

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

MODELOS DE MEMÓRIA NA
DESCRIÇÃO DO COMPORTAMENTO
DA VOLATILIDADE CONDICIONADA
NAS COTAÇÕES DO BRENT

Daniel Augusto da Costa Fernandes
(20130255)

Lisboa, Julho de 2016

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

MODELOS DE MEMÓRIA NA
DESCRIÇÃO DO COMPORTAMENTO
DA VOLATILIDADE CONDICIONADA
NAS COTAÇÕES DO BRENT

Daniel Augusto da Costa Fernandes

(20130255)

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa, para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Controlo e Gestão dos Negócios, realizada sob a orientação científica da Professora Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes, com grau de Doutor em Métodos Quantitativos e Professora Adjunta na área de finanças.

Constituição do Júri:

Presidente _____ Professora Doutora Maria do Rosário Justino
Arguente _____ Professor Doutor Manuel Mendes da Cruz
Vogal _____ Professora Doutora Sónia Margarida Bentes

Lisboa, Julho de 2016

Declaro ser o autor desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino superior para obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas.

Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência ao autor – constitui grave falta de ética que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

*À minha mãe,
à minha mulher e ao meu filho,
ao meu irmão
à minha família,
e a todos os que acreditam em mim.*

“ O caos é uma ordem por decifrar”

Referência ao Livro dos Contrários

José Saramago in “Homem Duplicado”

Agradecimentos

Agradecer é parte integrante de um processo que envolveu o contributo de uma pluralidade de pessoas que, cada uma com o seu pessoalizado acrescentar de valor, contribuiu com a sua ‘energia’ para ser levado a cabo determinado projeto.

Quero por isso começar por agradecer à principal impulsionadora deste trabalho, minha orientadora professora Doutora Sónia Margarida Bentes, pelo tempo, entusiasmo e cordialidade demonstradas, peças fundamentais para a sua finalização.

À minha mãe e à minha esposa, agradeço o rearranjo que tiveram que fazer nas suas vidas e horários pessoais, libertando-me assim algum tempo das normais tarefas familiares. Só desta forma consegui ser assíduo às aulas presenciais deste curso, condição básica para levar a bom porto este empreendimento.

Ao meu filho agradeço a compreensão demonstrada pelo facto de lhe ter sido subtraído algum do tempo que costumávamos passar na normal convivência familiar.

A minha palavra de gratidão vai também para a dedicação e o empenho de todos os docentes que ministraram as unidades curriculares do mestrado 2013 / 2015 em Controlo e Gestão dos Negócios, fatores que deram também o seu contributo para poder agora escrever estas linhas.

Agradeço também aos meus colegas de curso pela camaradagem e solidariedade que demonstraram ao longo destes dois anos. No seio de cerca de uma trintena de alunos, a natural competição intrínseca a estes meios conseguiu, sem grande esforço, andar de braço dado com a amizade e espírito de entreatajuda.

Agradeço finalmente a todas as pessoas que de forma direta ou indireta contribuíram para a execução deste trabalho.

Resumo

Temas como volatilidade, mercados eficientes, *random walk*, e persistência ou memória, têm polarizado a atenção de um leque alargado de autores ao longo dos tempos, tornando-se assim uma das matérias centrais para os estudiosos da ciência financeira. No âmbito das cotações do petróleo estes temas ganham particular relevância, atendendo ao impacto que as variações dos preços desta *commodity* induzem por *co-movement* nas economias real e monetária.

Neste trabalho estudámos a série temporal das cotações de fecho do *Brent* por um período de vinte e sete anos, iniciado em 06 de Julho de 1987 e terminado em 02 de Janeiro de 2015. Pretendeu-se verificar a presença ou ausência de propriedades de memória longa nos dados da série. Para esse efeito foram utilizados os modelos *IGARCH* (p, q) e *FIGARCH* (p, d, q), tendo sido também estimados os modelos mais simples *ARCH* (p) e *GARCH* (p, q) para efeitos comparativos.

Os nossos resultados confirmam os factos estilizados normalmente atribuídos às series financeiras, designadamente o de *clusters* de volatilidade e de distribuições leptocúrticas, e evidenciam um nível intermédio de persistência – *FIGARCH* (p, d, q) com $d = 0,428208$.

É deixado ao longo da nossa exposição algum do referencial teórico que dá suporte à moderna teoria financeira, designadamente à Hipótese dos Mercados Eficientes e aos conceitos básicos de econometria, com o intuito de guiar os leitores para o racional subjacente às matérias do nosso estudo.

Palavras-Chave: Volatilidade, Memória Longa, *FIGARCH*, *Brent*

Abstract

Volatility, efficient markets, *random walk* and persistence have drawn the attention of a wide range of authors through time assuming a central thematic for financial science researchers. From the crude oil point of view the research efforts gain increased relevance due to direct impact this commodity price variations induce by co-movement, both in real and monetary economy.

This paper studies Brent Oil closing market quotation time series within a span of 27 years, as from July 6th, 1987 up to January 2nd, 2015. Our goal is to examine the presence or absence of long memory properties in the time series, using the *IGARCH* (p,q) and *FIGARCH* (p,d,q) models. We found of interest to present also the *ARCH* (p) and *GARCH* (p,q) models for comparative purposes.

Our results confirmed stylized facts usually present in financial series, such as volatility clusters and leptokurtosis, and show evidence of an intermediate level of persistence – *FIGARCH* (p,d,q) with $d = 0,428208$.

For readers guidance purposes to the rational involved onto our thematic, Modern Finance Theory theoretical references such as to the Efficient Market Hypothesis and basic econometric concepts are referred along our exposition.

Keywords: Volatility, Long Memory, *FIGARCH*, Brent

Índice Geral

Índice de Figuras	xiv	
Índice de Tabelas	xv	
Índice de Gráficos	xvi	
Índice de Quadros	xvii	
Lista de abreviaturas	xviii	
1	Introdução	1
1.1	Estrutura do trabalho	2
1.2	Relevância do tema	3
1.2.1	Sobre a relevância do binómio volatilidade- <i>risk premium</i>	4
1.2.2	Sobre a relevância da matéria-prima em estudo	5
1.3	Objetivo do trabalho	7
2	Moderna teoria financeira	9
2.1	Introdução	9
2.2	Binómio risco - rendibilidade	10
2.3	Eficiência dos mercados	11
2.4	A visão das finanças comportamentais	15
3	Volatilidade	19
3.1	Introdução	19
3.2	O que é a volatilidade	20
3.3	Tipos de volatilidade	23
3.3.1	Volatilidade histórica	24
3.3.2	Volatilidade implícita	27
3.3.3	Volatilidade futura ou previsional	29
3.4	Origem da volatilidade e razões para o seu estudo	30
3.5	Factos estilizados	38
3.5.1	Caudas pesadas	40
3.5.2	<i>Clusters</i> de volatilidade	43
3.6	Volatilidade e a HME	45
4	Econometria e modelos de memória	47
4.1	Introdução	47
4.2	Series temporais	48
4.3	Modelos de heterocedasticidade condicional	52
4.3.1	Modelos <i>ARCH</i> e <i>GARCH</i>	53
		xi

4.4	Definição de memória ou persistência	55
4.4.1	Modelo <i>IGARCH</i>	58
4.4.2	Modelo <i>FIGARCH</i>	59
5	Mercados petrolíferos	61
5.1	Breve resumo histórico	61
5.2	Evidências dos mercados petrolíferos	63
6	Análise empírica	73
6.1	Introdução	73
6.2	Descrição da amostra	74
6.2.1	Valores nominais do <i>Brent</i>	74
6.2.2	Rendibilidades do <i>Brent</i>	80
6.3	Análise das estatísticas descritivas	85
6.4	Estimação do modelo	87
6.4.1	Estacionaridade	90
6.4.2	Auto correlação dos resíduos	93
6.4.3	Heterocedasticidade	95
6.4.4	Análise dos resíduos do modelo $AR(p)$	96
6.4.5	Estimação dos modelos $AR(1)$ - $GARCH(1,1)$, $AR(1)$ - $IGARCH(1,1)$ e $AR(1)$ - $FIGARCH(1,1)$	100
7	Resumo e conclusões	104
8	Estudos subsequentes	108
	Bibliografia	110
	Apêndice	134
A.	Medidas estatísticas	134
A.1	Valor esperado	134
A.2	Desvio padrão	134
A.3	Curtose e assimetria	136
A.4	Distribuição normal	137
A.5	Distribuição Qui-quadrado	138
A.6	Covariância	138
A.7	Correlação e Auto correlação	139
A.7.1	Correlação	139
A.7.2	Auto correlação	139
B.	Conceitos	141

Modelos de memória na descrição do comportamento da volatilidade condicionada nas
cotações do *Brent*

B.1	Estacionaridade	141
B.2	Heterocedasticidade	142
B.3	Martingale	143
B.4	Reversão à média	143
B.5	Teste de hipóteses	144
B.6	ADF teste	145
B.7	KPSS teste	146
B.8	Ljung-Box teste	146

Índice de Figuras

Figura 1 – Procura estimada de energia EUA	124
Figura 2 – Distribuição das reservas petróleo países OPEP.....	124
Figura 3 – Função valor de Kahneman e Tversky	124
Figura 4 – Correlação entre preços do Brent, WTI e DUBAI	125
Figura 5 – Probabilidade de perdas com causas pesadas.....	125
Figura 6 – Efeito no PIB nos países OCDE.....	125
Figura 7 – Impacto do choque de 2008 nas despesas de consumo dos indivíduos	126
Figura 8 – Distribuição de frequências logarítmica dos retornos S&P 500	126
Figura 9 – Auto correlação USD/JPY	126
Figura 10 – Alguns comportamentos não lineares da correlação das variações de preços.....	127
Figura 11 – Plot do expoente de Hurst	127
Figura 12 – Diferença entre efeito transitório e permanente do choque na série.....	127
Figura 13 – Relação entre volatilidade longo-prazo oil-stocks e indicador avançado da economia.....	128
Figura 14 – Janela temporal do expoente Hurst para os retornos do Brent.....	128
Figura 15 – Janela temporal do expoente Hurst para os retornos do WTI	129
Figura 16 – Janela temporal do expoente Hurst para a volatilidade no Brent.....	129
Figura 17 – Janela temporal do expoente Hurst para a volatilidade no WTI	130
Figura 18 - Níveis de volatilidade	135
Figura 19 - Funções distribuição	136
Figura 20 - Probabilidade conjunta de distribuição.....	141
Figura 21 – Reta de regressão	142
Figura 22 – Teoria da reversão para a média.....	144

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Composição do valor do litro de combustível (ano 2014).....	131
Tabela 2 – Pilares da moderna teoria financeira	131
Tabela 3 – Métodos de cálculo dos retornos	131
Tabela 4 – Volatilidade do S&P 500 entre 1928 e 1989	132
Tabela 5 – Índice de sentimento do mercado	132
Tabela 6 – Auto correlação dos retornos do S&P 500	132
Tabela 7 – Auto correlação do módulo fracionário dos retornos.....	133
Tabela 8 – Valores críticos para teste ADF de estacionaridade	133
Tabela 9 – Valores críticos para teste KPSS de estacionaridade	133

Índice de Gráficos

Gráfico 1 – Evolução do preço nominal do Brent (amostra completa)	74
Gráfico 2 – Evolução do preço nominal do Brent (entre 1996 -2001)	76
Gráfico 3 – Candlesticks anuais do preço nominal do Brent	78
Gráfico 4 – Amplitude anual das cotações nominais versus desvio padrão	80
Gráfico 5 – Comparação rendibilidades logarítmicas versus nominais	81
Gráfico 6 – Rendibilidades do Brent (diferença do logaritmo de duas cotações sucessivas)	82
Gráfico 7 – Cotações nominais versus volatilidade da rendibilidade do Brent	83
Gráfico 8 – Efeito de leverage no ano de 2008	84
Gráfico 9 – Volatilidade 1º semestre 2015	84
Gráfico 10 – Histograma das rendibilidades do Brent	87
Gráfico 11 – Auto correlação dos resíduos da série até 36 desfasamentos	97
Gráfico 12 – Auto correlação parcial dos resíduos da série até 36 desfasamentos	97
Gráfico 13 – Histograma dos resíduos do modelo AR (1)	99
Gráfico 14 – Histograma dos resíduos do modelo AR (1) GARCH (1,1)	102
Gráfico 15 – Histograma dos resíduos do modelo AR (1) IGARCH (1,1)	103
Gráfico 16 – Histograma dos resíduos do modelo AR (1) FIGARCH (1,d,1)	103

Índice de Quadros

Quadro 1 – Dados estatísticos da amostra (cotações nominais).....	79
Quadro 2 – Estatística descritiva das rendibilidades da amostra	85
Quadro 3 – Testes a aplicar à amostra.....	89
Quadro 4 – Testes de estacionaridade da amostra.....	93
Quadro 5 – Correlograma da auto correlação dos resíduos	94
Quadro 6 – Teste de BG à auto correlação dos resíduos	95
Quadro 7 – Teste à heterocedasticidade dos resíduos.....	95
Quadro 8 – Correlograma do quadrado dos resíduos	96
Quadro 9 – Estatística descritiva dos resíduos do modelo AR(1).....	98
Quadro 10 – Correlograma dos resíduos do modelo AR (1)	99
Quadro 11 – Teste de auto correlação aplicado ao modelo AR (1).....	100
Quadro 12 – Estimadores dos modelos AR (1) GARCH (1,1); AR (1) IGARCH (1,1) e AR (1) FIGARCH (1,1).....	101
Quadro 13 – Teste ARCH-LM aos resíduos dos modelos AR (1) GARCH (1,1), AR (1) IGARCH (1,1) e AR (1) FIGARCH (1,1)	101

Lista de abreviaturas

ADF – Augmented Dickey-Fuller

APETRO – Associação Portuguesa de Empresas Petrolíferas

ARCH – Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

BCE – Banco Central Europeu

CPI – Consumer Price Index

DJIA – Dow Jones Industrial Average

EUA – Estados Unidos da América

FIGARCH – Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic

FMI – Fundo Monetário Internacional

GARCH – Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic

GDP – Gross Domestic Product

HME – Hipótese dos Mercados Eficientes

HPA – Hipótese do Passeio Aleatório

IGARCH – Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic

KPSS – Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin

MA – Moving Average

MCRL – Modelo Clássico de Regressão Linear

MTF – Moderna Teoria Financeira

NYMEX – New York Mercantile Exchange

NYSE – New York Stock Exchange

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

OLS – Ordinary Least Squares

OPEP – Organização dos Países Exportadores de Petróleo

PIB – Produto Interno Bruto

SAR – South African Republic

TUE – Teoria da Utilidade Esperada

VAL – Valor Atual Líquido

VaR – Value at Risk

VI – Volatilidade Implícita

VIX – Chicago Board Options Exchange Volatility Index

WTI – West Texas Intermediate

1 Introdução

«Time and uncertainty are the central elements that influence financial economic behavior. It is the complexity of their interaction that provides intellectual challenge and excitement to the study of finance. To analyze the effects of this interaction properly often requires sophisticated analytical tools¹.»

Robert C. Merton in *Continuous-Time Finance*

Modelar volatilidade condicionada² das rendibilidades de ativos financeiros é uma temática que vem absorvendo grande parte da atenção dos académicos e estudiosos de econometria, mas também o interesse dos gestores de risco e de investidores que atuam no mercado. Dependendo do tipo de ativo em si, maior ou menor volume de estudos lhe são dedicados consoante, entre outras, (i) a atratividade do ponto de vista da rendibilidade do investimento (ii) o impacto que os seus preços provocam na economia real (iii) a visibilidade proporcionada por estar cotado em mercados líquidos. Um dos usuais campos de estudo, tema principal deste trabalho, é identificar se as séries financeiras apresentam ou não persistência aos choques.

O mercado do petróleo tem um número bastante considerável de *papers* publicados, nem sempre com resultados convergentes. São exemplo Charles e Darné (2014), Kang, Kang e Yoon (2009) e Arouri, Lahiani, Lévy, e Nguyen (2012). Os primeiros apontam o *IGARCH* com distribuição *t* de Student leptocúrtica como o melhor modelo para descrever a persistência dos dados originais *Brent*, *WTI* e *Dubai*; Já Kang [et. al.] (2009) sugerem o *FIGARCH* para o *Brent*, e o *CGARCH* para o *WTI*, e Arouri [et. al.] (2012) o *FIGARCH* para os mercados *spot* do crude, gasolina e gasóleo de aquecimento.

¹ Tradução livre do autor: Tempo e incerteza são os elementos centrais na influência sobre o comportamento económico-financeiro dos indivíduos. É a complexidade da sua interação que se devem os constantes desafios intelectuais que motivam o estudo das ciências financeiras. Para analisar os efeitos dessa interação são muitas vezes necessárias sofisticadas ferramentas de análise.

² Volatilidade condicionada (ou condicional) é definida como a volatilidade histórica dos dados de uma amostra que, através de um MCRL, se obtém em função dos valores que são atribuídos à variável independente que compõe o respetivo modelo. Para um entendimento mais abrangente e ilustrativo sobre condicionalidade e incondicionalidade recomenda-se a leitura de Gujarati (2003) pp 38 e 39, onde o conceito é aplicado à média.

Por outro lado, num ambiente onde se verifique presença de memória longa nas rendibilidades dos ativos há evidência que pressupõe contrariedade com a hipótese dos mercados eficientes, uma vez que os preços não reagem imediatamente à chegada de nova informação ao mercado. Justificar esta aparente contradição não está no âmbito deste estudo mas, segundo Bentes (2014), têm sido avançadas possíveis explicações que, na sua génese, associam a eficiência dos mercados à sua dimensão e nível de desenvolvimento: mercados mais desenvolvidos são mais eficientes, e mercados menos desenvolvidos tendem a apresentar correlação em série na rendibilidade dos ativos neles cotados.

1.1 Estrutura do trabalho

A estrutura deste trabalho é constituída por oito capítulos, anexo e apêndice.

No primeiro capítulo, o da introdução, explicitamos o que consideramos ser a relevância do tema e os objetivos que nos propusemos alcançar.

Nos capítulos 2 ao 5, inclusive, fazemos a revisão da literatura. Começamos o capítulo 2 com a abordagem aos principais conceitos que compõem o corpo da moderna teoria financeira, dando especial ênfase à HME e à Teoria de Portfólio. Encerramo-lo com referência à visão comportamental das finanças, corrente de pensamento surgida na década de 1980.

O capítulo 3 é inteiramente dedicado à volatilidade. Apresenta-se a sua definição, as diversas tipologias, forma de mensuração e razões para o seu estudo.

A temática central é objeto de tratamento no capítulo 4. Começamos pela introdução de alguns conceitos básicos de econometria, por julgarmos facilitar o entendimento do modelo matemático usado na análise empírica. Definimos o conceito de memória e quais os modelos mais utilizados para a sua modelização. Damos privilégio ao *IGARCH* (p, q) e *FIGARCH* (p, d, q), uma vez que são os modelos de volatilidade condicionada adequados para testar a presença de memória longa nas series cronológicas.

Diversos autores estudaram já a volatilidade das cotações do *Crude* e do *Brent*, quer seja por amostra composta por determinados períodos de tempo, ou apenas orientados para eventos mais específicos, como por exemplo, os originados pelas duas guerras do Golfo ou pela crise financeira de 2008. Saber que fatores influenciam a volatilidade no mercado petrolífero, com que intensidade, como reagem os mercados a alguns fenómenos padronizados, foram algumas das conclusões a que aqueles autores pretenderam chegar. O nosso capítulo 5 descreve algumas dessas evidências empíricas.

A componente prática do trabalho está materializada no capítulo 6. É feita a análise empírica da série financeira das cotações do *Brent*, descrevendo a amostra, caracterizando-a e classificando-a estatisticamente. São feitos e apresentados os necessários testes de hipótese que garantam a elegibilidade da amostra, tendo em vista modelizá-la através da família de modelos de heterocedasticidade condicionada – *ARCH*. O tratamento dos dados é realizado com a ajuda do *software Eviews 5.0* e *Oxmetrics 4.02*.

Nos capítulos 7 e 8 são deixadas as conclusões sobre a análise empírica realizada no capítulo 6, bem como a sinalização de estudos subsequentes, respetivamente.

Complementarmente deixamos um anexo e um apêndice.

No anexo estão vertidas todas as figuras e tabelas que ilustram as matérias que vão sendo abordadas em texto, exceção feita ao capítulo 6 (análise empírica) que contém gráficos e quadros auxiliares. Optámos por esta metodologia por uma questão de gestão de espaço, motivada pelo enquadramento das normas e regras pelas quais esta dissertação se regeu.

Em apêndice encontram-se algumas definições e conceitos estatísticos simples que permitirão um melhor entendimento do trabalho realizado por parte dos leitores menos familiarizados com o tema versado e que tenham de alguma forma interesse em se iniciar no mesmo.

Referências a conceitos consignados no apêndice, bem como às figuras e tabelas do anexo, são feitas com notação entre parêntesis retos [].

1.2 Relevância do tema

Não nos parece de difícil aceitação considerar que a importância do tema que escolhemos está materializada sob o ponto de vista de duas perspectivas distintas:

- ✦ Estreita ligação entre volatilidade previsional, prémios de risco, cotação de opções e dos respetivos ativos subjacentes;
- ✦ A natureza da matéria-prima em estudo, o petróleo, dadas as implicações que as variações nos seus preços produzem na inflação, nas taxas de câmbio e de juro, no consumo da população, na produção manufatureira, etc., ou seja, o impacto que por *co-movement* produzem na economia mundial.

1.2.1 Sobre a relevância do binómio volatilidade-*risk premium*

«A maioria dos modelos de valorização de ativos postula uma relação direta entre o valor esperado da rendibilidade de um portfólio de ações e risco, sendo este muitas vezes modelado pela variância do preço do ativo³» (Baillie e De Genaro, 1990). Este postulado tem estado presente em diversos *papers* produzidos por outros autores (French, Schwert, Stambaugh, 1987; Heston, 1993; Glosten, Jagannathan e Runkle, 1993), orientando as análises sobre as séries financeiras a caminhar para a utilização de modelos de extrapolação que capturem a não linearidade dos resíduos. No entanto, até ao início da década de 1980 os modelos econométricos estiveram apenas assentes na descrição da média condicional μ das séries temporais. Com a publicação do trabalho seminal de Engle (1982) abre-se uma nova perspetiva neste campo de investigação, uma vez que é introduzida a variância na equação descritiva dos dados das séries. Este novo posicionamento teórico fica sobretudo a dever-se à constatação empírica de que os instrumentos financeiros tinham comportamentos dinâmicos diferentes ao longo do tempo, *i.e.*, registavam períodos com fortes variações seguidos de outros com variações menos acentuadas (*clusters* de volatilidade).

Arriscamos dizer que não erramos ao afirmar ser axiomático o crescente interesse na procura do melhor modelo que caracterize a volatilidade condicionada dos ativos financeiros. Se dúvidas ainda restassem, bastaria fazer uma breve consulta ao *Research paper* 2008-49 do *Center of Research in Econometric Analysis of Time Series*, de Tim Bollerslev⁴, para verificar que foi até sentida a necessidade de criar um glossário que sintetizasse todas as variantes do modelo seminal *ARCH*, de Engle (1982). Os naturais incentivos arreigados a este interesse assentam na possibilidade de conseguir ter em antecipação melhor previsibilidade sobre o comportamento futuro da volatilidade, permitindo uma definição de estratégias de minimização de exposição ao risco e maximização de retorno nos investimentos.

Aparentemente nem todas as abordagens à temática têm sido pacíficas entre si uma vez que, em algumas situações, há estudos cujos resultados divergem de evidências já deixadas anteriormente em trabalhos de outros autores. Uma dessas notáveis divergências relacionada com persistência

³ Tradução livre do autor: Most Pricing asset models postulate a positive relationship between a stock portfolio's expected returns and risk, which is often modeled by the variance of the asset price.

⁴ Este *research paper* foi vertido para o livro **Volatility and Time Series Econometrics: Essays in Honor of Robert Engle** (2010), de Bollerslev, Tim; Russel, Jeffrey e Watson, Mark.

nos mercados é-nos trazida por Lo (1991) que, através de um modelo R/S Hurst-Mandelbrot, vem sinalizar fracas evidências de que exista persistência no US *Stock Market*, contrariando, por exemplo, os resultados obtidos por Greene e Fielitz⁵.

Outro desafio passa pelo racional da visão tradicional da HME e dos movimentos aleatórios brownianos poder ser posto em causa por modelos que registem haver persistência nas series, ou ainda, a aparente conflitualidade entre as teorias de reversão para a média [B.4] quando articuladas com os modelos de memória longa. Esta aparente desordem levou a que as novas abordagens sobre a volatilidade surgidas na década de 1990 tivessem evoluído para a tentativa de encontrar outra informação contida nas series financeiras que a justificasse. Hamilton (1989), Lee e Engle (1993), Diebold e Inoue (2001) ou Granger e Hyung (2004) foram alguns dos autores que contribuíram para melhorar o conhecimento nesta área, introduzindo conceitos inovadores como o do *regime switching*, os *structural breaks*, ou até a conjugação complementar entre os dois; destaca-se o contributo de Lee e Engle, que com o seu modelo *CGARCH* sinalizaram que a volatilidade poderia ser decomposta em duas componentes (i) uma transitória (ii) e uma permanente.

1.2.2 Sobre a relevância da matéria-prima em estudo

O desenvolvimento da economia mundial, e em especial a industrialização massiva da China, fizeram com que a procura do ‘ouro negro’ fosse incrementada acentuadamente com o virar do milénio. Com efeito, de acordo com os dados disponibilizados pela APETRO, a produção mundial de petróleo subiu cerca de 10% numa década, mais precisamente entre 2004 e 2014⁶. Os EUA, por exemplo, viram a sua quota de produção diária aumentada em cerca de 60% - passando de 7,25 milhões para 11,64 milhões de barris por dia. Por seu turno, a China, viu incrementada em percentagem semelhante – 64%, para 11 milhões de barris /dia – as suas necessidades de consumo desta matéria-prima. EUA, Arábia Saudita e Federação Russa asseguram entre si quase 40% da produção mundial de petróleo, segundo dados daquela associação portuguesa.

⁵ Greene, M. T. e B. D. Fielitz (1977) – Long-term dependence in common stock returns – *Journal of Financial Economics* 5, 339-349.

⁶ Disponível em www.apetro.pt

A procura de energias alternativas ao petróleo, designadamente a eólica e hídrica, são áreas onde as indústrias e as nações têm investido bastantes recursos. Não obstante, projeções feitas para as próximas duas décadas e meia indicam que a maior economia do mundo vai ainda apresentar uma dependência energética de 33 % daquela matéria-prima fóssil. Em [Figura 1] verificamos que há uma tendência de crescimento para a utilização de energias renováveis mas, ainda assim, não se projeta que até 2040 a percentagem de utilização daquelas fontes de energia ultrapasse os 10 % das necessidades energéticas globais dos EUA. Vê-se outrossim, que os combustíveis fósseis, designadamente o petróleo, continuarão a compor uma parte bastante relevante do ‘cabaz’ dos recursos que se prevê virem a ser necessários.

O efeito que o consumo de petróleo produz a nível global não se cinge apenas ao impacto que pode provocar na ‘economia do consumo’ e nos ciclos económicos. Os Estados, como órgãos de soberania distribuidores da riqueza gerada e promotores da equidade entre os seus cidadãos, têm também interesse na forma como o consumo mundial do petróleo evolui, pois vêm na transação, quer desta matéria-prima, quer dos produtos finais transformados que da mesma resultam, uma indispensável fonte de receita proveniente de impostos. [Tabela 1] mostra-nos como grande parte do valor cobrado ao consumidor final reverte em impostos para os cofres públicos. A quantia coletada configura um valor relevante para a maior parte dos países ocidentalizados, tornando-se assim uma receita imprescindível para os respetivos orçamentos de estado. Em países desenvolvidos como o Reino Unido, Itália, Alemanha e França, o preço final do litro de combustível é composto por mais de 50 % de imposto. Percebe-se, por isso, a importância do tema também em sede de finanças públicas para estes países.

A grande exceção aos países que compõem o G7 são os Estados Unidos da América, país onde o imposto sobre os produtos petrolíferos é manifestamente mais baixo que nos demais – apenas 14% do preço cobrado ao consumidor.

Não menos relevante é o facto de se saber que as reservas conhecidas desta matéria-prima são finitas, que a produção/extração tem apresentado uma tendência crescente ao longo dos tempos, e que uma grande percentagem das reservas disponíveis se concentra nos países pertencentes à OPEP. [Figura 2] evidencia a forma como estão distribuídas as reservas conhecidas. Uma leitura aos dados revela que cerca de 81% das reservas não exploradas são controladas por países pertencentes àquele cartel, e que a Venezuela e a Arábia Saudita em conjunto detêm quase 50% das mesmas. Esta concentração em apenas dois países poderá

condicionar fortemente a evolução a médio prazo das cotações, se entretanto não for aumentada a capacidade de extração de países não pertencentes a esta organização.

O que de alguma forma ainda tem sido o fiel da balança às tentativas de cartelização por parte da OPEP é o facto de, á medida que os preços do petróleo vão aumentando nos mercados, explorações que outrora seriam consideradas inviáveis por terem elevados custos de extração, tornarem-se viáveis economicamente. Novas explorações originam maior quantidade de matéria-prima disponível extraída, criando assim um efeito normalizador dos mercados através da geração de excedente do lado da oferta. Falamos da extração de petróleo proveniente de xisto betuminoso, só viável a partir de determinados preços de venda praticados no mercado. Estima-se que as reservas globais deste tipo de petróleo rondem entre 2,8 a 3,3 triliões de barris.

Creemos ser clarividente a relevância deste tema, dado o impacto que tem na geração de riqueza a nível global. Se dúvidas ainda houvesse, bastaria verificar que as três maiores crises económicas verificadas nos EUA após o período da grande depressão, coincidiram com anormais preços elevados desta *commodity*. Veremos mais à frente em §5.2 como as variações dos preços do crude influenciaram o andamento das economias dos países pertencentes à OCDE.

1.3 Objetivo do trabalho

A amplitude verificada nas cotações do crude (*Brent*) em determinados períodos específicos da nossa história, foi geradora de diversos estudos de evento na tentativa de compreender os fenómenos que estão na sua origem. Ainda há quinze anos atrás, no final da década de 1990, o *Brent* cotava nos 15 dólares por barril. Cerca de dez anos mais tarde registava-se o pico máximo alguma vez atingido, estando atualmente a regressar a valores em torno dos 40 dólares por barril.

Digna de registo para *case study* foi a vertiginosa quebra verificada após ter sido atingido o máximo histórico de 143,95 dólares por barril de *Brent* em 03 de Julho 2008. As bases de dados mostram-nos que, passados apenas 6 meses daquele máximo histórico, o *Brent* tinha perdido mais de 75% do seu valor. Fenómenos de volatilidade desta magnitude acarretam implicações relevantes nos mercados financeiros e de capitais, na economia real e nos ciclos económicos, assim como no mercado monetário e cambial. Por essa razão torna-se pertinente perceber se o mercado oscila de forma completamente aleatória (*random walk*) ou se, por oposição, apresenta uma qualquer forma de persistência (memória).

O objetivo deste trabalho é o de estudar a série financeira composta pelas cotações de fecho registadas pelo *Brent* no *Europe Brent Crude Oil Spot Price FOB*. Para tal usámos a base de dados *US Department of Energy*⁷ e considerámos para a série estatística as cotações de um período de vinte e sete anos, desde 6 Julho 1987 a 2 Janeiro 2015. A modelização da volatilidade foi feita com recurso aos modelos de heterocedasticidade [B.2] condicionada – família *ARCH*.

⁷ Disponível em https://www.quandl.com/#/data/DOE/RBRTE-Europe-Brent-Crude-Oil-Spot-Price-FOB?utm_medium=graph&utm_source=quandl

2 Moderna teoria financeira

2.1 Introdução

«*In competitive markets there is a buyer for every seller. If one could be sure that a price will rise, it would have already risen*”.

*Arguments like this are used to deduce that competitive prices must display price changes over time, $X_{t+1} - X_t$, that perform a random walk with no predictable bias*⁸»

Paul Samuelson (1965) – *Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly*

A visão tradicional que era tida sobre as matérias do foro financeiro foi fortemente influenciada pelas novas correntes de pensamento surgidas a partir da segunda metade do século XX. A estrutura do que é hoje entendido como a MTF começou a ganhar forma consistente com os trabalhos de Markowitz (1952), Modigliani e Miller (1958), Sharpe (1963), Fama (1970) e Black e Scholes (1973). Estes, de entre outros, marcaram indelével e indiscutivelmente a forma como hoje entendemos as matérias do domínio financeiro. Segundo Ferreira (2009:19), a moderna teoria financeira forma hoje um corpo de conhecimento unificado assente essencialmente nos conceitos trazidos pelos trabalhos destes autores, cujos temas constam em [Tabela 2].

Apesar de todas estas teorias terem pontos de interligação comuns e fazerem parte de um bloco articulado e complementar de conhecimento, demos privilégio explicativo aos *papers* de Fama e Markowitz, muito suportados pela opinião deixada em Mussa, Yang, Trovão e Famá (2008).

Referências ao modelo de Black - Scholes - Merton são feitas posteriormente, em §3.3.2, quando abordamos a volatilidade implícita.

⁸ Tradução livre do autor: “Em mercados eficientes existe um comprador para cada vendedor. No momento em que haja a certeza de que os preços vão subir, então eles já subiram”. Argumentos como este são usados para dar suporte ao conceito que preços competitivos devem refletir as variações ao longo do tempo $X_{t+1} - X_t$, e que variam de forma aleatória (*random walk*) sem qualquer previsibilidade.

2.2 Binómio risco - rendibilidade

Com a publicação de *'Portfólio Selection'* em Março de 1952, Harry Markowitz veio propor um modelo assente na premissa de que os investidores racionais que invistam em carteiras de títulos vão escolher fazer os seus investimentos em portfólios diversificados de ativos. A lógica subjacente a este comportamento baseia-se na tentativa de mitigação do risco associado aos retornos das suas aplicações.

É com Markowitz que os investimentos começam a ser perspetivados através do binómio risco-retorno, binómio esse que veio tornar-se fundamental para atribuir um preço a determinado ativo. O pressuposto que os investidores têm aversão ao risco determina que, quando na presença de dois ativos com retornos iguais, o investidor opta por investir no que apresenta menor grau de risco. Assim, correr maior risco implicaria a exigência de um retorno superior.

Em Markowitz (1952) *The Journal of Finance*, Vol. 7, No.1, pp. 89 pode ler-se: «*[t]he concepts "yield" and "risk" appear frequently in financial writings. Usually if the term "yield" were replaced by "expected yield" or "expected return," and "risk" by "variance of return," little change of apparent meaning would result*»⁹

Para o investidor, segundo este autor, apenas retorno esperado e volatilidade são fatores que importam. Esta relação entre as duas variáveis pode ser descrita através de uma função utilidade quadrática, formada por curvas isoquantas de indiferença. O modelo baseia-se na volatilidade histórica para medir o risco associado aos títulos que compõem o portfólio, sendo a variância e o desvio-padrão as variáveis estatísticas que o evidenciam. O retorno da carteira, por seu turno, está associado à variável estatística da média (valor esperado [A.1]), e é obtido pela ponderação dos retornos dos ativos que a compõem.

Para se determinar a carteira ótima de ativos em função do fator volatilidade/risco mínimo, não é suficiente apenas considerar a diversificação dos títulos a deter. Markowitz deixa-nos claras indicações que para investimentos realizados em portfólio se deve investir em ativos cujas volatilidades individuais apresentem covariâncias bastante reduzidas. O racional subjacente as estas indicações reside na evidência empírica de que títulos pertencentes a empresas de um

⁹ Tradução livre do autor: [o]s conceitos de 'rendimento' e de 'risco' aparecem frequentemente na literatura financeira. Se o termo 'rendimento' for substituído por 'rendimento esperado' ou 'retorno esperado', e 'risco' por 'variância do retorno', pouco ou nada é mudado ao sentido da frase.

mesmo setor de atividade têm tendência a apresentar volatilidade muito semelhante. De facto, a probabilidade de empresas atuantes no mesmo setor terem maus desempenhos em simultâneo é muito maior do que quando estão inseridas em setores de atividade distintos.

Segundo Rubinstein (2002), o contributo mais importante trazido por Markowitz foi o de demonstrar que, para um investimento feito em portfólio de títulos, não é o risco próprio de cada título que é importante para o investidor; Em vez disso, o fator relevante é o contributo que esse título dá para a variância de todo o portfólio. Por outras palavras, o que pesa para o investidor é a relação entre variância do retorno de um portfólio (σ_P^2) e a variância dos títulos que o compõem (σ_j^2 para $j = 1, 2, \dots, m$). Para Rubinstein este articulado é fulcral, uma vez que aponta no sentido de que a análise de desempenho¹⁰ dos títulos não deva ser feita de forma individualizada mas, outrossim, ser feita por portfólio. O mesmo é dizer que, manter ou alienar um determinado título detido em carteira não é decidido apenas através da comparação dos retornos e variâncias de outros títulos. A sua manutenção ou alienação irá fundamentalmente depender de que outros títulos se queira também manter no mesmo portfólio.

2.3 Eficiência dos mercados

Mercados eficientes e “*fair game*”¹¹ são conceções que andam a par uma da outra; Talvez por isso seja importante começar por uma definição sucinta do que se entende pela segunda.

“*Fair game*” é um jogo de soma nula, ou seja, o que é o ganho de um dos jogadores é a perda do outro. Inserido no contexto dos investimentos, a definição que nos é disponibilizada em http://www.investorwords.com/7288/fair_game.html considera haver “*fair game*” quando não existe prémio de risco, isto é, quando não existe a oportunidade de utilizar a informação de mercado para obter rendibilidades acima das que são normalmente esperadas. Sendo uma situação de conflito ou de competição entre agentes, é expectável que todos os intervenientes atinjam o *break even* no longo prazo, e que todos os *cash-flows* ocorram segundo a lógica das probabilidades, não havendo, assim, interferências externas ao processo.

A essência do “*fair game*” empregue aos mercados traduz-se na inferência de que, no preço de determinado ativo hoje estão refletidas as expectativas dos investidores sobre os acontecimentos futuros, mediante toda a informação que têm disponibilizada. Desta forma, os preços no futuro

¹⁰ Por desempenho deverá aqui entender-se retorno e volatilidade

¹¹ Tradução livre do autor: Jogo justo

apenas variariam em função de novas expectativas dos investidores, geradas pela chegada de nova informação e de novos acontecimentos relevantes. A nova informação pode alterar preços positiva ou negativamente.

A este propósito Brealey, Myers e Allen (2013) argumentaram que se os mercados forem eficientes, o preço pelo qual é transacionado um qualquer ativo deve ter um VAL nulo. Não se verificando esta igualdade a zero, ao VAL positivo obtido por uma das partes (compradora, por exemplo) teria que corresponder a um VAL negativo da outra (vendedora), e, por consequência, haveria um ganho ‘em excesso’ do interveniente comprador. Este ‘excesso’ representaria que o preço pelo qual o ativo foi transacionado não incorporava toda a informação disponibilizada pelo mercado no momento (λ) da venda – presença de assimetria de informação no mercado entre comprador e vendedor, sinalizadora de ineficiência do mercado, nos moldes defendidos em Greenwald, Stiglitz e Weiss (1984) e Stiglitz e Weiss (1992).



Desde os trabalhos realizados por Bachelier¹² em 1900, onde foi feita uma análise aturada sobre as rendibilidades obtidas nos mercados acionistas, a maior tentativa de identificação de ciclos regulares de preços nos mercados de capitais foi levada a cabo em 1953 pelo estatístico inglês Maurice Kendal.

Focado na verificação de ‘dependência estatística’ nos ganhos semanais de diversos índices de ações inglesas, ou seja, de constatar que rendibilidades obtidas hoje estão dependentes das rendibilidades passadas (podendo assim sinalizar rendibilidades futuras), Kendal conclui que, contrariamente ao que seria sua pretensão, os resultados das series estatísticas estudadas apresentaram correlações de magnitude quase desprezível. Em ‘*The Analysis of Economic Time-Series- Part I: Prices*’, pontos 8 e 27, Kendal e Hill relatam que:

§ 8. A variação do preço de uma semana para a seguinte é praticamente independente da variação desta última para a semana que se lhe segue; Esta característica *per se* impede a previsibilidade dos preços¹³

¹² Bachelier, L. (1900). *Théorie de la spéculation*. Gauthier-Villars.

¹³ Kendal faz alusão a demónio da sorte que saca um número aleatório e o soma à cotação atual para definir a cotação da semana seguinte

§ 27. Foi impossível não só prever uma série pelo seu comportamento estatístico próprio, mas também fazer a associação dessa suposta previsibilidade a outras séries analisadas;

A não dependência estatística dos dados das series financeiras foi sendo referida por muitos outros autores, fazendo sempre a defesa de que estes dados eram representados por movimentos erráticos e aleatórios. Samuelson (1965) fez notar que talvez os preços de mercado dependam de uma quantidade grande de variáveis aleatórias e de origens bastante dispares entre si¹⁴, facto que implicará que a resultante final daqueles se apresente com a configuração de um *random walk* (passeio aleatório)¹⁵. É no entanto com Eugene Fama que o conceito de *random walk* é catapultado definitivamente para toda a literatura financeira, aquando da teorização por este autor da HME em 1970.

Para E. Fama, «[t]he primary role of capital markets is allocation of ownership of the economies' capital stock¹⁶». Dito de outra forma, o mercado de capitais é um 'lugar geométrico' onde convergem as decisões de produção/investimento realizadas pelas empresas com as decisões dos detentores de *stock* de capital (investidores). Esta convergência é função dos preços dos ativos transacionados, realizando-se através da alocação dos recursos dos investidores às necessidades de financiamento das empresas. Tendo como pressuposto que os preços apresentados incorporam toda a informação disponível, estaremos na presença de mercados com características que se dizem de mercados eficientes.

Em Fama (1970) os trabalhos estão desenvolvidos tendo como pano de fundo o tema da eficiência dos mercados, e baseiam-se no princípio de que o seu equilíbrio é caracterizado pela expectativa dos retornos futuros¹⁷. Assim, em termos genéricos, a cotação de determinado ativo hoje é função dos retornos futuros esperados, estando estes dependentes do nível de risco que aquele incorpora. O risco é percecionado através do conjunto de informação disponível no mercado a todo o momento.

¹⁴ No original: Perhaps it is true that prices depend on a summation of so many small and somewhat independent sources of variation that the result is like a random walk.

¹⁵ Note-se que este modelo de *random walk* já tinha sido anteriormente apontado nos trabalhos de Bachelier em 1900

¹⁶ Tradução livre do autor: O papel principal do mercado de capitais é alocar os recursos de capital existente na economia.

¹⁷ E. Fama define-os como *expected returns*

Matematicamente, os retornos esperados de um ativo traduzem-se pela expressão:

$$E(p_{j,t+1}|\Phi_t) = [1 + E(r_{j,t+1}|\Phi_t)]p_{jt}, \quad (2.1)$$

Com:

$E \rightarrow$ Valor esperado

$p_{j,t} \rightarrow$ Preço de um ativo j no momento t

$p_{j,t+1} \rightarrow$ Preço no momento $t+1$

$r_{j,t+1} \rightarrow$ Percentagem de retorno de um período

$\Phi \rightarrow$ Símbolo genérico que assume que toda a informação disponível está vertida na cotação

A equação definida em (2.1) diz-nos que o valor esperado de um ativo p_j no momento $t + 1$, função de toda a informação Φ disponível no mercado, será igual ao seu valor atual acrescido de uma percentagem de retorno esperada no período $t + 1$.

Por outro lado, se em termos económicos definirmos $x_{j,t+1}$ como sendo o excesso do valor de mercado no momento $t + 1$, ou seja, a diferença entre o preço realmente observado e o valor esperado daquele ativo no momento t , com a informação Φ , então o valor esperado de $x_{j,t+1}$ deverá ser nulo. Em termos de expressão teríamos:

$$x_{j,t+1} = p_{j,t+1} - E(p_{j,t+1}|\Phi_t) \quad (2.2)$$

Então

$$E(x_{j,t+1}|\Phi_t) = 0 \quad (2.3)$$

As equações (2.2) e (2.3) traduzem que uma determinada sequência $\{x_{j,t}\}$ é um “*fair game*” em relação a uma sequência de informação $\{\Phi_t\}$

Em *The Journal of Finance*, Vol. 25, Nº2 pp. 387 estão elencadas três necessárias condições de mercado, consistentes com a eficiência. São elas:

- ✦ Inexistência de custos de transação;
- ✦ Toda a informação está disponível a custo zero para todos os participantes;
- ✦ Todos concordam quanto aos efeitos das informações nos preços atuais dos ativos, assim como em suas distribuições futuras (referência a expectativas homogêneas).

Firmado nestas premissas, Fama (1970) formula a sua evidência empírica de que os ativos transacionados em mercados eficientes incorporam integralmente toda a informação disponível, através de três distintos tipos de testes de eficiência. Denominou estes testes como: (i) teste de eficiência fraca, (ii) teste de eficiência semiforte e (iii) teste de eficiência forte. O primeiro (eficiência fraca) avalia se os preços atuais refletem toda a informação contida nos registos de preços passados, mensurando até que ponto os preços futuros podem ser extrapolados através de registos históricos;

O teste de eficiência semiforte analisa não só a influência dos preços históricos, mas também de toda a informação considerada pública e disponível, tal como, a distribuição de dividendos, o anúncio de resultados, etc., Estes testes pretendem aferir em que medida a informação pública influencia a variação dos preços.

Por último, o teste da eficiência forte pretende aferir se, para além de toda a informação pública disponível, existe informação privilegiada detida por alguns indivíduos (*inside traders*) que possa não estar refletida nos preços. A HME preconiza que nenhum investidor consegue realizar ganhos extraordinários (acima do expectável pelo mercado) dado que as cotações dos ativos transacionados “refletem integralmente¹⁸”, quer as informações públicas, quer as informações privadas.

2.4 A visão das finanças comportamentais

Durante um considerável período de tempo a HME foi encarada como a única ‘fórmula’ que proporcionava a explicação sobre o modo de funcionamento dos mercados. De acordo com alguns autores, entre eles Jensen (1978), Malkiel (2003) ou Sewell (2011), a HME é a evidência empírica mais robusta alguma vez apresentada em estudos de natureza económica. Apesar dessa robustez, o desenvolvimento dos sistemas informáticos, com cada vez maiores capacidades de

¹⁸ No original: *fully reflect*

computação, veio tornar evidente alguns comportamentos anormais nos retornos dos ativos financeiros até então sob estudo. Estes registos puseram em causa alguns dos fundamentos basilares que estiveram na génese da teoria dos mercados eficientes. Por exemplo, a ideia de que o homem possui uma capacidade racional ilimitada, e que consegue a todo o momento processar toda a informação disponível no mercado, passa a ser encarada com algumas reservas. Abre-se assim campo ao desenvolvimento de teorias que incorporem a explicação daqueles comportamentos considerados anormais.

Conotada como sendo o principal referencial teórico sobre as finanças comportamentais, a teoria da perspectiva de Kahneman e Tversky veio ‘redesenhar’ algumas abordagens tidas como normalmente aceites, entre elas a da teoria da utilidade esperada. Esta era, até então, a referência central que pretendia explicar as decisões dos investidores na presença de risco (vejam-se as curvas de utilidade de Markowitz). Em *Prospect theory: An analysis of decision under risk*, Kahneman e Tversky apontam a TUE como tendo sido o modelo normativo geralmente aceite em matérias do foro da escolha racional e do comportamento dos agentes económicos, mas sinalizaram as primeiras lacunas na estrutura do racional que lhe está subjacente. De facto, com este trabalho os autores pretenderam «descrever diversas classes de problemas relacionados com escolhas que sistematicamente violam os axiomas da teoria da utilidade esperada».¹⁹

De acordo com Prates (2014), a teoria da perspectiva diferencia-se da teoria da utilidade esperada em diversos pontos. Ela introduz o conceito da ‘função valor’ que determina os diferentes valores que os indivíduos atribuem aos ganhos ou perdas. Enquanto a TUE busca identificar a melhor decisão a ser tomada em função dos diferentes níveis de riqueza gerada, a teoria da perspectiva tenta entender o comportamento real do decisor. Uma das lacunas apontadas por Kahneman e Tversky à TUE é a de que esta pondera a reação do decisor em relação às perdas de forma igual à reação em relação aos ganhos.

Conforme verificamos em [Figura 3], a curva da função valor proposta pelos autores apresenta *sloaps* (inclinações) diferentes consoante se tratem de ganhos ou perdas. Há assim um claro acentuar da inclinação no terceiro quadrante, o que indica que, por exemplo, a satisfação que

¹⁹ No original: «The present paper describes several classes of choice problems which preferences systematically violate the axioms of expected utility theory»

um investidor regista ao ganhar 50 euros não é diretamente proporcional à insatisfação que regista ao perder os mesmos 50 euros.

Um outro conceito basilar trazido pela teoria da perspectiva é o do ponto de referência. Prates (2014) aborda esta questão determinando que «um indivíduo avalia as consequências, sejam elas monetárias ou não, a partir de um determinado nível que serve como padrão». É deixado como exemplo de ponto de referência o preço médio, máximo ou mínimo, de compra de um ativo financeiro. Estes pontos de referência tendem a não ser universais e dependem na essência do contexto em que o decisor está inserido, assim como das suas preferências pessoais.

Com o emergir das finanças comportamentais estava criado o confronto entre qual seria a melhor modelização para explicar com rigor o andamento dos mercados financeiros, função do comportamento dos agentes neles atuantes. Como já vimos antes, o espaço que se abriu para a entrada das finanças comportamentais em cena foi o deixado pelas ‘anomalias’ detetadas no padronizado comportamento racional dos decisores. O registo destas ‘anomalias’ veio pôr em causa a HME.

Ritter (2003), por exemplo, destaca que as finanças comportamentais estão assentes em dois grandes blocos: a psicologia cognitiva (como as pessoas pensam) e os limites da arbitragem (quando os mercados se tornam ineficientes). Existe um considerável volume de literatura dedicada à psicologia, defende Ritter, que documenta que as pessoas cometem com alguma frequência erros sistemáticos. Estes erros são provenientes, entre outros, de excesso de confiança, e de atribuição de maior significância a factos mais recentes. Há ainda que considerar que as próprias preferências dos indivíduos podem ser geradoras de distorção. É apoiada nestes pressupostos que as finanças comportamentais vão utilizar modelos que considerem alguns agentes não totalmente racionais, muito por via das suas preferências próprias, mas também por eventuais erros de julgamento.

A medição de forças entre a hipótese dos mercados eficientes *versus* finanças comportamentais já fez correr muita tinta nas impressoras, uma vez que passou a haver estudos que sugeriam níveis de ineficiência registados nos mercados. Não alheio a estas sugestões, Fama (1998) sai em defesa da sua HME quando escolhe para temática central deste seu trabalho o rebatimento, ponto por ponto, dos estudos que sinalizavam anomalias nos retornos de longo-prazo dos

mercados. O argumento empírico das reações exageradas (*overreaction* ou *underreaction*)²⁰ dos investidores face a algumas das informações que chegavam aos mercados, era visto como uma ‘anomalia’ nos retornos de longo-prazo e, conseqüentemente, demonstrativo da sua ineficiência. Em Fama (1998) é-nos apontado como rebatimento àquelas ‘anomalias’ o facto de haver um *split* quase perfeito entre as situações onde se verificava *overreaction* e as situações onde se verificava *underreaction*. Segundo o autor, este *split* é consistente com a eficiência dos mercados, uma vez que os resultados de choques anormais em mercados eficientes têm soma nula. Para Fama é ao acaso que se devem as aparentes ‘anomalias’. No entanto, elas dividem-se de forma simétrica, o que é consistente com a HME. A conclusão de Fama sobre a não rejeição da HME ganha alguma robustez quando argumenta que as ‘anomalias’ desaparecem, ou tornam-se marginais, se às series estudadas forem aplicados modelos estatísticos diferentes, alternativos aos aplicados nos estudos originais. Em *Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance* – *Journal of Financial Economics* N° 49, pp. 297 pode ler-se o seguinte:

«Analisando individualmente cada uma das anomalias nos retornos de longo-prazo, argumento que a maioria se apresenta fragilizada. Retornos anormais tendem a desaparecer com razoáveis mudanças na forma como são medidos²¹».

Questões sobre a eficiência ou ineficiência dos mercados estão ainda longe de conhecer dias pacíficos. A HME tem de facto sido frequentemente revisitada pelos mais diversos autores com abordagens mais abrangentes e explicativas. Por estar estreitamente ligada aos conceitos de *random walk* e de volatilidade, retomá-la-emos mais adiante no capítulo 3.

²⁰ Tradução livre do autor: Reações exageradas por excesso ou por defeito

²¹ No original: *Examining long-term return anomalies one at a time, I argue that most are fragile. Abnormal returns often disappear with reasonable changes in the way they are measured*

3 Volatilidade

3.1 Introdução

«Independence of successive price changes for a given security may simply reflect a price mechanism which is totally unrelated to the real-world economic and political events. That is, stock prices may be just the accumulation of many bits of randomly generated noise, where by noise in this case we mean psychological and other factors peculiar to different individuals which determines the types of “bet” they are willing to place in different companies.

Even random walk theorists, however, would find such a view of the market unappealing²².»

Eugene Fama (1965) – *Behavior of stock market prices*

Uma pesquisa à vasta literatura sobre o tema volatilidade depressa evidenciaria que os trabalhos seminais sobre esta matéria, considerados como referenciais para estudo, tiveram a pretensão de explicar os fenómenos de volatilidade ligados aos retornos de ações cotadas em mercado de capitais. Por essa razão, talvez pudesse ser legítimo sermos tentados a considerar que as conclusões apresentadas naqueles trabalhos não seriam aplicáveis a outras séries financeiras, se o ativo em estudo, ou o mercado em que é transacionado, fossem diferentes.

Uma leitura de Cont (2001, 2007) afasta esta tentação, uma vez que nela é sinalizado com clareza serem as propriedades das séries financeiras transversais e comuns a um conjunto bastante diversificado de mercados, instrumentos analisados, e períodos de análise²³.

Já antes com Pagan (1996) tinham sido deixadas essas mesmas conclusões. Este autor alude ao facto das séries financeiras terem cada uma a sua própria idiossincrasia, mas deixa manifestado que as características intrínsecas das três que estudou em *‘The Econometrics of Financial Markets’* –

²² Tradução livre do autor: A independência entre as sucessivas cotações de um determinado ativo pode simplesmente ser o reflexo de um mecanismo totalmente dissociado dos reais acontecimentos económico-políticos. Por outras palavras, o preço de uma ação pode ser apenas a acumulação de um alargado número de *bits* de ruído gerado aleatoriamente, sendo o ruído entendido como os fatores psicológicos dos diferentes indivíduos que determinam o tipo das ‘apostas de investimento’ que pretendem realizar no mercado. Até para os teóricos do *random walk* esta visão de mercado seria considerada pouco apelativa.

²³ Do original: *statistical properties of financial time series has revealed a wealth of interesting stylized facts which seem to be common to a wide variety of markets, instruments and periods.*

retornos de ações, taxas de juro e taxas de câmbio – poderem também ter aplicabilidade a outras series de natureza financeira.

No tocante à matéria-prima no âmbito deste estudo, por outro lado, Kang [et. al.] (2009) deixa-nos evidências de que os mercados do *Brent*, *WTI* e DUBAI estão fortemente correlacionados [Figura 4]. Considerando o que acabámos de expor, não nos sentimos desconfortáveis a fazer revisão de literatura sobre volatilidade com trabalhos que tenham estudado séries financeiras distintas da nossa.

3.2 O que é a volatilidade

Compreender de forma clara a distinção entre os conceitos de volatilidade, variância e risco, é ponto de partida para o estudo de matérias relacionadas com a volatilidade aplicada às series financeiras. É recorrente encontrar-se na literatura especializada ligada ao tema, a variância e o desvio padrão [A.2] como elementos sinalizadores do risco, quando associados a um conjunto de observações que meçam o retorno de um ativo financeiro – veja-se por exemplo Tsay (2005), Diebold (2006) ou Brooks (2008), entre outros. No entanto, conforme argumentam Poon e Granger (2003), variância ou desvio padrão só podem configurar risco quando estão ligados a uma função distribuição, por forma a poder-se calcular a probabilidade de se verificar determinada ocorrência e, cumulativamente, conseguir obter-se uma medida do impacto provocado em unidades monetárias²⁴. Sem estas duas condições, quando muito, pode apenas perceber-se que valores elevados de variância ou desvio padrão apontam para níveis elevados de incerteza. Recordam também estes autores que o desvio padrão traduz com fiabilidade uma medida de dispersão e de risco em algumas funções distribuição (distribuição normal [A.4] entre outras), mas não é eficaz para todas as distribuições. Por outro lado, ainda, sabe-se também que as series financeiras não se apresentam com distribuições normais simétricas e mesocúrticas [A.3], facto que abordaremos com evidências empíricas na apresentação da nossa amostra no capítulo 6.

Se se pretender descrever volatilidade através de uma definição, Daly (2008), por exemplo, tradu-la como sendo qualquer coisa que apresenta variabilidade ou oscilações, e que a sua mensuração seja expressa pelo grau em que as variáveis em estudo oscilam. Quanto maiores

²⁴ Poon e Granger (2003) pp 480: «*So it is meaningless to use σ as a risk measure unless it is attached to a distribution or a pricing dynamic. When σ is used to measure uncertainty, the users usually have in mind, perhaps implicitly, a normal distribution for the returns distribution.*»

forem as flutuações, maior é a volatilidade. Não muito diferente, Ferreira (2009) diz-nos que volatilidade é:

«[U]ma medida da variabilidade (mas não da direção) das cotações de um determinado ativo durante um certo período de tempo. É frequentemente expressa sob a forma de percentagem e é calculada como o desvio padrão anualizado da variação percentual (ou das taxas de rendibilidade geométricas) das cotações diárias, semanais, ou mesmo mensais»

No dicionário eletrónico *Investopedia*²⁵ disponível na internet, volatilidade é-nos apresentada sob duas vertentes:

- ▲ Uma medida estatística de dispersão dos retornos de determinado ativo ou índice; pode ser medida através do desvio padrão ou da variância entre os retornos desse ativo ou índice. Regra geral, quanto mais elevada a volatilidade maior o risco associado ao ativo;
- ▲ Uma variável usada na determinação dos preços de opções, exibindo o grau de flutuação a que o ativo subjacente estará sujeito, desde a data presente até à data de exercício.

Após a apresentação em §2.3 e §2.4 dos rudimentos da HME das finanças comportamentais, torna-se mais fácil relacionar a volatilidade nos mercados, não só com tipologia da informação que a eles vai chegando, mas também com as características de cada investidor que neles atua.

No que respeita a estes últimos, há modelos que os distinguem em duas grandes classes: (i) os investidores racionais que tenderão a fazer empurrar o valor da cotação para os fundamentais da empresa, (ii) e os investidores especulativos, também conhecidos por *noise traders*, que baseiam as suas decisões nos dados momentâneos de mercado, tais como volume transacionado, valores passados, evolução de médias móveis das cotações, entre outros (De Long, Shleifer, Summers e Waldman, 1990; Campbell e Kyle, 1993). Em períodos de forte aderência de especuladores ao mercado formam-se tendências significativas de compra (*bull market*), ou de venda (*bear market*), originando consequências ao nível das movimentações nos preços e da volatilidade.

²⁵ http://www.investopedia.com/terms/v/volatility.asp?optm=sa_v2

Qualquer que seja a tipologia dos investidores, as suas decisões estarão sempre estreitamente ligadas à informação que vai sendo conhecida. Numa situação em que os mercados estejam em equilíbrio, a chegada de uma nova informação fará com que os diversos agentes reavaliem os seus investimentos em função da mesma, uma vez que podem ser levados a considerar que as posições que detêm deixaram de ser ótimas. O somatório das diversas reavaliações feitas pelos agentes fará movimentar o mercado direcionando-o para uma nova situação de equilíbrio, dado que os atos de vender e comprar ativos tendem a fazer alterar os respetivos preços.

Se a chegada de informação for reduzida, registar-se-ão tendencialmente baixos níveis de volatilidade; Se, por oposição, a chegada de informação for consideravelmente volumosa e relevante, a volatilidade no mercado tenderá a ser mais elevada.

Imaginemos o modelo descrito a seguir como um modelo que faça reproduzir os níveis de volatilidade em função da informação que vai chegando aos investidores:

“Seja N_t o número de notícias que chegam ao mercado no dia t . Com a chegada de novas notícias, o valor de determinado ativo é reavaliado e alterar-se-á de uma certa quantia que definimos como $\varepsilon_{i,t}$ com $i_{(1,2,\dots,N_t)}$. Assim, se chegar ao mercado uma notícia relevante, o valor do logaritmo²⁶ da cotação do ativo nesse dia t , sendo μ a variação esperada do preço ou *drift*, é dado pela expressão:

$$\log P_t = \log P_{t-1} + \mu + \varepsilon_{1,t} \quad (3.1)$$

No entanto, no caso de chegarem ao mercado duas notícias relevantes, teria que ser adicionado à expressão anterior o efeito da segunda notícia no preço do ativo, ou seja, o termo $\varepsilon_{2,t}$. Esta operação de soma teria que ser repetida tantas vezes quanto o número de notícias consideradas relevantes tivessem ocorrido no dia t . Se considerarmos os diversos $\varepsilon_{i,t}$ como uma sucessão normal de variáveis aleatórias *i.i.d.* com uma distribuição normal, de média zero e desvio padrão igual a σ^2 , podemos definir o retorno r_t de um ativo através da expressão:

²⁶ Compreenderemos em §3.3.1 a razão do uso dos logaritmos para calcular os retornos de ativos

$$r_t = \mu + \sum_{i=1}^{N_t} \varepsilon_{i,t} \quad (3.2)$$

De acordo com este modelo definido em (3.2), consistente com a HME, quanto maior for o número de informações a chegar ao mercado, maior será a volatilidade nele registada.

Quem quer que seja que defina volatilidade nos mercados financeiros não se poderá desviar muito das linhas mestras deixadas em cima. Como vimos, é quase intuitivo fazer-se a associação de volatilidade à imprevisibilidade e à incerteza e, por conseguinte, ao risco. A este propósito, Poon e Granger (2003) referem-se ao risco como estando comumente associado a retornos nulos ou negativos, não fazendo a maioria das medidas de dispersão qualquer tipo de distinção nesse sentido. Não obstante, consideram a volatilidade como a mais importante das variáveis para a atribuição de preço a produtos derivados, uma vez que o preço de uma opção de compra (*call option*), ou de venda (*put option*), depende fundamentalmente da volatilidade do ativo subjacente. Por outro lado, dizem, após o primeiro acordo da *Basle Committee*²⁷ em 1996 a gestão do risco ganhou destaque, devido à obrigatoriedade das instituições financeiras fazerem reservas de capital três vezes superiores ao VaR; este é obtido através da volatilidade prevista.

Fechamos este ponto §3.2 trazendo ao consciente do leitor que, sob determinado ponto de vista e para o senso comum, a volatilidade poderá ser interpretada como uma fraqueza no funcionamento eficiente dos mercados, atendendo a que em períodos de grande variabilidade nos preços o justo valor dos ativos não seja aquele que está refletido na respetiva cotação. No entanto, como sabemos, o mercado é composto pelo somatório das perceções, características e estratégias de cada investidor²⁸ que *per se*, como vimos, podem diferir muito entre si. Por esta razão, associar volatilidade excessiva á falta de eficiência nos mercados é um considerando que nos parece desadequado.

3.3 Tipos de volatilidade

Sendo uma medida de variabilidade nos preços, o seu cálculo ou referencial não é único, uma vez que existem três tipos distintos de volatilidade. Naturalmente, para cada tipo haverá uma forma específica de a mensurar. Os três tipos de volatilidade são:

²⁷ Documento que aponta duas formas alternativas para medir o risco de mercado (disponível em <http://www.bis.org/publ/bcbs24.htm>)

²⁸ De Long, Shleifer, Summers e Waldmann (1990) referem-se ao mercado de capitais como: «*given the traditional argument that the stock market price aggregates information and opinions, it is important to examine the extent to which there is a tendency of prices to reflect "good" rather than "bad" opinions.*»

- ✦ A histórica ou estatística;
- ✦ A implícita;
- ✦ A previsional ou futura.

Nas seções seguintes são deixados os referenciais teóricos e formas de cálculo.

3.3.1 Volatilidade histórica

O conceito de volatilidade histórica está definido em §3.2. Cabe aqui nesta seção abordar a sua forma de mensuração.

É hoje prática utilizar o logaritmo natural do rácio entre duas cotações sucessivas no cálculo da volatilidade histórica, não sendo já utilizadas para aquele cálculo as cotações nominais dos respetivos ativos. No entanto, se recuarmos até ao princípio do século XX, e aos trabalhos semanais de Bachelier, verificamos que o método logarítmico só começou a ganhar forma a partir de meados da década de 1960. Segundo Mandelbrot (1963a), o modelo mais simplista e importante de Bachelier pode ser definido como:

«Seja Z_t o preço de uma ação no fim do período t . É então assumido que as diferenças sucessivas entre dois preços com a forma $Z_{T+t} - Z_t$ são independentes, gaussianas ou normalmente distribuída, de variáveis aleatórias com média zero e variância proporcional ao diferencial do intervalo T ».

O racional subjacente a este modelo está sedimentado no conceito de que a rendibilidade real de um determinado investimento em dois momentos consecutivos t e t_1 é obtida através da diferença das respetivas cotações nominais $Z_{t_1} - Z_t$.

Apesar da importância que estes trabalhos tiveram como definidores de um caminho de investigação a ser percorrido, o facto é que verificações empíricas registadas nos diversos estudos subsequentes vieram contrapor uma realidade diferente: a distribuição das variações dos

retornos dos ativos, tal como está definido mais acima, são demasiadamente leptocúrticas, não podendo assim representar amostras de populações com características gaussianas.

É com Mandelbrot (1963a) e Fama (1965) que começam a ser dados os primeiros passos no sentido do distanciamento ao modelo de Bachelier estruturado nas cotações nominais. Com efeito, Mandelbrot refere que um dos principais pontos fortes do que chamou ‘processo de Bachelier modificado’, cuja fórmula é apresentada em (3.3), é o facto deste processo logarítmico ter uma distribuição gaussiana para todo o T , e que única variabilidade que é registada em T é o desvio padrão de $L(t, T)$. Por outras palavras, os logaritmos dos retornos da sucessão financeira apresentavam a pretendida distribuição de Gauss-Wiener.

$$L(t, T) = \log_e Z(t + T) - \log_e Z(t) \quad (3.3)$$

Fama (1965) aponta três razões principais para que a variabilidade seja medida através de logaritmos: (i) a variabilidade logarítmica do preço representa o *yield* em regime de capitalização composta contínua²⁹ (ii) Moore [41, pp. 13-15]³⁰ mostra que a variabilidade de um preço simples de determinada ação é uma função do nível de preços dessa ação, e que o uso de logaritmos neutraliza grande parte deste efeito; (iii) para variabilidades inferiores a $\pm 15\%$ a variação logarítmica aproxima-se bastante da variação percentual, o que facilita uma melhor perceção sobre a alteração ocorrida.

Montgomery, Jennings e Kulahci (2008) corroboram as razões apontadas por Fama (1965) para o uso dos logaritmos quando indicam que do ponto de vista estatístico há utilidade na transformação dos dados das séries financeiras, uma vez que esta operação estabiliza a variabilidade dos dados. Por outro lado, referem, a transformação logarítmica dá-nos uma boa interpretação física da variação percentual. Tendo em consideração estas características, e com o intuito de analisar as distribuições da variabilidade diária dos retornos de ações, Eugene Fama vai utilizar, não os valores das cotações nominais, mas os seus logaritmos naturais, tal como é deixado em (3.4).

²⁹ Os juros são gerados continuamente e imediatamente vencem juros sobre o juro gerado.

³⁰ Moore, A. - *A Statistical Analysis of Common Stock Prices – unpublished Ph. D. dissertation, Graduate School of Business, University of Chicago, 1962.*

$$r_{t+1} = \ln p_{t+1} - \ln p_t \quad (3.4)$$

Com:

r_{t+1} → rendibilidade no dia $t + 1$

p_{t+1} → preço no fim do dia $t + 1$

p_t → preço no fim do dia t



Volatilidade histórica está associada à variância do passado, sendo por isso compreensível que em termos estatísticos esteja associada ao desvio padrão do logaritmo do quociente entre duas cotações sucessivas já observadas. A sua forma de cálculo é tradicionalmente traduzida por:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 / N} \quad (3.5)$$

Com:

σ → Desvio padrão

x_t → Logaritmo $\frac{p_{t+1}}{p_t}$

\bar{x} → Média aritmética de x_t

N → Número de observações

A partir do resultado obtido é possível calcular a volatilidade para outros períodos de tempo diferenciados, bastando apenas para isso multiplicá-lo ou dividi-lo, consoante os casos, por um determinado fator de ajustamento. Assim, se do resultado da expressão (3.5) for obtida a volatilidade semanal, bastará multiplicar σ por $\sqrt{52}$ para se obter a volatilidade anual; por seu turno, se da expressão (3.5) for obtida a volatilidade anual, bastará dividir σ por $\sqrt{365}$ para se obter a volatilidade diária.

Dado que a volatilidade estará sempre ligada ao volume de informações que chega ao mercado, e que informações mais recentes podem exercer maior influência nas cotações que outras mais antigas, é natural poder introduzir-se ponderações no cálculo da volatilidade, dando naturalmente uma maior ponderação às informações mais recentes. Desta forma, considerem-

se as seguintes ponderações w_1, w_2, \dots, w_n tais que $\sum w_t = 1$. Podemos então definir volatilidade histórica ponderada através da fórmula:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{t=1}^n (nw_t x_t - \bar{x})^2} \quad (3.6)$$

É comum aplicar o conceito de progressão geométrica às ponderações w_n . Se para as n observações, a ponderação mais elevada for igual a um determinado fator λ , a ponderação seguinte será $\lambda(1 - \lambda)$, a que lhe sucede $\lambda(1 - \lambda)^2$, e assim sucessivamente até $\lambda(1 - \lambda)^{n-1}$, com $0 < \lambda < 1$.

3.3.2 Volatilidade implícita

Conceptualmente diferente da volatilidade histórica que assenta em cotações passadas, a VI está baseada na relação entre o preço teórico e o preço real de uma opção que, conforme Ferreira (2009), «[...] constitui uma informação muito útil, quando se deseja conhecer aquilo que o mercado pensa exactamente e num determinado momento sobre um activo subjacente[...]». Refere ainda Domingos Ferreira a existência de uma forte correlação positiva entre o preço das opções e o nível de volatilidade, ou seja, se o nível da VI sobe, o preço da opção sobe, e vice-versa.

Por estar associada ao preço de opções, quando se fala de VI estamos automaticamente a estabelecer uma ponte para o mais utilizado modelo de cálculo do valor de uma opção: o modelo de Black & Scholes. Volatilidade implícita é assim definida como uma medida do risco esperado pelo mercado que, sendo eficiente, vai sinalizar volatilidade futura.

Para Christensen e Prabhala (1998), por exemplo, a VI no preço de uma opção é tida como sendo a previsão feita a todo o momento pelo mercado para a volatilidade futura até à maturidade da mesma. Estes dois autores estudaram a relação existente entre volatilidade implícita e a subsequente volatilidade realizada. Segundo eles, os diversos trabalhos feitos sobre o tema têm apontado para conclusões contraditórias. Referem por exemplo estar documentado em Latane e Rendleman (1976)³¹ que as ações cotadas com VI mais elevada tiveram maior

³¹ Standard deviation of stock price ratios implied in option prices. *Journal of Finance* 31, pp. 369-381.

volatilidade realizada em período *ex-post*, e que em Jorion (1995)³² se conclui que a VI é um bom estimador de volatilidade nos mercados de futuros cambiais, embora enviesado.

Em contraditório apresentam os *papers* de Day e Lewis (1992)³³ e de Lamoureux e Lastrapes (1993)³⁴. O primeiro estuda as opções do S&P 100 entre 1985 e 1989, e o segundo as opções de 10 ações com maturidades entre 1982 e 1984; Ambos concluem que a VI é um estimador enviesado e ineficiente para volatilidade futura.

Canina e Figlewski (1993), dois dos autores tidos como mais extremistas neste campo, estudaram volatilidade implícita no índice S&P 100 de opções e demonstram que a VI: (i) não tem qualquer tipo de correlação com a volatilidade futura, (ii) que esta não incorpora a informação mais recente observada na volatilidade e (iii) para calcular o valor esperado da volatilidade futura a partir da informação contida nos preços de ações e de opções, deve considerar-se a VI como um elemento que contribui para o cálculo e não como o próprio resultado do cálculo. *Ad contrarium* Christensen e Prabhala evidenciaram que VI é um bom estimador de volatilidade futura, quer considerada isoladamente, quer em conjugação com volatilidade histórica.

No cálculo da volatilidade implícita através da fórmula de Black & Scholes, o preço da ação é dado como *input*, obtendo-se como *output* o valor da volatilidade. Este processo é um processo não invertível, pelo que encontrar o valor exato para a volatilidade passa por uma busca iterativa. Um dos métodos mais utilizados nesta busca iterativa é o método de Newton-Raphson que, conjugado com o algoritmo desenvolvido por Manaster e Koehler (1982)³⁵, torna a forma de cálculo da VI mais robusta e eficaz.

Apesar de ainda ser considerado como referência central no cálculo da volatilidade implícita das opções, o modelo clássico de Black & Scholes não descreve com exatidão a dinâmica dos preços dos ativos subjacentes, uma vez que é um modelo que considera a volatilidade constante. O vulgarmente conhecido efeito designado por “sorrisos de volatilidade” vem no entanto mostrar que o fenómeno de volatilidade constante não é verificado empiricamente, e que depende do

³² Predicting volatility in the foreign exchange market. *Journal of Finance* 50, pp. 507-528.

³³ Stock market volatility and the information content of stock index options. *Journal of Econometrics* 52, pp. 267-287.

³⁴ Forecasting stock return variance: towards understanding stochastic implied volatility. *Review of Financial Studies* 6, pp. 293-26.

³⁵ The calculation of implied variances from the Black-Scholes model, *Journal of Finance*, 37:1 pp 227-230.

que é chamado o *moneyness*³⁶ a cada momento da opção: opções *out-the-money* e *in-the-money* têm índices de volatilidade elevados, e opções *at-the-money* têm índices de volatilidade mais baixos.

Uma outra forma para a determinação da VI é o designado método bisseccional. Este requer que sejam feitas duas estimativas de volatilidade: uma baixa, σ_L , ao qual corresponde um valor de uma opção C_L , e outra alta, σ_H , correspondente ao valor de opção C_H . A volatilidade obtida por este método é dada então pela fórmula:

$$\sigma_{n+1} = \sigma_L + (C_M - C_L) \frac{\sigma_H - \sigma_L}{C_H - C_L} \quad (3.7)$$

Considerando C_M o preço de mercado de uma *call option*, e $|C_M - C(\sigma_{n+1})| \leq \psi$, sendo ψ o grau de exatidão que se pretende no cálculo, então, σ_{n+1} representa a volatilidade implícita.

3.3.3 Volatilidade futura ou previsional

Calcular volatilidade futura é considerado um dos desafios que congrega grande parte do esforço de investigação dos estudiosos da econometria. É fácil intuir que para os mercados financeiros o interesse não reside propriamente nos valores da variância histórica, mas outrossim, naquela que se espera que venha a ocorrer no futuro; esta dificilmente pode ser estimada com base apenas nos valores históricos registados. Vários modelos previsionais têm sido apresentados por diversos autores, quer se trate de modelos auto regressivos com médias móveis dos resíduos, quer se trate de modelos de volatilidade condicionada, dos quais o de Engle (1982) está na génese. Da família destes últimos, *ARCH*, falaremos mais à frente no capítulo 4.

Não obstante o continuado desenvolvimento teórico que os modelos de heterocedasticidade condicionada verificaram, tem sido registada recentemente alguma insatisfação para com os modelos cujo cálculo está assente em desvios-padrão, facto pelo qual se considera haver um longo caminho ainda a percorrer neste tema. A este propósito, Bentes e Menezes (2012) defendem que a razão principal para essa insatisfação se deve ao facto de os modelos assentes

³⁶ *Moneyness* é uma característica atribuída a um derivado que relaciona o seu preço de exercício com o preço do ativo subjacente. Atribui assim um valor intrínseco à opção a cada momento no tempo. As opções podem assumir três estados: *out-the-money*; *at-the-money*; *in-the-money*. Do ponto de vista do investidor numa opção, haverá uma perda se a opção estiver *out-the-money* e um ganho se estiver *in-the-money*. Caso a opção esteja *at-the-money* significará que o preço de exercício da opção é igual ao preço do ativo subjacente.

em desvios-padrão serem altamente afetados por valores extremos. Sugerem, por isso, uma abordagem diferenciada baseada na entropia, uma vez que existem já estudos no domínio da econofísica que apontam para a existência de diversos parâmetros, tais como, a desordem, distâncias para o ponto de equilíbrio, ou até mesmo a ignorância, que podem ser melhor explicados através de modelos baseados na entropia.

3.4 Origem da volatilidade e razões para o seu estudo

A dedicação que é atribuída ao estudo de determinado assunto depende regra geral do interesse que a matéria suscita, da importância que ela pode assumir para a sociedade em geral, ou ainda, das necessidades de informação arreadas a um grupo-alvo de utilizadores da mesma. No caso da volatilidade houve já autores que sinalizaram a importância e o interesse no estudo do tema, tendo Daly (2008) elencado as seguintes justificações:

- ✦ Quando as cotações de determinado ativo registam fortes flutuações em períodos de tempos muito reduzidos, tal como o de um dia ou até de algumas horas, dificilmente se pode considerar que essas flutuações se devam a fatores relacionados com fundamentais económicos. Situações destas conduzem à erosão de confiança dos agentes que atuam no mercado, o que, conseqüentemente, reduz a liquidez nos mercados de capitais;
- ✦ Para uma empresa considerada individualmente, a volatilidade é um forte indicador da probabilidade de falência. Dada uma determinada estrutura de capital, quanto maior for a volatilidade, maior a probabilidade de falência. Como indicador de probabilidade de falência, volatilidade assume assim um indicador chave;
- ✦ Elevados níveis de volatilidade podem influenciar negativamente a liquidez nos mercados, atendendo a serem diretamente proporcionais à tendência para aumento dos prémios de risco através do incremento dos *spreads bid-ask*;
- ✦ As estratégias de cobertura de risco (*hedging*) são afetadas, já que também os prémios de seguros estão diretamente correlacionados com os níveis da volatilidade registada, ou seja, sobem com o aumento da volatilidade;

- ✦ Redução da atividade económica, devido à aversão do investidor ao risco sugerida pela teoria económico-financeira; como volatilidade e risco são dois fenómenos que andam a par e passo, períodos que registem níveis de volatilidade elevada induzirão os agentes económicos a reduzir as suas atividades nos setores onde aquela se verifica;
- ✦ Redução da eficiência sobre o capital investido. Períodos longos de volatilidade podem sinalizar aos *shareholders* a necessidade de obrigar as empresas a alterar a tipologia dos investimentos detidos, dando preferência àqueles que têm maior liquidez (caixa ou equivalentes) em detrimento de outros menos líquidos que possam gerar maiores retornos.

Vemos assim o eixo principal das razões que motivam o estudo da volatilidade girar em torno de matérias como a da aversão ao risco por parte dos investidores, com possíveis consequências na redução da liquidez dos mercados, a da redução da atividade económica e a probabilidade de falência de empresas com determinadas estruturas de capital, ou ainda, a da eficiência dos capitais investidos. Não deverá ser totalmente alheio a estas razões o facto de um dos primeiros conceitos que qualquer aluno de ciências económicas começa por aprender ser o de que ‘os recursos são escassos e de uso alternativo’. Seguindo à letra a principal matriz deste conceito, devemos saber extrair de forma continuada o máximo de rendibilidade por cada ‘unidade de recurso’ investido. Este princípio requer que a todo o momento seja feito um juízo de valor para aplicar os recursos financeiros disponíveis na opção que melhor rendibilidade nos possa trazer.

Formamos ideia ser pacífico admitir que qualquer investidor racional tenha sintetizado no seu ADN o desígnio anterior, orientando o seu modo de atuação nos mercados através de estratégias eficazes e eficientes. Sabemos por definição que eficácia e eficiência são conceitos que estão relacionados entre si, mas no entanto diferentes. Ser eficaz é atingir os objetivos pré-definidos, e ser eficiente é atingi-los consumindo a quantidade mínima de recursos, ou, em alternativa, obter o máximo de *output* para um volume fixo de recursos.

Sendo inquestionável que eficácia e eficiência sejam questões primordiais do ponto de vista do investidor racional, vimos Merton (1992)³⁷ alocar também o {tempo} e a {incerteza} como duas das variáveis que mais condicionam o seu comportamento. Entende-se a influência que têm sobre a decisão a ser tomada, fruto de previsões que se pretendam fazer sobre o andamento futuro de um indicador, de uma cotação, ou de um índice. Como se percebe, esta distribuição conjunta {tempo} / {incerteza} relaciona proporcionalmente o grau de risco a que o investidor está exposto. No que diz respeito à variável {tempo}, a conhecida teoria da preferência pela liquidez de Keynes mostra-nos que abdicar de meios líquidos exige uma compensação por esse ato, e que, por exemplo, a taxa de juro é a recompensa da renúncia à liquidez ou à alienação do direito de dispor do dinheiro. Assim sendo, quanto maior for o prazo de um determinado investimento, maior será o período a que o investidor renúncia à liquidez e, conseqüentemente, maior a sua exposição aos efeitos produzidos pelo próprio investimento.

No tocante à variável {incerteza}, somos remetidos para o maior ou menor grau de dúvida sobre a verificação real das projeções realizadas, facto pelo qual incorpora um determinado grau de receio, característica própria de cada indivíduo.

Num mundo globalizado onde a sociedade de informação está cada vez mais desenvolvida e aberta, o volume de factos relevantes (informações) que influenciam a tomada de decisão dos agentes económicos tem vindo a crescer de forma exponencial. Esta consciencialização da universalização está vertida em Schwert (1990), onde o significativo avanço tecnológico nas ciências da computação e da comunicação são apontadas como fatores decisivos para a rápida aprendizagem de como reagir ao crescente volume de informação chegada ao mercado. Por outro lado, as novas tecnologias permitiram também aos mercados financeiros trazer, não só maior liquidez ao mercado global, mas também um volume extraordinariamente mais elevado e complexo de informação a ser processada. No trabalho deste autor são assim fundamentalmente destacadas mudanças a dois níveis:

- ♣ Maiores incentivos por parte dos investidores para obter e reagir à nova informação;
- ♣ Difusão mais célere da informação trouxe maior velocidade na incorporação daquelas nos preços.

³⁷ Robert C. Merton – Continuous-Time Finance. Wiley-Blackwell. 1992. ISBN 978-0-631-18508-6.

Pelo que deixámos dito é natural inferir-se que as constantes alterações – económicas, políticas, climatéricas, sociológicas, etc. – exerçam acrescidas ‘pressões’ sobre a informação que é contida nos preços dos ativos económico-financeiros, que, conforme HME, a incorpora de imediato. Esta pressão com origens multivariadas é geradora, não só de choques constantes que influenciam a variação dos preços no presente, mas também de incerteza na previsibilidade futura dos mesmos. A realidade com que as sociedades modernas são confrontadas é referenciada no estudo de Efimova e Serletis (2014) sobre os mercados de energia, quando os autores postulam que os fenómenos da globalização, das necessidades crescentes de recursos energéticos, de eventos climatéricos de extrema severidade bem como de tensões geopolíticas, ou ainda da desregulamentação dos mercados, continuarão a contribuir de forma inequívoca durante as próximas décadas para que a volatilidade permaneça presente, designadamente no mercado do petróleo, gás e eletricidade. Estes autores deram o seu contributo para o corpo de conhecimento associado à volatilidade nos mercados, fazendo uma análise multivariada da correlação condicional existente entre os preços do petróleo e do gás natural, do petróleo e da eletricidade, e da eletricidade e do gás natural.



De uma maneira geral os investigadores têm investido uma quantidade considerável de recursos a identificar as variáveis explicativas do comportamento da volatilidade. Entre as diversas que foram sendo reconhecidas, estão, por exemplo, o índice de preços do consumidor, o índice de produção industrial, a taxa de desemprego, a variação dos preços do petróleo, as taxas de juro sem risco, ou até o *dividend yield* das ações. Reservámos para o capítulo 5 o relato de alguns factos empíricos observados em estudos relacionados com a variação dos preços do petróleo, a sua interação com o índice de preços de consumidor, produção manufatureira e consumo das famílias. Nesta fase destacamos algumas investigações que incidiram sobre *dividend yields* de ações.

Em Shiller (1981)(a) e Shiller (1981)(b), por exemplo, foi analisada a volatilidade do mercado acionista em função de (i) dividendos pagos aos acionistas e (ii) expectativa dos investidores sobre dividendos futuros, respetivamente. Foi tirado como conclusão que o mercado apresenta uma volatilidade excessiva – entre 5 a 13 vezes mais elevada do que os valores normais esperados – para que esta possa ser apenas atribuída à informação relacionada com os dividendos. O

modelo utilizado em Shiller (1981)(b) assentou no valor presente descontado, usando uma taxa de atualização constante para os dividendos futuros.

Segundo Schwert (1989), várias críticas foram tecidas aos trabalhos de Shiller, entre elas as de Mankiw, Romer e Shapiro (1985) e de Kleidon (1986). Incidiram fundamentalmente na falta de robustez do modelo utilizado uma vez que aquele considerava como estacionária a série dos dividendos futuros, facto considerado como ingénuo³⁸. No entanto, refere Schwert, ninguém tinha ainda analisado a relação existente entre a volatilidade estocástica apresentada pelos mercados de capitais e os fundamentais que fazem determinar o valor das respetivas ações.

Com a publicação de Cutler, Poterba e Summers (1989) é-nos relevado um estudo que visou determinar a fração da volatilidade que pode ser atribuída a cada tipo de notícias. Do grupo notícias relacionadas com assuntos macroeconómicos, os autores tiveram bastante dificuldade em justificar pouco mais que 1/3 da volatilidade observada; por ser considerado manifestamente insuficiente, é analisada a resposta do mercado a notícias de grandes acontecimentos políticos, ou de acontecimentos de escala global. O resultado que este segundo grupo obteve foi o de uma fraca resposta do mercado às mesmas; estes dois resultados, aliados ao facto de se terem registado as maiores movimentações de mercado em dias em que não houve divulgação de informação significativa, lançou nestes autores a dúvida de que o preço das ações pudesse ser explicado pela informação de fluxos de caixa futuros ou dividendos descontados, conclusão também já retirada pelos trabalhos de Shiller.

Não obstante ter já sido já possível identificar a origem de alguns fenómenos de volatilidade, é sabido que nem sempre se conseguiu fazer a sua atribuição objetiva a um determinado fator individualizado, estando consagrado na literatura haver pelo menos dois elementos de natureza subjetiva que podem ser seus geradores. Estes dois elementos são:

- ♣ O impacto das características psicológicas individuais de cada investidor no mecanismo de formação de preços no mercado;

- ♣ O próprio sentimento de mercado.

³⁸ No original: *naive*

Como vimos em §2.4, as características psicológicas de cada indivíduo podem influenciar de forma diferenciada a reação que cada um tem, face à informação que vai tendo de *feedback* do mercado. Por exemplo, se de uma forma genérica se pode dizer que há uma propensão generalizada para a aversão ao risco, pode seguramente afirmar-se existirem diferentes noções cognitivas de risco, dependendo sobretudo das características da ‘individualidade’ que o está a processar. Foi assente neste pressuposto que Kahneman e Tversky (1979) fizeram a sua crítica à TUE, demonstrando haver determinadas classes de problemas de escolhas que sistematicamente violam os axiomas que lhe dão suporte.

De acordo com estes dois autores, escolhas feitas em ambiente de risco exibem determinados efeitos inconsistentes com os pressupostos base da teoria da utilidade. Um deles é o da tendência das pessoas subvalorizarem acontecimentos que se apresentem meramente como prováveis, perante a alternativa de outros onde exista grau de certeza. Esta manifestação comportamental, catalogada como “efeito certeza”, dá suporte empírico ao conceito de aversão ao risco quando se tratam de escolhas que envolvam ganhos certos, mas inverte o sentido para o conceito de procura de risco quando as escolhas envolvam perdas certas³⁹. Outro efeito é o que foi batizado de “efeito isolado”. Kahneman e Tversky explicam que, com o objetivo de simplificar o processo de tomada de uma decisão entre opções alternativas, as pessoas tendem a focar-se nos fatores que as distinguem entre si, descartando os pontos em comum que cada uma delas possa ter. Esta forma de aproximação na resolução de problemas pode gerar preferências inconsistentes, dado haver formas diferentes de decompor subpartes de prospectos distintos entre si, e que a forma de os decompor por vezes conduz-nos a preferências diferenciadas.

O sentimento de mercado é também recorrentemente identificado como um dos elementos de natureza subjetiva intrinsecamente ligado a fenómenos de volatilidade. A este propósito Ferreira (2009) argumenta que «[o]s índices de volatilidade implícita têm como principal objetivo avaliar as condições, os sentimentos e os níveis de confiança vividos nos mercados». Sendo estes “um lugar geométrico” resultante do somatório das perceções heterogéneas dos indivíduos que neles atuam, percebe-se com facilidade a existência de um elo entre volatilidade e sentimento, uma vez que volatilidade está relacionada com incerteza e imprevisibilidade, e sentimento com expectativas sobre rendibilidades futuras. A grande questão que se coloca nesta matéria é saber qual o sentido de causalidade entre estas duas variáveis: se é o sentimento de mercado que atua como *driver* da volatilidade, ou se esta é proveniente daquele. Por outras palavras, se quisermos

³⁹ Para mais detalhe sugere-se a leitura do *Reflection Effect* constante no trabalho de Kahneman e Tversky (1979)

colocar a questão em termos de movimentações de preços *versus* níveis de volatilidade, a questão seria posta da seguinte forma: será o mercado direcionado pelos efeitos de *leverage* (aumento na volatilidade após queda registada nos preços) ou por efeitos de *feedback* (aumento de preços em períodos de baixa volatilidade)? A resposta a esta questão motivou duas distintas correntes de pensamento, naturalmente baseadas em estudos que as suportaram.

De Long [et. al.] (1990), por exemplo, demonstraram que o risco criado pela imprevisibilidade das opiniões e sentimentos dos investidores irracionais reduz significativamente a atratividade de arbitragem. Estes autores desenvolveram um modelo onde existem dois tipos de agentes (i) os investidores sofisticados e (ii) os *noise traders*, e evidenciaram que os segundos conseguem influenciar os preços mesmo em situações onde não haja incerteza acerca dos fundamentais. Nestas situações, os *noise traders* podem encaminhar o mercado para uma forte divergência entre os fundamentais e as respetivas cotações. O modelo aponta assim para que grande parte do comportamento dos investidores sofisticados esteja centrado numa reação aos *noise traders*, sinalizando assim ser defensável que é o sentimento de incerteza que determina as tendências de mercado e não o inverso.

Outros autores como Simon e Wiggins (2001), que estudaram a previsibilidade do VIX, o rácio *put-call* e o TRIN (*Traders Index*) no mercado de futuros do S&P, corroboraram as conclusões de De Long [et. al.] (1990), evidenciando que os indicadores estudados tiveram uma significativa relevância previsional estatística e económica. Desta forma, deixaram evidência de que estes indicadores de sentimento de mercado foram responsáveis por inúmeras e excelentes indicações de oportunidades de compra no período analisado (1989 – 1999).

Em corrente contrária ao posicionamento anterior encontramos Wang, Keswani e Taylor (2006) e Hasanhodzic e Lo (2013). Wang [et. al.] argumentaram que os estudos que testaram a utilidade do sentimento de mercado na previsibilidade da volatilidade subsequente ignoraram o efeito que a informação desfasada dos retornos passados tiveram para essa mesma volatilidade subsequente. Os três autores fazem referência às conclusões de Solt e Statman (1988)⁴⁰ e de Brown e Cliff (2006)⁴¹ que afirmam ser as rendibilidades que afetam o sentimento de mercado e não o contrário.

⁴⁰ Solt, M. e Statman, M. – How useful is the sentiment index? *Financial Analysts Journal*, 44, (1988) pp. 45– 55.

⁴¹ Brown, G e Cliff, M. – Investor sentiment and the near-term stock market. *Journal of Empirical Finance*, 11, (2004) pp. 1-27

Hasanhodzic e Lo (2013) questionaram o conhecido efeito de *leverage* de Fisher Black⁴² quando o testam aplicado a um conjunto de empresas compostas apenas por capital⁴³ e sem qualquer tipo de endividamento. Sendo a ‘hipótese nula’ a da não observância de *leverage* por empresas compostas apenas por capital, os autores concluem por rejeitá-la, uma vez que nas empresas estudadas aquele efeito era tão forte ou maior do que noutras compostas por *equity* e *debt*. Esta evidência empírica é paradoxal tendo em conta o formulado por Black (1976), dado que empresas compostas apenas por capital não podem por definição ter qualquer efeito de alavanca financeira. Pôr em causa o efeito de *leverage* é, de uma forma indireta, também poder argumentar contra a relação causa-efeito unidirecional entre sentimento e volatilidade.

Creemos que a perspetiva mais abrangente e mais próxima da realidade é a que nos é trazida por (Fisher e Statman, 2000⁴⁴ *apud* Bentes, 2012) quando encontram evidências de que a causalidade entre sentimento de mercado e volatilidade pode ser significativa nos dois sentidos.



Estivemos a ver até agora dificuldades de natureza subjetiva relacionadas com a caracterização do sentimento de mercado: se é este que influencia a volatilidade, se é esta que influencia aquele, ou se há interação mútua entre as duas variáveis. Como sabemos, nestas questões que envolvam risco e possibilidade de perdas ou de ganhos torna-se capital ter uma quantificação tão exata quanto possível de todas as variáveis que compõem o puzzle das opções de investimento. Por essa razão foi sentida a necessidade de encontrar uma medida que quantificasse o sentimento de mercado. Dos indicadores que existem para o efeito destacamos o (i) índice de volatilidade implícita, (ii) rácio *put/call* e (iii) rácio *bull/bear*.

O índice de VI tem por base os contratos de opções e calcula a todo o momento o sentimento dos investidores relativamente ao mercado. Em termos genéricos consiste em agrupar em intervalos os valores de volatilidade implícita calculados – ver Whaley (2000) para metodologia de cálculo – e fazê-los corresponder a um determinado nível de sentimento de mercado que vai desde a inexistência de ansiedade até ao pânico extremo [Tabela 5]. Este nível de sentimento de mercado corresponderá a uma maior (menor) estabilidade do mesmo, consoante o índice de VI seja baixo (elevado).

⁴² Black, F.(1976), “Studies of Stock Price Volatility Changes”, Proceedings of the Business and Economics Section of the American Statistical Association, 177–181.

⁴³ No original: all-equity financed firms

⁴⁴ Fisher, K.L. e M. Statman, (2000), Investor sentiment and stock returns, Financial Analysts Journal 56, 16-23.

Os rácios *Put/ Call* e *Bull/Bear* são dados pelas fórmulas (3.8) e (3.9), respetivamente.

$$\frac{\text{Volume das transações de put options}}{\text{Volume de transações de call options}} \quad (3.8)$$

$$\frac{\text{Número de investidores otimistas (Bullish)}}{\text{Número de investidores pessimistas (Bearish)}} \quad (3.9)$$

Estes dois rácios fornecem indicações inversas uma da outra, ou seja, quando o sentimento de mercado é de otimismo verificamos (3.8) ter uma tendência no sentido da descida e (3.9) ter uma tendência no sentido da subida.

3.5 Factos estilizados

Do muito extenso conjunto de series estatísticas já estudadas foram identificadas determinadas características próprias comumente aceites como estando arreigadas às séries financeiras, o que na literatura se passou a designar como factos estilizados.

De acordo com Nelson (1996), ter-se começado a investigar os factos geradores de fenómenos de volatilidade no mercado de capitais trouxe a descoberto algumas dessas características. Entre as mais importantes considerou (i) a correlação positiva na volatilidade – quer as grandes variações quer as pequenas tendem a agrupar-se em função da sua magnitude;⁴⁵ (ii) dias de negociação *versus* dias de não negociação – as segundas-feiras tendem a ser dias com maior volatilidade porque trazem 72 horas de informação para incorporar;⁴⁶ (iii) os efeitos de alavanca ou *leverage* – quando o preço de uma ação sobe (desce), a volatilidade dos seus retornos tipicamente desce (sobe);⁴⁷ (iv) coexistência de alta volatilidade com períodos recessivos e crises financeiras;⁴⁸ (v) verificação de uma relação direta entre volatilidade e elevadas taxas de juro nominais⁴⁹.

Alinhados com estas evidências empíricas estão Gibbons e Hess (1981) e French e Roll (1986). Os primeiros verificaram haver uma forte persistência nos retornos negativos médios às segundas-feiras, mas que nenhuma das variáveis explicativas que estiveram no âmbito do seu

⁴⁵ Conforme (Meldelbrot, 1963) – The variation of certain speculative prices *Journal of Business* 36, pp 394-419.

⁴⁶ Conforme (Fama, 1965) – The behavior of stock market prices *Journal of Business* 38, pp 34-105.

⁴⁷ Conforme (Black, 1976) – Studies of stock market volatility changes *Proceedings of the American Statistical Association, Business and economics statistics section*, pp 177-181.

⁴⁸ Conforme (Schwert, 1988) – Business Cycles, Financial Crises and Stock Volatility, *Mimeo university of Rochester*, William E. Simon Graduate School of Business, Rochester, NY

⁴⁹ Conforme (Glosten [et. al.], 1989) – Relation between the expected value and the volatility of the excess returns on Stocks *Banking Research Center, paper No 166*, Northwestern university, Evanston, IL

estudo conseguiu justificar o fenómeno adequadamente. Os segundos concluem que a volatilidade nos preços dos ativos é superior durante as horas de negociação dos mercados. Para French e Roll, este fenómeno decorre de (i) a volatilidade ser causada pela informação pública, que é tendencialmente em maior volume em dias de negociação; (ii) a volatilidade é causada por informação privada que afeta os preços quando os investidores negociam; (iii) a volatilidade é causada por erros de atribuição de preço durante a negociação. Estes autores estimaram que, em média, a variância horária dos retornos registados é 70 vezes superior nas horas de negociação por comparação com as horas de não-negociação. Por outro lado, indicam que aproximadamente 4 a 12% da variância diária se deve a erros na atribuição de preço aos ativos, e que, pequenas variâncias verificadas a seguir a dias feriados se devem fundamentalmente a informação privada.

Recordamos ter apontado em §3.1 referência feita por Cont (2001, 2007) às propriedades intrínsecas das séries financeiras como sendo transversais a uma grande variedade de mercados e de variáveis sob estudo. Nestes dois trabalhos Cont enquadra e enumera estas propriedades de uma forma clara e concisa, facto que simplificou a apresentação que é deixada em seguida.

- ✦ O excesso de volatilidade; elevados níveis de volatilidade não podem ser explicados apenas pelos fundamentais económicos, nem pela informação que vai chegando ao mercado;
- ✦ As distribuições apresentam caudas pesadas, ou seja, excesso de curtose;
- ✦ Ausência de auto correlação nos retornos (só se verifica haver auto correlação em escalas temporárias *intraday* muito pequenas – cerca de 20 minutos);
- ✦ Existência de *clusters* de volatilidade (enquanto os retornos r_t não apresentam entre si correlação, os retornos em termos absolutos $|r_t|$, ou as suas raízes quadradas $\sqrt{|r_t|}$, apresentam significativa auto correlação positiva, assentes numa função decrescente no tempo);

- ⤴ Correlação entre volume *versus* volatilidade (o volume negociado em mercado tem correlação positiva com os níveis e volatilidade);
- ⤴ Assimetria entre ganhos e perdas (consegue-se observar fortes quedas nos preços e nos índices mas o mesmo não se verifica nos ganhos);
- ⤴ Características gaussianas agregativas, ou seja, à medida que o tempo em que se registam as observações aumenta (entenda-se, à medida que o número de observações aumenta) a sua função densidade vai-se aproximando da distribuição normal;
- ⤴ Lenta diminuição da auto correlação dos retornos absolutos (a diminuição da auto correlação é função do tempo decorrido e é caracterizada por uma função potência com expoente $\beta \in [0,2; 0,4]$, o que pode ser interpretado como dependência de longo-prazo);
- ⤴ Efeito de alavanca (o retorno dos ativos está negativamente correlacionado com o nível de volatilidade a ele associado).

Ao longo da nossa apresentação temos vindo a referir casuisticamente alguns destes factos estilizados, designadamente o excesso de volatilidade, o *leverage*, ou a assimetria entre ganhos e perdas. Destacamos no entanto para maior detalhe os dois factos estilizados mais comumente mencionados na literatura que, de acordo com Cont (2001, 2007), Kirchler e Huber (2007), Wooldridge (2009), Tseng e Li (2012), Charles e Darné (2014), entre outros, são as caudas pesadas e os *cluters* de volatilidade. Ressalve-se que estes dois factos estilizados estão também identificados na nossa amostra do trabalho empírico que fizemos.

Como o tema central do nosso estudo é o dos modelos de memória, dedicaremos um capítulo próprio a este facto estilizado.

3.5.1 Caudas pesadas

Uma das principais análises realizada no estudo de uma serie financeira consiste na verificação do valor do quarto momento dos dados que a compõem, e do formato da função distribuição que caracteriza os seus retornos. A relevância desta verificação deve-se ao facto de se saber que

a existência de caudas pesadas está associada a uma maior probabilidade de ocorrência de eventos extremos; esta manifestação anormal pode conduzir a perfis de risco que configurem perdas superiores às esperadas, comparativamente com uma distribuição que seguisse um padrão gauss. A cauda esquerda de [Figura 5] dá-nos uma percepção desses diferenciais de risco entre os dois tipos de distribuição apresentados.

Descrevemos em [A.4] as características que têm que estar presentes numa distribuição dita normal (ou de Gauss). Uma distribuição referenciada como tendo uma cauda pesada significa que ela não obedece ao modelo exato das distribuições gaussianas, ou seja, há excesso de curtose [A.3]. Presença de excesso de curtose implica uma concentração das observações superior à normal em torno da média da função densidade probabilidade que a representa. Para além da alteração dos perfis de risco acima falados, distribuições não normais alteram os pressupostos de alguns modelos financeiros assentes na premissa de que as rendibilidades seguem um padrão normal e são independentes e identicamente distribuídas.

É com Mandelbrot (1963a) e Fama (1963, 1965) que são feitos os primeiros testes completos à normalidade da distribuição dos retornos diários, tornando-se evidente a existência de caudas pesadas. A partir destes trabalhos seminais, muitos outros autores vieram a confirmar esta evidência. Em Fama (1965), por exemplo, verificou-se também uma anomalia relacionada com o terceiro momento da serie, dado ter-se registado assimetria negativa nos retornos; por outras palavras, as distribuições mostraram a função densidade probabilidade com um maior número de observações do lado esquerdo do que do lado direito. (Taylor e Weigel, 1990⁵⁰ *apud* Peters, 1996) no estudo exaustivo que fizeram a respeito da volatilidade sobre o índice S&P 500 entre 1928 e 1989 chegaram a conclusões similares (a distribuição dos retornos diários do S&P 500 apresenta assimetria negativa); resultados apresentados em [Figura 8] e [Tabela 4]. A tabela mostra haver assimetria negativa (à esquerda) em todas as décadas exceto na década de 1930. Por seu turno a curtose é significativamente mais acentuada na década de 1980, facto que muito provavelmente está associado à situação extraordinária verificada no ano de 1987 nos mercados.

⁵⁰ Turner, A. L. e Weigel, E. J. (1990). An analysis of stock market volatility. *Russel Research Commentaries*, Frank Russel Company, Tacoma, WA.

Uma das explicações avançadas por Clark (1973) e Peters (1996) para o excesso de curtose é a difusão da informação não seguir um padrão contínuo e linear. A reação do mercado aos aglomerados de informação que vão sendo disponibilizados tem como efeito as *fat tails*. O argumento principal é o de que o volume de transações tende a ser baixo em momentos onde a informação é reduzida e, quando a informação chega ao mercado, o processo de formação de preços evolui de forma mais rápida. Por outro lado, defendem também que a reação possa não ser imediata. Os investidores podem ir ignorando a chegada da informação até que ela esteja bem consolidada e se forme uma tendência. Uma vez formada a tendência, o efeito da reação é cumulativo em relação a toda a informação anteriormente ignorada.

No decurso das duas últimas décadas, este e outros factos estilizados têm sido ensaiados com modelos de mercado artificiais definidos em computador, com o objetivo de simular a interação dos agentes no mercado e estudar os factos estilizados resultantes dessa interação. Um dos modelos utilizados é o *agent based models*⁵¹; este modelo pretende estudar o resultado da interação simultânea vista como um todo⁵². Num desses ensaios, Lux e Marchesi (2000) atribuíram a existência *fat tails* e *clusters* de volatilidade a uma mudança de estratégia dos agentes, que no modelo que construíram se dividiam entre *chartists* e os *fundamentalists*⁵³ (a estratégia dos *chartists* está estreitamente ligada ao conceito de *noise traders* já abordado). A partir de um determinado número de *chartists* a atuar no mercado, o sistema torna-se instável e há a ocorrência de eventos extremos. Nestes períodos são criadas bolhas de preços que originam uma mudança de estratégia dos agentes para outras que apresentem possibilidade de ganhos maiores, originando os *clusters* de volatilidade e caudas pesadas. Bai, Russell e Tiao (2003) mostraram que os *clusters* de volatilidade e a não-normalidade condicional conjugados conduzem à leptocurtose verificada nas series financeiras. Tseng e Li (2012), no entanto, encontraram evidência de que as *fat tails* em nada estão relacionadas com o grau de *clustering* das grandes flutuações, estando este último relacionado apenas com o *decay* lento da correlação dos retornos absolutos.

Não corroborando os resultados obtidos por Lux e Marchesi, a análise experimental de Kirchler e Huber (2007) evidencia que não são as estratégias de *noise trading* que mais contribuem para as distribuições com caudas pesadas. Estes autores simularam um mercado experimental com informação assimétrica sobre os fundamentais das empresas, e registaram a existência de

⁵¹ Tradução livre do autor: modelos baseados em agentes

⁵² Para mais informação recomenda-se a leitura de Gilbert, Nigel (2008). *Agent-based models* (No. 153). Sage.

⁵³ Os *chartists* seguem as suas estratégias através de análise técnica e os *fundamentalists* guiam-se pelos fundamentais das empresas.

leptocurtose e um reduzido *decay* na auto correlação dos retornos absolutos. Relatam ter relacionado o excesso de curtose com a significativa relação positiva existente entre o nível de heterogeneidade da informação sobre fundamentais e os retornos absolutos, sinalizando que é esta heterogeneidade a responsável pela existência de caudas pesadas.

3.5.2 *Clusters* de volatilidade

A identificação deste facto estilizado ligado às sucessões cronológicas financeiras ganhou consistência a partir da década de 60 do século passado quando, pela primeira vez, foram identificados por Mandelbrot (1963a) Mandelbrot (1963b) e Fama (1965) os primeiros *clusters* de volatilidade. Uma consulta a um dicionário de português revelará que a palavra *cluster* tem origem na língua inglesa, e que a sua tradução pode ser obtida como sendo um grupo agregado de elementos similares ou cuja ocorrência se verifica em intervalos de tempo aglomerados. *Clusters* de volatilidade são assim aglomerados de volatilidade observados numa serie financeira, função do tempo decorrido. Do ponto de vista matemático, a agregação dos elementos da série pode ser quantificada através da correlação [A.7] entre o nível de volatilidade atual e o nível de volatilidade que imediatamente se lhe segue (ou seguiu) – em series univariadas trata-se de auto correlação; verificar-se-á a existência de um *cluster* na presença de auto correlação positiva dos elementos da série.

Uma das primeiras ideias a consolidar nesta matéria passa por afastar a aparente contradição entre este facto estilizado e a HME. Como foi já sobejamente demonstrado por diversos autores que estudaram séries financeiras (começámos por referenciar Kendall (1953) em §2.3), as movimentações de preços nos mercados não apresentam sinais de auto correlação significativa. Cont (2001), por exemplo, demonstra-o com uma serie financeira sobre a taxa de câmbio USD/JPY [Figura 9]. A curva apresentada evidencia claramente que para $\tau > 15$ deixa de haver qualquer indicio de auto correlação, uma vez que a linha ‘gravita’ em torno do zero. Percebemos então que esta evidência é consistente com a HME e com o *random walk*. Para Rama Cont o fenómeno de ausência de correlação linear na evolução dos preços é bastante intuitivo; na hipótese de haver perceção pelos investidores da existência de correlação nas variações dos preços, esta poderia ser usada para traçar estratégias antecipadas para obtenção de ganhos futuros. Uma vez postas em prática, as estratégias tenderiam a reduzir os próprios fenómenos

de correlação. Exceção seria feita às correlações de muito curto-prazo, que se manteriam até ao momento em que o mercado absorvesse toda a informação disponível.⁵⁴

Conforme enfatiza este autor, poderíamos ser levados a pensar que esta propriedade de ausência de auto correlação nos retornos é estacionária, mas o facto é que se for incrementada a escala temporal – retornos semanais ou mensais – já se encontram sinais de correlação em serie positiva. Lo e MacKinley (1988) estudaram o mercado de ações entre 1962 e 1985 e encontraram significativa correlação em serie positiva para os retornos semanais e mensais. Fama e French (1988) por seu turno demonstraram haver uma correlação negativa nos retornos, considerando uma janela temporal superior a um ano. Pode em síntese dizer-se que apesar de haver ausência de correlação linear nos retornos das series financeiras, o mesmo principio não se aplica se considerarmos funções não lineares dos mesmos [Figura 10]. É assim compreensível que os retornos logarítmicos não apresentem características de *random walk*.

É a Taylor (1986)⁵⁵ que é atribuída a descoberta de que os retornos absolutos $|r_t|$, ou as suas raízes quadradas $\sqrt{r_t}$ apresentam significativa correlação serial positiva com um *decay* lento. Uma vez identificada esta característica transversal às series financeiras em geral, o cálculo do grau de agregação entre os seus sucessivos retornos passou a servir para verificar a existência de *clusters* de volatilidade. Uma das variantes da sua fórmula de calculo é deixada em (3.10).

$$C_2(\tau) = \text{corr}(|r(t + \tau, \Delta t)|^2, |r(t, \Delta t)|^2) \quad (3.10)$$

Com o intuito de obter novas perspetivas sobre a origem dos *clusters* de volatilidade, diferentes de outras já tidas até então, Guillaume, Dacorogna, Davé, Müller e Olsen (1997) estudaram o mercado intra-diário de câmbios, num trabalho que se centrou na análise dos factos estilizados em alta frequência. Se uma das possíveis razões que os justificassem pudesse advir do ajuste perfeito e simultâneo do mercado às notícias divulgadas, Guillaume [et. al.] (1997) concluem não ser esta uma delas. Outra das possibilidades estaria ligada ao processo de aprendizagem dos diversos *traders*, que com naturais diferenças de prioridade entre si, levariam algumas horas a

⁵⁴ No original: *if price changes exhibit significant correlation, this correlation may be used to conceive a simple strategy with positive expected earnings; such strategies, termed statistical arbitrage, will therefore tend to reduce correlations except for very short time scales, which represent the time the market takes to react to new information.*

⁵⁵ Taylor (1986) *Modelling financial time series*, New York, John Wiley e Sons. Taylor descobriu que os retornos absolutos das series financeiras apresentavam forte auto correlação.

esbater as diferentes expectativas que cada qual geraria em face das novas notícias. Este *gap* temporal tem o potencial de trazer efeitos secundários que se podem propagar a mercados de outras áreas geográficas.

3.6 Volatilidade e a HME

Não obstante o tema central deste trabalho estar ligado a modelos de memória, a HME tem-nos vindo a acompanhar de perto desde §2.3. Este acompanhamento não deve de forma alguma ser considerado despiciente, se tivermos em consideração tudo o que já deixamos dito sobre volatilidade. A partir de §3.2 ficámos a entender que as sucessivas cotações dos ativos ao longo do tempo dependem inequivocamente da quantidade de informação que chega ao mercado e da forma como este a incorpora nos preços. O volume de informação é assim uma variável central em todo o processo. Por outro lado, os modelos de memória da nossa análise empírica assentam a sua tónica na componente estocástica ε_i (inovações) do modelo auto regressivo que a integra. Por esta perspetiva, volatilidade e eficiência dos mercados são duas estruturas conceptuais distintas mas inseparáveis, uma vez que à primeira está associada a variabilidade dos preços em função das inovações ε_i , e à segunda as propriedades endógenas a cada mercado que fazem incorporar a informação nas cotações.

Intimamente ligado à HME, o conceito de *random walk* é entendido na literatura financeira como uma serie consecutiva de preços, cujas alterações subseqüentes são obtidas através de variações aleatórias a partir de preços anteriores. O racional teórico subjacente é o de que, se a informação flui sem obstáculos e é imediatamente incorporada nos preços, então, as variações nos preços que ocorrerão amanhã dirão respeito apenas às informações conhecidas amanhã, sendo independentes das variações de preços hoje. Segundo Campbell, Lo e MacKinlay (1997), uma das grandes questões que se coloca no âmbito da HME é a de que se é ou não testável a eficiência dos mercados, dado argumentarem haver serias limitações na interpretação dos resultados. Primeiramente, porque para o exercício do teste é necessário assumir um modelo de equilíbrio onde os retornos dos ativos se apresentem com distribuições normais. O mesmo é dizer que a rejeição da eficiência pode ser proveniente da não eficiência dos mercados, mas também pela incorreta especificação dos modelos. Segundo estes autores, esta hipótese conjunta (modelo *vs* eficiência) fará com que a eficiência dos mercados não possa nunca ser rejeitada, dado que se

apontaria em primeira instância para uma má especificação do modelo. A acrescentar, defendem, a perfeita eficiência é irrealista e pouco provável de ser mantida na prática.

Numa revisitação crítica que Malkiel (2003) faz à HME, é-nos deixado como conclusão que, enquanto existirem mercados acionistas, o julgamento coletivo de todos os investidores produzirá erros, considerando que alguns dos participantes no mercado demonstram ser pouco racionais. Apesar disso, em defesa da HME sugere que os mercados são bem mais eficientes e menos previsíveis do que muitos trabalhos científicos nos deixam fazer crer.

Este autor reformulou em 1992 o postulado feito em Fama (1970), dando um maior conteúdo e explicitação à expressão “*fully reflect*” utilizada pelo último. Burton G. Malkiel argumenta que os mercados são ditos eficientes em relação a um determinado conjunto de informação Φ , se o preço dos ativos ficar inalterado após a revelação daquele conjunto de informação a todos os participantes no mercado. Com esta abordagem Malkiel sugere que a eficiência dos mercados possa ser testada, através da medição das variações dos preços depois de divulgado um conjunto de informação Φ a todos os agentes. Se os preços permanecerem inalterados, o mercado é considerado eficiente em relação a esse conjunto de informação Φ . Finaliza, no entanto, deixando entender que, apesar deste conceito de teste poder ser racional e nada ambíguo em termos conceptuais, a sua operacionalização na prática torna-se extremamente difícil.

A *research note* #4 produzida por Martin Sewell da *Univesity College London*⁵⁶ em Janeiro de 2011 faz uma interessante resenha histórico-cronológica dos principais trabalhos dedicados à Hipótese dos Mercados Eficientes, desde os primeiros ensaios feitos pelo matemático italiano Girolamo Cardano em 1564 até à ao final da primeira década do século XXI. Sewell conclui que metade dos *papers* que reviu dão suporte à eficiência dos mercados e que os grandes ataques a esta teoria começam a aparecer nos anos 80 e 90 do século XX. O avolumar de estudos que apontavam volatilidade excessiva para ser proveniente apenas de informações nos mercados, e mesmo ou a sinalização de auto correlação nos termos sucessivos de uma serie financeira por um determinado período de tempo, vieram de alguma forma enfraquecer os *random walkers* e os acérrimos defensores de que o mercado segue um *martingale* [B3].

⁵⁶ Disponível em:

http://www.cs.ucl.ac.uk/fileadmin/UCLCS/images/Research_Student_Information/RN_11_04.pdf

4 Econometria e modelos de memória

4.1 Introdução

«To make a precise definition of volatility persistence, let the expected value of the variance of returns k periods in the future be defined as:

$$h_{t+k|t} \equiv E_t(r_{t+k} - m_{t+k})^2$$

The forecast of future volatility then will depend upon information in today's information set such as today's returns. Volatility is said to be persistent if today's return has a large effect on the forecast variance many periods in the future⁵⁷.»

Robert F. Engle and Andrew J. Patton (2001) – *What Good Is a Volatility Model?*

Por mais estranho que possa parecer, não existe uma resposta consensual à questão: “O que é a econometria?” (Kennedy, 1998); É desta forma que este autor inicia o seu livro intitulado “*A Guide to Econometrics?*”. Segundo ele, economistas, matemáticos, estatísticos ou contabilistas têm pontos de vista diferentes sobre o que é a econometria, uma vez que cada qual faz uso da mesma de forma diferenciada. Entre um economista e um estatístico, por exemplo, o termo que representa o erro (ε) num modelo descritivo seria algo que tenderia a distingui-los entre si – um economista descreveria consumo em função do rendimento $C = (Y)$, e um estatístico iria seguramente adicionar-lhe a sua componente estocástica $C = (Y) + \varepsilon$.

De um ponto de vista generalizado, a econometria financeira está associada a técnicas estatísticas que visam a solução de problemas financeiros, que, segundo Brooks (2008), podem passar (i) pela determinação de preços ou rendibilidades de ativos, (ii) pelo teste de hipóteses que relacionam duas ou mais variáveis, (iii) por examinar o efeito que as mudanças a nível macro económico produzem nos mercados financeiros, ou (iv) pela previsão de valores futuros de diversas variáveis financeiras, entre outros.

⁵⁷ m_t – conditional mean e h_t – conditional variance.

No âmbito deste capítulo vamos deixar rudimentos de um dos ramos desta ciência económica, a análise de séries temporais univariadas, como ponto de partida para um melhor entendimento do conceito de persistência (ou memória) dos dados de uma série.

4.2 Series temporais

Uma possível definição de série temporal, ou sucessão cronológica, passa por algo semelhante a: “um conjunto de observações x_1, x_2, \dots, x_n , registadas nos períodos sucessivos t_1, t_2, \dots, t_n , e durante um determinado intervalo temporal”. Considerado o tempo a variável independente, as variáveis dependentes podem ser discretas ou contínuas, e a sua natureza pode ser tão díspar como, o índice de preços do consumidor, a evolução do PIB, valores mensais de precipitação, evolução da taxa de desemprego ou de taxas de juro, etc.. Regra geral, as que estão ligadas com factos ou fenómenos económico-financeiros estão associadas a 4 fatores que as caracterizam: (i) a tendência; (ii) a sazonalidade; (iii) os movimentos oscilatórios ou cíclicos; (iv) uma componente residual ou errática, a que normalmente se designa de ruído branco.

Murteira (1993) elenca os seguintes objetivos como aqueles que estão na base do estudo das sucessões cronológicas:

- ♣ Descrição – Tarefa primária no estudo de uma série, mesmo quando se pretende levar a cabo um estudo mais aprofundado. Consiste na preparação dos dados e identificação de possíveis *outliers*, calculando de seguida os indicadores apropriados tais como, a média, desvio padrão, máximo, mínimo, curtose, assimetria, etc.;
- ♣ Explicação – Através da observação ao longo do tempo do comportamento dos dados, pode ensaiar-se a explicação de uma determinada sucessão em função da variação de outras sucessões. Nestes casos são utilizados modelos explicativos do comportamento dos dados da série;
- ♣ Previsão – Com a modelação explicativa dados da série feita, os investigadores tentarão antecipar o futuro fazendo previsões sobre o comportamento futuro das variáveis;

- ▲ Controlo – Sucessões cronológicas podem traduzir características quantitativas de artigos produzidos em série. Mantendo-se essas características dentro de limites a produção encontra-se sob controlo.

Séries financeiras são um caso particular das sucessões cronológicas. Para Tsay (2005), fazer análise de séries financeiras é estudar o processo da valorização de ativos num determinado período de tempo. Não obstante ser uma ciência com uma forte componente empírica, dado que se baseia em grande parte no estudo das cotações dos ativos registadas nos mercados, não deixa de ter alicerces científicos que lhe permite fazer inferência. Para este autor, a introdução da variável aleatória da incerteza, sempre presente e embutida nos dados empíricos, tornou essencial incorporar no processo analítico métodos e técnicas estatísticas que permitissem fazer, não só a estatística descritiva, mas também a inferência estatística.



Logo nas primeiras leituras que se façam sobre o tema “séries financeiras”, poderá saltar à vista que o objeto de estudo das análises realizadas são os retornos dos ativos, e não as próprias cotações nominais. Refira-se a este propósito que Mantegna e Stanley (2000) consideram que uma das questões sempre presente nos trabalhos experimentais e teóricos é o problema das unidades de referência. Por essa razão, defendem dever ser atribuído algum cuidado na escolha da variável mais apropriada ao estudo, tendo em consideração todas as assunções relacionadas com cada possibilidade de escolha. Para estes autores, se for por exemplo definido o preço de um ativo financeiro no momento t como $Y(t)$, diferentes possibilidades se apresentam; podemos querer analisar (i) as alterações de preço $Z(t) = Y(t + \Delta t) - Y(t)$ ou (ii) as alterações de preços descontadas $Z_d(t) = [Y(t + \Delta t) - Y(t)]D(t)$, (iii) os seus retornos $R_t = \frac{Y(t+\Delta t)-Y(t)}{Y(t)}$, ou ainda (iv) as sucessivas diferenças dos logaritmos naturais dos preços $S(t) = \ln Y(t + \Delta t) - \ln Y(t)$. Qualquer uma destas opções tem as suas vantagens e inconvenientes. Como vimos em §3.3.1, no âmbito do estudo das rendibilidades das séries financeiras é prática usar-se a diferença dos logaritmos de duas cotações sucessivas. De acordo com Campbell [et. al.] 1997, existem duas principais razões que justificam esta prática:

- ✦ Para a maior parte dos investidores o retorno de um ativo é um indicador simples e sumário que traduz a oportunidade de um investimento, aliado ao facto de não depender de uma escala uma vez que é dado em percentagem;
- ✦ As series de retornos são de mais fácil tratamento que as series de preços, atendendo a que as primeiras têm propriedades estatísticas mais atrativas.

Apesar destas propriedades estatísticas mais atrativas nem tudo são facilidades, pois terá que ser levado em conta que existe mais do que uma definição de retorno. Assim, a fórmula empregue na obtenção daquele valor irá ser mais ou menos complexa, consoante estejamos a tratar do retorno de um período apenas, do retorno de vários períodos, de ativos com ou sem pagamento de dividendos, ou até da forma contínua ou não da capitalização dos retornos.

Não cabe no âmbito deste estudo apresentar o detalhe exaustivo das fórmulas de cálculo de cada um dos métodos anteriores, já que o que nos interessa principalmente é entender a que serviu para trabalhar a nossa amostra. Ainda assim, [Tabela 3] mostra as fórmulas comumente utilizadas. Deixa-se ainda indicação sobre a relação existente entre retorno simples, R_t , e retorno capitalizado em contínuo ou “*log return*”, r_t . Esta traduz-se pela igualdade $R_t = e^{r_t-1}$



Parte considerável dos estudos que incidem sobre séries financeiras são corporizados por modelos de séries univariadas. Conforme Brooks (2008) pp. 206, estes modelos não utilizam dados exógenos à própria série, ou seja, a modelação e a previsão das variáveis financeiras é feita apenas com a ‘informação’ contida nos seus valores passados, com possibilidade de inclusão dos termos de erro passados ou presentes. As séries dizem-se univariadas porque desconsideram a possibilidade de existirem relações entre a variável em estudo e outras variáveis económicas.

Grandell (1998), Tsay (2005), Brockwell e Davis (2006) e Brooks (2008), entre outros autores, consideram os modelos de médias móveis (MA), nomeadamente o composto apenas por ruído branco (WN), como os mais simples modelos descritivos de séries temporais. A generalização

de um processo de WN por intermedio de uma média móvel é mostrada em (4.1), que de acordo com Tsay (2005), pode reescrever-se pela representação feita em (4.2), depois de linearizado.

$$X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q} \quad (4.1)$$

Com:

$$\{Z_t\} \sim \text{WN}^{58} (0, \sigma^2)$$

$\theta_1, \dots, \theta_q \rightarrow$ Constantes

$$r_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-i} \quad (4.2)$$

Onde:

$\mu \rightarrow$ representa a média de r_t

$$\psi_0 = 1$$

$$\{a_t\} \sim \text{WN}$$

Como se deprende, nas séries lineares definidas nos termos de (4.2) a dinâmica da série é dada em função dos coeficientes ψ_i .

Outra família de modelos muito usada na estimação nas series cronológicas são os modelos auto regressivos de ordem (q). Eles tendem a apresentar auto correlações estatisticamente relevantes para defasagens pequenas, indiciando que r_{t-1} pode ter boas capacidades preditivas de r_t . Para Tsay (2005), a característica principal desta família de modelos é a de que o conjunto dos p valores passados dos retornos r_{t-i} ($i=1, \dots, p$) determinam a expectativa condicional de r_t , ou seja, o valor do retorno hoje é função de retornos passados. Uma generalização de um processo auto regressivo pode ser dada por:

$$r_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \dots + \phi_p r_{t-p} + a_t \quad (4.3)$$

Com:

$p \rightarrow$ número inteiro não negativo

$$\{a_t\} \sim \text{WN} (0,1)$$

⁵⁸ WN – *White Noise* ou Ruído Branco

Se considerarmos r_t a variável dependente, e r_{t-1} a variável explicativa, o modelo definido em (4.3) tem o mesmo formato do conhecido MCRL. Na sua forma mais simples depende apenas de um desfasamento, configurando um modelo AR(1). O valor esperado de um modelo AR(1) é $E(r_t|r_{t-1}) = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1}$ e a variância $Var(r_t|r_{t-1}) = Var(a_t) = \sigma_a^2$. Por outras palavras, o retorno atual r_t é dado em função de um determinado retorno passado r_{t-1} afetado por um coeficiente ϕ , ($\phi_1 r_{t-1}$) e acrescentado do efeito do desvio padrão de a_t (σ_a).

4.3 Modelos de heterocedasticidade condicional

Até esta fase temos estado a ver os modelos comumente usados até ao início da década de 1980, fundamentalmente centrados na descrição da média condicional μ das séries temporais. A partir de meados desta década abre-se uma nova perspetiva neste campo de investigação, uma vez que com a publicação de Engle (1982) é introduzida a variância na equação descritiva dos dados das séries. O próprio Engle, no seu trabalho conjunto com Bollerslev – Engle e Bollerslev (1986) – faz constar esta realidade nas notas introdutórias daquele *paper* sobre persistência na variância condicionada:

«In many rational expectation models it is assumed that only the mean of the conditional distribution affects the decision, however for more general utility functions and risk averse agents, a measure of dispersion will also be of primary importance. Conventional econometric methods have not been responsive to the need to develop quantitative measures of risk and uncertainty»⁵⁹.

O aparecimento da variância condicionada na descrição das séries financeiras fica a dever-se sobretudo à constatação empírica de que os instrumentos financeiros tinham comportamentos dinâmicos diferentes ao longo do tempo, *i.e.*, registavam períodos com fortes variações seguidos de outros com variações menos acentuadas (*clusters* de volatilidade). Como já vimos no capítulo 3, volatilidade é um fenómeno que pode ser captado pela variável estatística desvio padrão, facto que *per se* justifica a sua introdução nos modelos descritivos das séries financeiras. Outro fator

⁵⁹ Tradução livre do autor: Em muitos modelos e expectativas racionais é assumido que apenas a média condicionada da função distribuição afeta a decisão; no entanto, para funções mais generalizadas e agentes com aversão ao risco, uma medida de dispersão pode ser também de importância capital. Os modelos econométricos convencionais não têm dado resposta às necessidades de desenvolvimento das medidas quantitativas do risco e da incerteza.

não menos relevante que terá contribuído para o sucesso desta nova variável estatística explicativa, é o facto dos modelos até aí utilizados estarem assentes no MCRL, modelo que preconiza a variância constante dos resíduos (são homocedásticos), divergindo assim de todas as evidências empíricas.

É pois com o modelo seminal *ARCH* de Engle (1982) que nasce a grande família dos modelos heterocedásticos, colmatando assim as lacunas deixadas pelos modelos lineares auto regressivos de médias móveis (*ARMA*) e (*ARIMA*), incapazes de descrever séries estatísticas com níveis de volatilidade significativas e variáveis.

Da longa lista de modelos de heterocedasticidade condicional existentes, propusemo-nos no início deste trabalho descrever 4; os modelos *ARCH* (p), *GARCH* (p,q), *IGARCH* (p,q) e *FIGARCH* (p,d,q). Nesta secção §4.3 abordaremos os dois primeiros, reservando os dois últimos para a secção §4.4, atendendo a que são os adequados para a descrição da persistência das séries.

4.3.1 Modelos *ARCH* e *GARCH*

O primeiro e mais simples modelo econométrico que fez uso do desvio padrão como variável explicativa é o modelo *ARCH* – *Auto Regressive Conditional Heterocedasticity* – de Engle (1982). Com inspiração no modelo *ARIMA*, o modelo *ARCH* faz a descrição da variância condicionada do quadrado dos resíduos através de uma média móvel de observações passadas. Segundo Engle (2004), o “nascimento” dos modelos *ARCH*, feito numa licença sabática em 1979 no *London School of Economics*, teve origem na necessidade de validar a conjectura definida por Friedman (1977)⁶⁰, onde a imprevisibilidade da inflação seria uma causa primária dos ciclos económicos. Com efeito, (Friedman, 1977 *apud* Engle, 2004) defendeu não ser o nível de inflação o elemento causador dos ciclos económicos, mais sim a incerteza induzida nos investidores pela mesma, conduzindo à recessão. Esta conjectura só é possível se os níveis de incerteza forem mudando com o decurso do tempo, fenómeno que só pode ser captado com modelos heterocedásticos.

Montgomery [et. al.] (2008) definem um processo *ARCH* da seguinte forma:

⁶⁰ “Nobel Lecture: Inflation and Unemployment,” *Journal of Political Economy*, 85, 451–472

- Considere-se um processo auto regressivo $AR(p)$ como apresentado em (4.4), com e_t não correlacionado e representando as inovações, média de ruído igual a zero e variância igual a σ_a^2

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t \quad (4.4)$$

Uma vez que nestes modelos é permitida que a variância seja não constante, uma aproximação de modelização de variância pode também ser traduzida por um modelo $AR(k)$ como em (4.5)

$$e_t^2 = \xi_0 + \xi_1 e_{t-1}^2 + \xi_2 e_{t-2}^2 + \dots + \xi_k e_{t-k}^2 + a_k \quad (4.5)$$

Com:

$$a_k \rightarrow \text{WN}(0, \sigma^2)$$

Com a notação de (4.5) diz-se que e_t segue um processo auto regressivo de heterocedasticidade condicionada de ordem (k) , $ARCH(k)$.

Existem diversas outras formas de definir um modelo $ARCH$. A que deixamos apresentada em (4.6), sugerida em Daly (2008), servirá de charneira para a generalização que faremos de seguida aos modelos $GARCH$. Assumamos que se pretende estimar y_t , rendibilidade de um ativo determinado, usando o seguinte modelo de regressão linear:

$$y_t = x_t' \xi + \varepsilon_t \quad (4.6)$$

onde x_t é um $K \times 1$ vetor de variáveis exógenas e ξ é um $K \times 1$ vetor de parâmetros regressivos. Para Engle (1982), o racional do modelo seria estabelecer a variância condicionada dos erros ε_t em função de (i) os erros desfasados, (ii) do tempo, (iii) parâmetros e (iv) variáveis pré-determinadas, conforme notação seguinte $\sigma_t^2 = \sigma^2(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, t, \xi, b)$. Sendo $\varepsilon_t = \sigma^2 Z_t$, com $Z_t \sim \text{i.i.d}(0,1)$, uma forma funcional de definição da variância é dada por (4.7)

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 \quad (4.7)$$

Onde:

$\omega, \{\alpha_i\}, p \rightarrow$ constantes não negativas



Nos modelos *GARCH*, a grande inovação trazida por Bollerslev (1986) foi a de propor que a variância condicional dos modelos não fosse apenas descrita pelo quadrado dos erros ε_t^2 , introduzindo um termo adicional que melhorasse a capacidade preditiva da variância futura. Esse termo introduzido foi a própria variância condicional passada. Assim sendo, (4.7) é rescrito conforme notação (4.8), quando o novo termo descritivo passa a fazer parte da equação da variância.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (4.8)$$

Com este novo modelo, a variância condicionada passa a ser explicada por duas variáveis, ambas desfasadas, uma (i) do quadrado dos resíduos passados para capturar efeitos voláteis de alta frequência, e outra (ii) da própria variância passada para capturar efeitos mais distantes.

Wang (2008) demonstra a estacionaridade dos modelos *ARCH* (q) e *GARCH* (p, q) dependem de serem verificadas as condições $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$ e $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$, respetivamente.

4.4 Definição de memória ou persistência

A ideia central a reter quando se fala de persistência em séries financeiras é que as sucessivas observações da série estão correlacionadas. Esta correlação está diretamente relacionada com o tempo decorrido, e tende a perder força (*decay*) por intermédio de uma função hiperbolica. Segundo Baillie, Bollerslev e Mikkelsen (1996), memória longa pode ser definida de diversas formas. Se, por exemplo, considerarmos um processo de uma serie temporal discreta y_t , com

uma função auto correlação ρ_j , e defasagem j , então McLeod e Hipel (1978) demonstram que o processo tem persistência se a quantidade definida em (4.9) for não finita, representando n o número de observações da série.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-n}^n |\rho_j| = \infty \quad (4.9)$$

Com Ding, Granger e Engle (1993) é demonstrado haver uma maior correlação entre os retornos absolutos $[r_t]$ do que nos próprios retornos simples, mas também que a transformação da potência dos retornos absolutos $[r_t]^d$ é portadora de uma forte correlação em defasagens (*lags*) longas. [Tabela 6] torna patente o resultado do estudo feito por estes três autores aos retornos do S&P 500, evidenciando uma magnitude de auto correlação dos retornos absolutos significativamente superior aos retornos simples ou aos quadrados dos mesmos (para se entender a magnitude, na serie representativa dos retornos absolutos, a correlação entre duas observações defasadas entre si de 100, ainda é 16,2%). Por outro lado, concluem ser possível caracterizar os processos de persistência através da função potência dos retornos absolutos, e que as propriedades de memória são mais fortes quando $d = 1$ ou próximo de 1. Retomando (3.10), o estudo sobre a existência de correlação pode não cingir-se aos quadrados dos retornos, sendo possível ser estendido às mais diversificadas potências conforme definido em (4.10). Ding [et. al.] (1993), demonstram que valores de α iguais ou próximos de 1 apresentam correlações de magnitude maior do que α pequenos ou maiores que a unidade.

$$C_\alpha(\tau) = \text{corr}(|r(t + \tau, \Delta t)|^\alpha, |r(t, \Delta t)|^\alpha) \quad (4.10)$$

Estivemos até agora focados na questão de verificar se há ou não correlação entre as sucessivas observações da serie financeira, e se eles melhor se ajustam a valores absolutos ou à potência n dos seus retornos reais. No entanto, para que se verifique o fenômeno de memória longa é necessário que choques à variância condicional decaiam (*decay*) numa relação hiperbólica, ou seja, choques provocados à variância condicional estão presentes por um período considerável de tempo. Alguns autores têm demonstrado que o *decay* de $C_\alpha(\tau)$, à medida que τ aumenta, pode ser bem definido pela relação de potência estabelecida em (4.11), e que o coeficiente $\beta \in [0,2; 0,4]$.

$$C_{\alpha}(\tau) \sim \frac{A}{\tau^{\beta}} \quad (4.11)$$



Uma outra forma de nos ser sinalizada persistência é através da análise R/S e do expoente de Hurst. Metodologia introduzida pelo hidrólogo britânico Harold Edwin Hurst, foi, segundo Rasheed e Qian (2004), tornada conhecida através dos trabalhos de caos e ordem nas séries financeiras de Peters (1996).

A escala R/S é calculada dividindo a amplitude da série cronológica [R] (valor máximo subtraído do valor mínimo) pelo seu desvio padrão [S]. À medida que o número de observações vai crescendo, a relação R/S vai também em geral crescendo. O que Hurst descobriu é que à medida que o tempo decorria o crescimento da escala R/S obedecia a uma lei de potência H conforme (4.12).

$$(R/S)_t = c * t^H \quad (4.12)$$

Com:

$R \rightarrow$ Amplitude da série cronológica

$S \rightarrow$ Desvio padrão da série cronológica

$c \rightarrow$ Constante

$H \rightarrow$ Expoente de Hurst

Para se fazer a determinação do expoente de Hurst é comum traçar uma reta de regressão num referencial cartesiano sobre os pontos $(x, y) \sim [\log(R/S), \log(t)]$. O declive dessa reta representa o expoente H.

O valor assumido por H indica-nos o grau de persistência de uma série cronológica, podendo assumir 3 categorias distintas: $H < 0,5$; $H = 0,5$ e $H > 0,5$. Quando $H = 0,5$ a série cronológica segue um padrão de *random walk*; para valores superiores a 0,5 a série tem características de persistência,

que vão aumentando à medida que H se aproxima de 1; para valores de H inferiores a 0,5 a série tem características de anti persistente, e à medida que tende para zero vai sendo sinalizada a reversão para a média. Sabe-se por diversos estudos que as séries financeiras apresentam em geral valores de H superiores a 0,5. Rasheed e Qian (2004) demonstraram que dos diversos períodos que estudados sobre o índice Dow Jones, aqueles que apresentaram expoentes de Hurst mais altos elevados forma também aqueles que tiveram maior previsibilidade. Veremos mais adiante, no final do capítulo 5, Alvarez-Ramirez, Cisneros, Ibarra-Valdez e Soriano (2002) e Tabak, Cajueiro (2007) aplicar esta metodologia na determinação de persistência nos mercados petrolíferos.

4.4.1 Modelo *IGARCH*

A estacionaridade de um modelo *GARCH* só está assegurada se o somatório dos parâmetros α_i e β_i for inferior à unidade; no caso de $\alpha_i + \beta_i > 1$ a série diz-se explosiva. É frequente constatar-se, após estimação dos parâmetros explicativos de um modelo *GARCH*, que $\alpha_i + \beta_i \cong 1$, por defeito. Este fenómeno sugere que estejamos na presença de uma raiz unitária.

Engle e Bollerslev (1986) partiram de um pressuposto de não estacionaridade das séries e desenvolveram um modelo específico que conseguisse captar os efeitos *ARCH* das mesmas, sem ter a necessidade prévia de as diferenciar. Denominaram este modelo *Integrated GARCH – IGARCH* – porque na prática não deixa de ser apenas um modelo *GARCH* com uma raiz unitária. A especificação do modelo *IGARCH* (p, q) é dada por:

$$\Phi(L)(1 - L)\sigma_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]v_t \quad (4.13)$$

Onde:

$$\omega > 0$$

$$\Phi(L) = [1 - \alpha(L) - \beta(L)]$$

$$v_t = \mu_t^2 - \sigma_t^2$$

$\alpha(L)$ e $\beta(L)$ são polinómios no operador de lags L ($L^i x_i = x_{t-i}$) de ordem q e p , respetivamente

Em Tsay (2005) pp 122 é proposta uma equação descritiva do modelo *IGARCH* (p, q) conforme (4.14).

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t \text{ com } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + (1 - \beta_1) a_{t-1}^2 \quad (4.14)$$

Com: $1 > \beta_1 > 0$

Segundo este autor, a característica principal deste modelo é a de que o impacto do quadrado dos choques passados na série $\eta_{t-i} = a_{t-i}^2 - \sigma_{t-i}^2$, com $i > 0$, em a_t^2 , é persistente. Para o demonstrar Ruey Tsay argumenta que quando $\alpha_i + \beta_i = 1$, o modelo previsional para a volatilidade futura com origem em no momento h é dado por $\sigma_h^2(\ell) = \sigma_h^2(1) + (\ell - 1)\alpha_0$, com $\ell \geq 1$. Consequentemente, o efeito de $\sigma_h^2(1)$ nas volatilidades futuras vai permanecer persistente, e a representação gráfica da previsão de volatilidade futura configura uma linha reta com inclinação (*slope*) igual a α_0 .

Apesar do avanço trazido, os resultados trazidos por esta modelização não foram considerados completamente satisfatórios, uma vez que de acordo com Baillie [et. al.] (1996), persistência infinita do choque nas series financeiras é um fenómeno que é cumulativamente pouco razoável e não é verificado empiricamente. Para dar solução a esta questão, estes autores propuseram um novo tipo de modelos que batizaram de *FIGARCH – Fractional Integrated GARCH*.

4.4.2 Modelo *FIGARCH*

O modelo *FIGARCH* (p, d, q) introduzido por Baillie [et. al.] (1996) veio propor uma solução para a alegada falta de razoabilidade dos modelos *IGARCH* (p, q) por determinarem a existência de memória infinita nas séries financeiras. A solução encontrada passou por um parâmetro de integração fracionária d no desfasamento $(1 - L)^d$. Assim sendo, a equação descritiva de um modelo *FIGARCH* (p, d, q) (4.15) assemelha-se em tudo à dos modelos *IGARCH* (p, q), sendo a diferença entre uma e outra o respetivo parâmetro fracionário já mencionado.

$$\Phi(L)(1 - L)^d \sigma_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)] v_t \quad (4.15)$$

Com $0 < d < 1$

Desta formulação resultam dois casos especiais consoante $d = 0$ ou $d = 1$. No primeiro caso temos um modelo *GARCH* (p,q) e no segundo um modelo *IGARCH* (p,q) . Relativamente aos restantes valores que d pode assumir, costumam distinguir-se as seguintes situações:

- ♣ Se $0 < d < 0,5$ o modelo tem memória curta finita e é estacionário;
- ♣ Se $0,5 < d < 1$ o modelo tem memória longa finita, é estacionário, e tem tendência de reversão para a média lentamente;
- ♣ Se $d > 1$, o processo é caracterizado como um processo explosivo, com memória longa infinita.

Veremos mais adiante, quando forem apresentados os dados da nossa análise empírica, a tradução prática dos conceitos que acabámos de descrever.

5 Mercados petrolíferos

5.1 Breve resumo histórico

A implementação em 1947 do plano Marshall a uma Europa destruída e dizimada pelos efeitos da segunda guerra mundial trouxe um longo período de prosperidade e de crescimento económico ao designado mundo do ocidente. De facto, a injeção continuada por quatro anos de um valor equivalente ao que hoje seriam 145 mil milhões de dólares americanos estimulou a reconstrução de um espaço geográfico devastado pelo esforço de guerra, proporcionando a capacidade de gerar níveis de produção crescentes, emprego, e aumento do bem-estar para os povos do velho continente.

Este longo período de mais de vinte anos de desenvolvimento económico foi interrompido abruptamente com a crise do petróleo verificada no início da década de 1970, originada pelo desencadear do conflito Israelo-Árabe. Como reação imediata, a OPEP fez multiplicar por 4 os preços do crude no espaço de três meses, gerando enormes repercussões nas economias ocidentais, altamente dependentes desta *commodity*. A década de 1970 ficou assim marcada por ter sido aquela que pôs termo a um ciclo de desenvolvimento continuado que os países industrializados registaram no pós-guerra, uma vez que deixou inscritos na história dois choques petrolíferos (1973 e 1979).

O fim do tratado de *Bretton Woods* levado a cabo por Richard Nixon veio ainda acrescentar mais instabilidade económica à já gerada pela guerra Israelo-Árabe. Com o ato que fez cessar o tratado em 1971, o dólar norte-americano deixou de ter conversibilidade direta em ouro, passando o sistema financeiro internacional a conviver com taxas de câmbio flutuantes. A partir destes dois marcos indelévels, os mercados financeiros tornaram-se mais instáveis e começaram a apresentar níveis de volatilidade crescentes, facto de que as significativas variações das cotações do designado ‘ouro negro’ foram e são exemplo.

A história recente mostra-nos que durante a maior parte do século XX, os preços do petróleo produzido em solo norte-americano foram fortemente regulados através de mecanismos que controlavam a oferta/produção. Este apertado controlo nos preços era feito pela *Texas Railroad Comission*, entidade criada em 1891 com o propósito de superintender os trabalhos de desenvolvimento ferroviário nos EUA. Mais tarde, em 1917, com os *pipelines* a serem

categorizados como meio de transporte, a comissão ganhou poderes de jurisdição sobre as matérias relacionadas com o petróleo.

Numa análise de muito longo prazo, considerando o início de contagem no ano 1869, a cotação média do barril de crude, ajustada à inflação e a preços de 2010⁶¹, situa-se nos \$23,67 p.b.⁶² No entanto, se o início da análise for a partir da década de 1970 o resultado obtido diverge significativamente, situando-se aquela média nos \$34,77 p.b., ou seja, cerca de 50 % acima. Na realidade, o período de trinta anos que se situou entre o final da década de 1940 e do início da década de 1970 foi caracterizado por uma estabilidade nos preços nominais do crude em torno dos 2,50 a 3,00 USD. A preços de 2010 esta janela de flutuação equivaleria a um intervalo entre 17,00 e 19,00 USD, ou seja, nominalmente estável.

Em 1959 cinco países produtores de petróleo – Arábia Saudita, Irão, Iraque, Venezuela e Kuwait – juntaram interesses comuns e fundaram uma organização: a OPEP. Esta organização foi criada com o intuito de coordenar a política petrolífera dos países membros – controlando e/ou limitando a oferta – de modo a influenciar os preços praticados no mercado.

Até ao início da década de 1970, ou seja, durante os primeiros dez anos da sua existência, pouca foi a influência sentida nos mercados, fruto de quaisquer políticas petrolíferas conjuntas levadas a cabo. No entanto, a hegemonia até então verificada pela *Texas Railroad Commission* começa a capitular em Março de 1971 quando, pela primeira vez, esta entidade coloca o *prorata* da produção americana a 100%. Dito de outra forma, deixa de haver capacidade de extração excedente nos EUA e, conseqüentemente, os preços deixam de ter um mecanismo que limita os seus valores máximos. Terá sido a partir deste momento da história recente que o poder sob o controlo dos preços do ‘ouro negro’ deixaram de ser pertença quase exclusiva dos EUA, passando a ser também a OPEP uma organização com uma palavra a dizer sobre a matéria.

Segundo os dados de 2013 desta organização, 81% das reservas mundiais conhecidas são pertença de países que dela fazem parte. Tem hoje 12 países membros, 8 dos quais estão entre os 15 maiores produtores mundiais de petróleo.

⁶¹ Todas as referências feitas a preços nesta secção do trabalho tiveram como fonte o WTRG *Economics – History and analysis- Crude oil prices* [disponível em <http://www.wtrg.com>]

⁶² p.b – por barril

Nos últimos quarenta e cinco anos, diversos têm sido os fatores que têm contribuído para os níveis observados nas flutuações das cotações do petróleo. Eles variam entre fatores geopolíticos, fenómenos da natureza, embargos decretados a países fornecedores, especulação com produtos derivados, etc.. Ainda assim, um *driver* fundamental que sinaliza quer os preços *spot*, quer os preços no mercado de futuros, é o periodicamente anunciado nível de stocks que os grandes consumidores desta matéria-prima detêm, designadamente os EUA. Por outro lado, o excedente de capacidade de produção instalada dos países produtores condiciona bastante a quantidade futura que pode ser disponibilizada ao mercado. Sendo as atuais necessidades diárias mundiais mais de 90 milhões de barris por dia, com as restrições e embargos feitos a determinados produtores, a capacidade (mais ou menos limitada) não utilizada e ainda disponível para extração torna-se um fator relevante para condicionar a subida dos preços. Outro dos fatores que tem sido apontado como responsável pela forte volatilidade que os mercados apresentam é o crescente interesse que os especuladores têm vindo a apresentar sobre produtos derivados do petróleo. Números mostram que os contratos de futuros sobre o NYMEX ou sobre o ICE *Brent* aumentaram a uma razão de 10:1 em relação ao consumo mundial de petróleo. Este indicador tende a deixar claro o apetite que os investidores e especuladores têm por este tipo de produtos financeiros.

5.2 Evidências dos mercados petrolíferos

O preço e a volatilidade do petróleo nos mercados internacionais são reconhecidamente dois dos mais importantes indicadores que sinalizam o ambiente macroeconómico a nível global. Esta importância advem do facto empírico destes indicadores formarem uma relação estreita com o crescimento do produto interno (Ferderer, 1997; Hamilton, 2003, Guo e Kliesen, 2005; Conrad, Loch e Rittler 2014), com a inflação e o mercado de emprego (Esteves e Neves, 2004; Jones, Leiby e Paik, 2004), com o consumo das famílias e o investimento (Pinkdick, 2001; Hamilton, 2009), e também com o mercado de capitais e outros ativos financeiros (Sadorsky, 1999; Kilian e Lutz, 2007, Filis, Degiannakis, e Floros, 2011; Ewing e Malik, 2016). No âmbito desta secção §5.2 vamos rever alguma da literatura que deu suporte (i) ao impacto dos preços na macroeconomia e no mercado de capitais dos EUA (ii) ao efeito dos anúncios da OPEP e da especulação nos preços na volatilidade e (iii) à previsibilidade de volatilidade futura e sua articulação com modelos que capturem memória longa nas series.

Em Hamilton (2003, 2009) é demonstrado que a previsibilidade do crescimento do PIB pode ser feita em função da variabilidade dos preços do crude, e que choques no mercado do petróleo produzem efeitos na performance de curto-prazo da economia. Tendo partido da evidência de que regressões lineares sobre defasamentos das cotações apresentam alguma instabilidade, Hamilton foi utilizar modelos não lineares para demonstrar que projeções para crescimento do PIB podem ser descritas pelas variações dos preços do crude. O autor enfatiza a não linearidade ao defender que a subida dos preços tem uma influência simétrica maior que a descida, e que a variação nos preços é menos útil na previsibilidade se for precedida por um período de volatilidade no mercado; por outras palavras, variações positivas nos preços registadas após um longo período de estabilidade tendem a produzir maiores efeitos do que aquelas que servem apenas como movimentos de correção de descidas anteriores. Semelhantes conclusões são tiradas em Ferderer (1997), onde é exposto que a volatilidade medida por desvios padrões mensais das cotações diárias do crude ajuda na previsão do produto agregado na economia norte americana. Peter Ferderer avança um pouco mais, sustentando que parte da relação assimétrica entre as alterações de preços e o crescimento do produto pode ser explicada pela resposta da “economia” à volatilidade dos mercados petrolíferos. Em Conrad [et. al.] (2014) são investigados os efeitos que as alterações do cenário macroeconómico nos EUA produzem na volatilidade de longo-prazo e na correlação entre rendibilidades do petróleo e do mercado acionista. Concluem que a volatilidade de longo-prazo em ambos os mercados partilha um elemento comum: o ciclo económico. Os autores mostram que uma mudança nas variáveis que faça alterar a posição atual do cenário macroeconómico e as perspetivas de futuro consegue antecipar contraciclos na correlação da volatilidade de longo prazo. Evidenciam ainda que a correlação de longo-prazo *oil-stocks*⁶³ se comporta em contraciclo, ou seja, há correlação de longo-prazo (i) negativa quando em longos períodos de forte crescimento económico, acima da tendência e (ii) positiva em períodos recessivos ou de início de retoma [Figura 13]. O gráfico apresentado na figura mostra claramente uma divergência entre o indicador avançado de projeção macroeconómica e a correlação *oil-stocks* em períodos de recessão, evidenciando correlações positivas de nível significativo nos dois períodos recessivos.

A variação da procura de curto-prazo foi outro dos fenómenos estudados por Hamilton. No seu estudo “*Causes and Consequences of the Oil Shock of 2007–08*” são verificadas as diferenças e as semelhanças na origem e consequências da subida de preços entre o choque ocorrido em 2007

⁶³ Petróleo e ações

– 2008 e choques anteriores. Apesar de terem origens diferenciadas (choques anteriores tiveram origem na interrupção da oferta e o de 2007/2008 na forte procura mundial), as consequências foram similares: contração dos gastos nos bens de consumo, afetando particularmente a indústria automóvel. Uma apreciação gráfica do que acabámos de descrever pode ser vista em [Figura 7]. Verifica-se um hiato entre a previsibilidade do consumo em Agosto de 2007 e a sua desafetação da variação do aumento dos preços da energia. Há um abrandamento claro no crescimento do consumo, naturalmente gerado pela incerteza dos efeitos que seriam trazidos pelo choque dos preços do petróleo (diferença entre as duas linhas a tracejado). O valor real da quebra (linha a cheio) foi no entanto bastante superior, porque às questões energéticas se lhes somaram os efeitos de uma crise financeira a nível mundial. Guo e Kliesen (2005) encontraram também evidências de assimetria com outros indicadores económicos, tais como o investimento fixo e a taxa de empregabilidade. Variações acentuadas de preços, sejam subidas ou descidas, podem reduzir o *output* agregado temporariamente, dado atrasarem investimentos por via do aumento da incerteza ou por significativos custos de realocações de recursos do setor.

A incerteza, a inflação e a produção industrial e manufatureira são também indicadores que estão estreitamente ligados às manifestações da volatilidade nos mercados petrolíferos. Os trabalhos de Pindyck (1991), Esteves e Neves (2004), Ahmed, Bashar e Wadud (2012) e Aye Dadam, Gupta e Mamba (2013) são alguns dos que investigaram aquela ligação. Robert S. Pindyck, à semelhança de Bernanke (1983), lembra que a maioria dos investimentos têm duas características principais: (i) são em grande parte irreversíveis, ou seja, é difícil reverter o investimento, o que transforma os valores investidos em custos afundados (ii) as decisões de investimento podem ser adiadas, permitindo aos decisores aguardar maior volume de informação para a tomada de decisão. A irreversibilidade nos investimentos torna-se desta forma um fator bastante sensível ao risco, seja ele relacionado com previsibilidade de fluxos de caixa futuros, taxas de juro ou até mesmo do custo total do investimento. Pindyck sinaliza que há seguramente custos de adiamento das decisões, tais como, o do risco de ser ultrapassado pela concorrência ou o que sobrevem do desperdício de fluxos de caixa futuros. Estes custos formam um custo de oportunidade que deve ser incorporado na análise de investimento. Em síntese, a possibilidade de optar pelo adiamento em investir pode afetar grandemente a própria decisão de investir. Em períodos de volatilidade e incerteza estão reunidas as condições necessárias para que os agentes económicos exerçam as opções de adiar as suas decisões. O adiamento provoca

uma contração de atividade no curto-prazo, que se traduzirá em menor quantidade de riqueza gerada.

Esteves e Neves (2004) fazem a ligação entre preços do petróleo, inflação e PIB. Articulam que «[a] relação entre os preços do petróleo e a inflação é facilmente estabelecida considerando, designadamente, a forte ligação entre os preços do consumidor dos produtos energéticos e os preços do petróleo». Há assim por isso, um efeito que se faz produzir ao nível da inflação, fruto da flutuação do preço do petróleo. Ainda assim, segundo os mesmos autores, «existe uma forte evidência de que a reação negativa do PIB aos aumentos dos preços do petróleo diminuiu ao longo da década de 1990, refletindo quer a descida do preço relativo do petróleo, quer a redução do consumo de petróleo por unidade de produção.» Apesar de tudo, dizem, pode ser perigoso extrapolar uma elasticidade constante PIB / preços petróleo, uma vez que o impacto produzido por uma duplicação de preços dos 10 dólares para 20 dólares p.b. é necessariamente menor do que seria se aquela duplicação fosse, por exemplo, de 20 dólares para 40 dólares p.b.. Em [Figura 6] podemos formar ideia do impacto das flutuações do preço do petróleo nos países da OCDE desde a década de 1970. O gráfico mostra-nos que as oscilações em torno das variações no PIB (linha a tracejado) têm vindo a ser ‘amortecidas’ com o decurso do tempo, pese embora a volatilidade nos preços do petróleo se tenha mantido ou até mesmo aumentado. Observa-se, contudo, uma relação inversa entre as flutuações do preço do petróleo e as percentagens de variação registadas pelo PIB.

A produção manufatureira e industrial, e a influência que preço e volatilidade dos combustíveis fósseis tem sobre a mesma são analisadas em Aye [et. al.] (2013) e Ahmed [et. al.] (2012). Baseando-se nos factos empíricos trazidos pela teoria económica que têm na incerteza um fator negativo para os ciclos económicos, os primeiros concluem que a produção manufatureira na RAS está estatisticamente relacionada com o grau de incerteza que se viva nos mercados petrolíferos; de uma forma mais abrangente, referem que qualquer *input* de produção tão importante como é o petróleo pode afetar decisões de investimentos estratégicos em geral. Tendo por base o racional dos trabalhos seminais de Fama e French (1988) ou de Engle e Smith (1999), Ahmed [et. al.] (2012) decompuseram volatilidade em duas componentes: a transitória e a permanente. A componente permanente representa os fundamentais que determinam a tendência de longo-prazo na volatilidade; já a componente transitória pode ser interpretada como desvios no equilíbrio de longo-prazo. Dito de outra forma, sob o ponto de vista das expectativas, estas duas componentes da volatilidade podem ser distinguidas em função de

serem ou não esperadas (antecipadas) pelo mercado: a permanente é esperada e a transitória não é. Os autores encontraram evidências assimétricas consoante cada uma daquelas componentes:

- ✦ Choques na componente transitória da volatilidade do petróleo não só provocam decréscimos na produção industrial por um período considerável, como também induzem aumentos de volatilidade deste indicador económico no curto-prazo;
- ✦ Choques na componente permanente da volatilidade apenas produzem efeitos temporários na produção industrial.

Esta investigação deixou ainda sugestões de que (i) a subida dos níveis de volatilidade transitória conduz a uma imediata descida do CPI durante 3 ou 4 meses, (ii) choques na componente transitória da volatilidade do crude faz subir a volatilidade de outras *commodities* não ligadas ao setor da energia (iii) a volatilidade transitória no mercado do petróleo é a segunda variável mais importante na explicação da variação da produção industrial norte-americana.

Sendo um importante recetor do aforro das famílias norte americanas e de fundos de pensões a nível mundial, financiador das grandes multinacionais nele cotadas e gerador das necessidades de capital da maioria da iniciativa privada dos EUA, o bom ou mau desempenho dos *US Stock Markets* assume uma importância central para o nível de crescimento da riqueza a nível global. Uma vez mais, por indução, volatilidade e preços do petróleo estão no cerne dos ciclos económicos, atendendo a que estão significativamente correlacionados com um dos maiores e mais completos mercados de capitais mundiais.

Após Hamilton (1983) ter demonstrado que desde a segunda guerra mundial todos os períodos recessivos da economia norte americana, à exceção de um, foram precedidos por forte subida nos preços do petróleo, o tema ganhou interesse acrescido e motivou os investigadores a outras extensões deste trabalho seminal. Kilian e Park (2009) Filis, Degiannakis e Foros (2011), Engle, Ghysels e Sohn (2013), Kang, Ratti e Yoon (2015), Angelidis, Degiannakis e Filis (2015), Ewing e Malik (2016) são alguns desses autores.

Sem correremos o risco de sermos imprecisos, podemos hoje afirmar que há um considerável corpo de conhecimento que sobreveio dos trabalhos que investigaram a relação existente entre os choques registados no preço do petróleo e duas variáveis distintas do mercado de capitais: a

sua rendibilidade e a sua volatilidade. Segundo Kang [et. al.] 2015, entre alguns dos *papers* que concluíram haver uma relação negativa entre preços do petróleo e índices de mercados de capitais podem encontrar-se Jones e Kaul (1996)⁶⁴, Sadorsky (1999)⁶⁵ e Papapetrou (2001)⁶⁶. Em Miller e Ratti (2009), por exemplo, é-nos dada visibilidade sobre a clara relação de longo-prazo entre as duas series que os autores estudaram: preço mundial do petróleo e mercados de ações internacionais pertencentes a seis países da OCDE. De acordo com eles, os resultados sugerem que no longo-prazo os mercados acionistas respondem negativamente a aumentos do preço do petróleo. Engle [et. al.] (2013) revisitam o tema com uma abordagem diferenciada que permite que o modelo utilizado consiga diferenciar fontes de volatilidade de curto-prazo das de longo-prazo e associá-las a variáveis macroeconómicas. Tendo os fundamentais das variáveis macroeconómicas como *input*, obtêm-se *outputs* de volatilidade de longo-prazo. Estes modelos revelaram que a inflação e o crescimento da produção industrial são responsáveis por 10% a 35% da volatilidade prevista, e que os fundamentais macroeconómicos têm um papel importante no curto-prazo também.



É sabido que uma das causas que pode estar na origem de alguma volatilidade dos preços do crude são os anúncios das decisões da OPEP em manter, cortar, ou aumentar a produção. Schmidbauer e Rösch (2012), Mensi, Hammoudeh e Yoon (2014), Fattouh (2007)^(b) e Demirer e Kutan (2010) materializaram alguns dos estudos que pretenderam verificar os efeitos que os anúncios da OPEP produzem nas expectativas do mercado e na volatilidade nos preços *spot* no *WTI*.

Schmidbauer e Rösch focaram a sua análise no período 1986 e 2009 e concluíram haver efeitos distintos na volatilidade, função do momento em que é feito o anúncio. Em períodos pré-anúncio os efeitos incidem fundamentalmente sobre a volatilidade dos preços, enquanto em pós-anúncio repercutem-se nas expectativas do mercado sobre retornos futuros. Por outro lado, anunciar corte na produção tem um forte impacto imediato nos preços, - também evidenciado em Demirer e Kutan (2010) - e decisões de aumento na produção demoram pelo menos uma

⁶⁴ Jones, Charles e Kaul, Gautam – Oil and the stock markets. The Journal of Finance, 51:2 (1996) 463-491.

⁶⁵ Sadorsky, Perry – Oil price shocks and stock market activity. Energy Economics.883. 21:5 (1999) 449-469.

⁶⁶ Papapetrou, Evangelia – Oil price shocks, stock market, economic activity and employment in Greece. Energy Economics, 23:5 (2001) 511-532.

semana a serem absorvidas pelo mercado. Consistente com os trabalhos de Wirl e Kujundzic, (2004) e de Fattouh (2007)^(b), Schmidbauer e Rösch (2012) concluíram que o impacto das decisões da OPEP perderam força a partir de meados da década de 1980 e que, quando muito, apenas se fazem sentir quando há recomendações para a subida dos preços. Já em Mensi [et. al.] (2014) chega-se à conclusão que as decisões de ‘cortar’ ou ‘manter’ produção são antecipadas pelo mercado, tendo em conta as evidências observadas no elevado nível de volatilidade em períodos pré-anúncio. Estas evidências têm implicações diretas em alguns agentes intervenientes no mercado, argumentam, designadamente os especuladores, os gestores de risco e os gestores de portfólios. Havendo previsibilidade nas decisões da OPEP, os agentes que negociem no mercado de opções podem tomar posições adequadas aos níveis de volatilidade que, regra geral, se verificam em períodos de corte de produção. Por esta via pode estar a ser criado um ambiente de especulação excessiva sobre os preços do crude, não refletindo eles a real escassez ou abundância daquela matéria-prima no mercado.

Ad contrarium sensu Fattouh, Lutz e Mahadeva (2013) não encontraram evidências que os movimentos especulativos funcionassem por si só como um *driver* da volatilidade. Segundo eles, as seguintes conclusões foram retiradas da análise que fizeram sobre o papel da especulação nos mercados petrolíferos.

- ▲ Clara evidência de que o mercado de futuros sobre o petróleo tem atraído maiores quantidades de recursos financeiros (Alquist e Kilian 2007⁶⁷; Büyüksahin [et. al.] 2009⁶⁸; Tang e Xiong 2011⁶⁹; Hamilton e Wu 2011⁷⁰), fenómeno batizado de ‘financiarização’. No entanto, se a ‘financiarização’ é ou não responsável pelos *co-movements*⁷¹ entre os diversos ativos é ainda assunto de debate. Como argumento deixado para este debate referem a existência dos mesmos *co-movements* em mercados

⁶⁷ Alquist, Ron, e Lutz Kilian. 2007. “What Do We Learn from the Price of Crude Oil Futures?” CEPR Working Paper No. 6548.

⁶⁸ Büyüksahin, Bahattin, Michael S. Haigh, Jeffrey H. Harris, James A. Overdahl, and Michel A. Robe. 2009. “Fundamentals, Trader Activity, and Derivative Pricing.” Working paper. Commodity Futures Trading Commission.

⁶⁹ Tang, Ke, e Wei Xiong. 2011. “Index Investment and Financialization of Commodities” Working paper. Princeton University

⁷⁰ Hamilton, James D., e J. Cynthia Wu. 2011. “Risk Premia in Crude Oil Futures Prices.” Working paper. University of California at San Diego.

⁷¹ *Co-movements* traduzem a tendência que duas variáveis distintas entre si apresentam para variarem em paralelo. Esta tendência pode ser detetada e medida através do coeficiente de correlação estatístico ou da covariância.

onde não se transacionam futuros, apontando para que eles se possam dever aos fundamentais económicos interpretados pelos operadores.

- ✦ Não há evidências claras de que alterações nas posições financeiras dos investidores possam fazer prever alterações no mercado de futuros; na diversificada literatura existente sobre este tema os resultados são conflituosos entre si. Por outro lado, a robustez preditiva dos testes realizados não estiveram assentes em modelos de tempo real e os ganhos *out-of-sample* não foram ainda quantificados. Por último, nada garante que a robustez preditiva daqueles modelos, havendo-a, não resulte das reações dos agentes aos fundamentais subjacentes ao mercado do petróleo.

- ✦ Contrariamente às crenças generalizadas de que aumentos de preços no mercado de futuros é precedida de aumentos de preços no mercado *spot*, não há evidência empírica de que preços atuais referenciados no mercado de futuros façam aumentar significativamente as projeções *out-of-sample* do mercado *spot*. Há, outrossim, modelos baseados em fundamentais económicos que ajudam a fazer aquelas previsões *out-of-sample* no mercado *spot*;

- ✦ Modelos VaR que procuram dar novas explicações sobre a evolução real dos preços do crude detetaram fortes evidências de ter havido movimentos especulativos nos anos 1979, 1986, 1990 e final de 2002, mas não detetaram quaisquer sinais de especulação na evolução dos preços entre 2003 e 2008.



Prever volatilidade nos mercados petrolíferos configura-se como um importante *input* para os modelos macroeconómicos usados na antevisão dos ciclos económicos, ao nível do crescimento do PIB, da inflação, do investimento, do emprego, etc.. Dentro deste contexto, um dos campos de investigação ligado a esta temática tem sido o da modelação deste tipo de series financeiras, com o objetivo de fazer a previsibilidade de volatilidade futura e de captar a existência (ou não) de memória longa. Tal como destacado em (Aragón e Fernandez-Isquierdo⁷², 2003 *apud* Charles

⁷² Aragón, V. e Fernández-Isquierdo, Á. – GARCH models with changes in variance: An approximation to risk measurements. *Journal of Asset Management*, 4:4 (2003) 277-287.

e Darné, 2014), o grau de persistência da variância (volatilidade) nas séries financeiras têm evidentes implicações económicas, resultantes do efeito que podem produzir na previsibilidade futura daquele valor.

As metodologias utilizadas passam por modelos da família *ARCH* (Sadorsky, 2006; Kang [et. al.], 2009; Wey, Wang, Huang, 2010; Charles e Darné, 2014; Efimova e Serletis, 2014), estimação da estrutura fractal através da *Rescaled Range* de Hurst (Alvarez-Ramirez [et. al.], 2002; Tabak, Cajueiro, 2007), ou mesmo através de indicadores de volatilidade implícita que sinalizem volatilidade *ex-post* (Haugom, Langeland, Molnár e Westgaard, 2014).

Em Sadorsky (2006) é estudado o comportamento da volatilidade diária nos futuros do petróleo através de diferentes modelos estatísticos uni-variados e multivariados. Este autor conclui que o *TGARCH* é o modelo que melhor se ajusta à previsibilidade *out-of-sample* do petróleo para aquecimento e gás natural, e o *GARCH* ao *crude oil* e gasolina sem chumbo.

Incidindo sobre três mercados (*Brent*, Dubai e WTI), Kang [et. al.] (2009) e Wey [et. al.] (2010) são dois *papers* complementares, sem no entanto terem chegado a conclusões completamente convergentes. Na estimação de qual o melhor modelo para previsão *out-of-sample* das séries, os primeiros concluem que os modelos *CGARCH* e *FIGARCH* têm melhor performance que os *GARCH* e *IGARCH*, facto não corroborado pelos segundos que referem não ter havido no mercado do *Brent* e WTI nenhum modelo que se sobrepusesse na capacidade de previsão. Concluem contudo Wey [et. al.] (2010) que os modelos *GARCH* não lineares apresentam maior precisão que os modelos *GARCH* lineares, especialmente em horizontes mais longos de 5 ou 20 dias.

Charles e Darné (2014) analisam o impacto das mudanças estruturais e *outliers* na persistência do *Brent*, WTI e OPEP. Os autores identificam os diversos choques que provocaram mudanças estruturais e associam-nos aos acontecimentos que a história recente registou: invasão do Kuwait pelo Iraque, as operações Tempestade do Deserto e Raposa do Deserto, bem como a crise financeira global. Sublinham todavia que os *outliers* dificultam a tarefa de encontrar o melhor modelo que explique o comportamento das cotações no longo-prazo, e que os *outliers* podem enviesar (i) as estimativas dos parâmetros da equação que reflete a dinâmica da volatilidade (ii) a regularidade e as condições de não negatividade necessárias aos modelos *GARCH*, *IGARCH*, *FIGARCH* e *HYGARCH* (iii) a deteção de *structural breaks* na volatilidade e conseqüentemente a estimação da persistência. Concluem que o modelo *GARCH* com distribuição *t* de *Student* e *t* de *Student* leptocúrtica são os melhores na descrição do *Brent* e OPEP, respetivamente. Estas conclusões divergem de Kang [et. al.] (2009) e Arouri [et. al.]

(2012) que identificam o *FIGARCH* como melhor modelo para descrever volatilidade das series dos retornos do petróleo.

Outra metodologia utilizada na captura de persistência é a da detecção de estruturas fractais dos dados da serie através da *Rescaled Range* de Edwin Hurst. Alvarez-Ramirez [et. al.] (2002) utilizam esta metodologia para estudar três series petrolíferas desde Novembro de 1981 até início de 2002: *Brent*, WTI e Dubai. Os resultados alcançados põem em relevo que (i) a formação do preço do *crude oil* é um processo estocástico persistente (ii) o mercado do *crude oil* é representado por um processo complexo com geradores fractais distintos interagindo em escalas temporais diferenciadas (iii) foram detetadas duas escalas temporais: uma na ordem dos dias ou semanas e outra das semanas ou quadrimestres.

Tabak, Cajueiro (2007) analisam a eficiência fraca do *Brent* e WTI através de um modelo contínuo de aferição de dependência de longo-prazo; por intermédio de uma *rolling window*⁷³ de dimensão fixa, estes dois autores pretenderam testar o *decay* hiperbólico nos *log returns* e na volatilidade. As expectativas eram de encontrar presença de memória longa nas series temporais do *crude oil*, mas com a intensidade degressiva, apontando para uma maior eficiência fraca registada nos mercados, sobretudo após a desregulamentação do mercado em 1990. [Figura 14] e [Figura 15] exibem os resultados da dependência de longo prazo dos *log returns* do *Brent* e WTI, respetivamente. Está patente em ambas a queda acentuada do expoente de Hurst após a desregulamentação do mercado em 1990, dando assim indicação de que o mercado se terá tornado mais eficiente. Com efeito, na década de 1980 a média daquele indicador foi de 0,642 e 0,572 para *Brent* e WTI, respetivamente, e decaiu para 0,532 e 0,509 na década seguinte.

Outro dos fenómenos registados é a volatilidade nos *oil markets* (*Brent* e WTI) com características de persistência de longo-prazo, sendo evidente valores do expoente de Hurst (H) maiores que na série dos *log returns*. [Figura 16] e [Figura 17] mostram que, apesar de uma ligeira tendência de queda, o suporte de 0,6 de H atingido no final da década de 1990, inverteu a tendência no período subsequente.

A análise empírica que apresentamos no capítulo seguinte é, como demonstraremos, consistente com Kang [et. al.] (2009) e Arouri [et. al.] (2012), entre outros.

⁷³ Período temporal fixo deslizando no tempo

6 Análise empírica

6.1 Introdução

A designação de *Brent Crude* está desde há algumas décadas associada à ideia de *trading* de petróleo no *Intercontinental Exchange* (ICE) de Londres; é comum aos operadores e órgãos de difusão noticiosos denominarem esta matéria-prima *light sweet crude*, nome ganho devido às características químicas de baixa concentração de enxofre. Consumido principalmente pelos países europeus, é extraído em 15 campos de exploração do Mar do Norte (*North Sea*), região que inclui a zona demarcada do mar da Noruega, e a zona conhecida por ‘*West of Shetland*’, ‘Fronteira Atlântica’ ou ‘Margem Atlântica’⁷⁴. Como referência para *benchmark* ficou também conhecido por *Brent Blend*, *London Brent* ou *Brent Petroleum*; outros referenciais de *benchmark* concorrentes são o cabaz de preços da OPEP, o *Dubai Crude*, o *Oman Crude*, *Urals Oil* e *West Texas Intermediate*.

As cotações do *Brent* estão fortemente correlacionadas com as do *Dubai Crude* e do WTI (Kang [et. al.], 2009; Reboredo, 2011). O grau de ligação entre elas tem-se mantido, pese embora o preço do *Brent* transacionado no ICE ser historicamente diferente do preço do crude transacionado no WTI. Especialistas justificam esta diferença através de características próprias do *Brent* em relação a outros *crude oils*, mas também pela relação de curto-prazo existente entre a oferta e a procura imediata nos mercados onde são transacionados. Dados históricos mostram-nos que até Setembro de 2010 o diferencial de preço se situava em torno de ± 3 US dólares por barril, mas que a partir de Outubro desse ano aquele diferencial começou a acentuar-se – chegou a ultrapassar os 18 US dólares por barril em Agosto de 2012 (a 03 de Agosto 2012 WTI: \$91,40 e LCO: \$109,57).

Várias razões são avançadas para a explicação deste diferencial, entre elas a maior erosão das reservas de petróleo no Mar do Norte, ou até a procura regional diferenciada. Para o *US Energy Information Administration*, por exemplo, o diferencial de preço entre o *crude oil* no WTI e o *Brent* deve-se fundamentalmente ao excesso de oferta que se verifica na região interior da América do Norte que, por via do enorme crescimento na extração proveniente das regiões circundantes (formações geológicas de *Bakken*, *Niobrara*, e *Eagle Ford*), originou uma capacidade de extração excedentária em relação ao que os *pipelines* conseguem transportar. Talvez por essa razão, e a partir de 2011, o preço do petróleo praticado na costa Atlântica dos Estados Unidos e do Canadá

⁷⁴ A zona denominada *West of Shetland* não pertence ao Mar do Norte

estar mais alinhado com o preço do *Brent*, continuando o WTI a servir de referência para os mercados de regiões mais do interior dos EUA.

6.2 Descrição da amostra

6.2.1 Valores nominais do *Brent*

Os dados da serie analisada foram retirados da base de dados do *US Department of Energy*⁷⁵ e dizem respeito às cotações de fecho diárias do *Europe Brent Crude Oil Spot Price FOB*. Consistem em 7175 observações, a primeira registada numa Segunda-feira, 06 de Julho de 1987, e a última registada numa Sexta-feira, 02 de Janeiro de 2015. Estão ordenadas cronologicamente em grupos homogêneos de 5 observações cada, à semelhança dos dias úteis da semana em que há negociação com os mercados abertos. Para os dias de semana em que os mercados estiveram fechados, por motivos de feriado ou equivalente, foi calculada e atribuída uma cotação através de uma interpolação linear entre a cotação anterior e a cotação posterior.

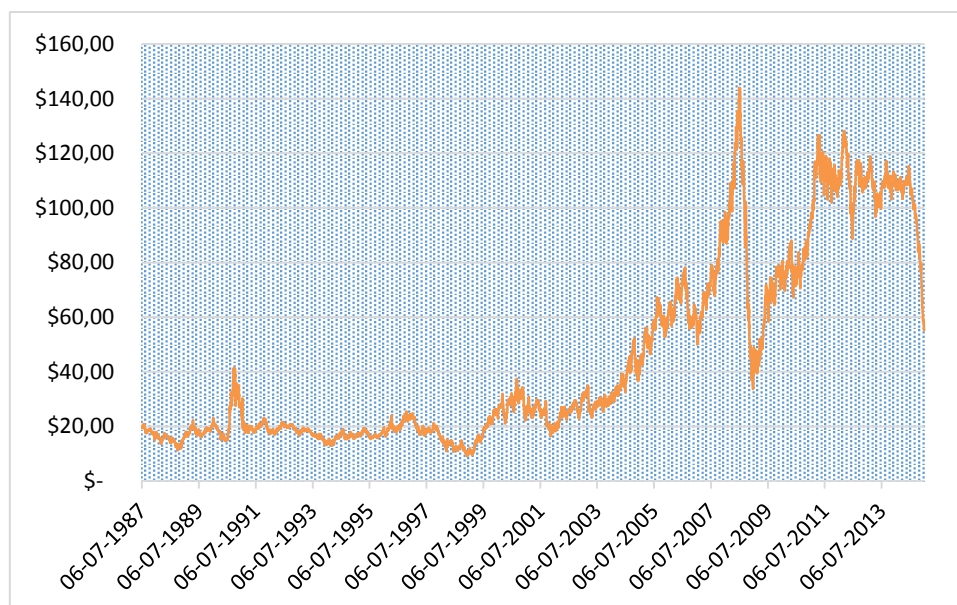


Gráfico 1 – Evolução do preço nominal do *Brent* (amostra completa)

Fonte: Elaboração própria

O gráfico 1 reflete as cotações nominais de fecho da nossa amostra. De uma forma quase imediata conseguimos dividi-lo em dois períodos distintos: um até 2004 e outro após 2004. De

⁷⁵ Disponível em https://www.quandl.com/#/data/DOE/RBRTE-Europe-Brent-Crude-Oil-Spot-Price-FOB?utm_medium=graph&utm_source=quandl – na procura dos dados código DOE/RBRTE.

facto, excetuando os USD 41,45 registados em 1990 de pico máximo, as cotações registaram uma significativa estabilidade até ao ano de 2004, tendo flutuado num estreito intervalo entre os USD 15,52 e os USD 24,94. O *outlier* observado em 1990 está relacionado com o conflito Iraque-Kuwait, conflito esse que originou a invasão do Kuwait pelo Iraque em 02 de Agosto. Neste período, as cotações do *Brent* passaram de USD 14,73 em 11 de Junho para USD 41,45 em 27 de Setembro, ou seja, praticamente triplicaram em pouco mais do que dois meses.

A mal aceite anexação do Kuwait pelo Iraque (Saddam Hussein terá mesmo chegado a considerá-lo como a 19ª província do Iraque) foi o tema central na cena da política mundial da época, o que originou que a Resolução 678 da Nações Unidas permitisse o uso de força militar para libertar aquele país do jugo de Saddam. Como corolário desta resolução, teve início a 17 de Janeiro de 1991 uma operação militar designada por *Tempestade no Deserto*, efetuada por uma coligação liderada pelos EUA. Esta operação militar durou pouco mais de um mês, terminando a 28 de Fevereiro daquele mesmo ano. A evolução das cotações do *Brent* mostram uma forte correlação com esta operação militar, uma vez que na data do seu *terminus* os preços do *Brent* já tinham voltado a descer para barreira dos 20 dólares por barril.

Até ao início de 2004 registaram-se ainda dois períodos, com características simétricas entre si, merecedores do nosso destaque: o de 1997 – 1998 com forte pressão em baixa dos preços, e o de 1999 – 2000 onde é feita a reversão para a média, nos moldes em que é definida essa reversão em Hillebrand (2003).

De facto, durante os anos 1997 e 1998 o preço do *Brent* foi apresentando sucessivos mínimos históricos, o que não pode deixar de ser ligado á forte crise financeira asiática originária na Tailândia e desencadeada em Julho de 1997, ao que se lhe juntou a crise financeira russa em 1998. A desindexação da moeda tailandesa (THB) ao dólar americano imposta pelo governo tailandês, motivada pela falta de reservas cambiais para suportar taxas de câmbio fixas, gerou uma forte desvalorização do Bath contra o dólar, e, conseqüentemente, uma dívida externa incomportável, arrastando o País para a bancarrota. Este efeito estendeu-se por contágio às moedas dos países vizinhos, Indonésia, Coreia do Sul, Malásia, Filipinas, entre outros. O histórico das taxas de câmbio exhibe desvalorizações destas moedas na ordem dos 50% em relação à moeda norte americana, chegando a Rúpia da Indonésia (IDR) a desvalorizar 83% face ao USD.

Com a crise asiática os investidores internacionais perderam confiança naqueles mercados emergentes e viram diminuídos os seus incentivos em relação aos investimentos a efetuar

naqueles espaços económicos. O choque cambial e o crescimento galopante da dívida externa originaram que a falta de confiança dos investidores se propagasse à escala global. Números do crescimento económico mundial revelam isso mesmo, mostrando que a percentagem do crescimento da riqueza mundialmente produzida caiu de 5,45% em 1997 para 3,73 % em 1998, ao que se lhe seguiu outra queda para 3,46% em 1999. Este indicador só reverteu para valores acima da fasquia dos 4% no ano 2000.

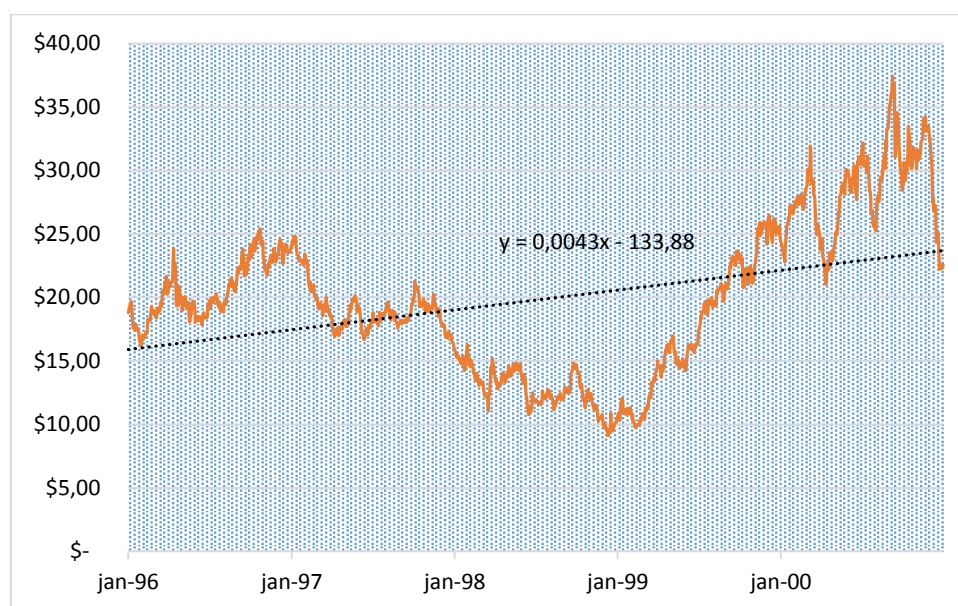


Gráfico 2 – Evolução do preço nominal do *Brent* (entre 1996 -2001)

Fonte: Elaboração própria

O gráfico 2 mostra-nos como evoluiu a cotação nominal do *Brent* em pleno período da crise asiática. A variação de preços ente 1 de Janeiro de 1996 e 31 de Dezembro de 2000 apresenta uma muito ténue tendência de crescimento de longo-prazo, tendência essa que está representada pela reta de regressão $y = 0,0043 x - 133,88$. A partir do início do ano 1999 há um *rebound* na tendência de curto-prazo registada até aí, fazendo as cotações reverter para a média de uma forma bastante acentuada. O ano 2000 é um ano bastante incaracterístico, com fortes oscilações nas cotações, tendo no entanto a linha de tendência de médio longo-prazo servido de suporte para as mesmas. De uma maneira geral a linha das cotações nominais apresenta uma

variabilidade significativa, facto que implicou que o R^2 (coeficiente de determinação)⁷⁶ da função de regressão linear fosse de apenas 0,1421.

A partir do ano 2004 até ao máximo histórico registado em 2008, o preço do *Brent* seguiu uma forte tendência altista continuada, exceção feita ao ano 2007, ano do auge da crise de *subprime* ocorrida nos EUA. Esta tendência em alta continuada tem, entre outras justificações, o forte crescimento da procura mundial por parte da China, os diversos estímulos que foram dados às economias pós-atentados às *Twin Towers* em Setembro de 2001, mas também a grande aderência que os produtos financeiros derivados tiveram junto dos investidores – Conrad (1989), Cao (1999), Pilar e Rafael (2002), entre outros, demonstraram que o aparecimento de produtos derivados, nomeadamente os futuros e as opções, (i) aumentaram os incentivos dos investidores na procura de informação sobre *payoffs*⁷⁷, induzindo aumento do preço do ativo subjacente e (ii) trouxeram maior liquidez e menor incerteza ao mercado de ativos subjacentes.



Nos gráficos 3 e 4 e quadro 1 apresentamos uma análise estatística sobre as cotações nominais da amostra avaliando o seu comportamento anualizado. Simulámos o efeito anualizado através de uma metodologia *Open-Max-Min-Close*, considerando a cotação de *Open* e a cotação de *Close* como sendo a primeira e a última de cada ano, respetivamente.

Desta forma, o gráfico 3 evidencia a tendência *Bull / Bear* anual do mercado do *Brent*. Há uma evidente tendência *Bull* (*candlestick* branca) a partir de 2004, quebrada com uma fortíssima *candlestick* *Bear* (negra) em 2008. O ano 2008 está marcado como o do auge da crise financeira da banca de investimento. A 15 de Setembro de 2008 um dos maiores bancos de investimento mundiais, o Lehman Brothers, declarou falência e pediu proteção de credores ao abrigo do *Chapter 11* da legislação americana. Este evento fez desencadear um *bailout*⁷⁸ de diversos bancos

⁷⁶ O coeficiente de determinação é uma medida de ajustamento de um modelo de regressão linear em relação aos valores observados. Quanto maior o seu valor, mais explicativo é o modelo, i.e., melhor se ajusta à amostra.

⁷⁷ Lucros (distribuição de).

⁷⁸ *Bailout* é um termo da nomenclatura financeira que representa uma cedência de liquidez por um indivíduo ou por um governo (estado) a uma determinada entidade (empresa), de forma a evitar as consequências que possam advir de uma situação de falência. Os *bailouts* podem assumir configuração de empréstimos obrigações, ações ou mesmo dinheiro.

a nível mundial, uma vez que o setor da banca de investimento tem participações e investimentos cruzados transversais a todo o setor financeiro.

O pacote de estímulos que o *Federal Reserve Bank* deu à economia americana, assim como as diretivas impostas por Bruxelas aos diversos Estados membros da União Europeia para estimular o crescimento económico, foram impulsionadores da atenuação dos efeitos recessivos da crise financeira de 2008, facto pelo qual as cotações do *Brent*, após uma queda vertiginosa, reiniciaram uma nova tendência de subida até Setembro de 2014. É de ressaltar que a *candlestick* relacionada com o ano 2014 sinaliza uma forte tendência *Bear*, uma vez que a 01 de Janeiro desse ano o *Brent* transacionava a USD 108,95 por barril, e a 31 de Dezembro valia metade do valor: USD 55,27. No entanto, esta queda só se dá nos últimos três meses do ano.

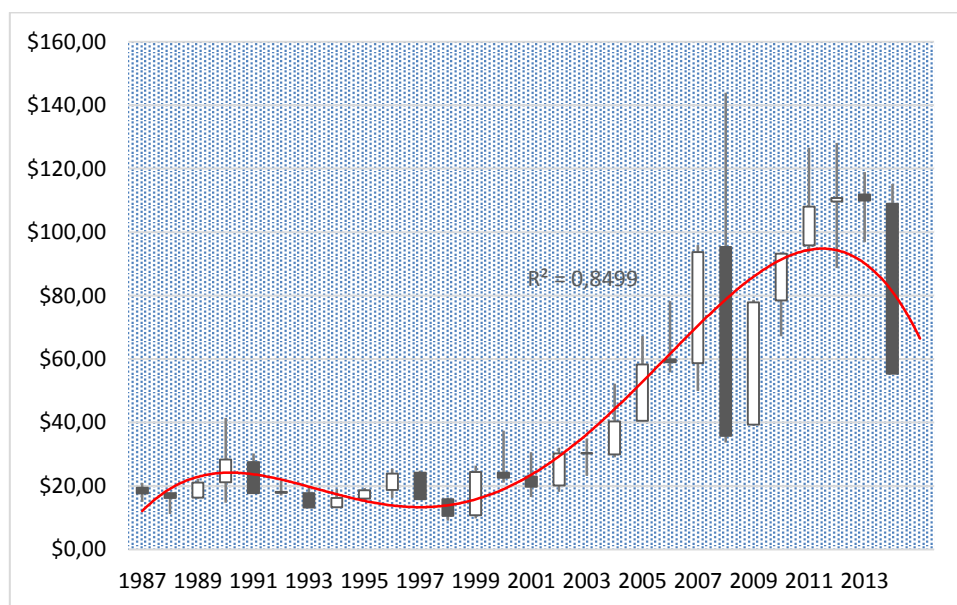


Gráfico 3 – *Candlesticks* anuais do preço nominal do *Brent*

Fonte: Elaboração própria

A origem do novo ciclo *Bear* iniciado em 2014 é apontada como sendo a forte contração da procura desta matéria-prima, quer por parte da China, quer por parte das maiores economias da zona Euro, ou seja, a questão nuclear subjacente a este novo ciclo fica a dever-se ao excesso de oferta. Várias foram as tentativas de cortar a produção por parte dos países da OPEP, mas não foi ainda atingido consenso sobre quanto será a quota de corte de cada um. Por esse motivo, os

Modelos de memória na descrição do comportamento da volatilidade condicionada nas cotações do *Brent*

preços do *Brent* têm vindo a estabilizar temporariamente em patamares regressivos, situando-se o patamar atual em torno dos USD 40,00 por barril.

O quadro 1 e o gráfico 4 espelham a relação existente entre a amplitude total do *Brent* em cada ano e o respetivo desvio padrão anualizado das cotações diárias.

Em 1995 e 2008 registou-se a menor (USD 4,03) e a maior (USD 110,22) amplitude de preços, respetivamente, o que naturalmente implicou também o menor (0,932) e o maior (12,392) desvio padrão anualizado das cotações.

Quadro 1 – Dados estatísticos da amostra (cotações nominais)⁷⁹

Fonte: Elaboração própria

	Open	Max	Min	Close	A	B	C	C 1	C 2	C 3	C 4	C 5
1987	\$19,48	\$20,95	\$15,03	\$17,60	\$5,92	1,074	5,514					
1988	\$17,78	\$17,95	\$11,20	\$16,23	\$6,75	1,472	4,586					
1989	\$16,32	\$22,25	\$16,05	\$21,05	\$6,20	1,241	4,994					
1990	\$21,13	\$41,45	\$14,68	\$28,35	\$26,77	7,706	3,474					
1991	\$27,57	\$30,28	\$17,60	\$17,75	\$12,68	1,992	6,364					
1992	\$18,10	\$21,55	\$17,05	\$17,85	\$4,50	1,130	3,984					
1993	\$17,79	\$19,60	\$13,13	\$13,18	\$6,47	1,552	4,169					
1994	\$13,31	\$19,03	\$13,00	\$16,23	\$6,03	1,371	4,398					
1995	\$16,06	\$19,38	\$15,35	\$18,65	\$4,03	0,932	4,326					
1996	\$18,80	\$25,40	\$16,23	\$23,90	\$9,17	2,250	4,075					
1997	\$24,18	\$24,83	\$15,86	\$15,86	\$8,97	1,800	4,983					
1998	\$15,82	\$16,28	\$9,10	\$10,54	\$7,18	1,585	4,529					
1999	\$10,74	\$26,46	\$9,77	\$24,44	\$16,69	5,050	3,305					
2000	\$24,20	\$37,43	\$21,05	\$22,58	\$16,38	3,443	4,757					
2001	\$23,01	\$30,68	\$16,51	\$19,74	\$14,17	3,429	4,133	4,393	0,64876	6,364	3,171	14,77%
2002	\$20,13	\$32,02	\$18,17	\$30,22	\$13,85	2,974	4,657					
2003	\$30,32	\$34,94	\$23,23	\$30,30	\$11,71	2,466	4,748					
2004	\$29,93	\$52,28	\$29,02	\$40,38	\$23,26	5,646	4,120					
2005	\$40,57	\$67,26	\$40,57	\$58,34	\$26,69	6,179	4,319					
2006	\$59,93	\$78,26	\$55,82	\$58,96	\$22,44	5,842	3,841					
2007	\$58,73	\$95,92	\$49,95	\$93,68	\$45,97	11,881	3,869					
2008	\$95,35	\$143,95	\$33,73	\$35,82	\$110,22	28,978	3,804					
2009	\$39,38	\$78,68	\$39,38	\$77,91	\$39,30	12,392	3,171					
2010	\$78,48	\$93,63	\$67,18	\$93,23	\$26,45	5,815	4,549					
2011	\$95,82	\$126,64	\$93,52	\$108,09	\$33,12	7,134	4,643					
2012	\$109,61	\$128,14	\$88,69	\$110,80	\$39,45	8,029	4,913					
2013	\$111,89	\$118,90	\$96,84	\$109,95	\$22,06	4,637	4,758					
2014	\$108,95	\$115,19	\$55,27	\$55,38	\$59,92	14,926	4,014					

⁷⁹ Legenda do Quadro 1

A – Amplitude anual das cotações nominais (Máxima – Mínima)

B – Desvio padrão anualizado de todas as cotações diárias

C – Rácio entre A e B

C 1 – Valor médio dos registos de C

C 2 – Desvio padrão médio dos registos de C

C 3 – Valor máximo de C

C 4 – Valor mínimo de C

C 5 – Coeficiente de variação de C

Em termos médios há uma relação de 4,393 entre a amplitude de preços anual e a volatilidade das cotações diárias medida pelo desvio padrão nesse período (linha a negro e escala da direita do gráfico 4), sendo este indicador relacional bastante estável, uma vez que tem um coeficiente de variação bastante baixo (situa-se próximo dos 15%).

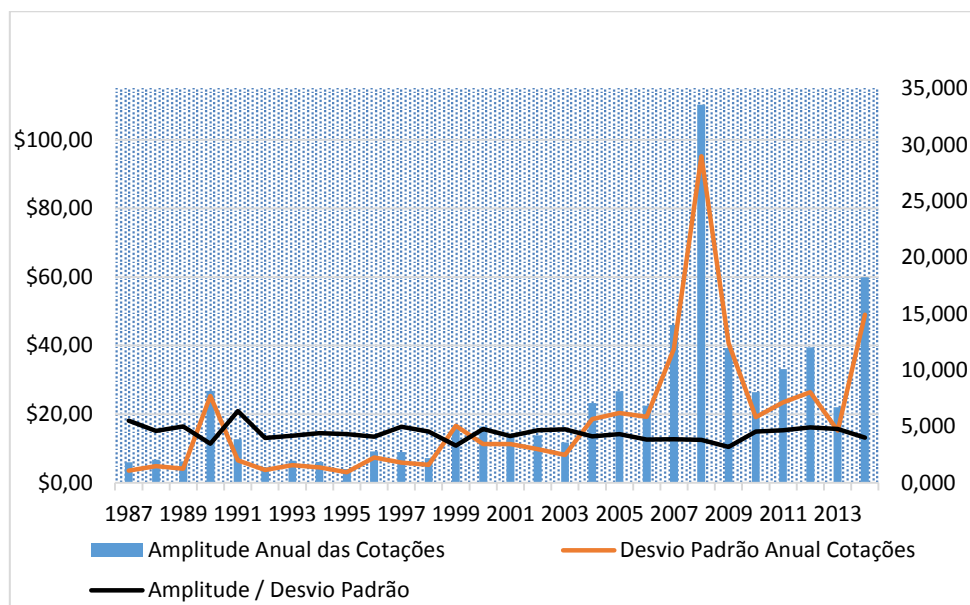


Gráfico 4 – Amplitude anual das cotações nominais *versus* desvio padrão

Fonte: Elaboração própria

Este indicador relacional atribui uma estabilidade à amostra em termos de dispersão indiciando a não existência de número significativo de *outliers* na serie. Apenas o ano 1991 é atípico, porque regista uma amplitude de preços muito significativa em relação ao desvio padrão das mesmas. Manifestações com esta tipologia indiciam ter havido um curto período de tempo que contribuiu para a amplitude anual total, mas que este comportamento terá funcionado como um *cluster*, não se verificando no resto do ano.

6.2.2 Rendibilidades do *Brent*

A transformação logarítmica das cotações nominais de uma serie financeira estabiliza os seus dados, atribui-lhes uma distribuição gaussiana, e dá-lhes uma boa interpretação física da variação percentual (Mandelbrot, 1963(a); Fama, 1965; Montgomery [et. al.], 2008). O racional subjacente a este facto empírico está ligado ao seguinte: (i) o ganho (perda) em unidades monetárias obtido na venda de um ativo é obtido através da diferença entre dois preços (o de venda e o de compra)

e (ii) a rendibilidade percentual da operação é calculada pelo quociente entre aqueles dois valores. Como pelas regras de operações entre logaritmos, o logaritmo de um quociente é igual à subtração do logaritmo do denominador ao logaritmo do numerador, consegue-se, com a transformação logarítmica dos dados da série, calcular rendibilidades subtraindo duas cotações (sucessivas). Esta operação de transformação logarítmica não altera as características endógenas da série; podemos observar no gráfico 5 comportamentos idênticos das linhas que representam as rendibilidades, quer sejam calculadas pelos *log returns*, quer sejam calculadas pelo quociente entre duas cotações sucessivas (linha a negro e escala da direita).

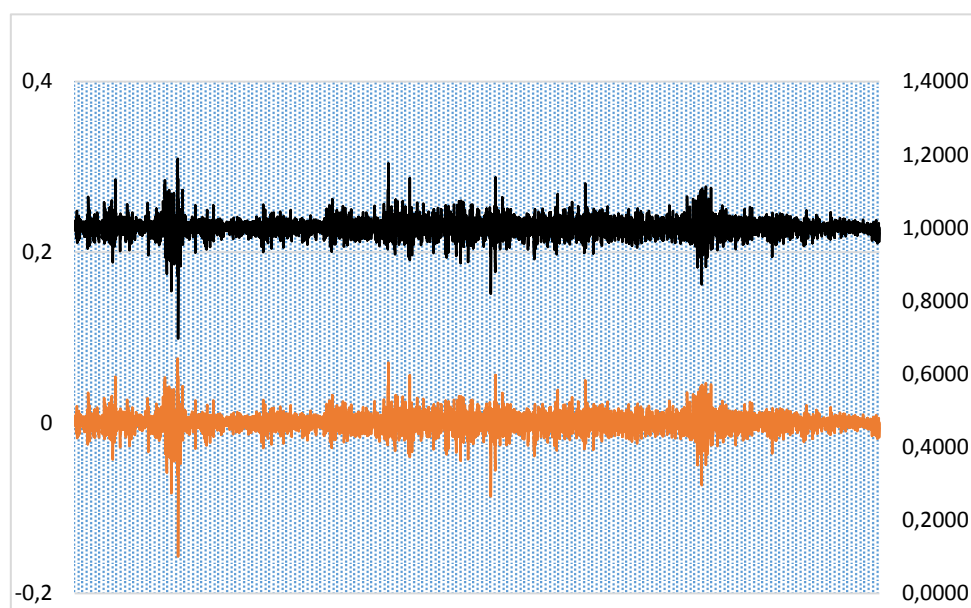


Gráfico 5 – Comparação rendibilidades logarítmicas *versus* nominais

Fonte: Elaboração própria

A fórmula utilizada para cálculo das rendibilidades da nossa amostra é deixada em (6.1)

$$R_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})] \quad (6.1)$$

Onde:

P_t → Preço do *Brent* no momento t

P_{t-1} → Preço do *Brent* no momento $t - 1$

O gráfico 6 revela-nos o conhecido fenómeno característico das series financeiras: os *clusters* de volatilidade. Identificam-se a vermelho 5 *clusters* de grande volatilidade, o primeiro dos quais em 1991, associado claramente ao período da invasão do Kuwait pelo Iraque.

Apesar da linha das rendibilidades não se apresentar *flat*⁸⁰ entre 1991 e 1997, registos de maior volatilidade só voltam a aparecer com o deflagrar da crise asiática, gerando grande variabilidade nas rendibilidades nesse período – 1997 e 1998.

Em 2001 os picos de volatilidade coincidem com a incerteza gerada após ataques às *Twin Towers*, e os de 2003 – 2004 com o segundo ataque feito contra o Iraque, com autorização das Nações Unidas, motivado pela alegada existência de armas de destruição massiva na posse do regime presidido por Saddam Hussein.

Finalmente, o último período de alta volatilidade ocorre em 2008 – 2009, que, como também já vimos, foi a época em que estalou a crise financeira mundial.

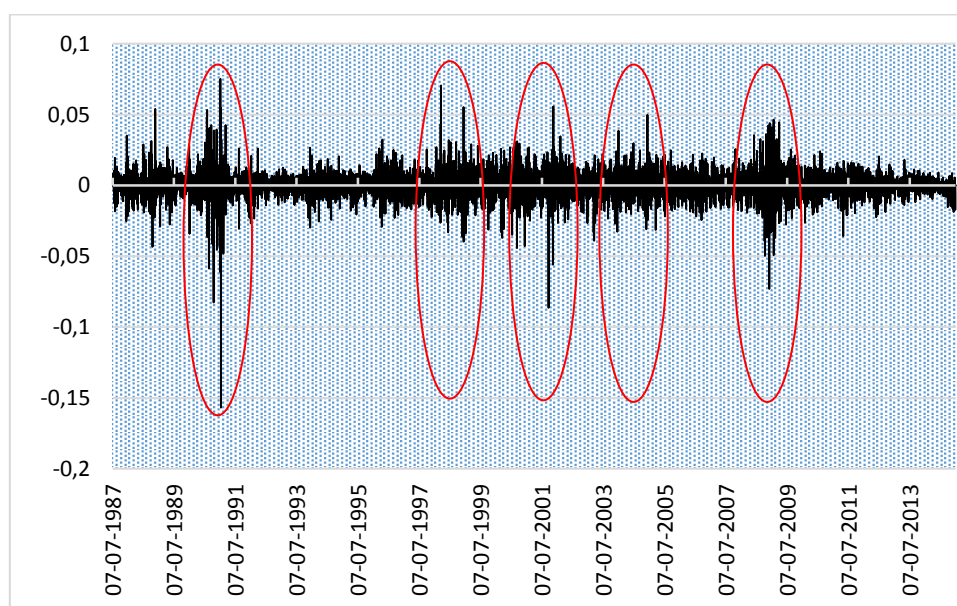


Gráfico 6 – Rendibilidades do *Brent* (diferença do logaritmo de duas cotações sucessivas)

Fonte: Elaboração própria

De um modo geral, verifica-se que a períodos de alta volatilidade se seguem períodos de alta volatilidade, e que em períodos de baixa volatilidade se seguem períodos de baixa volatilidade, (Mandelbrot, 1963(a); Mandelbrot, 1963(b))o que ilustra bem o fenómeno de *clusters*.

⁸⁰ *Flat* é um termo anglo-saxónico que neste contexto significa sem oscilações.

O gráfico 7 conjuga as cotações nominais do *Brent* com os *log returns* (linha a negro e escala da direita). As setas inscrites sinalizam períodos de elevada volatilidade nos *log returns* associados à quebra das cotações nominais. Este fenómeno designado por *leverage effect* é documentado pela primeira vez em (Black, 1976)⁸¹ e tem sido estudado por diversos autores (Figlewski e Wang, 2000; Hasanhodzic e Lo, 2013; Aboura e Chevallier 2013).

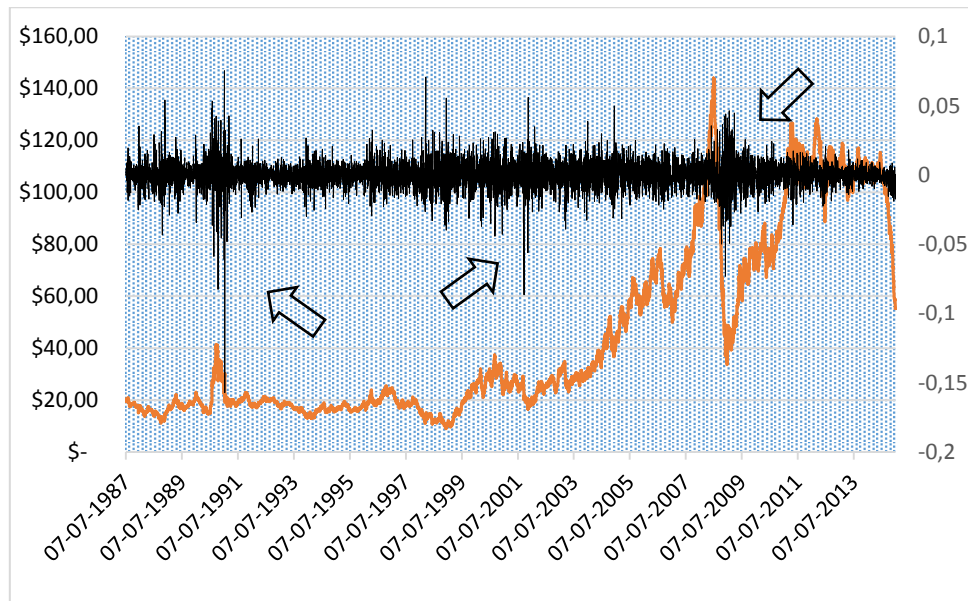


Gráfico 7 – Cotações nominais *versus* volatilidade da rendibilidade do *Brent*

Fonte: Elaboração própria

O batismo de *leverage* ficou a dever-se ao facto do rácio *Debt to Equity*⁸² aumentar por via de uma diminuição do denominador quando as ações cotadas em mercado descem, tornando assim a organização mais alavancada. Esta temática tem no entanto levantado alguma controvérsia. Figlewski e Wang, (2000), por exemplo, estudaram o efeito aplicado a ações cotadas no S&P 100 (OEX) e encontraram fortes efeitos de *leverage*; no entanto depararam-se também com um conjunto de outros factos que poderiam explicar a queda das ações, sinalizando que apesar de terem detetado presença do “efeito de *leverage*” na sua amostra, o aumento da volatilidade associado á descida das cotações seria melhor descrito como um “efeito de descida do mercado” com pouca relação direta com a alavancagem. Hasanhodzic e Lo (2013) estudaram empresas apenas com *equity* e concluíram que também em empresas com esta estrutura de financiamento

⁸¹ Black, F. – Studies of Stock Price Volatility Changes, Proceedings of the Business and Economics Section of the American Statistical Association. (1976) 177–181.

⁸² Capital próprio

há aumento de volatilidade com a descida das cotações. Este fenómeno não pode estar associado ao *leverage*, dado que as empresas são constituídas apenas por *equity*.

Os gráficos 8 e 9 apresentam em detalhe o fenómeno. O primeiro contém dados da nossa amostra representativos do período auge da crise financeira de 2008.

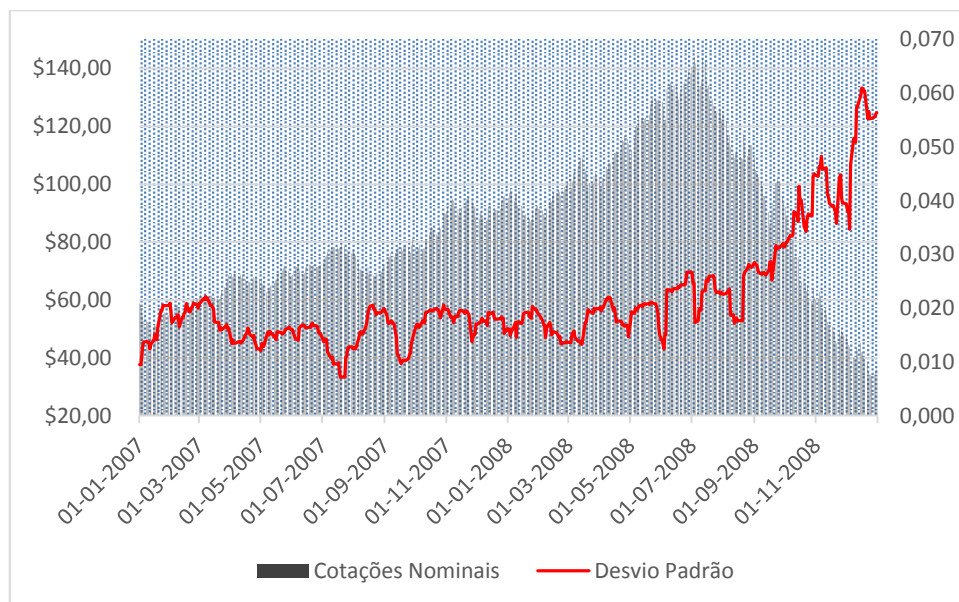


Gráfico 8 – Efeito de *leverage* no ano de 2008

Fonte: Elaboração própria

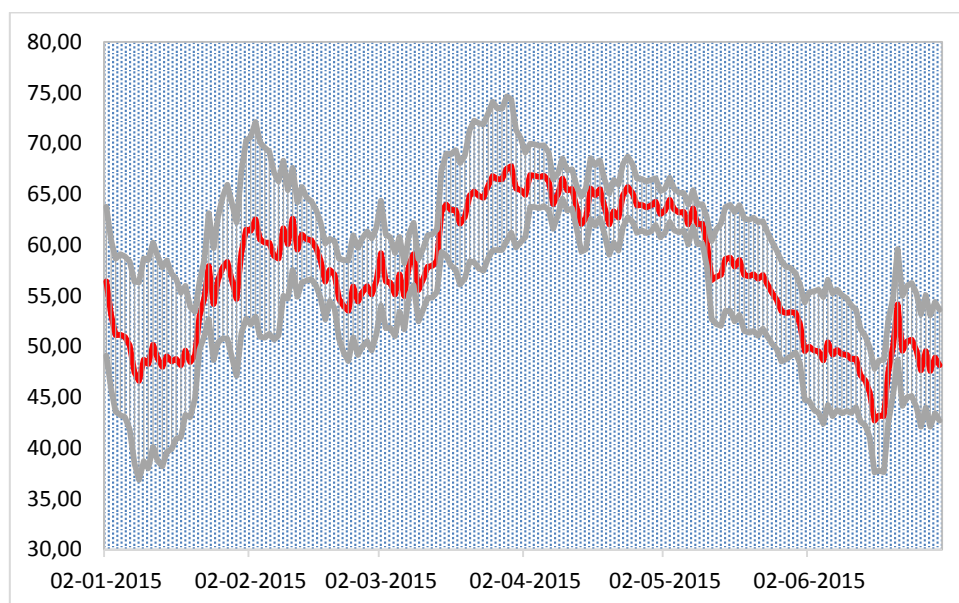


Gráfico 9 – Volatilidade 1º semestre 2015

Fonte: Elaboração própria

Com cor cinza escuro estão as cotações nominais do *Brent* e a linha vermelha (escala da direita) representa uma média móvel a 20 dias do desvio padrão das rendibilidades no período. A linha vermelha ascendente com o decréscimo das cotações ilustra o *leverage effect*. Note-se que a série, mesmo sendo estacionária como veremos adiante em §6.4.1, manifesta crescimento na média móvel do desvio padrão das rendibilidades⁸³.

No gráfico 9 regista-se a volatilidade no primeiro semestre de 2015 proveniente da tendência *Bear* iniciada após Setembro de 2014. A metodologia usada para a representar foi a das bandas de Bollinger, bastante utilizada pelos operadores de mercado. A linha vermelha representa as cotações nominais do *Brent*, envolvida por duas bandas que representam a média móvel do desvio padrão das mesmas. Verificamos que Janeiro e Fevereiro foram dois meses onde a volatilidade foi elevada e que o mês de menor volatilidade foi Abril.

6.3 Análise das estatísticas descritivas

Nesta secção são apresentadas as estatísticas descritivas dos retornos logarítmicos da nossa amostra. O quadro 2 e o gráfico 10 materializam-nas numérica e graficamente.

Quadro 2 – Estatística descritiva das rendibilidades da amostra
Período: de 6 de Julho de 1987 a 02 de Janeiro de 2015
Fonte: Elaboração própria

Estatísticas descritivas				
Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste de J-B
6,25E-05	0,009616	-0,74545	18,95466	76711,20**

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%. J-B refere-se ao teste Jarque Bera

Uma leitura direta do quadro evidencia que o valor da média e do desvio padrão estão muito próximos de zero. Por outro lado, o desvio padrão apresenta um valor muitas vezes superior à média, o que atribui à série um coeficiente de variação muito significativo {153,856}. Este dado estatístico sinaliza que há observações que se situam em termos posicionais bastante distantes do valor central da média, ou seja, há grande dispersão das rendibilidades.

⁸³ Os valores da escala da direita na ordem das centésimas refletem a estacionaridade nos *log returns* da amostra, tal como verificaremos em §6.4.1.

A assimetria é negativa, o que em termos de histograma significa um alongamento à esquerda da distribuição das rendibilidades, refletindo que os dados não seguem uma distribuição normal. Este parâmetro ser negativo indica ter havido mais períodos onde se registaram rendibilidades negativas do que períodos onde se registaram rendibilidades positivas.

A curtose apresenta um valor estatisticamente relevante de {18,95466}, traduzindo assim que a distribuição seja bastante alongada verticalmente, isto é, que concentre muitas observações em torno do centro deixando as caudas pouco populadas. Articulado este valor de curtose com o coeficiente de variação de {153,856}, podemos pré-conceber uma imagem mental de uma distribuição com muitas observações em torno da média e com caudas finas e alongadas.

Um dos testes usualmente realizado para verificar a normalidade da distribuição é o teste de Jarque-Bera (*J-B*). Este teste é uma medida estatística que, para amostras com 2.000 observações ou mais, consegue sinalizar a presença ou a ausência de normalidade da distribuição amostral por comparação aos valores de uma distribuição Qui-quadrado [A.5] com dois graus de liberdade⁸⁴. Através dos parâmetros de assimetria e curtose amostrais e utilizando a fórmula de (6.2) obtemos o valor *J-B* que, sendo menor que um determinado valor limite⁸⁵, aponta para presença de normalidade.

$$JB = \frac{N}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \quad (6.2)$$

Onde:

N → Número de observações

S → Valor da assimetria

K → Valor da curtose

Neste teste a hipótese nula (H_0) [B.5] define que a distribuição segue um padrão normal.

Efetuada o teste de hipóteses com nível de significância de 1%, a hipótese nula é rejeitada (rejeita a distribuição normal da nossa amostra), uma vez que do teste de *J-B* resultou o valor de

⁸⁴ A normalidade é rejeitada se a estatística do teste de *J-B* for maior que a estatística Qui-quadrado.

⁸⁵ O valor limite é obtido pela área esquerda da distribuição Qui-quadrado representando $n - 1$ observações.

{76.711,20}. Este valor é muito superior ao valor do máximo calculado de {7.455,60}⁸⁶ pela χ^2 , para que seja aceite a normalidade da distribuição. O histograma das rendibilidades abaixo confirma graficamente a não normalidade da distribuição. Nele conseguimos observar uma distribuição leptocúrtica com caudas muito finas e alongadas, por comparação a distribuições normais.

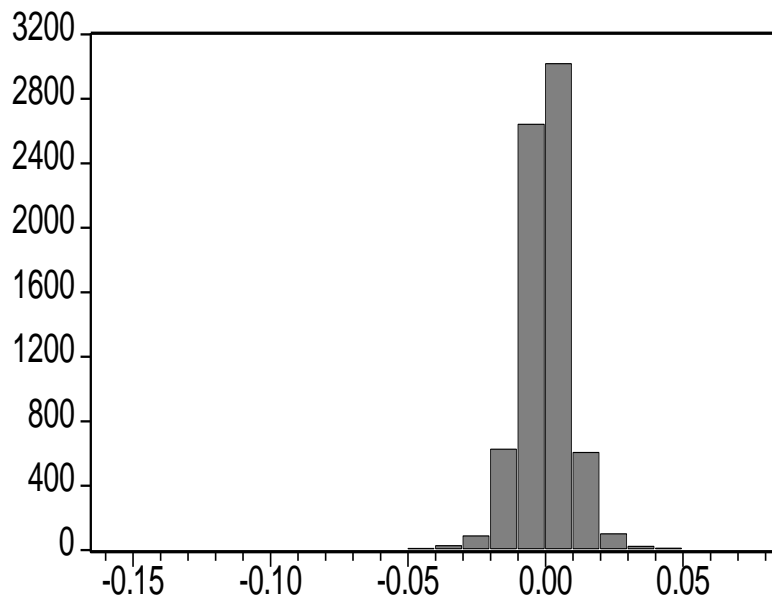


Gráfico 10 – Histograma das rendibilidades do *Brent*

Fonte: Elaboração própria

6.4 Estimação do modelo

A família de modelos utilizada na nossa investigação assenta fundamentalmente em três conceitos de base: (i) são auto regressivos⁸⁷, (ii) os resíduos não apresentam variância constante – há heterocedasticidade e (iii) consegue-se capturar a não linearidade dinâmica da volatilidade.

A regressão associada a modelos matemáticos ou econométricos traz-nos imediatamente ao consciente os fundamentos seminais do Modelo Clássico de Regressão Linear. No caso específico deste nosso estudo há no entanto particularidades a considerar, uma vez que um dos

⁸⁶ O valor {7.455,60} é obtido através de folha de cálculo do Excel utilizando a fórmula $CHISQ.INV.RT(0,01; 7174)$; Esta fórmula calcula a área esquerda da distribuição Qui-quadrado com um nível de significância de 1% e para uma amostra que tenha 7.175 observações, como é o caso da nossa amostra.

⁸⁷ Um modelo diz-se auto regressivo quando pelo menos uma das variáveis explicativas é o valor desfasado da variável dependente.

pressupostos do MCRL é o da presença de homocedasticidade dos resíduos, o que está contrariado pelo conceito (ii) acima referido.

O termo regressão foi-nos trazido por Francis Galton (1822 – 1911) quando verificou que, apesar de filhos de pais com estatura elevada serem tendencialmente altos, e filhos de pais com baixa estatura serem tendencialmente baixos, a altura média dos filhos com pais invulgarmente altos ou baixos tendia a regredir para a altura média da população; daí o termo regressão (regredir para a média).

Mais recentemente, regressão está associada ao estudo da dependência entre variáveis; no seu estado mais simples analisa a dependência entre duas variáveis: uma endógena ou dependente, e outra exógena ou explicativa. Outros modelos de regressão mais complexos podem estudar a dependência de uma variável endógena em função de várias variáveis explicativas. O objetivo central do recurso a modelos matemáticos de regressão é o de fazer estimativas ou previsões extrapolativas em função de valores passados já conhecidos. Ideias fundamentais a reter quando se fala em regressão e na família de modelos utilizado na nossa análise empírica:

- ✦ A relação estatística de dependência entre as variáveis não explica a relação causal entre elas; por outras palavras, a explicação para o fenómeno de dependência tem que ser procurada fora do modelo de regressão;
- ✦ Uma análise de regressão é conceptualmente diferente de uma análise de correlação; a primeira tem como objetivo fazer estimativas de registos futuros da variável endógena, e a segunda pretende medir o grau de intensidade com que as variáveis se associam;
- ✦ O modelo de regressão $y = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ é composto por uma componente determinística $\alpha + \beta x_i$ e por uma componente estocástica ε_i ;
- ✦ Os resíduos ε_i são *i.i.d.*, ou seja, não existe correlação estatística entre eles;
- ✦ O valor esperado de $E(\varepsilon_i)=0$, ou seja, o valor médio ε_i da componente estocástica é nulo;

- ✦ Um dos métodos mais utilizados para determinar o modelo de regressão é o designado método dos mínimos quadrados (*OLS*), que consiste em minimizar o somatório do quadrado dos erros (ou resíduos). No entanto, como um dos pressupostos do MCRL [B2] é o de que haja homocedasticidade nos resíduos, o método de estimação do nosso modelo recai no método da máxima verosimilhança;
- ✦ A série é univariada, ou seja, desconsidera que possa haver relação da variável em estudo com outras variáveis económicas⁸⁸;
- ✦ Uma das formas de melhorar o grau de ajustamento do modelo aos dados da série temporal é fazer inclusão de desfasamentos adicionais no processo (*AR*)



Um dos primeiros passos a dar quando se pretende utilizar determinado modelo econométrico é verificar se estão cumpridos os pressupostos exigidos para que o resultado seja considerado fiável. No nosso caso tem que estar garantida a (i) estacionaridade da série ou da série transformada, (ii) a inexistência de auto correlação dos resíduos e (iii) a presença de efeitos *ARCH*, ou seja, de heterocedasticidade.

Para aferir os pressupostos acima mencionados são feitos os seguintes testes.

Quadro 3 – Testes a aplicar à amostra

Fonte: Elaboração própria

Testes de verificação de aplicabilidade do modelo		
Estacionaridade	ADF	KPSS
Autocorrelação	Ljung-Box	Breusch-Godfrey
Heterocedasticidade	ARCH - LM	McLeod & Li

⁸⁸ Ver definição de série financeira em Brooks (2008) pp. 206

As secções seguintes descrevem os testes realizados explicando os resultados obtidos.

6.4.1 Estacionaridade

Está consensualizado que o ponto de partida para a aplicabilidade das técnicas de análise às séries financeiras temporais é o verificar a estacionaridade da série. Um processo é estacionário [B.1] se a sua média, variância e covariância são independentes do tempo, ou seja, se se mantêm invariáveis. Desta forma consegue-se garantir que a probabilidade de uma variável y_t pertencer a determinado intervalo é a mesma em qualquer momento no tempo presente, passado, ou futuro⁸⁹. Dito em notação matemática, uma serie temporal ou um processo estocástico é estacionária(o) se estiverem satisfeitas as seguintes condições:

1. $E[y_t] = \mu$, com $t=0,1,2,\dots$,
2. $E[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)] = \gamma_j$, com $t = 0,1,2,\dots, j=0,1,2,\dots$,

De ressaltar que quando $j = 0$ da igualdade 2 resulta que $E[(y_t - \mu)^2] = \sigma_y^2 = \gamma_0$, com $t = 0,1,2,\dots$,

Quem siga com atenção o evoluir dos valores registados pelas mais diversas séries económico-financeiras sabe que grande parte delas têm características de tendência. Este fenómeno assume particular relevância uma vez que, como veremos a seguir, choques⁹⁰ provocados numa serie estacionária têm efeitos distintos, consoante se trate de uma serie com tendência determinística⁹¹, ou de uma série com tendência estocástica ou uma raiz unitária. Choques nas primeiras produzem efeitos transitórios e nas segundas produzem efeitos permanentes. Para Diebold e Lutz (2000) a escolha de um modelo estacionário por diferença ou de um modelo estacionário por tendência tem uma tremenda importância para o investigador, uma vez que da escolha podem ser geradas diferentes expectativas ao nível da previsibilidade que é mantida à *priori* para o *output* da análise. Sugerem os autores que, em vez de utilizar um ou outro modelo

⁸⁹ Se a série temporal y_t for não estacionária é possível transformá-la através do cálculo das primeiras diferenças $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$. Se a nova serie resultante das primeiras diferenças for estacionária dizemos que estamos na presença de uma raiz unitária de primeira ordem $I(1)$.

⁹⁰ No contexto, choques devem ser interpretados como uma variação muito rápida e acentuada na cotação

⁹¹ Diz-se haver um modelo determinista numa serie X, Y quando for conhecida com exatidão a relação funcional entre aquelas duas variáveis.

por *default*, possam ser feitos testes de raízes unitárias como uma ferramenta de diagnóstico auxiliar da escolha a tomar. Demonstramos a seguir a diferença entre modelos.

- Consideremos um processo estacionário (a estacionaridade só está presente se $|\theta| < 1$) auto regressivo de primeira ordem AR(1) com uma tendência linear determinística βt em função do tempo

$$Y_t = \theta Y_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad \text{com } t = 1, 2, \dots, T \quad (6.3)$$

A solução de (6.3) em termos de representação por médias móveis (∞) é dada então por:

$$Y_t = \theta^t Y_0 + \mu + \mu_1 t + \sum_{k=0}^t \theta^k \varepsilon_{t-k} \quad (6.4)$$

Com:

Y_0 → valor inicial

$\mu + \mu_1 t$ → tendência linear da média móvel do valor esperado

ε_t → Erro no momento t

O processo descrito em (6.4) tem as seguintes 4 características:

1. O valor esperado $E[Y_t]$, à medida que $t \rightarrow \infty$, é dado por $\theta^t Y_0 + \mu + \mu_1 t$, ou seja, contem uma tendência linear dada pelo termo $\mu + \mu_1 t$;
2. A variância $V[Y_t] = [\sum_{k=0}^t \theta^k \varepsilon_{t-k}]$ é constante e é dada por $\frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\theta^2}$;
3. O processo original é não estacionário (dado que nem média constante tem), mas a diferença para a média $y_t = Y_t - E[Y_t] = Y_t - \mu - \mu_1 t$ já é um processo estacionário; designamos assim Y_t por um processo estacionário com tendência;
4. Este processo apresenta reversão para a média, tendo um elemento atrator: o valor esperado $\mu + \mu_1 t$.

- Consideremos agora um processo auto regressivo de primeira ordem [AR(1)], com raiz unitária $\theta = 1$:

$$Y_t = \theta Y_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t \quad \text{com } t = 1, 2, \dots, T \quad (6.5)$$

Com:

$Y_0 \rightarrow$ valor inicial

$$\Delta Y_t = \alpha + \varepsilon_t$$

A solução para (6.5) é dada por $Y_t = Y_0 + \sum_{i=1}^t \Delta Y_i$, ou seja, $Y_t = Y_0 + \alpha t + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$. O processo ΔY_t é um processo estacionário de raiz unitária 1, com valor esperado $E[Y_t] = Y_0 + \alpha t$ e com variância $V[Y_t] = t \cdot \sigma^2$

O processo descrito em (6.5) tem as seguintes características:

1. O valor inicial Y_0 mantém-se no processo;
2. A parte estocástica das inovações ε_t está associada a um processo de *random walk*;
3. A constante α fica associada à tendência linear de Y_t , ou seja, o processo é considerado um *radom walk* com *drift*;
4. A variância de Y_t cresce em função de t ;
5. O processo não tem um atractor, isto é, os choques têm efeito permanente.

[Figura 12] apresenta graficamente um choque com efeitos temporários (gráfico esquerdo) e um choque com efeitos permanentes (gráfico direito).



Os dois testes base utilizados para avaliar a estacionaridade da série partem de hipóteses nulas opostas:

- ⤴ No teste ADF a hipótese nula é de que Δy_t contém uma raiz unitária, ou seja, o processo da série original y_t é não estacionário;
- ⤴ No teste KPSS a hipótese nula é de que y_t é estacionária.

A conjugação destes dois testes com hipóteses nulas divergentes entre si aumenta a robustez dos resultados dos mesmos. Estes são disponibilizados no Quadro 4.

Quadro 4 – Testes de estacionaridade da amostra

Teste de Raízes Unitárias		
	ADF	KPSS
Constante + Tendência	(-81,62404)**	0,071821

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%. Número de *lags* utilizados para ambos os testes:2

Verificamos que o resultado DF_t [B.6] apresenta um valor negativo estatisticamente significativo {-81,62404}. Este resultado da estatística DF_t faz rejeitar a hipótese nula, uma vez que é muito menor que {-3,96}, valor crítico da tabela de Dickey-Fuller para distribuições *t de Student* com tendência e mais de 500 observações [Tabela 8]. Com a rejeição da hipótese nula conclui-se que a série é estacionária.

O resultado do teste KPSS [B.7] é também estatisticamente significativo, uma vez que não ultrapassa o valor de {0,216}. Este último está definido como sendo o valor máximo que a estatística KPSS pode assumir para um nível de significância de 1% sem rejeitar a hipótese nula [Tabela 9]. Os dois testes de raízes unitárias são assim convergentes apontando para que a amostra estudada seja estacionária. Está assim verificado o primeiro pressuposto que nos permite aplicar modelos *ARCH* à amostra.

6.4.2 Auto correlação dos resíduos

Testar a presença ou ausência de correlação serial nos resíduos é fundamental para poder garantir que os coeficientes do modelo ajustado possam ser os adequados para descrever a dinâmica da série. Com efeito, presença de correlação serial (auto correlação ou auto correlação

parcial) nos resíduos pode diminuir a precisão da capacidade preditiva do modelo, uma vez que não garante que sejam encontrados os melhores estimadores. Pelo quadro 3 vemos que os testes que captam presença (ou não) de correlação serial são os *Ljung-Box (Q)* [B.8] e o Breusch-Godfrey (*BG*). Em ambos a hipótese nula H_0 é a de que não há auto correlação, ou seja, as observações são aleatórias e independentes.

O correlograma apresentado no quadro 5 mostra o resultado do *Ljung-Box (Q)* teste. Podemos verificar que a H_0 é rejeitada, pois a probabilidade de não haver auto correlação é zero (coluna “Prob”) para todos os 36 desfasamentos.

Quadro 5 – Correlograma da auto correlação dos resíduos
Fonte: Elaboração própria

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.036	0.036	9.5116	0.002
		2	-0.007	-0.008	9.8438	0.007
		3	-0.017	-0.017	12.027	0.007
		4	-0.015	-0.014	13.642	0.009
		5	-0.015	-0.014	15.176	0.010
		6	-0.023	-0.022	18.908	0.004
		7	0.016	0.017	20.859	0.004
		8	-0.008	-0.010	21.314	0.006
		9	0.011	0.011	22.170	0.008
		10	-0.004	-0.006	22.311	0.014
		11	0.019	0.019	24.890	0.009
		12	-0.010	-0.011	25.603	0.012
		13	0.024	0.026	29.795	0.005
		14	0.033	0.031	37.589	0.001
		15	0.026	0.025	42.595	0.000
		16	0.013	0.012	43.877	0.000
		17	-0.004	-0.001	43.969	0.000
		18	-0.007	-0.006	44.323	0.001
		19	0.004	0.008	44.418	0.001
		20	-0.001	-0.001	44.425	0.001
		21	0.010	0.012	45.212	0.002
		22	-0.004	-0.006	45.319	0.002
		23	-0.027	-0.027	50.719	0.001
		24	-0.001	-0.000	50.728	0.001
		25	-0.004	-0.005	50.835	0.002
		26	0.023	0.022	54.770	0.001
		27	0.003	-0.000	54.841	0.001
		28	-0.023	-0.026	58.592	0.001
		29	-0.009	-0.010	59.227	0.001
		30	0.022	0.022	62.849	0.000
		31	-0.009	-0.012	63.464	0.001
		32	0.009	0.011	64.027	0.001
		33	-0.013	-0.015	65.335	0.001
		34	0.004	0.005	65.475	0.001
		35	0.006	0.005	65.725	0.001
		36	-0.010	-0.009	66.483	0.001

Concluimos desta forma que, como os valores são estatisticamente significativos a um nível de significância de 1%, podemos deduzir que há auto correlação nos resíduos da regressão.

Como forma de corroborar o resultado obtido efetua-se o teste de Breusch-Godfrey (*BG*); O quadro 6 apresenta as estatísticas F e χ^2 obtidas.

Quadro 6 – Teste de *BG* à auto correlação dos resíduos

Fonte: Elaboração própria

Teste de Breusch-Godfrey		
	Estatística <i>F</i>	Estatística χ^2
	4,996692 **	9,983646 **

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%.

Número de lags utilizados para ambos os testes: 2

Constata-se que para um nível de significância de 1% é rejeitada a hipótese nula, o que revela a presença de auto correlação. Em virtude de não estar satisfeita uma das condições para a estimação do nosso modelo, vai ser necessário o recurso a variáveis desfasadas, matéria que apresentaremos adiante.

6.4.3 Heterocedasticidade

Finalmente testa-se a heterocedasticidade, dado que só faz sentido usar modelos econométricos da família *ARCH* se a variância dos dados da série não for constante. Para o efeito utilizámos o teste *ARCH-LM* de Engle (1982) e teste McLeod e Li (1983); este último é aplicado ao quadrado dos resíduos. O resultado do primeiro teste está abaixo traduzido no quadro 7 e o do segundo teste no quadro 8. Em ambos as hipóteses nulas H_0 são de ausência de heterocedasticidade.

Quadro 7 – Teste à heterocedasticidade dos resíduos

Fonte: Elaboração própria

Teste <i>ARCH-LM</i> das rendibilidades		
	Estatística <i>F</i>	Estatística χ^2
	92,91825 **	91,75461 **

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%.

Número de lags utilizados para ambos os testes: 2

Os resultados apresentam valores estatisticamente significativos a um nível de significância de 1%, rejeitando a hipótese nula de que não há presença de heterocedasticidade. Com a rejeição da hipótese nula assume-se implicitamente a presença de variância nos resíduos da série.

Para reforçar o resultado anterior é habitual efetuar o teste de McLeod e Li (1983). Este teste tem por base o já conhecido *Ljung-Box (Q)*, só que incidente sobre o quadrado dos resíduos. Assim, de forma análoga, pretende-se verificar que não há correlação de magnitude relevante para um conjunto indiferenciado e significativo de desfasamentos (na série original em §6.4.2 usaram-se 36 desfasamentos). Resultado do teste apresentado no correlograma do quadro 8.

Quadro 8 – Correlograma do quadrado dos resíduos
Fonte: Elaboração própria

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.113	0.113	91.792	0.000
		2	0.057	0.045	115.50	0.000
		3	0.186	0.177	363.68	0.000
		4	0.075	0.036	403.92	0.000
		5	0.175	0.156	623.40	0.000
		6	0.123	0.062	732.46	0.000
		7	0.034	-0.007	740.88	0.000
		8	0.051	-0.013	759.41	0.000
		9	0.049	-0.001	776.41	0.000
		10	0.051	0.011	795.44	0.000
		11	0.025	-0.016	800.07	0.000
		12	0.032	0.012	807.50	0.000
		13	0.041	0.022	819.79	0.000
		14	0.040	0.025	831.47	0.000
		15	0.038	0.015	841.64	0.000
		16	0.026	0.006	846.42	0.000
		17	0.041	0.022	858.38	0.000
		18	0.032	0.006	865.93	0.000
		19	0.029	0.005	871.83	0.000
		20	0.049	0.025	889.42	0.000
		21	0.088	0.071	945.51	0.000
		22	0.038	0.007	955.75	0.000
		23	0.015	-0.015	957.34	0.000
		24	0.047	0.012	973.13	0.000
		25	0.038	0.008	983.75	0.000
		26	0.048	0.014	1000.7	0.000
		27	0.042	0.006	1013.2	0.000
		28	0.031	0.015	1020.4	0.000
		29	0.055	0.032	1042.4	0.000
		30	0.075	0.048	1083.3	0.000
		31	0.039	0.005	1094.1	0.000
		32	0.040	0.010	1105.6	0.000
		33	0.039	0.001	1116.5	0.000
		34	0.074	0.042	1156.4	0.000
		35	0.043	-0.004	1169.9	0.000
		36	0.042	0.012	1182.5	0.000

Uma leitura ao quadro aponta para a rejeição da hipótese nula indicando estar-se na presença de heterocedasticidade, facto que permite a aplicação de modelos *ARCH* à amostra.

6.4.4 Análise dos resíduos do modelo AR(p)

Referenciámos em §6.4.2 que pelo facto de haver correlação em série dos dados da amostra teria que se proceder a um ajuste da série original através de desfasamentos, originando um modelo auto regressivo. Os gráficos 11 e 12 apresentam as funções auto correlação e a auto

correlação parcial da série das rendibilidades cujos valores nominais constam no quadro 5. É de fácil verificação que logo no segundo desfasamento a função auto correlação muda de sinal e assume um valor significativamente baixo. Por essa razão, o modelo para a série das rendibilidades transformada será um modelo de primeira ordem – AR(1).

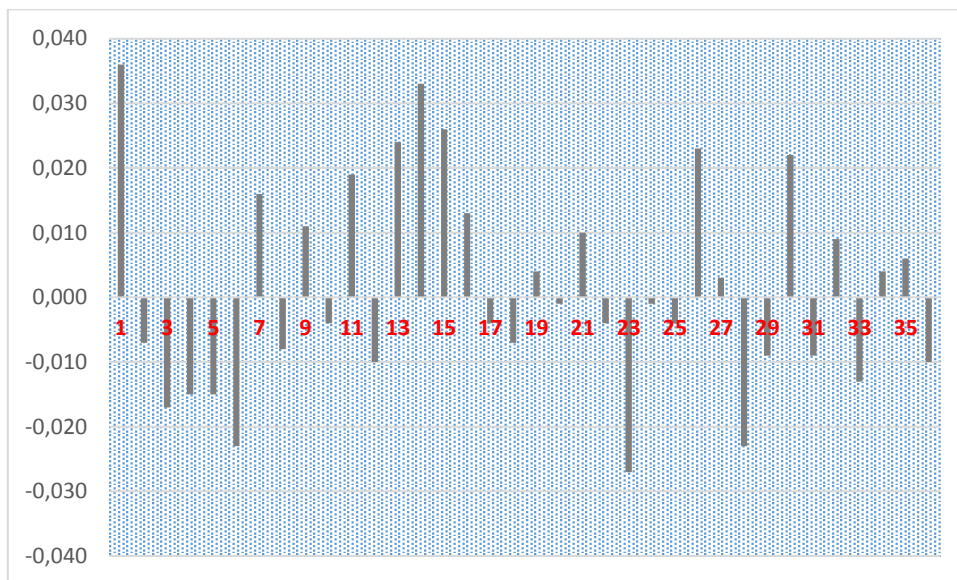


Gráfico 11 – Auto correlação dos resíduos da série até 36 desfasamentos

Fonte: Elaboração própria

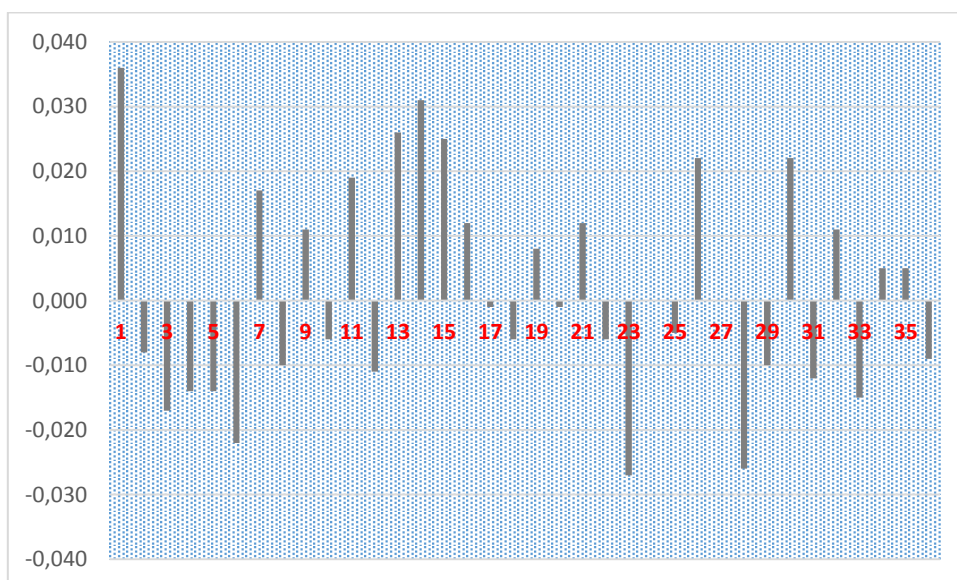


Gráfico 12 – Auto correlação parcial dos resíduos da série até 36 desfasamentos

Fonte: Elaboração própria

Este tipo de modelos (auto regressivos) assenta no princípio de fazer depender a observação seguinte da que imediatamente a antecede, ponderada por fator ϕ , e acrescida da componente de erro ε . Matematicamente o modelo pode ser escrito da seguinte forma:

$$y_t = \omega + \sum_{i=1}^p \phi y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (6.6)$$

Com:

ω → Constante

ε_t → Erro que se pressupõe ruído branco

Como o modelo escolhido através da análise às auto correlação e auto correlação parcial foi de primeira ordem – AR(1) – a equação transformada das rendibilidades é dada por:

$$y_t = \omega + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (6.7)$$

O quadro 9 exhibe as estatísticas descritivas do modelo AR(1).

Quadro 9 – Estatística descritiva dos resíduos do modelo AR(1)

Fonte: Elaboração própria

Estatísticas descritivas modelo dos resíduos AR(1)				
Média	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Teste de J-B
1,52E-19	0,00961	-0,736039	19,10795	78151,93**

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%. J-B refere-se ao teste Jarque Bera

A média e o desvio padrão têm valores muito baixos, bastante próximos de zero. Comparando estas duas estatísticas torna-se perceptível que a série tenha um coeficiente de variação muito significativo, dada a diferença de magnitude entre desvio padrão e média.

Assimetria negativa sinaliza que a distribuição é enviesada à esquerda, o parâmetro da curtose aponta para uma distribuição leptocúrtica, ou seja, não segue um padrão normal. O teste Jarque-Bera comprova a não normalidade evidenciada pelo excesso de curtose, uma vez que rejeita a

hipótese nula H_0 de normalidade com um nível de significância de 1%. O histograma mostrado no gráfico 13 dá suporte visual gráfico das características que acabámos de descrever.

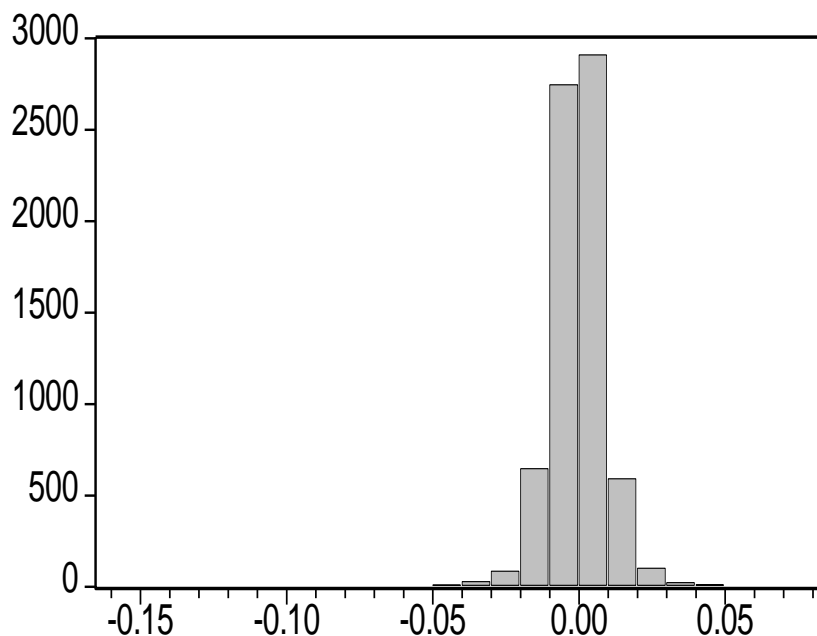


Gráfico 13 – Histograma dos resíduos do modelo AR (1)

Fonte: Elaboração própria

À semelhança do que foi feito na série inicial não transformada, tem que se voltar a verificar a presença ou ausência de auto correlação nos ruídos no modelo AR(1). Caso esta se mantenha, terá que ser encontrada uma nova ordem autorregressiva superior, de modo a serem obtidos os melhores estimadores para a equação do modelo. Usam-se novamente os testes de Ljung-Box e Breusch-Godfrey para tentar captar a auto correlação. No quadro 10 é mostrado o correlograma do teste *Ljung-Box* (Q).

Quadro 10 – Correlograma dos resíduos do modelo AR (1)

Fonte: Elaboração própria

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.000	0.000	0.0006	0.980
		2	-0.008	-0.008	0.4083	0.815
		3	-0.017	-0.017	2.4105	0.492
		4	-0.014	-0.014	3.7937	0.435
		5	-0.013	-0.014	5.0590	0.409
		6	-0.023	-0.023	8.8280	0.183
		7	0.018	0.017	11.064	0.136
		8	-0.009	-0.010	11.642	0.168
		9	0.011	0.011	12.581	0.182
		10	-0.006	-0.006	12.800	0.235
		11	0.019	0.019	15.529	0.160
		12	-0.012	-0.012	16.491	0.170

A hipótese nula H_0 de não auto correlação não é rejeitada. Para isso contribuem as probabilidades elevadas e os valores não significativos inscritos nas colunas de auto correlação e auto correlação em série. Pode desta forma dizer-se que o modelo AR(1) captou dependência linear na média.

O teste de Breusch-Godfrey permitiu tirar as mesmas conclusões; resultados apresentados no quadro 11.

Quadro 11 – Teste de auto correlação aplicado ao modelo AR (1)

Fonte: Elaboração própria

Teste de Breusch-Godfrey aplicado ao modelo AR (1)		
	Estatística F	Estatística χ^2
	1,28169	12,81544

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%.

Número de lags utilizados para ambos os testes: 2

A hipótese nula H_0 de não existência de auto correlação não é rejeitada, uma vez que os valores das estatísticas F e χ^2 não apresentam significância estatística. Conclui-se assim que devido à inexistência de auto correlação dos resíduos da série, o modelo AR(1) é suficiente para captar todos os pressupostos necessários para a modelização da série com modelos *ARCH*.

6.4.5 Estimação dos modelos AR(1)-GARCH(1,1), AR(1)-IGARCH(1,1) e AR(1)-FIGARCH(1,1)

O quadro 12 sumariza os parâmetros estimadores de cada um dos modelos auto regressivos ensaiados. Optámos por uma distribuição de t de *Student*, uma vez que pelo quadro 9 já tinha sido evidenciada a não normalidade da série AR(1) – assimetria negativa de 0,736039 e curtose excessiva 19,10795.

Todos os coeficientes são estatisticamente significativos com um nível de significância de 1% e a distribuição t de *Student* revela ser adequada para capturar o comportamento estatístico das rendibilidades do *Brent*.

Quadro 12 – Estimadores dos modelos AR (1) *GARCH* (1,1); AR (1) *IGARCH* (1,1) e AR (1) *FIGARCH* (1,1)

Fonte: Elaboração própria

Estimadores dos modelos AR(1)					
	$\hat{\omega}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	d	t de Student
GARCH (1,1)	0,005556 **	0,061612 **	0,93422 **		6,091228 **
IGARCH (1,1)	0,004345 **	0,06509 **	0,93491 **		5,843218 **
FIGARCH (1,1)	0,611331 **	0,211584 **	0,562795 **	0,428208	6,261013 **

Notas: ** Denota um nível de significância de 1% *Denota nível de significância de 5%

Por outro lado, os coeficientes do modelo simétrico AR(1)-*GARCH*(1,1) são todos positivos o que, em conjugação com o nível da sua significância estatística, aponta para a existência de *clusters* de volatilidade, facto já comprovado anteriormente na descrição detalhada da amostra. A soma dos estimadores $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ no modelo AR(1)-*GARCH*(1,1) deixam sinais de existência de propriedades de persistência na série, uma vez que totaliza 0,995832, ou seja, muito próximo da unidade (1). Por essa razão é também estimado um modelo AR(1)-*IGARCH* (1,1). Este modelo apresenta no entanto a desvantagem de considerar a memória longa infinita.

Para verificar se os modelos acima descritos capturam efeitos *ARCH* deixamos no quadro 13 o resultado do teste *ARCH-LM* aos resíduos.

Quadro 13 – Teste *ARCH-LM* aos resíduos dos modelos AR (1) *GARCH* (1,1), AR (1) *IGARCH* (1,1) e AR (1) *FIGARCH* (1,1)

Fonte: Elaboração própria

Teste <i>ARCH-LM</i> aos resíduos dos modelos AR(1)			
	<i>GARCH</i> (1,1)	<i>IGARCH</i> (1,1)	<i>FIGARCH</i> (1,1)
Estatística F	2,3497	2,2407	0,32821

Notas: ** Denota um nível de significância de 1%. Número de lags: 2

Com a hipótese nula H_0 de inexistência de heterocedasticidade, o teste sinaliza a não rejeição da mesma, dado que a estatística F não tem valores estatisticamente significativos em nenhum dos casos. Assim sendo, os três modelos usados para capturar este fenómeno são os adequados, justificando-se assim a necessidade do uso de modelos de heterocedasticidade condicionada.

Sumarizando até aqui, temos um modelo AR(1)-*GARCH*(1,1) normalmente associado à existência de memória curta por um lado, e um modelo AR(1)-*IGARCH*(1,1) que assume a existência de memória longa infinita. Como nenhum dos dois pressupostos parece à priori pouco realista, estimou-se um modelo AR(1)-*FIGARCH* que considera um nível intermédio de memória longa, nível que é traduzido pelo coeficiente \underline{d} . Este modelo *FIGARCH* pode exibir características de um modelo *GARCH* quando $\underline{d}=0$, ou características de um modelo *IGARCH* quando $\underline{d}=1$.

O resultado obtido com a estimação AR(1)-*FIGARCH* (1, \underline{d} , 1) exibe um nível de memória longa intermédio de 0,428208, dado saber-se que $0 \leq \underline{d} \leq 1$. Segundo Bentes (2012), há autores que consideram o valor de 0,5 como um *threshold*⁹² indicador de forte dependência temporal na memória longa da volatilidade. Assim sendo, $\underline{d} < 0,5$ revela dependência temporal menos pronunciada, mas ainda assim presente. Esta classificação tem a vantagem de simplificar a formação de dois grupos distintos de acordo com a intensidade da persistência aos choques da série. Podemos deste modo concluir que os choques na volatilidade das rendibilidades do Brent tendem a persistir por um certo tempo, revelando a existência de memória nesta série temporal. São a seguir deixados três gráficos que refletem os histogramas do comportamento dos resíduos de cada um dos modelos; em todos eles se pode confirmar graficamente que a distribuição *t* de *student* é adequada para capturar o seu tratamento estatístico, e que nenhuma das distribuições respeita o padrão das distribuições Gaussianas (representadas pela linha vermelha).

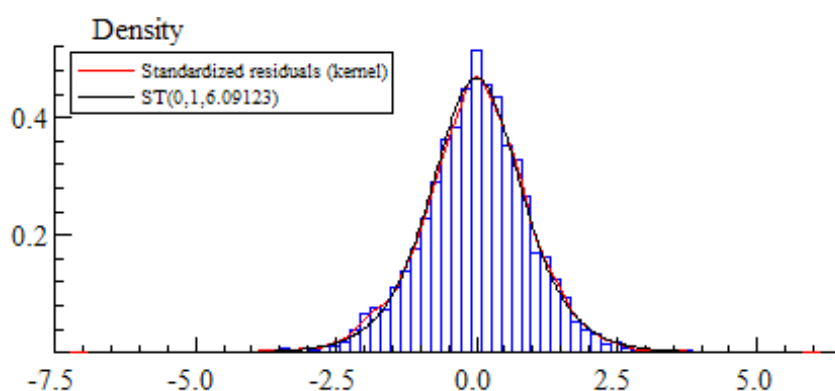


Gráfico 14 – Histograma dos resíduos do modelo AR (1) *GARCH* (1,1)

Fonte: Elaboração própria

⁹² Valor a partir do qual (após a sua excedência) se considera que estão reunidas condições para que se produzam efeitos que se pretendem captar.

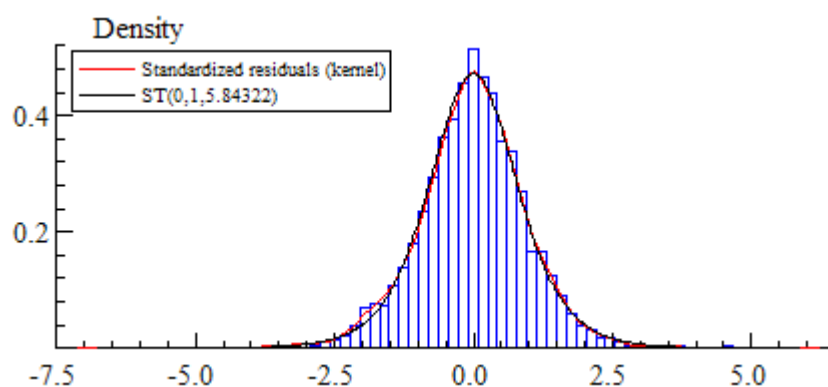


Gráfico 15 – Histograma dos resíduos do modelo AR (1) *IGARCH* (1,1)

Fonte: Elaboração própria

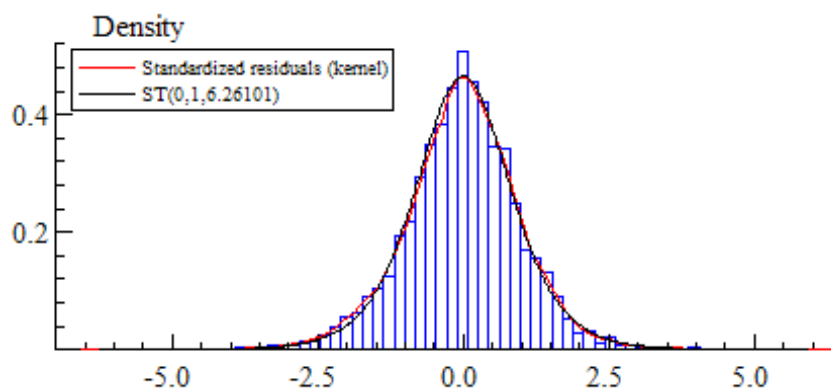


Gráfico 16 – Histograma dos resíduos do modelo AR (1) *FIGARCH* (1,*d*,1)

Fonte: Elaboração própria

7 Resumo e conclusões

Desde os trabalhos seminais de Mandelbrot (1963(a),(b)) e de Fama (1965) que os *clusters* de volatilidade estão identificados nas series financeiras, ou seja, está evidenciado desde então haver fenómenos intrínsecos ao funcionamento eficiente dos mercados que agrupam a volatilidade no tempo. Este padrão de comportamento, associado à incerteza gerada pela própria volatilidade, foi o precursor de todo um conjunto de trabalhos de investigação que se lhe seguiram, na tentativa de modelizar o comportamento da variância nas series financeiras. Atendendo a que variância representa incerteza, a relação direta entre valor esperado da rendibilidade de um ativo financeiro e o risco a ele associado está postulada em inúmeros estudos sobre volatilidade (Baillie e De Genaro, 1990; French [et. al], 1987; Heston, 1987; Glosten [et. al], 1993; Poon e Granger, 2003, entre muitos outros). A identificação desta relação direta conduziu a que a volatilidade tivesse permitido lançar uma das pedras basilares do corpo da moderna teoria financeira, uma vez que previsões acertadas sobre volatilidade futura são um fator crítico para a implementação e validação de teorias sobre valorização de ativos (Andersen e Bollerslev, 1998(a)(b)).

É com Engle (1982) que os modelos econométricos introduzem a volatilidade condicionada como uma variável explicativa que contribuisse para previsibilidade dos dados futuros da série. Esta nova visão veio revolucionar a metodologia tradicional dos modelos auto regressivos baseados em cotações passadas e nos resíduos das regressões lineares que os explicavam, uma vez que um dos pressupostos básicos vertidos nos modelos econométricos de regressão linear vigentes não estava a ser observado empiricamente: a existência de homocedasticidade nos resíduos. Segundo Andersen e Bollerslev (1998)(a)(b), a eficácia dos modelos auto regressivos de volatilidade condicionada na obtenção de parâmetros de estimação não se cinge apenas à modelação *in-sample*, ou à deteção de persistência intemporal da volatilidade, mas conseguem também fornecer boas estimativas de volatilidade *out-of-sample* futura. Esta característica dos estimadores assume uma relevância central no âmbito da gestão do risco (VaR), sobretudo após a publicação do primeiro acordo da *Basle Committee*⁹³ em 1996.

Desde o primeiro modelo da família *ARCH* de Engle que o seu aprimoramento e o constante desenvolvimento de novas capacidades preditivas mais ajustadas aos factos empíricos tem sido

⁹³ Documento que aponta duas formas alternativas para medir o risco de mercado (disponível em <http://www.bis.org/publ/bcbs24.htm>)

uma realidade observada dentro e fora das comunidades científica e académica. Um dos campos de investigação teve o intuito de verificar a persistência (ou memória longa) dos dados de uma série. Manifestações de persistência caracterizam-se pelo *decay* hiperbólico na auto correlação do quadrado das rendibilidades da série, ou dos seus valores absolutos, fenómeno inicialmente identificado em Taylor (1986).

É em Granger (1980) e Hosking (1981) que é proposto o primeiro modelo que identifica persistência nas séries financeiras. No entanto, este modelo fracionário (*ARFIMA*) identifica persistência em relação à média condicional, não contemplando ainda modelização de persistência relativamente à volatilidade condicional. Só mais tarde com Baillie [et. al.] (1996) é proposto em definitivo o modelo fracionário de volatilidade condicional *FIGARCH* (p, d, q).

O nosso trabalho consistiu em identificar presença ou ausência de memória longa nos dados de uma série relacionada com as cotações de fecho do *Brent*. Os modelos utilizados foram o *IGARCH* (p, q) e *FIGARCH* (p, d, q), de Engle e Bollerslev (1986) e Baillie [et. al.] 1996, respetivamente. Para comparabilidade julgou-se pertinente obter os estimadores dos modelos *ARCH* (p) de Engle (1982) e *GARCH* (p, q) de Bollerslev (1986). Os dados foram recolhidos da base de dados do *US Department of Energy*⁹⁴ e dizem respeito às cotações de fecho diárias do *Europe Brent Crude Oil Spot Price FOB*. Consistem em 7175 observações, a primeira registada numa Segunda-feira, 06 de Julho de 1987, e a última registada numa Sexta-feira, 02 de Janeiro de 2015. Nos dias de semana em que os mercados estiveram fechados foi calculada e atribuída uma cotação através de uma interpolação linear entre a cotação anterior e a cotação posterior.

As rendibilidades do *Brent* foram calculadas conforme o proposto inicialmente em Mandelbrot (1963)(a), através da diferença do logaritmo de duas cotações nominais sucessivas. As estatísticas descritivas dos dados evidenciaram os tradicionais factos estilizados das séries financeiras, designadamente a assimetria e o excesso de curtose; estes factos estilizados demonstraram que a distribuição das rendibilidades não tem características gaussianas. Por outro lado, o *plot* das mesmas exhibe diversos períodos onde a variabilidade em relação à sua magnitude se concentra, ou sejam, os *clusters* de volatilidade.

⁹⁴ Disponível em https://www.quandl.com/#/data/DOE/RBRTE-Europe-Brent-Crude-Oil-Spot-Price-FOB?utm_medium=graph&utm_source=quandl – na procura dos dados usar código DOE/RBRTE.

Em determinados períodos, designadamente 2008 e 2014, conseguem-se tornar evidentes os efeitos de *leverage* nos moldes inicialmente definidos por Black (1976). Com efeito, às fortes descidas das cotações verificadas nestes dois anos está associada uma fortíssima componente de volatilidade nas rendibilidades. Por outro lado, o *rácio* entre as amplitudes máximas nominais em cada ano e o respetivo desvio padrão anualizado das cotações apresenta-se praticamente estável em torno de 4,4 durante todo o período da amostra, abrindo campo ao estudo de *impulse response functions*⁹⁵ relacionadas com as cotações nominais do *Brent*. Os mais recentes modelos de *agent based models*⁹⁶ podem contribuir para uma maior facilidade no estudo destas matérias, uma vez que são modelos definidos em “ambientes laboratoriais informáticos” que permitem maior focalização nas variáveis em observação.

Com a estimação do modelo *GARCH* (p, q) é logo sinalizada a existência de memória longa na série, uma vez que o somatório dos estimadores se aproxima bastante da unidade ($\hat{\alpha} + \hat{\beta} \cong 1$). Assim sendo, são estimados os parâmetros dos modelos *IGARCH* (p, q) e *FIGARCH* (p, d, q), evidenciando o parâmetro \underline{d} do último a existência de um nível intermédio de memória ($\underline{d} = 0,428208$). Por outro lado, a relação entre os estimadores $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, bastante similar entre os modelos *GARCH* (p, q) e *IGARCH* (p, q), é bastante alterada ($\hat{\beta}$ passa de 0,93 para 0,56) quando se introduzem os desfasamentos fracionários do modelo *FIGARCH* (p, d, q). Este fenómeno dá sinalização de que com a introdução de desfasamentos fracionários o modelo explicativo ficou a depender bastante menos de σ^2_{t-1} , ou seja, perdeu dependência explicativa do quadrado da variância passada que, segundo Salisu e Fasania (2013), indica que a componente de curto-prazo da volatilidade é mais fraca.

Por comparação a outros estudos sobre persistência nas cotações do *Brent* (Kang [et. al.], 2009; Charles e Darné, 2014; Mensi [et. al.], 2014), o resultado por nós obtido para o parâmetro \underline{d} está em linha com a relevância apresentada pelos demais, uma vez que o intervalo dos resultados nestes trabalhos varia entre 0,338 em Kang [et. al.] (2009) e 0,653 em Charles e Darné (2014). Para isso terá naturalmente contribuído os diferenciados períodos em que incidiram as análises de cada trabalho, bem como a modelização ou não com *structural breaks* e a eliminação dos *outliers* da série. A compilação e harmonização de todos os resultados obtidos nos diversos trabalhos

⁹⁵ Funções de resposta ao impulso; São funções que medem a reação (e velocidade da mesma) da série a um determinado efeito que é gerado.

⁹⁶ Tradução livre do autor: modelos baseados em agentes

que usaram modelos *FIGARCH* (p,d,q) para deteção de persistência na série do *Brent* pode revelar-se um desafio interessante, na eventualidade de permitir trazer a lume alguns factos que até agora possam permanecer inexplicados. Não será esta a sinalização que deixamos para trabalhos subsequentes no próximo capítulo mas sentimo-nos tentados a revisitá-lo, abordando-o naturalmente de uma forma mais aprofundada, porventura inclusive em articulação com metodologia *R/S* associada ao expoente de Hurst.

8 Estudos subsequentes

No decurso da revisão da literatura feita nos capítulos 3 e 5 apresentámos as diversas origens de volatilidade, os fatores que a influenciam, assim como os efeitos que lhe estão associados. No caso da série analisada – o *Brent* – vimos diversos estudos a evidenciar o impacto que os choques nas cotações têm noutras variáveis económicas, tais como o consumo das famílias, produção industrial, maior / menor crescimento do PIB em determinadas economias, podendo também por isso influenciar taxas de juro, taxas de câmbio, ou até a existência de finanças públicas mais ou menos saudáveis por parte dos Estados. A propósito de finanças públicas saudáveis refira-se a recente notícia (Dezembro de 2015) que seis países do Golfo Pérsico vão pela primeira vez tributar as despesas de consumo dos seus cidadãos, medida motivada sobretudo pela quebra acentuada e prolongada dos preços do petróleo nos mercados internacionais. Com efeito, Arabia Saudita, Qatar, Kuwait, Omã, Bahrein e os Emirados Árabes Unidos vão introduzir ao longo dos próximos três anos um imposto com um princípio de taxaço semelhante ao do IVA. Este novo posicionamento fiscal representa uma inversão da política até agora vigente nestes países, que, por via das receitas do petróleo, nunca sentiram necessidade de taxar os seus cidadãos para financiar as despesas do Estado.

A correta previsão sobre a evolução futura dos preços de uma matéria-prima da importância do petróleo pode tornar-se um fator chave diferenciador no sucesso de algumas empresas, bem como o garante de que as estratégias definidas por determinadas instituições reguladoras da liquidez dos mercados financeiros sejam as mais acertadas. Segundo Alquist e Kilian (2010), é política comum de diversos bancos centrais e do FMI utilizar o preço dos futuros NYMEX do petróleo como um indicador das expectativas de mercado para o valor esperado *spot* do *crude oil*. Estas previsões de preços *spot* futuros são tomadas como variáveis de *input* em modelos macroeconómicos usados por aquelas entidades, tendo em vista poder definir as estratégias mais adequadas para o controlo do valor das moedas e da liquidez dos mercados monetários. O BCE, por exemplo, utiliza as cotações de futuros do petróleo para construir um modelo previsional da evolução dos valores da inflação e dos *output-gaps*⁹⁷, determinando assim a sua ação no que

⁹⁷ *Output gap* é uma medida económica que compara o produto real gerado num espaço económico com aquele que pode ser gerado numa situação de máxima eficiência, ou de esgotamento total da capacidade instalada. Pode ser positivo ou negativo. Quando estamos na sua presença sinaliza que o ritmo de geração de riqueza na economia está a ser ineficiente, quer exaurindo os recursos por sobre aproveitamento, quer deixando capacidade instalada por utilizar.

diz respeito às políticas monetárias que vai seguir. Analogamente, o FMI baseia-se nas cotações dos futuros do crude como preditor dos preços *spot* no futuro.

Lutz e Murphy (2014) referem como comumente aceite pela literatura económica estar atribuída aos especuladores a responsabilidade pelo continuado aumento dos preços do petróleo entre 2003 e 2008, especialmente o acentuado aumento registado em 2007/2008. Segundo eles, a interpretação padronizada para este fenómeno é: (i) houve um influxo anormal de investidores que tradicionalmente não realizavam os seus investimentos no setor petrolífero e que entraram no mercado de futuros; (ii) este influxo de investidores colocou uma pressão em alta das respetivas cotações; (iii) aquela pressão em alta fez-se reproduzir no mercado *spot*, originando a curva ascendente nos preços registada no período.

Vemos assim a importância que o mercado de futuros assume, também pela via da influência que pode exercer sobre o mercado *spot* da mesma *commodity*.

Uma das possíveis extensões deste estudo pode passar por verificar se o mercado de futuros apresenta as mesmas características de memória longa que o mercado *spot*, e até que ponto o melhor modelo previsional de volatilidade *out-of-sample* no mercado de futuros se aproxima ou distancia do melhor modelo previsional de volatilidade *out-of-sample* no mercado *spot*.

Bibliografia

- ABOURA, Sofiane; CHEVALLIER, Julien – Leverage vs. feedback: Which Effect drives the oil market? *Finance Research Letters*. ISSN 1544-6123. 10:3 (2013) 131-141.
- AHMED, Huson J. A.; BASHAR, Omar H.; WADUD, I. Mokhtarul. – The transitory and permanent volatility of oil prices: What implications are there for the US industrial production?. *Applied Energy*. ISSN 0306-2619. 92:1 (2012) 447-455.
- ALDRIGHI, Dante M.; MILANEZ, Daniel Y. – Finança comportamental e a hipótese dos mercados eficientes. *Revista de Economia Contemporânea*. ISSN 1980-5527. 9:1 (2005) 41-72.
- ALQUIST, Ron; KILIAN, Lutz – What do we learn from the price of crude oil futures?. *Journal of Applied Econometrics*. ISSN 1099-1255. 25:4 (2010) 539-573.
- ALVAREZ-RAMIREZ, José; CISNEROS, Myriam; IBARRA-VALDEZ, Carlos; SORIANO, Angel – Multifractal Hurst analysis of crude oil prices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. ISSN 0378-4371. 313:3-4 (2002) 651-670.
- ANDERSEN, Torben G.; BOLLERSLEV, Tim – Answering the critics: Yes, ARCH models do provide good volatility forecasts. *International Economic Review*. ISSN 0020-6598. 39:4 (1998)(a) 885-905.
- ANDERSEN, Torben G.; BOLLERSLEV, Tim – Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International economic review*. ISSN 0020-6598. 39:4 (1998)(b) 885-905.
- ANGELIDIS, Thimoteos; DEGIANNAKIS, Stravros; FILIS, George – US stock market regimes and oil price shocks. *Global Finance Journal*. ISSN 1044-0283. 28:1 (2015) 132-146.
- AYE, Goodness C.; DADAM, Vincent; GUPTA, Rangan; MAMBA, Bonginkosi – Oil Price Uncertainty and Manufacturing Production. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 43:1 (2013) 41-47.
- BAI, Xuezheng; RUSSELL, Jeffrey R.; TIAO, George C. – Kurtosis of GARCH and stochastic volatility models with non-normal innovations. *Journal of Econometrics*. ISSN 0304-4076. 114:2 (2003) 349-360.
- BAILLIE, Richard T. – Long memory processes and fractional integration in econometrics. *Journal of Econometrics*. ISSN 0304-4076. 73:1 (1996) 5-59.

- BAILLIE, Richard T.; BOLLERSLEV, Tim; MIKKELSEN, Hans O. - Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroscedasticity (abstract). *Journal of Econometrics*. ISSN 0304-4076. 74:1 (1996) 3-30.
- BAILLIE, Richard T.; DEGENNARO, Ramon P. – Stock returns and volatility. *Journal of financial and Quantitative Analysis*. ISSN 0022-1090. 25:2 (1990) 203-214.
- BANDIVADEKAR, Snehal; GHOSH, Saurabh – Derivatives and volatility on Indian stock markets. *Reserve Bank of India Occasional Papers*. 24:3 (2003) 187-201.
- BENTES, Sónia R.; MENEZES, Rui; MENDES, Diana A. Long memory and volatility clustering: Is the empirical evidence consistent across stock markets?. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. ISSN 0378-4371. 387:15 (2008) 3826-3830.
- BENTES, Sónia R.; MENEZES, Rui – (2012). Entropy: A new measure of stock market volatility?. *Journal of Physics: Conference Series*. ISSN 1742-6596. 394:1 (2012).
- BENTES, Sónia R.; FERREIRA, Nuno – A FIGARCH Approach to Stock Market Volatility: Evidence from Portugal, Ireland, Italy, Greece and Spain. *Review of Accounting and Finance*. ISSN 1475-7702. 12: 1 (2013) 23-43
- BENTES, Sónia R. – Measuring persistence in stock market volatility using the FIGARCH approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. ISSN 0378-4371. 408:1 (2014) 190-197.
- BENTO, J. F. Murteira – **Análise Exploratória de Dados – Estatística Descritiva**. 1ª Ed. MacGraw-Hill de Portugal Lda, Lisboa: 1993. ISBN 972-9241-25-2.
- BERNANKE, Ben S. – Irreversibility, Uncertainty, and Cyclical Investment. *Quarterly Journal of Economics*. ISSN 1531-4650. 97:1 (1983) pp. 85-106.
- BLACK, Fisher – An equilibrium model of the crash. *National Bureau of Economical Research*. ISBN 0-262-06119-8. 3:1 (1988) 269-276.
- BOLLERSLEV, Tim – Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*. ISSN: 0304-4076. 31:3 (1986) 307-327.
- BOLLERSLEV, Tim – Glossary to ARCH (GARCH). In **Volatility and Time Series Econometrics: Essays in Honour of Robert F. Engle**. Oxford University Press, 2010. ISBN 978-0-19-954949-8.

- BOLLERSLEV, Tim; MIKKELSEN, Hans O. – Modeling and pricing long memory in stock market volatility (Abstract). *Journal of econometrics*. ISSN 0304-4076. 73:1 (1996) 151-184.
- BOROVKOVA, Svetlana – The Role of News in Commodity Markets. *Social Science Research Network*. [Em linha] (Mar. 2015) [Consult. 10 Nov. 2015]. Disponível em http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2587285
- BRAUN, Phillip A.; NELSON, Daniel B.; SUNIER, Alain. M. – Good news, bad news, volatility, and betas. *The Journal of Finance*. ISSN: 1540-6261. 50:5 (1995) 1575-1603.
- BREALEY, Richard A.; MYERS, Stewart C.; ALLEN, Franklin – Mercados eficientes e finanças comportamentais. In **Princípios de Finanças Corporativas**. 10ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. ISBN 978-85-8055-238-6. pp. 285-307.
- BROCKWELL, Peter J.; DAVIS, Richard A. – **Introduction to time series and forecasting**. 2nd Ed. Springer Science & Business Media, 2006. ISBN 0-387-95351-5.
- BROOKS Chris – **Introductory econometrics for finance**. 2nd Edition Cambridge University Press: 2008. ISBN 978-0-511-39848-3.
- CAMPBELL, John; KYLE, Albert – Smart money, noise trading and stock price behaviour. *The Review of Economic Studies*. ISSN 0034-6527. 60:1 (1993) 1-34.
- CAMPBELL, John; LO, Andrew; MACKINLEY, Craig – The econometrics of financial markets. *Princeton, NJ: princeton University press*. 2:1 (1997) 149-180.
- CAO, Henry H. – The effect of derivative assets on information acquisition and price behavior in a rational expectations equilibrium. *Review of Financial Studies*. ISSN 1465-7368. 12:1 (1999) 131-163.
- CANINA, Linda; FIGLEWSKI, Stephen. The informational content of implied volatility. *Review of Financial Studies*. ISSN 1465-7368. 6:3 (1993) 659-681.
- CHARLES, Amélie; DARNÉ, Olivier – Volatility persistence in crude oil markets. *Energy Policy*. ISSN 0301-4215. 65:1 (2014) 729-742.
- CLARK, Peter K. – A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices. *Econometrica*. ISSN 1468-0262. 41:1 (1973) 135-155.
- CONRAD, Christian; LOCH, Karin; RITTLER, Daniel – On the macroeconomic determinants of long-term volatilities and correlations in US stock and crude oil markets. *Journal of Empirical Finance*. ISSN 0927-5398. 29:1 (2014) 26-40.

- CONRAD, Jennifer – The price effect of option introduction. *The Journal of Finance*. ISSN 1540-6261. 44:2 (1989) 487-498.
- CONT, Rama – Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*. ISSN 1469-7688. 1:2 (2001) 223-236.
- CONT, Rama – Long range dependence in financial markets. In **Fractals in Engineering - New Trends in Theory and Applications** Springer-Verlag London, 2005. ISBN: 978-1-84628-047-4. pp. 159-179.
- CONT, Rama –Volatility clustering in financial markets: empirical facts and agent-based models. In **Long memory in economics** Springer Berlin Heidelberg New York, 2007. ISBN-13 978-3-540-22694-9. pp. 289-309.
- CHRISTENSEN, Bent J.; PRABHALA, Nagpurnanand R. – The relation between implied and realized volatility. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405X. 50:2 (1998) 125-150.
- CUTLER, David M.; POTERBA, James M.; SUMMERS, Laurence H. – What moves stock prices? *The Journal of Portfolio Management*. ISSN 1095-4918. 15:3 (1989) 4-12.
- DALY, Kevin – Financial volatility: Issues and measuring techniques. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. ISSN 0378-4371. 387:11 (2008) 2377-2393.
- DEMIRER, Riza; KUTAN, Ali M. – The behavior of crude oil spot and futures prices around OPEC and SPR announcements: An event study perspective. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 32:6 (2010) 1467-1476.
- DE ANDRADE Jr, José A. M.; RIBEIRO, Evando M. S.; de OLIVEIRA, Márcio M. B. – Análise do comportamento não-gaussiano dos preços do petróleo: um estudo empírico. [em linha] (Ago. 2007) [Consult. 20 Abr 2015]. Disponível em:
https://www.researchgate.net/profile/Jose_Augusto_Andrade_Jr/publication/263966684_Analise_do_comportamento_nogaussiano_dos_preos_do_petrleo_um_estudo_emprico/links/Of31753c718c42329a000000.pdf
- DE LONG, J.; SHLEIFER, A.; SUMMERS, L.; WALDMANN, R. – Noise trader risk in financial markets. *Journal of Political Economy*. ISSN 0022-3808. (1990) 703-738.
- DIEBOLD, Francis X.; KILIAN, Lutz – Unit-root tests are useful for selecting forecasting models. *Journal of Business & Economic Statistics*. ISSN 1537-2707. 18:3 (2000) 265-273.

- DIEBOLD, Francis X.; INOUE, Atsushi – Long memory and regime switching. *Journal of Econometrics*. ISSN 0304-4076. 15:1 (2001) 131-159.
- DIEBOLD, Francis X – **Elements of forecasting**. 4ª Ed. South-Western College Publication: 2006. ISBN 978-0-324-35904-6.
- DING, Zhuixin; GRANGER, Clive W. J.; ENGLE, Robert F. – A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*. ISSN 0927-5398. 1:1 (1993) 83-106.
- DING Zhuixin; GRANGER, Clive W. – Modeling volatility persistence of speculative returns: a new approach (Abstract). *Journal of econometrics*. ISSN 0304-4076. 73:1 (1996) 185-215.
- EFIMOVA, Olga; SERLETIS, Apostolos – Energy markets volatility modelling using GARCH. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 43:1 (2014) 264-273.
- EITELMAN, Paul; VITANZA, Justin – A non-random walk revisited: Short-and long-term memory in asset prices. *Federal Reserve Bank International Finance Discussion Paper*, (956) 2008.
- ENGLE, Robert F. – Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, ISSN 0012-9682. (1982) 987-1007.
- ENGLE, Robert F, BOLLERSLEV, Tim – Modelling the persistence of conditional variances. *Econometric Reviews*. ISSN 1532-4168. 5:1 (1986) 1-50.
- ENGLE, Robert F. – Risk and volatility: Econometric models and financial practice. *The American Economic Review*. ISSN 0002-8282. 94:3 (2004) 405-420.
- ENGLE, Robert F.; GHYSELS, Eric; SOHN, Bumjean – Stock market volatility and macroeconomic fundamentals. *Review of Economics and Statistics*. ISSN 0034-6535. 95:3 (2013) 776-797.
- ESTEVEES, Paulo S., NEVES, Pedro D. – Efeitos económicos das flutuações do preço do petróleo. *Boletim Económico, Banco de Portugal*. [em linha] (Dez. 2004) [Consultado em 31 Mar 2015]. Disponível em:
http://www.bportugal.pt/ptPT/BdP%20Publicaes%20de%20Investigao/AB200412_p.pdf
- EWING, Bradley T.; MALIK, Farooq – Volatility spillovers between oil prices and the stock market under structural breaks. *Global Finance Journal*. ISSN1044-0283. 29:1 (2016) 12-23.

- FAMA, Eugene – Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis. *Journal of Business*. ISSN 0021-9398. 36:4 (1963) 420-429.
- FAMA, Eugene. – The behavior of stock-market prices. *Journal of Business*. ISSN 0021-9398 38:1 (1965) 34-105.
- FAMA, Eugene – Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*. ISSN 1540-6261. 25:2 (1970) 383-417.
- FAMA, Eugene – Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405X. 49:3 (1998) 283-306.
- FAMA, Eugene; FRENCH, Kenneth R. – Permanent and temporary components of stock prices. *The Journal of Political Economy*. ISSN 1537 534X. 96:2 (1988) 246-273.
- FATTOUH, Bassam – The drivers of oil prices: the usefulness and limitations of non-structural model, the demand-supply framework and informal approaches. *European Investment Bank Papers*. ISSN 0257-7755. 12:1 (2007^(a)) 128-156.
- FATTOUH, Bassam – OPEC pricing power. *Oxford Institute for Energy Studies*. WPM 31. 2007^(b). ISBN 978-901795-58-6.
- FATTOUH, Bassam; KILLIAN, Lutz; MAHADEVA, Lavan – The role of speculation in oil markets: what have we learned so far?. *Energy Journal*. ISSN 0360-5442. 34:3 (2013) 7-33.
- FERDERER, J. Peter; – Oil price volatility and the Macroeconomy. *Journal of macroeconomics* (abstract). ISSN 0164-0704. 18:1(1997) 1-26.
- FERREIRA, Domingos – Volatilidade. In **Opções Financeiras – Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem**. 2ª Ed. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2009. ISBN 978-972-618-519-2. pp. 351-454.
- FERREIRA, Domingos – Futuros sobre o petróleo bruto. In **Futuros e Outros Derivados – Ganhar (e não perder) nas bolsas e nos mercados OTC - Evitar rogue traders**. 2ª Ed. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2010. ISBN 978-972-618-604-5. pp. 284-290.
- FIGLEWSKI, Stephen; WANG, Xiaozu. Is the 'Leverage Effect' a Leverage Effect?. Available at SSRN 256109. (2000).
- FILIS, George; DEGIANNAKIS, Stravros; FLOROS, Christos – Dynamic correlation between stock market and oil prices: The case of oil-importing and oil-exporting countries. *International Review of Financial Analysis*. ISSN 1057-5219. 20:3 (2011) 152-164.

- FLEMING, Jeff; OSTDIEK, Barbara – The impact of energy derivatives on the crude oil market. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 21:2 (1999) 135-167.
- FRENCH, Kenneth R.; ROLL, Richard – Stock return variances: The arrival of information and the reaction of traders. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405X. 17:1 (1986) 5-26.
- FRENCH, Kenneth R.; SCHWERT, William; STAMBAUGH, Robert F. – Expected stock returns and volatility. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405X. 19:1 (1987) 3-29.
- GIBBONS, Michael R.; HESS, Patrick. – Day of the week effects and asset returns. *Journal of Business*. ISSN 0021-9398. 4:4 (1981) 579-596.
- GLOSTEN, Lawrence R.; JAGANNATHAN, Ravi; RUNKLE, David E. – On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*. ISSN 1540-6261. 48:5 (1993) 1779-1801.
- GRANDELL, Jan – Time Series Analysis. *Lecture notes, KTH Stockholm*. [em linha] (1998).
[Consultado em 14 Jan 2016].
Disponível em: <https://www.math.kth.se/matstat/gru/sf2943/ts.pdf>
- GRANGER, Clive WJ. – Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. *Journal of econometrics*. ISSN 0304-4076. 14:2 (1980) 227-238.
- GRANGER, Clive W. J.; DING, Zhuanxin – Varieties of long memory models. *Journal of Econometrics*. ISSN 0304-4076. 73:1 (1996) 61-77.
- GRANGER, Clive W. J.; HYUNG, Namwon – Occasional structural breaks and long memory with an application to the S&P 500 absolute stock returns. *Journal of Empirical Finance*. ISSN 0927-5398. 11:3 (2004) 399-421.
- GREENWALD, Bruce; STIGLITZ, Joseph; WEISS, Andrew – Informational imperfections in the capital market and macro-economic fluctuations. *The American Economic Review*. ISSN 0002-8282. 74:2 (1984) 194-199.
- GUILLAUME, Dominique M.; DACOROGNA, Michel M.; DAVÉ, Rakhal R.; MÜLLER, Ulrich A.; OLSEN, Richard B.; PICTET, Oliver V. – From the bird's eye to the microscope: A survey of new stylized facts of the intra-daily foreign exchange markets. *Finance and stochastics*. ISSN 1432-1122. 1:2 (1997) 95-129.

- GUJARATI, Domodar N. – **Basic Econometrics**. 4^a Ed, New York: MacGraw-Hill, 2003. ISBN 978-0-07-233542-2.
- GUO, Hui; KLIESEN, Kevin L – Oil price volatility and US macroeconomic activity. *Review-Federal Reserve Bank of Saint Louis*. 87:6 (2005) 669.
- HAMILTON, James D. – Oil and the Macroeconomy since World War II. *The Journal of Political Economy*. ISSN 0176-2680. 91:2 (1983) 228-248.
- HAMILTON, James D. – A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. ISSN 1468-0262. 57:2 (1989) 357-384.
- HAMILTON, James D. – What is an oil shock? *Journal of Econometrics*. ISSN 0304-4076. 113:2 (2003) 363-398.
- HAMILTON, James D. – Causes and Consequences of the Oil Shock of 2007-08 *Brookings Papers on Economic Activity, Economic Studies Program, The Brookings Institution*. 40:1 (2009) 215-283.
- HASANHODZIC, Jasmina; LO Andrew W. – Black's leverage effect is not due to leverage. Available at SSRN 1762363 (2011)
- HAUGOM, Erik; LANGELAND, Henrik; MOLNÁR, Peter; WESTGAARD, Sjur – Forecasting volatility of the US oil market. *Journal of Banking & Finance*. ISSN 0378-4266. 47:1 (2014) 1-14.
- HENRIQUES, João – A História do Petróleo e os fundamentos de uma crise energética [em linha] (16-03-2003) [Consultado. em 21-03-2015]. Disponível em http://www.clubeinvest.com/bolsa/show_futures_technical_analysis.php?id=148
- HESTON, Steven L. – A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *Review of financial studies*. ISSN 1465-7368. 6:2 (1993) 327-343.
- HESTON, Steven L.; NANDI, Saikat – Derivatives on volatility: some simple solutions based on observables. *Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper*, No 2000-20 [em linha] (Novembro 2000). [Consultado em 25-10-2015]. Disponível em SSRN: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=249173

- HILLEBRAND, Eric – A mean-reversion theory of stock-market crashes. *Center for Complex Systems and Visualization, Universitat Bremen, Department of Mathematics, Stanford University* (2003).
- HOSKING, Jonathan RM. – Fractional differencing. *Biometrika*. ISSN 1464-3510. 68:1 (1981) 165-176.
- Infopédia, Dicionários Porto Editora – Crise Mundial dos Anos 70 [em linha]. Porto: Porto Editora, 2003-2015. [Consultado em 22-03-2015]. Disponível em: [http://www.infopedia.pt/\\$crise-mundial-dos-anos-70](http://www.infopedia.pt/$crise-mundial-dos-anos-70)
- JENSEN, Michael C. – Some anomalous evidence regarding market efficiency. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405. 6:2/3 (1978) 95-101.
- JONES, Donald W.; LEIBY, Paul N.; PAIK, Inja K. – Oil price shocks and the macroeconomy: what has been learned since 1996. *The Energy Journal*. ISSN 0360-5442. (2004) 1-32.
- KANG, Sang. H.; KANG, Sang-Mok; YOON, Sion-Ming – Forecasting volatility of crude oil markets. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 31:1(2009) 119-125.
- KANG, Wensheng; RATTI, Ronald A.; YOON, Kyung H. – The impact of oil price shocks on the stock market return and volatility relationship. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*. ISSN 1042-4431. 34:1 (2015) 41-54.
- KENDALL, Maurice G., HILL, A. Bradford – The analysis of economic time-series-part i: Prices. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*. ISSN 0035-9238. 116:1 (1953) 11-34.
- KENNEDY, Peter – **A guide to econometrics**. 2nd Ed. The MIT press, Cambridge Massachussets, 1998. ISBN 0-262-61140-6.
- KAHNEMAN, Daniel; TVERSKY, Amos – Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. ISSN 0012-9682. 47:2 (1979) 263-291.
- KILIAN, Lutz; PARK, Cheolbeom – The impact of oil price shocks on the US stock market. *International Economic Review*. ISSN 1468-2354. 50:4 (2009) 1267-1287.
- KILIAN, Lutz; MURPHY, Daniel P. – The role of inventories and speculative trading in the global market for crude oil. *Journal of Applied Econometrics*. ISSN 1099-1255. 29:3 (2014) 454-478.

- KIMURA, Herbert; BASSO, Leonardo F. C.; KRAUTER, Elisabeth – Paradoxos em finanças: teoria moderna versus finanças comportamentais. *RAE-Revista de Administração de Empresas*. ISSN 2178-938X. 46:1 (2006) 41-58.
- KIRCHLER, Michael; HUBER, Jürgen – Fat tails and volatility clustering in experimental asset markets. *Journal of Economic Dynamics and Control*. ISSN 0165-1889. 31:6 (2007) 1844-1874.
- KLEIDON, Allan W. (1986). Variance bounds tests and stock price valuation models. *The Journal of Political Economy*. ISSN 0022-3808. 94:5 (1986) 953-1001.
- KWIATKOWSKI, Denis; PHILLIPS, Peter C.; SCHMIDT, Peter; SHIN, Yongcheol – Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?. *Journal of econometrics*. ISSN 0304-4076. 54:1 (1992) 159-178.
- LEE, Gary; ENGLE, Robert – A permanent and transitory component model of stock return volatility (abstract). *Department of Economics, UCSD, Discussion Paper No: 92-44R*. (1993) Available at SSRN 5848.
- LO, Andrew W. – Long-term memory in stock market prices. *Econometrica*. ISSN 1468-0262. 59:5 (1991) 1279-1313.
- LO, Andrew W; MaCKINLEY, A. Craig – Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test. *Review of Financial Studies*, ISSN 1465-7368. 1:1 (1988) 41-66.
- LOBATO, Ignacio. N.; VELASCO, Carlos – Long memory in stock-market trading volume. *Journal of Business & Economic Statistics*. ISSN 0735-0015. 18:4 (2000) 410-427.
- LUX, Thomas; MARCHESI, Michele – Volatility Clustering in Financial Markets: a microsimulation of interacting agents. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*. ISSN 1793-6322 3:04 (2000) 675-702.
- MAHEU, John – Can GARCH models capture long-range dependence?. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*. ISSN 1558-3708. 9:4 (2005).
- MALKIEL, Burton – The efficient market hypothesis and its critics. *Journal of Economic Perspectives*. ISSN 0895-3309. 17:1 (2003) 59-82.
- MANDELBROT, Benoit – The variation of some speculative prices. *Journal of Business*. ISSN 0021-9398. 36:4 (1963a) 394-419.

- MANDELBROT, Benoit – New methods of statistical economics. *The Journal of Political Economy*. ISSN 1537-534X. 71 (1963b) 421-440.
- MANKIW, N. Gregory; ROMER, David; SHAPIRO, Matthew. D. – An unbiased reexamination of stock market volatility. *The Journal of Finance*. ISSN 1540-6261. 40:3 (1985) 677-687.
- MANTEGNA, Rosário; STANLEY, Eugene – **Introduction to econophysics: correlations and complexity in finance**. Cambridge university press, 1ª Ed, 2000. ISBN 0-521-62008-2.
- MARKOWITZ, Harry – Portfolio selection. *The Journal of Finance*. ISSN 1540-6261. 7:1 (1952) 77-91.
- MELLO, Francisco M. de – **Dicionário de estatística**. 1ª Ed. Lisboa: Edições Sílabo, Lda., 2014. ISBN 978-972-618-744-8.
- MENSI, Walid; HAMMOUDEH, Shawkat; YOON, Siong-Min – How do OPEC news and structural breaks impact returns and volatility in crude oil markets? Further evidence from a long memory process. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 42:1 (2014) 343-354.
- MILLER, J. Isaac; RATTI, Ronald A. – Crude oil and stock markets: Stability, instability, and bubbles. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 31:4 (2009) 559-568.
- MONTGOMERY, Douglas C; JENNINGS, Cheryl L.; KULAHCI, Murat – **Introduction to Time Series Analysis and Forecasting**. New Jersey, John Wiley and Sons Inc, 2008. ISBN 978-0-4 71-65397-4.
- MURTEIRA, Bento J.F. – **Análise exploratória de dados – Estatística descritiva**. Editora McGraw-Hill Portugal, Lda, 1993. ISBN 972-9241-25-2.
- MUSSA, Adriano; YANG, Edward; TROVÃO, Ricardo; FAMÁ, Rubens – Hipótese de mercados eficientes e finanças comportamentais – As discussões persistem. *Revista FACEF – Pesquisa desenvolvimento e Gestão*. ISSN 1516-6503. 11:1 (2008) 5-17.
- NELSON, Daniel. B. – Modeling stock market volatility changes. In **Modeling stock market volatility, Bridging the gap to continuous time**. Academic Press 1996. ISBN 978-0-12-598275-7. pp 3-15.
- NIELSEN, Heino Bohn – Non-Stationary Time Series and Unit Root Tests [em linha] (Outono de 2005) [Consultado em 05-11-2015]. Disponível em http://www.econ.ku.dk/metrics/Econometrics2_05_II/Slides/08_unitroottests_2pp.pdf

- PAGAN, Adrian – The econometrics of financial markets. *Journal of Empirical Finance*. ISSN 0927-5398. 3:1 (1996) 15-102.
- PAGAN, Adrian; SCHWERT, G. William – Alternative models for conditional stock volatility. *Journal of Econometrics*. ISSN 0304-4076. 45:1 (1990) 267-290.
- PETERS, Edgar E. – The Failure of the Linear Paradigm. In **Chaos and order in the capital markets** Wiley Finance, 2^a ed., New York, 1996. ISBN: 978-0-471-13938-6. pp 28-37.
- PILAR, Corredor; RAFAEL, Santamaria – Does derivatives trading destabilize the underlying assets? Evidence from the Spanish stock market (abstract). *Applied Economics Letters*. ISSN 1466-4291. (2002) 9:2 107-110.
- PINDYCK, Robert. S. – Uncertainty in the theory of renewable resource markets. *The Review of Economic Studies*. ISSN 0034-6527. 52:1 (1984) 289-303.
- PINDYCK, Robert S. – Irreversibility, uncertainty, and investment *Journal of Economic Literature*. ISSN 0022-0515. (1991) 1110-1148.
- POON, Ser-Huang; GRANGER, Clive W. J. – Forecasting volatility in financial markets: A Review. *Journal of Economic Literature*. ISSN 0022-0515. 41:2 (2003) 478-539.
- POON, Ser-Huang; GRANGER, Clive W. J. – Practical issues in forecasting volatility. *Financial Analysts Journal*. ISSN 0015-198X. 61:1 (2005) 45-56.
- POTERBA, James M.; SUMMERS, Laurence H. – Mean reversion in stock prices: Evidence and implications. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405X. 22:1 (1988) 27-59.
- PRATES, Wladimir R. - Teoria do Prospecto (ou Teoria da Perspectiva) [em linha] (13 Dez 2014). [Consultado. em 15 Set 2015]. Disponível em:
<http://www.wrprates.com/2014/12/teoria-do-prospecto-ou-teoria-da.html>
- RASHHED, Bo; QIAN Khaleed – Hurst exponent and financial market predictability. In **IASTED conference on Financial Engineering and Applications** (FEA 2004) pp. 203-209.
- REBOREDO Juan C. – How do crude oil prices co-move?: A copula approach (abstract). *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 33:5 (2011) 948-955.
- RITTER, Jay R. – Behavioral finance. *Pacific-Basin Finance Journal*. ISSN 0927-538X. 11:4 (2003) 429-437.

- RUBINSTEIN, Mark – Markowitz's" portfolio selection": A fifty-year retrospective. *Journal of Finance*. ISSN: 1540-6261. 57:3 (2002) 1041-1045.
- SAMUELSON, Paul. A. – Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*. ISSN 0884-8211. 6:2 (1965) 41-49.
- SADORSKY, Perry – Oil price shocks and stock market activity (abstract). *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 21:5 (1999) 449-469.
- SADORSKY, Perry – Modeling and forecasting petroleum futures volatility.(abstract) *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 28:4 (2006) 467-488.
- SALISU, Afees A.; FASANYA, Ismail O. – Modelling oil price volatility with structural breaks. *Energy Policy*. ISSN 0301-4215. 52:1 (2013) 554-562.
- SCHMIDBAUER, Harald; RÖSCH, Angi – OPEC news announcements: Effects on oil price expectation and volatility. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883. 34:5 (2012) 1656-1663.
- SCHWERT, G. William – Why does stock market volatility change over time? *The Journal of Finance*. ISSN 1540-6261. 44:5 (1989) 1115-1153.
- SCHWERT, G. William – Stock market volatility. *Financial Analysts Journal*. ISSN 0015-198X. 46:3 (1990) 23-34.
- SEWELL, Martin – History of the Efficient Market Hypothesis. *UCL Department of Computer Science. Research Note 11/04* (2011).
- SHAIKH, Imlak; PADHI, Puja – The implied volatility index: Is ‘investor fear gauge’ or ‘forward-looking’? *Borsa Istanbul Review*. ISSN 2214-8450. 15:1 (2015) 44-52.
- SHILLER, Robert J. – Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? *The American Economic Review*. ISSN 0002-8282. 71:3 (1981 (a)) 421-436.
- SHILLER, Robert J. – The Use of Volatility Measures in Assessing Market Efficiency. *The Journal of Finance*. ISSN 1540-6261. 36:2 (1981 (b)) 291-304.
- SIMON, P.; WIGGINS, A – S&P futures returns and contrary sentiment indicators. *Journal of futures markets*. ISSN 1096-9934. 21:5 (2001) 447-462.
- STIGLITZ, Joseph; WEISS, Andrew – Asymmetric Information in Credit Markets and its Implications for Macro-Economics. *Oxford Economic Papers*. ISSN 1464-3812. 44:4 (1992) 694-724.

- TSAY, Ruey S. – **Analysis of Financial Time Series**. 2ª Ed, John Wiley & Sons, 2005. ISBN 978-04-7174-618-8.
- TSENG, Jie-Jun; LI, Sai-Ping – Quantifying volatility clustering in financial time series. *International Review of Financial Analysis*. ISSN 1057-5219. 23:1 (2012) 11-19.
- TURNER, Christopher M.; STARTZ Richard; NELSON, Charles R. – A Markov model of heteroskedasticity, risk, and learning in the stock market. *Journal of Financial Economics*. ISSN 0304-405X. 25:1 (1989) 3-22.
- WANG, Yaw-Huei; KESWANI, Aneel; TAYLOR, Stephen J. – The relationships between sentiment, returns and volatility. *International Journal of Forecasting*. ISSN 0169-2070. 22:1 (2006) 109-123.
- WANG, Peijie – **Financial econometrics**. 2nd Ed. Routledge, Taylor & Francis Group, 2008 ISBN 0-203-99073-0.
- WEI, Yu; WANG, Yudong; HUAND, Dengshi – Forecasting crude oil market volatility: further evidence using GARCH-class models. *Energy Economics*. ISSN 0140-9883 32:6 (2010) 1477-1484.
- WHALEY, Robert E. – The investor fear gauge. *The Journal of Portfolio Management*. ISSN 1095-4918. 26:3 (2000) 12-17.
- WHALEY, Robert E. – Understanding the Vix. *The Journal of Portfolio Management*. ISSN 1095-4918. 35:3 (2009) 98-105.
- WILLINGER, Walter; TAQQU, Murad. S.; TEVEROVSKY, Vadim – Stock market prices and long-range dependence. *Finance and stochastics*. ISSN 1432-1122. 3:1 (1999) 1-13.
- WIRL, Franz; KUJUNDZIC, Azra – The impact of OPEC Conference outcomes on world oil prices 1984-2001(abstract). *The Energy Journal*. ISSN 0360-5442. (2004) 45-62.
- WOOLDRIDGE, Jeffrey M. – **Introductory Econometrics: A Modern Approach** South-Western Cengage Learning, 4ª Ed, 2009. ISBN 978-0-324-66054-8.
- ZIVOT, Eric – Practical issues in the analysis of univariate GARCH models. In **Handbook of financial time series** Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. ISBN 978-3-540-71297-8. pp. 113-155.

Anexo de figuras

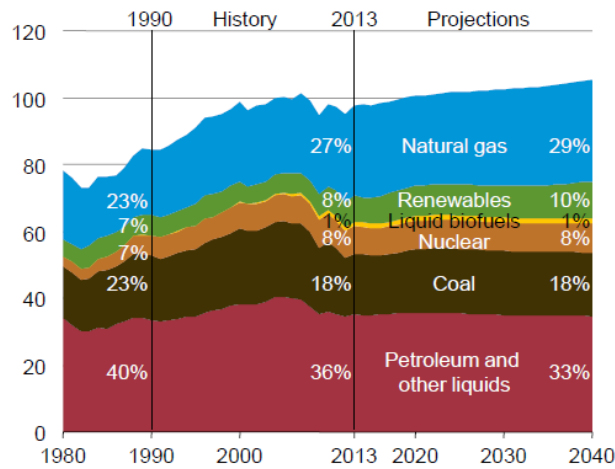


Figura 1 – Procura estimada de energia EUA

Fonte: US Energy Information Administration⁹⁸

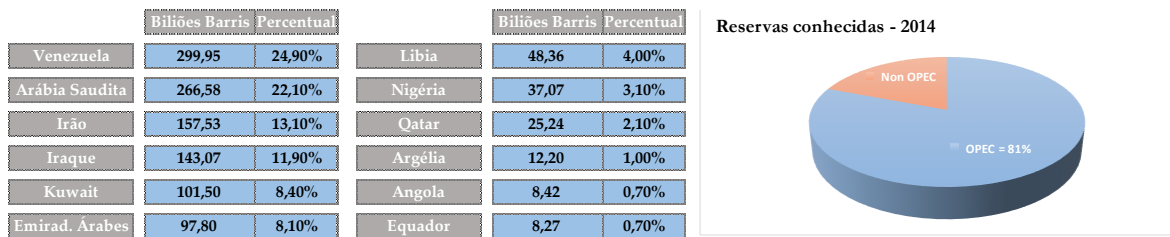


Figura 2 – Distribuição das reservas petróleo países OPEP

Fonte: Elaboração própria com dados relatório anual OPEP 2015

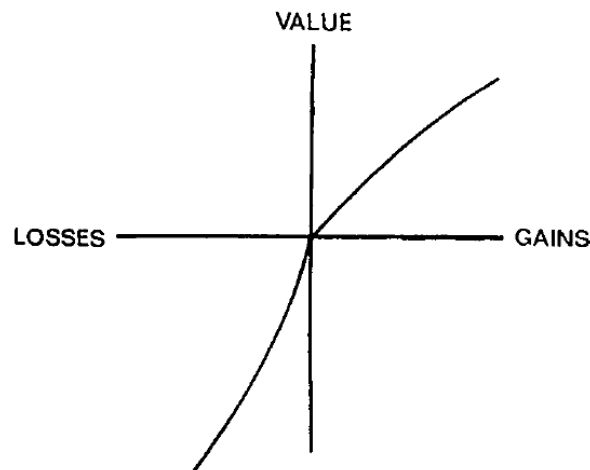


Figura 3 – Função valor de Kahneman e Tversky

Fonte: Kahneman e Tversky (1979:279)

⁹⁸ Disponível em <http://www.eia.gov/forecasts/aco/>

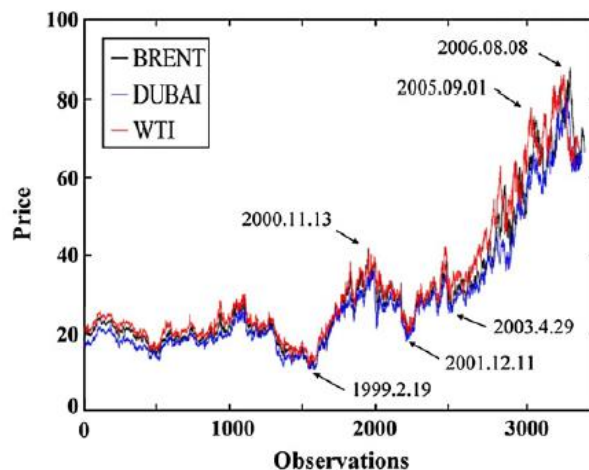


Figura 4 – Correlação entre preços do *Brent*, *WTI* e DUBAI

Fonte: (Kang [et. al.] 2009:120)

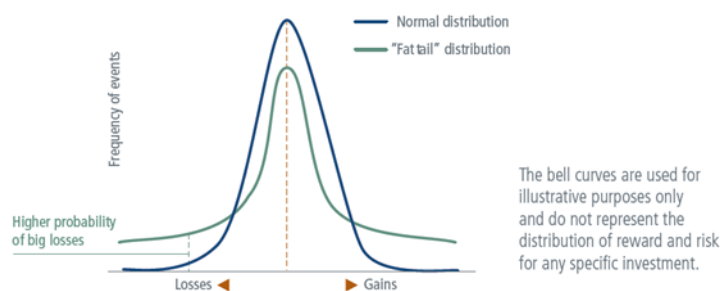


Figura 5 – Probabilidade de perdas com causas pesadas

Fonte: PIMCO Education Series. Disponível em www.pimco.com

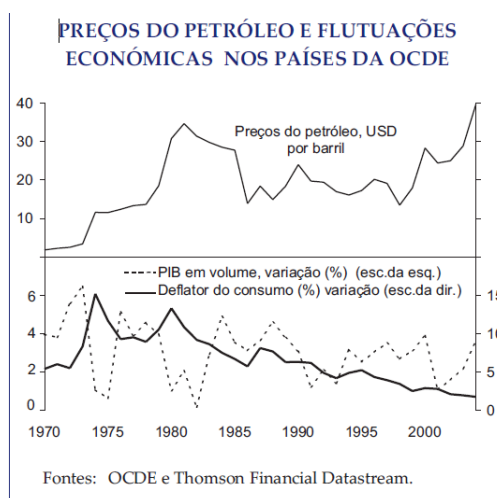


Figura 6 – Efeito no PIB nos países OCDE

Fonte: Esteves e Neves (2004:54)

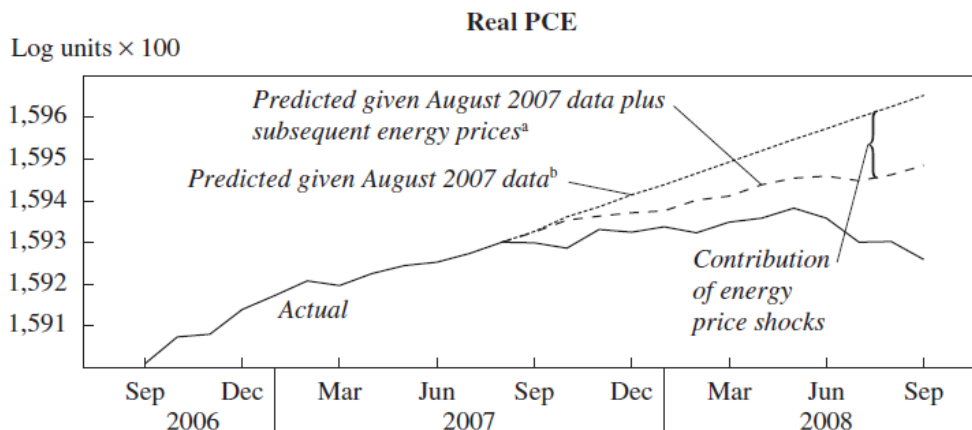


Figura 7 – Impacto do choque de 2008 nas despesas de consumo dos indivíduos

Fonte: Hamilton (2009:254)

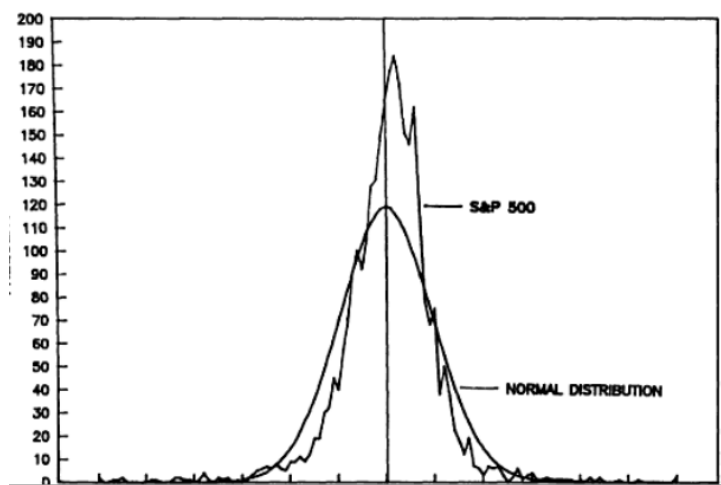


Figura 8 – Distribuição de frequências logarítmica dos retornos S&P 500

Fonte: Peters (1996:29)

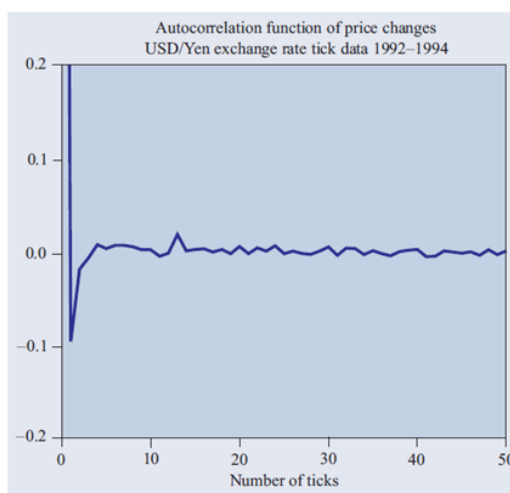


Figura 9 – Auto correlação USD/JPY

Fonte: Cont (2001:229)

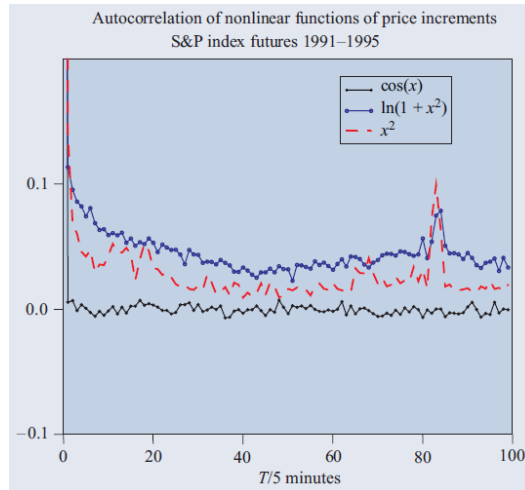


Figura 10 – Alguns comportamentos não lineares da correlação das variações de preços
Fonte: Cont (2001:230)

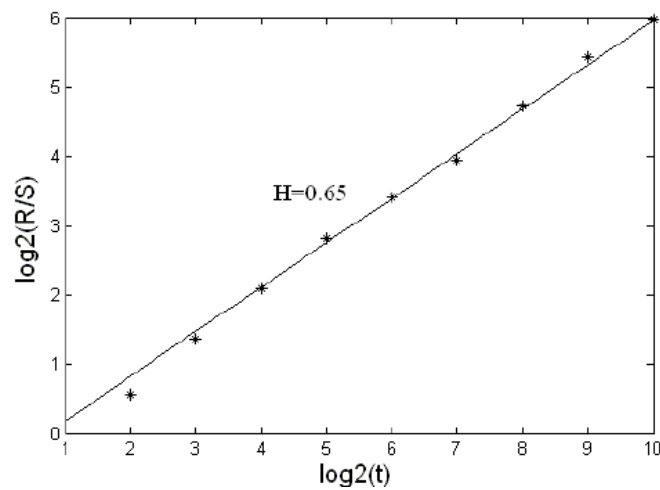


Figura 11 – Plot do expoente de Hurst
Fonte: Rasheed e Qian (2004:204)

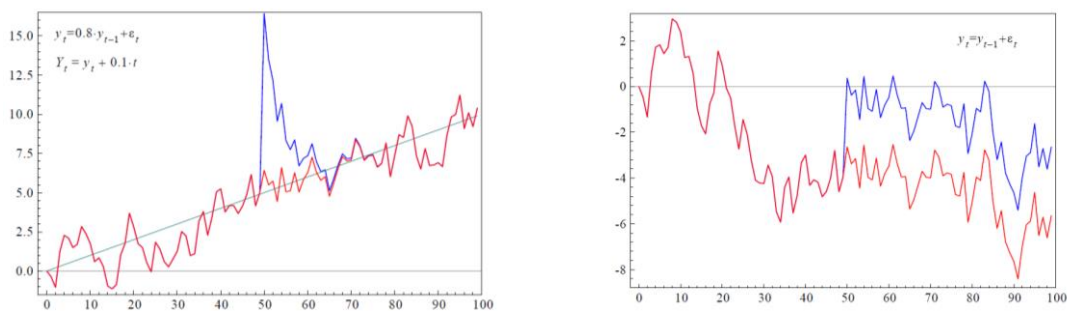


Figura 12 – Diferença entre efeito transitório e permanente do choque na série
Fonte: (Nielsen pág 6 e pág 9)

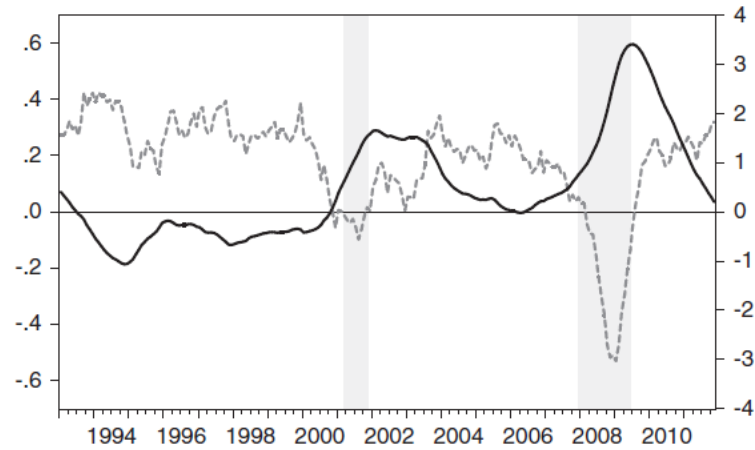


Figura 13 – Relação entre volatilidade longo-prazo *oil-stocks* e indicador avançado da economia

Fonte: Conrad [et. al.] (2014:36)

Linha a cheio (escala da esquerda) representa correlação longo-prazo *oil-stocks* e linha a tracejado (escala da direita) representa indicador avançado de projeção para economia. Zonas cinza são períodos recessivos.

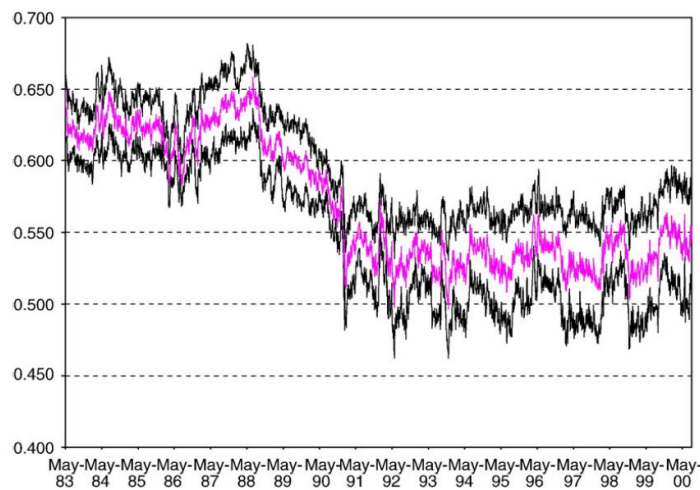


Figura 14 – Janela temporal do expoente Hurst para os retornos do *Brent*

Fonte: Tabak e Cajueiro (2007:33)

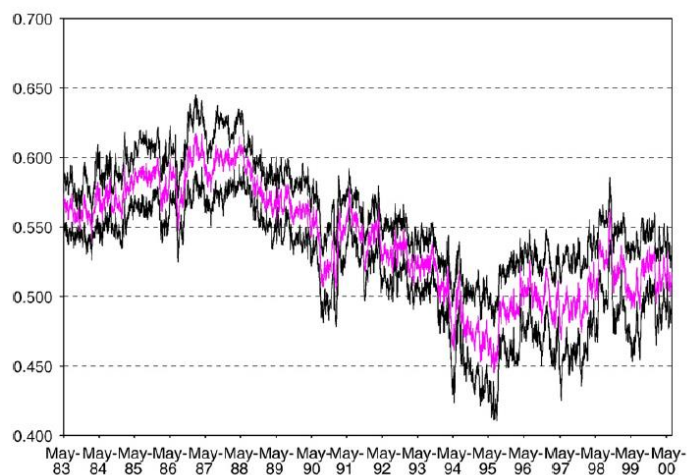


Figura 15 – Janela temporal do expoente Hurst para os retornos do WTI
Fonte: Tabak e Cajueiro (2007:33)

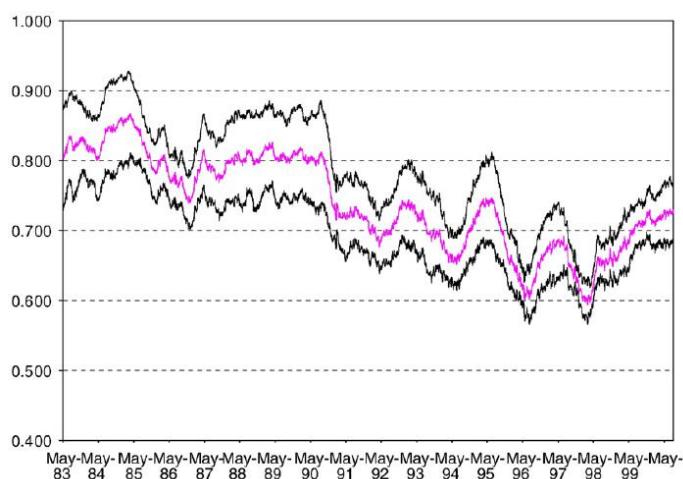


Figura 16 – Janela temporal do expoente Hurst para a volatilidade no *Brent*
Fonte: Tabak e Cajueiro (2007:34)

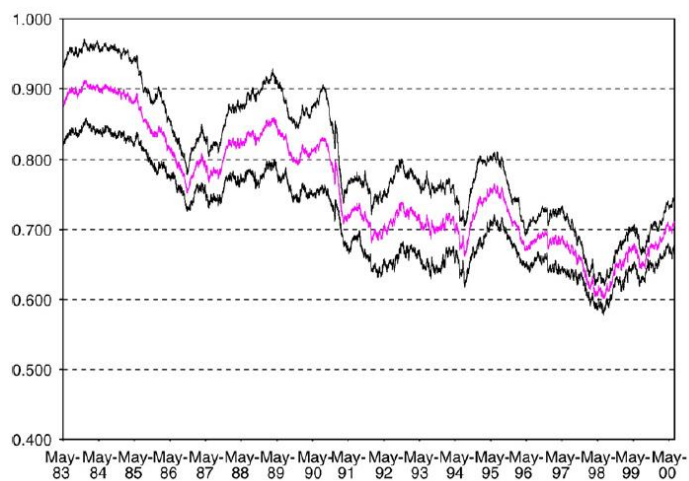


Figura 17 – Janela temporal do expoente Hurst para a volatilidade no WTI

Fonte: Tabak e Cajueiro (2007:34)

Anexo de Tabelas

Tabela 1 – Composição do valor do litro de combustível (ano 2014)

Fonte: Elaboração própria com dados da OPEP

	Preço Bruto Crude		Margem da Indústria		Impostos		Total
	Valor	Percentual	Valor	Percentual	Valor	Percentual	
Reino Unido	\$ 0,63	29,70%	\$ 0,22	10,20%	\$ 1,27	60,10%	\$ 2,12
Itália	\$ 0,62	29,00%	\$ 0,30	13,90%	\$ 1,23	57,10%	\$ 2,15
Alemanha	\$ 0,63	34,00%	\$ 0,27	14,50%	\$ 0,95	51,50%	\$ 1,85
França	\$ 0,63	36,20%	\$ 0,22	12,40%	\$ 0,89	51,40%	\$ 1,74
Japão	\$ 0,66	47,90%	\$ 0,26	18,70%	\$ 0,46	33,40%	\$ 1,38
Canadá	\$ 0,62	53,50%	\$ 0,19	16,80%	\$ 0,34	29,70%	\$ 1,15
E.U. América	\$ 0,56	60,60%	\$ 0,23	24,60%	\$ 0,14	14,80%	\$ 0,93
Média G7	\$ 0,62	38,50%	\$ 0,24	14,80%	\$ 0,75	46,70%	\$ 1,61
Média OCDE	\$ 0,62	37,30%	\$ 0,28	17,00%	\$ 0,76	45,70%	\$ 1,66

Tabela 2 – Pilares da moderna teoria financeira

Fonte: Adaptado de Ferreira (2009:19)

Avaliação	<i>Valuation Theory</i> , de F. Modigliani e M. Miler
Carteiras	<i>Portfólio Theory</i> , de H. Markowitz
Equilíbrio de ativos	<i>Capital Asset Pricing Model</i> , de W. Sharpe entre outros
Mercados eficientes	<i>Efficient Capital Markets Theory</i> , de E. Fama
Avaliação de opções	<i>Option Pricing Theory</i> , de F. Black, M. Scholes e R. Merton

Tabela 3 – Métodos de cálculo dos retornos

Fonte: Elaboração própria

Retorno simples de um período	$P_t = P_{t-1}(1 + R_t)$
Retorno simples multi-período	$1 + R_t[k] = \prod_{j=0}^{k-1} (1 + R_{t-j})$
Retorno capitalizado continuamente	$r_t = \ln(1 + R_t)$

Tabela 4 – Volatilidade do S&P 500 entre 1928 e 1989

Fonte: Adaptado de Peters (1996:28)

Década	Média	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose
1920	0,0322	1,6460	-1,4117	18,9700
1930	-0,0232	1,9150	0,1783	3,7710
1940	0,0100	0,8898	-0,9354	10,8001
1950	0,0490	0,7050	-0,8398	7,8594
1960	0,0172	0,6251	-0,4751	9,8719
1970	0,0062	0,8652	0,2565	2,2935
1980	0,0468	1,0989	-3,7752	79,6573
Overhaul	0,0170	1,1516	-0,6338	21,3122

Tabela 5 – Índice de sentimento do mercado

Fonte: Adaptado de Ferreira (2009:389)

Níveis de VI	Sentimento de mercado
5 a 10	Não existe ansiedade; Satisfação extrema
10 a 15	Alguma ansiedade mas muito pouca
15 a 20	Pouca ansiedade; Satisfação moderada
20 a 25	Ansiedade moderada; Pouca satisfação
25 a 30	Ansiedade moderada, mas em crescimento
30 a 35	Ansiedade elevada
35 a 40	Ansiedade muito elevada
40 a 45	Ansiedade extrema
45 a 50	Início de pânico
50 a 55	Pânico moderado
55 a 60	Pânico instalado
60 a 65	Pânico intenso
> a 65	Pânico extremo

Tabela 6 – Auto correlação dos retornos do S&P 500

Fonte: Adaptado de Ding [et. al.] (1993:86)

Data	Lag 1	2	3	4	5	10	20	40	70	100
r_t	0,063	-0,039	-0,004	0,031	0,022	0,018	0,017	0,000	0,000	0,004
$ r_t $	0,318	0,323	0,322	0,296	0,303	0,247	0,237	0,200	0,174	0,162
r_t^2	0,218	0,234	0,173	0,140	0,193	0,107	0,083	0,059	0,058	0,045

Tabela 7 – Auto correlação do módulo fracionário dos retornos

Fonte: Adaptado de Ding [et. al] (1993:87)

<i>d</i>	Lag 1	2	3	4	5	10	20	40	70	100
0,125	0,110	0,108	0,102	0,098	0,121	0,100	0,100	0,095	0,065	0,089
0,250	0,186	0,181	0,182	0,176	0,193	0,164	0,164	0,148	0,120	0,131
0,500	0,257	0,255	0,263	0,251	0,259	0,222	0,221	0,192	0,166	0,165
0,750	0,297	0,299	0,305	0,286	0,291	0,246	0,241	0,207	0,180	0,173
1,000	0,318	0,323	0,322	0,296	0,303	0,247	0,237	0,200	0,174	0,162
1,250	0,319	0,326	0,312	0,280	0,295	0,227	0,211	0,174	0,153	0,138
1,500	0,300	0,309	0,278	0,242	0,270	0,192	0,170	0,136	0,122	0,106
1,750	0,264	0,276	0,228	0,192	0,234	0,149	0,125	0,095	0,088	0,073
2,000	0,218	0,234	0,173	0,140	0,193	0,107	0,083	0,059	0,058	0,045
3,000	0,066	0,088	0,036	0,025	0,072	0,019	0,009	0,004	0,006	0,003

Tabela 8 – Valores críticos para teste ADF de estacionaridade

Fonte: Elaboração própria

Valores críticos para teste Dickey–Fuller distribuição t				
	Sem tendência		Com tendência	
Amostra	1%	5%	1%	5%
N= 25	-3.75	-3.00	-4.38	-3.60
N = 50	-3.58	-2.93	-4.15	-3.50
N = 100	-3.51	-2.89	-4.04	-3.45
N = 250	-3.46	-2.88	-3.99	-3.43
N = 500	-3.44	-2.87	-3.98	-3.42
N = ∞	-3.43	-2.86	-3.96	-3.41

Tabela 9 – Valores críticos para teste KPSS de estacionaridade

Fonte: Elaboração própria

Valores críticos para KPSS test		
	Valores Críticos	
Nível	Sem tendência	Com tendência
10,00%	0,347	0,119
5,00%	0,463	0,146
2,50%	0,574	0,176
1,00%	0,739	0,216

Apêndice

Conforme se torna perceptível à medida que decorre a leitura deste trabalho, entender alguns fenômenos relacionados com volatilidade requer que *a priori* se tenham presentes alguns conceitos ligados aos estudo da estatística. Por essa razão fazemos aqui referencia explicativa a uma meia-dúzia de conceitos fundamentais, facilitadores de um melhor entendimento do estudo realizado.

A. Medidas estatísticas

A.1 Valor esperado

A média ou valor esperado é uma medida de tendência central da variável aleatória em estudo, podendo estas variáveis ser discretas ou contínuas. Sendo X uma variável aleatória discreta que assume valores $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ e $p_{(x)}$ a função probabilidade de X , então o valor esperado de X , cuja notação é dada como $\mathbb{E}(X)$ ou $\mu(x)$ é dado por $\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_{(x_i)}$. No caso de todos os valores de $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ apresentarem a mesma probabilidade de ocorrência e de a série ser absolutamente convergente, a média ou valor esperado é dado por $\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$.

No caso de X ser uma variável aleatória contínua com função densidade probabilidade $f_{(x)}$ o valor esperado $\mathbb{E}(X)$ ou $\mu(x)$ é dado por $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$

A.2 Desvio padrão

É comum aceitar-se que nas séries estatísticas que estudem os retornos gerados nos mercados de capitais, a medida mais usual para medir a volatilidade daqueles retornos seja a do desvio padrão. Usar os fenômenos de variância para medir volatilidade permite enquadrar a dispersão registada pelos dados da sucessão, limitando-os superior e inferiormente. Analisada a média pela perspectiva da sua localização, sabemos que a soma dos desvios de todas as observações em relação à média tem que ser nula. Assim sendo, maiores desvios padrão implicam observações (registos) mais distantes dessa média, quer dos valores mais baixos da série, quer valores mais elevados. Se aplicarmos o acabámos de descrever à volatilidade, quanto maior forem os desvios-padrão apresentados, maior será a volatilidade subjacente ativo em estudo; Inversamente, quanto menor o desvio padrão, menor é a volatilidade. Exemplo ilustrativo do que deixamos dito é apresentado na figura 11. Na curva mais escura há uma maior concentração em torno do

valor 30 do eixo das abcissas – menor volatilidade – e a curva mais clara apresenta uma maior dispersão (achatamento), apresentando assim uma maior volatilidade.

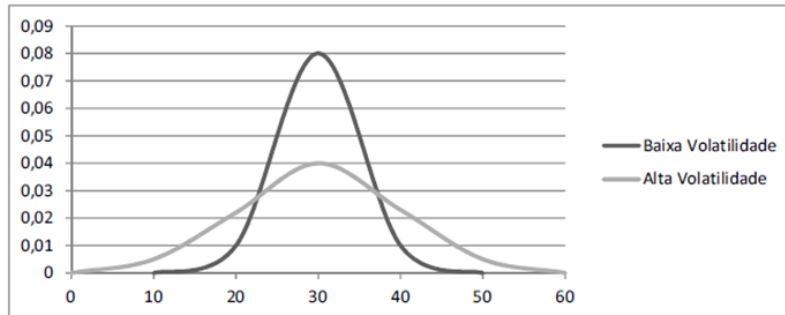


Figura 18 - Níveis de volatilidade

Fonte: Ferreira (2009:352)

Note-se que as curvas apresentadas trazem-nos à memória características gaussianas de funções densidade probabilidade, referenciando também que nem sempre esta distribuição se aplica às series estatísticas financeiras. O cálculo do desvio padrão é-nos dado pela fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 / N} \quad (\text{A.2.1})$$

Com:

σ → Desvio padrão

x_t → Registo t da população estatística

\bar{x} → Média aritmética de x_t

N → Número de observações

Outra medida de dispersão que calcula a concentração em torno da média é o (CV) coeficiente de variação (desvio padrão dividido pela média) que nos é dado por:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \quad (\text{A.2.2})$$

A.3 Curtose e assimetria

Estudar uma série estatística implica identificar alguns atributos que lhe dão determinadas características próprias. A curtose e a assimetria, tal como a muito utilizada média, ou o desvio padrão acima apresentado, são duas dessas características. No domínio da estatística descritiva, curtose descreve o grau de achatamento de uma distribuição, enquanto a assimetria descreve os desvios existentes entre as três medidas de tendência central: moda, média e mediana. Quando moda = média = mediana, a distribuição diz-se simétrica. Quando moda \neq média \neq mediana a distribuição é assimétrica (à esquerda ou à direita). Tanto a assimetria como a curtose, associadas ao terceiro e quarto momentos centrais, respetivamente, têm como referência comparativa a distribuição de gauss (também chamada distribuição normal). De facto, distribuições gaussianas são simétricas e apresentam a curtose = 3 [curva (b) da figura]. Se a curtose for > 3 [curva (a) da figura] a distribuição diz-se leptocúrtica (alongada) e se for < 3 [curva (c) da figura] diz-se platicúrtica (achatada).

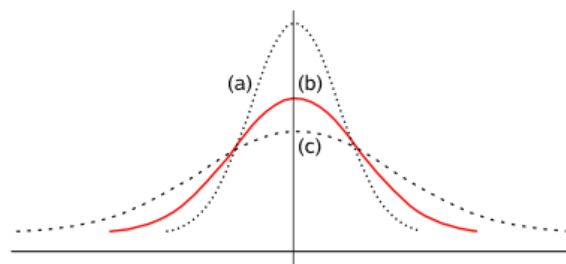


Figura 19 - Funções distribuição

Fonte: http://www.mspc.eng.br/matm/prob_est320.shtml

As fórmulas que definem cada uma delas são:

$$\text{Assimetria} \quad g = \frac{m_3(\mu)}{\sigma^3}, \text{ com } m_3(\mu) = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{x})^3}{N} \quad (\text{A.3.1})$$

$$\text{Curtose} \quad c = \frac{m_4(\mu)}{\sigma^4}, \text{ com } m_4(\mu) = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{x})^4}{N} \quad (\text{A.3.2})$$

Com:

$\sigma \rightarrow$ Desvio padrão

$x_j \rightarrow$ Registo j da população estatística

\bar{x} → Média aritmética de x_j

N → Número de observações

$m_3(\mu), m_4(\mu)$ → Terceiro e quarto momentos centrais

A.4 Distribuição normal

A distribuição normal é assumida como sendo a mais importante distribuição contínua e uma das mais importantes usada no domínio da estatística. Esta importância advém do facto de poder ser facilmente descrita por dois dos seus parâmetros (média e desvio padrão), e de ser uma potente ferramenta no campo da inferência estatística – conhecidas a média e o desvio padrão consegue-se determinar a probabilidade de ocorrência de determinado acontecimento.

Sob este ponto de vista da inferência, Fama (1965) pp. 97 defende inequivocamente que ao investidor nada interessa o nome com que determinada distribuição possa ter sido batizada pelo investigador, ou até mesmo qualquer argumento utilizado sobre variâncias finitas ou infinitas. A única informação relevante para o investidor individual é qual a probabilidade de ganhos ou perdas em função de determinados valores investidos. Por esta perspectiva, a distribuição normal assume um ponto de referência nas “famílias” de distribuições estatísticas, dado que depois de padronizada – com uma distribuição simétrica com média nula ($\mu=0$) e desvio padrão igual à unidade ($\sigma=1$) – facilmente se consegue fazer inferência. Esta facilidade deve-se ao facto da função densidade da distribuição ter como característica $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

Refira-se ainda que a robustez desta distribuição advém da observância do teorema do limite central que define que, à medida que uma amostra de dados vai aumentando, a soma de todas as variáveis independentes finitas, com variância limitada, converge para uma distribuição normal. Diversos estudos empíricos relacionados com as ciências sociais e económicas, e não só, têm mostrado que as distribuições das variáveis analisadas obedecem em regra a distribuições normais. A sua função densidade probabilidade representa-se em forma de sino (conforme figura 5) e sua fórmula matemática obedece a:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]} \text{ com } x \in (-\infty; +\infty), \sigma > 0 \quad (\text{A.4.1})$$

Com:

σ → Desvio padrão

x → Variável aleatória

$\bar{\mu}$ → Média aritmética

A.5 Distribuição Qui-quadrado

Por definição diz-se que uma variável aleatória tem uma distribuição qui-quadrado (χ^2) com n graus de liberdade quando a sua função densidade é dada por:

$$f(x|n) = \frac{e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{n}{2}-1}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \text{ com } x > 0, n > 0 \text{ e } \Gamma(\dots) \text{ referente à função Gamma.} \quad (\text{A.5.1})$$

Na sua essência é um teste de hipóteses que visa encontrar o grau de dispersão entre duas variáveis, avaliando a associação existente entre variáveis qualitativas. Sendo um teste não paramétrico, i.e., não depende de parâmetros populacionais como média ou desvio padrão, por exemplo, tem como princípio básico comparar proporções ou divergências entre valores esperados e realmente observados.

Para informação mais detalhada recomendamos leitura exemplos de casos de testes práticos, disponíveis por exemplo em <http://www.ufpa.br/dicas/biome/biopdf/bioqui.pdf>

A.6 Covariância

No estudo da probabilidade e na estatística, covariância é uma medida de interdependência numérica (por vezes chamada medida de dependência linear) entre duas variáveis aleatórias. Considere-se μ_x como sendo $E(X)$ e μ_y como sendo $E(Y)$; Considere-se ainda a variável aleatória $(X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)$. Se o valores de X e Y estiverem ambos e conjuntamente, quer acima das suas médias, quer abaixo das suas médias, então a variável aleatória $(X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)$.é maior que zero; Por outro lado, se o valor X for positivo e o valor Y for negativo, ou vice-versa, a variável aleatória $(X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)$.será agora negativa. A covariância entre duas variáveis aleatórias é assim o valor esperado do produto $(X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)$ definida por notação da seguinte forma:

$$Cov(X, Y) = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \quad (A.6.1)$$

Uma covariância positiva indica que as duas variáveis aleatórias se “movem” na mesma direção; uma covariância negativa indica que elas se movem em sentido contrário uma da outra.

A.7 Correlação e Auto correlação

A.7.1 Correlação

Correlação é uma medida estatística que indica o grau de ligação ou a força que duas variáveis aleatórias x, y independentes têm entre si. Estas variáveis aleatórias podem variar em paralelo (quando uma cresce, a outra cresce também), ou de forma simétrica (quando uma cresce, a outra decresce). A importância que esta medida estatística assume no âmbito do nosso trabalho reside no facto de se poder determinar algumas características sobre as series cronológicas estudadas. Havendo correlação entre os sucessivos valores que a serie vai tomando poderá significar interdependência positiva entre elas e consequentemente sinalizar que o mercado tem memória, e que a sucessão não segue um *random walk*.

A forma mais conhecida e utilizada para medir a correlação é através do coeficiente de correlação de Pearson ρ que relaciona a covariância das duas variáveis com o produto do seu desvio padrão. Pode assumir valores num intervalo $[-1;1]$. Valores negativos de ρ significam correlação negativa (variáveis crescem de forma simétrica), e valores positivos de ρ significam correlação positiva (variáveis aleatórias crescem no mesmo sentido). Por outro lado valores absolutos entre 0 e 0,35 sinalizam correlação fraca; entre 0,35 a 0,6 correlação moderada; e superiores a 0,6 uma correlação forte.

A.7.2 Auto correlação

Nas sucessões cronológicas é natural encontrar-se uma observação registada num determinado momento t_n correlacionada com outra observação ocorrida em $t_{n\pm m}$, isto é, à semelhança do que foi explicado em [A6], mede a força com que uma determinada variável aleatória consegue influenciar (é influenciada por) outras desfasadas no tempo. Esta correlação é-nos dada pelo coeficiente de auto correlação $\rho_{(k)}$, sendo k o número de períodos de tempo de desfasamento entre as observação auto correlacionadas. Pode também assumir valores no intervalo $[-1;1]$.

Quando $\rho = 0$ significa que há total ausência de correlação. As observações supõem-se igualmente espaçadas no tempo, ou seja, têm um período constante. A auto correlação amostral $r_{(k)}$ é dada pela fórmula:

$$r_{(k)} = \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]}{\sigma^2} \quad (\text{A.7.2.1})$$

B. Conceitos

B.1 Estacionaridade

Uma das propriedades mais relevantes no estudo das séries financeiras é a de que os retornos passados não têm que necessariamente refletir retornos futuros. Não obstante esta realidade empírica, é central para o estudo das séries financeiras que se encontrem algumas características que se mantenham estáveis e apresentem repetição, caso contrário não teria qualquer significado o seu estudo. Para a matemática e para a estatística, estacionaridade é um processo estocástico cuja probabilidade conjunta de distribuição [Figura 20] das variáveis aleatórias X e Y não mudam ao longo do tempo.

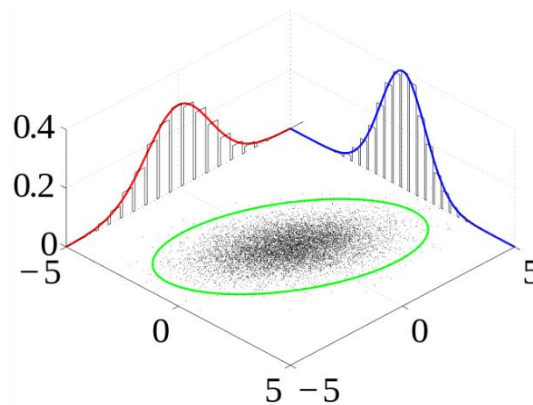


Figura 20 - Probabilidade conjunta de distribuição

Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Joint_probability_distribution

Segundo Cont (2001), a invariância das propriedades estatísticas de um conjunto de ganhos em função do tempo corresponde a um processo estacionário se, para os instantes temporais t_1, t_2, \dots, t_k e intervalos de tempo τ , a probabilidade conjunta de distribuição dos ganhos $r(t_1, T), r(t_2, T), \dots, r(t_k, T)$ é a mesma que a probabilidade conjunta de distribuição de $r(t_1 + \tau, T), r(t_2 + \tau, T), \dots, r(t_k + \tau, T)$. Por outras palavras, Brooks (2008) pp. 208 traz-nos uma definição de estacionaridade como sendo uma distribuição cujos valores se mantêm os mesmos ao longo do tempo, significando isso que a probabilidade de uma variável y_t pertencer a determinado intervalo é a mesma em qualquer momento no tempo, presente, passado, ou futuro.

B.2 Heterocedasticidade

Para se entender o que é heterocedasticidade temos que ter presente o conceito básico do modelo clássico de regressão linear (MCRL). Uma sucessão cronológica é “um conjunto de observações x_1, x_2, \dots, x_n , feitas em períodos sucessivos de tempo t_1, t_2, \dots, t_n , num determinado intervalo de tempo”. Cada observação assume assim um determinado valor θ em relação a um determinado momento no tempo, ou seja, existe um θ_n para cada x_n no momento t_n . O MCRL aplicado a uma sucessão cronológica visa estimar a condicional (ou valor esperado) da variável independente para os momentos futuros t_{n+m} . Um dos métodos mais comuns para fazer aquela estimação é o método dos mínimos quadrados (MMQ), que consiste em fazer passar uma reta de regressão tão próximo quanto possível de todos os pontos da sucessão cronológica. A figura 6 representa uma reta de regressão do tipo $y = a + bx$ sobre os pontos $\{1, 2, 3, 4\}$, com os erros (resíduos) $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4\}$. Para a determinar pode ser usado o MMQ, ou seja, um processo de cálculo que minimiza os quadrados dos resíduos $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4\}$ (distâncias à reta).

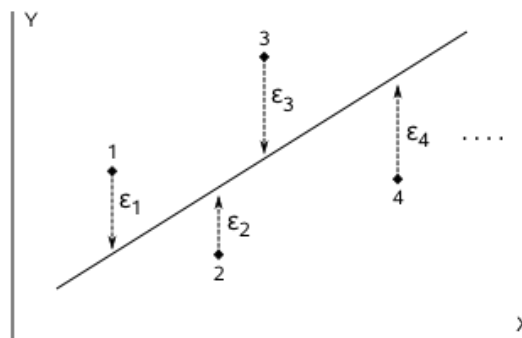


Figura 21 – Reta de regressão

Fonte: http://www.mspc.eng.br/matm/prob_est500.shtml

Volatilidade é um fenómeno com características de não estacionaridade, ou seja, não evolui ao longo do tempo em torno de um valor constante. Estas características podem ter diversas origens, entre elas a especulação que é feita sobre os ativos financeiros, a variabilidade com que a informação chega ao mercado, a forma e velocidades diferentes com que os agentes económicos percebem nova informação chegada ao mercado, etc.. Exemplos onde há possibilidade de se verificar heterocedasticidade podem passar por (i) a curva de experiência – à medida que se adquire experiência os erros (σ_i^2) vão tendo tendência para diminuir; (ii) variabilidade nos rendimentos das pessoas – à medida que os rendimentos aumentam as pessoas

têm mais opções disponíveis (discricionariedade), tendendo assim (σ_i^2) a aumentar; (iii) melhoria nos processos de recolha de informação estatística, diminuindo (σ_i^2) .

Em termos gráficos, fazendo uso do gráfico da figura 14 podemos dizer que estamos na presença de heterocedasticidade quando os termos da sucessão cronológica (neste caso os pontos $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4 \dots \varepsilon_n\}$ vão apresentando variabilidade na sua dispersão, ou seja, a variância do valor observado pela variável dependente em torno da reta de regressão é não constante. Por essa razão se dizer que a heterocedasticidade quebra uma das mais importantes hipóteses do MRLC: a homocedasticidade ou constância dos resíduos.

B.3 Martingale

Em linguagem estatística *martingale* representa uma sequência de variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n , com médias finitas, de tal modo a que o valor esperado de X_{n+1} , condicionado aos valores X_1, X_2, \dots, X_n , seja igual a X_n . Em notação matemática representa-se:

$$\{X_{n+1}|X_1, X_2, \dots, X_n\} = X_n \quad (\text{B.3.1})$$

De (B.3.1) facilmente se infere que, num processo estocástico com variáveis discretas, o valor esperado da próxima observação é igual à última que foi observada. De uma forma mais abrangente, diz-se que uma sequência Y_1, Y_2, \dots, Y_n é uma *martingale* em relação a outra sequência X_1, X_2, \dots, X_n se, para todo e qualquer valor de n se verificar:

$$E\{Y_{n+1}|X_1, X_2, \dots, X_n\} = Y_n \quad (\text{B.3.2})$$

B.4 Reversão à média

Reversão à média pode ser entendida como um movimento registado nas cotações na direção da média das cotações passadas. Após um choque que provoque a subida (descida) das cotações verificar-se-á no tempo um choque de sinal contrário que reverterá as cotações para o seu valor médio. Estes choques não têm momentos pré-definidos de ocorrência no tempo podendo a reversão de um choque anterior acontecer numa janela temporal de um dia ou um ano. De acordo com Hillebrand (2003) num mercado com características de reversão à média os

investidores que nele atuam desenvolvem expectativas acerca da velocidade com que a reversão se verificará. Quando observada uma subida nos retornos dos ativos, a reação dependerá fundamentalmente da expectativa da velocidade do mercado na reversão à média. Se for detida uma posição longa e se esperar que a reversão à média seja rápida, provavelmente a estratégia correta é vender e realizar mais-valias. Se por outro lado a posição detida for curta será natural aguentar esta posição até que os preços voltem a descer.

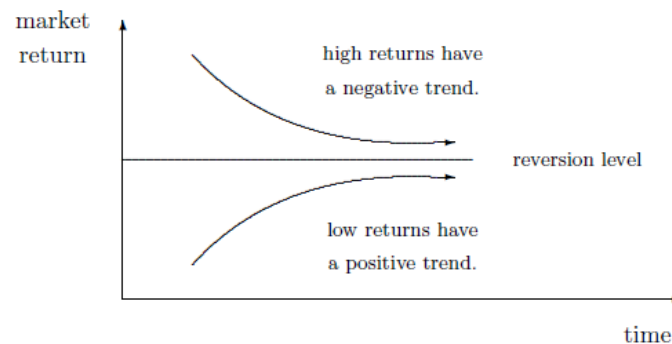


Figura 22 – Teoria da reversão para a média

Fonte: Hillebrand (2003:2)

B.5 Teste de hipóteses

O teste de hipóteses é um procedimento usado na inferência estatística quando, através do teste a uma amostra e pela teoria das probabilidades, se avalia os parâmetros de uma população. Sendo na sua gênese composto por duas alternativas aos parâmetros que se pretendem testar, constitui-se em:

- ♣ Hipótese nula H_0 – A hipótese que assumimos como verdadeira para o teste que pretendemos realizar.
- ♣ Hipótese alternativa H_1 – A hipótese que é considerada caso a hipótese nula não tenha significância estatística
- ♣ Erro tipo I – Probabilidade de rejeitar a H_0 quando ela é efetivamente verdadeira
- ♣ Erro Tipo II – Probabilidade de rejeitar a H_1 quando ela é efetivamente verdadeira.

Normalmente estabelece-se um limite superior para a probabilidade de ocorrer um erro tipo I. Esse limite é conhecido como o nível de significância do teste e representa-se por α_0 [$\alpha_0 \in (0,1)$]. Desta forma o teste fica delineado pela seguinte probabilidade:

$$P(\text{Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}) \leq \alpha_0 \quad (\text{B.5.1})$$

Os valores mais comuns para o nível de significância são 1%, 5% e 10%.

B.6 ADF teste

Em termos econométricos o teste designado por *Augmented Dickey-Fuller* (ADF teste) é utilizado para testar a existência de uma raiz unitária numa série financeira temporal univariada. Resulta sempre num número negativo que, quanto mais negativo for, maior a robustez na rejeição da hipótese nula, ou seja, de que a séries tem uma raiz unitária e por isso é não estacionária. O teste ADF é aplicado usando o seguinte modelo:

$$\Delta y_t = \alpha + \mu_1 t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^h \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (\text{B.6.1})$$

Com:

$\alpha \rightarrow$ constante

$\mu_1 t \rightarrow$ tendência linear temporal

$h \rightarrow$ A ordem de defasagem do processo autorregressivo

Note-se que incluindo defasagens de ordem p na formulação ADF permite-se que sejam obtidas ordens superiores do processo autorregressivo. O teste de raiz unitária é efetuado com a hipótese nula $H_0 \rightarrow \delta = 0$ contra a hipótese alternativa $H_1 \rightarrow \delta < 0$.

Uma vez calculada estatística do teste através de $DF_t = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})}$ compara-se o valor negativo obtido com a tabela de valores críticos de Dickey Fuller. Se a estatística DF_t for inferior ao valor crítico a hipótese nula é rejeitada, não havendo presença de raízes unitárias (série é estacionária).

Um dos aspetos importantes a ter em consideração na implementação de um teste ADF é a especificação da defasagem p . Se for uma defasagem pequena poderá ainda verificar-se a existência de correlação no termos de erro ε , o que torna o teste enviesado. Por outro lado, se p for muito grande a potência do teste pode ser posta em causa.

No seu trabalho de 1989 “*Test for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation*” – Journal of Business and Economic Statistics N°7, William Schwert sugeriu uma regra para determinar o desfaseamento máximo em função do tamanho da amostra. A sua fórmula de determinação é:

$$\rho_{max} = \left\lceil 12 \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^{1/4} \right\rceil$$
 onde o resultado final representa a parte inteira do valor obtido na expressão

B.7 KPSS teste

Em termos econométricos o teste designado por KPSS é utilizado para testar a hipótese nula H_0 de que uma determinada série é estacionária em torno de uma tendência determinística. Considere-se $y_t, t = 1, 2, \dots, T$ as observações de uma série que se pretende provar a estacionaridade. Podemos assumir decompor a serie na soma de três componentes: uma tendência determinística, um *random walk*, e um erro estacionário. Assim sendo teríamos o seguinte modelo:

$$y_t = \xi t + r_{t-1} + \mu_t + \varepsilon_t \quad (\text{B.7.1})$$

Com:

$\xi t \rightarrow$ tendência determinística

$r_{t-1} + \mu_t \rightarrow$ *random walk* com $\mu_t \text{ iid } (0, \sigma_\mu^2)$

A hipótese de estacionaridade é dada simplesmente por $\sigma_\mu^2 = 0$. A estatística KPSS é dada pelo pelo *Lagrange Multiplier* conforme (B.9.2)

$$LM = \left(\frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \right) \quad (\text{B.7.2})$$

Por semelhança ao teste ADF, o valor obtido na estatística LM não pode ultrapassar um limite superior definido como valor crítico que fará rejeitar a hipótese nula.

B.8 Ljung-Box teste

O teste *Ljung-Box* é um teste estatístico utilizado para determinar a existência ou não de auto correlação numa serie temporal. Tem como hipótese nula H_0 os dados serem independentemente distribuídos, ou seja, terem correlação nula; na hipótese alternativa H_a os

dados não são independentemente distribuídos, apresentando assim correlação em série. O teste estatístico é dado pela fórmula:

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \quad (\text{B.8.1})$$

Com:

$n \rightarrow$ dimensão da amostra

$\hat{\rho}_k \rightarrow$ correlação da amostra no desfasamento (lag) k

$h \rightarrow$ número de desfasamentos a ser testados