

Cálculo Mental – Um Estudo Sobre as Estratégias Utilizadas por Alunos do 3.º ano na Adição e Subtração

Célia Josefa Menezes de Mendonça* e Graciosa Veloso**

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa*, **

celiajosefa@gmail.com*, graciosav@eselx.ipl.pt**

RESUMO

A presente comunicação, elaborada para o III Encontro de Mestrados em Educação e Ensino, pretende apresentar um estudo realizado no ano letivo de 2014/2015, que teve como finalidade identificar as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos na adição e subtração, bem como verificar a importância da discussão oral na partilha das estratégias. Assim sendo, este estudo teve as seguintes questões orientadoras: i) Quais são as estratégias de cálculo mental utilizadas por alunos do 3.º ano de escolaridade na adição e subtração de números inteiros?; ii) Qual a importância da discussão oral das estratégias utilizadas pelos alunos após a realização individual da tira de cálculo mental? A metodologia seguiu o paradigma de investigação-ação de natureza qualitativa. As técnicas de recolha de dados utilizadas basearam-se na observação participante e na análise documental. Implementou-se uma rotina de tira de cálculo mental e de partilha das estratégias utilizadas. As produções dos alunos nas rotinas foram organizadas de acordo com um quadro teórico.

Os resultados fazem admitir que os alunos privilegiaram duas estratégias de cálculo mental: adicionar ou subtrair um múltiplo de 10 ao primeiro termo; decompor os números nas suas ordens, adicionando-os ou subtraindo-os, obtendo-se o resultado através da recomposição do número. Finalmente, deve ser acrescentado que os momentos da partilha das estratégias contribuíram para os alunos se apropriarem de novas estratégias.

Palavras-chave: sentido de número, cálculo mental, estratégias de cálculo mental

INTRODUÇÃO

O cálculo mental contribui para o desenvolvimento do sentido de número, especificamente por as estratégias desse cálculo poderem evidenciar a compreensão de relações numéricas. O presente documento recai sobre a investigação realizada no âmbito do estágio de intervenção da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada II, do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico, lecionada na Escola Superior de Educação de Lisboa, numa turma de 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Durante o período de observação, foi evidenciada uma fragilidade que incidia na utilização de estratégias de cálculo mental. Assim sendo, foi definido

o objetivo geral “Melhorar as destrezas de cálculo mental” e as seguintes questões: i) Quais são as estratégias de cálculo mental utilizadas por alunos do 3.º ano de escolaridade na adição e subtração de números inteiros?; ii) Qual a importância da discussão oral das estratégias utilizadas pelos alunos após a realização individual da tira de cálculo mental? O estudo teve uma metodologia que seguiu o paradigma de investigação-ação de natureza qualitativa. Os dados foram recolhidos e analisados através da observação participante durante os momentos de discussão oral/partilha das estratégias utilizadas, bem como da análise documental que se baseou no registo escrito dos alunos na rotina.

SENTIDO DE NÚMERO

Segundo McIntosh, Reys e Reys (1992) a expressão sentido de número

“...refere-se ao conhecimento geral que uma pessoa tem acerca de número e das suas operações a par com a capacidade e inclinação para usar esse conhecimento de forma flexível para construir raciocínios matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações” (p. 4).

No dia a dia, os indivíduos deparam-se com informações em diferentes formatos (percentagens, gráficos, tabelas, numerais decimais) e com problemas que requerem raciocinar com números e/ou aplicar operações aos números. Para lidar com estes factos e para que se consiga compreender, analisar e agir, é essencial ter desenvolvido um bom sentido de número (Albergaria & Ponte, 2008; Castro & Rodrigues, 2008; Ferreira, 2012; McIntosh et al, 1992). Embora o sentido de número não seja um tema novo, vários autores consideram difícil defini-lo corretamente. Esta expressão surgiu na literatura de Educação Matemática no final do século passado.

De acordo com Castro e Rodrigues (2008), é possível entender imediatamente em que situações existe falta de sentido de número. Por consequência, é possível também perceber que, quando existe uma compreensão geral dos números e das relações entre eles, existe perícia e habilidade para usar os números em vários contextos. Esta competência exige que se trabalhe com números e não com dígitos e que se atribua diferentes significados ao que o número pode ter. Assim, de acordo com as autoras supramencionadas, o sentido de número diz respeito “à compreensão global e flexível dos números e operações com o intuito de compreender os números e as suas relações e desenvolver estratégias úteis e eficazes para utilizarmos no nosso dia-a-dia” (p. 118). Nos últimos quinze anos, professores de Matemática de muitos países têm considerado fundamental ajudar os alunos a desenvolver o sentido de número e recomendam que “o seu ensino e aprendizagem devem estar integrados nos currículos de Matemática nos primeiros anos” (Yang & Tsai, 2010, p. 112). Seguindo esta ordem de ideias, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) defendem que o sentido de número é “uma referência central do ensino dos números e do cálculo desde os primeiros anos” (p. 46). Por esta razão, decidiu-se estudar e analisar os documentos de orientação curricular nacionais deste século. No documento Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais, assumido a partir do ano letivo 2001/2002 como a referência central para o desenvolvimento do currículo e como documento orientador do Ensino Básico, mas revogado em 2011, não

surge de modo claro o sentido de número. No entanto, é referido que “ser matematicamente competente envolve . . . um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática” (p. 57).

No que diz respeito ao Programa de Matemática (ME, 2007), que foi revogado em 2013, o sentido de número é definido como a “capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, . . . usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados e reconhecer a grandeza relativa e absoluta dos números” (p. 13). Relativamente ao que é indicado no Programa e Metas Curriculares de Matemática (ME, 2013), pode verificar-se que não há evidência, nem valorização desta perspetiva compreensiva dos números e das operações.

Posto isto, pode-se concluir que o necessário para o desenvolvimento do sentido do número é a compreensão e construção de relações entre números, que deve ir além da memorização de factos matemáticos. Assim, é imprescindível que os alunos compreendam essas relações e que as consigam estabelecer em contextos completamente distintos.

CÁLCULO MENTAL

Segundo ME (2007), a expressão cálculo mental caracteriza-se por

“(i) trabalhar com números e não com algarismos; (ii) usar as propriedades das operações e as relações entre números; (iii) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares; e (iv) permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação” (p. 10).

A importância do desenvolvimento do cálculo mental na aquisição do sentido de número é referida por vários autores (por exemplo, Taton, 1969; Buys, 2008). Na perspetiva de Taton (1969), o cálculo mental desenvolve nas crianças noções de ordem e lógica, de reflexão e memória, que contribuem para a sua formação intelectual e permitem criar ferramentas para efetuarem cálculos simples em situações do quotidiano. Assim, torna-se importante neste momento, focarmo-nos no que consiste o cálculo mental, na sua importância e nas suas estratégias. Embora esta competência esteja presente nas indicações curriculares há mais de sete décadas, normalmente referida quando se fala em cálculo numérico, o seu significado não é unânime. Por exemplo, Sowder (1988) considera que o cálculo mental é caracterizado pelo processo de realizar cálculos aritméticos sem a ajuda de meios externos. Anos mais tarde, Lello e Lello (1991) definem-no como sendo uma “operação aritmética, feita de memória, sem auxílio de sinais escritos” (p. 428). No entanto, e devido aos estudos relativos à aritmética mental, é sabido que atualmente o cálculo mental vai para além destas conceções, sendo caracterizado como “o cálculo hábil e flexível baseado nas relações numéricas conhecidas e nas características dos números” (Buys, 2008, p. 121).

Noteboom, Boklove e Nelissen (2001) adiantam que “o cálculo mental é um cálculo pensado (não mecânico) sobre representações mentais dos números . . . [que envolve] o uso de factos,

de propriedades dos números ou das operações e das relações entre os números e as operações” (p. 90). Estes defendem também que o cálculo mental “não é calcular de cabeça, mas sim calcular com a cabeça e fazer alguns registos escritos se [for] necessário” (p. 90). Verschaffel, Greer e De Corte (2007) consideram que “não é a presença ou ausência de papel e lápis, mas sim a natureza das entidades matemáticas e as ações que são cruciais na distinção entre cálculo mental e algoritmos [escritos]” (p. 566).

O cálculo mental, contrariamente ao algoritmo, pode ser utilizado por cada indivíduo de maneira diferente, de acordo com as referências numéricas e as suas competências ao nível do sentido de número (Ribeiro, Valério & Gomes, 2009). Segundo o Programa de Matemática de 2007, o cálculo algorítmico deve ser trabalhado em parceria com o desenvolvimento do cálculo mental, visto que em alguns algoritmos trabalha-se apenas com os algarismos e, por isso, é possível realizar o cálculo sem ter noção da ordem de grandeza do número. Alguns autores defendem que o uso exagerado de algoritmos impede que os alunos inventem os seus próprios procedimentos (Clarke, 2005). Assim, Brocardo e Serrazina (2008) apontam para que haja um equilíbrio entre as duas formas de cálculo (mental e algorítmico), de modo a promover o desenvolvimento da capacidade de calcular fluentemente. Enquanto o cálculo algorítmico exige a sua memorização, o cálculo mental exige mais do que uma memorização de procedimentos, proporcionando ao indivíduo a possibilidade de escolher a estratégia mais adequada para os números e as operações envolvidas nos cálculos (Thompson, 1999). Relativamente ao que é indicado sobre esta competência no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) e no novo Programa e Metas Curriculares de Matemática (ME, 2013), é possível verificar uma discrepância de ideias. No primeiro, pode-se constatar que consideram de extrema importância promover ambientes propícios ao desenvolvimento dessas estratégias, quando salientam que “existem diferentes estratégias de cálculo mental que devem constituir objectivos de aprendizagem na aula de Matemática, pois quanto maior for o desenvolvimento das estratégias de cálculo mental mais à-vontade . . . [terá] o aluno no uso de estratégias de cálculo” (p. 10). Ainda neste documento, é evidenciado que devem ser criados momentos que permitam o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo apoiadas “na composição, decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre números e entre as operações” (p. 14). No que diz respeito às orientações sobre o desenvolvimento do cálculo mental no Programa e Metas Curriculares de Matemática, que está em vigor desde 2013, Veloso, Brunheira e Rodrigues (2013) concluem que neste programa “está previsto, apenas, nos três primeiros anos de escolaridade e somente aplicado a números naturais” (p. 5).

O cálculo mental no novo Programa e Metas Curriculares de Matemática de 2013 apresenta-se associado ao cálculo algorítmico e “não como uma ferramenta para o desenvolvimento do sentido operatório, nem como um processo de cálculo com raciocínio” (Veloso, Brunheira, & Rodrigues, 2013, p. 5). Na opinião de vários autores, o cálculo mental deve estar presente no quotidiano de uma sala de aula (por exemplo, Taton, 1969; Buys, 2008), sendo importante o professor saber ensinar a calcular mentalmente (Brocardo & Serrazina, 2008). Para que o desenvolvimento das diferentes estratégias de cálculo mental ocorra, é fundamental que existam momentos de discussão em grande grupo, em que os alunos podem explicar os seus pontos de vista e as estratégias utilizadas. Nesta linha de pensamento, Carvalho e Ponte (2013) acreditam que as tarefas para desenvolver o cálculo mental devem ser realizadas de uma forma constante, fomentando um momento de discussão e partilha das estratégias,

argumentos e justificações dos vários intervenientes. Esta discussão permite aos alunos criar um repertório de estratégias de cálculo mental, fazendo com que futuramente sejam capazes de, autonomamente, utilizar as estratégias mais adequadas ao contexto.

Em síntese, constata-se que para além de haver algumas diferenças nas conceções de cálculo mental, a literatura revista permite concluir que é um tipo de cálculo sustentado na compreensão e no significado dos números e das operações que cada criança mobiliza.

Estratégias de cálculo mental

Algumas das estratégias de cálculo mental a utilizar com números naturais e para as quatro operações são: decomposição de números, compensação, o uso das propriedades das operações, a fatorização e as subtrações sucessivas (Carvalho, 2011).

Existem materiais que podem ser utilizados para o desenvolvimento das destrezas de cálculo mental, nomeadamente o quadrado dos 100 (quadrado de 10 por 10, com os números de 1 a 100 colocados ordenadamente, que permite adicionar e subtrair rapidamente com números até 100) e a linha numérica vazia. Brocardo e Serrazina (2008) consideram que, para além de os alunos compreenderem o modo como o quadrado dos 100 pode ser utilizado, é necessário que consigam justificar os procedimentos que utilizam. O importante é que os alunos sejam capazes de “adicionar ou subtrair mentalmente e não que saibam usar um conjunto de movimentos” (Brocardo & Serrazina, 2008, p. 111), como subir e descer linhas ou deslocar casas nos dois sentidos.

Nos anos 90, foi introduzida na Holanda a linha numérica vazia, que é sugerida por estas autoras e defendida por Beishuizen (2001), como sendo um recurso sem as limitações do quadrado dos 100, visto que são os alunos que determinam os resultados depois de “saltar” na linha numérica.

É de salientar ainda que, para a adição e subtração com números de dois algarismos superiores a 20, são identificados por Beishuizen (2009) diferentes estratégias, organizadas em duas categorias distintas: N10 e I010 (cf. Tabela 1). Na primeira categoria de estratégias, N10, é adicionado ou subtraído ao primeiro termo um múltiplo de 10. Nesta, é possível identificar três níveis de complexidade diferentes (N10, N10C e A10). A estratégia N10C é considerada mais complexa, pois consiste em adicionar ou subtrair ao primeiro termo um número aproximado do segundo, correspondente a um múltiplo de 10, o que facilita o cálculo. Em seguida, o resultado é compensado. Nesta categoria, distingue-se ainda o nível A10, em que ao primeiro termo é adicionado ou subtraído um número que corresponde a uma parte do segundo termo, com o intuito de se obter um múltiplo de 10. Em seguida, é adicionada ou subtraída a outra parte, de modo a obter o resultado (Beishuizen, 2009; Beishuizen & Anghileri, 1998; Morais, 2011). Na segunda categoria de estratégias, I010, “os números são decompostos nas suas ordens e estas são adicionadas ou subtraídas, sendo o resultado obtido através da recomposição do número” (Morais, 2011, p. 17). No nível I0S, “os números são inicialmente divididos nas suas ordens para a adição ou subtração, que são adicionadas ou subtraídas sequencialmente” (Morais, 2011, p. 17).

Tabela I. Estratégias de cálculo mental para a adição e subtração com números superiores a 20.

Estratégias	Níveis	65 + 27	74 - 38
N10	N10	(27 = 20 + 7) 65 + 20 = 85 85 + 7 = 92	(38 = 30 + 8) 74 - 30 = 44 44 - 8 = 36
	N10C	(27 + 3 = 30) 65 + 30 = 95 95 - 3 = 92	(38 + 2 = 40) 74 - 40 = 34 34 + 2 = 36
	A10	(27 = 5 + 22) 65 + 5 = 70 70 + 22 = 92	(38 = 4 + 34) 74 - 4 = 70 70 - 34 = 36
I010	I010	(65 = 60 + 5) (27 = 20 + 7) 60 + 20 = 80 5 + 7 = 12 80 + 12 = 92	(74 = 70 + 4) (38 = 30 + 8) 70 - 30 = 40 4 - 8 = - 4 40 - 4 = 36
	I0S	(65 = 60 + 5) (27 = 20 + 7) 60 + 20 = 80 80 + 5 = 85 85 + 7 = 92	(74 = 70 + 4) (38 = 30 + 8) 70 - 30 = 40 40 + 4 = 44 44 - 8 = 36

METODOLOGIA

O presente estudo foi realizado numa turma do 3.º ano de escolaridade de uma escola situada no concelho de Lisboa. Este grupo era constituído por vinte alunos, onze do género masculino e nove do género feminino, com idades compreendidas entre os 8 e os 12 anos. Durante o período de intervenção, foi implementada uma rotina de cálculo mental, realizada em seis momentos distintos.

Visto que o objetivo do estudo se centrava no estudo das estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos e na verificação da importância da discussão oral no desenvolvimento dessas estratégias, foi adotado um paradigma de investigação-ação. Para Sousa e Baptista (2011), esta metodologia tem um duplo objetivo (ação e investigação), de modo a que o investigador verifique uma mudança na comunidade que investiga (ação) e compreenda os fenómenos relacionados com o seu estudo (investigação). Um dos principais métodos de investigação passa pela investigação-ação, que é considerada

...uma metodologia de investigação orientada para a melhoria da prática nos diversos campos da acção . . . [que] pressupõe a melhoria das práticas mediante a

mudança e a aprendizagem a partir das consequências dessas mudanças, permitindo ainda a participação de todos os implicados. (Sousa & Baptista, 2011, p. 65)

Na primeira semana de intervenção, foi aplicada a primeira ficha de cálculo mental, pelo que as produções dos alunos foram analisadas de acordo com as categorias de estratégias (N10 e I010) e assim foi definido um plano de ação com vista a analisar as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos da turma na adição e na subtração de números inteiros durante as semanas da prática pedagógica. As técnicas de recolha de dados utilizadas basearam-se no método qualitativo, nomeadamente na observação participante, que permitiu recolher dados em contacto direto com os intervenientes, questionando-os sobre o modo de resolução; e na análise documental das produções individuais das fichas da rotina de cálculo mental.

Após a recolha de dados, é importante saber organizá-la, de modo a ajudar na análise. Posteriormente, “o investigador terá necessidade de proceder à sua selecção. Não sendo possível analisar toda a informação recolhida, o investigador terá de seleccionar aquela que tem maior importância e que seja mais relevante para dar resposta às questões da investigação” (Sousa & Baptista, 2011, p. 107).

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Com base na literatura revista e de modo a organizar o registo de todas as estratégias utilizadas pela turma, foi preenchida uma tabela organizada em duas categorias (N10 e I010), mais especificamente em cinco tipos/níveis (N10, N10C, A10, I010 e I05) (cf. Tabela 2).

	Estratégias utilizadas pelos alunos					Total
	N10			I010		
	N10	N10C	A10	I010	I0S	
CM 1	25	7	0	24	3	59
CM 2	25	5	2	51	0	83
CM 3	16	24	9	12	0	61
CM 4	19	23	13	12	2	69
CM 5	27	21	15	10	3	76
CM 6	34	25	2	9	0	70
Total	145	102	44	118	9	418

Tabela 2. Frequência dos tipos de estratégias de cálculo mental.

De modo a responder às questões que levaram a esta investigação, segue-se a análise das estratégias utilizadas pelos alunos. No que diz respeito à primeira ficha de cálculo mental, houve quatro tipos de estratégias identificadas, sendo N10 e I010 os mais utilizados. Não foi observada nenhuma estratégia do tipo A10. Assim sendo, torna-se pertinente evidenciar uma estratégia de cada tipo, pelo que se segue a análise de quatro exemplos significativos.

Na Figura 1, observa-se a utilização da estratégia do tipo N10 pelo aluno G, com o aditivo a manter-se, sendo-lhe subtraído 10.

Figura 1. Estratégia do tipo N10.

Na Figura 2, verifica-se que o aluno M utiliza o tipo N10C, com a primeira parcela a manter-se, sendo-lhe adicionado um valor aproximado da segunda parcela (20). O resultado foi compensado através da subtração (“tirar”) do valor adicionado. Na Figura 3, surge um exemplo do uso incorreto do tipo I010.

$21 + 17 = 38$ Se for $21+20=41$ e agora basta tirar três unidades

Figura 2. Estratégia do tipo N10C.

$35 - 17 = 18$ Eu fiz $30 - 10 = 20$ $\rightarrow 22 + 2 = 22$
 $5 - 7 = 2$

Figura 3. Estratégia do tipo I010.

Relativamente à segunda ficha de cálculo mental, verificou-se que os tipos de estratégia mais utilizados pelos alunos foram N10 e I010. Nesta rotina, não foi verificada a estratégia do tipo I0S, mas já foi incluída uma estratégia do tipo A10 (cf. Figura 4) pelo aluno D.

c) $25 + 17 = 42$
 $25 + 5 = 30$
 $30 + 12 = 42$

Figura 4. Estratégia do tipo A10.

Assim sendo, da primeira para a segunda rotina, verificou-se uma alteração das estratégias utilizadas, facto que se pode justificar tanto pela partilha das estratégias na primeira rotina, como pelos números utilizados nas operações. Pode-se salientar que nesta rotina nenhum aluno representou o seu raciocínio de forma linear, representando-o, sempre que possível, como na Figura 5, uma estratégia do tipo N10 realizada pelo aluno P.

b) $47 + 29 = 76$
 $47 + 20 = 67$
 $67 + 9 = 76$
 $67 + 10 = 77$
 $77 - 1 = 76$

Figura 5. Estratégia do tipo N10.

O cálculo auxiliar representado no lado direito da Figura 5 foi realizado na operação $67+9$, pelo que se verifica uma estratégia de cálculo mental do tipo N10C. Quando este aluno foi ao quadro explicitar, evidenciou também como tinha realizado esse cálculo intermédio. Nesse momento, o aluno P referiu que, ao fazer $47+20$, dava um “salto grande do 47 ao 67”. Tendo em conta esta intervenção, mostrou-se esse raciocínio através da linha numérica vazia.

Na terceira rotina de cálculo mental, verificou-se a preferência pelas estratégias do tipo N10 e N10C. A partir desta rotina, começou a verificar-se a utilização da linha numérica vazia, pelo que destaco as respostas evidenciadas nas Figuras 6 e 7. Na Figura 6, verifica-se que ao aditivo é subtraído um múltiplo de 10 (30) e adicionado 6 – estratégia do tipo N10C. Na Figura 7, verifica-se que é subtraído um número ao aditivo, de modo a ser obtido um múltiplo de 10 – estratégia do tipo A10.

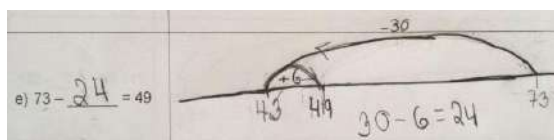


Figura 6. Utilização da linha numérica vazia pelo aluno G.



Figura 7. Utilização da linha numérica vazia pelo aluno S.

Depois de o aluno S ter explicado à turma a sua estratégia com a linha numérica vazia, foi necessário passá-la para linguagem matemática: $73 - 3 = 70$; $70 - 20 = 50$; $50 - 1 = 49$; $3 + 20 + 1 = 24$.

No que diz respeito à quarta rotina, verificou-se a utilização de todos os níveis considerados, tendo a estratégia do tipo I0S tido uma expressão reduzida. Neste sentido, destaca-se a resolução do aluno H (cf. Figura 8) e do aluno P (cf. Figura 9). O aluno H subtrai a 100 um múltiplo de 10 (50) e depois subtrai 1. O aluno H dividiu os números nas suas ordens para adicioná-las sequencialmente. No cálculo auxiliar do aluno P, evidenciado ao lado direito, pode-se verificar uma estratégia do tipo N10C.

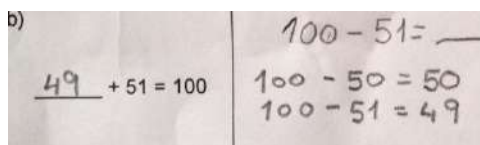


Figura 8. Estratégia do tipo N10C.

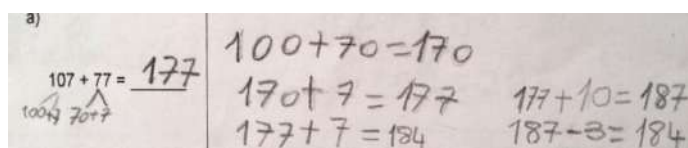


Figura 9. Estratégia do tipo I0S.

Na quinta rotina de cálculo de mental, verificaram-se estratégias de todos os tipos, com maior incidência nos tipos N10 e N10C. Nas Figuras 10, 11, 12, 13 e 14 são evidenciados exemplos de cada tipo.

e) $127 - 36 = 91$

$127 - 90 = 37$
 $37 - 7 = 30$

traço 90 depois 7

Figura 10. Estratégia do tipo N10.

b) $28 + 19 = 47$

$47 - 28 = 19$
 $47 - 30 = 17$
 $17 + 2 = 19$

Figura 11. Estratégia do tipo N10C.

d) $115 - 35 = 80$

$115 - 5 = 110$
 $110 - 30 = 80$

Figura 12. Estratégia do tipo A10.

d) $115 - 35 = 80$

$5 - 5 = 0$
 $10 - 30 = -20$
 $100 - 20 = 80$

Figura 13. Estratégia do tipo I010.

a) $109 + 29 = 138$

$100 + 20 = 120$
 $10 + 9 = 19$
 $129 + 10 = 139$
 $129 + 9 = 138$

Figura 14. Estratégia do tipo I05.

Na última rotina de cálculo mental, verificou-se a preferência pelas estratégias do tipo N10 (cf. Figura 15) e N10C (cf. Figura 16). A estratégia do tipo A10 (cf. Figura 17) ocorreu duas vezes e a do tipo I010 (cf. Figura 18) nove vezes.

f) $185 - 55 = 130$

$185 - 100 = 85$
 $85 - 30 = 55$

Figura 15. Estratégia do tipo N10.

a) $127 + 99 = \underline{226}$

$127 + 99 = 227$
 $227 - 1 = 226$

Figura 16. Estratégia do tipo N10C.

f) $185 - 55 = 130$

5
-100
55
60
30 + 25 = 55
160
-25
130

Figura 17. Estratégia do tipo A10.

f) $185 - 55 = 130$

$100 - 100 = 0$
 $80 - 30 = 50$
 $50 - 5 = 45$

Figura 18. Estratégia do tipo I010.

Verificou-se que praticamente todos os alunos, exceto um, utilizaram nas suas resoluções estratégias de cálculo mental (cf. Figura 19). Na análise das produções dos alunos, verificou-se que, progressivamente, estes aumentaram o seu repertório de estratégias e melhoraram no registo escrito dos raciocínios efetuados. O momento de partilha das estratégias utilizadas pelos alunos foi importante neste processo visto que, para além de ter proporcionado o aumento do repertório de estratégias utilizadas, promoveu o desenvolvimento do raciocínio matemático aquando da justificação dos passos efetuados e da comunicação matemática. Assim, os alunos não só expressaram as suas ideias, como também desenvolveram competências de interpretação e compreensão das questões apresentadas.

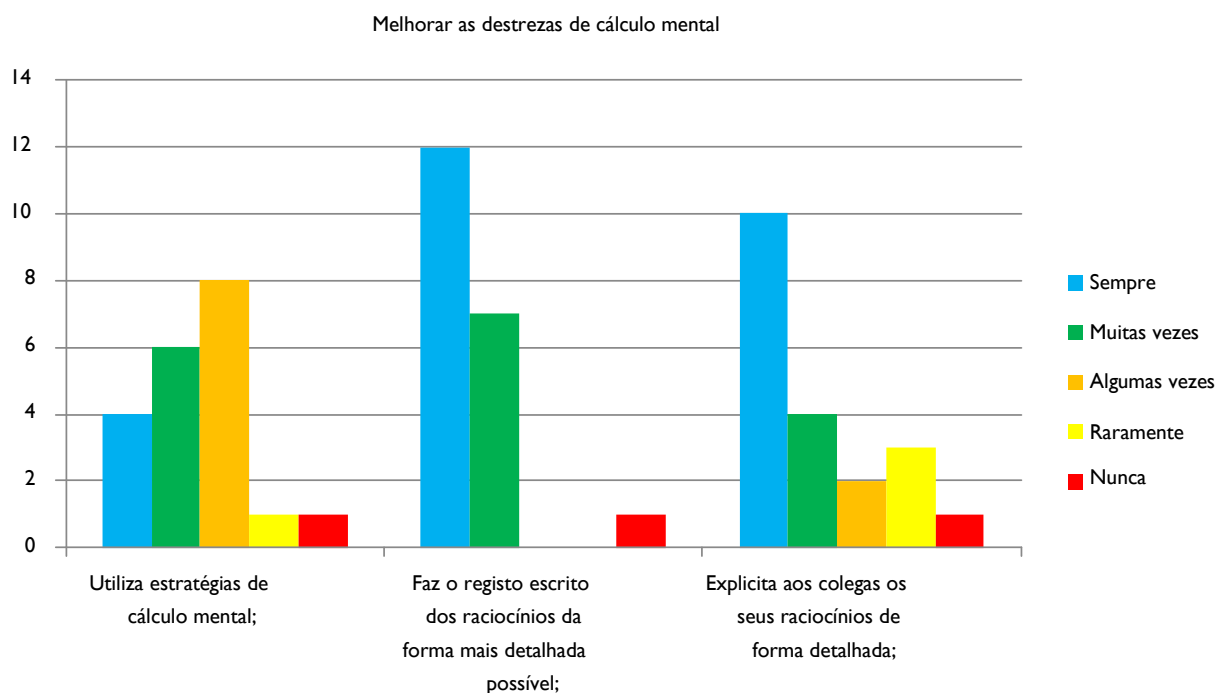


Figura 19. Avaliação do Objetivo Geral – Melhorar as destrezas de Cálculo Mental.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o intuito de responder às questões levantadas no estudo, pode observar-se que os alunos mobilizaram estratégias de cálculo mental divulgadas durante a partilha de estratégias, verificando-se diferenças no número de ocorrências de estratégias no primeiro momento da rotina (59) e no último momento (70). Assim sendo, é necessário considerar que o momento de partilha das estratégias foi importante na medida em que os alunos compararam procedimentos, refletiram, pensaram, analisaram os erros e desenvolveram o sentido crítico, aspetos considerados “fundamentais para o estabelecimento de conexões entre aprendizagens matemáticas” (Carvalho, 2011). Os momentos de partilha das estratégias foram importantes para os alunos, porque estes verificaram que não existe uma forma única para resolver, tendo assim sido valorizadas as estratégias pessoais como suporte ao desenvolvimento da fluência e da flexibilidade em cálculo. Ao analisar com detalhe as produções dos alunos, verificou-se que, em média, cinco alunos por rotina realizavam todas as tarefas, utilizando estratégias de cálculo mental, no entanto, nem sempre as diversificavam. Por fim, e como mostra o gráfico da Figura

20, os tipos de estratégias mais utilizados durante a implementação desta rotina foram N10, I010 e N10C.

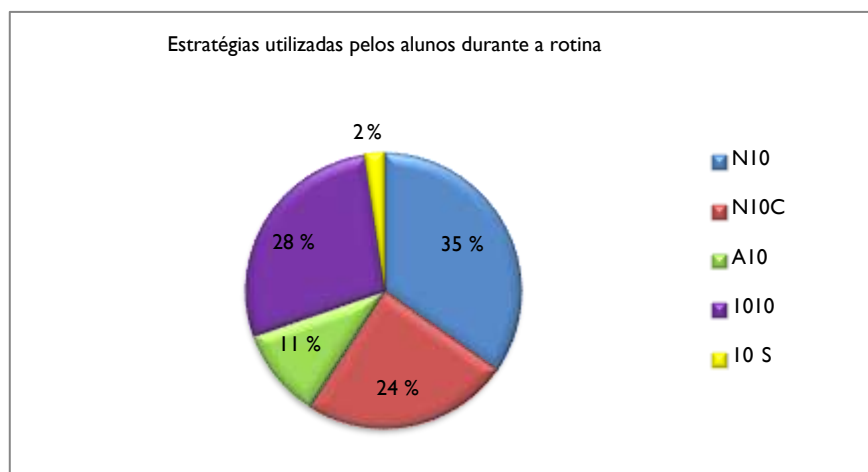


Figura 20. Estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos durante a implementação da rotina.

Por último, importa referir que esta experiência permitiu compreender o papel da investigação na prática docente, pesquisar e saber mais sobre o cálculo mental, identificar algumas limitações e definir estratégias para as melhorar, pois um professor é mais do que um mestre, é um aprendiz durante toda a vida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albergaria, I. S. & Ponte, J. P. (2008). Cálculo mental e calculadora. In A. P. Canavarro, D. Moreira & M. I. Rocha (Eds.), *Tecnologias e educação matemática* (pp. 98-109). Lisboa: SEM-SPCE.
- Beishuizen, M. (2001). Different approaches to mastering mental calculation strategies. In J. Anghileri (Ed.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching – Innovative Approaches for the Primary Classroom* (pp. 119–130). Buckingham: Open University Press.
- Beishuizen, M. (2009). The empty number line as a new model. In I. Thompson (Ed.), *Issues in Teaching Numeracy in Primary schools* (pp. 157–168). Open University Press.
- Beishuizen, M. & Angjileri, J. (1998). Which mental strategies in the early number curriculum? A comparison of British ideas and Dutch views. *British Educational Research Journal*, 24(5), 519–538.

- Brocardo, J. & Serrazina, L. (2008). O sentido de número no currículo de Matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *O Sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 97-115). Lisboa: Escola Editora.
- Buys, K. (2008). Mental arithmetic. In M. Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics* (pp. 121-146). Rotterdam: The Netherlands: Sense Publishers.
- Carvalho, A. (2010). Articulação Curricular Pré-Escolar / 1.º Ciclo do Ensino Básico: contributos para o sucesso educativo. (Dissertação de mestrado, Universidade de Aveiro, Aveiro) consultado em <http://ria.ua.pt/handle/10773/4017>
- Carvalho, R. (2011). Calcular de cabeça ou com a cabeça? In APM (Ed.), *ProfMat 2011* (pp. 1-8). Torres Vedras: APM.
- Carvalho, R. & Ponte, J. (2013). *O papel das tarefas no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental com números racionais*. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Castro, J. P. & Rodrigues, M. (2008). O sentido de número no início da aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Eds.), *O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 117-133). Lisboa: Escolar Editora.
- Clarke, D. M. (2005). Written algorithms in the primary years: Undoing the “good work”? In M. Coupland, J. Anderson & T. Spencer (Eds.), *Making Mathematics Vital, Proceedings of the 20th biennial conference of the Australian Association of Mathematics Teachers*, (pp. 93-98). Sydney.
- Ferreira, E. (2012). *O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade*. (Tese de doutoramento). Instituto de Educação, Lisboa.
- Ferreira, E. G. (2008). A adição e a subtração no contexto do sentido do número. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 135-157). Lisboa: Escolar Editora.
- Lello, J. & Lello, E. (1991). *Lello universal: dicionário enciclopédico luso-brasileiro*. Porto: Lello & Irmão.
- McIntosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- Ministério da Educação. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação. DEB.
- Ministério da Educação e Ciência (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.
- Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa e Metas curriculares. Matemática – Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Morais, C. M. S. (2011). *O cálculo mental na resolução de problemas: um estudo no 1.º ano de escolaridade* (Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa). Consultada em <http://hdl.handle.net/10400.21/1211>
- Noteboom, A., Boklove, J. & Nelissen, J. (2001). Glossary part I. In M. Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics* (pp. 88-91). Netherlands: Freudenthal Institute (FI) Utrecht University & National Institute for Curriculum Development (SLO).

- Ribeiro, D., Valério, N. & Gomes, J. (2009). *Cálculo Mental*. Programa de Formação contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º Ciclos. Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa.
- Sousa, M. J. & Baptista, C. S. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios – segundo bolonha*. Lisboa: Lidel.
- Sowder, J. (1988). Mental computation and number comparison: their roles in the development of number sense and computational estimation. In J. HIEBERT & M. BEHR (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 182-197). Reston, VA: Lawrence Erlbaum.
- Taton, R. (1969). *O cálculo mental* (M. A. Videira, Trad.). Lisboa: Arcádia.
- Thompson, I. (1999). Mental calculation strategies for addition and subtraction: Parte I. *Mathematics in School*, 28(5), 2-5.
- Veloso, G., Brunheira, L. & Rodrigues, M. (2013). A proposta de Programa de Matemática para o Ensino Básico: um recuo de décadas. *Educação e Matemática*, 123, 3-8.
- Verschaffel, L., Geer, B. & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). Reston: NCTM.
- Yang, D. C. & Tsai, Y. F. (2010). Promoting sixth graders' number sense and learning attitudes via technology-based environment. *Educational Technology & Society*, 13(4), 112-125.