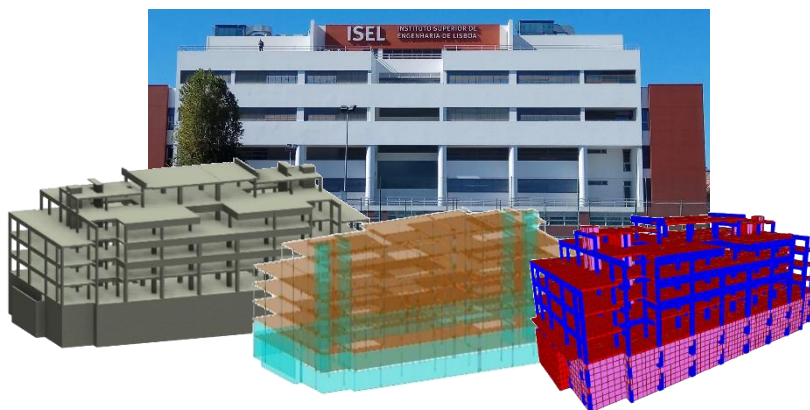




INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia Civil



Caracterização Numérica e Experimental do Comportamento Dinâmico de um Edifício de Betão Armado

NAILSON AUGUSTO FREIRE CARDOSO

(Licenciado em Engenharia Civil)

Dissertação de natureza científica para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Civil, na Área de Especialização de Estruturas

Orientador:

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes

Júri:

Presidente: Doutor Paulo José de Matos Martins

Vogais:

Doutor José Ricardo Pontes Resende

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes

Dezembro de 2018



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia Civil

**Caracterização Numérica e Experimental do
Comportamento Dinâmico de um Edifício de Betão
Armado**

NAILSON AUGUSTO FREIRE CARDOSO

(Licenciado em Engenharia Civil)

Dissertação de natureza científica para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Civil, na Área de Especialização de Estruturas

Orientador:

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, ISEL

Júri:

Presidente: Doutor Paulo José de Matos Martins, ISEL

Vogais:

Doutor José Ricardo Pontes Resende, ISCTE

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, ISEL

Dezembro de 2018

Dedicatória

*A minha mãe Dulcineia
e à minha avó Eponina*

Agradecimentos

Expressos os meus sinceros agradecimentos:

Ao Professor Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes por me ter concedido a possibilidade de escolher o tema do presente trabalho, pela sua paciência demonstrada, pelas suas sábias palavras de incentivo e por todo o apoio e orientação prestado.

À minha Mãe que tudo fez por mim sobretudo por me ter facultado esta possibilidade de prosseguir com os meus estudos. Pela excelente educação e pelos valores transmitidos ao longo do meu percurso académico.

Ao meu Pai por todo amor e pelos valiosos conselhos transmitidos.

Aos meus colegas e amigos, pelos bons momentos passados durante esta longa etapa, pelo apoio incondicional, destacando o José da Lomba, o Walter Almeida, o José Garcia, o João Miguel, Bernardo Barradas e a Anabela Jorge.

Resumo

O principal objetivo do presente trabalho consiste na caracterização do comportamento dinâmico de um edifício de betão armado, por intermédio de avaliação numérica e experimental, procedendo à análise e comparação de resultados.

O estudo começa com a exposição dos fundamentos da dinâmica de estruturas: estudo das formulações no domínio do tempo e da frequência relacionado com sistemas de um grau de liberdade e sistemas com vários graus de liberdade.

Abordam-se os principais conceitos sobre os ensaios de vibração, apresentando e explicando os principais tipos (dando especial destaque aos ensaios de vibração ambiental), os equipamentos utilizados, o seu planeamento e as metodologias envolvidas no pré-processamento e processamento da informação experimental.

São descritos os fundamentos da identificação modal, apresentando um dos métodos mais conhecido e adequado para caracterizar o comportamento dinâmico de uma estrutura com três graus de liberdade, a partir de séries temporais de aceleração geradas experimentalmente.

Atendendo que um dos objetivos do trabalho é a obtenção do modelo de cálculo estrutural a partir do modelo BIM (*Building Information Modeling*), é feita uma apresentação sobre o estado do conhecimento desta metodologia, assim: é descrito o conceito BIM, a ideologia pretendida na sua adoção, a sua interoperabilidade, bem como a sua aplicabilidade prática relativamente a um caso de aplicação de carácter académico.

Por último, apresenta-se um estudo de caso referente à caracterização do comportamento dinâmico de um edifício de betão armado com seis pisos. Começa-se com a descrição do edifício e apresenta-se o modelo desenvolvido através da plataforma BIM, nomeadamente a ferramenta *Revit* no qual integra o modelo geométrico e analítico. Abordam-se as metodologias de intercâmbio de informações entre o aplicativo de modelação e o programa de cálculo estrutural *SAP2000*. Os resultados obtidos a partir do modelo numérico são comparados com os resultados obtidos experimentalmente através da realização do ensaio de vibração ambiental.

Palavras-chaves

Comportamento dinâmico; Ensaios de vibração ambiental; Building Information Modeling; Frequências naturais; Modos de vibração; Modelo *Revit*; Modelo numérico; Análise estrutural.

Abstract

The main objective of the present work is to characterize the dynamic behavior of a reinforced concrete building, through numerical and experimental evaluation by analyzing and comparing the results.

The study begins with the exposition of the fundamentals of the dynamics of structures: the formulations in the time domain and in the frequency domain related to a single degree of freedom system and multi degree of freedom system, and then, is shown a study of the state-space formulation related to the both system.

The main concepts about vibration testing are discussed, presenting and explaining the main types (emphasizing the environmental vibration tests), the equipment used, their planning and the methodologies involved in the pre-processing and processing of experimental information.

The fundamentals of modal identification are described, presenting one of the best known and appropriate methods to characterize the dynamic behavior of a structure with multi degree of freedom from experimentally generated time series of acceleration. Finally, a case study concerning the characterization of the dynamic behavior of a four-story reinforced concrete building is presented.

Considering that one of the objectives of the work is to obtain the structural calculation model from BIM model (Building Information Modeling), it is described the BIM concept, the ideology intended in its adoption, its interoperability as well as its practical applicability in relation to a case of academic application.

Finally, a case study concerning the characterization of the dynamic behavior of a four-story reinforced concrete building is presented. Firstly, the model is developed through the BIM platform, namely the Revit tool in which integrates the geometric and analytical model. The methodologies of information exchange between this modeling application and the structural calculation program SAP2000 are discussed. The results obtained from the numerical model are compared with the results obtained experimentally by performing the environmental vibration test.

Keywords

Dynamic behaviour; Ambient vibrations tests; Building Information Modeling; Natural frequencies; Mode shapes; Revit Model; Numerical model; Structural analysis.

Índice

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Enquadramento e justificação do tema	1
1.2	Objetivos do trabalho	3
1.3	Organização do texto	5
2	CONCEITOS E FUNDAMENTOS DE DINÂMICA DE ESTRUTURAS	7
2.1	Considerações iniciais	7
2.2	Excitação determinística	8
2.2.1	Comportamento dinâmico de sistemas de um grau de liberdade	9
2.2.2	Comportamento dinâmico de sistemas com vários graus de liberdade	17
2.3	Excitação estocástica.....	26
2.3.1	Processos estocásticos	26
2.3.2	Funções de densidade espectral da resposta	31
2.4	Formulação de estado	32
2.4.1	Sistemas de um grau de liberdade	33
2.4.2	Sistemas de vários graus de liberdade	34
2.5	Geração de séries temporais de aceleração	37
2.6	Considerações finais	38
3	ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE ESTRUTURAS	41
3.1	Considerações iniciais.....	41
3.2	Técnicas de ensaios <i>in situ</i> para caracterização dinâmica de estruturas..	42
3.2.1	Ensaio de vibração forçada	42
3.2.2	Ensaio de vibração livre	44
3.2.3	Ensaio de vibração ambiental	45
3.3	Preparação e execução de ensaios de vibração ambiental	47
3.3.1	Tipos de equipamentos e sistemas de aquisição dados.....	48
3.3.2	Planeamento de ensaios de vibração ambiental.....	51
3.3.3	Pré-análise das séries temporais de aceleração.....	53
3.3.4	Processamento das séries temporais de aceleração	55

3.4	Considerações finais	58
4	IDENTIFICAÇÃO MODAL	59
4.1	Considerações iniciais.....	59
4.2	Métodos no domínio da frequência	60
4.2.1	Estimativa das funções de densidade espectral de potência da resposta ..	61
4.2.2	Método básico no domínio da frequência.....	64
4.2.3	Comparação de configurações modais	71
4.3	Considerações finais	72
5	UTILIZAÇÃO DE BIM NA MODELAÇÃO ESTRUTURAL	75
5.1	Considerações iniciais.....	75
5.2	Conceito BIM	76
5.3	Principais fundamentos do BIM.....	77
5.3.1	Modelação orientada por objetos.....	78
5.3.2	Modelação paramétrica.....	78
5.4	Interoperabilidade	79
5.4.1	“Plug-ins”	80
5.4.2	IFC – “Industry Foudation Classes”	80
5.5	BIM e o projeto de estruturas.....	81
5.6	Plataformas e ferramentas BIM	82
5.6.1	Revit	82
5.7	Modelação BIM de estruturas	84
5.7.1	Elaboração do modelo de teste	84
5.7.2	Intercâmbio de informação entre o Revit e o programa de cálculo automático SAP2000	92
5.8	Considerações finais	98
6	ESTUDO DE CASO.....	101
6.1	Considerações iniciais.....	101
6.2	Descrição do edifício	102
6.2.1	Elementos estruturais.....	104
6.3	Geração do modelo BIM de estruturas.....	105
6.3.1	Fundações: muros de fundação.....	107

6.3.2	Vigas e pilares	107
6.3.3	Lajes e capitéis.....	107
6.4	Modelo numérico	113
6.4.1	Aspectos particulares da modelação.....	113
6.4.2	Painéis de alvenaria	117
6.4.3	Ações consideradas.....	120
6.4.4	Resultados do modelo.....	121
6.4.5	Ensaio de vibração ambiental	121
6.4.6	Identificação modal	123
6.4.7	Comparação entre resultados numéricos e experimentais.....	125
6.5	Considerações finais	125
7	CONCLUSÕES E PERSPETIVAS FUTURAS.....	127
7.1	Conclusões	127
7.2	Perspetivas futuras	128
8	BIBLIOGRAFIA	129

Simbologia

Latinas maiúsculas

$\underline{A}_{(mck)}$	Matriz de estado que contém as matrizes de massa, amortecimento e rigidez
\underline{B}_m	Matriz de influência de entrada
C_{xx}	Auto-covariância
E	Módulo de elasticidade
$F(\omega)$	Transformada de Fourier de $f(t)$
\mathcal{F}	Transformada de Fourier
$H(\omega)$	Função de resposta em frequência de um sistema de um grau de liberdade
$\underline{H}(\omega)$	Função de resposta em frequência de um sistema de vários graus de liberdade
I	Parte imaginária de uma função complexa
L	Comprimento
R	Parte real de uma função complexa
R_p	Matriz das correlações
R_{xx}	Auto-correlação
$S_p(\omega)$	Matriz das funções de densidade espectral da resposta da estrutura
$S_u(\omega)$	Matriz das funções de densidade espectral de excitação
$S_{xx}(\omega)$	Auto-espectro de potência
$U(\omega)$	Transformada de Fourier de $u(t)$

Latinas minúsculas

c	Amortecimento
\underline{c}	Matriz de amortecimento
$f(t)$	Forças externas
\underline{f}	Vetor das forças
\underline{f}^*	Vetor das forças nodais
$f_a(t)$	Força de amortecimento
$f_e(t)$	Força elástica
$f_i(t)$	Força de inércia
f_a	Frequência amortecida

f_N	Frequência natural
k	Rigidez de um corpo
\underline{k}	Matriz de rigidez
\underline{k}^*	Matriz de rigidez global
m	Massa específica (kg/m ³)
\underline{m}	Matriz de massa
\underline{m}^*	Matriz de massa modal
s_t	Desvio padrão
s_t^2	Variância
t	Tempo (s)
$u(t)$	Descolamento generalizado
$\underline{u}(t)$	Vetor de deslocamentos
$\dot{u}(t)$	Velocidade generalizada
$\dot{\underline{u}}(t)$	Vetor de velocidades
$\ddot{u}(t)$	Aceleração generalizada
$\ddot{\underline{u}}(t)$	Vetor de acelerações
$\dot{\underline{y}}(t)$	Vetor de acelerações na formulação de estado
\underline{x}	Vetor de estado que contém o deslocamento e a velocidade
\bar{x}_t	Média
\bar{x}_t^2	Valor quadrático médio

Gregas maiúsculas

$\underline{\Phi}$	Matriz modal
Ψ	Matriz dos vetores próprios

Gregas minúsculas

α	Constante de amortecimento de Rayleigh
β	Constante de amortecimento de Rayleigh
$\underline{\phi}$	Vetor modal
γ^2	Função de coerência
λ	Valores próprios de um sistema

ω_N	Frequência angular natural (rad/s)
ω_A	Frequência angular amortecida (rad/s)
τ	Instante genérico
ξ	Coefficiente de amortecimento relativo

Abreviaturas (siglas)

AEC	Arquitetura, Engenharia e Construção
BFD	Método básico no domínio da frequência
BIM	Building Information Modeling
CAD	Computer Aided Design
FRF	Função de resposta em frequência
GL	Grau de liberdade
N_{GL}	Vários graus de liberdade

1

Introdução

1.1 Enquadramento e justificação do tema

As crescentes preocupações da sociedade com as questões de segurança têm-se refletido ao nível da engenharia de estruturas, em particular no que diz respeito ao comportamento de estruturas sob ações dinâmicas (Mendes, 2010; Mendes & Oliveira, 2008). Durante algum tempo, o dimensionamento de estruturas de engenharia civil tinha em conta apenas a consideração da análise estática (em que considera as ações como constantes ao longo do tempo, p. ex. ações gravíticas). Nos dias de hoje, com a elevada capacidade computacional é possível a consideração da análise dinâmica (onde as ações são variáveis ao longo do tempo) no dimensionamento de estruturas, sendo fundamental para caracterizar alguns fenómenos que originam as ações dinâmicas.

Através de um melhor conhecimento das ações dinâmicas, foi possível realizar estudos e análises mais pormenorizados do comportamento dinâmico estrutural, o que possibilitou juntamente com a utilização de novos materiais, a construção de estruturas de carácter inovador bastantes altas e esbeltas, como é o caso, por exemplo de barragens, pontes e edifícios. Na construção de edifícios muito altos e esbeltos, torna-se necessário prestar uma atenção especial em relação ao seu comportamento dinâmico, nomeadamente em relação à ação do vento, apresentando-se na Figura 1.1 a) a lista de oito edifícios construídos mais altos do mundo.

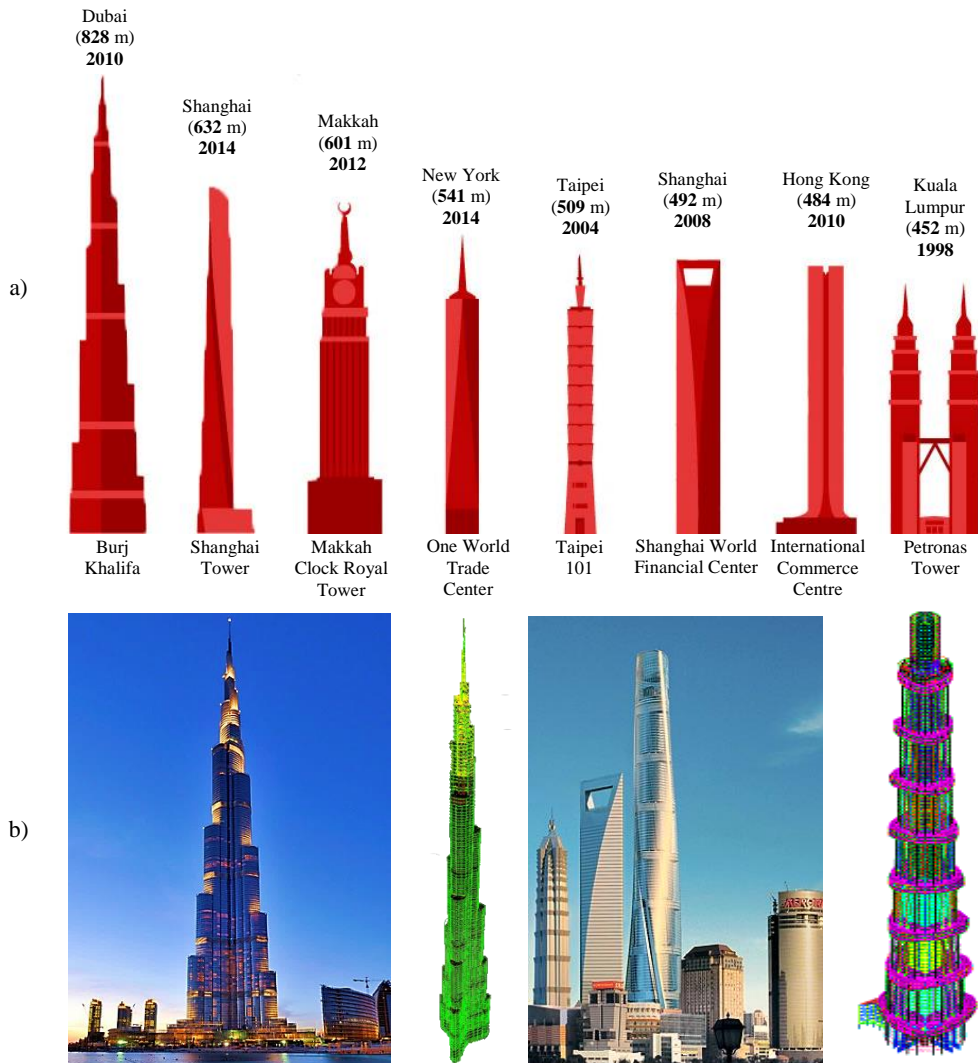


Figura 1.1 – Edifícios construídos mais altos do mundo: a) top 8 (Statista, 2017); b) Burj Khalifa (H. Jamal, 2017), Shanghai Tower (Lu, Xie, Guan, Huang, & Lu, 2017) e os respectivos modelos numéricos de elementos finitos.

A análise do comportamento dinâmico destas estruturas pode ser assegurada recorrendo a resultados experimentais obtidos através de ensaios de vibrações e também através de desenvolvimento de modelos numéricos sofisticados (ver Figura 1.1 b).

Neste sentido, pretende-se com este trabalho estudar o comportamento dinâmico de uma estrutura de engenharia civil, mais precisamente um edifício existente de betão armado, numa perspetiva que potencia a utilização integrada de resultados experimentais e numéricos de elementos finitos (análise e comparação dos principais parâmetros da resposta dinâmica – frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais).

Este trabalho visa realçar o interesse e potencial da metodologia BIM, pelo que o modelo numérico é obtido a partir de uma aplicação prática consistindo no desenvolvimento do modelo do edifício em estudo (modelo BIM) através da ferramenta *Revit* (Autodesk, 2018) (ferramenta que permite a troca de informação entre diferentes programas

informáticos de interesse para o projeto de estruturas) sendo posteriormente analisado no software de cálculo estrutural SAP2000 (CSI, 1998).

1.2 Objetivos do trabalho

O principal objetivo definido para a realização do presente trabalho consiste na caracterização numérica e experimental do comportamento dinâmico de um edifício de betão armado. Para alcançar esse objetivo são estabelecidos detalhadamente um conjunto de objetivos complementares que se enunciam de seguida:

- i. Rever os conceitos fundamentais de dinâmica estrutural na perspetiva do estudo das formulações no domínio do tempo e da frequência, analisando em primeiro lugar um sistema estrutural de um grau de liberdade servindo de base para a análise posterior de um sistema com vários graus de liberdade com auxílio de rotinas desenvolvidas em *MatLab*;
- ii. Abordar os aspectos relacionados com a realização de ensaios *in situ* de caracterização dinâmica de estruturas, apresentando diversas técnicas com especial destaque para os ensaios de vibração ambiental, envolvendo os seus procedimentos, os equipamentos, bem como as suas metodologias no pré-processamento e processamento de informação experimental;
- iii. Estudar um dos principais métodos de identificação modal no domínio da frequência, nomeadamente o método básico no domínio da frequência recorrendo a rotinas desenvolvidas em *MatLab*;
- iv. Apresentar a análise de resultados de um ensaio de vibração ambiental, realizado ao edifício em estudo, com vista na caracterização dos parâmetros dinâmicos (frequências naturais, modos de vibração e amortecimento);
- v. Enquadrar a temática BIM, onde é descrito o seu conceito, a sua interoperabilidade, a sua relação com um software de cálculo automático específico e por último desenvolver um modelo BIM de uma estrutura de carácter didático que permita testar a sua aplicabilidade (ver Figura 1.2);
- vi. Obtenção do modelo numérico em *SAP2000* do edifício em estudo, a partir do modelo BIM desenvolvido no *Revit* 2018, procedendo à sua respetiva análise dinâmica (ver Figura 1.3);

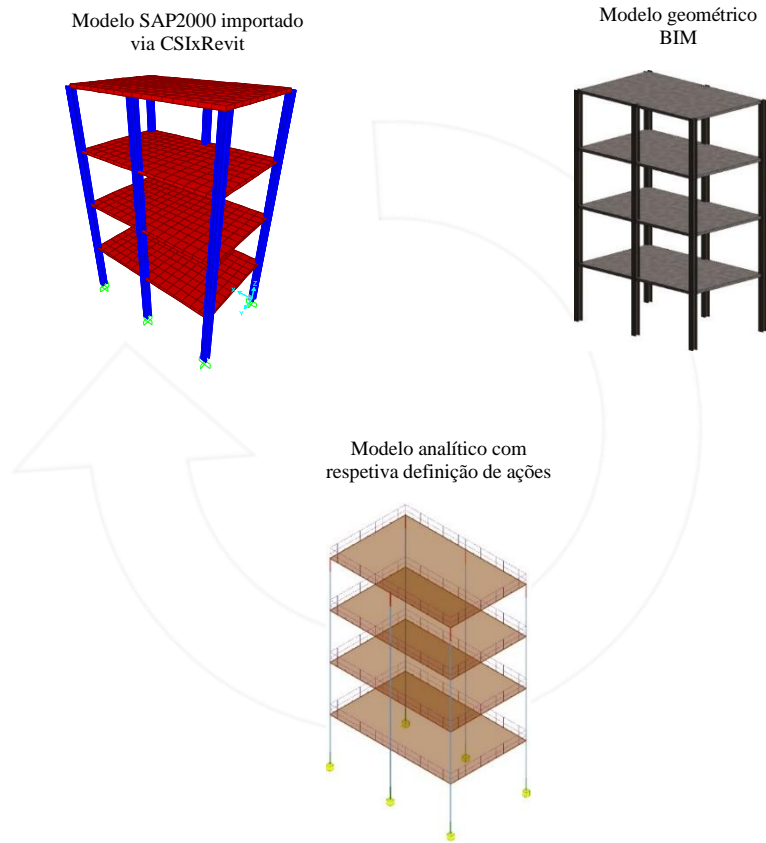


Figura 1.2 – Fluxo de trabalho relativa à verificação da interoperabilidade entre o modelo BIM exemplificativo e o software *SAP2000*.

- vii. Averiguar qual a importância e o impacto que as paredes de alvenaria têm na caracterização e análise do seu comportamento dinâmico;
- viii. Proceder à calibração e validação do modelo numérico e realizar a análise e comparação dos seus resultados (frequências naturais e modos de vibração) com os resultados obtidos experimentalmente.

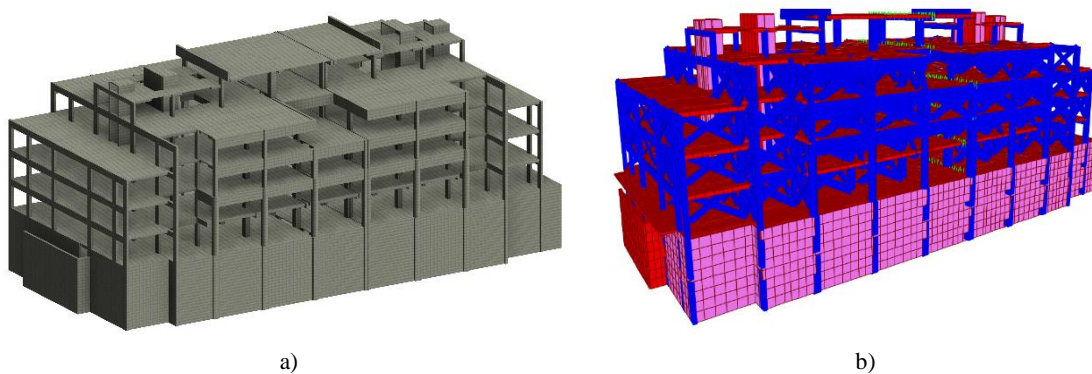


Figura 1.3 – Obtenção do modelo do edifício caso de aplicação em *SAP2000*: a) modelo BIM; b) modelo *SAP2000*.

1.3 Organização do texto

O presente trabalho é constituído por **sete capítulos**, incluindo o presente capítulo introdutório. Descrevem-se brevemente de seguida os restantes capítulos.

Capítulo 2: Conceitos e fundamentos da dinâmica de estruturas

Este capítulo dedica-se ao estudo dos fundamentos da dinâmica de estruturas (formulação clássica): caracteriza-se em primeiro lugar um sistema com um grau de liberdade, procede-se ao estabelecimento da equação do movimento e discute-se o movimento em vibração livre, apresentando-se os métodos utilizados na sua resolução. De seguida faz-se a generalização dos referidos fundamentos para sistemas com vários graus de liberdade. Também é introduzido os conceitos sobre a formulação de estado relacionados com os sistemas de um e de vários graus de liberdade. Recorre-se a exemplos práticos estabelecidos através de modelos físicos com vista na obtenção dos principais parâmetros dinâmicos através da ferramenta computacional *MatLab*.

Capítulo 3: Ensaios de caracterização dinâmica de estruturas

Este capítulo aborda os conceitos relacionados com a realização de ensaios dinâmicos, apresentando os seus objetivos, a sua importância bem como o seu planeamento. São descritos neste capítulo os três tipos de ensaios dinâmicos com especial destaque para o ensaio de vibração ambiental, explicando o método de aquisição de dados, pré-processamento e processamento da informação experimental.

Capítulo 4: Identificação modal

Neste capítulo são descritos e apresentados algoritmos utilizados para efetuar a identificação modal, abordando o método de identificação modal estocástica mais conhecido (método básico no domínio da frequência – BFD) que se baseia na análise da resposta recorrendo a resultados gerados experimentalmente para o sistema estrutural de três pisos abordado no capítulo 2.

Capítulo 5: Utilização de BIM na modelação estrutural

Neste capítulo é feita uma análise à bibliografia existente relativamente à metodologia BIM, onde é introduzido o seu conceito, as suas funcionalidades, a sua interoperabilidade e também a sua relação com o *SAP2000*. Procede-se à modelação/geração do modelo

BIM estrutural de um edifício de carácter académico, descrevendo as metodologias utilizadas na elaboração do mesmo através do aplicativo *Revit*, permitindo a compreensão da interoperabilidade entre o software de modelação *Revit* e o software de cálculo automático *SAP2000*.

Capítulo 6: Estudo de caso

Neste capítulo procede-se ao estudo do comportamento dinâmico de um edifício de betão armado, nomeadamente a obtenção dos parâmetros modais do edifício, através do software de cálculo estrutural *SAP2000*. São descritos os procedimentos efetuados na realização do ensaio experimental de vibração ambiental ao edifício em causa, com vista na calibração e validação do modelo numérico. Para finalizar, os resultados experimentais e numéricos são comparados.

Capítulo 7: Conclusões e perspetivas de desenvolvimento futuro

Este trabalho termina com o **capítulo 7**: conclusões. Este capítulo apresenta as principais conclusões do trabalho realizado, acrescentando alguns aspetos que poderão ser desenvolvidos no futuro.

2

Conceitos e Fundamentos de Dinâmica de Estruturas

2.1 Considerações iniciais

As estruturas de engenharia civil podem estar sujeitas às ações que introduzem comportamentos caracterizados por respostas dinâmicas. Estas ações designam-se por ações dinâmicas e variam de grandeza, direção e sentido com o tempo. Portanto, na análise dinâmica em que lei de variação da ação dinâmica no tempo é perfeitamente conhecida, é designada de análise determinística. Mas quando não se conhece a lei da variação da ação dinâmica, essa análise é designada de análise estocástica.

No processo da caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura exige-se uma adequada idealização das ações atuantes e define-se um modelo matemático que permita obter as principais características da resposta da estrutura em função das características da excitação. Envolve também a adoção de um modelo espacial discreto ou contínuo que represente aproximadamente as propriedades geométricas e físicas das estruturas, normalmente expressas através de matrizes de massa, rigidez e amortecimento, bem como a aplicação das leis da mecânica, resultando um sistema de equações diferenciais que caracteriza o movimento estrutural, a partir do qual permite obter relações excitação-resposta (ver Figura 2.1), quer numa ótica determinística, quer numa ótica estocástica (Caetano, 1992).

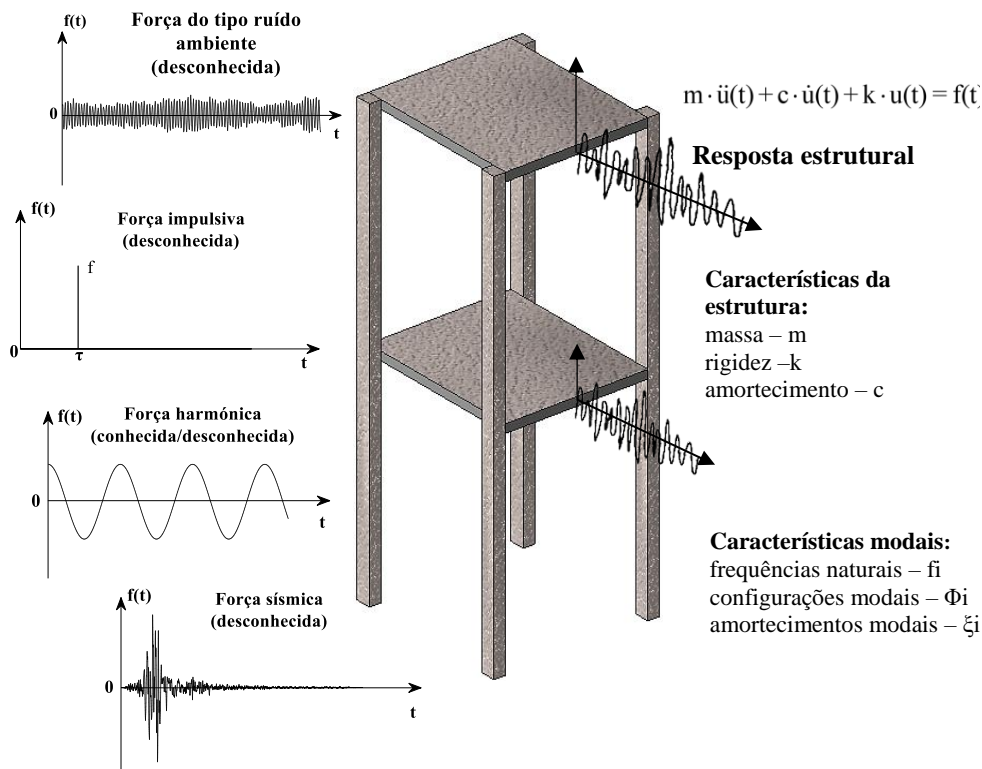


Figura 2.1 – Processo relativo à caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura com vários graus de liberdade (2 GL) (adaptado de Mendes & Oliveira, 2008).

Assim, é legítimo afirmar que a análise e caracterização do comportamento dinâmico está alicerçado num conjunto de fundamentos normalmente descritos em aplicações a sistemas estruturais com um e/ou vários graus de liberdade (Chopra, 2012; Clough & Penzien, 1995). Neste contexto, o presente capítulo faz uma abordagem sobre os referidos fundamentos (formulação clássica) descrevendo os aspectos relativos ao estudo da resposta de sistemas de um grau de liberdade. Os sistemas de um grau de liberdade servem de base ao estudo da resposta de sistemas de vários graus de liberdade, recorrendo a dois métodos que permitem resolver a equação diferencial do movimento: no domínio do tempo e no domínio da frequência. Por último, apresenta-se um método menos usual na abordagem de problemas de dinâmica de estruturas no domínio da engenharia civil, designadamente a formulação de estado.

2.2 Excitação determinística

Este processo de caracterização do comportamento dinâmico usualmente denominado processo clássico da análise dinâmica de estruturas, está associado ao estudo da resposta dinâmica a partir de excitações conhecidas, admitindo um modelo matemático adequado que considera as suas respetivas propriedades físicas, geométricas e mecânicas. Também

se recorre a este processo, quanto se pretende caracterizar a resposta dinâmica através de dados experimentais que se baseiam em relações excitação-resposta.

2.2.1 Comportamento dinâmico de sistemas de um grau de liberdade

O estudo da dinâmica estrutural inicia-se com a análise de sistemas simples, descritos como sistemas de um grau de liberdade (oscilador de 1 GL) que além de permitirem introduzir os principais conceitos da dinâmica estrutural, conduzem a resultados que podem ser úteis no estudo de sistemas mais complexos, como é o caso de sistemas com vários graus de liberdade (oscilador de N_{GL}).

2.2.1.1 Equação do movimento de sistema de um grau de liberdade

Introduz-se na Figura 2.2 um sistema “clássico” de um grau de liberdade (1 GL), idealizado como sistemas do tipo massa-mola-amortecedor, ou seja, massa m fixada a uma mola de rigidez k e ao amortecimento c (ver Figura 2.2 a). O deslocamento $u(t)$ define a sua posição (movimento de translação) e a força variável no tempo $f(t)$ produz a resposta do sistema.

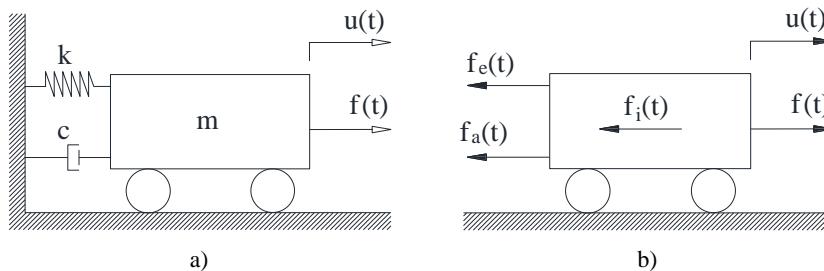


Figura 2.2 – Sistema de 1 GL: a) modelo idealizado; b) diagrama de corpo livre.

A obtenção do modelo matemático começa com a definição do diagrama de corpo livre do sistema (Figura 2.2 b), onde inclui a força de inércia $f_i(t) = m \cdot \ddot{u}(t)$ sendo proporcional à aceleração (de acordo com o princípio d’Alembert¹ e a segunda lei de Newton), a força elástica $f_e(t) = k \cdot u(t)$ sendo proporcional ao deslocamento, e a força de amortecimento $f_a(t) = c \cdot \dot{u}(t)$ sendo proporcional à velocidade. Assim, facilmente se percebe que o equilíbrio de forças atuantes no corpo pode ser escrito como:

$$f_i(t) + f_a(t) + f_e(t) = f(t) \quad (2.1)$$

¹ Princípio de D’Alembert: massa de um corpo sujeito a aceleração desenvolve uma força interna (f_i) que é proporcional e oposta à aceleração $f_i(t) = m \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \equiv m \cdot \ddot{u}(t)$.

Através da equação (2.1) e substituindo as expressões anteriores, obtém-se a equação diferencial do movimento ou simplesmente equação de equilíbrio dinâmico que governa o movimento de sistemas de um grau de liberdade:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = f(t) \quad (2.2)$$

em que m , c e k são constantes ao longo do tempo. O termo $u(t)$ representa a componente de deslocamento em função do tempo e, $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ representam as componentes de velocidades e acelerações em função do tempo respetivamente.

2.2.1.2 Vibração livre de sistema de um grau de liberdade

A determinação dos parâmetros que caracterizam a vibração de um sistema de um grau de liberdade (1 GL) no seu modo natural de vibração (vibração livre) é a chave para o estudo de toda a dinâmica estrutural (Mendes, 2010).

Vibração livre sem amortecimento

Para a situação de vibração livre sem amortecimento, a equação diferencial do movimento (2.2) é abordada de uma forma diferente, admitindo a inexistência das forças externas aplicadas ($f(t) = 0$) e despreza-se o efeito do amortecimento do sistema estrutural ($c = 0$), assim:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + k \cdot u(t) = f(t) \quad (2.3)$$

A solução geral da anterior equação é estabelecida satisfazendo as condições iniciais $u = u(0)$ e $\dot{u} = \dot{u}(0)$ para $t = 0$:

$$u(t) = a \cdot \cos(\omega_N \cdot t) + b \cdot \text{sen}(\omega_N \cdot t) \quad (2.4)$$

em que:

$$\omega_N = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.5)$$

Sabendo que as condições iniciais são nulas, é possível determinar as constantes a e b da equação (2.4), obtendo-se assim a sua solução particular:

$$u(t) = u_0 \cdot \cos(\omega_N \cdot t) + \frac{\dot{u}_0}{\omega_N} \cdot \text{sen}(\omega_N \cdot t) \quad (2.6)$$

O termo ω_N designa-se por frequência angular natural de vibração, que corresponde à frequência que um oscilador de 1 GL tende a oscilar naturalmente com a massa (m) e

rigidez (k). Relativamente a este conceito, estão associados outros dois: frequência natural de vibração ou frequência própria de vibração f_N e o período natural de vibração T_N , que se obtêm pelas seguintes expressões:

$$f_N = \frac{\omega_N}{2\pi} ; T_N = \frac{1}{f_N} \quad (2.7)$$

A amplitude das oscilações mantém-se constante ao longo do tempo, pois o amortecimento é nulo (Figura 2.3).

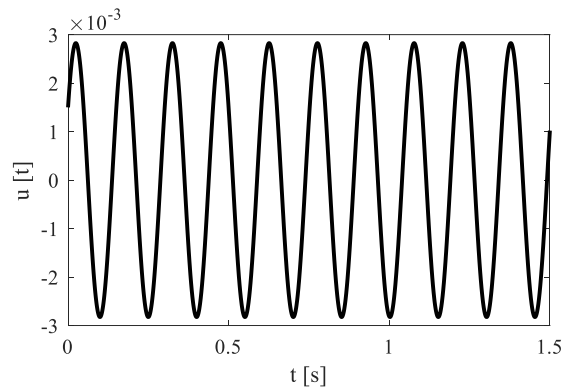


Figura 2.3 – Vibração livre de um sistema de 1 GL sem amortecimento com $u_0 = 0,015$ m e $v_0 = 0,1$ m/s.

Vibração livre com amortecimento

No movimento sob vibração livre com amortecimento considera-se que o amortecimento é não nulo ($c \neq 0$) e admite-se que não existem forças de excitação a atuar ($f(t) = 0$):

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0 \quad (2.8)$$

Para a situação de vibração livre com amortecimento, a solução geral da equação (2.8) é escrita como:

$$u(t) = [a \cdot \cos(\omega_A \cdot t) + b \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t)] e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t} \quad (2.9)$$

Sendo as condições iniciais $u(0)$ e $\dot{u}(0)$ nulas, é possível determinar as constantes a e b da equação (2.9), obtendo-se assim a sua solução particular.

$$u(t) = \left[u_0 \cdot \cos(\omega_A \cdot t) + \frac{\dot{u}_0 + u_0 \cdot \xi \cdot \omega_N}{\omega_A} \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t) \right] e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t} \quad (2.10)$$

onde o termo ξ designa-se por coeficiente de amortecimento relativo ($\xi < 1$) enquanto que ω_A representa a frequência angular amortecida.

$$\omega_A = \omega_N \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \quad , \quad \xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{m \cdot k}} \quad (2.11)$$

As forças de amortecimento são responsáveis pelo conhecido efeito de dissipação de energia, o que possibilita a redução da amplitude do movimento oscilatório ao longo do tempo, como se pode observar na representação gráfica na Figura 2.4. Os termos T_A e f_A representam o período amortecido e a frequência cíclica amortecida do sistema respetivamente, e se obtêm através das seguintes expressões:

$$f_A = \frac{\omega_A}{2\pi} \quad ; \quad T_A = \frac{1}{f_A} \quad (2.12)$$

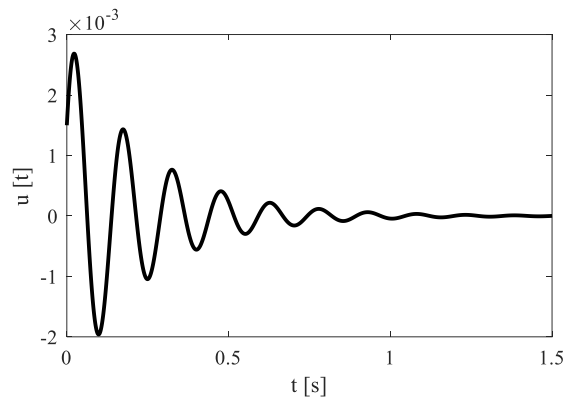


Figura 2.4 – Vibração livre de um sistema de 1 GL com amortecimento com $u_0 = 0,015$ m e $v_0 = 0,1$ m/s.

Exemplo 2.1: Modelo plano de um modelo físico da estrutura de um edifício de um piso.

De modo a concretizar os conceitos apresentados, é utilizado um exemplo de um modelo físico da estrutura de um edifício de um piso. Este modelo é constituído por quatro pilares de secção retangular (0,03 x 0,02 m) com 0,70 m de altura que suportam uma laje com 0,020 m de espessura (ver Figura 2.5). Efetuou-se apenas uma análise plana do modelo considerando para o efeito a direção mais flexível.

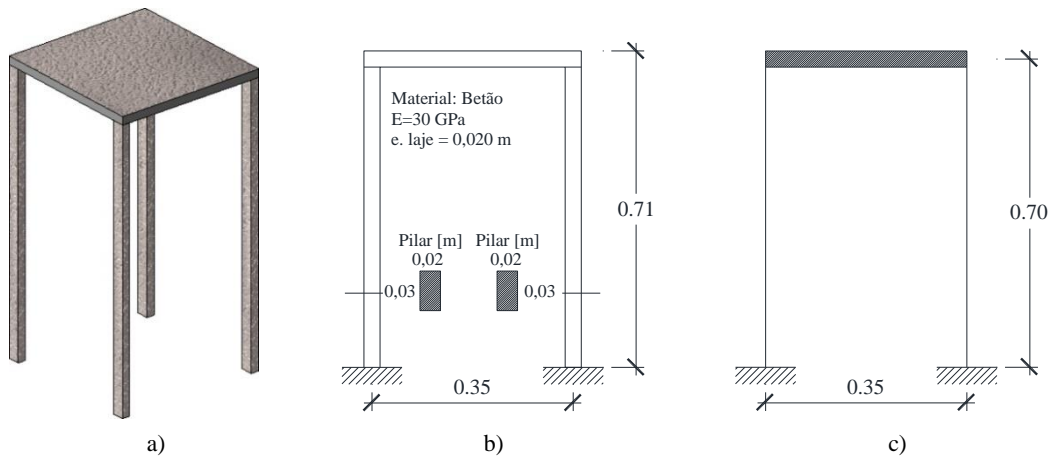


Figura 2.5 – a) Modelo físico da estrutura do edifício de 1 piso de betão armado; b) modelo plano; c) idealização estrutural plana.

Determinaram-se através de rotinas desenvolvidas em *MatLab*, as características dinâmicas da estrutura em estudo, começando com a obtenção da sua massa (6,24 kg) e sua rigidez² (83965 N/m):

Frequência angular natural [rad / s]	Frequência natural [Hz]	Período natural [s]
$\omega_N = 115,97$	$f_N = 18,46$	$T_N = 0,05$

A solução da equação diferencial do movimento (2.2) pode ser estabelecida recorrendo a dois métodos: no domínio do tempo através do integral de Duhamel e no domínio da frequência através da aplicação da transformada de Fourier.

2.2.1.3 Análise no domínio do tempo

Como referido anteriormente, uma estrutura de engenharia civil pode estar sujeita a ações dinâmicas (ações como sismo ou vento). Estas ações têm variação arbitrária ao longo do tempo, assim, a resposta dinâmica para sistemas de um grau de liberdade (1 GL) cuja equação de equilíbrio dinâmico tem a forma da equação (2.2) pode ser obtida recorrendo ao Integral de Duhamel (considerando as condições iniciais nulas, ou seja, valores nulos do deslocamento inicial $u(0) = 0$ e velocidade inicial $\dot{u}(0) = 0$):

$$u(t) = \int_0^t f(\tau) \cdot h(t - \tau) dt \quad (2.13)$$

em que $h(t - \tau)$ designa-se por função que traduz a resposta a uma força impulsiva unitária aplicada num instante genérico τ (Figura 2.6), e se obtém pela expressão seguinte:

² No cálculo da rigidez k , assumiu-se um modelo de cálculo com um encastramento na base e um encastramento deslizante no topo ($k = 12EI/L^3$), cujo módulo de elasticidade E igual a 30×10^9 Pa. No cálculo da massa da estrutura considerou-se o peso volúmico do betão igual 25 kN/m^3 .

$$h(t - \tau) = \frac{1}{m \cdot \omega_A} \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot (t - \tau)) \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t} \quad (2.14)$$

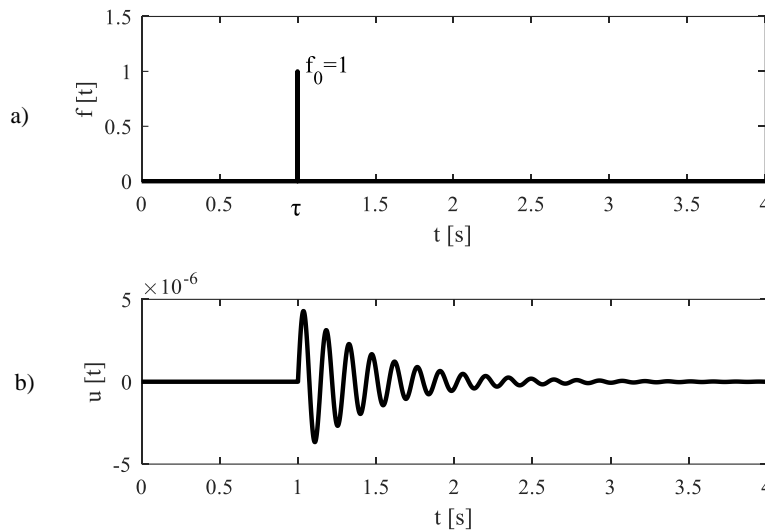


Figura 2.6 – Conceito de impulso unitário aplicado num instante genérico $t=\tau$ de um sistema de 1 GL: a) força impulsiva; b) respetiva resposta.

O Integral de Duhamel baseia-se na sobreposição dos efeitos, onde a resposta dinâmica a uma sequência de impulsos com diferentes intensidades pode ser obtida somando as respostas a cada um desses impulsos. A resposta dinâmica também pode ser obtida como a sobreposição das respostas a uma “sequência de pequenos impulsos infinitesimalmente próximos” (Mendes & Oliveira, 2012).

Apresenta-se na Figura 2.7 a representação esquemática de uma força arbitrária contínua, decomposta numa sequência de impulsos infinitesimalmente próximos.

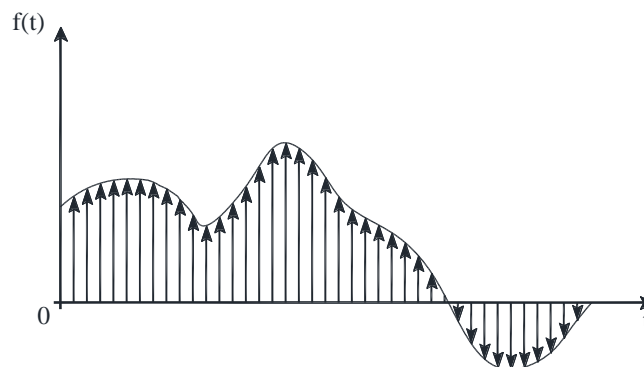


Figura 2.7 – Esquema representativa de uma força arbitrária (contínua) decomposta numa sequência de impulsos infinitesimalmente próximos.

2.2.1.4 Análise no domínio da frequência

Em alternativa ao Integral de Duhamel, a equação diferencial (2.2) também pode ser resolvida no domínio da frequência. Essa transferência é feita através da aplicação da

transformada de Fourier em que se consideram as condições iniciais nulas, ou recorrendo à transformada de Laplace mas, para condições iniciais não nulas. A transformada de Fourier da derivada da função $f(t)$ pode ser definida através de uma simples operação algébrica: multiplicar a transformada de Fourier da função por $i\omega$. Assim, aplicando a transformada de Fourier a cada um dos membros da equação (2.2) permite transformá-la numa equação algébrica complexa (Figura 2.8):

$$\mathcal{F}[m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t)] = \mathcal{F}[f(t)] \quad (2.15)$$

que tendo em consideração as propriedades da transformada de Fourier, é equivalente a:

$$-m \cdot \omega^2 \cdot U(\omega) + i \cdot c \cdot U(\omega) + k \cdot U(\omega) = F(\omega) \quad (2.16)$$

A equação anterior (2.16), trata-se de uma função complexa definida no domínio da frequência, podendo ser possível resolvê-la em função de $U(\omega)$:

$$U(\omega) = \frac{F(\omega)}{(k - m \cdot \omega^2) + i \cdot c \cdot \omega} \quad (2.17)$$

sendo normalmente escrita na forma:

$$U(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \quad (2.18)$$

$H(\omega)$ designa-se por função de resposta em frequência (FRF) de um oscilador de um 1 GL, obtendo-se através da seguinte expressão:

$$H(\omega) = \frac{1}{(k - m \cdot \omega^2) + i \cdot c \cdot \omega} = \frac{1/m}{(\omega_N^2 - \omega^2) + i \cdot (2 \cdot \xi \cdot \omega_N \cdot \omega)} \quad (2.19)$$

A FRF é uma função que, no domínio da frequência, caracteriza o comportamento do oscilador, o que possibilita transformar a sua excitação na sua resposta. Esta função complexa (constituída por uma parte real R e por uma imaginária I) pode ser obtida através da sua amplitude ($\sqrt{R^2 + I^2}$) e fase ($\arctg(I/R)$) para um oscilador com uma frequência natural ω_N e um valor do coeficiente de amortecimento variável.

A ilustração seguinte (ver Figura 2.8) trata-se de uma representação trigonométrica das várias ondas sinusoidais constituintes da série de Fourier, ou seja, ilustra a conversão da equação diferencial da dinâmica definida no domínio do tempo numa equação algébrica (complexa), definida no domínio da frequência, através da aplicação da transformada de Fourier.

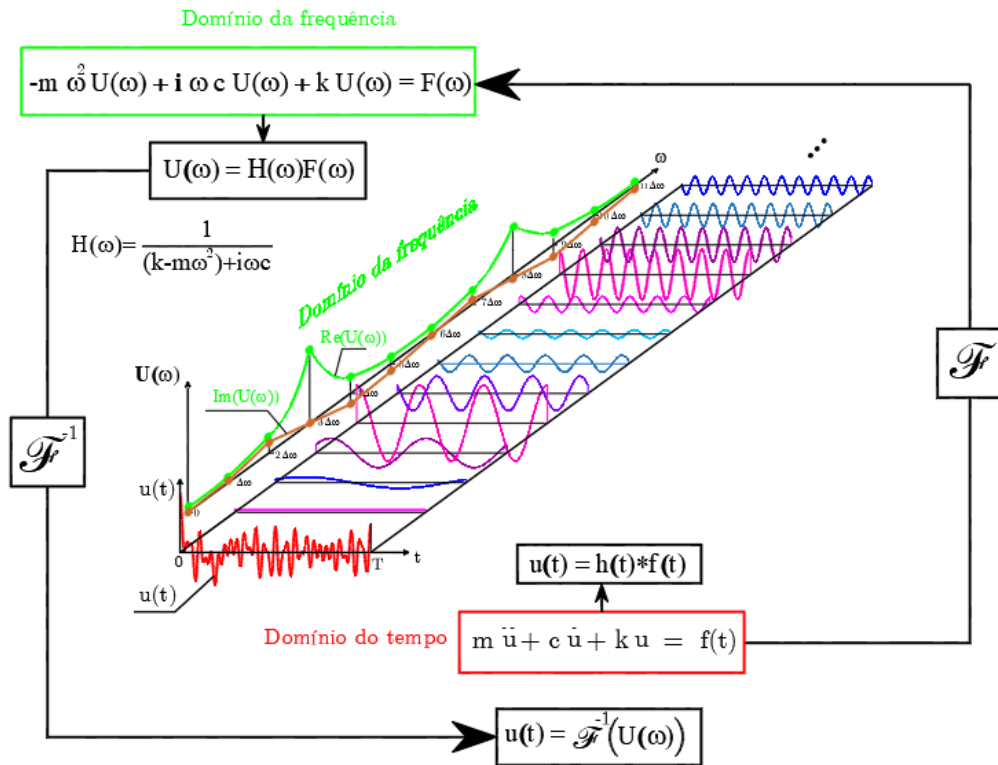


Figura 2.8 – Aplicação da transformada de Fourier para converter a equação diferencial do movimento, definida no domínio do tempo, numa equação complexa no domínio da frequência (Mendes, 2010; Mendes & Oliveira, 2008).

Exemplo 2.1.1: Determinação da função de resposta em frequência (FRF) para o modelo do edifício de um piso.

Tendo em conta os parâmetros anteriormente calculados, apresenta-se agora os gráficos da FRF obtidos através de rotinas desenvolvidas em *MatLab*, considerando valores de amortecimento de $\xi=2\%$, $\xi=5\%$ e $\xi=10\%$ respetivamente.

Através dos gráficos apresentados na Figura 2.9 é possível identificar aproximadamente a frequência natural do oscilador ($f_N = 18,46$ Hz) através do máximo da amplitude e de uma mudança de 180° da fase.

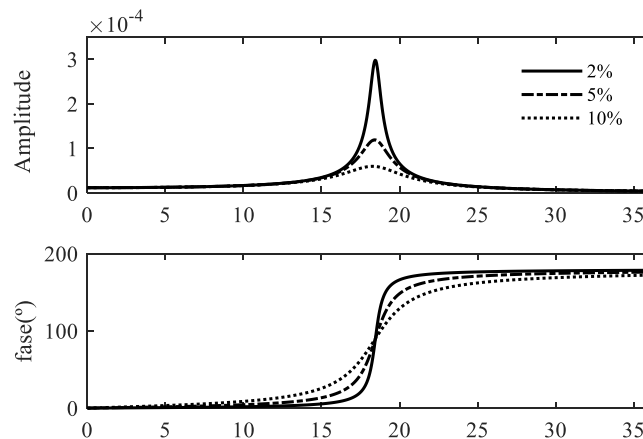


Figura 2.9 – Função da Resposta em Frequência: amplitude e fase.

Também é possível estimar o coeficiente de amortecimento (ξ) a partir dos gráficos, ou seja, quanto mais “aguçados” estes forem, menor será o coeficiente de amortecimento. Por exemplo um amortecimento ($\xi = 2\%$) corresponde a um gráfico mais “aguçado”.

Para finalizar, apresenta-se na Tabela 2.1 o paralelismo entre as formulações no domínio do tempo e no domínio da frequência relacionado com sistemas de 1 GL.

Tabela 2.1 – Resolução da equação da dinâmica no domínio do tempo e da frequência: modelos de 1 GL.

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA DINÂMICA. SISTEMAS COM 1 GL (condições iniciais nulas*)	
Domínio do tempo	Domínio da frequência
Equação diferencial (escalar) $m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = f(t)$	Equação algébrica (complexa) $\mathfrak{F}[m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t)] = \mathfrak{F}[f(t)]$ $-m \cdot \omega^2 \cdot U(\omega) + i \cdot \omega \cdot c \cdot U(\omega) + k \cdot U(\omega) = F(\omega)$
Solução (cond. iniciais nulas) (Produto de convulsão de funções reais) $u(t) = h(t) * f(t)$ $h(t) = \frac{1}{m \cdot \omega_A} \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t) \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t}$	Solução (cond. iniciais nulas) (Produto de funções complexas) $U(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega)$ $H(\omega) = \frac{1}{(k - m \cdot \omega^2) + i \cdot c \cdot \omega}$
Propriedades da transformada de Fourier $\mathfrak{F}(u(t)) = U(\omega) \quad , \quad \mathfrak{F}(\dot{u}(t)) = i\omega U(\omega) \quad , \quad \mathfrak{F}(\ddot{u}(t)) = -\omega^2 U(\omega)$	
*Para condições iniciais não nulas aplica-se a transformada de Laplace em vez da transformada de Fourier.	

2.2.2 Comportamento dinâmico de sistemas com vários graus de liberdade

Os sistemas de vários graus de liberdade (N_{GL}) quando comparados com sistemas de um grau de liberdade, verifica-se que a massa (m), a rigidez (k) e o amortecimento (c) da estrutura, são descritos matematicamente por matrizes e vetores. Assim, a equação diferencial do movimento para sistema de vários graus de liberdade, apresenta um formato matricial:

$$\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c} \cdot \dot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = \underline{f}(t) \quad (2.20)$$

O termo \underline{m} representa a matriz de massa, \underline{c} a matriz de amortecimento e \underline{k} a matriz de rigidez. Os termos $\underline{f}(t)$, $\ddot{\underline{u}}(t)$, $\dot{\underline{u}}(t)$ e $\underline{u}(t)$ representam respetivamente os vetores das forças, das acelerações, das velocidades e dos deslocamentos relativos a cada um dos graus de liberdade ao longo do tempo.

A resolução do anterior sistema de equações diferenciais pode ser efetuada, à semelhança do oscilador de 1 GL, no domínio do tempo (escolhendo uma adequada discretização e um adequado método numérico) ou procedendo a uma transposição para o domínio da frequência recorrendo à transformada de Fourier (consideração de condições iniciais nulas) ou à transformada de Laplace (consideração de condições iniciais não nulas).

2.2.2.1 Análise no domínio do tempo

Normalmente, opta-se por resolver o sistema anterior (após proceder a sua diagonalização) recorrendo à transformação de coordenadas denominadas estruturais $\underline{u} = \underline{u}(t)$ para coordenadas modais $\underline{u}^* = \underline{u}^*(t)$:

$$\underline{u}(t) = \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*(t) \quad (2.21)$$

O termo $\underline{\Phi}$ da equação (2.21) corresponde à matriz modal, ou seja, $\underline{\Phi} = [\underline{\phi}_1 \dots \underline{\phi}_n \dots \underline{\phi}_{N_{GL}}]$, contendo em cada coluna os modos de vibração da estrutura, enquanto que $\underline{u}^*(t)$ corresponde às coordenadas modais, sendo agora escrita como:

$$\underline{u}^*(t) = [a_n \cdot \cos(\omega_N \cdot t) + b_n \cdot \text{sen}(\omega_N \cdot t)] \quad (2.22)$$

as constantes a_n e b_n são determinados a partir das condições iniciais. Substituindo a equação (2.22) na equação (2.21), é possível obter:

$$\underline{u}(t) = \underline{\Phi} \cdot [a_n \cdot \cos(\omega_N \cdot t) + b_n \cdot \text{sen}(\omega_N \cdot t)] \quad (2.23)$$

Tratando-se de sistemas de vários graus de liberdade (N_{GL}) sem amortecimento e sem forças externas aplicadas, os seus valores e vetores próprios correspondentes às suas frequências e modos naturais de vibração, podem ser determinados considerando a equação do movimento na situação de regime livre:

$$\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = 0 \quad (2.24)$$

Substituindo a equação anterior (2.21) na equação (2.24) é possível obter um sistema de equações algébricas (2.25) que, sendo resolvido em ordem a $\underline{u}(t)$, a solução é genericamente dada pela equação (2.26).

$$[\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2] \cdot \underline{u}(t) = 0 \quad (2.25)$$

$$\underline{u}(t) = [\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2]^{-1} \quad (2.26)$$

Tendo em conta que a inversa de uma matriz é a correspondente matriz adjunta a dividir pelo determinante, $\underline{u}(t)$ assume a seguinte forma:

$$\underline{u}(t) = \frac{\text{Adj}(\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2)}{|\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2|} \cdot 0 \quad (2.27)$$

Sempre que o determinante (em denominador) for não nulo, $\underline{u}(t)$ será uma solução trivial. Assim, para se obterem as soluções não nulas, o determinante deverá ser nulo, o que faz com que a solução $\underline{u}(t)$ seja não nula, mas indeterminada. Pelo que para se poder obter a solução não nula da equação (2.27) tem que ser verificada a seguinte condição:

$$|\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2| = 0 \quad (2.28)$$

Assim, o problema dos valores e vetores próprios podem ser obtidos através da seguinte equação:

$$|\underline{k} - \lambda \cdot \omega_N^2| \cdot \underline{\phi} = 0 \quad (2.29)$$

Os valores próprios dados por λ correspondem aos quadrados das frequências angulares de vibração ω_N^2 , e quando arrumados numa matriz são usualmente designados por **matriz espectral** Ω^2 . Os vetores próprios dados por $\underline{\phi}$ correspondem aos vetores com os modos de vibração, sendo normalmente arrumados em forma da matriz diagonal designada por **matriz modal** $\underline{\Phi}$.

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \quad \Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

A equação de equilíbrio dinâmico descrito pela equação (2.24) representa um sistema de equações diferenciais onde as equações são dependentes entre si, dificultando a sua resolução. Deste modo, a resolução do sistema é conseguida através de uma transformação de coordenadas num outro em que as equações diferenciais são independentes entre si, nomeadamente, a transformação de coordenadas estruturais para

as coordenadas modais. Assim, ao introduzir a equação (2.24) na equação (2.21), obtém-se o seguinte:

$$\underline{m} \cdot \underline{\Phi} \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{k} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*(t) \quad (2.31)$$

Agora, pré-multiplicando ambos os membros pela transposta da matriz modal ($\underline{\Phi}^T$) obtém-se um sistema em as equações diferenciais desacopladas:

$$\underline{\Phi}^T \cdot \underline{m} \cdot \underline{\Phi} \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{\Phi}^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*(t) = 0 \quad (2.32)$$

onde as matrizes $\underline{m} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{\Phi}$ e $\underline{k} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{\Phi}$ são diagonais e são designadas respetivamente por matriz de massa modal e matriz de rigidez modal:

$$\underline{m}^* = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{m} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad \underline{k}^* = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_i^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

em que m_i e k_i são respetivamente a massa modal e matriz modal correspondentes ao modo de vibração i , verificando-se a relação:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i^*}{m_i^*}} \quad (2.34)$$

Assim, a equação diferencial (2.32) pode ser escrita na seguinte forma:

$$\underline{m}^* \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{k}^* \cdot \underline{u}^*(t) = 0 \quad (2.35)$$

Geralmente, a análise dinâmica de estruturas envolve a consideração de amortecimento e forças externas aplicadas como se pode verificar na equação (2.20).

Portanto, é possível transformar este sistema de equações diferenciais acopladas noutro sistema de equações desacopladas, recorrendo ao conceito de coordenadas modais. Para tal, ao introduzir a equação (2.21) na equação (2.20), obtém-se o seguinte:

$$\underline{m}^* \cdot \underline{\Phi} \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{c}^* \cdot \underline{\Phi} \cdot \dot{\underline{u}}^*(t) + \underline{k}^* \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{u}^*(t) = \underline{f}^*(t) \quad (2.36)$$

Multiplicando ambos os membros por $\underline{\Phi}^T$, obtém-se um conjunto de equações diferenciais independentes:

$$\underline{m}^* \cdot \ddot{\underline{u}}^*(t) + \underline{c}^* \cdot \dot{\underline{u}}^*(t) + \underline{k}^* \cdot \underline{u}^*(t) = \underline{f}^*(t) \quad (2.37)$$

É necessário assumir a ortogonalidade dos modos de vibração em relação à matriz de amortecimento, sendo neste caso designado por matriz de amortecimento modal:

$$\underline{c}^* = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{c} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ & c_i^* & \\ & & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad 2\omega\xi = \underline{\Phi}^T \cdot \underline{c} \cdot \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ & 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i^* & \\ & & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

É de referir um outro caso particular de amortecimento proporcional, denominado por amortecimento de Rayleigh, no qual se admite que a distribuição do amortecimento ao longo da estrutura é proporcional à distribuição de massa e de rigidez (ver Figura 2.10). Resulta da combinação linear da matriz de massa e da matriz de rigidez dada pela seguinte expressão:

$$\underline{c} = \alpha \cdot \underline{m} + \beta \cdot \underline{k} \quad (2.39)$$

em que α e β são duas constantes. Considerando agora que a equação anterior (corresponde ao espaço físico) é normalizada em relação à massa, tem-se então a equação (2.40) correspondente ao espaço modal.

$$2 \cdot \xi \cdot \omega = \alpha \cdot 1 \cdot \beta \cdot \omega^2 \Leftrightarrow \xi = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega} + \frac{\beta \cdot \omega}{2} \quad (2.40)$$

Assim, é possível verificar na Figura 2.10 a distribuição do amortecimento de Rayleigh ao longo da estrutura.

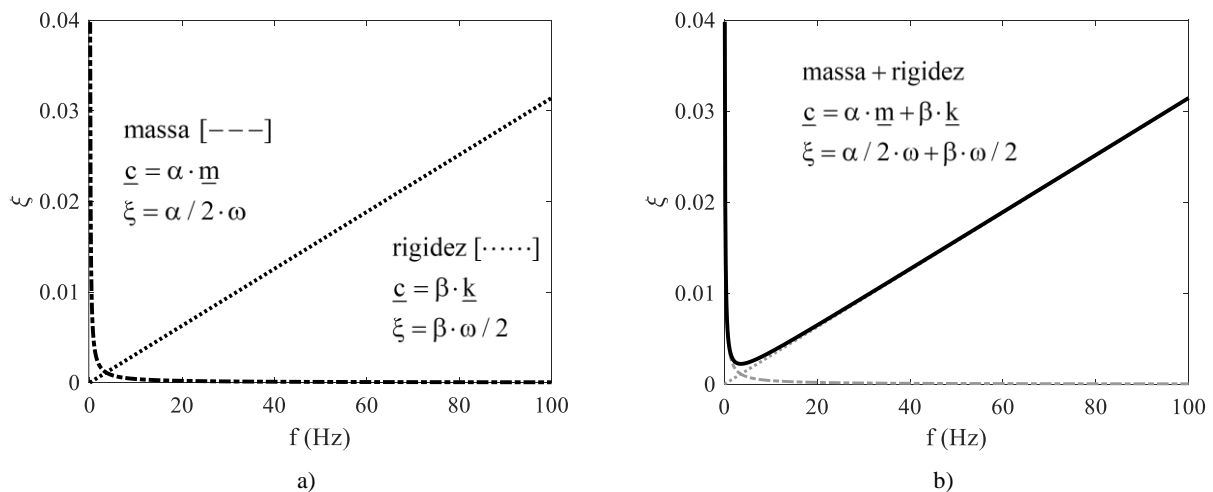


Figura 2.10 – Representação gráfica do amortecimento de Rayleigh: a) amortecimento proporcional à massa e à rigidez; b) curva de Rayleigh.

Exemplo 2.2: Modelo plano do modelo físico da estrutura de um edifício de três pisos.

Por forma a facilitar a compreensão dos conceitos apresentado anteriormente, é introduzido um exemplo de um modelo físico da estrutura de um edifício de três pisos ligados entre si por quatro pilares de betão armado de secção retangular (0,02×0,01 m) com 0,40 m de altura que suportam uma laje com 0,020 m de espessura (ver Figura 2.11).

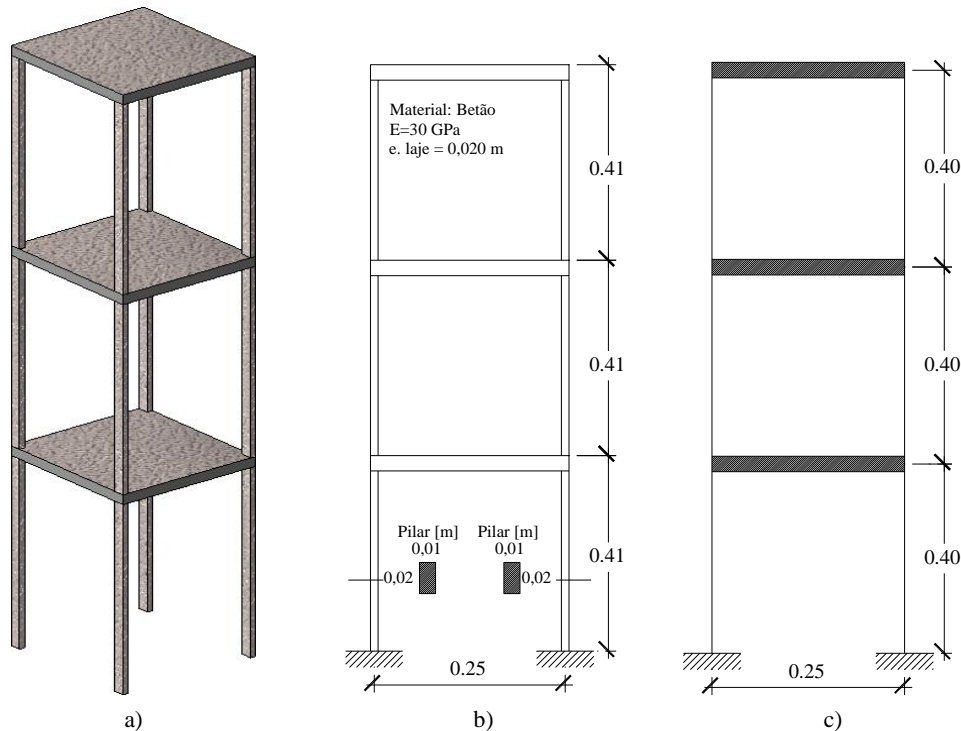


Figura 2.11 – Sistema de vários graus de liberdade: a) modelo físico de 4 pisos; b) idealização estrutural plana.

Utilizaram-se as rotinas desenvolvidas em *MatLab* para efetuar os cálculos das características dinâmicas do modelo em causa, começando com a determinação da sua massa ao nível de cada grau de liberdade ($m = 3,19 \text{ kg}$) e da sua rigidez $k = 12EI / L^3 = 37500 \text{ N / m}$. Assim, determinaram-se as matrizes de massa e de rigidez correspondentes aos 3 GL, a matriz espectral, as frequências angulares naturais, as frequências próprias e por último a matriz modal:

Matriz de massa [kg]	Matriz de rigidez [N / m]	Matriz spectral [rad / s] ² (valores próprios)
$\underline{m} = \begin{bmatrix} 3,19 & 0 & 0 \\ 0 & 3,19 & 0 \\ 0 & 0 & 3,19 \end{bmatrix}$	$\underline{k} = \begin{bmatrix} 1,5 & -1,5 & 0 \\ -1,5 & 3,0 & -1,5 \\ 0 & -1,5 & 3,0 \end{bmatrix} \cdot 10^5$	$\Omega^2 = \begin{bmatrix} 9326 & 0 & 0 \\ 0 & 73219 & 0 \\ 0 & 0 & 152893 \end{bmatrix}$

Frequências angulares naturais [rad / s]	Frequência própria [Hz]	Matriz modal (vetores próprios)
$\omega_N = \begin{bmatrix} 96,57 \\ 270,59 \\ 391,02 \end{bmatrix}$	$f_N = \begin{bmatrix} 15,37 \\ 43,07 \\ 62,23 \end{bmatrix}$	$\Phi = \begin{bmatrix} -0,413 & -0,331 & 0,184 \\ -0,331 & 0,184 & -0,413 \\ -0,184 & 0,413 & 0,331 \end{bmatrix}$

Na Figura 2.12, apresentam-se as configurações modais, aplicando um valor de escala adequado aos valores obtidos para a matriz modal apresentada anteriormente:

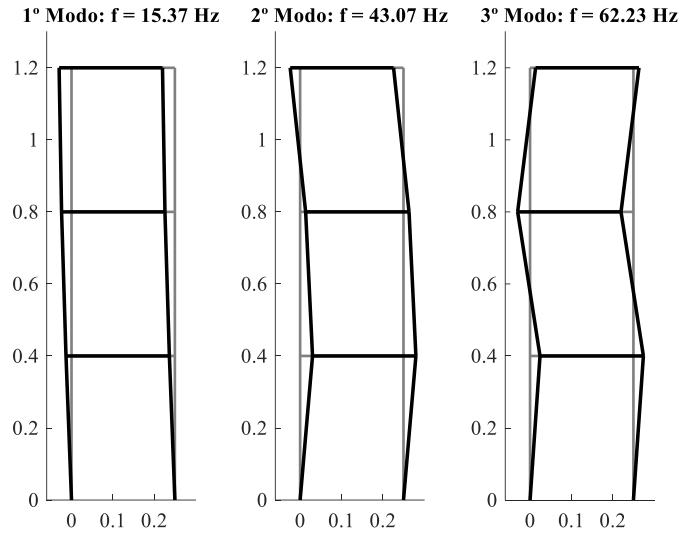


Figura 2.12 – Configuração dos modos de vibração para o exemplo de 3 pisos.

Por último, considerando os valores de α e β (0,05 e 0,0001 respetivamente) e as matrizes de massa e de rigidez previamente calculadas, é possível através da equação (2.39) calcular a matriz de amortecimento proporcional, ou seja, a matriz de amortecimento de Rayleigh:

$$\text{Matriz de amortecimento [N / ms}^{-1}\text{]}$$

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} 15,1593 & -15,0000 & 0 \\ -15,0000 & 30,1539 & -15,0000 \\ 0 & -15,0000 & 30,1539 \end{bmatrix}$$

2.2.2.2 Análise no domínio da frequência

Como referido anteriormente, a equação do equilíbrio dinâmico pode ser resolvida tanto no domínio do tempo como também no domínio da frequência. A transferência para o domínio da frequência deve-se à aplicação a ambos os membros da equação matricial (2.20) da transformada de Fourier:

$$\mathcal{F}[\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c} \cdot \dot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t)] = \mathcal{F}[\underline{f}(t)] \quad (2.41)$$

obtendo-se uma nova expressão matricial (função complexa) que relaciona a resposta com a excitação:

$$-\underline{m} \cdot \omega^2 \cdot \underline{U}(\omega) + i \cdot \underline{c} \cdot \underline{U}(\omega) + \underline{k} \cdot \underline{U}(\omega) = \underline{F}(\omega) \quad (2.42)$$

Resolvendo equação anterior em função de $\underline{U}(\omega)$, obtém-se a solução:

$$\underline{U}(\omega) = \frac{\underline{F}(\omega)}{(\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega^2) + i \cdot \underline{c} \cdot \omega} \quad (2.43)$$

que simplificada pode ser escrita na forma:

$$\underline{U}(\omega) = \underline{H}(\omega) \cdot \underline{F}(\omega) \quad (2.44)$$

$\underline{U}(\omega)$ e $\underline{F}(\omega)$ são vetores correspondentes à transformada de Fourier do vetor dos deslocamentos e das forças respectivamente. $\underline{H}(\omega)$ é uma matriz que contém as Funções de Resposta em Frequência (FRF) e que se relaciona com as matrizes \underline{m} , \underline{c} e \underline{k} que caracterizam a estrutura, através da relação seguinte:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{(\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega^2) + i \cdot \underline{c} \cdot \omega} \quad (2.45)$$

Tal como no domínio do tempo, também no domínio da frequência usualmente recorre-se à formulação alternativa em coordenadas modais para determinar a matriz $\underline{H}(\omega)$.

$$\underline{H}(\omega) = \hat{\underline{\Phi}} \cdot \underline{H}^*(\omega) \cdot \hat{\underline{\Phi}}^T \quad (2.46)$$

em que $\underline{H}^*(\omega)$ é uma matriz diagonal que contém as FRFs na sua diagonal principal, onde os modos de vibração encontram-se normalizados em relação à matriz de massa.

$$\underline{H}^*(\omega) = \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot \omega} \quad (2.47)$$

Exemplo 2.2.1: Determinação da matriz das funções de resposta em frequência do modelo físico da estrutura de edifício de três pisos.

Atendendo aos parâmetros previamente calculados e com recurso a rotinas desenvolvidas em *MatLab*, apresenta-se na Figura 2.13, a matriz completa das Funções de Resposta em Frequência representadas pela amplitude e pela fase.

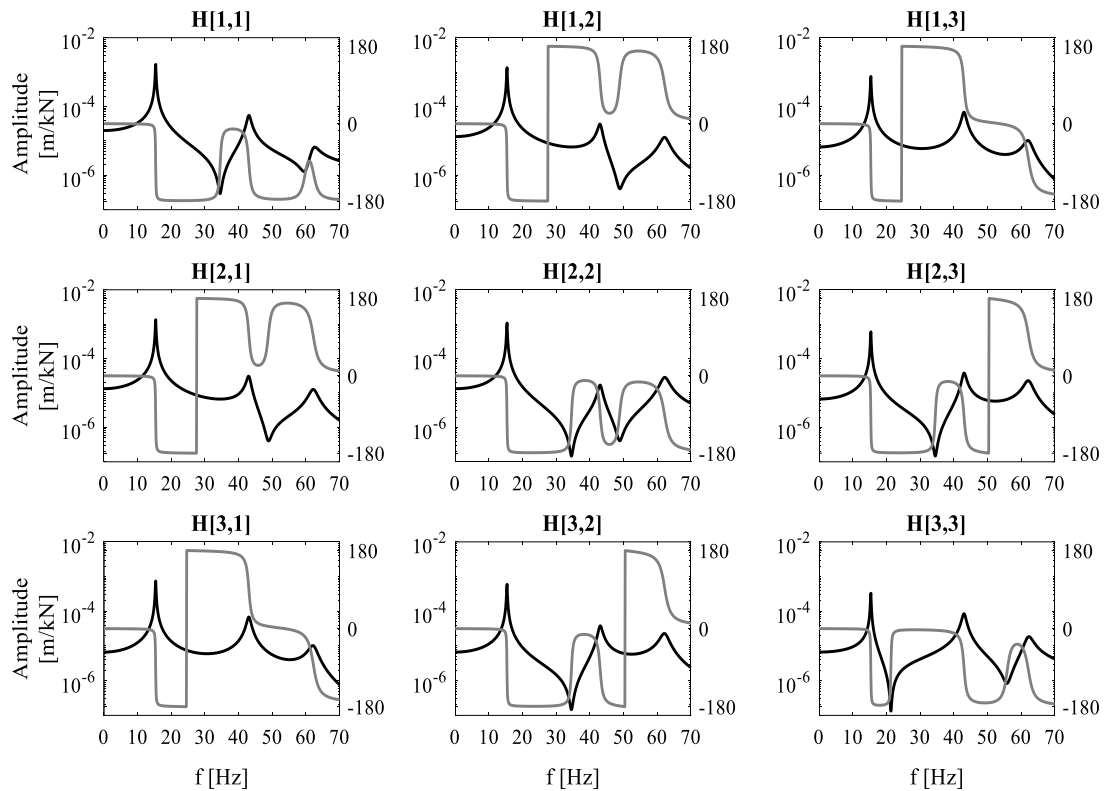


Figura 2.13 – Matriz completa das Funções de Resposta em Frequência, obtida para o exemplo do edifício de 3 pisos.

Os gráficos das FRFs apresentados na Figura 2.13 permitem identificar algumas características dinâmicas do sistema, nomeadamente, as suas frequências naturais $f_N = [15,37 \ 43,07 \ 62,23]$ Hz que correspondem aos picos da amplitude e a mudanças de fase de 180° . No que diz respeito às variações de fase, pode-se verificar que ocorre uma mudança de fase sempre que existe um “pico” ou um “vale aguçado”.

Para finalizar, apresenta-se na Tabela 2.2 o paralelismo entre as formulações no domínio do tempo e no domínio da frequência relacionado com sistemas de N_{GL} para resolução da equação da dinâmica.

Tabela 2.2 – Resolução da equação da dinâmica: modelos de N_{GL} .

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA DINÂMICA. SISTEMAS COM N_{GL}	
Domínio do tempo	Domínio da frequência
<p>Equação diferencial vetorial</p> $\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c} \cdot \dot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = \underline{f}(t)$ <p>Recorrendo à matriz dos modos de vibração Φ, este sistema transforma-se num conjunto de N_{GL} equações diferenciais escalares, não acopladas (coordenadas modais).</p> $\underline{m}_n^* \cdot \ddot{u}_n^*(t) + \underline{c}_n^* \cdot \dot{u}_n^*(t) + \underline{k}_n^* \cdot u_n^*(t) = f_n^*(t)$ $n = 1 \text{ a } N_{GL}$ $\underline{m}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{m} \cdot \Phi_n, \quad \underline{c}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{c} \cdot \Phi_n$ $\underline{k}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{k} \cdot \Phi_n$ $\underline{u}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{u}, \quad \underline{f}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{f}$	<p>Sistema de N equações algébricas, complexas (não acopladas, quando se utilizam coordenadas modais u_n^*).</p> <p>Equação algébrica (complexa)</p> $\mathfrak{F}[\underline{m}_n^* \cdot \ddot{u}_n^*(t) + \underline{c}_n^* \cdot \dot{u}_n^*(t) + \underline{k}_n^* \cdot u_n^*(t)] = \mathfrak{F}[f_n^*(t)]$ $n = 1 \text{ a } N_{GL}$ $-\underline{m}_n^* \cdot \omega_n^2 \cdot U_n^*(\omega) + i \cdot \omega_n \cdot \underline{c}_n^* \cdot U_n^*(\omega) + \underline{k}_n^* \cdot U_n^*(\omega) = F_n^*(\omega)$ $\underline{m}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{m} \cdot \Phi_n, \quad \underline{c}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{c} \cdot \Phi_n$ $\underline{k}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{k} \cdot \Phi_n$ $\underline{u}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{u}, \quad \underline{f}_n^* = \Phi_n^T \cdot \underline{f}$
<p>Solução (cond. iniciais nulas)</p> $u_n^*(t) = h_n^*(t) * f_n^*(t)$ $h_n^*(t) = \frac{1}{m_n^* \cdot \omega_{An}} \cdot \text{sen}(\omega_{An} \cdot t) \cdot e^{-\xi_n \cdot \omega_n \cdot t}$ $\underline{u}(t) = \Phi \cdot \underline{u}_n^*(t)$	<p>Solução (cond. iniciais nulas)</p> $\underline{U}(\omega) = \underline{H}(\omega) \cdot \underline{F}(\omega)$ $\underline{H}(\omega) = \hat{\Phi} \cdot \underline{H}^*(\omega) \cdot \hat{\Phi}^T$ $\underline{H}(\omega) = \frac{1}{(\underline{k}_n - \underline{m}_n \cdot \omega^2) + i \cdot \underline{c}_n \cdot \omega}$
<p>Propriedades da transformada de Fourier</p> $\mathfrak{F}(\underline{u}(t)) = \underline{U}(\omega), \quad \mathfrak{F}(\dot{\underline{u}}(t)) = i\omega \underline{U}(\omega), \quad \mathfrak{F}(\ddot{\underline{u}}(t)) = -\omega^2 \underline{U}(\omega)$	

2.3 Excitação estocástica

Na secção anterior estudaram-se os métodos que permitem relacionar a resposta da estrutura em que a evolução da excitação ao longo do tempo é perfeitamente conhecida, a denominada excitação determinística. No entanto, em muitas das situações uma estrutura se encontra exposta a uma excitação de natureza aleatória (a excitação é desconhecida), resultando a necessidade da sua caracterização em termos probabilísticos, tornando conveniente o recurso ao conceito de **processo estocástico** (Caetano, 1992).

2.3.1 Processos estocásticos

Uma função aleatória resulta da medição ou registo de uma grandeza física, em que a variação resulta de causas não controláveis pelo observador. No entanto, o conceito de

aleatoriedade é reforçado, caso se meçam várias amostras em simultâneo, obtendo-se um conjunto de diferentes registos aos quais se dá a designação de processo estocástico (Magalhães, Cunha, & Caetano, 2005) (ver Figura 2.14).

Considere-se a evolução no tempo de um conjunto de variáveis aleatórias, as quais correspondem a um determinado conjunto de realizações de um processo estocástico. Pode-se definir a evolução de uma variável aleatória ao longo do tempo como $x_k(t)$, em que o índice k indica a realização a que se refere ($k \in [0, N]$) e t indica o instante temporal ($t \in [0, T]$).

Assumindo que as realizações estão compreendidas num intervalo limitado ($t \in [0, T]$), é o mesmo dizer que se está a assumir apenas uma amostra da população total de valores ($t \in]-\infty, +\infty[$) para a população total), representativa de cada uma das realizações k . Assim, para cada amostra da evolução de uma variável aleatória dá-se a designação de função aleatória, sendo que nenhuma delas é decomponível em nenhuma função conhecida.

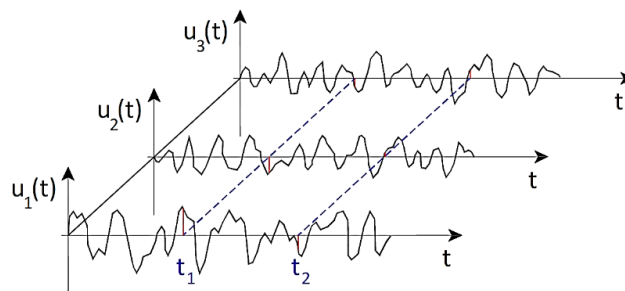


Figura 2.14 – Representação de um processo escalar estocástico (Mendes & Oliveira, 2012).

Associado à caracterização de processos estocásticos estão as grandezas estatísticas que se definem na Tabela 2.3, tendo como referência um processo estocástico escalar $x_k(t)$.

Tabela 2.3: Grandezas estatísticas de um processo estocástico.

Designação	Amostra [0, N]
Média	$\bar{x}_t = E[x_K(t)] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k(t)$
Valor quadrático médio	$\bar{x}_t^2 = E[x_K(t)^2] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k(t)^2$
Variância	$s_t^2 = E\left[\left(x_k(t) - \bar{x}\right)^2\right] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \left(x_k(t) - \bar{x}\right)^2$
Desvio padrão	$s_t = \sqrt{s_t^2}$
Auto-correlação	$R_{xx}(t, t + \tau) = E\left[x_k(t) \cdot x_k(t + \tau)\right] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k(t) \cdot (t + \tau)$
Auto-covariância	$C_{xx}(t, t + \tau) = E\left[\left(x_k(t) - \bar{x}_t\right) \cdot \left(x_k(t) - \bar{x}_{t+\tau}\right)\right]$ $= \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \left(x_k(t) - \bar{x}_t\right) \cdot \left(x_k(t + \tau) - \bar{x}_{t+\tau}\right)$

A caracterização de um processo estocástico exige um adequado tratamento matemático, pelo que em diversas aplicações práticas é usual assumir-se que os processos estocásticos são estacionários e ergódicos (Magalhães, 2004; Mendes & Oliveira, 2012). Um processo estocástico diz-se que é estacionário quando as suas características estatísticas são independentes do instante temporal. A função a utilizar para determinar a função de auto-correlação, é a seguinte:

$$R_{xx} = (t, t + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k(t) \cdot x_k(t + \tau) \quad (2.48)$$

A ergodicidade significa que o valor dos parâmetros estatísticos avaliados tendo em conta as diferentes realizações, para um determinado instante de tempo, é igual ao dos mesmos parâmetros estatísticos avaliados apenas numa realização ao longo do tempo. A função a utilizar para determinar a função de auto-correlação, é a seguinte:

$$R_{xx} = (\tau, k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x_k(t) \cdot x_k(t + \tau) dt \quad (2.49)$$

Usualmente (e também no presente trabalho), é admitido que os processos estocásticos apresentam média nula e natureza Gaussiana (no fundo está-se a admitir que a função de auto-correlação caracteriza completamente o processo) e segundo o Teorema do Limite Central, a soma de um grande número de variáveis aleatórias independentes, cada uma

com diferentes distribuições individuais, tende para uma distribuição normal (Magalhães, 2004; Magalhães et al., 2005; Mendes & Oliveira, 2012).

Assim, ao admitir-se que o processo estocástico é estacionário e ergódico, a função de auto-correlação apenas contempla uma única realização x_k e um desfasamento temporal τ , podendo ser determinada através da expressão seguinte:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) \cdot x_k(t + \tau) dt \quad (2.50)$$

As funções de auto-carrelação associadas a processos estocásticos estacionários de média nula, são funções simétricas que apresenta um máximo na origem, cuja a ordenada é igual à variância do processo.

A transposição da função de auto-correlação para o domínio da frequência pode ser efetuada através da transformada de Fourier, dando origem a uma nova função designada por auto-espectro ou espectro de potência:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.51)$$

Os auto-espectros são funções reais que quantificam a distribuição do conteúdo energético de um sinal (série temporal) em frequência. Para sinais de média nula, a área do gráfico que representa o conteúdo energético total do sinal é igual ao valor da sua variância, como por exemplo, o ruído branco. O ruído branco trata-se de um tipo de sinal que é caracterizado por ser idealmente aleatório e no limite pode-se afirmar que, contém a contribuição, com conteúdo energético significativo de todas as frequências (Magalhães, 2004; Mendes & Oliveira, 2012).

Na Figura 2.15, apresenta-se um processo estocástico que é caracterizado por um auto-espectro com intensidade constante dentro de um determinado intervalo de frequências. A função de auto-correlação apresenta uma ordenada com valor infinito na origem, que deriva de o fato da variância ser infinita (a obtenção de uma variância infinita não é realista, pelo que é usual considerar-se um ruído branco de banda limitada), apresentando ordenadas nulas em todas as restantes abcissas, pelo fato do sinal ser idealmente aleatório.

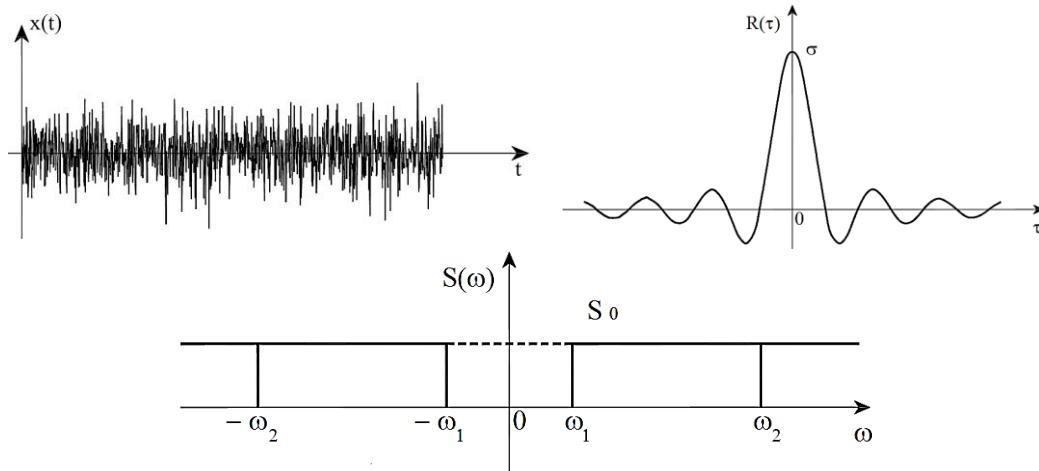


Figura 2.15 – Exemplo de um sinal representativo de um processo de banda larga, com função de auto-correlação e função de densidade espectral de potência.

A função de auto-correlação e os auto-espectros podem ser generalizados, considerando-se por exemplo dois processos estocásticos ($x_i(t)$ e $x_j(t)$), em que é possível introduzir os conceitos de função de correlação cruzada e função de densidade espectral de potência cruzada, dadas através das seguintes expressões:

$$R_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) \cdot x_j(t + \tau) dt \quad (2.52)$$

$$S_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ij}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.53)$$

Em alternativa, a função de densidade espectral de potência cruzada pode ser determinada a partir de séries temporais, através da seguinte expressão:

$$S_{ij}(\omega) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ N \rightarrow \infty}} \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \frac{{}^{\mathfrak{F}}T, r[x_i(t)]^* \cdot {}^{\mathfrak{F}}T, r[x_j(t)]}{T} \quad (2.54)$$

onde ${}^{\mathfrak{F}}T, r[x_i(t)]$ representa a transformada de Fourier da realização r , do processo estocástico $x_i(t)$ no intervalo $[0, T]$. A expressão (2.54) também é adequada para determinar auto-espectros, fazendo $x_i = x_j$ ³.

É de referir que ainda é possível agrupar em vetores os processos estocásticos. Nestas circunstâncias é usual definir a matriz das funções de correlação (ou matriz de correlação), que contém nos elementos da diagonal principal as funções de auto-correlação e fora dessa diagonal as funções de correlação cruzada. Igualmente, é usual

³ A partir esta expressão, conclui-se que os auto-espectros são funções reais, pois resultam da multiplicação de números complexos pelos seus complexos conjugados.

definir a matriz das funções de densidade espectral (ou matriz espectral) que contém na sua diagonal principal os auto-espectros e os espectros cruzados fora dessa diagonal.

2.3.2 Funções de densidade espectral da resposta

No caso de estruturas com vários graus de liberdade, as funções de densidade espectral da resposta podem ser definidas com base na seguinte expressão:

$$\underline{S}_u(\omega) = \underline{H}(\omega) \cdot \underline{S}_p(\omega) \cdot (\underline{H}^T)^*(\omega) \quad (2.55)$$

em que $\underline{H}(\omega)$ representa a matriz das funções de resposta em frequência; $\underline{S}_u(\omega)$ a matriz das funções de densidade espectral da resposta da estrutura e por último $\underline{S}_p(\omega)$ representa a matriz das funções de densidade espectral da excitação.

Atendendo que a excitação atua nos diferentes graus de liberdade tem características semelhantes às de um ruído branco, logo a matriz dos espectros da excitação é constante e depende da matriz das correlações $\underline{R}_p(\omega)$, assim, a matriz dos espectros da resposta passa a depender exclusivamente da matriz de funções de resposta em frequência e de uma matriz constante:

$$\underline{S}_u(\omega) = \underline{H}(\omega) \cdot \underline{R}_p(\omega) \cdot (\underline{H}^T)^*(\omega) \quad (2.56)$$

Exemplo 2.2.2: Determinação da matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração do modelo físico da estrutura de edifício de três pisos.

Utilizando as rotinas desenvolvidas em *MatLab*, calculou-se a matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta (ver Figura 2.16) através da equação (2.56) para o oscilador de 3 GL apresentado no **Exemplo 2.2**. Adotou-se para a matriz dos espectros da excitação a matriz identidade.

Ao analisar o gráfico ilustrado na Figura 2.16 é fácil perceber que as abcissas dos picos correspondem às frequências naturais do oscilador ($f_N = [15,37 \quad 43,07 \quad 62,23]$), tal como acontece no caso da matriz das FRF apresentado anteriormente na Figura 2.13.

Pode-se afirmar que através da matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta é possível estimar as características modais da estrutura. Verifica-se também que as mudanças de fases só se apresentam quando os “picos” estão invertidos.

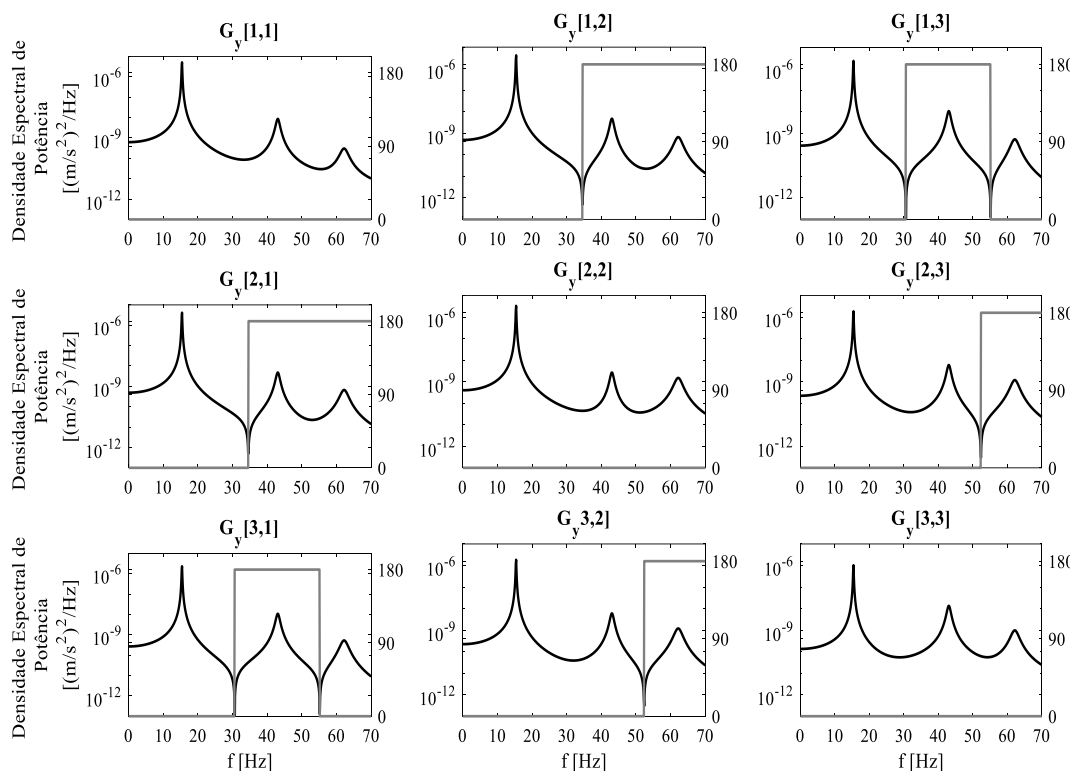


Figura 2.16 – Matriz completa das Funções de Densidade Espectral de potência da resposta, obtida para o exemplo do edifício de 3 pisos.

2.4 Formulação de estado

No ponto anterior, na resolução de problemas de dinâmicas de estruturas (como em muitos casos em engenharia civil), assumiu-se a hipótese de Rayleigh, em que pressupõe que o amortecimento é proporcional à massa e à rigidez. Certo é que nem sempre esta hipótese é válida, como é caso de sistemas estruturais em que a existência de diferentes materiais, as ligações de apoio, as ligações entre elementos ou simplesmente um amortecedor localizado resultam numa grande complexidade das distribuições de massa, rigidez e amortecimento (Magalhães, 2004; Magalhães et al., 2005). Portanto a formulação de estado permite ultrapassar esta limitação, dado que assume o amortecimento não proporcional à massa e à rigidez.

Assim, a seguir são apresentados os fundamentos teóricos relacionados à formulação de estado, utilizando o **Exemplo 2.1** referente ao sistema de 1 GL e o **Exemplo 2.2** referente ao sistema do sistema de três GL para ilustrar a sua aplicação à resolução de problemas de dinâmica de estruturas.

2.4.1 Sistemas de um grau de liberdade

A denominada representação no espaço de estados, da equação diferencial de 2ª ordem, é obtida efetuando uma mudança de variável que permita obter um sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem equivalentes à equação original de 2ª ordem, onde as funções de incógnitas são o deslocamento $u = u(t)$ e a velocidade $v = v(t)$.

Assim, para o sistema em análise e considerando a mudança de varável $\dot{u} = v(t)$ obtém-se o seguinte sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = f \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{u} = v \\ m \cdot \dot{v} + c \cdot v + k \cdot u = f \end{cases} \quad (2.57)$$

Resolvendo o sistema de equações anterior em função de \dot{u} e \dot{v} , facilmente se obtém a conhecida representação no espaço de estados da equação do movimento de 1 GL.

$$\begin{cases} \dot{u} = v \\ \dot{v} = -m^{-1} \cdot k \cdot u - m^{-1} \cdot c \cdot v + m^{-1} \cdot f \end{cases} \quad (2.58)$$

A equação anterior assume a seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -m^{-1} \cdot k & -m^{-1} \cdot c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ m^{-1} \end{bmatrix} f \quad (2.59)$$

que escrita em notação mais compacta, resulta em:

$$\dot{\underline{x}} = \underset{(mck)}{\underline{A}} \cdot \underline{x} + \underline{B}_m \cdot f \quad (2.60)$$

em que:

$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix}$ é o vetor de estado que contém o deslocamento e a velocidade;

$\underset{(mck)}{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -m^{-1} \cdot k & -m^{-1} \cdot c \end{bmatrix}$ é a matriz de estado;

$\underline{B}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ m^{-1} \end{bmatrix}$ é a matriz de influência de entrada.

Exemplo 2.1.2: Determinação da matriz de estado, matriz de influência de estado, valores e vetores próprios do modelo físico da estrutura do edifício de um piso.

Para melhor interpretar os conceitos apresentados (tendo em conta o sistema estrutural considerado), apresentam-se de seguida as matrizes da representação no espaço de estados (2.59), assumindo valores de amortecimento de 0,05 e 0,0001 respetivamente.

$$\begin{array}{cc} \text{Matriz de estado} & \text{Matriz de influência de estado} \\ \underline{\underline{A}}_{(mck)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 13448 & -1,3948 \end{bmatrix} & \underline{\underline{B}}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,1602 \end{bmatrix} \end{array}$$

Utilizando a função *eig* do *MatLab* calcularam-se os valores e vetores próprios da anterior matriz de estado. Os valores próprios da matriz $\underline{\underline{A}}_{(mck)}$ são:

$$\text{Valores próprios} = \begin{bmatrix} -0,697 + 115,96 \cdot i \\ -0,697 - 115,96 \cdot i \end{bmatrix}$$

Como se pode verificar, os valores próprios agrupam-se em pares complexo-conjugados (constituídos por uma parte real e uma outra imaginária). A parte imaginária corresponde às frequências angulares naturais a partir do qual se obtém as frequências naturais.

$$\begin{array}{cc} \text{Frequência angular [Hz]} & \text{Frequência angular natural [rad / s]} \\ f_N = 18,44 & \omega_N = 115,96 \end{array}$$

Constata-se que as referidas frequências (ω_N e F_N) são iguais às obtidas através da formulação clássica.

O coeficiente do amortecimento da estrutura é obtido através da seguinte expressão:

$$\lambda_k, \lambda_k^* = -\xi_k \cdot \omega_k \pm i \cdot \sqrt{1 - \xi_k^2} \cdot \omega_k$$

sendo igual a:

$$\xi = [0,0060]$$

Os vetores próprios da matriz $\underline{\underline{A}}_{(mck)}$ são:

$$\psi = \begin{bmatrix} -0,0001 - 0,0086 \cdot i & -0,0001 + 0,0086 \cdot i \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2.4.2 Sistemas de vários graus de liberdade

Como se referiu anteriormente, há casos em que não é aceitável adotar a hipótese de amortecimento proporcional, o que implica a impossibilidade de proceder à diagonalização do sistema de equações diferenciais de 2ª ordem (2.20) na forma que ele

apresenta (na forma de um sistema de N_{GL} equações de diferenciais de 2ª ordem com N_{GL} funções incógnitas).

A diagonalização torna-se possível se for adotada a representação no espaço de estados, que consiste em adotar como funções incógnitas as N_{GL} histórias de deslocamentos $\underline{u} = \underline{u}(t)$ e as N_{GL} histórias de velocidades $\underline{v} = \underline{v}(t)$ como sistemas de $2 N_{GL}$ equações diferenciais de 1ª ordem equivalentes ao sistema original de N_{GL} equações diferenciais de 2ª ordem (Mendes, 2010).

Tal como para sistemas de 1 GL, para obter equações diferenciais de 1ª ordem importa efetuar a mudança de variável $\underline{\dot{u}} = \underline{v}(t)$ obtendo-se um sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem.

$$\begin{cases} \underline{\dot{u}} = \underline{v} \\ \underline{\underline{m}} \cdot \underline{\dot{v}}(t) + \underline{\underline{c}} \cdot \underline{v}(t) + \underline{\underline{k}} \cdot \underline{u}(t) = \underline{\underline{s}} \cdot \underline{\underline{f}}(t) \end{cases} \quad (2.61)$$

Resolvendo o sistema de equações anterior em função de $\underline{\dot{u}}$ e $\underline{\dot{v}}$, facilmente se obtém a conhecida representação no espaço de estados da equação do movimento de N_{GL} :

$$\begin{cases} \underline{\dot{u}} = \underline{v}(t) \\ \underline{\dot{v}}(t) = -\underline{\underline{m}}^{-1} \cdot \underline{\underline{k}} \cdot \underline{u} - \underline{\underline{m}}^{-1} \cdot \underline{\underline{c}} \cdot \underline{v}(t) + \underline{\underline{m}}^{-1} \cdot \underline{\underline{s}} \cdot \underline{\underline{f}}(t) \end{cases} \quad (2.62)$$

sendo escrita matricialmente, resulta na seguinte expressão:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\dot{u}}(t) \\ \underline{\dot{v}}(t) \end{bmatrix}}_{(2N_{GL} \times 1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{I}} \\ -\underline{\underline{m}}^{-1} \cdot \underline{\underline{k}} & -\underline{\underline{m}}^{-1} \cdot \underline{\underline{c}} \end{bmatrix}}_{(2N_{GL} \times 2N_{GL})} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\dot{u}}(t) \\ \underline{\dot{v}}(t) \end{bmatrix}}_{(2N_{GL} \times 1)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{m}}^{-1} \cdot \underline{\underline{s}} \end{bmatrix}}_{(2N_{GL} \times n_f)} \underbrace{\underline{\underline{f}}(t)}_{(n_f \times 1)} \quad (2.63)$$

A equação anterior escrita em notação mais compacta, resulta em:

$$\underline{\dot{\underline{x}}} = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{x}} + \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{f}} \quad (2.64)$$

(mck) (ms)

em que:

$$\underline{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \underline{u}(t) \\ \underline{v}(t) \end{bmatrix}$$

é o vetor de estado que contém o deslocamento e a velocidade;

$$\underline{\underline{A}}_{(mck)} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{I}} \\ -\underline{\underline{m}}^{-1} \cdot \underline{\underline{k}} & -\underline{\underline{m}}^{-1} \cdot \underline{\underline{c}} \end{bmatrix}$$

é a matriz de estado envolvendo as propriedades do sistema estrutural discretizado, referentes à distribuição de massa, amortecimento e rigidez;

$$\underline{\mathbf{B}}_{(ms)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{\mathbf{m}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{s}} \end{bmatrix}$$

é a matriz que envolve os valores nulos e a inversa da matriz de massa e a distribuição das histórias de forças aplicadas pelos graus de liberdade do modelo discretizado;

$$\underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{f}}(t)$$

é o vetor com as m histórias de forças aplicadas.

Exemplo 2.2.3: Determinação da matriz de estado, valores e vetores próprios do modelo físico da estrutura do edifício de três pisos.

Os conceitos apresentados anteriormente concretizam-se com uma aplicação prática desenvolvida em *MatLab*, começando com a obtenção da matriz de estado:

$$\underline{\mathbf{A}}_{(mck)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \\ \hline -47088 & 47088 & 0 & | & -4,578 & 4,708 & 0 \\ 47088 & -94176 & 47088 & | & 4,708 & -9,467 & 4,708 \\ 0 & 47088 & -94176 & | & 0 & 4,708 & -9,467 \end{bmatrix}$$

Utilizando a função *eig* do *MatLab* calcularam-se os valores e vetores próprios da anterior matriz de estado. Os valores próprios da matriz de estado são:

$$\text{valores próprios} = \begin{bmatrix} -7,669 + 390,94 \cdot i \\ -7,669 + 390,94 \cdot i \\ -3,685 + 270,57 \cdot i \\ -3,685 + 270,57 \cdot i \\ -0,491 + 96,572 \cdot i \\ -0,491 + 96,572 \cdot i \end{bmatrix}$$

Os valores próprios se agrupam em pares complexo-conjugados constituídos por uma parte real e uma outra imaginária, onde é possível extrair informações tais como as frequências naturais. O amortecimento obtém-se através da respetiva equação apresentada no **Exemplo 2.1.2**.

Frequência angular [Hz]	Frequência angular natural [rad / s]	Amortecimento
$f_N = \begin{bmatrix} 62,22 \\ 43,06 \\ 15,37 \end{bmatrix}$	$\omega_N = \begin{bmatrix} 390,94 \\ 270,57 \\ 96,57 \end{bmatrix}$	$\xi = \begin{bmatrix} 0,016 \\ 0,063 \\ 0,064 \end{bmatrix}$

Os resultados das frequências naturais obtidos através da formulação de estado são idênticos aos resultados obtidos relativamente à formulação clássica. Os vetores próprios da matriz de estado são:

$$\psi = \begin{bmatrix} +0,0008i & -0,0008i & +0,0022i & -0,0022i & -0,0076i & +0,0076i \\ -0,0019i & +0,0019i & -0,0012i & +0,0012i & -0,0061i & +0,0061i \\ +0,0015i & -0,0015i & -0,0027i & +0,0027i & -0,0034i & +0,0034i \\ -0,3280 & -0,3280 & -0,5910 & -0,5910 & 0,7369 & 0,7369 \\ 0,7370 & 0,7370 & 0,3280 & 0,3280 & 0,5910 & 0,5910 \\ -0,5910 & -0,5910 & 0,7370 & 0,7370 & 0,3280 & 0,3280 \end{bmatrix}$$

A partir da matriz anterior (vetores próprios) é possível retirar algumas informações, nomeadamente a configuração dos modos de vibração, que estão organizadas nas últimas três linhas. Assim, ilustra-se na Figura 2.17 a configuração dos modos de vibração associados a cada frequência para a estrutura em causa, considerando uma escala adequada.

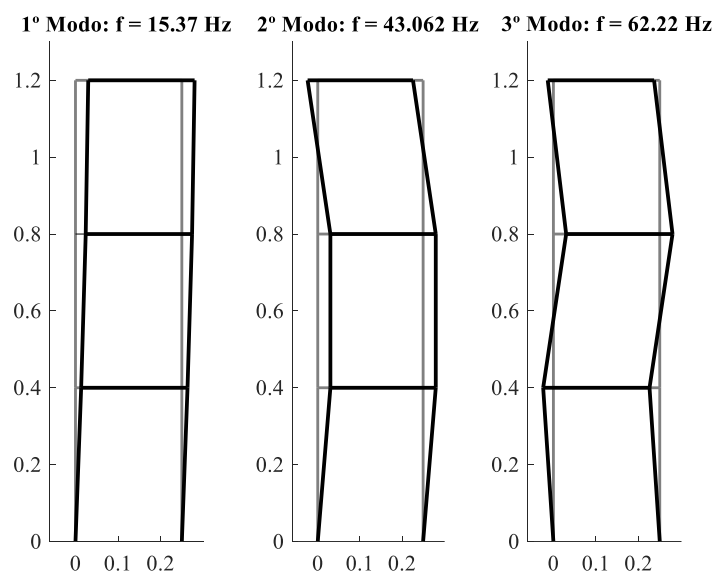


Figura 2.17 – Configuração dos modos de vibração para o exemplo de 3 pisos.

Em termos absolutos ao comparar os modos de vibração obtidos na matriz anterior (vetores próprios) com os modos obtidos através da formulação anterior, verifica-se que não são iguais. Este facto não é muito importante desde que a relação entre os valores obtidos para cada grau de liberdade seja idêntica, e por este motivo apresenta semelhanças em termos de configuração.

2.5 Geração de séries temporais de aceleração

Tendo em vista a aplicação de métodos de identificação modal, desenvolveram-se rotinas em *MatLab*, cujo objetivo é a geração de séries temporais de aceleração a partir da formulação clássica no domínio do tempo.

Assim, geraram-se numericamente as séries temporais de aceleração para o modelo físico apresentado no **Exemplo 2.2**, considerando uma excitação de carácter aleatória, ou seja,

excitação do tipo ruído branco, baseada em funções do *MatLab* designada por “randn”. No entanto, calculou-se a sua resposta considerando as matrizes de massa, rigidez e amortecimento da estrutura, obtendo-se deste modo as histórias de aceleração para cada grau de liberdade (ver Figura 2.18). As séries temporais obtidas têm uma duração 300 s (5 minutos) e uma frequência de amostragem de 200 Hz.

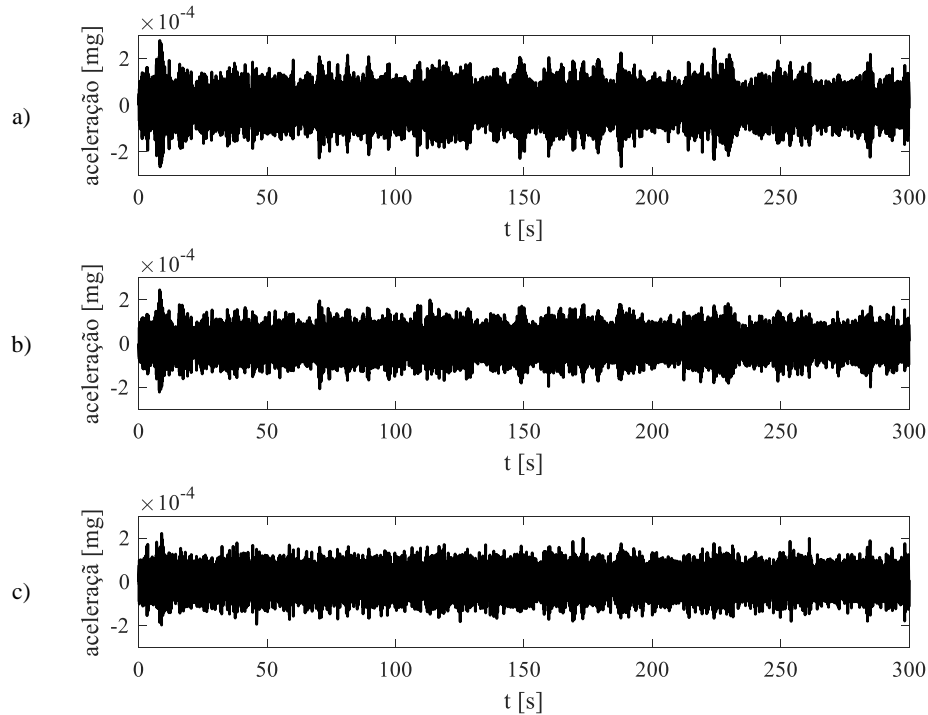


Figura 2.18 – Histórias de acelerações geradas com duração de 5 minutos: a) 3º piso; b) 2º piso; c) 1º piso.

A Figura 2.18 é uma mera simulação dos dados experimentais (contém informação experimental) gerados de forma semelhante aos que se obtêm num ensaio dinâmico. Estes dados são úteis e servem de base para a explicação/compreensão de alguns métodos de identificação modal no domínio da frequência que serão introduzidos no capítulo 4.

2.6 Considerações finais

Neste capítulo foram expostos os conceitos e fundamentos através de várias formulações (no domínio do tempo e no domínio frequência) para descrever o comportamento dinâmico de estruturas relacionados com sistemas de 1 GL e de vários GL, quer numa ótica determinística quer numa ótica estocástica. Recorreram-se a exemplos físicos dos referidos sistemas para concretizar os conceitos através da ferramenta computacional *MatLab*.

Na abordagem clássica, considerou-se em primeiro lugar uma excitação determinística, iniciando-se com o estudo do comportamento dinâmico de sistemas de 1 GL e de N_{GL} onde foi feita a análise no domínio do tempo, sendo dado especial destaque a passagem para o domínio da frequência, obtendo-se as funções de repostas em frequência (FRF). Em segundo lugar considerou-se uma excitação estocástica no estudo da resposta dinâmica de sistemas de N_{GL} obtendo-se as funções de densidade espectral de potência.

Na abordagem à formulação de estado (formulação alternativa à formulação clássica) além da apresentação dos conceitos, analisaram-se também os sistemas de 1 GL e N_{GL} com vista na obtenção dos principais parâmetros dinâmicos. Assim, foi possível verificar que ambas as formulações são semelhantes em termos de resultados, nomeadamente em termos de frequências naturais e de modos de vibração.

3

Ensaio de Caracterização Dinâmica de Estruturas

3.1 Considerações iniciais

Atualmente os ensaios dinâmicos *in situ* surgem como ferramentas de grande interesse, pelo que constituem um dos métodos utilizados na caracterização do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil, ou seja, estes ensaios são reconhecidos como úteis para identificar as principais características da resposta dinâmica: as frequências naturais, os modos de vibração e o amortecimento modal. O recurso à realização dos ensaios de vibrações está normalmente associado aos designados ensaios de receção, realizados após a construção das estruturas e antes da sua entrada em serviço, com o intuito de avaliar as condições de segurança iniciais, bem como a ensaios periódicos ao longo da vida útil das estruturas, enquadrados nas atividades de observação do seu comportamento dinâmico (Mendes & Oliveira, 2008).

Como referido anteriormente, a análise do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil pode ser efetuada recorrendo à utilização integrada de modelos numéricos e de resultados experimentais obtidos em ensaios de vibrações. No entanto, estes ensaios constituem uma ferramenta chave uma vez que são de carácter não destrutivo, sendo uma mais valia na calibração e validação de modelos numéricos.

Assim, neste capítulo descrevem-se os diversos tipos de ensaios de vibrações, utilizados na avaliação dos parâmetros dinâmicos de estruturas, dando-se uma maior importância aos ensaios de vibração ambiental uma vez que foi o tipo de ensaio escolhido para caracterizar o edifício que se irá apresentar no estudo de caso. Abordam-se em primeiro lugar alguns aspectos a ter em conta na preparação e realização destes ensaios, o tipo de equipamentos que podem ser utilizados, os procedimentos de pré-processamento e processamento da informação experimental e, finalmente evidenciam-se os principais erros provenientes do processo de medição das técnicas de processamento de sinal.

3.2 Técnicas de ensaios *in situ* para caracterização dinâmica de estruturas

A caracterização experimental do comportamento dinâmico de estruturas pode ser realizada através de três tipos de ensaios utilizados na avaliação experimental (pelo que a sua escolha varia em função da estrutura pretendida e dos resultados que se pretendem obter, tendo em especial atenção às características dos equipamentos de excitação, assim como os custos envolvidos): ensaios de vibração forçada; ensaios de vibração livre e ensaios de vibração ambiental.

3.2.1 Ensaios de vibração forçada

O procedimento deste tipo de ensaio baseia-se na imposição de uma excitação em um ou vários pontos de uma estrutura (podendo ser do tipo aleatório, transitório ou harmónico) através da utilização de vibradores (ver Figura 3.1), onde a excitação pode ser ou não conhecida ou controlada. No entanto, a análise dos resultados extraídos através destes ensaios baseia-se na correlação da excitação com a resposta medida, como por exemplo através das funções de resposta em frequência (FRF), a partir das quais é possível estimar as frequências naturais, os modos de vibração e os coeficientes de amortecimentos modais. Relativamente às pequenas e médias estruturas, usualmente utilizam-se por exemplo o martelo de impulsos (ver Figura 3.1 a), sendo capaz de excitar a estrutura ao longo de uma vasta gama de frequência possibilitando obter diferentes modos de vibração. Todavia, nalguns casos essa gama de frequência fica aquém do necessário para a obtenção de alguns modos de vibração, sendo criadas alternativas que visam contornar essas dificuldades, utilizando por exemplo os vibradores eletromecânicos (ver Figura 3.1 b).



Figura 3.1 – Vibradores: a) martelo de impulsos; b) eletromecânico; c) rotativos de massa excêntrica com motor elétrico (LNEC); d) de translação com motor servo-hidráulico (EMPA).

Atendendo às estruturas de maiores dimensões, como é o caso das barragens ou pontes, utilizam-se por exemplo excitadores de massas excêntricas (ver Figura 3.1 c) bem como os designados excitadores servo-hidráulicos (ver Figura 3.1 d). Estes excitadores na gama das baixas frequências (abaixo de 1 Hz) é muito difícil obter níveis de força capazes de excitar corretamente as estruturas de grandes dimensões (por exemplo em pontes), pelo que nos casos em que há um número considerável de modos de vibração com frequências inferiores a 1 Hz, o método de ensaio de vibração forçada torna-se desvantajoso (Jorge Rodrigues, 2004). Outra desvantagem é o facto destes equipamentos serem pesados (cujo transporte, colocação e utilização exigem a mobilização de meios dispendiosos), bem como a interdição da passagem do tráfego durante os períodos de realização dos ensaios. Uma vez que este tipo de ensaio de vibração está associado a custos elevados, a sua realização é no geral intervalada por períodos de tempo bastantes longos, não permitindo desta forma obter muita informação experimental sobre o comportamento dinâmico das estruturas.

3.2.2 Ensaio de vibração livre

Os ensaios de vibração livre consistem na imposição de uma deformação inicial às estruturas sendo libertada de uma forma súbita, ficando estas a vibrar livremente. O objetivo consta da medição e análise da sua resposta em regime livre permitindo a identificação das características dinâmicas da estrutura, nomeadamente as frequências naturais, as configurações modais e os coeficientes de amortecimento, sendo este último de maior interesse. Esta técnica foi utilizada em Portugal na realização dos ensaios com indicados na Figura 3.2.

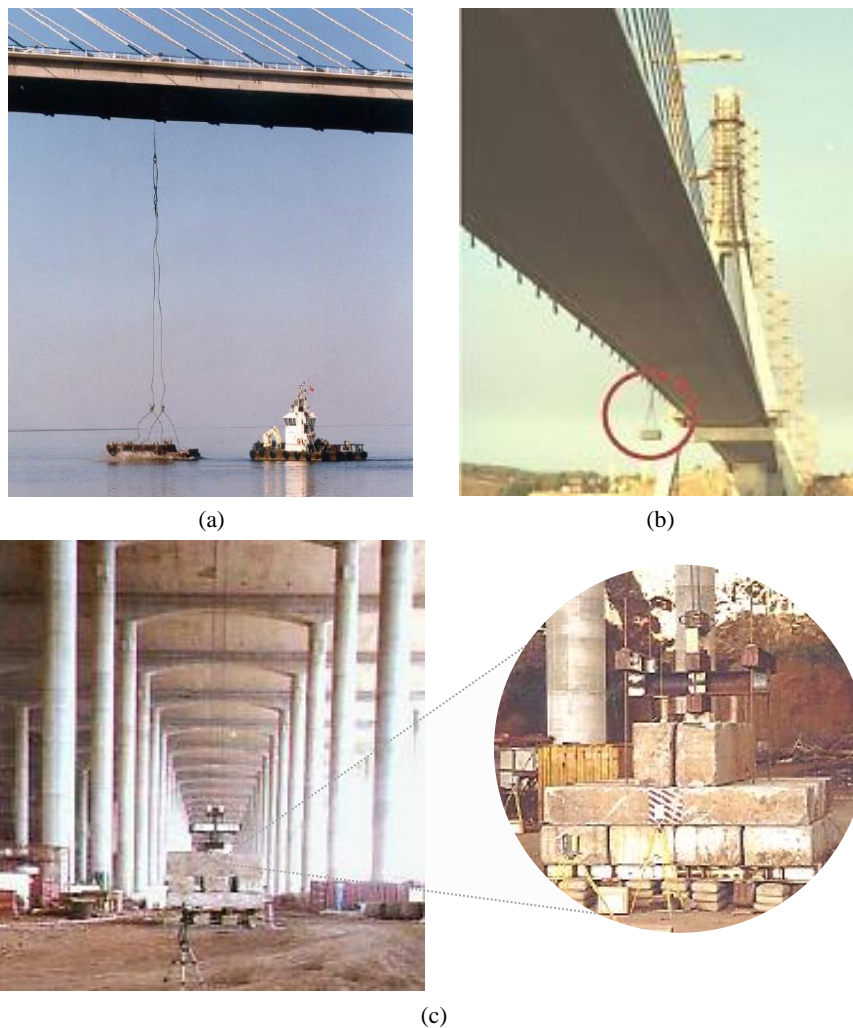


Figura 3.2 – Ensaio de vibração livre: a) ponte Vasco da Gama (1998); b) ponte do Guadiana (1991) (Ferreira, 2013); c) aeroporto internacional da Madeira (2001) (J. Rodrigues & Costa, 2002)

A metodologia utilizada nestes ensaios é a libertação repentina de uma massa suspensa ou do corte de uma barra tracionada, deixando a estrutura a vibrar em regime livre.

3.2.3 Ensaios de vibração ambiental

No que diz respeito aos ensaios de vibração ambiental, estes baseiam-se na medição da resposta das estruturas (usualmente em aceleração) às ações a que elas normalmente estão sujeitas, como por exemplo o tráfego de peões ou veículos que circulem sobre as estruturas, o vento, ou sismos de baixa intensidade, etc., com o intuito de identificar os seguintes parâmetros modais: frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais. A medição da resposta das estruturas habitualmente é feita utilizando os acelerómetros dispostos nos vários pontos das mesmas (ver Figura 3.3 b). Estes equipamentos serão descritos com maior detalhe mais a frente.

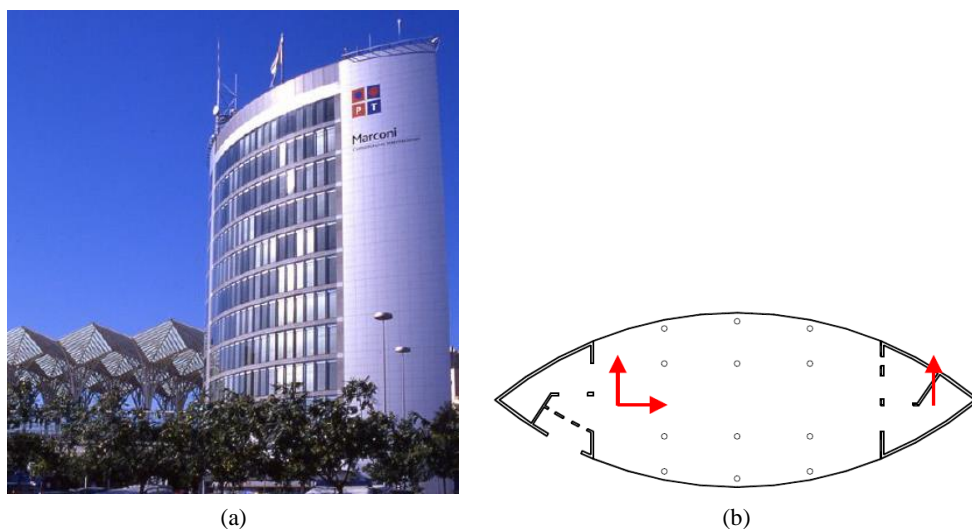


Figura 3.3 – Ensaios de vibração ambiental ao edifício da PT-Marconi de 16 pisos: a) vista exterior; b) disposição dos acelerómetros em planta (Mendes, Baptista, Silva, & Oliveira, 2004).

A utilização deste tipo de ensaios tem crescido nos últimos anos devido às suas vantagens económicas, à simplicidade de execução e à fiabilidade dos resultados obtidos, quando comparados com os ensaios de vibração forçada descritos anteriormente. Os ensaios de vibração ambiental permitem a identificação dos parâmetros modais de estruturas de grande porte de forma muito precisa (como é o caso por exemplo, a obtenção das características dos modos de vibração com frequências abaixo de 1 Hz) (Jorge Rodrigues, 2004), e sem qualquer interrupção do normal funcionamento das mesmas, dado que são as próprias ações decorrentes desse funcionamento que constituem as fontes de excitação dinâmica que induzem as respostas que são medidas.

Os ensaios de vibração ambiental constituem uma importante ferramenta aplicável em diversas áreas e/ou processos no domínio da engenharia civil (ver Figura 3.4).

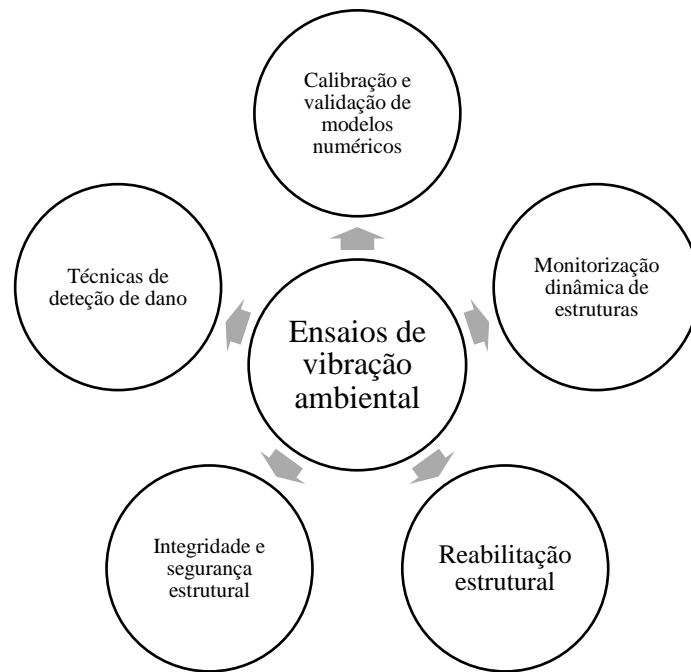


Figura 3.4 – Aplicabilidade dos ensaios de vibração ambiental.

Estes ensaios são reconhecidos como uma ferramenta bastante útil para a caracterização experimental do comportamento dinâmico das estruturas, fornecendo informação que possibilita o ajuste entre os parâmetros modais calculados numericamente e os identificados a partir das séries de aceleração medidas nas estruturas, que é um dos objetivos deste trabalho.

No contexto de monitorização dinâmica estrutural, fornecem informação experimental que permite a criação de uma base de dados sobre o comportamento dinâmico das estruturas. No entanto, começa a ser corrente monitorizar de forma contínua a resposta das estruturas com maior importância social e económica. A existência de procedimentos que possibilitam a identificação das características dinâmicas de estruturas através da sua resposta, alarga as potencialidades destes sistemas de monitorização contínua, pois é possível, a partir da enorme quantidade de informação recolhida, estimar, a todo o momento, os parâmetros modais da estrutura e a partir destes avaliar a sua “saúde” estrutural (Magalhães et al., 2005) (ver Figura 3.5).

Relativamente à reabilitação estrutural, estes ensaios permitem obter informação útil para a avaliação de processos de deterioração que podem afetar os principais parâmetros modais de uma estrutura (Mendes, 2010), enquanto que no âmbito da integridade e segurança estrutural, permitem ajudar a aferir o atual estado da estrutura.

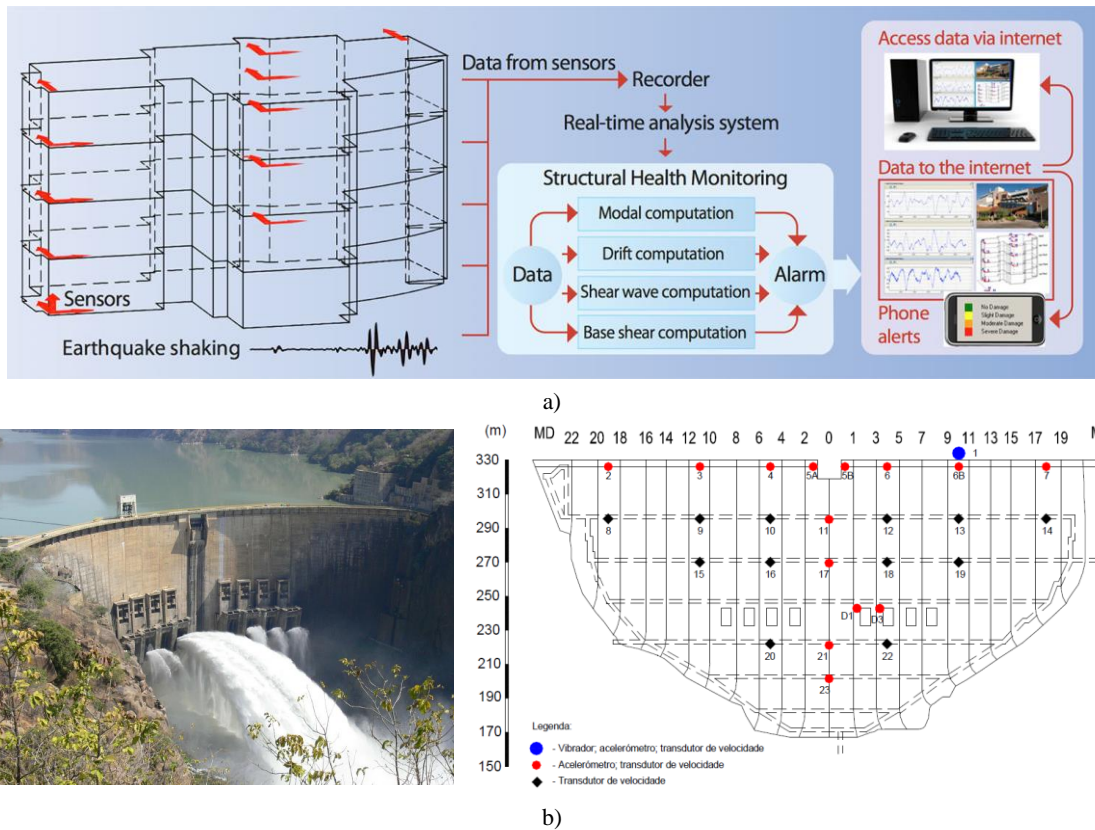


Figura 3.5 – Monitorização permanente de estruturas de engenharia civil: a) edifício de betão armado (Doshi, 2014); b) barragens de betão armado (Gomes & Carvalho, 2014).

3.3 Preparação e execução de ensaios de vibração ambiental

Como se vem referindo, a obtenção de informação experimental é fundamental para caracterizar o comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil e avaliar a sua segurança estrutural, através da medição de acelerações a partir das quais se podem identificar os principais parâmetros da resposta dinâmica. Portanto, a obtenção de bons resultados faz com que seja adotada uma metodologia de trabalho que tenha em consideração diversos aspectos, que vão desde a preparação dos ensaios de vibração ambiental até à interpretação de resultados.

Referem-se alguns aspectos importantes na preparação destes tipos de ensaios: recomenda-se a utilização de transdutores com boa sensibilidade e sistemas de aquisição de dados com boa resolução que garantam uma adequada caracterização experimental, pelo que nalgumas situações as respostas induzidas pelas ações ambiente podem ter amplitudes muito baixas; deve-se ter em conta alguns cuidados pelo que estes serão em função dos objetivos que se pretendem atingir, e também ter em atenção das metodologias de identificação.

É de salientar que o sucesso da realização deste tipo de ensaio advém em grande parte de um importante trabalho prévio de preparação e planeamento dos mesmos, sendo importante sistematizar procedimentos para a sua realização. Por exemplo, os aparelhos devem ser criteriosamente selecionados, localizados e instalados, envolvendo por vezes a contribuição de especialistas de diversas áreas para além da Engenharia Civil (Mendes, 2010), permitindo assim boas estimativas dos parâmetros modais da estrutura.

Assim, descrevem-se de seguida as características de diversos tipos de equipamentos, nomeadamente os transdutores que podem ser utilizados na medição da resposta em acelerações das estruturas, bem como os cuidados a ter em conta no planeamento e preparação dos ensaios.

3.3.1 Tipos de equipamentos e sistemas de aquisição dados

Na avaliação experimental através dos ensaios de vibração ambiental, a resposta dos sistemas estruturais é registada através de equipamentos denominados por transdutores. Estes transdutores têm como função transformar uma grandeza física (usualmente aceleração) num sinal elétrico proporcional a essa grandeza.

No fim da cadeia medição da resposta da estrutura (identificação experimental), estão os sistemas de armazenamento da informação que consistem em sistemas de aquisição de dados com conversão analógica/digital, ou seja, estes sistemas têm a tarefa de transformar os sinais analógicos provenientes dos transdutores em sinais digitais, sendo posteriormente guardados em unidades de armazenamento de um portátil. No caso de transformarem as oscilações provocadas por vibrações em acelerações chamam-se acelerómetros.

Os transdutores que se apresentam neste trabalho serão apenas acelerómetros, uma vez que foi o tipo de transdutor utilizado na realização de ensaios de vibração ambiental.

3.3.1.1 Acelerómetros

Os acelerómetros existentes para a realização dos ensaios de vibração ambiental são: acelerómetros piezoelétricos e acelerómetros do tipo *force balance*.

Os acelerómetros piezoelétricos baseiam-se na propriedade que alguns cristais apresentam de, quando sujeitas a uma deformação, gerarem cargas elétricas proporcionais a essa deformação (Jorge Rodrigues, 2004). Assim, apresentam-se na Tabela 3.1 as

características de alguns acelerómetros, e na Tabela 3.2 os equipamentos de aquisição de dados compatíveis.

Tabela 3.1 – Características de alguns acelerómetros piezoelétricos.




Equipamento	Características
	<p>Marca: PCB PIEZOTRONICS (www.pcb.com)</p> <p>Modelo: 333B50 (uniaxial)</p> <p>Sensibilidade: 1000 mV/g</p> <p>Resposta dinâmica: 0,5 até 3000 Hz</p>
	<p>Marca: PCB PIEZOTRONICS (www.pcb.com)</p> <p>Modelo: 356A17 (triaxial)</p> <p>Sensibilidade: 500 mV/g</p> <p>Resposta dinâmica: 0,5 até 3000 Hz</p>
	<p>Marca: Endevco (https://endevco.com)</p> <p>Modelo: 86 seismic IEPE (uniaxial)</p> <p>Sensibilidade: 1000 mV/g</p> <p>Resposta dinâmica: 0,01 até 100 Hz</p>
	<p>Marca: PCB PIEZOTRONICS (www.pcb.com)</p> <p>Modelo: 45A Triaxial TEDS IEPE (uniaxial)</p> <p>Sensibilidade: 1000 mV/g</p> <p>Resposta dinâmica: 0,5 até 6000 Hz</p>

Tabela 3.2 – Características de alguns equipamentos para aquisição de sinais de aceleração compatível com acelerómetros piezoelétricos.

Equipamento	Características
	<p>Marca: Oros (www.oros.com)</p> <p>Modelo: OR34, OR35, OR36, OR38, Mobi-Pack</p> <p>Número de canais de medição: 4 a 1000 canais</p>
	<p>Marca: Oros (www.bksv.com)</p> <p>Modelo: Lan-XI</p> <p>Número de canais de medição: 2 a 1000 canais</p>

Os acelerómetros do tipo *force balance* são constituídos por uma massa e por um mecanismo servo que controla a posição dessa massa que, quando sujeita a uma aceleração tende mover-se havendo um elemento sensível que deteta esse movimento e dá origem a um sinal de erro no ciclo servo, criando um fluxo de corrente numa bobina que gera uma força magnética que equilibra a força induzida pela aceleração na massa (Jorge Rodrigues, 2004), (ver Tabela 3.3 e Tabela 3.4).

Tabela 3.3 – Características de alguns acelerómetros do tipo *force balance*.

Equipamento	Características
	<p>Marca: Kinemetrics (www.kinemetrics.com)</p> <p>Modelo: EpiSensor Es-U2 (uniaxial)</p> <p>Gama de amplitudes: $\pm 0,25g$, $\pm 0,5g$, $\pm 0,1g$, $\pm 0,2g$ ou $\pm 4g$</p> <p>Gama dinâmica: < 155 dB</p> <p>Resposta dinâmica: DC até 200 Hz</p>
	<p>Marca: Kinemetrics (www.kinemetrics.com)</p> <p>Modelo: EpiSensor Es-T (triaxial)</p> <p>Gama de amplitudes: $\pm 0,25g$, $\pm 0,5g$, $\pm 0,1g$, $\pm 0,2g$ ou $\pm 4g$</p> <p>Gama dinâmica: < 155 dB</p> <p>Resposta dinâmica: DC até 200 Hz</p>
	<p>Marca: Kinemetrics (www.kinemetrics.com)</p> <p>Modelo: FBA-3 (triaxial)</p> <p>Gama de amplitudes: $\pm 0,1g$</p> <p>Gama dinâmica: < 100 dB</p> <p>Resposta dinâmica: DC até 50 Hz</p>
	<p>Marca: Guralp (www.guralp.com)</p> <p>Modelo: 5U (uniaxial)</p> <p>Gama de amplitudes: $\pm 0,1g$, $\pm 0,5g$, $\pm 0,1g$, $\pm 0,2g$</p> <p>Gama dinâmica: < 127 dB</p> <p>Resposta dinâmica: DC até 100 Hz</p>
	<p>Marca: Guralp (www.guralp.com)</p> <p>Modelo: 5TDE</p> <p>Gama de amplitudes: $\pm 0,2g$</p> <p>Gama dinâmica: > 147 dB a 0,1 Hz, > 151 dB a 1 Hz,</p> <p>Resposta dinâmica: DC até 100 Hz</p>

Tabela 3.4 – Características de alguns equipamentos para aquisição de sinais de aceleração compatível com acelerómetros do tipo *force balance*.

Equipamento	Características
	<p>Marca: Kinemetrics (www.kinemetrics.com)</p> <p>Modelo: Quanterra Q330</p> <p>Resolução de placa ADC: 32 Bits</p> <p>Memória: 32 MB</p> <p>Transdutores: família kinemetrics</p>
	<p>Marca: Kinemetrics (www.kinemetrics.com)</p> <p>Modelo: Etna 2</p> <p>Resolução de placa ADC: 24 Bits</p> <p>Memória: Cartão interna de 32 GB</p> <p>Transdutores: família kinemetrics</p>
	<p>Marca: Geosig (www.geosig.com)</p> <p>Modelo: GMS Plus 6</p> <p>Resolução de placa ADC: 24 Bits</p> <p>Memória: Cartão interna de 128 GB</p> <p>Transdutores: família geosig</p>

Importa referir que para efetuar a medição da resposta das estruturas de engenharia civil às ações ambiente, os equipamentos devem ter uma boa sensibilidade que permita medir movimentos de baixa amplitude vibração, e também devem ter uma resposta em frequência adequada para a gama de frequências em que se encontram os principais modos de vibração. Sendo que os acelerómetros do tipo “force balance” são os que têm as características mais adequadas para concretizar esse propósito.

3.3.2 Planeamento de ensaios de vibração ambiental

Quando se pretende realizar um estudo de identificação modal de uma estrutura de engenharia civil com base em ensaios de vibração ambiental, deve ser feito um rigoroso planeamento, incluindo a definição dos objetivos e do modelo preliminar da estrutura. Pode também ser útil realizar uma visita preliminar à estrutura com vista a analisar as condições existentes, por forma a definir o posicionamento final dos sensores e passagem dos cabos no processo de instrumentação.

Modelo preliminar de elementos finitos

É usual desenvolver-se um modelo numérico preliminar da estrutura com o objetivo de aferir os valores das frequências naturais e a configuração dos principais modos de vibração, com intuito de ajudar a definir o valor a utilizar como frequência de amostragem, o número de pontos a instrumentar, bem como a localização de pontos a medir, permitindo assim, garantir que as frequências naturais e as formas dos modos de interesse sejam convenientemente caracterizadas com os ensaios a realizar.

Número de pontos a instrumentar

Como se referiu anteriormente, o número de pontos a instrumentar e sua localização numa estrutura depende de como se pretende identificar a forma dos modos de vibração (Mendes, 2010). Se o número de pontos a instrumentar for compatível com o número de sensores disponíveis, então o ensaio é realizado de uma só vez, ou seja, numa só fase⁴, o qual consiste na medição simultânea em todos os pontos para uma determinada excitação (ver Figura 3.6 a). Porém, o número de pontos a instrumentar pode ser superior ao número de sensores disponíveis, como é o caso de grandes estruturas, pelo que nestas situações, recorre-se a metodologias de ensaios baseadas em várias fases de ensaio, ou seja por fases (ver Figura 3.6 b). Nestas circunstâncias, os sensores podem ou não permanecer na mesma posição durante as várias fases de ensaio: os que permanecem sempre na mesma posição designam-se como sensores de referência, enquanto que os restantes que mudam de posição são designados por sensores volantes.

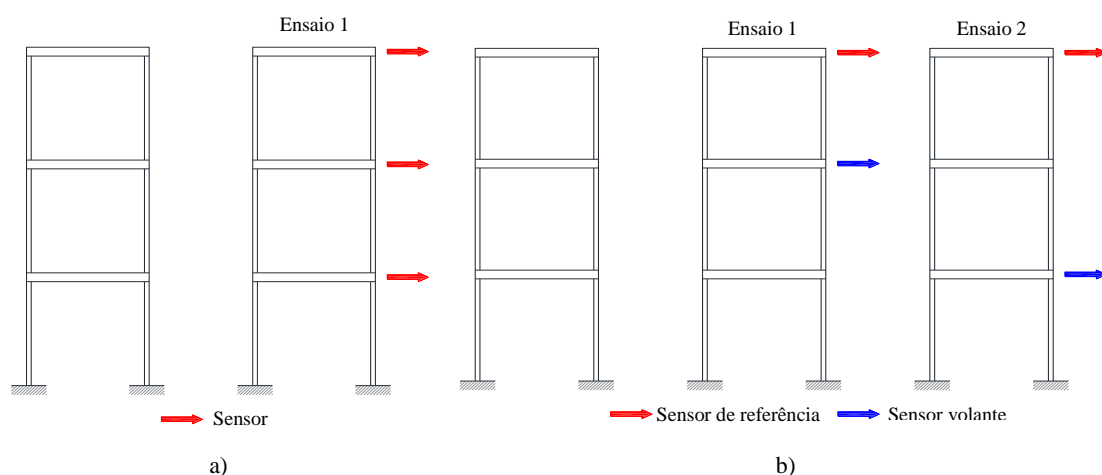


Figura 3.6 – Exemplo de técnica de ensaio realizado: a) numa única fase; b) em várias fases (adaptado de (Jorge Rodrigues, 2004)).

⁴ São colocados sensores ao longo de toda estrutura para uma determinada vibração, seja forçada, livre ou ambiental, dado que os dados são lidos no mesmo instante em todos os sensores.

No que diz respeito aos sensores de referência é de salientar que se deve evitar colocá-los em posições correspondentes a nodos⁵ dos modos de vibração das estruturas.

3.3.3 Pré-análise das séries temporais de aceleração

A avaliação experimental de uma determinada grandeza física, pode ser desvirtuada pela ocorrência de erros na fase de aquisição e processamento de sinal, ou também por perturbações oriundas de fontes exteriores ao sistema estrutural analisado (Mendes & Oliveira, 2008). Neste contexto, é usual efetuar uma pré-análise das séries temporais de aceleração, que se concretiza em duas fases: a inspeção visual e o pré-processamento das séries.

Procede-se à inspeção visual com o objetivo de detetar um conjunto de aspectos tais como (Brincker, Ventura, & Andersen, 2001; Horyna & Ventura, 2000):

- i. Eventos físicos as histórias de aceleração;
- ii. Existência de ruído instrumental excessivo ou ruído intermitente;
- iii. Existência de “contaminação” eletromagnética;
- iv. Existência de quebras no sinal;
- v. Existência de medições erráticas (um ou mais valores);
- vi. Existências de ruído digital excessivo.

Se porventura forem detetadas alguns desses aspectos, procede-se neste caso a um pré-processamento da informação experimental, por forma a atenuá-los ou eliminá-los, recorrendo-se à utilização de filtros⁶. Os filtros consistem num elemento condicionador de sinal, seletivo em frequência, que consoante as suas características deixa passar ou atenua uma banda de frequências (Mendes & Oliveira, 2008).

Importa referir um outro especto importante da aplicação de filtros, que é a remoção de tendências designadas de *off-se* que existem nos sinais. Esta tendência deve-se à não estabilização completa do sensor durante o intervalo de observação, pelo é conveniente eliminá-la, pois a sua existência introduz algumas perturbações durante a fase de processamento.

Existem três tipos de filtros ideais:

⁵ Nodos são posições nas estruturas em que os deslocamentos modais possam ser nulos.

⁶ A operação de filtragem pode ser efetuada através de duas vias: quer por via analógica que se baseia na implementação de um conjunto de circuitos electrónicos, e quer por via digital que se baseia nas implementações numéricas.

- i. Passa-baixo: consiste num filtro que elimina toda a banda de frequência acima de uma determinada frequência de corte, deixando passar todas as frequências abaixo da mesma;

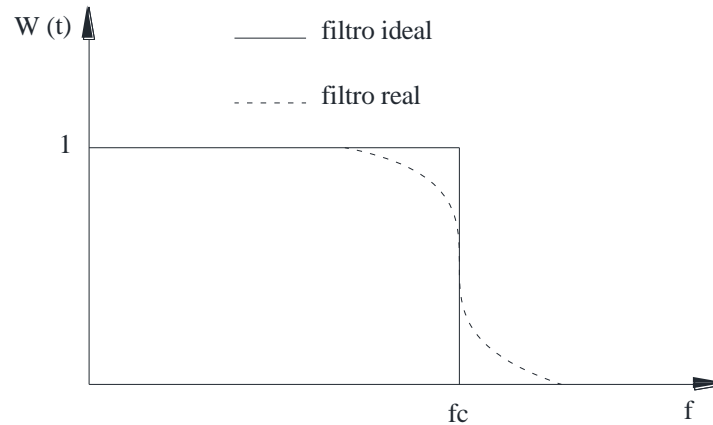


Figura 3.7 – Aplicabilidade dos ensaios de vibração ambiental.

- ii. Passa-alto: trata-se de um filtro que elimina toda a gama de frequência abaixo da frequência de corte, deixando passar todas as frequências acima da mesma;

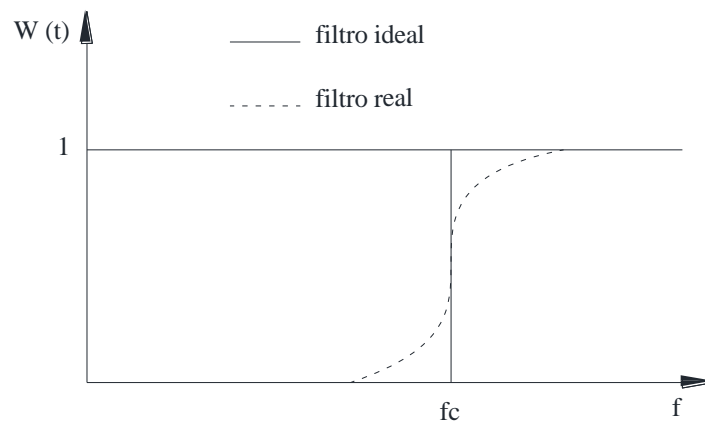


Figura 3.8 – Aplicabilidade dos ensaios de vibração ambiental.

- iii. Passa-banda: ocorre da associação em série dos outros dois filtros anteriores, ou seja, a sua utilização tem por objetivo eliminar a banda de frequências fora do intervalo definido pelas duas frequências de corte.

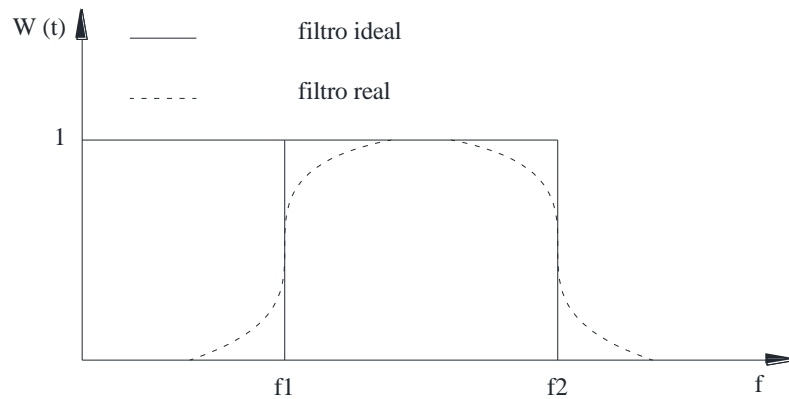


Figura 3.9 – Aplicabilidade dos ensaios de vibração ambiental.

3.3.4 Processamento das séries temporais de aceleração

Após uma breve introdução sobre o pré-processamento da informação obtida experimentalmente e atendendo que no capítulo 4 são abordados os métodos de identificação modal, é oportuno discutir alguns dos erros decorrentes do processo referente à caracterização do conteúdo espectral associado a uma determinada grandeza física, provenientes quer do processo de medição, quer da aplicação das técnicas de processamento de sinal. Assim, nesta secção descrevem-se os erros mais comuns mostrando a importância da utilização de janelas de dados.

3.3.4.1 Erros

i. Erros de carácter estatístico

Os erros de carácter estatístico derivam da instabilidade estatística da estimativa do conteúdo espectral. A forma de os reduzir baseia-se no recurso a mais operações de média do conjunto, obtendo-se assim espectros mais alisados que conduz a uma aproximação aos valores mais expectáveis.

ii. Erros por sobreposição: Aliasing errors

Estes erros surgem devido ao facto de os sinais se encontrarem discretizados e manifestam-se pelo aparecimento de energia associada a frequências superiores à frequência de Nyquist. A única maneira de conseguir eliminar os erros por sobreposição, consiste na colocação de um filtro analógico, designado por filtro *anti-aliasing* que elimine o contributo de todas as frequências acima da frequência de Nyquist (Mendes & Oliveira, 2008).

iii. Erros por efeitos de escorregamentos: *Leakage effect*

Estes erros estão associados ao carácter finito das séries temporais, tendo como consequência a distribuição da energia associada a uma determinada frequência por uma banda de frequência adjacentes a esta. Para atenuar o seu efeito, usualmente recorre-se à aplicação de “janelas de dados”.

3.3.4.2 *Janela de dados*

As janelas de dados ao serem aplicadas às séries temporais introduzem nelas valores de zero no início e no fim do registo, para que o sinal possua um número inteiro de ciclos, minimizando o efeito de *leakage* (Caetano, 1992). Também permite a obtenção de espectros de amplitudes nos quais os picos ficam ligeiramente mais aguçados e os vales entre eles ficam mais profundos, melhorando assim, o conteúdo em frequência dos resultados obtidos.

Existem diversos tipos de janelas de dados, verificando-se da sua aplicação que alguma poderão ter uma maior utilidade do que outras. Descrevem-se de seguida algumas janelas de dados mais conhecidas.

i. Janela de dados de Bartlett

Esta janela de dados ou janela triangular, sugere uma transição mais suave que evita o designado fenómeno de Gibbs (ver Figura 3.10). É definida através da seguinte expressão:

$$\omega(n) = \begin{cases} \frac{2n}{M}, & 0 \leq n \leq \frac{M}{2} \\ 2 - \frac{2n}{M}, & \frac{M}{2} \leq n \leq M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.1)$$

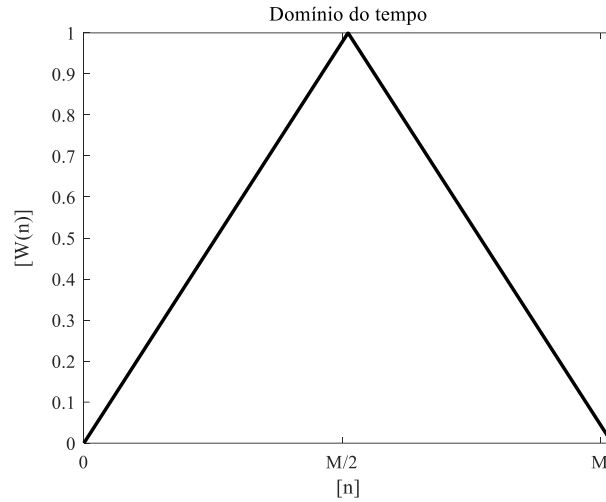


Figura 3.10 – Janela de dados de Bartlett.

ii. Janela de dados de Hanning

A janela de dados de Hanning é composta por ondas do tipo cossenoidal (ver Figura 3.11).

Baseia-se na utilização a seguinte expressão:

$$\omega(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left[\frac{2\pi n}{M} \right] \right], & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.2)$$

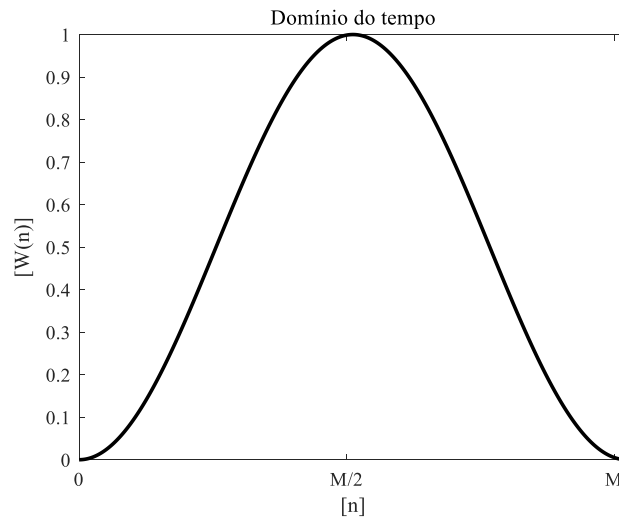


Figura 3.11 – Janela de dados de Hanning.

iii. Janela de dados de Hamming

É uma das janelas mais utilizadas tratando-se de uma versão melhorada da janela de Hanning (apresentam formas semelhantes) (ver Figura 3.12). É dada através da seguinte equação:

$$\omega(n) = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cos \left[\frac{2\pi n}{M} \right], & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.3)$$

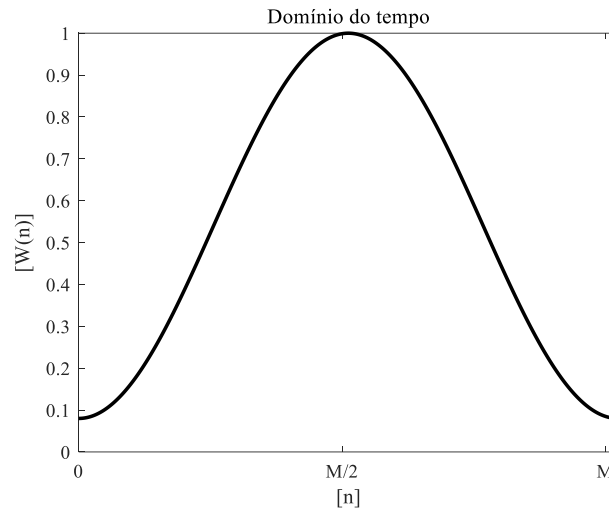


Figura 3.12 – Janela de dado de Hamming.

3.4 Considerações finais

Ao longo deste capítulo foram descritos os diversos tipos de ensaios de caracterização dinâmica de estruturas, nomeadamente os ensaios de vibração forçada, os ensaios de vibração livre e os ensaios de vibração ambiental, abordando-se mais pormenorizadamente os procedimentos a adotar na realização destes últimos.

Descreveram-se os vários tipos de equipamentos que podem ser utilizados na medição da resposta das estruturas de engenharia civil utilizando ensaios de vibração ambiental. Da mesma forma, abordaram-se diversas questões relacionadas com planeamento desse tipo de ensaios.

Por fim, apresentaram-se ainda os principais procedimentos de pré-processamento e processamento que é necessário aplicar aos registos de resposta obtidos experimentalmente, de maneira a otimizar o processo de identificação modal que se apresenta no capítulo 4.

4

Identificação Modal

4.1 Considerações iniciais

A identificação modal tem como objetivo identificar as características dinâmicas (frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais) de uma estrutura a partir da medição da resposta estrutural ao longo do tempo sob ações dinâmicas, ou seja, a partir de dados experimentais. A identificação experimental dos parâmetros modais das estruturas pode ser realizada por duas vias: relacionando a resposta estrutural medida com a correspondente excitação induzida artificialmente, ou analisando apenas a resposta da estrutura, assumindo que excitação é do tipo ambiental com características de ruído branco (Brincker, Zhang, Ventura, & Andersen, 2001). Neste capítulo é descrito um dos métodos da identificação modal no domínio da frequência que permite identificar os parâmetros modais a partir de dados experimentais (histórias de acelerações).

Os métodos de identificação modal em que a excitação não é conhecida, normalmente designados por métodos de identificação modal estocásticos têm sido utilizados para caracterizar o comportamento dinâmico de grandes e pequenas obras de engenharia civil, com base em resultados de ensaios de vibração em que não há controle sobre as forças de excitação nem é possível conhecê-las/medi-las, o que leva a que o processo referente à identificação modal assente na hipótese de que as forças de excitação sejam consideradas como um processo estocástico gaussiano de tipo ruído branco com média nula, pelo que

designação identificação modal estocástica advém precisamente dessa hipótese (Mendes, 2010; Jorge Rodrigues, 2004).

Dos métodos de identificação modal distinguem-se dois grandes grupos: aqueles que se baseiam em estimativas espectrais da resposta da estrutura, ou seja, métodos baseados no domínio da frequência, e aqueles que se baseiam nas séries temporais da resposta da estrutura, ou seja, métodos baseados no domínio do tempo.

No presente capítulo são apresentados apenas os primeiros métodos, sendo descrito o processo utilizado na obtenção das funções de densidade espectral de potência da resposta, a partir do qual se desenvolvem os métodos mais relevantes no domínio da frequência: o método básico no domínio da frequência (BFD – *Basic Frequency Domain*); o método de decomposição no domínio da frequência (FDD – *Frequency Domain Decomposition*) e a versão melhorada do método de decomposição no domínio da frequência (EFDD). Ao longo deste capítulo apenas é abordado o método básico no domínio da frequência (BFD). A descrição deste método será acompanhada por resultados obtidos a partir de rotinas desenvolvidas em *MatLab*, aplicadas ao processamento das respostas (histórias de acelerações) geradas para o edifício de três pisos apresentado no capítulo 2.

4.2 Métodos no domínio da frequência

Também designados por métodos não paramétricos, nestes métodos as séries de respostas medidas em diferentes pontos dos sistemas estruturais são analisadas e relacionadas entre si tendo por base a sua transformação para o domínio da frequência através do algoritmo da transformação rápida de Fourier – FFT (*Fast Fourier Transform*). Estes métodos assentam no facto de a simples decomposição em ondas sinusoidais pela técnica de Fourier de um registo/história de acelerações, medido num determinado ponto de uma estrutura, permite identificar os valores de frequência dos principais modos de vibração desde que as características da excitação sejam do tipo de um ruído branco (Rodrigues, 2004; Mendes, 2010).

O processo envolvendo a comparação da resposta dinâmica em vários pontos é normalmente automatizado através da matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta, pelo que, se começa por apresentar na seção seguinte o algoritmo para obter a sua estimativa a partir das séries temporais.

4.2.1 Estimativa das funções de densidade espectral de potência da resposta

Após o processamento das séries temporais de aceleração, utilizando o algoritmo da FFT, o seu resultado é organizado numa matriz, designada por matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta (DEP – Densidade Espectral de Potência). Os elementos que constituem a diagonal principal desta matriz são denominados de auto-espectros da resposta medida no grau de liberdade i , enquanto que os restantes elementos fora da diagonal principal são geralmente denominados de espectros cruzados, que relacionam a resposta medida no grau de liberdade i com a resposta no grau de liberdade j . É utilizada a seguinte expressão:

$$S_{ij} = \frac{X_i^*(\omega_n) \cdot X_j(\omega_n)}{T}, \quad i, j=1, 2, \dots, NPI \text{ e } n=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (5.1)$$

Dado que as séries temporais observadas têm uma duração finita onde o seu valor é medido em instantes temporais afastados de Δt , é possível obter as estimativas dos espectros, que se obtém com base no produto do conjugado da transformada discreta de Fourier $X_i^*(\omega_n)$ no grau de liberdade instrumentado i , pela transformada discreta de Fourier $X_j(\omega_n)$ no grau de liberdade j . Na expressão anterior $T = N \cdot \Delta t$, sendo N o número total de pontos adquiridos por amostra.

Exemplo 5.1 – Matriz das funções de densidade espectral de potência (DEP) da resposta em aceleração do modelo físico da estrutura do edifício de três pisos.

Tendo em conta as histórias de acelerações geradas ao nível dos três pisos do modelo em análise (ver Figura 2.18), avaliam-se as estimativas de amplitude da matriz de funções de densidade de resposta em aceleração de acordo com a expressão (5.1). Considerou-se uma amostra de 5 minutos (300 s) representadas por 60001 pontos, utilizando uma frequência de amostragem de 200 Hz.

Na Figura 4.1 apresentam-se as estimativas da amplitude da matriz de funções de densidade espectral da resposta em aceleração, representada por uma amostra de 60001 pontos, com uma duração de 5 minutos. Trata-se de estimativas muito rugosas, pois utilizam uma grande resolução em frequência (janelas com 60001 pontos para representar 200 Hz), mas permite uma correta avaliação das frequências através dos picos.

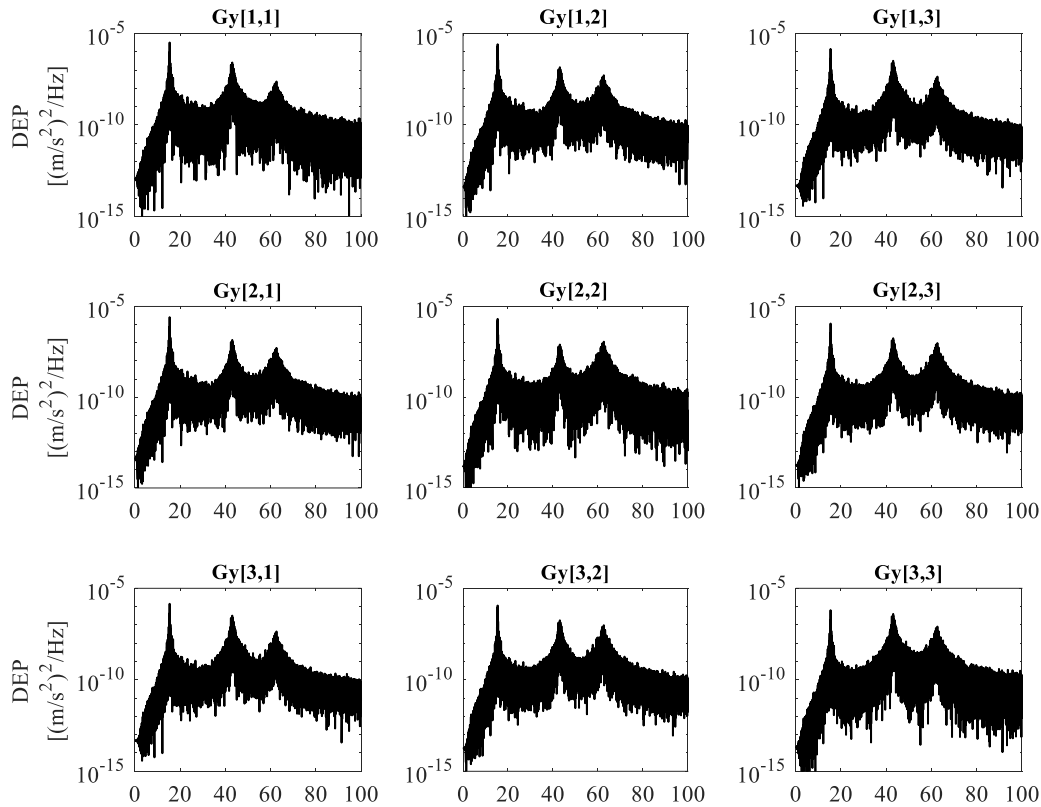


Figura 4.1 – Estimativa das funções de densidade de potência da resposta em aceleração obtida para o exemplo do edifício de 3 pisos: matriz das amplitudes considerando uma amostra com 60001 pontos.

Verifica-se que a estimativa espectral resultante apresenta uma elevada variância, devido ao facto de o seu cálculo se basear numa só série temporal discretizada com duração finita. Portanto existe a possibilidade de reduzir essa variância, dividindo a série temporal em segmentos mais curtos e, efetuar posteriormente a média das estimativas espectrais simples dos segmentos, o que permite obter uma estimativa alisada (*smoothed*) da função de densidade espectral:

$$\tilde{S}_{ij}(\omega_n) = \frac{1}{n_d} \sum_{m=1}^{n_d} \left[\frac{X_i^*(\omega_n) \cdot X_j(\omega_n)}{T_d} \right]_m, \quad i,j=1,2,\dots,NPI \text{ e } n=0,1,2,\dots,N-1$$

Na equação anterior n_d corresponde ao número total de segmentos utilizados, enquanto que T_d corresponde ao comprimento associado a cada segmento. Desta forma, considerando uma sobreposição de 2/3 obtém-se um número total 173 segmentos independentes ($n_d = 173$) com uma duração de 5,12 segundos e $T_d = 1024$.

Importa referir que a adoção deste procedimento (segmentos pequenos) possibilita um agravamento dos erros por escorregamento (*leakage*), ou seja, quanto mais curtos são os segmentos maior é o efeito deste tipo de erros. Este tipo de erro pode ser atenuado através da aplicação de janelas de dados a cada um dos segmentos (por exemplo janelas de Hanning), podendo a estimativa espectral ser escrita agora na seguinte forma:

$$\tilde{S}_{ij}(\omega_n) = \frac{1}{n_d} \sum_{m=1}^{n_d} \left[\frac{X_i^*(\omega_n) \cdot X_j(\omega_n)}{T_d \cdot \sum_{k=0}^{N-1} |W_k|^2} \right]_{\text{m}}, \quad i,j=1,2,\dots,NPI \text{ e } n=0,1,2,\dots,N-1$$

O procedimento utilizado para estimar as funções de densidade espectral com base em séries temporais divididas em segmentos, consiste na aplicação de uma janela de dados a cada segmento, na aplicação da FFT a cada segmento e na realização de médias, sendo esta sequência de conhecida como procedimento de Welch (1967). Ilustra-se na Figura 4.2 um dos segmentos, antes e depois da aplicação da janela de dados, neste caso, a janela de Hanning.

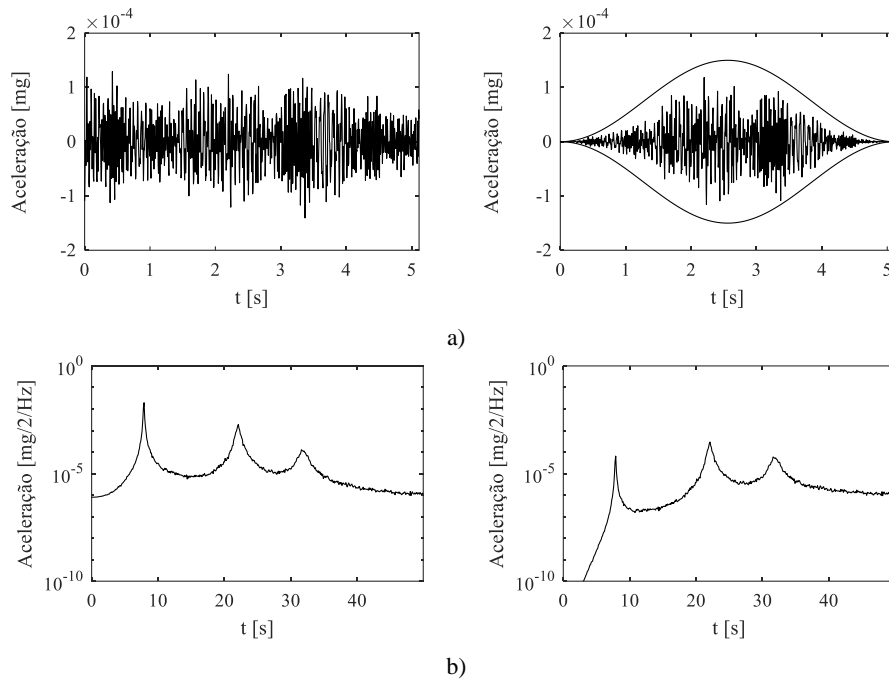


Figura 4.2 – Representação de um segmento para o modelo de três pisos em estudo: a) sem a aplicação da janela de Hanning; b) com a aplicação da janela de Hanning.

Atendendo ao comprimento total da amostra inicial, ao comprimento adotado para as amostras independentes e também à sobreposição utilizada, apresenta-se na Figura 4.3 o formato compacto da matriz completa das estimativas das funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração, a qual será utilizada como elemento de base para aplicação do método básico no domínio da frequência – BFD.

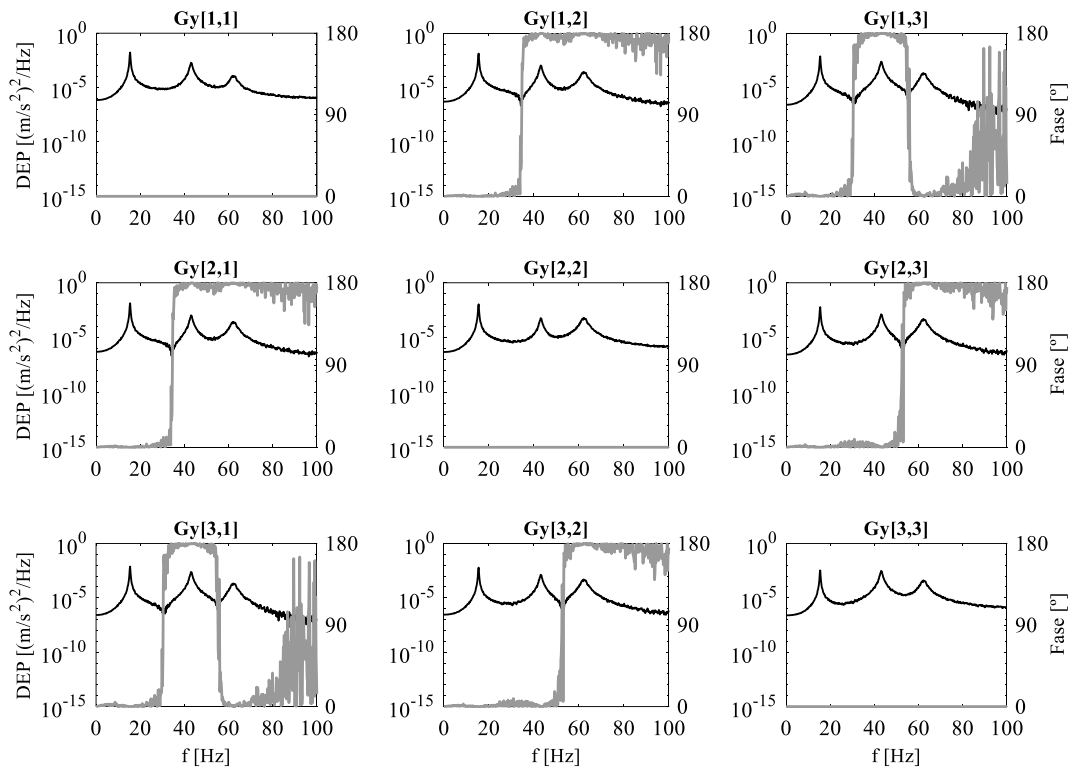


Figura 4.3 – Estimativa das funções de densidade de potência da resposta em aceleração obtida para o exemplo do edifício de 3 pisos: matriz completa das amplitudes e das fases considerando uma média de 173 amostras independentes.

Ao analisar a Figura 4.3 e comparando-a com a Figura 4.1, é possível verificar que existe uma diminuição da rugosidade dos espectros, bem como uma diminuição da amplitude dos picos de ressonância. A diminuição da rugosidade permite uma melhor clarificação do andamento do conteúdo espectral.

Após a descrição dos conceitos anteriores associados à matriz das funções de densidade espectral, será abordado nas seguintes secções o já mencionado método básico no domínio da frequência – BFD.

4.2.2 Método básico no domínio da frequência

O método básico no domínio da frequência (*Basic Frequency Domain* – BFD), ou método da seleção dos picos (*Peak Picking* – PP) é o método de identificação modal estocástica mais utilizado no domínio da avaliação experimental dos parâmetros dinâmicos de estruturas de engenharia civil, pois proporciona bons resultados e uma boa interpretação física.

Este método foi utilizado pela primeira vez em 1964 por Crawford e Ward, consistia num processo para a avaliação das frequências naturais de vibração de um edifício de 19 pisos a partir da análise dos auto-espectros de registos de velocidades obtidos em ensaios de vibração ambiental. Todavia, vários outros autores utilizaram o mesmo processo para

avaliar as frequências naturais das estruturas, pelo que sob ponto de vista da apresentação dos fundamentos deste método (BFD) refere-se Bendat e Piersol (1993). No entanto, deve-se a Felber (1993) o trabalho de desenvolvimento deste método numa forma mais sistematizada onde permitiu a sua automatização através de programas de análise e de visualização gráfica das configurações modais identificadas (Jorge Rodrigues, 2004).

O método BFD baseia-se na seguinte hipótese: as ações ambientais são consideradas como um processo estocástico gaussiano de ruído branco com média nula, pelo que nestas condições, as funções de densidade espectral da resposta apresentam uma concentração energética, que se manifesta sob a forma de picos nas suas frequências naturais de vibração. No caso de estruturas que apresentam modos de vibração com frequências bem separadas, a sua resposta é condicionada pela contribuição dos modos ressonantes. Esta hipótese baseia-se nos modelos de 1 GL, uma vez que assumindo a sua validade, é possível simular o comportamento dinâmico de uma estrutura na vizinhança das suas frequências de ressonância através de modelos de 1 GL com base na frequência natural e no coeficiente de amortecimento modal do modo ressonante.

De seguida são descritos e justificados os principais procedimentos deste método referente ao modelo de três pisos, utilizando rotinas desenvolvidas em *MatLab*.

4.2.2.1 Identificação das frequências: espectro normalizado médio

A realização dos ensaios de vibração ambiental (para caracterização experimental do comportamento dinâmico de uma estrutura), exige a medição da sua resposta em vários graus de liberdade. A análise espectral pode não ser suficiente para identificar todas as frequências de ressonância da estrutura, podendo o grau de liberdade escolhido coincidir com o nodo de alguns modos de vibração, o que não possibilita a identificação das frequências associadas a esses modos. Esta tarefa torna-se extremamente trabalhosa, pelo que, por forma a sintetizar/compactar toda essa informação recorre-se à utilização de espectros normalizados médios ANPSD – *Average Normalized Power Spectral Density*, que são calculados com base nos auto-espectros através de:

- i. Normalização dos auto-espectros (NPSD), dividindo as estimativas dos auto-espectros pela soma das suas N ordenadas:

$$\text{NPSD}_i(\omega_n) = \frac{\tilde{S}_{ii}(\omega_n)}{\sum_{n=ii}^{N_p} \tilde{S}_{ii}(\omega_n)} \quad (5.2)$$

- ii. Cálculo da média dos auto-espectros normalizados (ANPSD), que correspondem a todos os pontos instrumentados:

$$\text{ANPSD}(\omega_n) = \frac{1}{n_{\text{GL}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{GL}}} \text{NPSD}_i \quad (5.3)$$

A determinação do ANPSD permite a sintetização da informação contida nos vários auto-espectros, resultando da média de todos esses auto-espectros. Assim, o ANPSD evidencia os picos de ressonância que se verificam em todos os auto-espectros, permitindo a identificação das frequências naturais, as quais estão associadas aos modos globais de vibração da estrutura.

Exemplo 5.2: Identificação das frequências naturais a partir do espectro normalizado médio.

Para concretizar os conceitos apresentados anteriormente, retoma-se o exemplo referente ao modelo do edifício de três pisos, apresentando-se na Figura 4.4 os três auto-espectros normalizados (NPSD) calculados a partir das séries temporais geradas sob a excitação do tipo ruído branco, e na Figura 4.5 o auto-espectro normalizado médio (ANPSD).

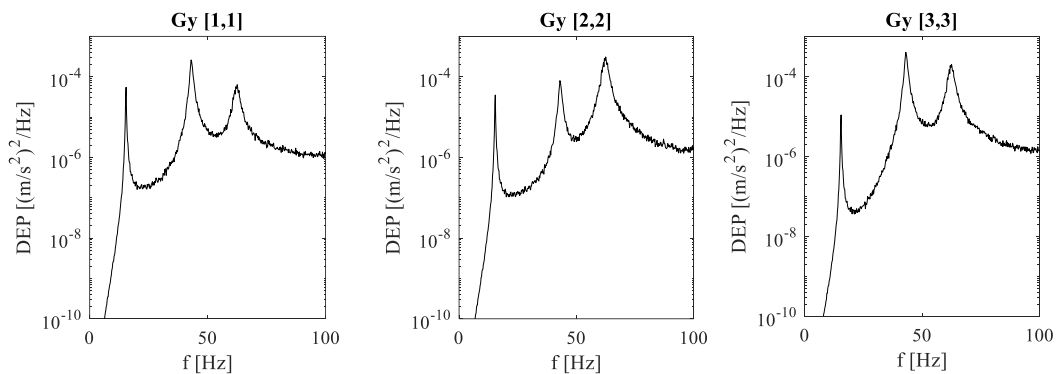


Figura 4.4 – Auto-espectros normalizados.

Analisando a Figura 4.4 verifica-se que nenhum dos pontos instrumentados se encontra sobre qualquer nodo dos modos de vibração, pelo que é possível identificar todas as frequências naturais da estrutura.

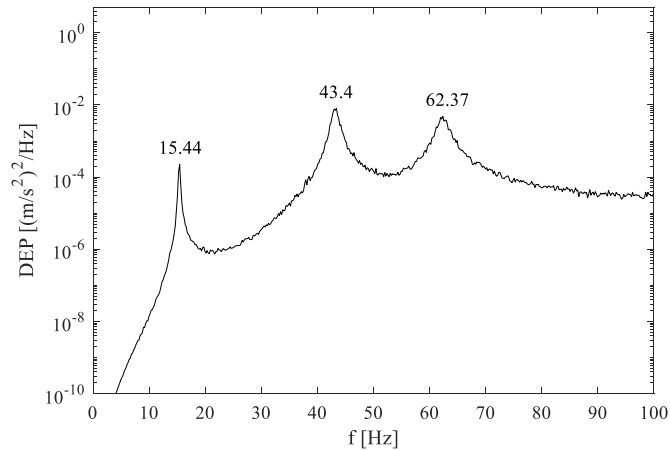


Figura 4.5 – Espectro normalizado médio.

Os picos contidos no ANPSD ajudam na identificação das frequências naturais da estrutura, portanto é possível estabelecer uma comparação com as frequências teóricas para facilitar a interpretação dos resultados (ver Tabela 4-1).

Tabela 4-1: Frequências naturais teóricas e identificadas através do espectro normalizado médio.

Frequências teóricas (Hz)	Frequências identificadas ANPSD (Hz)	Erro (%)
15,37	15,44	0,46
43,07	43,40	0,76
62,23	62,37	0,22

Será necessário agora confirmar, se estes picos correspondem a modos globais da estrutura. Portanto, essa confirmação é feita tendo em consideração a informação disponibilizada através do cálculo das funções de coerência descritas na secção seguinte.

4.2.2.2 Funções de coerência

As funções de coerência são de extrema importância, pois possibilitam distinguir entre os picos identificados nas funções de densidade espectral, aqueles que correspondem efetivamente a modos de vibração das estruturas. Estas funções fornecem informações úteis sobre o grau de linearidade entre os sinais de resposta e também podem ser utilizadas para avaliar o nível de ruído das medições efetuadas (Mendes & Oliveira, 2008).

A estimativa das funções de coerência entre dois sinais de resposta varia entre 0 e 1 ao longo de todo o domínio da frequência $[0, f_N]$. Se os valores de coerência estiverem próximos da unidade mostram que existe uma elevada relação de linearidade entre os dois

sinais, por outro lado, se estiverem próximos de zero indicam níveis de ruído elevados. Esta estimativa é determinada utilizando a seguinte expressão:

$$\gamma_{ij}^2(\omega) = \frac{|\tilde{S}_{ij}(\omega_m)|^2}{\tilde{S}_{ii}(\omega_m) \cdot \tilde{S}_{jj}(\omega_m)} \quad (5.4)$$

Exemplo 5.3: Funções de coerência associado ao modelo físico da estrutura do edifício de três pisos.

Recorrendo às funções de densidade espectral previamente calculadas para o exemplo do modelo do edifício de três pisos, apresenta-se na Figura 4.6 as referidas estimativas das funções de coerência:

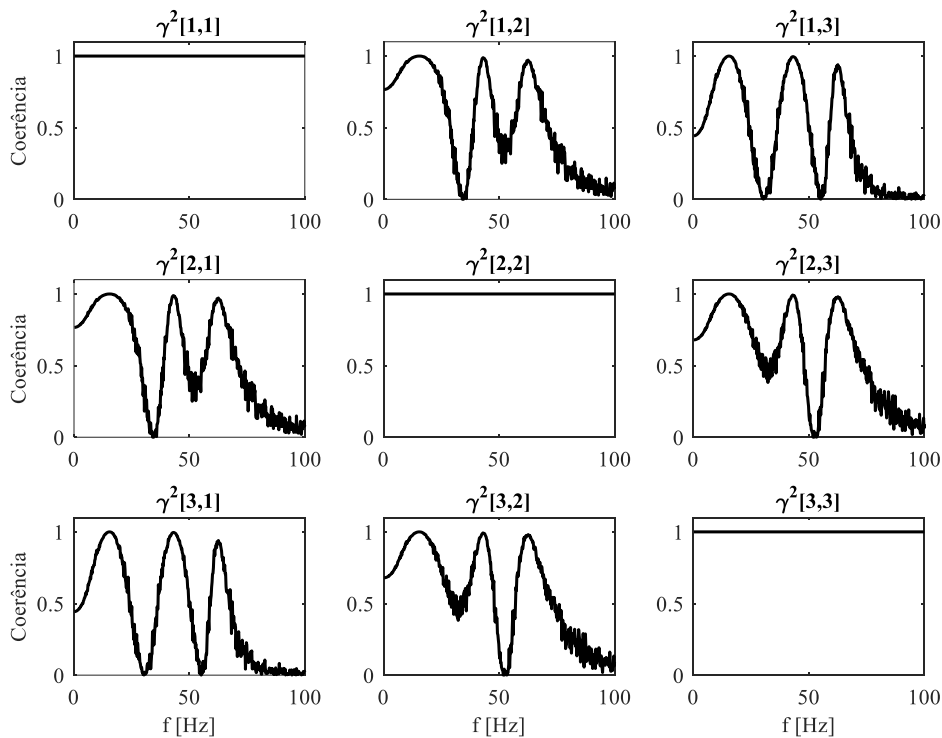


Figura 4.6 – Estimativas das funções de coerência do modelo plano do edifício de três pisos.

As funções de coerências apresentadas na figura anterior estão sob a forma de matriz, pelo que correspondem à relação de uma série consigo própria, ou seja, os elementos da diagonal principal apresentam sempre um valor unitário. Nos elementos fora da diagonal principal as funções de coerência assumem valores muito próximos da unidade em bandas de frequência próximas das frequências dos modos de vibração identificados no espectro normalizado médio (ANPSD). Isto indica que nessas frequências existe uma elevada relação de linearidade entre as séries, confirmando a existência de modos de vibração globais da estrutura.

4.2.2.3 Avaliação das configurações modais

Deve-se ter em conta alguns aspectos que possibilitam a boa aplicação do processo de identificação das configurações modais a partir dos dados experimentais (Mendes & Oliveira, 2008):

- i. os modos de vibração obtidos por esta via podem não coincidir exatamente com os modos de vibração teóricos, pelo que estes últimos representam a configuração deformada que a estrutura assume quando excitada por um harmónico puro;
- ii. no caso de existirem modos de vibração cujas frequências naturais são próximas, os modos de deformação operacionais são uma combinação dos modos de vibração respetivos;
- iii. para sistemas estruturais sujeitos a forças de excitação com características de ruído branco, com frequências bem separadas e valores de coeficientes de amortecimentos modais pequenos.

Na avaliação das configurações modais considera-se um dos pontos instrumentados como referência, pelo que essa escolha deverá ser cuidada de modo a evitar pontos sobre os nodos dos modos de vibração. Depois da escolha desse ponto, divide-se todos os elementos de uma matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta, pelo elemento considerado como referência, para o intervalo $[0, f_N]$. Assim, obtém-se uma função designada de função de transferência ou FRF de transmissibilidade entre qualquer ponto j e o ponto de referência ref , sendo dada pela expressão seguinte:

$$T_{j,ref} = \frac{\tilde{S}_{j,ref}(\omega)}{\tilde{S}_{ref,ref}(\omega)} \quad (5.5)$$

No entanto, os modos de vibração obtidos resultam da relação entre as respostas observadas em diferentes graus de liberdade das estruturas, sendo usual designar estes modos por modos de deformação operacionais, pelo que não resultam do ajuste de um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico da estrutura.

Atendendo que os espectros cruzados são funções complexas, então do quociente entre um qualquer elemento de uma qualquer coluna e os restantes elementos, resultarão igualmente funções complexas (Mendes & Oliveira, 2008).

Para uma dada frequência, a amplitude corresponde à amplitude do modo de vibração e, caso sejam expectáveis apenas modos reais, a fase ou é 0° ou 180° . Na avaliação das

configurações modais, a fase indica o sentido a dar às amplitudes, ou seja, quando a fase é 0° significa que a amplitude tem o sentido igual ao da referência, por outro lado, quando é 180° a amplitude tem sentido oposto ao da referência.

Exemplo 5.4: Avaliação das configurações modais através das funções de transferência para o modelo físico da estrutura do edifício de três pisos.

Tendo em conta os conceitos apresentados anteriormente e tendo por base a matriz das funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração apresentada na Figura 4.3, apresenta-se agora na Figura 4.7 a matriz das FRF de transmissibilidade.

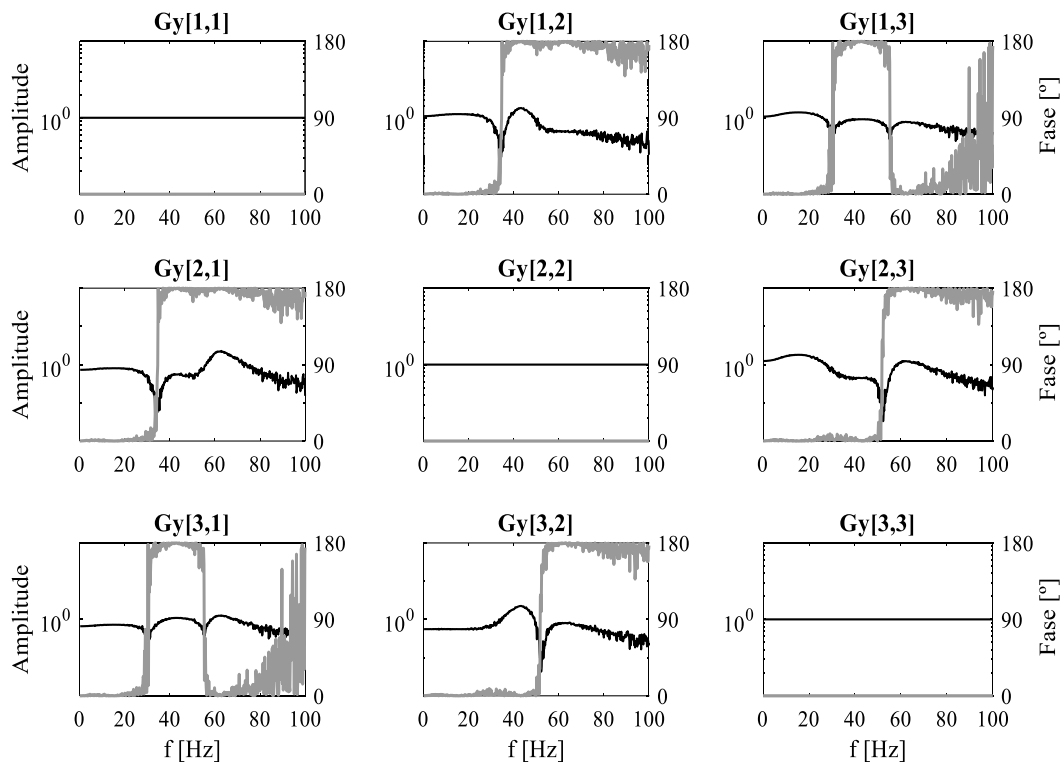


Figura 4.7 – Estimativas das funções de transferência do modelo plano do edifício de três pisos.

Assim, apresenta-se na Figura 4.8 as configurações modais avaliadas com base nas funções de transferência (ver Figura 4.7) considerando uma escala adequada.

MAC > 0.9). Deste modo, as frequências que ficam de fora da zona onde o coeficiente MAC tem um valor superior a esse limite, considera-se um valor de zero, no entanto, quanto menor for o valor limite considerado para o coeficiente MAC, maior será o número de valores singulares que fazem parte da função de densidade espectral do sistema de 1 GL. É de salientar que deve ser analisado caso a caso, a escolha do valor limite do coeficiente MAC a considerar, por forma a que função de densidade espectral seja claramente dominada pelo vetor modal que se verifica na ressonância.

Exemplo 5.5: Comparação das configurações modais através do coeficiente MAC.

Tendo em conta as componentes modais obtidas no **Exemplo 5.4**, calculou-se a matriz de coeficiente MAC (ver equação (5.6)), cujo objetivo é a comparação entre as configurações modais. Recorreu-se às rotinas desenvolvidas em *MatLab* obtendo-se os seguintes resultados:

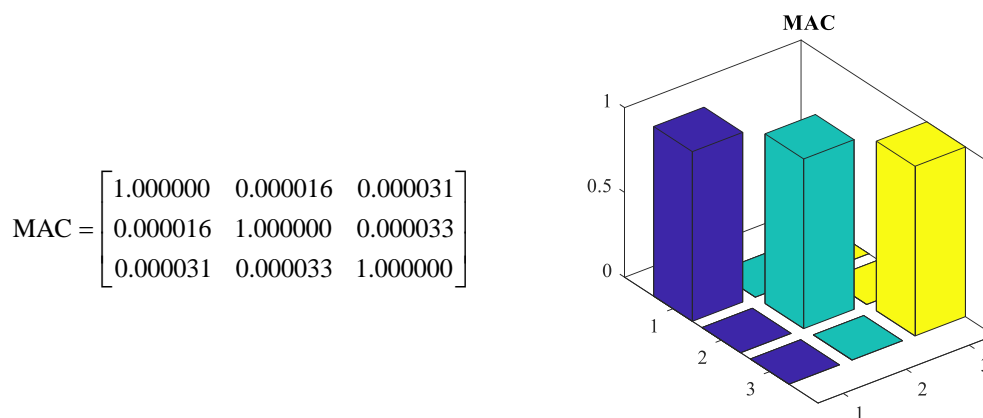


Figura 4.9 – Matriz e representação dos coeficientes MAC.

Pode-se verificar que os elementos da diagonal principal dessa matriz apresentam valores unitários, permitindo desta forma uma boa correlação entre as referidas componentes modais.

4.3 Considerações finais

Neste capítulo apresentou-se uma perspectiva sobre a identificação modal estocástica baseada na apresentação do método BFD, tendo-se apresentado, para este método, uma descrição sucinta sobre as suas metodologias teóricas e os seus principais procedimentos práticos de implementação, os quais foram demonstrados através da apresentação de resultados obtidos a partir de rotinas desenvolvidas em *MatLab*.

Os resultados apresentados neste capítulo resultaram da análise das séries temporais de aceleração obtidas no capítulo 2. Atendendo que essas séries temporais de aceleração

foram geradas numericamente os resultados que se obtiveram neste capítulo encontram-se em perfeita concordância, nomeadamente em termos das frequências naturais e dos respetivos modos de vibração.

5

Utilização de BIM na Modelação Estrutural

5.1 Considerações iniciais

O aparecimento dos computadores desempenhou um papel vital na indústria da arquitetura, engenharia e construção (AEC). A constante evolução das tecnologias informáticas alterou o modo de trabalho nesta indústria, por exemplo o aparecimento do desenho assistido por computador (CAD – *Computer-Aided Design*) permitiu novas ferramentas e metodologias de trabalho. Atualmente a indústria AEC encontra-se perante mudanças e novos desafios relevantes, o que permitiu uma revolução nos métodos de trabalhos tradicionais, pelo que esses métodos de gestão da construção já não conseguem acompanhar as novas exigências da indústria da AEC.

Os novos desafios devem-se ao aumento da complexidade dos projetos, à aplicação de práticas sustentáveis, à melhoria e aumento da produtividade, à eficiência económica, às preocupações energéticas e entre outros (Becerik-Gerber, Asce, & Kensek, 2010). Assim, por forma a melhorar esses processos, surge o conceito BIM (Building Information Modeling) que vem introduzir novas tecnologias na elaboração de projeto de estruturas e na produção da sua documentação, através da construção virtual (num formato digital) que apoia os arquitetos, os engenheiros e também os construtores a melhorarem e a planearem as suas construções e operações (Azhar, 2011; Lino, Azenha, & Lourenço,

2012). O BIM surge como uma ferramenta que possibilita a integração de toda informação referente a um dado projeto e de todos os intervenientes envolvidos, constituindo assim um dos desenvolvimentos mais promissores na AEC (Eastman, Teicholz, Sacks, & Liston, 2011).

Atendendo que um dos objetivos deste trabalho consiste na obtenção do modelo de cálculo estrutural em *SAP2000* a partir do modelo BIM, neste capítulo é feito um levantamento bibliográfico relativa à temática BIM, complementado por uma breve descrição de algumas noções que se consideram relevantes para o seu enquadramento: analisam-se os seus principais conceitos, a sua interoperabilidade e também a sua relação com projeto de estruturas. Apresenta-se um caso prático de âmbito exemplificativo, que consiste no desenvolvimento de um pequeno modelo físico da estrutura de um edifício com recurso a ferramenta de base BIM, nomeadamente o *Revit*, o qual permite testar a capacidade de cooperação com o programa de análise estrutural *SAP2000*.

5.2 Conceito BIM

O conceito BIM surge num artigo de Eastman pela primeira vez em 1975 sob a forma de *Building Description System* (Eastman, 1975), onde são apresentadas algumas ideias relacionadas com a realização de modelos de forma paramétrica, bem como a utilização de modelos tridimensionais para o desenvolvimento de desenhos e quantidades de matérias, aliadas a uma resolução automática de conflitos entre as diferentes especialidades neles inseridas. No entanto, o arquiteto e consultor da Autodesk Phil Bernstein foi o primeiro a usar o termo BIM em 2002 para descrever um desenho virtual, para gestão da construção e instalações. Mas foi o analista da indústria de construção Jerry Laiserin quem o popularizou (Vaillette, 2012).

Todavia, o conceito BIM foi evoluindo ao longo do tempo, podendo ser entendido como uma tecnologia de modelação digital das características físicas e funcionais de uma construção (NBIMS-US, 2015), onde permite a partilha de informação entre todos os intervenientes (nomeadamente entre a arquitetura, as especialidades, donos de obra etc.), que vai desde a fase de projeto, construção, manutenção até à demolição, com a possibilidade dinâmica de atualização durante todo o ciclo de vida de um edifício (ver Figura 5.1).

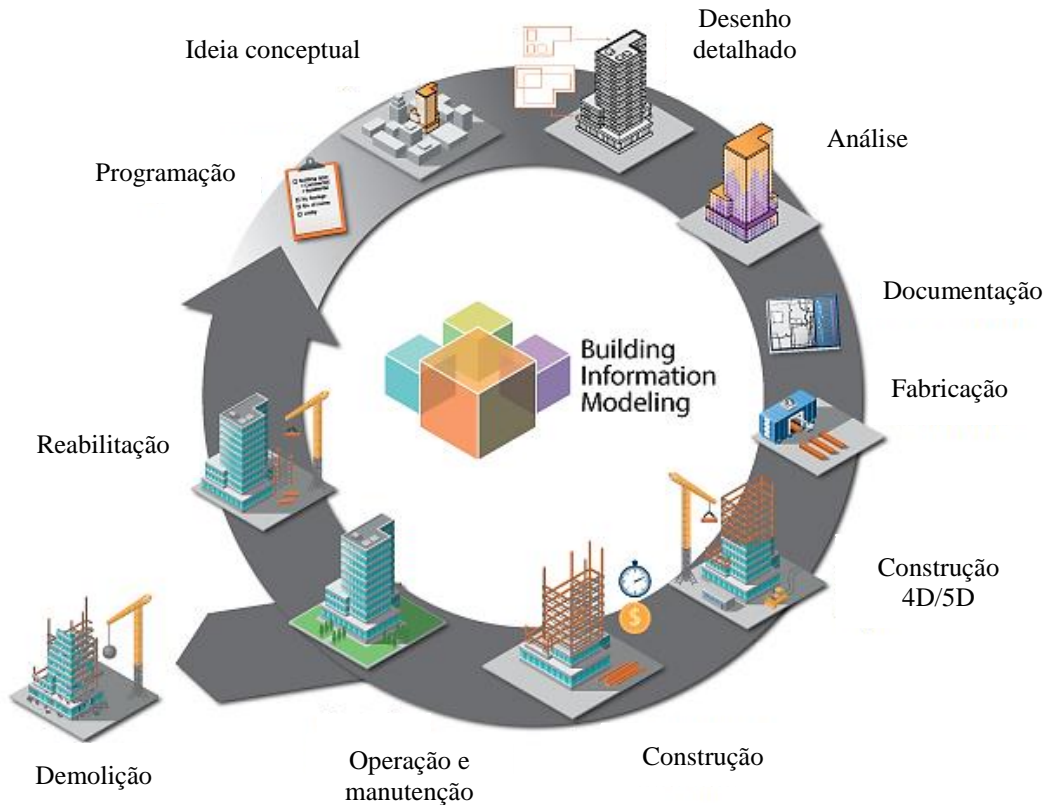


Figura 5.1 – Ciclo de vida BIM (adaptado de Lloyd's Register, 2017).

O conceito BIM materializa-se também na existência de um modelo digital tridimensional acessível através de um software que permite a construção virtual de um edifício e algumas obras de engenharia civil. Nesse modelo de informação digital além de incluir dados sobre as características geométricas dos elementos que constitui o edifício, contém também propriedades e atributos, como por exemplo as propriedades mecânicas, prazo ou custo de construção.

5.3 Principais fundamentos do BIM

O BIM traduz-se numa nova forma de pensar ou de trabalhar, muito mais que o simples implementar de uma tecnologia. Esta metodologia simula a realidade da construção, através de um modelo que reúne informações inteligentes orientadas por objetos que fornecem uma representação digital paramétrica da edificação. O BIM também baseia-se na interoperabilidade suportada por ficheiros de padrão aberto, que visa a facilidade de coordenação entre os profissionais e as suas ferramentas de trabalho.

5.3.1 Modelação orientada por objetos

Devido à necessidade de criar um modelo representativo dos processos de construção, percebeu-se da importância em abandonar a representação de elementos através de linhas, formas e textos (técnicas tradicionais de CAD) e como alternativa, passar a representar um modelo como uma associação de elementos individuais através de uma modelação orientada por objetos – objetos “inteligentes”. Estes objetos contêm muito mais do que a mera informação sobre a sua representação geométrica: contêm um vasto leque de informação, tais como, características técnicas como as propriedades físicas e mecânicas, acústicas, térmicas, massa etc., informações sobre o posicionamento e localização espacial, informações do fabricante, faseamento construtivo, custo, entre outros. Isto é, atribui-se aos objetos significados que determinam o modo de interação destes numa estrutura racional dividida por especialidades (Tarrafa, 2012).

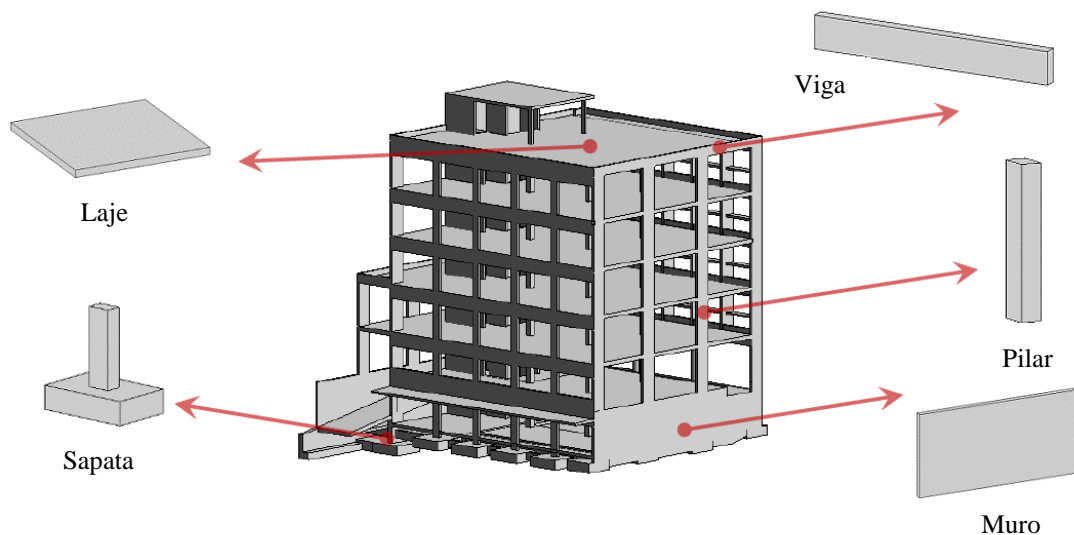


Figura 5.2 – Modelação orientada por objetos (NEWTON, 2012).

5.3.2 Modelação paramétrica

O conceito de objetos paramétricos/inteligentes além de ser fundamental para a compreensão da metodologia BIM, é também importante na medida em que permite a sua diferenciação em relação à modelação tradicional através de programas de CAD (Eastman et al., 2011). Pode-se afirmar, que é graças às relações paramétricas, que toda informação inserida se interliga possibilitando uma atualização em tempo real de todas as alterações feitas, evitando a propagação de erros e a duplicação de informação, quando comparado com os sistemas CAD (Rodas, 2015). Ou seja, qualquer alteração do modelo

é reproduzida de forma automática em todas as suas componentes gráficas ou não gráficas.

A modelação paramétrica baseia-se na representação de objetos através de parâmetros e de conjunto de regras que determinam a sua geometria e propriedades de relacionamento geométrico. Estas propriedades de relacionamento podem ser definidas como expressões que estipulam qual o tipo de relação entre objetos, o que permite a atualização automática da geometria de cada objeto sempre que sejam realizadas alterações no modelo 3D (Serra, 2015; Silveira, 2014). A título de exemplo, enquanto que na modelação tradicional CAD é necessário editar de uma forma manual toda a geometria de um elemento, num modelo paramétrico é ajustada automaticamente ao seu contexto baseada nas regras que o definem.

5.4 Interoperabilidade

A indústria de construção é caracterizada pela permanente troca de informação e de documentação entre os envolvidos num projeto de construção (arquitetos, engenheiros, consultores, empreiteiros, fornecedores, etc.). O ideal seria se todos os envolvidos usassem os mesmos softwares, mas tal não acontece, atendendo que cada envolvido usa o software que melhor se enquadra com os seus objetivos profissionais. No entanto, torna-se evidente que para haver uma correta permuta de informações, devem existir garantias de interoperabilidade entre softwares, permitindo transpor as barreiras que se opõem à comunicação. A interoperabilidade é definida como a capacidade de dois ou mais sistemas trocarem informação entre si (Rodas, 2015). Salienta-se que a interoperabilidade é um aspecto essencial no estabelecimento de metodologias BIM eficazes, caso seja necessária a comunicação entre entidades que usam diferentes plataformas tecnológicas.

A questão da interoperabilidade pode ser resolvida através de duas vias (Serra, 2015):

- i. Utilizando ligações diretas entre diferentes programas (p. ex. do tipo *plug-in*);
- ii. Estabelecendo ligações indiretas com base em formatos de dados utilizados especificamente para permitir a transferência de informação (p. ex. do tipo IFC – *Industry Foundation Classes*).

No âmbito deste trabalho, para o intercâmbio de informação entre os *softwares* utilizados (*Revit* e *SAP2000*), utilizou-se a ligação direta recorrendo a um *plug-in*, ou seja, uma

extensão interoperável entre os dois programas disponibilizada pela CSI (*Computers and Structures Inc*).

5.4.1 “*Plug-ins*”

Atualmente muitos softwares optam pelo desenvolvimento de *plug-ins* próprios, que permitam ultrapassar algumas das dificuldades da interoperabilidade (Antunes, 2017). Existem diversas formas de transferir informações de um projeto BIM modelado no *Revit* para o software de cálculo estrutural *SAP2000*, como já foi referido anteriormente.

Neste trabalho utilizou-se um *plug-in* disponibilizado pela Computers and Structures Inc, denominado por *CSIxRevit*⁷. O *CSIxRevit* é um *plug-in* que pode ser instalado no *Revit*, onde fornece um link direto (sob o formato EXR) que permite o intercâmbio de informações entre a autodesk *Revit* e os programas da CSI, tais como *SAP2000*, *ETABS* e *SAFE*. É uma ferramenta com grande potencial, suportando os seguintes processos (CSI, 2018):

- i. Exportação de um modelo *Revit* para criar ou atualizar um novo modelo em *SAP2000*, *ETABS* ou *SAFE*;
- ii. Importação de um modelo *SAP2000*, *ETABS* ou *SAFE* para criar ou atualizar um novo modelo *Revit*;

5.4.2 IFC – “*Industry Foundation Classes*”

Atendendo que existem várias plataformas no mercado da indústria AEC, houve a necessidade da criação de um modelo de base de dados aberto e estandardizado, nomeadamente a *Industry Foundation Classes* (IFC), o que permite a livre transferência de dados com as aplicações BIM (Laakso & Kiviniemi, 2012). Trata-se de um modelo desenvolvido pela buildingSMART desde 1997, o qual visa criar um padrão que permita a interoperabilidade de dados entre programas na área do BIM numa indústria da construção que é vista como distribuída e fragmentada dada as várias especialidades que a compõem (Pinho, 2013). Pode-se observar na Figura 5.3 a sua evolução ao longo do tempo.

⁷ CSIxRevit é um “plug-in” compatível com SAP2000 a partir da versão V17.

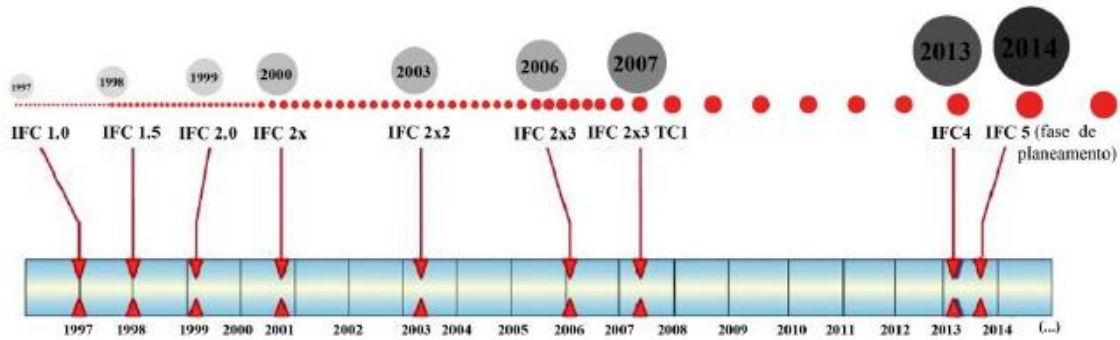


Figura 5.3 – Histórico do lançamento das várias versões do formato IFC (buildingSMART, 2014).

5.5 BIM e o projeto de estruturas

São evidentes as vantagens da utilização do BIM no contexto do projeto de estruturas. Os projetistas de estruturas começam a aperceber-se das potencialidades do BIM como uma ferramenta mais “interessante” e eficiente, uma vez que para eles, tão importante quanto o software de modelação BIM que escolherem, será a sua capacidade para comunicar de modo mais transparente possível, com o software de análise e dimensionamento estrutural que utilizam.




A introdução de dados num software de cálculo estrutural é um processo moroso, no entanto, o uso do BIM traz ao projeto de estruturas aumento da produtividade, na medida em que o modelo virtual estrutural permite a produção e atualização de cortes, alçados, plantas e pormenores de forma consistente e automática, diminuindo assim, significativamente o tempo necessário para essa fase de trabalho.

O modelo BIM serve também como base para apresentar o projeto e os resultados das análises estruturais de uma maneira partilhada com todos os outros intervenientes. Este único modelo serve, portanto, para a análise e a documentação, contribuindo para uma melhor coordenação entre os resultados na análise estrutural e o design, aumentando a consistência do próprio projeto. A possibilidade de criar simulações e diferentes casos estruturais ajuda a analisar a estrutura e à tomada de decisões em relação à mesma. A visualização tridimensional da estrutura pode servir como maneira de apresentar ideias e simplificar o processo de comunicação entre intervenientes (Antunes, 2017).

5.6 Plataformas e ferramentas BIM

A crescente competitividade e a necessidade de melhorar os processos de trabalho na indústria AEC levou ao desenvolvimento de várias aplicações BIM nos últimos anos. Apresenta-se na Tabela 5.1 os vários exemplos de plataformas BIM.

Tabela 5.1 – Alguns exemplos de plataformas BIM.

Empresa	Ferramenta BIM
 AUTODESK	<i>Revit</i> Robot Structural Nasvisworks
GRAPHISOFT <small>A NEMETSCHEK COMPANY</small>	ArchiCAD
 Tekla [®]	Tekla Structures
NEMETSCHEK GROUP	Allplan
 Bentley [®] <small>Advancing Infrastructure</small>	STAAD.pro Bentley RAM Structural System

Salienta-se que no âmbito do presente trabalho optou-se por recorrer ao software *Revit* para a modelação da estrutura estudo de caso, pelo que, como referido anteriormente é interoperável com o *SAP2000*, software utilizado para a realização da análise dinâmica do referido estudo de caso.

5.6.1 Revit

O *Revit* é um software desenvolvido pela empresa Autodesk que promove a aplicação BIM. Incorpora várias especialidades de projeto, tais como, *Revit Architecture* (para a modelação da arquitetura), *Revit MEP* (para instalações mecânicas, elétricas e hidráulicas) e o *Revit Structure* (para modelação da estrutura). Trata-se de um software onde os elementos modelados são paramétricos, contendo uma biblioteca de objetos designados normalmente por “famílias” e materiais que podem ser desenvolvidos pelo

utilizador ou adquiridos nas várias bibliotecas online existentes (p. ex. bimobject.com, revitcity.com, etc.). Este programa é interoperável com outras aplicações informáticas, uma vez que permite a exportação de dados sob formatos padrão (DWG, DXF, IFC) ou através de um *plug in* instalado.

O software escolhido para a modelação 3D foi o *Revit 2018*, por ser um software:

- i. Com capacidade de cooperação com outras aplicações informáticas relevantes ao projeto de estruturas, nomeadamente com o *SAP2000*;
- ii. De fácil manuseamento;
- iii. Licença livre para estudantes;
- iv. Apresentar livrarias e bibliotecas de objetos variadas;

Optou-se por escolher *Revit Structure* – módulo do *Revit* dedicado ao projeto de estruturas, o qual integra um modelo multimaterial geométrico e analítico. Enquanto que o modelo geométrico não é mais do que a modelação por objetos (característica de um modelo BIM), o modelo analítico é a representação 3D da engenharia estrutural de um modelo geométrico (sistema estrutural), que consiste nos componentes estruturais, geometrias, propriedades do material, graus de liberdade, cargas e combinações (ver Figura 5.4)

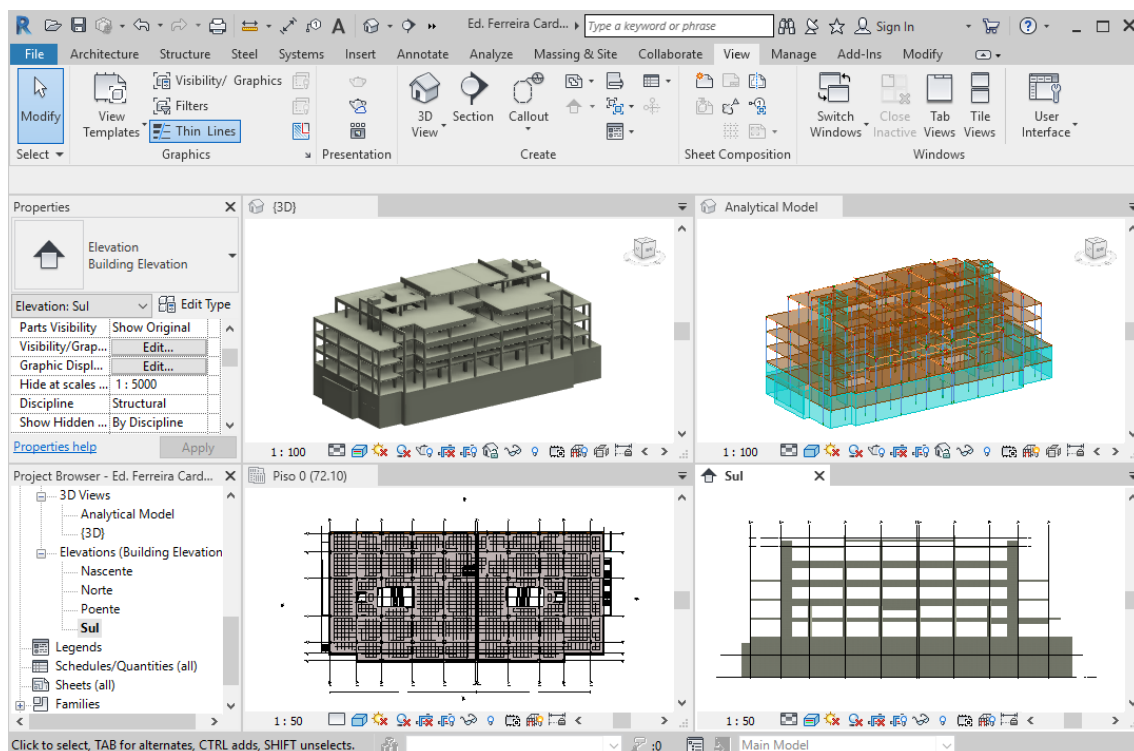


Figura 5.4 – Layout do *Revit*: modelo geométrico, modelo analítico e a respetiva planta e alçado.

5.7 Modelação BIM de estruturas

Após a apresentação da fundamentação teórica sobre a qual assenta o presente capítulo, pretende-se nesta secção introduzir o processo de modelação de uma forma simples recorrendo ao desenvolvimento de uma estrutura de carácter académica, servindo de exemplo de teste que permita potenciar a aprendizagem do *Revit Structure*. A metodologia utilizada para este processo e para o estudo de caso, obedece às etapas seguintes: modelo de estrutura de betão desenvolvido no *Revit*, exportação do referido modelo para o formato EXR, e por último a sua importação para o software de cálculo automático *SAP2000* (ver Figura 5.5).

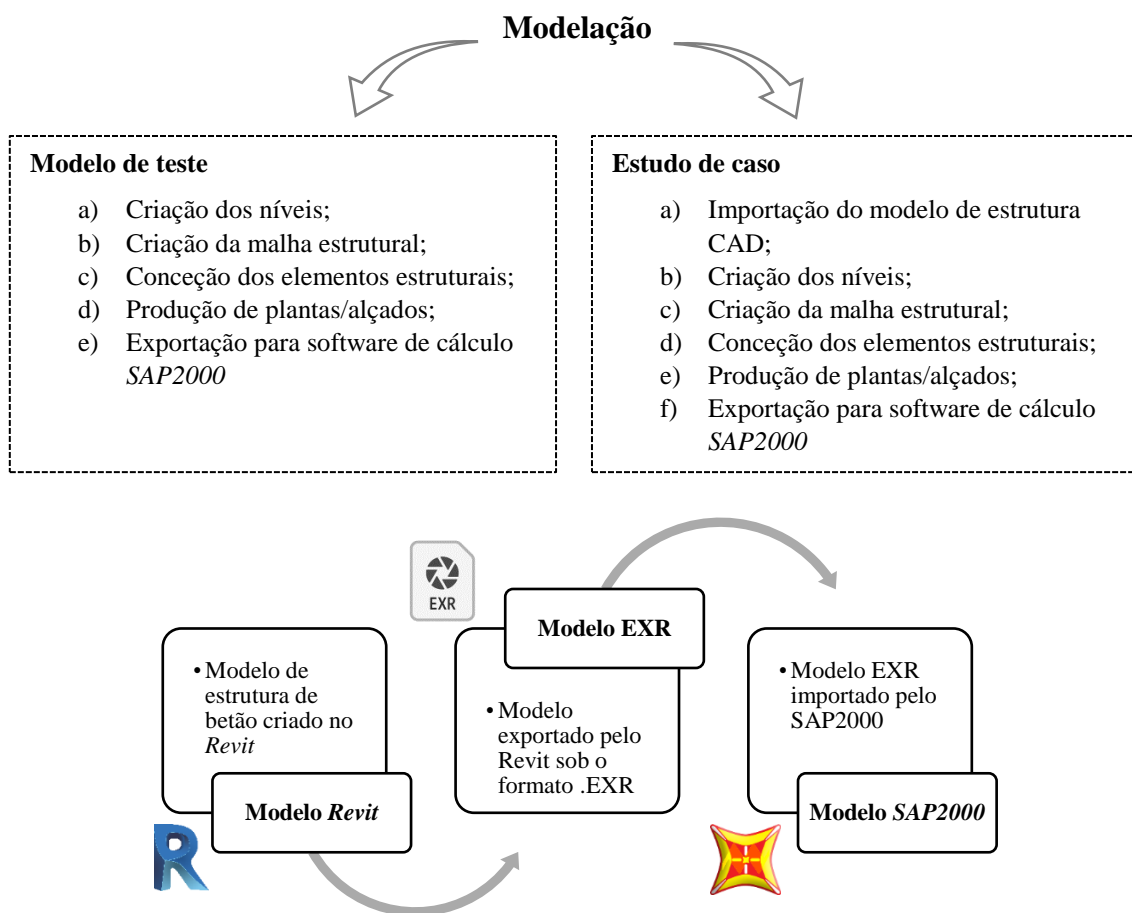


Figura 5.5 – Metodologia adotada para a modelação referente aos dois casos práticos.

5.7.1 Elaboração do modelo de teste

Procurou-se elaborar um modelo BIM de âmbito exemplificativo, facilmente interpretável e também de fácil exposição, correspondente a um modelo físico de um edifício de quatro pisos, apresentando uma definição geométrica puramente académica (ver Figura 5.7). Este modelo terá como objetivo fundamental explorar as potencialidades

do *Revit*, onde não só se adquirem e aprimoram as capacidades relativas ao funcionamento deste software, bem como a iniciação de compreensão da interoperabilidade entre o *Revit* e *SAP2000*.

No processo de modelação utilizou-se um *template*⁸ estrutural (que tem por base a definição de um conjunto de configurações que permitem a criação e a representação dos objetos paramétricos), de forma a incluir as características de interesse tais como, elementos estruturais, propriedades físicas e mecânicas etc. Relativamente às famílias de objetos, utilizaram-se sempre que possível as nativas do *Revit*, uma vez que estas são mais fidedignas e bem parametrizadas ao nível de informação e ao nível gráfico.

Os elementos estruturais estão disponíveis no menu *Structure* do *Revit*, para introdução automática através do seus respetivos componentes e comandos: pilares (*columns*), vigas (*beams*), lajes (*floors*), paredes (*walls*), etc. (ver Figura 5.6).

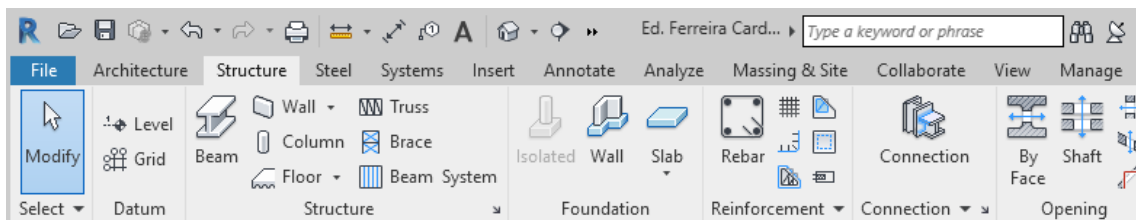


Figura 5.6 – Barra de ferramentas de modelação estrutural disponível no *Revit* Structure.

5.7.1.1 Geometria

O modelo proposto consiste numa estrutura “porticada”, cujo sistema estrutural é composto por pilares e lajes. A estrutura é constituída por quatro pisos, o pé direito é de três metros em todos os pisos e a espessura da laje de betão é de 0,15 metros (ver Figura 5.7).

5.7.1.2 Materiais

Os pisos são materializados por lajes de betão que são suportados por seis pilares metálicos, sendo estes constituídos por perfis de aço. Importa referir que o betão utilizado é do tipo C20/25 e o aço do tipo HE300B. A modelação em BIM por regra foi feita por objetos que possuem características quer geométricas, quer físicas, pelo que a estes objetos estão associados tipos de materiais e outros atributos.

⁸ *Template* é o ponto de partida quando se abre um novo projeto no Revit. O software contém templates base que devem ser escolhidos em função do tipo de modelo que se vai modelar.

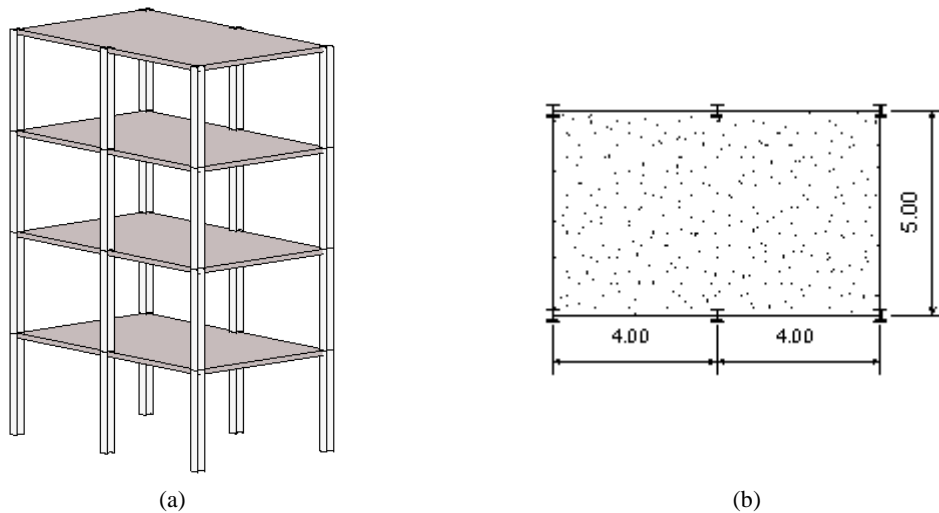


Figura 5.7 Esquema representativo do modelo do edifício de quatro pisos: a) perspectiva do modelo; b) planta tipo do edifício.

O *Revit* incorpora diferentes classes de resistência do betão à compressão de acordo com o (NP EN 1992-1-1, 2010). Ilustra-se na Figura 5.8 as características relativas à resistência à compressão do betão da classe C20/25 definido no *Revit*.

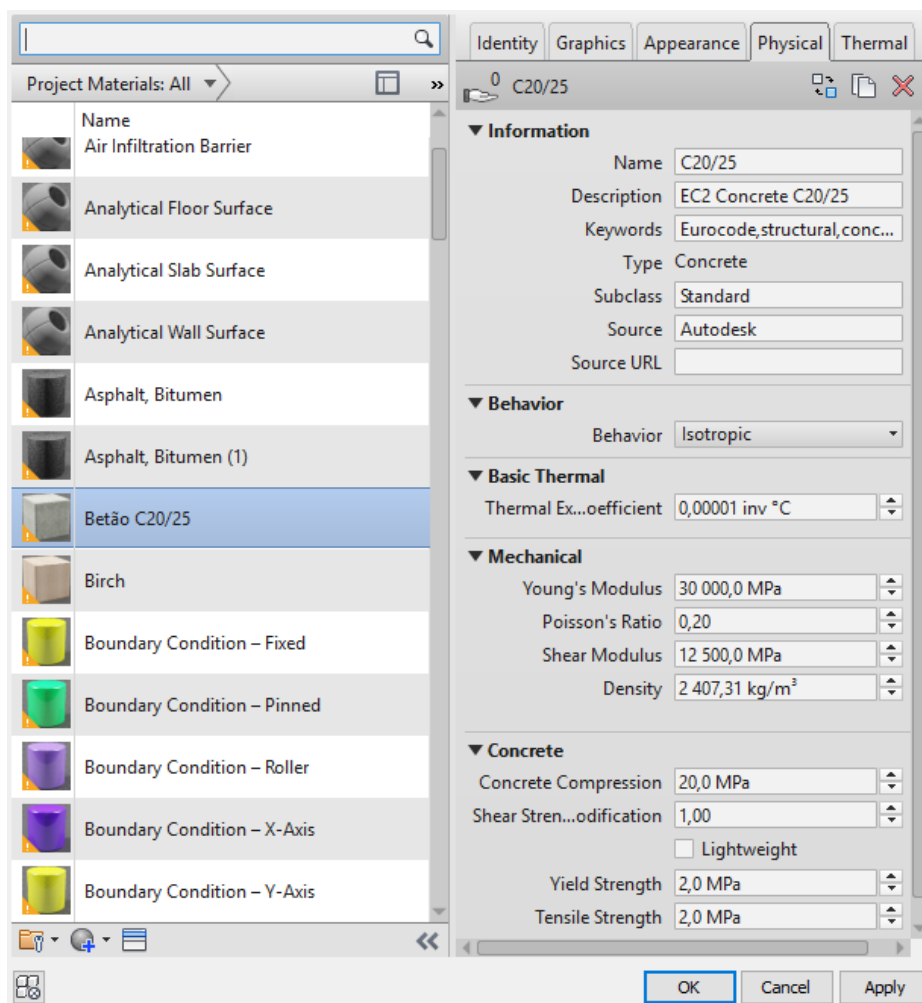


Figura 5.8 – Gestão dos materiais disponíveis no *Revit*: características do betão C20/25.

As características relativas à resistência à compressão do betão da classe C20/25 definido no *Revit* (como mostra a Figura 5.8), vai ao encontro com as estabelecidas no referido Eurocódigo. Uma vez criado o referido *template* onde foram definidas as principais características e propriedades do modelo em questão, iniciou-se a modelação com a definição dos níveis de projeto e os eixos.

5.7.1.3 Definição dos níveis de pisos

Nesta fase definiram-se todos os pisos, considerando a altura entre eles (pé-direito) de três metros. Dado que a estrutura é de quatro pisos e usando a ferramenta do programa (*Levels*), criaram-se desta forma quatro níveis (ver Figura 5.9 a).

5.7.1.4 Definição da malha estrutural

De seguida foi necessário definir a malha estrutural de auxílio à colocação e manipulação dos elementos estruturais (pilares e vigas). Estes elementos uma vez colocados na interseção destas linhas de referência criam ligações com estas de modo a que se alterar a localização da malha, os elementos serão automaticamente recolocados. Utilizando a ferramenta do programa (*Grids*), criou-se uma malha retangular constituída por dois alinhamentos horizontais (1 e 2) e três alinhamentos verticais (A, B e C) (ver Figura 5.9 b).

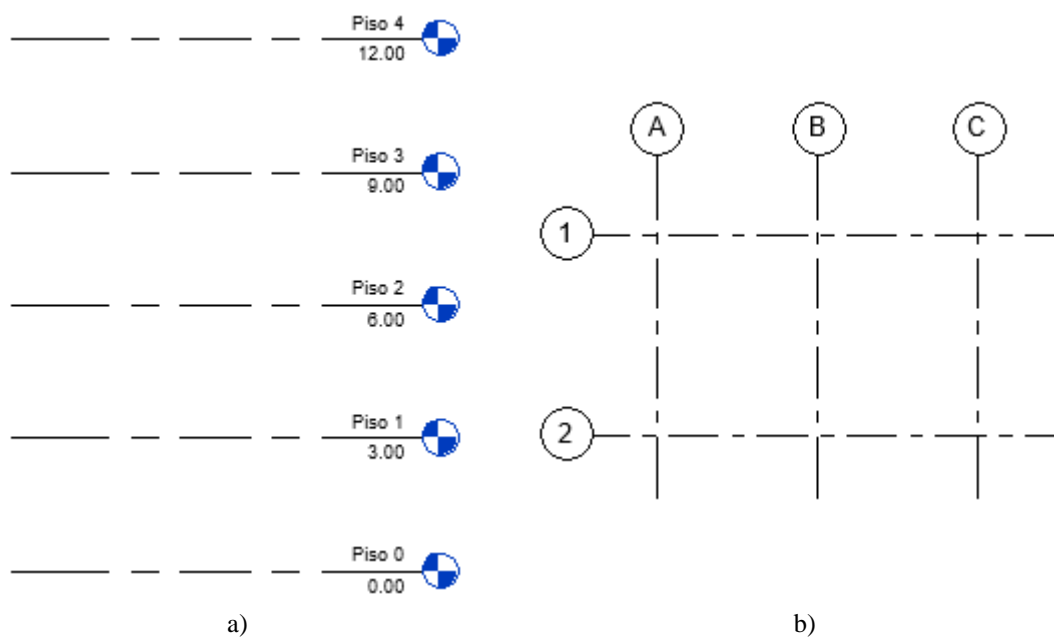


Figura 5.9 – Pormenor da definição dos níveis (pisos) e da malha estrutural.

5.7.1.5 Definição dos elementos estruturais

Uma vez concebidas as bases de modelação descritas anteriormente, procedeu-se à criação dos elementos estruturais (pilares e lajes).

i. Pilares estruturais

No *Revit* para a modelação de um pilar, utilizou-se a funcionalidade do programa (*Column*), e escolheu-se a família de pilares *H-Wide Flange-Column – HE300B* (ver Figura 5.11). Após a definição da sua altura, os pilares foram colocados automaticamente na interseção das linhas da malha. Apresenta-se na Figura 5.10 o resultado da distribuição de todos os elementos verticais constituintes do modelo em questão.

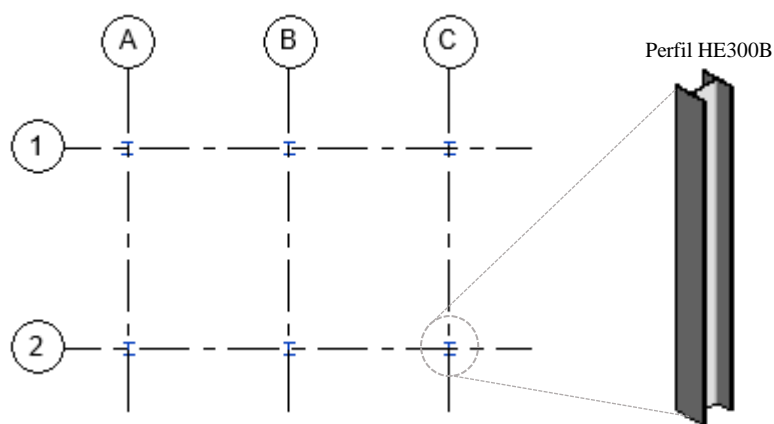


Figura 5.10 – Inserção de todos os perfis de aço constituintes do modelo.

Na Figura 5.11 estão descritas as propriedades do elemento estrutural escolhido, nomeadamente o perfil de aço HEB 300. Estas propriedades vão ao encontro com as definidas nas tabelas específicas relacionadas com os tipos de perfis de aço: tabela “*PROFIL ARBED – Structural Shapes*” (ARBED, 2001).

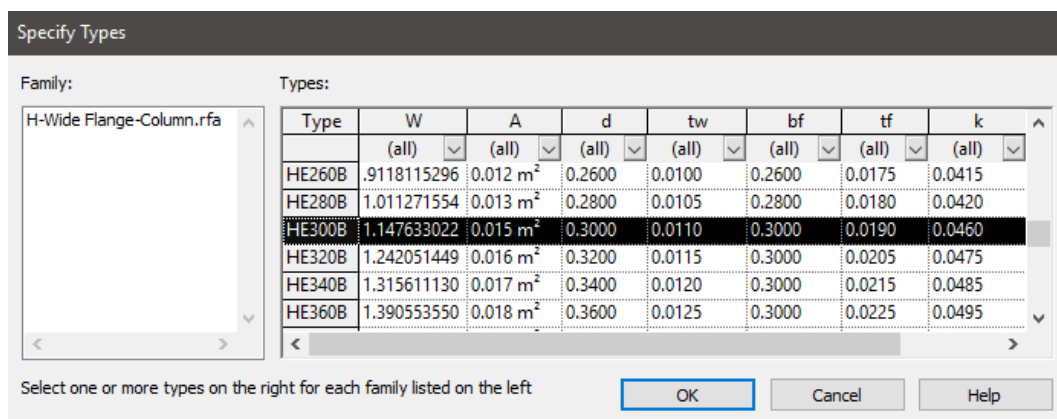


Figura 5.11 – Propriedades do perfil metálico HE300B utilizado na modelação.

ii. Lajes (pavimentos) estruturais

Foi selecionado o elemento “*Floor*” e de seguida foram atribuídas as suas respetivas propriedades (espessura e tipo de material). O software dispõe de algumas famílias de lajes já predefinidas na sua biblioteca, portanto, para a criação da laje pretendida criou-se uma cópia de um tipo predefinido e duplicou-se a informação modificando o tipo de betão pretendido. A laje em questão é maciça com uma espessura de 0,15 m. Assim, modelou-se as lajes de todos os pisos, como se pode verificar na Figura 5.12.

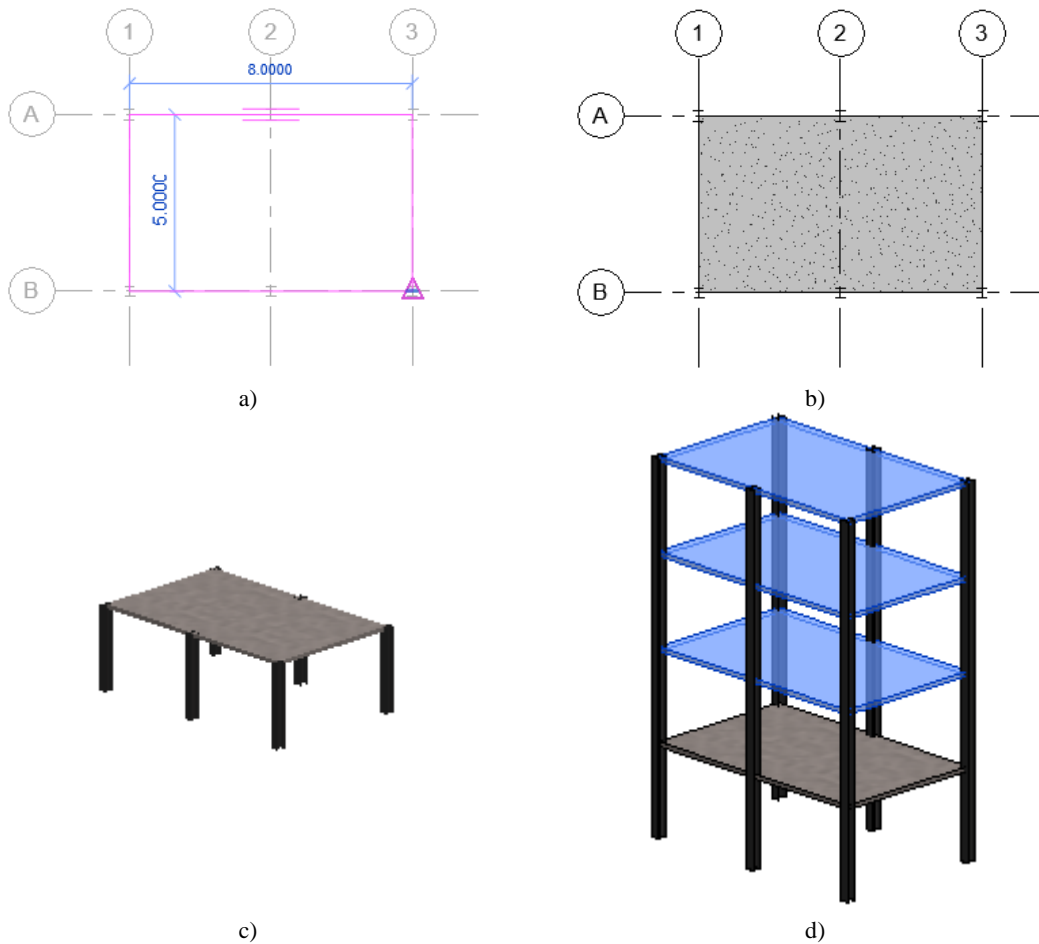


Figura 5.12 – Processo da modelação da laje: a) definição da laje pelo perímetro da estrutura; b) perspetiva 2D do 1º piso; c) perspetiva 3D do 1º piso; e) modelação dos restantes pisos.

5.7.1.6 Modelo geométrico e modelo analítico

A Figura 5.13 a) ilustra o modelo geométrico completo (modelo físico tridimensional), onde é possível ter uma perceção da morfologia da estrutura do edifício. Ao introduzir os elementos estruturais no modelo físico, automaticamente é criado um modelo analítico, cujos componentes estruturais, designadamente a geometria, as propriedades dos materiais e os carregamentos são interpretáveis por um software de cálculo automático através do método de elementos finitos, na medida em que os pilares e as vigas são elementos de barra, enquanto que as lajes e os muros são elementos *shell*. Assim, para

que seja possível concretizar o principal objetivo do trabalho, é necessário que o programa de cálculo automático *SAP2000* reconheça o modelo/projeto criado no *Revit*, sendo este apenas possível em elementos estruturais com modelo analítico (Figura 5.13 b).

No *Revit* destaca-se a facilidade de produção automática de peças desenhadas tais como plantas, cortes, alçados e pormenores selecionados. Assim, apresentam-se na Figura 5.14 os cortes verticais efetuados sobre o modelo criado.

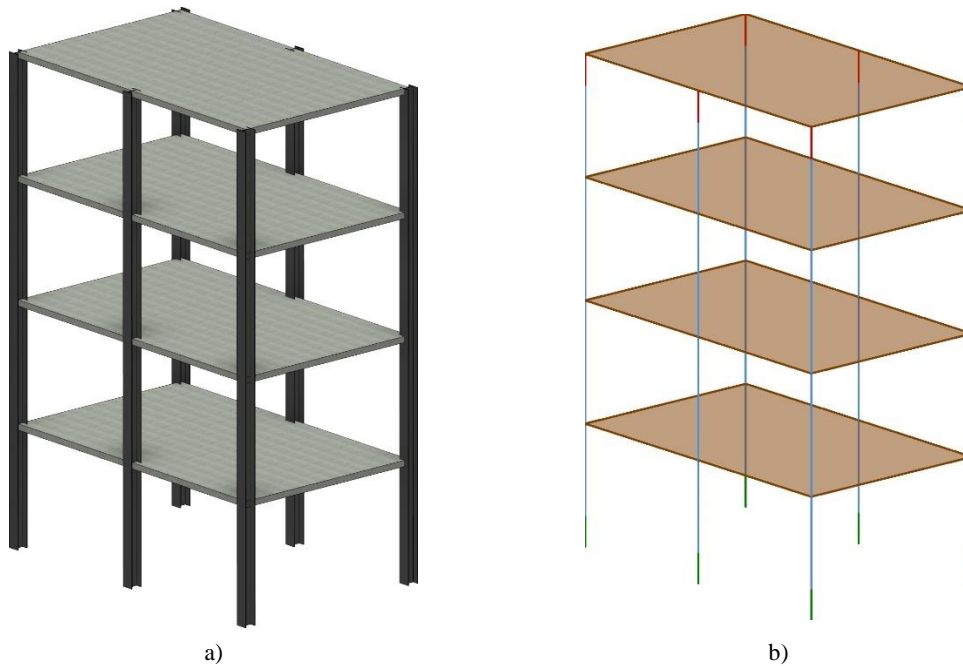


Figura 5.13 – Perspetiva do modelo: a) modelo físico; b) modelo analítico gerado automaticamente.

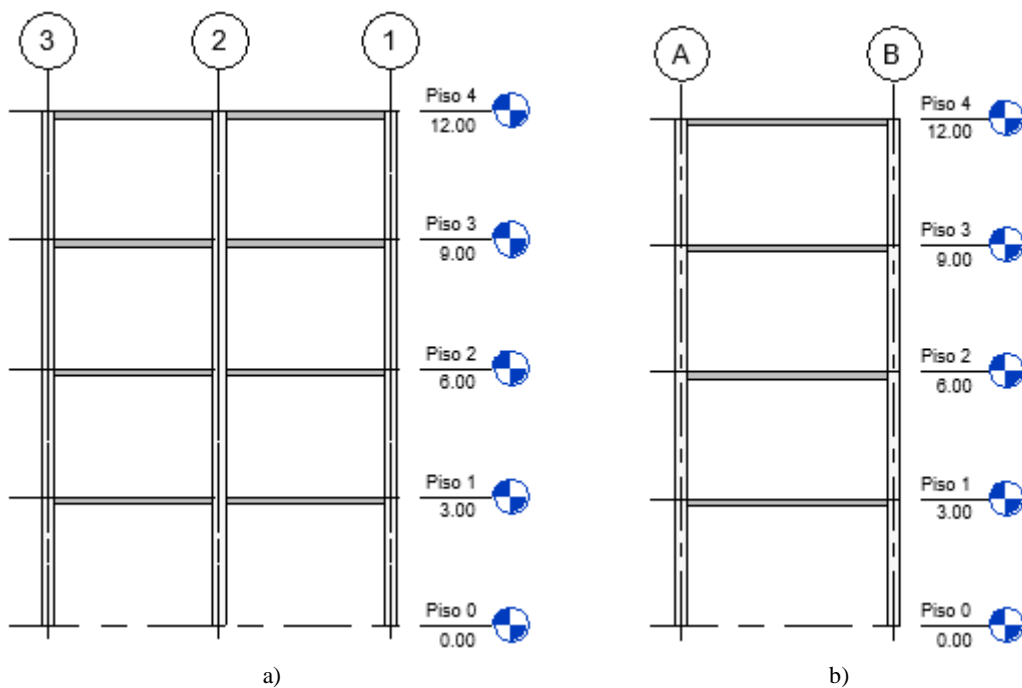
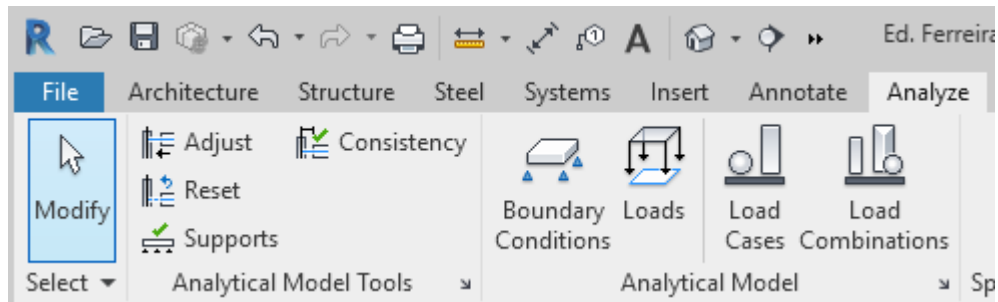


Figura 5.14 – Alçados do modelo: a) alçado norte; b) alçado este.

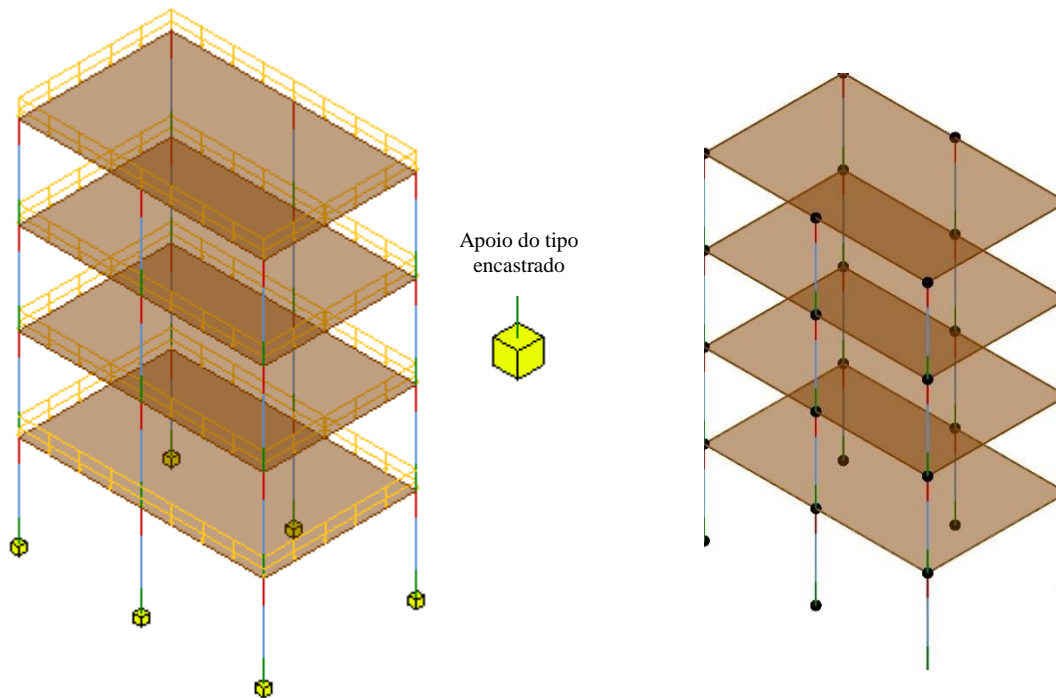
5.7.1.7 Definição de ações

O modelo analítico pode enriquecer-se com a definição das condições de fronteiras, ações e também as combinações de ações, sendo estas informações passíveis de serem exportadas para o *SAP2000* (CSI, 2018). A introdução ou não destas informações podem ser introduzidas no *Revit* ou diretamente no *SAP2000*. As ações podem ser de carácter permanente e variável, tais como: o peso próprio que é obtido automaticamente relativamente aos elementos estruturais com base na sua geometria e o seu peso volúmico; as restantes cargas permanentes e também as ações variáveis (sobrecargas). No âmbito do presente trabalho teve-se a necessidade de verificar o intercâmbio de informação no que diz respeito aos casos de cargas (ações e suas combinações), com o intuito de estabelecer uma base de comparação com o documento da CSI – *CSIxRevit Manual* (CSI, 2018).

Assim, através do menu *Analyse* do *Revit*, é possível introduzir os diversos casos de cargas (*Load Cases*), carregamentos (*Loads*), as combinações (*Load Combinations*) e também as condições de apoio (*Boundary Conditions*) ao modelo estrutural (ver Figura 5.15 a). Relativamente às forças, estas são introduzidas no modelo através de uma representação em diagramas, assim, definiu-se as restantes cargas permanentes $RCP = 0,90 \text{ kN/m}^2$ e sobrecarga $SC = 2,00 \text{ kN/m}^2$ (ver Figura 5.15 b).



a)



b)

c)

Figura 5.15 – Definição de ações e condições de apoio : a) menu “Analyze”; b) representação esquemática das ações RCP, SC e definição dos apoios; c) ajustes das ligações entre elementos estruturais “Adjust”.

O *Revit* disponibiliza ferramentas úteis capazes de ajustar os modelos, com o objetivo de garantir total ligação entre os elementos estruturais e também a sua consistência. A ferramenta *Ajust* disponível do menu *Analyze*, garante a união entre os nós dos elementos estruturais, enquanto que a ferramenta *Consistency* indica eventuais inconsistências presentes no modelo (ver Figura 5.15 c).

5.7.2 Intercâmbio de informação entre o Revit e o programa de cálculo automático SAP2000

É evidente que, para que o BIM se torne numa eficiente metodologia de trabalho para o projeto estrutural, é fundamental a existência de uma eficaz troca de informação com outros softwares informáticos. Assim, nesta secção são apresentados os processos do intercâmbio de informação entre o *Revit* e o *SAP2000*. Após realizar ajustes e verificar a

consistência do modelo, considera-se que o mesmo se encontra corretamente modelado, permitindo realizar a transferência para o programa de cálculo automático. Atendendo que o *SAP2000* tem a capacidade de importar ficheiros quer no formato IFC, quer no formato EXR (via *CSIXRevit*), neste trabalho o intercâmbio de informação entre o *Revit* e o *SAP2000* será feita por via direta, ou seja, através do *plug-in CSIXRevit*.

A exportação é feita através do menu *Add-in > External Tools > Export to Create New ETABS SAFE or SAP2000 model*, tornando-se num processo quase imediato (ver Figura 5.16).

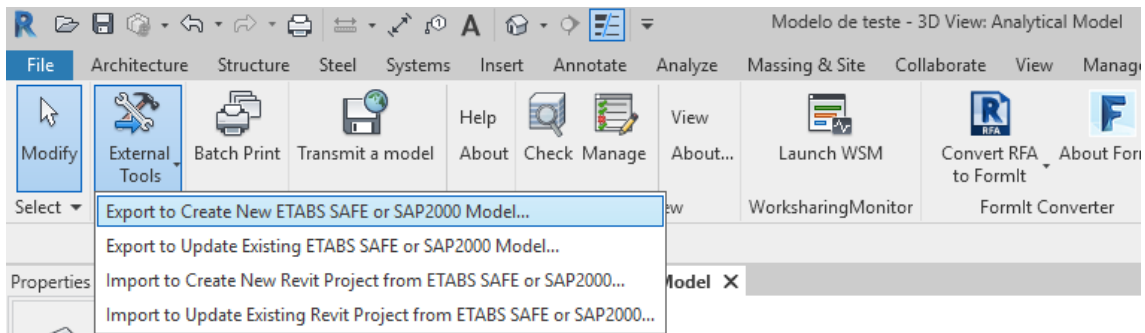


Figura 5.16 – Metodologia da exportação do modelo *Revit* para o *SAP2000*.

E através da barra de ferramentas do *SAP2000* seleciona-se no menu *File > Import > Revit .exr File* (ver Figura 5.17).

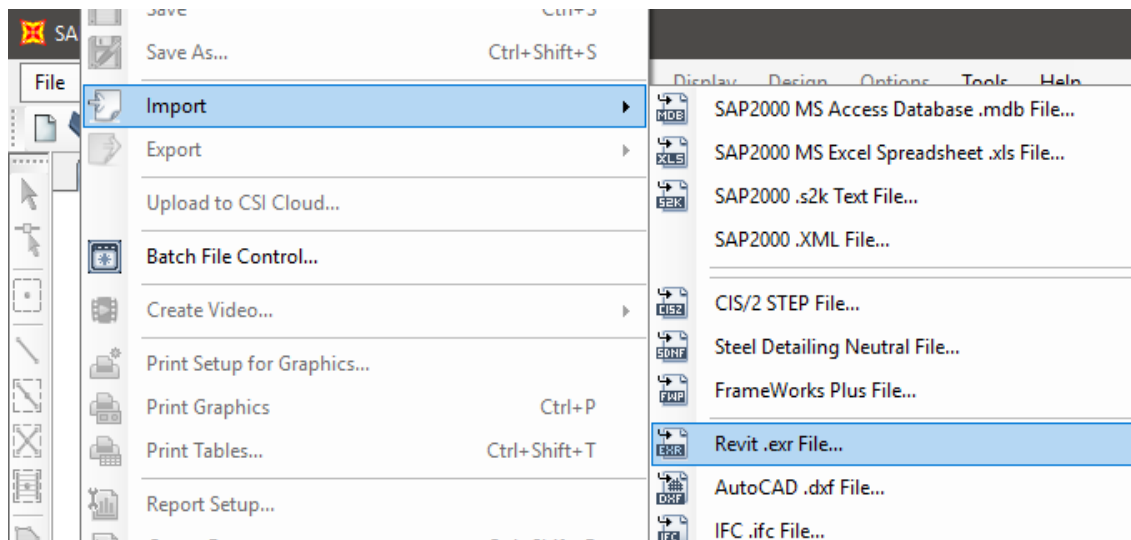


Figura 5.17 – Metodologia da importação do modelo *Revit* para o *SAP2000*.

De salientar que é fulcral que o processo de modelação seja preciso e completo, atendendo que a qualidade de toda a informação transferida, referente ao projeto, advém da qualidade da modelação realizada. Assim, obteve-se o modelo *SAP2000* apresentado na Figura 5.18.

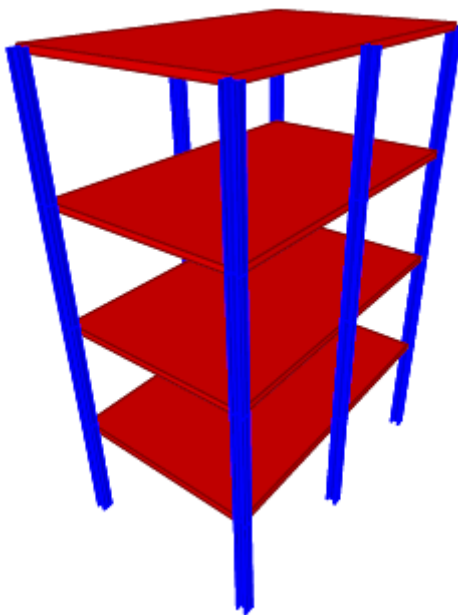


Figura 5.18 – Obtenção do modelo *SAP2000* importado do *Revit*.

5.7.2.1 Verificação do intercâmbio da informação após a transferência

Por forma a testar a aplicabilidade entre o *Revit* e o *SAP2000*, a presente secção tem por objetivo a avaliação/verificação do intercâmbio de informação face à interoperabilidade existente entre as duas ferramentas. Assim, identificar-se-á os possíveis desacertos e/ou omissões decorrentes do processo de transferência de informação, seguindo um conjunto de parâmetros constantes da Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Conjunto de parâmetros a analisar após a transferência de informação entre os softwares.

Modelo	Parâmetro
Geométrico	<input checked="" type="checkbox"/> Representação 3D
	<input checked="" type="checkbox"/> Propriedades geométricas da secção
	<input checked="" type="checkbox"/> Características do material
Analítico	<input checked="" type="checkbox"/> Propriedades físicas
	<input checked="" type="checkbox"/> Ações e combinações
	<input checked="" type="checkbox"/> Condições de apoio
Localização	<input checked="" type="checkbox"/> Malha estrutural (Grid)
	<input checked="" type="checkbox"/> Elementos estruturais

Representação 3D

Através da comparação visual entre os modelos, como se pode observar na Figura 5.13 a) e Figura 5.18, é de salientar que não se detetaram quaisquer tipos de erros.

Propriedades geométricas da secção

As secções dos elementos foram definidas no programa de modelação paramétrica através da sua família e tipo. Estas, quando são importadas para o *SAP2000*, existe uma correspondência entre a denominação do tipo da secção e a base de dados própria do *SAP2000* (ficheiros Euro.pro). Desta forma, o software procura uma secção com a mesma designação e efetua a sua correspondência. Pode-se afirmar que os elementos “frame” e os “shell” foram transferidas sem problemas, incluindo as secções.

Características do material

No que diz respeito às características dos materiais provenientes do *Revit*, (associados aos pilares e lajes), estas são transferidas para o *SAP2000* conforme as suas designações e os materiais definidos no *Revit* (ver Figura 5.19).

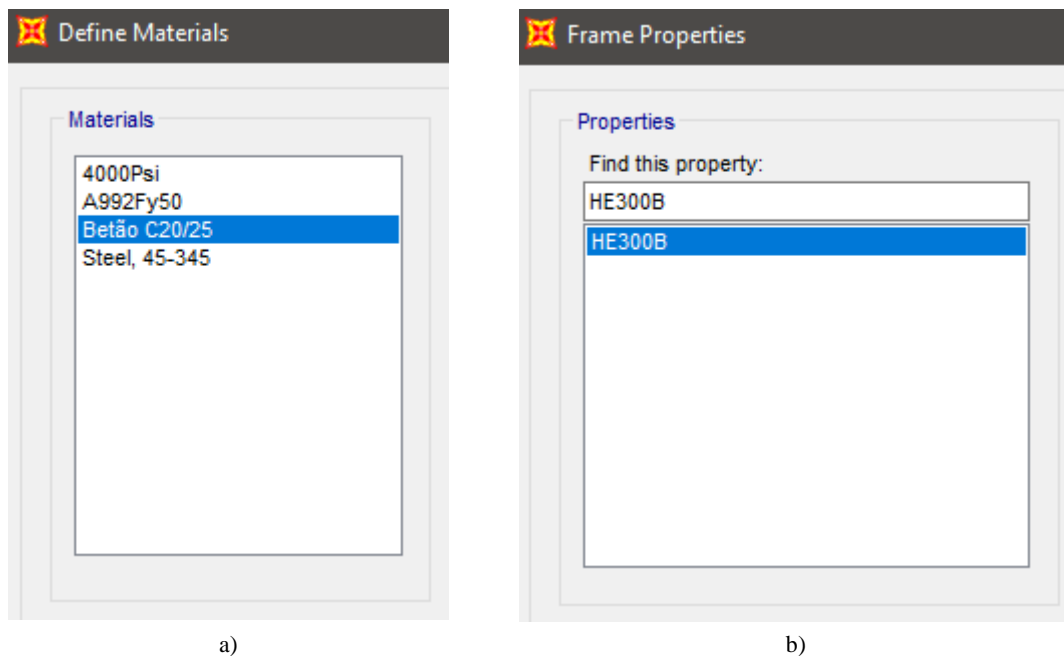
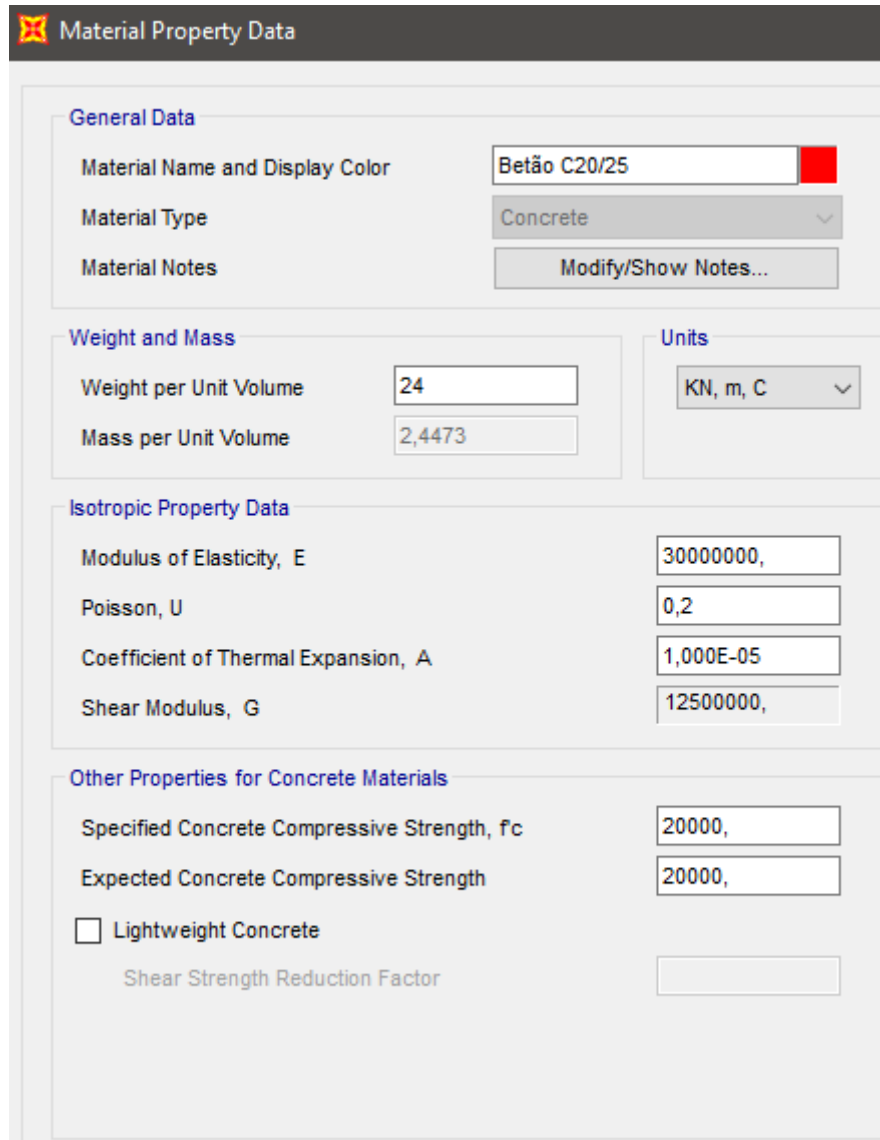


Figura 5.19 – Materiais importados do *Revit* para o *SAP2000*: betão; b) perfil de aço HE300B.

As lajes são importadas como elementos *thick-shell* para o *SAP2000*. De salientar, que após a transferência das lajes para o programa de cálculo automático, estas apresentam as mesmas espessuras definidas no *Revit*. Os materiais importados mantêm a designação definida no *Revit*, podendo ainda ser editáveis ou alteráveis no *SAP2000*. Por exemplo o betão C20/25 é importado como o material isotrópico mantendo a mesma designação. O mesmo acontece com o perfil de aço HEB3000 (ver Figura 5.19 b).

Propriedades físicas do material

No que diz respeito às características físicas a tensão de cedência à compressão (f_c), o módulo de elasticidade (E), o coeficiente de Poisson (ν) e o módulo de distorção (G), o *SAP2000* importa essas informações tal como definido no *Revit* (ver Figura 5.8 e Figura 5.20).



The image shows a software interface titled "Material Property Data" for a concrete material. The interface is organized into several sections:

- General Data:** Material Name and Display Color is "Betão C20/25" with a red color swatch. Material Type is "Concrete". Material Notes has a "Modify/Show Notes..." button.
- Weight and Mass:** Weight per Unit Volume is 24. Mass per Unit Volume is 2,4473.
- Units:** Set to "KN, m, C".
- Isotropic Property Data:** Modulus of Elasticity, E is 30000000. Poisson, U is 0,2. Coefficient of Thermal Expansion, A is 1,000E-05. Shear Modulus, G is 12500000.
- Other Properties for Concrete Materials:** Specified Concrete Compressive Strength, f_c is 20000. Expected Concrete Compressive Strength is 20000. There is a checkbox for "Lightweight Concrete" which is unchecked. Below it is a field for "Shear Strength Reduction Factor" which is empty.

Figura 5.20 – Propriedades do betão C20/25 importado do *Revit* para o *SAP2000*.

Ações e combinações

Uma vez definidas as ações atuantes e as suas respetivas combinações no programa de modelação, os processos da troca de informação são configuráveis permitindo total controlo no tipo de dados que se pretende exportar para o *SAP2000* (ver Figura 5.21 a).

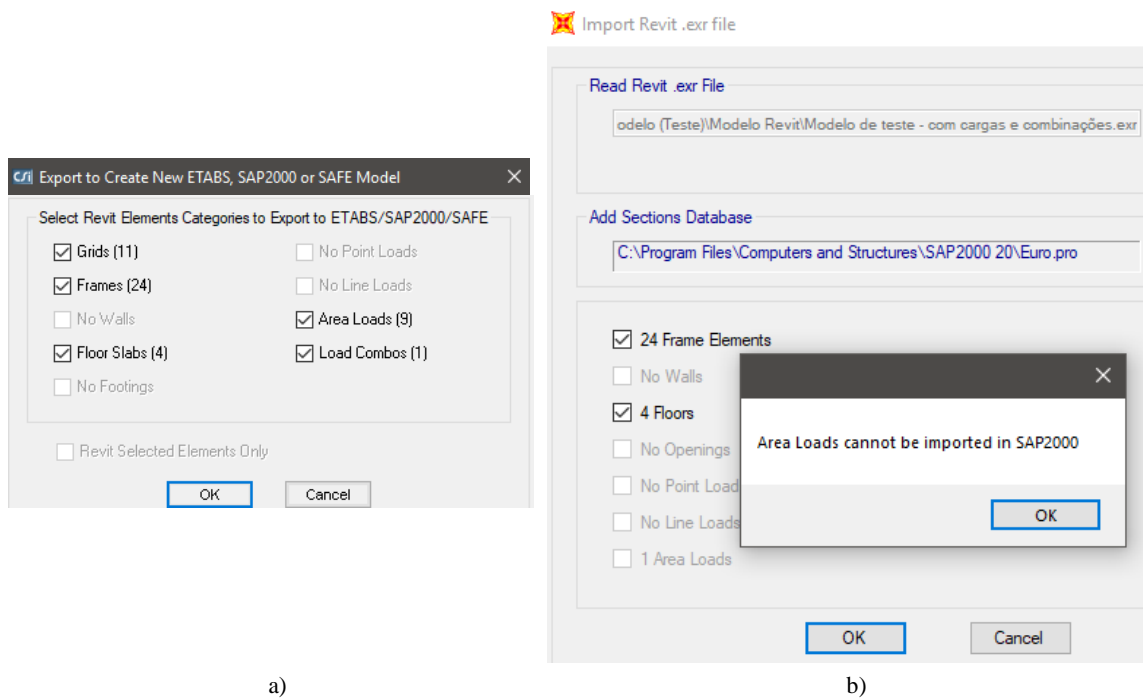


Figura 5.21 – Gestão dos elementos a transferir do *Revit* para *SAP2000*.

No entanto, salienta-se que o intercâmbio de informação entre o programa de modelação e o programa de cálculo automático respetivamente, não é plenamente possível, uma vez que durante o processo de intercâmbio de informação, as ações e as suas respetivas combinações foram suprimidas (ver Figura 5.21 b). Assim, é de salientar que a troca de dados no que respeita às ações e suas combinações sobre a estrutura não corresponde com o estabelecido no documento *CSiXRevit Manual* da CSI (ver Tabela 5.3).

Condições de apoio e malha estrutural (grid)

Como se pode verificar na Figura 5.18, o modelo importado não contém a restrições dos apoios (encastramento), dado que os mesmos foram definidos no *Revit*, tal como ilustrado na Figura 5.15 a). Relativamente às grids, estas não são transferíveis.

Elementos estruturais

Os posicionamentos (orientação) dos elementos estruturais não sofreram quaisquer alterações após a troca de dados. Todos esses elementos mantiveram-se inalteráveis.

Após a análise da transferência de dados entre os dois *softwares*, torna-se obrigatório definir as restrições de apoio, os casos de cargas e também as combinações diretamente no *SAP2000*, sendo mais vantajoso na medida que elimina o problema da perda de informação decorrente da incompleta troca de informações que se verifica entre os dois programas.

Para concluir, apresenta-se a Tabela 5.3 desenvolvida no âmbito de avaliação e verificação interoperabilidade entre o *Revit* e *SAP2000*. Faz-se a descrição sucinta das principais ocorrências, comparando diretamente com o estabelecido no manual *CSiXRevit Manual* da interoperabilidade entre o *Revit* e *SAP2000*.

Tabela 5.3: Interoperabilidade entre *Revit* e *SAP2000* (adaptado de CSI, 2018).

Origem	Destino	Informação na origem	Informação no destino	<i>CSiXRevit Manual</i>
<i>Revit Structure</i>	<i>SAP2000</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Geometria dos elementos	Geometria dos elementos	
		Comprimento	Comprimento	● ●
		Espessura	Espessura	● ●
		Orientação	Orientação	● ●
		Abertura	Abertura	● ●
		<input checked="" type="checkbox"/> Materiais	Materiais	
		Betão (tipo e classe)	Betão (tipo e classe)	● ●
		Módulo de elasticidade	Módulo de elasticidade	● ●
		Tensão de cedência	Tensão de cedência	● ●
		Coefficiente de Poisson	Coefficiente de Poisson	● ●
		Módulo de distorção	Módulo de distorção	● ●
		<input checked="" type="checkbox"/> Aço	Aço	
		Armaduras	Armaduras	● ●
		Perfis de aço	Perfis de aço	● ●
		<input checked="" type="checkbox"/> Ligações	Ligações	
		Nós dos elementos	Nós dos elementos	● ●
		Restrições de apoios	Restrições de apoios	● ●
		<input checked="" type="checkbox"/> Carregamento	Carregamento	
		Peso próprio	Peso próprio	● ●
		Restantes cargas	Restantes cargas	● ●
		Sobrecargas	Sobrecargas	● ●
		Combinações	Combinações	● ●
<input checked="" type="checkbox"/> Níveis	Níveis	● ●		
<input checked="" type="checkbox"/> Grids	Grids	● ●		

Legenda: - Informação introduzida na origem; ● Transfere; ● Não transfere.

5.8 Considerações finais

O desafio deste capítulo aspirou-se na utilização do BIM na modelação estrutural, no entanto, procurou-se definir e contextualizar o conceito BIM. Após a apresentação do conceito e dos fundamentos do BIM, neste capítulo foram apresentados os procedimentos no que respeita à modelação de um caso prático de carácter académico, utilizando o programa *Revit*. A criação do modelo BIM permitiu, por um lado testar o seu potencial, e por outro perceber da sua importância no intercâmbio de informações com programas de cálculo automático, sendo neste caso o *SAP2000*.

Comprovou-se que o modelo BIM possui a capacidade de englobar o modelo geométrico e o modelo analítico da estrutura num só modelo BIM, possibilitando ainda introduzir ações e combinações de ações.

A relação entre o *Revit Structure* e o *SAP2000* constatou-se ser bastante simples. Por fim, foi possível verificar algumas limitações e/ou campos que requerem ainda importantes melhorias, tais como: tornar possível a troca de dados relativa às ações (restantes cargas permanente e sobrecargas e também as combinações de ações); relativa às restrições de apoio, às grids e às aberturas nos elementos estruturais.

6

Estudo de caso

6.1 Considerações iniciais

O presente capítulo tem como objetivo a caracterização do comportamento dinâmico de um edifício de betão armado com seis pisos, com base em resultados experimentais obtidos através da realização de um ensaio de vibração ambiental e resultados numérico obtidos a partir de um modelo numérico de elementos finitos, desenvolvido recorrendo a uma ferramenta de modelação BIM (*Revit Structure*) e posteriormente exportado para o *SAP2000*, onde se realizou a análise.

Para além de se pretender calibrar o modelo numérico, mediante a comparação entre resultados numéricos e experimentais, pretende-se também mostrar e discutir os principais aspectos referentes à modelação numa ferramenta BIM e posterior exportação do modelo para um programa de análise estrutural.

Assim, numa primeira fase, procede-se à descrição geral do edifício que será objeto de análise, apresentando-se de seguida a descrição da geração do modelo da estrutura do edifício, recorrendo ao *Revit*. Atendendo às relações de intercâmbio de informações entre a ferramenta BIM e a ferramenta de cálculo automático *SAP2000*, apresenta-se o modelo numérico importado seguindo a metodologia discutida no ponto 5.7, e evidenciam-se as adaptações necessárias à sua obtenção.

Numa fase posterior, abordam-se os processos adotados na realização dos ensaios de vibração ambiental. Finalmente, procede-se à análise do comportamento dinâmico do edifício comparando resultados do modelo numérico de elementos finitos (com a inclusão da junta de dilatação) com os resultados experimentais.

6.2 Descrição do edifício

O estudo de caso é o edifício da Área Departamental de Engenharia Civil (ADEC) do Instituto Superior de Engenharia Civil de Lisboa, mais concretamente o edifício C, também conhecido por Edifício Ferreira Cardoso (ver Figura 6.1).



a)



b)



c)

Figura 6.1 –Estudo de caso: a) vista geral; b) fachada principal; c) fachada tardoz.

Trata-se de um edifício de betão armado com seis pisos, sendo dois deles enterrados (cave -1 e -2), abrangendo uma área em planta de geometria retangular com uma área de implantação de 2084,58 m² (66,60 m x 31,30 m) e uma extensão em altura de 29,15 m (ver Figura 6.2).

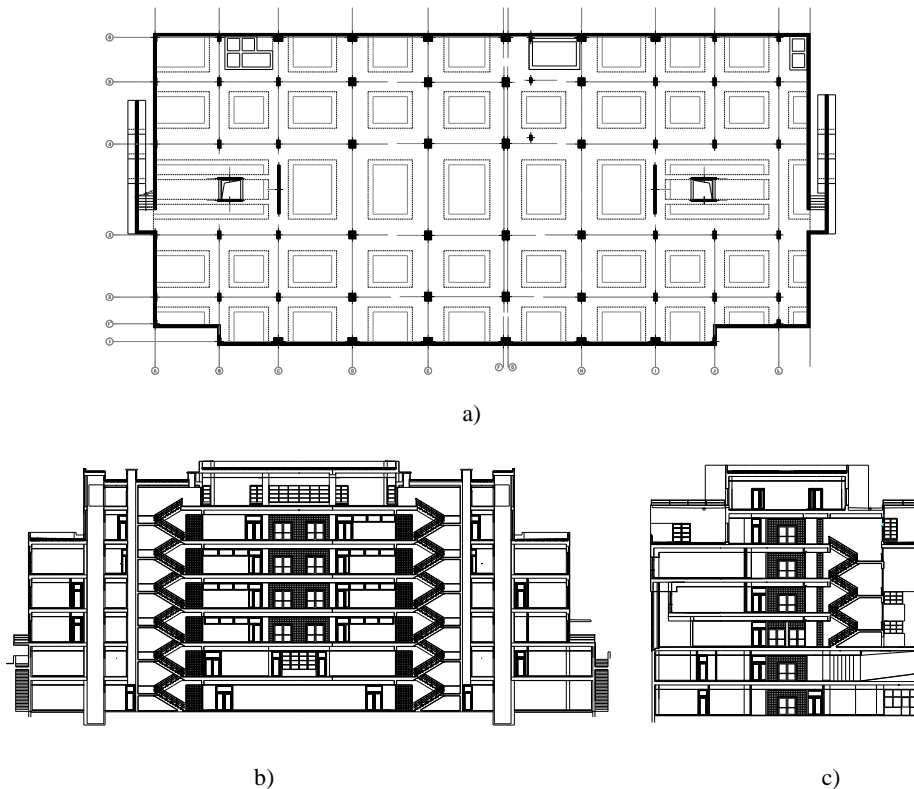


Figura 6.2 – Geometria do edifício Ferreira Cardoso: a) área de implantação; b) corte longitudinal; b) corte transversal.

O edifício contém salas de aulas, laboratórios, gabinetes, auditórios e instalações sanitárias. Possui uma junta de dilatação (ver Figura 6.3, Figura 6.4 c) e d,) com dois centímetros de espessura (justificando a existência de uma duplicação dos elementos estruturais verticais nessa zona). Este edifício também possui escadas laterais, escadas centrais e também ascensores. No que diz respeito às dimensões em planta, o piso 1 é menor relativamente ao piso térreo e os pisos subterrâneos. A título de exemplo, a Figura 6.3 ilustra a sobreposição entre o piso 0 e o piso 1 onde é possível verificar as suas geometrias como referido anteriormente.

O estudo de caso além da estrutura de betão armado, é constituído por diversas paredes de alvenaria. Atendendo aos objetivos do trabalho, será averiguada qual a importância e o impacto que estas paredes de alvenaria terão na análise do seu comportamento dinâmico.

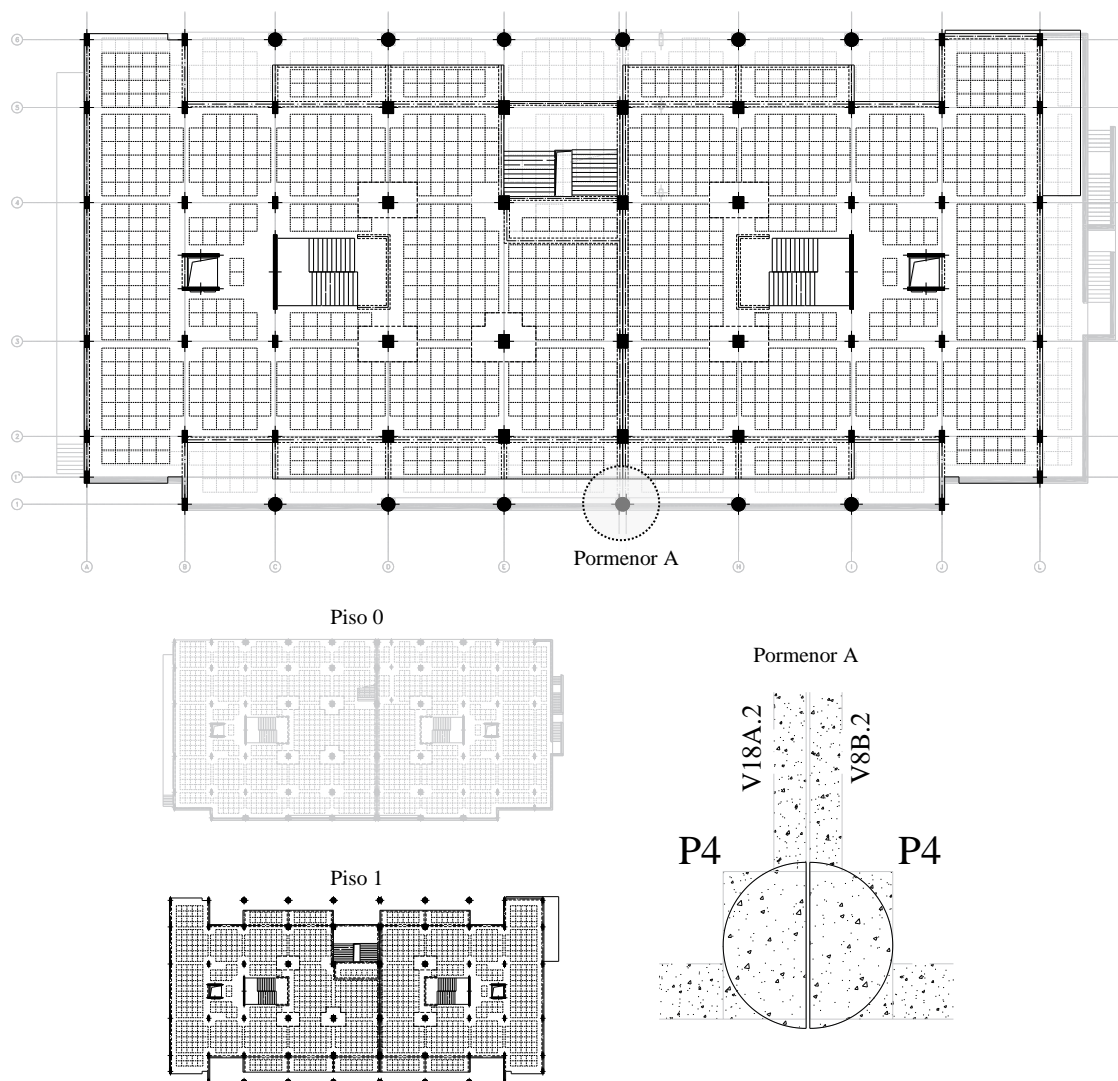


Figura 6.3 – Planta do piso 1 sobreposta à planta do piso 0 com pormenor da junta de dilatação (pormenor A).

6.2.1 Elementos estruturais

A estrutura é constituída por elementos estruturais tais como: fundações, pilares, vigas, paredes, lajes maciças e também lajes fungiformes. Os pilares apresentam secções variáveis na sua maioria retangular, com exceção no troço entre o piso 0 e o piso 1, onde apresentam secções circulares e semicirculares (estes encontram-se no exterior do edifício). As vigas também apresentam geometria retangular com dimensões variáveis em todos os pisos. Os muros são de betão armado e contornam todo o perímetro do edifício, nomeadamente todo o perímetro da cave, apresentando uma espessura que varia entre 25 cm e 30 cm. As paredes estruturais apresentam uma espessura com 15 cm e envolvem a caixa de escadas, tendo como função aumentar a resistência estrutural dos núcleos dos ascensores e das escadas.

As lajes são fungiformes aligeiradas nervuradas do tipo GKN “9M” ou “ATEX 90” com nervuras nas duas direções, sendo que nas zonas dos pilares são maciças (ver Figura 6.4 a) e b).

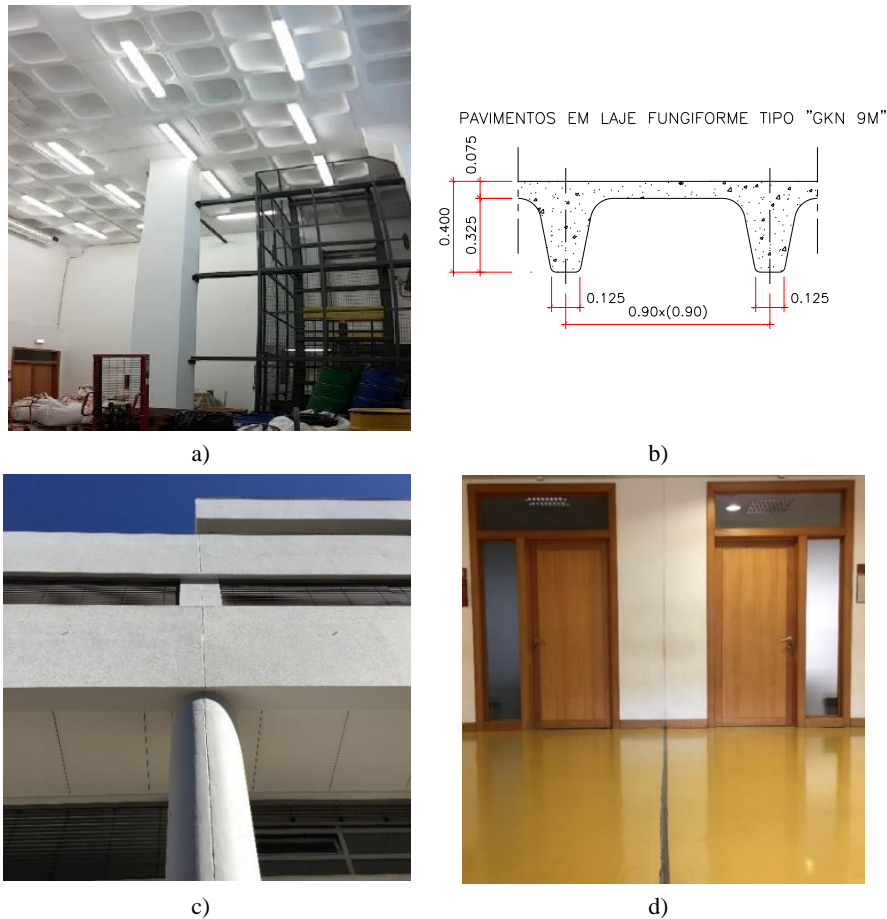


Figura 6.4 – Laje fungiforme nervurada do edifício Ferreira Cardoso (ISEL): a) representação dos modelos nas duas direções; b) secção transversal da laje nervurada, modelo ATEX 900 em todos os pisos; c) pormenor da junta estrutural no exterior; d) pormenor da junta estrutural no interior.

Uma vez feita a descrição do edifício estudo de caso, proceder-se à sua modelação (no *Revit*) na secção seguinte.

6.3 Geração do modelo BIM de estruturas

A modelação do edifício baseou-se no projeto existente, tendo-se como informação de partida os desenhos disponíveis (CAD – formato dwg) com representação de plantas, cortes, alçados e desenho de pormenor em 2D. O *Revit* possui a capacidade de poder importar (e também de exportar) ficheiros em formatos dwg, dxf e dwf. A metodologia usada para o caso de estudo vai ao encontro com a Figura 5.5. Após uma análise criteriosa

de todos os ficheiros disponibilizados (plantas, cortes e alçados) do edifício, os primeiros passos a efetuar no *Revit* são definidos de seguida:

- i. Criação dos níveis (levels) referente a cada planta facultada;
- ii. Utilização do comando *Import CAD* presente no menu *Insert*, por forma a adicionar em cada piso a respetiva planta, com objetivo de facilitar o processo da modelação do edifício;
- iii. Modelação dos elementos estruturais de diferentes categorias presentes no menu *Structure*: muros, pilares, vigas, paredes e lajes.

É de salientar que nesta secção não são especificados detalhadamente todos os passos e comandos que fazem parte da modelação do edifício, uma vez que os mesmos foram expostos para o modelo exemplificativo descrito no ponto 5.7. Assim, no *Revit* iniciou-se a modelação definindo os eixos (criou-se uma malha retangular com 11 alinhamentos correspondentes aos alinhamentos dos eixos dos pilares na direção longitudinal Norte-Sul e seis na direção transversal Este-Oeste).

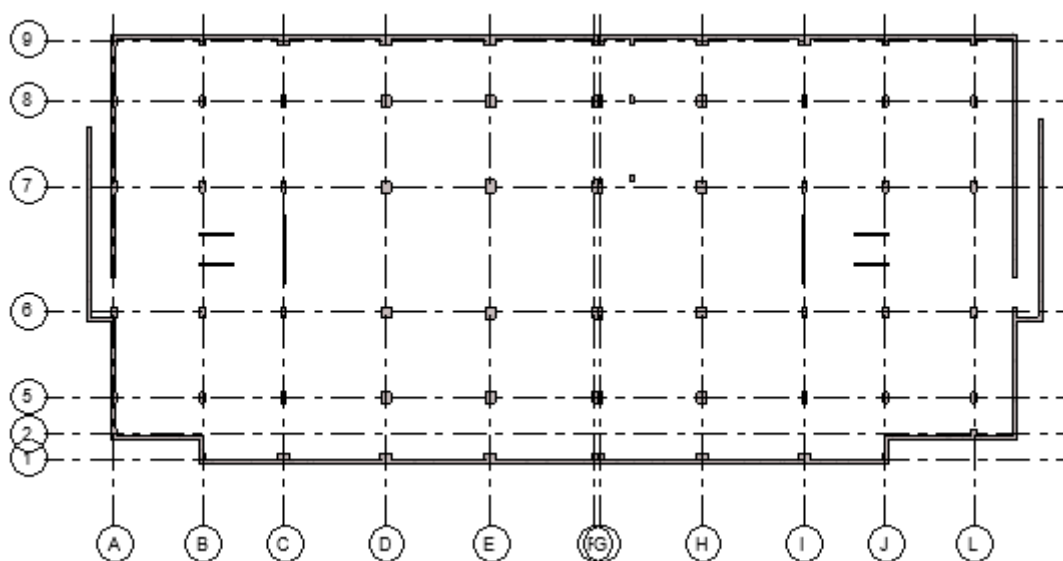


Figura 6.5 – Representação da grelha criada no *Revit*.

A grelha possibilitou uma leitura direta do projeto, servindo de apoio à modelação de cada elemento estrutural. Após essa fase, importaram-se os ficheiros *dwg* para o *Revit*, o que permitiu introduzir em cada nível a planta respetiva. Os pilares, as vigas e as lajes foram modelados respetivamente, sendo colocados automaticamente sobre as plantas importadas, utilizando as funcionalidades do programa. O modelo da estrutura, desenvolvido no *Revit*, foi estruturado por níveis:

- i. Pela planta estrutural das fundações;

- ii. Pelos pisos enterrados (-1 e -2);
- iii. Pelos pisos elevados (0, 1, 2, 3 e 4);
- iv. Pela planta de cobertura.

De salientar, que os objetos constantes da estrutura foram desenvolvidos com um nível de detalhe “LOD – *Level of Development*” de 300⁹.

6.3.1 Fundações: muros de fundação

Os elementos de fundação normalmente dividem-se em sapatas e muros de fundação. Os muros foram modelados como paredes estruturais com uma espessura de 30 cm para o alçado poente, alçado sul/norte e 25 cm para o alçado nascente.

6.3.2 Vigas e pilares

Os pilares e as vigas foram modelados respeitando as suas dimensões de projeto. Os pilares com geometria circulares na zona da junta de dilatação foram modelados como dois pilares semicirculares (ver pormenor B da Figura 6.8). Como se pode verificar na Figura 6.6 a), as sapatas não foram modeladas, uma vez que estas não são reconhecidas no programa de cálculo automático (após a troca de dados com o *SAP2000*). No entanto, esta opção justifica-se atendendo aos resultados confirmados no estudo da aplicabilidade entre *Revit* e *SAP2000* no ponto 5.7. Assim, definir-se-á as condições de apoio diretamente no programa de cálculo automático *SAP2000*.

6.3.3 Lajes e capitéis

O projeto apresenta dois tipos de lajes: lajes fungiformes e lajes maciças, cujas suas dimensões encontram-se disponíveis na Figura 6.4 b). Enquanto que para a laje fungiforme considerou-se como uma laje de geometria plana constante de espessura definida na Figura 6.4 b), as lajes maciças nalgumas zonas foram modeladas com espessuras que variam entre os 20 cm e os 40 cm. Os capitéis apresentam 50 cm de espessura nas zonas dos pilares, por forma a resistir aos esforços de punção.

⁹ Level of Development (LOD) – Nível de Desenvolvimento: trata-se de um critério para definir a maturidade e usabilidade do BIM em diferentes fases de projeto. São estabelecidos cinco LOD de acordo com ALA Document E202: LOD 100, 200, 300, 400, 500. No modelo LOD 300 os elementos possuem geometrias com dimensões, formas, quantidade e localização que refletem as condições reais de um empreendimento. Neste LOD é possível criar modelos analíticos para o projeto de estruturas.

No entanto, as lajes foram modeladas de forma a que após a transferência de informação para o *SAP2000*, a sua discretização seja de fácil concretização e eficaz. Ver por exemplo o pormenor apresentado na Figura 6.8 a).

A Figura 6.6 exhibe as diferentes visualizações bidimensionais e tridimensionais das várias fases de modelação do modelo do edifício em análise.

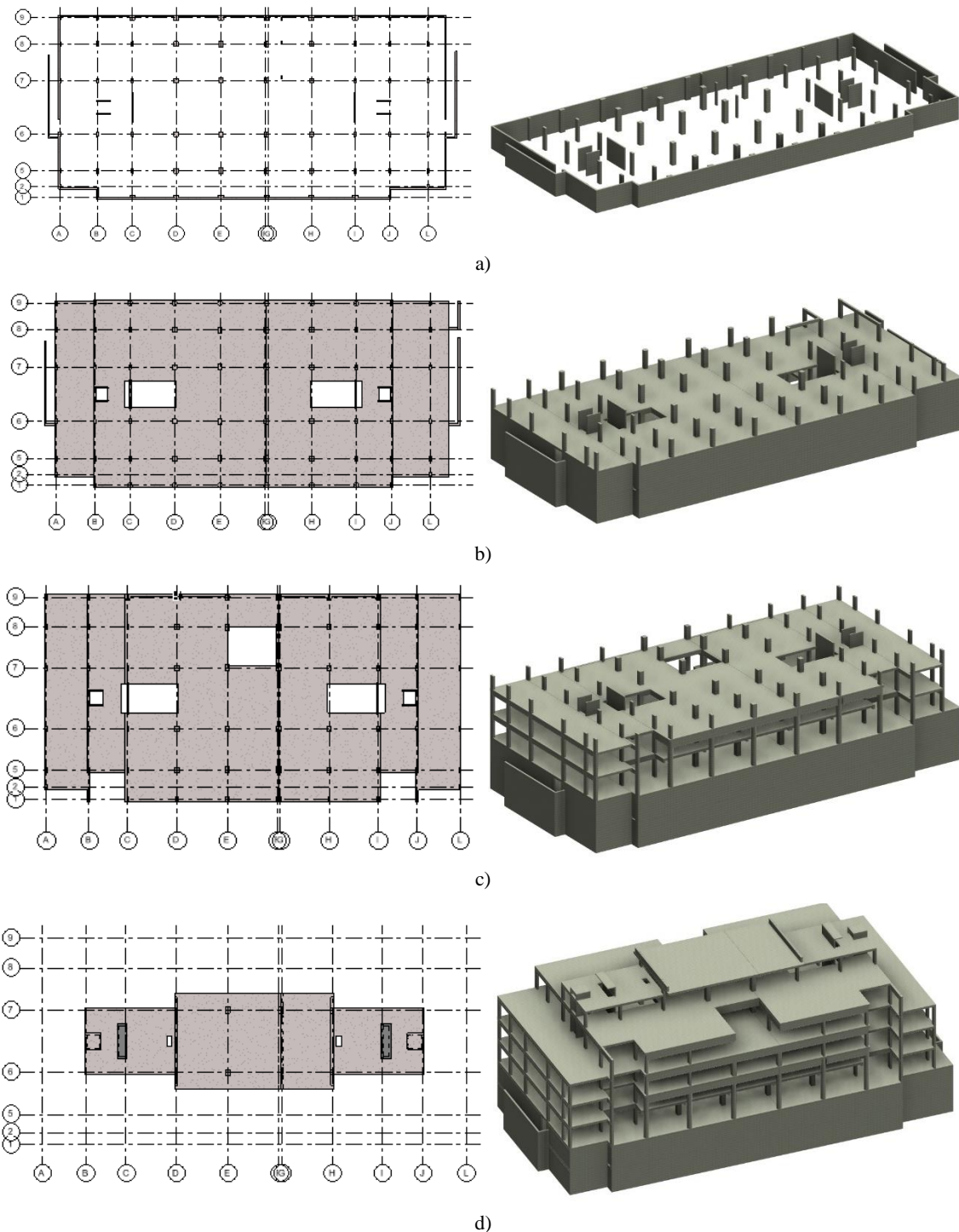


Figura 6.6 – Modelo *Revit* do estudo de caso: a) modelação das fundações/cave; b) modelação do piso 0; c) modelação dos pisos correntes; d) modelação da cobertura.

Ao se observar a representação tridimensional da Figura 6.8, conclui-se que a modelação no que diz respeito às estruturas, se encontra concluída. É possível observar na figura seguinte os pormenores (pormenor A e pormenor B) das juntas de dilatação do edifício em estudo.

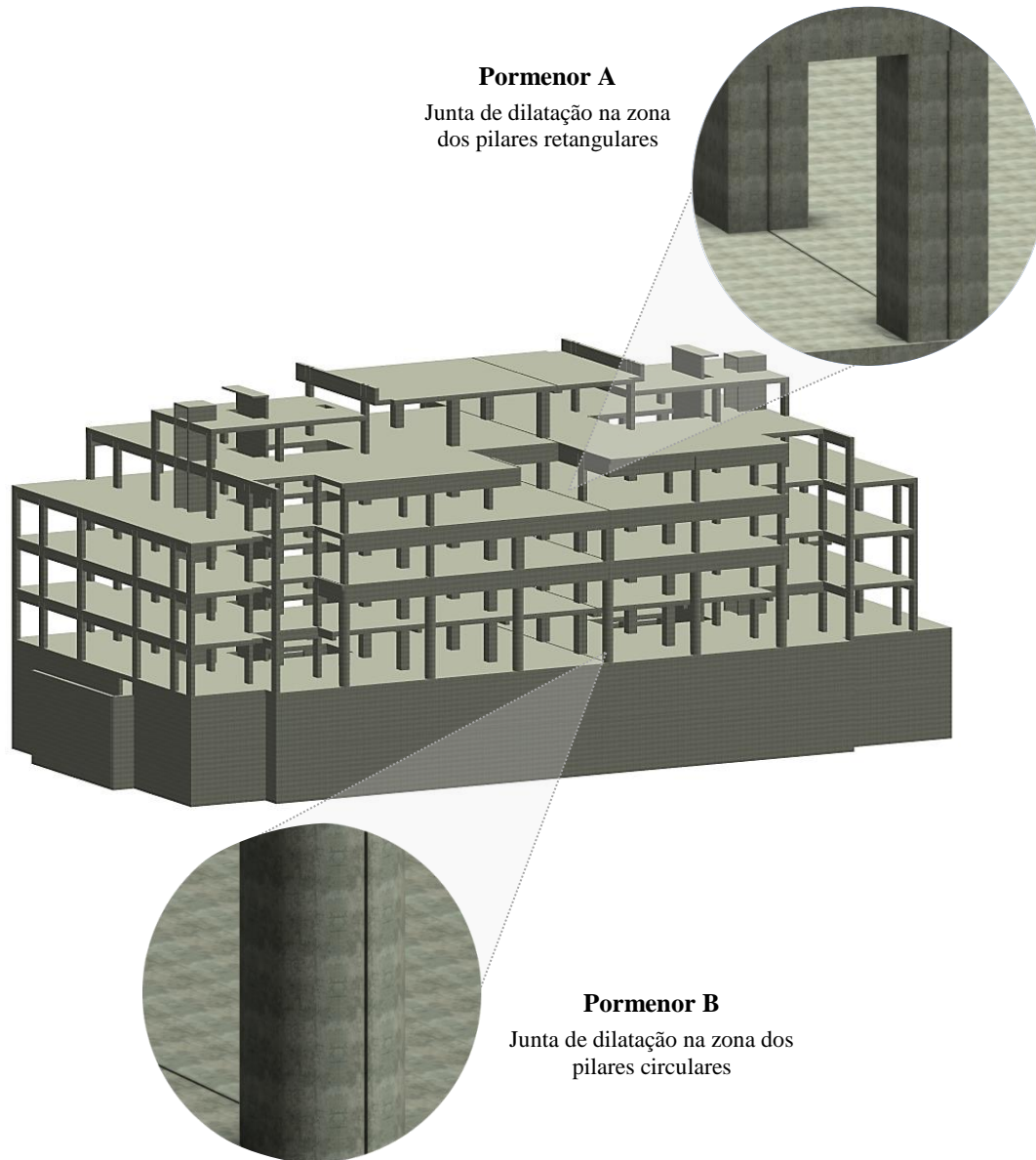
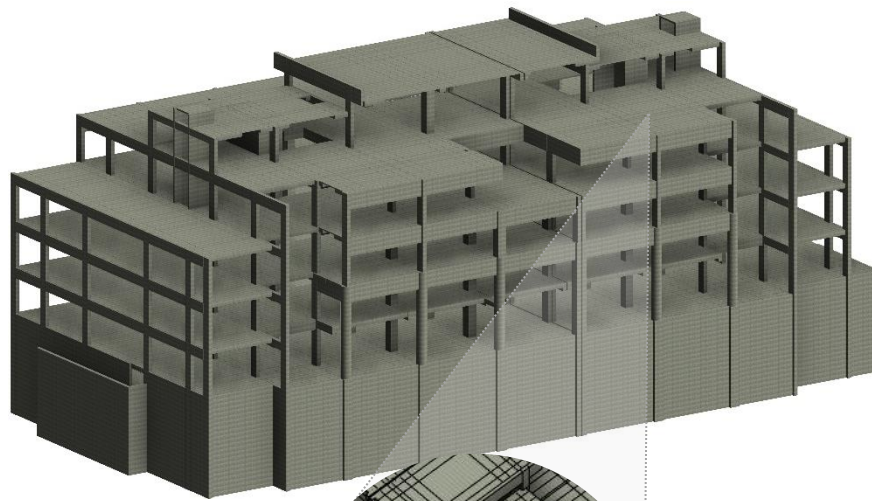
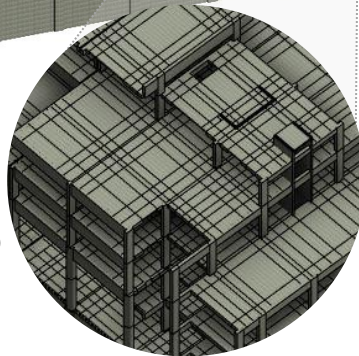


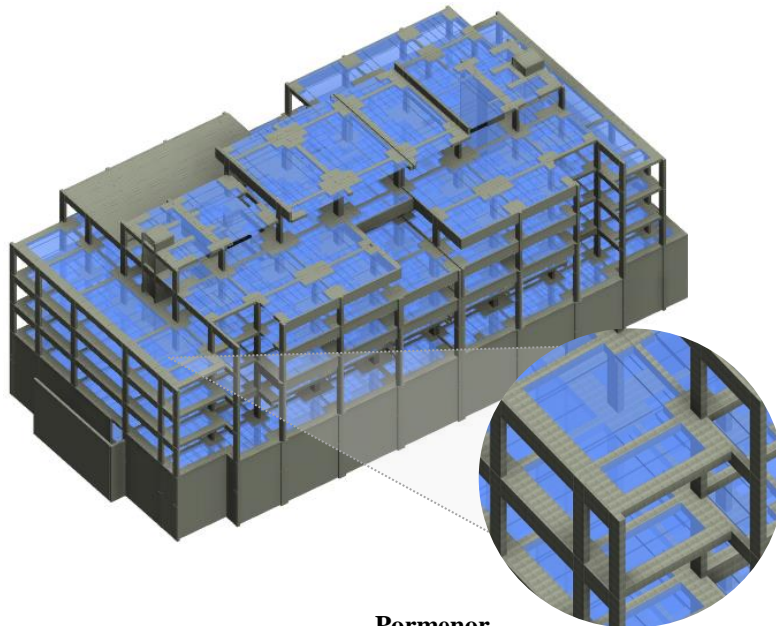
Figura 6.7 – Vista geral do edifício desenvolvida no *Revit* com detalhes das zonas das juntas de dilatação.



Pormenor
Modelação das lajes por
forma a facilitar a
discretização no SAP2000



a)



Pormenor
Lajes fungiformes (azul) e
lajes maciças

b)

Figura 6.8 – Vista geral do edifício desenvolvida no *Revit*: a) pormenor da modelação das lajes; b) modelação das lajes fungiformes e maciças em pormenor.

6.3.3.1 Obtenção do modelo analítico

Como se referiu anteriormente, ao introduzir elementos estruturais no modelo físico elaborado no *Revit*, automaticamente é criado um modelo analítico que por sua vez é interpretável por um programa de cálculo automático através do método dos elementos finitos. Assim, nesta secção estuda-se detalhadamente a constituição do modelo computacional (modelo analítico). Posteriormente, é efetuada a transferência deste modelo para o programa de cálculo automático *SAP2000*.

A Figura 6.9 ilustra o modelo computacional do edifício objeto de estudo. De salientar que o mesmo não apresenta erros significativos de carácter geométrico.

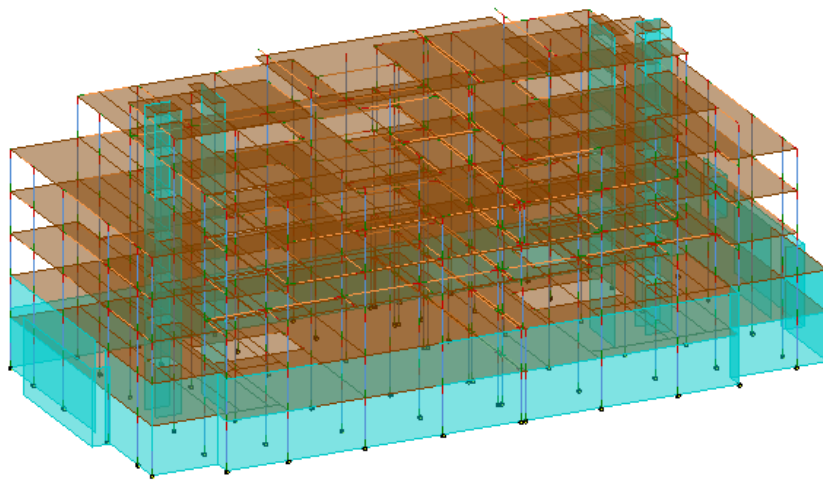


Figura 6.9 – Representação modelo analítico do edifício objeto de estudo.

É possível verificar que o modelo acima referido não contém a informação completa e necessária para realizar a análise dinâmica, como por exemplo, os casos de carga. De acordo com as observações referidas para o modelo simples analisado no ponto 5.7.1.7, estas informações serão definidas diretamente no software *SAP2000*.

6.3.3.2 Ajustes ao modelo analítico

Após a avaliação da interoperabilidade entre o *Revit* e o *SAP2000* realizada no ponto 5.7.2, foi possível tomar a consciência de alguns aspectos importantes a ter em consideração na fase de modelação, pelo que estes poderão condicionar o rigor do modelo analítico e consequentemente a análise dinâmica a realizar. Por exemplo, o *BIM Essencial Guinde* (guia BIM para projetistas de estrutura e construção) recomenda que os pilares devem ser modelados por cada nível, enquanto que as vigas devem ser modeladas de eixo

a eixo de forma a satisfazer o critério de comprimento de encurvadura dos elementos finitos (BCA Singapore, 2013).

Atendendo que o modelo analítico permite a visualização das conexões entre elementos, realizaram-se os ajustes por forma a garantir que os elementos irão estar ligados respeitando a disposição geométrica da estrutura. Da mesma forma, verificou-se também a consistência do modelo. De referir que é importante a consideração da posição do modelo analítico relativamente aos elementos que compõem o modelo geométrico. Por exemplo, os elementos estruturais geometricamente podem estar ligados, mas analiticamente o mesmo não acontece, como se pode verificar na Figura 6.10, em que o eixo analítico de um dos pilares encontra-se descentrado.

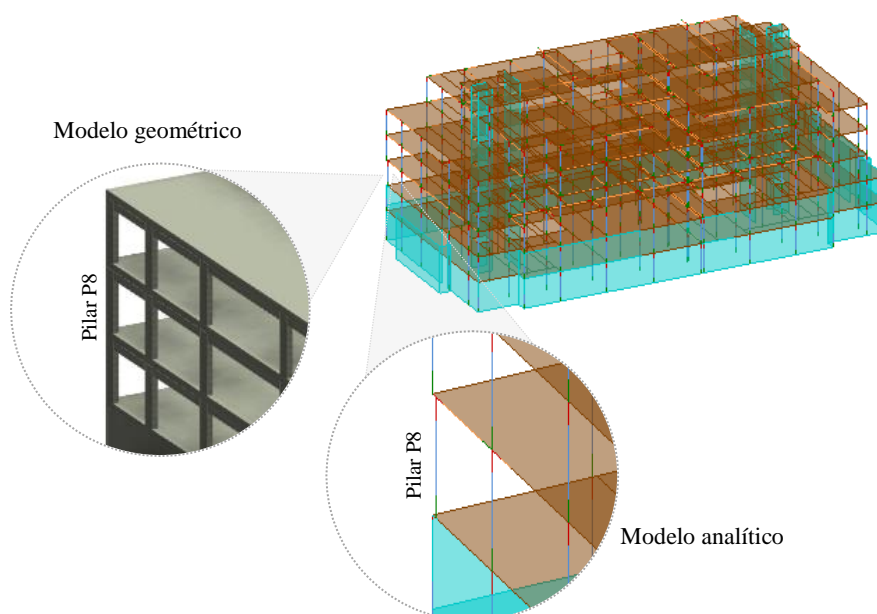


Figura 6.10 – Detalhe do modelo estrutural analítico: ligação entre os elementos (pilar P8) desconectados.

No entanto, a realização de ajustes ao modelo analítico é de facto de um fator importante a ter em consideração, uma vez que pode evitar o trabalho “redobrado” após a troca de informação. Atendendo aos pormenores apresentados, consideram-se que os mesmos são de extrema importância, embora seja a tarefa de um engenheiro de estruturas.

Após a correção do modelo analítico e o mesmo estar em perfeita concordância com as exigências do presente trabalho, realizou-se a ligação com o *SAP2000* através da extensão *CSLxRevit*.

6.4 Modelo numérico

Para a análise do comportamento dinâmico do edifício em estudo, recorreu-se ao software *SAP2000* (versão 18.0.0). Inicialmente, o processo da modelação do edifício foi realizado com recurso a um programa de modelação tridimensional (*Revit Structure* versão 2018). Assim, através da relação de intercâmbio entre os dois softwares, facilmente obteve-se o modelo estrutural em *SAP2000*, enviando-o no formato .EXR a partir do *Revit*. Na Figura 6.11 mostra-se o modelo *SAP2000* do edifício em estudo, importado do *Revit*. Este modelo foi importado com o principal objetivo de calcular as características dinâmicas da estrutura (frequências e modos de vibração), possibilitando desta forma, efetuar as comparações com as identificadas experimentalmente.

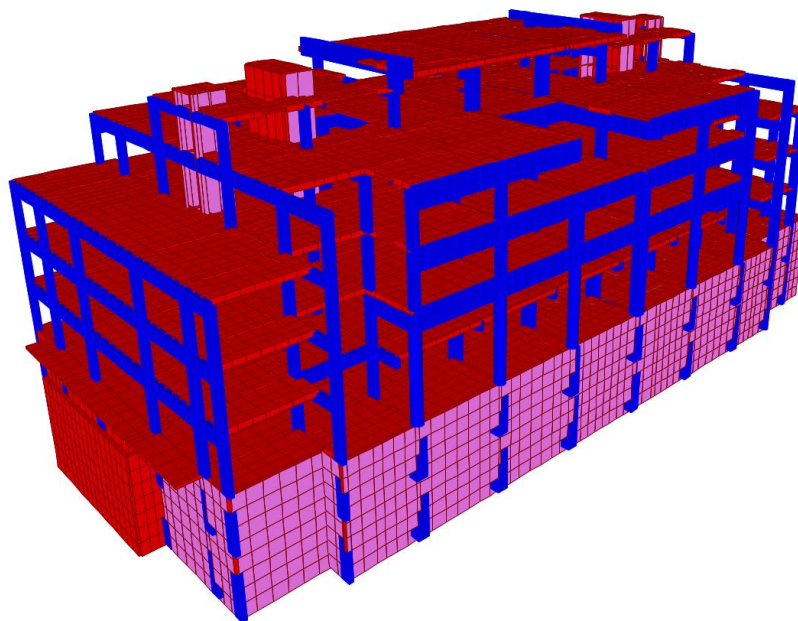


Figura 6.11 – Modelo numérico de elementos finitos tridimensional do edifício em análise.

Nos pontos seguintes apresenta-se a descrição das tarefas de verificação do modelo importado, de maneira a garantir que não seja omitida nenhuma informação relevante para a caracterização do comportamento dinâmico, nomeadamente em termos da obtenção das frequências naturais e repetivos modos de vibração.

6.4.1 Aspectos particulares da modelação

Reafirmando ideias já mencionadas no ponto 5.7.1, para o modelo importado em estudo, confirmou-se que as secções de todos os elementos de barra e elementos de casca foram atribuídas corretamente. Tal como definido no *Revit*, o modelo *SAP2000* importado considerou o betão como sendo um material isotrópico, cujo módulo de elasticidade

$E = 30 \text{ GPa}$ (betão C25/30), peso específico de 25 kN/m^3 e coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$.

Muros de betão

Os muros e paredes estruturais foram integralmente preservadas mantendo as suas propriedades físicas e as suas designações tal como definidas no *Revit*.

Pilares e vigas

Os pilares e as vigas mantiveram as suas propriedades (dimensões, geometria, material e a sua orientação), bem como as suas designações.

Lajes

Relativamente às lajes, o intercâmbio da informação deu-se de uma forma bastante satisfatória, uma vez que as suas propriedades foram transferidas corretamente (p. ex. sob ponto de vista da geometria, dimensões). As lajes foram reconhecidas como elemento *Shell-Thick*. No entanto, alguns elementos de casca foram importados sem quaisquer informações para o SAP (p. ex. no que diz respeito às características do betão), uma vez que os mesmos foram definidos no *Revit*. Ilustra-se na Figura 6.12 um piso onde alguns elementos de casca.

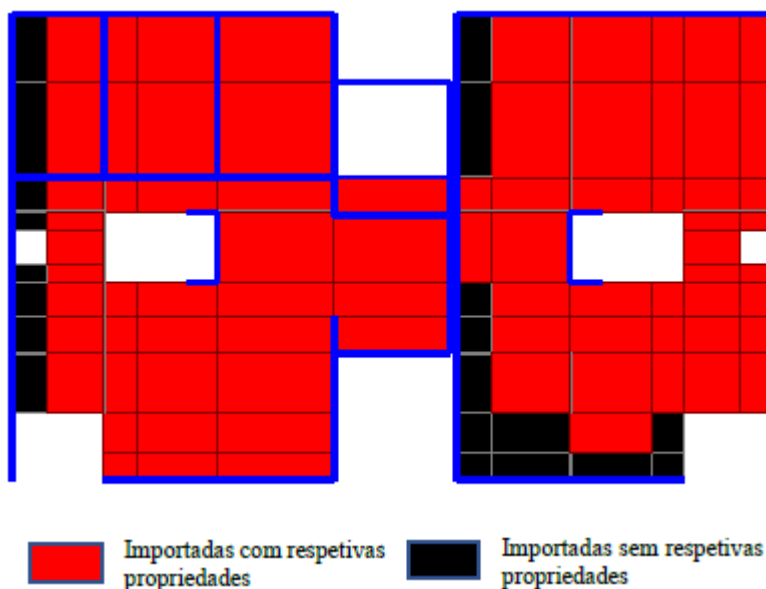


Figura 6.12 – Exemplo de um piso correspondente à omissão no processo de intercâmbio de informação no que respeita às propriedades dos elementos de casca.

Abertura

De salientar que o intercâmbio de informação no que respeita às aberturas nas lajes ainda se encontra limitado, uma vez que o *SAP2000* não reconhece as mesmas. Assim modelaram-se as aberturas das lajes diretamente no software de cálculo automático.

Numa fase posterior, definiram-se todos os apoios como “encastrados sob cada pilar, procedendo também à discretização das lajes e paredes de contenção em elementos finitos. Atendendo que as paredes de contenção apresentam uma elevada rigidez, considerou-se que os pisos enterrados funcionam como um núcleo rígido, assim, admitiu-se um encastramento dos elementos estruturais periféricos até ao nível zero.

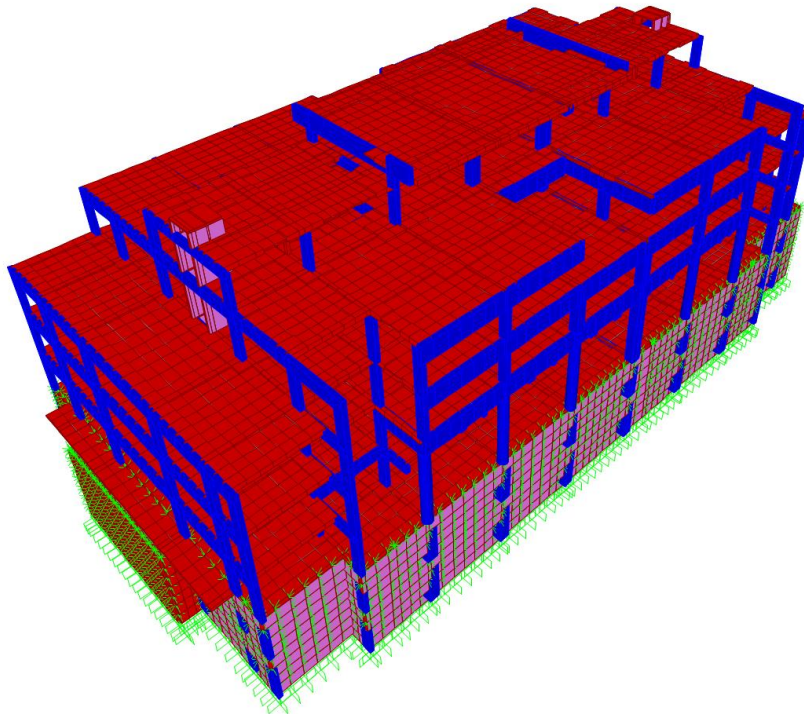


Figura 6.13 – Modelo numérico de elementos finitos tridimensional com as respetivas restrições de apoios.

6.4.1.1 Junta de dilatação

A Figura 6.4 c) e d) e Figura 6.7 mostra a existência de uma linha que atravessa todo o edifício na direção transversal e que se desenvolve igualmente em altura. Essa linha corresponde a uma junta de dilatação (cuja largura é de dois centímetros), o que justifica uma duplicação dos elementos estruturais simétricos (pilares, vigas e lajes), podendo ser importante a sua influência no estudo do comportamento dinâmico face às ações a que o edifício se encontra sujeito. Embora já se tenham realizado alguns estudos sobre este edifício (Serpa, 2015), onde se concluiu que face às ações dinâmicas em estudo (ações ambientais), não é relevante a consideração da existência da junta de dilatação devido à

fraca intensidade da referida ação, ainda assim, considerou-se importante dar a continuidade ao estudo da influência da junta de dilatação no estudo do comportamento dinâmico do edifício face às mesmas ações.

De notar que no *SAP2000* a modelação da zona da existência da junta de dilatação, complementou-se com a simulação da fronteira entre os elementos estruturais através de elementos de ligação *Link/Support (Gap - compressão)*.

O elemento *Gap* apenas funciona à compressão, tendo como objetivo transmitir as forças aplicadas através do elemento de ligação quando ocorre o contacto entre as diferentes partes estruturais separadas (A. Jamal & Vidyadhara, 2013). Para as ligações do tipo *Gap* devem ser especificados os coeficientes de rigidez efetiva K_{el} , onde assume o valor da rigidez dos elementos, de forma a minimizar o risco de erros numéricos. Esta rigidez normalmente é multiplicada por fatores entre 10^2 e 10^4 vezes maior que a rigidez dos elementos a que estão ligados (Nunes, 2011), podendo ser resolvida através da seguinte expressão:

$$k_{el} = \frac{E_{\text{betão}} \cdot \text{Área da secção da superfície de contacto}}{\text{Comprimento de contacto do elemento entre superfícies}} \cdot 100 \quad (6.1)$$

Ilustra-se na Figura 6.14 a representação do elemento do tipo *Gap*.

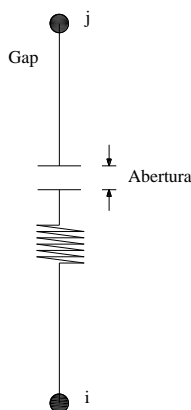


Figura 6.14 – Representação do modelo físico do elemento do tipo *Gap* (CSI, 1998).

Assim, na zona da junta de dilatação, nomeadamente em todos os pisos, os nós dos elementos dessa zona foram unidos por referido elemento *Gap* ($k_{el} = 2,08 \cdot 10^8$ kN/m) (ver Figura 6.15). O comprimento do elemento *Gap* corresponde ao comprimento da junta de dilatação, ou seja, dois centímetros.

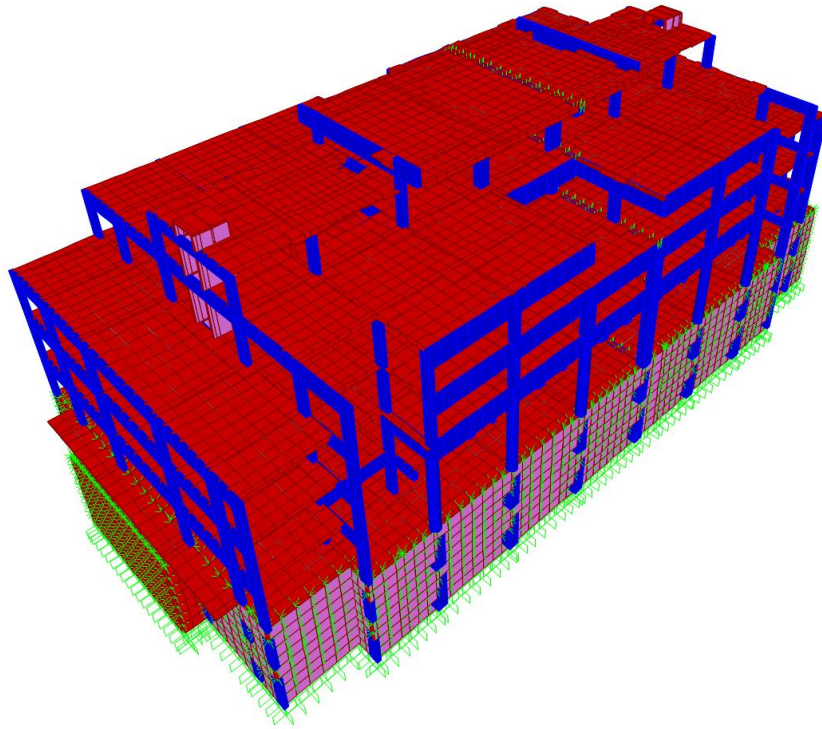


Figura 6.15 – Modelo numérico de elementos finitos tridimensional com a respetiva representação da ligação entre elementos estruturais através do *Gap* na zona da junta de dilatação.

6.4.2 Painéis de alvenaria

Como se referiu anteriormente, o edifício é constituído por diversas paredes (painéis) de alvenaria. No entanto, nesta secção serão descritos alguns elementos não estruturais, em termos da sua disposição e materiais adotados. Os painéis encontram-se confinados lateralmente por pilares e confinados pelas lajes nos bordos superiores e inferiores.

Neste sentido, devido à existência de painéis de alvenaria, será averiguada qual a importância e o impacto que estes painéis terão na análise do comportamento dinâmico do edifício em estudo. De salientar que as paredes de alvenaria foram unicamente modeladas no *SAP2000*, pelo que o método utilizado na sua modelação será através de bielas diagonais equivalentes (ver Figura 6.18), sugeridas por Smith & Riddington e Priestley. Estes autores consideram que a largura das bielas diagonais pode ser igual a um décimo do seu comprimento ou igual a um quarto do seu comprimento.

i. Smith & Riddington

$$W = 0,10 \cdot d \quad (6.2)$$

ii. Priestley

$$W = 0,25 \cdot d \quad (6.3)$$

As bielas apresentam uma secção rectangular (modeladas como elementos de barra no *SAP2000*) com comprimento “*d*”, largura “*W*” e com espessura correspondente à espessura das alvenarias utilizadas no projeto. Salienta-se que para direção longitudinal (Norte-Sul) os vãos possuem vários comprimentos, pelo que foi adotado um comprimento médio de 7,63 metros por questões de simplificações. Na direção transversal (Este-Oeste), os vãos são menores, assim, adotou-se um comprimento médio de 6,5 metros.

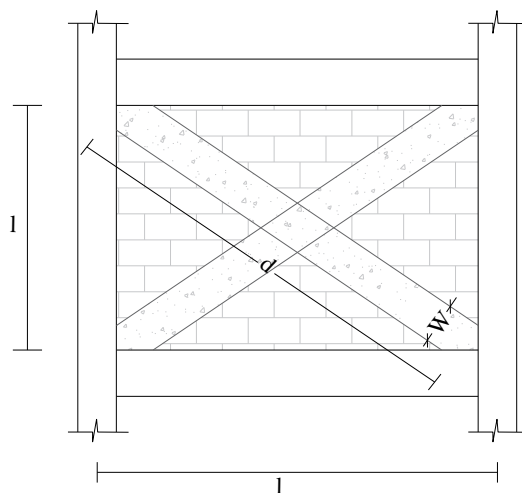


Figura 6.16 – Representação esquemática de um exemplo de uma biela diagonal na direção Este-Oeste

De salientar que se considerou um módulo de elasticidade para as bielas equivalentes a 6 GPa¹⁰. Deste modo, apresentam-se na Tabela 6-1 e Tabela 6-2 as larguras das referidas bielas equivalentes consideradas para o modelo numérico para a direção longitudinal e transversal.

Tabela 6-1: Valor da biela diagonal adotado para os pórticos na direção Norte-Sul (longitudinal).

	Smith & Riddington	Priestley
d (m)	7,63	7,63
W (m)	0,80	1,9

Tabela 6-2: Valor da biela diagonal adotado para os pórticos na direção Este-Oeste (transversal).

	Smith & Riddington	Priestley
d (m)	6,50	6,50
W (m)	0,70	1,60

¹⁰ De destacar que considerou-se um módulo de elasticidade de 6 GPa, uma vez que o LNEC realizou ensaios em pórticos isolados preenchidos com alvenarias de tijolo sujeito à compressão diagonal, onde chegou a conclusão que o módulo de elasticidade à compressão diagonal da alvenaria estaria entre os 5 GPa e 8 GPa (Carvalho, 2009).

Apresentam-se as plantas de arquitetura na Figura 6.17 onde encontram-se dispostas alguns painéis de alvenaria considerado para o estudo do seu comportamento dinâmico.



Figura 6.17 – Plantas arquitectónicas com disposição dos painéis de alvenaria: a) piso 0; b) piso 1; c) piso 2; d) piso 3; e) piso 4.

Após a identificação dos painéis de alvenaria confinados descritos anteriormente, estes foram modelados quer para a direção longitudinal, quer para a direção transversal, como se pode verificar na Figura 6.18.

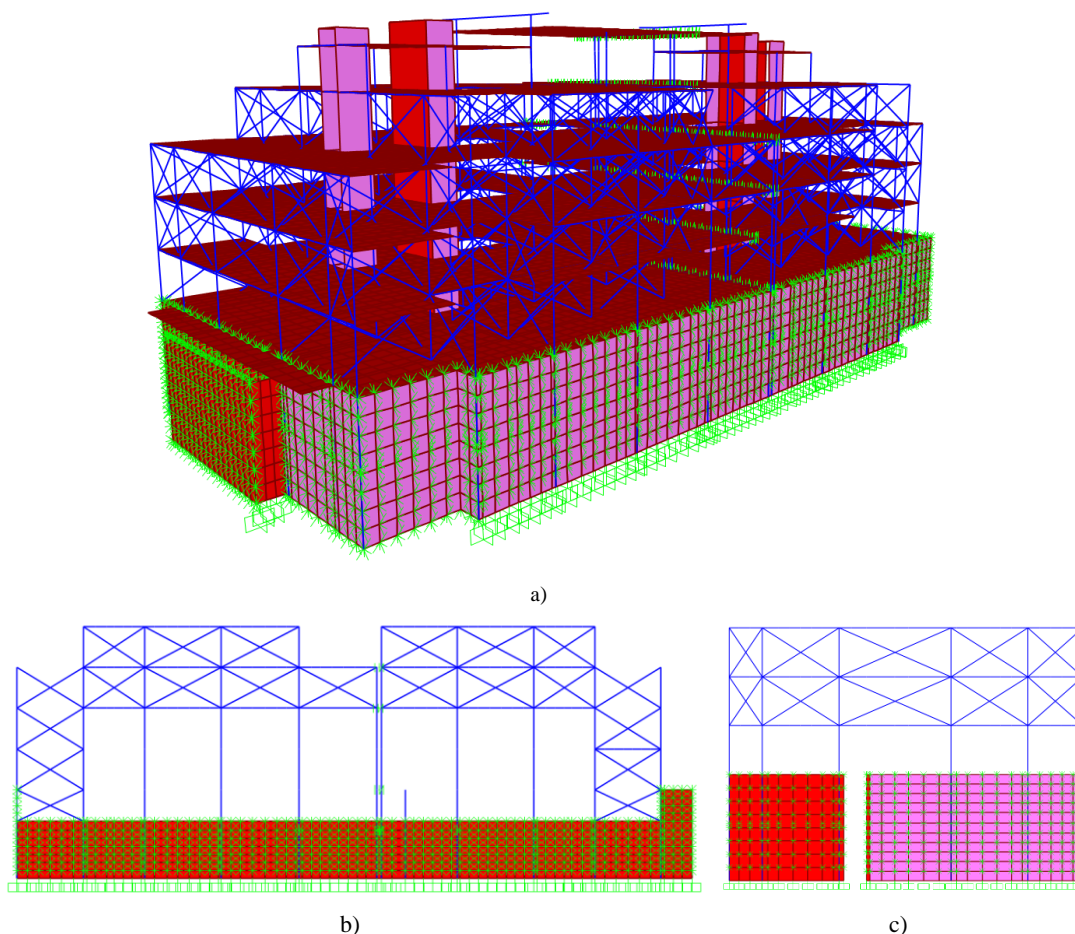


Figura 6.18 – Modelo numérico de elementos finitos tridimensional com a respetiva representação dos painéis de alvenaria: a) aspecto tridimensional; b) direção longitudinal; c) direção transversal.

6.4.3 Ações consideradas

Uma vez que foi verificado anteriormente que no que respeita ao intercâmbio de informação em relação às cargas (ações sobre o edifício tais como sobrecargas e restantes cargas permanentes), os mesmos foram definidos diretamente no *SAP2000*. Consideram-se as seguintes ações:

Restantes cargas permanentes

Paredes de alvenaria de tijolo	2,22 kN/m ²
Revestimentos dos pavimentos	0,40 kN/m ²
Revestimentos nas coberturas	0,40 kN/m ²

Sobrecargas

Valor característico $q_k^{(a)}$	3,00 kN/m ²
Coefficiente $\psi_2^{(b)}$	0,60 kN/m ²
Fator ϕ	0,80 kN/m ²

(a) Valor da sobrecarga (q_k) acordo com a categoria de utilização disposto no quadro 6.1 do (NP EN 1991-1-1, 2009);

(b) Valor do coeficiente de redução (ψ_2) acordo com o preconizado no (NP EN 1990, 2009).

6.4.4 Resultados do modelo

Após realçar os aspectos sobre a importação e ajustes do modelo numérico, segue-se uma análise dos resultados obtidos no software de cálculo automático *SAP2000*, no qual se efetuou uma análise modal, obtendo-se as configurações modais associadas aos três modos de vibração (ver Figura 6.19):

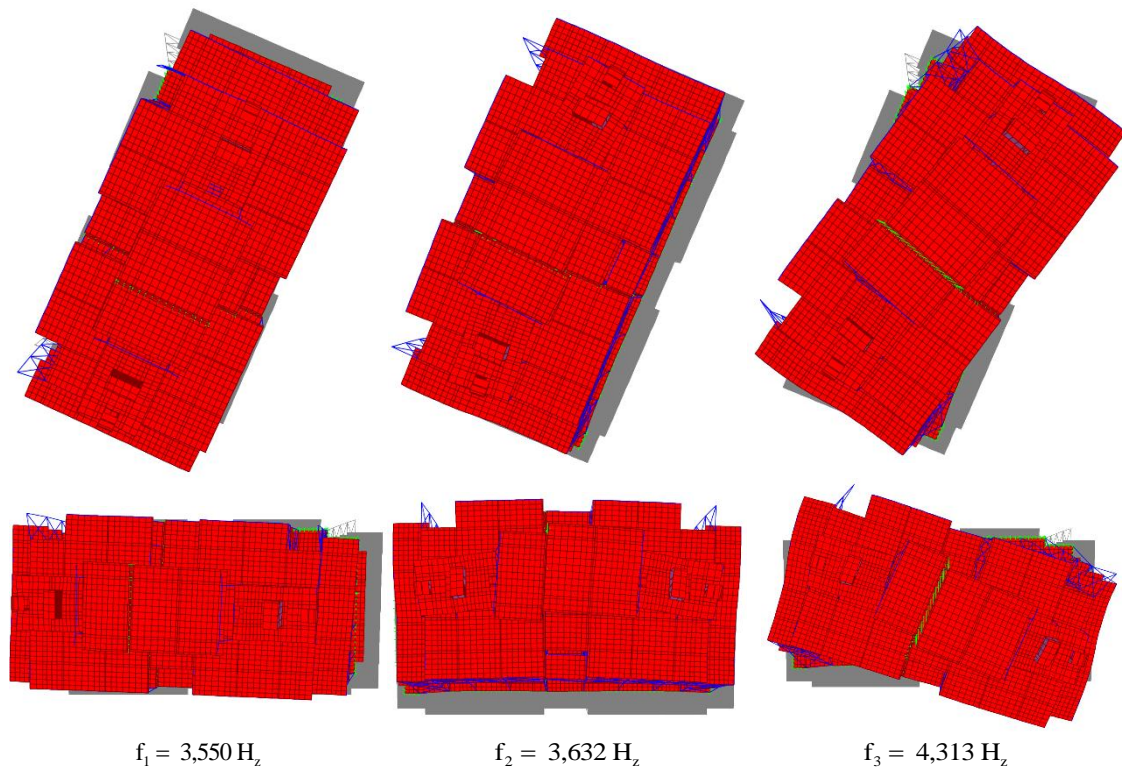


Figura 6.19 – Esquema representativo das configurações modais e frequências naturais do edifício em estudo: a) 1º modo; b) 2º modo; c) 3º modo.

Ao analisar a figura anterior, nomeadamente as configurações modais, conclui-se que o primeiro e segundo são modos de translação respetivamente, enquanto que o terceiro modo corresponde ao modo de torção.

6.4.5 Ensaio de vibração ambiental

Como referido anteriormente, a preparação do ensaio de vibração ambiental teve por base os resultados preliminares obtidos a partir do modelo numérico descrito no ponto anterior. Considera-se este facto muito importante no que respeita ao posicionamento dos sensores e à escolha do valor frequência de amostragem a utilizar no ensaio.

6.4.5.1 Equipamentos de medição e pontos instrumentados

Para a realização do ensaio de vibração ambiental foram utilizados um conjunto de equipamentos: um sistema de aquisição de dados da Kinematics *Altus K2* com 12 canais de medida; seis transdutores de aceleração uniaxiais do tipo *force balance* com sensibilidade de 2,5 V/g; um transdutor de aceleração triaxial também do tipo *force balance* (*Episensor* modelo ES-T); um computador portátil que para adquirir e armazenar as medições. O valor da frequência de amostragem utilizado foi de 50 Hz, permitindo desta forma, verificar que as frequências mais relevantes que se encontravam nos primeiros 25 Hz.

É possível verificar na Figura 6.20 os pontos instrumentados (que teve por base o modelo numérico preliminar), dispendo os transdutores nos quatro cantos do terceiro piso.

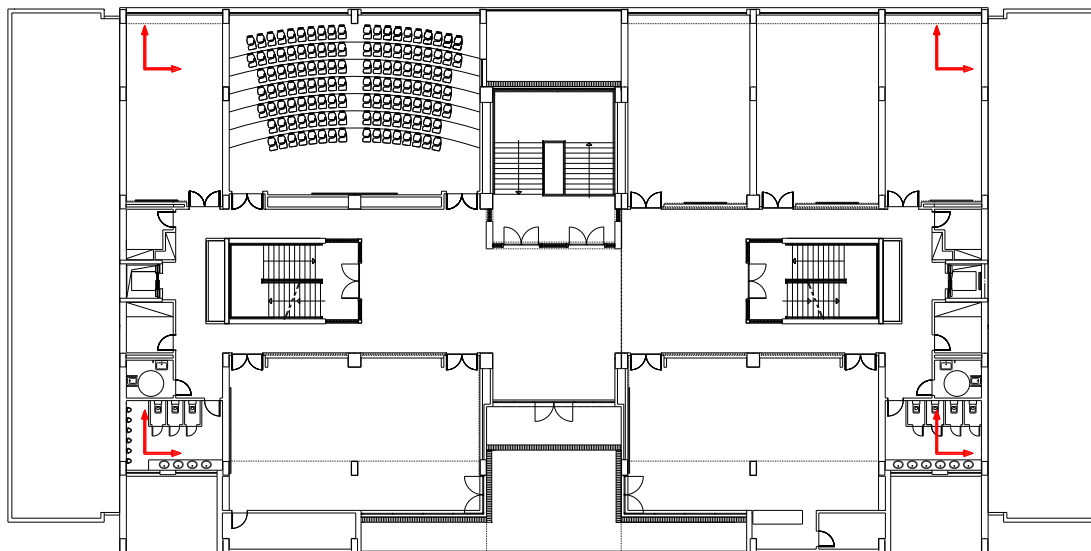


Figura 6.20 – Disposição dos acelerômetros em planta localizado no 3º piso para o edifício objeto de estudo.



Figura 6.21 – Equipamentos utilizados no ensaio de vibração ambiental: a) par de acelerómetros uniaxiais; b) acelerómetro triaxial.

Assim, apresenta-se na Tabela 6-3 os valores obtidos para o referido ensaio de vibração.

Tabela 6-3: Frequências naturais obtidas experimentalmente no ensaio.

	Translação segundo a direção Norte-Sul (Hz)	Translação segundo a direção Este-Oeste (Hz)	Torção em torno da direção da altura (Hz)
Ensaio preliminar	3,549	3,662	4,911

6.4.6 Identificação modal

O processo referente à identificação modal dos principais parâmetros dinâmicos que caracterizam a resposta dinâmica do estudo de caso, foi assegurado recorrendo ao programa *ARTEMIS* (SVS, 2016) e às rotinas desenvolvidas no *MatLab*. No software *ARTEMIS* implementou-se um modelo simplificado do estudo de caso com três pisos e com geometria retangular com dimensões correspondetes às dimensões das plantas dos pisos.

A partir de histórias de acelerações adquiridas no ensaio de vibração ambiental e utilizando uma frequência de 50 Hz, permitiu identificar frequências até 25 Hz, mostrando-se na Figura 6.22 um espectro de valores singulares (Mendes & Oliveira, 2008) que apenas mostra frequências até 12,5 Hz.

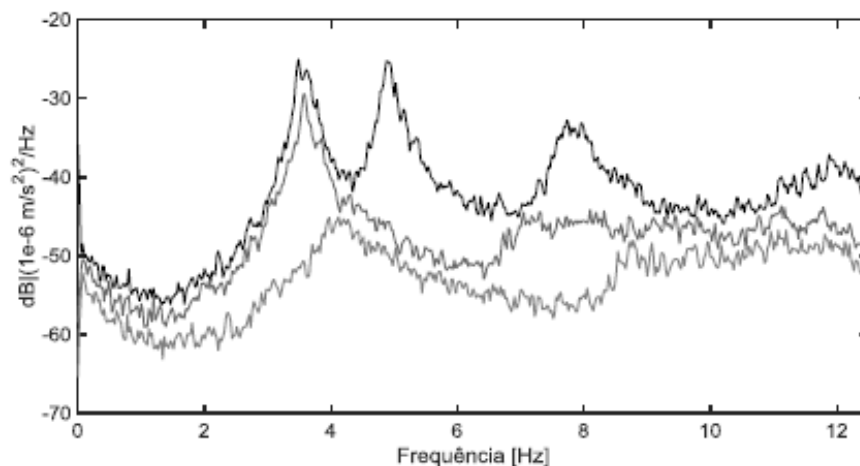


Figura 6.22 – Densidade espectral dos valores singulares.

Assim, é possível identificar as frequências naturais da estrutura a partir da figura anterior. Apresenta-se na Figura 6.23 as configurações modais com as suas respectivas frequências naturais obtidas nos ensaios experimentais e processadas no software *ARTEMIS*, onde contempla de uma adequada representação espacial. Assim, pode-se observar na referida figura que o primeiro modo corresponde a uma translação segundo a direção Norte- Sul, enquanto que o segundo modo corresponde à translação Este-Oeste. Já o terceiro modo corresponde a uma torção em torno do eixo vertical.

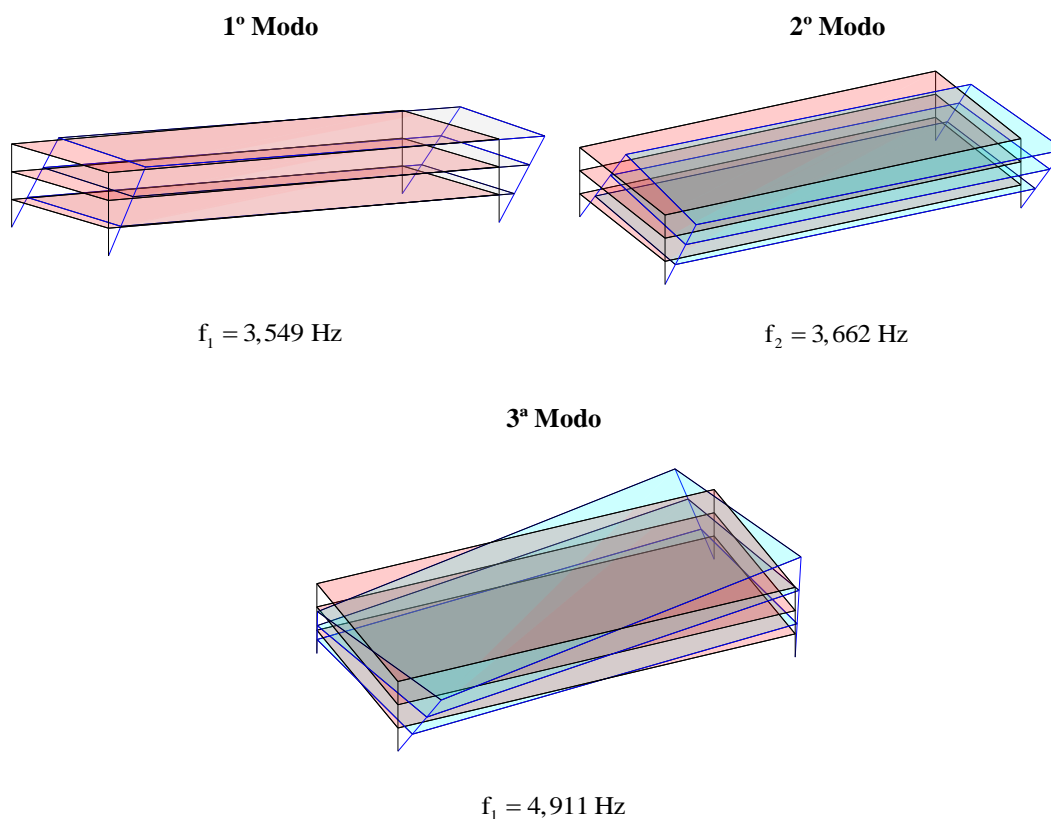


Figura 6.23 – Configurações modais e frequências de vibração dos três modos obtidos experimentalmente no *ARTEMIS* e rotinas desenvolvidas no *MatLab* e identificadas e respectivas frequências naturais.

6.4.7 Comparação entre resultados numéricos e experimentais

Os resultados obtidos experimentalmente são comparados com os resultados fornecidos pelo modelo numérico de elementos finitos desenvolvido em *SAP2000* na Tabela 6-4. Para facilitar a análise e interpretação de resultados é apresentada uma taxa de erro entre os valores.

Tabela 6-4: Frequências naturais obtidas experimentalmente no ensaio.

Modos	Modelo experimental (Hz)	Modelo numérico (Hz)	Erro (%)
1° (Norte-Sul)	3,549	3,350	5,61
2° (Este-Oeste)	3,662	3,632	0,82
3° (Torção)	4,991	4,313	13,58

Assim, verifica-se que em termos de erros entre valores obtidos considera-se aceitáveis para o 1° modo e 2° modo, excetuando para o modo com frequência mais elevada, uma vez que apresenta um erro maior.

6.5 Considerações finais

Ao longo deste capítulo, dedicou-se ao estudo do comportamento dinâmico de um edifício com seis pisos de betão armado dividida em dois módulos separados por uma junta de dilatação. A realização deste estudo foi com base na análise de resultados experimentais obtidos a partir de um ensaio de vibração ambiental, os quais foram comparados com resultados obtidos de um modelo numérico de elementos finitos tridimensional, obtido a partir da relação de intercâmbio existente entre o *Revit* e *SAP2000*.

Toda a vertente experimental constituiu uma base para calibrar o modelo numérico de elementos finitos. Foi possível averiguar a importância que as paredes de alvenaria têm no comportamento dinâmico de estruturas. Da mesma forma, foi possível verificar que a modelação da junta não é significativa perante as ações ambientais, pois não compromete as configurações modais.

7

Conclusões e perspectivas futuras

7.1 Conclusões

Apresentam-se de seguida as conclusões mais relevantes deste trabalho, ressaltando-se que as mesmas dizem respeito à caracterização do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil por intermédio de avaliação numérica e experimental, bem como a utilização do BIM na modelação estrutural.

Com a concretização deste trabalho, foi possível ter o conhecimento da importância que os princípios matemáticos têm na caracterização e análise do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil, no que respeita à estimação dos seus parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibração). Estes princípios foram concretizados com auxílio de rotinas desenvolvidas num potente software *MatLab*, o que possibilitou estudar modelos bastantes simples, como é o caso de osciladores de 1 GL e vários GL por intermédio da formulação clássica e formulação de estado.

A constante evolução das tecnologias informáticas alterou o modo de trabalho na indústria AEC, o que permitiu novas ferramentas e metodologias de trabalho. Ao engenheiro de estruturas cabe a tarefa não só de analisar e dimensionar, mas também modelar os elementos estruturais. No entanto, com foco nas soluções da Autodesk, a aplicação informática de modelação BIM usada no presente trabalho mostrou ser uma ferramenta capaz de fornecer ao engenheiro de estruturas poderosas funcionalidades de

modelação, por disponibilizar um grande número de elementos estruturais, por possuir capacidade de englobar o modelo geométrico e o modelo analítico no mesmo modelo BIM e pela simplicidade e eficácia no intercâmbio de informação referente ao modelo analítico, com programa de cálculo automático *SAP2000*. Constatou-se algumas condicionantes, tais como, a incapacidade de troca de informações no que diz respeito: às ações e combinações de ações e às restrições de apoio. Desta forma pode-se garantir que esta nova metodologia aplicada à engenharia de estruturas é uma mais valia e alternativa de grande valor ao sistema CAD.

Com a realização deste trabalho, foi possível mostrar a importância que os ensaios de vibração ambiental têm na caracterização do comportamento dinâmico em edifícios de betão armado e na calibração dos modelos numéricos. Foi possível demonstrar que a contabilização das paredes divisórias em alvenaria convencional de tijolo é significativa. Pode-se afirmar, que a simulação da junta de dilatação no comportamento do edifício sujeito a vibrações ambientais não se mostrou tão relevante, uma vez que se trata de uma ação dinâmica de fraca intensidade.

7.2 Perspetivas futuras

Atendendo que a ação ambiental considerada no estudo do comportamento dinâmico se trata de uma ação de pequena intensidade, o trabalho apresentado pode ser complementado sob ações dinâmicas de grande intensidade, por exemplo sismos, pelo que o contributo da junta de dilatação assumir-se-ia relevante para o comportamento dinâmico do edifício. Outro campo a explorar na análise dos resultados experimentais corresponde à identificação de coeficientes de amortecimentos modais, uma vez que ficou em aberto.

No que diz respeito à aplicabilidade do BIM e outras ferramentas de cálculo, por exemplo o *SAP2000*, surgem algumas perspetivas que, inevitavelmente passam pela eliminação das limitações levantadas ao longo do trabalho, no que toca às capacidades de troca de informação, melhorando assim, a eficiência na indústria AEC.

Do ponto de vista do processo de intercâmbio, outro campo a explorar corresponde ao formato IFC com o intuito de averiguar e/ou ter uma base de comparação com o formato EXR, no que respeita aos resultados após a troca de informações.

Bibliografia

- Antunes, R. (2017). *Desenvolvimento e Implementação de Ferramentas de Cálculo Estrutural e a sua Compatibilização com Metodologias BIM. Tese de Mestrado.* Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- ARBED, G. (2001). *PROFIL ARBED. Structural Shapes.* Retrieved from www.europofil.lu
- Autodesk. (2018). Autodesk Revit. Built For BIM. Retrieved August 20, 2017, from www.autodesk.com
- Azhar, S. (2011). BIM: Trends, Benefits, Risks and Challenges for the AEC industry, *11*(Bazjanac 2006), 241–252.
- BCA Singapore. (2013). BIM Essential Guide: For C&S Consultants. *Building and Construction Authority.* Retrieved from [http://www.corenet.gov.sg/integrated_submission/bim/BIM/Essential Guide MEP.pdf](http://www.corenet.gov.sg/integrated_submission/bim/BIM/Essential_Guide_MEP.pdf)
- Becerik-Gerber, B., Asce, A. M., & Kensek, K. (2010). Building Information Modeling in Architecture , Engineering , and Construction : Emerging Research Directions and Trends. *Journal of Professional Issues in Engineering Education and Practice*, (July), 139–147. <https://doi.org/10.1061/ASCEEI.1943-5541.0000023>
- Brincker, R., Ventura, C., & Andersen, P. (2001). Damping Estimation by Frequency Domain. *In Proceedings of 19th Internaticional Modal Analysis Conference*, 90–106.
- Brincker, R., Zhang, L., Ventura, C., & Andersen, P. (2001). Modal Identification of Out-Only Systems Using Frequency Domain Decomposition.
- buildingSMART. (2014). Developing the open standards, tools and training that will drive the successful uptake of BIM.
- Caetano, E. D. S. (1992). *Identificação Experimental de Parâmetros Dinâmicos em*

- Sistemas Estruturais. Tese de mestrado.* Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Carvalhido, A. (2009). *Avaliação Experimental e Numérica da Influência dos Painéis de Enchimento de Alvenaria de Tijolo na Rigidez e Resposta Sísmica de Estruturas de betão armado. Tese de mestrado.* Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Chopra, A. (2012). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering* (4th editio). Prentice-Hall.
- Clough, R. W., & Penzien, J. (1995). *Dynamics of Structures* (Third Edit). Berkeley, CA: Computer & Structures, Inc.
- CSI. (1998). SAP2000 Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures. Retrieved March 12, 2018, from www.csi.com
- CSI. (2018). CSiXRevit. SAP2000 ® , ETABS ® , SAFE ® and Revit ® 2018 Data Exchange Documentation. Retrieved from www.csiportugal.com
- Doshi, J. (2014). Structural Health Monitoring. Retrieved June 25, 2017, from <https://www.thestructuralmadness.com/2014/12/structural-health-monitoring.html>
- Eastman, C. (1975). The Use of Computers Instead of Drawings in Building Design. *AIA Journal*, 63(3), 46–50.
- Eastman, C., Teicholz, P., Sacks, R., & Liston, K. (2011). *BIM Handbook: A Guide to Building Information Modeling for Owners, Managers, Designers, Engineers and Contractors. Building* (Vol. 2). <https://doi.org/10.1002/9780470261309>
- Ferreira, A. (2013). Identificação Modal e Atualização de Modelos de Elementos Finitos. *Tese de Mestrado*. Retrieved from <http://run.unl.pt/handle/10362/11225>
- Gomes, J., & Carvalho, E. (2014). Ensaios de Vibração Forçada para Caracterização do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão. Aplicação à Barragem de Cahora Bassa. *5as Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas*, 1–15.
- Horyna, T., & Ventura, C. (2000). Measured and Calculated Modal Characteristics of the Heritage Court Tower in Vancouver. *In Proceedings of 18th Internaticional Modal Analysis Conference*.
- Jamal, A., & Vidyadhara, S. (2013). Seismic Pounding of Multi-storeyed Buildings. *International Journal of Research in Engineering and Technology*.
- Jamal, H. (2017). Design and Construction of Burj Khalifa. Retrieved March 15, 2018, from www.burjkhalifa.ae
- Laakso, M., & Kiviniemi, A. (2012). The IFC standard - A review of history,

- development, and standardization. *Electronic Journal of Information Technology in Construction*, 17(May), 134–161.
- Lino, J. C., Azenha, M., & Lourenço, P. (2012). Integração da Metodologia BIM na Engenharia de Estruturas. *Encontro Nacional Betão Estrutural -BE2012*, 24–26.
- Lloyd's Register. (2017). Smart Solutions Shaped With Human Intelligence. Retrieved April 25, 2017, from www.lr.org
- Lu, X., Xie, L., Guan, H., Huang, Y., & Lu, X. (2017). Finite Elements in Analysis and Design. Retrieved February 20, 2018, from <http://www.luxinzheng.net>
- Magalhães, F. (2004). *Identificação modal estocástica para validação experimental de modelos numéricos. Tese de mestrado*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Magalhães, F., Cunha, Á., & Caetano, E. (2005). Identificação modal estocástica de estruturas de engenharia civil. *Monografias CIMNE*.
- Mendes, P. (2010). *Observação do Comportamento Dinâmico de uma Barragem de Betão. Tese de doutoramento*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Mendes, P., Baptista, M. A., Silva, P., & Oliveira, C. (2004). Análise experimental para obtenção das características dinâmicas do edifício da Portugal Telecom no Parque das Nações. In *SISMICA 2004 - 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica*. Lisboa.
- Mendes, P., & Oliveira, S. (2008). *Análise Dinâmica de Estruturas. Utilização Integrada de Modelos de Identificação Modal e Modelos de Elementos Finitos*. LNEC, Lisboa.
- Mendes, P., & Oliveira, S. (2012). Dinâmica de Estruturas. In *Sebenta da unidade curricular Dinâmica de Estruturas* (pp. 1–183). Lisboa.
- NBIMS-US. (2015). National BIM Standard-United States, 1–15. Retrieved from www.nationalbimstandard.org
- NEWTON. (2012). Foundations and Structural Design of the Institute of Systems and Computer Engineering of Porto II. *NEWTON - Consultores de Engenharia*.
- NP EN 1990. (2009). Eurocódigo - Bases para o projeto de estruturas. *Instituto Português Da Qualidade*.
- NP EN 1991-1-1. (2009). Eurocódigo 1 - Ações estruturais. Parte 1-1: Acções Gerais - Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios. *Instituto Português Da Qualidade*, 44.
- NP EN 1992-1-1. (2010). Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão. Parte 1-1: regras

- gerais e regras para edifícios. *Instituto Português Da Qualidade*.
- NP EN 1998-1. (2010). Projeto de estruturas para resistência aos sismos - Parte 1: Regras gerais, ações sísmicas e regras para edifícios. *Instituto Português Da Qualidade*.
- Nunes, J. (2011). *Modelação Numérica de Modelos Experimentais de Alvenaria de Pedra Tradicional. Tese de mestrado*. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Pinho, S. (2013). *O Modelo IFC Como Agente de Interoperabilidade: Aplicação ao Domínio das Estruturas. Tese de Mestrado*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Rodas, I. (2015). *Aplicação da Metodologia BIM na Gestão de Edifícios. Tese de mestrado*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto. Retrieved from <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/79520/2/35681.pdf>
- Rodrigues, J. (2004). *Identificação Modal Estocástica. Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil. Tese de doutoramento*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Rodrigues, J., & Costa, A. (2002). Dynamic Tests of the Structure For Extension of the Madeira Island Airport. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, (January 2015).
- Serpa, R. (2015). *Caracterização dinâmica de um edifício existente de betão armado através de ensaios de vibração ambiental. Tese de mestrado*. Instituto Superior de Engenharia, Lisboa.
- Serra, P. (2015). *Análise da Implementação de Processos BIM Aplicados ao Projeto de Estruturas. Tese de Mestrado*. Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.
- Silveira, V. (2014). *Análise do Modelo BIM Numa Perspetiva do Projeto de Estruturas. Tese de Mestrado*. Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- Statista. (2017). The Statistics Portal. Retrieved November 9, 2017, from www.statista.com
- SVS. (2016). ARTeMIS Modal Software.
- Tarrafá, D. (2012). *Aplicabilidade prática do conceito BIM em projeto de estruturas. Tese de mestrado*. Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Vaillette, C. (2012). Origins of BIM. Retrieved June 15, 2018, from <http://bimerworld.blogspot.pt/2012/03/chapter-1-part-2-origins-of-bim.html>