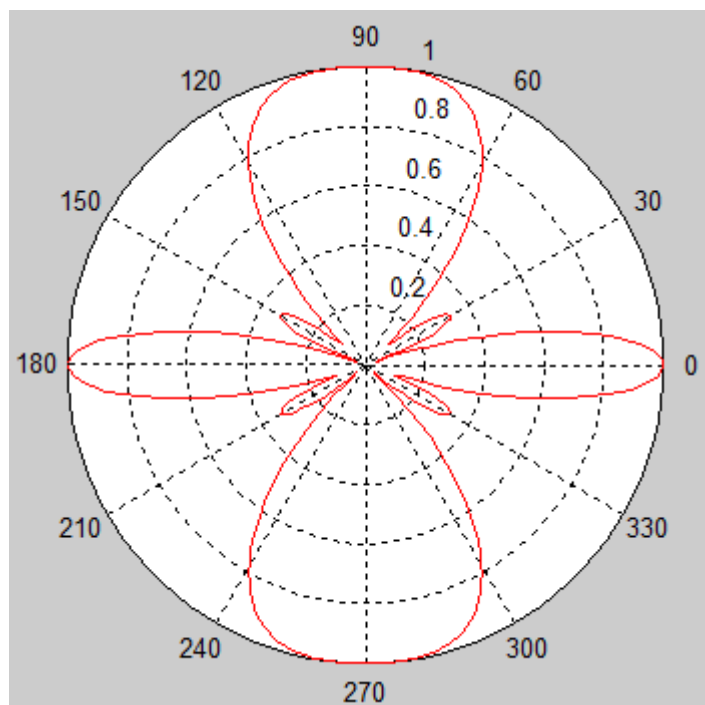


INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA
Área Departamental de Engenharia de Eletrónica e
Telecomunicações e de Computadores



Algoritmos de Estimação da Direção de Chegada de Sinal

JAIME FRANCISCO SARAIVA DE ALMEIDA

(Licenciado em Engenharia de Sistemas das Telecomunicações e Eletrónica)

Trabalho Final de Mestrado para Obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Eletrónica e Telecomunicações

Orientadores:

Doutor Mário Pereira Véstias

Doutor Pedro Renato de Pinho

Novembro de 2015

RESUMO

As antenas inteligentes (*Smart Antennas* - SAs) para comunicações *wireless* surgiram como uma das tecnologias líder para alcançar redes de elevada eficiência que maximizam a capacidade e aumentam a qualidade de cobertura. Sistemas de antenas inteligentes captaram muita atenção nos últimos anos porque conseguem aumentar a capacidade do sistema reduzindo dinamicamente a interferência enquanto se focam no utilizador pretendido.

Algoritmos de controlo selecionados, com critérios pré-definidos, fornecem aos conjuntos (*arrays*) adaptativos de antenas a possibilidade de alterar as características do padrão de radiação.

O objetivo desta dissertação é analisar algoritmos de estimação de direção de chegada de sinal, nomeadamente o MUSIC e o ESPRIT. Os algoritmos foram descritos em MATLAB e simulados, de modo a concluir acerca da viabilidade da implementação de uma *tracking* antena em GSM-R com um desempenho otimizado.

Abstract

Smart Antennas for wireless communications have appeared as a leading technology to obtain highly efficient communication networks able to maximize the capacity and also the coverage quality. In the last years systems of smart antennas have captured the attention because they are able to increase the network capacity and at the same time dynamically reduce the interference focusing on the required user.

Several algorithms with predefined criteria provide the adaptive arrays of antennas the possibility to change the characteristics of the radiation pattern.

The objective of this dissertation is to analyze algorithms for estimation of direction of arrival, namely MUSIC and ESPRIT. The algorithms were described in MATLAB and simulated in order to conclude about the viability of implementing a tracking antenna in GSM-R with optimized performance.

Siglas/ Acrónimos

CMA	<i>Constant Module Algorithm</i>
DF	<i>Direction Finding</i>
DoA	<i>Direction of Arrival</i>
EM	<i>Expectation – Maximization algorithm</i>
EIRENE	<i>European Integrated Railway Radio Enhanced Network</i>
ESPRIT	<i>Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique</i>
ETSI	European Telecommunications Standards Institute
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
GSM-R	<i>Global System for Mobile Communications - Railway</i>
LMS	<i>Least Mean Square</i>
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimation</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i>
MUSIC	<i>Multiple Signal Classifier</i>
SAGE	<i>Space – Alternating Generalized Expectation – maximization algorithm</i>
SAs	<i>Smart Antennas</i>
SIR	<i>Signal – to – Interference Ratio</i>
SNOI	<i>Signal Not Of Interest</i>
SOI	<i>Signal Of Interest</i>
TETRA	<i>Terrestrial Trunked Radio</i>
UIC	<i>Union International des Chemins de fer</i>
ULA	<i>Uniform Linear Array</i>
UME	Unidades Múltiplas Eléctricas
VHDL	<i>Very high speed integrated circuits Hardware Description Language</i>

ÍNDICE

Contents

RESUMO	iii
Abstract	v
Siglas/ Acrónimos	vii
ÍNDICE.....	ix
Capítulo 1 – Introdução.....	1
1.1. Aplicação em Redes Ferroviárias	3
1.2. Objetivo	4
1.3. Organização da dissertação.....	4
Capítulo 2 – Antenas Inteligentes	7
2.1 Necessidade de Antenas Inteligentes	8
2.2 Visão Geral	9
2.3 Configurações de Antena Inteligente.....	13
2.4 Abordagem de Antena Adaptativa.....	15
2.5 Arquitetura de um Sistema de Antena Inteligente	20
2.5.1 Recetor	20
2.5.2 Transmissor	23
Capítulo 3 – Sistema de Processamento de Sinal de uma Antena Inteligente - Algoritmos de Estimação de Direção.....	27
3.1 Processamento de Sinal de um Sistema de Antena Inteligente	27
3.2 Fundamentos da Estimação de DoA	36
3.2.1 O Algoritmo MUSIC	38
3.2.2 O Algoritmo ESPRIT	40
3.2.3 O Algoritmo SAGE.....	43
3.3 Fundamentos da Formação de Feixe	45
3.3.1 O Algoritmo de Menor Erro Médio Quadrático (LMS).....	47
3.3.2 O Algoritmo de Módulo Constante (CMA).....	48
Capítulo 4 – Implementação dos Algoritmos de Estimação de Direção em Matlab.....	51
4.1 Implementação do Algoritmo MUSIC no Matlab.....	51
4.2 Implementação do Algoritmo ESPRIT no Matlab.....	54

Capítulo 5 – Resultados dos Algoritmos de Estimação de Direção em Matlab	57
5.1 Resultados do Algoritmo MUSIC	57
5.1.1 Caso 1	58
5.1.2 Caso 2	60
5.2 Resultados do Algoritmo ESPRIT	62
Capítulo 6 – Conclusões e Trabalho Futuro	65
Referências	67

Capítulo 1 – Introdução

Nos últimos anos houve um aumento substancial no desenvolvimento de tecnologias para comunicação sem fios de banda larga. Por isso, tem sido amplamente previsto que no futuro haverá um enorme aumento de tráfego em sistemas de comunicações pessoais e móveis. Isto deve-se ao aumento do número de utilizadores e à introdução de novos serviços de dados de elevado débito binário. O aumento do tráfego colocará a exigência, nos fabricantes e nas operadoras, de providenciar capacidade suficiente nas redes. Isto torna-se num problema de maior desafio para os fornecedores de serviços resolverem, visto que existem alguns fatores negativos no ambiente da radiação que contribuem para limitar a capacidade da rede.

Os defeitos que contribuem para a redução do desempenho do sistema e da capacidade são o desvanecimento por multi-trajeto e o atraso da propagação causados pelos sinais serem refletidos em estruturas (edifícios e/ou montanhas, por exemplo) e pelos utilizadores viajarem em veículos. Para agravar mais o problema, nos anos 90 a internet deu às pessoas uma ferramenta que permite aceder a informação *on-demand* (notícias, informações climatéricas, e-mails, etc.) e partilhar informação em tempo real. Isto resultou num aumento da utilização do tempo de antena e do número de subscritores, levando assim a capacidade do sistema ao limite.

Portadoras sem fios começaram a explorar novas formas de maximizar a eficiência espectral das suas redes e de aumentar o seu retorno do investimento. Atualmente estão a realizar-se pesquisas, para investigar métodos para melhorar o desempenho dos sistemas sem fios (*wireless*). A distribuição de antenas inteligentes (*Smart*

Antennas - SAs) para comunicações *wireless* surgiu como uma das tecnologias líder para alcançar redes de elevada eficiência que maximizam a capacidade e aumentam a qualidade de cobertura. Sistemas de antenas inteligentes captaram muita atenção nos últimos anos porque conseguem aumentar a capacidade do sistema (muito importante em áreas urbanas e densamente populacionadas), dessintonizando dinamicamente a interferência enquanto se focam no utilizador pretendido, juntamente com impressionantes avanços no campo do processamento digital de sinais.

Algoritmos de controlo selecionados, com critérios pré-definidos, fornecem a conjuntos (*arrays*) adaptativos de antenas a possibilidade única de alterar as características do padrão de radiação (nulos, nível de lóbulos laterais, direção do feixe principal e largura do feixe). Estes algoritmos de controlo originam de diversas disciplinas e aplicações alvo específicas (no campo sísmico, submarino, aeroespacial e mais recentemente das comunicações móveis). A introdução comercial de SA é uma grande promessa para um grande aumento no desempenho do sistema em termos de capacidade, cobertura e qualidade de sinal, as quais levam a uma eficiência espectral aumentada.

As atuais tendências concentram-se no processamento e codificação tempo-espaço, uma técnica que promete aumentar grandemente o desempenho em redes *wireless*, usando múltiplas antenas no transmissor e no recetor. O processamento tempo-espaço pode ser visto como uma evolução das tradicionais técnicas de processamento de conjuntos de sinais, como o conjunto de antenas e formação de feixe. Operando simultaneamente em sensores múltiplos, recetores tempo-espaço processam amostras de sinal tanto no tempo como no espaço, melhorando assim a resolução, a supressão da interferência e a qualidade de serviço. Sofisticados métodos de processamento tempo-espaço aplicados a sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) são esperados para providenciar grande capacidade e aumentos dos débitos de dados em sistemas celulares e áreas de redes locais *wireless* [1].

1.1. Aplicação em Redes Ferroviárias

As empresas ferroviárias têm muitos requisitos de comunicação diferentes para a operação e manutenção das suas redes ferroviárias. Esses requisitos de comunicação atualmente são estabelecidos por diferentes soluções técnicas resultantes dos requisitos dos serviços ferroviários que necessitam de transmissão de voz e dados. Além disso, alguns dos sistemas em uso foram instalados há algumas décadas, pelo que estão desatualizados e precisam de ser substituídos pelo estado da arte da tecnologia.

Numa primeira fase, a UIC (*International Union of Railways*) identificou que uma banda de frequências comum era o elemento chave para conseguir uma operação internacional efetiva (entre fronteiras) de um sistema de comunicações ferroviário. A banda designada foi a dos 450/460 MHz, sendo utilizada pela maioria dos atuais sistemas de comunicação ferroviários, sem haver frequências adicionais disponíveis para suportar as aplicações de rádios contempladas no futuro. Além disso, parte das frequências usadas atualmente só podem ser reutilizadas após um considerável período de migração.

A banda de serviços móveis de 900 MHz provou ser a mais apropriada por diversas razões, tais como a propagação de rádio e a disponibilidade de sistemas. Consequentemente foi estabelecida pela UIC a especificação da norma em vigor, da EIRENE para avaliar os sistemas em crescimento, tal como o GSM (*Global System for Mobile Communications*) e o TETRA (*TERrestrial TRunked RADio*) nas suas funcionalidades. Em 1995 a UIC selecionou o GSM como a mais apropriada tecnologia para fazer face aos requisitos específicos ferroviários. A partir de então, o GSM e outros sistemas tiveram consideráveis avanços em direção às funcionalidades pretendidas.

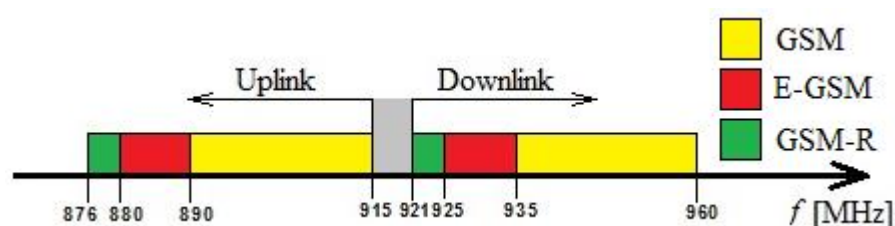


Figura 1 – Alocação de frequências de GSM na banda de 900 MHz

Em 1995 a ETSI (*European Telecommunications Standards Institute*) reservou duas bandas de frequências 876-880 MHz (*uplink*) e 921-925 MHz (*downlink*) internacionalmente para sistemas EIRENE, a partir de então chamadas de bandas GSM-R. O requisito chave para o tráfego entre fronteiras ficou resolvido com a alocação de frequências de GSM que ilustra a figura 1 [3].

A utilização de uma SA numa estação base para seguimento de um comboio traz vantagens relativamente a uma antena convencional, pois a antena é dinamicamente direcionada para o comboio em movimento.

1.2. Objetivo

O objetivo desta dissertação é analisar algoritmos de estimação de direção de chegada de sinal, nomeadamente o MUSIC [7], o ESPRIT [8], com aplicação a uma antena adaptativa em GSM-R , Os algoritmos foram descritos em MATLAB e simulados, de modo a concluir acerca da viabilidade da implementação de uma *tracking* antena em GSM-R com um desempenho otimizado.

1.3. Organização da dissertação

Esta dissertação está dividida em 5 Capítulos, organizados da seguinte forma:

- **Capítulo 1** onde é feita a introdução do trabalho e são definidos os objetivos e analisados os problemas para a realização do trabalho.
- **Capítulo 2** onde é feita uma descrição sobre os sistemas de antenas inteligentes.
- **Capítulo 3** onde são descritos os algoritmos MUSIC (*MUltiple Signal Classification*), ESPRIT (*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariant Techniques*) e SAGE (*Space – Alternating Generalized Expectation – maximization algorithm*) para estimação de direção de chegada do sinal.
- **Capítulo 4** onde se descreve a implementação dos algoritmos em MATLAB
- **Capítulo 5** onde se apresentam resultados de simulação dos algoritmos em MATLAB.

- **Capítulo 6** onde são apresentadas as conclusões do trabalho e o trabalho futuro.

Capítulo 2 – Antenas Inteligentes

A “inteligência” associada às antenas inteligentes é resultada da capacidade adicional do dispositivo em realizar processamento digital de sinal e adaptar-se de modo a otimizar a recepção e/ou transmissão do sinal. Apesar de poder parecer que sistemas de antena inteligente são uma nova tecnologia, os princípios fundamentais sobre os quais são baseados não são novos. De facto, nos anos 1970s e 1980s duas edições especiais do *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* foram dedicadas a agregados de antenas adaptativas e às técnicas de processamento de sinal associadas. A utilização de antenas adaptativas em sistemas de comunicação atraíram bastante interesse para aplicações militares. Particularmente, essas técnicas têm sido usadas durante muitos anos em guerra eletrónica (EWF – *Electronic Warfare*) como contra medidas a esmagamento eletrónico. Em sistemas de radar militares, já foram utilizadas técnicas semelhantes durante a 2ª Guerra Mundial. No entanto, é apenas devido aos atuais avanços em potentes processadores digitais de sinal de baixo custo, processadores de propósito geral e ASICs (*Application Specific Integrated Circuits*), como inovadoras técnicas de processamento de sinal baseadas em *software* (algoritmos), que sistemas de antenas inteligentes se estão a tornar gradualmente mais disponíveis comercialmente.

2.1 Necessidade de Antenas Inteligentes

Sistemas de comunicação *wireless*, em oposição às suas correspondentes ligadas, apresentam alguns desafios únicos:

- i. O espectro limitado alocado à comunicação resulta num limite de capacidade;
- ii. O ambiente de propagação rádio e a mobilidade de utilizadores aumentam o desvanecimento do sinal e a dispersão no tempo, espaço e frequência;
- iii. A vida limitada da bateria no dispositivo móvel impõe restrições de potência.

Adicionalmente, sistemas celulares de comunicação sem fios têm de lidar com a interferência devido à reutilização de frequência. Nos últimos 25 anos têm surgido bastantes trabalhos de pesquisa de tecnologias eficazes para mitigar tais efeitos, ao mesmo tempo que se verifica um rápido crescimento das comunicações sem fios. Entre estes métodos estão esquemas de múltiplo acesso, codificação e equalização de canal e aplicação de antenas inteligentes. A figura 2 resume os emparelhamentos de sistemas de comunicação sem fios que as antenas inteligentes procuram interligar.

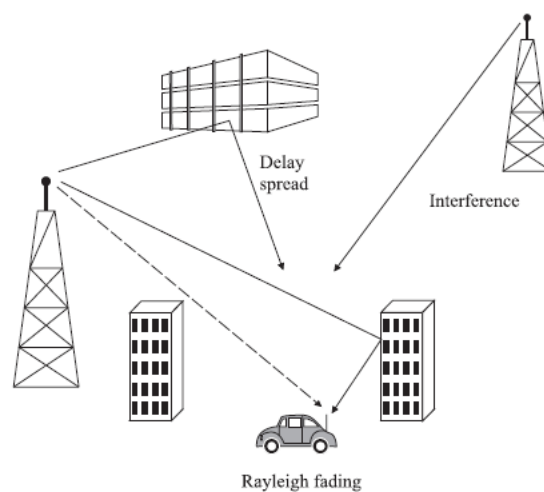


Figura 2 – Cenário típico de um ambiente de comunicação sem fios

Uma antena num sistema de telecomunicações é o porto através do qual energia de Rádio Frequência (RF) é acoplada do transmissor para o mundo exterior para propósitos de transmissão e, em sentido inverso, para o recetor vindo do mundo exterior para propósitos de receção. Até hoje, as antenas têm sido os mais negligenciados de todos os componentes em sistemas de comunicações pessoais. Mesmo assim, a maneira como a energia de radio frequência é distribuída e coletada do espaço tem uma profunda influência na eficiência de utilização do espetro, sobre o custo de estabelecer novas redes de comunicações pessoais e sobre a qualidade de serviço disponibilizada por essas redes. A adoção comercial de técnicas de antena inteligente é uma grande promessa para a solução dos supracitados emparelhamentos de comunicações sem fios.

2.2 Visão Geral

A ideia básica em que sistemas de antena inteligente foram desenvolvidos é mais frequentemente introduzida com um simples e intuitivo exemplo que correlaciona as suas operações com o sistema de audição humano. Uma pessoa é capaz de determinar a Direção de Chegada (DoA) de um som usando um processo de três etapas:

- i.* Os ouvidos agem como sensores acústicos e recebem o sinal;
- ii.* Devido à separação entre os ouvidos, cada ouvido recebe o sinal com um tempo de atraso diferente;
- iii.* O cérebro humano, um processador de sinal especializado, faz um grande número de cálculos para correlacionar informação e processa a localização do som recebido.

Para dar uma melhor visão de como funciona um sistema de antena inteligente, imaginemos duas pessoas com uma conversa dentro de uma sala isolada, tal como ilustra a figura 3.

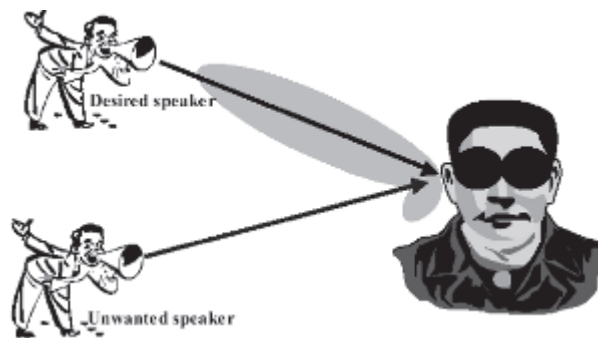


Figura 3 – Exemplo da utilização inteligente da audição humana

O ouvinte entre as duas pessoas é capaz de determinar a localização do interlocutor à medida que se move pela sala porque a voz do interlocutor chega a cada sensor acústico, o ouvido, em tempos diferentes. O “processador de sinal” humano, o cérebro, processa a direção do interlocutor das diferenças de tempo ou atrasos recebidos pelos dois ouvidos. Posteriormente, o cérebro adiciona a força dos sinais de cada ouvido de forma a focar-se no som da direção processada.

Usando um processo semelhante, o cérebro humano é capaz de distinguir entre múltiplos sinais que tenham diferentes direções de chegada. Assim, se interlocutores adicionais se juntarem à conversa, o cérebro é capaz de realçar o sinal recebido do interlocutor desejado e desligar interferentes indesejados. Por isso, o ouvinte tem a capacidade de distinguir a voz de uma pessoa, de entre muitas pessoas a falar simultaneamente e concentrar-se numa conversa de cada vez. Deste modo, qualquer interferência indesejada é atenuada. Inversamente, o ouvinte pode responder de volta para a mesma direção do falante desejado, orientando o seu transmissor, a sua boca, na direção do interlocutor.

Sistemas elétricos de antenas inteligentes funcionam da mesma maneira usando duas antenas em vez de dois ouvidos e um processador digital de sinal em vez do cérebro, como mostra a figura 4.

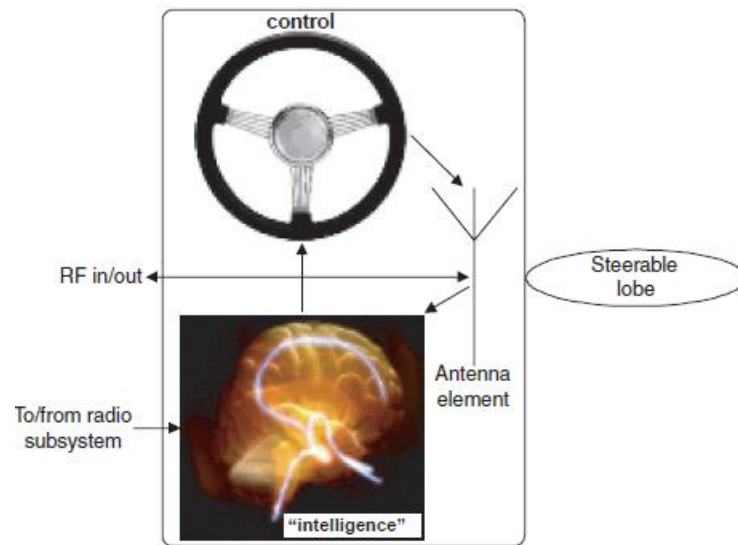


Figura 4 – Princípio de um Sistema de Antena Inteligente

Assim, baseado nos atrasos de tempo devido aos sinais que afetam os elementos da antena, o processador digital de sinal processa a direção de chegada (DoA) do Sinal de Interesse (SOI) e depois ajusta as excitações (ganhos e fases dos sinais) para produzir um padrão de radiação focado no SOI enquanto se desliga de quaisquer interferentes ou Sinais Não Interessantes (SNOI).

Transferindo a mesma ideia para sistemas de comunicação móvel, a estação base desempenha o papel do ouvinte e os telefones celulares ativos simulam o papel dos diversos sons escutados pelos ouvidos humanos. O princípio de um sistema de antena inteligente é ilustrado na figura 5.

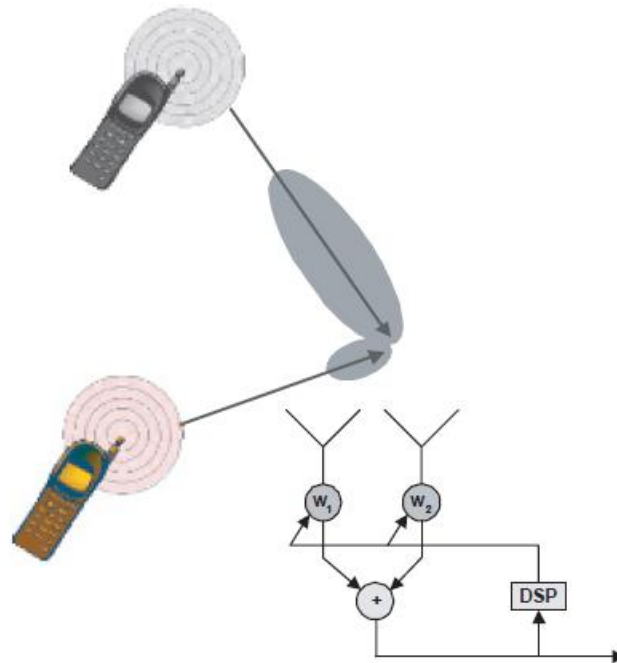


Figura 5 – Uma antena elétrica inteligente de dois elementos

Um processador digital de sinal localizado na estação base funciona em conjunção com o agregado de antena e é responsável por ajustar vários parâmetros do sistema para filtrar quaisquer sinais interferentes ou sinais de não interesse (*Signal Not Of Interest - SNOI*) enquanto melhoram a comunicação desejada ou os sinais de interesse (*Signal of Interest - SOI*). Assim, o sistema forma o padrão de radiação de forma adaptativa, respondendo dinamicamente ao ambiente do sinal e suas alterações. O princípio de formação de feixe é essencialmente para pesar os sinais transmitidos para que o recetor obtenha uma superposição construtiva das diferentes partes do sinal. Note-se que algum conhecimento do canal de transmissão no transmissor é necessário de forma a tornar realizável a formação de feixe. A figura 6 ilustra a ideia geral da formação de feixe adaptativa.

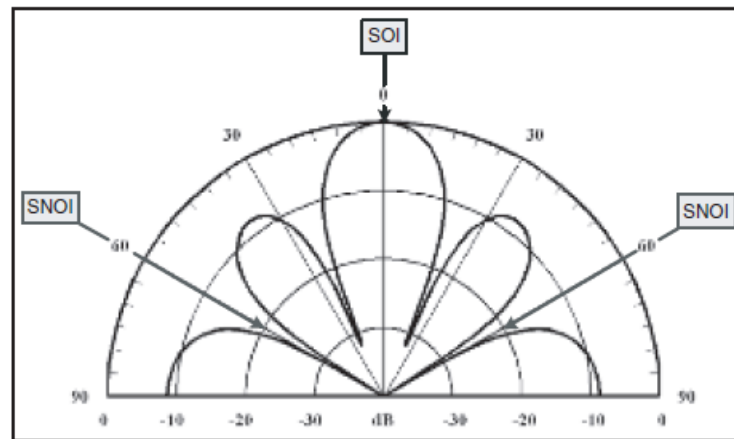
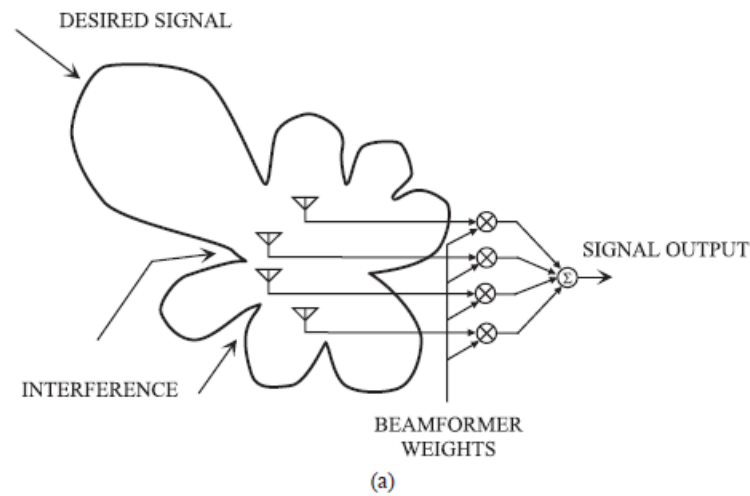


Figura 6 – Procedimentos de adaptação: a) Cálculo dos pesos de formação de feixe; b) Padrão de amplitude de feixe formado na antena para realçar SOI e suprimir SNOI

2.3 Configurações de Antena Inteligente

Basicamente existem duas principais configurações para antenas inteligentes:

- i. Feixe Comutado (*Switched-Beam*): Um número finito de padrões fixos predefinidos ou estratégias de combinação (setores);
- ii. Agregado Adaptativo: Um número teoricamente infinito de padrões (baseados no cenário) que são ajustados em tempo real de acordo com alterações espaciais de SOIs e SNOIs.

Na presença de baixa interferência de nível, ambos os tipos de antenas inteligentes disponibilizam ganhos significativos sobre os convencionais sistemas setorizados. No entanto, quando está presente um elevado nível de interferência, a capacidade de rejeição de interferência dos sistemas adaptativos fornecem significativamente maior cobertura que o sistema de feixe convencional ou comutado. A figura 7 ilustra a área de cobertura relativa para sistemas de antena convencional setorizada, feixe comutado e adaptativa.

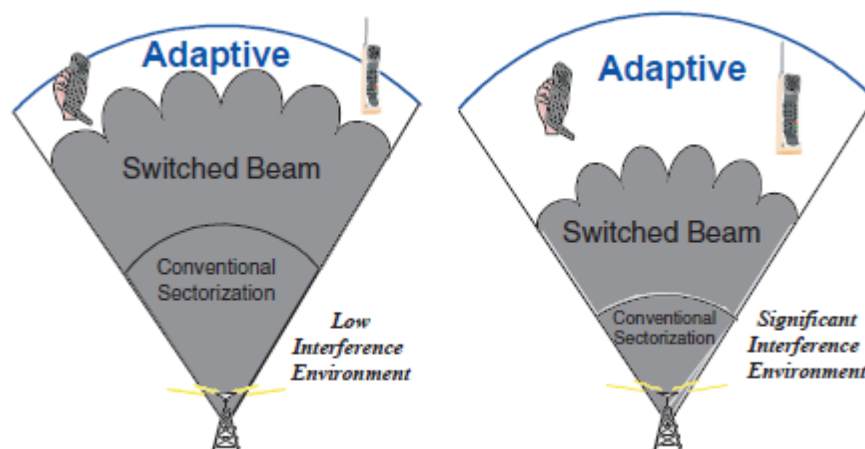


Figura 7 – Padrões de cobertura para antenas de feixe comutado e agregados adaptativos

Ambos os tipos de sistemas de antena inteligente providenciam ganhos significativos sobre sistemas convencionais setorizados. O baixo nível de ambiente de interferência à esquerda representa um novo sistema sem fios com menores níveis de penetração. Contudo, o ambiente com um nível significativo de interferência à direita representa tanto um sistema sem fios com mais utilizadores como um sistema usando padrões de reutilização de frequência mais agressivos. Neste cenário, a capacidade de rejeição de interferência do sistema adaptativo disponibiliza significativamente mais cobertura do que sistemas convencionais ou de feixe comutado.

Assumindo que um sinal de interesse e dois interferentes co-canal chegam à estação base de um sistema de comunicações que emprega antenas inteligentes.

A figura 8 ilustra os padrões de feixe que cada configuração pode formar para se adaptar ao cenário.

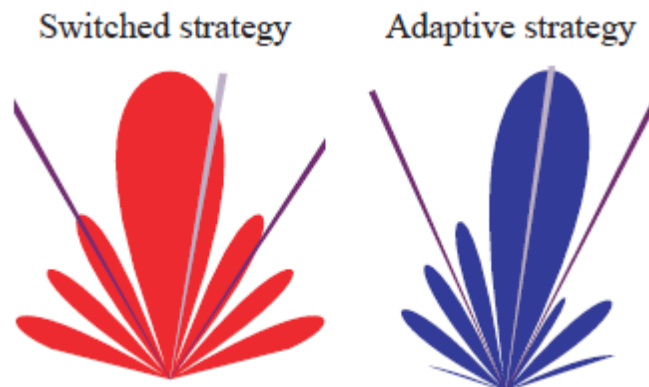


Figura 8 - Lóbulos de formação de feixe e nulos que sistemas de Feixe Comutado (esquerda) e Agregado Adaptativo (direita) podem escolher para sinais de utilizador idênticos (linha de luz) e interferentes co-canal (linhas escuras)

O sistema de feixe comutado é mostrado à esquerda enquanto o sistema adaptativo é mostrado à direita. As linhas de luz indicam o sinal de interesse enquanto as linhas escuras mostram a direção dos sinais de interferência co – canal. Ambos os sistemas dirigem o lóbulo com maior intensidade na direção geral do sinal de interesse. Contudo, feixes fixos comutados conseguem um controlo de padrão mais ordinário que agregados adaptativos. O sistema adaptativo escolhe uma colocação mais exata, providenciando assim maior realce do sinal. Semelhantemente, os sinais interferentes chegam a locais de menor intensidade fora do lóbulo principal, mas novamente o sistema adaptativo coloca esses sinais nos pontos de ganho mais baixos possíveis. O conceito de agregado adaptativo idealmente assegura que o sinal principal recebe o realce máximo enquanto os sinais interferentes obtêm a supressão máxima.

2.4 Abordagem de Antena Adaptativa

Os sistemas de antena adaptativa aproximam a comunicação entre um utilizador e uma estação base de maneira diferente adicionando a dimensão de espaço. Ajustando-se ao ambiente RF à medida que se altera (ou a origem espacial dos sinais), a tecnologia de antena adaptativa consegue alterar dinamicamente os padrões do sinal para otimizar o desempenho do sistema sem fios. Sistemas agregados adaptativos providenciam mais graus de liberdade, uma vez que têm a

habilidade de adaptarem em tempo real o padrão de radiação ao ambiente do sinal RF, ou seja, eles conseguem adaptar um padrão de radiação apropriado para cada utilizador individual. A figura 9 ilustra a ideia geral de um sistema de antena adaptativo.

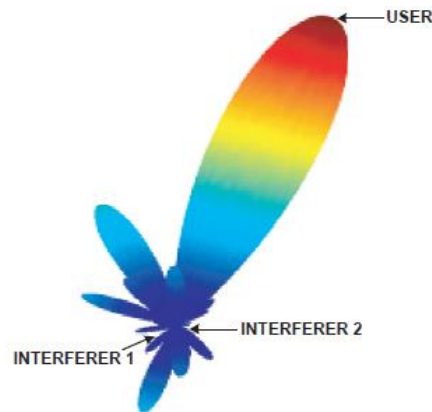


Figura 9 – Cobertura de agregado adaptativo

O conceito adaptativo é muito superior ao desempenho de um sistema de feixe comutado, tal como é mostrado na figura 7. Além disso, mostra que o sistema de feixe comutado não apenas não é capaz de colocar o sinal desejado no máximo do lóbulo principal, como também exibe incapacidade de rejeitar completamente os interferentes. Devido à capacidade de controlar todo o padrão de radiação numa maior área de cobertura para cada *site* da célula, como ilustra a figura 8, sistemas agregados adaptativos conseguem providenciar maior aumento de capacidade. Sistemas agregados adaptativos conseguem localizar e perseguir sinais (utilizadores e interferentes) e ajustar dinamicamente o padrão da antena para melhorar a recepção enquanto minimizam a interferência usando algoritmos de processamento de sinal. Um diagrama de blocos funcional da parte de processamento digital de sinal de um sistema de agregado de antena adaptativo é mostrado na figura 10.

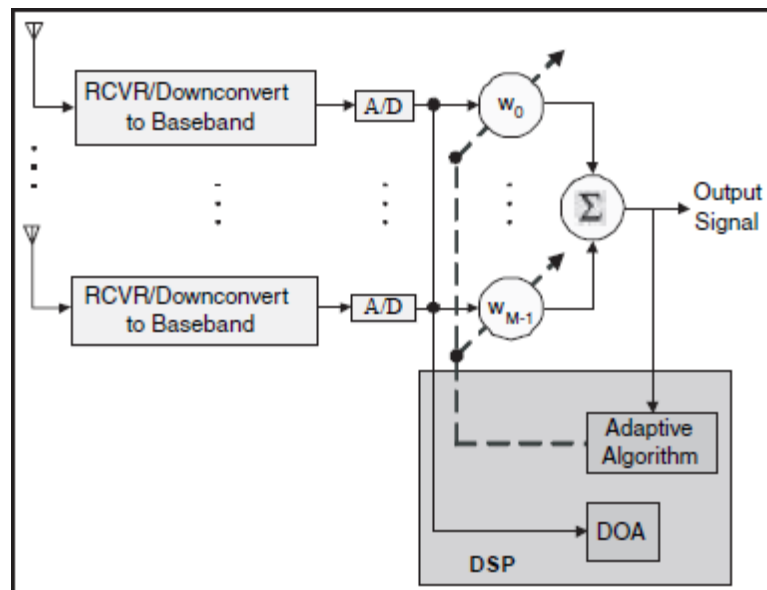


Figura 10 - Diagrama de blocos funcional de um sistema agregado adaptativo

Depois do sistema converter os sinais recebidos para banda base e digitalizá-los, localiza o SOI usando o algoritmo de Direção de Chegada (DoA) e continuamente persegue o SOI e SNOI alterando dinamicamente os pesos complexos (amplitudes e fases dos elementos da antena). Basicamente, o DoA processa a direção de chegada de todos os sinais processando os atrasos de tempo entre os elementos da antena e, posteriormente, o algoritmo adaptativo, usando uma função de custo, processa os pesos apropriados que resulta num padrão de radiação ótimo. Como os agregados adaptativos geralmente são de processamento digital mais intensivo e requerem uma porção completa de RF do *transceiver* para cada elemento da antena, eles tendem a ser mais caros do que os sistemas de feixe comutado.

Agregados adaptativos utilizam algoritmos de processamento de sinal para distinguir continuamente entre sinais desejados, multi trajeto e sinais interferentes, tal como calculam as suas direções de chegada. Esta abordagem atualiza continuamente a sua estratégia de transmissão baseada em alterações nas localizações tanto do sinal desejado como do sinal interferente. Existem alguns algoritmos bem documentados para estimar a direção de chegada, como o MUSIC (*MUltiple Signal Classification*), o ESPRIT (*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariant Techniques*) e o SAGE (*Space – Alternating Generalized Expectation – maximization algorithm*) [2]. Estes algoritmos, que serão descritos

em detalhe no capítulo seguinte, fazem uso de uma matriz de dados com as fotografias do agregado, obtidas dentro do tempo de coerência do canal. Na essência, processamento espacial cria dinamicamente um setor diferente para cada utilizador e conduz a uma localização de frequência/canal numa maneira de andamento em tempo real. A figura 11 ilustra os feixes de um sistema de antena completamente adaptativa suportando dois utilizadores.

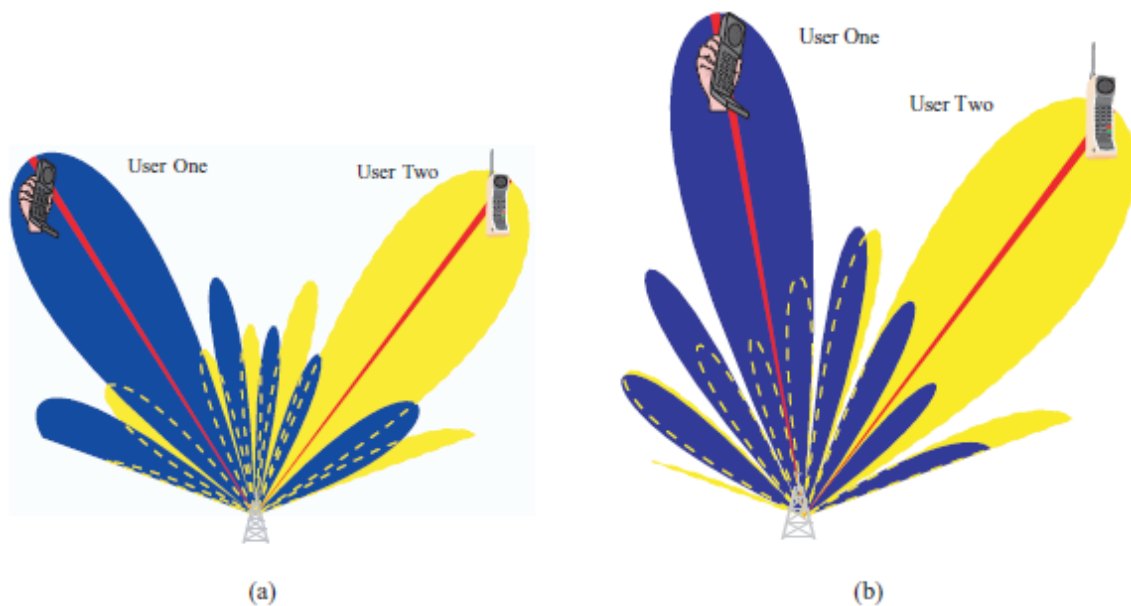


Figura 11 – Processamento espacial completamente adaptativo suportando dois utilizadores no mesmo canal convencional simultaneamente na mesma célula.

Nas técnicas de formação de feixe adaptativas, são distinguidas duas estratégias principais. A primeira é baseada na assunção de que parte do sinal desejado já é conhecida pela utilização de uma sequência de treino. Este sinal conhecido é depois comparado com o que é recebido e os pesos são depois ajustados para minimizar o Erro Médio Quadrado (*Mean Square Error* - MSE) entre os sinais conhecido e recebido. Deste modo, o padrão do feixe pode ser ajustado para anular os interferentes. Esta abordagem otimiza a relação sinal-interferência (*Signal-Interference Ratio* - SIR) e é aplicável a ambientes sem linha de vista (*Non Line Of Sight* - NLOS). Visto que os pesos são atualizados de acordo com os sinais recebidos, não apenas a interferência é reduzida, mas o desvanecimento de multi trajeto também é mitigado. Na segunda estratégia, as direções de chegada de todas

as fontes de sinais transmitidos para o agregado primeiro são identificados. Os pesos complexos são depois ajustados para produzir um máximo na direção do ângulo desejado e anular a direção dos sinais interferentes. Esta estratégia pode tornar-se deficiente em cenários práticos onde existem muitas DoAs devido aos multi trajetos e os algoritmos são mais suscetíveis de falhar em detetá-las apropriadamente. Isto é mais provável acontecer em ambientes NLOS onde existem muitos dispersores locais próximos dos utilizadores e da estação base, resultando assim numa dispersão mais vaga do ângulo de chegada.

Outra vantagem significativa dos sistemas de antena adaptativos é a sua capacidade de partilhar espectro. Por causa do rastreamento exato e das capacidades robustas de rejeição de interferência, múltiplos utilizadores podem partilhar o mesmo canal convencional dentro da mesma célula. A capacidade do sistema aumenta através de menores padrões de reutilização de frequência inter-célula, bem como de reutilização de frequência inter-célula. A figura 11 mostra como a abordagem de antena adaptativa pode ser usada para suportar simultaneamente dois utilizadores na mesma célula no mesmo canal convencional.

Em cada um dos dois diagramas, o padrão da esquerda é usado para comunicar com o utilizador da esquerda enquanto o padrão da direita é usado para comunicar com o utilizador à direita. As linhas desenhadas delineiam a direção atual de cada sinal. Note-se que à medida que os sinais viajam na linha indicada em direção à estação base, o sinal do utilizador da direita chega até um nulo do padrão da esquerda ou mínimo ponto de ganho e vice-versa. À medida que os utilizadores se movem, os padrões dos feixes são constantemente atualizados para assegurar essas posições. O diagrama de fundo da figura mostra como os padrões de feixe têm alterado dinamicamente para assegurar a máxima qualidade de sinal à medida que um utilizador se move em direção ao outro. A figura 12 resume os diferentes conceitos de antena inteligente e as funções de cada uma.

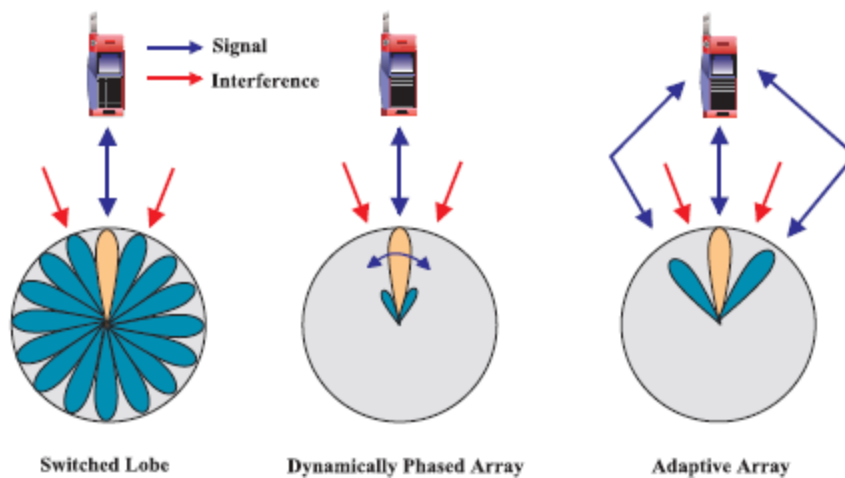


Figura 12 – Diferentes conceitos de antena inteligente.

2.5 Arquitetura de um Sistema de Antena Inteligente

Um sistema de comunicação sem fios é separado nas suas partes de receção e transmissão. Por causa das funções avançadas num sistema de antenas inteligente, existe uma maior necessidade de melhorar a cooperação entre as suas partes de receção e de transmissão.

2.5.1 Recetor

A figura 13 mostra esquematicamente o diagrama de blocos da parte de receção de um sistema *wireless* que emprega uma antena inteligente com M elementos.

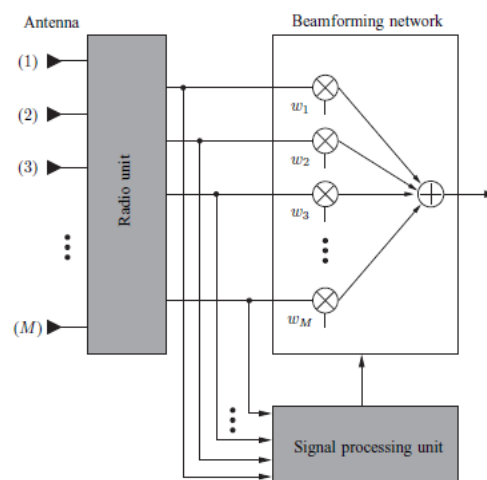


Figura 13 – Sistema de receção de uma antena inteligente

Adicionalmente à própria antena, ela contém uma unidade de rádio, uma unidade de formação de feixe e uma unidade de processamento de sinal.

O número de elementos no agregado deve ser relativamente baixo (o mínimo requerido), de forma a evitar complexidade desnecessariamente elevada na unidade de processamento de sinal. Agregados de antenas podem ser uni-, bi- ou

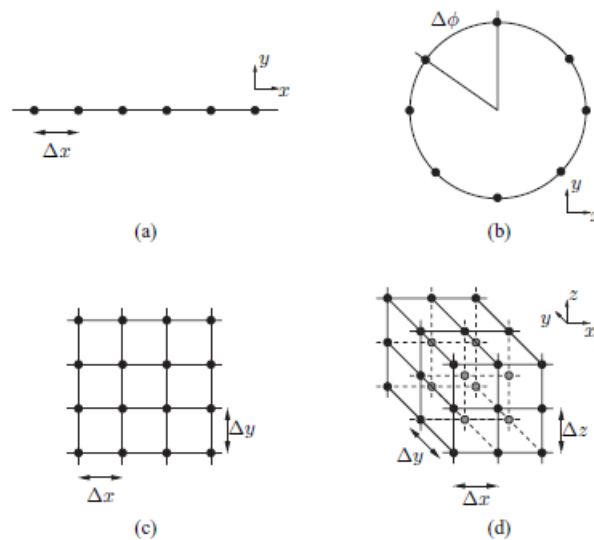


Figura 14 – Diferentes geometrias de agregados

tri-dimensionais, dependendo da dimensão de espaço a que se quer aceder. A figura 14 mostra diferentes geometrias de agregados que podem ser aplicadas na implementação de antenas adaptativas.

A primeira estrutura é usada principalmente para formação de feixe no plano horizontal (azimute) apenas. Normalmente é suficiente para ambientes exteriores, pelo menos em células grandes. O exemplo na figura mostra um agregado linear uni – dimensional com espaçamento de elementos uniforme de Δx . Uma estrutura destas pode realizar formação de feixe num plano dentro de um setor angular. Esta é a estrutura mais comum devido à sua pequena complexidade. O segundo exemplo (b) mostra um agregado circular com espaçamento angular uniforme entre elementos adjacentes de $\Delta\phi = 2\pi/N$, em que N representa o número de elementos. Esta estrutura pode realizar formação de feixe em qualquer direção mas, devido à sua simetria, é mais apropriada para formação de feixe azimutal. As últimas duas estruturas são usadas para realizar

formação de feixe bi – dimensional, isto é, em ambos os ângulos azimutal e de elevação. Tais especificações são normalmente desejáveis para ambientes interiores ou densamente urbanos. A vista frontal de um agregado retangular bi – dimensional com espaçamento de elemento horizontal de Δx e espaçamento de elemento vertical de Δy é mostrado em (c). Formação de feixe em todo o espaço, dentro de todos os ângulos requer algum tipo de estrutura cúbica ou esférica (configuração tri – dimensional). O quarto exemplo (d) mostra uma estrutura cúbica com separações de elementos de Δx , Δy e Δz respetivamente, em cada direção no espaço.

A unidade de rádio consiste em cadeias de conversão e conversão (complexa) analógica para digital (A/D). Devem existir M cadeias de conversão, uma para cada um dos elementos do agregado. Os sinais recebidos das unidades móveis são combinados num, o qual é a entrada para a restante parte do recetor (amplificador, descodificação do canal, etc.).

Baseado no sinal recebido, a unidade de processamento de sinal calcula os pesos complexos $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$ com os quais o sinal recebido por cada um dos elementos do agregado é multiplicado. Esses pesos determinam o padrão da antena na direção de *uplink*. A estimação dos pesos pode ser otimizada usando um dos dois principais critérios, dependendo da aplicação e complexidade:

- a. Maximização da potência do sinal recebido do utilizador desejado (feixe comutado ou agregado faseado);
- b. Maximização da SIR suprimindo o sinal recebido das fontes de interferência (agregado adaptativo).

Teoricamente, com M elementos de antena, $M - 1$ fontes de interferência podem ser anuladas, mas este número normalmente é menor devido ao ambiente de propagação de multi - trajeto.

O método para calcular os pesos difere com o tipo de critério de otimização. Quando é usado o feixe comutado (SB – *Switched Beam*), o recetor testa todos os vetores de pesos pré-definidos (correspondentes ao conjunto de feixe) e escolhe o melhor, disponibilizando o nível de sinal recebido mais forte. Se for usada a abordagem de agregado faseado (PA – *Phased Array*), a qual consiste

em dirigir um feixe de ganho máximo na direção da componente de sinal mais forte, os pesos são calculados depois de ser estimada a direção de chegada (DoA). Existem alguns métodos bem documentados para estimar a DoA que serão apresentados no capítulo seguinte. Na abordagem de agregado adaptativo (AA – *Adaptative Array*), em que é necessária maximização da SIR, o vetor de peso ótimo (de dimensão M) ω_{opt} pode ser processado usando alguns algoritmos, como a combinação ótima e outros que se seguem.

Quando a formação de feixe é feita digitalmente (após A/D), as unidades de formação de feixe e processamento de sinal podem normalmente ser integradas na mesma unidade (DSP – *Digital Signal Processor*). A separação na figura 13 é feita para clarificar a funcionalidade. A formação de feixe pode ser realizada tanto em Rádio Frequência (RF) como em Frequência Intermédia (IF).

2.5.2 Transmissor

Normalmente o processo adaptativo apenas é aplicado ao *uplink*/recepção (do móvel para a estação base).

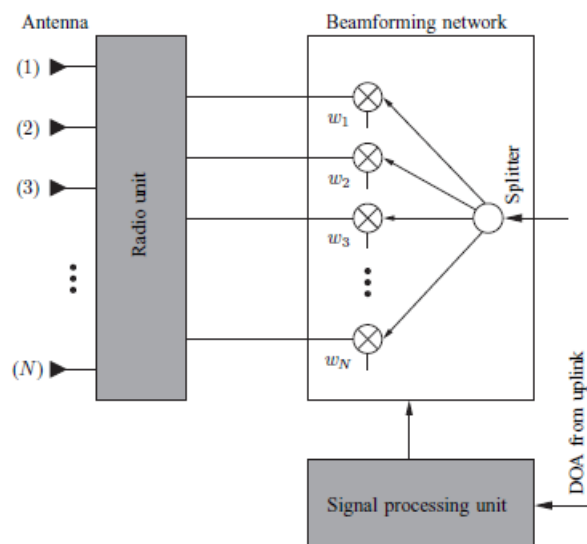


Figura 15 – Parte de transmissão de uma antena inteligente

Nesse caso, a unidade móvel consome menos potência de transmissão e o tempo operacional da bateria é expandido. Contudo, os benefícios da adaptação são muito limitados se não for aplicada formação de feixe na transmissão em

downlink (da estação base para o móvel). Em princípio, os métodos usados no *uplink* podem ser aplicados no *downlink*. A parte de transmissão de um sistema de antena inteligente é esquematicamente semelhante à sua parte de receção, tal como é mostrado na figura 15.

O sinal é dividido em N ramos, os quais são pesados pelos pesos complexos $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ na unidade de formação de lóbulos. A unidade de processamento de sinal calcula apropriadamente os pesos, com os quais forma o padrão de radiação na direção de *downlink*. A unidade de rádio consiste em conversores D/A e em cadeias de conversão. Na prática, alguns componentes, tais como as próprias antenas e o DSP, são os mesmos que na receção. A principal diferença entre o *uplink* e o *downlink* é que visto que não há antenas inteligentes aplicadas aos terminais dos utilizadores (estações móveis), só existe conhecimento limitado da Informação de Estado do Canal (CSI – *Channel State Information*) disponível. Por isso, a formação de feixe ótima em *downlink* é difícil e não se consegue obter o mesmo desempenho em *uplink*.

Tipicamente existem duas abordagens para resolver este defeito. A primeira é de criar métodos que não requeiram qualquer CSI, mas com algum ganho de desempenho limitado. A segunda é a assunção de reciprocidade direcional, isto é, a direção da qual o sinal é recebido em *uplink* é aproximadamente relacionada à CSI de *downlink*. Esta assunção ganhou força com resultados experimentais recentes.

Fisicamente uma antena adaptativa é muito parecida com uma antena vulgar, mas tem eletrónica embutida e *software* de controlo. Cooperar com o sistema de controlo adaptativo do recetor em tempo real. Também pode comunicar interactivamente com o sistema rádio celular de controlo de rede.

Técnicas de antena inteligente apenas recentemente têm sido consideradas para implementação em estações móveis terrestres e unidades instaladas em veículos devido à elevada complexidade do sistema e grande consumo de potência. Alguns agregados de antenas inteligentes para aplicações de estações base já foram propostos. Contudo, apenas ainda foram considerados esforços limitados para desenvolver recetores de agregados de antenas inteligentes adequados a

telefones. De fato, na prática existem diversas dificuldades com a implementação de uma solução ao nível do telefone. Essas dificuldades são:

- i.* O espaço no dispositivo do telefone é limitado e não permite a implementação de um agregado de antena com o número de elementos suficientemente necessário para um processamento de sinal espacial eficiente. Além disso, duas (ou múltiplas) antenas na proximidade podem reduzir a eficiência do sistema da antena devido ao acoplamento;
- ii.* O problema relacionado com o movimento do móvel que produz um cenário omnidireccional;
- iii.* O custo e a complexidade da implementação em todos os móveis é muitos maior que a implementação em cada estação base de rádio.

Além destas dificuldades, o algoritmo adaptativo para processamento de sinal no telefone deve ser rápido; contudo precisa apenas de alguns cálculos simples e requiere uma simples implementação de *hardware*. Para justificar esforços adicionais de pesquisa em aplicar múltiplas antenas em telefones, o ganho em desempenho deve ser grande o suficiente para compensar o custo adicional e o consumo de potência. Finalmente, pode-se realçar que a utilização de antenas digitais de formação de feixe, tanto em satélites como em unidades móveis e fixas terrestres, continua um desafio para futuros sistemas de comunicação satélite.

Capítulo 3 – Sistema de Processamento de Sinal de uma Antena Inteligente - Algoritmos de Estimação de Direção

Neste capítulo, descreve-se a análise teórica associado ao processamento de sinal de uma antena inteligente, em particular, os algoritmos de estimação de direção.

3.1 Processamento de Sinal de um Sistema de Antena Inteligente

A figura 16 mostra os principais elementos de um sistema de antena inteligente.

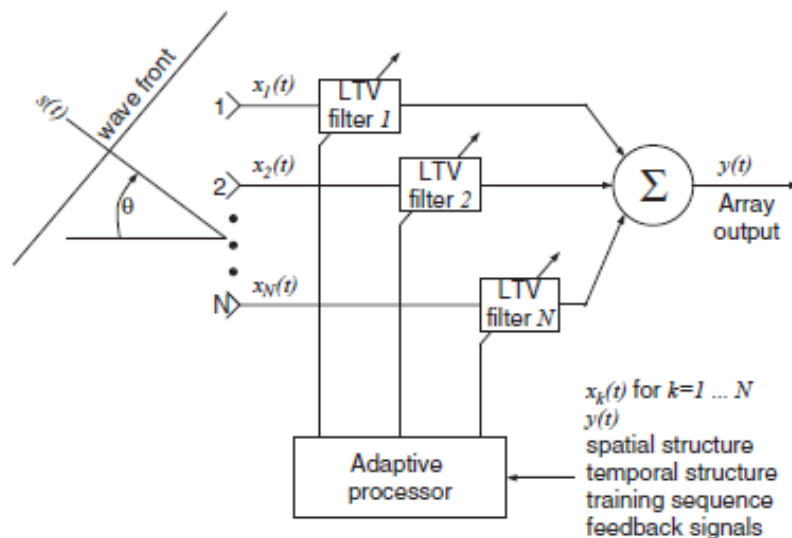


Figura 16 – Diagrama funcional de uma antena inteligente de N elementos

A antena inteligente consiste no agregado sensor, na rede de formação de padrão e no processador adaptativo:

- i.* Agregado sensor: é formado por N sensores concebidos para receber (e transmitir) sinais. A arrumação física do agregado (linear, circular, etc.) pode ser escolhida arbitrariamente, dependendo das especificações requeridas. Contudo, isso coloca limitações fundamentais na capacidade da antena inteligente;
- ii.* Rede de formação de padrão: a saída de cada um dos N elementos sensores é alimento para a rede de formação de padrão, em que as saídas são processadas por filtros lineares variantes no tempo (LTV – *Linear Time Variant*). Esses filtros determinam o padrão direcional da antena inteligente. As saídas dos filtros LTV são depois somadas para formar a saída completa $y(t)$. Os pesos complexos dos filtros LTV são determinados pelo processador adaptativo;
- iii.* Processador adaptativo: é o processador que determina os pesos complexos da rede de formação de padrão. Os sinais e as propriedades do sistema usadas para processar os pesos são os seguintes:
 - Os sinais recebidos pelo agregado sensor: $x_n(t)$, $n = 1, 2, \dots, N$;
 - A saída da antena inteligente: $y(t)$;
 - A estrutura espacial do agregado sensor;
 - A estrutura temporal do sinal recebido;
 - Sinais de retorno dos móveis;
 - Topologia de rede.

Pode-se explicar o princípio de funcionamento de uma antena inteligente usando um exemplo simples. No exemplo, considera-se um agregado linear uniforme (*Uniform Linear Array* - ULA) constituído por dois sensores omnidirecionais idênticos, como mostra a figura 17.

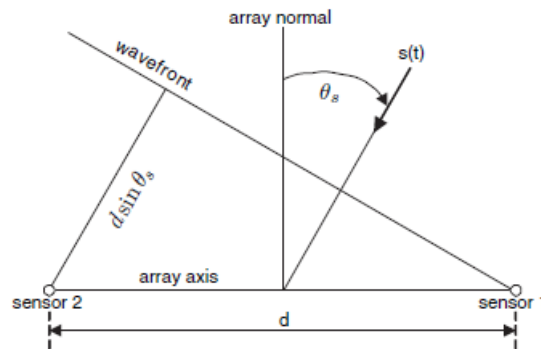


Figura 17 - Agregado linear uniforme (ULA) com dois elementos sensores, com a incidência de uma onda EM planar uniforme.

Assume-se que um sinal $s(t)$ é gerado por uma fonte no campo distante da antena inteligente. O sinal que incide no agregado sensor é aproximadamente uma onda planar uniforme, como mostra a figura. Em relação ao sensor 1, o sensor 2 tem um atraso de tempo de: $\Delta\tau = \frac{d \sin \theta_s}{v_0}$, em que d é o espaçamento entre os dois elementos e v_0 é a velocidade da onda. De modo semelhante, sabendo o valor de d e medindo $\Delta\tau$, o ângulo θ_s da direção de chegada é calculado usando a expressão: $\theta_s = \arcsen\left(\frac{v_0 \Delta\tau}{d}\right)$.

Se $s(t)$ for um sinal de banda estreita com frequência de portadora f_c , então o atraso de tempo $\Delta\tau$ corresponde a um desvio de fase de:

$$\Delta\psi = 2\pi \frac{d \sin \theta_s}{\lambda_c} \quad (e.1)$$

Em que λ_c é o comprimento de onda correspondente à frequência da portadora $\lambda_c = \frac{v_0}{f_c}$. Para um sinal chegado por uma direção perpendicular ao agregado normal ($\theta_s = 0$), tanto o atraso de tempo como o desvio de fase entre os dois sensores são zero.

Assumindo agora que um sinal interferente $n(t)$ com a mesma frequência de portadora f_c incide no agregado. Como exemplo, as direções de $s(t)$ e $n(t)$ são definidas a 0° e 30° , respetivamente. Definem-se os pesos complexos dos sensores como $\omega_1 = \omega_{1,1} + j\omega_{1,2}$ e $\omega_2 = \omega_{2,1} + j\omega_{2,2}$ respetivamente. Assim, a saída do agregado resultante de $s(t)$ é dada por:

$$S(t) = s(t) [(\omega_{1,1} + j \omega_{1,2}) + (\omega_{2,1} + j \omega_{2,2})]=$$

$$= s(t) [(\omega_{1.1} + \omega_{2.1}) + j(\omega_{1.2} + \omega_{2.2})] \quad (e.2)$$

De acordo com a expressão (e.1), para o espaçamento entre elementos $d=\lambda/2$ e $\theta_s=30^\circ$, o sensor 2 apresenta uma defasagem de $\Delta\psi=\pi/2$ em relação ao sensor 1. Assim, a saída do agregado resultante de $n(t)$ é dada por:

$$\begin{aligned} N(t) &= n(t) [(\omega_{1.1} + j \omega_{1.2}) + e^{-j\frac{\pi}{2}}(\omega_{2.1} + j \omega_{2.2})] = \\ &= n(t) [(\omega_{1.1} + \omega_{2.2}) + j(\omega_{1.2} + \omega_{2.1})] \end{aligned} \quad (e.3)$$

O objetivo da antena inteligente é cancelar completamente o sinal interferente $n(t)$ e recuperar completamente o sinal desejado $s(t)$. Para alcançar este objetivo usando as expressões (e.2) e (e.3), é necessário que:

$$\omega_{1.1} + \omega_{2.1} = 1 \quad (e.4a)$$

$$\omega_{1.2} + \omega_{2.2} = 0 \quad (e.4b)$$

$$\omega_{1.1} + \omega_{2.2} = 0 \quad (e.4c)$$

$$\omega_{1.2} + \omega_{2.1} = 0 \quad (e.4d)$$

A solução de (e.4) produz:

$$\omega_{1.1} = \omega_{1.2} = \omega_{2.1} = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \omega_{2.2} = -\frac{1}{2} \quad (e.5)$$

Ou:

$$\omega_1 = \frac{1}{2}(1 + j) \quad (e.6a)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2}(1 - j) \quad (e.6b)$$

Para cada agregado de antena pode ser definido o seu vetor de direção. O vetor de direção contém as respostas de todos os elementos do agregado a uma fonte com uma única componente de frequência da unidade de potência. Visto que a resposta do agregado é diferente em direções diferentes, um vetor de direção está associado a cada fonte direcional. A geometria do agregado define a unicidade desta associação. Para um agregado de elementos idênticos, cada componente deste vetor tem amplitude unitária. A fase do seu n -ésimo componente é igual à diferença de fase entre sinais induzida no n -ésimo elemento e no elemento de referência devido à fonte associada ao vetor de direção. O elemento de referência normalmente é definido para ter fase zero. Este vetor também é conhecido como o vetor de espaço

visto que cada componente deste vetor tem o atraso de fase causado pela posição espacial do correspondente elemento do agregado. Também é referido como o vetor de resposta do agregado, visto que mede a resposta do agregado devido à fonte em consideração.

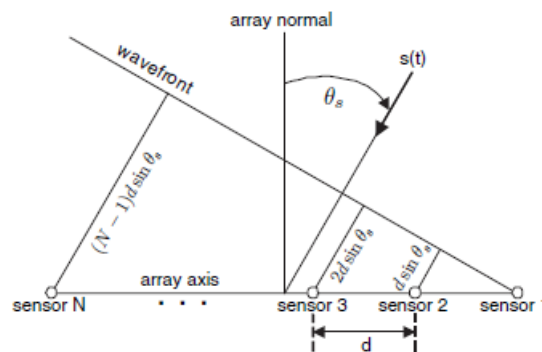


Figura 18 - Um agregado linear uniforme (ULA) de N elementos e espaçamento d , com uma onda planar incidente.

Por exemplo, o vetor de direção de um ULA de N elementos com espaçamento d entre elementos adjacentes, tal como mostra a figura 18, é dado por:

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[1, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta_s}, \dots, e^{-j(N-1)\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta_s} \right]^T$$

Uma vez que o vetor de direção de um agregado de antena é derivado, o seu padrão de radiação é formado por aplicar a cada entrada do vetor de direção a excitação, em amplitude e fase, do correspondente elemento da antena.

O padrão de radiação normalizado de um ULA de N elementos omnidirecionais com espaçamento entre elementos d é dado em dB por:

$$G(\theta) = 10\log_{10} \left\{ \frac{|\mathbf{w}^T \mathbf{a}(\theta)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} \right\} = 10\log_{10} \left\{ \frac{\left| \sum_{n=0}^{N-1} \omega_n \exp\left(-\frac{j2\pi n d \sin\theta}{\lambda_c}\right) \right|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} \right\} \quad (\text{e.7})$$

em que \mathbf{W} é o vetor de dimensão N constituente dos pesos complexos dos elementos da antena.

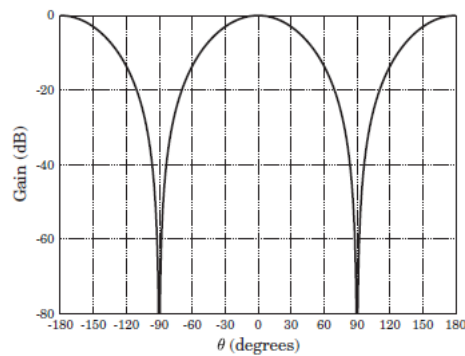


Figura 19 - Padrão normalizado para um agregado de dois sensores não pesado.

A figura 19 mostra o padrão de radiação normalizado para um agregado de antena de dois elementos sem qualquer pesagem na rede de formação do padrão.

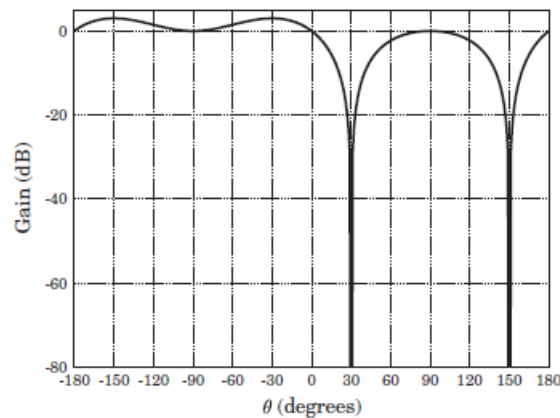


Figura 20 - Padrão normalizado para um agregado de dois sensores pesado

A figura 20 mostra o padrão de radiação normalizado para um agregado de antena de dois elementos quando são aplicados os pesos da expressão (e.5) na rede de formação de padrão. Nota-se agora que um nulo é colocado exatamente num azimute de 30^0 , a direção do sinal interferente.

Por este simples exemplo, vê-se como os pesos complexos de um agregado de elementos de antena podem ser ajustados de forma a anular completamente o sinal interferente $n(t)$ e colocar a saída igual ao sinal desejado $s(t)$. Este modelo pode ser expandido para o caso de um ULA com N elementos. Um agregado desses consegue recuperar o sinal desejado $s(t)$ e cancelar completamente $N-1$ sinais interferentes. Para demonstrar essa capacidade, assume-se um cenário no qual a fonte desejada e $N-1$ fontes interferentes transmitem sinais na direção de um ULA

de N elementos. O sinal útil $s(t)$ chega com um ângulo θ_s . O desvio de fase entre o m -ésimo sensor e o primeiro sensor resultante de $s(t)$ é dado por:

$$\Delta\psi_{s,m} = 2\pi \frac{(m-1)d\text{sen}\theta_s}{\lambda_c}, m = 1, 2, \dots, N \quad (\text{e.8})$$

Os sinais interferentes chegam pelos ângulos $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N-1}$. O desvio de fase entre o m -ésimo sensor e o primeiro sensor devido ao n -ésimo sinal interferente é dado por:

$$\Delta\psi_{n,m} = 2\pi \frac{(m-1)d\text{sen}\theta_n}{\lambda_c}, \begin{cases} m = 1, 2, \dots, N \\ n = 1, 2, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (\text{e.9})$$

Os pesos complexos do sensor são $\omega_1 = \omega_{1.1} + j\omega_{1.2}$, $\omega_2 = \omega_{2.1} + j\omega_{2.2}$, ..., $\omega_N = \omega_{N.1} + j\omega_{N.2}$. Por isso, a saída do agregado resultante de $s(t)$ é dada por:

$$\begin{aligned} S(t) = s(t) [& (\omega_{1.1} + j\omega_{1.2}) + e^{-j\Delta\psi_{s,2}} (\omega_{2.1} + j\omega_{2.2}) + \dots + \\ & + e^{-j\Delta\psi_{s,N}} (\omega_{N.1} + \omega_{N.2})] \end{aligned} \quad (\text{e.10})$$

A saída do agregado resultante do sinal interferente $n(t)$ é dada por:

$$\begin{aligned} N(t) = n(t) [& (\omega_{1.1} + j\omega_{1.2}) + e^{-j\Delta\psi_{n,2}} (\omega_{2.1} + j\omega_{2.2}) + \dots + \\ & + e^{-j\Delta\psi_{n,N}} (\omega_{N.1} + \omega_{N.2})], n = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (\text{e.11})$$

A saída total do agregado é dada por:

$$y(t) = S(t) + N(t) = S(t) + \sum_{n=1}^{N-1} N_n(t) \quad (\text{e.12})$$

Existem $2N$ partes desconhecidas para serem determinadas, as N partes reais e as N partes imaginárias dos N pesos complexos, tais como os N elementos do ULA para recuperar o sinal desejado e cancelar completamente os $N-1$ sinais interferentes.

$$y(t) = s(t) \quad (\text{e.13})$$

Por conveniência, define-se o vetor W de dimensão $2N$ como:

$$w = [w_1^T, w_2^T]^T \quad (\text{e.14})$$

Em que w_1 e w_2 são vetores de dimensão N constituintes das partes reais e imaginárias dos pesos complexos dos N elementos do agregado, respetivamente, ou:

$$w_1 = [\omega_{1.1}, \omega_{2.1}, \dots, \omega_{N.1}]^T \quad (\text{e.15})$$

$$w_2 = [\omega_{1.2}, \omega_{2.2}, \dots, \omega_{N.2}]^T \quad (\text{e.16})$$

Além disso, definem-se as quatro matrizes R_1, R_2, R_3 e R_4 , todas $\in \mathbf{R}^{N \times N}$, como:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\Delta\psi_{s,2}) & \dots & \cos(\Delta\psi_{s,N}) \\ 1 & \cos(\Delta\psi_{1,2}) & \dots & \cos(\Delta\psi_{1,N}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos(\Delta\psi_{N-1,2}) & \dots & \cos(\Delta\psi_{N-1,N}) \end{bmatrix} \quad (e.17)$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0 & \text{sen}(\Delta\psi_{s,2}) & \dots & \text{sen}(\Delta\psi_{s,N}) \\ 0 & \text{sen}(\Delta\psi_{1,2}) & \dots & \text{sen}(\Delta\psi_{1,N}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \text{sen}(\Delta\psi_{N-1,2}) & \dots & \text{sen}(\Delta\psi_{N-1,N}) \end{bmatrix} \quad (e.18)$$

$$R_3 = -R_2 \quad (e.19)$$

$$R_4 = R_1 \quad (e.20)$$

Usando as expressões (e.10), (e.11), (e.12), (e.14), (e.16) e (e.20), a saída total do agregado é obtida por:

$$y(t) = [s(t), n_1(t), n_2(t), \dots, n_{N-1}(t)] \{[R_1 R_2] + j[R_3 R_4]\}w \quad (e.21)$$

A partir da expressão (e.21), a solução para (e.13) é dada por:

$$w = R^{-1}M \quad (e.22)$$

Em que a matriz $R \in R^{2N \times 2N}$ é dada por: $R = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ R_3 & R_4 \end{bmatrix}$

O vetor M de dimensão $2N$ pode ser descrito por: $M = [M_1^T, M_2^T]^T$, em que M_1 e M_2 são vetores de dimensão N .

M_1 é descrito por: $M_1 = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$ e é interpretado como preservador da parte real do sinal útil $s(t)$ e cancelador da parte real de todos os sinais interferentes $n_n(t)$, $n = 1, 2, \dots, N-1$. Semelhantemente, M_2 é descrito por: $M_2 = [0, 0, \dots, 0]^T$ e é interpretado como anulador das partes imaginárias do sinal útil $s(t)$ e de todos os sinais interferentes $n_n(t)$, $n = 1, 2, \dots, N-1$. A figura 21 representa um exemplo mais complicado de uma rede de formação de padrão.

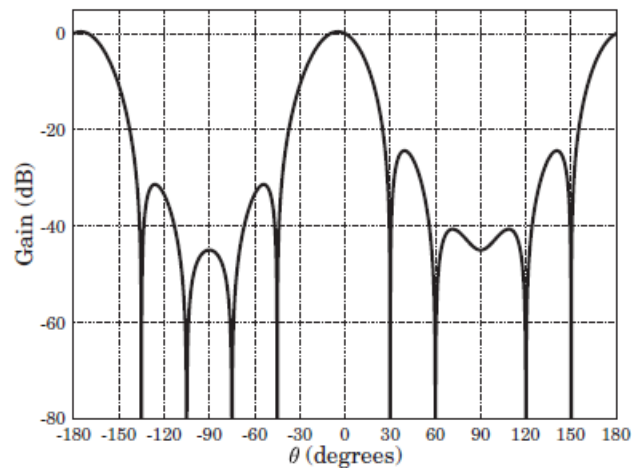


Figura 21 - Padrão normalizado para um agregado de cinco sensores pesado.

Neste exemplo, assume-se um ULA com cinco sensores omnidirecionais. O sinal recebido de interesse chega pelo ângulo $\theta_s = 0^\circ$ e os quatro sinais interferentes chegam pelos ângulos $\theta_1 = -75^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, $\theta_3 = 30^\circ$ e $\theta_4 = 60^\circ$.

Nas figuras 19, 20 e 21, verifica-se que o padrão de radiação é idêntico em direções simétricas sobre o eixo linear do agregado, ou:

$$G(\theta) = G(\pi - \theta), 0 \leq \theta \leq \pi \quad \text{e} \quad (\text{e.23a})$$

$$G(\theta) = G(-\pi + \theta), -\pi \leq \theta \leq 0 \quad (\text{e.23b})$$

Neste ponto pode-se supor: a solução dos pesos complexos dos elementos é sempre realizável? A resposta é sim, se e só se o conjunto das $2N$ equações que conduzem a solução a w forem independentes, ou equivalentemente a matriz R na expressão (e.22) for de grau $2N$ total. Para isto acontecer, não devem existir quaisquer pares de ângulos de chegada simétricos sobre os eixos do agregado linear. Qualquer par de ângulos de chegada simétricos sobre os eixos do agregado linear reduz o grau da matriz R de 2 (visto que ambas as partes real e imaginária dos pesos complexos são tidos em conta).

No caso do número de interferentes ser menor que $N-1$, um pode impor um número adicional de nulos requeridos, que não será de interesse prático, visto que nenhuma combinação possível de pares de ângulos de chegada é simétrica sobre o eixo do agregado.

Semelhantemente, no caso do número de interferentes ser maior que $N-1$, devem existir pares de ângulos de chegada simétricos sobre o eixo do agregado. O número

destes pares deve ser exatamente o excesso do número total de sinais interferentes de $N-1$. Um número inferior leva a um projeto de agregado que não consegue cancelar todos os interferentes presentes.

Esta flexibilidade de um agregado de N elementos ser capaz de fixar o padrão em $N-1$ posições é conhecida como o grau de liberdade do agregado. Para um ULA, isto é semelhante a um polinómio de grau $N-1$ de $N-1$ coeficientes ajustáveis, com o primeiro coeficiente a ter o valor da unidade.

3.2 Fundamentos da Estimação de DoA

Em muitos problemas práticos de processamento de sinal, o objetivo é estimar, a partir de uma coleção de medidas contaminadas por ruído, um conjunto de parâmetros constantes sobre os quais os sinais reais fundamentais dependem. Além disso, como ficou explicado anteriormente, a estimação exata da direção de chegada de todos os sinais transmitidos para o agregado de antena adaptativo contribui para a maximização do seu desempenho de forma a recuperar o sinal de interesse e a suprimir quaisquer sinais interferentes presentes. Coloca-se também o mesmo problema em determinar as DoAs das ondas incidentes, dado o conjunto de sinais recebidos a um agregado de antena de múltiplos emissores, em sistemas de radar, sonar, vigilância eletrónica, etc.

Os algoritmos de estimação de DoA estão diretamente associados com os sinais recebidos. São colhidos dados de um agregado de sensores e o objetivo é localizar pontos de fontes que se assume radiarem energia que é detetável pelos sensores. Matematicamente, tais problemas são modelados usando funções de Green para o operador diferencial particular que descreve a física da propagação de radiação das fontes dos sensores.

Mesmo que a maioria dos autodenominados algoritmos de alta resolução de deteção de direção (DF – *High Resolution Direction Finding*) (por exemplo MUSIC, máxima probabilidade, técnicas de modelagem auto regressiva, etc.) tenham sido apresentados no contexto da estimação de um único ângulo por emissor (apenas azimute, por exemplo), generalizações ao caso do azimute/elevação são

relativamente diretas. Parâmetros adicionais, tais como a frequência, ângulo de polarização e alcance também podem ser incorporados, depois de conhecida a resposta do agregado em função desses parâmetros. Um simples exemplo de tal aplicação, para a DoA ser o parâmetro para estimação, é ilustrado na figura 22, em que sinais de duas fontes incidem num agregado de três recetores com planares.

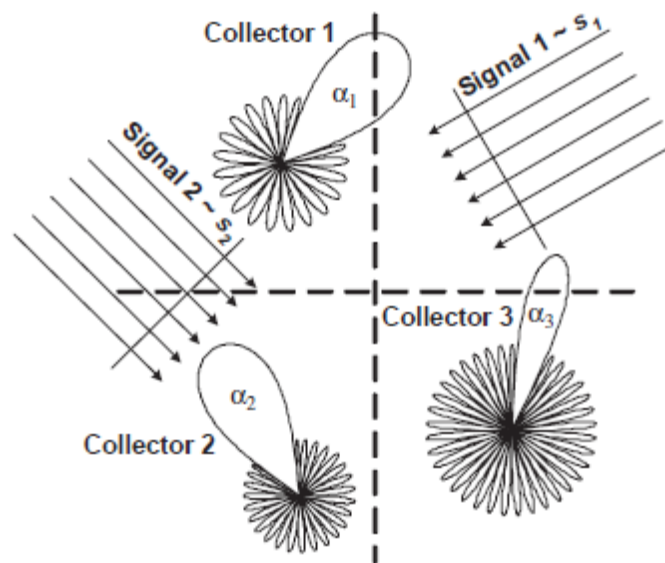


Figura 22 - Ilustração de um problema de estimação de localização de uma fonte simples.

Os padrões associados com cada recetor indicam a sua sensibilidade direcional relativa. Para a aplicação pretendida, podem-se invocar algumas suposições razoáveis para tornar o problema analiticamente tratável. Assume-se que a transmissão média é isotrópica e não dispersiva e as fontes estão localizadas no campo distante do agregado de forma que a radiação incidente no agregado está na forma de soma de ondas planares.

Caso contrário, para fontes proximamente localizadas (no campo próximo do agregado), as ondas devem ter a curvatura análoga.

As principais dificuldades associadas a estes métodos são os custos computacionais e de armazenamento que tendem a aumentar rapidamente com a dimensão do vetor de parâmetro. Os custos acrescidos são normalmente proibitivos mesmo para o caso bi-dimensional (2D) e o resultado é que, na prática, os sistemas tipicamente empregam técnicas não paramétricas (formação de feixe, por exemplo) para

resolver o que na realidade são problemas paramétricos. Apesar destas técnicas clássicas serem menos complicadas, o seu desempenho é conhecido por ser pobre.

3.2.1 O Algoritmo MUSIC

O algoritmo MUSIC foi desenvolvido por Schmidt, por notar que a resposta do agregado ao sinal desejado é ortogonal ao subespaço do ruído. Os subespaços do sinal e do ruído são primeiro identificados usando decomposição de valores próprios da matriz de covariância do sinal recebido. De seguida, o espetro espacial do MUSIC é processado, a partir do qual são estimadas as DoAs. Dentro do algoritmo define-se primeiro o agregado duplicado geral como sendo o conjunto:

$$\mathcal{A} = \{\mathbf{a}(\theta_i) : \theta_i \in \Theta\}$$

Para uma região Θ de interesse no espaço de DoA o agregado duplicado é assumido não ambíguo e conhecido para todos os valores de ângulo θ , tanto analiticamente como através de um procedimento de calibração. O objetivo é aplicar métodos apropriados para sinais recebidos e extrair a região θ fora da gama de Θ .

Determinando as DoAs para o caso sem ruído é simplesmente um caso de descobrir os K elementos únicos de \mathcal{A} que intersectam este subespaço. Na presença de ruído é necessária uma diferente abordagem, visto que as observações se tornam de grau total. A abordagem do MUSIC e outros métodos baseados no subespaço é para primeiro estimar o subespaço dominante das observações e depois descobrir os elementos de \mathcal{A} que estão de alguma forma mais próximos a esse subespaço.

O passo de estimação de subespaço é tipicamente alcançado pela decomposição de valores próprios da matriz de auto-covariância dos dados \mathbf{R}_{xx} recebidos. Para o MUSIC ser aplicável, é requerido que a covariância \mathbf{R}_{ss} do emissor seja de grau total, isto é, que $K' = K$. Assumindo brancura espacial, isto é, $\varepsilon\{\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)\} = \sigma_n^2 \mathbf{I}$, a decomposição de valores próprios de \mathbf{R}_{xx} dá os valores próprios λ_n , tais que $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_K > \lambda_{K+1} = \lambda_{K+2} = \dots = \lambda_N = \sigma_n^2$ e os correspondentes vetores próprios $\mathbf{e}_n \in \mathbb{C}^N$, $n = 1, 2, \dots, N$ de \mathbf{R}_{xx} .

Além disso, R_{xx} pode ser escrito na seguinte forma:

$$\begin{aligned} R_{xx} &= \sum_{n=1}^N \lambda_n \mathbf{e}_n \mathbf{e}_n^H = E \Lambda E^H = E_s \Lambda_s E_s^H + E_n \Lambda_n E_n^H = \\ &= E_s \Lambda_s E_s^H + \sigma_n^2 E_n E_n^H = E_s \tilde{\Lambda}_s E_s^H + \sigma_n^2 I \end{aligned}$$

Em que $E = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_N]$, $E_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_K]$, $E_n = [\mathbf{e}_{K+1}, \mathbf{e}_{K+2}, \dots, \mathbf{e}_N]$, $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$, $\Lambda_s = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K\}$, $\Lambda_n = \text{diag}\{\lambda_{K+1}, \lambda_{K+2}, \dots, \lambda_N\}$ e $\tilde{\Lambda}_s = \Lambda_s - \sigma_n^2 I$. Os vetores próprios $E = [E_s, E_n]$ podem ser assumidos para formar uma base ortogonal, isto é, $EE^H = E^H E = I$. O espaço do K vetores E_s define o subespaço do sinal e o complemento ortogonal dispersor por E_n define o subespaço do ruído. Depois de determinados os subespaços, as DoAs dos sinais desejados podem ser estimadas calculando o espectro espacial do MUSIC sobre a região de interesse:

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) E_n E_n^H \mathbf{a}(\theta)}$$

Note-se que os $\mathbf{a}(\theta)$ são os vetores de resposta do agregado calculados para todos os ângulos θ dentro da região de interesse. Porque os vetores de resposta do agregado $A(\Theta)$ são ortogonais ao subespaço do ruído, os picos no espectro espacial do MUSIC representam as estimativas de DoA para os sinais desejados. Devido a imperfeições em derivar R_{xx} , os valores próprios do subespaço do ruído não são exatamente iguais a σ_n^2 . No entanto, eles formam um grupo à volta do valor σ_n^2 que pode ser distinguido dos valores próprios do subespaço do sinal. A separação torna-se mais pronunciada à medida que o número de amostras usado na estimação de R_{xx} aumenta (idealmente tende para infinito).

Para demonstrar a eficiência do algoritmo, é escolhido como exemplo um ULA com $N = 8$ e $d = \lambda/2$. Assume-se quatro fontes de igual potência não correlacionadas ($K = 4$) localizadas no campo distante do agregado, com $\theta_1=60^\circ$, $\theta_2=15^\circ$, $\theta_3=-30^\circ$ e $\theta_4=-75^\circ$. Assume-se também ruído branco espacialmente Gaussiano não correlacionado, com média nula e variância unitária ($\sigma_n^2=1$). É tomado um total de 500 observações ($L=500$). A figura 23 mostra o espectro espacial do MUSIC obtido.

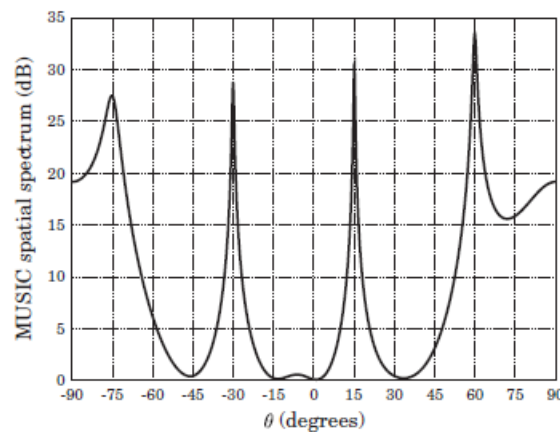


Figura 23 – Espectro espacial do algoritmo MUSIC

O desempenho do algoritmo é mostrado como excelente, visto que os picos no espectro espacial estão localizados nos ângulos sendo exatamente as DoAs.

Um comentário final ao desempenho do algoritmo é que o MUSIC produz estimativas de parâmetros assintoticamente imparciais, mesmo para múltiplas ondas incidentes, porque R_{ss} e E_n são ambos medidos perfeitamente assintoticamente.

3.2.2 O Algoritmo ESPRIT

O algoritmo ESPRIT é semelhante ao MUSIC visto que explora corretamente o modelo de dados subjacente. Além de reter a maioria das características essenciais do agregado arbitrário de sensores, o ESPRIT consegue uma redução significativa nos referidos custos de computação e armazenamento. Isto é feito impondo uma restrição na estrutura do agregado do sensor para obter uma invariância de deslocamento, isto é, os sensores ocorrem em pares combinados com idênticos vetores de deslocamento. Tais condições são ou podem ser satisfeitas em muitos problemas práticos. Adicionalmente a obter parâmetros de sinal eficientemente, o ESPRIT também é menos sensível a imperfeições do agregado do que outras técnicas, incluindo o MUSIC. As discussões incluídas são focadas no problema de estimação de DoA, apesar do ESPRIT ser geralmente aplicável a uma grande variedade de problemas. O método simultaneamente estima o número de fontes e de DoAs.

A maioria dos algoritmos desenvolvidos para o problema da estimação de DoA requerem que a matriz de resposta do agregado $A(\Theta)$ seja completamente conhecida para um dado vetor de parâmetros Θ . Normalmente isto é realizado por meios analíticos, usando informação sobre a posição e resposta de cada sensor individual (tal como é feito com um ULA, por exemplo), ou por calibração direta no terreno. Uma notável expressão é o algoritmo ESPRIT, que assume que o agregado do elemento N é composto por dois sub agregados idênticos do elemento N' , em que $N' < N \leq 2N'$, tal como é ilustrado na figura 24.

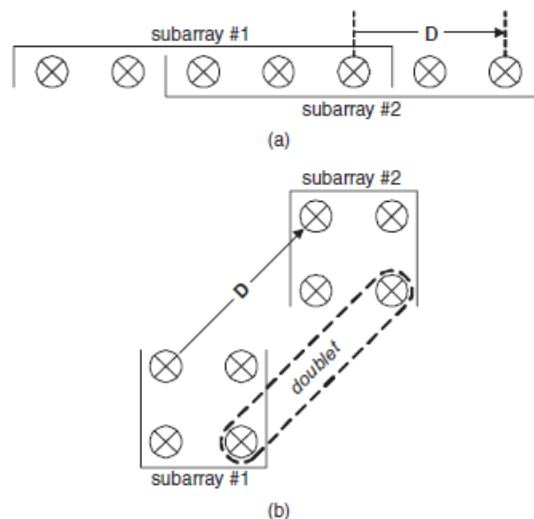


Figura 24 - Geometria do agregado sensor do ESPRIT: (a) Um agregado constituído por dois sub agregados sobrepostos; (b) Um agregado constituído por dois agregados idênticos separados.

Os elementos individuais de cada sub agregado podem ter respostas arbitrárias de ganho e fase direcional, providenciadas porque cada sub agregado tem um gêmeo idêntico no sub agregado vizinho. Os elementos em cada par de sensores idênticos (ou *doublet*) assumem-se ser separados por um vetor fixo de deslocamento D . Para certas configurações especiais de agregados, os sub agregados podem sobrepor-se, isto é, um elemento de agregado pode ser um membro de ambos sub agregados ($N < 2N'$) tal como mostra a figura 24 (a).

Para sub agregados que não partilham elementos, $N = 2N'$, tal como mostra a figura 24 (b) a assunção do ESPRIT de sub agregados invariantes rotacionalmente leva a uma forma muito especial de $A(\theta)$.

Empregando a configuração mostrada na figura 24, a saída do agregado é modelada como:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1(\Theta) \\ \mathbf{A}_2(\Theta) \end{bmatrix} \mathbf{s}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1(t) \\ \mathbf{n}_2(t) \end{bmatrix}$$

Em que $\mathbf{A}_1(\Theta), \mathbf{A}_2(\Theta) \in \mathbb{C}^{N \times K}$ indicam o agregado duplicado de cada sub agregado respetivamente e $\mathbf{n}_1(t), \mathbf{n}_2(t) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ representam o ruído recebido por cada sub agregado respetivamente. Além disso, se \mathbf{J}_1 e \mathbf{J}_2 representarem as $N' \times N'$ matrizes de seleção que atribuem os elementos do agregado a cada um dos dois sub agregados como:

$$\mathbf{J}_1 = [\mathbf{I}_{N'}; \mathbf{O}_{N' \times (N-N')}]$$

$$\mathbf{J}_2 = [\mathbf{O}_{N' \times (N-N')}; \mathbf{I}_{N'}]$$

Em que $\mathbf{I}_{N'}$ é a matriz identidade de $N' \times N'$ e $\mathbf{O}_{N' \times (N-N')}$ é a matriz de zeros, verificando-se que um agregado composto por dois sub agregados idênticos satisfaz:

$$\mathbf{J}\mathbf{A}(\Theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \end{bmatrix} \mathbf{A}(\Theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1(\Theta) \\ \mathbf{A}_1(\Theta)\Phi \end{bmatrix}$$

Em que Φ é uma matriz diagonal unitária com ϕ_i elementos diagonais, dados por:

$$\phi_i = \exp\{-j\beta_i^T \cdot \mathbf{D}\}, i = 1, 2, \dots, K$$

Em que β_i é o número de onda do vetor do plano incidente da i -ésima fonte de banda estreita e \mathbf{D} é o vetor de deslocamento entre os dois sub agregados. Se assumirmos que o agregado total é linear e a orientação de \mathbf{D} é na direção $\pi/2$ (em vez de $-\pi/2$), tal como mostra a figura (a), $\beta_i \cdot \mathbf{D}$ simplifica-se para $-2\pi/\lambda \cdot \text{sen}(\theta_i)$, em que λ é o comprimento de onda do sinal de banda estreita, com θ_i a ser o ângulo de chegada da i -ésima fonte. Como é óbvio, a partir da expressão de $\mathbf{J}\mathbf{A}(\Theta)$, o ESPRIT não explora todo o agregado duplicado. O conhecimento que é usado e consequentemente requerido, é a resposta de um sub agregado e a estrutura de deslocamento do agregado. Uma vez que $\mathbf{A}_1(\Theta)$ deve ser de grau total ($K \leq N'$ para todo Θ), as fontes razoáveis quando se aplicam no algoritmo ESPRIT estão limitadas a N' .

O ESPRIT explora a estrutura da expressão de $\mathbf{J}(\Theta)$ da seguinte forma: se $\mathbf{E}_s \in \mathbb{C}^{N \times K}$ representa os vetores próprios correspondentes aos maiores K valores próprios da matriz de auto-covariância \mathbf{R}_{xx} do sinal recebido e se nenhum par de sinais for correlacionado, então verifica-se:

$$\mathbf{E}_s \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1(\Theta) \\ \mathbf{A}_1(\Theta)\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T}$$

Resolvendo para $\mathbf{A}_1(\Theta)$ e substituindo pelo menor bloco, leva a:

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1 \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} = \mathbf{E}_1 \Psi$$

Em que a matriz $\Psi = \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T}$ foi definida (ou $\Phi = \mathbf{T} \Psi \mathbf{T}^{-1}$). Assim, visto que Φ e Ψ são relacionados por uma transformação de semelhança, os valores próprios de Ψ devem ser iguais aos elementos diagonais de Φ . Além disso, as colunas de \mathbf{T} são os vetores próprios de Φ . Esta é a relação fundamental no desenvolvimento do ESPRIT e suas propriedades. Consequentemente, se $N' \geq K$ e $\mathbf{D} = |\mathbf{D}| < \lambda/2$, as DoAs podem ser unicamente determinadas a partir dos valores próprios do operador Ψ que mapeia \mathbf{E}_1 em \mathbf{E}_2 como:

$$\theta_k = \arcsen \left\{ \frac{\arg\{\psi_i\}}{\frac{2\pi D}{\lambda}} \right\}, i = 0, 1, \dots, K$$

Em que ψ_i representa cada um dos valores próprios de Ψ .

Este resultado é independente do valor atual de $\mathbf{A}(\Theta)$ (enquanto se mantém de grau total) e, por isso, o agregado não necessita de ser calibrado para estimar as DoAs.

3.2.3 O Algoritmo SAGE

O algoritmo SAGE pode ser visto como uma extensão do EM: cada uma das iterações é de fato uma iteração de expectativa – maximização para atualizar apenas um subconjunto de componentes de θ , mantendo os parâmetros dos outros componentes fixos nos seus valores. Substitui os L procedimentos de otimização paralela 3D, usados no algoritmo EM, por uma abordagem de otimização em série. Comparando com o EM, o algoritmo SAGE apresenta uma convergência mais rápida e de menor complexidade. No entanto, a convergência mais rápida só pode ser garantida se forem preenchidas certas condições. É escolhido o conjunto

completo de dados para ser a contribuição de cada onda para a função de transferência do canal ser:

$$X_l(f) = S(f; \theta_l) + \sqrt{\mu_l}N(f) \quad (e.24)$$

em que μ_l deve satisfazer $\sum_{l=1}^L \mu_l = 1$ e o vetor que contém os parâmetros da l – ésima onda (θ_l) constitui um subconjunto de parâmetros.

Escolhendo $\mu_l = 1$, os L conjuntos de dados completos $X_l(f)$, com $l = 1, \dots, L$, são independentes e, por isso, os componentes $X_{l'}$, com $l' \neq l$ não são importantes para a estimação para a estimação de θ_l . A função de probabilidade de θ_l , dada uma observação $X_l(f) = X_l^{obs}(f)$ é:

$$\Lambda(\theta_l; X_l^{obs}) = 2 \int \Re\{S^H(f'; \theta_l)X_l(f')\}df' - \int |S^H(f'; \theta_l)|^2 df' \quad (e.25)$$

Em que S^H é a Hermitiana da contribuição da l – ésima onda da função de transferência do canal definida pela expressão:

$$S(f; \theta_l) = \alpha_l c(\phi_l, \beta_l) \exp(-j2\pi\tau_l f) \quad (e.26)$$

A Máxima Estimação de Probabilidade (MLE) de θ_l é dada por:

$$(\hat{\theta}_l)_{ML}(X_l^{obs}) \in \operatorname{argmax}_{\theta_l} \{\Lambda(\theta_l; X_l^{obs})\} \quad (e.27)$$

Em que $\hat{\theta}_l$ é o vetor que contém a estimativa dos l – ésimos parâmetros de onda.

Inserindo a expressão (e.26) em (e.27) e aproximando os integrais de (e.25) a um somatório de amostras, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} (\hat{\tau}_l, \hat{\phi}_l, \hat{\beta}_l)_{ML}(X_l^{obs}) &= \operatorname{argmax}_{(\tau, \phi, \beta)} \{|z(\tau, \phi, \beta; X_l^{obs})|\} \\ (\hat{\alpha}_l)_{ML}(X_l^{obs}) &= \frac{1}{MN} z\left((\hat{\tau}_l, \hat{\phi}_l, \hat{\beta}_l)_{ML}(X_l^{obs}); X_l^{obs}\right) \end{aligned} \quad (e.28)$$

Em que N é o número de amostras no domínio da frequência e:

$$z(\tau, \phi, \beta; X_l^{obs}) = c^H(\phi, \beta) X_l^{obs}(f) \exp(j2\pi f \tau) \quad (e.29)$$

Visto que todos os sinais são super impostos no sinal disponível (ou medido), $X_l(f)$ não pode ser observado, então pode-se tentar obtê-lo por estimativa: $\hat{X}_l(f; \hat{\theta}')$, dada a observação de $H(f)$ e a prévia estimativa θ' de θ . Isto pode ser feito removendo a contribuição de todas as ondas, exceto a l – ésima onda, da observação, isto é:

$$\hat{X}_l(f; \hat{\theta}') = H(f) - \sum_{l'=1}^L S(f; \hat{\theta}'); \text{ com } l' \neq l \quad (e.30)$$

Adicional redução de complexidade pode ser conseguida, dentro do enquadramento do algoritmo SAGE, por decomposição adicional do procedimento de otimização. Cada subconjunto θ_l é dividido em três subconjuntos: $[\hat{\tau}_l, \hat{\alpha}_l]$, $[\hat{\varphi}_l, \hat{\alpha}_l]$ e $[\hat{\beta}_l, \hat{\alpha}_l]$ e o MLE é obtido para os parâmetros em cada subconjunto enquanto se mantêm os parâmetros de outros conjuntos fixos. O MLE de α_l pode ser expresso como uma função de $[\hat{\tau}_l, \hat{\varphi}_l, \hat{\beta}_l]$, de maneira que o procedimento de otimização 3-D da expressão (e.28) reduz para 3 procedimentos de otimização 1-D. Os procedimentos de atualização necessários para obter uma nova estimativa para os parâmetros da l -ésima fonte: $\hat{\varphi}''_l$, dadas as prévias estimativas de todas as ondas: $\hat{\varphi}'_l$, podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} \hat{\tau}''_l &= \operatorname{argmax}_{\tau} \left\{ \left| z \left(\tau, \hat{\varphi}'_l, \hat{\beta}'_l; \hat{X}_l(f; \hat{\varphi}') \right) \right| \right\}; \\ \hat{\varphi}''_l &= \operatorname{argmax}_{\varphi} \left\{ \left| z \left(\hat{\tau}''_l, \varphi, \hat{\beta}'_l; \hat{X}_l(f; \hat{\varphi}') \right) \right| \right\} \quad ; \\ \hat{\beta}''_l &= \operatorname{argmax}_{\beta} \left\{ \left| z \left(\hat{\tau}''_l, \hat{\varphi}''_l, \beta; \hat{X}_l(f; \hat{\varphi}') \right) \right| \right\}; \\ \hat{\alpha}''_l &= \frac{1}{MN} z \left(\hat{\tau}''_l, \hat{\varphi}''_l, \hat{\beta}''_l; \hat{X}_l(f; \hat{\varphi}') \right). \end{aligned}$$

Tal como no algoritmo EM original, a básica iteração de estado do SAGE que atualiza os parâmetros de uma dada onda é constituída por 2 passos: o passo E (*Expectation*), definido pela expressão (e.30), que visa obter o conjunto completo de dados esperados e o passo M (*Maximization*), definido pelas expressões (e.28). Isto realiza a estimativa de cada parâmetro da onda considerada. [3]

3.3 Fundamentos da Formação de Feixe

Com a direção dos sinais recebidos conhecida ou estimada, o passo seguinte é usar técnicas de processamento espacial para melhorar o desempenho da receção do agregado de antena recetor baseado nessa informação. Algumas destas técnicas de processamento espacial são referidas como formação de feixe porque podem formar o padrão de feixe do agregado para encontrar os requisitos ditados pelo sistema *wireless*. Dado um agregado linear 1D de elementos e uma onda incidente de uma

fonte pontual arbitrária, o padrão de potência direcional $P(\theta)$ pode ser expresso como:

$$P(\theta) = \int a(x)e^{-j\beta d(x,\theta)} dx$$

Em que $a(x)$ é a distribuição de amplitude através do agregado, β é a fase constante e $d(x,\theta)$ é a distância relativa que a onda incidente, com um ângulo de chegada θ , tem de viajar entre pontos uniformemente espaçados, uma distância x através do comprimento do agregado. O termo exponencial é o que principalmente pesquisa o feixe do agregado numa dada direção angular. O integral pode ser generalizado para configurações bi e tri – dimensionais. A equação é basicamente a transformada de Fourier de $a(x)$ através do comprimento do agregado e é a base para métodos de formação de feixe. A distribuição de amplitude $a(x)$, necessária para um $P(\theta)$ desejado, é normalmente difícil de implementar na prática. Por isso, a realização de $P(\theta)$ na maioria das vezes é feita usando fontes discretas, representadas por um somatório de um número finito de elementos.

O objetivo principal desta forma de padrão espacial do sinal é de simultaneamente colocar um máximo de feixe na direção do sinal de interesse (SOI) e idealmente anular direções dos sinais interferentes ou sinais de não interesse (SNOIs). Este processo altera-se continuamente para acomodar os recebidos SOIs e SNOIs. O processador de sinal do agregado deve ajustar automaticamente, a partir da informação recebida, o vetor de peso $w = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ que corresponde à excitação complexa de amplitude através de cada elemento da antena.

Normalmente é conveniente representar as envolventes do sinal e os pesos aplicados na sua forma complexa de envolvente. Esta relação é representada por:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{Re}[\mathbf{x}(t)e^{j\omega_c t}]$$

em que ω_c é a frequência angular da operação e $\mathbf{x}(t)$ é a envolvente complexa da parte real do sinal recebido $\mathbf{r}(t)$. O sinal recebido é pesado pelo padrão do agregado e a saída é representada por:

$$y(t) = \mathbf{Re}[\sum_{n=1}^N \omega_n^*(t) x_n(t) e^{j\omega_c t}] = \mathbf{Re}[\mathbf{w}^H(t)\mathbf{x}(t)e^{j\omega_c t}]$$

em que n indica cada um dos elementos do agregado e $\mathbf{w}^H(t)\mathbf{x}(t)$ é a representação complexa da envolvente de $y(t)$. Visto que, para qualquer sistema eletrônico

moderno o processamento de sinal é feito discreto no tempo, o vetor de peso \mathbf{w} combina linearmente as amostras discretas recebidas para formar uma única saída de sinal, expressa por:

$$y(k) = \sum_{n=1}^N \omega_n^* x_n(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k)$$

em que k refere o índice discreto no tempo da amostra de sinal recebido a ser considerada. O conceito de formação de feixe é aplicável tanto em sinais contínuos como discretos no tempo. Por isso, cada elemento do agregado de antena recetor tem a eletrónica necessária para converter o sinal recebido para banda base e para Conversão Analógica para Digital para formação de feixe digital. Para simplificar a análise, apenas se consideram equivalentes de banda base de envolventes de sinal complexo com processamento discreto no tempo incluído.

Vários algoritmos adaptativos já foram desenvolvidos para calcular os coeficientes de pesos ótimos para satisfazer diversos critérios ou restrições. Depois de calculado o vetor de peso da formação de feixe, a resposta deste filtro espacial é representada pelo padrão de radiação da antena (padrão de feixe) para todas as direções, o qual é expresso por:

$$P(\theta) = |\mathbf{w}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)|^2$$

$P(\theta)$ representa a potência média da saída do filtro espacial quando um único sinal de potência unitária chega pelo ângulo θ . Com controlo apropriado da amplitude e fase em w , o padrão exibe um feixe principal na direção do sinal desejado e idealmente anula-se na direção dos sinais interferentes.

3.3.1 O Algoritmo de Menor Erro Médio Quadrático (LMS)

O algoritmo de LMS é provavelmente o algoritmo de filtragem adaptativa mais amplamente utilizado, sendo empregado em vários sistemas de comunicação. Ganhou popularidade devido à sua baixa complexidade computacional e robustez comprovada. Incorpora novas observações e iterativamente minimiza linearmente o erro médio quadrático. O algoritmo de LMS altera o vetor de peso w ao longo da direção do gradiente estimado baseado no método de descida negativa mais

íngreme. Pelas características quadráticas da função de erro médio quadrático $\varepsilon\{|e(k)|^2\}$ que tem apenas um mínimo, a descida mais íngreme é garantida para convergir. No índice de adaptação k , dado uma função de erro médio quadrático (MSE) $\varepsilon\{|e(k)|^2\} = \varepsilon\{|d(k) - w^H x(k)|^2\}$, o algoritmo de LMS atualiza o vetor de peso de acordo com:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial J_{\mathbf{w}, \mathbf{w}^*}}{\partial \mathbf{w}^*} = \mathbf{w}(k) + \mu e^*(k) \mathbf{w}(k)$$

Em que a taxa de alteração da função de objetivo $J_{\mathbf{w}, \mathbf{w}^*} = |e(k)|^2$ foi derivada anteriormente e μ é uma constante escalar que controla a taxa de convergência e a estabilidade do algoritmo.

De modo a garantir estabilidade na forma quadrática média, o tamanho do passo μ deve ser restringido ao intervalo:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}}$$

Em que λ_{\max} é o valor próprio máximo de \mathbf{R}_{xx} .

Uma condição para satisfatória solução de convergência de Wiener da média do vetor de peso de LMS é:

$$0 < \mu < \frac{2}{\sum_{i=1}^N \varepsilon\{x_i^2\}}$$

Em que N é o número de elementos no agregado.

3.3.2 O Algoritmo de Módulo Constante (CMA)

Muitos sinais de comunicação, frequência ou fase modulada, tais como FM, modulação CPFSK e modulação de amplitude de pulso complexo quadrático (PAM – *Pulse Amplitude Modulation*) têm uma envolvente complexa constante. Esta propriedade é normalmente referida como a propriedade de sinal de módulo constante (CM). Para esses tipos de sinais de comunicação, pode-se aproveitar o conhecimento prévio destas características e especificar o algoritmo de adaptação para alcançar uma desejada resposta de estado estável do agregado. O algoritmo de CMA é o algoritmo mais bem conhecido deste tipo. É apropriado para a transmissão de um sinal modulado sobre o canal *wireless*, visto que ruído e

interferência corrompem a propriedade de CMA do sinal desejado. Um sinal a viajar através de um canal de frequência seletiva quase de certeza que perde a sua propriedade de módulo constante. Assim, o CMA providencia uma medida indireta da qualidade do sinal filtrado. Ajusta o vetor de peso do agregado adaptativo de forma a minimizar a variação do sinal desejado no agregado. Depois de o algoritmo convergir, um feixe é guiado na direção do sinal de interesse, enquanto são colocados nulos na direção da interferência. Geralmente o algoritmo de CMA procura um vetor de peso formador de feixe que minimiza uma função de custo na forma de:

$$J_{p,q} = \varepsilon\{|y(k)|^p - 1\}^q$$

A equação anterior descreve uma família de funções de custo. A convergência do algoritmo depende dos coeficientes p e q . Uma escolha particular de p e q leva a uma função de custo específica chamada de função de custo de CM (p,q). As funções de custo (1, 2) e (2, 2) são as mais populares. O objetivo da formação de feixe de CM é restaurar a saída do agregado $y(k)$ para um sinal de envolvente constante. Usando o método de descida mais íngreme, o vetor de peso é atualizado usando a seguinte equação recursiva:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu \nabla_{\mathbf{w}, \mathbf{w}^*} J_{p,q}$$

Em que o parâmetro de tamanho de passo foi realçado por μ . Quando a função de CM (1, 2) é usada, o vetor de gradiente é dado por:

$$\nabla_{\mathbf{w}, \mathbf{w}^*} J_{1,2} = \frac{\partial J_{1,2}}{\partial \mathbf{w}^*} = \varepsilon \left[\mathbf{x}(k) \left(y(k) - \frac{y(k)}{|y(k)|} \right)^* \right]$$

Ignorando a operação de excitação, a estimativa instantânea do vetor de gradiente pode ser descrita como:

$$\nabla_{\mathbf{w}, \mathbf{w}^*} \hat{J}_{1,2}(k) = \mathbf{x}(k) \left[y(k) - \frac{y(k)}{|y(k)|} \right]^*$$

Por isso, o vetor de peso resultante é dado por:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu \left[y(k) - \frac{y(k)}{|y(k)|} \right]^* \mathbf{x}(k) = \mathbf{w}(k) + \mu e^*(k) \mathbf{w}(k)$$

Em que $e^*(k) = y(k)/|y(k)| - y(k)$.

Comparando os algoritmos de CMA e LMS, verifica-se que são muito semelhantes. O termo $y(k)/|y(k)|$ no CM tem o mesmo papel que o sinal desejado $d(k)$ no LMS. No entanto, o sinal de referência $d(k)$ deve ser enviado do transmissor para o recetor e deve ser conhecido por ambos (emissor e recetor) se for usado o algoritmo de LMS. O algoritmo de CM não requiere um sinal de referência para gerar o sinal de erro no recetor.

Os pseudo - códigos para os algoritmos de LMS e CMA são mostrados nos Quadros seguintes:

LMS ALGORITHM
for each k
{
$e(k) = d(k) - \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)$
$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu e^*(k)\mathbf{x}(k)$
}

(1,2) CM ALGORITHM
for each k
{
$y(k) = \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)$
$e(k) = \frac{y(k)}{ y(k) } - y(k)$
$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu e^*(k)\mathbf{x}(k)$
}

Capítulo 4 – Implementação dos Algoritmos de Estimação de Direção em Matlab

Neste trabalho foram implementados os algoritmos MUSIC e ESPRIT em Matlab com o objetivo de verificar e perceber melhor o seu funcionamento, os quais são descritas neste capítulo.

4.1 Implementação do Algoritmo MUSIC no Matlab

O Algoritmo MUSIC processa a matriz de correlação $N \times N$: $\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)\} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_0^2\mathbf{I}$, em que: $\mathbf{R}_s = E\{\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)\} = \text{diag.}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_I^2\}$.

Se as fontes forem algo correlacionadas, então \mathbf{R}_s não é diagonal e vai continuar a resultar se \mathbf{R}_s tiver graduação total.

Se as fontes forem correlacionadas de forma que \mathbf{R}_s é de graduação deficiente, então isso é um problema. Uma solução comum é o “alisamento espacial”. A graduação de \mathbf{R}_s (sendo \mathbf{I}) é importante porque define a dimensão do subespaço do sinal.

Para $N > I$, a matriz $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H$ é singular, isto é: $\det[\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H] = \det[\mathbf{R}_x - \sigma_0^2\mathbf{I}] = 0$

Mas isto implica que σ_0^2 é um valor próprio de \mathbf{R}_x .

Visto que a dimensão do espaço nulo de $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H$ é $N-I$, então existem $N-I$ valores próprios σ_0^2 de \mathbf{R}_x .

Visto que \mathbf{R}_x e $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H$ são não negativos definitivos, então existem outros I valores próprio σ_i^2 tal que $\sigma_i^2 > \sigma_0^2 > 0$.

Sendo \mathbf{u}_i o i -ésimo valor próprio de \mathbf{R}_X correspondente a σ_i^2 :

$$\mathbf{R}_X \mathbf{u}_i = [\mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H + \sigma_0^2 \mathbf{I}] \mathbf{u}_i = \sigma_i^2 \mathbf{u}_i; i = 1, 2, \dots, N$$

$$\sigma_i^2 > \sigma_0^2 > 0, i = 1, \dots, I; \sigma_i^2 = \sigma_0^2, i = I + 1, \dots, N$$

$\mathbf{R}_X \mathbf{u}_i = [\mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H + \sigma_0^2 \mathbf{I}] \mathbf{u}_i = \sigma_i^2 \mathbf{u}_i; i = 1, 2, \dots, N$ implica:

$$\mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H \mathbf{u}_i = (\sigma_i^2 - \sigma_0^2) \mathbf{u}_i; i = 1, 2, \dots, N$$

$$\mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H \mathbf{u}_i = \begin{cases} (\sigma_i^2 - \sigma_0^2) \mathbf{u}_i; & i = 1, 2, \dots, I \\ 0; & i = I + 1, \dots, N \end{cases}$$

Repartindo o espaço vetorial de dimensão N no subespaço de sinal \mathbf{U}_S e no subespaço de ruído \mathbf{U}_n :

$$[\mathbf{U}_S \ \mathbf{U}_n] = \left[\begin{array}{c|c} \underbrace{u_1 \dots u_I}_{\mathbf{U}_S: (\sigma_i^2 - \sigma_0^2) > 0 \text{ valores próprios}} & \underbrace{u_{I+1} \dots u_N}_{\mathbf{U}_n: 0 \text{ valores próprios}} \end{array} \right]$$

- O *steering vector* $\mathbf{a}(\theta_i)$ está no subespaço do sinal
- O subespaço do sinal é ortogonal ao subespaço do ruído:

$$\mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H \mathbf{u}_i = \begin{cases} (\sigma_i^2 - \sigma_0^2) \mathbf{u}_i; & i = 1, 2, \dots, I \quad (1) \\ 0; & i = I + 1, \dots, N \quad (2) \end{cases}$$

- (1) Significa que I combinações lineares das colunas de \mathbf{A} igualam o subespaço do sinal espaçado por colunas de \mathbf{U}_S ;
- (2) Significa que combinações lineares das colunas de \mathbf{A} , isto é, o subespaço do sinal é ortogonal a \mathbf{U}_n .

- O subespaço do sinal é ortogonal ao subespaço do ruído implica que $\mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{U}_n = 0$

- O algoritmo MUSIC procura em todos os ângulos θ e traça o “espectro espacial”:

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_n}$$

- Qualquer que seja $\theta = \theta_i$, $P(\theta)$ exhibe um pico;
- A deteção de pico disponibiliza ângulos espaciais de todas as fontes incidentes.

Conhecidas as expressões matemáticas que caracterizam o Algoritmo MUSIC e os respetivos ângulos de incidência, foi elaborado no Matlab um código fonte de simulação, o qual retorna os picos da Função e os ângulos relativos às DoAs, referentes aos sinais que são definidos como parâmetros de entrada na função “*main*”:

```
function [PICOS ANG]= doa_music(X)
global N; % n° de elementos da antena
global d; % espaçamento entre elementos d = x/lambda
global K;
k=K; dd=d; NN=N;

R=(X*(X'))/k; % Calcula a matriz de correlação de X: Rxx= E[x(t)x(t)']
[avec eval]=eig(R); % A matriz de correlação é decomposta na forma
% Rxx=UVU' (U - Matriz dos vetores próprios e
% V - matriz diagonal dos valores próprios)
[eval,I]=sort(diag(eval),1,'descend'); % Ordena os valores próprios
por ordem decrescente e coloca-os num vetor
avec=avec(:,I); % Ordena os respetivos vetores próprios
mineval=min(eval); % Encontra o menor valor próprio
n=0;
for w=1:NN % Como existe ruído, não haverá valores
if(eval(w,1) < (mineval+1.5)) % próprios iguais, no entanto dando uma
n=n+1; % pequena margem ('1.5') procura-se o
end % número de valores próprios 'mínimos'
end % dentro dos N possíveis

Qn=avec(:,(NN-n)+1:NN); % Qn fica com o subespaço dos vetores próprios
da matriz de correlação correspondentes ao ruído
angles=(-90:0.1:90); % Ângulos onde MUSIC "spectrum" será calculado

a1=exp(-1i*2*pi*dd*(0:NN-1)'*sin([angles(:).']*pi/180)); % steering
vectors que correspondem aos ângulos

for l=1:length(angles) % Cálculo de MUSIC "spectrum"
music_spectrum(l)=(a1(:,l)'*a1(:,l))/(a1(:,l)'*Qn*Qn'*a1(:,l));
end
MUSIC = abs(music_spectrum); % Esta função gera picos nas direções dos
plot(angles,20*log10(MUSIC)) % sinais incidentes na antena
grid on; title('MUSIC Spectrum'); xlabel('Angle in degrees')
[PKS,LOCS]= FINDPEAKS(20*log10(MUSIC),'sortstr','descend'); % Esta
função encontra os picos da Função e coloca-os por ordem decrescente
PICOS = PKS(1:(N-n)); % Como incidem na antena N-n sinais, só
precisamos dessas primeiras N-n direções
ANG = angles(LOCS(1:(N-n)));
```

O algoritmo MUSIC necessita saber posições do sensor. É muito sensível à posição do sensor, ganho e erros de fase, necessitando de calibração cuidada para fazê-lo trabalhar bem. Procurar em todos os ângulos pode ser computacionalmente caro.

4.2 Implementação do Algoritmo ESPRIT no Matlab

O Algoritmo ESPRIT é baseado em “*doublets*” de sensores com posições arbitrárias, isto é, em pares de sensores, onde os dois devem ser idênticos e todos os pares devem alinhar completamente na mesma direção do vetor de deslocamento Δ , com amplitude Δ .

Assume N conjuntos de *doublets*, isto é, $2N$ sensores e I fontes, sendo $N > I$.

Um *array* sensor de *doublets* consiste em dois *subarrays* idênticos \mathbf{Z}_x e \mathbf{Z}_y deslocados um do outro Δ , tal que:

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{i=1}^I \mathbf{a}(\theta_i) S_i(t) + \mathbf{n}_x(t) = \mathbf{A}S(t) + \mathbf{n}_x(t)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \sum_{i=1}^I \mathbf{a}(\theta_i) e^{j\gamma_i} S_i(t) + \mathbf{n}_y(t) = \mathbf{A}\Phi S(t) + \mathbf{n}_y(t)$$

$$\gamma_i = \omega_0 \Delta \sin \theta_i / c \quad \text{e} \quad \Phi = \text{diag}\{e^{j\gamma_1}, e^{j\gamma_2}, \dots, e^{j\gamma_I}\}$$

O *steering vector* $\mathbf{a}(\theta_i)$ depende da geometria do *array* e deve ser conhecido, tal como no algoritmo MUSIC, com o objetivo de estimar Φ e obter assim θ_i .

$$\text{Define-se } \mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \mathbf{Y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \end{bmatrix} S(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_x(t) \\ \mathbf{n}_y(t) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}S(t) + \mathbf{n}_z(t).$$

Processa-se a matriz de correlação $2N \times 2N$: $\mathbf{R}_z = E\{\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}^H(t)\} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{R}_s\bar{\mathbf{A}}^H + \sigma_0^2\mathbf{I}$

- Visto que existem I fontes, os I vetores próprios de \mathbf{R}_z correspondem aos maiores I valores próprios do subespaço do sinal \mathbf{U}_s ; Os restantes $2N-I$ vetores próprios formam o subespaço do ruído \mathbf{U}_n .
- \mathbf{U}_s é $2N \times I$ e o seu deslocamento é o mesmo que o deslocamento de $\bar{\mathbf{A}}$.
- Por isso, existe uma única matriz $I \times I$ não singular, tal que (\mathbf{A} necessita de ser conhecida)

$$\mathbf{U}_s = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T}$$

- Faz-se a partição \mathbf{U}_s em duas sub - matrizes $N \times I$ $\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_x \\ \mathbf{U}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{T} \\ \mathbf{A}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix}$
- As colunas de \mathbf{U}_x e \mathbf{U}_y são combinações lineares de \mathbf{A} , de forma que cada uma tem uma graduação de coluna I .
- Define-se uma matriz $N \times 2I$, a qual tem uma graduação I : $\mathbf{U}_{xy} = [\mathbf{U}_x \quad \mathbf{U}_y]$
- Por isso, \mathbf{U}_{xy} tem um espaço nulo de dimensão I , isto é, existe uma matriz \mathbf{F} $2I \times I$, tal que:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{xy}\mathbf{F} = 0 &\Leftrightarrow [\mathbf{U}_x \quad \mathbf{U}_y] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_x \\ \mathbf{F}_y \end{bmatrix} = \mathbf{U}_x\mathbf{F}_x + \mathbf{U}_y\mathbf{F}_y = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{F}_x + \mathbf{A}\Phi\mathbf{T}\mathbf{F}_y = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{A}\Phi\mathbf{T}\mathbf{F}_y = -\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{F}_x \end{aligned}$$

- Visto que T tem total gradação de coluna, a expressão anterior resulta:

$$\mathbf{A}\Phi\mathbf{T} = -\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{F}_x\mathbf{F}_y^{-1} \Leftrightarrow \mathbf{A}\Phi = \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{F}_x\mathbf{F}_y^{-1}\mathbf{T}^{-1} \Leftrightarrow \Phi = \mathbf{T}\mathbf{F}_x\mathbf{F}_y^{-1}\mathbf{T}^{-1}$$

- O algoritmo final é: $\Phi = \mathbf{T}\mathbf{F}_x\mathbf{F}_y^{-1}\mathbf{T}^{-1}$

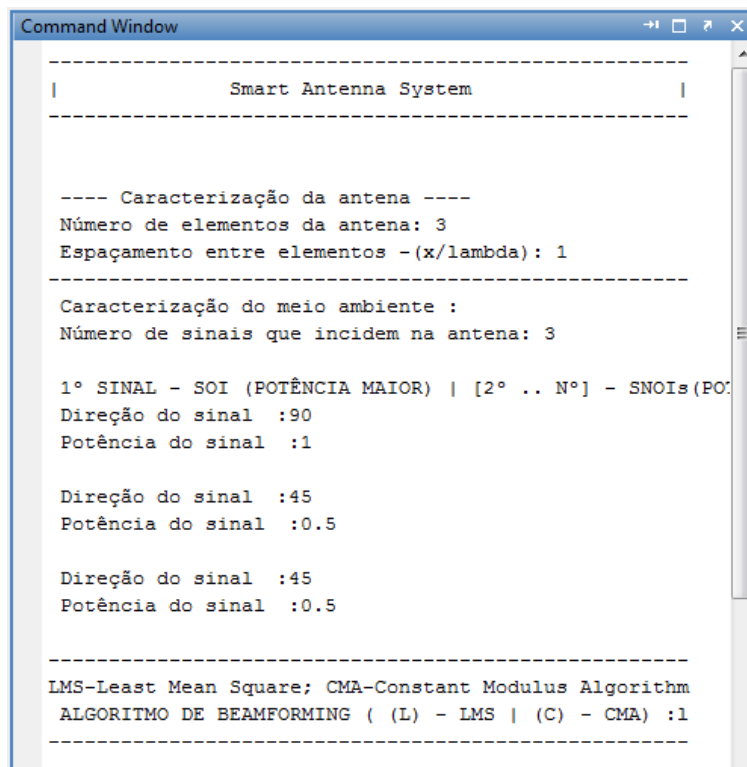
Conhecidas as expressões matemáticas que caracterizam o Algoritmo ESPRIT e os respetivos ângulos de incidência, foi elaborado no Matlab um código fonte de simulação, o qual retorna a matriz resultante de "JA" (" θ ") e os ângulos relativos às DoAs, referentes aos sinais que são definidos como parâmetros de entrada na função "main":

```
function [J_A_tetha tetha_capa] = esprit(X)
global N; % n° de elementos da antena
global d; % espaçamento entre elementos d = x/lambda
global K; % K valores próprios da matriz de auto covariância Rxx
dd=d; NN=N; K = NN;
I = eye(NN',NN'); % matriz identidade de N' x N'
O = zeros(NN',NN'); % matriz de zeros de N' X N'
J1 = [I:O]; % agregado constituído por dois sub agregados sobrepostos
J2 = [O:I]; % agregado constituído por dois sub agregados idênticos separados
J = [J1 J2];
% calcula a matriz de covariância de amostragem
R = zeros(K,K);
for i = K : N,
    R = R + X(i:-1:i-K+1)*X(i:-1:i-K+1)'/N;
end
% decomposição dos valores próprios de R; svd ordena valores próprios
[U,D,V] = svd(R);
Es = U(:,1:N);
J_A_tetha = Es
Es1 = Es(1:K-1,:); Es2=Es(2:K,:);
Psi = Es1\Es2; % A\B é matriz divisão de A em B: X=A\B <=> AX=B; X=INV(A)*B
[T,Phi] = eig(Psi);
Phivec = diag(Phi);
angles = (-90:0.1:90); % Ângulos onde ESPRIT "spectrum" será calculado
for i = 1 : length(Phivec)
    tetha_capa(i) = asin(Phivec(i)/((2*pi/lambda)*d))
end
for l=1:length(angles)
    atheta = exp(-j*(2*pi/lambda)*d*sin(l*(pi/180))*(0:K-1));
    ESPRIT(l) = -10*log10(real(conj(atheta)*Es*atheta.'));
end
figure; plot(angles, (ESPRIT-max(ESPRIT)));
grid on; title('ESPRIT Spectrum');
xlabel('Angle in degrees');
return
```


Capítulo 5 – Resultados dos Algoritmos de Estimação de Direção em Matlab

5.1 Resultados do Algoritmo MUSIC

Na implementação do algoritmo MUSIC em Matlab, foi utilizada uma função, para dar entrada aos parâmetros de configuração do algoritmo MUSIC. Nessa função, o utilizador pode escolher o número de elementos da antena, o espaçamento entre elementos (x/λ), o número de sinais que incidem na antena, as direções e as potências dos sinais que incidem na antena e o algoritmo de formação de feixe (LMS ou CMA), tal como mostra a figura 29.



```
Command Window
-----
|           Smart Antenna System           |
-----

---- Caracterização da antena ----
Número de elementos da antena: 3
Espaçamento entre elementos -(x/lambda): 1
-----

Caracterização do meio ambiente :
Número de sinais que incidem na antena: 3

1º SINAL - SOI (POTÊNCIA MAIOR) | [2º .. Nº] - SNOIs (PO:
Direção do sinal :90
Potência do sinal :1

Direção do sinal :45
Potência do sinal :0.5

Direção do sinal :45
Potência do sinal :0.5

-----

LMS-Least Mean Square; CMA-Constant Modulus Algorithm
ALGORITMO DE BEAMFORMING ( (L) - LMS | (C) - CMA) :1
-----
```

Figura 29 - Definição no Matlab dos parâmetros de entrada na antena.

Apresentamos dois testes feitos com o simulador do algoritmo MUSIC.:

- Caso 1 – 4 elementos de antena, $x/\lambda = 1$ e com 3 sinais;
- Caso 2 – 8 elementos de antena, $x/\lambda = 1$ e com 5 sinais.

5.1.1 Caso 1

Na função *main* do programa, escolheu-se o número de elementos da antena = 4, o espaçamento entre elementos (x/λ) = 1, o número de sinais que incidem na antena = 3, as direções e as potências dos sinais que incidem na antena e o algoritmo de formação de feixe (LMS ou CMA).

O sistema cria o espectro do algoritmo MUSIC, representado na figura 30 para o caso experimentado de 3 sinais incidentes, tendo o sinal de interesse (SOI) 90° e uma potência de aproximadamente 21 dB, quase 20 dB maior que a amplitude dos sinais de não interesse (SNOI), os quais têm 45° e -45° de direção de incidência.

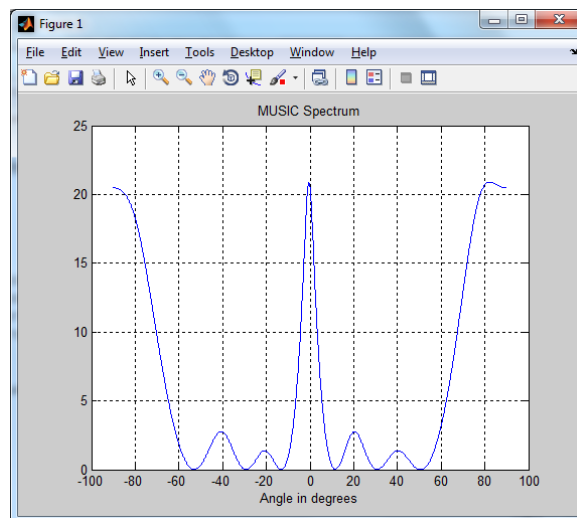


Figura 30 – Espectro do MUSIC obtido para um exemplo com 3 antenas – Caso 1

O desempenho do algoritmo é mostrado como razoavelmente bom, visto que os picos no espectro espacial estão localizados nos ângulos, sendo aproximados às DoAs e a amplitude do sinal de interesse é muito maior que a dos sinais de não interesse.

O sistema cria o diagrama de radiação dos sinais incidentes na antena compreendido num espaço entre -180° e 180° , onde se podem constatar os feixes dos sinais incidentes, com as diferentes direções de incidência e as respetivas amplitudes.

Foi feita a experiência para os dois casos de formação de feixe previstos pelo sistema, podendo-se verificar as diferenças dos diagramas de radiação nas figuras 31 e 32.

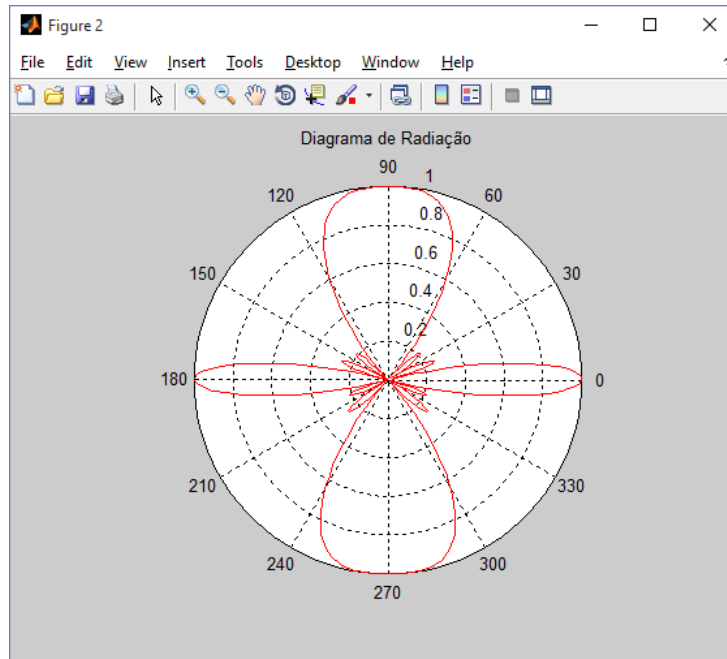


Figura 31 - Diagrama de radiação do Feixe obtido pelo algoritmo LMS.

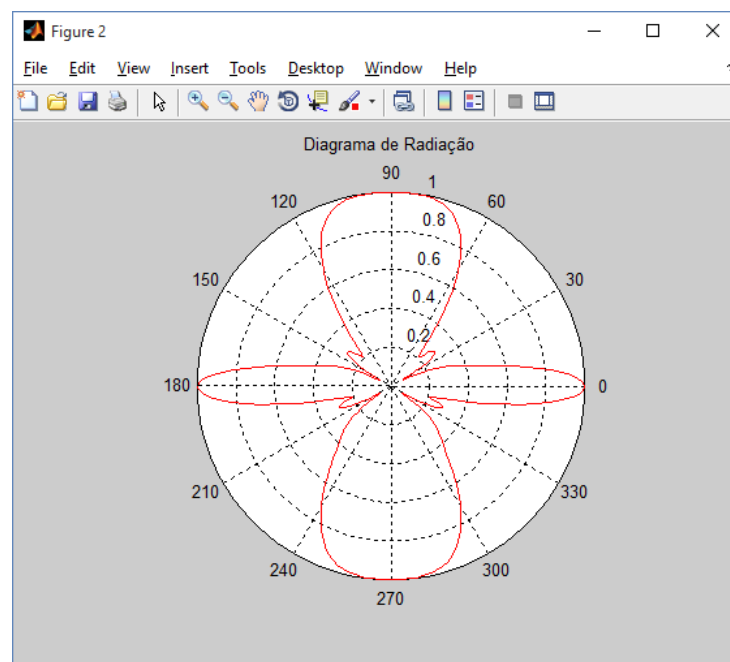


Figura 32 - Diagrama de radiação do Feixe obtido pelo algoritmo CMA.

os lóbulos dos sinais de não interesse (SNOI) são anulados, tal como era previsto no desempenho deste algoritmo, o qual ajusta o vetor de peso do agregado adaptativo de forma a minimizar a variação do sinal desejado no agregado. Depois do algoritmo convergir, um feixe é guiado na direção do sinal de interesse, enquanto são colocados nulos na direção da interferência, anulando assim os sinais de não interesse, tal como se pode verificar no diagrama da figura 32. Apesar de se notarem ainda uns pequenos lóbulos na direção dos sinais de não interesse, são menores os do algoritmo CMA do que os do LMS, pelo que o algoritmo CMA é mais apropriado para a formação de feixe neste caso.

5.1.2 Caso 2

Na função *main* do programa, escolheu-se agora o número de elementos da antena = 8, com o mesmo espaçamento entre elementos ($x/\lambda = 1$), o número de sinais que incidem na antena = 5, as direções e as potências dos sinais que incidem na antena e o algoritmo de formação de feixe (LMS ou CMA).

O sistema cria o espectro do algoritmo MUSIC, representado na figura 33 para o caso experimentado de 5 sinais incidentes, tendo o sinal de interesse (SOI) 90° e uma potência de quase 60dB, muito aproximada à amplitude dos sinais de não interesse (SNOI), os quais têm 60° , 30° , -30° e -45° de direção de incidência.

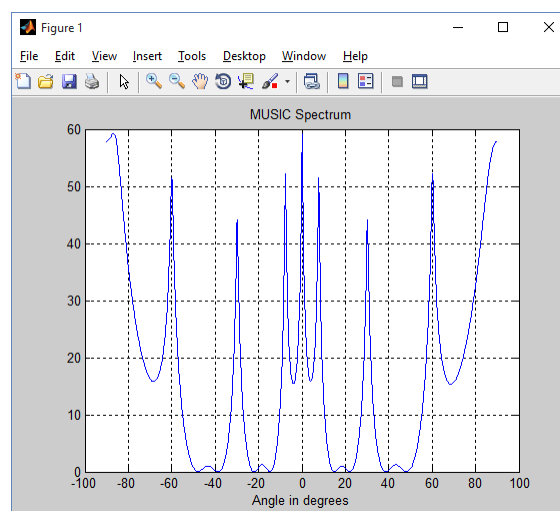


Figura 33 – Espectro do MUSIC obtido para um exemplo com 5 antenas – Caso 2

O desempenho do algoritmo é mostrado como médio, visto que, apesar dos picos no espectro espacial estarem localizados nos ângulos relativos às DoAs, a amplitude do sinal de interesse é próxima da dos sinais de não interesse.

Foi feita a experiência para os dois casos de formação de feixe previstos pelo sistema, podendo-se verificar as diferenças dos diagramas de radiação nas figuras 34 e 35.

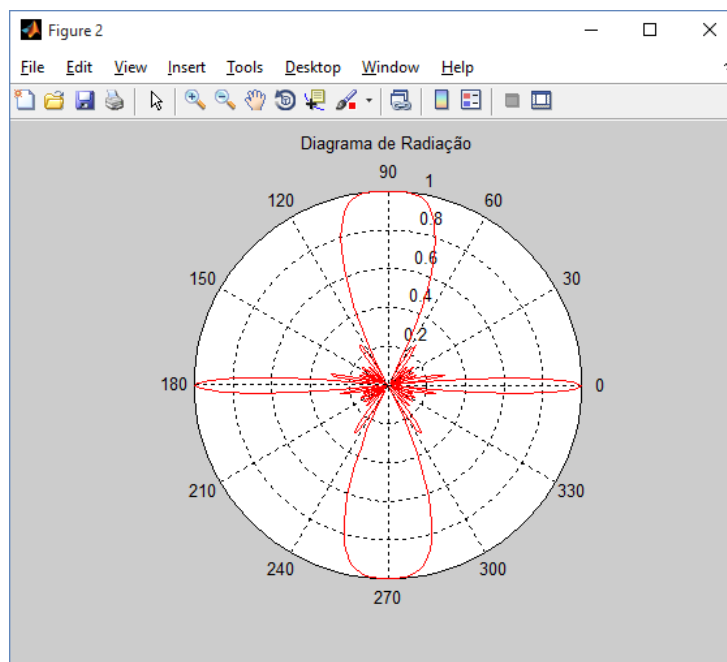


Figura 34 - Diagrama de radiação do Feixe obtido pelo algoritmo LMS.

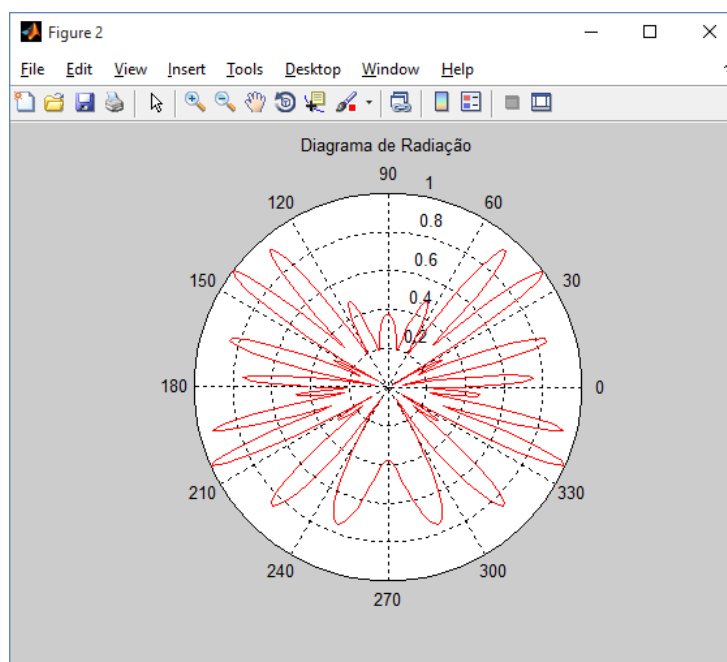


Figura 35 - Diagrama de radiação do Feixe obtido pelo algoritmo CMA.

No caso do LMS, os lóbulos dos sinais de não interesse (SNOI) são reduzidos, porque iterativamente minimiza linearmente o erro médio quadrático e altera o vetor de peso ao longo da direção do gradiente estimado baseado no método de descida negativa mais íngreme, que é garantida para convergir para o sinal de interesse. Com o algoritmo CMA, devido aos sinais de não interesse terem uma amplitude muito grande, a propriedade de Módulo Constante do sinal desejado é corrompida, não permitindo ao algoritmo convergir, não sendo guiado assim um feixe na direção do sinal de interesse, nem sendo colocados nulos nas direções de interferência, causando o diagrama cheio de ruído e interferência que se verifica na figura 35, pelo que o algoritmo LMS é mais apropriado para a formação de feixe neste caso.

5.2 Resultados do Algoritmo ESPRIT

Depois de se definir os parâmetros de entrada com os valores descritos na figura 36, pode-se simular ambos os algoritmos (MUSIC e ESPRIT) com o sinal gerado obtendo-se os respetivos espectros, representados na figura 37, a partir das quais se podem tirar as respetivas conclusões acerca dos desempenhos de ambos os algoritmos, em relação a picos de amplitude e desvios de fase.

```
Command Window
---- Caracterização da antena ----
Número de elementos da antena: 4
Espaçamento entre elementos -(x/lambda): 1
-----
Caracterização do meio ambiente :
Número de sinais que incidem na antena: 3

1º SINAL - SOI (POTÊNCIA MAIOR) | [2º .. Nº] - SNOIs (POTÊNCIA MENOR)
Direção do sinal :90
Potência do sinal :1

Direção do sinal :45
Potência do sinal :.2

Direção do sinal :-45
Potência do sinal :.2

-----
ALGORITMO DE BEAMFORMING ( (L) - LMS | (C) - CMA ) :C
-----

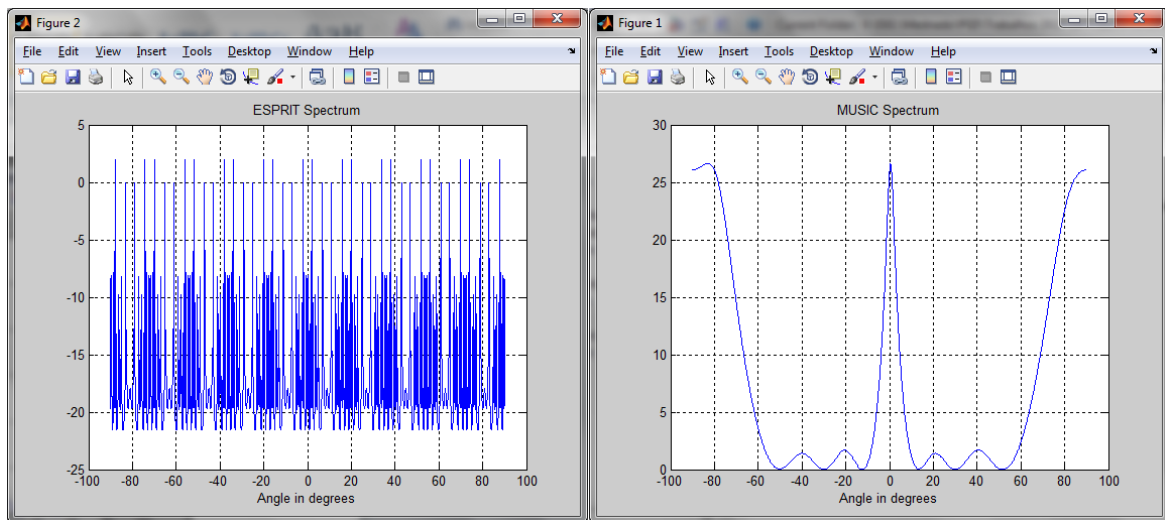
TT =

  93.0000  45.0000  -45.0000

Amplitudes =

  1
  1
  2
  1
```

Figura 36 – Parâmetros de entrada de simulação dos algoritmos MUSIC e ESPRIT



a)

b)

Figura 37 – Espetros de simulação do a) ESPRIT e do b) MUSIC para o exemplo considerado

Como se pode verificar, ambos os espectros estão definidos dentro do intervalo de -90° e 90° . Em relação às amplitudes, ambos os algoritmos têm uma variação de aproximadamente 27 dB, sendo diferentes os seus valores mínimos e máximos.

No MUSIC, os sinais têm picos que variam entre 0 dB e 27 dB, tendo os seus valores máximos centrados em 0° , -90° e 90° .

No ESPRIT, os sinais têm picos a variar aproximadamente entre -22 dB e 3 dB, tendo os valores máximos replicados ao longo dos ângulos -90° , -70° , -50° , -30° , -10° , 10° , 30° , 50° , 70° e 90° .

Capítulo 6 – Conclusões e Trabalho Futuro

Os Algoritmos de formação de feixe estudados são de alta resolução, com muito melhor resolução espacial do que a formatação de feixe de outros métodos. Todos os métodos são capazes de detetar múltiplas fontes. Se os sensores forem caros e escassos e se a computação não for preocupação, o algoritmo MUSIC é o mais apropriado. Se houver sensores em abundância, comparado com o número de fontes a detetar e se a potência computacional for limitada, o algoritmo ESPRIT é o mais apropriado. O Algoritmo SAGE apresenta, em canais reais, um comportamento semelhante ao apresentado com dados sintéticos. Como resultado, o número de raios requerido do pelo algoritmo deve ser cuidadosamente escolhido.

Como trabalho futuro, pretende-se implementar uma antena adaptativa. Para a concretizar, pode-se usar o estudo teórico realizado nesta dissertação, bem como o algoritmo descrito na parte prática. Pretende-se ainda implementar os algoritmos em hardware para que os algoritmos possam ser implementados em sistema embebido cumprindo requisitos de tempo-real.

Referências

- [1] Constantine A. Balanis, Panayiotis I. Ioannides. Introduction to Smart Antennas. Morgan & Claypool Publishers' series, 2007.
- [2] Susana Mota, Maura Outeiral Garcia, Armando Rocha e Fernando Perez-Fontan, "Estimation of the Radio Channel Parameters using the SAGE Algorithm"; in Radio Engineering, vol. 19, n°. 4, December 2010.
- [3] An Introduction to MUSIC and ESPRIT – GIRD Systems, Inc. 310 Terrace Ave. Cincinnati, Ohio 45220.
- [4] Compatibility Between GSM MCBTs and Other Services (TRR, RSBN/PRMG, HC-SDMA, GSM-R, DME, MIDS, DECT) Operating In The 900 And 1800 Mhz Frequency Bands - Ecc Report 146; Electronic Communications Committee (ECC) within the European Conference of Postal and Telecommunications Administrations (CEPT); Baden, June 2010.
- [5] Tiago Varum, João N. Matos, Pedro Pinho, "Direction of arrival estimation analysis using a 2D antenna array"; Conference on Electronics, Telecommunications and Computers – CETC 2013.
- [6] Xiaoguang WU, Tianwen GUO, "Direction of Arrival Parametric Estimation and Simulation Based on MATLAB", College of Electronic & Information Engineering; Nanjing University of Technology, Nanjing, China; College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, China.
- [7] Jawed Qumar, Instructor: Baquer Mazhari, "Spectral Estimation Using a MUSIC Algorithm". Nios II Embedded Processor Design Contest - Outstanding Designs 2005.

[8] Carine El Kassis, José Picheral, Chafic Mokbel. EM-Esprit Algorithm for Direction Finding with Nonuniform Arrays. Published in "Statistical Signal Processing Workshop, Madison, 2007.

[9] Franz A. de Leon, Joel Joseph S. Marciano, Jr., "Application of MUSIC, ESPRIT and SAGE Algorithms for Narrowband Signal Detection and Localization", Department of Electrical and Electronics Engineering, University of the Philippines, Diliman, 2006.