de 3000 anos que a Humanidade utiliza moinhos eólicos como fonte de energia. No entanto devido ao progresso tecnológico, inevitavelmente a utilização do moinho deixou de ser uma prioridade [50].

A utilização de motores de combustão interna, bem como a eletrificação rural, contribuiu para o abandono da utilização do moinho. Ironicamente, hoje em dia a utilização de energia elétrica, que no passado fora responsável pelo abandono da utilização dos moinhos, é parcialmente gerada pelo princípio de funcionamento dos moinhos do passado.

As turbinas eólicas tiram proveito da energia cinética existente no vento, através das pás da turbina, convertendo-a em energia mecânica, que poderá ser posteriormente utilizada para a produção de energia elétrica.



Figura 9 - Turbina eólica [51]

A principal vantagem desta tecnologia é que a energia gerada é proveniente de uma fonte renovável que não contribui para o aquecimento global, uma vez que é uma energia limpa e natural. No entanto por depender de fatores ambientais para o seu funcionamento, a geração de energia com recurso a esta tecnologia não permite sempre satisfazer as necessidades das energéticas atuais pelo que atualmente a produção de energia elétrica depende obrigatoriamente de outras tecnologias que operem paralelamente às turbinas eólicas de modo a garantir a sustentabilidade do sistema energético nacional quando as turbinas eólicas não conseguem suprimir as necessidades [52].

Microturbinas a gás

Microturbinas são turbinas a gás de pequenas dimensões que funcionam segundo o ciclo de Brayton e compartilham, além do ciclo de funcionamento, muitos dos componentes básicos com uma turbina a gás de maiores dimensões [53].

No ciclo, o ar atmosférico é comprimido, num compressor, e aquecido numa câmara de combustão, de seguida o ar enriquecido é expandido numa turbina acoplada a um gerador elétrico. De modo a aumentar o rendimento deste tipo de tecnologia, o calor proveniente dos gases de escape é recuperado num permutador de calor para aumentar a energia dos gases que entram na turbina (Figura 10).

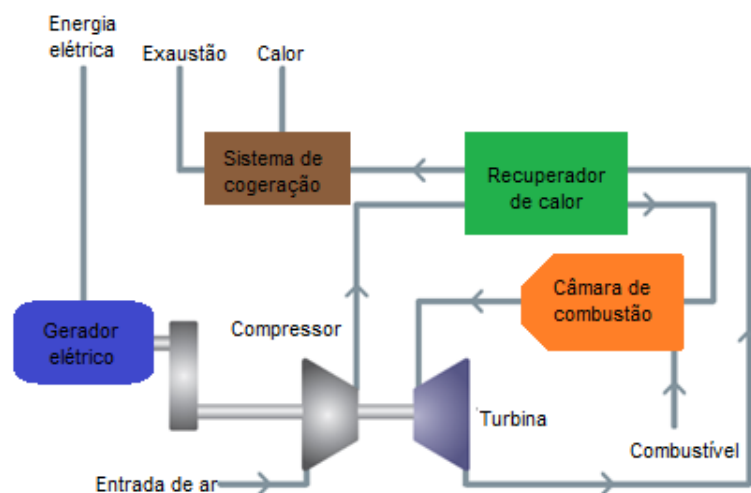


Figura 10 - Sistema esquemático de uma microturbina aplicada a um sistema de cogeração. Adaptado de [43]

O rendimento de um sistema de cogeração com uma microturbina a gás pode chegar aos 85%. As suas aplicações podem ser a nível comercial, residencial ou aplicado a pequenas indústrias, sendo que o calor gerado pode ser utilizado para produzir vapor de baixa pressão ou água quente e o trabalho mecânico utilizado para gerar energia elétrica. No entanto, quando analisando a energia elétrica gerada com a energia existente no combustível verifica-se que o rendimento na sua transformação é de apenas 20 a 30% [54].

Relativamente aos custos associados na obtenção deste tipo de tecnologia ainda são bastante elevados devido à reduzida procura. No entanto, os fabricantes afirmam que com o aumento da utilização deste tipo de tecnologia para produção descentralizada de energia resultaria na produção de unidades padronizadas que reduziriam o custo de produção das mesmas [54].

Turbinas Hidráulicas

A utilização de energia proveniente de recursos hídricos é baseada no ciclo natural da água e os primeiros indícios para a sua utilização pela humanidade remontam ao século 3 antes de Cristo na Grécia, com a utilização de um moinho de água para produzir trabalho mecânico [55]. A energia proveniente dos recursos hídricos é de tal modo importante para a humanidade que Leonardo Da Vinci afirma que “O poder da água já mudou mais o mundo do que imperadores e reis”. No entanto só a partir de 1870 com a primeira central hidroelétrica em Cragside, Inglaterra, é que a tecnologia para a geração de energia mecânica proveniente de recursos hídricos começou a ser estudada para a produção de eletricidade [56].

As turbinas hidráulicas convertem a energia cinética e potencial existente na água em trabalho mecânico útil. Estas possuem um potencial enorme na produção de energia mecânica, no entanto tal depende do caudal de água existente e da energia contida na água.

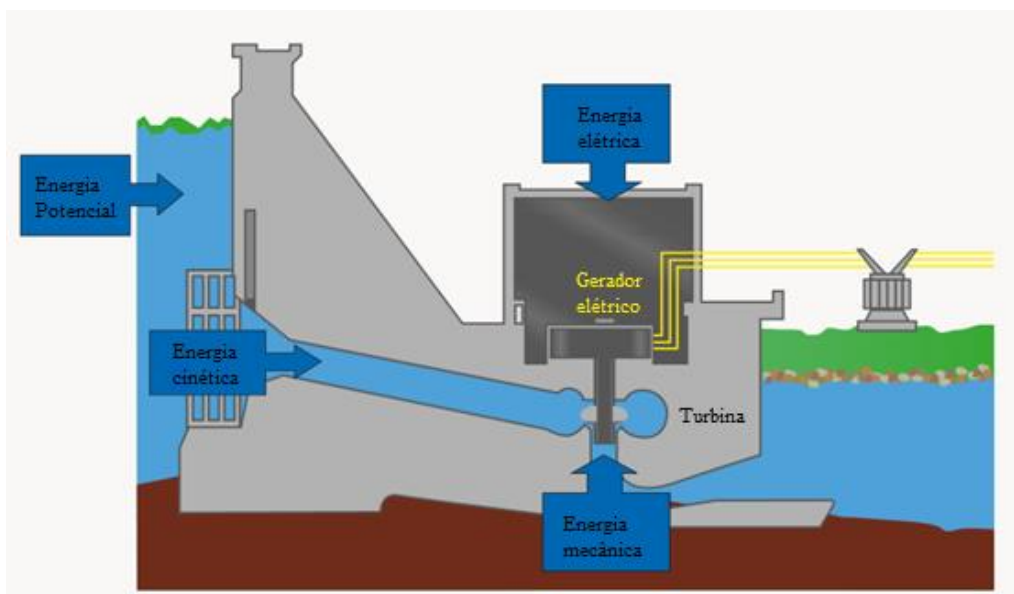


Figura 11 - Esquema representativo de uma central termoelétrica com uma altura de queda baixa. Adaptado de [46]

A energia proveniente de recursos hídricos é considerada como uma das fontes mais eficientes e seguras de energia. A energia gerada através de sistemas de hidroelétricas (Figura 11) não causa a geração de gases nocivos para a atmosfera, contrariamente a outras fontes de energia convencionais. Possuem tempos de vida útil e rendimentos elevados (cerca de 90%), além de que os custos associados à sua manutenção são bastante reduzidos.

No entanto, apesar das suas vantagens, as centrais hidroelétricas, estão associadas a desvantagens ecológicas como a construção de grandes albufeiras que colocam em causa a biodiversidade local. Grandes construções podem resultar na interferência com a migração de diversas espécies podendo levar à sua morte. O fluxo natural dos rios poderá também ser interrompido, causando inundações, deslocalização populacional e perda de terrenos aráveis.

Assim de modo a mitigar as desvantagens associadas a este tipo tecnologia, a implementação de sistemas de produção elétrica de menores potências, resultariam numa necessidade de componentes menores. Neste sentido o presente trabalho apresenta uma tecnologia para a produção descentralizada cujas dimensões são mais reduzidas, a Turbina de Tesla.

2.3.3 Microprodução

A microprodução caracteriza-se como uma vertente mais específica de produção descentralizada uma vez que a potência máxima gerada é bastante inferior quando comparada a uma central convencional, habitualmente à escala de um produtor doméstico ligadas à rede pública de baixa tensão.

A implementação da microprodução tem sido impulsionada por diversas situações como comerciais, políticas e ambientais. Não obstante a sua implementação apresenta vantagens em diversos campos,

sendo os mais relevantes os de nível técnico, ambiental, social económicos e de âmbito na regulação do mercado elétrico.

Em Portugal, de acordo com o Decreto-Lei 68/2002 de 25 de Março, o conceito de microprodução consiste na “produção de energia eléctrica em baixa tensão destinada predominantemente a consumo próprio, sem prejuízo de poder entregar a produção excedente a terceiros ou à rede pública”, no entanto “a potência a entregar à rede pública em cada ponto de recepção (...) não poderá ser superior a 150 kW”.

Mais recentemente, segundo o Decreto-lei n.º 25/2013, foi estabelecido que na produção de eletricidade por intermédio de unidades de microprodução a produção de eletricidade seria “mediante a utilização de uma unidade ou instalação monofásica ou trifásica, em baixa tensão, com potência de ligação até 5,75 kW” [16].

A microprodução caracteriza-se pela utilização de tecnologias com características muito específicas que operam para níveis de potência reduzidos permitindo a sua ligação direta às redes de distribuição em baixa tensão, não sendo preciso subestações elevadoras e redutoras. Esta é caracterizada pela geração de eletricidade e perto do local de consumo.

2.3.3.1 – Enquadramento legal da microprodução em Portugal

O aproveitamento otimizado dos recursos energéticos racionais é um vetor crucial e necessário ao desenvolvimento e ao progresso económico do País. Desta forma a figura do pequeno produtor de energia eléctrica está desde há muito tempo consagrada no regime jurídico português.

Assim, os regimes jurídicos de produção de eletricidade através de unidades de microprodução constam no Decreto-Lei n.º 363/2007 de 2 de Novembro, alterado pela lei n.º 67-A/2007, de 31 de Dezembro, que criou o Sistema de Registo da Microprodução (SRM) que constitui uma plataforma eletrónica de interação com os produtores, no qual todo o relacionamento com a Administração, necessário para exercer a atividade de microprodutor, poderá ser realizado [17]. O presente decreto-lei é responsável também pela criação dos dois regimes de remuneração: o regime geral e o bonificado. Entendendo-se por regime geral, todos os produtores que não obtenha, acesso ao regime bonificado. O regime bonificado é aplicável aos produtores que preencham cumulativamente os seguintes requisitos:

- a) A potência de ligação da respetiva unidade de microprodução não seja superior a 3,68 kW, ou no caso dos condomínios, a 11,04 kW;
- b) A unidade de microprodução utilize uma das fontes de energia previstas no n.º 6 do artigo 11.º (Solar, ou Eólica, ou Hídrica, ou Cogeração a biomassa, ou Pilhas de combustível com base em hidrogénio proveniente de microprodução renovável ou cogeração não renovável);

- c) O local de consumo associado à microprodução disponha de coletores solares térmicos com um mínimo de 2 m² de área útil de coletor ou de caldeira a biomassa com produção anual de energia térmica equivalente.

Este Decreto-Lei vem ainda salientar duas das medidas contempladas na Resolução do Conselho de Ministro n.º169/2005, de 35 de Outubro, que aprova a Estratégia Nacional para a Energia, no que respeita às linhas de orientação sobre as políticas renováveis e da eficiência energética.

O Decreto-Lei n.º67-A/2007 foi posteriormente revogado pelo Decreto-Lei n.º25/2013 de 19 de Fevereiro o qual iniciou um processo de revisão dos regimes jurídicos de microprodução, tendo em vista a respetiva integração, bem como a concretização e desenvolvimento das soluções mencionadas nos Decretos-Lei n.ºs 215-A/2012 e 215-D/2012, de 8 de Outubro, que completaram a transposição da Diretiva n.º2009/72/CE do Parlamento Europeu e do Conselho, de 13 de Julho, que estabelece regras comuns para o mercado interno da eletricidade, permitindo uma potência de ligação até 5,75kW [16].

Neste sentido, o presente Decreto-Lei altera os regimes jurídicos da microprodução para o autoconsumo, obrigando o comercializador a celebrar contratos de compra e venda da eletricidade produzida pelas respetivas unidades, revogando a produção de energia elétrica em baixa tensão destinada a consumo próprio, sem prejuízo da possibilidade de entrega da produção excedente a terceiros ou à rede pública. Procurava-se, então, novas soluções de produção de energia descentralizada e de inovação tecnológica de distribuição de energia elétrica, na tripla perspetiva de autoconsumo, de fornecimento a terceiros e de entrega de excedentes à rede.

Com as medidas implementadas, o governo reconhece o potencial da atividade de produção de autoconsumo, como forma de alavancar o conhecimento do respetivo perfil de consumo, induzindo comportamento de eficiência energética e contribuição ainda para a otimização dos recursos endógenos e para a criação de benefícios técnicos para a Rede Elétrica de Serviço Público (RESP) nomeadamente através da redução de perdas na mesma. Por outro lado, a implementação de política energética mais equilibrada e direcionada para a resolução dos problemas atuais das empresas, das famílias e do País, pode conduzir a fontes de energia final a preços competitivos e num modelo energético de racionalidade económica.

A 20 de Outubro de 2014 com o Decreto-Lei n.º 153/2014, o governo estabelece regimes jurídicos aplicáveis à produção de eletricidade, com ou sem ligação à rede elétrica pública, destinada ao autoconsumo na instalação de utilização associada à respetiva unidade produtora, baseada em tecnologias de produção renováveis ou não renováveis, passando assim, a beneficiar a microprodução e a miniprodução de um enquadramento legal único [57].

Com a portaria n.º 14/2015 de 23 de janeiro, posteriormente revogada pela Portaria n.º 60-E/2015, de 2 de março, é definido um procedimento para apresentação de mera comunicação prévia de

exploração das unidades de produção para autoconsumo, bem como para obtenção de um título de controlo prévio no âmbito da produção para autoconsumo ou da pequena produção para injeção total na rede elétrica de serviço público da energia elétrica produzida [58].

Do desenvolvimento da Portaria n.º 15/2015, de 23 de janeiro é definida a tarifa de referência aplicável à energia elétrica produzida através de unidades de pequena produção, nos termos do Decreto-Lei n.º 153/2014, de 20 de outubro. Esta evidencia ainda quais as percentagens a aplicar à tarifa de referência mediante a fonte de energia primária utilizada [59].

No seguimento das políticas mencionadas e considerando as tecnologias existentes associadas à produção descentralizada, o presente estudo pretendeu analisar uma turbina de Tesla, cuja aplicação vai ao encontro das exigências legais.

Capítulo 3. Turbina de Tesla

3.1 Estado de Arte

O engenheiro mecânico e eletrotécnico Nikola Tesla, nascido em 1856 na Sérvia, é vulgarmente conhecido pelos seus contributos no campo da produção, transporte e utilização de energia elétrica, no entanto é responsável pela criação de cerca de 300 patentes. Das diversas invenções que realizou durante toda a sua vida, destaca-se através do presente estudo uma turbomáquina patenteada em 1913 com um design particular, pouco convencional, que pode ser aplicada como uma bomba, um compressor ou uma turbina [60].

O design de Tesla distingue-se pelo facto de o rotor ser composto por um conjunto de discos paralelos, espaçados entre si, ao longo de um veio. Nesta turbina o fluido motor percorre o espaço entre os discos, fornecendo assim energia ao veio [61].

Num fluido que esteja em contacto com uma superfície, não porosa, em movimento, devido à viscosidade e às forças internas do fluido que impedem a separação do mesmo, inevitavelmente uma certa quantidade desse mesmo fluido é arrastado ao longo do corpo em movimento. Analogamente, se um corpo livre entrar em contacto com um fluido em movimento, por razões semelhantes às mencionadas em cima, é impelido no sentido do movimento do escoamento. Através deste fenómeno, parte da energia contida no fluido pode ser convertida em trabalho mecânico.

Para aplicações práticas de energia mecânica, proveniente da utilização de fluidos como fonte de energia, está demonstrado que, de modo a obter melhores rendimentos, as alterações na velocidade e na direção do escoamento do fluido devem ser o mais gradual possível. No entanto as tecnologias mais genéricas, apresentam alterações bruscas no escoamento, choques e vibrações. As tecnologias comuns aproveitam a energia dos fluidos através de pistões, pás, alhetas e lamina, que inevitavelmente, introduzem inúmeras limitações e acrescentam custos de produção e manutenção das máquinas. A turbina de Tesla foi desenvolvida de modo a ultrapassar as limitações das demais tecnologias, aumentando a eficiência na transmissão e transformação da energia contida no fluido em energia mecânica de um modo mais eficiente [61]. Tal conservação de energia é realizada devido à criação de um movimento livre de constrangimentos, distúrbios e alterações abruptas na velocidade e direção do movimento, evitando perdas na conversão de energia.

“Um fluido apresenta, entre outras, duas propriedades que se destacam, adesão e viscosidade”. A turbina de Tesla tira proveito destas propriedades, devido à condição de aderência de um fluido à parede não porosa [61]. Quando a superfície adquire a velocidade proveniente do fluido, devido à viscosidade, as forças internas no fluido impedem a separação molecular do mesmo. Assim, inevitavelmente, uma certa quantidade de fluido é arrastado ao longo de um corpo em movimento

(Figura 12). Analogamente, se um corpo livre entrar em contacto com um fluido em movimento, por razões semelhantes às mencionadas acima, é impelido no sentido do movimento do escoamento.

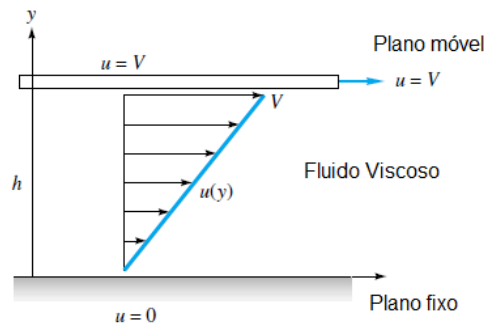


Figura 12 – Escoamento viscoso induzido pelo movimento relativo entre duas placas. Adaptado de [48].

O rotor da turbina é formado por uma série de discos finos e lisos, espaçados entre si e ligados a um eixo. Este está contido num involuço com uma ou mais tubeiras de modo a aumentar a velocidade do escoamento, e garantir que o ângulo de entrada do escoamento seja aproximadamente tangencial ao rotor [61]. O fluido escoar sob a forma de uma espiral desde o diâmetro exterior dos discos até perto do centro dos mesmos, onde existem uns orifícios por onde este é expelido, sendo responsável pelo desenvolvimento do binário gerado (Figura 13) [62] [63].

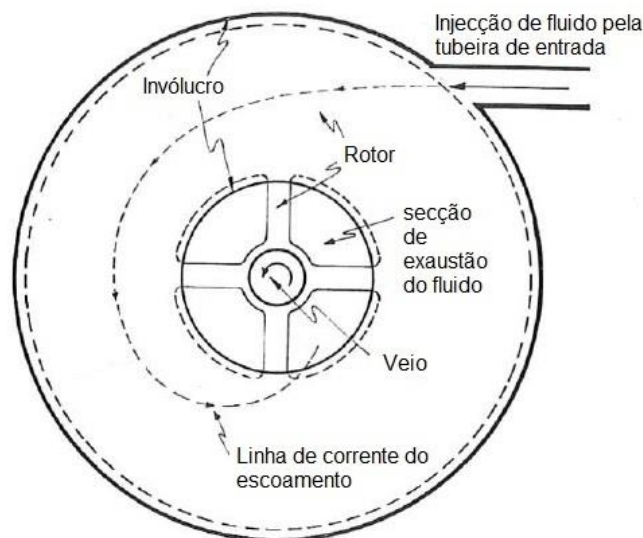


Figura 13 - Esquema da Turbina de Tesla. Adaptado de [64]

A potência gerada no veio, provém do escoamento do fluido, todavia com a mesma tecnologia, impondo um movimento ao veio é possível fornecer energia a um fluido. Assim, sem alterações físicas, é possível operar a turbina de tesla como uma bomba ou um compressor, dependendo do fluido.

Como bomba ou como um compressor, o fluido entra no rotor através dos orifícios junto ao veio. Ao entrar em contato com os veios o fluido é submetido ao efeito de uma força centrífuga e outra tangencial, propulsionando o fluido continuamente através do aumento da velocidade até que este atinja a saída da qual é ejetado.

O rendimento da turbina depende da velocidade de rotação do rotor, diâmetro e espaçamento entre os discos, as propriedades do fluido e do seu caudal, as condições das superfícies do disco, relação do raio assim como a folga entre o rotor e o invólucro do mesmo. Este tipo de turbina é caracterizada por ter elevado rendimento no rotor, no entanto o rendimento global da turbina, uma vez que esta é fortemente influenciado pela eficiência da entrada do bocal e o fluxo de saída, que normalmente apresenta valores reduzidos [65].

Ao longo de 40 anos após o desenvolvimento da turbina de Tesla, verificou-se que esta não despertou grande interesse na comunidade científica. Só a partir da década de 50 começaram a surgir os primeiros estudos de modelações analíticas de escoamento entre dois discos, estudos esses que continuam até à atualidade. Dos modelos analíticos realizados foram implementadas diferentes abordagens para a modelação, no entanto a maioria destes considera o fluido como laminar e incompressível.

Warren Rice descreve os avanços das investigações no campo da turbina de Tesla até o ano de 1991. Segundo este, existem duas abordagens que são importantes para a modelação matemática do escoamento no interior da turbina de Tesla. O método de substituição de series e a análise “bulk parameter” [66].

Recorrendo à análise “bulk parameter” é possível estudar escoamentos laminares como escoamentos turbulentos. Neste método, a interação resultante do atrito entre o fluido e as pás da turbina é representada por um fator de atrito empírico. Da simplificação apresentada pelo método, resulta no aparecimento de equações diferenciais que, juntamente com as condições de entrada e de fronteira, representam uma solução simples para se resolver numericamente a solução analítica que descreve o escoamento [66].

O método de substituição de series ainda que utilizado por diversos investigadores como Match e Warren Rice, apresenta uma baixa precisão nos valores obtidos [67].

Das diversas soluções existentes é comum considerar-se o fluido como incompressível, mas existem soluções considerando o fluido como compressível [68]. Relativamente ao regime do escoamento é comum analisar-se o escoamento como laminar em vez de turbulento uma vez que é possível obter melhores resultados devido à simplicidade das equações. Todavia o método é limitado devido ao valor empírico do fator de atrito [66].

Durante a sua pesquisa Rice contruiu seis turbinas diferentes, tendo por base a da patente da turbina de Tesla e as restantes com alterações de modo a verificar a influencia das diferentes características

geométricas. Dos resultados da turbina que construiu, identifica as variações de diversos parâmetros físicos na influência do desempenho da turbina [64].

Ao testar os diferentes modelos que construiu com ar comprimido, expelido para a atmosfera, Rice descobriu que variações no ângulo da tubeira de entrada, bem como a utilização de escoamentos supersônicos na entrada da turbina, resultaram numa melhoria do desempenho da Turbina. Posteriormente, diminuindo o espaçamento entre discos, bem como aumentando o número de discos verificaram-se novamente melhorias. Rice ao analisar os primeiros dados experimentais verificou que os dados que tinha obtido não correspondiam aos resultados analíticos. Assim aproveitando o conhecimento dos ensaios realizados, Rice desenvolve quatro novas turbinas sendo que apenas apresentou os resultados da última.

O rendimento definido por Rice é calculado através do quociente entre o trabalho gerado pelo veio da turbina pelo valor do trabalho ideal por unidade de massa.

Rice desenvolveu ainda um método de análise inicial tendo por base a teoria do escoamento em tubagens. Pela Figura 15 é possível obter valores aproximados para o rendimento de diferentes valores de pressão de entrada e para o quociente entre o raio exterior dos discos e o espaçamento entre dois discos seguidos (r_0/b) de 50.

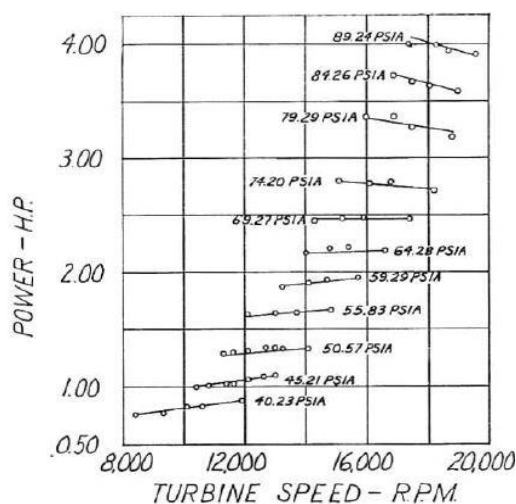


Figura 14 - Potência em função da velocidade de rotação de uma turbina de ar para diferentes valores de pressão de entrada [64]

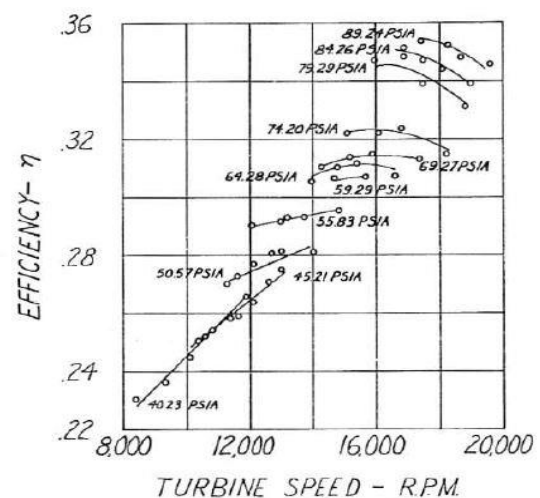


Figura 15 - Rendimento em função da velocidade de rotação de uma turbina de ar para diferentes valores de pressão de entrada [64]

A Figura 16 demonstra que para pequenos caudais a eficiência é máxima. Na Figura 17 é possível verificar que para elevados valores de velocidade tangencial a variação de pressão é elevada, assim como que para elevados caudais a variação de pressão é menor. Tal acontece porque a variação de pressão ocorre na camada limite devido aos efeitos de viscosidade, no entanto com o aumento do caudal a velocidade aumenta e a camada limite diminui.

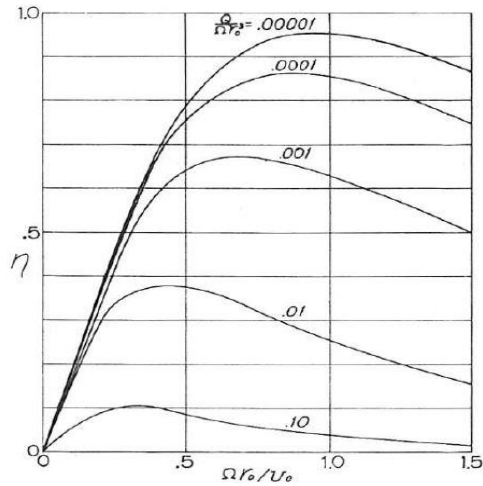


Figura 16 - Valores típicos para a eficiência para valores de $f=0.05$ e $r_0/b=50$ [64]

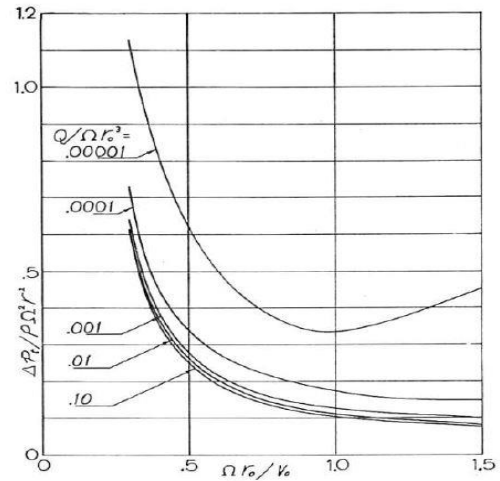


Figura 17 - Valores típicos para a variação de pressão no rotor para valores de $f=0.05$ e $r_0/b=50$ [64]

Mais recentemente, em 2012, Sengupta e Guha apresentaram uma teoria matemática simples para o campo de fluxo dentro de uma turbina de Tesla permitindo avaliar eficazmente o desempenho da mesma [67]. Vince D. Romanin desenvolve também uma solução analítica das equações que regem o comportamento do escoamento em microcanais entre discos de turbinas, como a turbina de Tesla, que permite um estudo paramétrico de desempenho da mesma com base dados adimensionais. Posteriormente, em 2015, Vedavalli Krishnan efetuou um estudo de desenvolvimento de turbinas de Tesla de reduzidas dimensões tendo por base o trabalho desenvolvido por Vince D. Romanin [69] [70].

Relativamente a ensaios experimentais foram desenvolvidos e testados diversos modelos de turbina Tesla, para diferentes fluidos, por muitos investigadores, incluindo o Rice, E. Lema, et al, Hoya e Guha, Vince D. Romanin, Vedavalli Krishnan, entre outros [64] [69] [70] [71]. Os resultados demonstram que o rendimento varia entre 14 e 40%, muito baixo quando comparado com o desempenho de grandes turbinas que podem atingir valores de cerca de 90%. Para as turbinas de dimensões reduzidas o rendimento típico, é inferior a cerca de 70%, mas ainda significativamente maior do que os valores de turbina Tesla [72].

Para o estudo da turbina de Tesla existem ainda diversas soluções numéricas para a análise do desempenho e otimização da turbina. Através da representação virtual do modelo físico em estudo, é possível, com custos reduzidos quando comparados com a experimentação, obter soluções às equações que caracterizam o escoamento. Dos trabalhos realizados para a turbina de Tesla considera-se relevante a otimização de uma turbina com recurso a um *software* comercial visando a sua utilização ao aproveitamento da energia existente nas tubagens de fornecimento de água no interior de uma habitação sem comprometer este serviço [62]. Considera-se ainda relevante o trabalho desenvolvido por Sengupta e Guha, que com recurso ao *software* comercial Fluent validam os

pressupostos do modelo analítico desenvolvido pelos mesmos [73]. Por último destaca-se o trabalho desenvolvido por Vedavalli Krishnan que recorrendo a diversos *softwares* de soluções numéricas verificou a influência dos diversos parâmetros físicos no desempenho da turbina. Foi ainda desenvolvido um interface gráfico de utilizador (GUI) em Matlab por forma a desenvolver um modelo físico específico mediante as necessidades pretendidas [70].

Desde a sua invenção, a turbina de Tesla não possui uma utilização comercial, provavelmente por não conseguir competir com as turbinas convencionais que apresentam rendimentos mais elevados. No entanto a turbina de Tesla tem sido vista como uma solução a considerar em aplicações onde as turbinas convencionais não conseguem operar, por o fluido possuir uma elevada viscosidade, possuir abrasivos, partículas solidas ou um fluido com duas fases. Tal acontece porque a velocidade da camada limite perto da parede do disco é demasiada reduzida, o que impede a colisão direta das partículas sobre o rotor. Por esta razão, a turbina é apontada como uma solução para o aproveitamento de vapor proveniente de fontes geotérmicas e gases industriais.

Devido à sua simplicidade, a turbina de Tesla consegue ser facilmente produzida, pois não apresenta geometrias complexas como as das turbinas convencionais. Sendo que ainda é possível conceber diferentes modelos de modo a obter melhores rendimentos (Figura 18 e Figura 19).

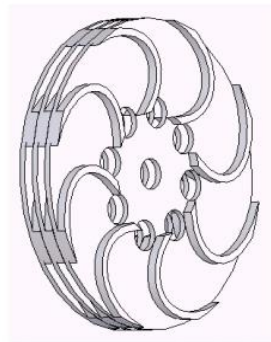


Figura 18 - Modelo da turbina de Tesla modificada (Tesla-Pelton) [74]

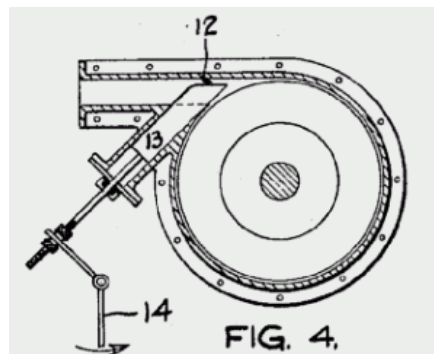


Figura 19 - Turbina de Tesla com regulação de caudal de entrada [75]

Exemplos disso são a concepção de uma turbina de Tesla modificada (Figura 18) desenvolvida para funcionar com vapor produzido numa caldeira, ou a alteração da tubeira de entrada, semelhante ao proposto por Tesla na sua patente de uma máquina voadora, onde Tesla modifica o estator da turbina de modo a regular o caudal de entrada (Figura 19).

3.2 Modelação Matemática

3.2.1 Considerações acerca do modelo matemático

O Modelo analítico utilizado neste trabalho, desenvolvido em 2012 por Sengupta e Guha, foi formulado utilizando um sistema de coordenadas cilíndricas. Este tem como base as equações de Navier-Stokes, sendo possível a determinação do binário e da potência ideal para a turbina [67]. De modo a comparar com os ensaios laboratoriais o modelo foi adaptado, como por exemplo dimensões da turbina e as características do fluido utilizado.

Por ordem a estabelecer o modelo matemático de um escoamento laminar que atravessa os discos de uma Turbina de Tesla deve ter-se em consideração o princípio da força de arrastamento entre um fluido e um sólido. Para o domínio matemático foi considerado um domínio tridimensional entre dois discos circulares separados axialmente (eixo z) por uma distância b . A entrada do fluido encontra-se perpendicular aos discos junto ao raio exterior e a saída encontra-se no raio interior dos discos.

No modelo, à semelhança do desenvolvido por Sengupta e Guha, os discos do rotor foram considerados como um círculo de raio r_2 , com um furo no seu centro de raio r_1 , no entanto o disco real possui quatro furos para a saída do fluido, ver Figura 20. A simplificação pode resultar numa pequena deturpação dos resultados, mas a ordem de grandeza mantém-se constante.

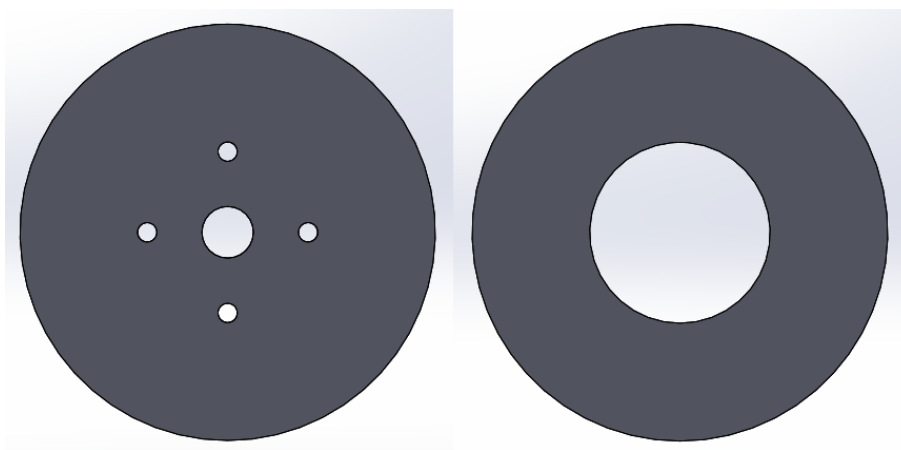


Figura 20 - Esquema de um disco do rotor da turbina. O da esquerda representa um disco real e o da direita representa o disco utilizado para o modelo matemático.

O Princípio de não escorregamento é o fenômeno base para o funcionamento da Turbina de Tesla. Se um fluido e um sólido movimentarem-se na mesma direção, com velocidades absolutas de V e U respectivamente. Quando $V > U$ significa que a velocidade relativa é positiva o que, por sua vez indica a existência de um gradiente de velocidade junto aos discos. Este gradiente de velocidade é responsável pelo desenvolvimento de uma tensão de corte que, por sua vez, é responsável pelo desenvolvimento do binário.

Caso o binário gerado seja superior ao binário provocado pelas perdas, o veio da turbina possui energia suficiente para produzir energia mecânica. Com o aumento de velocidade do escoamento no rotor, a velocidade relativa entre o fluido e os discos diminui, resultando numa desaceleração da velocidade angular no rotor.

Com o modelo apresentado é possível compreender a influência das diversas variáveis no funcionamento da turbina.

Por forma a desenvolverem o modelo analítico, Sengupta e Guha postularam as seguintes considerações para o modelo:

- I. O fluido em estudo é um fluido Newtoniano com propriedades constantes;
- II. O escoamento é estacionário;
- III. O escoamento é simétrico;
- IV. A velocidade axial (na direção z) é desprezável, quando comparada com as restantes velocidades;
- V. Os gradientes radiais são menores que os gradientes axiais;
- VI. As forças do corpo em r e θ são desprezáveis;
- VII. O escoamento é considerado como laminar;
- VIII. As características do escoamento entre dois discos são idênticas, independentemente da cota em z ;
- IX. A aceleração gravítica é desprezável.

3.3 Modelo Analítico

Recorrendo às equações de Navier-Stokes é possível descrever o comportamento de um escoamento. Estas consistem numa equação para a conservação de massa, três equações para a conservação da quantidade de movimento e uma equação para a conservação de energia.

No presente caso de estudo apenas foram utilizadas as equações de conservação de massa e da quantidade de movimento, descrevendo assim a relação entre a velocidade, pressão e densidade de um fluido em movimento [76].

As equações da continuidade, quantidade de movimento e as condições fonteira foram escritas considerando um sistema de coordenadas cilíndricas e as velocidades como velocidades relativas, sendo que estas se relacionam com as velocidades absolutas da seguinte maneira:

$$U_r = V_r \quad (1)$$

$$U_\theta = V_\theta + \Omega \times r \quad (2)$$

$$U_z = V_z \quad (3)$$

Sendo U_r a componente radial da velocidade absoluta, V_r a componente radial da velocidade relativa, U_θ a componente da velocidade absoluta em θ , V_θ a componente da velocidade relativa em θ , Ω velocidade de rotação dos discos, r a coordenada radial, U_z a componente da velocidade absoluta em z , V_z a componente da velocidade relativa em z .

3.2.1 Equações de movimento em coordenadas cilíndricas

Todas as leis da mecânica são escritas para um sistema que é definido como um quantidade de massa fixa e esta separado do ambiente pela fronteira do mesmo, sendo que tudo o que for externo a esse sistema é designado pelo termo vizinhança. As leis da mecânica estabelecem assim o que resulta da interação entre um sistema e a sua vizinhança [48].

Ao aplicar as leis da mecânica a um volume de controlo infinitamente pequeno é possível escrever equações diferenciais que descrevam o movimento do fluido. As equações utilizadas de seguida para descrever o escoamento, são aplicadas para o escoamento de um fluido newtoniano incompressível com valores constantes de viscosidade absoluta (μ) e índice isentrópico (k) em coordenadas cilíndricas [48].

Equação da continuidade

A lei mais simples, que caracteriza a interação entre um sistema e a sua vizinhança, é a da quantidade de massa fixa que indica que a massa de um sistema conserva-se¹. Considerando a conservação da massa e um volume de controlo infinitesimal ($dr, d\theta, dz$) como representado na Figura 21, é possível escrever uma equação diferencial de conservação da massa, frequentemente designada por equação da continuidade em coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

¹ Caso sejam desprezadas as reações nucleares, onde a massa pode ser transformada em energia.

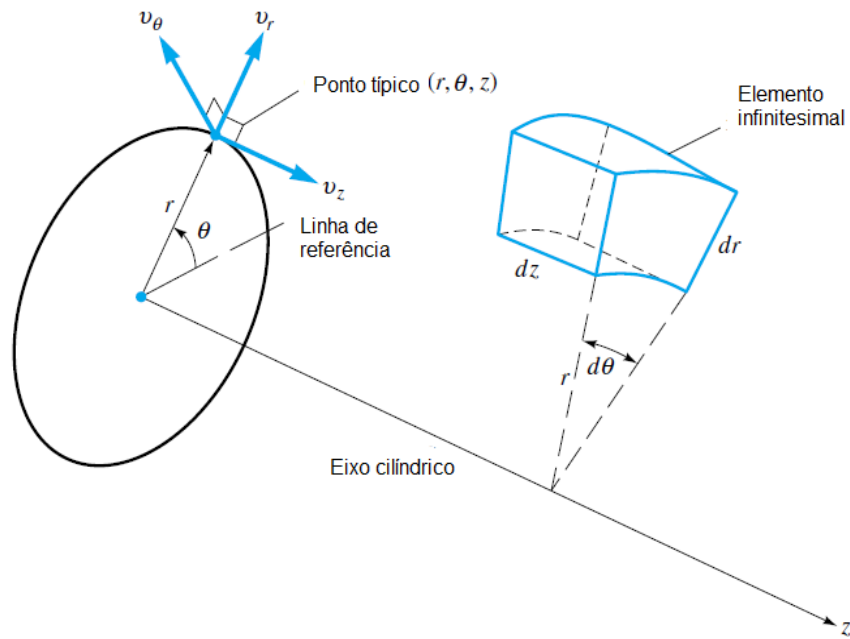


Figura 21 - Esquema para definição do sistema de coordenadas cilíndricas. Adaptado de [48]

Atendendo às considerações III e IV efetuadas anteriormente, pode considerar-se respetivamente que a derivada da componente da velocidade relativa em θ em ordem de θ $\left(\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}\right)$ é nula e a derivada da componente da velocidade relativa em z em ordem de z $\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)$ é desprezável, pelo que assim é possível simplificar a expressão (4), obtendo-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) = 0 \quad (5)$$

Reescrevendo a expressão (5), obtêm-se:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} = 0 \quad (6)$$

Que representa a equação da continuidade simplificada para o modelo matemático utilizado.

Equação da quantidade de movimento

Caso a vizinhança exerça uma força sobre um sistema, segundo a segunda Lei de Newton, a massa acelera.

$$F = m \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} (m V) \quad (7)$$

Em mecânica dos fluidos a lei de Newton é designada por quantidade de movimento, sendo que considera-se que o fluido se encontra sujeito a forças volúmicas² (campo gravítico) e a forças de superfície (tensões viscosas e pressão). Por se tratar de uma equação com componentes vetoriais significa que necessita ser analisada e todas as coordenadas que caracterizem o volume do sistema [48].

Equação da quantidade de movimento em r

Considerando o mesmo volume de controlo utilizado para caracterizar a equação da continuidade (Figura 21) a quantidade de movimento de movimento linear em r é descrita por:

$$\frac{DU_r}{Dt} + (V \cdot \nabla)U_r - \frac{1}{r}U_\theta^2 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + g_r + v \left(\nabla^2 U_r - \frac{U_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} \right) \quad (8)$$

Atendendo à consideração IX atrás indicada, conclui-se que é possível considerar o termo $(V \cdot \nabla)U_r$ como negligenciável.

Uma vez que a derivada material representa a variação de qualquer propriedade devido à variação de posição e da passagem do tempo num elemento de fluido, tem-se que [48]:

$$\frac{DU_r}{Dt} = \frac{\partial U_r}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + U_z \frac{\partial U_r}{\partial z} \quad (9)$$

A equação anterior pode ser simplificada levando em conta os seguintes pressupostos:

- como se trata de um escoamento estacionário, devido à consideração número II, considera-se a derivada da componente r da velocidade absoluta em ordem ao tempo $\left(\frac{\partial U_r}{\partial t}\right)$ como nula;
- devido à consideração III sabe-se que o produto entre, o quociente da componente θ velocidade absoluta pelo raio, com a derivada da componente r da velocidade absoluta em ordem a θ $\left(\frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta}\right)$ é nulo;
- da consideração IV considera-se que o produto entre a componente z da velocidade absoluta e a derivada da componente r da velocidade em ordem a z $\left(U_z \frac{\partial U_r}{\partial z}\right)$ é desprezável.

Assim, a expressão número (9) simplifica-se e obtém-se:

$$\frac{DU_r}{Dt} = U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} \quad (10)$$

² Neste trabalho, para as forças volúmicas, foram desprezadas as forças resultantes por campos eletromagnéticos.

Com a simplificação da derivada material da expressão número (8), o lado esquerdo da equação adquire a seguinte forma:

$$U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{1}{r} U_\theta^2 \quad (11)$$

Do lado direito da expressão número (8), o componente do operador laplaciano, pode ser escrito da seguinte forma: [48]

$$\nabla^2 U_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} \quad (12)$$

Na equação anterior perante as considerações aplicadas sabe-se que:

- para $\nabla^2 U_r$, perante a consideração V sabe-se que, $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_r}{\partial r} \right) \ll \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2}$, sendo assim possível desprezar-se o menor termo ;
- perante a consideração III, $\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial \theta^2} = 0$ assim como $v \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} \right) = 0$;
- como as forças do corpo em r e θ são desprezáveis, resultado da consideração VI, assume-se que $\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$ e que $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$, deste modo é possível escrever que $\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{dp}{dr}$.
- da consideração V, sabe-se que $\frac{U_r}{r^2} \ll \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2}$.

Tendo em consideração as simplificações mencionadas, o lado direito da equação da quantidade de movimento em r , pode ser aproximado para:

$$-\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2}$$

Por último, substituindo os termos de velocidade absoluta e relativa das equações (1), (2) e (3), obtém-se a seguinte expressão para a quantidade de movimento em r :

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_\theta^2}{r} - 2V_\theta \Omega - \Omega^2 r = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \quad (13)$$

Equação da quantidade de movimento em θ :

Considerando o mesmo volume de controlo utilizado para caracterizar a equação da continuidade (Figura 21), a quantidade de movimento de movimento linear em θ é descrita por:

$$\frac{DU_\theta}{Dt} + (V \cdot \nabla)U_\theta + \frac{1}{r}U_rU_\theta = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r} + g_\theta + v \left(\nabla^2 U_\theta - \frac{U_\theta}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial U_r}{\partial \theta} \right) \quad (14)$$

Analogamente à equação da quantidade de movimento em r , é possível negligenciar o termo $(V \cdot \nabla)U_\theta$.

Relativamente à derivada material, como acontece na equação (9), devido às considerações iniciais é possível escrever a derivada da seguinte forma:

$$\frac{DU_\theta}{Dt} = U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} \quad (15)$$

Reescrevendo o lado esquerdo da equação da quantidade de movimento em θ , temos que:

$$\rho \left[U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r}U_rU_\theta \right] \quad (16)$$

Para o lado direito da expressão (14), o operador laplaciano pode ser escrito da seguinte forma:

$$\nabla^2 U_\theta = \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2} \quad (17)$$

Tendo em conta as seguintes considerações, sabe-se que:

- para $\nabla^2 U_\theta$, perante a consideração V, que $\left(\frac{\partial^2 U_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_\theta}{\partial r} \right) \ll \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2}$, sendo assim possível desprezar-se o menor termo;
- segundo a consideração III que $\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U_\theta}{\partial \theta^2} = 0$, assim como, $v \left(\frac{2}{r^2}\frac{\partial U_r}{\partial \theta} \right) = 0$ e $\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$;
- da consideração número V, sabe-se ainda que $\frac{U_r}{r^2} \ll \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2}$.

Tendo em consideração as simplificações mencionadas, o lado direito da equação da quantidade de movimento em θ , pode ser aproximado para:

$$\mu \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2} \quad (18)$$

Substituindo os termos de velocidade absoluta e relativa, obtém-se a seguinte expressão para a quantidade de movimento em θ :

Quantidade de movimento em z:

$$\frac{DU_z}{Dt} + (V \cdot \nabla)U_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + g_z + v \nabla^2 V_z \quad (19)$$

Considerando o mesmo volume de controlo utilizado para caracterizar a equação da continuidade (Figura 21), a quantidade de movimento de movimento linear em z é descrita por:

$$\frac{DU_z}{Dt} + (V \cdot \nabla)U_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + g_z + v (\nabla^2 U_z) \quad (20)$$

Resultante da consideração número IV, a velocidade axial (na direção z) é desprezável quando comparada com as restantes velocidades, sendo assim possível remover todos os termos que contenham a velocidade axial. Perante a simplificação, obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

Sendo que P é uma pressão modificada, onde:

$$P = p - \rho g_z z \quad (22)$$

Sendo que p é a pressão, ρ é massa específica, g_z é a componente em z da aceleração em gravidade e z é a cota de altura.

3.2.2 Condições de Fronteira

Uma condição fronteira expressa o comportamento de uma função junto às extremidades físicas, sendo que este comportamento será imposto ao fluido nas extremidades do escoamento. Para a resolução numérica das equações diferenciais, é necessário indicar caracterizar o espaço físico que o escoamento irá percorrer de modo a conseguir resolver o sistema de equações.

Perante a geometria da turbina de Tesla, o domínio para a solução matemática é metade de um espaço tridimensional entre dois discos separados axialmente (na direção z) por uma distância b/2, como representado na Figura 22. A entrada do escoamento no rotor acontece na periferia dos discos, a uma distância r_2 do centro do veio. A saída do escoamento no rotor da turbina acontece no centro dos discos, a uma distância r_1 do centro do veio.

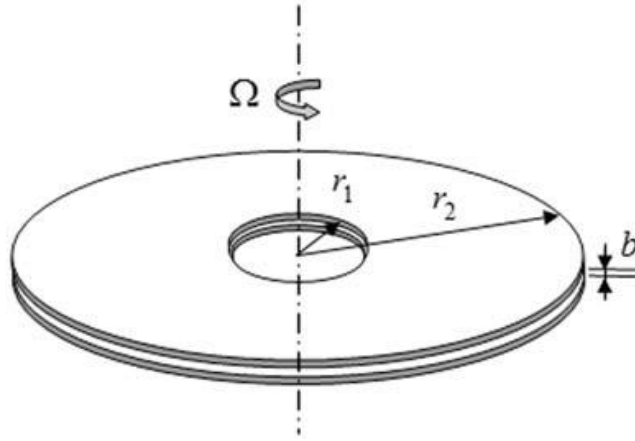


Figura 22 - Esquema do modelo físico para a modelação matemática [67]

Perante a nomenclatura da Figura 22, as condições fronteira são as seguintes:

$$\bar{V}_r = \bar{V}_{r_2}, \text{ para } r = r_2 \quad (23)$$

$$V_r = 0 \text{ e } V_\theta = 0, \text{ para } z = 0 \quad (24)$$

$$V_r = 0 \text{ e } V_\theta = 0, \text{ para } z = b \quad (25)$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial z} = \frac{\partial V_\theta}{\partial z} = 0, \text{ para } z = b/2 \quad (26)$$

Definidas as condições fronteira nos discos, a velocidade relativa tangencial e radial entre r_1 e r_2 é modelada de acordo com:

$$V_r(r, z) = \bar{V}_{r_2} \xi(R)G(z) \quad (27)$$

$$V_\theta(r, z) = \bar{V}_{\theta_2} \zeta(R)H(z) \quad (28)$$

Sendo:

$$R = \frac{r}{r_2} \quad (29)$$

$$\xi(R) = \frac{\bar{V}_r(r)}{\bar{V}_{r_2}} \quad (30)$$

$$\zeta(R) = \frac{\overline{V_\theta}(r)}{\overline{V_{\theta 2}}} \quad (31)$$

$$G(z) = \frac{V_\theta(r, z)}{\overline{V_\theta}(r)} \quad (32)$$

$$H(z) = \frac{V_r(r, z)}{\overline{V_r}(r)} \quad (33)$$

Em que G e H representam a variação da velocidade radial e tangencial em z, entre dois discos sucessivos. Para o presente estudo assume-se que o perfil já está totalmente desenvolvido, sendo desprezado o comprimento de desenvolvimento hidrodinâmico. Perante a simplificação considerada, as expressões H e G podem ser expressas como:

$$H = 6 \times \frac{z}{b} \left(1 - \frac{z}{b}\right) \quad (34)$$

$$G = 6 \times \frac{z}{b} \left(1 - \frac{z}{b}\right) \quad (35)$$

onde b é considerada como a distância entre dois discos sucessivos.

3.2.3 Integração das equações da continuidade e da quantidade de movimento

As equações (27) e (28) demonstram que para determinar corretamente a componente radial da velocidade (V_r) e a componente tangencial da velocidade (V_θ) é necessário determinar a média adimensional da velocidade radial relativa ($\xi(R)$) e a média adimensional da velocidade tangencial relativa ($\zeta(R)$).

Integrando a equação diferencial da equação da continuidade (ANEXO A) em ordem ao raio dos discos e ao espaçamento entre discos,

$$\int_0^h \int_{r_2}^r \frac{\partial(r V_r)}{\partial r} dr dz = 0 \quad (36)$$

obtém-se:

$$\Leftrightarrow \xi(R) = \frac{r_2}{r} \quad (37)$$

A expressão (43) corresponde à média adimensional da velocidade radial relativa e substituindo-a na equação (27) é possível definir completamente a componente radial da velocidade.

Integrando a equação da quantidade de movimento em θ em ordem a z no domínio de 0 a $b/2$, têm-se que:

$$\int_0^{\frac{b}{2}} V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} dz = \int_0^{\frac{b}{2}} -\frac{V_r V_\theta}{r} dz + \int_0^{\frac{b}{2}} -2\Omega V_r dz + \int_0^{\frac{b}{2}} v \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} dz \quad (38)$$

Para a integração das equações da quantidade de movimento em r e em θ , Sengupta e Guha introduzem três novas variáveis adimensionais. Uma pressão adimensional (p'), uma relação adimensional para a velocidade radial (ϕ_2) e uma relação adimensional para a velocidade tangencial (γ).

$$p' = \frac{p - p_2}{\rho \Omega^2 r_2^2} \quad \phi_2 = \frac{\overline{V_{r2}}}{\Omega r_2} \quad \gamma = \frac{\overline{U_{\theta 2}}}{\Omega r_2} \quad (39)$$

Substituindo as variáveis adimensionais e resolvendo a integração (ANEXO B) obtêm-se a seguinte equação diferencial:

$$\Leftrightarrow \zeta = \frac{C_3}{R} + \frac{C_4 e^{-\frac{C_1 R^2}{2}}}{R} \quad (40)$$

sendo,

$$C_1 = \frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2}, C_2 = -\frac{10}{6(\gamma - 1)}, C_3 = \frac{C_2}{C_1}, C_4 = (1 - C_3) e^{\left(\frac{C_1}{2}\right)}$$

A expressão (40) corresponde à média adimensional da velocidade radial relativa e substituindo-a na equação (28) é possível definir completamente a componente radial da tangencial.

3.2.4 Expressão do Binário, Potência e Rendimento

Caracterizadas as componentes das velocidade torna-se assim possível determinar as expressões para o binário, a potência e o rendimento.

A tensão de corte para uma face de um único disco é dada por,

$$\tau(r) = \left[\mu \frac{\partial V_\theta(r, z)}{\partial z} \right]_{para z=0} = \left[\mu \frac{\partial \overline{V_{\theta 2}} \zeta(R) G(z)}{\partial z} \right]_{para z=0} = \frac{6 \mu \overline{V_{\theta 2}} \zeta(R)}{b} \quad (41)$$

Considerando uma área elementar circular com uma espessura dr para um valor de r de raio, o binário gerado pela tensão de corte é igual a $\tau(2\pi r dr)(r)$. Assim, o binário gerado para uma face de um disco é calculada integrando o binário elementar (ANEXO C), obtendo-se:

$$T = \frac{12\pi\mu\overline{V_{\theta 2}}r_2^3}{b} \left(\frac{C_3}{2}(R_2^2 - R_1^2) + \frac{C_4}{C_1} \left(e^{\left(\frac{-C_1 R_2^2}{2}\right)} - e^{\left(\frac{-C_1 R_1^2}{2}\right)} \right) \right)^3 \quad (42)$$

O binário total produzido pelo rotor da turbina é o somatório do binário produzido em todas as superfícies dos diferentes discos e é calculado por:

$$T_{turb} = 2(n_d - 1) \times T \quad (43)$$

sendo n_d o número de discos.

Para o cálculo da potência teórica ideal multiplica-se a velocidade de rotação pelo binário gerado de modo a obter a expressão para a potência.

$$Pot = T_{turb} \times \Omega \quad (44)$$

Conhecida a potência gerada pelo veio da turbina e a potência hidráulica existente na entrada da turbina é possível calcular o rendimento global da turbina η_0 .

O rendimento de uma turbina hidráulica pode ser definido como o trabalho desenvolvido pelo rotor por unidade de tempo dividida pela diferença em energia hidráulica entre a entrada e a saída da turbina na unidade de tempo.

$$\eta_0 = \frac{Pot}{P_h} \times 100 \quad (45)$$

Com as equações mencionadas, é possível caracterizar corretamente as curvas de funcionamento da turbina em estudo, permitindo a análise do seu desempenho.

³ A expressão indicada difere ligeiramente da presente no artigo “A theory of Tesla disc turbines” desenvolvido por Sengupta e Guha. Perante os cálculos apresentados no anexo C e pelo artigo “Flow of a nanofluid in the microspacing within co-rotating discs of a Tesla turbine” dos mesmos autores, acredita-se que exista um lapso na escrita do artigo.

3.3 Simulação Computacional

São inúmeros os problemas de interesse prático em Mecânica dos Fluidos que não podem ser resolvidos analiticamente devido à complexidade das equações matemáticas. Para ultrapassar esta limitação recorre-se à implementação de métodos numéricos e técnicas que permitem a utilização de computadores, tornado assim possível a obtenção de uma resolução para um maior número de problemas (Figura 23). Neste sentido, surgiu assim uma nova área de investigação, a Mecânica dos Fluidos Computacional (MFC)⁴ [77].

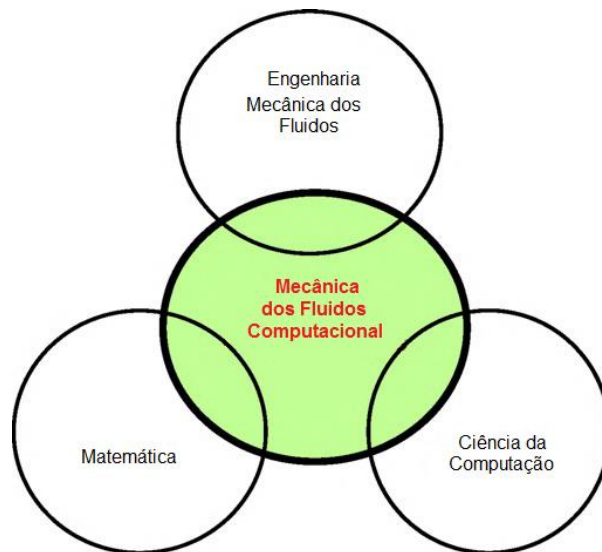


Figura 23 - Os diferentes domínios utilizados pela mecânica dos fluidos computacional. Adaptado de [77]

Atualmente, para a resolução de problemas de dinâmica de fluidos ou de transferência de calor existem três abordagens (Figura 24) a resolução analítica, experimentação e resolução numérica. A mecânica dos fluidos computacional tira proveito da ciência da computação de modo a gerar soluções numéricas, sendo cada vez mais utilizada uma vez que permite ultrapassar as limitações da experimentação, tais como instalações caras e a dificuldade de garantir uma semelhança dinâmica, e as limitações da teoria, tais como na definição da geometria que introduz uma elevada complexidade nas equações ou ainda na existência de fenómenos de turbulência que resultam igualmente numa elevada complexidade nas equações que descrevem o escoamento.

Os três métodos da Figura 24 interrelacionam-se entre si e caso sejam bem implementados deverão apresentar resultados semelhantes [77].

⁴ Mecânica dos Fluidos computacional ou Computational Fluid Dynamics (CFD) na bibliografia saxónica.

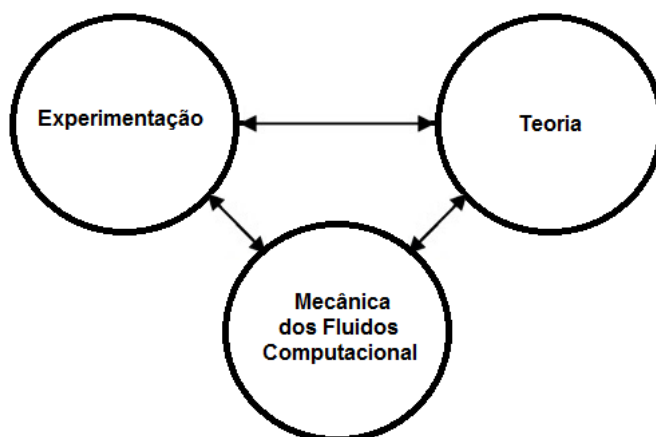


Figura 24 - As três abordagens básicas para a resolução de problemas de dinâmica de fluidos e de transferência de calor. Adaptado de [78].

Apesar da apreciação favorável de MFC, em situações de projeto tem sido utilizado apenas como uma ferramenta auxiliar no estudo, sendo que os ensaios experimentais ainda são os utilizados para a recolha de informações e validação de resultados [77]. Os erros numéricos existem em sistemas de computação, e deste modo os resultados obtidos poderão não descrever a realidade. Ainda que apresentem escoamentos “bem comportados” de nada servem se estes não descreverem um retrato realista do sistema em análise. Assim, é fundamental que o utilizador de MFC analise corretamente e faça juízos críticos sobre os resultados obtidos.

3.3.1 Procedimento para a implementação da solução numérica

Segundo Versteeg e Malalaseka os programas comerciais de análise dinâmica de fluidos computacionais, possuem três grandes etapas, o pré-processamento, o processamento e em último o pós-processamento [79].

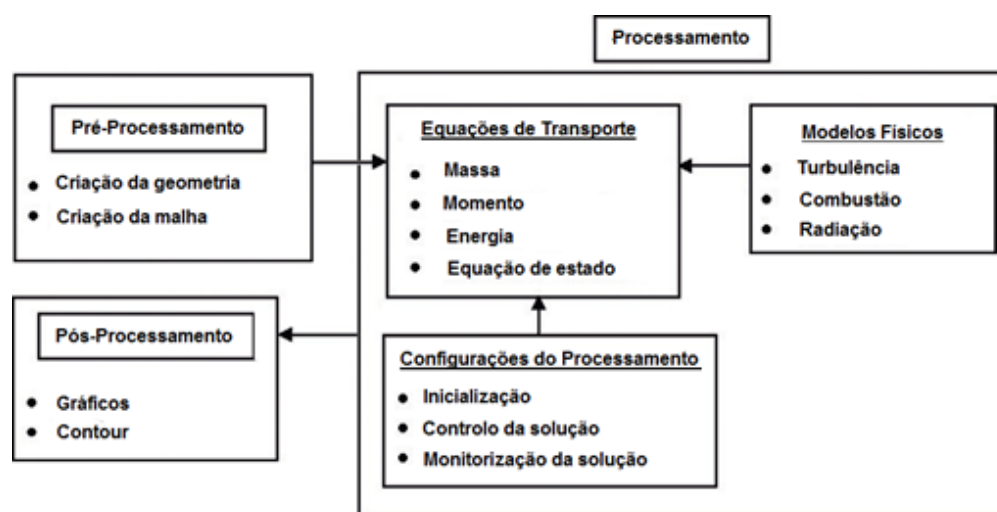


Figura 25- As três grandes etapas presentes nos programas comerciais de mecânica de fluidos computacional. Adaptado de [77].

3.3.1.1 Pré-processamento

O pré-processamento consiste na introdução dos parâmetros que serão utilizados no processamento e que caracterizam o problema [79]. Nesta fase estão compreendidas as seguintes ações:

A. Caracterização do domínio computacional

O primeiro passo em qualquer análise de MFC é a caracterização e a criação da geometria da região do escoamento, isto é, o domínio computacional para os cálculos de MFC. De modo a simplificar o cálculo numérico, o domínio computacional não tem que ser sempre idêntico ao modelo físico, podendo apenas contar com a parte que se pretende estudar como se pode ver no exemplo da Figura 26.

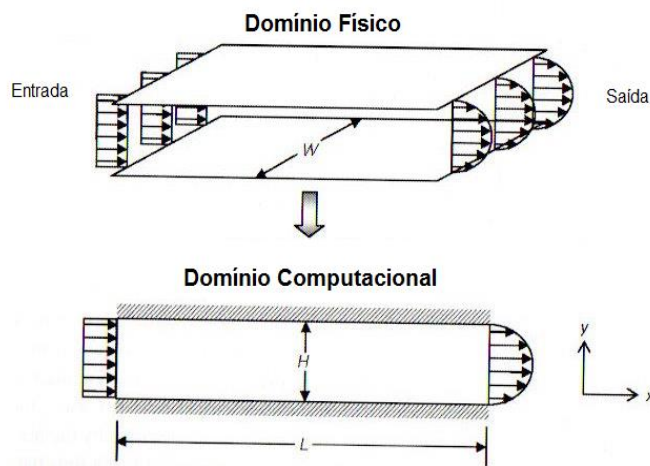


Figura 26 - Domínio físico vs domínio computacional para um escoamento entre duas placas paralelas fixas. Adaptado de [77]

B. Geração da malha computacional

O segundo passo do pré-processamento é a geração de uma malha computacional, sendo um dos passos mais importantes de todo o processo. A geometria desenvolvida é dividida em subdomínios de menores dimensões, não sobrepostos. Isto resulta na criação de uma malha que recobre toda a geometria e onde serão resolvidas numericamente as equações que governam o escoamento.

A precisão de uma solução MFC é fortemente influenciada pelo número de células na malha dentro do domínio computacional.

C. Caracterização das propriedades do fluido

Por forma a resolver a simulação numérica é necessário caracterizar corretamente o fluido em estudo, indicando as propriedades dos mesmos e os modelos físicos utilizados (Figura 27).

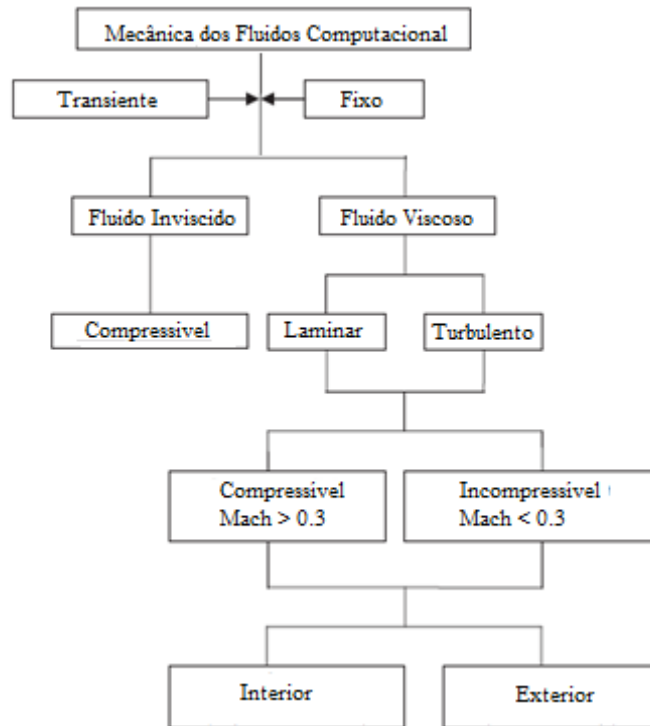


Figura 27 - Fluxograma que caracteriza os diferentes tipos de fluido em MFC. Adaptado de [61].

D. Definição das condições de fronteira, que representam os limites do domínio, assim como as condições iniciais e finais.

Por forma a representar a realidade o máximo possível, o utilizador deve copiar as condições físicas a que está sujeito o fluido para o seu modelo computacional. Sejam estas as condições iniciais e finais do escoamento, assim como as propriedades físicas das regiões que se encontram na vizinhança do sistema em estudo (Figura 28).

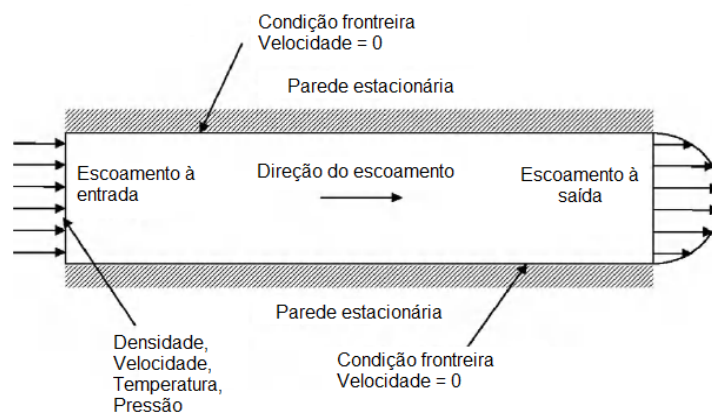


Figura 28 - Exemplo: Indicação das condições iniciais e de fronteira num escoamento no interior de um tubo. Adaptado de [77]

3.1.1.2 Processamento (Solver)

O Processamento é um mecanismo responsável pela implementação das técnicas numéricas, permitindo a resolução eficaz dos problemas físicos. Os métodos numéricos que formam a base do processamento executam os seguintes passos [79]:

1. Identificação das variáveis incógnitas do escoamento;
2. Discretização das equações diferenciais, nas equações de transporte que governam o escoamento, segundo uma manipulação matemática;
3. Solução das equações algébricas.

3.1.1.3 Pós-processamento

O processamento gera uma grande quantidade de resultados (em cada nó da malha), que podem ser apresentados de diversas formas, tais como:

- Visualização da geometria e da malha (Mesh);
- Gráficos de vetores (Vector). Tipicamente vetor de velocidade;
- Linhas e gráficos de contornos (Contour). Gráfico de isolinhas de uma variável dependente;
- Visualização das linhas de corrente, que ajuda a perceber o escoamento (Streamline).

3.4 Equações que governam o escoamento em MFC

Todas as soluções de *software* de MFC têm por base as equações que governam os escoamentos em mecânica dos fluidos. A equação da continuidade, a equação da quantidade de movimento e a equação da energia que têm por base a conservação da massa, a segunda lei de Newton e a conservação da energia. Estas por sua vez podem ser escritas em diferentes formas. Mediante o modelo gerado as equações podem ser mais ou menos complexas [80].

Apenas uma percentagem mínima de problemas práticos de mecânica de fluidos podem ser resolvidos analiticamente, pelo que cada vez mais se recorre a soluções numéricas. O *software* de MFC, resolve numericamente as equações do escoamento sobre a malha gerada. Este processo resulta de um processo iterativo como representado na Figura 29.

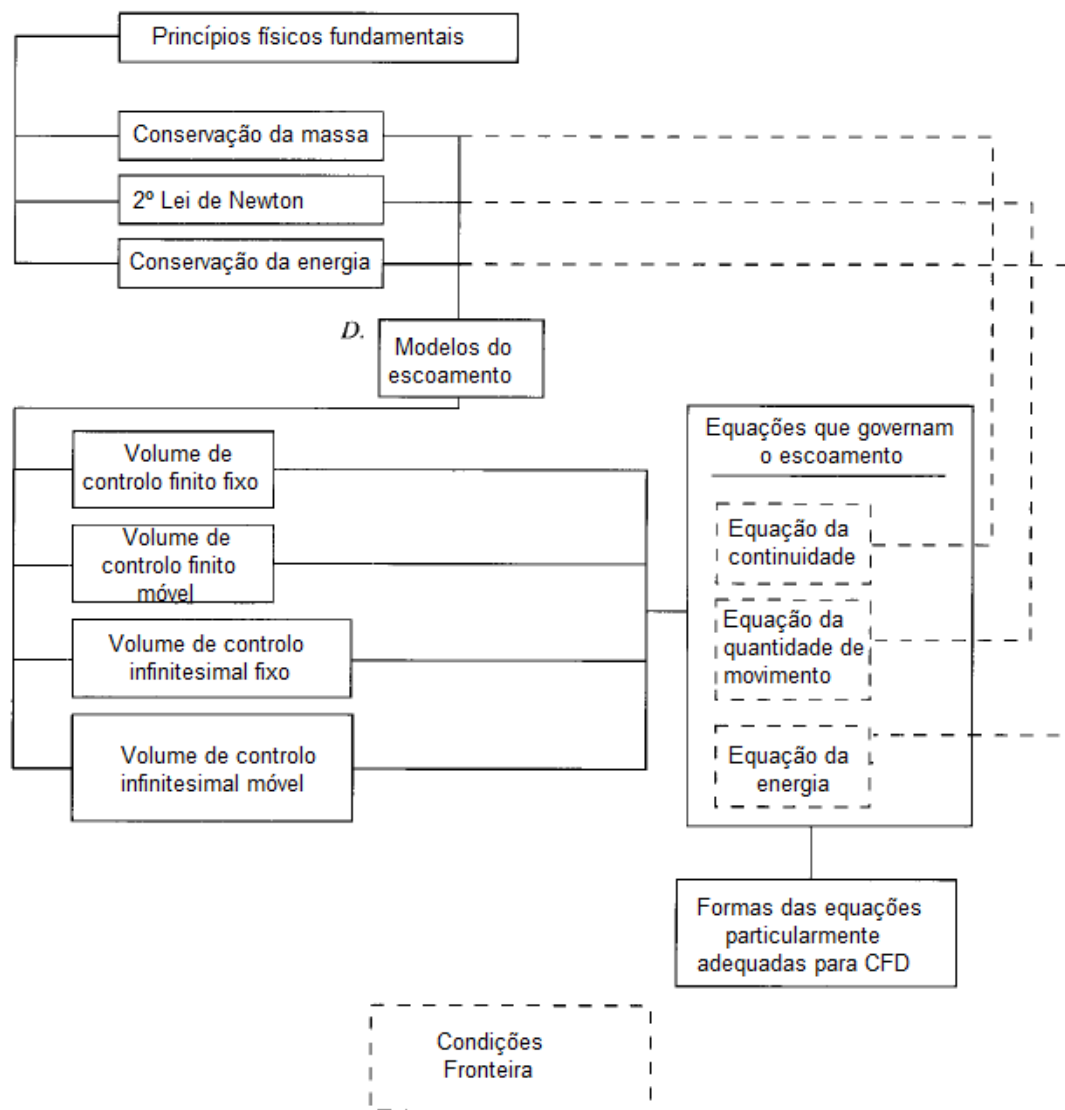


Figura 29 - Fluxograma dos princípios físicos fundamentais e das equações utilizadas em MFC. Adaptado de [80]

3.4.1 Modelos para a caracterização do escoamento – Volume de controlo finito

Como já referido as soluções de *software* de MFC têm por base a resolução das equações que governam o escoamento numericamente em volumes de controlo finito.

Os fluidos são meios contínuos em aplicações correntes de engenharia, onde as variações nas suas propriedades são suaves de ponto para ponto⁵. Deste modo é possível utilizar-se o cálculo diferencial em mecânica dos fluidos.

Imagine-se um volume fechado com uma região finita no escoamento. Este volume define um volume de controlo fixo com uma quantidade de partículas de fluido finitas delimitado por uma superfície de controlo. O volume pode ser fixo no espaço enquanto o fluido atravessa o mesmo, ou

⁵ Admite-se no entanto descontinuidades em interfaces entre fluidos diferentes ou nas ondas de choque

o volume pode acompanhar o escoamento e as partículas existentes dentro do volume são sempre as mesmas.

De forma semelhante ao volume de controlo finito, imagine-se ainda um volume infinitesimal com um volume diferencial. Sendo um elemento de fluido infinitesimal tem um volume não finito, infinitesimalmente pequeno, mas contém um número elevado de partículas, pelo que se considera o meio contínuo, sendo aplicável o cálculo diferencial [78].

Para o volume infinitesimal pode ser aplicada a mesma análise que ao volume diferencial. Em vez de se analisar um volume grande do escoamento apenas se aplica os princípios físicos a uma parte infinitesimal desse mesmo fluido.

Aplicando a equação da continuidade aos diferentes modelos (Figura 30), é possível verificar as diferenças nas expressões matemáticas, mediante a análise pretendida.

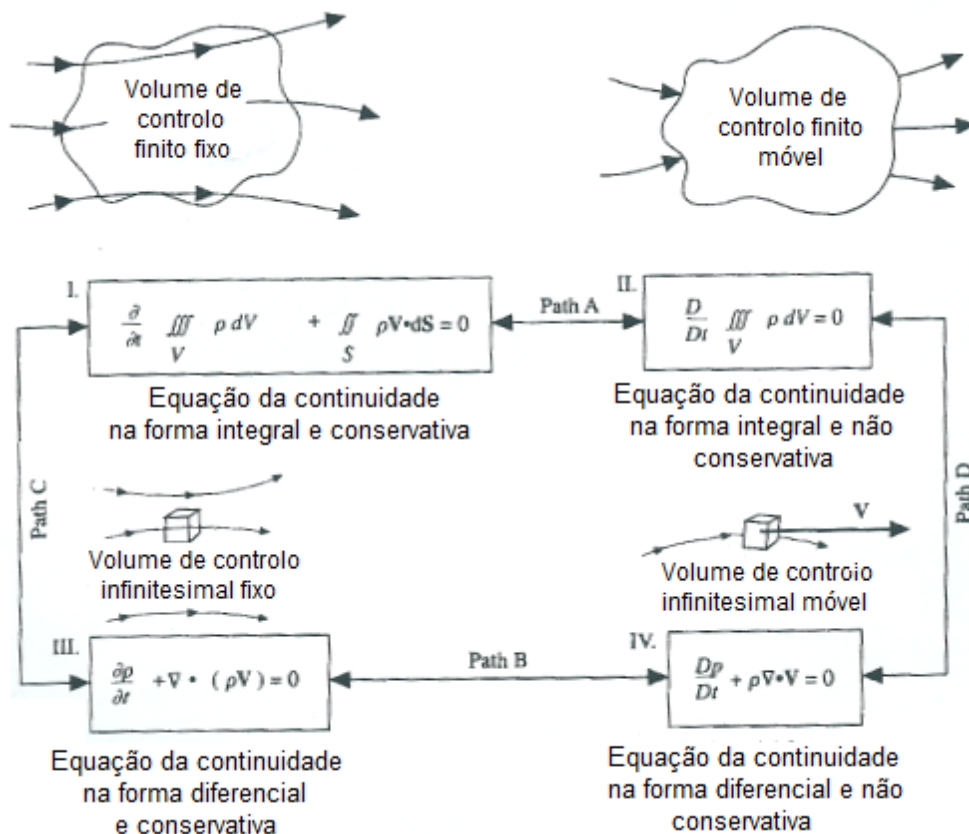


Figura 30 - Diferentes formas da equação da continuidade. Adaptado de [80].

As quatro equações traduzem o mesmo princípio físico, pelo que são equivalentes. No entanto as equações na forma integral admitem descontinuidades dentro do volume de controlo e as na forma diferencial não.

As equações na forma diferencial pressupõem que todas as propriedades do fluido são diferenciáveis, logo contínuas. Esta diferença é importante na resolução de escoamentos onde efetivamente existem descontinuidades, por exemplo em ondas de choque [78].

3.5 Programa de Simulação FLUENT - ANSYS

3.5.1 Discretização

A discretização transforma o sistema de equações diferenciais num sistema de equações algébricas que, posteriormente serão resolvidas por sucessivas iterações. Deste modo, é possível afirmar que a qualidade da solução numérica depende da qualidade do método de discretização utilizado.

O FLUENT para discretizar o domínio recorre ao método dos volumes finitos, neste métodos, as equações diferenciais são integradas em diversos volumes distintos [77].

3.5.2 Critérios de Paragem

O FLUENT resolve o processo iterativo da solução até atingir determinados critérios de paragem. Os critérios de paragem são especificados, para as equações da continuidade e energia e para as velocidades em x, y, z.

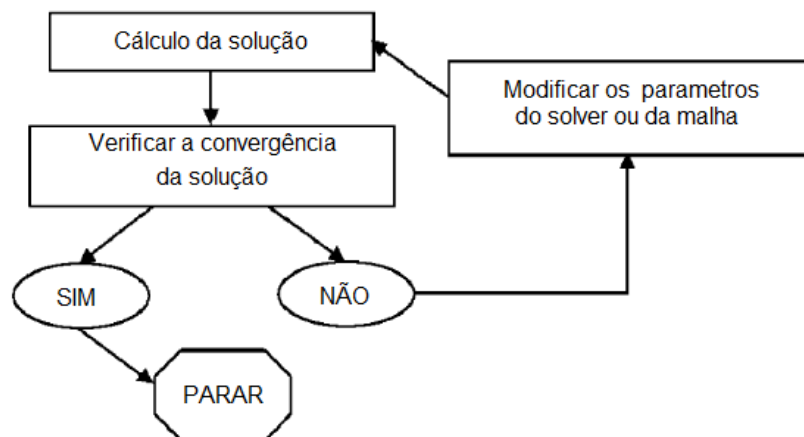


Figura 31 - Fluxograma para o critério de convergência.

Por forma a validar a solução numérica deve-se ter em atenção a convergência da solução. Esta pode ser avaliada pelos residuais, que representam o erro absoluto entre cada volume de controlo sucessivo da solução de cada variável. Numa solução numérica o erro nunca será exatamente zero, no entanto quanto menor for o valor do residual mais exata é a solução [81]. Para o presente trabalho, tendo por base a pesquisa bibliográfica, considerou-se o valor de resíduo admissível de 10^{-3} (Figura 32) [77].

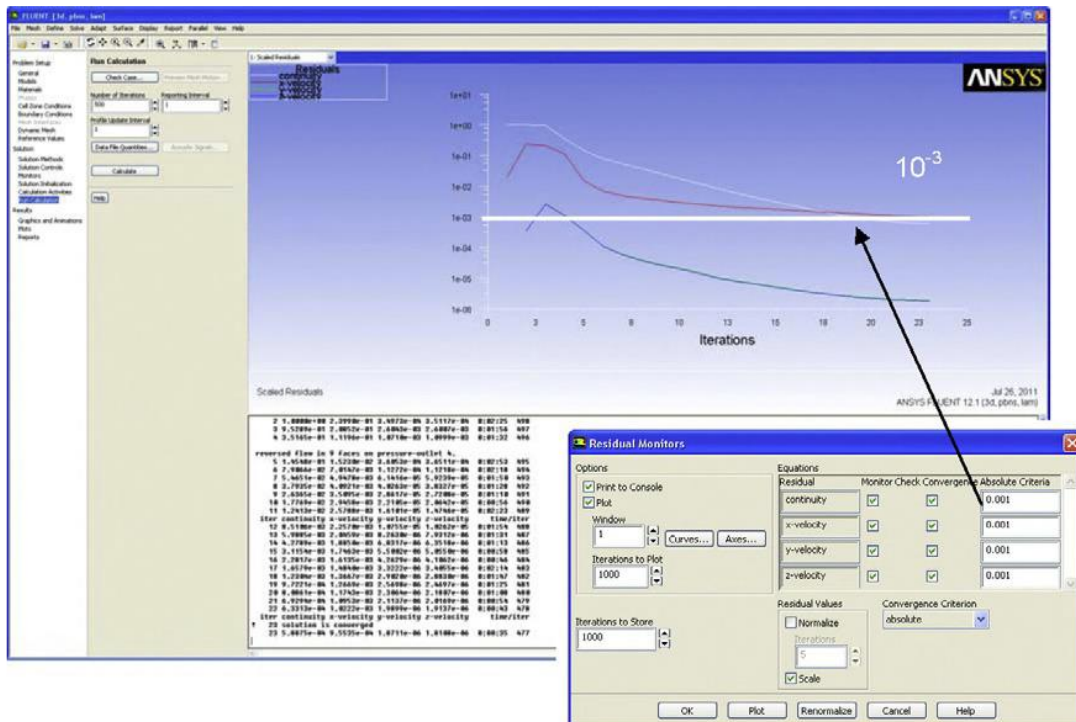


Figura 32 - Exemplo da monitorização dos residuais com o software ANSYS FLUENT [77]

A Figura 32, representa a monitorização dos residuais no *software* ANSYS FLUENT 16, bem como a janela com a possibilidade de alterar os erros mínimo a atingir de modo a considerar a convergência da solução.

Cumprindo uma série de requisitos, a convergência da solução pode ser acelerada, sendo estes:

- Indicação de condições iniciais correctas;
- Começar com os resultados de uma solução anterior;
- Desenvolver uma malha adequada para cada situação, pois para elementos demasiado grandes a solução pode não convergir, e para elementos demasiado pequenos o cálculo é mais demorado.

3.5.3 Tipos de malha

As equações diferenciais parciais que gerem o escoamento do fluido por norma não são possíveis de resolver através de soluções analíticas, salvo casos simplificados. Por conseguinte, a fim de se analisar os escoamentos, os domínios do escoamento são divididos em sub-domínios.

As equações que governam o escoamento são então discretizadas e resolvem-se dentro de cada uma destas subdivisões. A discretização das equações podem, ser através da criação de diferenças finitas, volumes finitos e elementos finitos.

Uma vez discretizada a equação, cria-se uma malha onde as equações vão ser resolvidas.

A malha é assim uma representação discreta da geometria do problema, limitada pelas condições de fronteira. Uma malha computacional é constituída por linhas e pontos que são considerados onde essas linhas se intercetam e servem de orientação para o cálculo das propriedades físicas baseadas num determinado modelo matemático.

Na criação da malha deve-se ter cuidado, pois esta tem um impacto muito significativo na convergência do problema, no rigor da solução e na memória necessária dos computadores para a resolução da solução numérica. Tipicamente existem dois tipos de malhas (Figura 33), a de formato hexaédrico sendo que em problemas bidimensionais a malha é constituída por diversos retângulos e o formato tetraédrico onde em problemas bidimensionais, a malha é constituída por diversos triângulos.

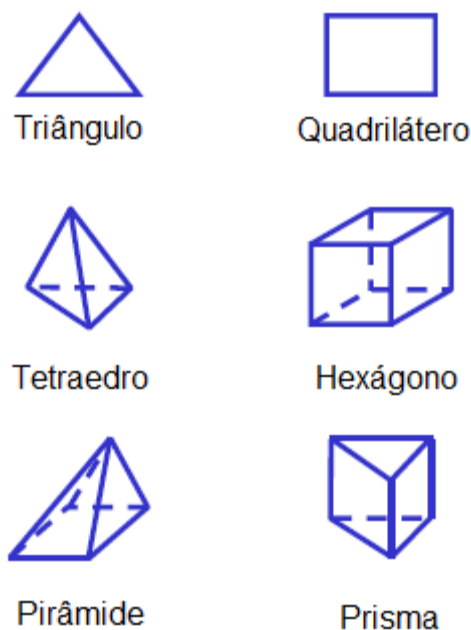


Figura 33 - Tipos de malhas. Adaptado de [62].

Além dos formatos usuais de malha, existe a malha híbrida que junta no mesmo perfil os formatos indicados.

3.5.4 Avaliação de malha

A qualidade de malha implementada é responsável pela qualidade dos resultados, nesse sentido é fundamental um cuidado na sua criação. Um fator decisivo para a criação de uma boa malha é que esta esteja alinhada com o fluido para a geração de bons resultados.

A qualidade das células da malha, podem ser avaliadas pelos seguintes parâmetros [82] :

- **Element Quality** – Avalia a qualidade da célula da malha, variando entre 0 e 1. O valor 1 indica um cubo ou um elemento perfeito, enquanto que o valor 0 indica um elemento com um volume zero ou negativo.
- **Skewness** – É uma das medidas principais para a avaliação da qualidade da malha. Este avalia a perfeição geométrica de um elemento comparando o formato da célula e do modelo geométrico equivalente. Valores próximos de 0 são excelentes, de 0,5 são aceitáveis e de 1 são inaceitáveis.

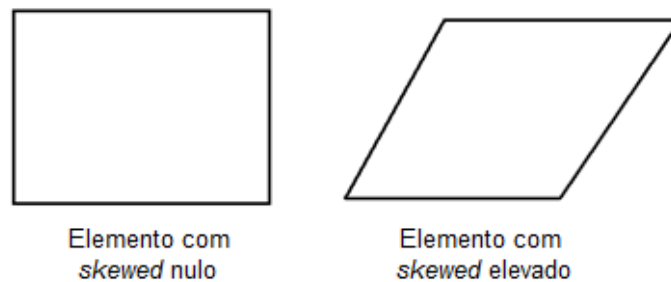


Figura 34 - Elementos com skewness de 0 e de cerca de 1, respetivamente. Adaptado de [63].

- **Aspect Ratio** – Avalia o quociente entre o comprimento da aresta mais longa com o comprimento da aresta mais curto. Este parâmetro aplica-se para os diferentes tipos de malha mas o seu valor varia mediante os elementos, sendo que para faces equiláteras (como triângulos ou quadrados) a relação é de 1 e para face não regulares o valor é superior a 1, como se verifica na Figura 35.

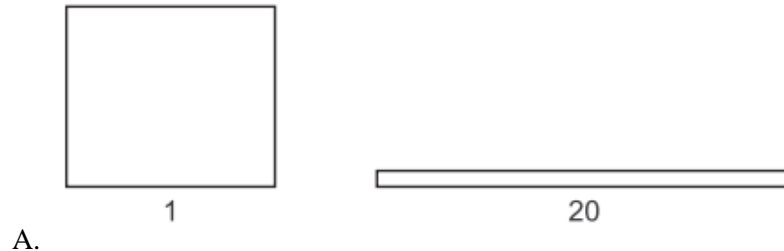


Figura 35 - *Aspect Ratios* para quadriláteros [82]

Orthogonal Quality – Avalia a qualidade ortogonal de um elemento. Sendo que 1 corresponde a um elemento perfeitamente ortogonal e 0 a um elemento imperfeito.

Capítulo 4. Ensaio Experimental

4.1 Construção de um modelo da turbina de Tesla

De forma a obter dados no âmbito da presente investigação foi desenvolvido um modelo de uma turbina de Tesla. O modelo inicial foi sujeito a alterações pontuais, de forma a colmatar pequenas lacunas existentes. Destas falhas destacam-se o desalinhamento do veio, devido a um rolamento danificado que provocou o aumento do binário resistente, a substituição da tubeira na entrada do rotor e a dificuldade em estancar a turbina.

As falhas indicadas foram resolvidas, respetivamente com a substituição dos rolamentos por casquilhos de latão, alteração da tubeira na entrada e a utilização de uma borracha vedante entre o invólucro cilíndrico do rotor e as placas laterais. A utilização dos casquilhos onde estava assente o rotor resolveu o problema do veio desalinhado, bem como foi verificado diminuiu as perdas por atrito, todavia não impediam o movimento na direção axial do veio. Por sua vez, o movimento axial do veio promovia o contacto entre discos e o invólucro do rotor, pelo que o binário resistente era demasiado. Para ultrapassar esta limitação, optou-se por substituir um dos casquilhos por um rolamento blindado que, mesmo sendo um rolamento de esferas, cuja utilização não consiste em suportar grandes esforços axiais, foi suficiente para impedir o movimento axial. A tubeira desenvolvida inicialmente por apresentar uma secção demasiado grande para o escoamento, não gerava o aumento de velocidade necessário para o funcionamento da turbina, assim foi necessário desenvolver uma tubeira de menor dimensão. A borracha vedante, por estar a trabalhar à compressão, permitiu o isolamento entre o involucro cilíndrico do rotor e as placas laterais (Figura 36).



Figura 36 - Corte da borracha vedante utilizada no isolamento da turbina

Do trabalho realizado resultou uma turbina cujo rotor possui 9 discos espaçados entre si 2,5 mm com um diâmetro máximo de 130 mm. Os discos que constituem o rotor possuem 4 furos para a exaustão do fluido com um diâmetro de 6 mm e distanciados a 25mm do eixo (Anexo D).

Os discos, bem como o invólucro do rotor são feitos de aço inoxidável. O veio encontra-se assente num rolamento blindado e num casquilho de cobre.

O casquilho e o rolamento encontram-se assentes entre placas de acrílico que completam o invólucro do rotor. Entre o rotor de aço e as placas laterais de acrílico existe uma borracha de modo a garantir a estanquicidade da turbina como descrito anteriormente. A placa onde se encontra assente o rolamento possui 4 furos idênticos aos presentes nos discos para a exaustão do fluido.

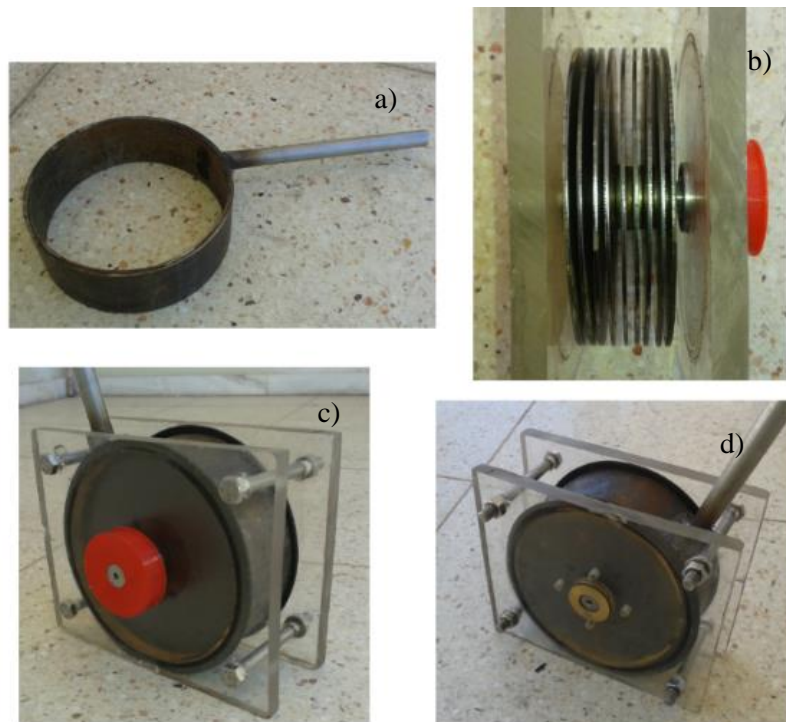


Figura 37 - Modelo da turbina de Tesla desenvolvido. a) Invólucro circular da turbina e tubeira, b) veio com os discos, c) turbina montada com polia para transmissão de potência, d) turbina montada com casquilho visível.

A tubeira de entrada possui uma secção circular com um diâmetro de 10 mm sendo que à entrada do rotor a tubeira possui uma secção elíptica de modo a acelerar a velocidade do escoamento.

A turbina desenvolvida para a validação dos dados obtidos nas soluções numéricas foi testada com água.

4.2 Ensaio laboratorial

A turbina desenvolvida foi ensaiada numa bancada de ensaio da Armfiel, a unidade “FM3SU Turbine Service Unit”(Figura 38). Esta consiste num reservatório de acrílico e uma bomba circulatória com a tubulação associada à mesma que fornece energia à água, fluido utilizado para os ensaios.



Figura 38 - FM3SU Turbine Service Unit com a turbina de Tesla montada.

A circulação da água é assegurada por uma bomba centrífuga acionada por um motor elétrico integrado à mesma. Esta possui quatro sensores utilizados para medir o desempenho da turbina, um diferencial de pressão para a medição de caudal, um sensor de pressão, um sensor de medição da velocidade de rotação e um sensor de medição de binário (Figura 39) [83].

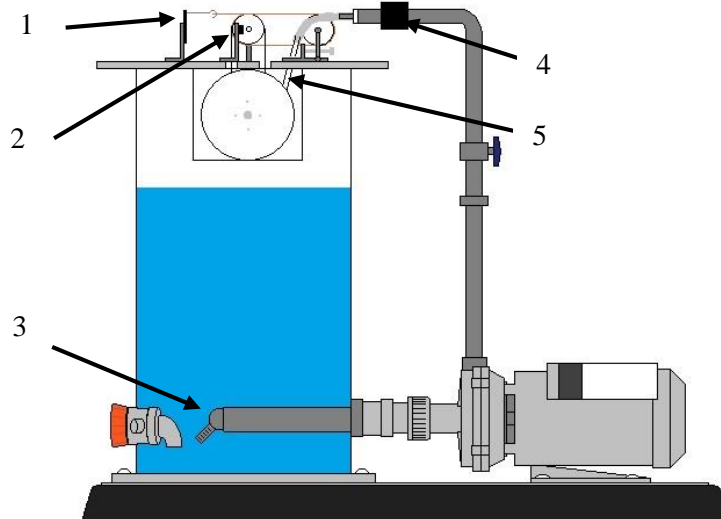


Figura 39 - Esquema representativo da unidade FM3SU adaptada para a turbina de Tesla. (1) – Extensómetro, (2) - sensor ótico fotoelétrico, (3) - sensor de pressão diferencial, (4) – sensor de pressão.

A tubeira de entrada da turbina é conectada à saída da bomba, responsável pelo aumento de velocidade do escoamento a montante da turbina. A velocidade de rotação do veio é controlada ajustando a tensão da correia, através de um parafuso de tensão.

O caudal é medido com recurso a um sensor de pressão diferencial. Este sensor tem por base de funcionamento a equação de Bernoulli (Figura 40), que para um determinado aumento de velocidade provocado por uma redução da área de secção, leva a uma diminuição de pressão. O sensor toma partido deste fenómeno, e medido o diferencial de pressão é possível determinar o caudal de água que entra na bomba.

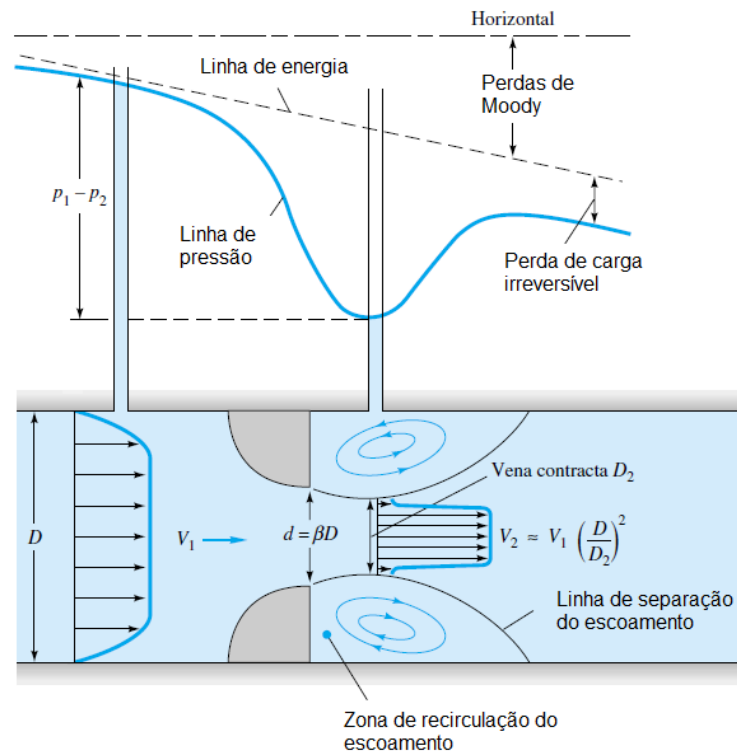


Figura 40 - Variação de velocidade e pressão através de um medidor de obstrução com orifício calibrado. Adaptado de [48]

O sensor de pressão à entrada da turbina consiste num sensor piezoelétrico. Este é utilizado para medir a pressão existente á entrada da turbina.

Para a medição da potência gerada no veio utilizaram-se dois sensores, um para a medição da velocidade de rotação e outro para medir o binário resistente. A velocidade de rotação é medida com recurso a um sensor ótico fotoelétrico que emite um sinal infravermelho que é refletido pelo veio a ser medido. Caso exista uma descontinuidade na reflexão o sensor consegue determinar que o veio deu uma volta sobre o seu eixo, determinando assim a velocidade de rotação. O sensor de medição de binário consiste num extensómetro acoplado a um prisma retangular que mede a deformação do mesmo. O prisma encontra-se por sua vez interligado a uma correia de cabedal que à medida que se aumenta a tensão desta, também se aumenta a força resistente aplicada ao veio da turbina.

A velocidade de rotação do veio da turbina é controlada ajustando a tensão da correia, através do aperto de um parafuso de tensão.

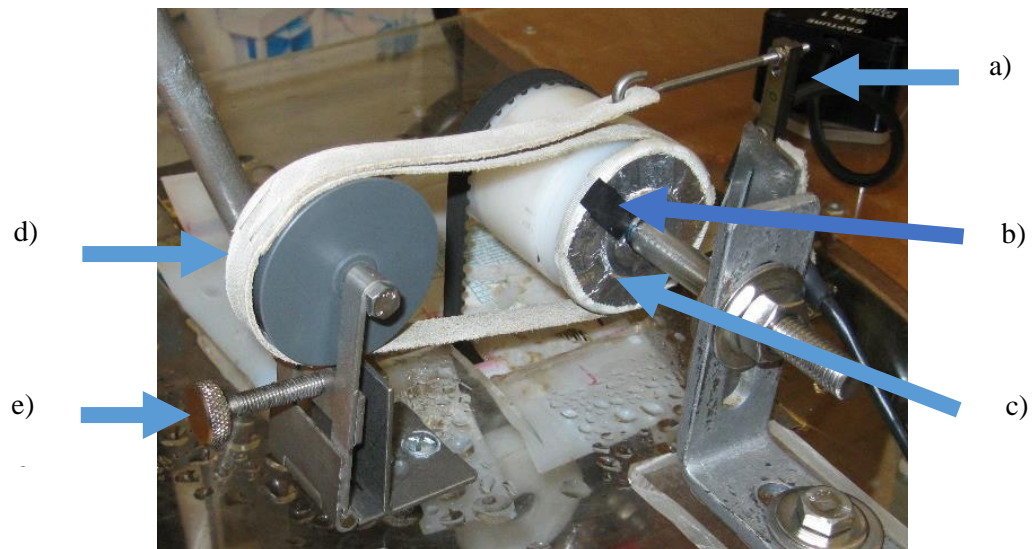


Figura 41 - Sistema de medição da potência no veio. a) extensômetro; b) fita negra que promove a descontinuidade na reflexão do sinal infravermelho; c) superfície refletora; d) correia de cabedal; e) parafuso de tensão.

De modo a garantir que a água de saída da turbina não saia do circuito fechado e para se controlar alguma lacuna na estanquicidade que poderia surgir, a turbina teve que ser operada no interior do reservatório. O binário gerado e a velocidade de rotação eram transferidos para a superfície do reservatório com um sistema de duas polias e uma correia ajustável (Figura 41). Como um sistema de transmissão apresenta valores elevados de eficiência de transmissão mecânica, foram desprezadas as perdas do sistema de transmissão.

Por último foi adicionado um termómetro ao sistema de ensaio, de modo a controlar a temperatura no reservatório, uma vez que as propriedades da água variam com a temperatura.

4.3 Recolha e Análise de dados

No ensaio, com recurso aos dados provenientes dos quatro sensores já mencionados, calculou-se o caudal volúmico a entrar na turbina, a altura de queda disponível a montante da turbina, o binário e a potência gerada, assim como o rendimento global da turbina.

Para o cálculo do caudal volúmico a unidade Armfield FM3SU, recorre a um orifício calibrado localizado na zona de sucção da bomba. Medindo o diferencial de pressão resultante da variação de secção, é possível determinar o caudal com a equação (46) [83]:

$$Q_v = \frac{C_d \times \pi \times d^2 \times \sqrt{2 \times \rho \times dP_0}}{4 \times \rho} \quad (46)$$

sendo:

- C_d - Coeficiente de descarga. Tomando o valor de 0,63;
- d - Diâmetro do orifício [m];
- ρ - Massa específica [kg/m³];
- dP_0 - Diferencial de pressão [Pa].

A altura de queda refere-se à elevação da superfície livre da água, localizada a montante de uma turbina. Na unidade Armfield FM3SU a altura de queda é medida com o sensor de pressão localizado a jusante da bomba em relação à pressão atmosférica. De modo a obter a altura de queda (m) basta dividir o valor obtido de Pressão (Pa) pela massa específica e aceleração da gravidade.

Para a obtenção do valor da potência de resistência gerada pela turbina considerou-se o binário gerado bem como a velocidade de rotação do rotor. É possível determinar a potência pela equação (47):

$$P_b = 2 \times \pi \times n \times T \quad (47)$$

em que as grandezas têm o seguinte significado:

- n -Velocidade de rotação [Hz];
- T - Binário gerado [Nm]

Por sua vez o binário gerado é calculado pela equação (48):

$$T = F_b \times r \quad (48)$$

Para o cálculo do rendimento global é comparada a potência gerada no veio com a potência hidráulica, o que resulta na equação (49).

$$\eta_0 = \frac{P_b}{P_h} \times 100 = \frac{2 \times \pi \times n \times T}{\rho \times g \times H \times Q_v} \times 100 \quad (49)$$

A equação do rendimento permite determinar a quantidade de energia existente na água que é transformada em energia mecânica.

A realização do ensaio experimental permite identificar as curvas características da turbina desenvolvida. Estas caracterizam o funcionamento da turbina quando sujeita a diferentes condições de funcionamento, sendo possível identificar o ponto de funcionamento ideal. No caso concreto de estudo, as curvas características permitiriam identificar qual a potência mecânica produzida para o rendimento máximo.

Capítulo 5. Interpretação de Resultados Obtidos

5.1 Ensaio Experimental

5.1.1 Ensaio 1 – Variação do binário resistente para caudal constante

A recolha de dados começa com a turbina já em funcionamento, mas sem binário resistente aplicado. Gradualmente foi aumentado o binário resistente que atua sobre o veio da turbina, e analisou-se a influência do aumento de binário na turbina, calculando a potência gerada e o rendimento da turbina, mantendo o caudal constante. Para os resultados obtidos criaram-se curvas de tendência com recurso à regressão linear e não linear, dependendo dos resultados. Por sua vez, para as curvas de tendência foram estudadas o seu fator de correlação e a probabilidade mínima, segundo o teorema de Chebyshev, da curva para definir corretamente o fenómeno para um intervalo de confiança de 2 a -2 vezes o desvio padrão para os resíduos.

Após realizado o ensaio, para um valor de caudal volúmico constante de 0,336 l/s, obtiveram-se as curvas das figuras 1, 2 e 3.

Da análise da Figura 42 verifica-se que o binário gerado é linearmente proporcional à velocidade de rotação, sendo que para menores valores de binário resistente a velocidade de rotação é maior, chegando a atingir perto de 700 rad/s no caso do binário resistivo nulo (Anexo E). Para a curva de regressão, analisou-se o coeficiente de correlação (R^2) sendo de 0,99. Da análise de resíduos verificou-se ainda para um intervalo de confiança definido a probabilidade mínima de a reta se adaptar à amostra é de 99,99%.

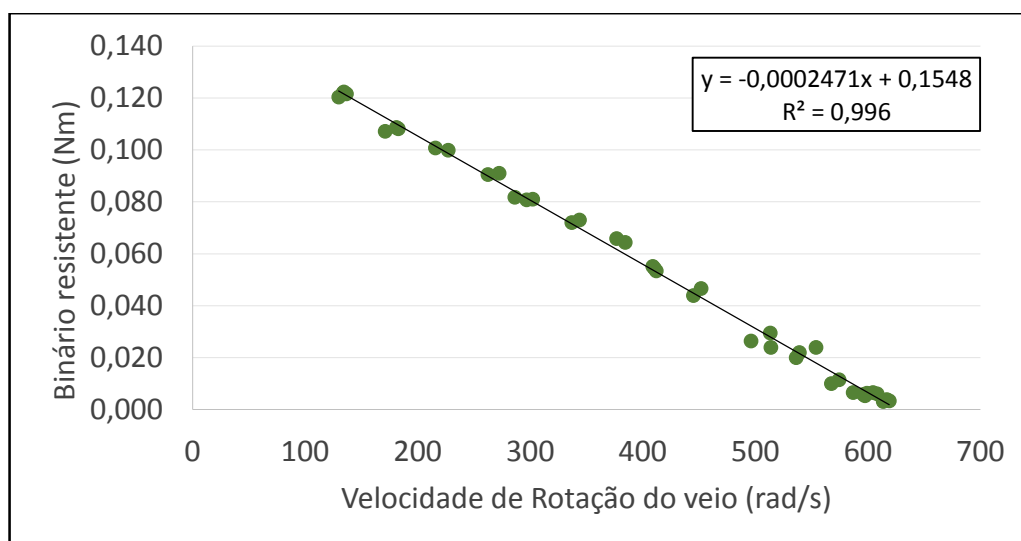


Figura 42 - Binário em função da velocidade de rotação do veio para $Q=0,336$ l/s

Na Figura 43 verifica-se o valor da potência máxima gerada pela turbina ensaiada, sendo este perto dos 25 W para uma velocidade de 377 rad/s. Relativamente à potência, semelhante ao que aconteceu para a curva do binário, verificou-se que o coeficiente de correlação (R^2) foi de 0,98, considerando-se novamente como elevado. Da análise de resíduos verificou-se ainda para o intervalo de confiança definido a probabilidade mínima de um polinómio de segundo grau de se adaptar à amostra é de 85,19%.

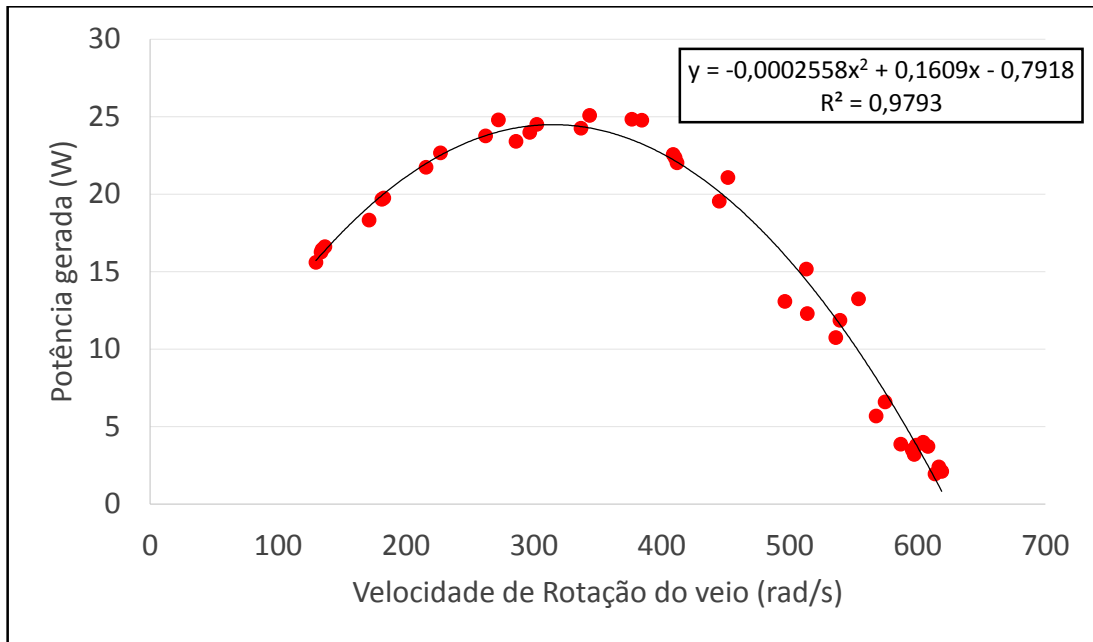


Figura 43 - Potência gerada em função da velocidade de rotação do veio para $Q=0,336$ l/s

Na Figura 44 visualiza-se a curva do rendimento do modelo. Onde se observa o ponto de funcionamento ótimo com um rendimento cerca de 40%, para uma velocidade de rotação de 377 rad/s. Para a curva de regressão, analisou-se o coeficiente de correlação (R^2) sendo de 0,98.

Da análise de resíduos verificou-se ainda para um intervalo de confiança definido a probabilidade mínima do polinómio de segundo grau de se adaptar à amostra é de 54,59%.

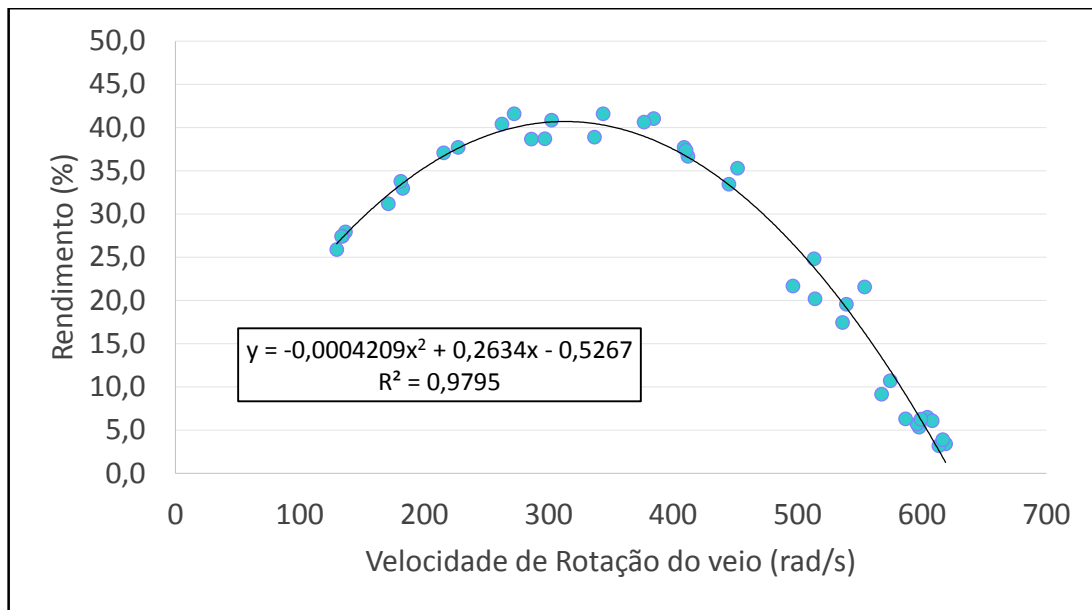


Figura 44 - Rendimento em função da velocidade de rotação do veio para Q=0,336 L/s

Através do teorema de Chebyshev é possível determinar qual a probabilidade mínima de a curva de tendência representar corretamente os pontos obtidos, admitindo que a amostra recolhida não segue uma distribuição normal. Caso a amostra não siga uma distribuição normal os pressupostos matemáticos utilizados para o desenvolvimento das curvas de tendência não são válidos e inevitavelmente o fator de correlação da curva de tendência (R^2) também o é. O teorema de Chebyshev, aplicado aos resíduos da amostragem ultrapassa essa limitação e permite identificar a probabilidade mínima de a curva característica corresponder aos dados obtidos. Para as curvas obtidas verifica-se que o valor da probabilidade diminuiu sempre que se introduz novas variáveis para obtenção das curvas. Os sensores de medição apresentam erros associados que se manifestam nos resíduos da amostragem, erros esses que se propagam à medida que os dados provenientes dos sensores vão sendo multiplicados entre si como acontece no cálculo da potência e do rendimento, razão pela qual a probabilidade da curva do rendimento ser menor que a do binário, no entanto, perante os resultados obtidos é possível afirmar que as curvas caracterizam corretamente dos dados obtidos.

Dos três gráficos acima referidos evidencia-se ainda que todos seguem uma distribuição típica de turbinas.

5.1.2 Ensaio 2 – Comparação do rendimento da turbina de tesla com a turbina Pelton FM30 da Armfield

De modo a comparar os resultados obtidos da turbina de Tesla comparou-se os resultados com a turbina Pelton FM30 da Armfield. Por se tratar de turbinas diferentes e de escalas diferentes, testaram-se as duas turbinas na mesma bancada de ensaio e comparou-se o rendimento das duas em

função da velocidade específica por se tratar de valores adimensionais possíveis de comparar (Anexo F).

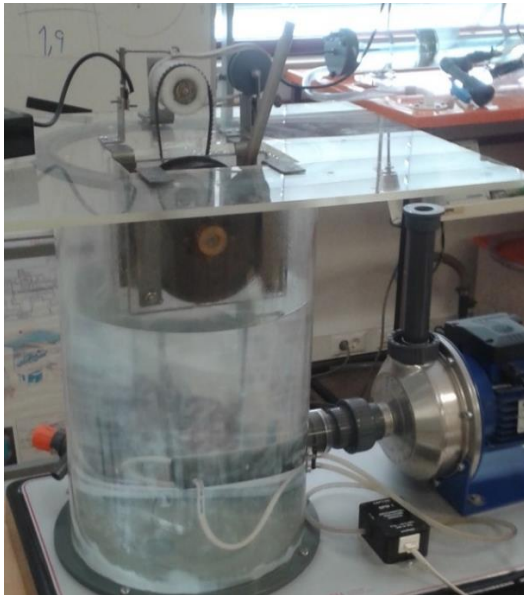


Figura 45 - Ensaio realizado à turbina de Tesla.



Figura 46 - Ensaio realizado à turbina Pelton.

A velocidade específica trata-se de um parâmetro adimensional destinado à seleção mais adequada da máquina hidráulica, para diferentes condições de funcionamento, sendo definida por [84]:

$$\Omega_{sp} = \frac{\Omega \times \sqrt{P_v / \rho}}{(gH_E)^{5/4}} \quad (50)$$

Sendo:

P_v – Potência produzida no veio [W];

Ω – Velocidade de rotação [rad/s];

H_E – Altura manométrica efetiva à entrada da turbina [m].

Da análise da Figura 47 verifica-se que a turbina de Tesla possui valores de rendimento ligeiramente superiores à turbina Pelton. É ainda possível verificar que os valores de velocidade específica são reduzidos em ambas as turbinas, no entanto a gama de valores de velocidade específica é superior na turbina de Tesla, sendo que assim é possível afirmar que esta possui maiores campos de utilização.

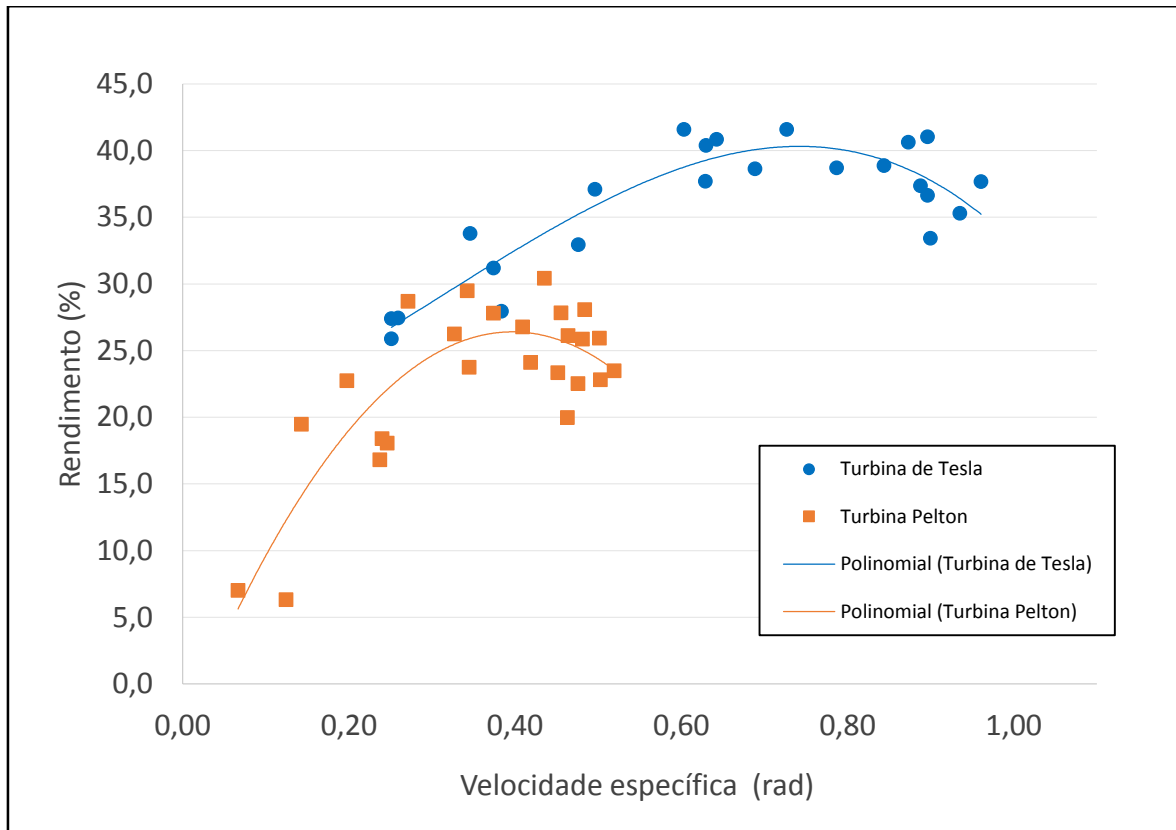


Figura 47 - Rendimento em função da velocidade específica. Comparação entre a turbina Pelton e a turbina de Tesla.

Em turbomáquinas é possível definirem-se dois tipos de turbinas, as de ação e as de reação. Estas diferem no princípio de como convertem a energia proveniente de um fluido para energia mecânica, bem como dos campos de aplicação das mesmas. As turbinas de ação, como a Pelton caracterizam-se por operarem em valores de velocidade específica reduzidos, enquanto as turbinas de reação, como a Francis e a Kaplan, caracterizam-se por operarem em valores de velocidade específica elevados (Figura 48). No entanto, através dos resultados obtidos, verifica-se que a turbina de Tesla trabalha com valores de velocidade específica mais reduzidos, semelhantes aos de uma turbina de ação.

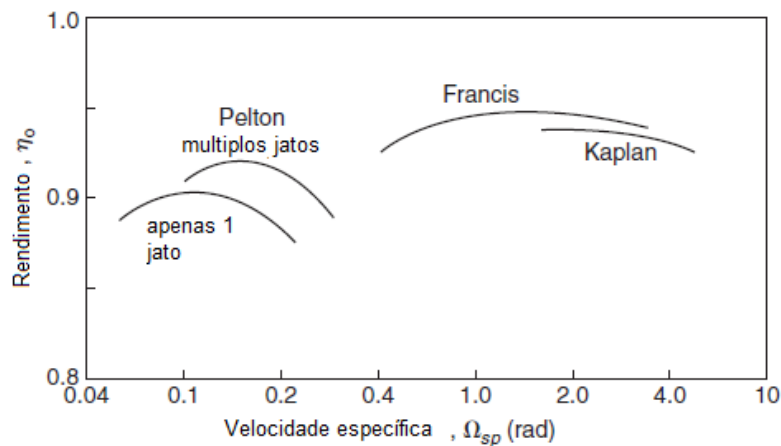


Figura 48 - Valores típicos de rendimento das turbinas Pelton, Francis e Kaplan. Adaptado de [84].

Do segundo ensaio laboratorial valida-se ainda o que foi descrito por Vedavalli Krishnan 2015, que quando se reduz a escala de uma turbina, as forças de adesão e de coesão começam a aumentar, sobrepondo-se às forças de inercia, diminuindo assim o rendimento das mesmas. Como a turbina de Tesla depende da viscosidade cinemática em vez da inercia para converter a energia do fluido em trabalho mecânico, faz com que seja uma turbina utilizada para a conversão de energia em escalas reduzidas [70].

5.1.3 Critério para a caracterização do regime do escoamento

Na tentativa de determinar um parâmetro que estabeleça em que regime se encontra o escoamento, Rice em “Tesla Turbomachinery” cita as conclusões de Wu, que recorrendo aos diferentes estudos publicados, concluiu que o termo proposto por Nendl, “viscogeometric number” (α), permite identificar em que regime se encontra o escoamento. Para os valores de $\alpha < 10$ considera-se o regime como laminar, para valores de $10 \leq \alpha < 20$ considera-se o regime como transiente, para valores $\alpha > 20$ o regime considera-se como turbulento [66].

Tendo por base o parâmetro adimensional proposto por Nendl, verificou-se em que regime estaria o escoamento do ensaio experimental realizado.

$$\alpha = \frac{V_r \times b^2}{(v \times r)} \quad (51)$$

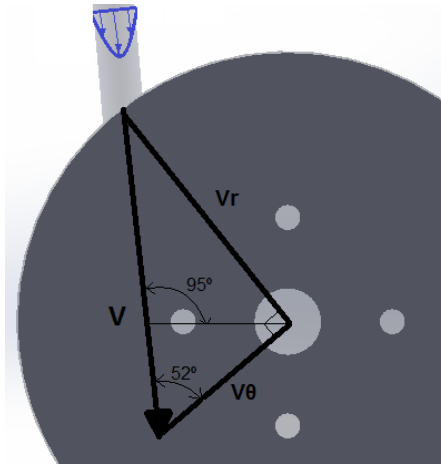
Em que:

- V_r – Componente radial da velocidade absoluta [m/s];
- b - espaçamento entre discos [m];
- v – viscosidade cinemática [m²/s];
- r – raio do rotor [m]

A velocidade de entrada na turbina é dada pelo quociente entre o caudal volúmico e a área da secção de entrada do fluido, assim para valores do ensaio realizado, têm-se que:

$$Q_{in} = 0,336 \times 10^{-3} [m^3/s] \text{ e } A = \pi \times 0,001^2 + 0,005 \times 0,002 [m^2]$$

$$V_{in} = \frac{Q_{in}}{A} = \frac{0,336 \times 10^{-3}}{\pi \times 0,001^2 + 0,005 \times 0,002} \simeq 25,55 [m/s]$$



Conhecida a velocidade de entrada e o ângulo da tubeira, recorrendo às propriedades trigonométricas, é possível calcular a componente radial da velocidade.

$$\sin(52^\circ) = \frac{V_r}{V_{in}} \Leftrightarrow V_r = V_{in} \times \sin(52^\circ) = 20,13 \text{ [m/s]}$$

Substituindo o valor de velocidade radial na equação (51), o valor do espaçamento entre discos (b) por 2,5 mm, o valor da viscosidade cinemática $1,003 \times 10^{-3}$ por ν e o valor de r pelo raio exterior dos discos por 150 mm, obtém-se o seguinte valor para o parâmetro adimensional proposto por Nendli:

$$\alpha = \frac{V_r \times b^2}{(\nu \times r)} = \frac{20,13 \times (2,5 \times 10^{-3})^2}{8 \times 10^{-5} \times 150 \times 10^{-3}} \simeq 10,4$$

Apesar do valor de α ser ligeiramente superior a 10, considerou-se que a diferença poderia ser desprezada e considerar-se o escoamento como laminar. O conceito de escoamento laminar e turbulento ainda é um tema estudado pela comunidade científica onde diferem as opiniões sobre quando é que ocorre verdadeiramente a transição de regime [66]. Razão pela qual, no presente caso de estudo considerou-se que dada a pequena diferença entre o valor obtido e o valor limite introduzido por Wu, se poderia considerar o escoamento como laminar.

No ensaio experimental, perante os dados obtidos, estudou-se a turbina como um volume de controlo predefinido, uma vez que apenas se conheciam as condições à entrada e à saída da turbina. A análise realizada não permite determinar o que acontece no interior da turbina, não sendo possível afirmar com certeza que não existe alteração do regime do escoamento no interior da turbina, no entanto foi considerado que o regime do escoamento não se alterava no interior da turbina.

5.2 Aplicação do modelo matemático ao caso de estudo

De forma a validar o modelo matemático com os ensaios laboratoriais, foram considerados os seguintes parâmetros: $r_2 = 65$ mm, $r_1 = 24$ mm, $b = 2,5$ mm, $\nu = 8 \times 10^{-5}$ m²/s, e $\mu = 9 \times 10^{-4}$ Pa.s.

Relativamente ao número de discos (nd) foi considerado que apenas 4, dos 9 discos do rotor, estavam a realizar trabalho. Isto acontece porque foi necessário substituir a tubeira de entrada por uma de diâmetro inferior à inicialmente desenvolvida pelo apenas 4 discos ficaram com acesso direto à entrada de fluido (Figura 49).



Figura 49 - Turbina de Tesla desenvolvida salientando a união da tubeira ao rotor.

Substituindo as constantes indicadas na equação (43) é possível determinar o binário gerado pelo rotor da turbina em função da velocidade de rotação em rad/s.

$$T_{turb} = -1,755 \times 10^{-4} \Omega + 0,1576 \quad (52)$$

em que:

- T_{turb} – Binário gerado pela turbina [Nm];
- Ω – Velocidade de rotação [rad/s].

Da análise da Figura 50 verifica-se que a expressão obtida (52) não representa identicamente a linha de tendência do Binário da turbina (a que representa os dados obtidos experimentalmente), no entanto a ordem de grandeza é idêntica pelo é possível determinar aproximadamente o binário gerado para as diferentes velocidades de rotação.

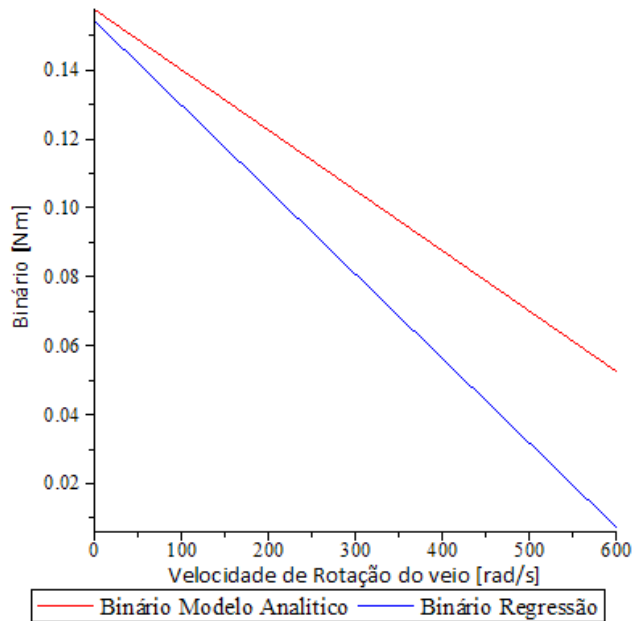


Figura 50 - Comparação da reta do binário do modelo analítico com o binário da regressão estatística.

Para o presente modelo teórico não foram consideradas as perdas mecânicas. Assim calculando a diferença entre as duas retas é possível determinar as perdas mecânicas não contempladas no modelo teórico. Analisando a Figura 51 verifica-se que as perdas aumentam linearmente com a velocidade de rotação. É de salientar que, como já referido, existe uma incerteza na medição experimental que inevitavelmente influencia a função das perdas mecânicas.

$$Perdas\ Mecânicas\ Binário = Binário\ Modelo\ Analítico - Binário\ Regressão$$

Resultando em:

$$P_{mec_T} = 6,952 \times 10^5 \Omega + 0,003321 \quad (53)$$

sendo:

- P_{mec_T} – Perdas mecânicas na turbina [Nm];
- Ω – Velocidade de rotação [rad/s].

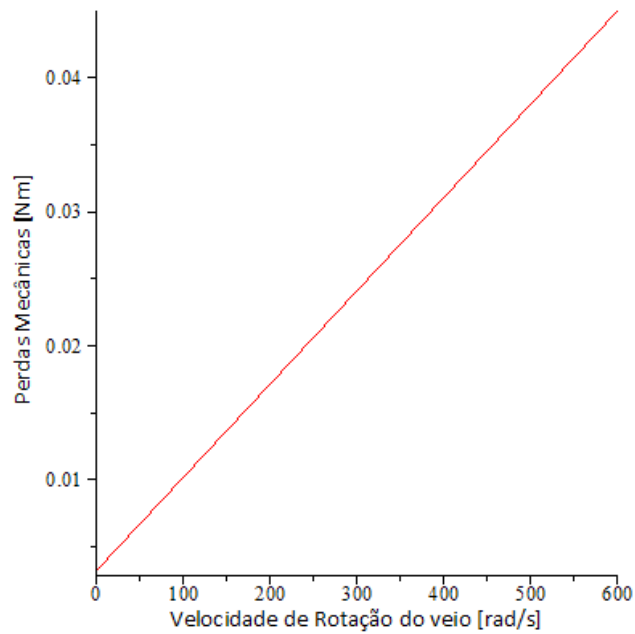


Figura 51 - Perdas Mecânicas.

Para o cálculo da potência gerada pela turbina é multiplicado o binário gerado pela velocidade de rotação. Foi utilizada a expressão do binário teórico para o cálculo da potência, de modo a compreender qual a potência produzida pela turbina quando não consideradas as perdas mecânicas.

$$Pot = -1,75 \times 10^{-4} \Omega^2 + 0,1576 \Omega \quad (54)$$

sendo:

- Pot – Potência gerada pela turbina [W];
- Ω – Velocidade de rotação [rad/s].

Analisando a Figura 52 verifica-se que com o aumento de velocidade rotação a potência teórica (expressão (54)), difere da real (curva de regressão proveniente dos ensaios experimentais). Tal acontece devido às perdas mecânicas que, como se verifica na Figura 51, aumentam com o aumento da velocidade de rotação.

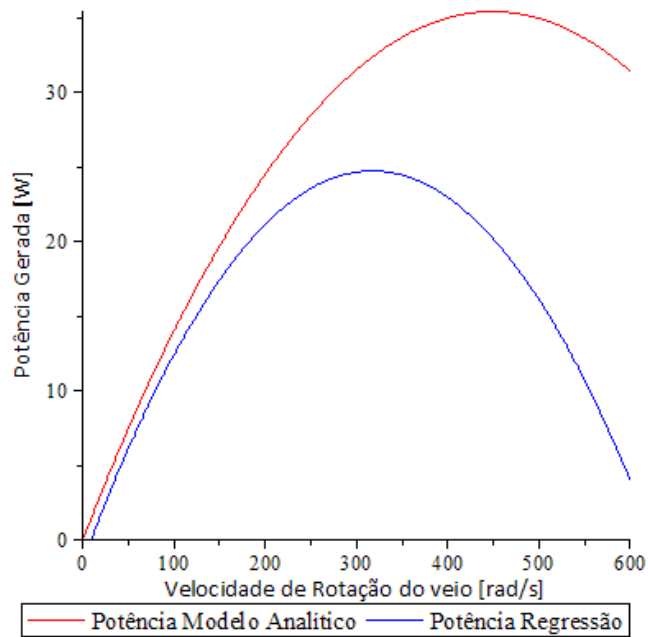


Figura 52 - Comparação entre a curva de potência do modelo analítico com a curva de potência da regressão estatística.

Semelhante ao que foi realizado para o binário calculou-se as perdas mecânicas nas unidades SI.

$$Perdas\ Mec\hat{a}nicas\ Pot\hat{e}ncia = Pot\hat{e}ncia\ Modelo\ Anal\hat{t}ico - Pot\hat{e}ncia\ Regress\hat{a}o$$

O que resulta em:

$$P_{mec_P} = 8,372 \times 10^5 \Omega^2 - 0,006478 \Omega + 1,331 \quad (55)$$

onde:

- P_{mec_P} – Perdas mecânicas na turbina [W];
- Ω – Velocidade de rotação [rad/s].

A Figura 53, resultante da visualização gráfica da expressão das perdas mecânicas em unidades de potência, vêm no seguimento do descrito por Hoya e Guha que referem que as perdas mecânicas existentes na curva de potência correspondem a uma função não linear em função da velocidade de rotação do veio [63].

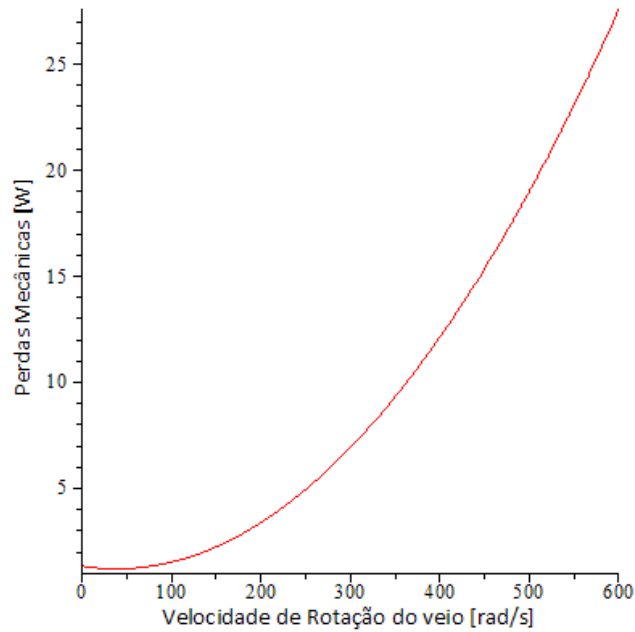


Figura 53 - Perdas Mecânicas em unidade de potência.

Para o cálculo do rendimento global da turbina foi dividido o valor da potência teórica pelo valor médio dos valores da potência hidráulica medidos no ensaio laboratorial.

$$\eta_0 = \frac{Pot}{P_h} \times 100 \quad (56)$$

Ou seja:

$$\Leftrightarrow \eta_0 = -2,9 \times 10^{-4} \Omega^2 + 0,261 \Omega \quad (57)$$

Em que:

- η_0 – Rendimento global da turbina [%];
- Ω – Velocidade de rotação [rad/s].

Semelhante ao que aconteceu com a curva da potência na curva de rendimento, por não serem contabilizadas as perdas mecânicas no modelo, os valores de rendimento para velocidades de rotação elevadas também são mais elevados do que nos dados experimentais (Figura 54).

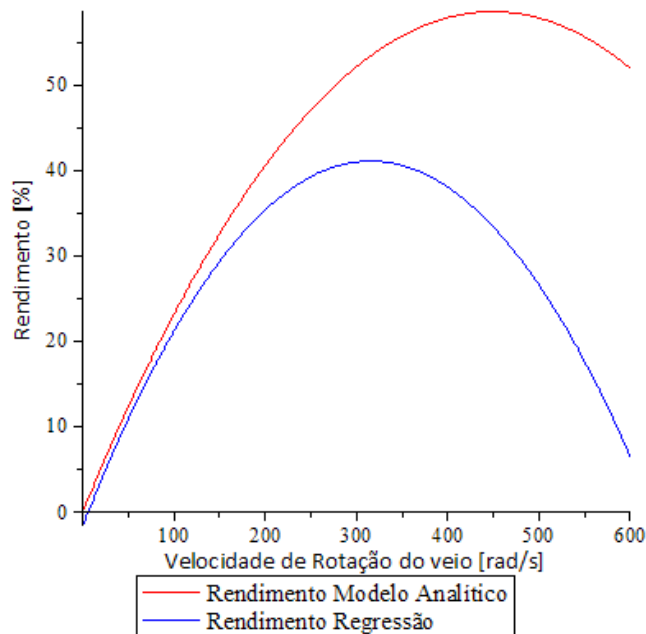


Figura 54 - Comparação entre a curva de rendimento do modelo analítico com a curva de rendimento da regressão estatística.

Perante os dados obtidos é possível afirmar que o modelo analítico, ainda que não contemple uma expressão para as perdas mecânicas, permite descrever o desempenho de uma turbina de Tesla.

No trabalho desenvolvido em Sengupta e Guha o modelo é validado recorrendo aos dados experimentais de Lemma et al. Para o cálculo das perdas mecânicas foi possível caracteriza-las porque o ensaio laboratorial realizado em Lemma et al. foram medidas mais propriedades do que as realizadas no ensaio laboratorial acima mencionado [67] [71].

No ensaio realizado para o presente trabalho, apenas se conhecem as propriedades termodinâmicas a montante da turbina, sendo desconhecidas as propriedades do fluido a jusante da turbina. Assim sendo, não é possível comparar a potência mecânica produzida com a potência mecânica fornecida ao rotor.

Sendo que a potência mecânica fornecida ao rotor é resultante da energia transferida ao rotor pelo fluido e a potência mecânica é a potência existente no veio que já contabiliza as perdas mecânicas.

5.3 Aplicação de uma solução numérica computacional ao caso de estudo

Para a criação da solução numérica para o presente caso de estudo ao *software* ANSYS FLUENT 16 deve-se seguir as etapas já mencionadas para a utilização de programas comerciais de análise dinâmica de fluidos computacionais. A solução descrita neste trabalho é referente ao ponto de funcionamento onde o rendimento é de 40,6%, valor de rendimento máximo, com uma velocidade de rotação de 377 rad/s pretendendo-se apenas verificar as linhas de corrente do escoamento. Por forma a verificar o comportamento do escoamento em diferentes condições de funcionamento, foram

ainda analisados para os valores de velocidade de rotação de 137 rad/s e para 514 rad/s onde se obteve, respetivamente, os valores de rendimento de 27,9% e 20,2%.

5.3.1 Pré-processamento para o caso de estudo

Por forma a desenvolver o domínio computacional onde a solução numérica será resolvida foram desenvolvidas duas geometrias no *software* ANSYS FLUENT 16. As duas geometrias representam o fluido e um disco do rotor da turbina. Semelhante à análise analítica será apenas analisado um disco da turbina e posteriormente multiplica-se os valores obtidos pelo número de discos de modo a comparar com os resultados experimentais.

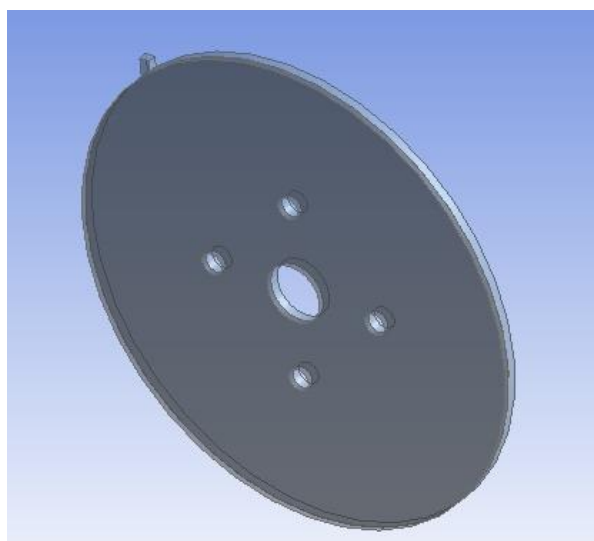


Figura 55 - Domínio computacional desenvolvido

Uma vez desenvolvido o domínio computacional foi então desenvolvida a malha computacional sobre a qual serão resolvidas as equações que descrevem o escoamento. Para a correta caracterização da realidade, no presente estudo foram desenvolvidas três diferentes tipos de malhas, como representado na Figura 56 sendo que, perante os resultados obtidos presentes no Anexo H, Anexo I e no Anexo J, a malha com refinamento intermédio apresenta os melhores resultados quando comparados com os resultados experimentais. Na obtenção de uma solução numérica a malha geométrica é um dos fatores que condiciona a convergência da solução. Para malhas grosseiras o processo de cálculo é mais rápido mas a solução pode divergir em vez de convergir, no entanto para malhas demasiado refinadas, além de se exigir mais recursos computacionais, pode acontecer estar-se a dar demasiada atenção a uma parte do domínio computacional, desprezando outra igualmente importante, influenciando assim a solução.

No presente caso de estudo foram realizadas três diferentes malhas computacionais para diferentes valores de refinamento como representado na Figura 56.

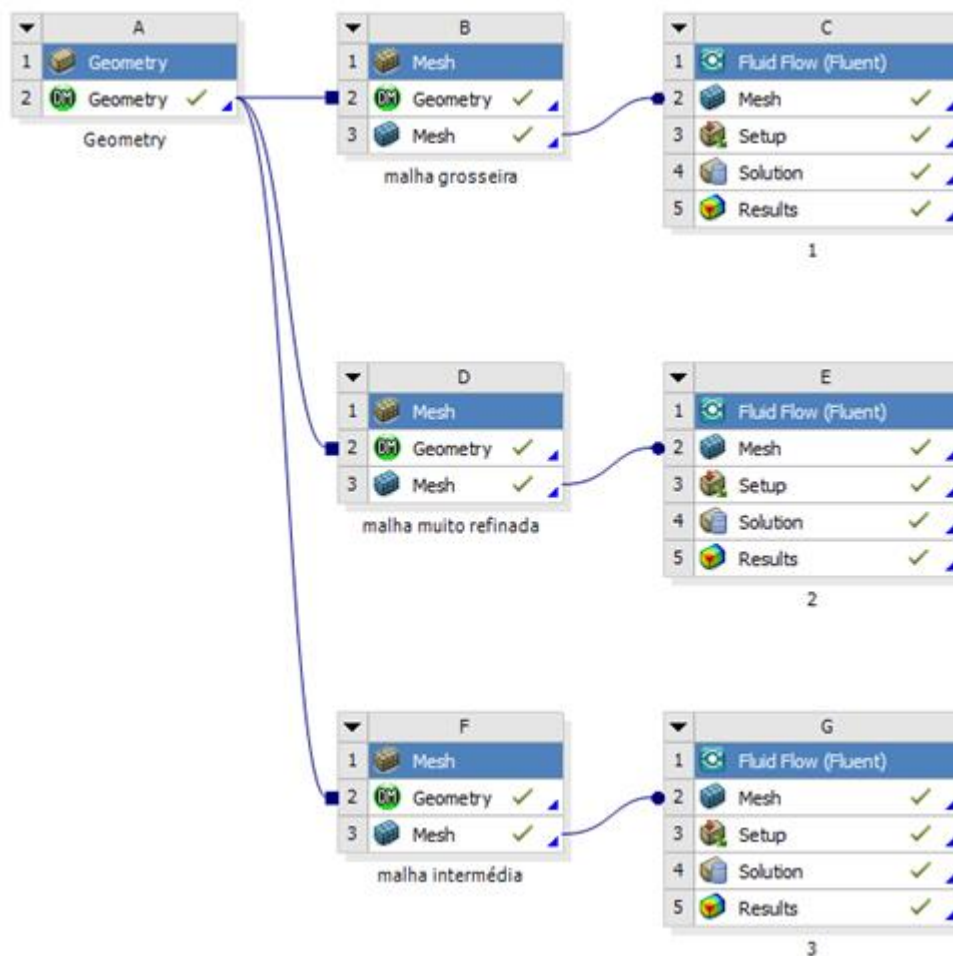


Figura 56 - Solução numérica para três tipos de malha distintos para uma velocidade de rotação de 377 rad/s.

De modo a classificar qual seria a que melhor representaria o modelo real resolveu-se a solução numérica e comparou-se o valor obtido pelo valor do binário obtido no ensaio experimental (0,066 Nm) como é visível na Tabela 1

Tabela 1 - Comparação entre as malhas computacionais desenvolvidas.

Malha	Número de Elementos		Binário gerado numa única face de um disco [Nm]	Binário gerado pela turbina [Nm]
	Disco	Fluido		
Malha Grosseira	2065	9553	0,0472	0,2832
Malha muito refinada	157229	447935	0,1069	0,6414
Malha intermédia	52800	4877	0,0123	0,0738

Perante os resultados obtidos da Tabela 1, verificou-se que a malha com um refinamento intermédio foi a que apresentou o valor para o binário gerado mais próximo do medido laboratorialmente. No desenvolvimento desta foi dada especial atenção ao contacto entre o fluido e o disco, foi ainda

definido o valor máximo de 1 mm como a dimensão máxima para o tamanho de cada célula o que resultou na criação de 52800 elementos para o fluido e de 4877 elementos para o disco. A diferença de valores deve-se pelo facto de se pretender estudar o escoamento e não as ações mecânicas em que se encontra o disco. Assim é vantajoso concentrar os recursos computacionais na malha que corresponde ao fluido e a zona de contacto do que propriamente no disco.

Foram ainda indicados a localização da entrada e da saída do fluido, assim como a região de contacto entre o fluido e o disco (Figura 57).

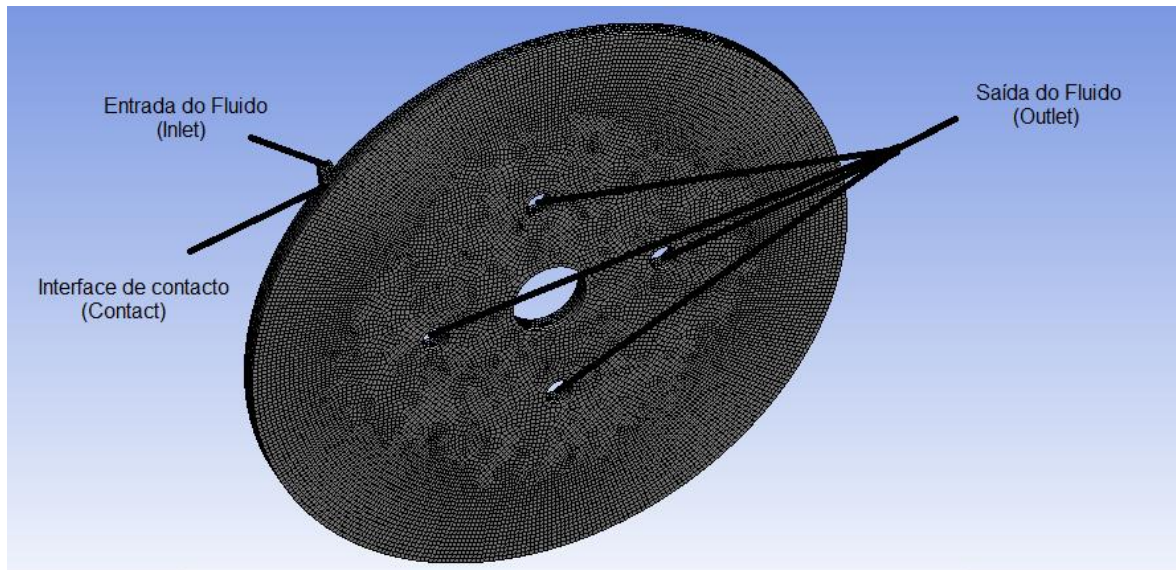


Figura 57 - Indicação da entrada e saída do fluido e da interface de contacto no domínio computacional

De modo a assegurar a qualidade dos resultados, recorrendo à informação relativa à qualidade da malha indicada pelo ANSYS FLUENT 16, procedeu-se à avaliação da malha segundo os parâmetros já mencionados.

O valor médio obtido para o parâmetro *Element Quality* é de 0,844 (Figura 58). Por ser um valor perto de 1 indica que a maioria dos elementos apresentam uma geometria perfeita.

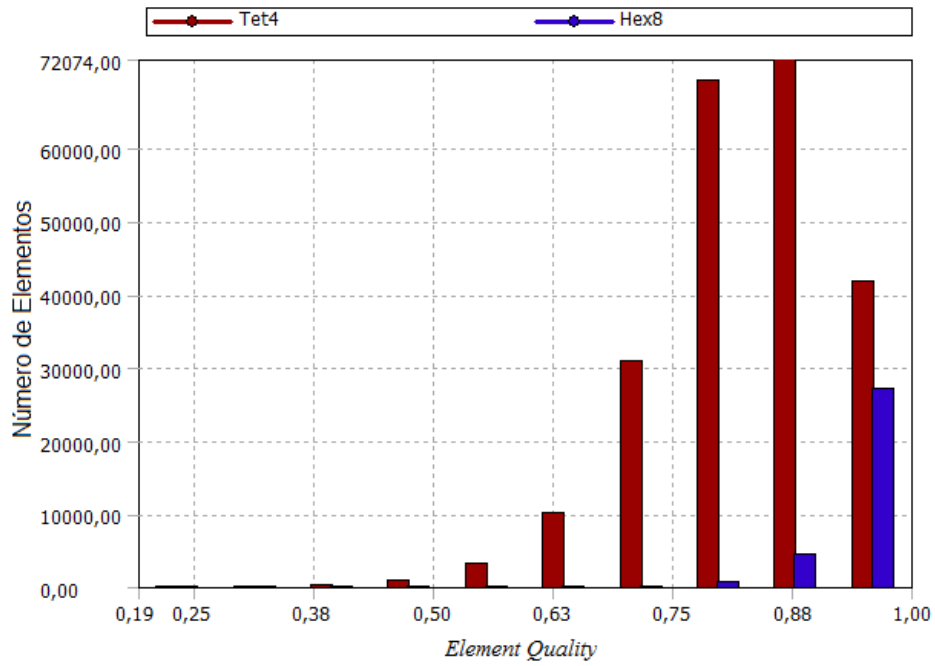


Figura 58 - Avaliação da malha (Element Quality)

Para o parâmetro *skewness* os resultados indicam que os valores obtidos são muito próximo de 0 (Figura 59), sendo que a média das células para o fluido e para o disco esta abaixo de 0,23, pelo que conferem segurança para uma correta simulação numérica (Anexo J).

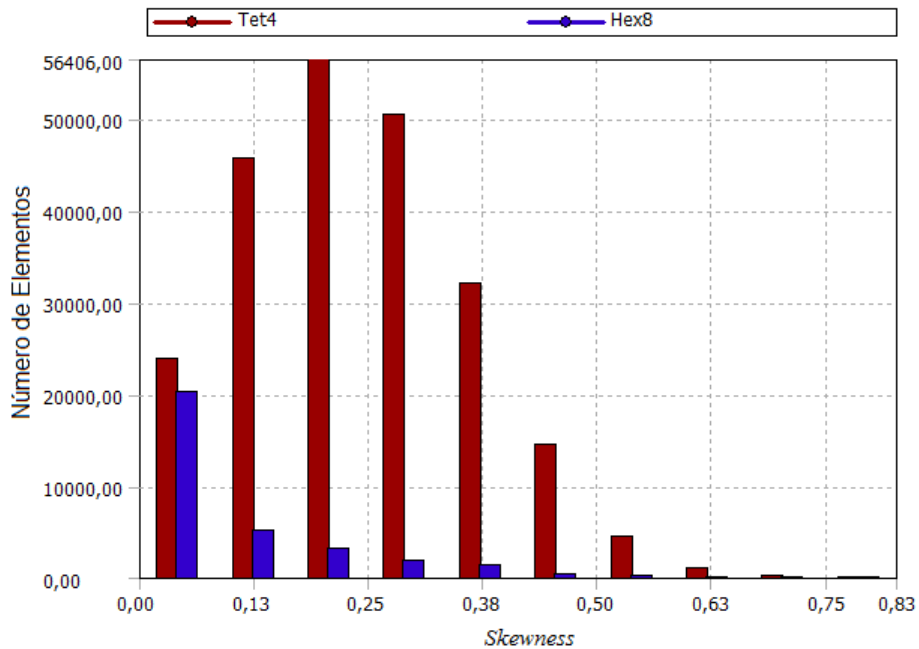


Figura 59 - Avaliação da malha (Skewness)

De modo a avaliar a regularidade para faces equiláteras, avaliou-se o valor médio do *Aspect Ratio*. Para a malha desenvolvida o valor médio obtido foi de 1,8 e o valor mínimo é de 1,05 (Figura 60). Os resultados obtidos demonstram que nenhum elemento é verdadeiramente equilátero.

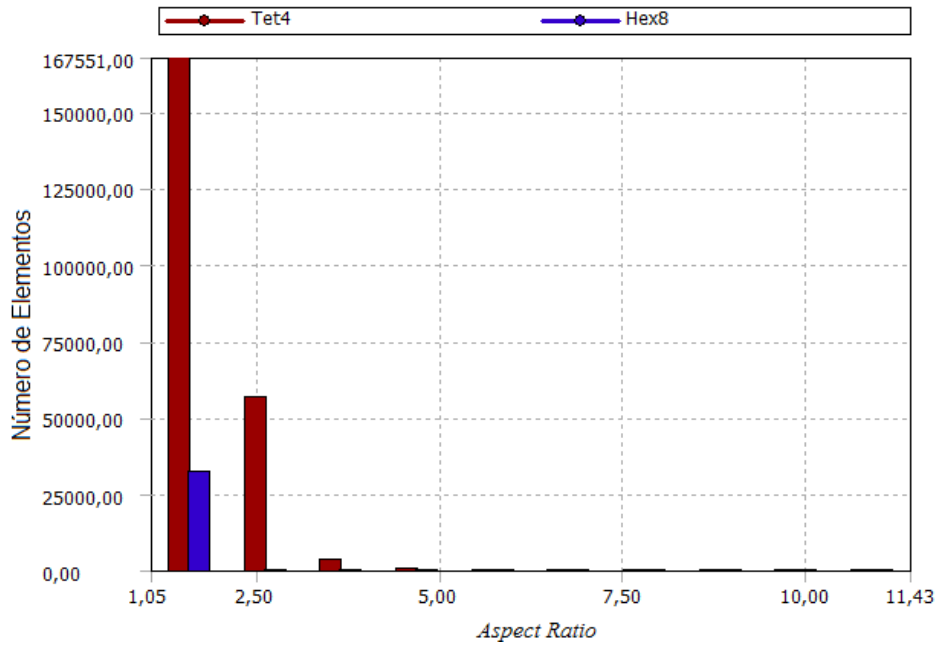


Figura 60 - Avaliação da malha (*Aspect Ratio*)

Por último, a qualidade ortogonal de um elemento (*Orthogonal Quality*) que, para a malha gerada, apresenta um valor médio de 0,868 (Figura 61). Por apresentar um valor perto de 1, confere uma elevada qualidade ortogonal à maioria dos elementos gerados.

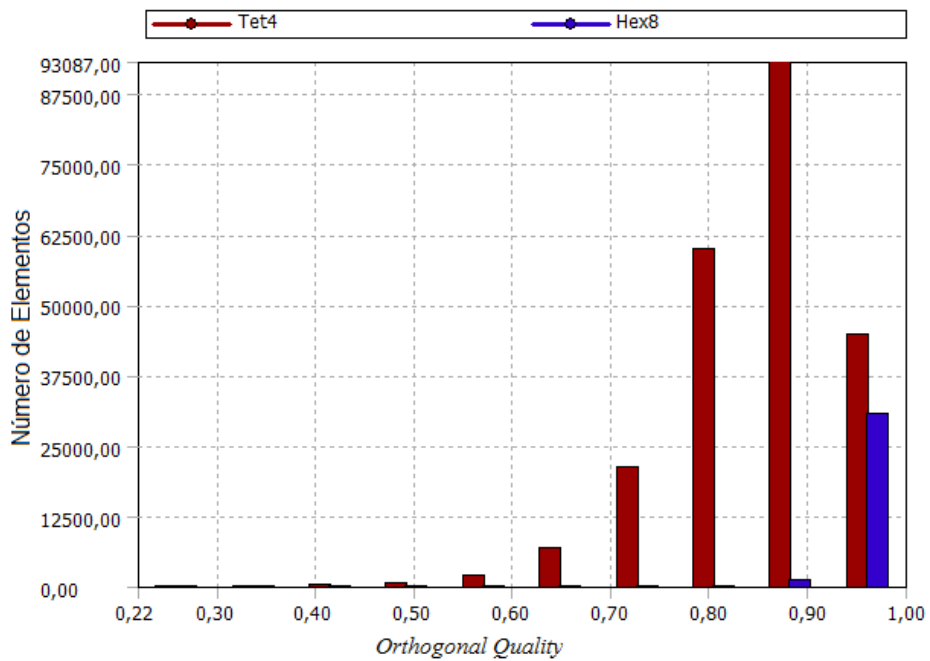


Figura 61 - Avaliação da malha (*Orthogonal Quality*)

Perante os resultados obtidos nos parâmetros de avaliação da malha, pode-se afirmar com relativa segurança que esta foi bem desenvolvida. É ainda importante referir que para as três malhas geradas foram analisados os mesmos parâmetros sendo que todos apresentaram valores perto dos ideais, mesmo a malha mais grosseira o que indica que estes parâmetros não conferem uma garantia absoluta na qualidade da malha.

5.3.2 Processamento para o caso de estudo

Caracterizada a malha, a próxima etapa foi introduzir as condições no ANSYS FLUENT 16, onde será realizado o cálculo.

Perante o resultado obtido anteriormente do número de Nendl, considerou-se o fluido como sendo laminar. Relativamente às condições de entrada e de saída e às condições fronteira introduzidas nos sistemas, estas encontram-se resumidas na Tabela 2.

Tabela 2- Inputs utilizados no software ANSYS FLUENT 16

	Tipo de condição	Input
Condição de entrada	Velocidade de entrada	25,55 [m/s]
Condição de saída	Pressão à saída	0 [Pa]
Paredes	Condição de não escorregamento	Velocidade de rotação do disco 377 [rad/s]

Para a caracterização dos materiais utilizou-se a base de dados do *software*, sendo que para o fluido considerou-se água no estado líquido e para os discos aço com as propriedades representadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Propriedades dos materiais do modelo computacional

	Densidade [kg/m3]	Viscosidade [m²/s]
Água	997	8×10^{-5}
Aço	8030	

Relativamente ao valor mínimo pretendido para os residuais, tendo por base a bibliografia existente sobre o *software* utilizado, considerou-se o valor de 0,001.

Definidos todos os parâmetros no processamento do *software*, inicializou-se o cálculo numérico do problema. O método iterativo terminou ao fim de 183 iterações. Para os valores dos resíduos após a convergência, obtiveram-se os valores para a equação da continuidade de $9,9385 \times 10^{-3}$, para as

componentes da velocidade de x, y e z obteve-se, respectivamente $7,3471 \times 10^{-3}$, $9,3131 \times 10^{-4}$ e $7,538 \times 10^{-3}$, como é possível verificar pela Figura 62.

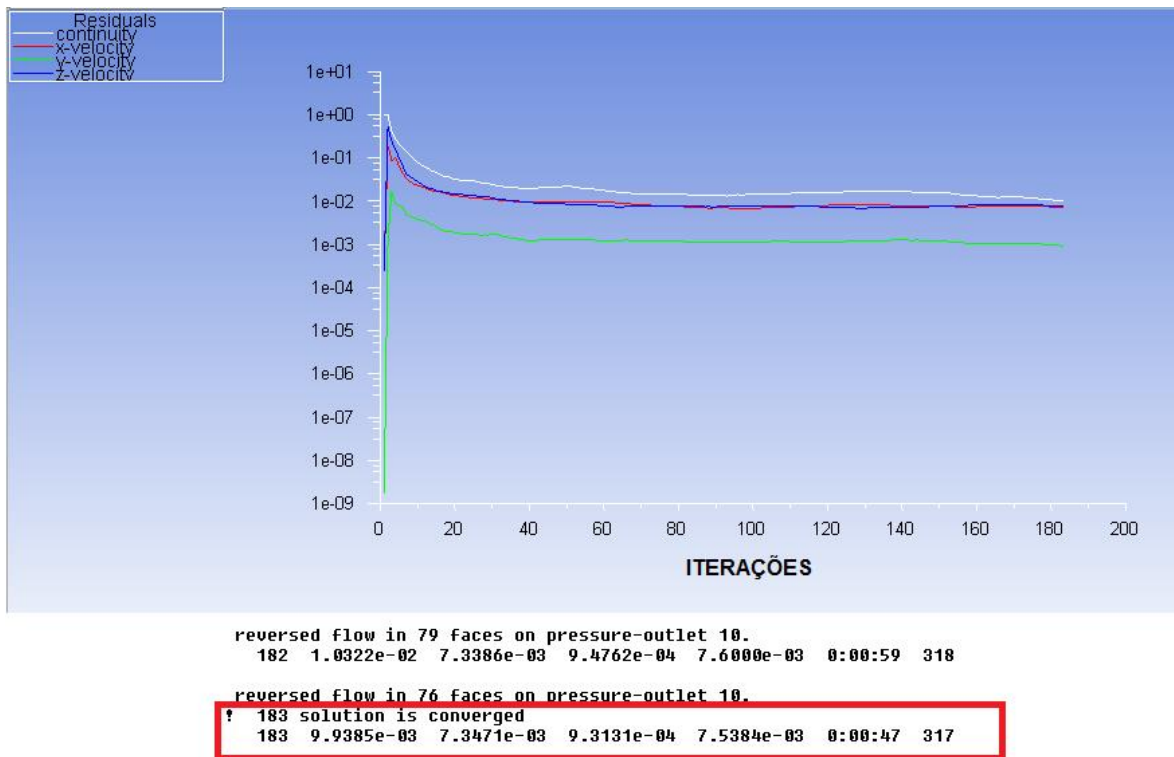


Figura 62 - Convergência do método iterativo, verificação dos valores obtidos nos resíduos

5.3.3 Pós Processamento e Resultados da Solução Numérica

Da análise numérica é possível obter uma imagem da linha de corrente do escoamento no interior da turbina (Figura 63). Em todo o caso, a solução obtida representa um escoamento que circula gradualmente deste a periferia do disco até ao centro do mesmo, conforme descrito na patente realizada por Tesla. Apenas existem recirculações que podem ser explicadas pela reduzida energia existente no fluido mas que encontrando-se em contacto com o disco em movimento pode gerar um ponto de inflexão no escoamento e regar recirculações.

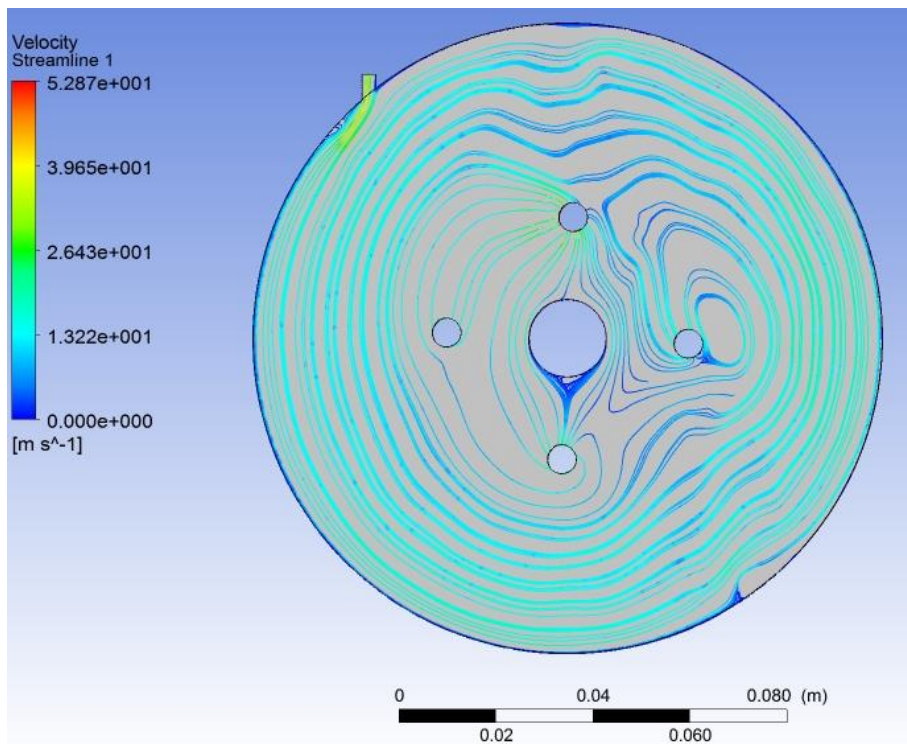


Figura 63 - Linha de escoamento do fluido no interior da turbina. Para uma velocidade de rotação de 377 rad/s.

Por não se possuir uma confirmação visual do escoamento a simulação apenas pode ser validada comparando os valores obtidos do binário gerado em diferentes situações. Semelhante ao modelo analítico, apenas se analisou uma face de um disco do rotor da turbina. Conforme se pode verificar pela Figura 64 o binário gerado numa face de um disco é de 0,01278 Nm.

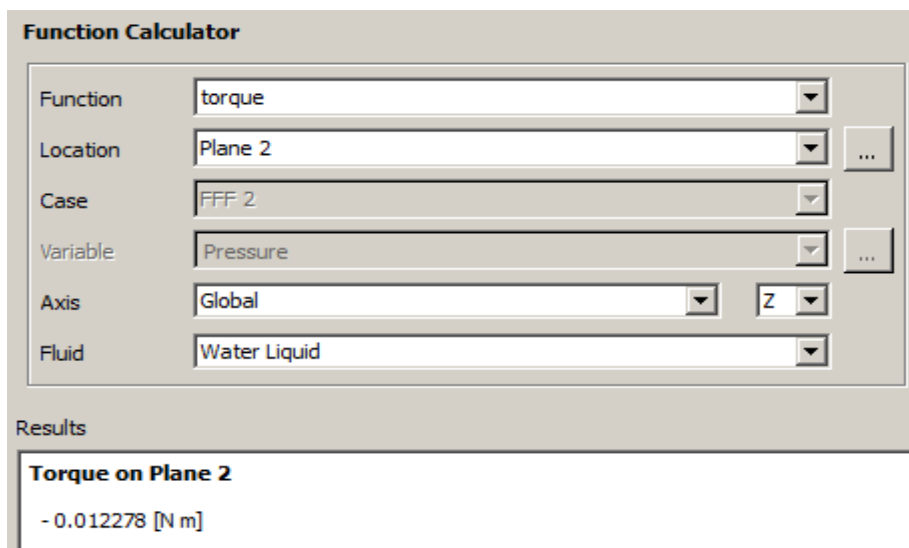


Figura 64 - Solução numérica do binário gerado numa face de um disco da turbina. Para uma velocidade de rotação de 377 rad/s.

Por forma a comparar o resultado obtido com os resultados experimentais, recorreu-se à equação (43) e à semelhança do que aconteceu na solução analítica considerou-se que apenas estariam quatro discos ativos (nd), obtendo-se o seguinte valor:

$$T_{turb_num} = 2(4 - 1) \times 0,0123 = 0,0738 [Nm]$$

O resultado obtido é ligeiramente superior ao obtido em laboratório (0,066 Nm), tal acontece por a solução ser realizada apenas numa superfície de um disco e não estarem complementadas perdas mecânicas dos restantes componentes. Em todo o caso, o valor obtido é bastante próximo do real, conferindo assim certeza no escoamento representado na Figura 63.

Semelhante à solução descrita, foram ainda resolvidas soluções numéricas para dois outros pontos da curva de rendimento da turbina. A Figura 65 e a Figura 66 representam, respetivamente, a solução numérica obtida do escoamento e o binário gerado numa face de um único disco, para uma velocidade de rotação do rotor de 137 rad/s e de 514 rad/s.

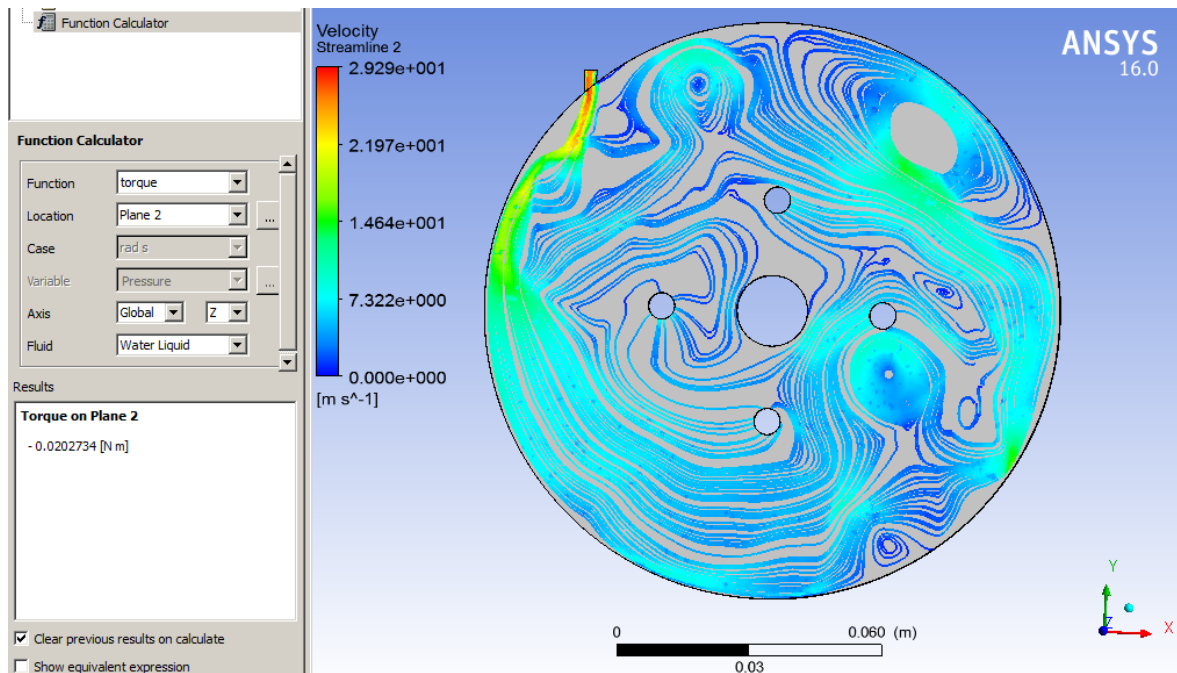


Figura 65 - Solução numérica do escoamento no interior da turbina assim como binário gerado numa face de um disco da turbina. Para uma velocidade de rotação de 137 rad/s

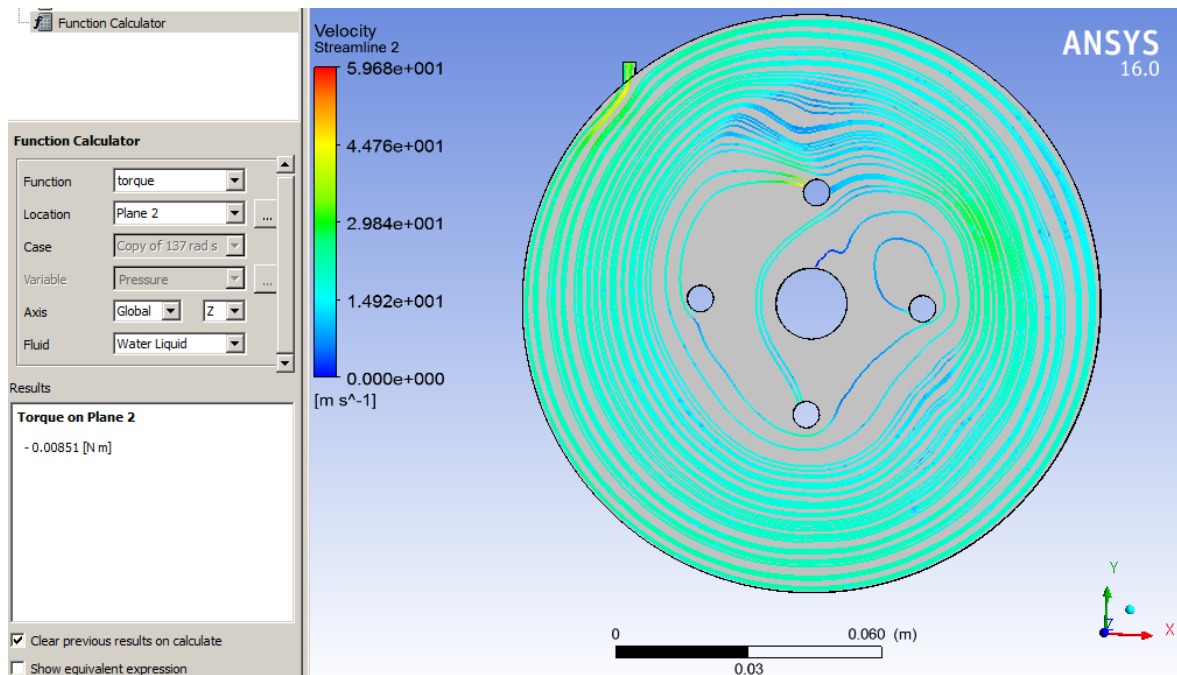


Figura 66 - Solução numérica do escoamento no interior da turbina assim como binário gerado numa face de um disco da turbina. Para uma velocidade de rotação de 514 rad/s

Para a comparação entre os resultados numéricos e experimentais, recorreu-se novamente à equação (43) de modo a obter o binário gerado pela turbina para as diferentes velocidades de rotação, resumindo-se os resultados na Tabela 4

Tabela 4 - Binário gerado pela turbina para as velocidades de rotação de 137 e 514 rad/s

Velocidade de rotação [rad/a]	Binário gerado numa única face de um disco [Nm]	Binário Gerado pela turbina [Nm]	Binário obtido nos ensaios experimentais [Nm]
137	0,0203	0,1218	0,122
514	0,0085	0,0510	0,024

Novamente os resultados obtidos diferem dos resultados experimentais. No entanto, os resultados obtidos numericamente demonstram que, como acontecia no modelo analítico, com o aumento da velocidade de rotação as perdas mecânicas tendem a aumentar e por sua vez o valor para o binário gerado difere mais do valor real. Tal fenómeno pode ser compreendido através da interpretação visual da Figura 65 e da Figura 66. Para uma velocidade de rotação elevada, verifica-se várias discontinuidades do escoamento no interior do rotor, tal fenómeno pode ser explicado pela velocidade reduzida da rotação do disco quando comparada com a velocidade de entrada do fluido. A diferença de velocidades é repensável pelo aparecimento de uma força contrária ao movimento do fluido resultando no aparecimento de refluxos que têm a sua origem quando um escoamento não

consegue acompanhar o meio que percorre. Tal fenômeno é responsável para destruição de parte da energia contida no fluido que não pode ser aproveitada para a produção de trabalho mecânico, impedindo assim a obtenção de um elevado valor no binário gerado.

No caso de velocidades de rotação mais elevadas o escoamento apresenta um movimento mais gradual sem grandes alterações abruptas na sua direção de movimento. No entanto como a velocidade de rotação do rotor é demasiado elevada para as condições de entrada, a turbina não é capaz de retirar toda a energia existente no fluido e conseqüentemente o fluido não diminui tanto a velocidade no interior da mesma. Comparando a Figura 63 com a Figura 66 verifica-se que para o rendimento máximo a velocidade do escoamento à saída da turbina é mais reduzida do que comparando com o escoamento para uma velocidade de rotação de 514 rad/s. Deste modo a implementação deste tipo de turbina carece de uma correta análise procurando obter-se o maior rendimento possível afim de se desenvolver sistemas para a produção descentralizada mais eficientes.

5.4 Otimização do modelo físico da turbina

De modo a otimizar o modelo físico da turbina utilizou-se o modelo matemático para verificar como o *design* da turbina influencia o desempenho da mesma. Os autores do modelo matemático utilizado, indicam que a utilização do modelo para a otimização do modelo físico da turbina, seria a verdadeira aplicação do mesmo. Uma maneira simples de poder explorar os efeitos de um *design* inteligente e utilização de materiais com diferentes rugosidades de modo a determinar a influência destes na performance da turbina.

Ao otimizar os parâmetros físicos da turbina é necessário definir um ponto de funcionamento. Neste trabalho, o ponto de funcionamento escolhido dos dados experimentais foi o ponto onde o rendimento é máximo, cerca de 40% para uma velocidade de rotação de aproximadamente 377 rad/s.

5.4.1 Variação do espaçamento entre discos (b).

Em qualquer tipo de turbina, a geometria do rotor é responsável pelo desempenho da mesma, assim para diferentes condições existem diferentes geometrias, na turbina de Tesla o princípio mantêm-se. Para diferentes fluidos, o espaçamento entre discos deverá ser diferente de modo a obterem-se as melhores condições possíveis. No caso particular do ensaio realizado, para as três condições de funcionamento diferentes ($\Omega = 377$ rad/s, $\Omega = 604$ rad/s e $\Omega = 182$ rad/s), verifica-se que para um valor aproximado de 0,4 mm é onde a potência é máxima, sendo que a velocidade de rotação praticamente não influencia este valor (**Erro! A origem da referência não foi encontrada.**).

Através da Figura 67**Erro! A origem da referência não foi encontrada.** verifica-se que para o ponto de funcionamento ótimo ($\Omega = 377$ rad/s) o valor de espaçamento entre discos para se obter uma potência gerada máxima é de aproximadamente 0,36 mm. Por ser um valor demasiado pequeno e por

conseguente um valor difícil de se obter para a concepção de uma turbina verificou-se que para um valor de 1 mm entre discos a potência teórica gerada é de aproximadamente 75,13 N. Quando comparado com um valor da potência teórica para um espaçamento entre discos de 2,5mm (valor presente na turbina ensaiada laboratorialmente) é cerca de 2,36 vezes superior (Anexo L).

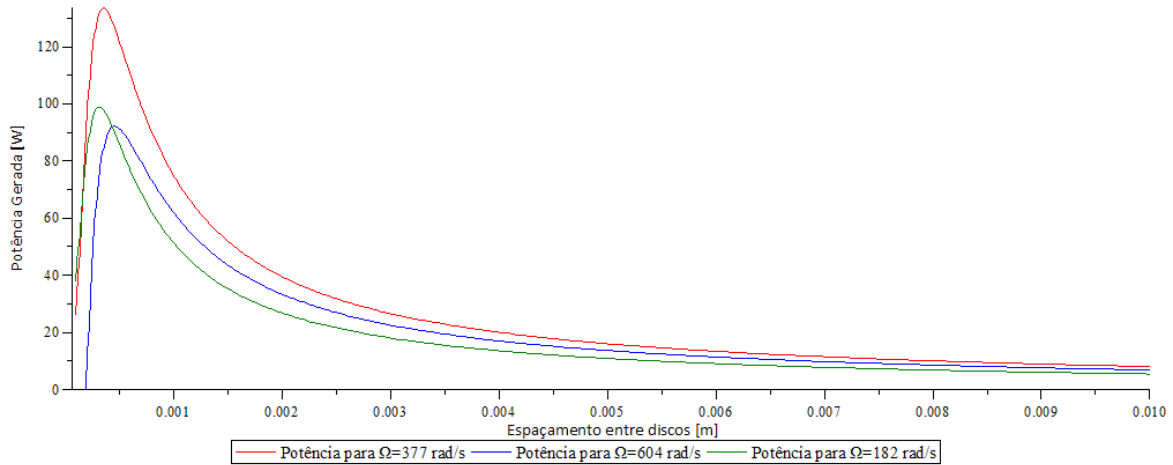


Figura 67 - Potência teórica gerada em função do espaçamento entre discos.

Como já mencionado, neste trabalho não foi possível determinar uma expressão para o cálculo das perdas mecânicas, não sendo por isso possível verificar qual o impacto negativo da diminuição do espaçamento entre discos. No entanto da análise da Figura 67 verifica-se que se obtêm valores de rendimento demasiado elevados, pelo que é possível afirmar que as perdas mecânicas não dependem apenas da velocidade de rotação mas também do espaçamento entre discos. A influência desta variável no cálculo das perdas é mencionada por diversos investigadores, entre os quais Vedavalli Krishnan, que afirma que para valores inferiores de espaçamento entre discos, as perdas mecânicas são superiores [70].

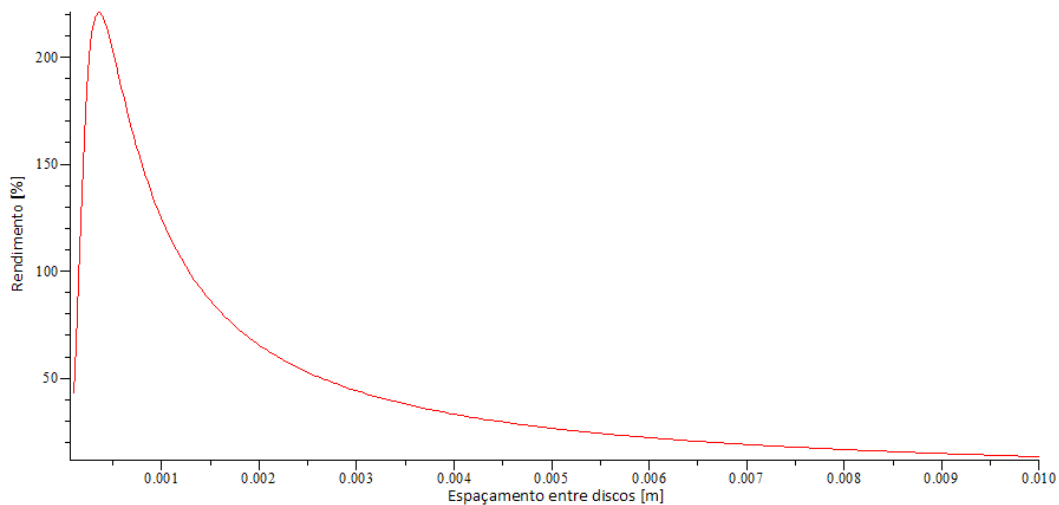


Figura 68 - Rendimento teórico em função do espaçamento entre discos (Para $\Omega = 377$ rad/s)

5.4.2 Variação da viscosidade absoluta

A turbina de Tesla é também conhecida por tirar proveito das propriedades viscosas do fluido motor. De modo a compreender melhor a influência desta propriedade física, qual a potência teórica gerada em função da viscosidade absoluta. Com o aumento da viscosidade absoluta a potência aumenta linearmente com um declive de aproximadamente 38500,85 (Pa.s) (Anexo I).

A Figura 69 evidencia a influência das propriedades viscosas do fluido motor na performance da turbina, para pequenos aumentos de viscosidade é possível obter grandes aumentos na potência gerada. A utilização de fluidos mais viscosos implicaria a utilização da turbina em aplicações industriais.

Indiretamente da análise da Figura 69 é ainda possível determinar a influência da temperatura no interior do rotor da turbina visto que a temperatura afeta a viscosidade absoluta. Num líquido a viscosidade diminui com o aumento de temperatura enquanto que num gás a viscosidade aumenta com o aumento de temperatura. Assim mediante o fluido motor utilizado deve-se ter em atenção a temperatura de funcionamento de modo a garantir o valor para a viscosidade pretendida [85]

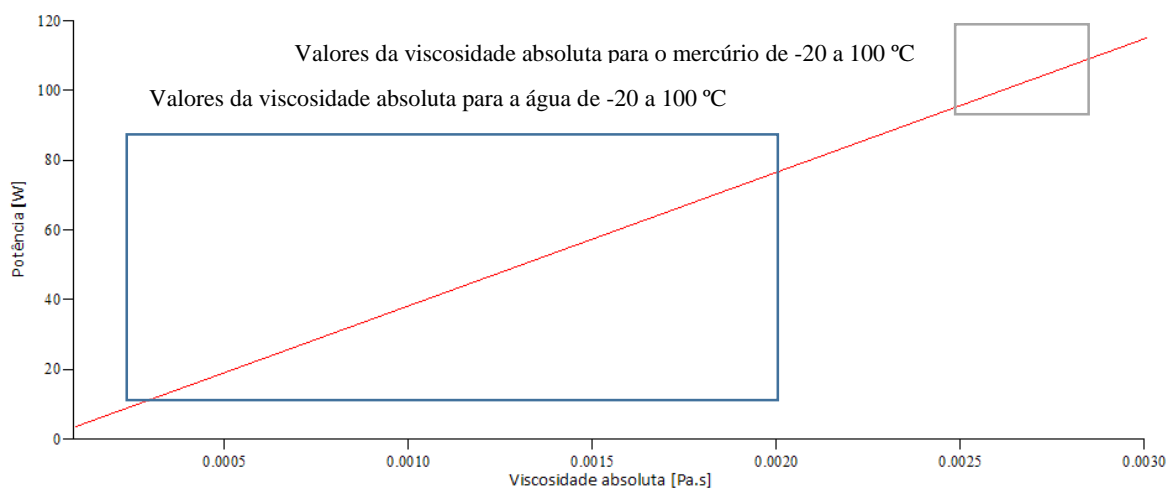


Figura 69 - Potência teórica gerada em função da viscosidade absoluta (Para $\Omega = 377$ rad/s e $b=2,5$ mm)

Com a Figura 70 verifica-se que para elevados valores de viscosidade absoluta, para valores característicos de óleos, seria possível obter potências bastante elevadas. No entanto a elevada potência obtida leva a concluir que tal valor é meramente teórico e que as perdas da turbina também aumentaram com o aumento de viscosidade, de modo a que a potência gerada real apresente valores mais coerentes.

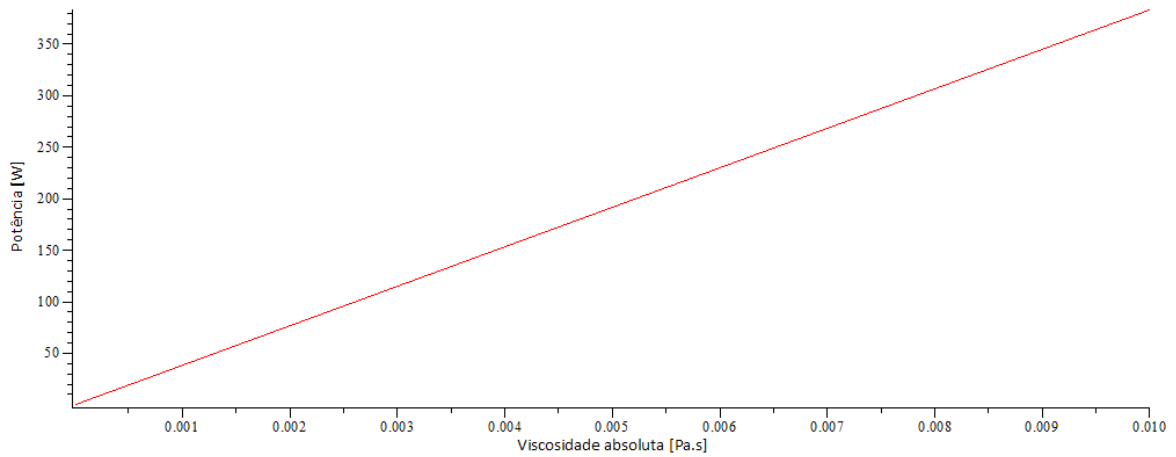


Figura 70 - Potência teórica gerada em função da viscosidade absoluta para elevados valores de viscosidade absoluta (Para $\Omega = 377 \text{ rad/s}$ e $b=2,5\text{mm}$)

5.4.3 Variação do ângulo de entrada (α)

De modo a otimizar a geometria da turbina ensaiada foi considerada a influência do ângulo da tubeira de entrada (α), visto este ser responsável pelo perfil de velocidades à entrada do rotor da turbina.

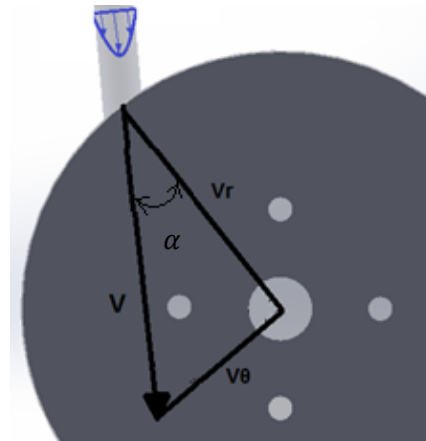


Figura 71 - Ângulo de entrada do fluido no rotor e componentes da velocidade

Resolvendo o modelo matemático em função do ângulo de entrada da tubeira em graus, obtêm-se a seguinte expressão para a potência gerada:

$$Pot(\alpha) = -4,5084 \times 10^{-6} \sin(0,0175\alpha) \times \left(1,059 \times 10^9 + (8,048 \times 10^{10} \cos(0,0174 \alpha)) \times \left(-1 + e^{-\frac{0,0134}{\cos(0,0174 \alpha)}} \right) \right) \quad (58)$$

Onde:

- Pot – Potência em função do ângulo de entrada da tubeira [W];
- α – Ângulo de entrada da tubeira [°].

Para a análise da influência do ângulo de entrada na performance da turbina para a três condição de funcionamento diferentes ($\Omega = 377$ rad/s, $\Omega = 604$ rad/s e $\Omega = 182$ rad/s), verifica-se que para um valor aproximado de 45° é onde a potência é máxima, sendo que a velocidade de rotação não influência este valor (Figura 72).

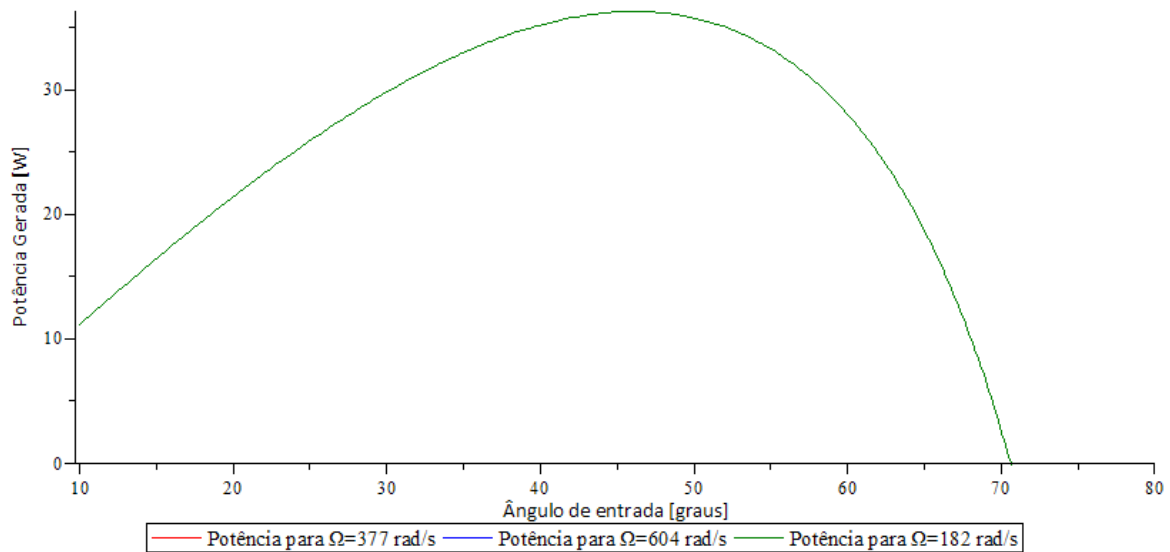


Figura 72 - Potência teórica gerada em função do ângulo de entrada (α) (Para $b=2,5$ mm)

Da Figura 72 verifica-se que para o valor do ângulo para se obter uma potência gerada máxima é de aproximadamente $46,1^\circ$, obtendo assim um valor aproximado de 36,31 N para a potência teórica. Quando comparado com o valor teórico da potência para o ângulo ideal com um ângulo de 38° (valor da turbina desenvolvida) verifica-se que é de apenas de 1,05 vezes superior, o indica que a alteração do ângulo de entrada do escoamento na turbina desenvolvida não traria melhorias significativas no aumento da potência gerada (Anexo N).

Capítulo 6. Conclusões

Como descrito em diversos estudos, o consumo de energia a nível mundial continua a aumentar, sendo fundamental investir no desenvolvimento de novas soluções que resultem na redução das emissões de gases de efeito de estufa e no aumento da eficiência energética. Neste sentido o desenvolvimento de tecnologias para a produção descentralizada tem sido vista como uma alternativa a ser tomada em consideração.

O presente trabalho baseou-se na utilização de uma tecnologia já existente há mais de um século mas que nunca teve grandes exemplos de comercialização. Por ser uma tecnologia fácil e barata de se desenvolver, considerou-se importante o seu estudo para uma possível aplicação na produção elétrica descentralizada.

Todos os modelos correspondem a uma representação teórica do mundo real e partem de uma serie de pressupostos de forma a simplificar um sistema. O presente estudo, recorreu a um modelo analítico e a um modelo de simulação computacional para a análise de uma turbina de Tesla.

A aplicação do modelo analítico desenvolvido por Sengupta e Guha permite definir um sistema de equações que se podem resolver e assim compreender o comportamento do sistema. Este teve por base uma série de pressupostos que simplificaram as equações de Navier-Stokes de modo a caracterizar o escoamento no interior da turbina. Neste trabalho o modelo analítico permitiu determinar o binário e a potência ideal para a turbina, não sendo no entanto possível analisar os valores reais pois o autor não pode aplicar o método para o cálculo das perdas mecânicas utilizado por Sengupta e Guha. As perdas associadas ao movimento da turbina, no modelo analítico, não foram possíveis de ser determinar pois no ensaio experimental não foi possível realizar a medição das propriedades do fluido como caudal à saída da turbina e os valores de temperatura na entrada e na saída da turbina. No entanto, quanto se efetua a comparação da curva da potência ideal com a obtida no ensaio experimental, verifica-se que as perdas aumentam exponencialmente com o aumento da velocidade de rotação. Apesar das limitações relativamente ao cálculo das perdas, o modelo analítico permitiu ainda determinar a importância de determinadas variáveis no desempenho da turbina, sendo por isso possível compreender qual será a geometria mais indicada para se desenvolver uma versão melhorada da turbina. Esta compreensão dos parâmetros físicos pode ser utilizada posteriormente para a conceção de um novo modelo computacional mais refinado, de modo a reduzir as exigências computacionais.

O modelo computacional, permitiu obter uma solução numérica do escoamento em contacto com um disco da turbina. Para a obtenção de valores corretos foi necessário realizar uma série de procedimentos no pré-processamento de modo a garantir a convergência da solução, como por exemplo a avaliação da malha gerada. No entanto, a convergência da solução numérica só por si não

indica uma correta caracterização da realidade. Assim, tal como no modelo analítico, compararam-se os resultados obtidos no binário gerado de forma a validar os resultados obtidos. Dos resultados obtidos do modelo computacional, verificou-se que o valor do binário gerado tem a mesma ordem de grandeza que os resultados experimentais, conferindo assim alguma certeza aos resultados obtidos, pelo que se assume a representação do escoamento junto ao disco como verdadeira.

Analisando as soluções obtidas, para a situação de rendimento máximo, obtém-se um escoamento com um comportamento gradual, como descrito por Tesla na sua patente. Para situações onde o binário imposto ao veio é demasiado elevado, verifica-se uma separação no escoamento, causada pelo aparecimento de uma força contrária. Este fenómeno representa uma quantidade de energia que não é convertida em trabalho mecânico. Contrariamente, para situações em que o binário imposto ao veio é demasiado reduzido, a turbina não consegue retirar toda a energia existente no fluido, representando, novamente, uma quantidade de energia que não é convertida em trabalho mecânico.

Perante os resultados obtidos na solução numérica, é possível afirmar que a utilização de ferramentas de mecânica dos fluidos computacionais, são uma mais valia para o dimensionamento e projeto de turbinas de Tesla com aplicação à produção descentralizada, por permitir uma visualização dos fenómenos que ocorrem no interior da turbina que, como aconteceu no ensaio laboratorial realizado, nem sempre são possíveis de observar.

Para a validação dos modelos deve ser necessário comparar os resultados obtidos com resultados empíricos. Assim, para o presente trabalho foi desenvolvido um modelo de uma Turbina de Tesla que foi posteriormente estudado em laboratório, de modo a determinar as suas curvas características de funcionamento.

Dos ensaios laboratoriais determinou-se que era possível desenvolver uma turbina com um rendimento máximo de cerca de 40%, produzindo cerca de 25 W de potência para uma velocidade de 377 rad/s. Um valor bastante reduzido quando comparado com turbinas hídricas de elevadas dimensões que possuem rendimentos de cerca de 90%. De modo a determinar os valores obtidos pela turbina de Tesla, comparou-se na mesma bancada de ensaio e para as mesmas condições de funcionamento um modelo reduzido de uma turbina Pelton. Dos resultados obtidos verificou-se que a turbina de Tesla possui valores de rendimento ligeiramente superiores à turbina Pelton que apresentava um rendimento máximo de cerca de 26%. É ainda possível verificar que os valores de velocidade específica são reduzidos em ambas as turbinas, no entanto a gama de valores de velocidade específica é superior na turbina de Tesla, sendo que assim é possível afirmar que esta possui maiores campos de utilização.

O reduzido rendimento medido pode ser explicado pelas reduções pequenas das turbinas, uma vez que quando se reduz a escala de uma turbina, as forças de adesão e de coesão começam a aumentar, sobrepondo-se às forças de inercia, diminuindo assim o rendimento das mesmas. Como a turbina de

Tesla depende da viscosidade cinemática em vez da inércia para converter a energia do fluido em trabalho mecânico, faz com que seja uma turbina utilizada para a produção elétrica descentralizada uma vez que esta se caracteriza pela produção energia com tecnologia de escalas reduzidas.

As análises efetuadas na presente dissertação demonstram que a turbina de Tesla aparenta ser uma tecnologia que adequada às características da produção descentralizada. Tais considerações devem-se ao facto de esta funcionar melhor para dimensões reduzidas, por ser fácil e barata de se desenvolver e torna-se viável para a sua implementação na produção descentralizada.

A presente dissertação revela ainda ferramentas que podem ser utilizadas para a elaboração de modelos da turbina específicas a diferentes necessidades, sendo por isso possível de se analisar diversas geometrias para fontes de energia distintas.

Como proposta de trabalho futuro, considera-se importante a conceção e realização de ensaios experimentais de um novo modelo, tendo por base os resultados obtidos nos cálculos realizados no capítulo referente às otimizações da turbina. Na realização de um novo ensaio laboratorial, seria importante caracterizar o escoamento à saída da turbina, em particular determinar a velocidade e temperatura do fluido.

No ensaio laboratorial desenvolvido, devido à disposição do espaço, não foi possível acoplar um gerador elétrico ao veio da turbina, pelo que apenas se efetuou uma simulação com recurso a uma correia de aperto. No entanto seria importante o desenvolvimento de um novo ensaio em que se determine a resposta da turbina perante oscilações no consumo da corrente elétrica gerada.

De salientar que o trabalho realizado apresentado neste capítulo, assim como os resultados obtidos, resultaram na realização de um artigo científico aprovado para a *International Conference On Engineering da University of Beira Interior (ICEUBI) 2015*.

Relativamente à simulação computacional, seria interessante analisar a variação da pressão no interior do rotor, no entanto para confirmar essa mesma variação, o modelo desenvolvido da turbina teria que possuir sensores de pressão entre os discos para diferentes valores de raio, caso contrário a solução numérica obtida não poderia ser validada. Por este motivo, no presente trabalho, o autor optou por não realizar nenhum estudo sobre a variação de pressão no interior do rotor.

Perante os resultados obtidos no segundo ensaio laboratorial, assim como o valor existente na legislação portuguesa referentes à taxa de remuneração para a produção de energia elétrica através de fontes de energia hídricas, presente na Portaria n.º 15/2015, de 23 de janeiro, seria interessante a conceção de um estudo económico, de modo a compreender se os custos associados à conceção de uma turbina de Tesla para aplicação da microprodução, recorrendo a recursos hídricos, teria vantagens relativamente à utilização de outro tipo de turbina.

Apesar das limitações, e as indicações de trabalho futuro, o trabalho desenvolvido demonstrou que a turbina de Tesla, devido à sua simplicidade, é uma tecnologia simples de se produzir para a produção de energia mecânica em escalas reduzidas. Sendo assim uma tecnologia com interesse para a aplicação na microprodução de eletricidade.

Bibliografia

- [1] B. CREW, “Denmark just generated 140% of its electricity demand from wind power,” 15 Julho 2015. [Online]. Available: <http://www.sciencealert.com/denmark-just-generated-140-of-its-electricity-demand-from-wind-power>. [Acedido em 20 Setembro 2015].
- [2] Portal Energia, “Vantagens do Protocolo de Quioto,” [Online]. Available: <http://www.portal-energia.com/protocolo-de-quioto/>. [Acedido em 20 Setembro 2015].
- [3] Comissão Europeia, “Desafios e políticas no domínio da energia,” 22 Maio 2013. [Online]. Available: http://ec.europa.eu/europe2020/pdf/energy2_pt.pdf. [Acedido em 19 Março 2014].
- [4] Comissão das Comunidades Europeias, “Eficiência Energética: Atingir o objectivo de 20%,” 13 Novembro 2008. [Online]. Available: <http://ec.europa.eu/transparency/regdoc/rep/1/2008/PT/1-2008-772-PT-F1-1.Pdf>. [Acedido em 28 Março 2014].
- [5] P. Cabral, “O PNAEE 2016 e PNAER 2013-2020: Estratégias para a Eficiência Energética e Energias Renováveis.,” 2 Maio 2013. [Online]. Available: http://www.apenergia.pt/uploads/docs/Apresentacao_Pedro_Cabral_Final.pdf. [Acedido em 4 Junho 2015].
- [6] United Nations - Department of Economic and Social Affairs, “World Urbanization Prospects The 2014 Revision,” 2015. [Online]. Available: <http://esa.un.org/unpd/wup/FinalReport/WUP2014-Report.pdf>. [Acedido em 5 Setembro 2015].
- [7] Direção-Geral de Energia e Geologia, “Energia em Portugal 2013,” p. 2, Maio 2015.
- [8] J. L. Velho, *Petróleo e Energias Renováveis Portugal na Encruzilhada*, Edições Ex Libris, 2014.
- [9] European Union law, “Tratado que institui a Comunidade Europeia da Energia Atómica (Euratom),” EUR-Lex, 19 Outubro 2007. [Online]. Available: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/PT/TXT/HTML/?uri=URISERV:xy0024&from=PT>. [Acedido em 20 Março 2014].

- [10] Comissão das Comunidades Europeias, “Energias renováveis,” 8 Março 2006. [Online]. Available: http://energiasrenovaveis.com/images/upload/livro_verde_pt.pdf. [Acedido em 28 Março 2014].
- [11] “Roadmap 2050 - Technical Analysis,” Abril 2010. [Online]. Available: http://www.roadmap2050.eu/attachments/files/Volume1_fullreport_PressPack.pdf. [Acedido em 20 Março 2014].
- [12] ADENE, “Política Energética,” [Online]. Available: <http://www.adene.pt/politica-energetica>. [Acedido em 1 Setembro 2015].
- [13] Resolução do Conselho de Ministros n.º 20/2013. Diário da República, 1.ª série — N.º 70 — 10 de abril de 2013.
- [14] P. Cabral, “O PNAER e as perspetivas de futuro para a PRE Renovável,” em Conferência APREN 2012 - A SUSTENTABILIDADE DO SETOR ELÉTRICO, Viana do Castelo, 2012.
- [15] P. Cabral, “O PNAEE 2015 E PNAER 2013-2020: Estratégias para a Eficiência Energéticas e Energias Renováveis,” Lisboa, 2013.
- [16] Decreto-Lei n.º 25/2013 de 19 de fevereiro, Diário da República, 1.ª série — N.º 35 — 19 de fevereiro de 2013.
- [17] Decreto-Lei n.º 363/2007 de 2 de Novembro, Diário da República, 1.ª série — N.º 211 — 2 de Novembro de 2007.
- [18] P. Barbeiro, Avaliação do Impacto Resultante da Integração em Larga Escala de Unidades de Microgeração nas Redes de Distribuição de Média e Baixa Tensão, Porto: Faculdade de Engenharia de da Universidade do Porto, 2010.
- [19] Centro de Economia Ecológica e Gestão do Ambiente, “Entidade Reguladora do Sector Eléctrico,” 2000. [Online]. Available: <http://www.erse.pt/pt/desempenhoambiental/rotulagemenergetica/documentacao/Documents/SectorEl%C3%A9ctricoeAmbiente1Relat%C3%B3rio.pdf>. [Acedido em 3 Março 2015].
- [20] M. Amaral, Estudo, Desenvolvimento e Controlo de Grupo Gerador Pico-Hídrico, 2013.

- [21] World Alliance for Decentralized Energy, “What is DE?,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/deb_what.html. [Acedido em 20 Agosto 2015].
- [22] P. Barbeiro, Avaliação do impacto Resultante da Integração em Larga Escala de Unidades e Microgeração nas Redes de Distribuição de Média e Baixa Tensão, Porto, 2010.
- [23] Y. Cengel e M. Boles, Thermodynamics : An Engineering Approach, 7th Edition.
- [24] World Alliance for Decentralized Energy, “Efficiency Benefits,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/ben_efficiency.html. [Acedido em 8 Agosto 2015].
- [25] Ramakumar, P. e Chiradeja R., “Distributed generation and renewable energy systems,” Energy Conversion Engineering Conference, pp. 716 - 724, 2004.
- [26] U.S. Energy Information Administration, “How much of U.S. carbon dioxide emissions are associated with electricity generation?,” 31 Março 2015. [Online]. Available: <http://www.eia.gov/tools/faqs/faq.cfm?id=77&t=11>. [Acedido em 8 Agosto 2015].
- [27] World Alliance for Decentralized Energy, “Ancillary Services,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/ben_ancillary.html. [Acedido em 26 Agosto 2015].
- [28] World Alliance for Decentralized Energy, “Economic Benefits,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/ben_economic.html. [Acedido em 26 Agosto 2015].
- [29] World Alliance for Decentralized Energy, “Land Use Benefits,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/ben_environmental.html. [Acedido em 26 Agosto 2015].
- [30] Redes Energéticas Nacionais, “Rede de Transmissão Eléctrica Nacional,” [Online]. Available: <http://www.ren.pt/>. [Acedido em 30 Agosto 2015].
- [31] R. EIRAS, “Uma autonomia energética sustentável para Portugal. Mitigar as alterações climáticas desenvolvendo segurança económica,” Relações Internacionais [online], pp. 119-136, 201.
- [32] World Alliance for Decentralized Energy, “Security Benefits,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/ben_security.html. [Acedido em 26 Agosto 2015].

- [33] International Energy Agency, “Energy access database - WEO 2014 Electricity database,” [Online]. Available: <http://www.worldenergyoutlook.org/resources/energydevelopment/energyaccessdatabase/>. [Acedido em 30 Agosto 2015].
- [34] World Alliance for Decentralized Energy, “Access Benefits,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/ben_access.html. [Acedido em 26 Agosto 2015].
- [35] World Alliance for Decentralized Energy, “Health,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/ben_health.html. [Acedido em 26 Agosto 2015].
- [36] J. Tidd e J. e. P. K. Bessant, *Gestão da Inovação: Integração das mudanças tecnológicas, de mercado e orzanizacionais*, Monitor Lisboa, 2003.
- [37] Goetzberger, A. e Hoffmann, V.U., *Photovoltaic Solar Energy Generation*, Berlim: Springer, 2005.
- [38] Decreto-lei nº186/95 de 27 de julho, *Diário Da República* Nº 172 - 27 - 7- 1995.
- [39] Martins, A., *Avaliação e análise dos fluxos energéticos da ETAR Sul e ETAR Norte da SIMRIA*. Tese de Mestrado, Aveiro: Universidade de Aveiro, 2014.
- [40] COGEN Portugal, “O que é a Cogeração,” 2006. [Online]. Available: http://www.cogenportugal.com/general_content/showInformation.aspx?mt=1&ml=34&type=2. [Acedido em 18 Fevereiro 2015].
- [41] Martins, J, *Motores de Combustão Interna*, Porto: Publindústria, 2006.
- [42] COGEN Portugal, “Micro Geração,” Porto, 2011.
- [43] World Alliance for Decentralized Energy, “Reciprocating Engines,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/deb_tech_re.html. [Acedido em 15 Setembro 2015].
- [44] Clean Energy States Alliance, “Fuel Cells: Briefing Papers for State Policymakers,” 2011.
- [45] Physics, “What are fuel cells?,” [Online]. Available: <http://www.physics.org/article-questions.asp?id=68>. [Acedido em 13 Setembro 2015].

- [46] Alternative Energy, “Hydrogen and Fuel Cells - Production,” [Online]. Available: http://www.altenergy.org/renewables/hydrogen_and_fuel_cells_production.html. [Acedido em 13 Setembro 2015].
- [47] World Alliance for Decentralized Energy, “Fuel Cells,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/deb_tech_fc.html. [Acedido em 12 Setembro 2015].
- [48] F. M. White, Fluid Mechanics, 5th Edition, MCGraw-Hill, November, 2002.
- [49] ISEL, Apontamentos da Unidade Curricular de Máquinas Térmicas II, Lisboa: ISEL.
- [50] S. Mathew, Wind Energy: Fundamentals, Resource Analysis and Economics, Springer, 2006.
- [51] Pure Energy Centre, “50kW To MW Wind Turbine,” 2015. [Online]. Available: <http://pureenergycentre.com/50kw-to-mw-wind-turbine/>. [Acedido em 13 9 2015].
- [52] World Alliance for Decentralized Energy, “Rooftop/local wind turbines,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/deb_roof_top.html. [Acedido em 13 Setembro 2015].
- [53] EPA - Combined Heat and Power Partnership, “Section 5. Technology Characterization – Microturbines,” em Catalog of CHP technologies, U.S. Environmental Protection Agency. Combined Heat and Power Partnership, 2015.
- [54] Word Alliance for Decentralized Energy, “Microturbines,” [Online]. Available: http://www.localpower.org/deb_tech_mt.html. [Acedido em 13 Setembro 2015].
- [55] Word Public Library, “Water Mill,” [Online]. Available: http://www.worldlibrary.org/articles/Water_mill. [Acedido em 12 Setembro 2015].
- [56] IRENA - International Renewable Energy Agency, “Renewable energy Technologies: Cost Analysis series,” Junho 2012. [Online]. Available: https://www.irena.org/DocumentDownloads/Publications/RE_Technologies_Cost_Analysis-HYDROPOWER.pdf. [Acedido em 13 Setembro 2015].
- [57] Decreto-Lei n.º 153/2014 de 20 de outubro, Diário da República, 1.ª série — N.º 202 — 20 de outubro de 2014.

- [58] Portaria n.º 14/2015 de 23 de janeiro, Diário da República, 1.ª série — N.º 16 — 23 de janeiro de 2015.
- [59] Portaria n.º 15/2015 de 23 de janeiro, Diário da República, 1.ª série — N.º 16 — 23 de janeiro de 2015.
- [60] Tesla Universe, “Tesla Patents,” [Online]. Available: <http://www.teslauniverse.com/nikola-tesla/patents>. [Acedido em 30 Outubro 2015].
- [61] N. Tesla, “Turbine”. Estados Unidos da América Patente 1061206, 6 Maio 1913.
- [62] Choon, T. W.; Rahman, A. A.; Jer, S. J.; Aik, L. E., “Optimization of Tesla turbine using Computational Fluid Dynamics approach,” em *Industrial Electronics and Applications (ISIEA)*, 2011.
- [63] Hoya, G.P. and Guha, A., “The design of a test rig and study of the performance and efficiency of a Tesla disc turbine,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, vol. 223, pp. 451-465, 2009.
- [64] Rice, W., “An Analytical and Experimental Investigation of Multiple-Disk Turbines,” *Journal of Engineering for Power*, vol. 87, pp. 29-36, 1965.
- [65] Ho-Yan, “Tesla Turbine for Pico-Hydro Applications,” *Guelph Engineering Journal*, vol. 4, pp. 1-8, 2011.
- [66] E. Logan, *Handbook of Tubomachinery*, Second Edition, Nova Iorque: MarceDekker, 2003, pp. 861-874.
- [67] Sengupta, S. e Guha, A., “A theory of Tesla disc turbines,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, vol. 226, pp. 650-663, 2012.
- [68] Garrison, P. W.; Harvey, D. W. e Catton, L., “Laminar compressible flow between rotating disks,” *ASME J Fluids Eng*, vol. 98, pp. 382-389, 1976.
- [69] V. D. Romanin, *Theory and Performance of Tesla Turbines*. Tese de Doutoramento, Berkeley, EUA: Universidade da Califórnia, 2012.

- [70] V. Krishnan, Design and Fabrication of cm-scale Tesla Turbines. Tese de Doutorado, Berkeley, EUA: Universidade da California, 2015.
- [71] E. Lemma, R. Deam, D. Toncich e R. Collins, “Characterisation of a small viscous flow turbine,” *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 33, pp. 96-105, 2008.
- [72] Fraenkel, P.; Paish, O.; Bokalders, V.; Harvey, A.; Brown, A.; Edwards, R., *Micro-Hydro Power: a guide for development workers*, Londres: IT Publications Ltd, 1991.
- [73] Sengupta, S e Guha, A, “Analytical and computational solutions for three-dimensional flow-field and relative pathlines for the rotating flow in a Tesla disc turbine,” *Computers and Fluids*, vol. 88, pp. 344-353, 2013.
- [74] J. Batista, *Microgeração de energia elétrica (abaixo de 100kw) utilizando turbina de Tesla modificada*, Guaratinguetá: Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2009.
- [75] N. Tesla, “APPARATUS FOR AERIAL TRANSPORTATION”. Estados Unidos da América Patente 1655114, 3 Janeiro 1928.
- [76] National Aeronautics and Space Administration, “Navier-Stokes Equations. 3-dimensional-unsteady,” [Online]. Available: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/nseqs.html>. [Acedido em 31 Maio 2015].
- [77] Tu, Jiyuan; Yeoh, Guan-Heng e Liu, Chaoqun, *Computational Fluid Dynamics A Practical Approach Second Edition*, Butterworth-Heinemann, 2013.
- [78] M. Matos, *Apontamentos da Unidade Curricular de Mecânica dos Fluidos Computacional*, Lisboa: ISEL, 2014.
- [79] Versteeg, H.K. e Malalasekera, W., *An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method*, longman Scientific & Technical, 1995.
- [80] J. Anderson, *Computational Fluid Dynamics*, 1st Edition, McGraw-Hill Education, 1995.
- [81] M. Kuron, “Criteria for Assessing CFD Convergence,” 6 Janeiro 2015. [Online]. Available: <http://www.engineering.com/DesignerEdge/DesignerEdgeArticles/ArticleID/9296/3-Criteria-for-Assessing-CFD-Convergence.aspx>. [Acedido em 20 Setembrom 2015].

- [82] ANSYS Meshing User's Guide, ANSYS, Inc., 2013.
- [83] Armfield, Manual do utilizador - Armfield FM3SU.
- [84] Dixon, Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery.
- [85] D. Bansal, Textbook of fluid mechanics and Hydraulic Machines.
- [86] "Lecture 2: Introduction to CFD Methodology," Ansys ic, 2010.

ANEXOS

ANEXO A

(Integração da equação da continuidade)

Por forma a determinar o parâmetro médio adimensional radial, foi necessário integrar a equação diferencial da equação da continuidade. Assim obtêm-se:

$$\int_0^h \int_{r_2}^r \frac{\partial(r V_r)}{\partial r} dr dz = 0$$

$$\frac{\partial(r V_r)}{\partial r} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(r \overline{V_{r2}} \xi(R) H(z))}{\partial r}$$

Como $\overline{V_{r2}}$ é uma constante e $H(z)$ não depende de r , podem meter-se em evidência, sendo assim calculada a derivada do produto de r com $\xi(R)$. Sabe-se ainda que $\xi(R) = \xi\left(\frac{r}{r_2}\right)$, então sabe-se que $\xi'(R) = \xi'\left(\frac{r}{r_2}\right) \times \frac{1}{r_2}$. Resolvendo a derivada em ordem a r , obtêm-se:

$$\overline{V_{r2}} H(z) \left(\xi(R) + r \xi'(R) \times \frac{1}{r_2} \right)$$

Integrando a equação, têm-se que:

$$\int_0^h \int_{r_2}^r \overline{V_{r2}} H(z) \left(\xi(R) + r \xi'(R) \times \frac{1}{r_2} \right) dr dz = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \int_0^h H(z) dz \times \int_{r_2}^r \overline{V_{r2}} \left(\xi(R) + r \xi'(R) \times \frac{1}{r_2} \right) dr = 0$$

Para que a equação seja verdadeira, pelo menos um dos termos do produto tem que ser igual a zero. Analisando individualmente esses termos verifica-se que o integral de $H(z)$ nunca pode ser igual a zero, pelo que obrigatoriamente o segundo termo da equação é ser igual a zero.

$$\int_{r_2}^r \overline{V_{r2}} \left(\xi(R) + r \xi'(R) \times \frac{1}{r_2} \right) dr = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{V_{r2}} \int_{r_2}^r \left(\xi(R) + r \xi'(R) \times \frac{1}{r_2} \right) dr = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{V_{r2}} \int_{r_2}^r \left(\frac{\partial(r \xi(R))}{\partial r} \right) dr = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{V_{r2}} [r \xi(R)]_{r_2}^r = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{V_{r2}}(r \xi(R) - r_2 \xi(1)) = 0 \Leftrightarrow$$

Como $\xi(1) = 1$ e $\overline{V_{r2}}$ é uma constante diferente de zero, tem-se que:

$$(r \xi(R) - r_2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \xi(R) = \frac{r_2}{r}$$

Através do parâmetro adimensional obtido, é possível verificar que a componente radial da velocidade do escoamento, esta relacionada com o raio dos discos do rotor. Definido o parâmetro adimensional, é possível caracterizar corretamente a componente radial da velocidade.

ANEXO B

(Equação da continuidade de movimento em θ)

Por forma a determinar o parâmetro médio adimensional tangencial, foi necessário integrar a equação diferencial da equação da continuidade. Assim obtém-se:

Integrando a equação da quantidade de movimento em θ em ordem a z no domínio de 0 a $b/2$, têm-se que:

$$\int_0^{\frac{b}{2}} V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} dz = \int_0^{\frac{b}{2}} -\frac{V_r V_\theta}{r} dz + \int_0^{\frac{b}{2}} -2\Omega V_r dz + \int_0^{\frac{b}{2}} v \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} dz$$

Para a integração das equações da quantidade de movimento em r e em θ , Sengupta e Guha (2012) introduzem três novas variáveis adimensionais. Uma pressão adimensional (p'), uma relação adimensional para a velocidade radial (ϕ_2) e uma relação adimensional para a velocidade tangencial (γ).

$$p' = \frac{p - p_2}{\rho \Omega^2 r_2^2} \quad \phi_2 = \frac{\overline{V_{r2}}}{\Omega r_2} \quad \gamma = \frac{\overline{U_{\theta 2}}}{\Omega r_2}$$

Substituindo as variáveis adimensionais e resolvendo a integração obtêm-se a seguinte equação diferencial:

$$\begin{aligned} \frac{d\zeta}{dR} &= -\left(\frac{1}{R} + 10 \times \frac{v}{\Omega b^2} \times \frac{R}{\phi_2}\right)\zeta - \frac{10}{6(\gamma - 1)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{d\zeta}{dR} + \left(\frac{1}{R} + 10 \times \frac{v}{\Omega b^2} \times \frac{R}{\phi_2}\right)\zeta &= -\frac{10}{6(\gamma - 1)} \end{aligned}$$

A equação diferencial é uma equação diferencial linear pelo que pode ser resolvido analiticamente.

Chama-se equação linear de 1º ordem a uma equação na forma $y' + P(x)y = Q(x)$ em que P e Q são funções contínuas num certo domínio real. Para a resolução da equação é ainda necessário definir o factor integrante da função, $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$.

$$e^{\int P(x)dx} \zeta' + P(x) e^{\int P(x)dx} \zeta = Q(x) e^{\int P(x)dx}$$

Como:

$$e^{\int P(x)dx} \zeta' + P(R) e^{\int P(x)dx} y = (e^{\int P(x)dx} y)'$$

$$P(R) = \left(\frac{1}{R} + 10 \times \frac{v}{\Omega b^2} \times \frac{R}{\phi_2}\right)$$

$$Q(R) = -\frac{10}{6(\gamma - 1)}$$

$$\mu(R) = e^{\int \left(\frac{1}{R} + 10 \times \frac{v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R}{\phi_2} \right) dR} = e^{\ln(R) + \frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}}$$

Substituindo,

$$\begin{aligned} \left(e^{\ln(R) + \frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}} \zeta \right)' &= -\frac{10}{6(\gamma - 1)} e^{\ln(R) + \frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left(R \times e^{\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}} \zeta \right)' &= -\frac{10}{6(\gamma - 1)} R \times e^{\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

Integrando em ordem a R obtêm-se:

$$\begin{aligned} R \times e^{\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}} \zeta &= -\frac{10}{6(\gamma - 1)} \frac{\Omega b^2 \phi_2}{10 v} \times e^{\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}} + C \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow R \times \zeta &= -\frac{10}{6(\gamma - 1)} \frac{\Omega b^2 \phi_2}{10 v} + C e^{-\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}} \end{aligned}$$

Para $\zeta(1) = 1$, assim:

$$\begin{aligned} 1 \times 1 &= -\frac{10}{6(\gamma - 1)} \frac{\Omega b^2 \phi_2}{10 v} + C e^{-\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{1^2}{2}} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow C e^{-\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{1^2}{2}} &= \frac{10}{6(\gamma - 1)} \frac{\Omega b^2 \phi_2}{10 v} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow C &= e^{\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{1^2}{2}} \times \frac{10}{6(\gamma - 1)} \frac{\Omega b^2 \phi_2}{10 v} \end{aligned}$$

Substituindo o valor de C, obtêm-se uma solução analítica semelhante à presente no artigo

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{1}{R} \left(-\frac{10}{6(\gamma - 1)} \frac{\Omega b^2 \phi_2}{10 v} \right) + \frac{1}{R} \left(e^{\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{1^2}{2}} \times \frac{10}{6(\gamma - 1)} \frac{\Omega b^2 \phi_2}{10 v} \times e^{-\frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2} \times \frac{R^2}{2}} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \zeta &= \frac{C_3}{R} + \frac{C_4 e^{-\frac{C_1 R^2}{2}}}{R} \end{aligned}$$

Onde,

$$C_1 = \frac{10 v}{\Omega b^2 \phi_2}, C_2 = -\frac{10}{6(\gamma - 1)}, C_3 = \frac{C_2}{C_1}, C_4 = (1 - C_3) e^{\left(\frac{C_1}{2}\right)}$$

ANEXO C

(Cálculo da Expressão do Binário)

A tensão de corte para uma face de um único disco é dada por,

$$\tau_w(r) = \left[\mu \frac{\partial V_\theta(r, z)}{\partial z} \right]_{\text{para } z=0} = \left[\mu \frac{\partial \overline{V_{\theta 2}} \zeta(R) G(z)}{\partial z} \right]_{\text{para } z=0} = \frac{6 \mu \overline{V_{\theta 2}} \zeta(R)}{b}$$

Considerando uma área elementar circular com uma espessura dr para um valor de r de raio, o binário gerado pela tensão de corte é igual a $\tau_w(2 \pi r dr)(r)$. Assim, o binário gerado para uma face de um disco é calculada integrando o binário elementar, obtendo-se:

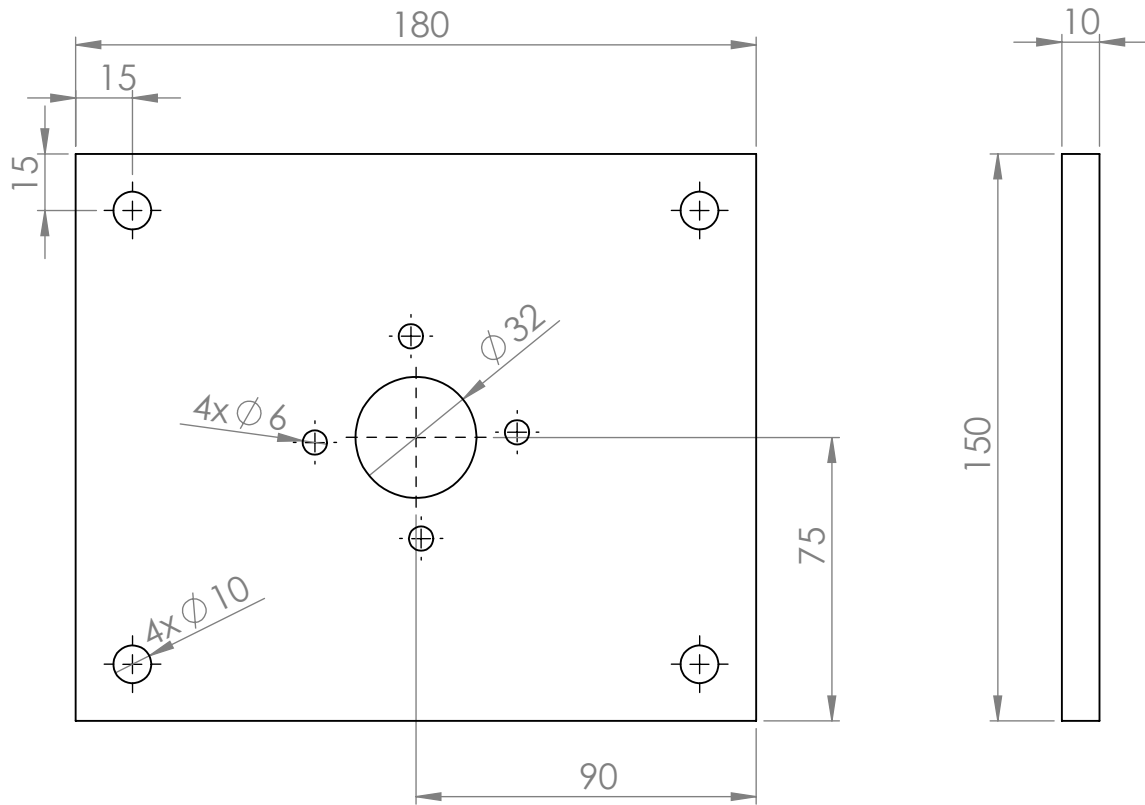
$$T = \int_{r_1}^{r_2} \tau_w(2 \pi r dr)(r) dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{6 \mu \overline{V_{\theta 2}} \zeta(R)}{b} (2 \pi r dr)(r) dr \Leftrightarrow$$

Substituindo a variável r por R , sendo $R = r/r_2$,

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow T &= \frac{6 \mu \overline{V_{\theta 2}}}{b} \int_{R_1}^{R_2} (2 \pi r_2 R \zeta(R) r_2 R) r_2 dR = \frac{12 \pi \mu \overline{V_{\theta 2}} r_2^3}{b} \int_{R_1}^{R_2} (R^2 \zeta(R)) dR \\ &= \frac{12 \pi \mu \overline{V_{\theta 2}} r_2^3}{b} \int_{R_1}^{R_2} \left(R^2 \left(\frac{C_3}{R} + \frac{C_4 e^{-\frac{C_1 R^2}{2}}}{R} \right) \right) dR = \\ &= \frac{12 \pi \mu \overline{V_{\theta 2}} r_2^3}{b} \int_{R_1}^{R_2} C_3 R + C_4 R e^{-\frac{C_1 R^2}{2}} dR = \\ &= \frac{12 \pi \mu \overline{V_{\theta 2}} r_2^3}{b} \left(C_3 \left[\frac{R^2}{2} \right]_{R_1}^{R_2} + \int_{R_1}^{R_2} C_4 \left(-\frac{1}{C_1} \right) \left(-C_1 R e^{-\frac{C_1 R^2}{2}} \right) dR \right) = \\ &= \frac{12 \pi \mu \overline{V_{\theta 2}} r_2^3}{b} \left(\frac{C_3}{2} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{C_4}{C_1} \left[e^{-\frac{C_1 R^2}{2}} \right]_{R_1}^{R_2} \right) = \\ &= \frac{12 \pi \mu \overline{V_{\theta 2}} r_2^3}{b} \left(\frac{C_3}{2} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{C_4}{C_1} \left(e^{-\frac{C_1 R_2^2}{2}} - e^{-\frac{C_1 R_1^2}{2}} \right) \right) \end{aligned}$$

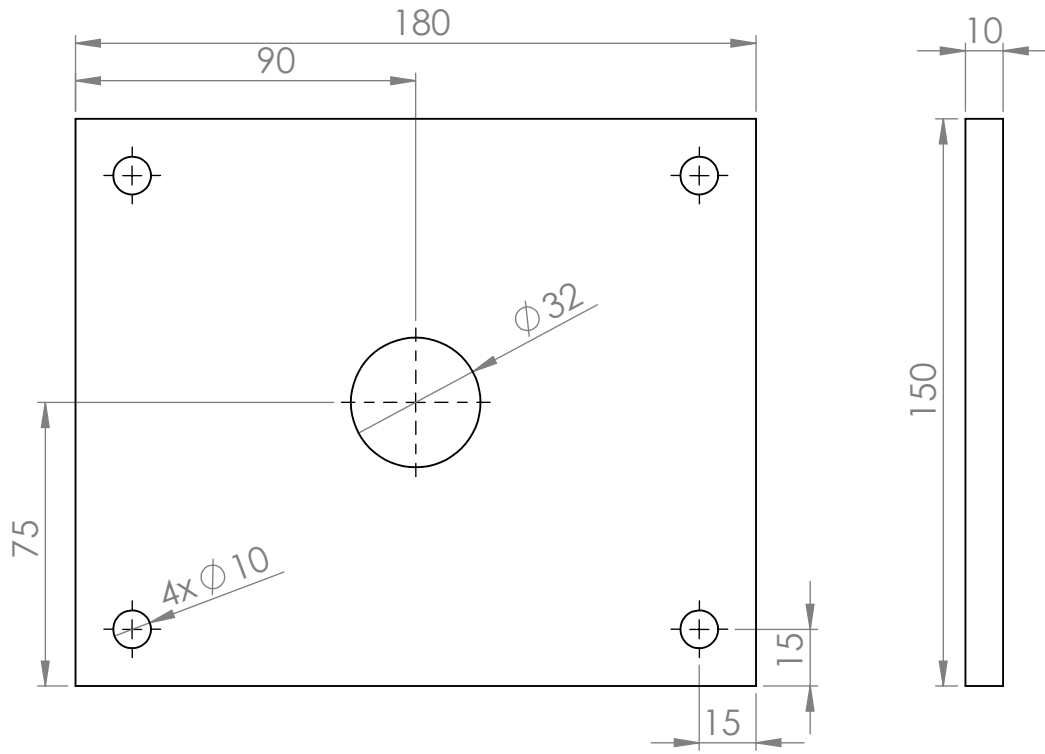
ANEXO D

(Desenhos Técnicos da Turbina Desenvolvida)

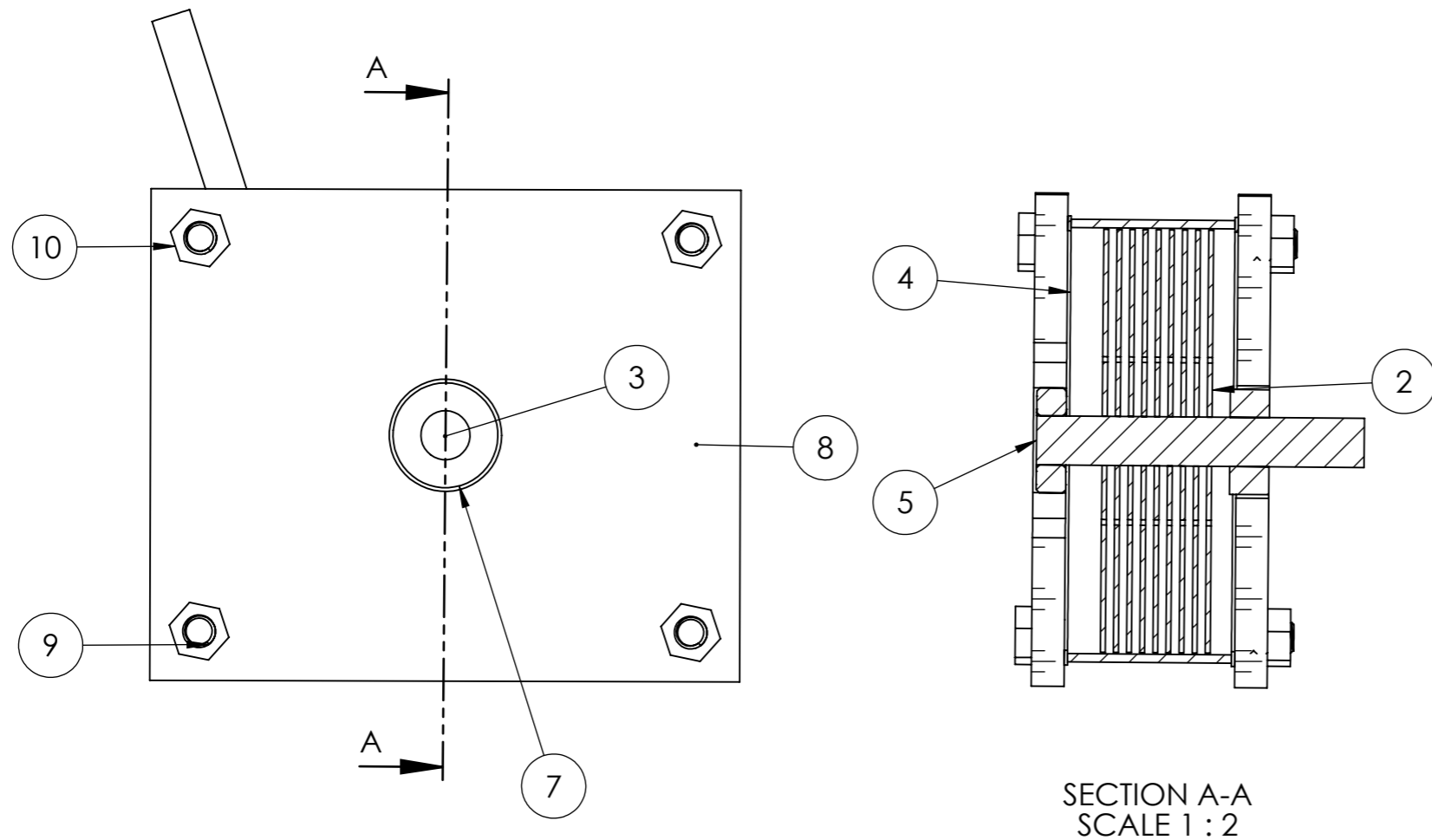


UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:				FINISH:		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
DRAWN Pedro Gaspar				SIGNATURE		DATE		TITLE: Placa Lateral 1			
CHK'D											
APPV'D											
MFG											
Q.A								DWG NO. Ind_1		A4	
								SCALE:1:2		SHEET 1 OF 1	

SolidWorks Student Edition.
For Academic Use Only.
Acrílico



UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:			FINISH:			DEBUR AND BREAK SHARP EDGES			DO NOT SCALE DRAWING			REVISION					
DRAWN Pedro Gaspar						TITLE: Placa Lateral 2											
CHK'D																	
APPV'D																	
MFG																	
Q.A						SolidWorks Student Edition. For Academic Use Only. Acrylic						DWG NO. Ind_2 A4					
WEIGHT:						SCALE:1:2						SHEET 1 OF 1					



SECTION A-A
SCALE 1 : 2

ITEM NO.	PART NUMBER	DESCRIPTION	QTY.
1	Invólucro		1
2	Disco Turbina		9
3	veio		1
4	borrachas		2
5	rolamento		1
6	Placa Lateral 1		1
7	casquilho		1
8	Placa Lateral 2		1
9	parafuso		4
10	Porca		4

UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:				FINISH:		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
DRAWN Pedro Gaspar				SIGNATURE		DATE		TITLE:			
CHK'D											
APPV'D											
MFG											
Q.A						MATERIAL:		DWG NO. TURBINA TESLA		A3	
						WEIGHT:		SCALE:1:5		SHEET 1 OF 1	

**SolidWorks Student Edition.
For Academic Use Only.**

ANEXO E

(Resultados Laboratoriais – Ensaio 1: Variação do binário
resistente para caudal constante)

Ensaio 1 – Variação do binário resistente para caudal constante

Sample Number	Orifice Differential Pressure dPo (kPa)	Turbine Inlet Pressure P1 (kPa)	Turbine Speed n (Hz)	Turbine Speed n (rad/s)	Turbine Speed n (rpm)	Brake Force Fb (N)	Notes	Orifice Discharge Coefficient Cd	Volume Flowrate Qv (dm ³ /s)	Turbine Head Hi (m)	Hydraulic Power Ph (W)	Torque T (Nm)	Brake Power Pb (W)	curva potencia	Overall Efficiency Egr (%)	Specific Speed n (rpm)	Reynolds associado à distancia entre discos e a velocidade	Velocidade à entrada do rotor[m/s]	Velocidade radial à entrada do rotor[m/s]	visco geometric number de Nendi
1	34.983	184,570	99	619	5911	0,1	25°C	0,63	0,336	18,87	61,97	0,003	2	-16	3,4	0,40	3,86	4,27	2,63	0,11
2	34.983	181,836	98	614	5859	0,1		0,63	0,336	18,59	61,05	0,003	2	-15	3,2	0,39	3,82	4,27	2,63	0,11
3	34.983	184,570	98	617	5889	0,2		0,63	0,336	18,87	61,97	0,004	2	-16	3,9	0,42	3,84	4,27	2,63	0,11
4	34.983	182,349	96	604	5771	0,3		0,63	0,336	18,64	61,22	0,007	4	-13	6,5	0,54	3,77	4,27	2,63	0,11
5	34.983	182,007	97	608	5908	0,2		0,63	0,336	18,61	61,11	0,006	4	-14	6,1	0,53	3,79	4,27	2,63	0,11
6	34.983	179,102	95	597	5796	0,2		0,63	0,336	18,31	60,13	0,005	3	-12	5,3	0,49	3,72	4,27	2,63	0,11
7	34.983	181,494	95	596	5691	0,2		0,63	0,336	18,56	60,94	0,006	3	-11	5,7	0,50	3,71	4,27	2,63	0,11
8	34.983	182,349	93	587	5603	0,3		0,63	0,336	18,64	61,22	0,007	4	-10	6,3	0,52	3,66	4,27	2,63	0,11
9	34.983	180,811	95	599	5720	0,3		0,63	0,336	18,49	60,71	0,006	4	-12	6,3	0,53	3,73	4,27	2,63	0,11
10	34.983	184,399	90	568	5420	0,4		0,63	0,336	18,85	61,91	0,010	6	-6	9,2	0,60	3,54	4,27	2,63	0,11
11	34.983	183,032	91	574	5486	0,5		0,63	0,336	18,71	61,45	0,011	7	-7	10,7	0,66	3,58	4,27	2,63	0,11
12	34.983	180,298	86	539	5149	0,9		0,63	0,336	18,43	60,53	0,022	12	-1	19,6	0,85	3,36	4,27	2,63	0,11
13	34.983	183,032	85	536	5120	0,8	26°C	0,63	0,336	18,72	61,46	0,020	11	-1	17,5	0,78	3,34	4,28	2,63	0,11
14	34.983	183,032	88	554	5288	1,0		0,63	0,336	18,72	61,46	0,024	13	-4	21,6	0,90	3,45	4,28	2,63	0,11
15	34.983	181,323	82	514	4907	1,0		0,63	0,336	18,54	60,88	0,024	12	3	20,2	0,81	3,20	4,28	2,63	0,11
16	34.983	179,956	79	496	4739	1,1		0,63	0,336	18,40	60,43	0,026	13	5	21,7	0,82	3,09	4,28	2,63	0,11
17	34.983	181,836	82	513	4900	1,2		0,63	0,336	18,60	61,06	0,030	15	3	24,8	0,90	3,20	4,28	2,63	0,11
18	34.983	174,146	71	445	4248	1,8		0,63	0,336	17,81	58,47	0,044	20	11	33,4	0,94	2,77	4,28	2,63	0,11
19	34.983	177,734	72	452	4314	1,9	27	0,63	0,336	18,18	59,69	0,047	21	11	35,3	0,96	2,82	4,28	2,63	0,11
20	34.983	178,247	65	409	3904	2,2		0,63	0,336	18,24	59,86	0,055	23	15	37,7	0,90	2,55	4,28	2,63	0,11
21	34.983	178,931	66	412	3933	2,1		0,63	0,336	18,31	60,09	0,053	22	15	36,6	0,89	2,57	4,28	2,63	0,11
22	34.983	178,076	65	410	3918	2,2		0,63	0,336	18,22	59,81	0,054	22	15	37,4	0,90	2,56	4,28	2,63	0,11
23	34.983	179,785	61	384	3669	2,6		0,63	0,336	18,39	60,38	0,064	25	17	41,0	0,87	2,39	4,28	2,63	0,11
24	34.983	182,007	60	377	3596	2,6		0,63	0,336	18,62	61,13	0,066	25	17	40,6	0,84	2,35	4,28	2,63	0,11
25	34.983	185,767	54	337	3215	2,9		0,63	0,336	19,00	62,39	0,072	24	19	38,9	0,73	2,10	4,28	2,63	0,11
26	34.983	179,614	55	344	3281	2,9		0,63	0,336	18,38	60,32	0,073	25	19	41,6	0,79	2,14	4,28	2,63	0,11
27	34.983	184,570	47	297	2834	3,2		0,63	0,336	18,86	61,99	0,081	24	21	38,7	0,64	1,85	4,28	2,63	0,11
28	34.983	178,589	48	302	2886	3,2		0,63	0,336	18,27	59,98	0,081	24	20	40,8	0,69	1,88	4,28	2,63	0,11
29	34.983	180,298	46	286	2732	3,3		0,63	0,336	18,45	60,55	0,082	23	21	38,6	0,63	1,78	4,28	2,63	0,11
30	34.983	175,171	42	262	2505	3,6	28	0,63	0,336	17,92	58,83	0,091	24	21	40,4	0,60	1,63	4,28	2,63	0,11
31	34.983	177,563	43	272	2600	3,6		0,63	0,336	18,17	59,63	0,091	25	21	41,6	0,63	1,70	4,28	2,63	0,11
32	34.983	179,102	36	227	2168	4,0		0,63	0,336	18,32	60,15	0,100	23	20	37,7	0,50	1,41	4,28	2,63	0,11
33	34.983	174,487	34	216	2058	4,0		0,63	0,336	17,85	58,60	0,101	22	20	37,1	0,48	1,34	4,28	2,63	0,11
34	34.983	178,418	29	183	1743	4,3		0,63	0,336	18,25	59,92	0,108	20	19	32,9	0,37	1,14	4,28	2,63	0,11
35	34.983	175,000	27	171	1633	4,3		0,63	0,336	17,90	58,77	0,107	18	18	31,2	0,35	1,07	4,28	2,63	0,11
36	34.983	173,291	29	181	1729	4,3	29	0,63	0,336	17,73	58,20	0,109	20	18	33,8	0,38	1,13	4,28	2,63	0,11
37	34.983	176,880	22	137	1304	4,9		0,63	0,336	18,10	59,41	0,122	17	16	27,9	0,26	0,85	4,28	2,63	0,11
38	34.983	178,076	21	134	1282	4,9		0,63	0,336	18,22	59,81	0,122	16	15	27,4	0,25	0,84	4,28	2,63	0,11
39	34.983	176,709	21	133	1274	4,9		0,63	0,336	18,08	59,35	0,122	16	15	27,4	0,25	0,83	4,28	2,63	0,11
40	34.983	179,443	21	130	1238	4,8		0,63	0,336	18,36	60,27	0,120	16	15	25,9	0,23	0,81	4,28	2,63	0,11

Temp. °C T	Sat. press. kPa P _{sat}	Specific volume m ³ /kg	
		Sat. liquid v _f	Sat. vapor v _g
0,01	0,6113	0,001 000	206,14
5	0,8721	0,001 000	147,12
10	1,2276	0,001 000	106,38
20	1,7051	0,001 001	77,93
15	2,339	0,001 002	57,79
25	3,169	0,001 003	43,36
30	4,246	0,001 004	32,89
35	5,628	0,001 006	25,22

Temperatura	volume esp	massa espe
25	0,001003	997,01
26		996,81
27		996,61
28		996,41
29		996,21
30	0,001004	996,02
31		995,82
32		995,62
35	0,001006	994,04

ANEXO F

(Resultados Laboratoriais – Ensaio 2: Comparação do rendimento da turbina de tesla com a turbina Pelton FM30 da Armfield)

Ensaio 2 – Comparação do rendimento da turbina de tesla com a turbina Pelton FM30 da Armfield

Valores para Turbina Pelton

Sample Number	Orifice Differential Pressure dPo (kPa)	Turbine Inlet Pressure P1 (kPa)	Turbine Speed n (Hz)	Turbine Speed n (rad/s)	Turbine Speed n (rpm)	Brake Force Fb (N)	Orifice Discharge Coefficient Cd	Volume Flowrate Qv (dm ³ /s)	Turbine Head Hi (m)	Hydraulic Power Ph (W)	Torque T (Nm)	Brake Power Pb (W)	Overall Efficiency Egr (%)	Specific Speed n (rpm)
1	3.367	269.678	52	325	3105	1.8	1.00	0.165	27.54	44.56	0.043	14	31.6	0.34
2	3.110	270.703	51	321	3069	0.9	1.00	0.159	27.64	42.99	0.023	7	16.8	0.24
3	3.076	270.020	51	322	3076	1.0	1.00	0.158	27.57	42.65	0.024	8	18.1	0.25
4	2.717	269.678	51	321	3062	1.0	1.00	0.148	27.54	40.03	0.023	7	18.4	0.24
10	0.308	273.096	52	324	3091	0.3	1.00	0.050	27.89	13.64	0.008	3	19.5	0.14
12	0.120	272.754	51	318	3032	0.1	1.00	0.031	27.85	8.50	0.002	1	7.0	0.07
13	0.854	272.754	61	383	3655	0.2	1.00	0.083	27.85	22.70	0.004	1	6.3	0.12
15	0.923	273.438	50	314	3003	0.7	1.00	0.087	27.92	23.65	0.017	5	22.7	0.20
16	2.119	269.678	49	309	2952	1.4	1.00	0.131	27.54	35.35	0.033	10	28.7	0.27
20	4.905	266.260	50	313	2988	1.9	1.00	0.199	27.19	53.10	0.045	14	26.2	0.33
21	4.751	266.089	50	311	2974	2.1	1.00	0.196	27.17	52.23	0.049	15	29.5	0.34
24	8.220	262.671	48	301	2878	2.2	1.00	0.258	26.82	67.82	0.053	16	23.8	0.34
25	8.118	264.038	48	304	2908	2.6	1.00	0.257	26.96	67.74	0.062	19	27.8	0.37
26	10.527	259.424	50	314	2996	2.7	1.00	0.292	26.49	75.80	0.065	20	26.8	0.41
27	10.647	260.107	50	313	2988	3.1	1.00	0.294	26.56	76.43	0.074	23	30.4	0.44
28	13.347	256.177	51	320	3054	3.1	1.00	0.329	26.16	84.28	0.073	23	27.8	0.46
29	13.330	256.006	50	316	3018	2.7	1.00	0.329	26.14	84.17	0.064	20	24.1	0.42
30	16.492	251.733	50	317	3025	3.4	1.00	0.366	25.71	92.06	0.082	26	28.1	0.48
31	16.663	252.417	50	314	3003	3.2	1.00	0.368	25.78	92.78	0.077	24	26.1	0.46
32	19.397	250.195	49	310	2959	3.1	1.00	0.397	25.55	99.23	0.075	23	23.3	0.45
33	19.653	248.828	50	311	2974	3.4	1.00	0.399	25.41	99.33	0.083	26	25.9	0.48
34	22.439	245.581	49	311	2966	3.6	1.00	0.427	25.08	104.76	0.087	27	25.9	0.50
35	22.849	246.265	50	315	3010	3.2	1.00	0.430	25.15	106.00	0.076	24	22.5	0.48
36	26.233	241.650	50	315	3010	3.4	1.00	0.461	24.68	111.45	0.081	25	22.8	0.50
37	26.182	241.992	49	311	2966	3.0	1.00	0.461	24.71	111.50	0.072	22	20.0	0.46
38	29.282	238.574	49	309	2952	3.7	1.00	0.487	24.36	116.27	0.086	27	23.5	0.52
39	29.395	237.378	48	302	2886	3.5	1.00	0.488	24.24	115.89	0.084	25	21.8	0.49

Valores para Turbina de Tesla

Sample Number	Orifice Differential Pressure dPo (kPa)	Turbine Inlet Pressure P1 (kPa)	Turbine Speed n (Hz)	Turbine Speed n (rad/s)	Turbine Speed n (rpm)	Brake Force Fb (N)	Notes	Orifice Discharge Coefficient Cd	Volume Flowrate Qv (dm ³ /s)	Turbine Head Hi (m)	Hydraulic Power Ph (W)	Torque T (Nm)	Brake Power Pb (W)	Overall Efficiency Egr (%)	Specific Speed n (rpm)
1	34.983	184.570	99	619	5911	0.1	25°C	0.63	0.336	18.87	61.97	0.003	2	3.4	0.40
2	34.983	181.836	98	614	5859	0.1		0.63	0.336	18.59	61.05	0.003	2	3.2	0.39
3	34.983	184.570	98	617	5889	0.2		0.63	0.336	18.87	61.97	0.004	2	3.9	0.42
4	34.983	182.349	96	604	5771	0.3		0.63	0.336	18.64	61.22	0.007	4	6.5	0.54
5	34.983	182.007	97	608	5808	0.2		0.63	0.336	18.61	61.11	0.006	4	6.1	0.53
6	34.983	179.102	95	597	5706	0.2		0.63	0.336	18.31	60.13	0.005	3	5.3	0.49
7	34.983	181.494	95	596	5691	0.2		0.63	0.336	18.56	60.94	0.006	3	5.7	0.50
8	34.983	182.349	93	587	5603	0.3		0.63	0.336	18.64	61.22	0.007	4	6.3	0.52
9	34.983	180.811	95	599	5720	0.3		0.63	0.336	18.49	60.71	0.006	4	6.3	0.53
10	34.983	184.399	90	568	5420	0.4		0.63	0.336	18.85	61.91	0.010	6	9.2	0.60
11	34.983	183.032	91	574	5486	0.5		0.63	0.336	18.71	61.45	0.011	7	10.7	0.66
12	34.983	180.298	86	539	5149	0.9		0.63	0.336	18.43	60.53	0.022	12	19.6	0.85
13	34.983	183.032	85	536	5120	0.8	26°C	0.63	0.336	18.72	61.46	0.020	11	17.5	0.78
14	34.983	183.032	88	554	5288	1.0		0.63	0.336	18.72	61.46	0.024	13	21.6	0.90
15	34.983	181.323	82	514	4907	1.0		0.63	0.336	18.54	60.88	0.024	12	20.2	0.81
16	34.983	179.956	79	496	4739	1.1		0.63	0.336	18.40	60.43	0.026	13	21.7	0.82
17	34.983	181.836	82	513	4900	1.2		0.63	0.336	18.60	61.06	0.030	15	24.8	0.90
18	34.983	174.146	71	445	4248	1.8		0.63	0.336	17.81	58.47	0.044	20	33.4	0.94
19	34.983	177.734	72	452	4314	1.9	27	0.63	0.336	18.18	59.69	0.047	21	35.3	0.96
20	34.983	178.247	65	409	3904	2.2		0.63	0.336	18.24	59.86	0.055	23	37.7	0.90
21	34.983	178.931	66	412	3933	2.1		0.63	0.336	18.31	60.09	0.053	22	36.6	0.89
22	34.983	178.076	65	410	3918	2.2		0.63	0.336	18.22	59.81	0.054	22	37.4	0.90
23	34.983	179.785	61	384	3669	2.6		0.63	0.336	18.39	60.38	0.064	25	41.0	0.87
24	34.983	182.007	60	377	3596	2.6		0.63	0.336	18.62	61.13	0.066	25	40.6	0.84
25	34.983	185.767	54	337	3215	2.9		0.63	0.336	18.00	62.39	0.072	24	38.9	0.73
26	34.983	179.614	55	344	3281	2.9		0.63	0.336	18.38	60.32	0.073	25	41.6	0.79
27	34.983	184.570	47	297	2834	3.2		0.63	0.336	18.88	61.99	0.081	24	38.7	0.64
28	34.983	178.589	48	302	2886	3.2		0.63	0.336	18.27	59.98	0.081	24	40.8	0.69
29	34.983	180.298	46	286	2732	3.3		0.63	0.336	18.45	60.55	0.082	23	38.6	0.63
30	34.983	175.171	42	262	2505	3.6	28	0.63	0.336	17.92	58.83	0.091	24	40.4	0.60
31	34.983	177.563	43	272	2600	3.6		0.63	0.336	18.17	59.63	0.091	25	41.6	0.63
32	34.983	179.102	36	227	2168	4.0		0.63	0.336	18.32	60.15	0.100	23	37.7	0.50
33	34.983	174.487	34	216	2058	4.0		0.63	0.336	17.85	58.60	0.101	22	37.1	0.48
34	34.983	178.418	29	183	1743	4.3		0.63	0.336	18.25	59.92	0.108	20	32.9	0.37
35	34.983	175.000	27	171	1633	4.3		0.63	0.336	17.90	58.77	0.107	18	31.2	0.35
36	34.983	173.291	29	181	1729	4.3	29	0.63	0.336	17.73	58.20	0.109	20	33.8	0.38
37	34.983	176.880	22	137	1304	4.9		0.63	0.336	18.10	59.41	0.122	17	27.9	0.26
38	34.983	175.076	21	134	1292	4.9		0.63	0.336	18.22	59.81	0.122	16	27.4	0.25
39	34.983	176.709	21	133	1274	4.9		0.63	0.336	18.08	59.36	0.122	16	27.4	0.25
40	34.983	179.443	21	130	1238	4.8		0.63	0.336	18.36	60.27	0.120	16	25.9	0.23

ANEXO G

(Aplicação do Modelo Matemático ao Caso de Estudo)

Adaptação do modelo matemático presente no artigo "A Theory of Tesla disc Turbines" desenvolvido por Sengupta, S. e Guha, A.

```

> restart : with( plots ) :
> #Introdução das variáveis do modelo


$$\gamma := \frac{V_{medr2} + omg \cdot r2}{omg \cdot r2} :$$



$$b := 2.5 \cdot 10^{-3} : \phi2 := \frac{V_{medr2}}{omg \cdot r2} : v := 8 \cdot 10^{-6} : r2 := 65 \cdot 10^{-3} : r1 := 24 \cdot 10^{-3} : R1 := \frac{r1}{r2} : R2 := 1 : \mu := 9 \cdot 10^{-4} :$$



$$Q_{entrada} := 0.336 \cdot 10^{-3} : V_{entrada} := \frac{Q_{entrada}}{Area} : V_{medr2} := -evalf\left(\sin\left(\frac{52 \cdot \text{Pi}}{180}\right) \cdot V_{entrada}\right) : V_{med\theta2} := evalf\left(\cos\left(\frac{52 \cdot \text{Pi}}{180}\right) \cdot V_{entrada}\right) : Area := \pi \cdot 0.001^2 + 0.005 \cdot 0.002 :$$


> #Cálculo do parâmetro adimensional da velocidade tangencial relativa

> 
$$C1 := \frac{10 \cdot v}{\phi2 \cdot omg \cdot b^2} : C2 := -\frac{10}{6(\gamma - 1)} : C3 := \frac{C2}{C1} : C4 := (1 - C3) \cdot \exp\left(\frac{C1}{2}\right) :$$



$$\zeta := \frac{C3}{R} + \frac{C4 \cdot \exp\left(-\frac{C1 \cdot R^2}{2}\right)}{R} ;$$



$$\zeta := \frac{795.5877796}{\left(\frac{1200}{13} \frac{-\frac{66.19290330}{\pi} + \frac{13}{200} omg}{omg} - 6\right) \pi R} + \frac{\left(1 - \frac{795.5877796}{\left(\frac{1200}{13} \frac{-\frac{66.19290330}{\pi} + \frac{13}{200} omg}{omg} - 6\right) \pi}\right) e^{-0.006284661640 \pi} e^{0.006284661640 \pi R^2}}{R}$$


```

(1)

```

> #Cálculo da tensão de corte


$$\tau := \frac{6 \cdot \mu \cdot V_{med\theta2} \cdot \zeta}{b} ;$$



$$\tau := \frac{1}{\pi} \left( 111.7056181 \left( \frac{795.5877796}{\left(\frac{1200}{13} \frac{-\frac{66.19290330}{\pi} + \frac{13}{200} omg}{omg} - 6\right) \pi R} \right) \right)$$


```

(2)

$$+ \left(\frac{1 - \frac{795.5877796}{\left(\frac{1200}{13} \frac{-\frac{66.19290330}{\pi} + \frac{13}{200} \text{omg}}{\text{omg}} - 6 \right) \pi}}{R} e^{-0.006284661640 \pi} e^{0.006284661640 \pi R^2} \right)$$

> #Cálculo do binário gerado

>

$$\text{Binário2} := \frac{12 \cdot \pi \cdot \mu \cdot V_{med\theta 2} \cdot r^3}{b} \cdot \left(\frac{C3}{2} \cdot (R2^2 - R1^2) - \frac{C4}{C1} \cdot \left(\exp\left(-\frac{C1 \cdot R2^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{C1 \cdot R1^2}{2}\right) \right) \right);$$

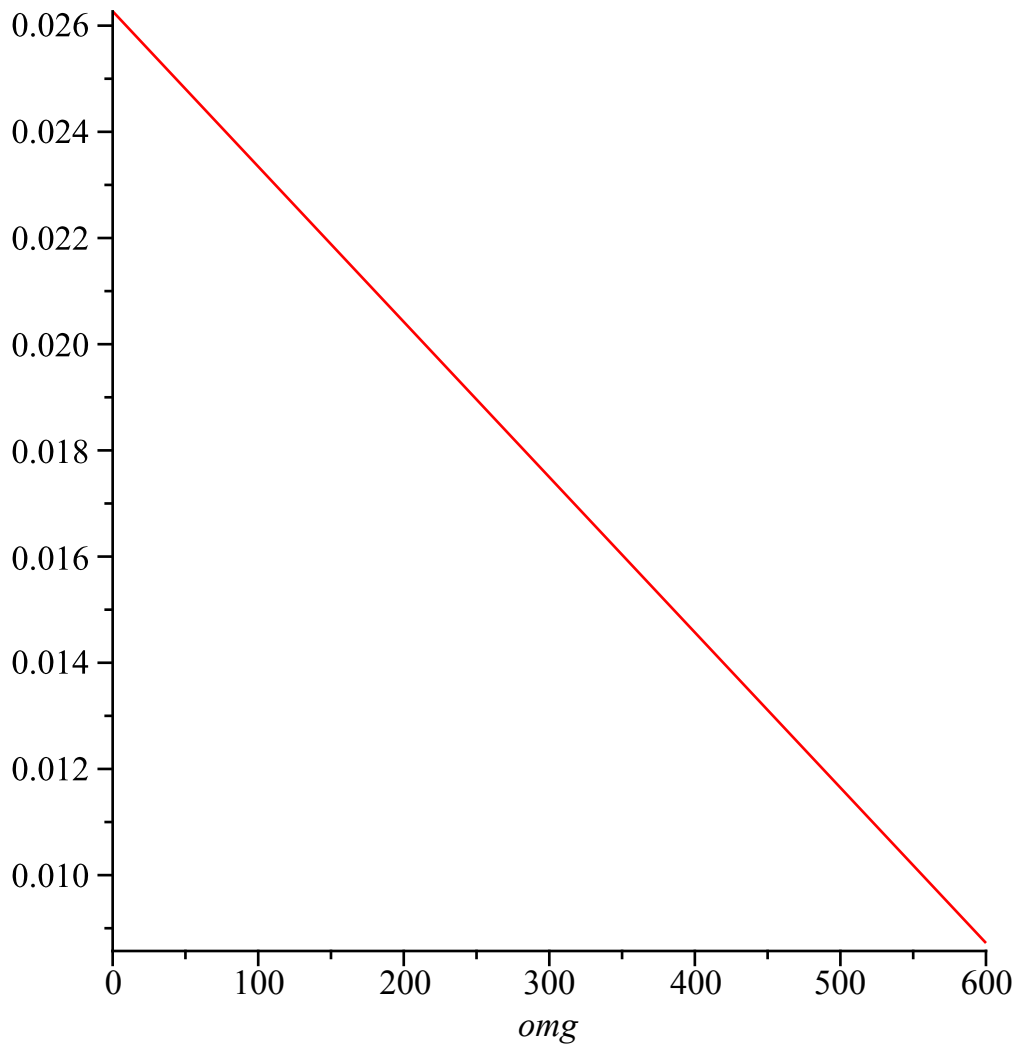
simplify(Binário2);

$$\text{Binário2} := \frac{21.07901629}{\left(\frac{1200}{13} \frac{-\frac{66.19290330}{\pi} + \frac{13}{200} \text{omg}}{\text{omg}} - 6 \right) \pi} + \frac{1}{\pi} \left(4.881273985 \left(1 - \frac{795.5877796}{\left(\frac{1200}{13} \frac{-\frac{66.19290330}{\pi} + \frac{13}{200} \text{omg}}{\text{omg}} - 6 \right) \pi} \right) e^{-0.006284661640 \pi} \left(e^{0.006284661640 \pi} - e^{0.0008567964745 \pi} \right) \right)$$

$$-0.00002924707628 \text{omg} + 0.02627027852$$

(3)

> plot(Binário2, omg = 0 ..600)



```
> #Número de discos que geram trabalho
nd := 4;
```

```
nd := 4
```

(4)

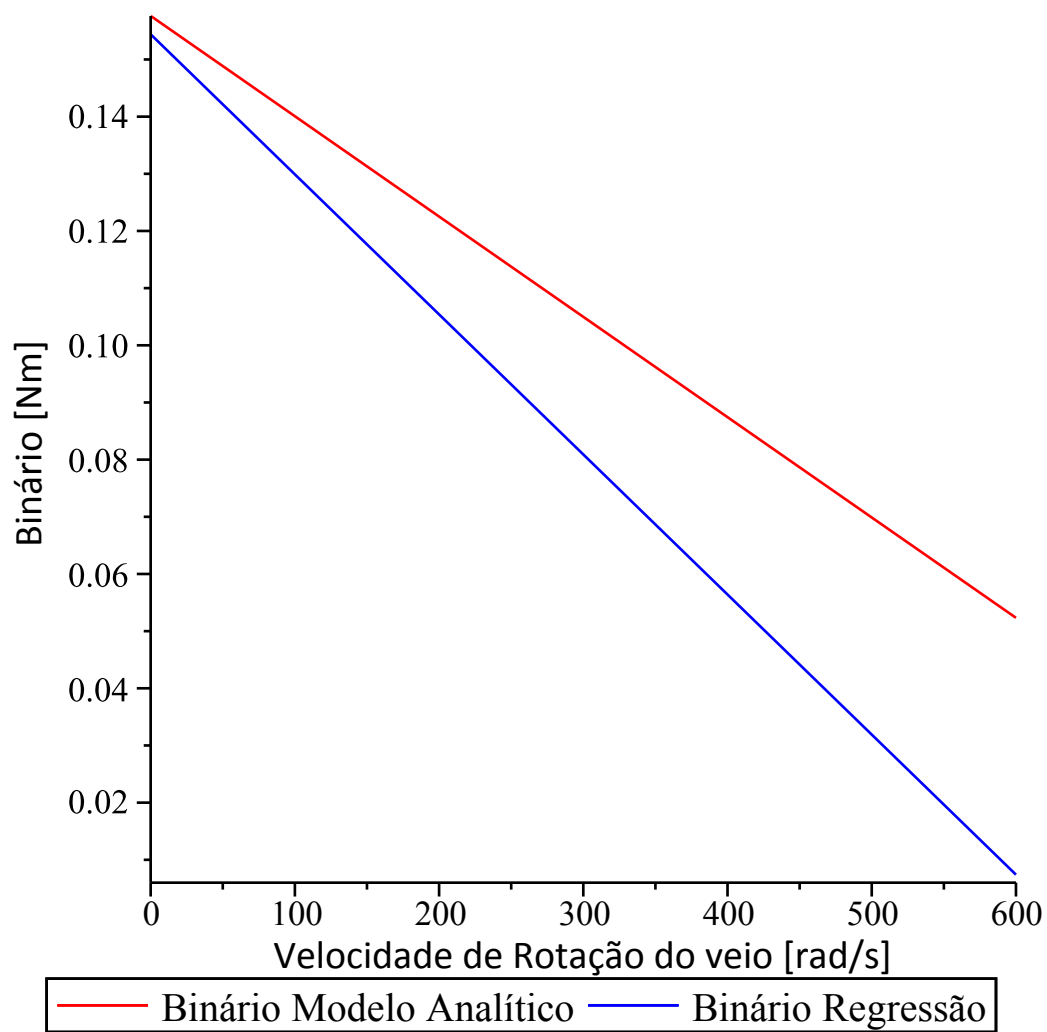
```
> Bináriototal := 2 · (nd - 1) · Binário2 : simplify(Bináriototal)
-0.0001754828396 omg + 0.1576216749
```

(5)

```
> BinárioRegressão := -0.000245 · omg + 0.1544;
```

```
display(plot(Bináriototal, omg = 0 .. 600, legend = "Binário Modelo Analítico", labels
= ["Velocidade de Rotação do veio [rad/s]", "Binário [Nm]"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
labelfont = ["Calibri", 12]), plot(BinárioRegressão, omg = 0 .. 600, color = "Blue", legend
= "Binário Regressão"))
```

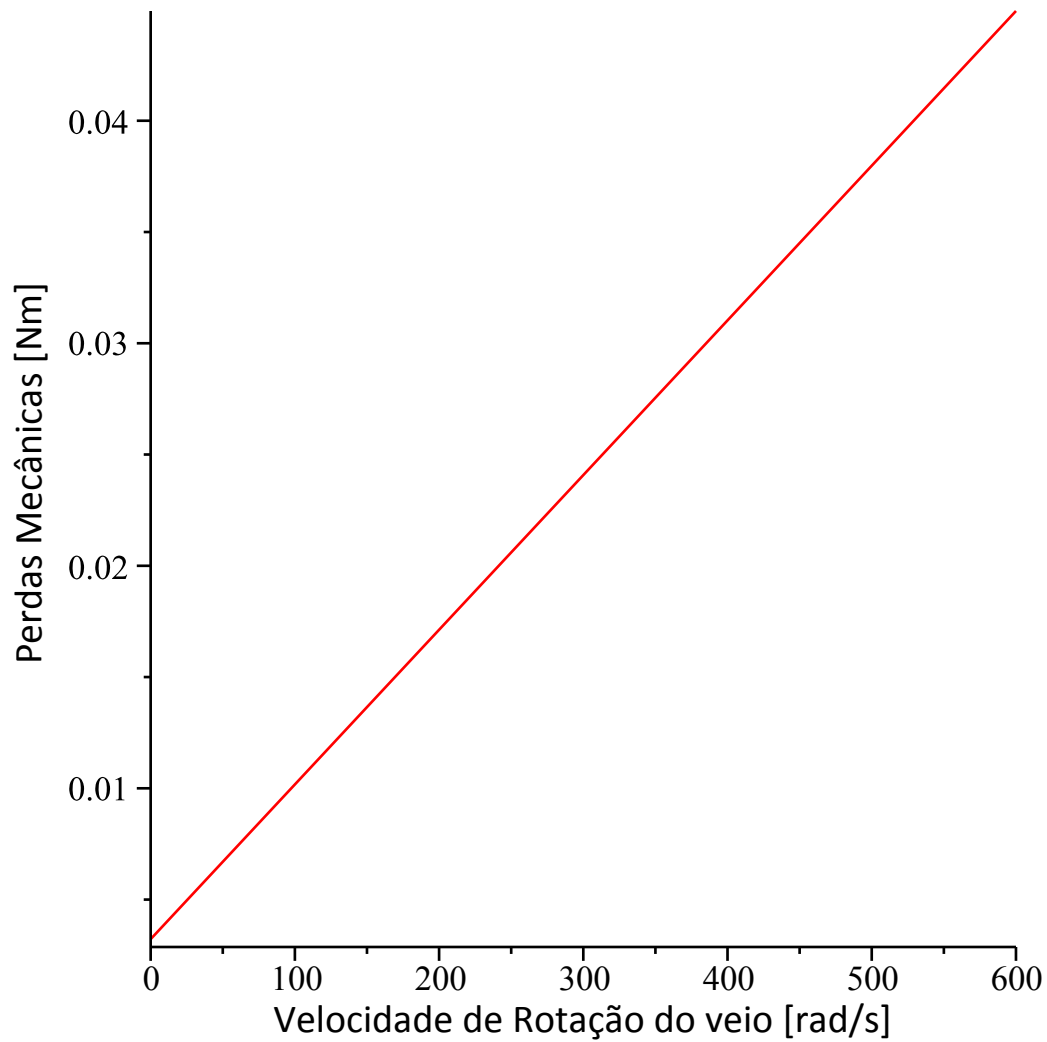
```
BinárioRegressão := -0.000245 omg + 0.1544
```



> **#Cálculo das perdas mecânicas em unidades de N.m**

```
PerdasBinario := Binariototal - BinarioRegressão :simplify(PerdasBinario);
plot(PerdasBinario, omg = 0 ..600, labels = ["Velocidade de Rotação do veio [rad/s]", "Perdas Mecânicas [Nm]"],
labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12])
```

$$0.00006951722392 \text{ omg} + 0.003221674964$$



>>
>>
>

#**Erro relativo**

$$\text{ErroBinário} := \frac{\text{abs}(\text{BinárioRegressão} - \text{BinárioTotal})}{\text{BinárioRegressão}} \cdot 100;$$

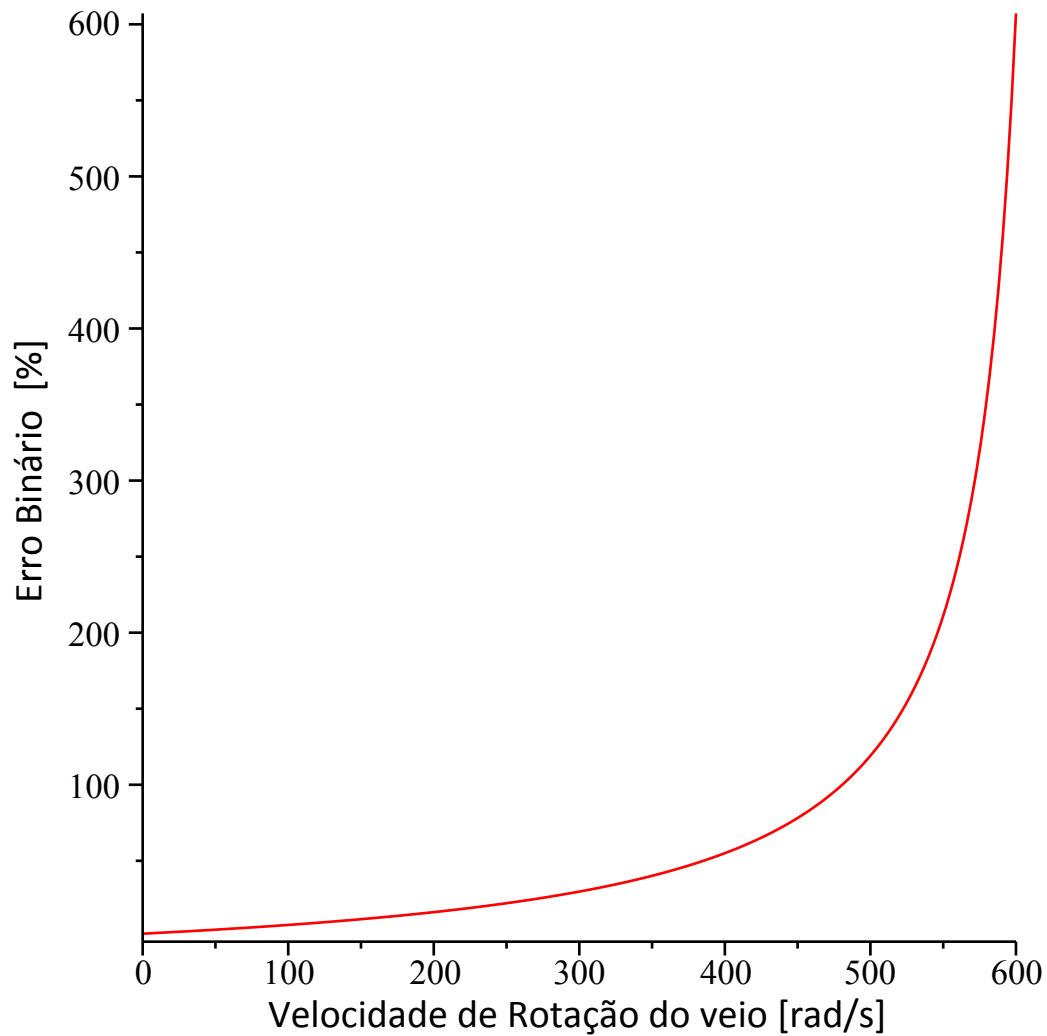
plot(ErroBinário, omg = 0 ..600, labels = ["Velocidade de Rotação do veio [rad/s]", "Erro Binário [%]"],
labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12])

$$\text{ErroBinário} := \frac{1}{-0.000245 \text{ omg} + 0.1544} \left(100 \left| \frac{126.4740977}{\left(\frac{1200}{13} - \frac{66.19290330}{\pi} + \frac{13}{200} \text{ omg} - 6 \right) \pi} \right. \right.$$

$$+ \frac{1}{\pi} \left(29.28764392 \left(1 \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{795.5877796}{\left(\frac{1200}{13} - \frac{66.19290330}{\pi} + \frac{13}{200} \text{ omg} - 6 \right) \pi} \right) e^{-0.006284661640 \pi} \left(e^{0.006284661640 \pi} \right.$$

$$-e^{0.0008567964745 \pi} + 0.000245 \text{ omg} - 0.1544$$



>>
> #Cálculo da potência gerada

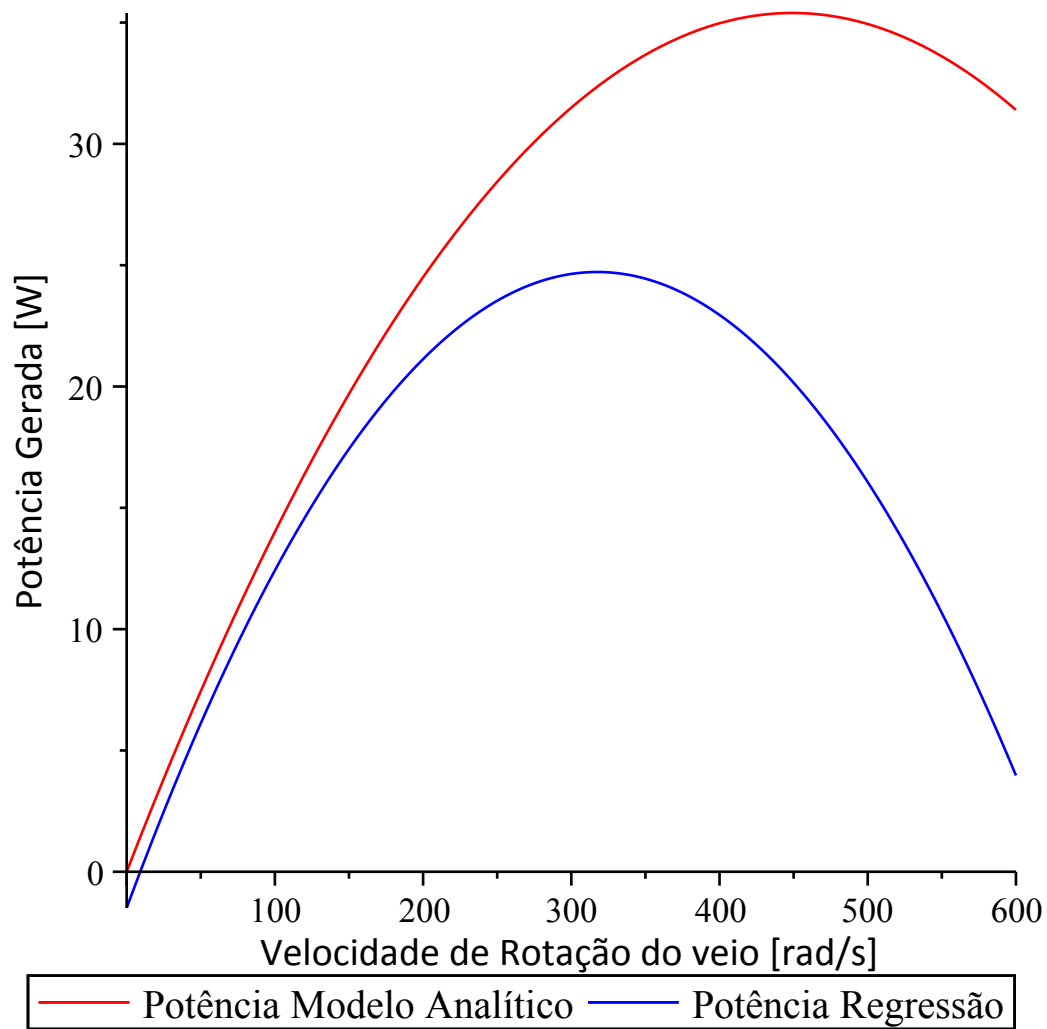
$Potência := Bináriototal \cdot omg : simplify(Potência);$

$$-3.819718632 \cdot 10^{-10} (4.59413 \cdot 10^5 \text{ omg} - 4.12652580 \cdot 10^8) \text{ omg}$$

(6)

> $PotênciaRegressão := -0.00026 \cdot omg^2 + 0.1651 \cdot omg - 1.49;$
 $display(plot(Potência, omg = 0 .. 600, legend = "Potência Modelo Analítico", labels = [$
 "Velocidade de Rotação do veio [rad/s]", "Potência Gerada [W]", labeldirections = ["horizontal",
 "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12]), plot(PotênciaRegressão, omg = 0 .. 600, color = "Blue", legend
 = "Potência Regressão"))

$$PotênciaRegressão := -0.00026 \text{ omg}^2 + 0.1651 \text{ omg} - 1.49$$



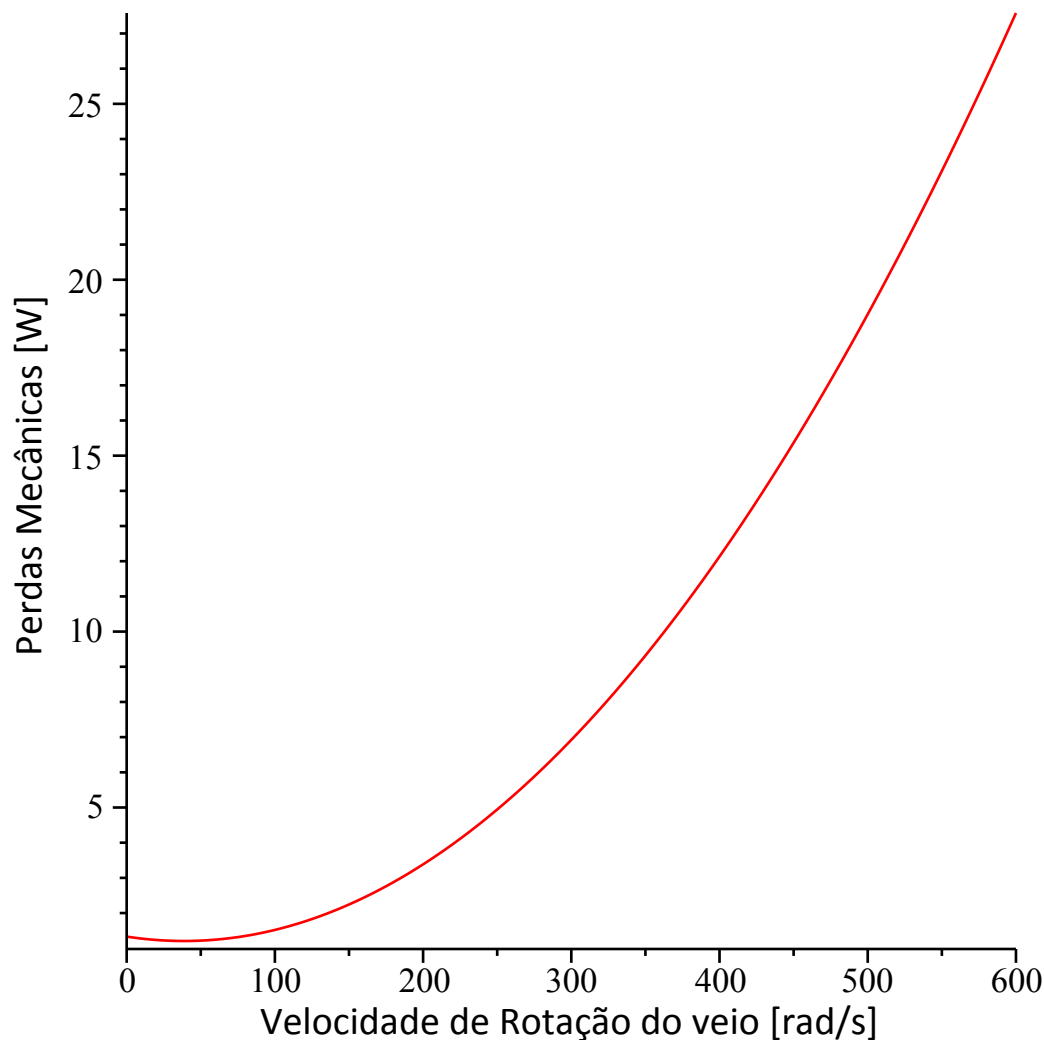
> #Cálculo das perdas mecânicas em unidades de Watt

$$Perdas := Potência - (-0.0002592 \cdot \omega^2 + 0.1641 \cdot \omega - 1.331) : simplify(Perdas)$$

$$0.00008371764116 \omega^2 - 0.006478322472 \omega + 1.331000000$$

(7)

> plot(Perdas, omega = 0 ..600, labels = ["Velocidade de Rotação do veio [rad/s]", "Perdas Mecânicas [W]"],
labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12])



> #Cálculo do rendimento global

$$\text{Rendimento} := \frac{\text{Potência}}{60.43} \cdot 100 : \text{simplify}(\text{Rendimento})$$

$$-6.320897952 \cdot 10^{-10} (4.59413 \cdot 10^5 \text{ omg} - 4.12652580 \cdot 10^8) \text{ omg} \quad (8)$$

> PotHidraulica := 0.0038 · omg + 58.87

$$\text{PotHidraulica} := 0.0038 \text{ omg} + 58.87 \quad (9)$$

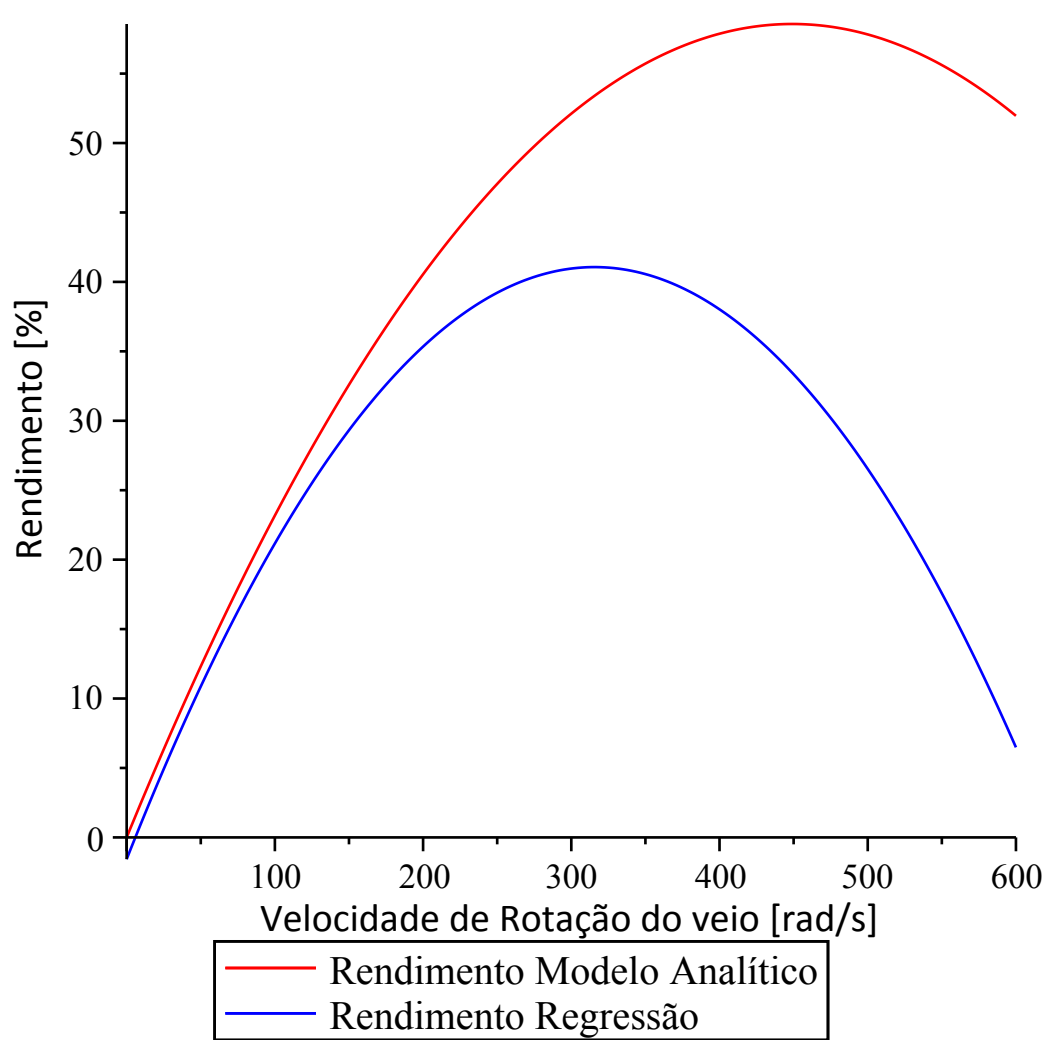
> Rendimento2 := $\frac{\text{Potência}}{\text{PotHidraulica}} \cdot 100 : \text{simplify}(\text{Rendimento2})$

$$\frac{0.0001909859317 (4.59413 \cdot 10^5 \text{ omg} - 4.12652580 \cdot 10^8) \text{ omg}}{19. \text{ omg} + 2.94350 \cdot 10^5} \quad (10)$$

> RendimentoRegressão := $-0.0004278 \cdot \text{omg}^2 + 0.2701 \cdot \text{omg} - 1.567$;

display(plot(Rendimento, omg = 0 ..600, labels = ["Velocidade de Rotação do veio [rad/s]", "Rendimento [%]"],
 labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12], legend
 = "Rendimento Modelo Analítico"), plot(RendimentoRegressão, omg = 0 ..600, color = "blue", legend
 = "Rendimento Regressão"));

$$\text{RendimentoRegressão} := -0.0004278 \text{ omg}^2 + 0.2701 \text{ omg} - 1.567$$



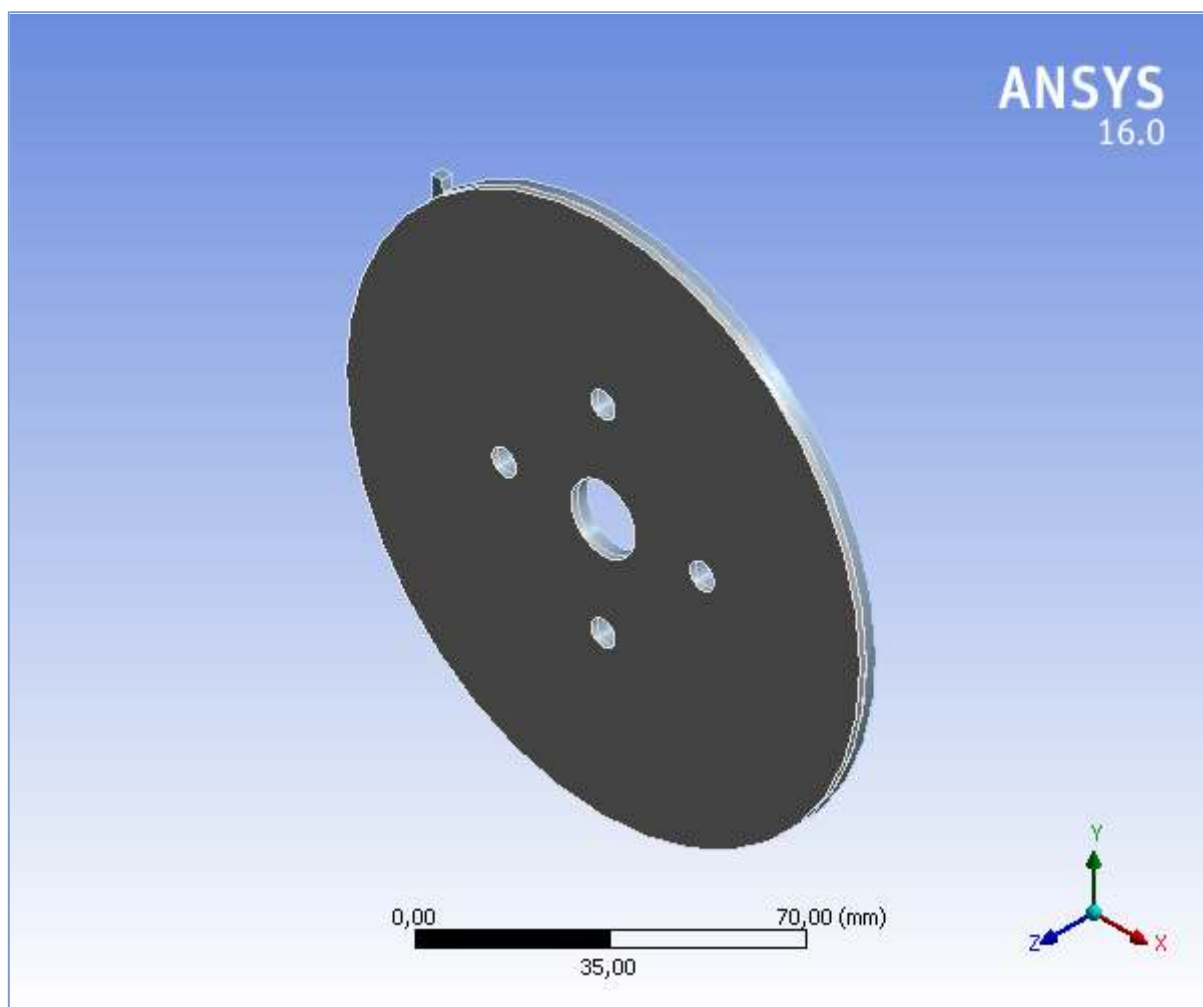
ANEXO H

(Relatório ANSYS para a qualidade da malha de menor
refinamento)



Project

No presente dissertação foram desenvolvidas três diferentes tipos de malhas. O presente relatório caracteriza a malha de menor refinamento. No final deste relatório foi introduzido o valor do binário calculado, fator utilizado para identificar a veracidade da solução numérica.



Contents

- [Units](#)
- [Model \(C2\)](#)
 - [Geometry](#)
 - [Parts](#)
 - [Coordinate Systems](#)
 - [Connections](#)
 - [Contacts\(1\)](#)
 - [Contact Region\(1\)](#)
 - [Mesh](#)
 - [Named Selections](#)

Units

TABLE 1

Unit System	Metric (mm, kg, N, s, mV, mA) Degrees rad/s Celsius
Angle	Degrees
Rotational Velocity	rad/s
Temperature	Celsius

Model (C2)

Geometry

TABLE 2
Model (C2) > Geometry

Object Name	<i>Geometry</i>
State	Fully Defined
Definition	
Source	C:\Users\Pedro\Google Drive\TESE MESTRADO\Ansys\Tesla final_files\dp0\global\MECH\FFF-5\AssembledModel\FFF-5.pmdb
Type	DesignModeler
Length Unit	Meters
Bounding Box	
Length X	130, mm
Length Y	130, mm
Length Z	4, mm
Properties	
Volume	51865 mm ³
Statistics	
Bodies	2
Active Bodies	2
Nodes	34304
Elements	11618
Mesh Metric	Skewness
Min	4,51078301211258E-03
Max	0,968486141377356
Average	0,321192129403258
Standard Deviation	0,15789977902884
Advanced Geometry Options	
Analysis Type	3-D

TABLE 3
Model (C2) > Geometry > Parts

Object Name	<i>Disco(1)</i>	<i>Fluido(1)</i>
State	Meshed	
Graphics Properties		
Visible	Yes	
Transparency	1	
Definition		
Suppressed	No	
Coordinate System	Global Coordinate System(1)	
Reference Frame	Lagrangian	
Material		
Fluid/Solid	Defined By Geometry (Solid)	
Bounding Box		
Length X	130, mm	
Length Y	130, mm	
Length Z	1,5 mm	2,5 mm
Properties		
Volume	19439 mm ³	32426 mm ³
Centroid X	2,0007e-009 mm	-4,0915e-002 mm
Centroid Y	2,0007e-009 mm	4,7202e-002 mm
Centroid Z	0,75 mm	-1,25 mm
Statistics		
Nodes	14938	19366
Elements	2065	9553
Mesh Metric	Skewness	
Min	4,51078301211258E-03	4,54492759145952E-03
Max	0,771797743278199	0,968486141377356
Average	0,15231201762718	0,357697670156697
Standard Deviation	0,129265735411211	0,138611751288435
Transfer Properties		
Source	B3::1	
Read Only	Yes	

Coordinate Systems

TABLE 4
Model (C2) > Coordinate Systems > Coordinate System

Object Name	<i>Global Coordinate System</i>	<i>Global Coordinate System(1)</i>
State	Fully Defined	
Definition		
Type	Cartesian	
Coordinate System ID	0,	
Coordinate System	Program Controlled	
Suppressed	No	
Origin		
Origin X	0, mm	
Origin Y	0, mm	
Origin Z	0, mm	
Define By	Global Coordinates	
Location	Defined	
Directional Vectors		
X Axis Data	[1, 0, 0,]	
Y Axis Data	[0, 1, 0,]	
Z Axis Data	[0, 0, 1,]	
Principal Axis		

Axis		X
Define By		Fixed Vector
Orientation About Principal Axis		
Axis		Y
Define By		Fixed Vector
Transformations		
Base Configuration		Absolute
Transformed Configuration		[0, 0, 0,]
Transfer Properties		
Source		B3::1
Read Only		Yes

Connections

TABLE 5
Model (C2) > Connections

Object Name	<i>Connections</i>
State	Fully Defined
Auto Detection	
Generate Automatic Connection On Refresh	Yes
Transparency	
Enabled	Yes

TABLE 6
Model (C2) > Connections > Contacts(1)

Object Name	<i>Contacts(1)</i>
State	Fully Defined
Definition	
Connection Type	Contact
Scope	
Scoping Method	Source Assembly
Source Assembly	B3::1
Auto Detection	
Tolerance Type	Slider
Tolerance Slider	0,
Tolerance Value	0,45973 mm
Use Range	No
Face/Face	Yes
Face/Edge	No
Edge/Edge	No
Priority	Include All
Group By	Bodies
Search Across	Bodies
Statistics	
Connections	1
Active Connections	1
Transfer Properties	
Source	B3::1
Read Only	Yes

TABLE 7
Model (C2) > Connections > Contacts(1) > Contact Regions

Object Name	<i>Contact Region(1)</i>
State	Fully Defined
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection

Contact	1 Face
Target	1 Face
Contact Bodies	Disco(1)
Target Bodies	Fluido(1)
Transfer Properties	
Source	B3::1
Read Only	Yes

Mesh

TABLE 8
Model (C2) > Mesh

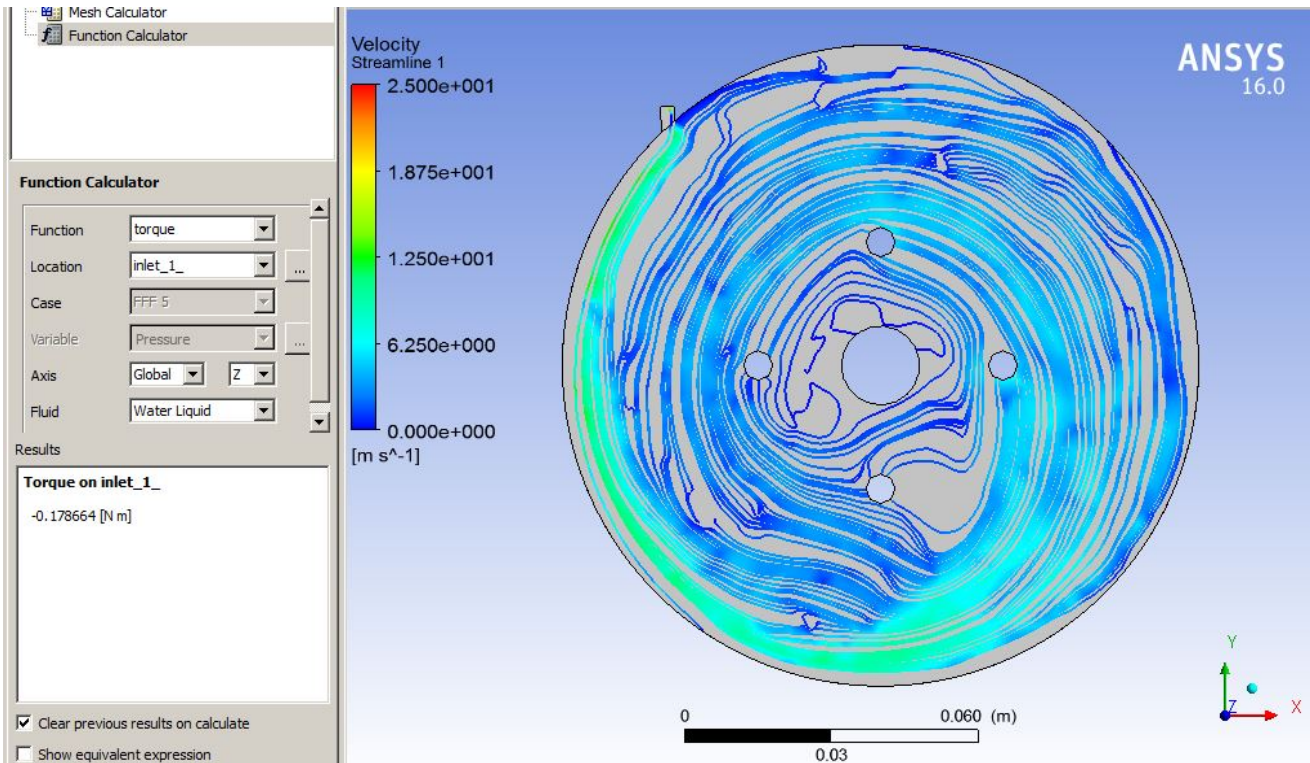
Object Name	<i>Mesh</i>
State	Solved
Display	
Display Style	Body Color
Statistics	
Nodes	34304
Elements	11618
Mesh Metric	Skewness
Min	4,5108e-003
Max	0,96849
Average	0,32119
Standard Deviation	0,1579
Model Assembly	
Read Only	Yes

Named Selections

TABLE 9
Model (C2) > Named Selections > Named Selections

Object Name	<i>outlet(1)</i>	<i>inlet(1)</i>	<i>interface 1(1)</i>	<i>interface 2(1)</i>
State	Fully Defined			
Scope				
Scoping Method	Geometry Selection			
Geometry	4 Faces	1 Face		
Definition				
Send to Solver	Yes			
Visible	Yes			
Program Controlled Inflation	Exclude			
Statistics				
Type	Imported			
Total Selection	4 Faces	1 Face		
Suppressed	0			
Used by Mesh Worksheet	No			
Transfer Properties				
Source	B3::1			
Read Only	Yes			

Valor obtido do binário na solução numérica e a representação do escoamento:



O valor obtido de cerca de 0,179 Nm é demasiado elevado, quando comparado com o valor obtido em resultado experimental, visto que o valor representa apenas o binário gerado numa única face de um disco. Para os 4 discos considerados no ensaio experimental, perfaria um total de 1,074 Nm, um valor cerca de 16x superior ao obtido em laboratório, pelo que se excluiu esta solução como sendo verdadeira.

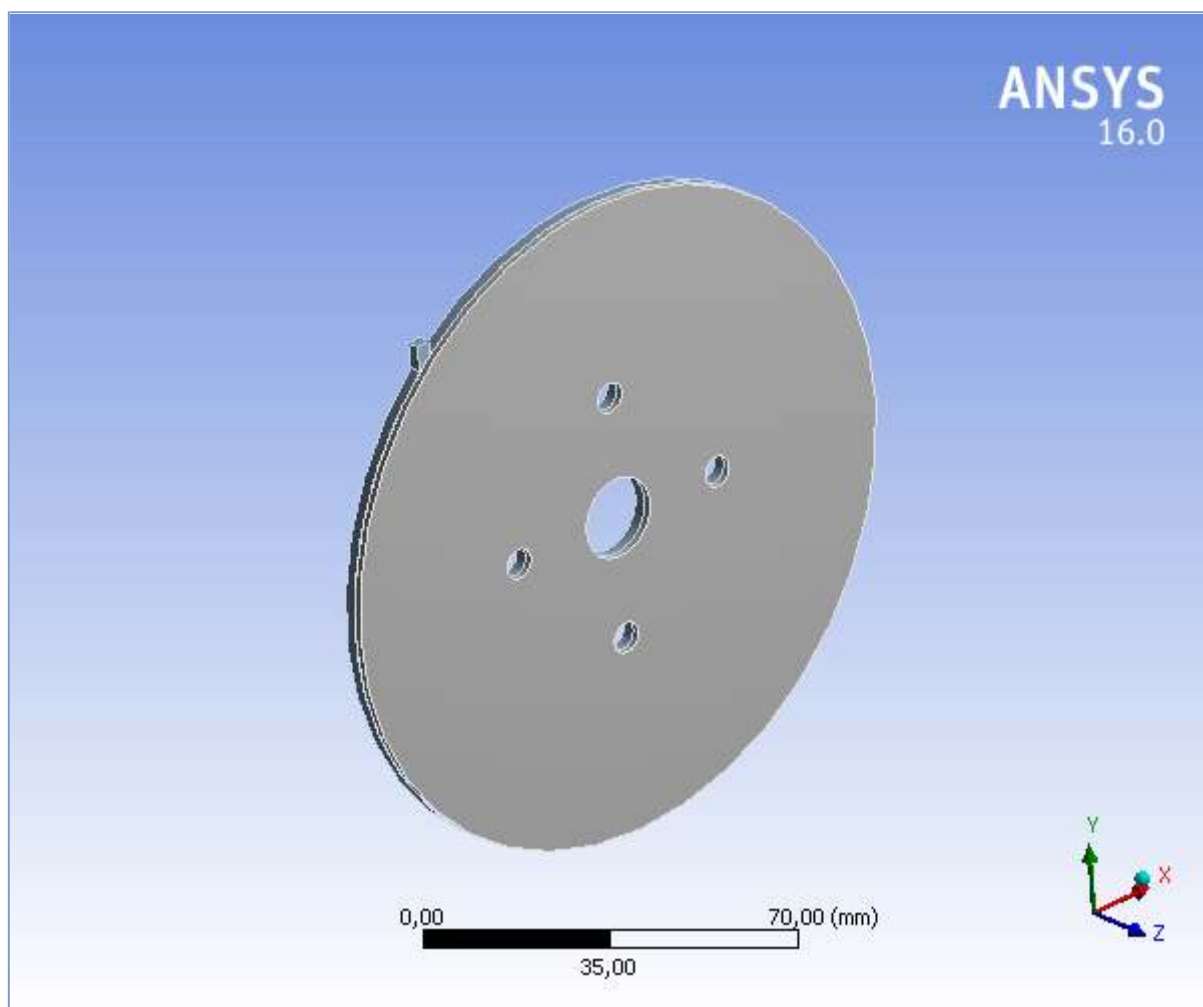
ANEXO I

(Relatório ANSYS para a qualidade da malha de maior refinamento)



Project

Na presente dissertação foram desenvolvidas três diferentes tipos de malhas. O presente relatório caracteriza a malha de maior refinamento. No final deste relatório foi introduzido o valor do binário calculado, fator utilizado para identificar a veracidade da solução numérica.



Contents

- [Units](#)
- [Model \(D3\)](#)
 - [Geometry](#)
 - [Parts](#)
 - [Coordinate Systems](#)
 - [Connections](#)
 - [Contacts](#)
 - [Contact Region](#)
 - [Mesh](#)
 - [Mesh Controls](#)

Units

TABLE 1

Unit System	Metric (mm, kg, N, s, mV, mA) Degrees rad/s Celsius
Angle	Degrees
Rotational Velocity	rad/s
Temperature	Celsius

Model (D3)

Geometry

TABLE 2
Model (D3) > Geometry

Object Name	<i>Geometry</i>
State	Fully Defined
Definition	
Source	C:\Users\Pedro\Google Drive\TESE MESTRADO\Ansys\Tesla final_files\dp0\Geom\DM\Geom.agdb
Type	DesignModeler
Length Unit	Meters
Bounding Box	
Length X	130, mm
Length Y	130, mm
Length Z	4, mm
Properties	
Volume	51865 mm ³
Scale Factor Value	1,
Statistics	
Bodies	2
Active Bodies	2
Nodes	137879
Elements	605164
Mesh Metric	Skewness
Min	6,10836911090096E-04
Max	0,994039500083762
Average	0,329766457065857
Standard Deviation	0,19653863321517
Basic Geometry Options	
Parameters	Yes

Parameter Key	DS
Attributes	No
Named Selections	No
Material Properties	No
Advanced Geometry Options	
Use Associativity	Yes
Coordinate Systems	No
Reader Mode Saves Updated File	No
Use Instances	Yes
Smart CAD Update	No
Compare Parts On Update	No
Attach File Via Temp File	Yes
Temporary Directory	C:\Users\Pedro\AppData\Local\Temp
Analysis Type	3-D
Decompose Disjoint Geometry	Yes
Enclosure and Symmetry Processing	Yes

TABLE 3
Model (D3) > Geometry > Parts

Object Name	<i>Disco</i>	<i>Fluido</i>
State	Meshed	
Graphics Properties		
Visible	Yes	
Transparency	1	
Definition		
Suppressed	No	
Coordinate System	Default Coordinate System	
Reference Frame	Lagrangian	
Material		
Fluid/Solid	Defined By Geometry (Solid)	
Bounding Box		
Length X	130, mm	
Length Y	130, mm	
Length Z	1,5 mm	2,5 mm
Properties		
Volume	19439 mm ³	32426 mm ³
Centroid X	2,0007e-009 mm	-4,0915e-002 mm
Centroid Y	2,0007e-009 mm	4,7202e-002 mm
Centroid Z	0,75 mm	-1,25 mm
Statistics		
Nodes	42515	95364
Elements	157229	447935
Mesh Metric	Skewness	
Min	8,55065253867815E-03	6,10836911090096E-04
Max	0,994039500083762	0,96899607167449
Average	0,565197521661905	0,247128148259061
Standard Deviation	0,15598733762631	0,131759356102467

Coordinate Systems

TABLE 4
Model (D3) > Coordinate Systems > Coordinate System

Object Name	<i>Global Coordinate System</i>
State	Fully Defined

Definition	
Type	Cartesian
Coordinate System ID	0,
Origin	
Origin X	0, mm
Origin Y	0, mm
Origin Z	0, mm
Directional Vectors	
X Axis Data	[1, 0, 0,]
Y Axis Data	[0, 1, 0,]
Z Axis Data	[0, 0, 1,]

Connections

TABLE 5
Model (D3) > Connections

Object Name	<i>Connections</i>
State	Fully Defined
Auto Detection	
Generate Automatic Connection On Refresh	Yes
Transparency	
Enabled	Yes

TABLE 6
Model (D3) > Connections > Contacts

Object Name	<i>Contacts</i>
State	Fully Defined
Definition	
Connection Type	Contact
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	All Bodies
Auto Detection	
Tolerance Type	Slider
Tolerance Slider	0,
Tolerance Value	0,45973 mm
Use Range	No
Face/Face	Yes
Face/Edge	No
Edge/Edge	No
Priority	Include All
Group By	Bodies
Search Across	Bodies
Statistics	
Connections	1
Active Connections	1

TABLE 7
Model (D3) > Connections > Contacts > Contact Regions

Object Name	<i>Contact Region</i>
State	Fully Defined
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Contact	1 Face
Target	1 Face
Contact Bodies	Disco

Target Bodies	Fluido
---------------	--------

Mesh

TABLE 8
Model (D3) > Mesh

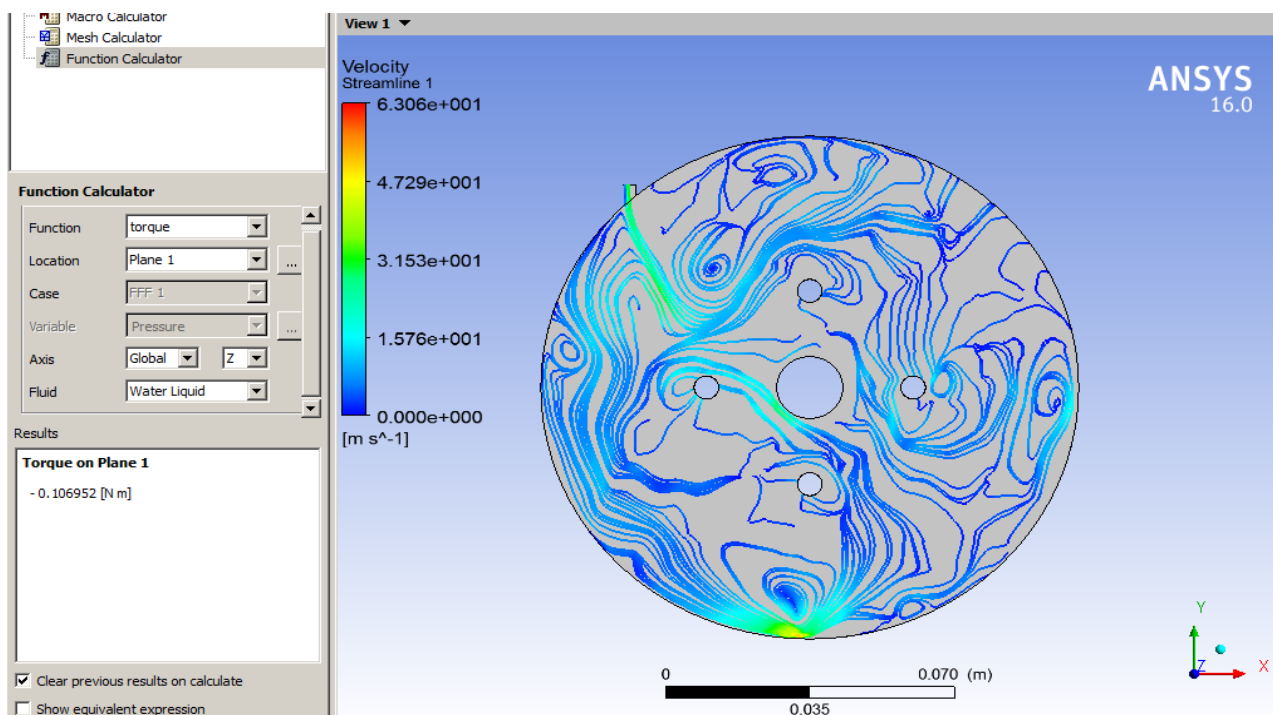
Object Name	<i>Mesh</i>
State	Solved
Display	
Display Style	Body Color
Defaults	
Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
Relevance	0
Sizing	
Use Advanced Size Function	On: Curvature
Relevance Center	Fine
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Medium
Transition	Slow
Span Angle Center	Fine
Curvature Normal Angle	Default (18,0 °)
Min Size	Default (2,6845e-002 mm)
Max Face Size	Default (2,68450 mm)
Max Size	3,0 mm
Growth Rate	Default (1,20)
Minimum Edge Length	2,50 mm
Inflation	
Use Automatic Inflation	None
Inflation Option	Smooth Transition
Transition Ratio	0,272
Maximum Layers	5
Growth Rate	1,2
Inflation Algorithm	Pre
View Advanced Options	No
Assembly Meshing	
Method	None
Patch Conforming Options	
Triangle Surface Mesher	Program Controlled
Patch Independent Options	
Topology Checking	No
Advanced	
Number of CPUs for Parallel Part Meshing	Program Controlled
Shape Checking	CFD
Element Midside Nodes	Dropped
Straight Sided Elements	
Number of Retries	0
Extra Retries For Assembly	Yes
Rigid Body Behavior	Dimensionally Reduced
Mesh Morphing	Disabled
Defeaturing	
Pinch Tolerance	Default (2,4161e-002 mm)
Generate Pinch on Refresh	No
Automatic Mesh Based Defeaturing	On
Defeaturing Tolerance	Default (1,3423e-002 mm)
Statistics	

Nodes	137879
Elements	605164
Mesh Metric	Skewness
Min	6,1084e-004
Max	0,99404
Average	0,32977
Standard Deviation	0,19654

TABLE 9
Model (D3) > Mesh > Mesh Controls

Object Name	Refinement	Refinement 2
State	Fully Defined	
Scope		
Scoping Method	Geometry Selection	
Geometry	1 Face	
Definition		
Suppressed	No	
Refinement	2	

Valor obtido do binário na solução numérica e a representação do escoamento:



O valor obtido de cerca de $0,107 \text{ Nm}$ é demasiado elevado, quando comparado com o valor obtido experimentalmente, visto que o valor representa apenas o binário gerado numa única face de um disco. Para os 4 discos considerados no ensaio experimental, perfaria um total de $0,604 \text{ Nm}$, um valor cerca de 9x superior ao obtido em laboratório, pelo que se excluiu esta solução como sendo verdadeira.

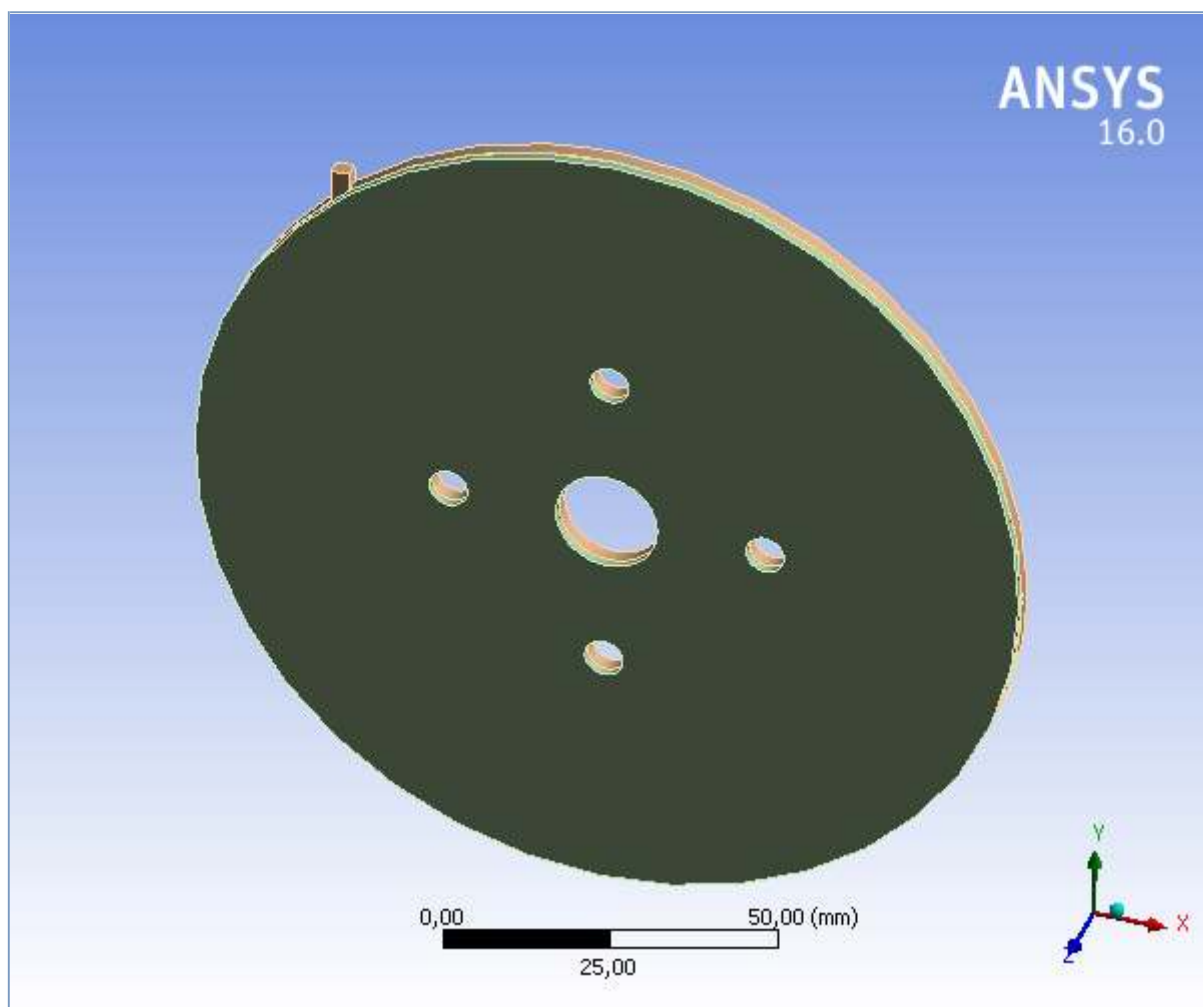
ANEXO J

(Relatório ANSYS para a qualidade da malha com
refinamento intermédio)



Project

De modo a não repetir informação sobre a malha gerada foi editado o relatório de modo a introduzir a informação sobre a estatística da malha em apenas um documento. A restante informação é idêntica para todos os relatórios gerados para a malha gerada, pelo que se procedeu à junção da informação.



Contents

- [Units](#)
- [Model \(G2\)](#)
 - [Geometry](#)
 - [Parts](#)
 - [Coordinate Systems](#)
 - [Connections](#)
 - [Contacts\(3\)](#)
 - [Contact Region\(3\)](#)
 - [Mesh](#)
 - [Named Selections](#)

Units

TABLE 1

Unit System	Metric (mm, kg, N, s, mV, mA) Degrees rad/s Celsius
Angle	Degrees
Rotational Velocity	rad/s
Temperature	Celsius

Model (G2)

Geometry

TABLE 2
Model (G2) > Geometry

Object Name	<i>Geometry</i>
State	Fully Defined
Definition	
Source	C:\Users\Pedro\Google Drive\TESE MESTRADO\Ansys\Tesla_13_10_2015_files\dp0\global\MECH\FFF-2\AssembledModel\FFF-2.pmdb
Type	DesignModeler
Length Unit	Meters
Bounding Box	
Length X	130, mm
Length Y	130, mm
Length Z	4, mm
Properties	
Volume	51865 mm ³
Statistics	
Bodies	2
Active Bodies	2
Nodes	101577
Elements	260132
Mesh Metric	Element Quality
Min	0,190820147015514
Max	0,999985170371337
Average	0,844588807691849
Standard Deviation	9,72059752267464E-02
Advanced Geometry Options	
Analysis Type	3-D

TABLE 3
Model (G2) > Geometry > Parts

Object Name	<i>Disco(3)</i>	<i>Fluido(3)</i>
State	Meshed	
Graphics Properties		
Visible	Yes	
Transparency	1	
Definition		
Suppressed	No	
Coordinate System	Global Coordinate System(3)	
Reference Frame	Lagrangian	
Material		
Fluid/Solid	Defined By Geometry (Solid)	
Bounding Box		
Length X	130, mm	
Length Y	130, mm	
Length Z	1,5 mm	2,5 mm
Properties		
Volume	19439 mm ³	32426 mm ³
Centroid X	2,0007e-009 mm	-4,0915e-002 mm
Centroid Y	2,0007e-009 mm	4,7202e-002 mm
Centroid Z	0,75 mm	-1,25 mm
Statistics		
Nodes	48777	52800
Elements	32050	228082
Mesh Metric	Element Quality	
Min	0,668952352003888	0,190820147015514
Max	0,997923592146622	0,999985170371337
Average	0,947044554509582	0,830191763271385
Standard Deviation	3,53104072852477E-02	9,44417113546388E-02
Transfer Properties		
Source	F3::3	
Read Only	Yes	

Coordinate Systems

TABLE 4
Model (G2) > Coordinate Systems > Coordinate System

Object Name	<i>Global Coordinate System</i>	<i>Global Coordinate System(3)</i>
State	Fully Defined	
Definition		
Type	Cartesian	
Coordinate System ID	0,	
Coordinate System		Program Controlled
Suppressed		No
Origin		
Origin X	0, mm	
Origin Y	0, mm	
Origin Z	0, mm	
Define By		Global Coordinates
Location		Defined
Directional Vectors		
X Axis Data	[1, 0, 0,]	
Y Axis Data	[0, 1, 0,]	
Z Axis Data	[0, 0, 1,]	
Principal Axis		

Axis		X
Define By		Fixed Vector
Orientation About Principal Axis		
Axis		Y
Define By		Fixed Vector
Transformations		
Base Configuration		Absolute
Transformed Configuration		[0, 0, 0,]
Transfer Properties		
Source		F3::3
Read Only		Yes

Connections

TABLE 5
Model (G2) > Connections

Object Name	<i>Connections</i>
State	Fully Defined
Auto Detection	
Generate Automatic Connection On Refresh	Yes
Transparency	
Enabled	Yes

TABLE 6
Model (G2) > Connections > Contacts(3)

Object Name	<i>Contacts(3)</i>
State	Fully Defined
Definition	
Connection Type	Contact
Scope	
Scoping Method	Source Assembly
Source Assembly	F3::3
Auto Detection	
Tolerance Type	Slider
Tolerance Slider	0,
Tolerance Value	0,45973 mm
Use Range	No
Face/Face	Yes
Face/Edge	No
Edge/Edge	No
Priority	Include All
Group By	Bodies
Search Across	Bodies
Statistics	
Connections	1
Active Connections	1
Transfer Properties	
Source	F3::3
Read Only	Yes

TABLE 7
Model (G2) > Connections > Contacts(3) > Contact Regions

Object Name	<i>Contact Region(3)</i>
State	Fully Defined
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection

Contact	1 Face
Target	1 Face
Contact Bodies	Disco(3)
Target Bodies	Fluido(3)
Transfer Properties	
Source	F3::3
Read Only	Yes

Mesh

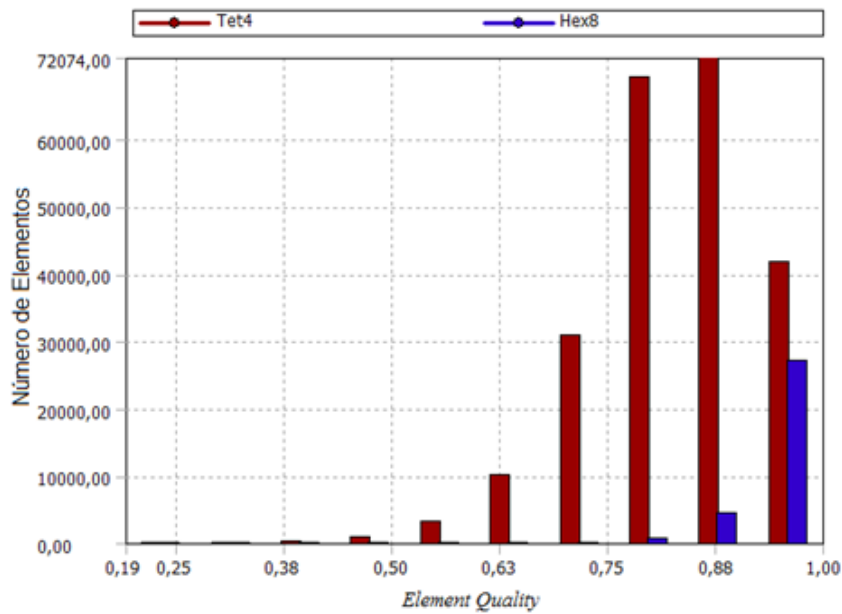
TABLE 8
Model (G2) > Mesh

Object Name	<i>Mesh</i>
State	Solved
Display	
Display Style	Body Color
Statistics	
Nodes	101577
Elements	260132
Mesh Metric	Element Quality
Min	0,19082
Max	0,99999
Average	0,84459
Standard Deviation	9,7206e-002
Model Assembly	
Read Only	Yes

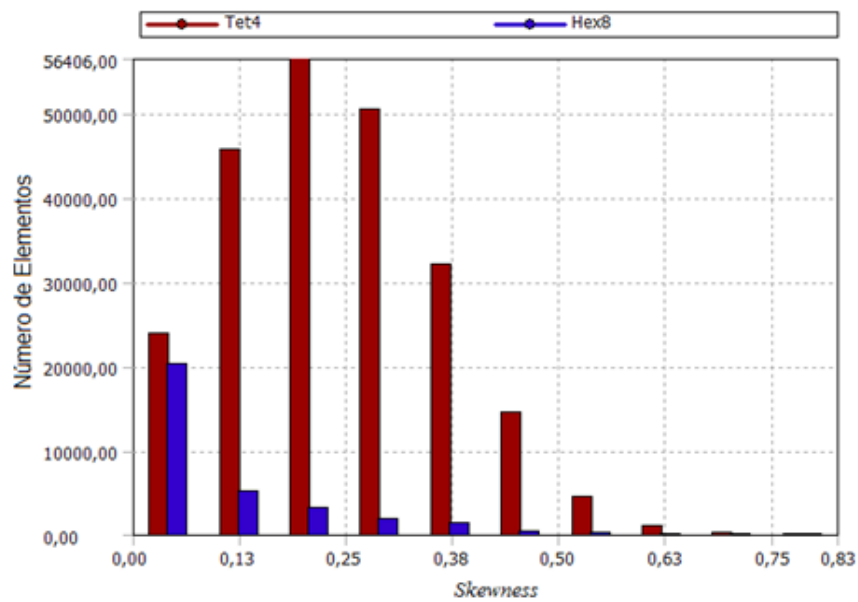
Named Selections

TABLE 9
Model (G2) > Named Selections > Named Selections

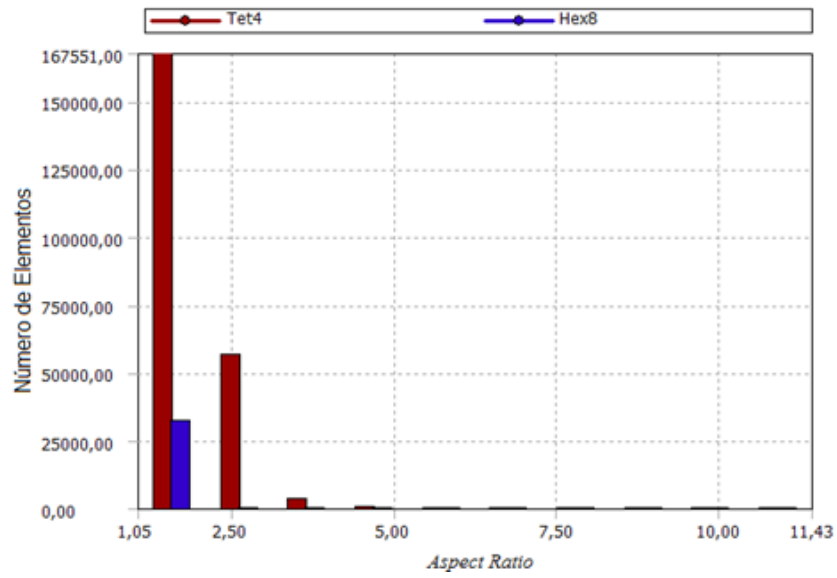
Object Name	<i>inlet</i>	<i>outlet</i>
State	Fully Defined	
Scope		
Scoping Method	Geometry Selection	
Geometry	1 Face	4 Faces
Definition		
Send to Solver	Yes	
Visible	Yes	
Program Controlled Inflation	Exclude	
Statistics		
Type	Manual	
Total Selection	1 Face	4 Faces
Suppressed	0	
Used by Mesh Worksheet	No	



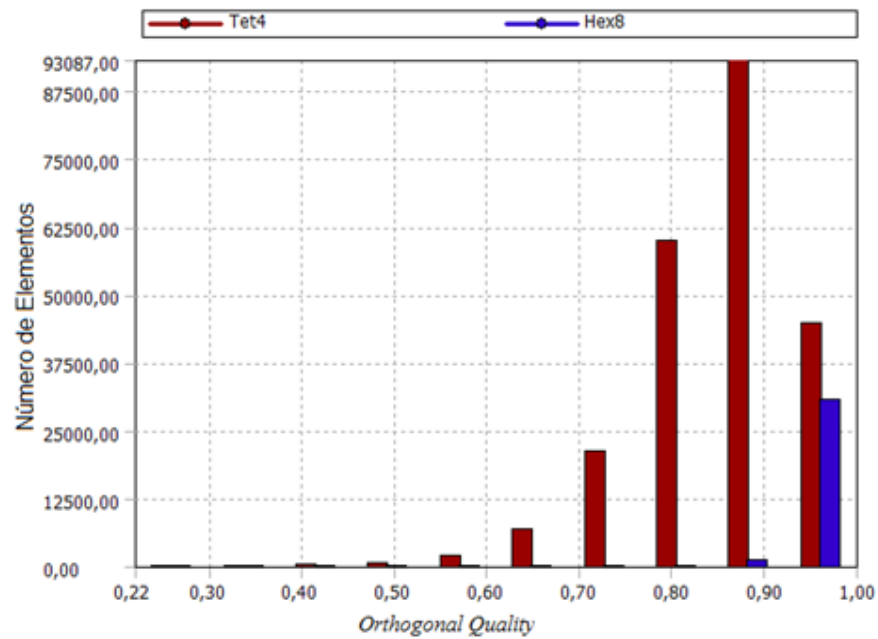
Mesh Metric	Skewness	
Min	3,65972056079724E-03	2,51623793049438E-05
Max	0,702125981468957	0,827126153822477
Average	9,03806950430276E-02	0,23888468893739
Standard Deviation	0,111163517651711	0,122847912476088



Mesh Metric	Aspect Ratio
Min	1,0466
Max	11,429
Average	1,81440279781032
Standard Deviation	0,461186809554521



Mesh Metric	Orthogonal Quality
Min	0,219088904316576
Max	0,999989312264916
Average	0,868021154747978
Standard Deviation	8,78110990436246E-02



ANEXO L

(Aplicação do Modelo Matemático. Otimização do
espaçamento entre discos)

Adaptação do modelo matemático presente no artigo "A Theory of Tesla disc Turbines" desenvolvido por Sengupta, S. e Guha, A.

Variação do espaçamento entre discos (b)

```

> restart : with( plots ) :
> #Introdução das variáveis do modelo


$$\gamma := \frac{V_{medr2} + \text{omg} \cdot r2}{\text{omg} \cdot r2} :$$


$$\phi2 := \frac{V_{medr2}}{\text{omg} \cdot r2} : \nu := 8 \cdot 10^{-6} : r2 := 65 \cdot 10^{-3} : r1 := 24 \cdot 10^{-3} : R1 := \frac{r1}{r2} : R2 := 1 : \mu := 9 \cdot 10^{-4} :$$



$$Q_{entrada} := 0.336 \cdot 10^{-3} : Area := \pi \cdot 0.001^2 + 0.005 \cdot 0.002 : V_{entrada} := \frac{Q_{entrada}}{Area} : V_{medr2} :=$$


$$-evalf\left(\sin\left(\frac{52 \cdot \text{Pi}}{180}\right) \cdot V_{entrada}\right) : V_{med\theta2} := evalf\left(\cos\left(\frac{52 \cdot \text{Pi}}{180}\right) \cdot V_{entrada}\right) :$$


> #Cálculo do parâmetro adimensional da velocidade tangencial relativa
> 
$$C1 := \frac{10 \cdot \nu}{\phi2 \cdot \text{omg} \cdot b^2} : C2 := -\frac{10}{6(\gamma - 1)} : C3 := \frac{C2}{C1} : C4 := (1 - C3) \cdot \exp\left(\frac{C1}{2}\right) :$$

> 
$$\zeta\zeta := \frac{C3}{R} + \frac{C4 \cdot \exp\left(-\frac{C1 \cdot R^2}{2}\right)}{R} :$$

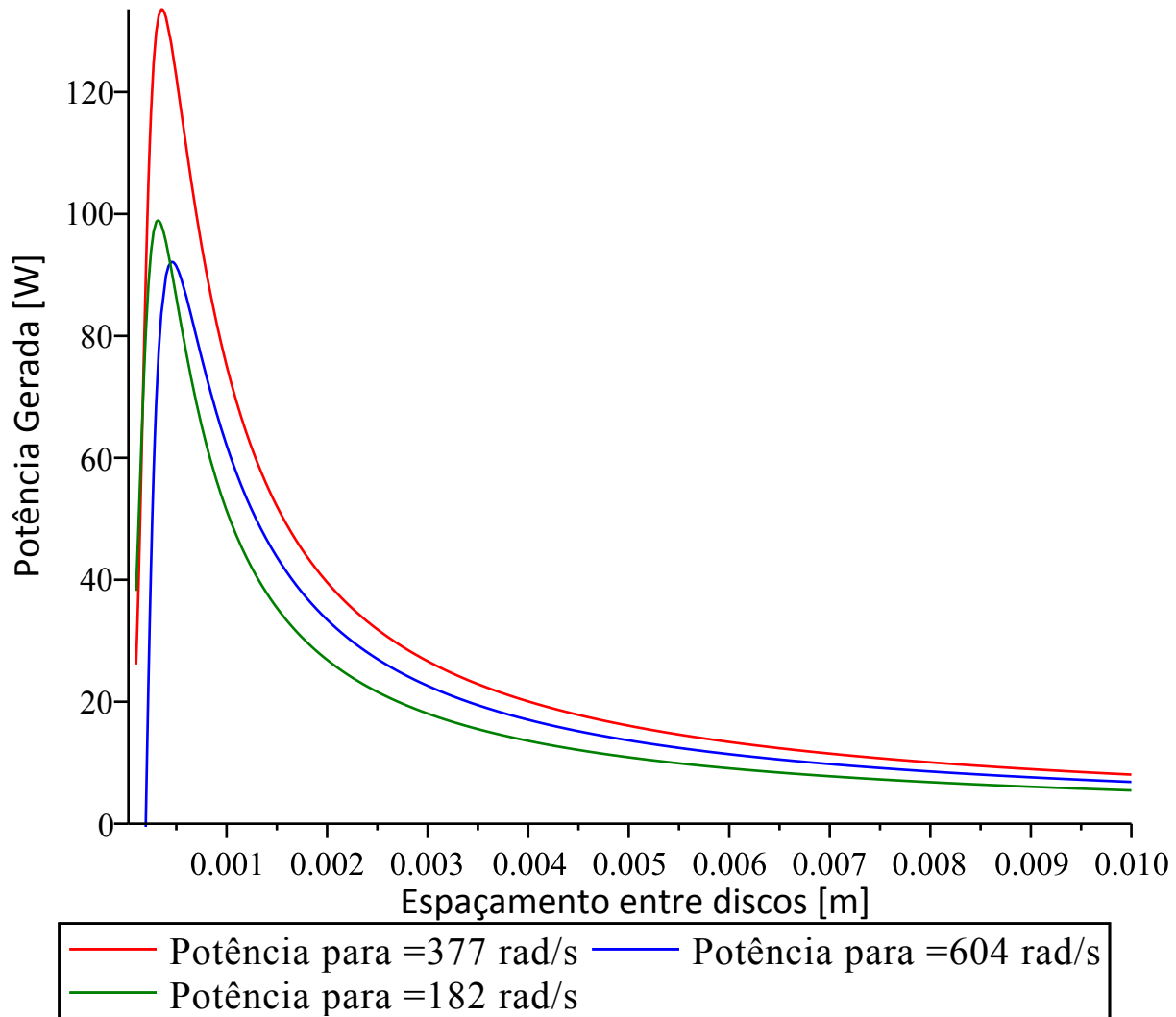

> #Cálculo da tensão de corte

$$\tau := \frac{6 \cdot \mu \cdot V_{med\theta2} \cdot \zeta\zeta}{b} :$$


> #Cálculo do binário gerado
> 
$$\text{Binário} := \frac{12 \cdot \pi \cdot \mu \cdot V_{med\theta2} \cdot r2^3}{b} \cdot \left( \frac{C3}{2} \cdot (R2^2 - R1^2) - \frac{C4}{C1} \cdot \left( \exp\left(-\frac{C1 \cdot R2^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{C1 \cdot R1^2}{2}\right) \right) \right) :$$


> #Número de discos que geram trabalho
nd := 4 :
> Bináriototal := 2 \cdot (nd - 1) \cdot Binário :
> Potência := Bináriototal \cdot \text{omg} :
> display( plot( subs( omg = 377, Potência ), b = 10^{-4} .. 10^{-2}, legend = "Potência para \Omega=377 rad/s", labels = ["Espaçamento entre discos [m]", "Potência Gerada [ W ]"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12]), plot( subs( omg = 604, Potência ), b = 10^{-4} .. 10^{-2}, labels = ["Espaçamento entre discos [m]", "Potência Gerada [ W ]"], labeldirections = ["horizontal",
```

```
"vertical"], labelfont= ["Calibri", 12], legend = "Potência para Ω=604 rad/s", color = "Blue"),
plot(subs(omg = 182, Potência), b = 10-4 ..10-2, labels= ["Espaçamento entre discos [m]",
"Potência Gerada [ W]"], labeldirections= ["horizontal", "vertical"], labelfont= ["Calibri", 12], legend
= "Potência para Ω=182 rad/s", color = "Green" ) )
```



> #Calculando o valor dos zeros da derivada da função da potência em ordem a b é possível identificar o valor de espaçamento entre discos para que a potência é máxima.

$$\text{derivPot} := \frac{d}{db} \text{Potência} :$$

> Student[Calculus1][Roots](subs(omg = 377, derivPot), 0 ..0.009) [[m]];

evalf(subs(omg = 377, b = 0.00036, Potência)) [[N]];

[6.577420544 10⁻⁹, 0.0003559297280] [[m]]

133.5587847 [[N]]

(1)

> #Valor da Potência para um valor de b=1mm

evalf(subs(omg = 377, b = 10⁻³, Potência)) [[N]];

evalf(subs(omg = 377, b = 2.5 · 10⁻³, Potência)) [[N]];

#Comparando o valor para a potência teoria para $b=1\text{mm}$ e para $b=2.5\text{mm}$

$$\text{evalf}\left(\frac{\text{subs}(omg = 377, b = 10^{-3}, \text{Potência})}{\text{subs}(omg = 377, b = 2.5 \cdot 10^{-3}, \text{Potência})}\right)$$

75.13302298 $[[N]]$

31.86552243 $[[N]]$

2.357815509

(2)

$$> \text{Rendimento} := \frac{\text{Potência}}{60.43} \cdot 100 : \text{simplify}(\text{Rendimento})$$

$$-1.456282428 \cdot 10^{-9} b \left(8.996548323 \cdot 10^9 omg - 3.874539356 \cdot 10^{12} \right.$$

(3)

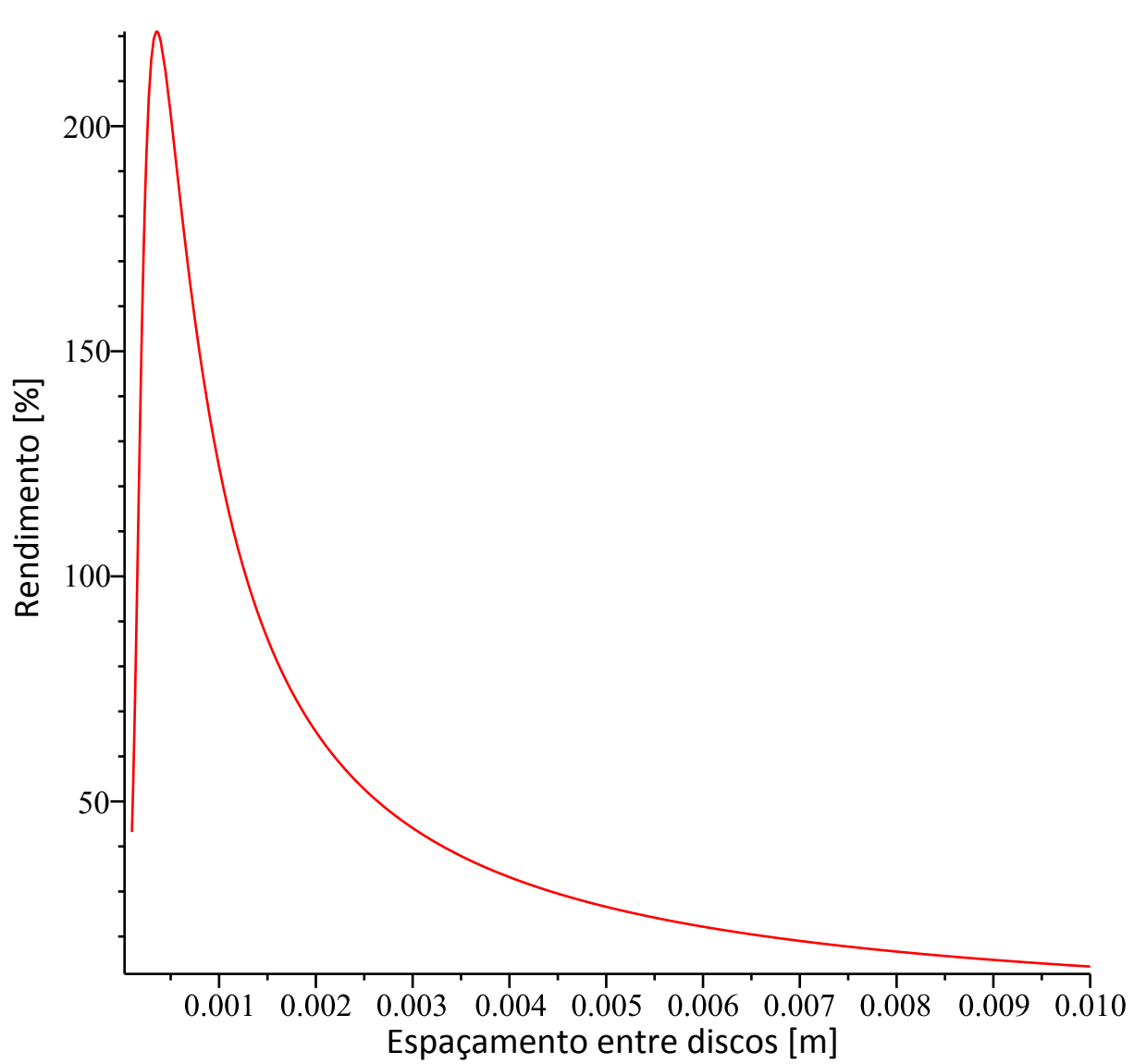
$$+ 3.874539356 \cdot 10^{12} e^{-\frac{1.114543639 \cdot 10^{-7}}{b^2}} - 8.071956990 \cdot 10^{16} omg b^2$$

$$\left. + 8.071956990 \cdot 10^{16} e^{-\frac{1.114543639 \cdot 10^{-7}}{b^2}} omg b^2 \right) omg$$

$$> \text{RendimentoRegressão} := -0.0004278 \cdot omg^2 + 0.2701 \cdot omg - 1.567;$$

$$\text{plot}(\text{subs}(omg = 377, \text{Rendimento}), b = 10^{-4} .. 10^{-2}, \text{labels} = ["\text{Espaçamento entre discos [m]}", "\text{Rendimento [%}"], \text{labeldirections} = ["\text{horizontal}", "\text{vertical}"], \text{labelfont} = ["\text{Calibri}", 12])$$

$$\text{RendimentoRegressão} := -0.0004278 omg^2 + 0.2701 omg - 1.567$$



```
> #Valor do Rendimento para um valor de b=1mm  
evalf(subs(omg = 377, b = 10-3, Rendimento))
```

124.3306685

(4)

ANEXO M

(Aplicação do Modelo Matemático. Verificação da
Influência da Viscosidade Absoluta)

Adaptação do modelo matemático presente no artigo "A Theory of Tesla disc Turbines" desenvolvido por Sengupta, S. e Guha, A.

Variação da viscosidade absoluta (μ)

```

> restart : with( plots ) :
> #Introdução das variáveis do modelo


$$\gamma := \frac{V_{medr2} + \text{omg} \cdot r2}{\text{omg} \cdot r2} :$$



$$b := 2.5 \cdot 10^{-3} : \phi2 := \frac{V_{medr2}}{\text{omg} \cdot r2} : \nu := 8 \cdot 10^{-6} : r2 := 65 \cdot 10^{-3} : r1 := 24 \cdot 10^{-3} : R1 := \frac{r1}{r2} : R2 := 1 : \text{omg} := 377 :$$



$$Q_{entrada} := 0.336 \cdot 10^{-3} : V_{entrada} := \frac{Q_{entrada}}{Area} : V_{medr2} := -\text{evalf}\left(\sin\left(\frac{52 \cdot \text{Pi}}{180}\right) \cdot V_{entrada}\right) : V_{med\theta2} := \text{evalf}\left(\cos\left(\frac{52 \cdot \text{Pi}}{180}\right) \cdot V_{entrada}\right) : Area := \pi \cdot 0.001^2 + 0.005 \cdot 0.002 :$$


> #Cálculo do parâmetro adimensional da velocidade tangencial relativa


$$C1 := \frac{10 \cdot \nu}{\phi2 \cdot \text{omg} \cdot b^2} : C2 := -\frac{10}{6(\gamma - 1)} : C3 := \frac{C2}{C1} : C4 := (1 - C3) \cdot \exp\left(\frac{C1}{2}\right) :$$



$$\zeta := \frac{C3}{R} + \frac{C4 \cdot \exp\left(-\frac{C1 \cdot R^2}{2}\right)}{R} :$$


> #Calculo da tensão de corte


$$\tau := \frac{6 \cdot \mu \cdot V_{med\theta2} \cdot \zeta}{b} ;$$



$$\tau := \frac{1}{\pi} \left( 1.241173534 \cdot 10^5 \mu \left( -\frac{49.08854164}{R} + \frac{50.08854164 e^{-0.006284661640 \pi} e^{0.006284661640 \pi R^2}}{R} \right) \right)$$


> #Calculo do binário gerado


$$\text{Binário2} := \frac{12 \cdot \pi \cdot \mu \cdot V_{med\theta2} \cdot r2^3}{b} \cdot \left( \frac{C3}{2} \cdot (R2^2 - R1^2) - \frac{C4}{C1} \cdot \left( \exp\left(-\frac{C1 \cdot R2^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{C1 \cdot R1^2}{2}\right) \right) \right) ;$$



$$\text{Binário2} := 68.17145635 \mu \left( -21.19811698 \right)$$


```

(1)

$$+ \frac{3984.983163 e^{-0.006284661640 \pi} \left(e^{0.006284661640 \pi} - e^{0.0008567964745 \pi} \right)}{\pi} \quad (2)$$

16.93796444 μ

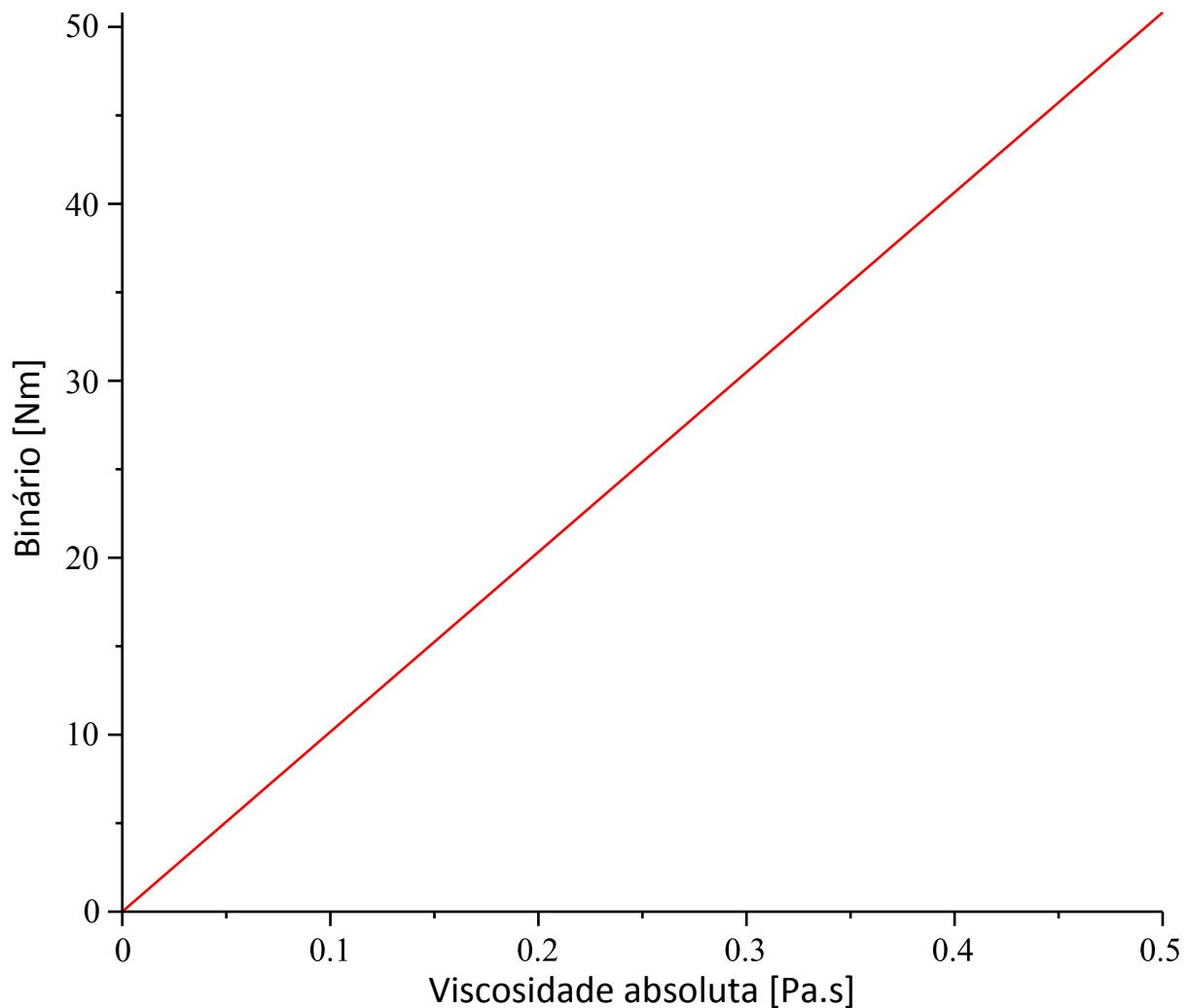
> #Número de discos que geram trabalho
 $nd := 4;$

$nd := 4$ (3)

> $Bináriototal := 2 \cdot (nd - 1) \cdot Binário2$: simplify(Bináriototal)

101.6277866 μ (4)

> plot(Bináriototal, $\mu = 10^{-5} .. 0.5$, labels = ["Viscosidade absoluta [Pa.s]", "Binário [Nm]"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12])

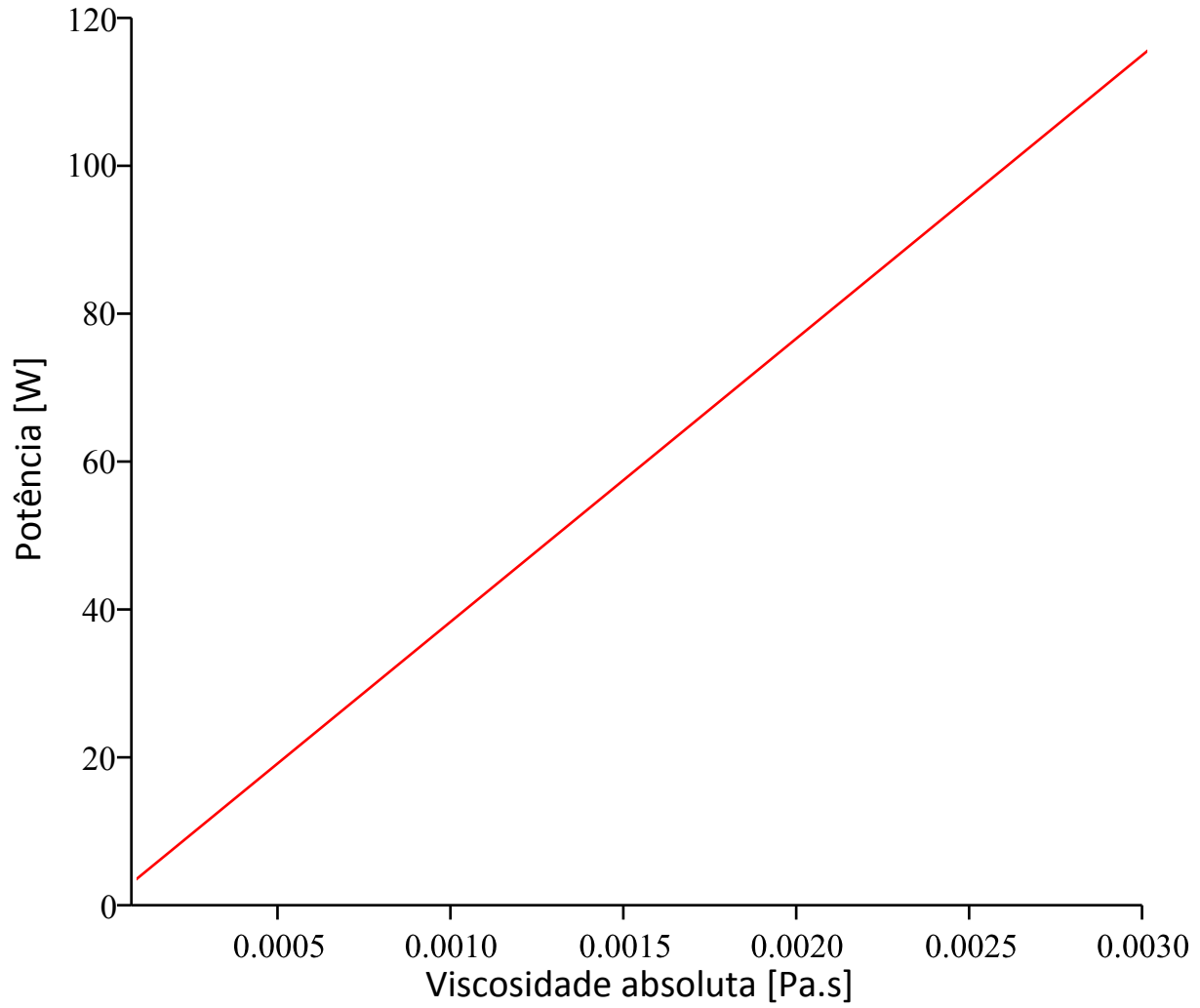


> #Cálculo da potência gerada

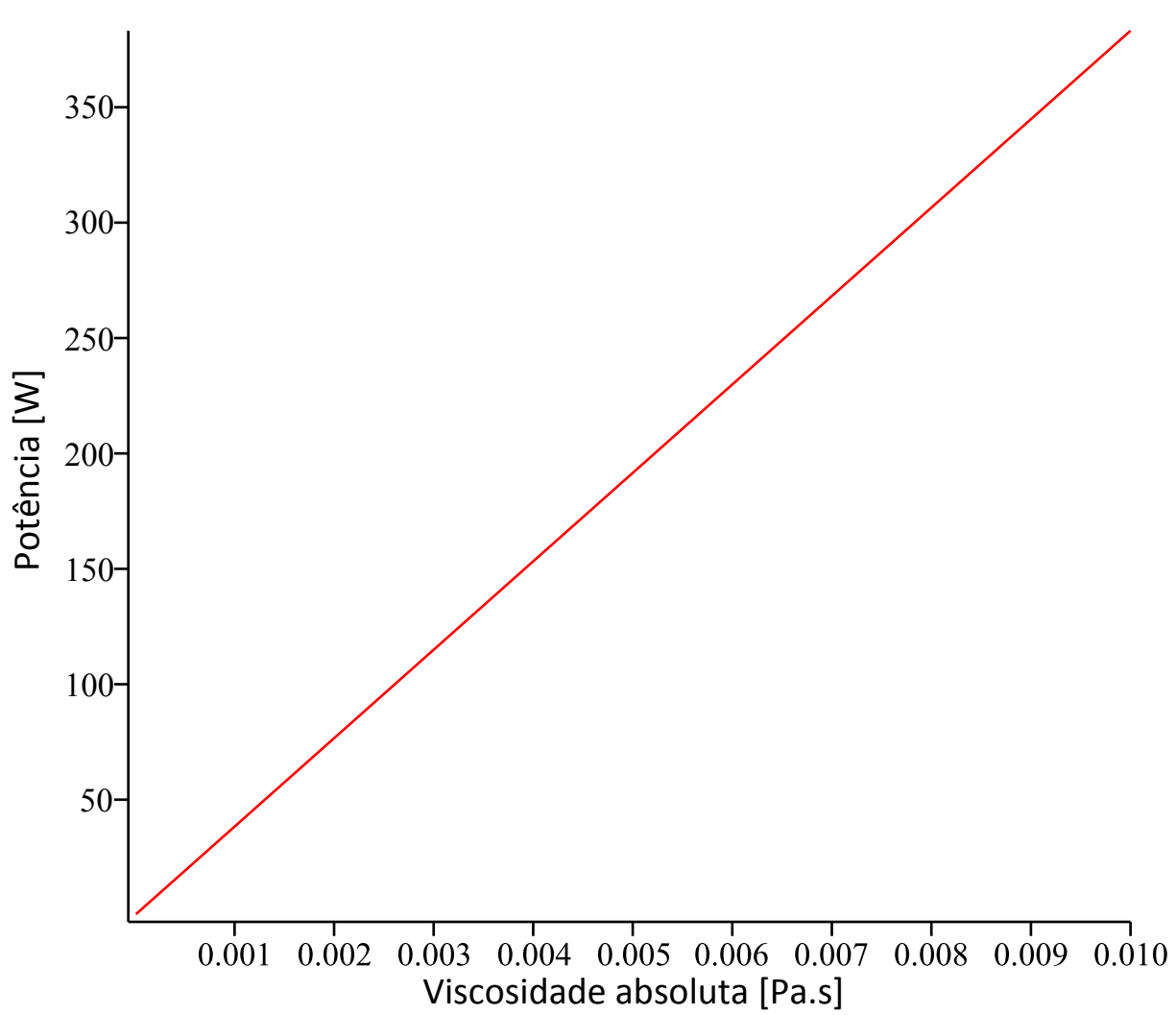
$Potência := Bináriototal \cdot \omega$: simplify(Potência);

plot(Potência, $\mu = 10^{-5} .. 0.5$, labels = ["Viscosidade absoluta [Pa.s]", "Potência [W]"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12])

38313.67555 μ



```
> plot(Potência,  $\mu = 10^{-5} \dots 0.01$ , labels = ["Viscosidade absoluta [Pa.s]", "Potência [W]"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12])
```



> #Cálculo do rendimento global

$$\text{Rendimento} := \frac{\text{Potência}}{60.43} \cdot 100 : \text{simplify}(\text{Rendimento})$$

63401.74673 μ

(5)

ANEXO N

(Aplicação do Modelo Matemático. Verificação da Variação
do Ângulo de entrada (α))

Adaptação do modelo matemático presente no artigo "A Theory of Tesla disc Turbines" desenvolvido por Sengupta, S. e Guha, A.

Varição do ângulo de entrada (α)

```

> restart : with( plots ) :
> #Introdução das variáveis do modelo


$$\gamma := \frac{V_{medr2} + \text{omg} \cdot r2}{\text{omg} \cdot r2} :$$


$$b := 2.5 \cdot 10^{-3} : \phi2 := \frac{V_{medr2}}{\text{omg} \cdot r2} : \nu := 8 \cdot 10^{-6} : r2 := 65 \cdot 10^{-3} : r1 := 24 \cdot 10^{-3} : R1 := \frac{r1}{r2} : R2 := 1 : \text{omg} := 377 : \mu := 9 \cdot 10^{-4} :$$



$$Q_{entrada} := 0.336 \cdot 10^{-3} : V_{entrada} := \frac{Q_{entrada}}{Area} : V_{medr2} := -\text{evalf}\left(\cos\left(\frac{\text{angulo} \cdot \text{Pi}}{180}\right) \cdot V_{entrada}\right) : V_{med\theta2} := \text{evalf}\left(\sin\left(\frac{\text{angulo} \cdot \text{Pi}}{180}\right) \cdot V_{entrada}\right) : Area := \pi \cdot 0.001^2 + 0.005 \cdot 0.002 :$$


> #Cálculo do parâmetro adimensional da velocidade tangencial relativa
>  $C1 := \frac{10 \cdot \nu}{\phi2 \cdot \text{omg} \cdot b^2} : C2 := -\frac{10}{6(\gamma - 1)} : C3 := \frac{C2}{C1} : C4 := (1 - C3) \cdot \exp\left(\frac{C1}{2}\right) :$ 
>  $\zeta\zeta := \frac{C3}{R} + \frac{C4 \cdot \exp\left(-\frac{C1 \cdot R^2}{2}\right)}{R} :$ 
> #Cálculo da tensão de corte

$$\tau := \frac{6 \cdot \mu \cdot V_{med\theta2} \cdot \zeta\zeta}{b} :$$


> #Cálculo do binário gerado
>

$$\text{Binário} := \frac{12 \cdot \pi \cdot \mu \cdot V_{med\theta2} \cdot r2^3}{b} \cdot \left( \frac{C3}{2} \cdot (R2^2 - R1^2) - \frac{C4}{C1} \cdot \left( \exp\left(-\frac{C1 \cdot R2^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{C1 \cdot R1^2}{2}\right) \right) \right) :$$


> #Número de discos que geram trabalho

$$nd := 4 :$$

>  $\text{Bináriototal} := 2 \cdot (nd - 1) \cdot \text{Binário} :$ 
>
> #Cálculo da potência gerada

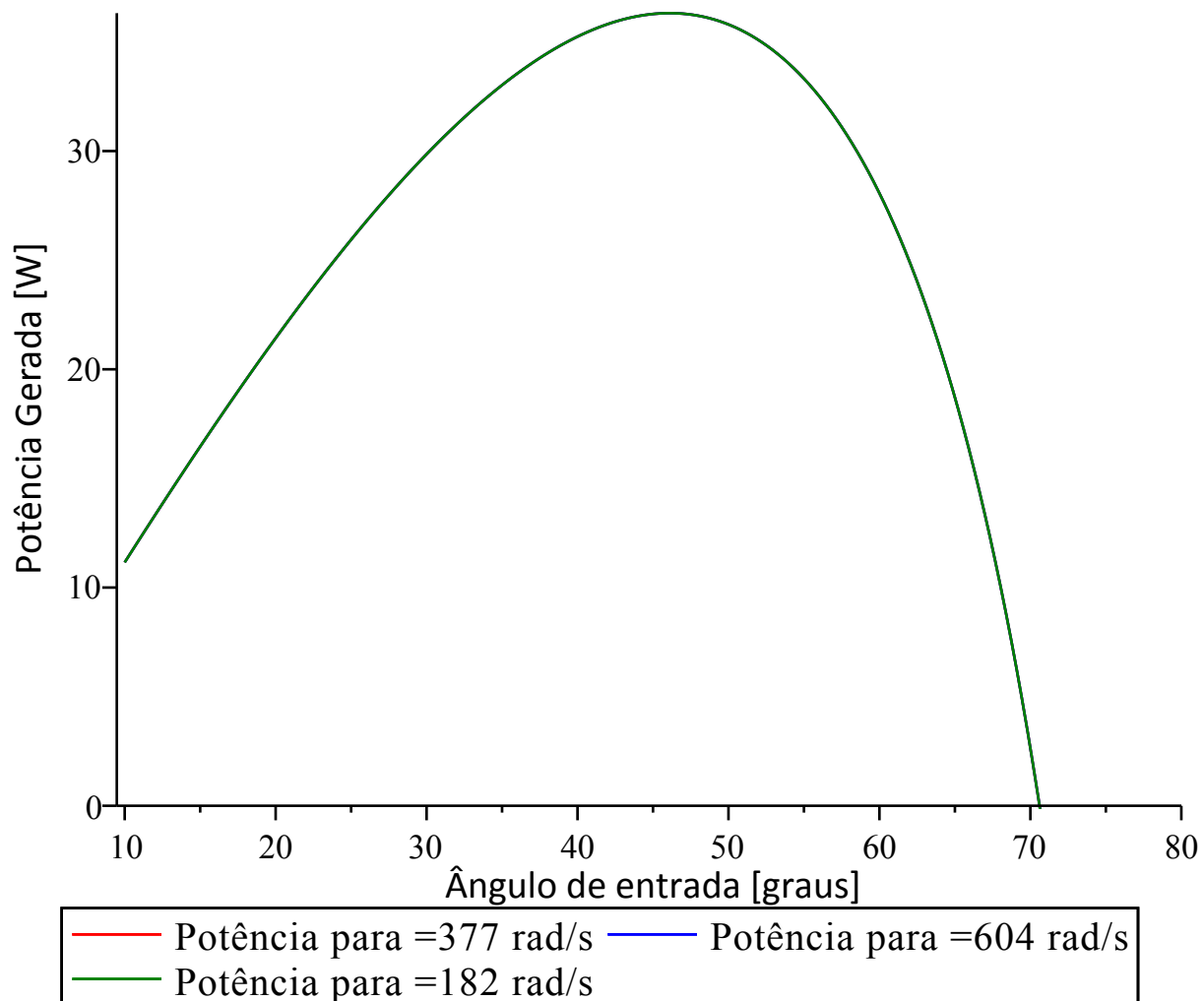
$$\text{Potência} := \text{Bináriototal} \cdot \text{omg} : \text{simplify}(\text{Potência}) :$$


-0.000004508433820 sin(0.01745329252 angulo) ( 1.059905849 109
- 8.048491290 1010 cos(0.01745329252 angulo)

```

$$+ 8.048491290 \cdot 10^{10} \cos(0.01745329252 \text{ angulo}) e^{-\frac{0.01343727073}{\cos(0.01745329252 \text{ angulo})}}$$

```
> display( plot( subs( omg = 377, Potência ), angulo = 10 ..80, legend = "Potência para Ω=377 rad/s", labels
= [ "Ângulo de entrada [graus]", "Potência Gerada [ W ]", labeldirections= [ "horizontal",
"vertical"], labelfont= [ "Calibri", 12 ] ), plot( subs( omg = 604, Potência ), angulo = 10 ..80, labels
= [ "Espaçamento entre discos [m]", "Potência Gerada [ W ]", labeldirections= [ "horizontal",
"vertical"], labelfont= [ "Calibri", 12 ], legend = "Potência para Ω=604 rad/s", color = "Blue" ),
plot( subs( omg = 182, Potência ), angulo = 10 ..80, labels= [ "Espaçamento entre discos [m]",
"Potência Gerada [ W ]", labeldirections= [ "horizontal", "vertical"], labelfont= [ "Calibri", 12 ], legend
= "Potência para Ω=182 rad/s", color = "Green" ) )
```



```
> #Calculando o valor dos zeros da derivada da função da potência em ordem a b é possível identificar o valor de
espaçamento entre discos para que a potência é máxima.
```

$$\text{derivPot} := \frac{d}{d \text{ angulo}} \text{Potência} :$$

```
> #Cálculo do ângulo ideal para a turbina;
Student[ Calculus1 ][ Roots ]( subs( omg = 377, derivPot ), 10 ..80 );
```

```
#Potência teorica para o ângulo ideal da turbina;
evalf( subs( omg = 377, angulo = 45.77304158, Potência ) ) [[N]];
```

#Potência teórica para o ângulo da turbina desenvolvida;
`evalf(subs(omg = 377, angulo = 38, Potência))` $[[N]]$;

#Comparação da potência teórica para um ângulo ideal com o ângulo da turbina desenvolvida;

`evalf(` $\left(\frac{\text{subs}(omg = 377, angulo = 45.77304158, Potência)}{\text{subs}(omg = 377, angulo = 38, Potência)} \right)$

`]` [46.10810753]

`]` 36.31541832 $[[N]]$

`]` 34.48220699 $[[N]]$

`]` 1.053163979

(2)

`>` $Rendimento := \frac{Potência}{60.43} \cdot 100$:simplify(*Rendimento*)

`-0.000007460588814 sin(0.01745329252 angulo) (` $1.059905849 \cdot 10^9$

(3)

`-` $8.048491290 \cdot 10^{10} \cos(0.01745329252 \text{ angulo})$

`+` $8.048491290 \cdot 10^{10} \cos(0.01745329252 \text{ angulo}) e^{-\frac{0.01343727073}{\cos(0.01745329252 \text{ angulo})}}$

`>` $RendimentoRegressão := -0.0004278 \cdot omg^2 + 0.2701 \cdot omg - 1.567$;

`plot(subs(omg = 377, Rendimento), angulo = 10 .. 80, labels = ["Ângulo de entrada [graus]", "Rendimento [%]"],`
`labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["Calibri", 12])`

`RendimentoRegressão := 39.4579138`

