

## **Implementação do Planeamento de Experiências na Melhoria de Processos Produtivos**

**TIAGO GONÇALO REBELO PEREIRA TRINDADE**  
(Licenciado em Engenharia Eletrotécnica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre  
em Engenharia e Gestão Industrial

Orientador:

Doutor António João Pina da Costa Feliciano Abreu

Júri:

Presidente: Doutor Vítor Manuel Rodrigues Anes

Vogais:

Doutor António João Pina da Costa Feliciano Abreu

Doutor José Fernando Gomes Requeijo

**Dezembro 2023**





**INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

# **Implementação do Planeamento de Experiências na Melhoria de Processos Produtivos**

**TIAGO GONÇALO REBELO PEREIRA TRINDADE**  
(Licenciado em Engenharia Eletrotécnica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre  
em Engenharia e Gestão Industrial

Orientador:

Doutor António João Pina da Costa Feliciano Abreu

Júri:

Presidente: Doutor Vitor Manuel Rodrigues Anes

Vogais:

Doutor António João Pina da Costa Feliciano Abreu

Doutor José Fernando Gomes Requeijo

**Dezembro 2023**



## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao Professor António Abreu por todo o suporte prestado ao longo do desenvolvimento desta dissertação, através da sua constante orientação, compreensão, disponibilidade, valiosas sugestões e incansável generosidade na transmissão de conhecimento.

Quero também agradecer à equipa de profissionais de excelência que me suportaram no dia a dia, assim como no desenvolvimento deste trabalho. Tenho plena consciência que estarão sempre à altura de qualquer desafio.

Quero agradecer aos meus colegas de curso pelo suporte e entreajuda, sem a qual este percurso teria sido muito mais difícil.

Quero agradecer à minha família e amigos, cujo incentivo constante foi sempre de extrema importância para manter a motivação.

Quero agradecer à minha Mãe e ao meu Pai, que tanto admiro, que sempre me apoiaram e que sempre estiveram lá para me ajudar a suportar o mau e a celebrar o que de bom temos conquistado. Não estaria hoje onde estou se não fossem vocês. E esta é mais uma conquista que é também vossa. Obrigado por toda a ajuda que deram e continuam a dar, e que sem dúvida tornou esta caminhada um pouco mais fácil.

E quero agradecer à Sandra, cujo agradecimento que lhe é devido nunca vou conseguir exprimir por palavras. Obrigado por toda a ajuda ao longo deste percurso árduo. Obrigado pela compreensão e sacrifício que tiveste de ter e fazer, para eu poder ter as condições para desenvolver o trabalho necessário. Temos conseguido ultrapassar muitos desafios juntos. Obrigado por teres acreditado em mim e teres estado ao meu lado a ultrapassar este. Esta conquista também é tua.

Obrigado do fundo do meu coração.



## **Resumo**

O panorama industrial global atual, encontra-se caracterizado por uma grande dinâmica, em parte devido à incerteza quanto à direção a seguir relativamente à fonte energética que irá mover as indústrias da mobilidade, como a automóvel e a aeroespacial, em parte devido aos fenómenos geopolíticos que ocorrem por todo o planeta, mas que nos impactam a todos. Num ambiente em que é de extrema importância características como a inovação, qualidade, eficiência, eficácia, sustentabilidade, adaptabilidade e flexibilidade, por forma a dar resposta à constante mudança, só as organizações que integrem e proliferem estes conceitos dentro da sua estrutura, poderão ser competitivas e ocupar um lugar no mercado.

O desenvolvimento deste trabalho vem caracterizar e enfatizar como uma organização industrial que queira ser competitiva, tem de ser eficaz nos seus processos desde o início do desenvolvimento da industrialização dos seus produtos, apesar de todos os desafios inerentes ao processo de inovação, mantendo sempre o foco no cliente e na qualidade, sendo de extrema importância a resolução de problemas nesta fase, por forma a serem resolvidos antes de se entrar em produção série, evitando o incremento de ineficiências operacionais, custos para a organização e perda de desempenho e competitividade.

Para a resolução de problemas, as organizações industriais têm integrado cada vez mais nas suas estruturas metodologias comprovadas, como o Seis Sigma, cujo principal método é composto por um ciclo de cinco etapas cujo foco é a melhoria dos processos e a redução da variação, também conhecido como DMAIC. Como ferramenta de excelência do DMAIC para redução sistemática da variabilidade, permitindo analisar quais os fatores controláveis que têm impacto nas características da qualidade, encontramos o Planeamento de Experiências, também conhecido como Desenho de Experiências.

O objetivo do desenvolvimento deste trabalho, foi a aplicação direta do Planeamento de Experiências na melhoria de um novo processo produtivo de um novo produto numa organização industrial, que se encontrava em fase final do processo de industrialização, por forma a melhorar a eficácia operacional do processo, comprovando deste modo o enorme potencial que esta ferramenta possuiu no suporte da resolução de problemas de complexidade moderada e elevada, no meio industrial.

**Palavras-chave:** Indústria, Industrialização, Processo, Eficácia, Desenho de Experiências, Planeamento de Experiências, Ferramentas da Qualidade, Seis Sigma.



## **Abstract**

The current global industrial panorama is highly dynamic, partly due to uncertainty regarding the direction to follow in relation to the energy source that will drive mobility industries, such as automotive and aerospace, and partly due to geopolitical phenomena that occurs all over the planet, but that impact us all. In an environment where characteristics such as innovation, quality, efficiency, effectiveness, sustainability, adaptability, and flexibility are of paramount importance to be able to respond to constant change, only organizations that integrate and proliferate these concepts within their structure, can be competitive and occupy a place in the market.

The development of this work characterizes and emphasizes how an industrial organization that wants to be competitive, must be effective in its processes from the beginning of the development of the industrialization of its products, despite all the challenges inherent to the innovation process, always maintaining focus on the customer and quality, with the resolution of problems at this stage being extremely important, so that they can be resolved before entering series production, avoiding the increase in operational inefficiencies, costs for the organization and loss of performance and competitiveness.

To solve problems, industrial organizations have increasingly integrated proven methodologies into their structures such as Six Sigma, whose main method is structured in a five-step cycle focused on process improvement and variability reduction, also known as DMAIC. To systematically reduce variability, by analyzing which controllable factors have an impact on quality characteristics, DMAIC has in its toolbox the Design of Experiments.

The objective of the development of this work, was the direct application of Design of Experiments in the improvement of a new product production process in an industrial organization, which was in the final phase of the industrialization process, in order to improve the operational effectiveness of the process, thus proving the enormous potential that this tool has in supporting the resolution of moderate and high complexity problems in the industrial environment.

**Keywords:** Industry, Industrialization, Process, Efficiency, Design of Experiments, Experiments Planning, Quality Tools, Six Sigma.



# Índice

<b>Agradecimentos</b> .....	i
<b>Resumo</b> .....	iii
<b>Abstract</b> .....	v
<b>Índice de Figuras</b> .....	xi
<b>Índice de Tabelas</b> .....	xv
<b>Lista de Abreviaturas</b> .....	xvii
<b>Simbologia</b> .....	xix
<b>1 Introdução</b> .....	1
<b>1.1 Motivação e justificação do tema</b> .....	1
<b>1.2 Objetivos</b> .....	2
<b>1.3 Estrutura do documento</b> .....	2
<b>2 A Qualidade como Vantagem Competitiva das Organizações</b> .....	5
<b>2.1 Os Conceitos de Qualidade</b> .....	5
<b>2.2 As Dimensões da Qualidade</b> .....	8
<b>2.3 A Nova Definição da Qualidade</b> .....	11
<b>2.4 A Gestão pela Qualidade Total</b> .....	12
<b>2.5 O Desempenho dos Processos e a Qualidade</b> .....	15
<b>2.6 As Sete Ferramentas Básicas da Qualidade</b> .....	18
<b>2.6.1 Fluxograma</b> .....	19
<b>2.6.2 Folhas de Registo e Verificação</b> .....	21
<b>2.6.3 Diagrama de Pareto</b> .....	22
<b>2.6.4 Diagrama de Causa-e-Efeito</b> .....	23
<b>2.6.5 Histograma</b> .....	25
<b>2.6.6 Diagrama de Dispersão</b> .....	26
<b>2.6.7 Cartas de Controlo</b> .....	28
<b>2.7 As Sete Ferramentas de Gestão e Planeamento</b> .....	29

2.7.1	Diagrama de Afinidades.....	30
2.7.2	Diagrama de Relações .....	31
2.7.3	Diagrama em Árvore.....	32
2.7.4	Diagrama Matricial .....	33
2.7.5	Matriz de Prioridades .....	35
2.7.6	Gráfico de Decisão do Processo.....	37
2.7.7	Diagrama de Atividades.....	38
<b>3</b>	<b>A Sustentabilidade dos Processos Industriais através do Seis Sigma.....</b>	<b>41</b>
3.1	O Conceito e a Métrica Seis Sigma.....	41
3.2	Implementação Seis Sigma nas Organizações.....	43
3.3	A Estrutura Organizacional Seis Sigma .....	44
3.4	Os Métodos Seis Sigma.....	46
3.5	A Fase Definição ( <i>Define</i> ).....	49
3.6	A Fase Medição ( <i>Measure</i> ) .....	52
3.7	A Fase Análise ( <i>Analyze</i> ) .....	57
3.8	A Fase Melhoria ( <i>Improve</i> ).....	64
3.9	A Fase Controlo ( <i>Control</i> ) .....	68
<b>4</b>	<b>O Planeamento de Experiências como Ferramenta Estratégica na Melhoria de Processos Industriais .....</b>	<b>73</b>
4.1	A Experimentação Industrial .....	73
4.2	Fundamentos do Planeamento de Experiências.....	76
4.3	A Metodologia Sistemática do Planeamento de Experiências .....	78
4.4	Desenho com Um Fator a Vários Níveis .....	83
4.5	Verificação dos Pressupostos da Análise de Variância .....	87
4.6	Transformação de Dados .....	89
4.7	Desenho com Dois Fatores a Vários Níveis.....	92
4.8	O Desenho Fatorial Completo com Vários Fatores a Dois Níveis $2k$ .....	96

4.9	<b>O Desenho Fatorial Fracionado com Vários Fatores a Dois Níveis <math>2k - p</math></b>	
		105
5	<b>Caso de Estudo</b>	109
5.1	<b>Caracterização do Processo em Análise</b>	110
5.2	<b>Desenvolvimento da Análise</b>	113
6	<b>Conclusões</b>	131
	<b>Referências Bibliográficas</b>	133
	<b>Anexos</b>	137
	<b>Anexo A – Valores de <math>d2^*</math> para cálculo da repetibilidade</b>	137
	<b>Anexo B – Valores de <math>d2^*</math> para cálculo da reprodutibilidade</b>	137
	<b>Anexo C – Valores de <math>d2^*</math> para cálculo da variação das unidades do produto</b>	138
	<b>Anexo D – Tabela de Conversão Seis Sigma (inclui o desfasamento de 1,5 sigma)</b>	138
	<b>Anexo E – Tabela da Distribuição Normal Reduzida</b>	139
	<b>Anexo F – Tabela PA – Prioridade de Ação para D-AMFE e P-AMFE</b>	140
	<b>Anexo G – Distribuição de Fisher</b>	142



## Índice de Figuras

Figura 2.1 - As oito dimensões da qualidade de Garvin.....	8
Figura 2.2 - Distribuições das características críticas das transmissões.....	12
Figura 2.3 - Características da Gestão pela Qualidade Total. ....	13
Figura 2.4 - Os oito pilares da Gestão pela Qualidade Total.....	13
Figura 2.5 - Ciclo de Shewhart. ....	16
Figura 2.6 - Modelo geral de um processo ou sistema. ....	17
Figura 2.7 - Exemplo de uma carta de controlo. ....	18
Figura 2.8 - Principal simbologia utilizada em fluxogramas.....	20
Figura 2.9 - Exemplo de fluxograma.....	20
Figura 2.10 - Folha para registos de defeitos detetados num produto. ....	21
Figura 2.11 - Diagrama de Pareto com integração de análise ABC.....	23
Figura 2.12 - Exemplo de Diagrama Causa-e-Efeito. ....	24
Figura 2.13 - Histograma da análise da espessura da camada metálica em wafers.....	26
Figura 2.14 - Situações problemáticas no desenvolvimento de histogramas. ....	26
Figura 2.15 - Diagrama de Dispersão.....	27
Figura 2.16 - Diagramas de Dispersão. ....	27
Figura 2.17 - Exemplo de uma carta de controlo. ....	29
Figura 2.18 - Aplicação integrada e sequencial das sete novas ferramentas.....	30
Figura 2.19 - Diagrama de Afinidades. ....	31
Figura 2.20 - Exemplo de diagrama de relações. ....	32
Figura 2.21 - Exemplo de processo de resolução de problemas com recurso a diagrama em árvore.....	33
Figura 2.22 - Simbologia representativa da intensidade e sentido das relações no diagrama matricial.....	34
Figura 2.23 - Vários formatos de diagramas matriciais. ....	34
Figura 2.24 - Exemplo de matriz final do método do critério analítico completo. ....	35
Figura 2.25 - Exemplo de matriz final do método de combinação matriz de relações/diagrama matricial.....	36
Figura 2.26 - Exemplo de matriz final do critério de consenso.....	37
Figura 2.27 - Exemplo de gráfico de decisão de processo. ....	38
Figura 2.28 - Exemplo de diagrama de atividades. ....	39
Figura 3.1 - Exemplos de desempenho de níveis sigma.....	41

Figura 3.2 - Deslocação da média do processo em $1,5\sigma$ do curto para o longo prazo. ...	42
Figura 3.3 - Atividades e sistemas fundamentais para a implementação Seis Sigma. ...	43
Figura 3.4 - Estrutura organizacional Seis Sigma. ....	46
Figura 3.5 - Comparação entre os métodos DMAIC e DMADV. ....	48
Figura 3.6 - Exemplo de Project charter aplicado à melhoria de operações. ....	50
Figura 3.7 - Exemplo de SIPOC de operações de fábrica. ....	51
Figura 3.8 - Estrutura das medidas de adequação da distribuição do comportamento do sistema de medição. ....	53
Figura 3.9 - As sete etapas de uma AMFE (FMEA). ....	59
Figura 3.10 - Exemplo de P-AMFE e respetiva análise de risco (etapa 5). ....	61
Figura 3.11 - Representação de teste unilateral à direita (esquerda) e de teste bilateral simétrico (direita). ....	61
Figura 3.12 - Matriz de Pugh com quatro critérios e duas soluções alternativas. ....	65
Figura 3.13 - Exemplo de análise aos stakeholders de estrutura operacional de fábrica. ....	66
Figura 3.14 - Exemplo de matriz RACI. ....	69
Figura 3.15 - Exemplo de plano de controlo. ....	70
Figura 4.1 - Modelo geral de um processo ou sistema. ....	74
Figura 4.2 - Exemplo de análise gráfica do método OFAT. ....	75
Figura 4.3 - a) Desenho fatorial a dois fatores e dois níveis. b) Desenho fatorial a três fatores e dois níveis. c) Desenho fatorial a três fatores e dois níveis. ....	75
Figura 4.4 - Procedimento de desenvolvimento de desenhos de experiências. ....	78
Figura 4.5 - Exemplo de diagrama de causa-e-efeito para organização de dados recolhidos no planeamento pré-experimental. ....	81
Figura 4.6 - Exemplo de diagrama de causa-e-efeito para organização de dados recolhidos no planeamento pré-experimental. ....	81
Figura 4.7 - a) Verificação do pressuposto de Normalidade dos resíduos. b) Verificação do pressuposto de independência dos resíduos. c) Verificação do pressuposto da homogeneidade dos resíduos. ....	89
Figura 4.8 - Transformação de dados - Representação gráfica de $\log Si$ . ....	90
Figura 4.9 - Intervalo de confiança do parâmetro de transformação. ....	92
Figura 4.10 - Interação entre dois fatores, A e B. ....	93
Figura 4.11 - Representação geométrica do desenho fatorial 22. ....	97
Figura 4.12 - Representação geométrica do desenho fatorial 23. ....	98
Figura 4.13 - Estimativa do erro pelo método de Daniel. ....	103

Figura 4.14 - a) Exemplo de Superfície de Resposta da interação entre os 2 fatores.    b)	
Exemplo de Gráfico de Contorno da interação entre os 2 fatores. ....	104
Figura 5.1 - Esboço concetual do Componente A, testado no processo em análise.....	110
Figura 5.2 - Esboço concetual do componente e da respetiva interface do gabarito de teste da máquina.....	111
Figura 5.3 - Detecção de fuga de componente sob pressão, utilizando o método do detetor. Detecção de fuga com <i>sniffer</i> (esquerda). Medição total da fuga (direita). ....	112
Figura 5.4 - Esquemática de uma célula de deteção de fugas de hélio com campo magnético de 180° (à esquerda) e foto do sistema real (à direita).....	113
Figura 5.5 - Project charter elaborado para o caso de estudo.....	113
Figura 5.6 - Diagrama de Afinidades para recolha e registo de potenciais causas-raiz. ....	114
Figura 5.7 - Diagrama de Causa-e-Efeito final.....	115
Figura 5.8 - Procedimento de desenvolvimento de desenhos de experiências.....	116
Figura 5.9 - Experiência a: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita). ....	118
Figura 5.10 - Experiência bc: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita). ....	119
Figura 5.11 - Experiência ab: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita). ....	119
Figura 5.12 - Experiência ac: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita). ....	120
Figura 5.13 - Experiência c: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita). ....	120
Figura 5.14 - Experiência abc: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita). ....	121
Figura 5.15 - Análise gráfica dos resultados da experiência b: 75 replicações (à esquerda) e as últimas 10 (à direita).....	121
Figura 5.16 - Análise gráfica dos resultados da experiência (1): 75 replicações (à esquerda) e as últimas 10 (à direita). ....	122
Figura 5.17 - Tabela ANOVA completa. ....	124
Figura 5.18 - Tabela ANOVA condensada. ....	125
Figura 5.19 - a) Verificação do pressuposto de Normalidade dos resíduos. b) Verificação do pressuposto de independência dos resíduos. c) Verificação do pressuposto da	

homogeneidade dos resíduos. d) Análise da Normalidade dos resíduos (Método de Box-Cox). .....	126
Figura 5.20 - Segunda iteração da Tabela ANOVA completa. ....	126
Figura 5.21 - Segunda iteração da Tabela ANOVA condensada. ....	127
Figura 5.22 - a) Verificação do pressuposto de Normalidade dos resíduos. b) Verificação do pressuposto de independência dos resíduos. c) Verificação do pressuposto da homogeneidade dos resíduos. ....	127
Figura 5.23 - a) Superfície de Resposta da interação entre os fatores <i>A</i> e <i>C</i> . b) Gráfico de Contorno da interação entre os fatores <i>A</i> e <i>C</i> . ....	129
Figura 5.24 - a) Superfície de Resposta da interação entre os fatores <i>B</i> e <i>D</i> . b) Gráfico de Contorno da interação entre os fatores <i>B</i> e <i>D</i> . ....	129

## Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - As cinco definições de qualidade de Garvin. ....	6
Tabela 2.2 - Exemplo de tratamento de dados para desenvolvimento de análise ABC. ....	22
Tabela 3.1 - Visão geral do método DMAIC. ....	47
Tabela 3.2 - Visão geral do método DMADV. ....	47
Tabela 3.3 - Atividades de desenvolvimento da fase Definição. ....	52
Tabela 3.4 - Atividades de desenvolvimento da fase Medição. ....	58
Tabela 3.5 - Etapas da Execução da AMFE de Processo. ....	59
Tabela 3.6 - Atividades de desenvolvimento da fase Análise. ....	64
Tabela 3.7 - Atividades de desenvolvimento da fase Melhoria. ....	67
Tabela 3.8 - Atividades de desenvolvimento da fase Controlo. ....	72
Tabela 4.1 - Aplicações do desenho de experiências. ....	79
Tabela 4.2 - Desenho com fator a vários níveis. ....	84
Tabela 4.3 - Tabela ANOVA - Desenho com fator a vários níveis. ....	87
Tabela 4.4 - Transformações de dados mais comuns. ....	91
Tabela 4.5 - Desenho com dois fatores a vários níveis. ....	93
Tabela 4.6 - Tabela ANOVA – Desenho com dois fatores a vários níveis. ....	96
Tabela 4.7 - Desenho fatorial completo 2 <sup>2</sup> . ....	97
Tabela 4.8 - Matriz de planeamento fatorial completo 2 <sup>2</sup> . ....	97
Tabela 4.9 - Fatorial 2 <sup>2</sup> com <i>n</i> réplicas. ....	99
Tabela 4.10 - Algoritmo de Yates para cálculo de efeitos e variações. ....	100
Tabela 4.11 - Algoritmo de Yates para cálculo dos valores previstos. ....	102
Tabela 4.12 - Desenho fracionado 2 <sup>3</sup> – 1. ....	105
Tabela 4.13 - Resoluções relevantes dos desenhos fatoriais fracionados. ....	107
Tabela 5.1 - Tabela de fatores e níveis, resultante da análise de Brainstorming e dos Diagramas de Afinidade e Causa-e-Efeito. ....	115
Tabela 5.2 - Tabela final de fatores e níveis, resultante da análise efetuada ao processo. ....	116
Tabela 5.3 - Matriz de planeamento do caso de estudo. ....	117
Tabela 5.4 - Matriz de planeamento do caso de estudo, após aplicação da aleatoriedade. ....	117
Tabela 5.5 - Matriz de planeamento e respetivos resultados experimentais. ....	122
Tabela 5.6 - Algoritmo de Yates. ....	123

Tabela 5.7 - Tabela final de fatores e níveis, para configuração do processo da máquina Y do componente A, para teste de estanquidade a hélio. ....	130
---	-----

## Lista de Abreviaturas

5W2H	<i>5 Who's 2 How's</i>
AHP	<i>Analytic Hierarchy Process</i>
AMFE	Análise Modal de Falhas e Efeitos
ANOVA	<i>Analysis of Variance</i>
AP	<i>Action Priority</i>
ASQ	<i>American Society for Quality</i>
BB	<i>Black Belt</i>
CEO	<i>Chief Executive Officer</i>
CEP	Controlo Estatístico de Processo
CPM	<i>Critical Path Method</i>
CTQ	<i>Critical-to-Quality</i>
CWQC	<i>Company-Wide-Quality-Control</i>
D	Deteção
DFSS	<i>Design-For-Six-Sigma</i>
DMADV	<i>Define-Measure-Analyze-Design-Verify</i>
DMAIC	<i>Define-Measure-Analyze-Improve-Control</i>
DOE	<i>Design of Experiments</i>
DPMO	Defeitos Por Milhão de Oportunidades
DPO	Defeitos Por Oportunidade
EUA	Estados Unidos da América
FMEA	<i>Failure Mode and Effects Analysis</i>
FTA	<i>Fault Tree Analysis</i>
GB	<i>Green Belt</i>
GQT	Gestão pela Qualidade Total
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
KPI	<i>Key Performance Indicator</i>
KPIV	<i>Key Process Input Variables</i>
KPOV	<i>Key Process Output Variables</i>
LC	Linha Central
LIC	Limite Inferior de Controlo
LIE	Limite Inferior de Especificação
LRC	<i>Linear Responsibility Chart</i>

LSC	Limite Superior de Controle
LSE	Limite Superior de Especificação
MAIC	<i>Measure-Analyze-Improve-Control</i>
MBB	<i>Master Black Belt</i>
MRP	<i>Material Requirement Planning</i>
MSA	<i>Measurement System Analysis</i>
MTBF	<i>Mean Time Between Failures</i>
MTTR	<i>Mean Time to Repair</i>
NBR	<i>Nitrile-Butadiene Rubber</i>
O	Ocorrência
OCAP	<i>Out of Control Action Plan</i>
OEM	<i>Original Equipment Manufacturer</i>
OFAT	<i>One-Factor-At-a-Time</i>
OJT	<i>On the Job Training</i>
PA	Prioridade de Ação
PERT	<i>Program Evaluation and Review Technique</i>
PDCA	<i>Plan-Do-Check-Act</i>
PDPC	<i>Process Decision Program Chart</i>
PDSA	<i>Plan-Do-Study-Act</i>
P-AMFE	Análise Modal de Falhas e Efeitos do Processo
P-FMEA	<i>Process Failure Mode and Effects Analysis</i>
QFD	<i>Quality Function Deployment</i>
RACI	<i>Responsible-Accountable-Consulted-Informed</i>
RAM	<i>Responsibility Assignment Matrix</i>
RSM	<i>Response Surface Methodology</i>
S	Severidade
SIPOC	<i>Suppliers-Input-Process-Output-Customer</i>
SOP	<i>Standard Operational Procedure</i>
SPC	<i>Statistical Process Control</i>
TQM	<i>Total Quality Management</i>
VOC	<i>Voice of the Customer</i>

## Simbologia

$x_1, x_2, \dots, x_p$  – Variáveis controláveis

$z_1, z_2, \dots, z_p$  – Variáveis não controláveis

$y$  – Variável de saída

$k$  – Número de classes

$N$  – Número total de observações

$r_{XY}$  – Coeficiente de correlação linear ou de Pearson

$\bar{X}$  – Média para amostra de dimensão igual a  $r$

$R$  - Amplitude

$\bar{R}$  – Média de todas as amplitudes para amostras de dimensão igual a  $r$

$\hat{\sigma}_{Repet.}$  – Desvio padrão da repetibilidade

$g$  – Número de unidades x número de operadores

$\hat{\sigma}_{Reprod.}$  – Desvio padrão da reprodutibilidade

$R_{\bar{x}}$  – Amplitude das médias globais

$\hat{\sigma}_{R\&R}^2$  – Variância da repetibilidade e da reprodutibilidade

$\hat{\sigma}_p$  – Desvio padrão da característica do produto

$\hat{\sigma}_{Total}^2$  – Variância total

$\left(\frac{P}{T}\right)_{R\&R}$  – Percentagem da tolerância consumida pelo sistema de medição

$\mu$  – Média

$\sigma$  – Desvio padrão

$\sigma^2$  – Variância

$H_0$  – Hipótese nula

$H_1$  – Hipótese alternativa

$SS_T$  – Variação total

$SS_B$  – Variação entre níveis ou tratamentos

$SS_W$  – Variação dentro dos níveis ou tratamentos / Variação residual / Erro

$a$  – Número de níveis

$n$  – Número de replicações

$g.l.$  – Número de graus de liberdade

$MS_B$  – Desvios quadráticos médios entre níveis ou tratamentos

$MS_W$  – Desvios quadráticos médios dentro dos níveis ou tratamentos

$F_0$  – Estatística da análise de variância de um fator/interação

$\hat{y}_{ij}$  – Estimativa da observação  $y_{ij}$

$e_{ij}$  – Valor do resíduo  $e_{ij}$

$\lambda$  – Parâmetro de transformação

$q$  – Carga do ião

$m$  – Massa molecular

TE1 – Teste de estanquidade do circuito 1

TE2 – Teste de estanquidade do circuito 2

IN TE1 – Conector macho do circuito 1 do componente A

OUT TE1 – Conector fêmea do circuito 1 do componente A

IN TE2 – Conector fêmea do circuito 2 do componente A

OUT TE2 – Conector fêmea do circuito 2 do componente A

# **1 Introdução**

## **1.1 Motivação e justificação do tema**

A atualidade industrial global é um ecossistema extremamente exigente e dinâmico, onde existe uma enorme concorrência, onde só as organizações industriais capacitadas para reagir rapidamente de forma eficaz e eficiente, serão competitivas e sustentáveis a médio e longo prazo.

Na indústria automóvel ao nível *Tier I* (fornecedores das organizações OEM), o nível de desempenho que uma organização tem de ter para se manter competitiva no mercado global, é extremamente elevado. Os ciclos de vida dos produtos encontram-se cada vez mais desafiadores, face a uma necessidade constante de inovação como fator diferenciador de mercado, o que juntamente com a incerteza quanto ao futuro da mobilidade automóvel e aos fenómenos geopolíticos globais que afetam as cadeias logísticas que por si só já são extremamente ambiciosas, causam uma pressão enorme sobre os fornecedores a este nível.

Com o desenvolvimento de produtos, processos e tecnologias a um ritmo extremamente rápido, é de extrema importância que as organizações industriais, através do desenvolvimento cooperativo entre produto e processo, desenvolvam produtos para ser manufacturados, por forma a que a sua integração seja o mais estável possível, contribuindo para a competitividade e sustentabilidade da organização.

No entanto, devido a fatores como planeamentos demasiado ambiciosos, comunicação inadequada, indisponibilidade de meios, indisponibilidade de materiais, falta de integração horizontal nas organizações, variabilidade dos processos, entre outros, nem sempre é possível a integração de produtos em produção série, sem melhorias ainda em análise ou em fase de integração ou conclusão.

Deste modo, a capacidade interna de melhoria dos processos produtivos, é uma vantagem estratégica que as organizações devem integrar nas suas estruturas, compreendendo o valor acrescentado que essas atividades proporcionam, na medida que dão resposta e desenvolvem soluções para resolver a causa-raiz dos problemas, permitindo a estabilidade, competitividade e sustentabilidade necessárias para o futuro da organização.

## **1.2 Objetivos**

A presente dissertação está dividida em dois objetivos principais. O primeiro, a elaboração de uma revisão bibliográfica do estado da arte, relativo à melhoria de processos produtivos através do Planejamento ou Desenho de Experiências, introduzindo temáticas chave como a Qualidade como vantagem competitiva das organizações, a sustentabilidade dos processos industriais através da metodologia Seis Sigma, e o Planejamento de Experiências como ferramenta estratégica na melhoria dos processos industriais, por forma a gerar o enquadramento e conteúdo necessário ao desenvolvimento do caso de estudo, o segundo objetivo da dissertação.

O caso de estudo selecionado é relativo ao processo de um teste de estanquidade a um produto, executado por uma máquina cuja operação é feita por um operador, por forma a garantir esta característica antes do seu envio para o cliente. A problemática está relacionada com a falta de estabilidade que o processo demonstra com a parametrização atual para este componente, na medida que está a apresentar casos de resultados falsos, criando reprovações do processo por excesso, ou seja, rejeitando peças conformes, como não-conformes.

Deste modo, esta oportunidade de melhoria foi selecionada, primeiramente, por se tratar de um exemplo de aplicação ideal do Planejamento de Experiências para a estabilização de um processo produtivo, na medida em que estamos a tratar de um cenário em que é essencial aferir quais os fatores controláveis que têm impacto na resposta do sistema, assim como quais os melhores níveis desses fatores, de maneira a incrementar a imunidade do processo ou produto, aos fatores de ruído.

O objetivo será planear e executar uma ação de melhoria ao processo produtivo, seguindo o método DMAIC da metodologia Seis Sigma, com especial foco na utilização da ferramenta Planejamento de Experiências, visto ser o método de excelência para estes cenários.

## **1.3 Estrutura do documento**

O documento está estruturado em seis capítulos, cuja disposição pretende conferir uma sequência lógica à exposição dos temas e à investigação efetuada.

O primeiro capítulo, de caráter introdutório, incide sobre o enquadramento da temática selecionada no panorama industrial atual, contextualiza o ecossistema em que a

organização industrial em análise desenvolve a sua atividade, caracteriza a utilização da melhoria de processos produtivos como vantagem estratégica das organizações industriais, enquadra os objetivos a que a dissertação se propõe e apresenta um descritivo sobre a estrutura desenvolvida para a dissertação.

No segundo capítulo é desenvolvida em detalhe a temática da qualidade como vantagem competitiva das organizações, abordando os vários conceitos e convergências dos vários autores sobre a definição de qualidade, e são abordadas as várias dimensões da qualidade assim como da nova definição de qualidade. É também abordada a Gestão pela Qualidade Total devido à sua importância no panorama industrial atual, assim como a relação entre a qualidade e o desempenho dos processos industriais. Por fim, é efetuada uma exposição detalhada sobre as sete ferramentas básicas e as sete ferramentas de gestão e planeamento da qualidade.

O terceiro capítulo é dedicado ao desenvolvimento da temática da sustentabilidade dos processos industriais através da metodologia Seis Sigma, onde é efetuado o desenvolvimento do conceito e da métrica Seis Sigma, assim como do processo de implementação do Seis Sigma nas organizações, e da estrutura organizacional necessária para a sua implementação e operação. O método Seis Sigma DMAIC, a metodologia DFSS e os respetivos métodos DMADV e DMADOV, são também analisados em detalhe, tendo sido dado especial foco às fases do ciclo DMAIC, assim como às ferramentas utilizadas para a sua execução.

No quarto capítulo é desenvolvida a temática do Planeamento ou Desenho de Experiências como ferramenta estratégica na melhoria dos processos industriais, sendo abordada a definição de experimentação industrial, assim como os fundamentos e a metodologia sistemática do Planeamento de Experiências. Em seguida efetuou-se uma caracterização mais técnica desta metodologia, através do desenvolvimento dos vários cenários mais comuns de aplicação, como o desenho com um fator ou dois fatores a vários níveis, o desenho fatorial completo e o desenho fatorial fracionado.

No quinto capítulo encontra-se o desenvolvimento do caso de estudo, onde foi efetuado o enquadramento do tema assim como dos pressupostos e constrangimentos, a caracterização do processo analisado, a descrição do método experimental utilizado e da respetiva análise de dados, detalhando sempre que aplicável a associação com o ciclo DMAIC.

Por fim no sexto capítulo, encontram-se as conclusões relativas à análise resultante do desenvolvimento da dissertação, e onde são também apresentadas sugestões para futuras investigações de robustez do processo.

## **2 A Qualidade como Vantagem Competitiva das Organizações**

### **2.1 Os Conceitos de Qualidade**

De um modo geral, o conceito de qualidade, é percebido como a representação das características que um produto ou serviço devem incorporar. No entanto a qualidade é algo que pode ser definido através de diferentes conceitos, tornando-se um dos mais importantes fatores de decisão dos consumidores, na seleção entre produtos e serviços concorrentes. Este entendimento é generalizado, independentemente se o consumidor é um indivíduo, uma organização industrial, comercial, financeira ou militar. Consequentemente, a compreensão e a melhoria da qualidade são fatores-chave que conduzem ao sucesso, ao crescimento e ao aumento da competitividade. (Montgomery, 2013).

O conceito de qualidade tem também subjacente a conformidade, o pressuposto de que estamos perante um produto ou serviço de acordo com especificações, e a consistência, a abordagem sistematizada, sempre presente desde a conceção do produto ou serviço até à conceção e criação dos processos necessários à realização do produto ou serviço. A qualidade, no entanto, para além do foco interno, tem de materializar também o foco externo do cliente, estando o conceito de qualidade relacionado com a satisfação do cliente. Deste modo podemos indicar que a qualidade é uma dualidade de visões, a das operações e a do cliente. A qualidade de hoje, evoluiu de conceitos como inspeção, controlo de qualidade, garantia da qualidade até à gestão da qualidade total (GQT) (Rosa, Moura e Sá, & Sarrico, 2014).

Fields et al. (2014) indicam que uma das abordagens mais conhecida para a definição de qualidade é a de Garvin (1984). Garvin descreve cinco abordagens complementares para definir qualidade, nomeadamente a abordagem transcendente, a abordagem baseada no produto, a abordagem baseada no utilizador, a abordagem baseada na produção e a abordagem baseada no valor. De acordo com Garvin, estas cinco abordagens surgiram de forma independente nas áreas de filosofia, economia, marketing, gestão de operações e finanças, estando a filosofia focada em questões de definição, a economia em maximização do lucro e equilíbrio de mercado, o *marketing* nos fatores determinantes do comportamento de compra e satisfação do cliente e a gestão das operações nas práticas de engenharia e controlo de produção. Cada abordagem descreve corretamente um aspeto da qualidade, mas qualquer uma delas por si só fornece apenas uma visão limitada. Para

obter uma visão abrangente da qualidade, é preciso convergir todas as cinco. Podemos observar exemplos representativos das cinco abordagens de Garvin para a qualidade, na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - As cinco definições de qualidade de Garvin.

5 Definições de Qualidade	
<b>Transcendente</b>	"Qualidade não é mente nem matéria, mas uma terceira entidade independente das duas (...). Embora não possa ser definida, sabe-se o que é" (Pirsig, 1974).
	"...uma condição de excelência que implica qualidade excelente, distinta da má qualidade... Qualidade é alcançar a posição mais elevada em vez de ficar satisfeito com o desleixado ou fraudulento" (Tuchman, 1980).
<b>Produto</b>	"Diferenças na qualidade equivalem a diferenças na qualidade de algum ingrediente ou atributo desejado" (Abbott, 1955).
	"Qualidade refere-se à quantidade de atributos sem preço contidos em cada unidade do atributo com preço" (Leffler, 1982).
<b>Utilizador</b>	"Qualidade é adequação ao uso" (Juran, 1999).
	"Qualidade consiste na capacidade de satisfazer desejos..." (Edwards, 1968).
	"Qualidade é o grau em que um produto específico satisfaz os desejos de um consumidor específico" (Gilmore, 1974).
<b>Produção</b>	"Qualidade significa conformidade com os requisitos" (Crosby, 1979).
	"Fazer as coisas bem à primeira vez" (Crosby, 1979).
	"Qualidade é o grau em que um produto específico está em conformidade com um projeto ou especificação" (Gilmore, 1974).
<b>Valor</b>	"Qualidade é o grau de excelência a um preço aceitável e o controle da variabilidade a um custo aceitável" (Broh, 1982).
	"Qualidade diz respeito ao melhor para determinadas condições do cliente. Estas condições são a utilização efetiva e o preço de venda do produto" (Feigenbaum, 1983).

Fonte: Adaptado de Garvin (1984).

- **Abordagem Transcendente** - Esta abordagem identifica a qualidade de um produto ou serviço como uma característica inata, que é absoluta e universalmente reconhecível, um marco de padrões intransigentes e de elevadas realizações. Sob esta abordagem, um produto ou serviço possui excelência com base na sua relação subjetiva com algum padrão. A capacidade de determinar essa relação subjetiva só pode ser desenvolvida através da experiência. O constrangimento desta abordagem é que oferece pouca orientação prática. Esta abordagem é muito utilizada pelos clientes, devido aos esforços do marketing em desenvolver a qualidade como uma imagem percebida nas suas mentes.
- **Abordagem Produto** - Na abordagem produto, a qualidade é percebida como uma variável precisa e mensurável. A qualidade de um produto ou serviço é caracterizada como quantificável, com base em certos ingredientes ou atributos. Garvin recorre a dois exemplos particulares, como ilustração. Um gelado de alta qualidade tem uma grande percentagem de gordura butírica, assim como um

tapete de qualidade contém um grande número de nós por centímetro quadrado. Esta abordagem favorece atributos mensuráveis em detrimento das preferências pessoais de um indivíduo. No entanto, Garvin identifica oito formas ou dimensões para avaliar a qualidade do produto. Essas dimensões são desempenho, características, fiabilidade, conformidade, durabilidade, serviço pós-venda, estética e qualidade percebida.

- **Abordagem Utilizador** - Esta abordagem baseia-se na premissa de que a qualidade está “nos olhos de quem vê”, onde quem vê é o utilizador. De acordo com esta abordagem, qualidade é o grau em que um produto ou serviço satisfaz as necessidades, desejos ou preferências do utilizador. Parte-se do pressuposto que consumidores individuais possuem desejos e necessidades diferentes, e os bens que melhor satisfazem as suas preferências são aqueles que eles percebem como tendo a melhor qualidade. Esta é uma visão idiossincrática e pessoal da qualidade, e uma que é altamente subjetiva. Por exemplo, se determinados utilizadores acreditam que um Chevrolet satisfaz melhor as suas necessidades do que um Cadillac, então o Chevrolet seria o veículo de maior qualidade para eles.
- **Abordagem Produção** - Enquanto o foco da abordagem utilizador está nas preferências dos consumidores, ou seja, na procura, o foco da abordagem produção está do lado da oferta e preocupa-se principalmente com as práticas de engenharia e manufatura. Esta abordagem percebe a qualidade como conformidade com os requisitos. Sob esta abordagem, qualquer desvio dos requisitos do usuário pretendido reduz a qualidade. Ao contrário da abordagem baseada no utilizador, a abordagem baseada na produção não considera o olhar de quem vê. Pelo contrário, esta abordagem procura medir objetivamente o grau em que um produto ou serviço cumpre especificações pré-determinadas. Nestas condições, e sendo bem manufaturados, tanto um Mercedes como um Chevrolet são automóveis de alta qualidade.
- **Abordagem Valor** - Esta abordagem valor define a qualidade em termos de custos e preços. Deste modo, um produto de qualidade é um que providencia desempenho ou conformidade a um preço ou custo aceitáveis. Através deste raciocínio, uns ténis de corrida de 1000€, com uma manufatura de excelência, não poderiam ser um produto de qualidade, na medida em que não existiriam muitos compradores devido ao preço elevado.

Além de Garvin, outros autores propuseram estruturas abrangentes para a definição de qualidade, nomeadamente Smith (1993), Reeves e Bednar (1994) e Seawright e Young (1996), havendo também muitos outros contribuidores para a disciplina de gestão da qualidade. Quatro dos mais respeitados são Edwards Deming, Philip Crosby, Armand Feigenbaum e Joseph Juran. Coletivamente, as suas ideias ajudaram a operacionalizar a noção de qualidade.

A qualidade como vantagem competitiva, permitirá a redução de custos associados a desperdício, reprocessamento, reclamações de clientes, permitirá à organização ir de encontro e superar as expectativas dos clientes, o que se traduzirá num aumento da satisfação dos clientes e dos *stakeholders* da organização. Podemos afirmar que um dos fatores-chave que assegura o futuro de uma organização é qualidade (Rosa, Moura e Sá, & Sarrico, 2014).

## 2.2 As Dimensões da Qualidade

De acordo com Garvin (1987), a qualidade de um produto ou serviço, pode ser caracterizada e avaliada em oito dimensões, que devem ser utilizadas conforme o posicionamento estratégico da qualidade da organização. Syahrial et al. (2018), validou a aplicabilidade e os benefícios da utilização das dimensões da qualidade de Garvin, na sua pesquisa para compreender as perspetivas dos clientes sobre a qualidade dos automóveis japoneses. As oito dimensões estão demonstradas na Figura 2.1.



Figura 2.1 - As oito dimensões da qualidade de Garvin.

- **Desempenho** - O desempenho de um produto refere-se às suas características primárias de operação. No caso de um automóvel, o desempenho inclui

características como aceleração, condução, velocidade e conforto. De forma geral, nos serviços, como cadeias de comida rápida e companhias aéreas, desempenho significa rapidez. Os produtos são avaliados relativamente à demonstração de certas funções específicas, assim como a forma destas serem executadas (Garvin, 1987).

- **Características** - As características adicionais do produto, são geralmente consideradas um aspeto secundário do desempenho, sendo as funções do produto para além das características básicas. Como exemplos podemos ter um automóvel com um sistema de som com desempenho superior, ou um computador com uma placa gráfica de desempenho superior. De um modo geral, as características adicionais são associadas a produtos com qualidade superior (Montgomery, 2013).
- **Fiabilidade** - A fiabilidade reflete a probabilidade de um produto cumprir a função requerida durante um certo intervalo de tempo sob condições específicas (Cabral, 2006). Entre os indicadores mais comuns da fiabilidade estão o tempo médio entre avarias (MTBF), e o tempo médio de reparação (MTTR). A fiabilidade torna-se mais relevante à medida que os valores da manutenção e do tempo de paragem se tornam mais elevados (Garvin, 1987). Produtos complexos como automóveis ou aviões requerem tempo de reparação durante a sua vida útil, e se estas se tornam frequentes, dizemos que não é fiável, estando neste tipo de indústria, a visão da qualidade do cliente associada à dimensão da fiabilidade da qualidade (Montgomery, 2013).
- **Conformidade** - Conformidade com as especificações, significa o cumprimento do *design* e das características operacionais de um produto com as especificações estabelecidas (Garvin, 1987). Produtos de processos capazes de seguir as normas de projeto, são considerados como cumpridores das especificações exigidas. Assim que a especificação do produto atender ao desejo do cliente, considera-se que o produto atendeu à norma especificado e cumpriu a definição de conformidade. Na indústria automóvel, se os produtos projetados forem fabricados de acordo com normas internacionais como a ISO 9001 ou TS 16949, a organização garante produtos de alta qualidade aos clientes, o que impacta a satisfação do cliente (Syahrial, Suzuki, Schvaneveldt, & Masuda, 2018).
- **Durabilidade** - Como indicador do tempo de vida de um produto, a durabilidade possui características económicas e técnicas. Tecnicamente, a durabilidade pode

ser definida como o tempo máximo de utilização de um produto antes que ele se deteriore. Noutro caso, os consumidores devem considerar o custo esperado de futuras reparações contra o investimento e despesas operacionais de um produto novo e mais fiável. A durabilidade, pode então ser definida como o período máximo de utilização de um produto, antes que se deteriore até uma condição em que é preferível a sua substituição a uma contínua reparação (Garvin, 1987).

- **Serviço pós-venda** - O serviço pós-venda é caracterizado pela capacidade, rapidez, cortesia, competência e facilidade de reparação. Os clientes têm em consideração não só a avaria dos produtos, mas também o tempo de resolução dos problemas, a pontualidade do cumprimento dos compromissos, a natureza da comunicação com os empregados, e a frequência com que as intervenções não conseguem solucionar os problemas. Os clientes percebem uma reparação rápida como qualidade superior, sendo estes elementos do serviço menos sujeitos a interpretação pessoal, como é o caso das avaliações de cortesia ou comportamento profissional (Syahrial, Suzuki, Schvaneveldt, & Masuda, 2018).
- **Estética** - A estética é uma das dimensões da qualidade mais subjetiva. A aparência, toque, som, sabor ou cheiro de um produto, é relativo à percepção e reflexão individuais. O critério subjetivo da estética difere do critério subjetivo do desempenho, na medida em que as escolhas estéticas não são de carácter universal. As organizações têm deste modo de procurar nichos de mercado. Nesta dimensão da qualidade, é impossível agradar a todos (Garvin, 1987).
- **Qualidade percebida** - Nem sempre os consumidores têm informações sobre os atributos de um produto ou serviço. Como tal será necessário utilizar outros aspetos como base de comparação com outras marcas. A durabilidade de um produto raramente pode ser verificada diretamente, sendo deduzida de vários aspetos tangíveis e intangíveis do produto. Nestas circunstâncias, o marketing, a publicidade e o nome da marca, ou seja, inferências sobre a qualidade e não sobre a realidade, são de extrema importância. A reputação é o principal elemento da qualidade percebida. A sua influência surge do pressuposto de que a qualidade dos produtos hoje, é semelhante à qualidade dos produtos ontem, ou de que a qualidade de uma nova linha de produtos é semelhante à qualidade dos produtos da marca (Garvin, 1987).

### 2.3 A Nova Definição da Qualidade

Montgomery (2013) defende um novo e moderno conceito da qualidade, em que se apresenta como inversamente proporcional à variabilidade. Neste conceito está implícito que, se a variabilidade das principais características de um produto diminui, a qualidade do mesmo aumenta.

Para analisar a eficácia operacional do conceito, consideremos o caso dos dois fabricantes de automóveis Ford e Mazda (na altura conhecida como Toyo Kogyo), apresentado por (Taguchi & Clausing, 1990). A Ford, detentora de cerca de 25% da Mazda, pediu ao construtor japonês para produzir transmissões para um automóvel que estava a comercializar nos Estados Unidos. Tanto a Ford como a Mazda produziam de acordo com as mesmas especificações. Após algum tempo de estrada, tornou-se evidente que as transmissões produzidas pela Ford, estavam a gerar custos de garantia mais altos, assim como reclamações devido a ruídos. Analisando as reclamações de garantia e custos de reparação, verificou-se uma diferença substancial entre as duas localizações produtivas, tendo a transmissão japonesa custos muito inferiores. Como parte do estudo para aferir a causa da diferença em custo e desempenho, a Ford selecionou amostras aleatórias de transmissões de ambas as fábricas, e analisou várias características críticas da qualidade. O estudo revelou que ambas as distribuições de dimensões críticas se encontravam centradas no valor especificado. No entanto, a distribuição de características críticas da transmissão produzida nos E.U.A, ocupava cerca de 75% da largura dos limites de especificação, demonstrando que muito poucas unidades não conformes estavam a ser produzidas, e que a fábrica estava com um nível de qualidade muito satisfatório. Por outro lado, a fábrica japonesa estava a produzir transmissões cuja distribuição de características críticas ocupava somente 25% da largura dos limites de especificação. Verificou-se deste modo, que existia consideravelmente menos variabilidade nas características críticas das transmissões japonesas, em comparação com as produzidas nos EUA. Os resultados deste estudo encontram-se demonstrados na Figura 2.2. Devido à variabilidade mínima, a Mazda tinha melhores resultados a nível de sucata, retrabalho e custos de garantia. Se em algumas transmissões da Ford, alguns componentes possuírem tolerâncias junto aos limites de especificação, estes desvios relativamente ao valor central poderão incrementar-se. Esta foi uma análise extremamente importante, na medida em que a variabilidade tem sempre impacto junto do cliente. Uma variabilidade reduzida traduz-se diretamente em custos inferiores (Montgomery, 2013).

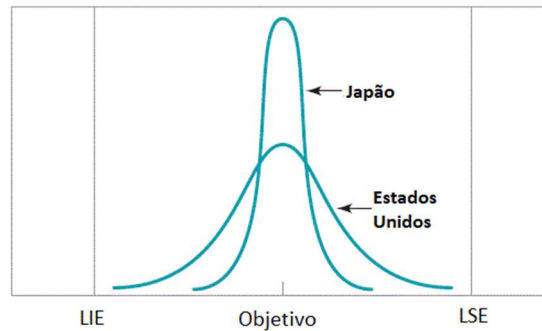


Figura 2.2 - Distribuições das características críticas das transmissões.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2013).

## 2.4 A Gestão pela Qualidade Total

De acordo com Charantimath (2011), a Gestão pela Qualidade Total (GQT), é uma abordagem aos negócios, que analisa detalhadamente produtos e serviços que a organização gera recorrendo a processos e mão-de-obra, com o objetivo de garantir a satisfação completa dos requisitos dos clientes. Esta abordagem é chamada “Total” porque engloba tudo o que a companhia faz, todos os processos e colaboradores a todos os níveis da organização em qualquer altura. A GQT é uma filosofia de gestão que procura a integração de todas as funções organizacionais, nomeadamente o marketing, finanças, *design*, engenharia, produção e serviço ao cliente, por forma a ir de encontro às necessidades do cliente e dos objetivos da organização. A GQT é um esforço integrado, direcionado a ganhar vantagem competitiva através da melhoria contínua de todos os aspetos das atividades da organização, determinado em melhorar o desempenho da qualidade em todos os níveis da organização, criando foco nas expectativas dos clientes através da garantia da conformidade com os seus requisitos, e através do envolvimento de todos os colaboradores nas atividades executadas pela organização. Evoluiu da filosofia da melhoria contínua com um foco na qualidade como a principal dimensão dos negócios, enfatizando a qualidade do produto ou serviço. Expande-se para lá do controlo estatístico de processo para abranger um leque mais alargado de atividades de gestão, com foco no processo completo e não em atividades localizadas. A GQT é caracterizada conforme a Figura 2.3. De acordo com Pereira & Requeijo (2008), Charantimath (2011), Westcott (2013) e Luthra et al. (2021), a GQT está assente em oito pilares, conforme Figura 2.4, que por sua vez foram baseados em cinco pilares primários, nomeadamente o produto, processo, sistema, pessoas e a liderança.

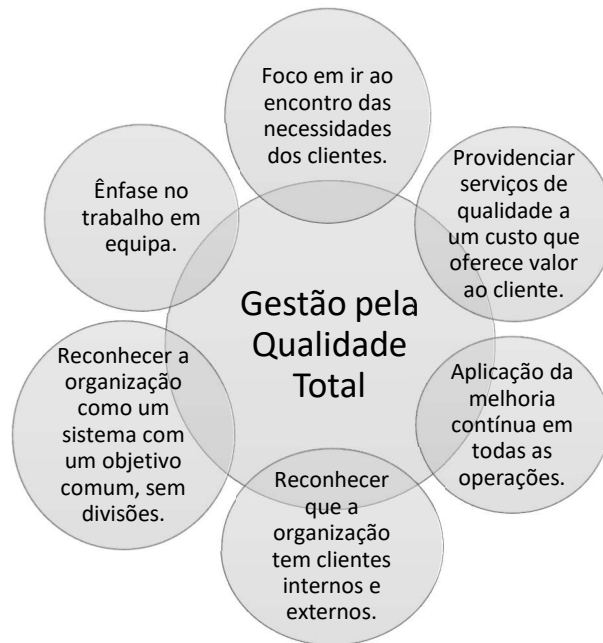


Figura 2.3 - Características da Gestão pela Qualidade Total.

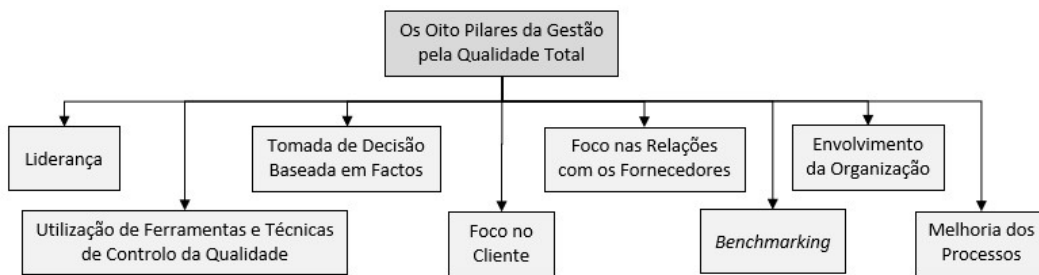


Figura 2.4 - Os oito pilares da Gestão pela Qualidade Total.

Fonte: Adaptado de Luthra et al. (2021).

- **Liderança** - A liderança da organização deve definir o foco e criar valores de qualidade claros e visíveis, altas expectativas e uma abordagem orientada para o cliente. Estes valores, orientações e expectativas devem atender a todas as partes interessadas. A liderança deverá criar estratégias, sistemas e métodos para alcançar a excelência, assim como comprometer-se com o desenvolvimento de todos os colaboradores, e incentivar a participação, a aprendizagem, a inovação e a criatividade de todos. A liderança deverá dar o exemplo na organização, reforçando valores e expectativas e construindo liderança e iniciativa em toda a organização.
- **Tomada de Decisão Baseada em Factos** - Para entender o desempenho de uma organização, são necessários dados sobre medidas de desempenho. A GQT exige

que uma organização recolha e analise continuamente dados para melhorar a precisão da tomada de decisões, alcançar consenso e permitir previsões baseadas em histórico.

- **Utilização de Ferramentas e Técnicas de Controlo da Qualidade** – Na GQT, a responsabilidade é de todos os colaboradores da organização. No entanto, somente a aplicação das ferramentas e técnicas corretas pode permitir que os funcionários identifiquem os problemas de qualidade corretamente. As Sete Ferramentas Básicas da Qualidade e as Sete Ferramentas de Gestão e Planeamento são metodologias de excelência para integrar na formação dos colaboradores da organização.
- **Foco no Cliente** - As organizações dependem dos seus clientes e, portanto, devem-se focar na compreensão das suas necessidades atuais e futuras, ir ao encontro dos seus requisitos e trabalhar para superar as suas expectativas. Organizações focadas no cliente, produzem produtos e serviços que são procurados pelo cliente e deste modo satisfazem as suas necessidades.
- **Foco nas Relações com os Fornecedores** – É de extrema importância a criação de parcerias com fornecedores, clientes e outras entidades externas à organização, de modo a estabelecer relações duradouras e de confiança, permitindo deste modo com esta sinergia, potenciar as mais valias de cada uma das partes e aumentar os seus níveis de desempenho.
- **Benchmarking** - Uma das melhores ferramentas para compreender e implementar a prática da melhoria contínua é o *benchmarking*, na medida que facilita a compreensão do nível da organização em termos de desempenho, relativamente às melhores práticas de outras organizações. Permite a análise e integração das melhores práticas, adaptando-as à organização e tornando-as uma vantagem competitiva no mercado.
- **Melhoria dos Processos** - Um objetivo permanente da organização deve ser a necessidade de melhoria contínua do seu desempenho, através da abordagem das necessidades das partes interessadas. Um dos grandes fatores impulsionadores da GQT é a melhoria contínua dos processos. Esta conduz a organização a um posicionamento analítico e criativo, na forma como se torna mais competitiva e efetiva, na maneira como vai de encontro às expectativas dos *stakeholders*.
- **Envolvimento da Organização** - Uma aproximação à melhoria da qualidade e produtividade, é o envolvimento de todos os colaboradores, a todos os níveis da

organização, possibilitando a utilização das suas capacidades para o benefício global. Os colaboradores devem também ter as suas capacidades desenvolvidas, por forma a desempenharem melhor as suas funções, sendo fundamental a comunicação clara do reconhecimento do valor da contribuição individual, da responsabilização pelas próprias ações e pelo reconhecimento de sucessos e de melhorias de desempenho. Os benefícios principais deste princípio são a retenção de colaboradores devido à sua motivação, comprometimento e envolvimento, desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas da força de trabalho, e um aumento do entusiasmo geral e da participação em atividades de melhoria contínua.

Através da integração destes princípios, a qualidade assume uma posição transversal, com a capacidade de desencadear uma mudança cultural nas organizações, extremamente benéfica, em diversos setores da indústria e serviços. Para o sucesso da GQT, para além dos vários princípios e fatores já abordados, referentes a mudanças organizacionais, pode-se também destacar a implementação de processos eficazes de conceção e desenvolvimento de novos produtos, que está estritamente relacionado com a satisfação dos clientes, através da sua extrema importância na construção da qualidade dos produtos, em oposição à verificação das características finais do produto. É também fulcral que a melhoria contínua dos processos da organização se materialize, através da implementação e integração de técnicas e métodos que assegurem a medição, compilação e análise dos indicadores de desempenho dos processos (Pereira & Requeijo, 2008).

## **2.5 O Desempenho dos Processos e a Qualidade**

Conforme mencionado, um dos princípios mais importantes da Gestão pela Qualidade Total, é a melhoria contínua das operações, processos e produtos de uma organização, cujo objetivo é satisfazer e exceder as expectativas dos clientes. Por forma a atingir consistentemente e gradualmente os objetivos planeados, a melhoria contínua deve ser desenvolvida de forma sistemática. Desta forma, um dos processos mais conhecidos para estruturar atividades de melhoria contínua, é o ciclo PDCA (*Plan-Do-Check-Act*, Planear-Executar-Verificar-Atuar), conforme Figura 2.5, desenvolvido por Shewhart e popularizado por Deming. Na primeira fase, a fase de planeamento (*Plan*), é proposta a modificação no sistema que é pretendido melhorar. Na fase de execução (*Do*), é efetuada

a modificação, a uma escala pequena ou área piloto, por forma a garantir um maior controlo sobre a experiência, assim como um controlo sobre os resultados obtidos. A fase de verificação (*Check*), consiste na análise dos resultados da modificação, por forma a determinar as conclusões acerca da experiência efetuada. Na fase de atuação (*Act*), a alteração é adotada ou abandonada, caso não se tenham cumprido os objetivos propostos. O ciclo PDCA é um processo iterativo, e podem ser necessários vários ciclos, por forma a resolver problemas complexos (Montgomery, 2013).

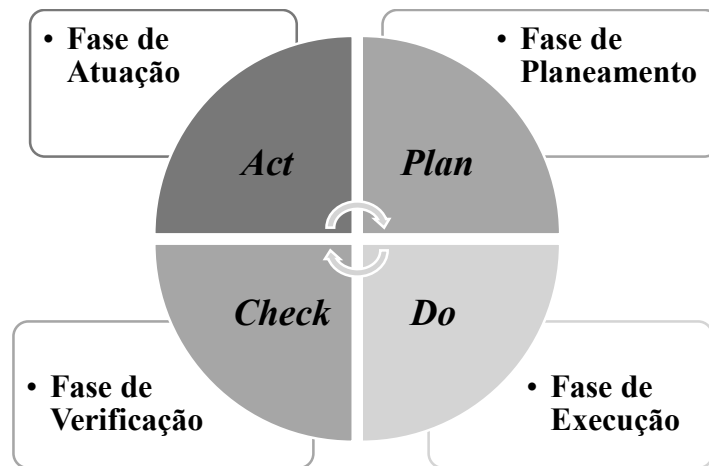


Figura 2.5 - Ciclo de Shewhart.

Os referenciais da qualidade, como os modelos de autoavaliação de desempenho organizacional, assentes nos princípios da Gestão pela Qualidade Total, e que permitem a identificação de pontos fortes e oportunidades de melhoria, são baseadas na lógica do ciclo PDCA. A medição, a análise e a redução da variabilidade dos processos e produtos, são intrínsecas à melhoria contínua, estando as ferramentas estatísticas da qualidade na sua génese. No planeamento, controlo e melhoria contínua da qualidade, são utilizadas várias ferramentas estatísticas, salientando-se o Planeamento de Experiências, os Métodos de Taguchi, o Controlo Estatístico do Processo, as técnicas aplicáveis na gestão e controlo de sistemas de medição e as técnicas usadas na modelação da fiabilidade de componentes e sistemas. Pela relevância que têm tido na redução sistemática da variabilidade dos processos, deve ser atribuído especial destaque ao Controlo Estatístico de Processo, através das cartas de controlo e das análises de capacidade dos processos, ao Planeamento de Experiências e aos Métodos de Taguchi (Pereira & Requeijo, 2008).

Um processo, é um sistema onde as entradas (*inputs*), são transformadas em saídas (*outputs*). Na Figura 2.6, podemos observar a modelação de um processo, onde os fatores

controláveis de entrada  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , podem ser variáveis controláveis como temperaturas, pressões, velocidades de alimentação, ou outras variáveis de processo. As entradas  $z_1, z_2, \dots, z_p$ , são variáveis não controláveis, como fatores ambientais ou propriedades de uma matéria-prima, fornecida por um fornecedor externo. O processo produtivo irá transformar as matérias-primas, componentes e pré-montagens, num produto acabado que possuirá várias características de qualidade. A variável de saída  $y$ , representa uma característica da qualidade, uma medida da qualidade do processo e do produto, que deve satisfazer, e possivelmente exceder, a expectativa do cliente, seja interno ou externo à organização.

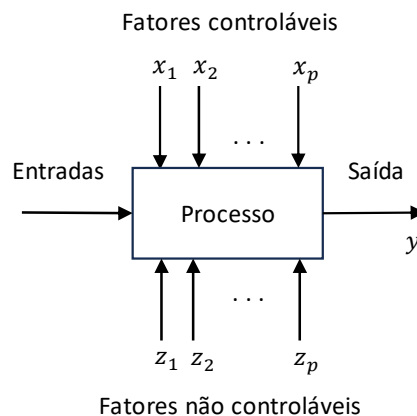


Figura 2.6 - Modelo geral de um processo ou sistema.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2017).

A carta de controlo é uma das principais técnicas do controlo estatístico de processo (*Statistical Process Control, SPC*). É muito útil como técnica de monitorização de processos, e a sua utilização sistemática é um meio excelente para a redução de variabilidade. A carta apresenta os valores médios das medições de uma dada característica da qualidade, caso não existam causas especiais de variação, através de amostragens retiradas do processo, *versus* o tempo ou número da amostragem. A carta tem uma linha central (LC), limite superior de controlo (LSC) e limite inferior de controlo (LIC). A linha central representa o valor da característica do processo, ao redor do qual o processo se deverá centrar, caso não existam causas de variabilidade. De uma geral, as cartas de controlo são aplicadas às variáveis de saída, como exemplificado na Figura 2.7, podendo ser também aplicadas às variáveis de entrada (Montgomery, 2013).

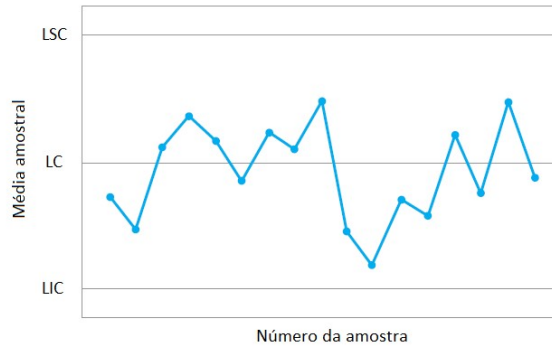


Figura 2.7 - Exemplo de uma carta de controle.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2013).

No caso de ser necessário efetuar a alteração dos níveis dos fatores controláveis de um processo, por forma a observar os efeitos desses fatores nas características da qualidade, o Planeamento de Experiências e os Métodos de Taguchi providenciam uma abordagem sistematizada à execução dessa análise. O desenvolvimento de um Planeamento de Experiências que incorpore fatores controláveis e não controláveis, irá permitir determinar quais os fatores que influenciam significativamente as características do produto. Esta análise, possibilita também a identificação dos melhores níveis dos fatores significativos, por forma a reduzir a variabilidade das características da qualidade, assim como ajustar as suas médias aos valores alvo. Deste modo, conclui-se que o recurso às técnicas Planeamento de Experiências, Métodos de Taguchi e Controlo Estatístico de Processo, utilizadas de forma sistemática, conduz a uma redução da variação e consequente melhoria contínua do desempenho dos processos, incrementando a vantagem competitiva das organizações (Pereira & Requeijo, 2008).

## 2.6 As Sete Ferramentas Básicas da Qualidade

Um dos pilares da Gestão pela Qualidade Total, é a melhoria contínua das operações, processos e produtos de uma organização, cujo objetivo é satisfazer e em última medida, exceder as expectativas dos clientes, internos e externos. Para a integração da melhoria contínua nas organizações, um dos processos mais poderosos a utilizar, é o ciclo PDCA (*Plan-Do-Check-Act*) de Shewhart e Deming, por forma a desenvolver uma abordagem estruturada à resolução de problemas. Considera-se que a resolução estruturada de problemas seja composta por três fases, a identificação do problema, onde este é definido, descrito e caracterizado; a análise do problema, onde é elaborada a lista das causas

potenciais e selecionadas as causas prioritárias; e por fim a resolução do problema, onde a solução é desenvolvida e implementada, e os seus resultados são monitorizados. As ferramentas da qualidade foram desenvolvidas no decorrer do século XX, e têm sido um dos principais alicerces na resolução estruturada de problemas, dando um importante contributo para o processo de melhoria contínua do desempenho de organizações industriais e de serviços. Cada ferramenta da qualidade tem um foco específico, e como tal, a sua utilização pode ser potenciada, se forem aplicadas nas fases de resolução de problemas mais indicadas para as suas funções. Por forma a reduzir a identificar oportunidades de melhoria, reduzir a variabilidade de produtos e processos e eliminar atividades sem valor acrescentado nas organizações, as ferramentas da qualidade deveriam ser utilizadas de uma forma sistemática por todos os colaboradores (Pereira & Requeijo, 2008).

As sete ferramentas básicas da qualidade são assim nomeadas, devido ao facto de possuírem a vantagem de poderem ser utilizadas por qualquer indivíduo de uma organização, demonstrando ser um recurso poderoso na análise estruturada da resolução de problemas. Podem ser aplicadas nas diferentes fases do ciclo PDCA, e terão um efeito ainda mais poderoso, se utilizadas por especialistas das operações, processos e produtos analisados (Rosa, Moura e Sá, & Sarrico, 2014).

As sete ferramentas básicas são o Fluxograma, as Folhas de Registo e Verificação, o Diagrama de Pareto, o Histograma, o Diagrama de Causa-e-Efeito, o Diagrama de Dispersão e as Cartas de Controlo, e em seguida, será desenvolvida com maior detalhe, uma análise sobre cada uma delas.

### **2.6.1 Fluxograma**

Um fluxograma é uma representação gráfica dos elementos, componentes ou tarefas associadas a um processo. Os fluxogramas são úteis para fins de documentação e, através de simbologia padronizada, promovem a compreensão comum das etapas, relações e dependências entre os passos do processo. Os fluxogramas podem ser preparados sem detalhes desnecessários e potencialmente confusos, por forma a serem utilizados a um nível elevado na organização, onde os seus utilizadores podem não estar familiarizados com a terminologia específica do processo, mas compreenderem o que pode ser um processo complexo. Da mesma forma, os fluxogramas podem ser preparados e usados a um nível de detalhe onde os utilizadores são especialistas de um determinado processo.

Como aplicação mais detalhada, os fluxogramas destinam-se a auxiliar os utilizadores a realizar análises relacionadas com a otimização ou melhoria dos processos. O fluxograma, recorrendo a simbologia padronizada, conforme Figura 2.8, permite uma visualização simples e instrutiva do processo, sendo adequado documentar qualquer processo (Borrór, 2008).

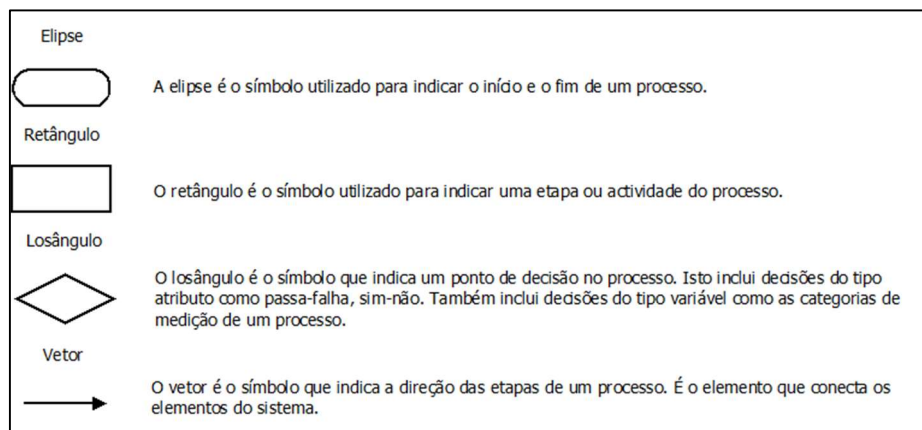


Figura 2.8 - Principal simbologia utilizada em fluxogramas.

Fonte: Adaptado de Borrór (2008).

De acordo com Rosa et al. (2014), numa fase inicial de abordagem a um determinado problema, o desenvolvimento de um fluxograma, conforme Figura 2.9 é extremamente útil, na medida que permite que a equipa visualize e percecione consensualmente o processo, por forma a que a recolha de dados e análises se foquem em informações relevantes.

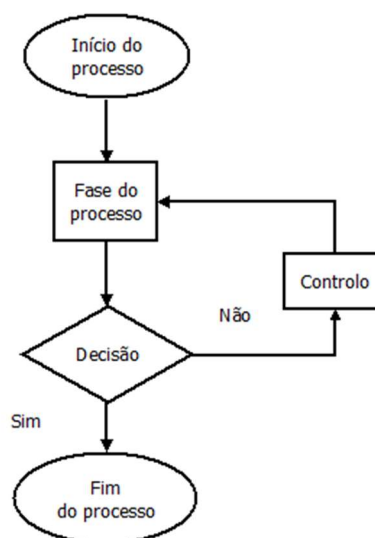


Figura 2.9 - Exemplo de fluxograma.

Fonte: Adaptado de Rosa et al. (2014).

## 2.6.2 Folhas de Registo e Verificação

De acordo com Pereira & Requeijo (2008), as folhas de registo e verificação permitem, de uma forma simples e rápida, a recolha de informação. Esta ferramenta possibilita a caracterização da ocorrência de um evento, e a sua análise suporta a formulação de uma solução baseada em informação factual objetiva. A sua eficácia deve-se à sua simplicidade, o que possibilita a sua utilização por pessoal não especializado. No seu desenvolvimento é de extrema importância a definição da situação a analisar, a conceção do formato do registo, e a decisão sobre o período de recolha de dados. A compilação de dados resultante irá providenciar informação para outras ferramentas da qualidade, tais como histogramas.

Segundo Rosa et al. (2014), as folhas de registo e verificação, possibilitam a recolha de dados de uma forma organizada, e podem assumir essencialmente dois formatos, os desenhos de localização de defeitos, que estabelecem a localização dos defeitos no produto final, e as listas de verificação, conforme Figura 2.10, que constituem formulários para a recolha de dados organizados por categorias.

De acordo com Borrer (2008), uma folha de verificação é usada, quando o objetivo é contar o número de ocorrências de um evento, tais como defeitos. Uma folha de verificação vai permitir a compilação de dados relacionados com certos tipos de defeitos, o que produzirá uma análise sobre onde ou em que parte do processo estes ocorrem.

Produto: _____	Data: _____	Encomenda: _____
Modelo: _____	Lote nº _____	Inspector: _____
Tipo de defeito	Registo de ocorrência	Frequência
Soldadura com fissuras		6
Acabamento deficiente		10
Soldadura com poros		25
Alinhamento incorrecto		7
Outros		5
Total de defeitos		53
Unidades rejeitadas		35
Total de unidades inspeccionadas		1 000

Figura 2.10 - Folha para registos de defeitos detetados num produto.

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

### 2.6.3 Diagrama de Pareto

Vilfredo Pareto (1848-1923), um economista italiano do século XIX, constatou nas suas investigações que, cerca de 20% da população mundial detinha mais de 80% da riqueza existente. Este princípio, foi adaptado por Juran à gestão da qualidade, na medida que considerou que, de um modo geral, 80% dos problemas existentes num processo produtivo, são causados por 20% das causas possíveis de os provocar (Rosa, Moura e Sá, & Sarrico, 2014).

De acordo com Pereira & Requeijo (2008), o diagrama de Pareto é um gráfico de frequências, cuja análise representa a contribuição relativa de cada causa para o problema, tornando-se possível observar quais são as causas principais para a ocorrência do mesmo, permitindo determinar prioridades nas ações de melhoria a implementar, evitando o desperdício de recursos em causas pouco significativas. No diagrama deverá também estar representada a curva de frequências relativas acumuladas. As utilizações de diagramas de Pareto na resolução de problemas, são frequentemente complementadas por análises ABC. Para efetuar estas análises, é necessário um tratamento de dados, no qual é atribuída uma percentagem de contribuição de cada tipo de categoria, a respetiva percentagem relativa e percentagem relativa acumulada, conforme Tabela 2.2. A análise ABC, através do diagrama de Pareto, permite a classificação das categorias de dados em três classes, A de grande relevância, B de média relevância e C de pequena relevância. De acordo com a análise de Juran para a resolução de problemas em processos produtivos, para a categoria A, representativa de 20% das causas de um problema, deverão ser despoletadas de imediato ações corretivas, na medida que são correspondentes a cerca de 80% dos problemas do processo.

Tabela 2.2 - Exemplo de tratamento de dados para desenvolvimento de análise ABC.

Tipo de defeito	% acumulada (categorias de defeitos)	Nº de não conformidades	% ocorrência não conformidades	Nº acumulado de não conformidades	% acumulada de não conformidades
Falta de cozedura	10%	637	31,4%	637	31,4%
Peso em excesso	20%	599	29,6%	1236	61,0%
Excesso de cozedura	30%	226	11,2%	1462	72,2%
Concavidades	40%	165	8,1%	1627	80,3%
Excesso de sal	50%	132	6,5%	1759	86,8%
Excesso de fermento	60%	104	5,1%	1863	92,0%
Formato incorreto	70%	61	3,0%	1924	95,0%
Pouco sal	80%	52	2,6%	1976	97,5%
Falta de gordura	90%	32	1,6%	2008	99,1%
Outros	100%	18	0,9%	2026	100,0%
Total		2026			

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

O princípio de Pareto indica também que, 30% das causas são responsáveis por 15% dos problemas (classe B) e que as restantes 50% das causas são referentes a apenas 5% dos problemas (classe C). Na Figura 2.11, podemos observar um diagrama de Pareto no qual foi integrada uma análise ABC.

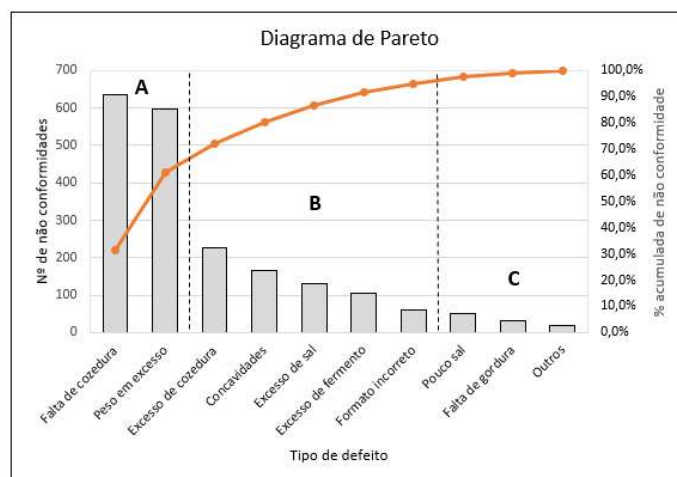


Figura 2.11 - Diagrama de Pareto com integração de análise ABC.

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

O diagrama de Pareto é de extrema utilidade em duas fases particulares das ações de melhoria de processos produtivos, nomeadamente na seleção do problema e na definição do foco das ações corretivas a implementar, distinguindo as causas mais importantes (*vital few*) das com menos impacto (*trivial many*). O diagrama de Pareto pode também ser utilizado como ferramenta de análise comparativa, para medir a eficácia de uma ação corretiva (Rosa, Moura e Sá, & Sarrico, 2014).

#### 2.6.4 Diagrama de Causa-e-Efeito

Uma vez identificado e isolado um defeito, erro ou problema, é necessário analisar potenciais causas do efeito. Em situações em que as causas não são óbvias, o diagrama de causa-e-efeito é uma ferramenta extremamente útil, para analisar potenciais causas (Montgomery, 2013). Desenvolvido por Kaoru Ishikawa em 1943, o Diagrama de Causa-e-Efeito, também conhecido por Diagrama de Ishikawa ou Diagrama Espinha-de-Peixe, é uma ferramenta que relaciona visualmente as causas com os potenciais efeitos (problemas) que as mesmas produzem, sendo particularmente eficaz quando desenvolvida por uma equipa multidisciplinar. Com a construção do diagrama, é

compilada informação estruturada, para pesquisa e análise das causas de um determinado problema, onde é possível observar a relação entre as diferentes causas (Rosa, Moura e Sá, & Sarrico, 2014). O desenvolvimento do diagrama passa pela definição clara do problema, seguida pela identificação das causas do problema. As causas principais ou gerais, em problemas relacionados com processos de produção, são geralmente organizadas em seis categorias, conhecidas como os 6M: Mão-de-obra, Método, Meio Ambiente, Máquina, Material e Medição. A categorização dos 6M poderá, no entanto, variar, não sendo obrigatório ser idêntica para todas as aplicações, na medida que deverá ser estabelecida por forma a ser o mais adequada possível à situação analisada. Após a categorização, é de extrema importância a identificação do máximo de causas reais e potenciais para o problema, onde a utilização do *Brainstorming*, um método desenvolvido para potenciar a geração de ideias criativas pelas equipas de trabalho, é de extrema eficácia. É importante mencionar, que para o desenvolvimento de análises através desta ferramenta, apenas são seleccionadas causas de carácter qualitativo que têm o potencial de induzir um determinado efeito, baseadas na experiência e raciocínios lógicos dos membros da equipa. Por forma a aprofundar a análise e entrar no domínio quantitativo, e averiguar se as causas têm um carácter significativo, esta ferramenta deverá ser complementada com ferramentas avançadas da qualidade, como o Planeamento de Experiências (Pereira & Requeijo, 2008). Na Figura 2.12, podemos observar o desenvolvimento de um diagrama de causa-e-efeito, para a identificação da fonte de contaminação periódica de ferro, num determinado produto.

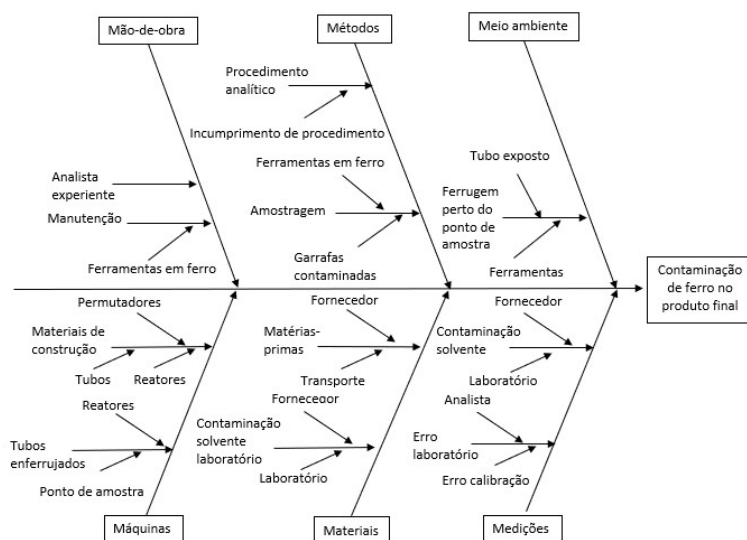


Figura 2.12 - Exemplo de Diagrama Causa-e-Efeito.

Fonte: Adaptado de Tague (2005).

## 2.6.5 Histograma

De acordo com Pereira & Requeijo (2008), se pretendermos efetuar uma análise sobre a dispersão, ou valor central sobre o qual se centram dados recolhidos de uma determinada característica da qualidade, é necessário recorrer à ferramenta histograma, um gráfico de barras que representa a frequência de ocorrência dos valores de variáveis contínuas ou discretas, sendo deste modo possível obter conclusões importantes relativamente à dispersão e localização dos dados recolhidos. Para o desenvolvimento de um histograma, os dados têm de ser agrupados em classes, cujo número será variável e dependente do número total de observações, sendo a amplitude das classes geralmente idêntica. As ocorrências são posteriormente distribuídas pelas classes, obtendo-se deste modo a frequência absoluta de cada classe. As duas regras mais utilizadas para a determinação do número de classes são:

$$k = \sqrt{N} \quad (2.1)$$

$$k = 1 + 3,233 \times \log(N) \quad (\text{regra de Sturges}) \quad (2.2)$$

Sendo:

k – Número de classes;      N – Número total de observações.

Após a determinação do número de classes, é necessário o cálculo da amplitude dos dados por classe (R), agrupar os dados em classes, construir a tabela de frequências e efetuar a representação gráfica dos dados, conforme exemplificado na Figura 2.13.

A dispersão é intrínseca aos processos produtivos, e geralmente obedece a um padrão conhecido. Através da distribuição apresentada pelo histograma, é possível retirar conclusões sobre a população. Estaremos perante uma distribuição normal se a representação do histograma adotar a forma de uma curva em sino, e idealmente a dispersão deverá ser baixa à volta do valor central, e este coincidente com o objetivo (Rosa, Moura e Sá, & Sarrico, 2014).

Segundo Pereira & Requeijo (2008), um histograma deverá ter por base um mínimo de 50 observações, por forma a garantir uma boa aproximação da distribuição da população, embora idealmente deverão ser utilizadas 100 observações. Poderão ainda ocorrer algumas situações no desenvolvimento de histogramas, que carecem de análise mais detalhada, conforme exemplificado na Figura 2.14.

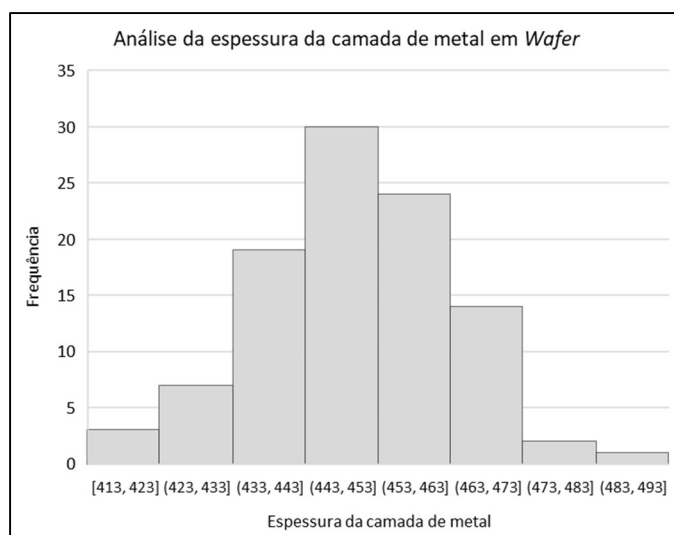


Figura 2.13 - Histograma da análise da espessura da camada metálica em *wafers*.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2013).

Distribuição com dois picos (bimodal)		Estão incluídas amostras provenientes de populações diferentes, como por ex., amostras de duas máquinas.
Distribuição com ilhas remotas		
Distribuição cortada à esquerda		Os valores abaixo do ponto A foram excluídos, na medida em que, dados com valores abaixo do limite inferior de especificação são retirados do lote analisado.
Distribuição com classes sem dados		O método de medição não é o mais adequado e/ou os intervalos das classes foram mal definidos.
Distribuição dentada		

Figura 2.14 - Situações problemáticas no desenvolvimento de histogramas.

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

## 2.6.6 Diagrama de Dispersão

O diagrama de dispersão é útil para identificar uma relação potencial entre duas variáveis. São recolhidos pares de dados das duas variáveis, por exemplo,  $(Y_i, X_i)$ , em que  $i = 1, 2, \dots, n$ . As variáveis  $Y_i$  e  $X_i$  são representadas graficamente e ambas as análises gráficas conjugadas num só gráfico. A forma do diagrama de dispersão indica frequentemente que

tipo de relação pode existir entre as duas variáveis (Montgomery, 2013). Na Figura 2.15 podemos observar a relação entre as variáveis rendimento e temperatura.

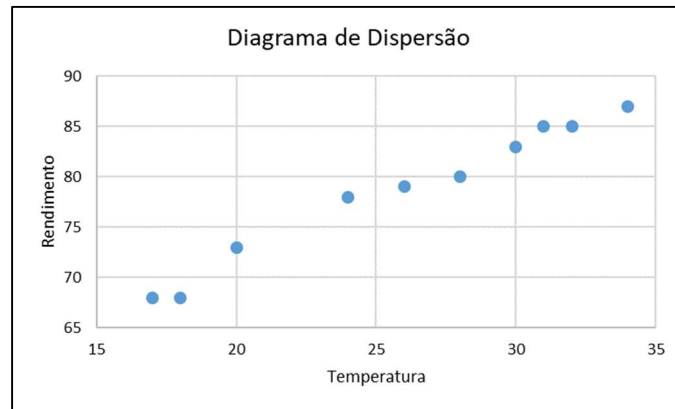


Figura 2.15 - Diagrama de Dispersão.

Para analisar a correlação entre duas variáveis, deverão ser utilizadas entre 30 a 100 pares de observações. A relação existente entre as variáveis,  $X$  e  $Y$ , pode ser quantificada através do cálculo do coeficiente de correlação linear ou de Pearson,  $r_{XY}$  ( $-1 \leq r_{XY} \leq 1$ ).

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i)(\sum_{i=1}^n Y_i)}{n}}{\sqrt{\left[ \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i)^2}{n} \right] \times \left[ \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n Y_i)^2}{n} \right]}} \quad (2.3)$$

Para se obter uma forte correlação positiva, é necessário que o coeficiente de correlação tenha um valor aproximadamente igual a 1, sendo que um valor aproximadamente igual a -1, indica uma forte correlação negativa. Se  $r_{XY} = 0$ , não existe correlação entre as variáveis  $X$  e  $Y$ . (Pereira & Requeijo, 2008). Estes casos podem ser observados na Figura 2.16.

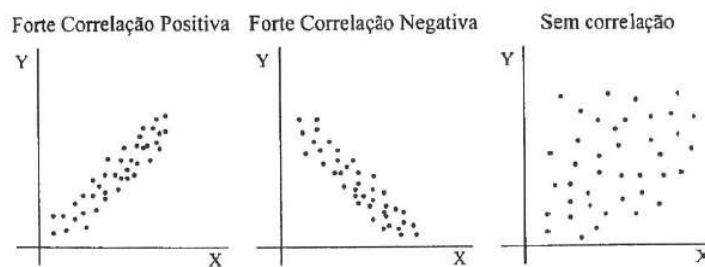


Figura 2.16 - Diagramas de Dispersão.

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

### 2.6.7 Cartas de Controle

De acordo com Rosa et al. (2014), as cartas de controle são ferramentas utilizadas no controle estatístico de processos, cujo principal objetivo é a detecção de causas especiais de variação. O controle estatístico de processos é um método de monitorização, que possibilita a identificação de causas especiais de variação, por forma a serem tomadas ações corretivas e é baseado na aplicação de métodos estatísticos na medição e análise da variação dos parâmetros de um processo. As causas de variação de um processo são classificadas da forma seguinte:

- **Causas comuns de variação**, caracterizadas por serem naturais e aleatórias, são fontes de variações estáveis e repetitivas, descritas por uma distribuição estatística bem definida. Um processo encontra-se sob controle quando estão apenas presentes causas comuns.
- **Causas especiais ou assinaláveis de variação**, caracterizadas por serem esporádicas, provocam uma alteração na distribuição estatística do processo. Na sua presença, o processo torna-se instável e imprevisível. Nestas circunstâncias o processo encontra-se fora de controle estatístico.

Segundo Pereira & Requeijo (2008), uma carta de controle, é um gráfico que representa a evolução ao longo do tempo de uma estatística representativa de uma característica da qualidade, onde são representados os pontos que constituem o padrão de evolução do processo, assim como o limite superior (LSC) e inferior (LIC) de controle estatístico e a linha central (LC), conforme Figura 2.17. Os limites e a linha central, assumindo que a estatística  $F$  segue uma distribuição aproximadamente Normal  $N(\mu_F, \sigma_F^2)$ , são dados por:

$$LSC_F = \mu_F + 3\sigma_F \quad (2.4)$$

$$LC_F = \mu_F \quad (2.5)$$

$$LIC_F = \mu_F - 3\sigma_F \quad (2.6)$$

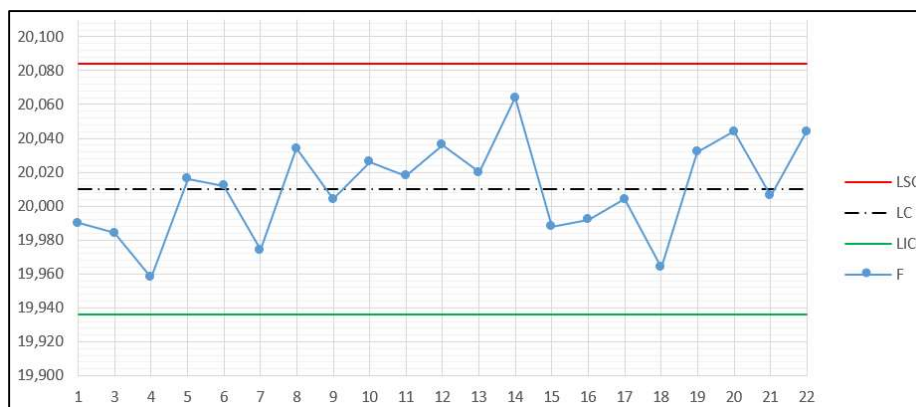


Figura 2.17 - Exemplo de uma carta de controle.

## 2.7 As Sete Ferramentas de Gestão e Planejamento

No final da década de 1970, o conceito de qualidade evoluiu num sentido formal, quando no Japão, surgiram as setes novas ferramentas da qualidade. Desenvolvidas para abordar questões estratégicas e não táticas da qualidade, auxiliam a formulação e organização de pensamentos e ideias para que possam alavancar diretamente a melhoria da qualidade da organização (Borrór, 2008).

Segundo Mizuno (1988), estas novas ferramentas, permitem à gestão organizar elementos confusos, descobrir problemas subjacentes e conceber medidas de implementação, em vez de simplesmente reunirem mais informação. Possibilitam o processamento de informação verbal, conceção de ideias novas, conclusão de tarefas, prevenção de falhas, suporte na partilha de informações, comunicação a todas as partes interessadas, e transparência da informação. A vantagem estratégica da aplicação das novas sete ferramentas, consiste na resolução de problemas em que os dados são relativamente escassos. Apesar de poderem ser utilizadas singularmente, os maiores benefícios surgem da sua integração sequencial. Esta integração pode ser dividida em três fases. Na primeira, através da utilização do Diagrama de Afinidades e do Diagrama de Relações, o evento é revisto, e reorganizada a informação respetiva, para clarificar o problema. Na segunda, utilizando o Diagrama em Árvore, Diagrama Matricial e Matriz de Prioridades, identificam-se os meios de resolução do problema, assim como as relações entre os objetivos e os meios. Na terceira fase, recorrendo ao Diagrama de Atividades e ao Gráfico de Decisão do Processo (PDPC) é estabelecida, de um modo estruturado, a estratégia de implementação. Na Figura 2.18, pode observar-se a integração sequencial analisada.

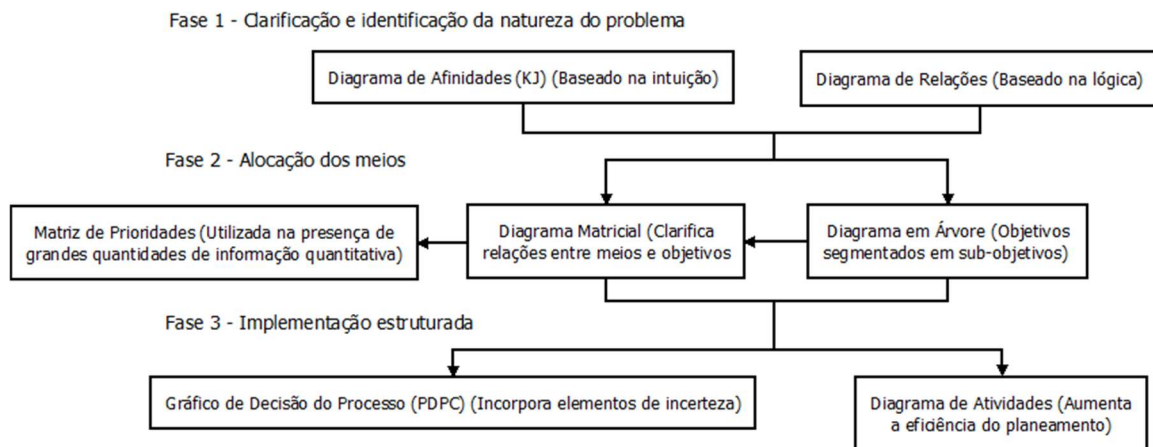


Figura 2.18 - Aplicação integrada e sequencial das sete novas ferramentas.

### 2.7.1 Diagrama de Afinidades

O propósito de um diagrama de afinidade, também conhecido como método KJ (criado pelo antropólogo Kawakita Jiro em 1960), é recolher, organizar, resumir, e comunicar informação qualitativa como factos, opiniões e ideias. O diagrama de afinidade é útil quando somos confrontados com a descrição, organização e comunicação de uma situação relativamente complexa, que pode ser descrita em termos de um grande número de fatos, opiniões e/ou ideias. Esta ferramenta criativa, permite agrupar a informação em categorias com alguma característica em comum, e estruturá-la em grupos tendo como critério as afinidades existentes entre os dados (Borrór, 2008).

O desenvolvimento de um diagrama de afinidades passa pela realização de um *Brainstorming*, onde são evocadas as informações da equipa participante, e onde são registadas as ideias em cartões para serem agrupados por afinidade. Após a validação do conteúdo dos cartões, estes são agrupados em grupos de nível 1. A estes grupos são atribuídos títulos, sendo novamente agrupados, dando origem aos grupos de nível 2 que terão também títulos atribuídos. Por fim, conforme Figura 2.19, são identificadas relações de causa-efeito entre os títulos, e é dada uma designação final ao diagrama de afinidades (Pop & Tărnăuceanu, 2014).

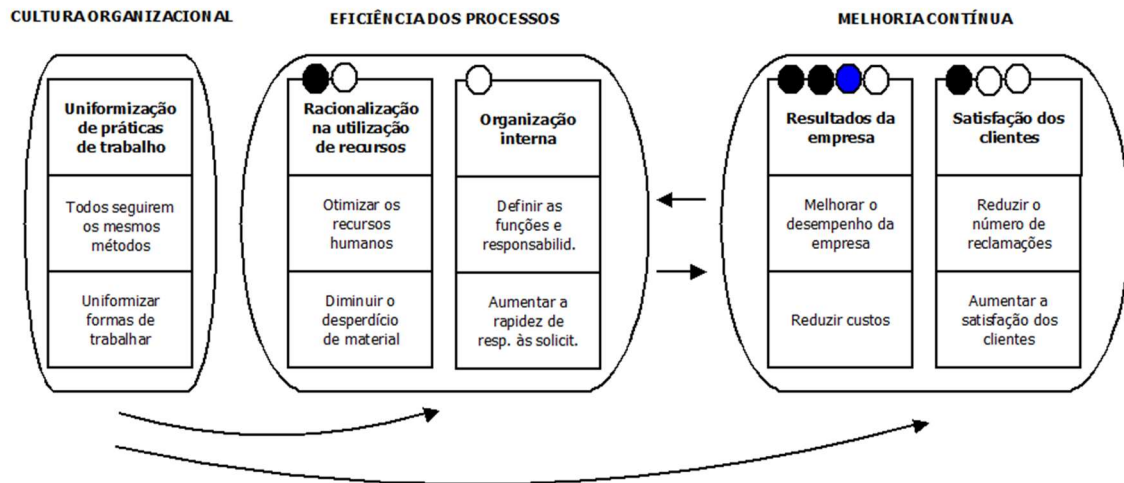


Figura 2.19 - Diagrama de Afinidades.

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

### 2.7.2 Diagrama de Relações

À semelhança dos diagramas de afinidades, os diagramas de relações são concebidos como um meio de organizar e agrupar ideias díspares. No entanto, os diagramas de relações procuram também definir formas em que as ideias se influenciam umas às outras. (Pyzdek, 2003).

O diagrama de relações, clarifica relações causais inter-relacionadas em problemas ou situações complexas, a fim de encontrar soluções adequadas, representando as relações lógicas entre fatores. Em contraste com o diagrama de causa-e-efeito, em que todas as causas de um problema são decompostas hierarquicamente, o diagrama de relações promove a descoberta de relações entre causas. Isto indica que um único fator pode influenciar dois ou mais fatores (Charantimath, 2011).

O desenvolvimento do diagrama de relações inicia-se com um *Brainstorming*, focado nas causas das falhas, onde são apresentadas e registadas, as ideias de todos os intervenientes. Após a validação das ideias, estas são conglomeradas em grupos, aos quais são atribuídas designações. Em seguida são representadas as setas no sentido da causa para o efeito, com o pressuposto de serem relações concretas e possíveis. Deve ser dada prioridade de atuação às causas principais, que tenham o maior número de setas a entrarem ou saírem. (Pereira & Requeijo, 2008). A Figura 2.20, exemplifica o desenvolvimento final de um

diagrama de relações, aplicado aos obstáculos de implementação da estratégia de qualidade de uma organização.

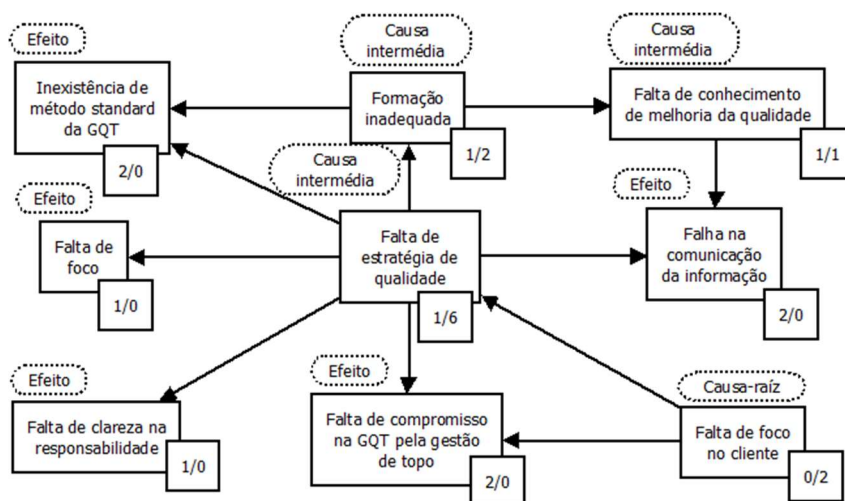


Figura 2.20 - Exemplo de diagrama de relações.

Fonte: Adaptado de Charantimath (2011).

### 2.7.3 Diagrama em Árvore

O diagrama em árvore, também conhecido como diagrama sistemático, análise de árvore, árvore analítica ou diagrama de hierarquias, é uma técnica cujo objetivo é analisar, visualizar e comunicar relações hierárquicas lógicas entre eventos críticos ou objetivos e meios. É utilizado para detalhar grandes categorias em níveis de detalhe mais refinados. É aplicado no desenvolvimento de passos lógicos para atingir um objetivo, no desenvolvimento de ações para solucionar um problema, na análise de processos, na investigação de análises de causa-raiz de um problema, ou na avaliação de problemas de implementação de várias soluções possíveis para um problema (Tague, 2005).

Segundo Chantimath (2011), esta ferramenta não só revela a magnitude de um problema, mas também ajuda a definir métodos, que podem ser utilizados para alcançar um objetivo. É extremamente poderosa para a criação de foco no desenvolvimento dos meios essenciais para atingir um objetivo ou na resolução de um problema, na medida que permite analisar quais os meios mais apropriados e eficazes. Os diagramas em árvore, podem ser divididos em dois tipos: o diagrama de análise de componentes constituintes, que decompõe o tema principal nos seus elementos básicos, e relaciona-os com os objetivos e com os meios de atingir esses objetivos; e o diagrama de desenvolvimento de planeamento, que demonstra de uma forma sistematizada, os meios e procedimentos

necessários para implementação bem-sucedida de um dado plano. Na Figura 2.21 representa-se um diagrama em árvore, aplicado em processo de resolução de problemas.

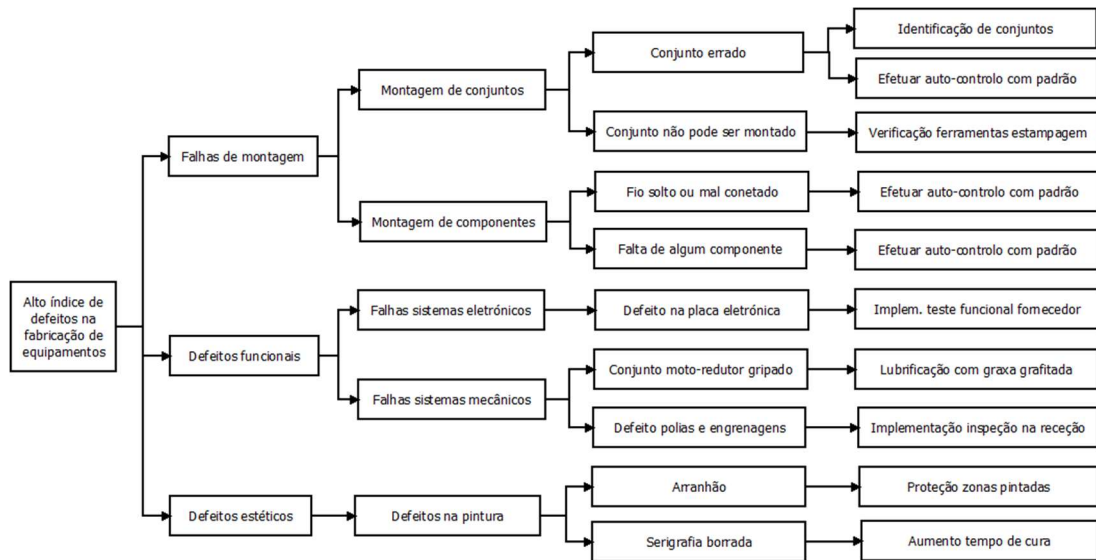


Figura 2.21 - Exemplo de processo de resolução de problemas com recurso a diagrama em árvore.

## 2.7.4 Diagrama Matricial

O diagrama matricial representa a relação entre dois, três ou quatro grupos de informação. Pode também fornecer informações sobre o tipo de relação, como a sua força e os papéis desempenhados por vários indivíduos ou medições. Um diagrama de matriz consiste num número de colunas e linhas, cujas intersecções são analisadas, por forma a identificar a natureza e força do problema. Isto ajuda-nos a chegar a conclusões-chave, e a analisar o impacto da relação ou da sua ausência na intersecção, desenvolvendo deste modo, um método eficaz de resolução de problemas, permitindo o desenvolvimento de ideias, em bases de relacionamento de duas dimensões. Os pontos de intersecção são também conhecidos como "pontos de conceção de ideias". No diagrama matricial, os elementos são organizados num gráfico, em linhas e colunas, onde são representadas as presenças ou ausências de relacionamentos entre pares de elementos selecionados (Charantimath, 2011).

Para o preenchimento da matriz e representação do tipo de relação existente entre os pares de elementos, é necessário a utilização da simbologia representativa da intensidade da relação, assim como do sentido das relações, conforme Figura 2.22.

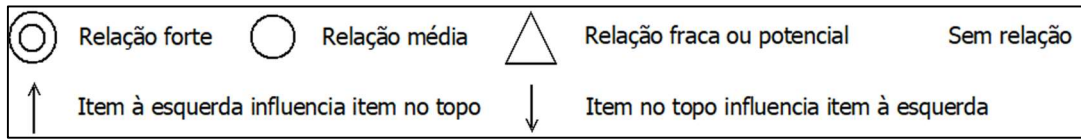


Figura 2.22 - Simbologia representativa da intensidade e sentido das relações no diagrama matricial.

O diagrama matricial pode assumir seis formatos distintos, L, T, Y, C, X e em forma de telhado, dependendo de como os elementos devem ser comparados. O formato L relaciona dois grupos de itens um com o outro; o formato T relaciona três grupos de itens, onde o grupo B e C não se relacionam um com o outro, mas ambos se relacionam com A; o formato Y relaciona três grupos de itens, onde cada grupo se relaciona com os outros dois de uma forma circular; o formato C relaciona três grupos de itens simultaneamente em 3-D; o formato X relaciona quatro grupos de itens, onde cada grupo se relaciona com outros dois de uma forma circular; o formato em forma de telhado relaciona um grupo de itens com ele próprio (Charantimath, 2011). A Figura 2.23 representa os vários tipos de formatos mencionados.

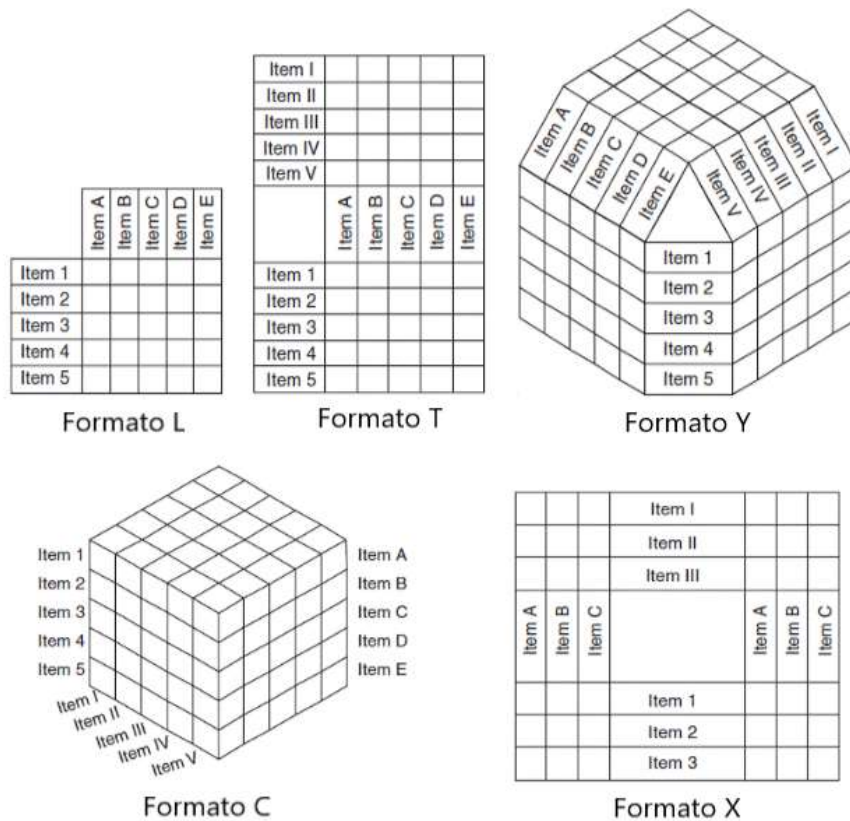


Figura 2.23 - Vários formatos de diagramas matriciais.

Fonte: Adaptado de Charantimath (2011).

## 2.7.5 Matriz de Prioridades

Segundo Pyzdek (2003), uma matriz de prioridades é uma combinação entre um diagrama em árvore e um diagrama matricial, e é utilizada para ajudar os decisores a determinar a ordem de importância das atividades ou objetivos que estão a ser considerados. As matrizes de prioridades são projetadas para de uma forma racional, criarem foco nas principais questões e opções que têm maior impacto na organização.

De acordo com Tague (2005), uma matriz de prioridades é uma matriz em formato L, que utiliza comparações entre uma lista de opções e um conjunto de critérios, por forma a escolher a melhor, ou melhores opções. Inicialmente é definida a importância de cada critério, posteriormente cada critério é considerado separadamente, sendo cada opção avaliada relativamente a quão bem satisfaz o critério. Finalmente são combinadas todas as avaliações, para a definição de uma avaliação final de opções.

Brassard (1996) apresenta três métodos para o desenvolvimento da matriz de prioridades, nomeadamente:

- **Método do critério analítico completo** - baseado no trabalho realizado por (Saaty, 1990), é também conhecido como processo de hierarquia analítica (AHP). Embora analiticamente rigoroso, o AHP é pesado nos procedimentos de recolha de dados e análise. Este método é recomendado para decisões de grande importância estratégica para a organização, e quando existem vários critérios que devem ser aplicados a opções de ações (Pyzdek, 2003). Na Figura 2.24 podemos observar a matriz final do desenvolvimento deste método, aplicado à seleção de fornecedores de *hardware* de TI, por uma organização.

Opções vs Critérios	Baixo preço de compra [0.22]	Antecipação de necessidades futuras [0.65]	Transição simples [0.12]	Importância
Fornecedor A	$0.33 \times 0.22 = 0.07$	$0.25 \times 0.65 = 0.16$	$0.25 \times 0.12 = 0.03$	0.26
Fornecedor B	$0.03 \times 0.22 = 0.01$	$0.73 \times 0.65 = 0.47$	$0.02 \times 0.12 = 0.01$	0.48
Fornecedor C	$0.64 \times 0.22 = 0.14$	$0.01 \times 0.65 = 0.01$	$0.73 \times 0.12 = 0.09$	0.09

Figura 2.24 - Exemplo de matriz final do método do critério analítico completo.

Fonte: Adaptado de Tague (2005).

- Método de combinação matriz de relações/diagrama matricial** - este método é recomendado quando é necessária uma decisão sobre a melhor opção ou conjunto de opções, quando existe um problema complexo com relações de causa-e-efeito interrelacionadas, quando uma decisão deve basear-se não num conjunto de critérios conhecidos, mas nas opções mais adequadas ou que têm maior impacto na resolução de causas raiz causas, ou quando os decisores têm um bom conhecimento do problema das opções. (Tague, 2005). Na Figura 2.25 podemos observar a matriz final do desenvolvimento deste método, aplicado à otimização de um problema de tráfego automóvel urbano.

	1	2	3	4	5	Total entradas	Total saídas	Total entr+saíd	Força
1 - Ruas estreitas			↑○			0	1	1	3
2 - Problemas de acesso de peões			←△		←⊙	2	0	2	1+9=10
3 - Trânsito acumulado	←⊙	↑△			←⊙	2	1	3	3+1+9=13
4 - Problemas de acesso ao parque de negócios					←⊙	1	0	1	9
5 - Tempo de ciclo da sinalética curto		↑⊙	↑⊙	↑⊙		0	3	3	9+9+9=27

Figura 2.25 - Exemplo de matriz final do método de combinação matriz de relações/diagrama matricial.

Fonte: Adaptado de Tague (2005).

- Método do critério de consenso** - o método do critério analítico completo é o método mais complexo e completo. Para questões de estratégia crítica pode ser uma ferramenta de tomada de decisão absolutamente essencial. No entanto, há muitas situações que são mais simples e menos críticas, mas que ainda exigem priorização e aplicação de critérios. O método do critério de consenso é muito semelhante a uma matriz sumário, sendo, no entanto, muito diferente do método do critério analítico completo, na medida em que os critérios são avaliados pelo consenso da equipa, e as opções são ordenadas como um grupo, e não com base numa comparação sistemática de cada opção como todas as outras opções (Brassard, 1996). Na Figura 2.26 podemos observar a matriz final do desenvolvimento deste método, aplicado à seleção de fornecedores de *hardware* de TI, por uma organização.

Opções vs Critérios	Baixo preço de compra [0.21]	Antecipação de necessidades futuras [0.63]	Transição simples [0.12]	Somatório
Fornecedor A	$2 \times 0.21 = 0.42$	$2 \times 0.63 = 1.26$	$2 \times 0.12 = 0.24$	1.92
Fornecedor B	$1 \times 0.21 = 0.21$	$3 \times 0.63 = 1.89$	$1 \times 0.12 = 0.12$	2.22
Fornecedor C	$3 \times 0.21 = 0.63$	$1 \times 0.63 = 0.63$	$3 \times 0.12 = 0.36$	1.62

Figura 2.26 - Exemplo de matriz final do critério de consenso.

Fonte: Adaptado de Tague (2005).

### 2.7.6 Gráfico de Decisão do Processo

Também conhecido como diagrama de decisão, diagrama de contingência, ou PDPC (*Process Decision Program Chart*), o gráfico de decisão do processo, possibilita esquematizar as soluções possíveis por forma a resolver um problema ou as várias possibilidades para atingir um objetivo, sendo deste modo adequado ao planeamento de atividades cujo objetivo é resolver um problema desconhecido, ou garantir a concretização de um objetivo novo (Pereira & Requeijo, 2008).

O objetivo de um gráfico de decisão do processo, é a organização e avaliação de eventos e contingências relacionados com o processo, no que diz respeito à implementação e/ou operações iniciais. É de extrema utilidade para a avaliação pró-ativa de implementação de processos a um nível elevado, ou nas fases iniciais das operações dos processos, incluindo eventos que possam surgir ou ocorrer, e possivelmente perturbar os processos. Esta ferramenta é também útil na orientação das primeiras operações, em caso de desvios do plano. A chave do gráfico de decisão do processo é a possibilidade de antecipação de desvios aos eventos esperados, e a aplicação de contingências eficazes. Esta ferramenta pode adotar vários formatos genéricos, tais como o diagrama em árvore ou fluxograma, sendo o elemento diferenciador a sua capacidade de oferecer ao utilizador uma visão geral das possíveis contingências relativas à implementação dos processo e/ou operações (Borror, 2008).

Na Figura 2.27 exemplifica-se um gráfico de decisão de processo aplicado ao desenvolvimento de testes num laboratório, devido à introdução de novo produto.

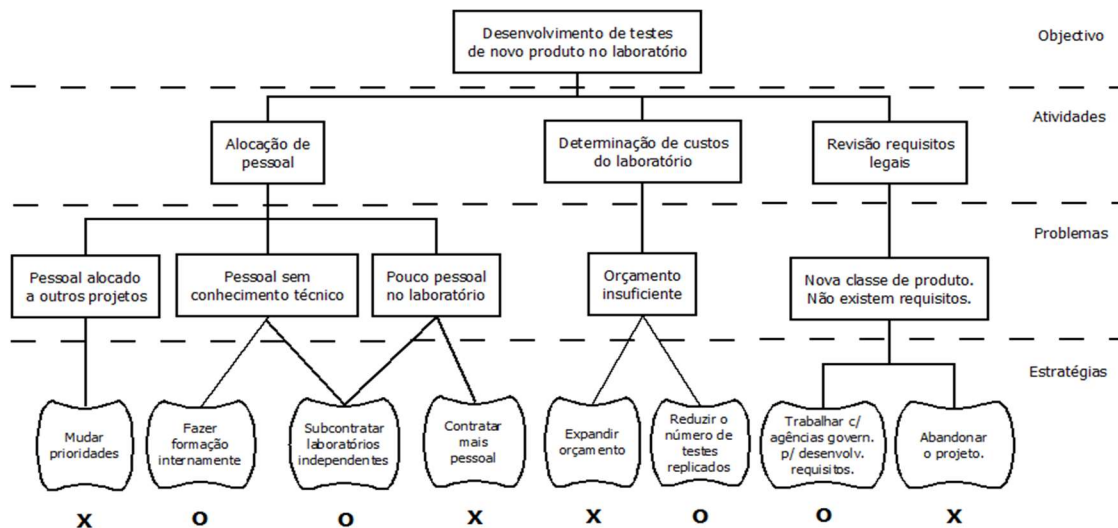


Figura 2.27 - Exemplo de gráfico de decisão de processo.

Fonte: Adaptado de Brassard (1996).

### 2.7.7 Diagrama de Atividades

O diagrama de atividades é uma ferramenta utilizada para a definição, organização e gestão do planeamento detalhado de atividades ou eventos, onde são especificadas as respetivas tarefas ou sub-eventos, a sua sequência, e os prazos de conclusão. É aplicável na monitorização das atividades ou eventos e permite a identificação de eventuais constrangimentos, efetuar correções e determinar os seus impactos na programação da atividade ou evento. Permite também a identificação do caminho crítico entre as atividades e eventos iniciais e o evento objetivo. O diagrama de atividades é utilizado quando as atividades ou eventos são conhecidos da organização, e as respetivas tarefas e sub-eventos têm uma duração conhecida (Pereira & Requeijo, 2008).

É considerado a combinação entre a Técnica de Avaliação e Revisão de Programas ou PERT (*Program Evaluation and Review Technique*), e o Método do Caminho Crítico ou CPM (*Critical Path Method*). É um método de desenhar as relações PERT/CPM entre as atividades em qualquer projeto (Brassard, 1996).

Ao contrário do PERT ou CPM, que necessitam de formação em gestão de projeto ou engenharia de sistemas, o diagrama de atividades é muito simplificado por forma a ser utilizado com o mínimo de formação (Pyzdek, 2003).

Esta ferramenta é de extrema utilidade, quando a tarefa é complexa; quando as tarefas secundárias têm durações conhecidas mesmo se combinadas em sequência diferentes anteriormente; quando a tarefa um objetivo crítico para a organização; quando existem

perfis de implementação simultâneos que devem ser coordenados; quando existe pouca margem de erro entre o tempo real e o tempo estimado (Brassard, 1996). Na Figura 2.28 podemos verificar a representação de um diagrama de atividades.

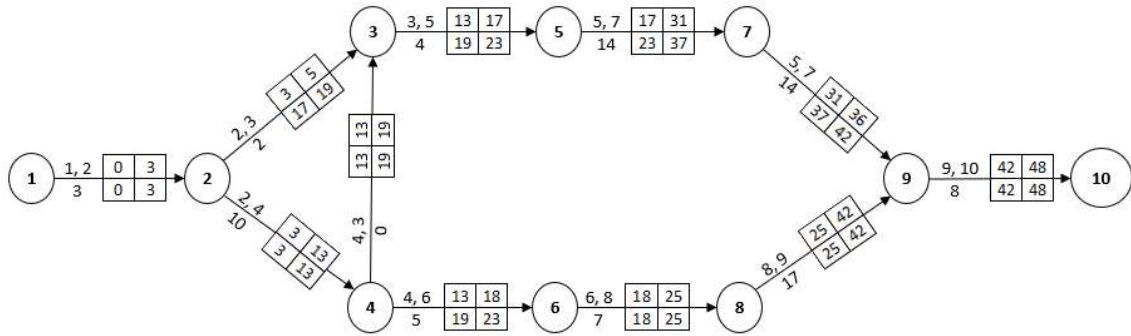


Figura 2.28 - Exemplo de diagrama de atividades.

Fonte: Retirado de Brassard (1996).



### 3 A Sustentabilidade dos Processos Industriais através do Seis Sigma

#### 3.1 O Conceito e a Métrica Seis Sigma

A abordagem Seis Sigma foi adotada pela maioria das empresas *Fortune 500*, bem como por muitas pequenas e médias organizações. Embora o foco das percepções iniciais seja muitas vezes as melhorias de qualidade, as implementações bem-sucedidas centram-se na rentabilidade, sustentabilidade e crescimento a longo prazo das organizações. O Seis Sigma é uma implementação rigorosa, focada e altamente eficaz, de princípios e técnicas de qualidade comprovados. Incorporando elementos do trabalho de muitos pioneiros da qualidade, o objetivo do Seis Sigma é o desempenho organizacional sem erros. O Sigma,  $\sigma$ , uma letra do alfabeto grego, é utilizada pela Estatística para medir a variabilidade em qualquer processo, sendo o desempenho de uma empresa medido pelo nível sigma dos seus processos de negócio. Um nível sigma de três ou quatro era aceite pelas organizações como a norma, apesar de estes processos criarem entre 6.200 e 67.000 defeitos por milhão de oportunidades (DPMO), conforme Figura 3.1. A norma Seis Sigma de 3,4 DPMO, é uma resposta às expectativas crescentes dos clientes e à maior complexidade dos produtos e processos modernos, representando uma eficácia de 99,9997 por cento (Pyzdek, 2010).

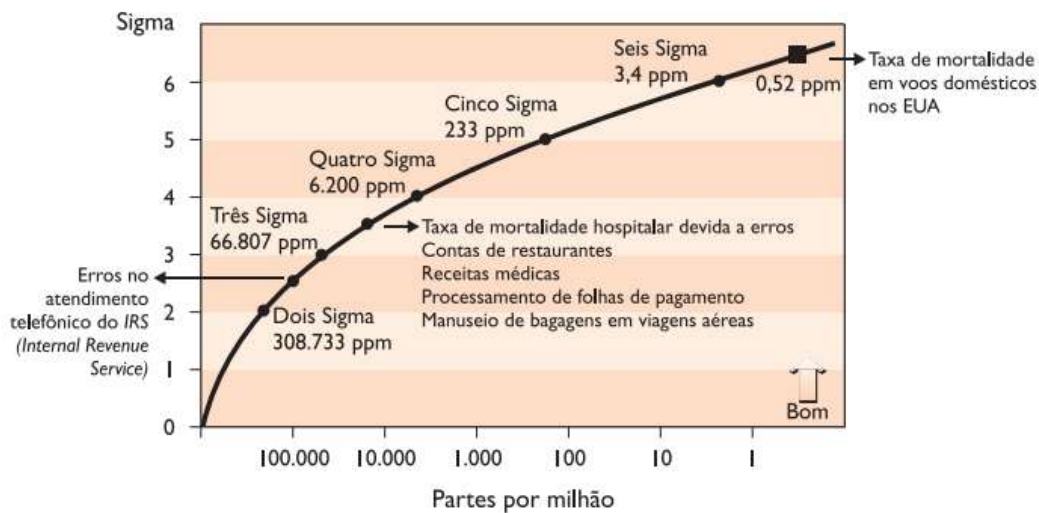


Figura 3.1 - Exemplos de desempenho de níveis sigma.

Fonte: Retirado de Werkema (2012).

O conceito do Seis Sigma está diretamente relacionado com uma qualidade superior dos produtos e processos, na medida em que se dá a evolução da métrica percentagem de defeitos, para defeitos por cada um milhão de oportunidades, indicando que os clientes já

não se satisfazem por receber produtos de processos com 99 por cento de eficácia, reduzindo assim a probabilidade de receberem produtos defeituosos. Ao desenvolver o Seis Sigma, a Motorola atribuiu esse mesmo nível de qualidade aos seus processos. Estando sempre associado à eficácia de um processo, o nível sigma poderá ser de curto ou longo prazo, sendo os fatores determinantes para o tipo de nível sigma, o tempo de recolha de dados do processo ou o modo de cálculo do desvio-padrão. O nível sigma de longo prazo deverá ser sempre inferior ao de curto prazo, na medida em que em termos temporais, o processo irá estar sujeito a uma maior variação, aumentando deste modo o valor do desvio-padrão, diminuindo o nível sigma, piorando a eficácia do processo. O nível sigma de longo prazo é deste modo mais representativo, na medida que será o que o cliente irá sentir (Castro, 2013).

Nas suas análises, a Motorola concluiu que o desfasamento entre o nível sigma de curto e longo prazo é de 1,5, na medida em que se para um processo o nível sigma de curto prazo é 6, então o de longo prazo será de 4,5, conforme Figura 3.2. Deste modo, é aceite que um processo Seis Sigma seja um processo que produza 3,4 DPMO, em que um processo normalmente distribuído terá 3,4 partes por milhão além do ponto que é 4,5 desvios-padrão acima ou abaixo da média. Então o 3,4 DPMO de um processo Seis Sigma, na verdade, corresponde a 4,5 sigma, nomeadamente 6 sigma menos 1,5 sigma introduzido para compensar a variação a longo prazo (Muralidharan, 2015).

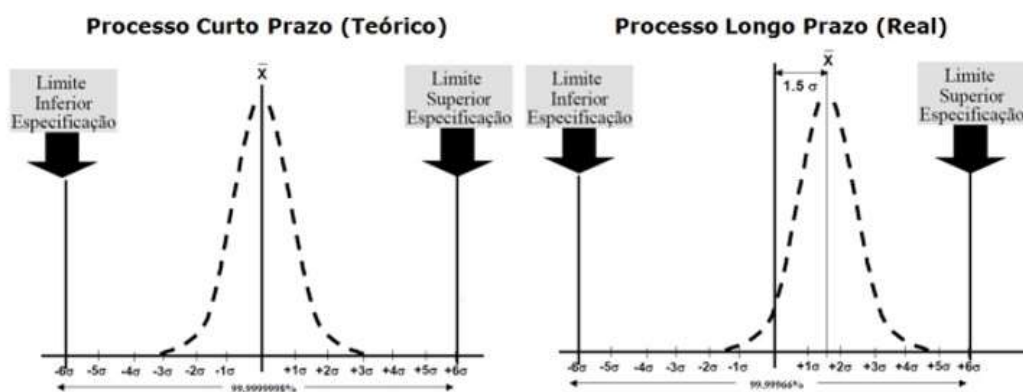


Figura 3.2 - Deslocação da média do processo em  $1,5\sigma$  do curto para o longo prazo.

Fonte: Retirado de Toledo (2020).

O nível sigma de curto prazo, é de extrema importância na medida em que esse valor é considerado *benchmark* do processo, devendo ser objetivo alcançá-lo no longo prazo. O

objetivo em qualquer processo é aproximar o valor do nível sigma de longo prazo ao valor do nível sigma de curto prazo (Castro, 2013).

### 3.2 Implementação Seis Sigma nas Organizações

De acordo com Pyzdek (2010), depois de mais de duas décadas de experiência com Seis Sigma, existe atualmente um corpo sólido de pesquisa científica, baseado na experiência de implementação de programas Seis Sigma de milhares de empresas. Esta pesquisa indica que uma implementação Seis Sigma bem-sucedida, envolve o foco num conjunto de atividades e sistemas de alta alavancagem, conforme esquematizado na Figura 3.3.

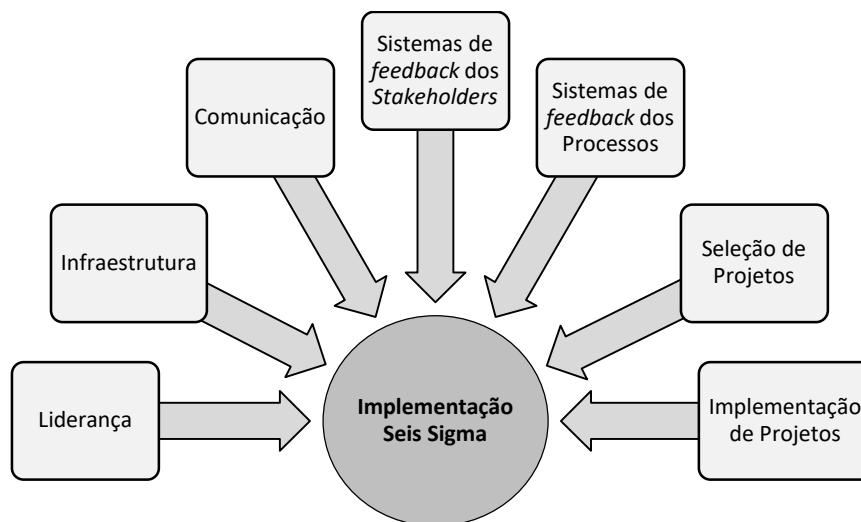


Figura 3.3 - Atividades e sistemas fundamentais para a implementação Seis Sigma.

- 1) **Liderança.** O principal papel da liderança, é criar uma visão clara para o sucesso Seis Sigma, e comunicar a sua visão de forma clara e consistente em toda a organização. A implementação Seis Sigma, inicia com a formação da gestão de topo na filosofia, princípios e ferramentas Seis Sigma necessárias para preparar a organização para o sucesso.
- 2) **Infraestrutura.** A gestão de topo, através do conhecimento adquirido, gere o desenvolvimento e formação de uma infraestrutura para suportar os programas Seis Sigma.
- 3) **Comunicação.** É necessário cultivar na organização um ambiente de mudança, onde a inovação e a criatividade sejam fomentadas. Um projeto DMAIC é focado

na iniciativa de mudança e na comunicação necessária para criar envolvimento para a mesma.

- 4) **Sistemas de *feedback* dos stakeholders.** Os sistemas são desenvolvidos para estabelecer comunicação próxima com clientes, funcionários e fornecedores. Isso inclui o desenvolvimento de métodos rigorosos de obtenção e avaliação de *inputs* de clientes e fornecedores. São efetuados estudos para determinar o ponto de partida e identificar os obstáculos culturais, políticos e procedimentais ao sucesso.
- 5) **Sistemas de *feedback* dos processos.** É fundamental o desenvolvimento de uma estrutura para a melhoria contínua dos processos, juntamente com um sistema de indicadores para monitorizar o progresso e o sucesso. As métricas do Seis Sigma focam-se nos objetivos estratégicos, iniciativas e principais processos de negócio da organização.
- 6) **Seleção de projetos.** Os projetos Seis Sigma, são propostos pelos especialistas dos processos, por forma a melhorar os processos do negócio, e são selecionados pela gestão de topo, com base em critérios alinhados com os objetivos de desempenho da organização que tenham impacto mensurável nos resultados financeiros.
- 7) **Implementação de projetos.** Os projetos Seis Sigma são desenvolvidos por equipas de projeto, lideradas por *Black Belts* ou por *Green Belts*, com orientação de *Black Belts*.

### 3.3 A Estrutura Organizacional Seis Sigma

A estrutura organizacional Seis Sigma é de extrema eficácia. Um projeto Seis Sigma, é executado por meio de um esforço coordenado, de pessoal altamente qualificado das organizações. O sucesso de qualquer projeto Seis Sigma depende principalmente destes colaboradores, existindo diferentes funções categorizadas como *belts* (cinturões) para o efeito. Deste modo, o *Green Belt* (GB), é uma função Seis Sigma desempenhada por um colaborador que mantém a sua função regular dentro da empresa, mas recebe formação nas ferramentas e métodos necessários para conduzir projetos de melhoria Seis Sigma individualmente ou como parte de equipas maiores (Muralidharan, 2015).

Os *Green Belts* têm menos formação e experiência em ferramentas e abordagens Seis Sigma do que os *Black Belts*. Geralmente fazem parte das equipas maiores de projeto, lideradas por *Black Belts*, ou lideram equipas envolvidas em projetos menores e mais

específicos, sob a direção de um *Champion* (Campeão) ou *Black Belt* (Montgomery, 2013).

Segundo Muralidharan (2015), o *Black Belt* (BB), é uma função Seis Sigma a tempo integral, desempenhada por um colaborador designado para treinar e orientar os *Green Belts*, bem como liderar projetos de melhoria, recorrendo a métodos específicos Seis Sigma, tal como o método DMAIC (*Define-Measure-Analyze-Improve-Control*), assim como à metodologia DFSS (*Design for Six Sigma*) e ao respetivo método DMADV (*Define-Measure-Analyze-Design-Verify*). Os BB têm um mínimo de quatro semanas de formação especializada, geralmente combinada com trabalho simultâneo num projeto Seis Sigma. Lideram equipas cujo foco são projetos com impacto na qualidade e no negócio da organização. Na maioria das organizações, os BB formam GB e executam outras funções, como a identificação de novos projetos.

O *Master Black Belt* (MBB) é uma função Seis Sigma a tempo integral, desempenhada por um colaborador, designado para formar e orientar *Black Belts*, bem como liderar a estratégia, por forma a garantir que os projetos de melhoria aprovados, sejam os projetos estratégicos certos para a organização. Os MBB certificam os *Green Belts* e *Black Belts* dentro da organização, desenvolvem a formação, e estão envolvidos na definição e seleção de projetos, trabalhando em estreita colaboração com os líderes da organização, conhecidos como *Champions* (Campeões). Os BB e MBB possuem formação especializada em métodos estatísticos e noutras ferramentas da qualidade e de melhoria de processos, ficando aptos para atuar como líderes de equipa, facilitadores e resolver problemas técnicos (Muralidharan, 2015).

Cada projeto tem um *Champion* (Campeão), um líder da organização cujo trabalho é facilitar a identificação e seleção de projetos, identificar *Black Belts* e outros membros da equipa, remover barreiras a bloquear o progresso do projeto, garantir a disponibilidade dos recursos necessários, e realizar reuniões regulares com a equipa ou os *Black Belts*, para garantir o progresso e o *timing* do projeto. Os *Champions* são patrocinadores de projetos (*Project Sponsors*). O papel do *Champion* não é a tempo integral, podendo haver vários projetos sob sua supervisão. A equipa de liderança é formada pelo executivo responsável pela unidade de negócios e a respetiva equipa de gestão. O executivo tem a responsabilidade de aprovar os projetos de melhoria realizados pelas equipas Seis Sigma (Montgomery, 2013).

A estrutura de uma organização Seis Sigma pode ser observada na Figura 3.4.

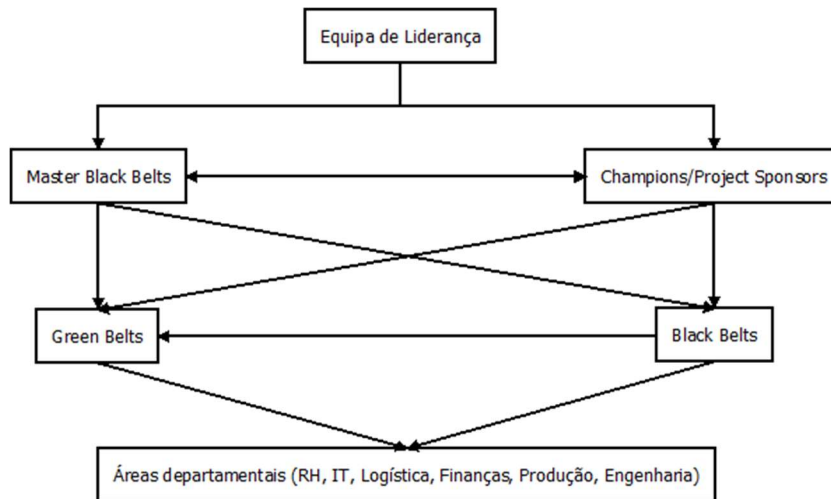


Figura 3.4 - Estrutura organizacional Seis Sigma.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2013).

### 3.4 Os Métodos Seis Sigma

O principal método Seis Sigma tem por base uma abordagem estruturada de resolução de problemas, sendo estes geralmente relacionados com a variabilidade, defeitos e desperdício num produto ou processo, tendo impacto na satisfação do cliente. O método é constituído por um ciclo de cinco etapas focadas na melhoria de desempenho, composto pelas fases de definição, medição, análise, melhoria e controlo, também conhecido como DMAIC (*Define-Measure-Analyze-Improve-Control*) (Muralidharan, 2015).

O DMAIC é um método sistemático e estruturado, de cinco fases, que pode ser utilizado na execução de projetos de implementação de soluções para resolução de problemas de causa-raiz de qualidade e processo, e para estabelecer as melhores práticas, por forma a garantir que as soluções sejam permanentes, podendo também ser replicadas noutras operações da organização (Montgomery, 2013). Na Tabela 3.1, encontra-se sintetizado o método DMAIC e as respetivas fases.

O DMAIC, aplica-se à melhoria do processo e do produto. Os elementos-chave de um projeto DMAIC são a disciplina de equipa, a utilização estruturada de métricas e ferramentas, e a execução de um planeamento de projeto bem definido, com objetivos claros. Na eventualidade de um processo não poder ser melhorado devido a restrições de projeto, poderá ser utilizado outro ciclo Seis Sigma de resolução de problemas (Muralidharan, 2015).

Tabela 3.1 - Visão geral do método DMAIC.

<b>Fase</b>	<b>Atividades</b>
Definição ( <i>Define</i> )	Selecionar o projeto e definir os objetivos da atividade de melhoria, tendo em atenção os requisitos críticos dos clientes. Garantir o envolvimento da gestão e reunir a equipa de trabalho.
Medição ( <i>Measure</i> )	Reunir dados mensuráveis do desempenho do processo e desenvolver uma análise quantitativa do problema. Estabelecer métricas válidas e confiáveis para monitorização do progresso da atividade, relativamente aos objetivos definidos na fase anterior. Estabelecer o desempenho atual do processo através de métricas.
Análise ( <i>Analyze</i> )	Analisar as causas do problema e verificar possíveis causas-raiz. Analisar o sistema para identificação de oportunidades de redução ou eliminação da diferença entre o desempenho atual e o objetivo estabelecido. Execução de análises de dados exploratórias e descritivas, e utilização de ferramentas estatísticas para orientação da análise.
Melhoria ( <i>Improve</i> )	Identificar ações para redução de defeitos e variação causada pelas causas-raiz, e implementar ações selecionadas, avaliando ao mesmo tempo a melhoria. Utilização de ferramentas estatísticas para validação da melhoria.
Controlo ( <i>Control</i> )	Controlar o processo para garantir um desempenho otimizado e contínuo e determinar se as melhorias podem ser aplicadas noutros processos. Identificar lições aprendidas e próximos passos. Utilização de ferramentas estatísticas para monitorização da estabilidade dos novos sistemas.

Fonte: Adaptado de Voehl, et al. (2014).

O método DMADV (*Define-Measure-Analyze-Design-Verify*), composto pelas fases definição, medição, análise, projeto e verificação, é aplicado fundamentalmente em situações onde é necessário redesenhar processos (Muralidharan, 2015). Na Tabela 3.2, encontra-se sintetizado o método DMADV, e as respetivas fases.

Tabela 3.2 - Visão geral do método DMADV.

<b>Fase</b>	<b>Atividades/Objetivos</b>
Definição ( <i>Define</i> )	Definir objetivos da atividade de projeto que sejam consistentes com os requisitos do cliente.
Medição ( <i>Measure</i> )	Identificar e medir as características de produto que sejam críticas para a qualidade (CTQ). Traduzir os requisitos do cliente em objetivos do projeto.
Análise ( <i>Analyze</i> )	Analisar para desenvolver e projetar alternativas, criar um projeto de alto nível e avaliar a capacidade de projeto para selecionar o melhor projeto. Determinação e análise do desempenho de projetos semelhantes.
Projeto ( <i>Design</i> )	Projetar novas soluções para entregar valor ao cliente. Utilização de modelos preditivos, simulação, protótipos e séries piloto, para validar a eficácia do conceito do projeto em atingir os objetivos. Completar e otimizar os detalhes do projeto. Planear a verificação do projeto.
Verificação ( <i>Verify</i> )	Verificar o projeto, preparar testes de validação, implementar o processo produtivo, e entrega aos responsáveis do processo. Verificação da eficácia do projeto. Criação de mecanismos para garantir um desempenho ideal contínuo.

Fonte: Adaptado de Voehl et al. (2014).

O DMAIC é um método de melhoria de processos, utilizado para modificar um processo existente, que nem sempre obtém o desempenho projetado. Por outro lado, o DMADV é um método de definição e criação de processos, que utiliza uma abordagem sistemática para definir, criar e executar um novo processo.

Embora o DMAIC e o DMADV partilhem algumas características, o DMADV é o método a utilizar quando é necessário um projeto completamente novo, em vez de uma melhoria contínua, baseada no processo atual. O DMADV promove o pensamento criativo e inovador, por forma a criar o melhor processo possível do ponto de vista do cliente (Voehl, Harrington, Mignosa, & Charron, 2014). A Figura 3.5 ilustra a relação entre DMAIC e DMADV.

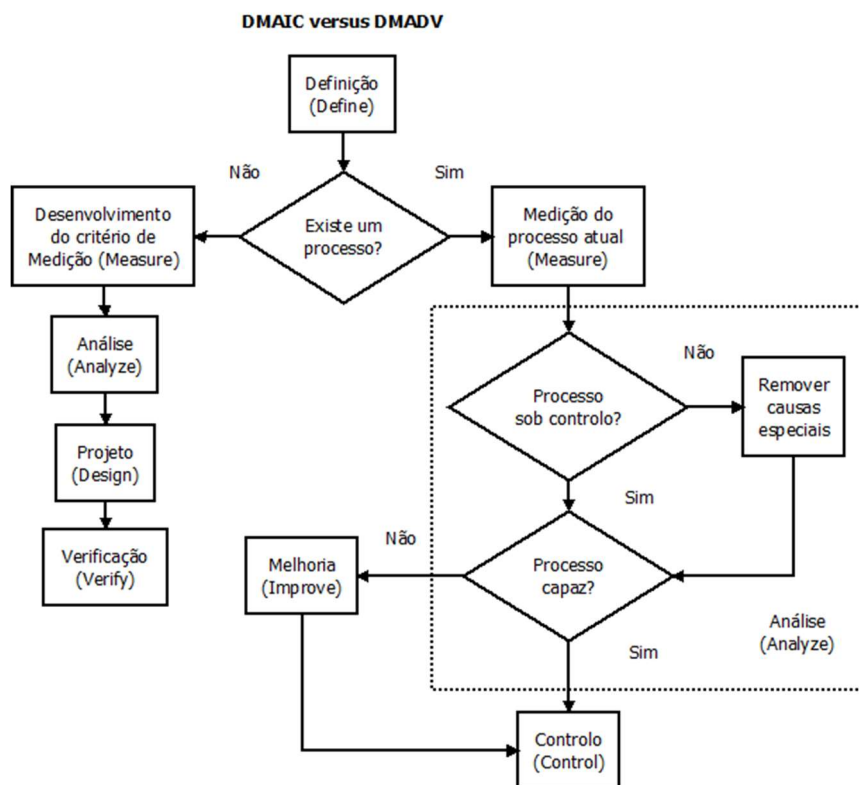


Figura 3.5 - Comparação entre os métodos DMAIC e DMADV.

Fonte: Adaptado de Pyzdek (2010).

Outra metodologia de melhoria, é o DFSS (*Design for Six Sigma*). Esta metodologia garante que o novo produto ou serviço, vai de encontro às necessidades dos *stakeholders*, proporciona um elevado nível de desempenho, e é robusto para processar variações. A abordagem DFSS permite o lançamento de novos produtos e serviços, onde são atingidos os objetivos de tempo, orçamento e desempenho, possibilitando o ganho de uma maior

quota de mercado, garantindo que a empresa cria produtos e serviços diferenciados, que visam as necessidades do cliente e dos *stakeholders* (Muralidharan, 2015).

O DFSS utiliza como métodos os ciclos DMADV e DMADOV. A diferença entre DMADV e DMADOV, reside na fase de otimização. Os processos de *design* de muitas organizações não incluem esta ação de refinamento, focando-se exclusivamente em produzir um produto ou processo minimamente viáveis. O DMADOV cria foco na necessidade de otimizar o *design*, sendo ferramentas aplicáveis a esta fase o Desenho de Experiências (DOE) e a metodologia de superfície de resposta (RSM). Estes métodos são extremamente eficazes na definição e refinamento dos parâmetros de projeto (Kubiak & Benbow, 2009).

### 3.5 A Fase Definição (*Define*)

O objetivo da fase definição, é identificar a oportunidade do projeto e verificar ou validar se representa um legítimo potencial inovador. É desejável que um projeto seja importante tanto para os clientes quanto para a organização. É necessário que *stakeholders* que trabalhem no processo e clientes a jusante, concordem com a utilidade potencial do projeto (Montgomery & Woodhall, 2008).

A fase definição foi criada após a adoção do Seis Sigma pela *General Electric*, sendo a metodologia apenas conhecido como MAIC. A sua introdução deve-se à importância que a gestão de projeto e dinâmica das equipas têm no sucesso dos projetos, tendo as competências interpessoais um especial contributo para o ritmo do projeto (Castro, 2013). Uma das primeiras entregas a ser concluída na fase definição, é o *Project charter*, ou Declaração do Projeto. Este é um documento pequeno (normalmente até duas páginas), que contém a descrição e o âmbito do projeto, as datas previstas de início e de conclusão, uma descrição inicial das métricas principais e secundárias que serão usadas para medir o sucesso do projeto, e como essas métricas se alinham com os objetivos da unidade de negócios e dos objetivos corporativos, os benefícios potenciais para o cliente, os benefícios financeiros potenciais para a organização, marcos que devem ser alcançados durante o projeto, a equipa e as suas funções, e quaisquer recursos adicionais que possam ser necessários para completar o projeto (Montgomery, 2013). Na Figura 3.6 podemos observar um *Project charter* aplicado à melhoria das operações de fábrica.

Project Charter	
Nome do Projecto/Objetivo:	Redução das perdas de produção por paragem de linha.
Descrição do problema	A área de manufatura indica que as paragens de linha são uns dos piores problema das operações diárias, causando incumprimentos do planeamento de produção diário.
Definição do objectivo	Redução das perdas de produção por paragem de linha em 50%, até 30/12/2012.
Avaliação do histórico do problema	Verificar Anexo I.
Restrições e pressupostos	Os membros da equipa de trabalho deverão dedicar 50% do seu tempo ao desenvolvimento do projeto. Será necessário o suporte de um especialista do departamento de manutenção. Os gastos do projeto deverão ser debitados ao centro de custo da área de manufaturam após autorização do Champion.
Equipa de trabalho	Membros da equipa: Pedro Silva (Black Belt - líder da equipa), Denise Sampaio (Manufatura), José Oliveira (Engenharia Industrial), Sandra Barbosa (Qualidade), Artur Santos (Manutenção). Champion: Otávio Cerqueira (Plant Manager). Especialistas de suporte técnico: David Pinho (Manutenção).
Responsabilidades da equipa	Verificar Anexo II.
Cronograma preliminar	Define: 28/02/2012, Measure: 15/04/2012, Analyze: 30/06/2012, Improve: 30/08/2012, Control: 30/12/2012.

Figura 3.6 - Exemplo de *Project charter* aplicado à melhoria de operações.

Fonte: Adaptado de Werkema (2012).

As ferramentas gráficas são extremamente úteis na fase definição, sendo os mapas de processo, fluxogramas e diagramas SIPOC (*Suppliers-Input-Process-Output-Customer*) os mais utilizados. O diagrama SIPOC, acrónimo para fornecedores (*suppliers*), entradas (*inputs*), processo (*process*), saídas (*outputs*) e clientes (*customers*), é um diagrama de alto nível do processo, onde estão representadas as partes-chave intervenientes no processo. Esta ferramenta, ajuda a identificar as fronteiras do projeto; as saídas do processo, características e parâmetros provenientes do processo, que materializam os requisitos do cliente; os clientes do processo, que deverão ser ordenados por ordem de importância, por forma a definir prioridades quanto aos objetivos do projeto; o processo, através das suas etapas, fazendo a primeira e últimas etapas a ligação com as fronteiras do projeto; as entradas, representando as informações, materiais ou quaisquer outros itens necessários para o funcionamento do processo; e por fim os fornecedores que providenciam as entradas. Deste modo, o diagrama SIPOC providencia uma perspectiva macro do projeto, desde o fornecedor ao cliente (Castro, 2013). Na Figura 3.7 podemos observar um SIPOC relativo às operações de fábrica.

Fornecedores	Entradas	Processo	Saídas	Clientes
<i>Suppliers</i>	<i>Inputs</i>	<i>Process</i>	<i>Outputs</i>	<i>Customers</i>
1. Departamento de vendas	1. Pedido de cliente	1. Receção do pedido	1. Produto entregue ao cliente	1. Cliente distribuidor
2. Armazém de matéria-prima p/ componentes plásticos	2. Matéria-prima p/ componentes plásticos	2. Fabricação de peças plásticas		2. Cliente final
3. Armazém de chapas de aço	3. Chapas de aço	3. Fabricação de peças metálicas		
4. Departamento de pintura	4. Tintas e equipamentos de pintura	4. Pintura de peças metálicas		
5. Armazém de materiais de compra	5. Componentes metálicos	5. Receção de componentes metálicos do armazém		
6. Departamento de montagem	6. Equipamentos de montagem	6. Montagem do produto de acordo com o pedido		
7. Fornecedor de embalagens	7. Caixas de papelão, plástico-bolha e adesivos	7. Embalamento do produto		
		8. Entrega do produto ao cliente		

Figura 3.7 - Exemplo de SIPOC de operações de fábrica.

Fonte: Adaptado de Werkema (2012).

Um dos pilares do Seis Sigma é o foco no cliente. Ter foco no cliente é fornecer valor, tornando-o mais competitivo e satisfeito, sendo de extrema importância a auscultação do cliente para ir de encontro às suas expectativas. Através da ferramenta Voz do Cliente (VOC – *Voice of the Customer*), são determinadas as características da qualidade mais importantes para o cliente (CTQ - *Critical to Quality*), assim como as definições dos defeitos, com as respetivas validações. As CTQ são os requisitos do cliente, na medida em que traduzem de forma mensurável e objetiva as suas necessidades. A VOC está dividida em três fases, nomeadamente a recolha e análise de dados, a definição das CTQ e dos critérios dos defeitos, por forma a diferenciar um CTQ conforme de uma não-conforme, e por fim a validação e priorização das CTQ (Castro, 2013).

De acordo com Montgomery & Woodhall (2008) a fase definição deverá ser concluída com a elaboração de um plano de ações por forma a preparar-se o avanço para as próximas fases do DMAIC, e deverá ser efetuada uma reunião de revisão de fase, onde se deverá analisar se a descrição do problema está focada nos sintomas e não nas possíveis causas ou soluções, se todos os *stakeholders* estão identificados, se está evidenciada a oportunidade de valor representada pelo projeto, se o âmbito do projeto está corretamente dimensionado, se existe um diagrama de alto nível do processo, e se existe alguma barreira ou obstáculo óbvio para o sucesso do projeto não abordada.

Na Tabela 3.3, podemos observar algumas das atividades genéricas para o desenvolvimento da fase definição, assim como das respetivas principais ferramentas de aplicação.

Tabela 3.3 - Atividades de desenvolvimento da fase Definição.

<b>Fase</b>	<b>Atividades</b>	<b>Ferramentas</b>
Definição ( <i>Define</i> )	Descrição do problema e definição dos objetivos do projeto.	<i>Project charter.</i>
	Avaliação do histórico do problema, retorno económico, impacto operacional, impacto nos <i>stakeholders</i> e estratégia da organização.	<i>Project charter; Métricas Seis Sigma; Cartas de Controlo.</i>
	Avaliação da prioridade do projeto para a organização e do possível patrocínio da gestão.	
	Decisão sobre o desenvolvimento do projeto ou nova seleção de projeto.	
	Definição da equipa e das respetivas responsabilidades, identificação de restrições e elaboração de cronograma inicial.	<i>Project charter.</i>
	Identificação das necessidades dos clientes.	<i>Voz do Cliente (VOC).</i>
	Definição do principal processo envolvido no projeto.	<i>SIPOC (Suppliers-Input-Process-Output-Customers).</i>

Fonte: Adaptado de Werkema (2012).

### 3.6 A Fase Medição (*Measure*)

O objetivo da fase medição é avaliar e entender o estado atual do processo, através da recolha de dados de qualidade, custo, produtividade e tempo de ciclo. É importante listar todas as principais variáveis de entrada do processo (KPIV – *Key Process Input Variables*) e as principais variáveis de saída do processo (KPOV – *Key Process Output Variables*). A quantidade de dados disponíveis para análise é de extrema importância, na medida em que é necessário efetuar uma análise detalhada do desempenho do processo, no que diz respeito às métricas-chave. Os dados recolhidos durante a fase medição poderão ser apresentados sob a forma de histogramas, diagramas de Pareto, diagramas de dispersão ou gráficos sequenciais, e serão utilizados como base para determinação do estado atual ou do desempenho atual do processo. (Montgomery & Woodhall, 2008).

A primeira atividade da fase medição, deverá ser a avaliação do sistema de medição, por forma a garantir a fiabilidade das medições. Um sistema de medição é constituído pelas unidades do produto cujas características são medidas, pelo equipamento de medição, pelos operadores que executam as medições e pelo método de medição das características. É de extrema importância que a variabilidade do sistema de medição seja muito inferior comparativamente à variabilidade total do processo e respetivas especificações, por forma a não influenciar significativamente a análise do desempenho do processo. Antes da

utilização de um equipamento de medição, é necessário analisar se o mesmo é adequado relativamente às medidas de localização e de dispersão da distribuição que descreve o seu comportamento. A localização é caracterizada pela exatidão, linearidade e estabilidade do equipamento. A exatidão refere-se ao grau de aptidão de um instrumento de medição para dar indicações próximas do verdadeiro valor da grandeza medida, a linearidade implica a existência de uma relação linear entre os valores medidos pelo equipamento e os valores medidos por um equipamento de referência ou equipamento padrão, e a estabilidade caracteriza a variação das medições de uma mesma característica da qualidade feitas nas mesmas unidades ao longo do tempo. A dispersão é caracterizada pela repetibilidade e pela reprodutibilidade do sistema de medição. A repetibilidade indica a capacidade de um equipamento de medição fornecer, sob as mesmas condições, valores de medição análogos quando uma determinada característica da qualidade é medida repetidamente na mesma unidade de produto, e caracteriza também a capacidade de um mesmo operador executar a medição e ler o resultado da mesma forma várias vezes consecutivas. A reprodutibilidade refere-se à variabilidade causada pelo facto de um mesmo equipamento estar a ser usado por diferentes operadores para medir uma mesma característica nas mesmas unidades de produto (Pereira & Requeijo, 2008). Na Figura 3.8 podemos observar a estrutura das medidas de adequação da distribuição do comportamento do sistema de medição.

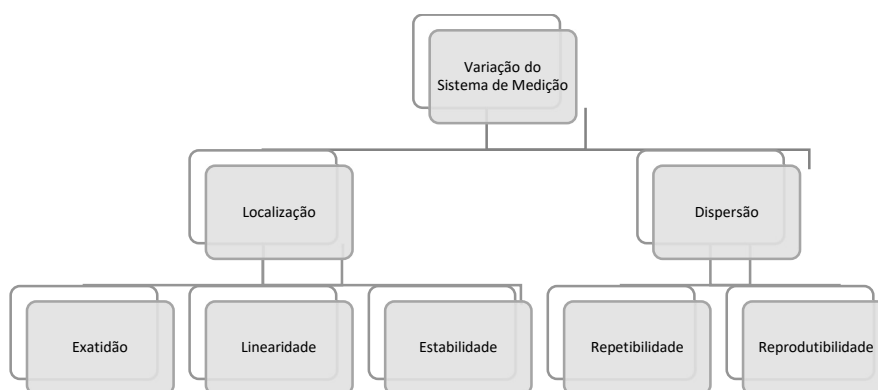


Figura 3.8 - Estrutura das medidas de adequação da distribuição do comportamento do sistema de medição.

A variação total de um processo é caracterizada pela variabilidade do produto ou processo como também pela variabilidade do sistema de medição, aferida em termos de repetibilidade e reprodutibilidade (R&R). Deste modo podemos definir a variação total como:

$$\sigma_{Total}^2 = \sigma_{\frac{Produto}{Processo}}^2 + \sigma_{Sist.Medição}^2 = \sigma_{\frac{Produto}{Processo}}^2 + \sigma_{R\&R}^2 \quad (3.1)$$

Existem alguns métodos para o desenvolvimento da análise da repetibilidade e da reprodutibilidade. Perante variáveis contínuas, um dos métodos utilizados para o cálculo da repetibilidade envolve o desenvolvimento de cartas  $\bar{X}$  e  $R$ , onde são representadas as médias e amplitudes obtidas para amostras de dimensão igual a  $r$ . Nesta análise, o objetivo é detetar o maior número possível de pontos fora de controlo na carta  $\bar{X}$ , na medida que indica que o equipamento tem uma boa capacidade de distinguir entre unidades do produto. A carta  $R$ , deverá exibir todos os pontos sob controlo estatístico, significando consistência nas medições efetuadas sobre a mesma unidade utilizando o mesmo equipamento. O desvio padrão da repetibilidade é dado por:

$$\hat{\sigma}_{Repet.} = \frac{\bar{R}}{d_2^*} \quad (3.2)$$

Onde  $\bar{R}$  é a média de todas as amplitudes e o valor de  $d_2^*$  depende do número de medições em cada unidade ( $r$ ) e de  $g = \text{número de unidades} \times \text{número de operadores}$ . No Anexo A, encontram-se os valores de  $d_2^*$  em função do número de operadores, número de unidades e número de medições efetuadas em cada unidade por cada operador. A repetibilidade, será então caracterizada por:

$$Repetibilidade = k \hat{\sigma}_{Repet.} \quad (3.3)$$

Onde a constante  $k$ , poderá assumir valores de  $k = 6$  se o intervalo compreender 99,73% dos valores dos erros de medição correspondentes à repetibilidade, ou  $k = 5.15$ , se abranger 99%. O desvio padrão da reprodutibilidade será dado por:

$$\hat{\sigma}_{Reprod.} = \frac{R_{\bar{X}}}{d_2^*} \quad (3.4)$$

Onde  $R_{\bar{X}}$  é a amplitude das médias globais obtidas por cada um dos operadores em análise e o valor de  $d_2^*$  depende do número de operadores, conforme Anexo B. Assim sendo, a reprodutibilidade será dada por:

$$\text{Reprodutibilidade} = k\hat{\sigma}_{Reprod.} \quad (3.5)$$

Por fim, a variância da repetibilidade e da reprodutibilidade será dada por:

$$\hat{\sigma}_{R\&R}^2 = \hat{\sigma}_{Repet.}^2 + \hat{\sigma}_{Reprod.}^2 \quad (3.6)$$

A dispersão correspondente, com base no intervalo  $6\hat{\sigma}$ , será então dada por  $6\hat{\sigma}_{R\&R}$ . Também é possível determinar a variabilidade do produto, ou seja, a variação entre as unidades medidas, através da análise da capacidade do sistema de medição. O desvio padrão da característica do produto é representado por:

$$\hat{\sigma}_P = \frac{\bar{R}_P}{d_2^*} \quad (3.7)$$

Em que é necessário determinar as médias das medições da característica da qualidade para cada unidade do produto e calcular a amplitude das médias das  $m$  unidades,  $\bar{R}_P$ , e onde  $d_2^*$  depende do número de unidades do produto nas quais se mede a característica da qualidade, conforme Anexo C. A variância total será então caracterizada pela equação:

$$\hat{\sigma}_{Total}^2 = \hat{\sigma}_P^2 + \hat{\sigma}_{R\&R}^2 \quad (3.8)$$

Conforme mencionado, a variabilidade do sistema de medição deverá ser comparada com a variabilidade total do processo ou especificações, por forma a garantir que esta não influencia significativamente a análise do processo. Num estudo R&R, a percentagem da variação devida à repetibilidade e à reprodutibilidade em relação à variação total é dada por:

$$\%R\&R = \frac{6\hat{\sigma}_{R\&R}}{6\hat{\sigma}_{Total}} = \frac{\hat{\sigma}_{R\&R}}{\hat{\sigma}_{Total}} \quad (3.9)$$

A percentagem da tolerância consumida pelo sistema de medição é dada por:

$$\left(\frac{P}{T}\right)_{R\&R} = \frac{6\hat{\sigma}_{R\&R}}{LSE - LIE} \quad (3.10)$$

Relativamente a critérios de aceitação, são considerados valores de  $\%R\&R$  ou  $(P/T)_{R\&R}$  inferiores a 0,10 como aceitáveis (Pereira & Requeijo, 2008).

Outra atividade de extrema importância da fase medição deverá ser a análise do nível atual de desempenho do processo. Para esta análise é necessária a utilização de histogramas, controlo estatístico de processo (SPC), e também é aferido o nível sigma do processo, que irá traduzir a capacidade do processo a nível de produção de defeitos, e de atingir os requisitos do cliente. O cálculo da capacidade do processo depende do tipo de dados sob análise. Se os dados são do tipo atributo, a capacidade é definida em termos de aprovação/reprovação ou conforme/não-conforme e são calculados em termos de defeitos por um milhão de oportunidades (DPMO). O cálculo do DPMO, indica quantos defeitos surgiriam, se houvesse um milhão de oportunidades envolvidas no cálculo de defeitos por oportunidade (DPO). O DPO expressa a proporção de defeitos sobre o número total de oportunidades num grupo:

$$DPO = \frac{N^{\circ} \text{ total de defeitos}}{N^{\circ} \text{ de unidades} \times N^{\circ} \text{ de oportunidades}} \quad (3.11)$$

O DPO poderá também ser dado através dos defeitos por unidade (DPU), ou seja, a relação entre o número de defeitos e a dimensão da amostra:

$$DPO = \frac{DPU}{N^{\circ} \text{ de oportunidades}} \quad (3.12)$$

Por fim, o cálculo do DPMO será dado por:

$$DPMO = DPO \times 10^6 \quad (3.13)$$

No Anexo D, encontra-se a tabela de conversão entre o DPMO e o nível sigma. No caso de dados do tipo contínuo, caracterizados por funções densidade de probabilidade, a capacidade é definida em termos de defeitos abaixo da curva da distribuição normal dos valores, e fora dos limites de especificação. Recorrendo à distribuição Normal reduzida, e através dos limites de especificação, valor da média e desvio padrão, é possível determinar a probabilidade de obter defeitos fora de determinados limites de especificação e aferir o nível sigma do processo:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (3.14)$$

$$Z_l = \frac{LIE - \mu}{\sigma} \quad (3.15)$$

$$Z_s = \frac{LSE - \mu}{\sigma} \quad (3.16)$$

$$P(\text{defeitos}) = P(Z < Z_l) + P(Z > Z_s) \quad (3.17)$$

Com o cálculo de  $P(\text{defeitos})$ , será necessário atribuir a respectiva correspondência de  $Z$  a partir da tabela da distribuição Normal reduzida (Anexo E). Normalmente este valor é o valor sigma de longo prazo. O valor sigma de curto prazo, será obtido adicionando 1,5 ao valor sigma de longo prazo (Muralidharan, 2015).

Para a conclusão da fase medição será conveniente efetuar a reunião de revisão de fase, onde se deverá analisar se existe um fluxograma detalhado do processo, se foi documentada a lista de principais variáveis de entrada (KPIV) e de saída do processo (KPOV), assim como a sua relação com a satisfação do cliente ou as CTQ do cliente, se a capacidade dos sistemas de medição está analisada e documentada, e se foi efetuada a análise de desempenho atual do processo (Montgomery, 2013). Na Tabela 3.4, podemos observar algumas das atividades genéricas para o desenvolvimento da fase definição, assim como das respectivas principais ferramentas de aplicação.

### 3.7 A Fase Análise (*Analyze*)

Na fase análise, o objetivo é a utilização dos dados aferidos na fase medição, por forma a iniciar a análise das relações de causa-e-efeito no processo e entender as diferentes fontes de variabilidade. Nesta fase, o foco é a determinação das causas potenciais de geração dos defeitos, problemas de qualidade, problemas de clientes, tempo de ciclo e problemas de capacidade de produção (Montgomery & Woodhall, 2008).

A fase análise é, em termos técnicos, a de maior relevância. O seu foco passa pela análise qualitativa das variáveis de entrada, através da identificação e priorização, seguida por uma análise quantitativa, onde é executada uma validação estatística, por forma a ser possível a postulação de uma teoria. Na análise qualitativa um fator determinante será a experiência e intuição da equipa, relativamente ao apuramento do que poderá afetar o desempenho do processo. Mediante a complexidade e objetivo do projeto, as ferramentas

utilizadas variam, sendo as mais utilizadas para identificação e priorização, o mapeamento de processo, o diagrama de causa-e-efeito, a análise modal de falhas e efeitos AMFE (FMEA), e os 5-porquês (*5-whys*) (Castro, 2013).

Tabela 3.4 - Atividades de desenvolvimento da fase Medição.

<b>Fase</b>	<b>Atividades</b>	<b>Ferramentas</b>
Medição ( <i>Measure</i> )	Decisão entre a recolha de novos dados ou utilização dos existentes.	Avaliação dos Sistema de Medição (MSA).
	Identificação da forma de estratificação para o problema.	Estratificação.
	Planeamento da recolha de dados.	Plano da recolha de dados; Folha de registo e verificação; Amostragem.
	Preparação e validação dos Sistemas de Medição.	Avaliação dos Sistema de Medição (MSA).
	Recolha de dados.	Plano de recolha de dados; Folha de registo e verificação; Amostragem.
	Análise do impacto do problema e identificação de prioridades.	Diagrama de Pareto.
	Análise das variações dos problemas prioritários identificados.	Cartas de Controlo; Histograma; Métricas Seis Sigma; Índices de capacidade; <i>Boxplot</i> ; Gráfico Sequencial.
	Definição do objetivo de cada problema prioritário	
	Análise do âmbito do projeto relativamente ao enquadramento da equipa de trabalho.	

Fonte: Adaptado de Werkema (2012).

A AMFE ou Análise Modal de Falhas e Efeitos (FMEA – *Failure Mode and Effects Analysis*), é uma ferramenta analítica e sistemática, de carácter preventivo e qualitativo, cujo foco é avaliar os potenciais riscos técnicos de falha de um produto ou processo, analisar as causas e efeitos dessas falhas, documentar ações preventivas e de deteção, e recomendar ações para redução de riscos. O objetivo da AMFE é identificar as funções de um produto ou etapas de um processo, e dos potenciais modos de falha, efeitos e causas associados. É também utilizada para avaliação da consistência dos controlos de prevenção e deteção planeados, e para recomendação de ações adicionais. A AMFE documenta e monitoriza as ações que são tomadas para redução do risco, assim como suporta a priorização e foco na prevenção de problemas de produtos e processos. Existem três cenários nos quais a AMFE deverá ser aplicada: novos desenhos, novas tecnologias ou novos processos; novas aplicações em *designs* ou processos existentes; alterações de

engenharia em *designs* ou processos existentes. Existem duas abordagens principais para a AMFE, a análise de acordo com as funções do produto, a D-AMFE (D-FMEA – *design* FMEA), geralmente mais associada ao DFSS, ou de acordo com as etapas do processo, P-AMFE (P-FMEA – *process* FMEA), mais ligada ao DMAIC. Uma AMFE de *design* (D-AMFE), é uma técnica analítica utilizada principalmente como um meio de garantir que os modos de falha potenciais e as suas causas ou mecanismos de falha associados, foram considerados antes de liberar a peça para produção. Em contraste com a D-AMFE, que analisa as possibilidades de falha que podem ser criadas durante a fase de projeto do produto, a AMFE de processo (P-AMFE), analisa as falhas potenciais dos processos de fabricação, montagem e logística, por forma a serem produzidos produtos que estejam em conformidade com as especificações do projeto. Os processos AMFE, de *design* ou processo, são realizados em sete etapas. Estas sete etapas fornecem uma abordagem sistemática, para permitir uma análise modal de falhas e efeitos e servem como um registo da análise de risco técnico. As sete etapas estão agrupadas em três fases, análise do sistema, análise de falhas e mitigação do risco e comunicação (AIAG & VDA, 2019). Na Figura 3.9 e na Tabela 3.5 apresentam-se as sete etapas de uma AMFE de processo.

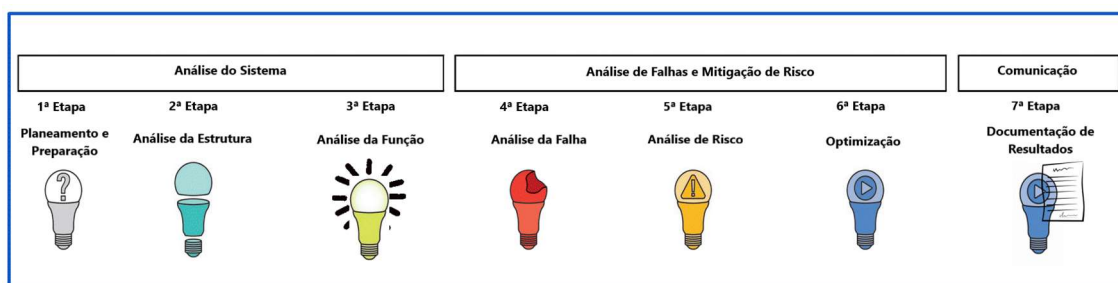


Figura 3.9 - As sete etapas de uma AMFE (FMEA).

Fonte: Adaptado de AIAG&VDA (2019).

Tabela 3.5 - Etapas da Execução da AMFE de Processo.

Execução da AMFE de Processo		
Etapa	Descrição	Objetivo
1	Planeamento e Preparação	Descrição dos produtos/processos a incluir ou excluir para revisão no projeto PFMEA.
2	Análise da Estrutura	Identificação e decomposição do sistema de fabricação em itens de processo, etapas do processo e elementos de trabalho do processo.
3	Análise da Função	Assegurar que as funções/requisitos pretendidos do produto/processo são adequadamente atribuídos.
4	Análise da Falha	Identificação de causas, modos e efeitos de falha e demonstração das suas relações para permitir a avaliação de riscos.
5	Análise de Risco	Estimar o risco, avaliando a severidade, ocorrência e deteção, por forma a priorizar a necessidade de ações.
6	Otimização	Determinação de ações para mitigação de riscos e avaliação da eficácia dessas ações.
7	Documentação dos Resultados	Resumir e comunicar os resultados da atividade de análise de modo de falha e efeitos.

A etapa cinco, análise de risco, é uma das etapas mais importantes na medida em que é avaliado o risco e priorizada a necessidade de ações. Para a avaliação do risco existem três critérios. A severidade (S) é uma classificação, associada ao efeito mais grave de um determinado modo de falha, para a etapa do processo em avaliação. É uma classificação relativa no âmbito da AMFE e é determinada independentemente da ocorrência ou detecção. A classificação da ocorrência (O) descreve a ocorrência da causa da falha no processo, tendo em conta os controlos de prevenção atuais associados. É uma classificação relativa no âmbito da AMFE e pode não refletir a ocorrência real. A classificação da ocorrência descreve o potencial de ocorrência da causa da falha, de acordo com a tabela de classificação, independentemente dos controlos de detecção. Experiências com processos semelhantes, podem ser tidas em consideração na classificação. A detecção é a classificação associada a uma previsão do comportamento do controlo de processo mais eficaz de todos os controlos de processo de detecção identificados. A detecção é uma classificação relativa, dentro do âmbito da AMFE e é determinada sem considerar a severidade e ocorrência. Concluída a identificação inicial dos modos e efeitos de falha, causas e controlos, incluindo as classificações de severidade, ocorrência e detecção, é necessário avaliar se são necessários esforços adicionais para reduzir o risco. Devido às limitações inerentes de recursos, tempo, tecnologia e outros fatores, é necessário priorizar esses esforços. Não sendo o método dos NPR, Números Prioritários de Risco (RPN – Risk Priority Numbers) capaz de dar resposta à necessidade de priorização, foi desenvolvido o método da Prioridade de Ação (AP – *Action Priority*), que contempla todas as combinações possíveis de S, O e D, mas sendo desenvolvido para dar mais ênfase à severidade em primeiro lugar, seguida pela ocorrência, e por fim à detecção. Esta lógica segue a intenção de prevenção de falhas da AMFE, e a tabela PA (Anexo F), oferece uma sugestão de alta-média-baixa prioridades para despoletar ações (AIAG & VDA, 2019). Na Figura 3.10 podemos observar um exemplo de P-AMFE e respetiva análise de risco.

O foco da análise quantitativa é a avaliação da significância estatística das potenciais causas, através de um teste de hipóteses. O objetivo é a confirmação da importância das variáveis priorizadas, por forma a haver uma aproximação à causa-raiz do problema (Castro, 2013).

1. Efeitos de Falha para o próximo elemento de nível superior e/ou utilizador final	Severidade (S)	2. Modo de Falha do elemento foco	3. Causa de Falha do elemento de trabalho	Controlo de Prevenção Atual da Causa de Falha	Ocorrência (O)	Controlo de Detecção Atual da Causa de Falha ou Modo de Falha	Detecção (D)	P-AMFEPA
Fábrica: Espaçamento insuficiente p/ montagem do veio sem potencial dano. Cliente: Montagem do motor na porta do veículo requer força adicional de inserção com potencial dano. Utilizador final: Tempo de fecho confortável demasiado longo.	8	Posição axial do rolamento não é atingida.	Paragem da máquina antes de atingir a posição final.	Ajuste de força de acordo com parâmetros de processo.	5	Verificação a 100% da curva de desempenho do motor de acordo com especificação técnica.	2	M

Figura 3.10 - Exemplo de P-AMFE e respetiva análise de risco (etapa 5).

Fonte: Adaptado de AIAG&VDA (2019).

O teste de hipóteses é um método estatístico que permite verificar, a partir de uma amostragem, se uma determinada hipótese formulada sobre uma população, ou várias populações, deve ou não ser rejeitada. Os testes podem considerar hipóteses referentes ao valor de um parâmetro populacional ou à comparação entre parâmetros de duas populações. A hipótese que se pretende validar é a hipótese nula ( $H_0$ ), que contém sempre uma igualdade na sua formulação. Assume-se que a hipótese nula é verdadeira ao longo do teste, até que haja uma evidência estatística que permita rejeitá-la. Esta rejeição ou validação é baseada numa estatística de teste adequada. A hipótese alternativa ( $H_1$ ), constitui uma alternativa à hipótese nula. A rejeição da hipótese nula reforça a validade da hipótese alternativa. A hipótese alternativa, contém sempre uma desigualdade na sua formulação,  $\neq$  indicando que se trata de um teste bilateral, enquanto  $<$  ou  $>$  indica um teste unilateral. Na Figura 3.11, podemos verificar a representação gráfica de dois testes, um unilateral à direita e um bilateral, com as suas regiões de rejeição ou não-rejeição, definidas conforme regra de decisão de nível de significância  $\alpha$ .

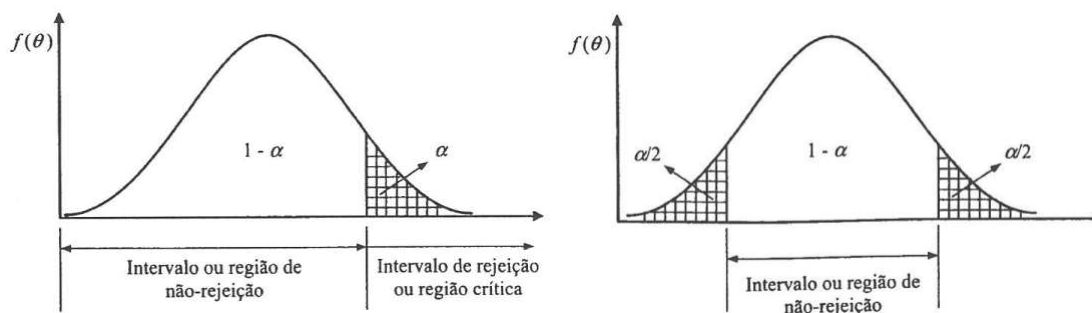


Figura 3.11 - Representação de teste unilateral à direita (esquerda) e de teste bilateral simétrico (direita).

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

No desenvolvimento de um teste estatístico podem-se cometer dois tipos de erros. O Erro de Tipo I, ou Risco do Produtor, que consiste em rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira, e que se traduz na probabilidade de um lote de peças boas ser rejeitado, e o Erro de Tipo II, ou Risco do Consumidor, que consiste em não rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa, e que se traduz na probabilidade do consumidor adquirir um lote mau. As probabilidades de ocorrência destes tipos de erros são dadas por:

$$\alpha = P\{\text{Erro Tipo I}\} = P\{\text{Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}\} \quad (3.18)$$

$$\beta = P\{\text{Erro Tipo II}\} = P\{\text{Não Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}\} \quad (3.19)$$

Não é possível diminuir  $\alpha$  e  $\beta$  em simultâneo, na medida que se reduzirmos  $\alpha$ ,  $\beta$  irá aumentar. A probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa, ou Potência do teste, é dada por  $(1 - \beta)$ . Com uma maior dimensão da amostra de teste, menor será  $\beta$  e maior será a potência do teste. Os testes de hipóteses relacionados com os parâmetros da população e ajustamento de distribuições, são os mais comuns em aplicações na área da Qualidade. Os testes relacionados com os parâmetros de população podem ser testes de média igual a um valor especificado, comparação de duas médias, variância igual a um valor especificado, comparação de duas variâncias, ou média das diferenças entre duas populações. A título de exemplo apresenta-se o desenvolvimento do teste de média igual a um valor especificado. Consideremos uma variável aleatória  $X$ , com média  $\mu$  e variância conhecida  $\sigma^2$ . O objetivo é validar se a hipótese da média é igual a um valor especificado  $\mu_0$ . Deste modo, o teste será definido através de:

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad (3.20)$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0 \quad (3.21)$$

Para uma amostra de dimensão  $n$ , a estatística de teste será dada por:

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (3.22)$$

Se  $|Z_0| > Z_{\alpha/2}$ , a hipótese nula é rejeitada. Se se tratar de um teste unilateral, ou seja, validar que  $\mu$  é superior a um valor  $\mu_0$ , então teremos:

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad (3.23)$$

$$H_1: \mu > \mu_0 \quad (3.24)$$

Onde a hipótese nula, será rejeitada se  $Z_0 > Z_\alpha$ . Se o desvio padrão da população for desconhecido e  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , a estatística de teste será dada por:

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \quad (3.25)$$

No caso de teste bilateral, a hipótese nula será rejeitada se  $|t_0| > t_{\alpha/2; n-1}$ . No caso de teste unilateral será rejeitada se  $t_0 > t_{\alpha; n-1}$  ou  $t_0 < -t_{\alpha; n-1}$ . Relativamente aos testes de ajustamento de distribuições mais comuns, estes são o teste do Qui-Quadrado e o teste de Kolmogorov-Smirnov (Pereira & Requeijo, 2008).

O Planeamento ou Desenho de Experiências (DOE – *Design of Experiments*) é outro método extremamente poderoso de carácter qualitativo com aplicação na fase análise, que potencia o aumento da eficácia e da eficiência dos processos. O DOE irá determinar as variáveis de entrada que mais influenciam o desempenho do produto, processo ou serviço, parametrizando-as por forma a ser obtido o melhor resultado possível (Castro, 2013). Devido à sua relevância no âmbito deste documento, terá o seu desenvolvimento em capítulo próprio.

Para a conclusão da fase análise, deverá ser efetuada a reunião de revisão de fase, onde o foco deverá ser se as oportunidades que vão ser investigadas na fase melhoria estão identificadas, se as informações e análises efetuadas, suportam a investigação das oportunidades identificadas, em que a respetiva melhoria ou eliminação, terão o resultado desejado nos KPOV e nas CTQ do cliente, que eram o objetivo inicial do projeto, se existem outras oportunidades que não serão analisadas e porquê, se o projeto ainda está a cumprir o planeamento e objetivos iniciais, e se são necessários recursos adicionais (Montgomery, 2013).

Na Tabela 3.6, podemos observar algumas das atividades genéricas para o desenvolvimento da fase análise, assim como das respetivas principais ferramentas de aplicação.

Tabela 3.6 - Atividades de desenvolvimento da fase Análise.

Fase	Atividades	Ferramentas
Análise (Analyse)	Análise do processo responsável pelo problema.	Fluxograma; Mapeamento de Processo; FMEA; FTA.
	Análise de dados do problema prioritário.	Avaliação dos Sistema de Medição; Histograma; <i>Boxplot</i> ; Diagrama de Dispersão.
	Identificação e organização das causas potenciais do problema prioritário.	<i>Brainstorming</i> ; Diagrama de Causa-e-Efeito; Diagrama de Afinidades; Diagrama de Relações.
	Hierarquização das causas potenciais do problema prioritário.	Diagrama Matricial; Matriz de Prioridades.
	Quantificação da importância das causas potenciais prioritárias.	Avaliação dos Sistema de Medição; Cartas de Controlo; Diagrama de Dispersão; Testes de Hipóteses; Análise de Variância; Desenho de Experiências.

Fonte: Adaptado de Werkema (2012).

### 3.8 A Fase Melhoria (*Improve*)

Nas fases medição e análise, são determinadas as KPIV e KPOV a analisar, quais os dados a recolher, o modo de exibição e análise desses dados, a identificação de potenciais fontes de variabilidade e o modo de interpretação dos dados. Na fase melhoria, o foco está no pensamento criativo sobre as mudanças específicas que podem ser feitas no processo, assim como nos fatores potenciais de terem o impacto desejado no desempenho do processo. Os objetivos da fase melhoria são o desenvolvimento de uma solução para o problema e efetuar um teste-piloto à solução (Montgomery, 2013).

A fase melhoria pode ser estruturada em cinco processos. O primeiro processo está associado ao desenvolvimento de soluções inovadoras, cujo objetivo é eliminar o problema, e onde serão utilizadas ferramentas qualitativas como o diagrama de causa-e-efeito, diagrama de afinidades, diagrama de relações, diagrama matricial, ou matriz de prioridades, podendo, no entanto, ser necessário, em projetos de maior complexidade, refinar os desenhos de experiências desenvolvidos previamente na fase análise. O objetivo é a redução do número de variáveis e a obtenção da configuração ótima de operação do processo, produto ou serviço. O próximo processo está relacionado com a análise de risco, quer a nível de qualidade como a nível dos *stakeholders*, e com a

avaliação dos fatores a utilizar no teste-piloto. É expectável serem efetuadas duas entregas, nomeadamente as soluções a serem avaliadas no teste-piloto e o plano de risco, que funciona como complemento às soluções. A relevância desta documentação, traduz-se na análise dos efeitos colaterais das soluções propostas, como pela subsequente aprendizagem decorrente do teste-piloto. Existem três ferramentas especialmente adequadas para os requisitos apresentados, os critérios de seleção das soluções, a matriz de Pugh (*Pugh matrix*), e a análise aos *stakeholders*. Os critérios de seleção das soluções que irão constituir o teste-piloto deverão ser definidas pelas partes interessadas. O peso atribuído a cada critério irá variar de acordo com a situação atual da organização, e pode ser definido através de ferramentas tais como a multivotação (*multivoting*), o processo hierárquico analítico (AHP – *Analytic Hierarchy Process*), ou a matriz de prioridade. O objetivo da matriz de Pugh, é a comparação das diferentes soluções, a partir dos critérios e dos seus pesos, de uma forma relativa. As soluções deverão ser avaliadas de acordo com os critérios definidos, por forma a serem pontuadas para que as melhor classificadas sejam selecionadas para o teste-piloto. A avaliação deverá ser efetuada com ordens de grandezas que não permitam que a falta de informação seja um obstáculo à quantificação do critério. A comparação diz-se relativa, na medida que cada solução é comparada com um *standard*. O *standard* poderá ser uma solução já existente, como uma solução cujo objetivo é a implementação. As entradas da matriz são preenchidas segundo uma codificação, ordenada do negativo para o positivo, de acordo com o seguinte: “--, -, S, +, ++ “. S significa igual (*same*). Na Figura 3.12, podemos observar uma matriz de Pugh com quatro critérios e duas soluções alternativas. Podemos observar, por exemplo, que a solução B é menos atrativa que a solução *standard*, sob o critério de custo de manutenção e exploração da solução.

<b>Critério</b>	<b>Peso</b>	<b>Standard</b>	<b>Solução A</b>	<b>Solução B</b>
Ergonomia	55,10%	S	-	S
Eficácia da Solução	27,90%	S	+	+
Custo Manutenção/Exploração Solução	15,90%	S	+	-
Tempo de Implementação	1,10%	S	+	--
<b>Soma</b>		(-)	-0,55	-0,18
<b>Soma</b>		(+)	0,45	0,28
<b>Diferença</b>			-0,10	0,10

Figura 3.12 - Matriz de Pugh com quatro critérios e duas soluções alternativas.

Fonte: Adaptado de Castro (2013).

Por fim, contabilizando o valor numérico dos aspectos negativos e positivos, é aferido o resultado de cada solução. Um resultado positivo representa uma melhor solução que a solução *standard*. A matriz de Pugh potencia deste modo, a utilização do melhor de cada solução (Castro, 2013). A título explicativo, o cálculo do aspecto negativo da solução B é dado por:  $Soma (-) = 0,159 \times (-1) + 0,011 \times (-2) = -0,18$ .

Um *stakeholder* é um indivíduo, área ou departamento afetado pelas soluções prioritárias de um projeto, ou que tem participação na implementação dessas soluções. O objetivo da análise aos *stakeholders* é a representação das suas relações, a definição de uma escala indicativa dos possíveis níveis de envolvimento, o nível atual de envolvimento, o nível necessário de envolvimento para a implementação bem-sucedida das soluções prioritárias, e a mudança necessária ao nível de envolvimento, por forma a que as soluções prioritárias tenham uma implementação com sucesso (Werkema, 2012). Na Figura 3.13, podemos observar um exemplo de análise aos *stakeholders* de uma estrutura operacional de fábrica.

Nível de envolvimento	Stakeholder		
	Diretor de Eng. Industrial	Gestor da Área de Logística	Supervisor de Linha
Apoio forte			X
Apoio moderado	X		↑
Apoio fraco	↑	X	↑
Neutro		↑	↑
Oposição fraca			0
Oposição moderada	↓	0	
Oposição forte	0		

Legenda:                    0 - nível atual de envolvimento                    X - nível de envolvimento necessário

Figura 3.13 - Exemplo de análise aos *stakeholders* de estrutura operacional de fábrica.

Fonte: Adaptado de Werkema (2012).

O terceiro processo, tem como objetivo obter o suporte das partes interessadas às soluções apresentadas, que contribuem para atingir os objetivos do projeto. Este está, no entanto, dependente da complexidade das soluções. No caso de ser necessário investimento significativo, deverá ser elaborada uma apresentação das descobertas efetuadas desde o início do projeto, dando especial ênfase à validação das causas-raiz e às soluções possíveis. As ações a serem tomadas ficarão à consideração da gestão de topo, que deverá ter na sua posse a análise de custo/benefício previsto. O processo seguinte é a avaliação do novo processo. Por forma a recalcular o novo nível sigma do processo, assim como a reavaliar o impacto financeiro, será necessário o desenvolvimento de um plano de implementação da solução, assim como a execução do teste-piloto. O plano de

implementação deverá conter informações do género em que consiste o teste-piloto, quem irá participar na sua execução, onde será realizado, qual a duração, qual a dimensão da amostragem e quais os seus pressupostos. Só após a definição do plano de implementação se deverá partir para a execução do teste-piloto. O critério para o êxito do teste-piloto tem de ser claramente definido. O teste-piloto é um teste preliminar às novas condições do processo e fundamental para aferir o novo nível sigma do processo. Permite a redução do risco de falha, identificação de novos modos de falha, estimar o rácio benefício/custo, visualização das implicações da solução, e a validação do novo processo (Castro, 2013). O quinto e último processo deverá ser a reunião de revisão de fase, cujo foco deverá ser a verificação da documentação sobre o desenvolvimento da solução e das soluções alternativas, a análise dos resultados do teste-piloto, o planeamento de implementação do teste-piloto em larga escala, e a análise de quaisquer riscos da implementação da solução, assim como de planos da gestão do risco adequados (Montgomery & Woodhall, 2008). Na Tabela 3.7, podemos observar algumas das atividades genéricas para o desenvolvimento da fase melhoria, assim como das respetivas principais ferramentas de aplicação.

Tabela 3.7 - Atividades de desenvolvimento da fase Melhoria.

<b>Fase</b>	<b>Atividades</b>	<b>Ferramentas</b>
Melhoria ( <i>Improve</i> )	Desenvolvimento de soluções potenciais para eliminar as causas-raiz do problema prioritário.	<i>Brainstorming</i> ; Diagrama de Causa-e-Efeito; Diagrama de Afinidades; Diagrama de Relações.
	Hierarquização das soluções potenciais.	Diagrama Matricial; Matriz de Prioridades.
	Avaliação e mitigação dos riscos das soluções prioritárias.	AMFE; Análise aos <i>stakeholders</i> ; Matriz de Pugh.
	Teste em pequena escala das soluções selecionadas	Testes de Operação; Testes de Mercado; Simulação.
	Identificação e implementação de melhorias ou ajustes nas soluções selecionadas.	Testes de Hipóteses.
	Planeamento e implementação em larga escala das soluções selecionadas.	5W2H; Diagrama em Árvore; Diagrama de <i>Gantt</i> ; Método PERT; Método CPM; Gráfico de Decisão do Processo (PDPC).

Fonte: Adaptado de Werkema (2012).

### 3.9 A Fase Controle (*Control*)

Os objetivos da fase controle são a conclusão do projeto e a entrega do processo otimizado ao dono do processo, juntamente com um plano de controle do processo e os procedimentos necessários para garantir que os ganhos do projeto sejam institucionalizados, sendo importante, se possível, que as melhorias sejam implementadas nos processos semelhantes da organização. Deverão ser entregues ao dono do processo os dados iniciais e posteriores das principais métricas do processo, documentação de formação e operação, assim como o fluxograma do processo atualizado. O plano de controle do processo deverá ser um sistema para monitorizar a solução implementada, incluindo métodos e métricas para auditorias periódicas. As cartas de controle são também uma importante ferramenta estatística utilizada nesta fase, na medida que muitos planos de controle do processo envolvem cartas de controle em métricas críticas de processo. A transição para o dono do processo deverá incluir uma validação alguns meses após a conclusão do projeto, sendo importante assegurar que os resultados originais ainda se mantêm e que continuam estáveis, por forma a garantir o impacto financeiro positivo (Montgomery, 2013).

Esta fase pretende garantir que as variáveis de entrada mais críticas estejam asseguradas quanto a perturbações. É caracterizada por três processos, nomeadamente a avaliação do sistema de medição para os fatores críticos, a standardização das soluções e o fecho do projeto. Nesta fase, a avaliação do sistema de medição para os fatores críticos, será idêntica à validação efetuada para as principais variáveis de saída do processo, abordada na fase medição, sendo neste caso necessária a validação do sistema de medição para as variáveis de entrada ou fatores críticos, sendo um dos objetivos dos projetos de Seis Sigma, garantir o desempenho dos processos, através do controle e da gestão das variáveis de entrada, por forma a garantir a fiabilidade da sua monitorização, privilegiando a eficácia do projeto. O processo de standardização permite estabelecer como os fatores críticos serão monitorizados, relativamente à estabilidade e capacidade. A standardização das soluções é de extrema importância na medida que irá definir o processo a seguir, e assegurar de que é seguido. Este processo contempla a entrega da atualização da documentação de suporte do processo, nomeadamente alterações e/ou normalizações de procedimentos, critérios de auditoria, preços e contratos, desenhos de engenharia, formação, gestão da produção, etc. Deste modo, são utilizadas várias

ferramentas de controlo e monitorização do processo, utilizadas para efetuar a transição do projeto para o dono do processo (Castro, 2013).

A Matriz de Atribuição de Responsabilidade (RAM), também conhecida como matriz RACI (*Responsible-Accountable-Consulted-Informed*) ou Gráfico de Responsabilidade Linear (LRC), permite às organizações gerirem a atribuição de responsabilidades aos seus membros, com relação às atividades que devem ser realizadas. Fornecem uma forma de planejar, organizar e coordenar o trabalho, e consistem em atribuir diferentes graus de responsabilidade sobre cada atividade desenvolvida, tal como quem está encarregue de realizar a atividade e quem deve ser informado uma vez que a ação é concluída. A Figura 3.14 ilustra um exemplo de matriz RACI (Cabanillas, Resinas, & Ruiz-Cortés, 2012).

Tarefas	Data Plan.	% Progr.	Data Concl.	Dir. Oper.	Dir. Qual.	Resp. Prod.	Resp. Manut.	Resp. Qual.	Téc. Manut.
Monitorização dos filtros de 200 microns c/ instrução IT.32.01.	CW12	100%	CW12	A	I	I	C		R
Criação de standard para alinhamento dos bicos do estágio 2.	CW10	50%		A		I	C		R
Introdução da CTQ1 e CTQ2 no plano de controlo 12.02.	CW11	50%		I	A	I		R	
Monitorização da CTQ1 e CTQ2.	CW13	50%			A	I	C	R	
Análise de pareto das paragens de linha mensais.	CW9	100%	CW10	A		I	R		C

**Legenda:** R - Executante (*Responsible*)                      C - Consultado/a (*Consulted*)  
A - Responsável (*Accountable*)                      I - Informado/a (*Informed*)

Figura 3.14 - Exemplo de matriz RACI.

Fonte: Adaptado de Castro (2013).

As auditorias de processo e produto são atividades cujo objetivo é evidenciar que os requisitos da qualidade são cumpridos e que as ações implementadas na fase melhoria estão totalmente integradas. Devem ser conduzidas de uma forma estruturada na medida que deverão seguir as fases de planeamento, execução, relatório, avaliação e seguimento. As auditorias são um *standard* da organização, mas também um exercício de comparação entre as atividades desenvolvidas no processo e um certo *standard* de desempenho, remetendo para o ciclo de Deming onde os *standards* são uma das bases da evolução dos processos (Castro, 2013).

Um plano de controlo é um documento vivo, que identifica variáveis críticas de entrada ou saída e atividades associadas, que devem ser executadas para manter o controlo sobre a variação dos processos, produtos e serviços, de maneira a minimizar o desvio relativamente aos seus valores especificados. Os planos de controlo são formulados durante a fase controlo do DMAIC, e o seu objetivo é garantir que os ganhos de melhoria do processo não sejam perdidos com o tempo. O plano de controlo é utilizado com o pressuposto de que as operações são executadas na medida que existe uma

responsabilidade atribuída. Sendo o plano de controlo definido como documento vivo, significa que foi projetado para ser mantido. Deste modo, o plano de controlo deve ser atualizado quando existem mudanças de processo, mudanças de especificação, mudanças na tecnologia de medição, mudanças organizacionais, rotação de pessoal, ou durante revisões periódicas. Os planos de controlo incorporam os ganhos obtidos com as atividades de melhoria de processo. Um plano de controlo inadequado é um modo de falha chave em projetos DMAIC. (Kubiak & Benbow, 2009). Na Figura 3.15 podemos observar o exemplo de um plano de controlo.

Plano de Controlo para o Processo XPTO					
Atividade/ Passo	Input	Caract. da especific. a ser controlada	Método de controlo	Descrição do Controlo	Responsabilidade
1	Condutor de cobre	Diâmetro da secção transversal	Medição de acordo com SOP 481-4.7	Carta de controlo $\bar{X}$ , R OCAP: Não completar operação, notificar o engenheiro de produção imediatamente.	Operador
2	Resistência	Resistência óhmica	Medição de acordo com SOP 596-2.4	Carta de controlo $\bar{X}$ , R OCAP: Retirar lote da produção. Notificar fornecedor. Retirar novo lote de armazém.	Engenheiro de produção

Figura 3.15 - Exemplo de plano de controlo.

Fonte: Adaptado de Kubiak & Benbow (2009).

Um procedimento é um conjunto de atividades sequenciais, necessárias para a execução de uma determinada atividade ou evento. Os procedimentos entre outras informações, indicam quem executa que tarefa. Como suporte aos procedimentos, são desenvolvidas instruções de trabalho, que detalham algumas das atividades descritas nos procedimentos. As instruções de trabalho contêm as melhores práticas, suportadas por fotografias, textos descritivos, normas e *standards*, sendo o culminar da experiência e dos testes realizados. Sempre que ocorre uma alteração num processo, é necessária a atualização da respetiva documentação, nomeadamente os procedimentos e instruções de trabalho afetadas. Também a Análise Modal de Falhas e Efeitos do Processo (P-AMFE), e o Controlo Estatístico de Processo (SPC), ferramentas já com desenvolvimento neste documento, deverão ser atualizadas de acordo com as alterações efetuadas. As reuniões de revisão são outra ferramenta extremamente útil, na medida em que são utilizadas para revisões periódicas de desempenho dos processos, tendo por base a documentação desenvolvida. Através dessa análise são priorizadas as atividades de melhoria. Com o processo de encerramento do projeto, será necessário são efetuadas as últimas entregas,

nomeadamente, a elaboração de um plano de comunicação final, a avaliação da equipa do projeto, a reunião de revisão da fase e por fim a celebração dos ganhos e a desagregação da equipa do projeto. O plano de comunicação é de extrema importância para gerar uma mudança organizacional. A mensagem do projeto deve chegar principalmente aos líderes de opinião, na medida em que são influenciadores da opinião da organização. A mensagem deverá promover a partilha do conhecimento, deverá apresentar uma clara análise de custo/benefício, e deverá promover as boas práticas que geradoras de grandes retornos a um baixo investimento. Esta comunicação poderá assumir vários formatos tais como reuniões, e-mails, cartazes, workshops, ou vídeos, e a divulgação da informação deverá ser poderosa, simples, cuidada e eficaz. A avaliação da equipa, poderá assumir duas funções, aumentando as capacidades de trabalho dos colaboradores, incrementando o rendimento dos projetos, e possibilitando um acompanhamento formal dos recursos humanos da organização, no âmbito de uma avaliação do colaborador mais ampla (Castro, 2013).

Na reunião de revisão de fase, deverão ser analisados os dados que ilustrem que os resultados antes e depois estão de acordo com o termo de abertura do projeto, deverá ser verificado se o plano de controlo do processo está concluído, e se existem procedimentos para monitorizar o processo, deverá verificar-se que toda a documentação do processo está preparada para ser entregue do dono do processo, deverá estar disponível um resumo das lições aprendidas com o projeto, deverá ser elaborada uma lista das oportunidades que não foram exploradas no projeto, para possibilitar o desenvolvimento de projetos futuros, e deverá ser elaborada uma lista de oportunidades de utilização dos resultados do projeto noutras áreas da organização (Montgomery & Woodhall, 2008).

Por fim, deverão ser celebrados os ganhos, por forma a promover o reconhecimento, esforço e mérito, celebrando os aspetos mais positivos do projeto, mesmo que o objetivo primário do projeto não tenha sido atingido. As lições aprendidas (*lessons learned*), são uma ferramenta de extrema importância, com especial utilidade no início dos projetos, fornecendo valiosas informações para que erros sejam evitados e as melhores práticas sejam aplicadas. Deverão ser documentadas ao longo dos projetos e posteriormente arquivadas, por forma a serem consultadas no início dos projetos futuros (Castro, 2013). Na Tabela 3.8, podemos observar algumas das atividades genéricas para o desenvolvimento da fase controlo, assim como das respetivas principais ferramentas de aplicação.

Tabela 3.8 - Atividades de desenvolvimento da fase Controlo.

Fase	Atividades	Ferramentas
Controlo (Control)	Avaliação do objetivo da implementação em larga escala.	Avaliação dos Sistemas de Medição; Diagrama de Pareto; Cartas de Controlo; Histograma; Índices de capacidade; Métricas Seis Sigma.
	Padronização das alterações realizadas no processo.	Procedimentos padrão.
	Divulgação dos novos padrões.	Comunicações; Manuais; Reuniões; OJT ( <i>On the Job Training</i> ).
	Definição e implementação de um plano de monitorização do desempenho do processo e do cumprimento do objetivo.	Avaliação dos Sistemas de Medição; Plano de recolha de dados; Folhas de Registo e Verificação; Cartas de Controlo; Histograma; Índices de capacidade; Métricas Seis Sigma.
	Definição e implementação de um plano de tomada de ações corretivas na eventualidade de problemas do processo.	Relatório de anomalias; OCAP ( <i>Out of Control Action Plan</i> ).
	Resumo das lições aprendidas ( <i>lessons learned</i> ) e recomendações para atividades futuras.	

Fonte: Adaptado de Werkema (2012).

## **4 O Planeamento de Experiências como Ferramenta Estratégica na Melhoria de Processos Industriais**

### **4.1 A Experimentação Industrial**

Atualmente, por forma a aumentar a compreensão ou melhorar os vários processos de fabrico, são realizadas experiências nas organizações de manufatura, que se traduzem numa série de ensaios ou testes que produzem resultados quantificáveis. Para a melhoria contínua na qualidade do produto e processo, é fundamental entender o comportamento dos processos, a sua variabilidade e impacto nos processos adjacentes. No domínio da Engenharia, as experiências são realizadas para explorar, estimar ou confirmar. A exploração refere-se à compreensão dos dados do processo, a estimativa refere-se à determinação dos efeitos das variáveis ou fatores do processo, sobre a característica de desempenho de saída, e a confirmação implica a verificação dos resultados previstos, obtidos com a experiência. Nos processos de fabrico, é de extrema importância explorar as relações entre as variáveis-chave (ou fatores) de entrada do processo e as características de desempenho de saída (ou características de qualidade) através de experiências (Antony, 2014).

Em experimentação industrial, uma experiência é um teste, no qual se efetuam modificações de certas variáveis ou parâmetros do processo, os fatores, por forma a observar as alterações que ocorrem numa ou mais características da unidade experimental, a entidade na qual são feitas as medições de uma ou mais características, e identificar as respetivas causas. Os fatores podem ser controláveis ou não. Um fator controlável, é uma variável cujos valores são modificados com o objetivo de se aferir o efeito numa ou em mais respostas. Designam-se por níveis ou tratamentos, os valores que os fatores podem assumir, podendo ser qualitativos ou quantitativos. A alteração média observada na resposta, quando o fator muda de nível, é designada por efeito de um fator. A resposta, é o resultado de uma experiência, ou seja, a característica a otimizar, podendo ser medidas na mesma experiência várias respostas da unidade experimental. A resposta pode ser considerada como uma variável dependente, cujo valor é influenciado por fatores ou parâmetros do processo, que funcionam como variáveis independentes (Pereira & Requeijo, 2008).

Conforme indicado, as experiências são utilizadas para estudar o desempenho de processos e sistemas. Normalmente, podemos visualizar o processo como uma combinação de operações, máquinas, métodos, pessoas e outros recursos, que

transformam uma entrada (geralmente um material) numa saída que tem uma ou mais variáveis de resposta observáveis. Algumas das variáveis do processo e propriedades do material  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , são controláveis, enquanto outras variáveis, como fatores ambientais ou algumas propriedades do material  $z_1, z_2, \dots, z_p$ , são não controláveis (embora possam ser controláveis para efeitos de um teste). Os objetivos da experiência podem incluir a determinação de que variáveis têm maior influência na resposta  $y$ , quais os valores de  $x$  para que  $y$  esteja sempre próxima do valor nominal desejado, quais os valores de  $x$  para que a variabilidade em  $y$  seja a menor possível, quais os valores de  $x$  para que o efeito dos fatores não controláveis  $z_1, z_2, \dots, z_p$  seja minimizado (Montgomery, 2017). Um processo ou sistema pode ser representado pelo modelo da Figura 4.1.

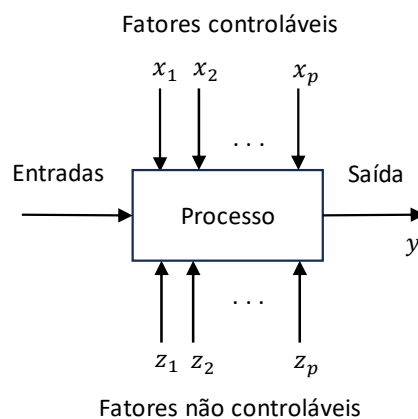


Figura 4.1 - Modelo geral de um processo ou sistema.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2017).

Existem vários métodos de execução de experiências. O método OFAT (*One-Factor-At-a-Time*), ou método de Um-Factor-de-Cada-Vez, consiste em selecionar um ponto de partida, ou um conjunto base de níveis para cada fator, para depois variar sucessivamente cada fator, mantendo os outros fatores constantes. A análise é efetuada graficamente, demonstrando como a variável de resposta é afetada pela variação de cada fator, mantendo todos os outros constantes. A principal desvantagem da estratégia OFAT, é não considerar qualquer possível interação entre os fatores, um facto muito comum nas experiências, que, caso ocorra, irá produzir resultados insuficientes. Existe interação entre fatores quando o efeito de um fator na resposta, depende do nível a que o outro fator se encontra. As experiências OFAT serão sempre menos eficientes que outros métodos baseados em abordagens estatísticas, podendo gerar falsas condições ótimas para o

processo (Antony, 2014). Na Figura 4.2, podemos observar um exemplo de análise gráfica do método OFAT, onde se varia os níveis dos fatores *A*, *B* e *C*, individualmente, e se observou a alteração na resposta.

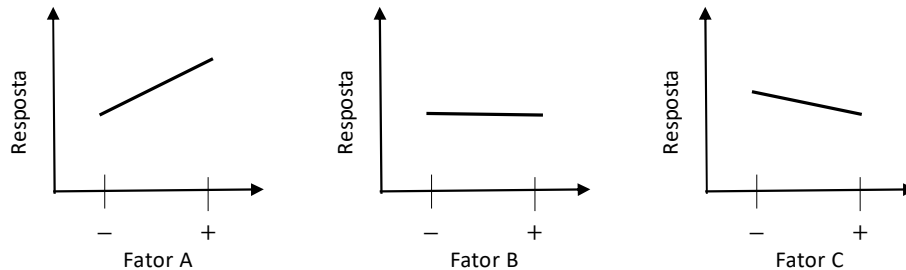


Figura 4.2 - Exemplo de análise gráfica do método OFAT.

A abordagem correta para lidar com vários fatores é através de experiências fatoriais. Esta é uma estratégia experimental na qual os fatores são variados simultaneamente, em vez de uma de cada vez, permitindo investigar os efeitos individuais de cada fator e determinar se os fatores interagem. Na Figura 4.3 a), podemos encontrar uma experiência fatorial de dois fatores a dois níveis cada, por forma a estudar os efeitos conjuntos dos dois fatores numa resposta. Geometricamente, as quatro experiências irão formar os cantos de um quadrado. Este tipo de experiência fatorial é designado como desenho fatorial  $2^2$  (dois fatores, cada um com dois níveis). No caso de quisermos analisar os efeitos de três fatores a dois níveis, podemos verificar que existem oito combinações de teste, e que essas oito tentativas podem ser representadas geometricamente como os cantos de um cubo, conforme Figura 4.3 b) e c), sendo designado como um desenho fatorial  $2^3$ .

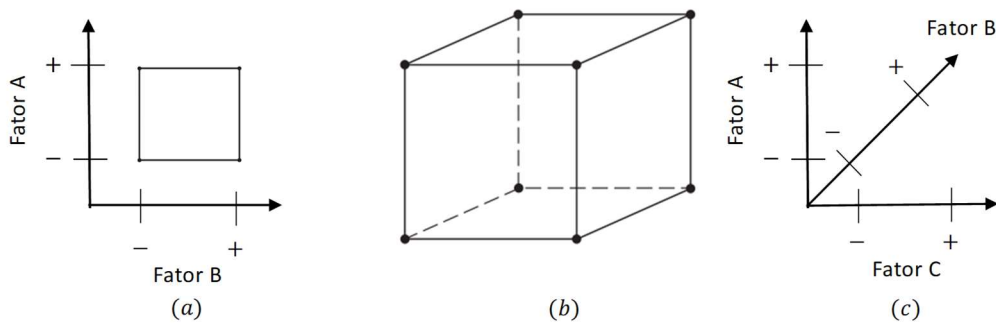


Figura 4.3 - a) Desenho fatorial a dois fatores e dois níveis. b) Desenho fatorial a três fatores e dois níveis. c) Desenho fatorial a três fatores e dois níveis.

De um modo geral, se houver  $k$  fatores, cada um com dois níveis, o desenho fatorial será composto por  $2^k$  experiências. No caso de necessidade de análise da interação de quatro, cinco ou mais fatores, geralmente não é necessário executar todas as combinações possíveis de níveis dos fatores, podendo ser utilizado um desenho fatorial fracionado, uma variação do desenho fatorial, no qual apenas é utilizado um subconjunto das experiências (Montgomery, 2017).

## 4.2 Fundamentos do Planejamento de Experiências

O Planejamento de Experiências, também conhecido como Desenho de Experiências, denotado por DOE – *Design of Experiments*, é um método extremamente eficaz de redução sistemática da variabilidade e consequente aumento de desempenho de produtos e processos, permitindo aferir quais os fatores controláveis que têm impacto nas características da qualidade, assim como quais os melhores níveis desses fatores, de maneira a incrementar a imunidade do processo ou produto, aos fatores de ruído. Foi Sir Ronald A. Fisher, na década de 1920-30, na Inglaterra, na *Agricultural Experimental Station* de Rothamsted, quem desenvolveu estes métodos estatísticos, dando origem a uma teoria científica de experimentação, com aplicabilidade na área agrícola. Até à década de 50, observou-se um desenvolvimento na teoria do DOE, de onde surgiu uma sinergia com a Álgebra, com a utilização de matrizes ortogonais no planejamento das experiências, assim como o fracionamento dessas matrizes. Isto permitiu o desenvolvimento do desenho de fatoriais fracionados, reduzindo substancialmente o número de experiências a executar sem grande perda de informação. Apesar desta evolução, até ao final da década de 1970, as aplicações industriais no ocidente foram raras, maioritariamente devido à falta de formação em DOE dos engenheiros e de outros especialistas, e às limitações dos meios computacionais. O interesse pelo DOE surge nas empresas ocidentais no início da década de 1980, com a divulgação dos métodos experimentais utilizados nas empresas japonesas, nomeadamente os métodos desenvolvidos por Genichi Taguchi, sendo os Métodos de Taguchi atualmente um dos métodos mais famosos entre os utilizadores do DOE, em alternativa ao desenho fatorial completo ou fracionado. A divulgação da metodologia Seis Sigma, também contribuiu para uma maior aplicação do DOE, assim como de várias técnicas estatísticas. O DOE tem-se revelado de extrema utilidade na conceção e desenvolvimento de novos produtos e processos, possibilitando uma diminuição do tempo de desenvolvimento de novos

produtos e a redução de custos, demonstrando também um grande potencial na melhoria contínua de produtos e de processos (Pereira & Requeijo, 2008).

Um DOE consiste numa análise empírica de variáveis, baseada num processo de planeamento, cujo objetivo é a recolha e análise estatística de dados. Devido ao facto de ocorrerem erros experimentais nas experiências, é necessário efetuar uma aproximação estatística por forma a serem retiradas conclusões objetivas e significativas. Existem três princípios-chave que devem ser considerados em qualquer desenho de experiências, a replicação (*replication*), a aleatoriedade (*randomization*) e o bloco de variáveis (*blocking*). A replicação é a repetição do desenho de experiências. Por exemplo, duas replicações para um desenho  $2^5 = 32$  experiências, significará 64 experiências no total. A importância da replicação reside em duas razões principais. Primeiramente ajuda a estimar o erro associado à experiência, na medida em que não existe a repetibilidade no resultado dos níveis, devido a diversas razões tais como o erro amostral, ou a influência das variáveis não controláveis. Um fator será mais significativo estatisticamente quanto menor for o erro registado, ou seja, as diferenças registadas entre os mesmos níveis. A segunda razão está relacionada com o aumento da potência do teste, na medida em que com o aumento do número de amostras devido ao número acrescido de réplicas, estamos a efetuar uma melhor estimativa do valor do efeito que os fatores têm na variável de saída. A aleatoriedade dos dados é fundamental nos desenhos de experiências, e é efetuada sequenciando as experiências aleatoriamente. A aleatoriedade permite anular os efeitos dos fatores não controláveis presentes, tornando os dados mais representativos. Confere também maior legitimidade na descoberta das relações de causa e efeito. Através dos resíduos do modelo, é possível analisar a ausência da aleatoriedade. O objetivo do bloco de variáveis, é potenciar a precisão das medições dos fatores de interesse, na medida que se pretende estabilizar as variáveis que não fazem parte da análise, permitindo um maior foco nos fatores de interesse. A orientação do bloco de variáveis é para os fatores de perturbação (*nuisance factors*), que têm um impacto no DOE, mas que não são analisados ou controlados no desenho. Entre as várias estratégias para homogeneizar as condições experimentais, encontram-se a redução do tempo de duração da análise, potenciando a manutenção das condições, entre outras. No entanto nem sempre é possível reduzir o ruído deste modo. No caso de existirem grandes variações no desenho de experiências, quer temporais, quer a nível de variabilidade, fará sentido analisar cada situação como um bloco, por forma a que a variação entre as situações não influencie a análise. Deste

modo anulam-se variáveis não controláveis, com impacto nos resultados, aumentando a precisão do DOE (Castro, 2013).

### 4.3 A Metodologia Sistemática do Planejamento de Experiências

De acordo com Montgomery (2017), os planejamentos ou desenhos de experiências são uma abordagem poderosa para a melhoria dos processos. Para maximizar a sua utilização, é necessário que o objetivo da experiência seja claro, que os fatores a serem estudados estejam identificados, que o procedimento a seguir esteja definido, e que haja uma compreensão qualitativa de como os dados serão analisados. Na Figura 4.4, podemos observar o procedimento recomendado, para a execução de desenhos de experiências.

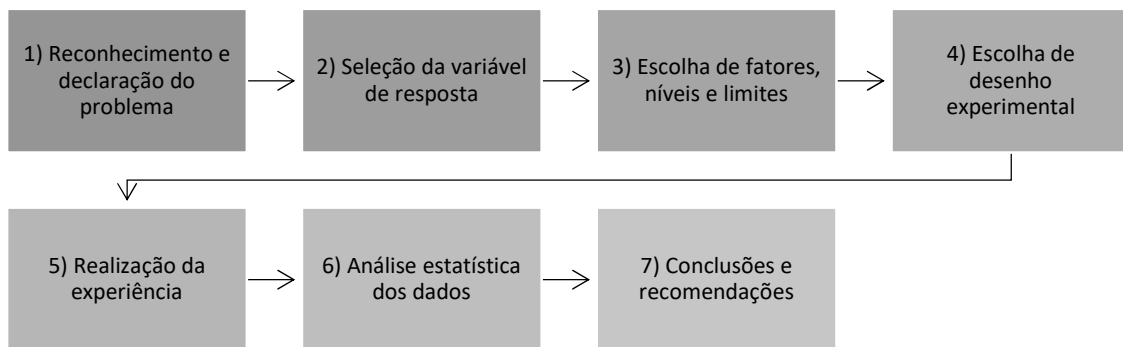


Figura 4.4 - Procedimento de desenvolvimento de desenhos de experiências.

1. **Reconhecimento e declaração do problema.** Por vezes não é simples perceber que existe um problema que requer um desenho de experiências, nem é simples desenvolver uma descrição clara desse problema, sendo necessário o desenvolvimento de ideias para a definição do objetivo da experiência. Nesta fase é extremamente importante a recolha de informações de todas as partes interessadas, por forma a definir claramente o objetivo da experiência, contribuindo ao mesmo tempo para uma melhor compreensão do processo e da eventual solução do problema. Algumas das aplicações do desenho de experiências podem ser encontradas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Aplicações do desenho de experiências.

<b>Aplicação</b>	<b>Descrição</b>
<b>Identificação de fatores ou caracterização.</b>	Num sistema ou processo novo, é fundamental saber quais fatores têm mais influência na(s) resposta(s) de interesse para obter a eficiência o desempenho desejado. As experiências de identificação são importantes ao trabalhar com novos sistemas ou tecnologias, para não desperdiçar recursos em abordagens de adivinhação e OFAT.
<b>Otimização.</b>	A otimização trata de encontrar as configurações, ou níveis dos fatores importantes, que resultam em valores desejáveis da resposta. Uma otimização é uma continuação de uma experiência de identificação.
<b>Confirmação.</b>	As experiências de confirmação são realizadas para verificar se o sistema ou processo opera de um modo consistente com uma teoria ou experiência passada.
<b>Investigação.</b>	O objetivo das experiências de investigação é determinar o que acontece quando são explorados novos materiais, novos fatores, ou novos intervalos de valores de fatores. Estas experiências geralmente envolvem a identificação de vários fatores.
<b>Robustez.</b>	Estas experiências abordam questões como, em que condições se degradam as respostas das variáveis de interesse, ou que condições levariam a variabilidade inaceitável nas variáveis de resposta.

2. **Seleção da variável de resposta.** Na seleção da variável de resposta, é necessário confirmar que a variável escolhida é relevante ao processo, sendo geralmente escolhida como variável de resposta, a média, o desvio padrão, ou ambos, da característica medida. Respostas múltiplas são comuns, sendo necessário decidir como medir cada resposta e abordar questões como calibrar qualquer sistema de medição, e como manter essa calibração durante a experiência. A capacidade do sistema de medição, é um fator importante, na medida que se for inadequada, apenas os efeitos de fatores relativamente grandes serão detetados pela experiência, sendo também necessárias replicações adicionais.
3. **Escolha de fatores, níveis e limites.** Os fatores que podem influenciar o desempenho de um processo ou sistema, podem ser classificados como fatores potenciais ou fatores de perturbação. Os fatores potenciais, são aqueles que irão ser alterados na experiência, e podem ser classificados como experimentais, constantes ou de variação. Os fatores experimentais são os selecionados para estudo na experiência, fatores constantes são variáveis que podem exercer algum

efeito sobre a resposta, mas que para o objetivo da experiência não são de interesse, sendo mantidos num nível específico. Por outro lado, os fatores de perturbação podem conter efeitos a ter em consideração, podendo no entanto não ser relevantes no contexto da experiência. Fatores de perturbação são classificados como controláveis, não controláveis ou ruído, sendo possível definir os níveis de um fator controlável na realização de uma experiência. O bloco de variáveis é de extrema utilidade para lidar com fatores de perturbação controláveis. Quando um fator, naturalmente variável de forma não-controlada, é controlado em prol de uma experiência, é referido como sendo um fator de ruído. Nestes casos, o objetivo é definir a parametrização dos fatores controláveis, que minimizam a variabilidade transmitida pelos fatores de ruído, sendo estas experiências conhecidas como estudos de robustez dos processos. Selecionados os fatores experimentais, são definidos os intervalos nos quais esses fatores serão variados e os níveis específicos em que as experiências serão feitas, sendo necessário considerar como controlar e medir esses fatores. Todos os fatores devem ser considerados particularmente no estágio inicial de experimentação, ou quando se trata de novos processos. Nas experiências de identificação de fatores ou caracterização, é recomendável manter o número de níveis baixo. A região de interesse na qual os níveis dos fatores variam deve ser ampla, indo estreitando à medida que são descobertos os fatores e níveis relevantes. Uma ferramenta extremamente útil para organizar as informações recolhidas no planeamento pré-experimental é o diagrama de causa-e-efeito, na medida que permite a representação gráfica da resposta, assim como dos fatores experimentais potenciais.

Na Figura 4.5 podemos observar um diagrama de causa-e-efeito desenvolvido durante a análise de um problema relacionado com a acumulação de carga em *wafers* (material semiconductor utilizado para a construção de circuitos integrados), encontrado numa ferramenta de gravação usada na fabricação de semicondutores.

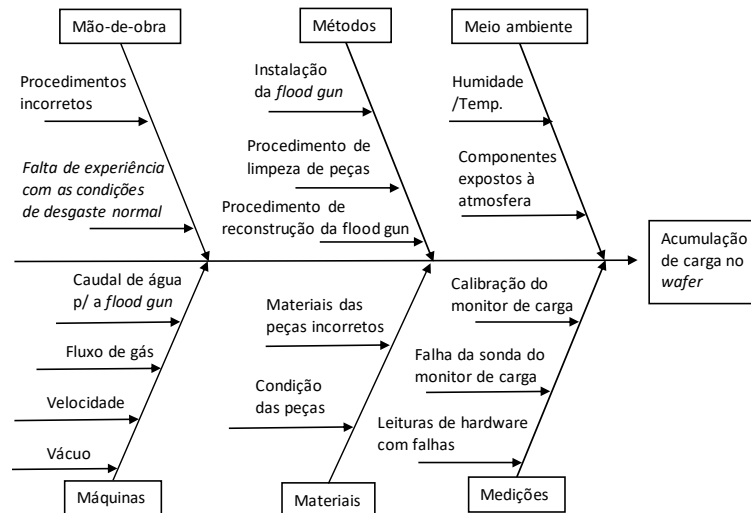


Figura 4.5 - Exemplo de diagrama de causa-e-efeito para organização de dados recolhidos no planeamento pré-experimental.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2017).

Na Figura 4.6 está representado um diagrama de causa-e-efeito com três variáveis de resposta, nomeadamente perfil, acabamento superficial e defeitos de acabamento superficial na lâmina acabada, e onde as causas estão organizadas em fatores controláveis a partir dos quais os fatores experimentais podem ser selecionados, em fatores não controláveis cujos efeitos provavelmente serão compensados pela aleatoriedade, e em fatores de perturbação que podem ser bloqueados e em fatores que podem ser mantidos constantes durante a experiência.

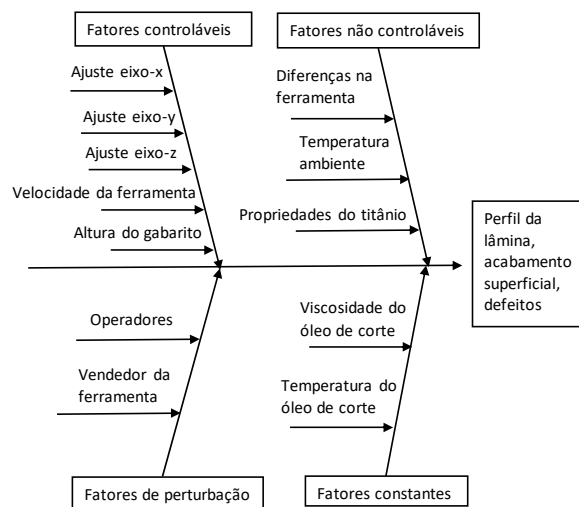


Figura 4.6 - Exemplo de diagrama de causa-e-efeito para organização de dados recolhidos no planeamento pré-experimental.

Fonte: Adaptado de Montgomery (2017).

- 4. Escolha do desenho experimental.** A escolha do desenho envolve a consideração do tamanho da amostra (número de replicações), a seleção de uma ordem de execução adequada para os ensaios experimentais, e se irão ser utilizadas restrições de aleatoriedade ou bloco de variáveis. A seleção do desenho também envolve o desenvolvimento de um modelo empírico experimental para descrever os resultados. O modelo é apenas uma relação quantitativa (equação) entre a resposta e os fatores relevantes do desenho. De um modo geral, para a caracterização, são utilizados modelos polinomiais de primeira ordem. Uma representação de um modelo de primeira ordem a duas variáveis será:

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \varepsilon \quad (4.1)$$

onde  $y$  é a resposta, os  $x$  são os fatores do desenho, os  $\beta$  são parâmetros desconhecidos que serão estimados a partir dos dados da experiência, e  $\varepsilon$  é um termo de erro aleatório que representa o erro experimental no sistema. Este modelo é também conhecido como modelo de efeitos principais. Estes modelos são utilizados em aplicações de triagem ou caracterização de fatores. Uma extensão comum do modelo de primeira ordem é adicionar um termo de interação:

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_{12}x_1x_2 + \varepsilon \quad (4.2)$$

onde o termo  $x_1x_2$  representa a interação de dois fatores entre os fatores experimentais. Para experiências com mais de dois fatores, são utilizadas interações de segunda ordem, frequentemente utilizadas em experiências de otimização.

- 5. Realização da experiência.** É fundamental garantir que a experiência é executada de acordo com o planeamento. Erros no procedimento experimental nesta fase irão inviabilizar a validade experimental, sendo um dos mais comuns, a falha na definição dos fatores nos níveis adequados. É fácil subestimar os aspetos logísticos e de planeamento da execução de uma experiência em ambientes complexos de manufatura, ou pesquisa e desenvolvimento. Coleman e Montgomery (1993) indicam que antes da execução de uma experiência, efetuar execuções experimentais é de extrema utilidade na medida que fornecem

informações sobre a consistência do material experimental, do sistema de medição, do erro experimental e permitem praticar a técnica experimental geral.

6. **Análise estatística dos dados.** A análise dos dados deve ser efetuada através de métodos estatísticos, garantindo resultados e conclusões objetivas. As questões às quais o desenho de experiências procura responder, podem ser estruturadas em testes de hipóteses, sendo deste modo os testes de hipóteses e a estimativa do intervalo de confiança de extrema importância no DOE. Os resultados podem também ser representados em termos de modelo empírico, ou seja, uma equação derivada dos dados que expressam a relação entre a resposta e os fatores experimentais mais relevantes. A análise de resíduos e a verificação da adequação do modelo também são importantes técnicas de análise. Os métodos estatísticos fornecem diretrizes quanto à confiabilidade e validade dos resultados e permitem medir o erro provável numa conclusão ou atribuir um nível de confiança a uma afirmação, sendo a principal vantagem adicionar objetividade ao processo de tomada de decisão.
7. **Conclusões e Recomendações.** Concluída a análise de dados, será necessário retirar conclusões práticas sobre os resultados e elaborar um plano de ações. As ferramentas gráficas são úteis nesta fase, possibilitando uma melhor exposição dos resultados. Deverão também ser efetuados testes de confirmação, por forma a validar as conclusões da experiência. A experimentação é um processo iterativo, na medida que formulamos hipóteses, realizamos experiências para validar as hipóteses e com base nos resultados, formulamos novas hipóteses. Todas as experiências são desenhos de experiências, sendo o fator determinante o seu correto planeamento. Um bom planeamento pré-experimental levará a uma execução bem-sucedida da experiência, enquanto um mau planeamento levará ao desperdício de tempo, dinheiro e outros recursos, e a resultados insatisfatórios.

#### 4.4 Desenho com Um Fator a Vários Níveis

Desenvolvendo a exposição para casos particulares do desenho de experiências, analisemos o caso da necessidade de entender se existem diferenças entre os vários níveis de um determinado fator. Segundo Pereira & Requeijo (2008), para efetuar a comparação entre parâmetros de duas ou mais populações, será necessário utilizar a técnica estatística análise de variância, ou ANOVA (*Analysis of Variance*). A ANOVA permite a divisão

da variabilidade total dos dados experimentais pelas causas da variabilidade, sendo assim possível determinar quais são estatisticamente significativas. Consideremos um fator com  $a$  níveis ou tratamentos, para os quais se pretende analisar o efeito numa característica  $Y$ , sendo necessário efetuar aleatoriamente as experiências da Tabela 4.2, sendo cada experiência replicada  $n$  vezes, dando origem a  $n$  réplicas para cada experiência. O valor determinado para a variável  $Y$  na réplica  $j$  do grupo  $i$  é representado por  $y_{ij}$ . Considera-se um modelo de efeitos fixos, na medida que os níveis não são aleatórios, mas sim selecionados. As experiências devem possuir as mesmas replicações para permitir uma comparação eficiente dos efeitos dos diversos níveis.

Tabela 4.2 - Desenho com fator a vários níveis.

Nível	Valor das réplicas	Soma	Média
$i = 1, 2, \dots, a$	$j = 1, 2, \dots, n$	$Y_i$	$\bar{Y}_i$
1	$y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n}$	$Y_1$	$\bar{Y}_1$
2	$y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n}$	$Y_2$	$\bar{Y}_2$
3	$y_{31}, y_{32}, \dots, y_{3n}$	$Y_3$	$\bar{Y}_3$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
$a$	$y_{a1}, y_{a2}, \dots, y_{an}$	$Y_a$	$\bar{Y}_a$

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

Deste modo, as observações efetuadas serão dadas pelo modelo de efeitos fixos:

$$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (4.3)$$

onde  $Y_{ij}$  é relativa às observações independentes e Normalmente distribuídas com média  $\mu_i = \mu + \tau_i$ , e variância homogénea  $\sigma^2$ ,  $\mu_i$  indica o valor esperado do grupo de observações correspondentes ao nível  $i$ ,  $\mu$  representa a média global ou geral,  $\tau_i$  é um parâmetro correspondente ao efeito do nível  $i$ , e por fim  $\varepsilon_{ij}$  representa uma variável aleatória Normalmente distribuída com valor esperado nulo e variância constante  $\sigma^2$ . O objetivo do desenho com um fator a vários níveis é determinar e comparar os valores dos diversos níveis, para concluir se os efeitos  $\tau_i$  são ou não significativamente diferentes de zero. Deste modo é necessário formular um teste de hipóteses, para averiguar se há diferenças entre os níveis, onde a hipótese nula e alternativa são:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0 \quad (4.4)$$

$$H_1: \tau_i \neq 0, \text{ para, pelo menos um nível } i$$

ou de forma equivalente:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a \quad (4.5)$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_k, \text{ para, pelo menos para um par } (i, k)$$

Para obter a Variação Total dos dados experimentais, é necessário proceder ao cálculo da soma das observações correspondentes ao nível  $i$ ,  $Y_{i.}$ , e da respetiva média  $\bar{Y}_{i.}$ , assim como da soma  $Y_{..}$  das  $N = a \times n$  observações, e da média global ou geral  $\bar{Y}_{..}$ , sendo:

$$Y_{i.} = \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (4.6)$$

$$\bar{Y}_{i.} = \frac{Y_{i.}}{n} = \sum_{j=1}^n \frac{y_{ij}}{n} \quad (4.7)$$

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (4.8)$$

$$\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}}{a \times n} \quad (4.9)$$

A Variação Total, também conhecida como Soma Total dos Desvios Quadráticos ( $SS_T$ , *Total Sum of Squares*), por representar a soma dos quadrados dos desvios de todas as observações em relação à média global, será dada por:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (4.10)$$

possuindo  $(N - 1)$  graus de liberdade. De forma equivalente, pode também ser dada pela soma da variação entre os níveis ou tratamentos,  $SS_B$  (*Between Sum of Squares*) com a variação dentro dos níveis ou tratamentos,  $SS_W$  (*Within Sum of Squares*):

$$SS_T = n \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 = SS_B + SS_W \quad (4.11)$$

$SS_B$  é a soma ponderada dos quadrados das diferenças entre as médias dos níveis e a média global. O número de graus de liberdade correspondente é  $(a - 1)$ , na medida que o fator está a ser estudado a  $a$  níveis.  $SS_W$ , também designada Variação Residual, Erro ou variação interior aos tratamentos, é definida pela soma dos quadrados dos desvios das observações em relação às médias dos respetivos níveis ou tratamentos, sendo o número de graus de liberdade  $a(n - 1) = an - a = N - a$ . Deste modo, obtém-se para os graus de liberdade a seguinte relação:

$$N - 1 = (a - 1) + (N - a) \rightarrow SS_T = SS_B + SS_W \quad (4.12)$$

Os quocientes entre  $SS_B$  e  $SS_W$  e os respetivos graus de liberdade são variâncias, designadas por Desvios Quadráticos Médios ou Quadrados Médios, denominados respetivamente  $MS_B$  e  $MS_W$  (MS - *Mean Square*), sendo:

$$E\left(\frac{SS_B}{a - 1}\right) = E(MS_B) = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a - 1} \quad (4.13)$$

$$E\left(\frac{SS_W}{N - a}\right) = E(MS_W) = \sigma^2 \quad (4.14)$$

Deste modo, observa-se que independentemente de a hipótese nula ser verdadeira ou não, a estimativa da variância comum é dada  $\sigma^2$  por:

$$\hat{\sigma}^2 = MS_W = \frac{SS_W}{(N - a)} \quad (4.15)$$

Se a hipótese nula for verdadeira, ou seja, se não existirem diferenças entre os  $a$  níveis, o valor de  $MS_B$  será também uma estimativa da variância comum  $\sigma^2$  dado por:

$$\hat{\sigma}^2 = MS_B = \frac{SS_B}{(a - 1)} \quad (4.16)$$

Caso contrário, se os níveis forem significativamente diferentes, o valor de  $MS_B$  será superior a  $\sigma^2$ . Deste modo o teste da hipótese nula do teste de hipóteses, é feito através de  $\frac{MS_B}{MS_W}$  que segue uma distribuição de Fisher com  $(a - 1)$  e  $(N - a)$  graus de liberdade. É efetuado o cálculo do valor de  $F_0 = \frac{MS_B}{MS_W}$  e comparado com o valor crítico da distribuição de Fisher  $F_{\alpha;(a-1);(N-a)g.l.}$  (Anexo L). Se o valor de  $F_0$  for superior ao valor crítico, significa que  $MS_B > MS_W$ , que a hipótese nula é rejeitada, concluindo-se que há diferenças entre os níveis. Este teste será sempre unilateral à direita, na medida que o foco está na verificação  $MS_B > MS_W$ . A análise de variância ou tabela ANOVA, está representada na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Tabela ANOVA - Desenho com fator a vários níveis.

Fonte de Variação	SS	g.l.	MS	$F_0$
Entre Níveis	$SS_B$	$a-1$	$SS_B/(a - 1)$	$MS_B/MS_W$
Erro (interior)	$SS_W$	$N-a$	$SS_W/(N - a)$	
Total	$SS_T$	$N-1$		

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

Como simplificação das equações (4.10) e (4.11) tem-se:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{(Y_{..})^2}{N} \quad (4.17)$$

$$\frac{(Y_{..})^2}{N} = FC = \text{Fator de correção} = \frac{(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2)^2}{N} \quad (4.18)$$

$$SS_B = \sum_{i=1}^a \frac{Y_i^2}{n} - \frac{Y_{..}^2}{N} \quad (4.19)$$

$$SS_W = SS_{Erro} = SS_T - SS_B \quad (4.20)$$

#### 4.5 Verificação dos Pressupostos da Análise de Variância

De acordo com Pereira & Requeijo (2008), a análise dos resíduos, estimativas do erro experimental, permite a verificação dos pressupostos da análise de variância, validando se os erros são independentes, Normalmente distribuídos com média nula e variância constante  $\sigma^2$ . Os resíduos são a diferença entre os valores observados e os

correspondentes valores previstos ou estimados pelo modelo. Recorrendo ao modelo da equação (4.3), em que  $\hat{y}_{ij}$ , estimativa da observação  $y_{ij}$ , será igual à média das observações do nível correspondente ( $\bar{Y}_i$ ):

$$\hat{y}_{ij} = \hat{\mu}_i = \bar{Y}_i. \quad (4.21)$$

O valor do resíduo do  $e_{ij}$ , correspondente à observação  $j$  no nível  $i$ , será dado por:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} = y_{ij} - \bar{Y}_i. \quad (4.22)$$

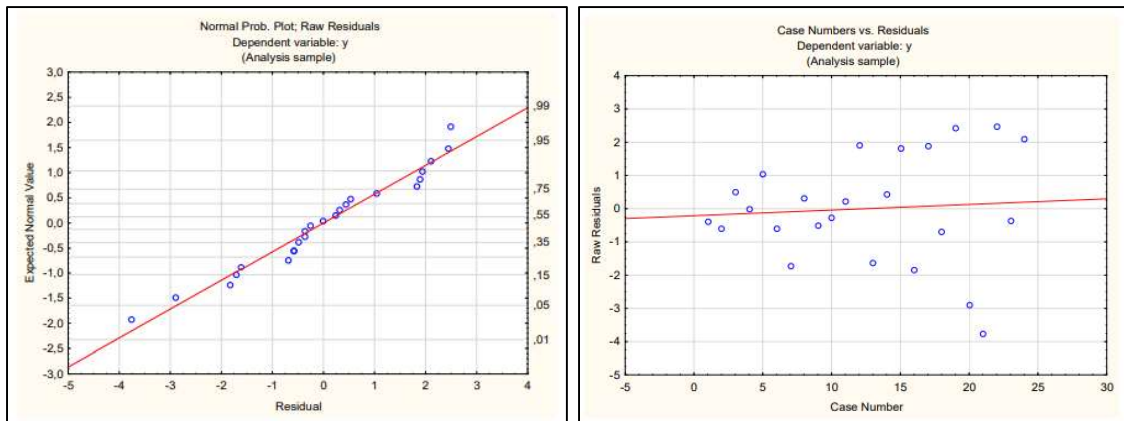
Na análise dos resíduos deverão estar presentes três aspectos importantes, nomeadamente a verificação da Normalidade, independência e homogeneidade da variância.

A verificação da Normalidade traduz-se na elaboração do gráfico das probabilidades da distribuição Normal, por forma a verificar se os resíduos são Normalmente distribuídos, ou seja, se se dispõem aproximadamente em linha reta, conforme Figura 4.7 a).

Para avaliar a independência, é necessário a construção de um gráfico dos resíduos em função da ordem aleatória pela qual as experiências foram executadas. Para satisfazer esta condição, os resíduos deverão encontrar-se no gráfico de forma aleatória, demonstrando não existir qualquer tendência, conforme Figura 4.7 b). Caso os resíduos estejam correlacionados, aconselha-se uma nova execução de todas as experiências.

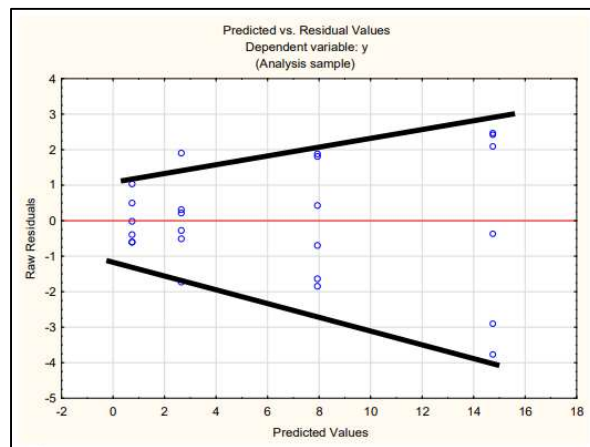
A verificação da homogeneidade da variância é efetuada através de um gráfico dos resíduos em função dos valores previstos ou estimados, onde, no caso da variância ser constante, o gráfico não apresentará qualquer estrutura especial. De modo contrário, apresentará a disposição dos resíduos em forma de funil, conforme Figura 4.7 c).

Na eventualidade dos pressupostos da Normalidade e da homogeneidade da variância não se verificarem, será necessário transformar os dados, para em seguida se efetuar a análise de variância dos dados transformados.



a)

b)



c)

Figura 4.7 - a) Verificação do pressuposto de Normalidade dos resíduos. b) Verificação do pressuposto de independência dos resíduos. c) Verificação do pressuposto da homogeneidade dos resíduos.

#### 4.6 Transformação de Dados

De acordo com Pereira & Requeijo (2008), na eventualidade da violação da condição da variância ser constante, será necessário efetuar a transformação dos dados. A transformação mais indicada, será dada através da relação entre a variância de um determinado número de observações e a respetiva média. Se o desvio padrão de uma determinada resposta (variável),  $Y$ , for proporcional a uma potência média, em que:

$$\sigma_Y \propto \mu_Y^\beta \tag{4.23}$$

e sendo a variável transformada uma potência dos dados originais, em que  $Y_T = f(Y^\lambda)$ , onde  $\lambda$  é o parâmetro de transformação, a variância dos dados transformados  $\sigma_{Y_T}$ , será constante, quando  $\lambda = 1 - \beta$ . Consideremos um fator analisado a vários níveis, com  $n$  réplicas para cada nível  $i$ , em que cada nível está associado a um desvio padrão  $\sigma_i$  e uma média  $\mu_i$ . Sendo  $\sigma_i = \alpha \mu_i^\beta$ , onde  $\alpha$  é a constante de proporcionalidade, podem-se aplicar logaritmos tal que:

$$\log \sigma_i = \log \alpha + \beta \log \mu_i \quad (4.24)$$

ou em termos de valores amostrais:

$$\log S_i = \log \hat{\alpha} + \hat{\beta} \log \bar{Y}_i \quad (4.25)$$

em que  $S_i$  e  $\bar{Y}_i$ , são o desvio padrão e a média amostrais da resposta, relativos ao nível  $i$  do fator, e onde  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$  são as estimativas dos parâmetros de regressão linear  $\alpha$  e  $\beta$ . Graficamente,  $\log S_i$ , será representado por uma reta cujo declive é dado por  $\hat{\beta}$ , conforme Figura 4.8.

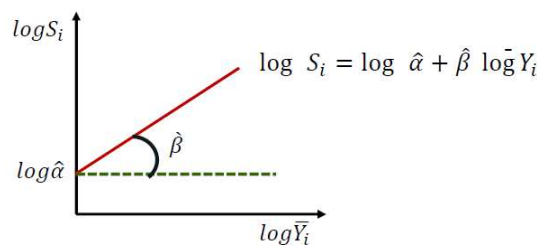


Figura 4.8 - Transformação de dados - Representação gráfica de  $\log S_i$ .

Deste modo, o parâmetro de transformação será obtido a partir de:

$$\hat{\lambda} = 1 - \hat{\beta} \quad (4.26)$$

A transformação dos dados será dada através de:

$$Y_T = Y^{\hat{\lambda}} \quad (4.27)$$

As transformações mais comuns, encontram-se demonstradas na Tabela 4.4:

Tabela 4.4 - Transformações de dados mais comuns.

$\hat{\beta}$	Relação entre $\sigma_Y$ e $\mu_Y$	$\hat{\lambda} = 1 - \hat{\beta}$	Transformação
0	$\sigma$ constante	1	Não é necessária
0,5	$\sigma_Y \propto \mu_Y^{0,5}$	0,5	$Y_T = \sqrt{Y}$
1	$\sigma_Y \propto \mu_Y$	0	$Y_T = \log Y$
1,5	$\sigma_Y \propto \mu_Y^{1,5}$	-0,5	$Y_T = 1/\sqrt{Y}$
2	$\sigma_Y \propto \mu_Y^2$	-1	$Y_T = 1/Y$

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

Existe, no entanto, outro método de grande precisão, para a determinação do parâmetro de transformação mais adequado, desenvolvido por Box e Cox, por forma a garantir a homogeneidade da variância e a Normalidade dos dados. De acordo com este método, selecionam-se e transformam-se vários valores de  $\lambda$ , de acordo com:

$$Y_T = \dot{Y} \ln Y, \quad \text{para } \lambda = 0 \quad (4.28)$$

$$Y_T = \frac{Y^\lambda - 1}{\lambda \dot{Y}^{\lambda-1}}, \quad \text{para } \lambda \neq 0 \quad (4.29)$$

$$\dot{Y} = \exp \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln Y_i \right\} \quad (4.30)$$

onde  $\lambda$  é o parâmetro de transformação e  $\dot{Y}$  é a média geométrica dos valores da resposta. A análise de variância dos dados transformados para cada  $\lambda$  é então efetuada, onde a melhor estimativa de  $\lambda$  será dada pelo valor em que a Variação Residual  $SS_{\text{Erro}}$  é mínima, sendo este valor obtido pela construção de um gráfico da Variação Residual em função do parâmetro de transformação. O intervalo de confiança para o parâmetro de transformação  $\lambda$ , é dado pelo valor crítico da variação definido como:

$$SS_{\text{Crítico}} = SS_{\text{ErroMínimo}} \left[ 1 + \frac{t_{\alpha/2, v}^2}{v} \right] \quad (4.31)$$

em que  $SS_{\text{Crítico}}$  representa o valor crítico da variação,  $SS_{\text{ErroMínimo}}$  é a Variação Residual mínima,  $v$  representa o número de graus de liberdade associado à Variação Residual mínima e  $\frac{t_{\alpha}^2}{2}; v$  indica o valor da distribuição  $t$ -Student para um nível de significância  $\alpha$  e

$v$  graus de liberdade. O intervalo de confiança é então determinado através do gráfico da Variação Residual em função de  $\lambda$ , conforme Figura 4.9.

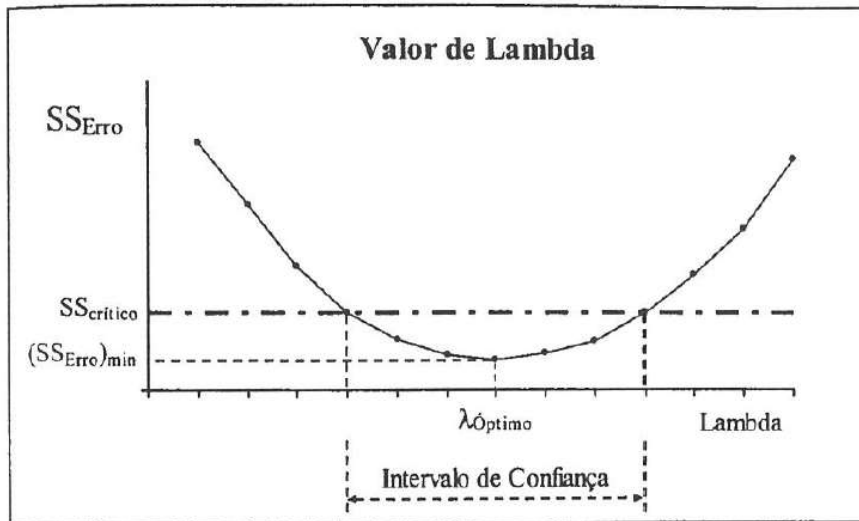


Figura 4.9 - Intervalo de confiança do parâmetro de transformação.

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

#### 4.7 Desenho com Dois Fatores a Vários Níveis

Conforme abordado anteriormente, para a análise de vários fatores numa resposta, o cenário ideal é a experimentação simultânea de vários fatores, e não o teste singular de um fator de cada vez (*One-Factor-At-a-Time*). Consideremos então, o caso de análise do efeito de dois fatores A e B, com  $a$  e  $b$  níveis respectivamente, e onde cada experiência é replicada  $n$  vezes. Este desenho, representado na Tabela 4.5, irá produzir experiências de todas as combinações possíveis dos níveis dos dois fatores, sendo designado por completo. Neste desenho, existe mais do que uma observação por célula, possibilitando o cálculo da componente residual ou erro, assim como determinar a interação entre os dois fatores. A interação entre dois fatores existe, quando o efeito de um na resposta, depende do nível a que o outro fator se encontra. Observando a Figura 4.10, podemos indicar que o fator A maximiza o valor da resposta, quando se encontra no seu nível  $A^-$  e o fator B está no nível  $B^+$ . Invertendo os níveis dos fatores, será o nível  $A^+$  do fator A e o nível  $B^-$  do fator B a maximizarem a resposta.

Tabela 4.5 - Desenho com dois fatores a vários níveis.

Fator A	Fator B				$Y_{i..} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}$
	1	2	...	b	
1	$y_{111}$	$y_{121}$	...	$y_{1b1}$	$Y_{1..}$
	$y_{112}$	$y_{112}$		$y_{1b2}$	
	.	.	.	.	
	$y_{11n}$	$y_{12n}$	...	$y_{1bn}$	
2	$y_{211}$	$y_{221}$	...	$y_{2b1}$	$Y_{2..}$
	$y_{212}$	$y_{222}$		$y_{2b2}$	
	.	.	.	.	
	$y_{21n}$	$y_{22n}$	...	$y_{2bn}$	
.	.	...	.	.	
.	.	...	.	.	
.	.	...	.	.	
a	$y_{a11}$	$y_{221}$	...	$y_{2b1}$	$Y_{a..}$
	$y_{a12}$	$y_{222}$	...	$y_{2b2}$	
	.	.	.	.	
	$y_{a1n}$	$y_{22n}$	...	$y_{2bn}$	
$Y_{.j.} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk}$	$Y_{.1.}$	$Y_{.2.}$	...	$Y_{.b.}$	$Y_{...} = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}$

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

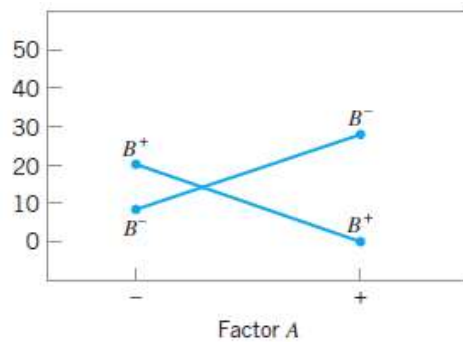


Figura 4.10 - Interação entre dois fatores, A e B.

Fonte: Retirado de Montgomery (2017).

No desenho da Tabela 4.5,  $Y_{i..}$  e  $Y_{.j.}$ , designam respectivamente, a soma dos valores da resposta, correspondentes ao nível  $i$  do fator  $A$  e ao nível  $j$  do fator  $B$ , enquanto a soma das  $N = a \times b \times n$  observações, é representada por  $Y_{...}$ , sendo:

$$Y_{i..} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad (4.32)$$

$$Y_{.j.} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad (4.33)$$

$$Y_{...} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad (4.34)$$

onde as médias serão dadas por:

$$\bar{Y}_{i..} = \frac{Y_{i..}}{bn} = \frac{1}{bn} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad (4.35)$$

$$\bar{Y}_{.j.} = \frac{Y_{.j.}}{an} = \frac{1}{an} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad (4.36)$$

$$\bar{Y}_{...} = \frac{Y_{...}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}}{a \times b \times n} \quad (4.37)$$

Deste modo, as observações efetuadas serão dadas pelo modelo de efeitos fixos:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (4.38)$$

Onde  $Y_{ijk}$  é relativa à réplica  $k$ , ou observação, para a combinação do nível  $i$  do fator  $A$  com o nível  $j$  do fator  $B$  ( $i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, b; k = 1, 2, \dots, n$ ),  $\mu$  representa a média global ou geral,  $\tau_i$  representa o efeito do nível  $i$  do fator  $A$ ,  $\beta_j$  representa o efeito do nível  $j$  do fator  $B$ ,  $\gamma_{ij}$  representa o efeito da interação entre o fator  $A$  e o fator  $B$ , e por fim  $\varepsilon_{ijk}$  representa uma variável Normal e independentemente distribuída com média nula e variância  $\sigma^2$ . Os objetivos deste desenho, são determinar se o efeito isolado de cada um dos fatores, também designado efeito principal, tem impacto significativo na resposta, assim como determinar se a interação entre os dois fatores é significativa. Deste modo, o teste de hipóteses, e as respectivas hipóteses nulas e alternativas será:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0 \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned}
H_1: & \text{Pelo menos um } \tau_i \neq 0 \\
H_0: & \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_a = 0 \\
H_1: & \text{Pelo menos um } \beta_j \neq 0
\end{aligned} \tag{4.40}$$

$$\begin{aligned}
H_0: & \gamma_{ij} = 0 \text{ para qualquer par } (i, j) \\
H_1: & \text{Pelo menos um } \gamma_{ij} \neq 0
\end{aligned} \tag{4.41}$$

O cálculo das variações será dado por:

$$SS_A = \sum_{i=1}^a \frac{Y_{i.}^2}{bn} - \frac{(Y_{...})^2}{abn} \quad \text{com } (a - 1) \text{ graus de liberdade} \tag{4.42}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{an} - \frac{(Y_{...})^2}{abn} \quad \text{com } (b - 1) \text{ graus de liberdade} \tag{4.43}$$

$$SS_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{Y_{ij}^2}{n} - \frac{(Y_{...})^2}{abn} - SS_A - SS_B \quad \text{com } (a - 1)(b - 1) \text{ graus de liberdade} \tag{4.44}$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n Y_{ijk}^2 - \frac{(Y_{...})^2}{abn} \quad \text{com } (abn - 1) \text{ graus de liberdade} \tag{4.45}$$

$$SS_{Erro} = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} \quad \text{com } (ab)(n - 1) \text{ graus de liberdade} \tag{4.46}$$

Os Desvios Quadráticos Médios ( $MS$ ), representam-se através do quociente entre as variações e o respetivo número de graus de liberdade, sendo:

$$E\left(\frac{SS_A}{a - 1}\right) = E(MS_A) = \sigma^2 + \frac{bn \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a - 1} \tag{4.47}$$

$$E\left(\frac{SS_B}{b - 1}\right) = E(MS_B) = \sigma^2 + \frac{an \sum_{j=1}^b \beta_j^2}{b - 1} \tag{4.48}$$

$$E\left[\frac{SS_{AB}}{(a - 1)(b - 1)}\right] = E(MS_{AB}) = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \gamma_{ij}^2}{(a - 1)(b - 1)} \tag{4.49}$$

$$E\left[\frac{SS_{Erro}}{ab(n - 1)}\right] = E(MS_{Erro}) = \sigma^2 \tag{4.50}$$

Deste modo a análise de variância será a conforme demonstrado na Tabela 4.6:

Tabela 4.6 - Tabela ANOVA – Desenho com dois fatores a vários níveis.

Fonte de Variação	$SS_X$	$g.l.$	$MS_X$	$F_0$
Fator A	$SS_A$	$(a-1)$	$SS_A/(a-1)$	$MS_A/MS_{Erro}$
Fator B	$SS_B$	$(a-1)$	$SS_B/(b-1)$	$MS_B/MS_{Erro}$
Interação AB	$SS_{AB}$	$(a-1)(b-1)$	$SS_{AB}/((a-1)(b-1))$	$MS_{AB}/MS_{Erro}$
Erro	$SS_{Erro}$	$ab(n-1)$	$SS_{Erro}/(ab(n-1))$	---
Total	$SS_T$	$N-1$	---	---

No desenho com dois fatores, os valores dos resíduos são obtidos pelas diferenças entre os valores observados e os valores previstos para a variável  $Y$ . Os valores previstos são dados pelas médias das respostas obtidas para cada combinação dos níveis dos fatores,  $\bar{Y}_{ij}$ , sendo deste modo:

$$e_{ijk} = y_{ijk} - \hat{y}_{ijk} = y_{ijk} - \bar{Y}_{ij}. \quad (4.51)$$

Deverá ser sempre executada a análise de resíduos para o desenho com dois fatores, por forma a validar os pressupostos do modelo e da análise de variância. A análise será idêntica à do desenho com um fator a vários níveis, através dos gráficos de verificação do pressuposto de Normalidade, de independência e de homogeneidade dos resíduos.

#### 4.8 O Desenho Fatorial Completo com Vários Fatores a Dois Níveis $2^k$

O desenvolvimento de um desenho de experiências em que o objetivo é a determinação do efeito de dois ou mais fatores numa resposta, considerando vários níveis de ensaio, poderá tornar-se um estudo extenso. Pereira & Requeijo (2008) indicam que, perante um desenho fatorial completo, com  $A, B, \dots, K$  fatores e com  $I_A, I_B, \dots, I_K$  níveis, serão necessárias  $I_A \times I_B \times \dots \times I_K$  experiências. Para este tipo de desenho, o fatorial mais simples é o caso  $2^2$ , em que cada fator é analisado a dois níveis, sendo  $I_A = I_B = \dots = I_K = 2$ . Genericamente, este tipo de desenho tem a nomenclatura  $2^k$ , e é aplicável em experiências com  $k$  fatores a dois níveis. Na Tabela 4.7, podemos observar um fatorial completo com dois fatores  $A$  e  $B$ , estudado a dois níveis, requerendo deste modo 4 experiências para estudar todas as combinações possíveis de níveis dos fatores. Os dois níveis dos fatores são genericamente designados por baixo e alto, com a representação -1 e +1 ou, apenas - e +. O efeito de um fator é representado através de uma letra maiúscula

(*A*, *B*, etc), ou no caso das interações, por um conjunto de letras maiúsculas (*AB*).

Tabela 4.7 - Desenho fatorial completo  $2^2$ .

		Fator B	
Fator A		$B^-$	$B^+$
$A^-$		$A^-B^-$	$A^-B^+$
$A^+$		$A^+B^-$	$A^+B^+$

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

O efeito médio de um fator será a alteração da resposta, provocada por uma mudança de nível do fator. Assume-se que os efeitos são lineares em desenhos com fatores a dois níveis. O planejamento de experiências  $2^k$ , é efetuado com base num algoritmo, que ordena as diversas combinações de níveis através de uma ordem padrão. Por convenção, a primeira combinação, representada por (1), estipula que todos os fatores se encontram no nível baixo. As restantes combinações, são representadas por letras minúsculas, designando os fatores que estarão no nível alto nessa experiência, sendo omitidas as letras dos fatores que se encontram no nível baixo. Na Tabela 4.8, encontra-se a matriz de planeamento para um fatorial  $2^2$ , com as respetivas quatro experiências. Na Figura 4.11 podemos observar a representação geométrica de um fatorial  $2^2$ .

Tabela 4.8 - Matriz de planeamento fatorial completo  $2^2$ .

Combinação (ordem padrão)	Fator/Interação			Resposta
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>AB</i>	
(1)	-	-	+	$y_1$
<i>a</i>	+	-	-	$y_2$
<i>b</i>	-	+	-	$y_3$
<i>ab</i>	+	+	+	$y_4$

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

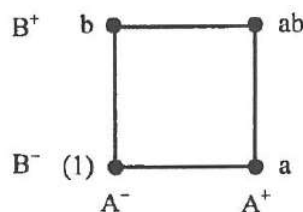


Figura 4.11 - Representação geométrica do desenho fatorial  $2^2$ .

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

Num fatorial  $2^k$ , o número total de efeitos, nomeadamente efeitos principais e interações, será dado por  $(2^k - 1)$ , correspondendo um grau de liberdade a cada um dos efeitos, na medida que todos os fatores têm somente dois níveis. Na Figura 4.12, podemos observar a representação geométrica de um fatorial  $2^3$ , correspondente deste modo a um cubo.

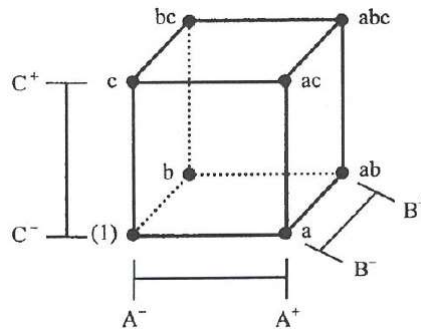


Figura 4.12 - Representação geométrica do desenho fatorial  $2^3$ .

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

No caso do fatorial  $2^2$ , o contraste de cada fator ou de cada interação, será dado pela soma dos valores da resposta afetados pelo sinal positivo ou negativo que identifica o nível do facto na experiência respetiva. Deste modo teremos:

$$\text{Contraste de } A = -y_1 + y_2 - y_3 + y_4 \quad (4.52)$$

$$\text{Contraste de } B = -y_1 - y_2 + y_3 + y_4 \quad (4.53)$$

$$\text{Contraste de } AB = +y_1 - y_2 - y_3 + y_4 \quad (4.54)$$

Quando se efetua a passagem do nível alto para o nível baixo do fator, a alteração observada na resposta é conhecida como o efeito do fator. Considerando um fatorial  $2^2$ , com  $n$  réplicas para cada combinação dos níveis dos fatores, conforme Tabela 4.9, onde (1),  $a$ ,  $b$  e  $ab$  representam as somas dos valores obtidos para as  $n$  réplicas em cada uma das combinações de níveis, os efeitos completos de  $A$ ,  $B$  e  $AB$ , serão dados através de:

$$\text{Efeito de } A = \frac{(\sum y)_{A^+} - (\sum y)_{A^-}}{2n} \quad (4.55)$$

$$\text{Efeito de } B = \frac{(\sum y)_{B^+} - (\sum y)_{B^-}}{2n} \quad (4.56)$$

$$\text{Efeito de } AB = \frac{(\sum y)_{AB^+} - (\sum y)_{AB^-}}{2n} \quad (4.57)$$

Tabela 4.9 - Fatorial  $2^2$  com  $n$  réplicas.

		Fator B	
		-	+
Fator A	Nível	(1)	$b$
	-	$y_{111}, y_{112}, \dots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \dots, y_{12n}$
+	$a$	$ab$	
	$y_{211}, y_{212}, \dots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \dots, y_{22n}$	
Total	$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{r=1}^n y_{ijr}$		

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

É importante mencionar que as diferenças entre a soma dos valores da resposta para o nível + e nível -, ou seja, os numeradores, são os contrastes referidos anteriormente, sendo o denominador, no caso de fatores a dois níveis, correspondente a metade do número total de observações do planejamento. Continuando o desenvolvimento do caso do fatorial  $2^2$ , as variações dos fatores e da interação serão dadas por:

$$SS_A = \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{4n} = \frac{((\sum y)_{A^+} - (\sum y)_{A^-})^2}{4n} = \frac{(\text{Contraste})^2}{4n} \quad (4.58)$$

$$SS_B = \frac{[ab + b - a - (1)]^2}{4n} = \frac{((\sum y)_{B^+} - (\sum y)_{B^-})^2}{4n} = \frac{(\text{Contraste})^2}{4n} \quad (4.59)$$

$$SS_{AB} = \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{4n} = \frac{((\sum y)_{AB^+} - (\sum y)_{AB^-})^2}{4n} = \frac{(\text{Contraste})^2}{4n} \quad (4.60)$$

A Variação Total  $SS_T$ , e a Variação Residual ou Erro  $SS_{\text{Erro}}$ , serão dadas por:

$$SS_T = \sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^n y_{ijk}^2 - \frac{(\sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^n y_{ijk})^2}{4n} \quad (4.61)$$

$$SS_{\text{Erro}} = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} \quad (4.62)$$

às quais correspondem  $(4n - 1)$  graus de liberdade. Para um desenho  $2^k$  com  $n$  replicações, em que  $n \geq 2$ , a Variação Residual será dada pela equação (4.62), com  $2^k(n - 1)$  graus de liberdade. A análise da variância será efetuada através dos desvios

quadráticos médios e através do teste de comparação de duas variâncias. Deste modo, o efeito e a variação de qualquer fator a dois níveis serão dados através de:

$$\text{Efeito do Fator } X = \frac{\text{Contraste}}{2^{k-1}n} = \frac{(\sum y)_{X^+} - (\sum y)_{X^-}}{2^{k-1}n} \quad (4.63)$$

$$SS_X = \text{Variação do Fator } X = \frac{(\text{Contraste})^2}{2^k n} = \frac{[(\sum y)_{X^+} - (\sum y)_{X^-}]^2}{2^k n} \quad (4.64)$$

em que  $(\sum y)_{X^+}$  e  $(\sum y)_{X^-}$  representam as somas dos valores da resposta  $Y$ , quando o fator  $X$  está nos níveis alto e baixo, respetivamente, sendo o mesmo aplicável no caso da presença de interações. O cálculo de efeitos e variações dos fatores irá tornar-se extenso à medida que o número de fatores é incrementado. Deste modo poderá ser aplicado o Algoritmo de Yates, que irá facilitar a determinação dos efeitos e variações dos fatores e interações. A título de exemplo, poderemos encontrar na Tabela 4.10, o planeamento de oito experiências, relativas a um desenho fatorial completo com três fatores, sem replicações ( $n = 1$ ). Nas duas primeiras colunas podemos observar a ordem padrão e os valores da resposta obtidos de acordo com as combinações. Em seguida, de acordo com o número de fatores estudados, são geradas  $k$  colunas, sendo neste caso,  $k = 3$ , de acordo com os três fatores. Os valores da Col.1, Col.2 e Col.3 são calculados da forma seguinte: para a Col.1, os primeiros  $2^{k-1}$  valores são somas de pares consecutivos da coluna da resposta (90=40+50; 80=30+50; etc), sendo os  $2^{k-1}$  valores restantes, diferenças de pares consecutivos da coluna da resposta, subtraindo-se ao valor inferior, o valor de topo (10=50-40; 20=50-30; etc). Deste modo, os valores da Col.2 são calculados a partir dos valores da Col.1, e os da Col.3 a partir dos da Col.2.

Tabela 4.10 - Algoritmo de Yates para cálculo de efeitos e variações.

Ordem padrão	Resposta	Col.1	Col.2	Col.3 (3=k)	Efeito	SS
-1	40	90	170	355	44,375	15753,125
a	50	80	185	105	26,250	1378,125
b	30	85	30	5	1,250	3,125
ab	50	100	75	15	3,750	28,125
c	25	10	-10	15	3,750	28,125
ac	60	20	15	45	11,250	253,125
bc	30	35	10	25	6,250	78,125
abc	70	40	5	-5	-1,250	3,125

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

O efeito total, será calculado através de  $col. \frac{k}{2^{k-1}}$ , com exceção da primeira entrada, que será calculada através de  $col. \frac{k}{2^k}$ , sendo esta também a média global de todas as observações. Por fim, as variações  $SS$ , são calculadas através de  $\frac{(col.k)^2}{2^k}$ . Podemos observar que o primeiro valor da Col.3, será a soma de todas as observações, sendo as restantes entradas os contrastes dos fatores e das interações. O Fator de Correção da análise de variância será dado pela primeira entrada da coluna  $SS$ . Havendo replicações ( $n \geq 2$ ), as réplicas serão incluídas nos divisores através de  $2^{k-1} \times n$  e  $2^k n$ , para os efeitos e variações respetivamente. Relativamente à análise de resíduos, estes serão obtidos através das diferenças entre os valores observados e os valores previstos para a resposta. Recorrendo a um exemplo de um fatorial  $2^4$ , em que os fatores  $A$ ,  $B$  e a interação  $AD$ , foram considerados significativos, o valor previsto para resposta de uma experiência  $i$ , será dado por:

$$\hat{y}_i = Média\ global + \frac{Ef.A}{2} x_A + \frac{Ef.B}{2} x_B + \frac{Ef.AD}{2} x_A x_D \quad (4.65)$$

onde,  $\hat{y}_i$  é a estimativa da resposta para a experiência  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 2^k$ ),  $Ef.A$ ,  $Ef.B$  e  $Ef.AD$ , são os efeitos completos dos fatores  $A$ ,  $B$  e da interação  $AD$ , e  $x_A$ ,  $x_B$  e  $x_D$ , são os níveis dos fatores  $A$ ,  $B$  e  $D$ . Os efeitos dos fatores e da interação são diretamente afetados pelos sinais dos níveis, + ou -, de acordo com os níveis da experiência  $i$ , caracterizados na matriz de planeamento. Deste modo, o cálculo dos resíduos será então dado por:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (4.66)$$

onde  $e_i$  é o valor do resíduo correspondente à experiência  $i$ , e  $y_i$  e  $\hat{y}_i$  são, respetivamente, o valor observado e o valor previsto, para a experiência  $i$ . Alternativamente, os valores previstos e os resíduos, podem ser obtidos através do Algoritmo de Yates pela ordem inversa, conforme Tabela 4.11. Recorrendo ao mesmo caso da Tabela 4.10, considerando os efeitos de  $A$  e  $AC$  significativos, substitui-se na coluna  $k$  do Algoritmo de Yates, as entradas dos efeitos não significativos por zeros, exceto para a entrada correspondente à combinação (1). Deste modo, a coluna das respostas será substituída pela coluna  $k$  do Algoritmo de Yates, já com os valores substituídos por zeros e em ordem inversa. O objetivo será a determinação dos valores previstos, com os quais será possível o cálculo

dos resíduos. Os pressupostos de Normalidade, independência e homogeneidade da análise de variância, devem ser sempre validados na análise de resíduos.

Tabela 4.11 - Algoritmo de Yates para cálculo dos valores previstos.

Ordem padrão (inversa)	Col.3 do Algoritmo Yates modificado	Col.1	Col.2	Col.3	Valor previsto $\hat{y}_i$	Valor observado $y_i$	Resíduo $e_i$
<i>abc</i>	0	0	45	505	63,125	70	6,875
<i>bc</i>	0	45	460	205	25,625	30	4,375
<i>ac</i>	45	0	-45	505	63,125	60	-3,125
<i>c</i>	0	460	250	205	25,625	25	-0,625
<i>abc</i>	0	0	45	415	51,875	50	-1,875
<i>b</i>	0	-45	460	295	36,875	30	-6,875
<i>a</i>	105	0	-45	415	51,875	50	-1,875
(1)	355	250	250	295	36,875	40	3,125

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

No cálculo da Variação Residual, ou Erro, existem dois cenários possíveis, nomeadamente desenhos sem e com replicação da experiência. Quando há replicação ( $n \geq 2$ ), é possível estimar o erro através de  $SS_{Erro} = SS_T - \sum SS_{Fatores e interações}$ . No entanto, por vezes não é possível replicar as experiências devido a limitação de recursos, impossibilitando estimar o Erro a partir da diferença entre a variação total e as dos outros fatores. Para este caso existem três métodos que permitem aferir a Variação Residual. Um método indica que os efeitos associados a interações de ordem superior não são significativos, sendo a variação puramente residual, combinando-se as interações de ordem superior e assumindo-se que a variação do Erro é igual à soma das suas variações. Outro método é o Gráfico Meio-Normal dos Efeitos de Cuthbert Daniel, onde os efeitos, em valores absolutos ou reais, são organizados por ordem crescente de grandeza, numa escala da distribuição Normal. A escala, conhecida como meio-Normal, utiliza os valores de probabilidades acima de 50% da escala habitual, sendo as probabilidades acima desse valor modificadas por:

$$P' = 2P - 100 \quad (4.67)$$

onde  $P$  será o valor da probabilidade na escala habitual, ou seja, 50% na escala Normal será equivalente ao zero da escala meio-Normal, e por exemplo, 60% corresponderá a = 20%. As probabilidades associadas a cada um dos  $(2^k - 1)$  efeitos correspondentes a um fatorial com  $k$  fatores a dois níveis são dadas por:

$$P' = 100 \times \frac{\left(i - \frac{1}{2}\right)}{2^k - 1} \quad i = 1, 2, \dots, (2^k - 1) \quad (4.68)$$

onde,  $i$  representa o número de ordem dos efeitos por ordem crescente do valor absoluto ou real. Deste modo se todos os efeitos seguirem aproximadamente uma linha reta junto ao canto inferior esquerdo do gráfico, podemos indicar que não serão significativos, se a maioria dos efeitos se localizar no canto inferior esquerdo ao longo de uma linha reta, mas alguns estiverem afastados dessa reta, podemos indicar, numa primeira aproximação, que estes serão significativos. A soma das variações dos efeitos não significativos, irá fornecer uma estimativa da Variação Residual. Na Figura 4.13 podemos observar o Gráfico de Daniel, para um fatorial  $2^4$  sem réplicas, em que  $A$ ,  $D$ ,  $AB$  e  $CD$  são significativos.

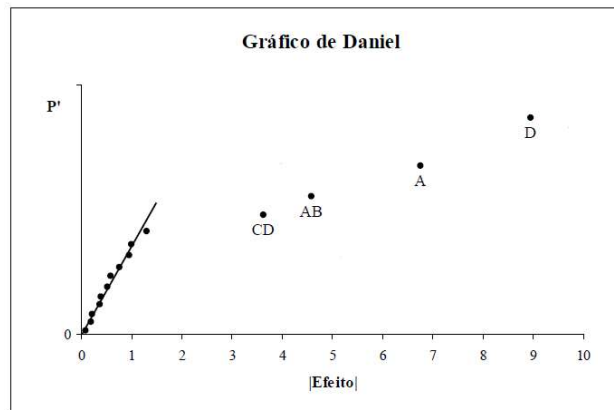


Figura 4.13 - Estimativa do erro pelo método de Daniel.

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

Por fim o último método, defende a junção das variações de pequeno valor até se obter um erro, com metade do número total de graus de liberdade do desenho. Na prática, considera-se que a variação é pequena quando o seu valor for menor do que 4% da Variação Total. Por fim, para a definição do modelo que permita obter a resposta para qualquer valor dentro da região experimental, será necessário a aplicação de polinómios ortogonais. Como estamos perante fatores a dois níveis, as variações só contêm componente linear, sendo os coeficientes de regressão iguais a metade dos efeitos dos fatores ou interações. Assim sendo, o nível codificado  $x$  para qualquer fator a dois níveis, está relacionado com o valor real  $X$  através da expressão:

$$x = \left( X - \bar{X} / d_x / 2 \right) \quad (4.69)$$

onde  $\bar{X}$  representa a média dos níveis do fator  $X$  e  $d_x$  representa o intervalo ou distância entre os níveis do fator  $X$ . Deste modo, a modelação da resposta de um desenho com fatores a dois níveis será dada por:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \frac{\text{Efeito de } X_1}{2} x_1 + \frac{\text{Efeito de } X_2}{2} x_2 + \frac{\text{Efeito de } X_s}{2} x_s \quad (4.70)$$

onde  $X_1, X_2, \dots, X_s$ , são os fatores significativos da análise de variância e  $x_1, x_2, \dots, x_s$ , são os níveis codificados dos fatores, -1 ou +1. A equação (4.70) permite também definir a Superfície de Resposta para um modelo com fatores a dois níveis.

Segundo Requeijo & Abreu (2013), o objetivo da Metodologia da Superfície de Resposta (RSM – *Response Surface Methodology*), é a determinação das condições ótimas de operação de um processo, através da utilização do DOE. A Figura 4.14 a), representa uma superfície de resposta tridimensional de uma interação entre dois fatores, onde se pode observar uma interação entre os fatores A e B, na medida em que o valor da resposta aumenta quando o valor de A aumenta e B diminui. Podemos também observar o respetivo gráfico de contorno na Figura 4.14 b), determinado através da projeção da superfície de resposta num gráfico bidimensional, permitindo deste modo a determinação de várias combinações de níveis dos fatores, cujo valor da resposta é o mesmo.

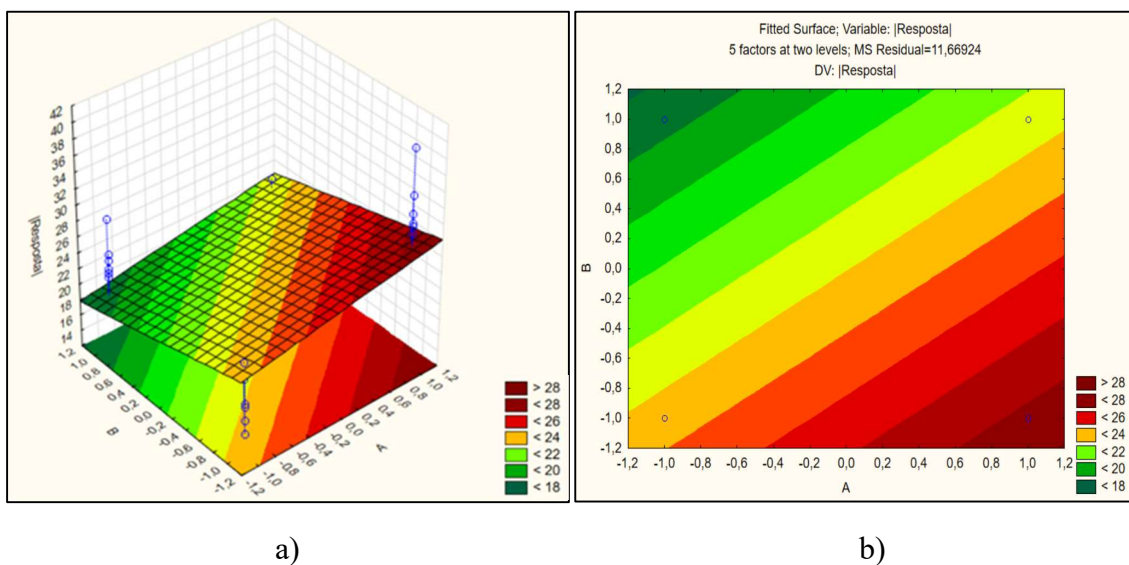


Figura 4.14 - a) Exemplo de Superfície de Resposta da interação entre os 2 fatores.  
b) Exemplo de Gráfico de Contorno da interação entre os 2 fatores.

#### 4.9 O Desenho Fatorial Fracionado com Vários Fatores a Dois Níveis $2^{k-p}$

De acordo com Pereira & Requeijo (2008), o Desenho Fatorial Fracionado, é de extrema eficácia quando é necessário analisar um grande número de fatores, mas com o mínimo de experiências efetuadas, na medida que para um fatorial  $2^k$ , um aumento do número de fatores implica um aumento acentuado de experiências. Analisando um fatorial completo  $2^6$ , serão necessárias 64 experiências, nas quais 6 dos 63 graus de liberdade são utilizados para aferir os efeitos principais, 15 graus são utilizados para analisar interações de dois fatores, sendo os restantes 42 graus de liberdade para avaliar efeitos das interações de ordem superior, entre três e seis fatores. Assumindo que é possível desprezar as últimas, obtemos deste modo a análise sobre os efeitos principais e interações de dois fatores a uma fração do fatorial completo. O Fatorial Fracionado é apresentado na forma  $2^{k-p}$ , onde  $k$  é o número de fatores e  $\frac{1}{2}^p$ , representa a fração do fatorial completo  $2^k$ , sendo  $p$  o número de geradores utilizados na construção do fracionado. Considere-se o caso de um desenho fatorial completo  $2^3$ , com um total de oito experiências, mas só sendo possível efetuar quatro. Será necessário analisar  $\frac{1}{2}$  do fatorial  $2^3$ , tendo-se deste modo  $p = 1$  e um fracionado  $2^{3-1}$ . Seleciona-se o fator C como fator gerado a partir da interação dos fatores não gerados A e B,  $C \equiv AB$ . Deste modo o fator C irá assumir nas 4 experiências os níveis correspondentes aos sinais da interação AB, como representado na Tabela 4.12, onde se encontram também representados os sinais das restantes interações entre A, B e C.

Tabela 4.12 - Desenho fracionado  $2^{3-1}$ .

Ordem padrão	A	B	$C \equiv AB$	AB	AC	BC	ABC	Resposta
(1)	-	-	+	+	-	-	+	y <sub>1</sub>
a	+	-	-	-	-	+	+	y <sub>2</sub>
b	-	+	-	-	+	-	+	y <sub>3</sub>
ab	+	+	+	+	+	+	+	y <sub>4</sub>

Fonte: Adaptado de Pereira & Requeijo (2008).

Pode-se verificar que ao determinar o efeito de A, este está confundido com o efeito de BC. O mesmo se verifica entre os efeitos de B e de AC, e entre os efeitos de C e AB, conforme mencionado ao selecionar o fator gerado C. Os efeitos estão deste modo confundidos ou mascarados dois a dois, não podendo ser diferenciados. Deste modo, se o fator A for significativo não se saberá se é realmente o fator A ou a interação BC. O mesmo se aplicará entre B e AC. No entanto, está estabelecido que são os fatores

principais que influenciam a resposta. Pode-se observar este facto através da análise de contrastes dos fatores e das interações, de acordo com a Tabela 4.12:

$$\text{Contraste de } A = -y_1 + y_2 - y_3 + y_4$$

$$\text{Contraste de } BC = -y_1 + y_2 - y_3 + y_4$$

$$\text{Contraste de } B = -y_1 - y_2 + y_3 + y_4$$

$$\text{Contraste de } AC = -y_1 - y_2 + y_3 + y_4$$

$$\text{Contraste de } C = +y_1 - y_2 - y_3 + y_4$$

$$\text{Contraste de } AB = +y_1 - y_2 - y_3 + y_4$$

Será cada vez mais complexo determinar a estrutura dos efeitos confundidos, no caso do aumento de fatores e das respectivas experiências, sendo esta obtida pela multiplicação de qualquer efeito pela Relação de Definição, onde qualquer efeito multiplicado por ele próprio é igual ao elemento identidade. A Relação de Definição será formada pelos  $p$  geradores e pelas suas  $(2^p - p - 1)$  interações, conforme:

$$2^p - p - 1 = 2^1 - 1 - 1 = 0 \text{ interações}$$

Assim sendo, para o caso em análise, a Relação de Definição será dada por:

$$C \times C \equiv AB \times C$$

$$C \times C \equiv I \text{ (Elemento identidade)}$$

$$C \times C \equiv ABC$$

$$I \text{ (Elemento identidade)} \equiv ABC \text{ (Relação de Definição)}$$

A estrutura dos efeitos confundidos será então determinada através da multiplicação da Relação de Definição por cada efeito:

$$A \times I \equiv A \times ABC \equiv A^2BC \equiv BC$$

$$B \times I \equiv B \times ABC \equiv AB^2C \equiv AC$$

$$C \times I \equiv C \times ABC \equiv ABC^2 \equiv AB$$

Podemos indicar que os efeitos se encontram confundidos ou mascarados dois a dois. No desenho fatorial fracionado  $2^{k-p}$  cada efeito encontra-se confundido com  $2^p - 1$  efeitos.

O conceito de Resolução, é uma maneira útil de catalogar os desenhos fatoriais fracionados, de acordo de como os efeitos estão confundidos, sendo os desenhos fatoriais fracionados de Resolução III, IV e V particularmente relevantes, conforme Tabela 4.13.

Tabela 4.13 - Resoluções relevantes dos desenhos fatoriais fracionados.

Resolução	Descrição	Exemplo
III	Os efeitos principais não estão confundidos com outros efeitos principais, mas estão com interações de dois fatores, e interações de dois fatores também estão confundidas umas com as outras.	Desenho fracionado $2^{3-1}$ com elemento identidade $I \equiv ABC$ .
IV	Os efeitos principais não estão confundidos nem entre si, nem com interações de dois fatores, mas interações de dois fatores estão confundidas umas com as outras.	Desenho fracionado $2^{4-1}$ com elemento identidade $I \equiv ABCD$ .
V	Tanto os efeitos principais como as interações de dois fatores não estão confundidos entre si, mas as interações de três fatores estão confundidas com as de dois fatores.	Desenho fracionado $2^{5-1}$ com elemento identidade $I \equiv ABCDE$ .

Podemos indicar que a Resolução é igual ao número de letras mais curto da Relação de Definição. É deste modo conveniente usar desenhos fracionados com a Resolução mais alta possível por forma a não existirem interações de ordem inferior confundidas umas com as outras. Relativamente à seleção de geradores, esta não deverá ser arbitrária. Alguns geradores produzem desenhos com estruturas de efeitos confundidos mais favoráveis do que outros. Deste modo, devem ser selecionados geradores por forma a que efeitos potencialmente importantes não fiquem confundidos com outros igualmente importantes. Mediante a escolha de geradores, serão obtidas Relações de Definição diferentes e respetivas estruturas de efeitos confundidos. Neste caso, perante a mesma Resolução, deverá ser selecionada a estrutura que confunda o menor número de interações de ordem inferior. Na análise de variância do desenho fatorial fracionado, o cálculo da Variação Total, das variações dos fatores e interações e dos resíduos, é idêntico ao do desenho fatorial completo:

$$\text{Efeito do Fator } X = \frac{\text{Contraste}}{2^{k-p-1}n} = \frac{(\sum y)_{X^+} - (\sum y)_{X^-}}{2^{k-p-1}n} \quad (4.71)$$

$$SS_X = \text{Variação do Fator } X = \frac{(\text{Contraste})^2}{2^{k-p}n} = \frac{[(\sum y)_{X^+} - (\sum y)_{X^-}]^2}{2^{k-p}n} \quad (4.72)$$

Na utilização do Algoritmo de Yates, é considerado que os dados são obtidos de um fatorial completo com  $(k - p)$  variáveis. A análise de variância dos desenhos fracionados

replicados e não-replicados será idêntica à dos desenhos fatoriais completos, tendo também em consideração a análise a efetuar relativamente aos efeitos confundidos.

## 5 Caso de Estudo

Conforme exposto, o Planeamento ou Desenho de Experiências, é uma metodologia extremamente poderosa, com aplicação na redução sistemática da variabilidade das resposta dos processos, permitindo aferir quais os fatores controláveis significativos, assim como quais os melhores níveis desses fatores, permitindo o desenvolvimento de sistemas produtivos robustos e estáveis, por forma a tornar as organizações industriais eficazes e competitivas, através de um menor consumo de recursos, colocando no mercado produtos que satisfazem ou superam as expectativas dos clientes. Deste modo, o caso de estudo selecionado para a presente dissertação, é a implementação do desenho de experiências na melhoria de um processo produtivo, com aplicação na análise dos fatores e respetivos níveis de um processo específico, por forma a obter a melhor e mais estável resposta do sistema, de acordo com o critério definido. A análise foi desenvolvida no fluxo produtivo de um determinado componente automóvel, numa organização industrial multinacional, de desenvolvimento, produção e comercialização, atuando no setor automóvel, ao nível *Tier 1*, ou seja, como fornecedor direto das organizações OEM (*Original Equipment Manufacturer*), encontrando-se entre os fornecedores de topo desta indústria a nível mundial. Devido ao valor da característica em análise estar relacionada com o desempenho do produto, não será possível caracterizar em detalhe, quer a organização industrial onde foi efetuada a análise, quer o produto do processo em análise. A resposta do sistema terá também um coeficiente sobre os valores originais, por forma a não serem divulgados os valores exatos do processo. O processo em análise, trata-se de um teste de estanquidade ao produto, por forma a garantir esta característica antes do seu envio para o cliente. O produto em questão, totalmente novo na organização industrial, encontra-se na fase final de industrialização, sendo também a fase de ajuste e otimização de parâmetros de máquina, por forma a estabilizar os processos, antes da sua entrega aos departamentos de Produção, Engenharia de Processo e Manutenção. A problemática deste caso de estudo está relacionada com a falta de estabilidade que o processo está a demonstrar com a parametrização providenciada pelo fabricante para este componente, na medida que apresenta resultados falsos, criando rejeições do processo por excesso, ou seja, rejeitando peças conformes, como não-conformes. A atual parametrização providenciada pelo fornecedor, poderá carecer de uma amostragem maior da variabilidade do componente, na medida que a validação e aceitação do equipamento é efetuada com produção limitada, não contendo toda a gama de variação que o processo

produtivo irá refletir com o *ramp-up* em produção série. O objetivo do caso de estudo será, através do DOE, analisar os fatores do processo, por forma a aferir quais os significativos, assim como quais os respetivos níveis, por forma a dotar o processo da robustez e estabilidade, que permitam uma operação estável da máquina e do processo produtivo para o componente em análise. Na medida que se trata de uma iniciativa de incremento de robustez e de redução de variabilidade da resposta, este caso de estudo será estruturado seguindo o método DMAIC, sempre que aplicável.

## 5.1 Caracterização do Processo em Análise

O processo em análise, é um teste de estanquidade a hélio, cujo objetivo é detetar e medir eventuais fugas no produto, sendo composto por uma máquina de deteção de fugas, cuja operação é feita por um operador(a). O processo é composto por 3 fases principais, nomeadamente colocação de componente no gabarito de teste, teste de estanquidade e remoção do componente do gabarito de teste. O componente do processo em análise, identificado a partir deste momento como Componente A, contém dois circuitos internos, sendo identificados a partir deste momento como Circuito 1, onde será efetuado o Teste de Estanquidade 1 (TE1), e o Circuito 2, onde será efetuado o Teste de Estanquidade 2 (TE2). Cada circuito tem 2 interfaces externas, nomeadamente interfaces de entrada e de saída dos circuitos, que são utilizados para a conexão com a máquina, e também para conexão com a interface do cliente. Na Figura 5.1, podemos encontrar um esboço concetual do Componente A, assim como das interfaces dos respetivos circuitos internos.

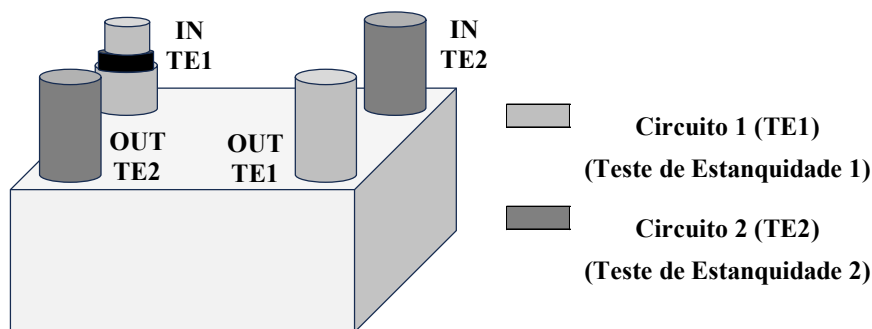


Figura 5.1 - Esboço concetual do Componente A, testado no processo em análise.

Devido ao *design* das interfaces do produto e também às diferentes características de teste de cada um dos circuitos, nos gabaritos de teste da máquina, as conexões de vedação de cada um dos circuitos possuem configurações dimensionais diferentes, por forma a

efetuar a vedação de cada interface da maneira mais adequada, tendo em conta o tipo de junta. O âmbito do caso de estudo, será o Teste de Estanquidade 1, na medida que é a resposta do sistema que é necessário analisar e estabilizar. Deste modo, irão somente ser caracterizadas estas conexões e as respetivas vedações, devido a existirem parâmetros de máquina que potencialmente poderão assumir o papel de fatores no DOE. Na conexão IN TE1/Gabarito, a vedação é feita através da inserção do conector do produto com *o-ring*, já previamente montado no conector do produto num processo anterior, numa peça recetora do gabarito de teste, sendo a vedação feita por contacto. Na conexão OUT TE1/Gabarito, a vedação é feita através da inserção do conector macho do gabarito, no conector OUT TE1 (fêmea). O conector do gabarito contém um elemento de borracha de acrilonitrilo butadieno (NBR), também conhecido como borracha nitrílica, que irá sofrer uma compressão efetuada por uma peça metálica no topo do conector, atuada pneumáticamente pelo interior do conector, por forma a induzir uma expansão no elemento em NBR, que irá deste modo vedar a conexão entre componente e gabarito. Como a peça será pressurizada para os testes de estanquidade, esta será bloqueada verticalmente por um mecanismo, que garantirá o correto posicionamento e a segurança de máquina e operador(a), até à completa despressurização do sistema. Na Figura 5.2 podemos observar um esboço do componente e da respetiva interface do gabarito de teste da máquina.

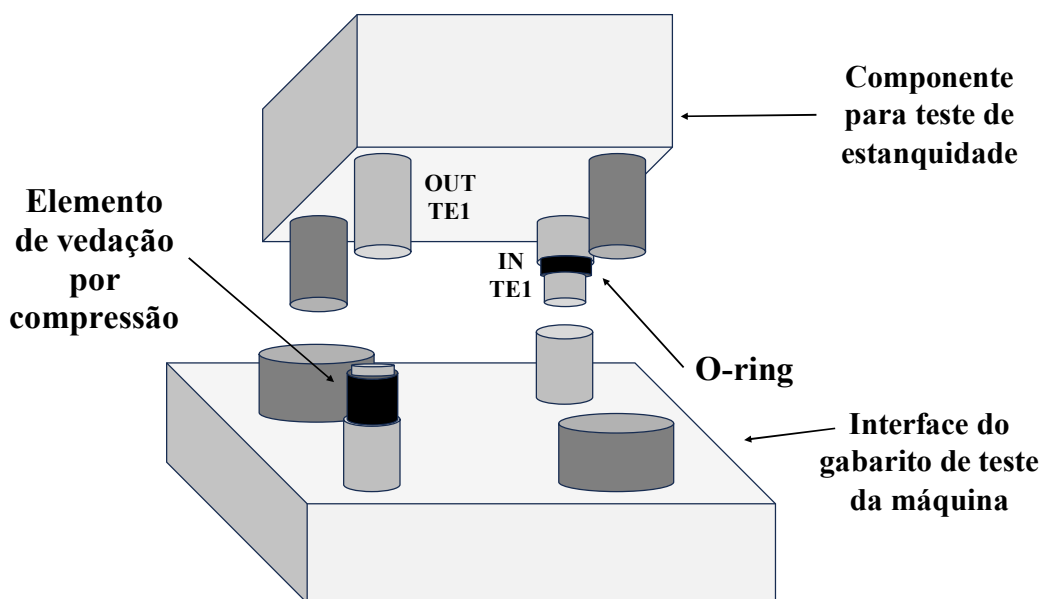


Figura 5.2 - Esboço concetual do componente e da respetiva interface do gabarito de teste da máquina.

Para efetuar o teste de estanquidade, a máquina contém um espectrômetro de massa, que utiliza hélio como gás de rastreo, permitindo deste modo efetuar a medição das fugas globais dos componentes. O componente testado, é colocado no interior de uma câmara de análise, que será colocada em vácuo e onde o componente será pressurizado com hélio. Atingindo um determinado valor de vácuo, o espectrômetro irá analisar a quantidade de hélio presente na câmara de análise, por forma a verificar se existe alguma fuga do componente, conforme Figura 5.3 (imagem à direita). Deste modo, este teste permite testar a resistência mecânica do componente, e detetar grandes e pequenas fugas assim como o valor respetivo.

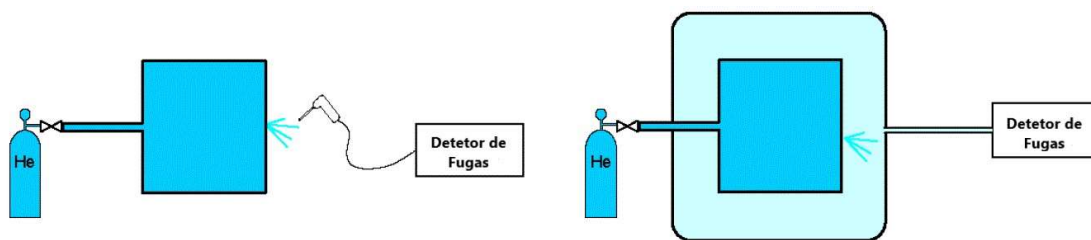


Figura 5.3 - Detecção de fuga de componente sob pressão, utilizando o método do detector. Detecção de fuga com *sniffer* (esquerda). Medição total da fuga (direita).

Fonte: Adaptado de Brandt (2006).

Os componentes principais de um espectrômetro de massa são a fonte de iões, o sistema de separação e o sistema coletor de iões. O princípio de funcionamento do espectrômetro é caracterizado por eletrões emitidos por um filamento aquecido, que ioniza por colisão as moléculas existentes no coletor de eletrões. Os trajetos percorridos pelos iões no campo eletromagnético da célula, têm uma curvatura dependente do valor da relação entre a carga do ião  $q$ , e a sua massa molecular  $m$ . A construção do espectrômetro permite apenas que os iões de hélio alcancem o coletor, onde será gerada uma corrente elétrica, que será amplificada, permitindo quantificar o sinal de hélio originário da câmara, em termos de perda expressa em  $\text{mbar} \times \text{l/s}$ . Na Figura 5.4, podemos observar um diagrama representativo de uma célula de deteção de fugas de hélio assim como um exemplo real deste tipo de célula.

O objetivo deste caso de estudo, será a determinação dos fatores com potencial impacto na resposta do sistema, e dos respetivos níveis, de forma a desenvolver a melhor parametrização do processo, que devolva uma resposta do sistema robusta e estável, permitindo uma operação estável da máquina e do processo produtivo.

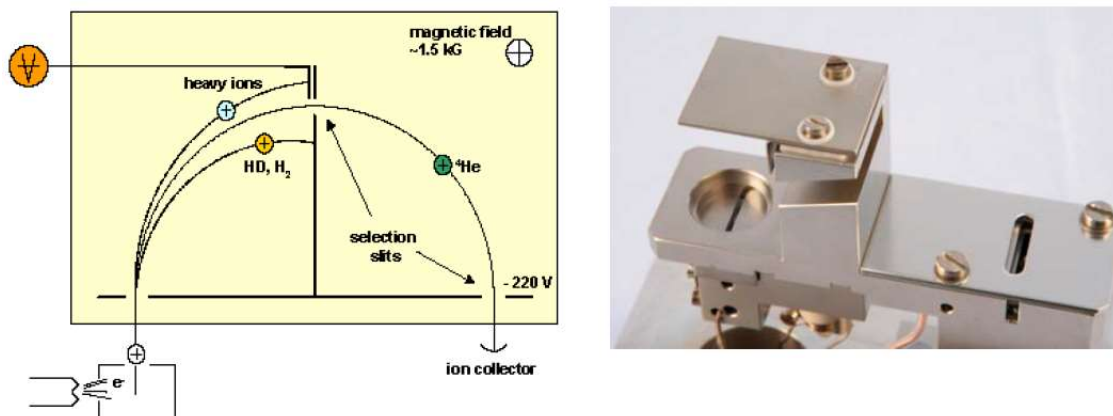


Figura 5.4 - Esquemática de uma célula de detecção de fugas de hélio com campo magnético de 180° (à esquerda) e foto do sistema real (à direita).

Fonte: Retirado de Brandt (2006).

## 5.2 Desenvolvimento da Análise

Tendo por base o método DMAIC sempre que aplicável, o primeiro passo tomado foi a criação do *Project Charter*, de forma a identificar a oportunidade e o âmbito do projeto, as datas previstas de início e de conclusão, as métricas principais para medir o sucesso do projeto, os benefícios potenciais para o cliente interno ou externo, a equipa e as suas funções, e quaisquer recursos adicionais que possam ser necessários para completar o projeto. O *Project Charter* desenvolvido encontra-se na Figura 5.5.

Project Charter	
Nome do Projecto/Objetivo:	Estabilização do processo do teste de estanquidade a hélio na máquina Y, da linha do Componente A.
Descrição do problema	Devido a parametrização inadequada do processo, ocorrem em todas as produções, testes de estanquidade com resultados falsos por excesso, resultando em sucata e respetiva perda de desempenho operacional.
Definição do objetivo	Eliminação a 100% dos testes de estanquidade a hélio com resultados falsos por excesso da máquina Y, da linha do Componente A, e da respetiva sucata gerada.
Avaliação do histórico do problema	Incidência a 100% de testes falsos em todas as produções de teste e <i>ramp up</i> de produção.
Restrições e pressupostos	Disponibilidade de máquina, equipa de produção, team leader, auditor de qualidade, técnico de manutenção, e engenheiro de processo, somente durante necessidades de produção ou produções de <i>ramp up</i> de linha.
Equipa de trabalho	Tiago Trindade (Desenvolvimento de Processo / Industrialização). Especialistas das áreas de Engenharia de Processo, Manutenção, Produção, e Qualidade. Especialistas representantes do fabricante da máquina.
Cronograma preliminar	Atividade prevista durante o 2º trimestre de 2023: Planeamento ( <i>Define</i> ), recolha de dados ( <i>Measure</i> ), análise ( <i>Analyse</i> ). Fases seguintes previstas para o 3º trimestre de 2023.

Figura 5.5 - *Project charter* elaborado para o caso de estudo.

A etapa seguinte, foi o desenvolvimento de um Diagrama de Afinidades, por forma a recolher e registar as ideias que potencialmente poderiam ser classificadas como causas-raiz, ou que poderiam contribuir para a problemática em análise. Para este desenvolvimento, foi realizado um *Brainstorming*, no qual participaram os colaboradores da organização, cujo conhecimento técnico e organizacional poderia produzir os *inputs* mais significativos, nomeadamente de áreas como o Desenvolvimento de Processo, Industrialização, Engenharia de Processo, Qualidade, Produção e Manutenção. O fabricante da máquina foi também envolvido neste processo, providenciando importantes *inputs*, para a elaboração deste diagrama. Na Figura 5.6, podemos encontrar o Diagrama de Afinidades produzido e validado pela equipa multidisciplinar, com base na experiência acumulada neste tipo de processo. De salientar que o aspeto de nível 1 com maior relevância foi o “*Design da máquina*”. Relativamente ao aspeto de nível 2 com maior relevância foi considerado o “*Aspetos relacionados com a máquina*”.

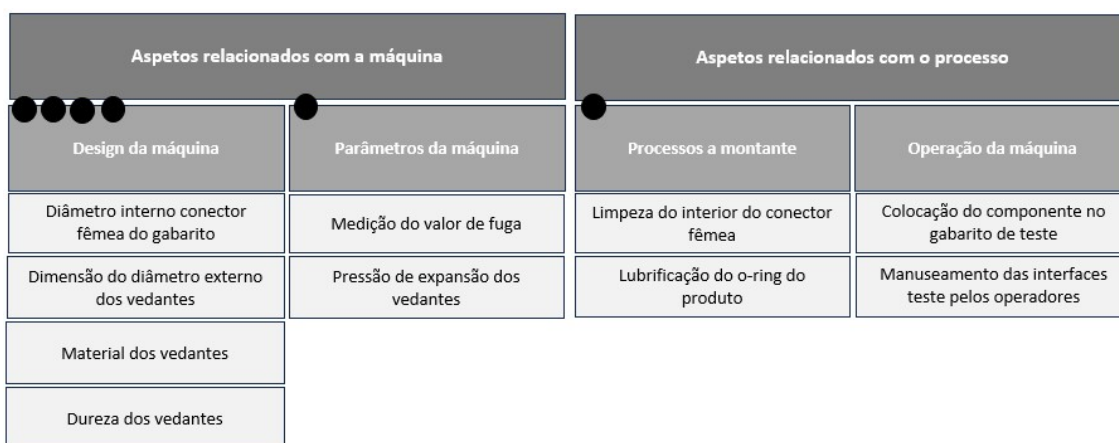


Figura 5.6 - Diagrama de Afinidades para recolha e registo de potenciais causas-raiz.

Com o desenvolvimento do Diagrama de Afinidades, a informação recolhida foi organizada e estruturada num Diagrama de Causa-e-Efeito, onde é possível observar a relação entre as causas e os potenciais efeitos e ao qual foi adicionado a definição clara do problema, sendo efetuada nova análise de *Brainstorming*. As causas foram principalmente agrupadas nas categorias Método, Máquina e Material, conforme previsto pela análise do Diagrama de Afinidades. O Diagrama de Causa-e-Efeito final pode ser observado na Figura 5.7. Para aprofundar a análise e validar o carácter significativo das causas recolhidas, passando para o domínio quantitativo, a etapa seguinte foi o desenvolvimento do Desenho de Experiências. Na Tabela 5.1 podemos observar a

compilação da informação do Diagrama de Causa-e-Efeito, complementada com a informação dos níveis dos fatores, resultante do *Brainstorming* desenvolvido pela equipa multidisciplinar.

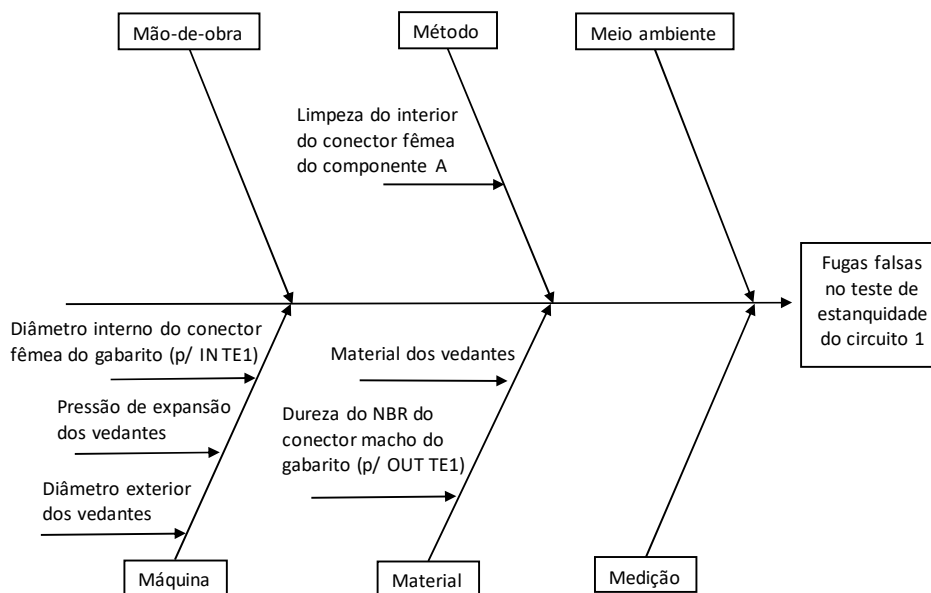


Figura 5.7 - Diagrama de Causa-e-Efeito final.

Conforme verificado previamente, Montgomery (2017) apresenta uma abordagem estruturada para a execução de um desenho de experiências, conforme Figura 5.8, a qual será seguida para o desenvolvimento do caso de estudo. Observando o procedimento, podemos verificar que as etapas 1 e 2 já se encontram concluídas, uma vez que o reconhecimento e declaração do problema, assim como a seleção da variável de resposta, se encontram definidas no *Project Charter*. Relativamente à escolha de fatores e níveis, etapa 3, estes foram selecionados através do *Brainstorming* e Diagrama de Afinidades, e organizados através de um Diagrama de Cause-e-Efeito, tendo sido a informação recolhida sobre os níveis, adicionada na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Tabela de fatores e níveis, resultante da análise de *Brainstorming* e dos Diagramas de Afinidade e Causa-e-Efeito.

Fatores		Nível -	Nível +	Unidade
A	Limpeza do interior do conector OUT TE1 (fêmea) do componente A	Sim	Não	-
B	Dureza do NBR do conector macho do gabarito (p/ OUT TE1)	60	70	SH
C	Diâmetro interno do conector fêmea do gabarito (p/ IN TE1)	11,9	12,1	mm
D	Pressão de expansão dos vedantes	16	18	bar
E	Diâmetro exterior dos vedantes	19,7	20,2	mm
F	Material dos vedantes	NBR	Silicone	-

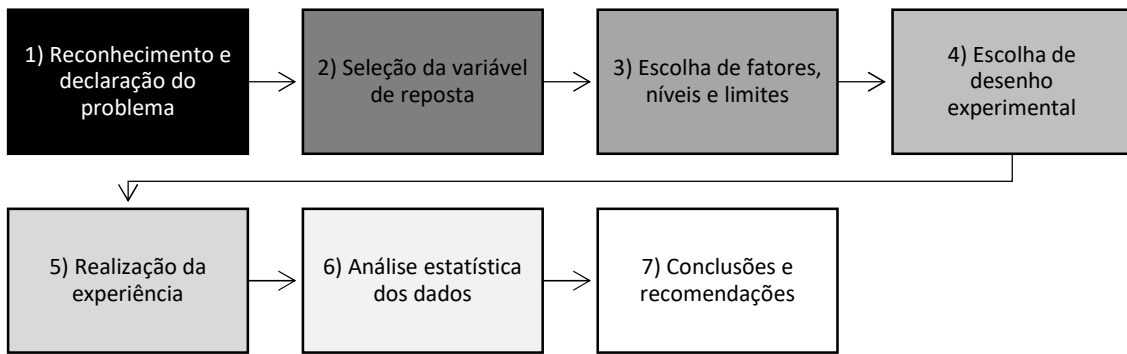


Figura 5.8 - Procedimento de desenvolvimento de desenhos de experiências.

Após efetuada uma pré-análise experimental aos fatores selecionados e respectivos níveis, por forma a aferir a adequabilidade dos mesmos ao processo, conforme recomendado por Coleman e Montgomery (1993), foi necessário retirar os fatores E e F da listagem de fatores. A utilização do fator E – Diâmetro exterior dos vedantes, no seu nível +, tornou-se inviável, na medida em que após alguns ciclos de compressão, a uma dureza de SHORE 60 (medida da resistência que um material tem à indentação), o vedante sofreu uma deformação plástica que impediu o encaixe do conector fêmea do componente A, OUT TE1 (fêmea), no conetor macho do gabarito. Relativamente ao fator F – Material dos vedantes, verificou-se que o Silicone possui uma alta permeabilidade aos gases, ao contrário do NBR, tornando-o um material inviável para utilização nesta aplicação (Zhang & Cloud, 2006). Deste modo, podemos observar na Tabela 5.2, a listagem de fatores e níveis final, para utilização no DOE.

Tabela 5.2 - Tabela final de fatores e níveis, resultante da análise efetuada ao processo.

Fatores		Nível -	Nível +	Unidade
<b>A</b>	Limpeza do interior do conector OUT TE1 (fêmea) do componente A	Sim	Não	-
<b>B</b>	Dureza do NBR do conector macho do gabarito (p/ OUT TE1)	60	70	SH
<b>C</b>	Diâmetro interno do conector fêmea do gabarito (p/ IN TE1)	11,9	12,1	mm
<b>D</b>	Pressão de expansão dos vedantes	16	18	bar

Para os quatro fatores selecionados, cada um com 2 níveis, e adotando o desenho fatorial completo, seriam necessárias 16 experiências. No entanto, por motivos operacionais de disponibilidade de linha e de necessidades de produção, só foi possível a realização de 8 experiências. Deste modo, foi necessário optar por um fatorial fracionado  $2^{k-p} = 2^{4-1}$ , replicado, em que 3 fatores não são gerados e 1 será ( $p = 1$ ), sendo utilizado como gerado, o fator  $D \equiv ABC$ . O fatorial fracionado terá deste modo uma Resolução IV, indicando que

os efeitos principais não estarão confundidos entre si, nem com as interações de dois fatores, mas as interações de dois fatores estarão confundidas entre si. O fator *D* foi também selecionado como tendo os geradores *ABC*, na medida em que de acordo com o conhecimento e experiência conjunta da equipa, este fator poderia potencialmente ser o menos relevante comparativamente com os restantes, podendo deste modo ser elegível como ficando confundido, evitando-se que os efeitos potencialmente importantes não ficassem confundidos com outros igualmente importantes. Assim sendo, a fração a analisar será dada por:

$$\frac{8}{2^4} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2^1}$$

A matriz de planeamento será então dada conforme representação na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Matriz de planeamento do caso de estudo.

Experiência	Fatores			
	A	B	C	D ≡ ABC
(1)	-	-	-	-
a	+	-	-	+
b	-	+	-	+
ab	+	+	-	-
c	-	-	+	+
ac	+	-	+	-
bc	-	+	+	-
abc	+	+	+	+

Elaborada a matriz de planeamento, procedeu-se à realização dos 8 ensaios experimentais, de forma aleatória, conforme o planeamento da Tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Matriz de planeamento do caso de estudo, após aplicação da aleatoriedade.

Nº	Experiência	Fatores			
		A	B	C	D ≡ ABC
1	a	+	-	-	+
2	bc	-	+	+	-
3	ab	+	+	-	-
4	ac	+	-	+	-
5	c	-	-	+	+
6	abc	+	+	+	+
7	b	-	+	-	+
8	(1)	-	-	-	-

Por forma a atribuir as mesmas condições iniciais ao sistema em todos os ensaios, os

vedantes do gabarito foram sempre substituídos por novos, de experiência para experiência. Nas experiências só foram utilizados componentes A nunca testados no processo, não havendo deste modo reutilização de componentes.

Relativamente ao número de replicações a efetuar, de acordo com a experiência acumulada e pré-análises experimentais efetuadas, optou-se por efetuar 75 replicações, das quais apenas foram utilizadas as últimas 10, da replicação nº 66 à nº 75, na medida em que se verificou uma conformação inicial do sistema, sob a forma de um aumento gradual do valor da resposta até um patamar de estabilização, que em alguns casos representa uma diferença extremamente relevante de valor, e caso não fosse considerado, poderia conduzir a análises a conclusões inadequadas sobre os resultados experimentais. Observou-se que este período de *warm up*, de acordo com as configurações de parâmetros testados até à data, tinha a sua estabilização após pelo menos 50 replicações, no entanto, de forma conservadora, e tendo em consideração que iriam ser testadas configurações de parâmetros completamente novas, optou-se por uma aproximação mais conservadora, sendo utilizados deste modo as respostas da replicação nº 66 à nº 75, como se pode observar nas representações gráficas do planeamento, da Figura 5.9 à Figura 5.16.

Nas representações gráficas podemos observar os valores da resposta do sistema em função da respetiva replicação. O limite superior de controlo do processo está também representado através de uma linha vermelha. Conforme mencionado, foi introduzido um fator de cálculo  $X$  comum, sobre os valores e limite superior, para ocultar os valores reais.

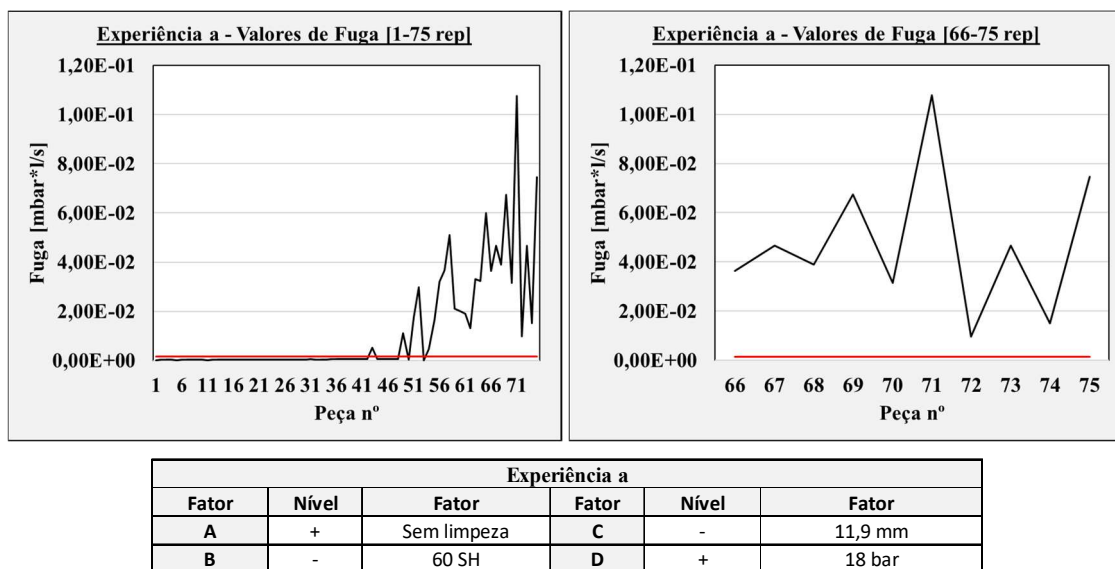
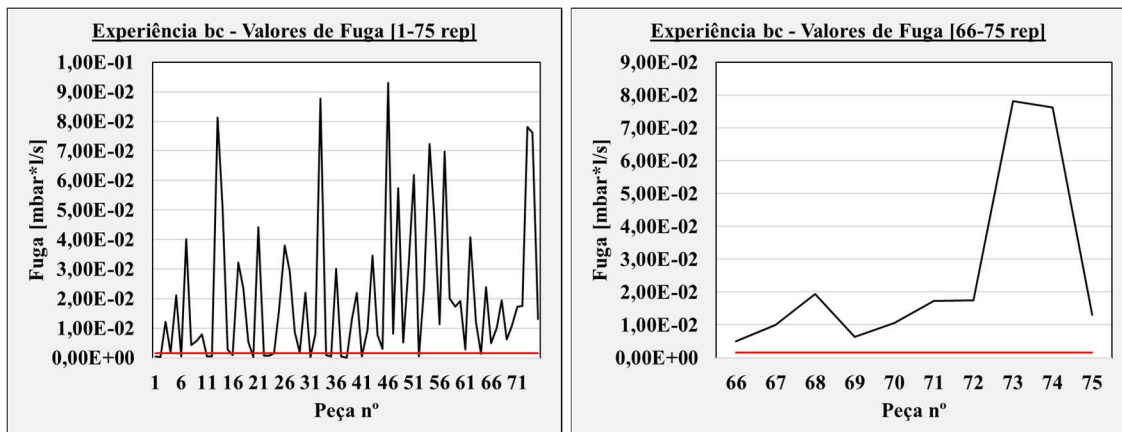
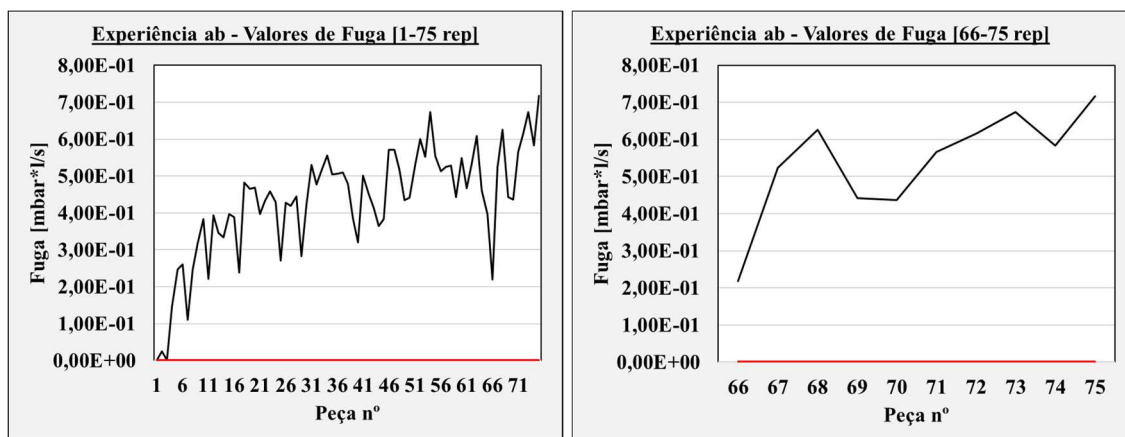


Figura 5.9 - Experiência a: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita).



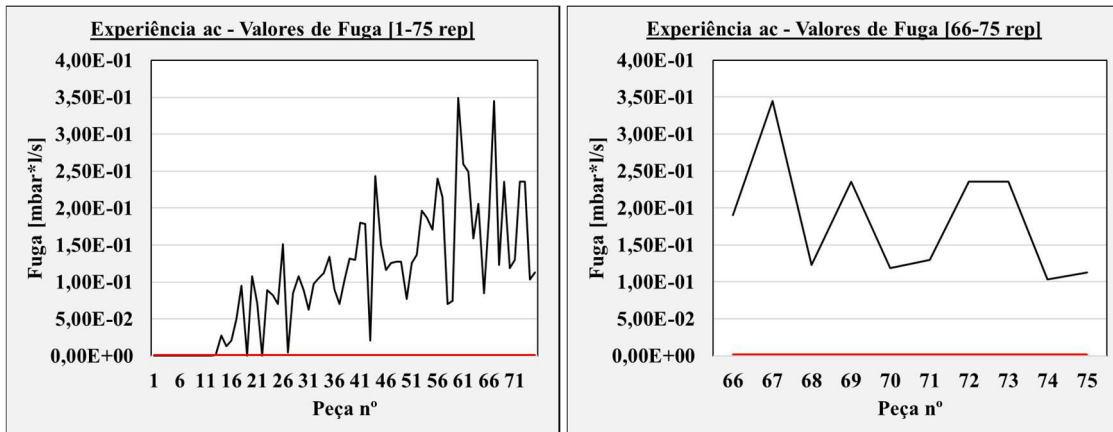
Experiência bc					
Fator	Nível	Fator	Fator	Nível	Fator
A	-	Com limpeza	C	+	12,1 mm
B	+	70 SH	D	-	16 bar

Figura 5.10 - Experiência bc: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita).



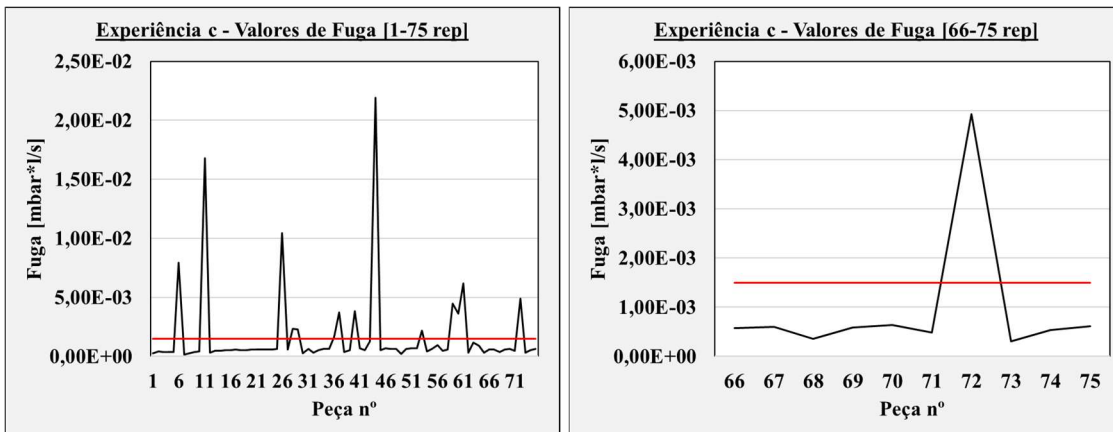
Experiência ab					
Fator	Nível	Fator	Fator	Nível	Fator
A	+	Sem limpeza	C	-	11,9 mm
B	+	70 SH	D	-	16 bar

Figura 5.11 - Experiência ab: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita).



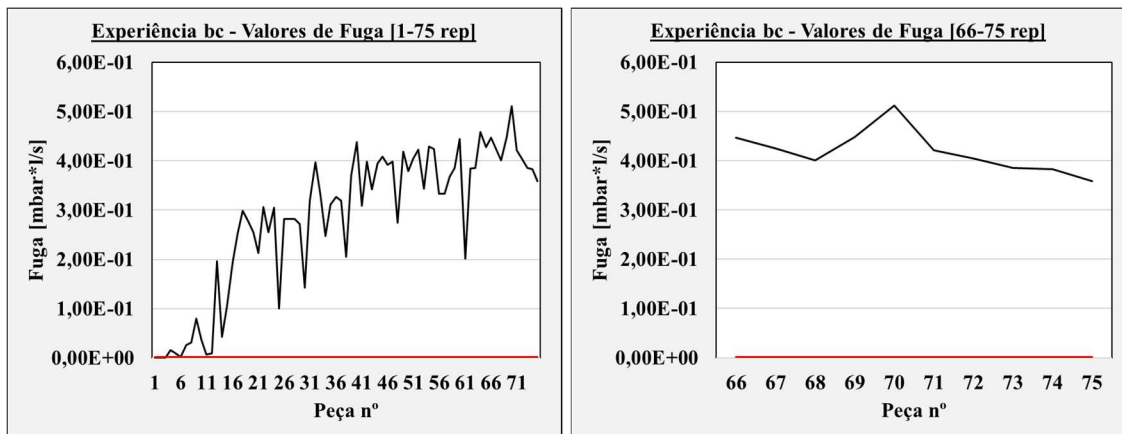
Experiência ac					
Fator	Nível	Fator	Fator	Nível	Fator
A	+	Sem limpeza	C	+	12,1 mm
B	-	60 SH	D	-	16 bar

Figura 5.12 - Experiência ac: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita).



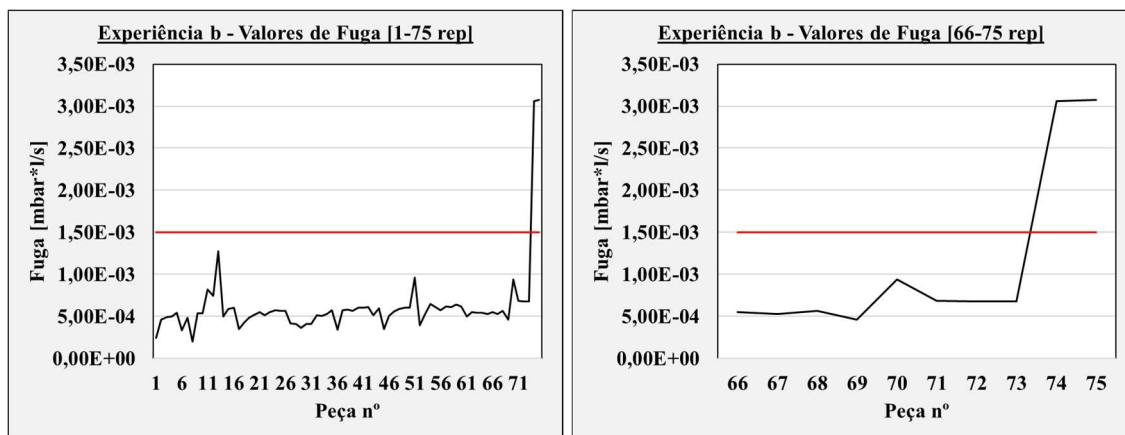
Experiência c					
Fator	Nível	Fator	Fator	Nível	Fator
A	-	Com limpeza	C	+	12,1 mm
B	-	60 SH	D	+	18 bar

Figura 5.13 - Experiência c: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita).



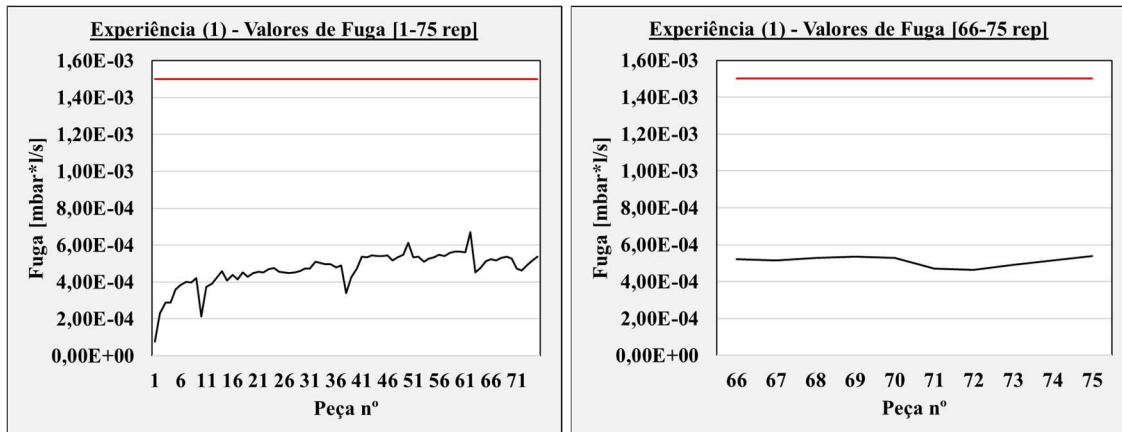
Experiência abc					
Fator	Nível	Fator	Fator	Nível	Fator
A	+	Sem limpeza	C	+	12,1 mm
B	+	70 SH	D	+	18 bar

Figura 5.14 - Experiência abc: Representação gráfica das 75 replicações (esquerda) e as últimas 10 (direita).



Experiência b					
Fator	Nível	Fator	Fator	Nível	Fator
A	-	Com limpeza	C	-	11,9 mm
B	+	70 SH	D	+	18 bar

Figura 5.15 - Análise gráfica dos resultados da experiência b: 75 replicações (à esquerda) e as últimas 10 (à direita).



Experiência (1)					
Fator	Nível	Fator	Fator	Nível	Fator
A	-	Com limpeza	C	-	11,9 mm
B	-	60 SH	D	-	16 bar

Figura 5.16 - Análise gráfica dos resultados da experiência (1): 75 replicações (à esquerda) e as últimas 10 (à direita).

Deste modo, podemos observar a matriz de planejamento, com os resultados experimentais das respectivas 10 replicações na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Matriz de planejamento e respectivos resultados experimentais.

Experiência	Fatores				Resposta					
	A	B	C	D≡ABC	Rep.1	Rep.2	Rep.3	Rep.4	Rep.5	Rep.6
(1)	-	-	-	-	5,22E-04	5,16E-04	5,30E-04	5,37E-04	5,28E-04	4,71E-04
a	+	-	-	+	3,65E-02	4,67E-02	3,90E-02	6,75E-02	3,15E-02	1,08E-01
b	-	+	-	+	5,54E-04	5,30E-04	5,66E-04	4,61E-04	9,36E-04	6,83E-04
ab	+	+	-	-	2,19E-01	5,24E-01	6,26E-01	4,43E-01	4,37E-01	5,66E-01
c	-	-	+	+	5,69E-04	6,05E-04	3,57E-04	5,84E-04	6,41E-04	4,85E-04
ac	+	-	+	-	1,91E-01	3,45E-01	1,23E-01	2,36E-01	1,19E-01	1,30E-01
bc	-	+	+	-	5,00E-03	1,01E-02	1,95E-02	6,29E-03	1,06E-02	1,73E-02
abc	+	+	+	+	4,47E-01	4,25E-01	4,01E-01	4,49E-01	5,12E-01	4,22E-01
Experiência	Fatores				Resposta					
	A	B	C	D≡ABC	Rep.7	Rep.8	Rep.9	Rep.10	Σ	
(1)	-	-	-	-	4,62E-04	4,92E-04	5,16E-04	5,39E-04	5,11E-03	
a	+	-	-	+	9,72E-03	4,67E-02	1,52E-02	7,46E-02	4,75E-01	
b	-	+	-	+	6,77E-04	6,75E-04	3,06E-03	3,08E-03	1,12E-02	
ab	+	+	-	-	6,15E-01	6,74E-01	5,84E-01	7,17E-01	5,40E+00	
c	-	-	+	+	4,92E-03	3,11E-04	5,40E-04	6,17E-04	9,63E-03	
ac	+	-	+	-	2,36E-01	2,36E-01	1,04E-01	1,13E-01	1,83E+00	
bc	-	+	+	-	1,76E-02	7,82E-02	7,62E-02	1,30E-02	2,54E-01	
abc	+	+	+	+	4,05E-01	3,86E-01	3,83E-01	3,59E-01	4,19E+00	

A relação de definição, considerando o fator  $D \equiv ABC$ , será formada pelos  $p$  geradores e pelas suas  $(2^p - p - 1)$  interações, sendo o cálculo dado por:

$$2^p - p - 1 = 2^1 - 1 - 1 = 0 \text{ interações}$$

Deste modo, a relação de definição foi dada através de:

$$D \times D \equiv ABC \times D \equiv ABCD$$

$$D \times D \equiv I$$

$$I \equiv ABCD$$

Podemos observar que para uma relação de definição  $I \equiv ABCD$ , o fatorial fracionado terá uma Resolução IV, indicando que os efeitos principais não estão confundidos entre si, nem com as interações de dois fatores, mas as interações de dois fatores estarão confundidas entre si. Cada efeito estará confundido com outros  $2^p - 1$  efeitos, estando neste caso cada efeito confundido com  $2^p - 1 = 2^1 - 1 = 1$  efeito. Para este desenho, a estrutura dos efeitos confundidos, é dada através de:

$$A \times I \equiv A \times ABCD \equiv A^2BCD \equiv BCD$$

$$B \times I \equiv B \times ABCD \equiv AB^2CD \equiv ACD$$

$$AB \times I \equiv AB \times ABCD \equiv A^2B^2CD \equiv CD$$

$$C \times I \equiv C \times ABCD \equiv ABC^2D \equiv ABD$$

$$AC \times I \equiv AC \times ABCD \equiv A^2BC^2D \equiv BD$$

$$BC \times I \equiv BC \times ABCD \equiv AB^2C^2D \equiv AD$$

$$ABC \times I \equiv ABC \times ABCD \equiv A^2B^2C^2D \equiv D$$

A etapa seguinte foi a determinação e validação da ANOVA. Para o efeito, recorreu-se ao cálculo dos efeitos e variações, recorrendo-se ao software STATISTICA para efeitos de validação e como ferramenta gráfica para a execução da análise de resíduos. Deste modo o primeiro passo foi a execução do algoritmo de Yates, conforme Tabela 5.6.

Tabela 5.6 - Algoritmo de Yates.

Algoritmo de Yates						
Ordem Padrão	Resposta	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3 (3=k)	Efeito	SS
<b>(1)</b>	5,11E-03	0,4800	5,8927	12,1704	0,1521	1,8515
<b>a</b>	4,75E-01	5,4127	6,2777	11,6114	0,2903	1,6853
<b>b</b>	1,12E-02	1,8392	5,8600	7,5321	0,1883	0,7092
<b>ab</b>	5,40E+00	4,4385	5,7514	7,0321	0,1758	0,6181
<b>c</b>	9,63E-03	0,4698	4,9327	0,3850	0,0096	0,0019
<b>ac</b>	1,83E+00	5,3903	2,5994	-0,1087	-0,0027	0,0001
<b>bc</b>	2,54E-01	1,8199	4,9205	-2,3334	-0,0583	0,0681
<b>abc</b>	4,19E+00	3,9315	2,1115	-2,8090	-0,0702	0,0986

Para o cálculo da Variação Total, utilizou-se a equação (4.17), conforme seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned}
 SS_T &= \sum_1^{2k} \sum_1^n y_{ij}^2 - \frac{(\sum \sum y_{ij})^2}{2^k \times r} = \\
 &= [(5,22 \times 10^{-4})^2 + (5,16 \times 10^{-4})^2 + \dots + (3,83 \times 10^{-1})^2 \\
 &\quad + (3,59 \times 10^{-1})^2] \\
 &\quad - \frac{(5,11 \times 10^{-3} + 4,75 \times 10^{-1} + \dots + 2,54 \times 10^{-1} + 4,19)^2}{2^3 \times 10} \\
 &= 5,3100 + 1,8500 = 3,4600
 \end{aligned}$$

em que os graus de liberdade são dados por  $g.l. = (m \times r) - 1 = (8 \times 10) - 1 = 79$  graus de liberdade. Para o cálculo da Variação Residual, ou Erro, utilizou-se a equação (4.20), conforme seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned}
 SS_W = SS_{Erro} &= SS_T - \sum SS_Y = \\
 &= SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} - SS_C - SS_{AC} - SS_{BC} - SS_{ABC} = \\
 &= 3,4600 - 1,6853 - 0,7092 - 0,6181 - 0,0019 - 0,0001 - 0,0681 \\
 &\quad - 0,0986 = 0,2761
 \end{aligned}$$

Com o algoritmo de Yates, e determinadas as Variações Total e Residual, foi possível determinar a ANOVA, com recurso ao *software* STATISTICA, conforme Figura 5.18. Na medida que o fator *C* e a interação *AC* não foram identificados como significativos, podendo deste modo ser adicionados ao erro, procedeu-se ao cálculo da tabela ANOVA condensada, conforme Figura 5.18.

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)A	1,685314	1	1,685314	439,4975	0,000000
(2)B	0,709157	1	0,709157	184,9345	0,000000
(3)C	0,001853	1	0,001853	0,4832	0,489196
(4)D=ABC	0,098631	1	0,098631	25,7210	0,000003
1 by 2	0,618123	1	0,618123	161,1946	0,000000
1 by 3	0,000148	1	0,000148	0,0385	0,845013
1 by 4	0,068057	1	0,068057	17,7480	0,000072
Error	0,276094	72	0,003835		
Total SS	3,457377	79			

Figura 5.17 - Tabela ANOVA completa.

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)A	1,685314	1	1,685314	448,4562	0,000000
(2)B	0,709157	1	0,709157	188,7041	0,000000
(4)D=ABC	0,098631	1	0,098631	26,2453	0,000002
1 by 2	0,618123	1	0,618123	164,4804	0,000000
1 by 4	0,068057	1	0,068057	18,1098	0,000060
Error	0,278095	74	0,003758		
<b>Total SS</b>	<b>3,457377</b>	<b>79</b>			

Figura 5.18 - Tabela ANOVA condensada.

O teste de hipóteses executado para a análise, foi dado através de uma hipótese nula, onde a variância entre níveis é igual à variância dentro dos níveis ou erro, e pela hipótese alternativa, um teste unilateral à direita, conforme demonstrado no Capítulo 4.4.

O teste unilateral efetuado, foi dado por:  $F_{5\%;(a-1);(N-a)} = F_{5\%;1;70} = 3,978$ . Após a elaboração da tabela ANOVA condensada, os graus de liberdade do erro alteraram-se, sendo o novo cálculo do teste unilateral à direita dado por:  $F_{5\%;(a-1);(N-a)} = F_{5\%;1;75} = 3,968$ .

Após a execução da ANOVA, com recurso ao *software* STATISTICA, foi efetuada a validação dos resultados, através da análise de variância ou resíduos, validando se os erros são Normalmente distribuídos com média nula, independentes e com variância constante  $\sigma^2$ . Relativamente à Normalidade dos resíduos Figura 5.19 a), podemos observar que a disposição em que se encontram, aproxima-se de uma reta, havendo alguns pontos distantes. Quanto à independência Figura 5.19 b), podemos observar que existe uma disposição aleatória com uma média muito perto de zero. A representação da homogeneidade Figura 5.19 c), apresenta, no entanto, uma forma de “funil”, indicando que a variância não é constante, sendo necessário deste modo efetuar uma transformação dos dados.

Esta conclusão foi validada através da análise da normalidade de resíduos do Método de Box-Cox Figura 5.19 d), onde podemos observar que o valor de  $\lambda = 1$ , se encontra acima do intervalo de confiança de 95%.

Procedeu-se então à transformação dos dados pelo Método de Box-Cox, por forma a executar nova iteração da ANOVA, onde se verificou que os fatores significativos se alteraram relativamente à primeira iteração da ANOVA, na medida que o fator C e a interação AC passaram a ser identificados como significativos, ao contrário das interações AB e AD, conforme Figura 5.20, sendo estas adicionadas ao erro, para o cálculo da tabela ANOVA condensada, conforme Figura 5.21.

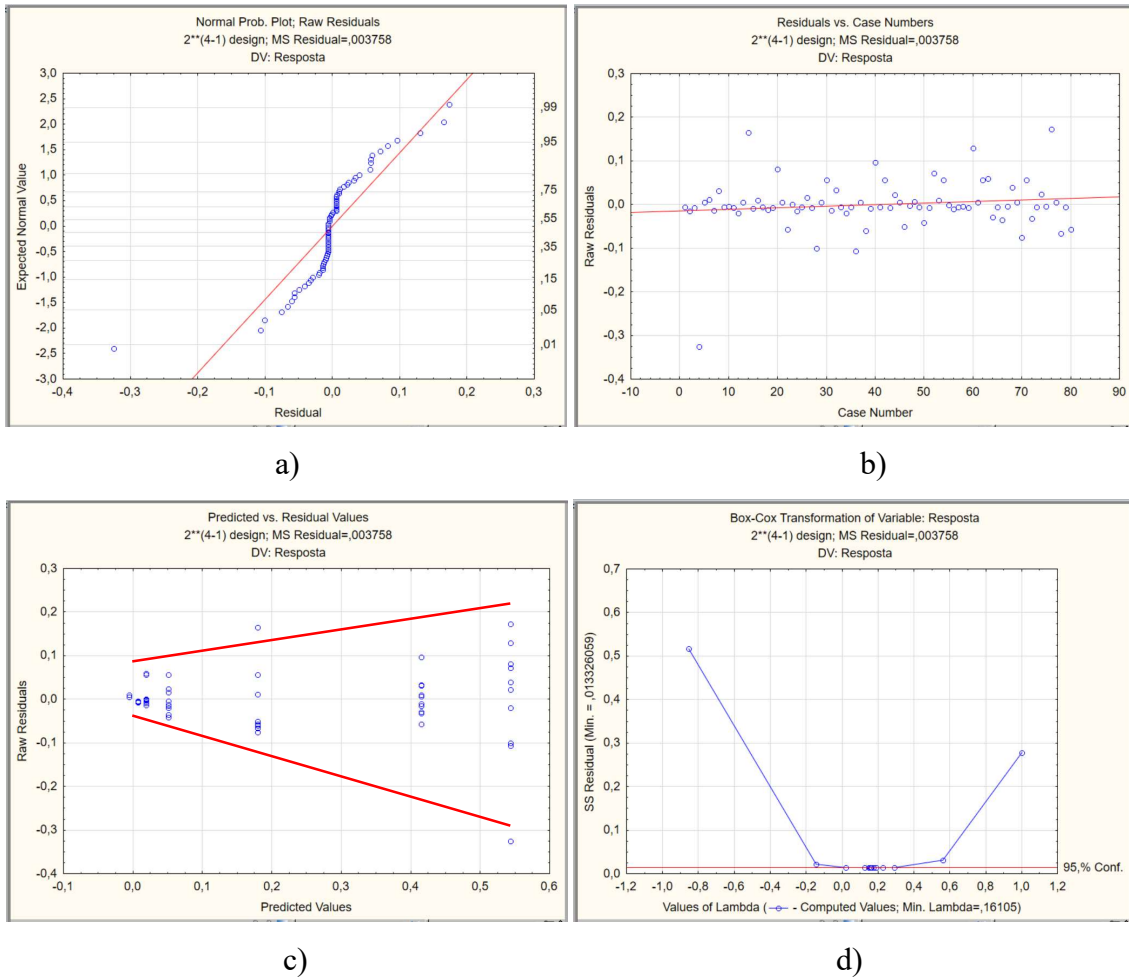


Figura 5.19 - a) Verificação do pressuposto de Normalidade dos resíduos. b) Verificação do pressuposto de independência dos resíduos. c) Verificação do pressuposto da homogeneidade dos resíduos. d) Análise da Normalidade dos resíduos (Método de Box-Cox).

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)A	337,1689	1	337,1689	1429,294	0,000000
(2)B	47,7559	1	47,7559	202,442	0,000000
(3)C	16,4659	1	16,4659	69,801	0,000000
(4)D=ABC	17,1789	1	17,1789	72,823	0,000000
1 by 2	0,0971	1	0,0971	0,412	0,523178
1 by 3	2,5021	1	2,5021	10,607	0,001720
1 by 4	0,5283	1	0,5283	2,240	0,138895
Error	16,9847	72	0,2359		
<b>Total SS</b>	<b>438,6818</b>	<b>79</b>			

Figura 5.20 - Segunda iteração da Tabela ANOVA completa.

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)A	337,1689	1	337,1689	1416,827	0,000000
(2)B	47,7559	1	47,7559	200,676	0,000000
(3)C	16,4659	1	16,4659	69,192	0,000000
(4)D=ABC	17,1789	1	17,1789	72,188	0,000000
1 by 3	2,5021	1	2,5021	10,514	0,001778
Error	17,6101	74	0,2380		
<b>Total SS</b>	<b>438,6818</b>	<b>79</b>			

Figura 5.21 - Segunda iteração da Tabela ANOVA condensada.

Com a execução da ANOVA, foi efetuada nova análise de resíduos, onde se verificou que para esta segunda iteração, todos os pressupostos foram cumpridos, na medida em que a homogeneidade c), não apresenta qualquer tendência, conforme observado na Figura 5.22.

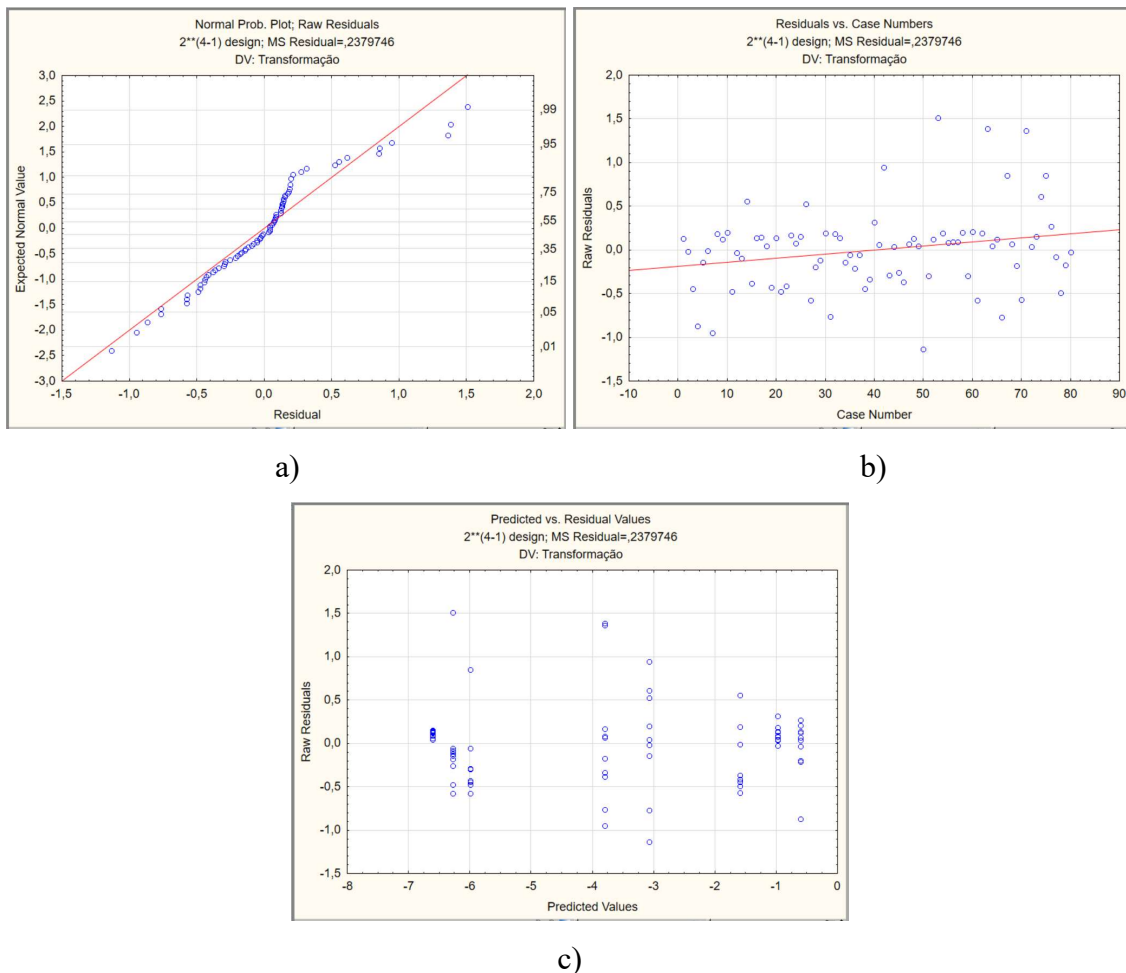


Figura 5.22 - a) Verificação do pressuposto de Normalidade dos resíduos. b) Verificação do pressuposto de independência dos resíduos. c) Verificação do pressuposto da homogeneidade dos resíduos.

Com a conclusão e validação da ANOVA, confirmaram-se os fatores  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e a interação  $AC$  como fatores significativos na resposta do sistema. De acordo com o critério estipulado, quanto menor o valor da resposta do sistema melhor, procedeu-se à análise dos melhores níveis dos fatores, recorrendo à análise dos contrastes:

$$\sum A^- = (5,11 \times 10^{-3}) + (1,12 \times 10^{-2}) + (9,63 \times 10^{-3}) + (2,54 \times 10^{-1}) = 0,279$$

$$\sum A^+ = (4,75 \times 10^{-1}) + (5,40 \times 10^0) + (1,83 \times 10^0) + (4,19 \times 10^0) = 11,895$$

$$\sum B^- = (5,11 \times 10^{-3}) + (4,75 \times 10^{-1}) + (9,63 \times 10^{-3}) + (1,83 \times 10^0) = 2,319$$

$$\sum B^+ = (1,12 \times 10^{-2}) + (5,40 \times 10^0) + (2,54 \times 10^{-1}) + (4,19 \times 10^0) = 9,855$$

$$\sum C^- = (5,11 \times 10^{-3}) + (4,75 \times 10^{-1}) + (1,12 \times 10^{-2}) + (5,40 \times 10^0) = 5,891$$

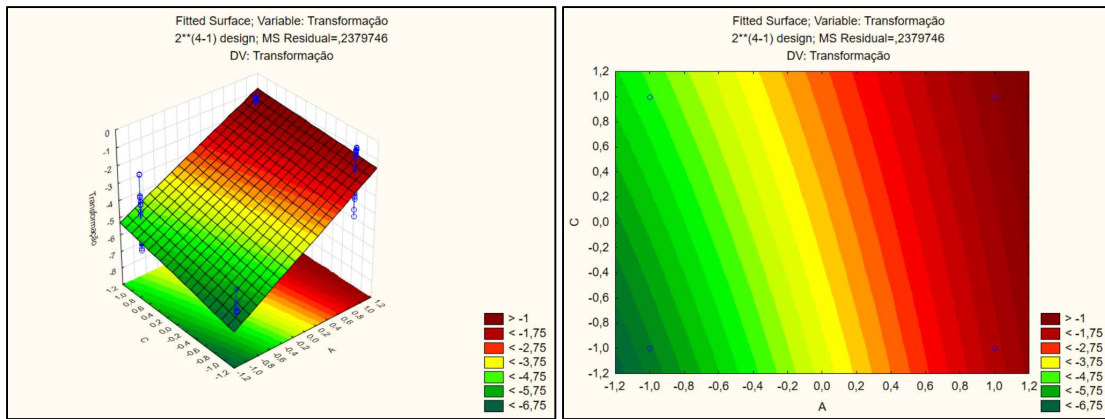
$$\sum C^+ = (9,63 \times 10^{-3}) + (1,83 \times 10^0) + (2,54 \times 10^{-1}) + (4,19 \times 10^0) = 6,284$$

Relativamente ao fator  $D$  e à interação  $AC$ , existe um problema, na medida que se encontram confundidos com outros fatores. O fator  $D$  encontra-se confundido com a interação  $ABC$ , no entanto nestes casos, assume-se que são os fatores principais que influenciam a resposta. Deste modo, obteve-se para o fator  $D$ :

$$\sum D^- = (5,11 \times 10^{-3}) + (5,40 \times 10^0) + (1,83 \times 10^0) + (2,54 \times 10^{-1}) = 7,489$$

$$\sum D^+ = (4,75 \times 10^{-1}) + (1,12 \times 10^{-2}) + (9,63 \times 10^{-3}) + (4,19 \times 10^0) = 4,686$$

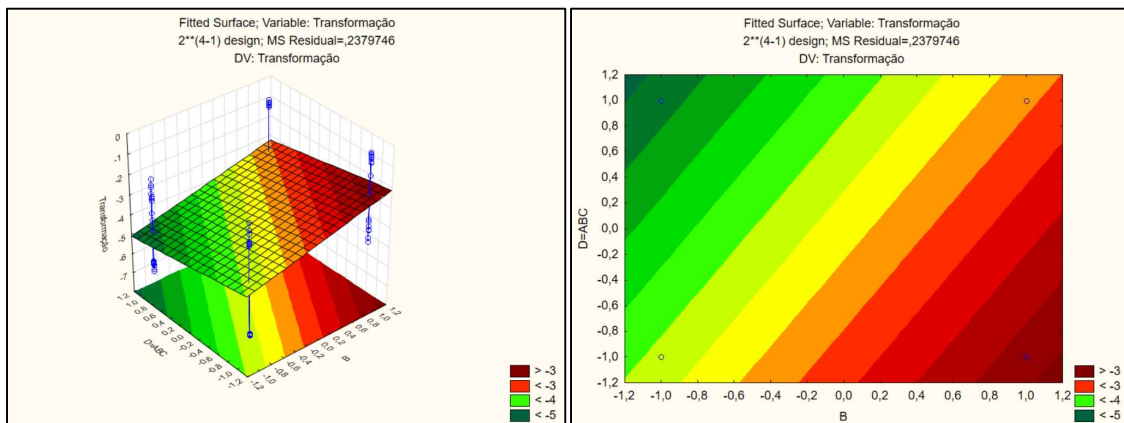
A interação  $AC$ , de acordo com a estrutura dos efeitos confundidos, encontra-se confundida com a interação  $BD$ , tendo sido deste modo utilizada a Metodologia da Superfície de Resposta e os respetivos Gráficos de Contorno, por forma a analisar qual de ambas é significativa. Podemos observar na Figura 5.23 a Metodologia aplicada à interação  $AC$ , onde se verifica que a interação é significativa, na medida em que se verifica variabilidade na resposta à variação de nível de  $A$  e de  $C$ , se bem que de forma ligeira. Relativamente à interação entre os fatores  $BD$ , podemos observar através da Figura 5.24, que existe uma alteração significativa na resposta do sistema às alterações de níveis de ambos os fatores.



a)

b)

Figura 5.23 - a) Superfície de Resposta da interação entre os fatores  $A$  e  $C$ . b) Gráfico de Contorno da interação entre os fatores  $A$  e  $C$ .



a)

b)

Figura 5.24 - a) Superfície de Resposta da interação entre os fatores  $B$  e  $D$ . b) Gráfico de Contorno da interação entre os fatores  $B$  e  $D$ .

Sendo ambas as interações significativas, foram analisados quais os melhores níveis dos fatores, recorrendo à análise dos contrastes. Esta análise já se encontrava condicionada pela escolha dos níveis dos fatores principais  $A$ ,  $C$ ,  $B$  e  $D$ , nomeadamente  $A^-$ ,  $C^-$ ,  $B^-$  e  $D^+$ . Apresenta-se em seguida, como validação, o cálculo da análise de contraste para as interações  $AC$  e  $BD$ :

$$\sum A^- C^- = (5,11 \times 10^{-3}) + (1,12 \times 10^{-2}) = 0,016$$

$$\sum B^- D^+ = (4,75 \times 10^{-1}) + (9,63 \times 10^{-3}) = 0,485$$

Podemos deste modo concluir com 95% de certeza, que para o processo do teste de estanquidade da máquina Y, da linha do Componente A, operar de forma estável, o processo deverá estar parametrizado conforme configuração demonstrada na Tabela 5.7, por forma a que a resposta esteja dentro do limite superior de controlo, e seja e se mantenha a mais baixa possível, ou seja, não haja perturbações devido a inconsistência na parametrização do processo. Esta conclusão poderá ser reforçada observando a análise gráfica efetuada para a Experiência (1), Figura 5.16, que através da sua parametrização em tudo semelhante à configuração ótima desenvolvida, menos no fator *D*, que na Experiência (1) utilizou o nível (-), indicando que a configuração otimizada, com o nível (+), poderá obter ainda melhores resultados na resposta do processo, devolveu nas replicações efetuadas, respostas do sistema que vão de encontro ao objetivo proposto para a investigação. Observando a ANOVA, podemos observar que claramente, a limpeza do interior do conector OUT TE1 do componente A assume uma posição de extrema importância, por forma a assegurar a estabilidade da interface com o gabarito de teste, com uma contribuição de 76,86%, seguida pela dureza do NBR com 10,89%. Relativamente à contribuição dos fatores que não foram considerados, mas que têm influência na resposta, ou Erro, é de 4,01%, devendo-se esta variação a fatores desconhecidos e/ou não controlados.

Tabela 5.7 - Tabela final de fatores e níveis, para configuração do processo da máquina Y do componente A, para teste de estanquidade a hélio.

Fatores		Nível -	Nível +	Unidade
<b>A</b>	Limpeza do interior do conector OUT TE1 (fêmea) do componente A	Sim	-	-
<b>B</b>	Dureza do NBR do conector macho do gabarito (p/ OUT TE1)	60	-	SH
<b>C</b>	Diâmetro interno do conector fêmea do gabarito (p/ IN TE1)	11,9	-	mm
<b>D</b>	Pressão de expansão dos vedantes	-	18	bar

## 6 Conclusões

O Planeamento ou Desenho de Experiências desenvolvido, permitiu obter a configuração otimizada para o processo de estanquidade a hélio da máquina Y, da linha do componente A, considerando os parâmetros avançados pela equipa multidisciplinar no Diagrama de Afinidades, posteriormente estruturado no Diagrama de Causa-e-Efeito. A validação de todos os fatores propostos como significativos, nomeadamente o fator A - Limpeza do conector OUT TE1, fator B - Dureza do NBR do conector macho do gabarito de teste, fator C - Diâmetro interno do conector fêmea do gabarito de teste e o fator D - Pressão de expansão dos vedantes, reforça a importância que uma correta e bem estruturada preparação de um Desenho de Experiências tem no resultado final da análise, na medida em que as atividades de melhoria de processos produtivos, é sem dúvida um trabalho de equipa, em que todas as áreas relevantes para a operação do processo deverão ser envolvidas, por forma a se aceder a toda a informação disponível, para que a análise efetuada seja a mais completa possível.

Confirmou-se a extrema importância da pré-análise experimental aos fatores selecionados e respetivos níveis, para validação da adequabilidade dos mesmos ao processo experimental, tendo sendo retirados do planeamento os fatores fator E – Diâmetro exterior dos vedantes, e F – Material dos vedantes, evitando deste modo o desperdício de tempo e recursos na inclusão destes fatores num planeamento de experiências que não iria trazer qualquer valor acrescentado à análise e iria remeter para a definição de uma nova matriz de planeamento.

Verificou-se que o fator com a maior contribuição para a resposta, a limpeza dos conectores OUT TE1, com uma contribuição de 76,86%, não se refere a um parâmetro da máquina, mas está relacionado com a condição em que o componente A chega ao processo de teste de estanquidade. Esta análise também reforçou que não basta observar só o processo da máquina em si, mas que todo o processo produtivo deve ser analisado de forma integrada, na medida em certos fatores induzidos no componente por um processo a montante poderão ter extrema influência no processo analisado. Esta descoberta despoletou a ação de desenvolvimento e integração de um sistema de limpeza dos conectores OUT TE1, a ser instalado antes da entrada do componente no processo de teste de estanquidade a hélio. Este facto vem sublinhar a importância da entrega de componentes para validação de novos meios produtivos, que representem toda a gama de variabilidade a que os mesmos estão sujeitos nos processos anteriores, não

exclusivamente a nível dimensional, mas a todos os níveis, por forma a se averiguar o impacto no processo em análise. No entanto quando se trata da industrialização de todo um novo processo produtivo, a disponibilidade de todos os componentes nas condições necessárias, poderá encontrar-se limitada.

É também relevante mencionar que a contribuição dos fatores que não foram considerados, mas que têm influência na resposta, ou Erro, é de 4,01%, devendo-se esta variação a fatores desconhecidos e/ou não controlados, sendo uma percentagem que valida a significância dos fatores selecionados.

Durante o desenvolvimento experimental, surgiu uma nova proposta para a inclusão de um fator adicional numa futura ação de melhoria de processo. Este novo fator está relacionado com a lubrificação do *o-ring* do produto, atualmente pré-lubrificado no fornecedor. Esta pré-lubrificação poderá também ter alguma influência na interface de vedação entre o produto e o gabarito de teste, na medida que foram detetados após análise ao microscópio, *o-rings* com partículas desta película lubrificante na sua superfície, não sendo de todo a condição ideal de vedação de moléculas de hélio. Esta sugestão servirá como recomendação para uma futura ação de otimização do processo.

A presente dissertação, enfatiza a eficácia que uma organização industrial que queira ser competitiva, tem de ser possuir nos seus processos desde o início do desenvolvimento da industrialização dos seus produtos, apesar de todos os desafios inerentes ao processo de inovação. Reforça também as vantagens que as organizações industriais podem retirar da integração desta como de várias técnicas estatísticas e metodologias, na conceção e desenvolvimento de novos produtos e processos, possibilitando uma diminuição do tempo de desenvolvimento de novos produtos e a redução de custos, assim como uma entrada em produção série mais estável e robusta, demonstrando também um grande potencial na melhoria contínua de produtos e de processos.

## Referências Bibliográficas

- Abbott, L. (1955). *Quality and Competition: An Essay in Economic Theory*. New York: Columbia University Press.
- AIAG, & VDA. (2019). *Failure Mode and Effects Analysis - FMEA Handbook*. Southfield, Michigan: Automotive Industry Action Group.
- Antony, J. (2014). *Design of Experiments for Engineers and Scientists, Second Edition*. Heriot-Watt University, Edinburgh, Scotland, UK: Elsevier.
- Borror, C. M. (2008). *The Certified Quality Engineer Handbook, Third Edition 3rd Edition*. Milwaukee: ASQ Quality Press.
- Brandt, D. (2006). *CAS - CERN Accelerator School and ALBA Synchrotron Light Facility : Course on Vacuum in Accelerators*. Geneva: CERN Accelerator School.
- Brassard, M. (1996). *The Memory Jogger Plus+ - Featuring the Seven Management and Planning Tools - Revised Edition*. Methuen, MA: GOAL/QPC.
- Broh, R. A. (1982). *Managing Quality for Higher Profits: A Guide for Business Executives and Quality Managers*. New York: McGraw-Hill.
- Cabanillas, C., Resinas, M., & Ruiz-Cortés, A. (2012). Automated Resource Assignment in BPMN Models Using RACI Matrices. *OTM 2012, Part I, LNCS 7565*, pp. 56-73.
- Cabral, J. P. (2006). *Organização e Gestão da Manutenção. Dos conceitos à prática. 6ª Edição*. Lisboa: Lidel.
- Castro, R. A. (2013). *Lean Six Sigma para Qualquer Negócio*. Lisboa: IST PRESS.
- Charantimath, P. (2011). *Total Quality Management - Second Edition*. Belgaum: Pearson.
- Coleman, D. E., & Montgomery, D. C. (1993, Fevereiro). A Systematic Approach to Planning for a Designed Industrial Experiment. *Technometrics Vol.35*, pp. 1-27.
- Costa, P. L., & Silva, E. S. (2021). *A Qualidade e o Pensamento Lean - O Poder do Bom Senso*. Porto: Quântica Editora - Conteúdos Especializados Lda.
- Crosby, P. B. (1979). *Quality is Free - The Art of Making Quality Certain*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Deming, E. W. (2000). *Out of the Crisis*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
- Edwards, C. D. (1968, October). The Meaning of Quality. *Quality Progress*, pp. 36-39.
- Feigenbaum, A. (1983). *Total Quality Control - Third Edition*. New York: McGraw-Hill Book Company.

- Fields, P., Daryl, H., Koby, G. S., Lommel, A., & Melby, A. (2014, Dezembro). What is Quality? A Management Discipline and the Translation Industry Get Acquainted. *Revista Tradumàtica: tecnologies de la traducció*, pp. 404-412.
- Garvin, D. A. (1984). What does product quality really means? *Sloan Management Review* 26, 1, pp. 29-43.
- Garvin, D. A. (1987, Novembro). Harvard Business Review. *Competing on the eight dimensions of quality*, pp. 101-109.
- Garvin, D. A. (1988). *Managing Quality: The Strategic and Competitive Edge*. New York: Harvard Business School.
- George, M. L., Rowlands, D., Price, M., & Maxey, J. (2005). *The Lean Six Sigma Pocket Toolkit*. New York: McGraw-Hill.
- Gilmore, H. L. (1974, June). Product Conformance Cost. *Quality Progress*, pp. 16-19.
- Ishikawa, K. (1976). *Guide to Quality Control*. Tokyo: Asian Productivity Organization.
- Juran, J. M., & Blanton, G. A. (1999). *Juran's Quality Handbook, Fifth Edition*. New York: McGraw-Hill.
- Kolarik, W. J. (1995). *Creating Quality - Concepts, Systems, Strategies and Tools*. New York: McGraw-Hill .
- Krishnaiah, K., & Shahabudeen, P. (2012). *Applied Design of Experiments and Taguchi Methods*. New Delhi: PHI Learning Private Limited.
- Kubiak, T. M., & Benbow, D. W. (2009). *The Certified Six Sigma Blackbelt Handbook*. Milwaukee: American Society for Quality, Quality Press.
- Leffler, K. B. (1982, December). Ambiguous Changes in Product Quality. *The American Economic Review*, Vol. 72, No. 5, pp. 959-967.
- Luthra, S., Garg, D., Agarwal, A., & Mangla, S. K. (2021). *Total Quality Managamente (TQM) - Principles, Methods, and Applications*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Mizuno, S. (1988). *Management for Quality Improvement: The 7 New QC Tools*. Connecticut: Productivity Press.
- Montgomery, D. C. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control, Seventh Edition*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D. C. (2017). *Design and Analysis of Experimentos, Ninth Edition*. Arizona State University: John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D. C., & Woodhall, W. H. (2008, Setembro). An Overview of Six Sigma. *International Statistical Review*, pp. 329-346.

- Muralidharan, K. (2015). *Six Sigma for Organization Excellence - A Statistical Approach*. New Delhi: Springer.
- Pereira, Z. L., & Requeijo, J. G. (2008). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*. Caparica: Prefácio-Edição de Livros e Revistas, Lda.
- Peterson, R., & Barker, M. (1992). Company Wide Quality Control in Japan: Implications for Western Management Practices. *Policy, Organisation and Society*, pp. 83-91.
- Pirsig, R. (1974). *Zen and the Art of Motorcycle Maintenance*. New York: Bantam Books.
- Pop, C., & Tărnăuceanu, G. (2014). Using a modern tool of quality management (affinity diagram) to improve food services. *Lucrări științifice. Seria D, Zootehnie*, pp. 147-152.
- Pyzdek, T. (2003). *The Six Sigma Handbook - A Complete Guide for Green Belts, Black Belts and Managers at All Levels - Second Edition*. New York: McGraw-Hill.
- Pyzdek, T. (2010). *The Six Sigma Handbook - A Complete Guide for Green Belts, Black Belts and Managers at All Levels - Third Edition*. New York: McGraw-Hill.
- Reeves, C. A., & Bednar, D. A. (1994). Defining Quality: Alternatives and Implications. *The Academy of Management Review Vol.19 No.3*, 419-445.
- Requeijo, J. G., & Abreu, A. (2013, November 27-29). Aplicação do Desenho de Experiências na Definição de Estratégias Operacionais. *International Conference on Engineering UBI2013*.
- Rosa, M. J., Moura e Sá, P., & Sarrico, C. S. (2014). *Qualidade em Ação*. Lisboa: Edições Sílabo.
- Roy, R. K. (2010). *A Primer on the Taguchi Method - Second Edition*. Dearborn, Michigan: Society of Manufacturing Engineers.
- Saaty, T. L. (1990). *Decision Making for Leaders - The Analytic Hierarchy Process for Decisions in a Complex World*. Pittsburgh, PA: RWS Publications.
- Seawright, K. W., & Young, S. T. (1996). A Quality Definition Continuum. *Interfaces* 26:3, 107-113.
- Smith, G. F. (1993). The meaning of quality. *Total Quality Management Vol.4 No.3*, 235-244.
- Syahrial, E., Suzuki, H., Schvaneveldt, J., & Masuda, M. (2018). Customer perceptions of mediating role of ownership cost in Garvin's dimensions of quality. *Journal of Japan Industrial Management Association*, 95-112.
- Taguchi, G., & Clausing, D. (1990, January-February). Robust Quality. *Harvard Business Review* 68, pp. 65-75.

- Taguchi, G., & Konishi, S. (1987). *Orthogonal Arrays and Linear Graphs: Tools for Quality Engineering*. ASI Press.
- Taguchi, G., Chowdhury, S., & Wu, Y. (2005). *Taguchi's Quality Engineering Handbook*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Tague, N. R. (2005). *The Quality Toolbox*. Milwaukee: ASQ Quality Press.
- Toledo, M. (2020, 01 29). <https://leansixsigmabrasil.com.br/>. Retrieved from Lean Seis Sigma Brasil: <https://leansixsigmabrasil.com.br/o-que-e-seis-sigma/>
- Tuchman, B. (1980, November 2). The Decline of Quality. *New York Times Magazine*, p. 38.
- Voehl, F., Harrington, H. J., Mignosa, C., & Charron, R. (2014). *The Lean Six Sigma Black Belt Handbook - Tools and Methods for Process Acceleration*. Boca Raton, FL: CRC Press - Taylor & Francis Group.
- Werkema, C. (2012). *Criando a Cultura Lean Seis Sigma*. Rio de Janeiro: Elsevier Editora, Ltda.
- Westcott, R. T. (2013). *The Certified Manager of Quality/Organizational Excellence Handbook, Fourth Edition*. Milwaukee: ASQ Quality Press.
- Zhang, H., & Cloud, A. (2006). The Permeability Characteristics of Silicone Rubber. *SAMPE Fall Technical Conference, "Global Advances in Materials and Process* . Dallas, TX: SAMPE – Society for the Advancement of Material and Process Engineering.

## Anexos

### Anexo A – Valores de $d_2^*$ para cálculo da repetibilidade

Número de operadores	Número de unidades (m)	Nº de medições por peça (r)	$d_2^*$	$1/d_2^*$
1	10 ou 11	5	2,34	0,427
		8	2,86	0,350
		10	3,09	0,324
	12 ou 13	5	2,34	0,427
		8	2,85	0,351
		10	3,09	0,324
	14 ou 15	5	2,34	0,427
		8	2,85	0,351
		10	3,08	0,325
2	5	3	1,72	0,581
		5	2,34	0,427
		8	2,86	0,350
		10	3,09	0,324
	6	3	1,71	0,585
		5	2,34	0,427
		8	2,85	0,351
		10	3,09	0,324
	7	3	1,71	0,585
		5	2,34	0,427
		8	2,85	0,351
		10	3,08	0,325
3	5	3	1,71	0,585
		5	2,34	0,427
		8	2,85	0,351
		10	3,08	0,325

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

### Anexo B – Valores de $d_2^*$ para cálculo da reprodutibilidade

Número de operadores	$d_2^*$	$1/d_2^*$
2	1,41	0,709
3	1,91	0,524
4	2,24	0,446
5	2,48	0,403
6	2,67	0,374
7	2,83	0,353
8	2,96	0,338
9	3,08	0,325
10	3,18	0,314

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

### Anexo C – Valores de $d_2^*$ para cálculo da variação das unidades do produto

Número de unidades do produto ( $m$ )	$d_2^*$	$1/d_2^*$
5	2,48	0,403
6	2,67	0,374
7	2,83	0,353
8	2,96	0,338
9	3,08	0,325
10	3,18	0,314
11	3,27	0,306
12	3,35	0,298
13	3,42	0,292
14	3,49	0,286
15	3,55	0,282

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

### Anexo D – Tabela de Conversão Seis Sigma (inclui o desfasamento de 1,5 sigma)

Nível sigma	DPMO	Nível sigma	DPMO	Nível sigma	DPMO
0,00	933193	4,05	5386	5,05	193
0,50	841345	4,10	4661	5,10	159
0,75	773373	4,15	4024	5,15	131
1,00	691462	4,20	3467	5,20	108
1,25	596706	4,25	2980	5,25	89
1,50	500000	4,30	2555	5,30	72
1,75	401294	4,35	2186	5,35	59
2,00	308537	4,40	1866	5,40	48
2,25	226627	4,45	1589	5,45	39
2,50	158655	4,50	1350	5,50	32
2,75	105650	4,55	1144	5,55	26
3,00	66807	4,60	968	5,60	21
3,25	40059	4,65	816	5,65	17
3,50	22750	4,70	687	5,70	13
3,60	17865	4,75	577	5,75	11
3,70	13904	4,80	483	5,80	9
3,75	12225	4,85	404	5,85	7
3,80	10724	4,90	337	5,90	5
3,90	8198	4,95	280	5,95	4
4,00	6210	5,00	233	6,00	3,4

Fonte: Retirado de Muralidharan (2015).

## Anexo E – Tabela da Distribuição Normal Reduzida

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
2,8	0,00256	0,00248	0,00240	0,00233	0,00226	0,00219	0,00212	0,00205	0,00199	0,00193
2,9	0,00187	0,00181	0,00175	0,00169	0,00164	0,00159	0,00154	0,00149	0,00144	0,00139
3,0	0,00135	0,00131	0,00126	0,00122	0,00118	0,00114	0,00111	0,00107	0,00104	0,00100
3,1	0,00097	0,00094	0,00090	0,00087	0,00084	0,00082	0,00079	0,00076	0,00074	0,00071
3,2	0,00069	0,00066	0,00064	0,00062	0,00060	0,00058	0,00056	0,00054	0,00052	0,00050
3,3	0,00048	0,00047	0,00045	0,00043	0,00042	0,00040	0,00039	0,00038	0,00036	0,00035
3,4	0,00034	0,00032	0,00031	0,00030	0,00029	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025	0,00024
3,5	0,00023	0,00022	0,00022	0,00021	0,00020	0,00019	0,00019	0,00018	0,00017	0,00017
3,6	0,00016	0,00015	0,00015	0,00014	0,00014	0,00013	0,00013	0,00012	0,00012	0,00011
3,7	0,00011	0,00010	0,00010	0,00010	0,00009	0,00009	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008
3,8	0,00007	0,00007	0,00007	0,00006	0,00006	0,00006	0,00006	0,00005	0,00005	0,00005
3,9	0,00005	0,00005	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00003	0,00003
4,0	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002
4,1	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002	0,00001	0,00001

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

**Anexo F – Tabela PA – Prioridade de Ação para D-AMFE e P-AMFE**

Efeito	S	Previsão de Ocorrência da Causa de Falha	O	Capacidade de Detecção	D	PRIORIDADE DE AÇÃO (PA)
Efeito no produto ou processo muito elevado	9-10	Muito alta	8-10	Baixa - Muito baixa	7-10	H
				Moderada	5-6	H
				Alta	2-4	H
				Muito alta	1	H
		Alta	6-7	Baixa - Muito baixa	7-10	H
				Moderada	5-6	H
				Alta	2-4	H
				Muito alta	1	H
		Moderada	4-5	Baixa - Muito baixa	7-10	H
				Moderada	5-6	H
				Alta	2-4	H
				Muito alta	1	M
		Baixa	2-3	Baixa - Muito baixa	7-10	H
				Moderada	5-6	M
				Alta	2-4	L
				Muito alta	1	L
Muito baixa	1	Muito alta - Muito baixa	1-10	L		
Efeito no produto ou processo elevado	7-8	Muito alta	8-10	Baixa - Muito baixa	7-10	H
				Moderada	5-6	H
				Alta	2-4	H
				Muito alta	1	H
		Alta	6-7	Baixa - Muito baixa	7-10	H
				Moderada	5-6	H
				Alta	2-4	H
				Muito alta	1	M
		Moderada	4-5	Baixa - Muito baixa	7-10	H
				Moderada	5-6	M
				Alta	2-4	M
				Muito alta	1	M
		Baixa	2-3	Baixa - Muito baixa	7-10	M
				Moderada	5-6	M
				Alta	2-4	L
				Muito alta	1	L
Muito baixa	1	Muito alta - Muito baixa	1-10	L		

Fonte: Adaptado de AIAG&VDA (2019).

Efeito	S	Previsão de Ocorrência da Causa de Falha	O	Capacidade de Detecção	D	PRIORIDADE DE AÇÃO (PA)
Efeito moderado no produto ou processo	4-6	Muito alta	8-10	Baixa - Muito baixa	7-10	H
				Moderada	5-6	H
				Alta	2-4	M
				Muito alta	1	M
		Alta	6-7	Baixa - Muito baixa	7-10	M
				Moderada	5-6	M
				Alta	2-4	M
				Muito alta	1	L
		Moderada	4-5	Baixa - Muito baixa	7-10	M
				Moderada	5-6	L
				Alta	2-4	L
				Muito alta	1	L
		Baixa	2-3	Baixa - Muito baixa	7-10	L
				Moderada	5-6	L
				Alta	2-4	L
				Muito alta	1	L
Muito baixa	1	Muito alta - Muito baixa	1-10	L		
Efeito baixo no produto ou processo	2-3	Muito alta	8-10	Baixa - Muito baixa	7-10	M
				Moderada	5-6	M
				Alta	2-4	L
				Muito alta	1	L
		Alta	6-7	Baixa - Muito baixa	7-10	L
				Moderada	5-6	L
				Alta	2-4	L
				Muito alta	1	L
		Moderada	4-5	Baixa - Muito baixa	7-10	L
				Moderada	5-6	L
				Alta	2-4	L
				Muito alta	1	L
		Baixa	2-3	Baixa - Muito baixa	7-10	L
				Moderada	5-6	L
				Alta	2-4	L
				Muito alta	1	L
Muito baixa	1	Muito alta - Muito baixa	1-10	L		
Nenhum efeito perceptível	1	Muito alta - Muito baixa	1-10	Muito alta - Muito baixa	1-10	L

Fonte: Adaptado de AIAG&VDA (2019).

# Anexo G – Distribuição de Fisher

V <sub>d</sub>	α	V <sub>a</sub> (número de graus de liberdade do numerador)																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	25%	5,828	7,500	8,200	8,581	8,820	8,983	9,102	9,192	9,263	9,320	9,367	9,406	9,440	9,468	9,493	9,515	9,535	9,552	9,567	9,581
	10%	39,86	49,50	53,59	55,83	57,24	58,20	58,91	59,44	59,86	60,19	60,47	60,71	60,90	61,07	61,22	61,35	61,46	61,57	61,66	61,74
	5%	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,0	243,9	244,7	245,4	245,9	246,5	246,9	247,3	247,7	248,0
	2,5%	647,8	799,5	864,2	899,6	921,8	937,1	948,2	956,7	963,3	968,6	973,0	976,7	979,8	982,5	984,9	986,9	988,7	990,3	991,8	993,1
	0,5%	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6083	6106	6126	6143	6157	6170	6181	6192	6201	6209
2	25%	2,571	3,000	3,153	3,232	3,280	3,312	3,335	3,353	3,366	3,377	3,386	3,393	3,400	3,405	3,410	3,414	3,418	3,421	3,424	3,426
	10%	8,526	9,000	9,162	9,243	9,293	9,326	9,349	9,367	9,381	9,392	9,401	9,408	9,415	9,420	9,425	9,429	9,433	9,436	9,439	9,441
	5%	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,40	19,41	19,42	19,42	19,43	19,43	19,44	19,44	19,44	19,45
	2,5%	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,41	39,41	39,42	39,43	39,43	39,44	39,44	39,44	39,45	39,45
	0,5%	98,50	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37	99,39	99,40	99,41	99,42	99,42	99,43	99,43	99,44	99,44	99,44	99,45	99,45
3	25%	1,807	2,000	2,047	2,064	2,072	2,077	2,079	2,080	2,081	2,082	2,082	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083
	10%	4,545	4,325	4,191	4,107	4,051	4,010	3,979	3,955	3,936	3,920	3,907	3,896	3,886	3,878	3,870	3,864	3,858	3,853	3,849	3,844
	5%	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041	5,999	5,964	5,936	5,912	5,891	5,873	5,858	5,844	5,832	5,821	5,811	5,803
	2,5%	12,22	10,65	9,979	9,605	9,364	9,197	9,074	8,980	8,905	8,844	8,794	8,751	8,715	8,684	8,657	8,633	8,611	8,592	8,575	8,560
	0,5%	31,33	26,28	24,26	23,15	22,46	21,97	21,62	21,35	21,14	20,97	20,82	20,70	20,60	20,51	20,44	20,37	20,31	20,26	20,21	20,17
4	25%	1,692	1,853	1,884	1,893	1,895	1,894	1,894	1,892	1,891	1,890	1,889	1,888	1,887	1,886	1,885	1,884	1,884	1,883	1,882	1,882
	10%	4,060	3,780	3,619	3,520	3,453	3,405	3,368	3,339	3,316	3,297	3,282	3,268	3,257	3,247	3,238	3,230	3,223	3,217	3,212	3,207
	5%	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,772	4,735	4,704	4,678	4,655	4,636	4,619	4,604	4,590	4,579	4,568	4,558
	2,5%	10,01	8,434	7,764	7,388	7,146	6,978	6,853	6,757	6,681	6,619	6,568	6,525	6,488	6,456	6,428	6,403	6,381	6,362	6,344	6,329
	0,5%	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05	9,963	9,888	9,825	9,770	9,722	9,680	9,643	9,610	9,580	9,553
5	25%	1,621	1,762	1,784	1,787	1,785	1,782	1,779	1,776	1,773	1,771	1,769	1,767	1,765	1,764	1,762	1,761	1,760	1,759	1,758	1,757
	10%	3,776	3,463	3,289	3,181	3,108	3,055	3,014	2,983	2,958	2,937	2,920	2,905	2,892	2,881	2,871	2,863	2,855	2,848	2,842	2,836
	5%	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147	4,099	4,060	4,027	4,000	3,976	3,956	3,938	3,922	3,908	3,896	3,884	3,874
	2,5%	8,813	7,260	6,599	6,227	5,988	5,820	5,695	5,600	5,523	5,461	5,410	5,366	5,329	5,297	5,269	5,244	5,222	5,202	5,184	5,168
	0,5%	13,75	10,92	9,780	9,148	8,746	8,466	8,260	8,102	7,976	7,874	7,790	7,718	7,657	7,605	7,559	7,519	7,483	7,451	7,422	7,396
6	25%	1,621	1,762	1,784	1,787	1,785	1,782	1,779	1,776	1,773	1,771	1,769	1,767	1,765	1,764	1,762	1,761	1,760	1,759	1,758	1,757
	10%	3,776	3,463	3,289	3,181	3,108	3,055	3,014	2,983	2,958	2,937	2,920	2,905	2,892	2,881	2,871	2,863	2,855	2,848	2,842	2,836
	5%	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147	4,099	4,060	4,027	4,000	3,976	3,956	3,938	3,922	3,908	3,896	3,884	3,874
	2,5%	8,813	7,260	6,599	6,227	5,988	5,820	5,695	5,600	5,523	5,461	5,410	5,366	5,329	5,297	5,269	5,244	5,222	5,202	5,184	5,168
	0,5%	13,75	10,92	9,780	9,148	8,746	8,466	8,260	8,102	7,976	7,874	7,790	7,718	7,657	7,605	7,559	7,519	7,483	7,451	7,422	7,396
7	25%	1,573	1,701	1,717	1,716	1,711	1,706	1,701	1,697	1,693	1,690	1,687	1,684	1,682	1,680	1,678	1,676	1,675	1,674	1,672	1,671
	10%	3,589	3,257	3,074	2,961	2,883	2,827	2,785	2,752	2,725	2,703	2,684	2,668	2,654	2,643	2,632	2,623	2,615	2,607	2,601	2,595
	5%	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,677	3,637	3,603	3,575	3,550	3,529	3,511	3,494	3,480	3,467	3,455	3,445
	2,5%	8,073	6,542	5,890	5,523	5,285	5,119	4,989	4,899	4,823	4,761	4,709	4,666	4,628	4,596	4,568	4,543	4,521	4,501	4,483	4,467
	0,5%	12,25	9,547	8,451	7,847	7,460	7,191	6,993	6,840	6,719	6,620	6,538	6,460	6,395	6,341	6,291	6,240	6,209	6,181	6,155	6,137

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

$V_d$	$\alpha$	$V_a$ (número de graus de liberdade do numerador)																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
8	25%	1.538	1.657	1.668	1.664	1.658	1.651	1.645	1.640	1.635	1.631	1.627	1.624	1.622	1.619	1.617	1.615	1.613	1.612	1.610	1.609
	10%	3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.668	2.624	2.589	2.561	2.538	2.519	2.502	2.488	2.475	2.464	2.455	2.446	2.438	2.431	2.425
	5%	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.313	3.284	3.259	3.237	3.218	3.202	3.187	3.173	3.161	3.150
	2.5%	7.571	6.059	5.416	5.053	4.817	4.652	4.529	4.433	4.357	4.295	4.243	4.200	4.162	4.130	4.101	4.076	4.054	4.034	4.016	3.999
	0.5%	11.26	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814	5.734	5.667	5.609	5.559	5.515	5.477	5.442	5.412	5.384	5.359
9	25%	1.512	1.624	1.632	1.625	1.617	1.609	1.602	1.596	1.591	1.586	1.582	1.579	1.576	1.573	1.570	1.568	1.566	1.564	1.563	1.561
	10%	3.360	3.006	2.813	2.693	2.611	2.551	2.505	2.469	2.440	2.416	2.396	2.379	2.364	2.351	2.340	2.329	2.320	2.312	2.305	2.298
	5%	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.102	3.073	3.048	3.025	3.006	2.989	2.974	2.960	2.948	2.936
	2.5%	7.209	5.715	5.078	4.718	4.484	4.320	4.197	4.102	4.026	3.964	3.912	3.868	3.831	3.798	3.769	3.744	3.722	3.701	3.683	3.667
	0.5%	10.56	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351	5.257	5.178	5.111	5.055	5.005	4.962	4.924	4.890	4.860	4.833	4.808
10	25%	1.491	1.598	1.603	1.595	1.585	1.576	1.569	1.562	1.556	1.551	1.547	1.543	1.540	1.537	1.534	1.531	1.529	1.527	1.525	1.523
	10%	3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.461	2.414	2.377	2.347	2.323	2.302	2.284	2.269	2.255	2.244	2.233	2.224	2.215	2.208	2.201
	5%	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.943	2.913	2.887	2.865	2.845	2.828	2.812	2.798	2.785	2.774
	2.5%	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	3.665	3.621	3.583	3.550	3.522	3.496	3.474	3.453	3.435	3.419
	0.5%	10.04	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849	4.772	4.706	4.650	4.601	4.558	4.520	4.487	4.457	4.430	4.405
11	25%	1.475	1.577	1.580	1.570	1.560	1.550	1.542	1.535	1.528	1.523	1.518	1.514	1.510	1.507	1.504	1.501	1.499	1.497	1.495	1.493
	10%	3.225	2.860	2.660	2.536	2.451	2.389	2.342	2.304	2.274	2.248	2.227	2.209	2.193	2.179	2.167	2.156	2.147	2.138	2.130	2.123
	5%	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.818	2.788	2.761	2.739	2.719	2.701	2.685	2.671	2.658	2.646
	2.5%	6.724	5.256	4.630	4.275	4.044	3.881	3.759	3.664	3.588	3.526	3.474	3.430	3.392	3.359	3.330	3.304	3.282	3.261	3.243	3.226
	0.5%	9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.744	4.632	4.539	4.462	4.397	4.342	4.293	4.251	4.213	4.180	4.150	4.123	4.099
12	25%	1.461	1.560	1.561	1.550	1.539	1.529	1.520	1.512	1.505	1.500	1.495	1.490	1.486	1.483	1.480	1.477	1.474	1.472	1.470	1.468
	10%	3.177	2.807	2.606	2.480	2.394	2.331	2.283	2.245	2.214	2.188	2.166	2.147	2.131	2.117	2.105	2.094	2.084	2.075	2.067	2.060
	5%	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.717	2.687	2.660	2.637	2.617	2.599	2.583	2.568	2.555	2.544
	2.5%	6.554	5.096	4.474	4.121	3.891	3.728	3.607	3.512	3.436	3.374	3.321	3.277	3.239	3.206	3.177	3.152	3.129	3.108	3.090	3.073
	0.5%	9.330	6.927	5.953	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388	4.296	4.220	4.155	4.100	4.052	4.010	3.972	3.939	3.909	3.883	3.858
13	25%	1.450	1.545	1.545	1.534	1.521	1.511	1.501	1.493	1.486	1.480	1.475	1.470	1.466	1.462	1.459	1.456	1.453	1.451	1.449	1.447
	10%	3.136	2.763	2.560	2.434	2.347	2.283	2.234	2.195	2.164	2.138	2.116	2.097	2.080	2.066	2.053	2.042	2.032	2.023	2.014	2.007
	5%	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.635	2.604	2.577	2.554	2.533	2.515	2.499	2.484	2.471	2.459
	2.5%	6.414	4.965	4.347	3.996	3.767	3.604	3.483	3.388	3.312	3.250	3.197	3.153	3.115	3.082	3.053	3.027	3.004	2.983	2.965	2.948
	0.5%	9.074	6.701	5.739	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191	4.100	4.025	3.960	3.905	3.857	3.815	3.778	3.745	3.716	3.689	3.665
14	25%	1.440	1.533	1.532	1.519	1.507	1.495	1.485	1.477	1.470	1.463	1.458	1.453	1.449	1.445	1.441	1.438	1.435	1.433	1.431	1.428
	10%	3.102	2.726	2.522	2.395	2.307	2.243	2.193	2.154	2.122	2.095	2.073	2.054	2.037	2.022	2.010	1.998	1.988	1.978	1.970	1.962
	5%	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.565	2.534	2.507	2.484	2.463	2.445	2.428	2.413	2.400	2.388
	2.5%	6.298	4.857	4.242	3.892	3.663	3.501	3.380	3.285	3.209	3.147	3.095	3.050	3.012	2.979	2.949	2.923	2.900	2.879	2.861	2.844
	0.5%	8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030	3.939	3.864	3.800	3.745	3.698	3.656	3.619	3.586	3.556	3.529	3.505

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

$V_d$	$\alpha$	$V_a$ (número de graus de liberdade do numerador)																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
15	25%	1.432	1.523	1.520	1.507	1.494	1.482	1.472	1.463	1.456	1.449	1.443	1.438	1.434	1.430	1.426	1.423	1.420	1.417	1.415	1.413
	10%	3.073	2.695	2.490	2.361	2.273	2.208	2.158	2.119	2.086	2.059	2.037	2.017	2.000	1.985	1.972	1.961	1.950	1.941	1.932	1.924
	5%	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.507	2.475	2.448	2.424	2.403	2.385	2.368	2.353	2.340	2.328
	2.5%	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.418	3.293	3.199	3.123	3.060	3.008	2.963	2.925	2.891	2.862	2.836	2.813	2.792	2.773	2.756
	1%	8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.142	4.004	3.895	3.805	3.730	3.666	3.612	3.564	3.522	3.485	3.452	3.423	3.396	3.372
0.5%	10.80	7.701	6.476	5.803	5.372	5.071	4.847	4.674	4.536	4.424	4.329	4.250	4.181	4.122	4.070	4.024	3.983	3.946	3.913	3.883	
16	25%	1.425	1.514	1.510	1.497	1.483	1.471	1.460	1.451	1.443	1.437	1.431	1.426	1.421	1.417	1.413	1.410	1.407	1.404	1.401	1.399
	10%	3.048	2.668	2.462	2.333	2.244	2.178	2.128	2.088	2.055	2.028	2.005	1.985	1.968	1.953	1.940	1.928	1.917	1.908	1.899	1.891
	5%	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494	2.456	2.425	2.397	2.373	2.352	2.333	2.317	2.302	2.288	2.276
	2.5%	6.115	4.687	4.077	3.729	3.502	3.341	3.219	3.125	3.049	2.986	2.934	2.889	2.851	2.817	2.788	2.761	2.738	2.717	2.698	2.681
	1%	8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.890	3.780	3.691	3.616	3.553	3.498	3.451	3.409	3.372	3.339	3.310	3.283	3.259
0.5%	10.38	7.514	6.303	5.638	5.212	4.913	4.692	4.521	4.384	4.272	4.179	4.099	4.031	3.972	3.920	3.875	3.834	3.797	3.764	3.734	
17	25%	1.419	1.506	1.502	1.487	1.473	1.460	1.450	1.441	1.433	1.426	1.420	1.414	1.409	1.405	1.401	1.398	1.395	1.392	1.389	1.387
	10%	3.026	2.645	2.437	2.308	2.218	2.152	2.102	2.061	2.028	2.001	1.978	1.958	1.940	1.925	1.912	1.900	1.889	1.879	1.870	1.862
	5%	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450	2.413	2.381	2.353	2.329	2.308	2.289	2.272	2.257	2.243	2.230
	2.5%	6.042	4.619	4.011	3.665	3.438	3.277	3.156	3.061	2.985	2.922	2.870	2.825	2.786	2.753	2.723	2.697	2.673	2.652	2.633	2.616
	1%	8.400	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682	3.593	3.519	3.455	3.401	3.353	3.312	3.275	3.242	3.212	3.186	3.162
0.5%	10.38	7.354	6.156	5.497	5.075	4.779	4.559	4.389	4.254	4.142	4.050	3.971	3.903	3.844	3.793	3.747	3.707	3.670	3.637	3.607	
18	25%	1.413	1.499	1.494	1.479	1.464	1.452	1.441	1.431	1.423	1.416	1.410	1.404	1.399	1.395	1.391	1.388	1.384	1.381	1.379	1.376
	10%	3.007	2.624	2.416	2.286	2.196	2.130	2.079	2.038	2.005	1.977	1.954	1.933	1.916	1.900	1.887	1.875	1.864	1.854	1.845	1.837
	5%	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412	2.374	2.342	2.314	2.290	2.269	2.250	2.233	2.217	2.203	2.191
	2.5%	5.978	4.560	3.954	3.608	3.382	3.221	3.100	3.005	2.929	2.866	2.814	2.769	2.730	2.696	2.667	2.640	2.617	2.596	2.576	2.559
	1%	8.285	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597	3.508	3.434	3.371	3.316	3.269	3.227	3.190	3.158	3.128	3.101	3.077
0.5%	10.22	7.215	6.028	5.375	4.956	4.663	4.445	4.276	4.141	4.030	3.938	3.860	3.793	3.734	3.683	3.637	3.597	3.560	3.527	3.498	
19	25%	1.408	1.487	1.487	1.472	1.457	1.444	1.432	1.423	1.414	1.407	1.401	1.395	1.390	1.386	1.382	1.378	1.375	1.372	1.369	1.367
	10%	2.990	2.606	2.397	2.266	2.176	2.109	2.058	2.017	1.984	1.956	1.932	1.912	1.894	1.878	1.865	1.852	1.841	1.831	1.822	1.814
	5%	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378	2.340	2.308	2.280	2.256	2.234	2.215	2.198	2.182	2.168	2.155
	2.5%	5.922	4.508	3.903	3.559	3.333	3.172	3.051	2.956	2.880	2.817	2.765	2.720	2.681	2.647	2.617	2.591	2.567	2.546	2.526	2.509
	1%	8.185	5.926	5.010	4.500	4.171	3.939	3.765	3.631	3.523	3.434	3.360	3.297	3.242	3.195	3.153	3.116	3.084	3.054	3.027	3.003
0.5%	10.07	7.093	5.916	5.268	4.853	4.561	4.345	4.177	4.043	3.933	3.841	3.763	3.696	3.638	3.587	3.541	3.501	3.465	3.432	3.402	
20	25%	1.404	1.487	1.481	1.465	1.450	1.437	1.425	1.415	1.407	1.399	1.393	1.387	1.382	1.378	1.374	1.370	1.367	1.363	1.361	1.358
	10%	2.975	2.589	2.380	2.249	2.158	2.091	2.040	1.999	1.965	1.937	1.913	1.892	1.875	1.859	1.845	1.832	1.821	1.811	1.802	1.794
	5%	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.310	2.278	2.250	2.225	2.203	2.184	2.167	2.151	2.137	2.124
	2.5%	5.871	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837	2.774	2.721	2.676	2.637	2.603	2.573	2.547	2.523	2.501	2.482	2.464
	1%	8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457	3.368	3.294	3.231	3.177	3.130	3.088	3.051	3.018	2.989	2.962	2.938
0.5%	9.944	6.986	5.818	5.174	4.762	4.472	4.257	4.090	3.956	3.847	3.756	3.678	3.611	3.553	3.502	3.457	3.416	3.380	3.347	3.318	
21	25%	1.400	1.482	1.475	1.459	1.444	1.430	1.419	1.409	1.401	1.392	1.386	1.380	1.375	1.370	1.366	1.362	1.359	1.356	1.353	1.350
	10%	2.961	2.575	2.365	2.233	2.142	2.075	2.023	1.982	1.948	1.920	1.896	1.875	1.857	1.841	1.827	1.815	1.803	1.793	1.784	1.776
	5%	4.325	3.467	3.072	2.840	2.685	2.573	2.488	2.420	2.366	2.321	2.283	2.250	2.222	2.197	2.176	2.156	2.139	2.123	2.109	2.096
	2.5%	5.827	4.420	3.819	3.475	3.250	3.090	2.969	2.874	2.798	2.735	2.682	2.637	2.598	2.564	2.534	2.507	2.483	2.462	2.442	2.425
	1%	8.017	5.780	4.874	4.369	4.042	3.812	3.640	3.506	3.398	3.310	3.236	3.173	3.119	3.072	3.030	2.993	2.960	2.931	2.904	2.880
0.5%	9.830	6.891	5.730	5.091	4.681	4.393	4.179	4.013	3.880	3.771	3.680	3.602	3.536	3.478	3.427	3.382	3.342	3.305	3.273	3.243	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

V <sub>d</sub>	α	V <sub>a</sub> (número de graus de liberdade do numerador)																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	25%	1.396	1.477	1.470	1.454	1.438	1.424	1.413	1.402	1.394	1.386	1.379	1.374	1.368	1.364	1.359	1.355	1.352	1.349	1.346	1.343
	10%	2.949	2.561	2.351	2.219	2.128	2.060	2.008	1.967	1.933	1.904	1.880	1.859	1.841	1.825	1.811	1.798	1.787	1.777	1.768	1.759
	5%	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342	2.297	2.259	2.226	2.198	2.173	2.151	2.131	2.114	2.098	2.084	2.071
	2,5%	5.786	4.383	3.783	3.440	3.215	3.055	2.934	2.839	2.763	2.700	2.647	2.602	2.563	2.528	2.498	2.472	2.448	2.426	2.407	2.389
	1%	7.945	5.719	4.817	4.313	3.988	3.758	3.587	3.453	3.346	3.258	3.184	3.121	3.067	3.019	2.978	2.941	2.908	2.879	2.852	2.827
0,5%	9.727	6.806	5.652	5.017	4.609	4.322	4.109	3.944	3.812	3.703	3.612	3.535	3.469	3.411	3.360	3.315	3.275	3.239	3.206	3.176	
23	25%	1.393	1.473	1.466	1.449	1.433	1.419	1.407	1.397	1.388	1.380	1.374	1.368	1.362	1.357	1.353	1.349	1.346	1.342	1.339	1.337
	10%	2.937	2.549	2.339	2.207	2.115	2.047	1.995	1.953	1.919	1.890	1.866	1.845	1.827	1.811	1.796	1.784	1.772	1.762	1.753	1.744
	5%	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320	2.275	2.236	2.204	2.175	2.150	2.128	2.109	2.091	2.075	2.061	2.048
	2,5%	5.750	4.349	3.750	3.408	3.183	3.023	2.902	2.808	2.731	2.668	2.615	2.570	2.531	2.497	2.466	2.440	2.416	2.394	2.374	2.357
	1%	7.881	5.664	4.765	4.264	3.939	3.710	3.539	3.406	3.299	3.211	3.137	3.074	3.020	2.973	2.931	2.894	2.861	2.832	2.805	2.781
0,5%	9.635	6.730	5.582	4.950	4.544	4.259	4.047	3.882	3.750	3.642	3.551	3.475	3.408	3.351	3.300	3.255	3.215	3.179	3.146	3.116	
24	25%	1.390	1.470	1.462	1.445	1.428	1.414	1.402	1.392	1.383	1.375	1.368	1.362	1.357	1.352	1.347	1.343	1.340	1.337	1.333	1.331
	10%	2.927	2.538	2.327	2.195	2.103	2.035	1.983	1.941	1.906	1.877	1.853	1.832	1.814	1.797	1.783	1.770	1.759	1.748	1.739	1.730
	5%	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300	2.255	2.216	2.183	2.155	2.130	2.108	2.088	2.070	2.054	2.040	2.027
	2,5%	5.717	4.319	3.721	3.379	3.155	2.995	2.874	2.779	2.703	2.640	2.586	2.541	2.502	2.468	2.437	2.411	2.386	2.365	2.345	2.327
	1%	7.823	5.614	4.718	4.218	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256	3.168	3.094	3.032	2.977	2.930	2.889	2.852	2.819	2.789	2.762	2.738
0,5%	9.551	6.661	5.519	4.890	4.486	4.202	3.991	3.826	3.695	3.587	3.497	3.420	3.354	3.296	3.246	3.201	3.161	3.125	3.092	3.062	
25	25%	1.387	1.466	1.458	1.441	1.424	1.410	1.398	1.387	1.378	1.370	1.363	1.357	1.352	1.347	1.342	1.338	1.335	1.331	1.328	1.325
	10%	2.918	2.528	2.317	2.184	2.092	2.024	1.971	1.929	1.895	1.866	1.841	1.820	1.802	1.785	1.771	1.758	1.746	1.736	1.726	1.718
	5%	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.198	2.165	2.136	2.111	2.089	2.069	2.051	2.035	2.021	2.007
	2,5%	5.686	4.291	3.694	3.353	3.129	2.969	2.848	2.753	2.677	2.613	2.560	2.515	2.476	2.441	2.411	2.384	2.360	2.338	2.318	2.300
	1%	7.770	5.568	4.675	4.177	3.855	3.627	3.457	3.324	3.217	3.129	3.056	2.993	2.939	2.892	2.850	2.813	2.780	2.751	2.724	2.699
0,5%	9.475	6.598	5.462	4.835	4.433	4.150	3.939	3.776	3.645	3.537	3.447	3.370	3.304	3.247	3.196	3.151	3.111	3.075	3.043	3.013	
26	25%	1.384	1.463	1.454	1.437	1.420	1.406	1.393	1.383	1.374	1.366	1.359	1.352	1.347	1.342	1.337	1.333	1.330	1.326	1.323	1.320
	10%	2.909	2.519	2.307	2.174	2.082	2.014	1.961	1.919	1.884	1.855	1.830	1.809	1.790	1.774	1.760	1.747	1.735	1.724	1.715	1.706
	5%	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.265	2.220	2.181	2.148	2.119	2.094	2.072	2.052	2.034	2.018	2.003	1.990
	2,5%	5.659	4.265	3.670	3.329	3.105	2.945	2.824	2.729	2.653	2.590	2.536	2.491	2.451	2.417	2.387	2.360	2.335	2.314	2.294	2.276
	1%	7.721	5.526	4.637	4.140	3.818	3.591	3.421	3.288	3.182	3.094	3.021	2.958	2.904	2.857	2.815	2.778	2.745	2.715	2.688	2.664
0,5%	9.406	6.541	5.409	4.785	4.384	4.103	3.893	3.730	3.599	3.492	3.402	3.325	3.259	3.202	3.151	3.107	3.067	3.031	2.998	2.968	
27	25%	1.382	1.460	1.451	1.433	1.417	1.402	1.390	1.379	1.370	1.361	1.354	1.348	1.342	1.337	1.333	1.329	1.325	1.322	1.318	1.315
	10%	2.901	2.511	2.299	2.166	2.073	2.005	1.952	1.909	1.874	1.845	1.820	1.799	1.780	1.764	1.749	1.736	1.724	1.714	1.704	1.695
	5%	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250	2.204	2.166	2.132	2.103	2.078	2.056	2.036	2.018	2.002	1.987	1.974
	2,5%	5.633	4.242	3.647	3.307	3.083	2.923	2.802	2.707	2.631	2.568	2.514	2.469	2.429	2.395	2.364	2.337	2.313	2.291	2.271	2.253
	1%	7.677	5.488	4.601	4.106	3.785	3.558	3.388	3.256	3.149	3.062	2.988	2.926	2.871	2.824	2.783	2.746	2.713	2.683	2.656	2.632
0,5%	9.342	6.489	5.361	4.740	4.340	4.059	3.850	3.687	3.557	3.450	3.360	3.284	3.218	3.161	3.110	3.066	3.026	2.990	2.957	2.928	
28	25%	1.380	1.457	1.448	1.430	1.413	1.399	1.386	1.375	1.366	1.358	1.350	1.344	1.338	1.333	1.329	1.325	1.321	1.317	1.314	1.311
	10%	2.894	2.503	2.291	2.157	2.064	1.996	1.943	1.900	1.865	1.836	1.811	1.790	1.771	1.754	1.740	1.726	1.715	1.704	1.694	1.685
	5%	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236	2.190	2.151	2.118	2.089	2.064	2.041	2.021	2.003	1.987	1.972	1.959
	2,5%	5.610	4.221	3.626	3.286	3.063	2.903	2.782	2.687	2.611	2.547	2.494	2.448	2.409	2.374	2.344	2.317	2.292	2.270	2.251	2.232
	1%	7.636	5.453	4.568	4.074	3.754	3.528	3.358	3.226	3.120	3.032	2.959	2.896	2.842	2.795	2.753	2.716	2.683	2.653	2.626	2.602
0,5%	9.284	6.440	5.317	4.698	4.300	4.020	3.811	3.649	3.519	3.412	3.322	3.246	3.180	3.123	3.073	3.028	2.988	2.952	2.919	2.890	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

$V_d$	$\alpha$	$V_a$ (número de graus de liberdade do numerador)																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
29	25%	1.378	1.455	1.445	1.427	1.410	1.395	1.383	1.372	1.362	1.354	1.347	1.340	1.335	1.330	1.325	1.321	1.317	1.313	1.310	1.306	1.303
	10%	2.887	2.495	2.283	2.149	2.057	1.988	1.935	1.892	1.857	1.827	1.802	1.781	1.762	1.745	1.731	1.717	1.705	1.695	1.685	1.676	1.676
	5%	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223	2.177	2.138	2.104	2.075	2.050	2.027	2.007	1.989	1.973	1.958	1.945	1.945
	2.5%	5.588	4.201	3.607	3.267	3.044	2.884	2.763	2.669	2.592	2.529	2.475	2.430	2.390	2.355	2.325	2.298	2.273	2.251	2.231	2.213	2.213
	1%	7.598	5.420	4.538	4.045	3.725	3.499	3.330	3.198	3.092	3.005	2.931	2.868	2.814	2.767	2.726	2.689	2.656	2.626	2.599	2.574	2.574
0.5%	9.230	6.396	5.276	4.659	4.262	3.983	3.775	3.613	3.483	3.377	3.287	3.211	3.145	3.088	3.038	2.993	2.953	2.917	2.885	2.855	2.855	
30	25%	1.376	1.452	1.443	1.424	1.407	1.392	1.380	1.369	1.359	1.351	1.343	1.337	1.331	1.326	1.321	1.317	1.313	1.310	1.306	1.303	1.303
	10%	2.881	2.489	2.276	2.142	2.049	1.980	1.927	1.884	1.849	1.819	1.794	1.773	1.754	1.737	1.722	1.709	1.697	1.686	1.676	1.667	1.667
	5%	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.126	2.092	2.063	2.037	2.015	1.995	1.976	1.960	1.945	1.935	1.935
	2.5%	5.568	4.182	3.589	3.250	3.026	2.867	2.746	2.651	2.575	2.511	2.458	2.412	2.372	2.338	2.307	2.280	2.255	2.233	2.213	2.195	2.195
	1%	7.562	5.390	4.510	4.018	3.699	3.473	3.304	3.173	3.067	2.979	2.906	2.843	2.789	2.742	2.700	2.663	2.630	2.600	2.573	2.549	2.549
0.5%	9.180	6.355	5.239	4.623	4.228	3.949	3.742	3.580	3.450	3.344	3.255	3.179	3.113	3.056	3.006	2.961	2.921	2.885	2.853	2.823	2.823	
35	25%	1.368	1.443	1.432	1.413	1.395	1.380	1.367	1.355	1.345	1.337	1.329	1.323	1.317	1.311	1.306	1.302	1.298	1.294	1.291	1.288	1.288
	10%	2.855	2.461	2.247	2.113	2.019	1.950	1.896	1.852	1.817	1.787	1.761	1.739	1.720	1.703	1.688	1.674	1.662	1.651	1.641	1.632	1.632
	5%	4.121	3.267	2.874	2.641	2.485	2.372	2.285	2.217	2.161	2.114	2.075	2.041	2.012	1.986	1.963	1.942	1.924	1.907	1.892	1.878	1.878
	2.5%	5.485	4.106	3.517	3.179	2.956	2.796	2.676	2.581	2.504	2.440	2.387	2.341	2.301	2.266	2.235	2.207	2.183	2.160	2.140	2.122	2.122
	1%	7.419	5.268	4.396	3.908	3.592	3.368	3.200	3.069	2.963	2.876	2.803	2.740	2.686	2.639	2.597	2.560	2.527	2.497	2.470	2.445	2.445
0.5%	8.976	6.188	5.086	4.479	4.088	3.812	3.607	3.447	3.318	3.212	3.124	3.048	2.983	2.926	2.876	2.831	2.791	2.755	2.723	2.693	2.693	
40	25%	1.363	1.435	1.424	1.404	1.386	1.371	1.357	1.345	1.335	1.327	1.319	1.312	1.306	1.300	1.295	1.291	1.286	1.283	1.279	1.276	1.276
	10%	2.835	2.440	2.226	2.091	1.997	1.927	1.873	1.829	1.793	1.763	1.737	1.715	1.695	1.678	1.662	1.649	1.636	1.625	1.615	1.605	1.605
	5%	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	2.038	2.003	1.974	1.948	1.924	1.904	1.885	1.868	1.853	1.839	1.839
	2.5%	5.424	4.051	3.463	3.126	2.904	2.744	2.624	2.529	2.452	2.388	2.334	2.288	2.248	2.213	2.182	2.154	2.129	2.107	2.086	2.068	2.068
	1%	7.314	5.179	4.313	3.828	3.514	3.291	3.124	2.993	2.888	2.801	2.727	2.665	2.611	2.563	2.522	2.484	2.451	2.421	2.394	2.369	2.369
0.5%	8.828	6.066	4.976	4.374	3.986	3.713	3.509	3.350	3.222	3.117	3.028	2.953	2.888	2.831	2.781	2.737	2.697	2.661	2.628	2.598	2.598	
45	25%	1.358	1.430	1.418	1.398	1.379	1.363	1.350	1.338	1.328	1.319	1.311	1.304	1.297	1.292	1.286	1.282	1.278	1.274	1.270	1.267	1.267
	10%	2.820	2.425	2.210	2.074	1.980	1.909	1.855	1.811	1.774	1.744	1.718	1.695	1.676	1.658	1.643	1.629	1.615	1.605	1.594	1.585	1.585
	5%	4.057	3.204	2.812	2.579	2.422	2.308	2.221	2.152	2.096	2.049	2.009	1.974	1.945	1.918	1.895	1.874	1.855	1.838	1.823	1.808	1.808
	2.5%	5.377	4.009	3.422	3.086	2.864	2.705	2.584	2.489	2.412	2.348	2.294	2.248	2.208	2.172	2.141	2.113	2.088	2.066	2.045	2.026	2.026
	1%	7.234	5.110	4.249	3.767	3.454	3.232	3.066	2.935	2.830	2.743	2.670	2.608	2.553	2.506	2.464	2.427	2.393	2.363	2.336	2.311	2.311
0.5%	8.715	5.974	4.892	4.294	3.909	3.638	3.435	3.276	3.149	3.044	2.956	2.881	2.816	2.759	2.709	2.665	2.625	2.589	2.556	2.527	2.527	
50	25%	1.355	1.425	1.413	1.393	1.374	1.358	1.344	1.332	1.321	1.312	1.304	1.297	1.291	1.285	1.280	1.275	1.270	1.266	1.263	1.259	1.259
	10%	2.809	2.412	2.197	2.061	1.966	1.895	1.840	1.796	1.760	1.729	1.703	1.680	1.660	1.643	1.627	1.613	1.600	1.588	1.578	1.568	1.568
	5%	4.034	3.183	2.790	2.557	2.400	2.286	2.199	2.130	2.073	2.026	1.986	1.952	1.921	1.895	1.871	1.850	1.831	1.814	1.798	1.784	1.784
	2.5%	5.340	3.975	3.390	3.054	2.833	2.674	2.553	2.458	2.381	2.317	2.263	2.216	2.176	2.140	2.109	2.081	2.056	2.033	2.012	1.993	1.993
	1%	7.171	5.057	4.199	3.720	3.408	3.186	3.020	2.890	2.785	2.698	2.625	2.562	2.508	2.461	2.419	2.382	2.348	2.318	2.290	2.265	2.265
0.5%	8.626	5.902	4.826	4.232	3.849	3.579	3.376	3.219	3.092	2.988	2.900	2.825	2.760	2.703	2.653	2.609	2.569	2.533	2.500	2.470	2.470	
55	25%	1.352	1.422	1.409	1.388	1.369	1.353	1.339	1.327	1.316	1.307	1.299	1.292	1.285	1.279	1.274	1.269	1.265	1.260	1.257	1.253	1.253
	10%	2.799	2.402	2.186	2.050	1.955	1.884	1.829	1.785	1.748	1.717	1.691	1.668	1.648	1.630	1.614	1.600	1.587	1.575	1.564	1.555	1.555
	5%	4.016	3.165	2.773	2.540	2.383	2.269	2.181	2.112	2.055	2.008	1.968	1.933	1.903	1.876	1.852	1.831	1.812	1.795	1.779	1.764	1.764
	2.5%	5.310	3.948	3.364	3.029	2.807	2.648	2.528	2.433	2.355	2.291	2.237	2.190	2.150	2.114	2.083	2.055	2.029	2.006	1.986	1.967	1.967
	1%	7.119	5.013	4.159	3.681	3.370	3.149	2.983	2.853	2.748	2.662	2.589	2.526	2.472	2.424	2.382	2.345	2.311	2.281	2.253	2.228	2.228
0.5%	8.554	5.843	4.773	4.181	3.800	3.531	3.330	3.173	3.046	2.942	2.854	2.779	2.714	2.658	2.608	2.563	2.523	2.487	2.454	2.428	2.428	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

$V_n$  (número de graus de liberdade do numerador)

$V_d$	$\alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
60	25%	1.349	1.419	1.405	1.385	1.366	1.349	1.335	1.323	1.312	1.303	1.294	1.287	1.280	1.274	1.269	1.264	1.260	1.255	1.252	1.248	1.244
	10%	2.791	2.393	2.177	2.041	1.946	1.875	1.819	1.775	1.738	1.707	1.680	1.657	1.637	1.619	1.603	1.589	1.576	1.564	1.553	1.543	1.534
	5%	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.952	1.917	1.887	1.860	1.836	1.815	1.796	1.778	1.763	1.748	1.748
	2.5%	5.286	3.925	3.343	3.008	2.786	2.627	2.507	2.412	2.334	2.270	2.216	2.169	2.129	2.093	2.061	2.033	2.008	1.985	1.964	1.944	1.944
	1%	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.718	2.632	2.559	2.496	2.442	2.394	2.352	2.315	2.281	2.251	2.223	2.198	2.198
0.5%	8.495	5.795	4.729	4.140	3.760	3.492	3.291	3.134	3.008	2.904	2.817	2.742	2.677	2.620	2.570	2.526	2.486	2.450	2.417	2.387	2.387	2.387
65	25%	1.347	1.416	1.403	1.382	1.363	1.346	1.331	1.319	1.308	1.299	1.291	1.283	1.276	1.270	1.265	1.260	1.255	1.251	1.247	1.244	1.244
	10%	2.784	2.386	2.170	2.033	1.938	1.867	1.811	1.767	1.730	1.699	1.672	1.649	1.628	1.610	1.594	1.580	1.567	1.555	1.544	1.534	1.534
	5%	3.989	3.138	2.746	2.513	2.356	2.242	2.154	2.084	2.027	1.980	1.939	1.904	1.874	1.847	1.823	1.802	1.782	1.765	1.749	1.734	1.734
	2.5%	5.265	3.906	3.324	2.990	2.769	2.610	2.489	2.394	2.317	2.252	2.198	2.151	2.111	2.075	2.043	2.015	1.989	1.966	1.945	1.926	1.926
	1%	7.042	4.947	4.098	3.622	3.313	3.093	2.928	2.798	2.693	2.607	2.534	2.471	2.417	2.369	2.327	2.289	2.236	2.225	2.198	2.172	2.172
0.5%	8.445	5.755	4.692	4.105	3.726	3.459	3.259	3.103	2.977	2.873	2.785	2.711	2.646	2.589	2.539	2.495	2.455	2.419	2.386	2.356	2.356	
70	25%	1.346	1.414	1.400	1.379	1.360	1.343	1.329	1.316	1.305	1.296	1.287	1.280	1.273	1.267	1.262	1.257	1.252	1.248	1.244	1.244	1.244
	10%	2.779	2.380	2.164	2.027	1.931	1.860	1.804	1.760	1.723	1.691	1.665	1.641	1.621	1.603	1.587	1.572	1.559	1.547	1.536	1.526	1.526
	5%	3.978	3.128	2.736	2.503	2.346	2.231	2.143	2.074	2.017	1.969	1.928	1.893	1.863	1.836	1.812	1.790	1.771	1.753	1.737	1.722	1.722
	2.5%	5.247	3.890	3.309	2.975	2.754	2.595	2.474	2.379	2.302	2.237	2.183	2.136	2.095	2.059	2.028	1.999	1.974	1.950	1.929	1.910	1.910
	1%	7.011	4.922	4.074	3.600	3.291	3.071	2.906	2.777	2.672	2.585	2.512	2.450	2.395	2.348	2.306	2.268	2.234	2.204	2.176	2.150	2.150
0.5%	8.403	5.720	4.661	4.076	3.698	3.431	3.232	3.076	2.950	2.846	2.759	2.684	2.619	2.563	2.513	2.468	2.428	2.392	2.359	2.329	2.329	
75	25%	1.344	1.412	1.398	1.377	1.357	1.341	1.326	1.313	1.303	1.293	1.285	1.277	1.270	1.264	1.259	1.253	1.249	1.245	1.241	1.237	1.237
	10%	2.774	2.375	2.158	2.021	1.926	1.854	1.798	1.754	1.716	1.685	1.658	1.635	1.614	1.596	1.580	1.565	1.552	1.540	1.529	1.519	1.519
	5%	3.968	3.119	2.727	2.494	2.337	2.222	2.134	2.064	2.007	1.959	1.919	1.884	1.853	1.826	1.802	1.780	1.761	1.743	1.727	1.712	1.712
	2.5%	5.232	3.876	3.296	2.962	2.741	2.582	2.461	2.366	2.289	2.224	2.170	2.123	2.082	2.046	2.014	1.986	1.960	1.937	1.916	1.896	1.896
	1%	6.985	4.900	4.054	3.580	3.272	3.052	2.887	2.758	2.653	2.567	2.494	2.431	2.377	2.329	2.287	2.249	2.215	2.185	2.157	2.132	2.132
0.5%	8.366	5.691	4.635	4.050	3.674	3.407	3.208	3.052	2.927	2.823	2.736	2.661	2.597	2.540	2.490	2.445	2.405	2.369	2.336	2.306	2.306	
80	25%	1.343	1.411	1.396	1.375	1.355	1.338	1.324	1.311	1.300	1.291	1.282	1.275	1.268	1.262	1.256	1.251	1.246	1.242	1.238	1.234	1.234
	10%	2.769	2.370	2.154	2.016	1.921	1.849	1.793	1.748	1.711	1.680	1.653	1.629	1.609	1.590	1.574	1.559	1.546	1.534	1.523	1.513	1.513
	5%	3.960	3.111	2.719	2.486	2.329	2.214	2.126	2.056	1.999	1.951	1.910	1.875	1.845	1.817	1.793	1.772	1.752	1.734	1.718	1.703	1.703
	2.5%	5.218	3.864	3.284	2.950	2.730	2.571	2.450	2.355	2.277	2.213	2.158	2.111	2.071	2.035	2.003	1.974	1.948	1.925	1.904	1.884	1.884
	1%	6.963	4.881	4.036	3.563	3.255	3.036	2.871	2.742	2.637	2.551	2.478	2.415	2.361	2.313	2.271	2.233	2.199	2.169	2.141	2.115	2.115
0.5%	8.335	5.665	4.611	4.029	3.652	3.387	3.188	3.032	2.907	2.803	2.716	2.641	2.577	2.520	2.470	2.425	2.385	2.349	2.316	2.286	2.286	
90	25%	1.341	1.408	1.393	1.372	1.352	1.335	1.320	1.307	1.296	1.287	1.278	1.270	1.263	1.257	1.252	1.246	1.242	1.237	1.233	1.229	1.229
	10%	2.762	2.363	2.146	2.008	1.912	1.841	1.785	1.739	1.702	1.670	1.643	1.620	1.599	1.581	1.564	1.550	1.536	1.524	1.513	1.503	1.503
	5%	3.947	3.098	2.706	2.473	2.316	2.201	2.113	2.043	1.986	1.938	1.897	1.861	1.830	1.803	1.779	1.757	1.737	1.720	1.703	1.688	1.688
	2.5%	5.196	3.844	3.265	2.932	2.711	2.552	2.432	2.336	2.259	2.194	2.140	2.092	2.051	2.015	1.983	1.955	1.929	1.905	1.884	1.864	1.864
	1%	6.925	4.849	4.007	3.535	3.228	3.009	2.845	2.715	2.611	2.524	2.451	2.389	2.334	2.286	2.244	2.206	2.172	2.142	2.114	2.088	2.088
0.5%	8.282	5.623	4.573	3.992	3.617	3.352	3.154	2.999	2.873	2.770	2.683	2.608	2.544	2.487	2.437	2.393	2.353	2.316	2.283	2.253	2.253	
100	25%	1.339	1.406	1.391	1.369	1.349	1.332	1.317	1.304	1.293	1.284	1.275	1.267	1.260	1.254	1.248	1.243	1.238	1.234	1.230	1.226	1.226
	10%	2.756	2.356	2.139	2.002	1.906	1.834	1.778	1.732	1.695	1.663	1.636	1.612	1.592	1.573	1.557	1.542	1.528	1.516	1.505	1.494	1.494
	5%	3.936	3.087	2.696	2.463	2.305	2.191	2.103	2.032	1.975	1.927	1.886	1.850	1.819	1.792	1.768	1.746	1.726	1.708	1.691	1.676	1.676
	2.5%	5.179	3.828	3.250	2.917	2.696	2.537	2.417	2.321	2.244	2.179	2.124	2.077	2.036	2.000	1.968	1.939	1.913	1.890	1.868	1.849	1.849
	1%	6.895	4.824	3.984	3.513	3.206	2.988	2.823	2.694	2.590	2.503	2.430	2.368	2.313	2.265	2.223	2.185	2.151	2.120	2.092	2.067	2.067
0.5%	8.241	5.589	4.542	3.963	3.589	3.325	3.127	2.972	2.847	2.744	2.657	2.583	2.518	2.461	2.411	2.367	2.326	2.290	2.257	2.227	2.227	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

		V <sub>a</sub> (número de graus de liberdade do numerador)																			
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
1	2.5%	9,594	9,605	9,616	9,625	9,634	9,642	9,650	9,657	9,664	9,670	9,695	9,714	9,729	9,741	9,751	9,759	9,772	9,782	9,789	9,795
	10%	61,81	61,88	61,95	62,00	62,05	62,10	62,15	62,19	62,23	62,26	62,42	62,53	62,62	62,69	62,75	62,79	62,87	62,93	62,97	63,01
	5%	248,3	248,6	248,8	249,1	249,3	249,5	249,6	249,8	250,0	250,1	250,7	251,1	251,5	251,8	252,0	252,2	252,5	252,7	252,9	253,0
	2.5%	994,3	995,4	996,3	997,2	998,1	998,8	999,6	1000	1000	1001	1001	1004	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1013	1013
	1%	6216	6223	6229	6235	6240	6245	6249	6253	6257	6261	6266	6276	6296	6308	6321	6336	6352	6370	6390	6411
0.5%	24866	24892	24917	24940	24960	24980	24997	25014	25029	25044	25103	25148	25183	25211	25234	25253	25283	25306	25331	25357	
2	2.5%	3,429	3,431	3,433	3,435	3,436	3,438	3,439	3,440	3,442	3,443	3,448	3,451	3,454	3,456	3,458	3,459	3,462	3,464	3,465	3,466
	10%	9,444	9,446	9,448	9,450	9,451	9,453	9,454	9,456	9,457	9,458	9,463	9,466	9,469	9,471	9,473	9,475	9,477	9,479	9,480	9,481
	5%	19,45	19,45	19,45	19,45	19,46	19,46	19,46	19,46	19,46	19,46	19,47	19,47	19,47	19,48	19,48	19,48	19,48	19,48	19,48	19,49
	2.5%	39,45	39,45	39,45	39,45	39,46	39,46	39,46	39,46	39,46	39,46	39,47	39,47	39,47	39,48	39,48	39,48	39,48	39,48	39,49	39,49
	1%	99,45	99,45	99,46	99,46	99,46	99,46	99,46	99,46	99,46	99,46	99,47	99,47	99,47	99,48	99,48	99,48	99,48	99,49	99,49	99,49
0.5%	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	199,5	
3	2.5%	2,461	2,462	2,462	2,463	2,463	2,464	2,464	2,464	2,464	2,465	2,466	2,467	2,468	2,469	2,469	2,470	2,470	2,471	2,471	2,471
	10%	5,182	5,180	5,178	5,176	5,175	5,173	5,173	5,170	5,169	5,168	5,163	5,160	5,157	5,155	5,153	5,151	5,149	5,147	5,145	5,144
	5%	8,654	8,648	8,643	8,639	8,634	8,630	8,626	8,623	8,620	8,617	8,604	8,594	8,587	8,581	8,576	8,572	8,566	8,561	8,557	8,554
	2.5%	14,16	14,14	14,13	14,12	14,12	14,11	14,10	14,09	14,09	14,09	14,06	14,04	14,02	14,01	14,00	13,99	13,98	13,97	13,96	13,96
	1%	26,66	26,64	26,62	26,60	26,58	26,56	26,55	26,53	26,52	26,50	26,45	26,41	26,38	26,35	26,33	26,32	26,29	26,27	26,25	26,24
0.5%	42,73	42,69	42,66	42,62	42,59	42,56	42,54	42,51	42,49	42,47	42,38	42,31	42,26	42,21	42,18	42,15	42,10	42,07	42,04	42,02	
4	2.5%	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083	2,083	2,082	2,082	2,082	2,082	2,082	2,082	2,082	2,082	2,082	2,081	2,081	2,081
	10%	3,841	3,837	3,834	3,831	3,828	3,826	3,823	3,821	3,819	3,817	3,810	3,804	3,799	3,795	3,792	3,790	3,786	3,782	3,780	3,778
	5%	5,795	5,787	5,781	5,774	5,769	5,763	5,759	5,754	5,750	5,746	5,729	5,717	5,707	5,699	5,693	5,688	5,679	5,673	5,668	5,664
	2.5%	8,55	8,53	8,522	8,511	8,501	8,492	8,483	8,476	8,468	8,461	8,433	8,411	8,394	8,381	8,370	8,360	8,346	8,335	8,326	8,319
	1%	13,99	13,97	13,95	13,93	13,91	13,89	13,88	13,86	13,85	13,84	13,79	13,75	13,71	13,69	13,67	13,65	13,63	13,61	13,59	13,58
0.5%	20,13	20,09	20,06	20,03	20,00	19,98	19,95	19,93	19,91	19,89	19,81	19,75	19,70	19,67	19,64	19,61	19,57	19,54	19,52	19,50	
5	2.5%	1,881	1,881	1,881	1,880	1,880	1,880	1,879	1,879	1,879	1,878	1,877	1,876	1,876	1,875	1,875	1,874	1,874	1,873	1,873	1,872
	10%	3,202	3,198	3,194	3,191	3,187	3,184	3,181	3,179	3,176	3,174	3,165	3,157	3,152	3,147	3,143	3,140	3,135	3,132	3,129	3,126
	5%	4,549	4,541	4,534	4,527	4,521	4,515	4,510	4,505	4,500	4,496	4,478	4,464	4,453	4,444	4,437	4,431	4,422	4,415	4,409	4,405
	2.5%	6,314	6,301	6,289	6,278	6,268	6,258	6,250	6,242	6,234	6,227	6,197	6,175	6,158	6,144	6,132	6,123	6,107	6,096	6,087	6,080
	1%	9,528	9,506	9,485	9,466	9,449	9,433	9,418	9,404	9,391	9,379	9,329	9,291	9,262	9,238	9,218	9,202	9,176	9,157	9,142	9,130
0.5%	12,87	12,84	12,81	12,78	12,76	12,73	12,71	12,69	12,67	12,66	12,58	12,53	12,49	12,45	12,43	12,40	12,37	12,34	12,32	12,30	
6	2.5%	1,756	1,755	1,755	1,754	1,753	1,753	1,752	1,752	1,751	1,751	1,749	1,748	1,747	1,746	1,745	1,744	1,743	1,742	1,742	1,741
	10%	2,831	2,827	2,822	2,818	2,815	2,811	2,808	2,805	2,803	2,800	2,789	2,781	2,770	2,765	2,762	2,756	2,752	2,749	2,746	2,746
	5%	3,865	3,856	3,849	3,841	3,835	3,829	3,823	3,818	3,813	3,808	3,789	3,774	3,763	3,754	3,746	3,740	3,730	3,722	3,716	3,712
	2.5%	5,154	5,141	5,128	5,117	5,107	5,097	5,088	5,080	5,072	5,065	5,035	5,012	4,995	4,980	4,969	4,959	4,943	4,932	4,923	4,915
	1%	7,372	7,351	7,331	7,313	7,296	7,280	7,266	7,253	7,240	7,229	7,180	7,143	7,115	7,091	7,073	7,057	7,032	7,013	6,998	6,987
0.5%	9,556	9,526	9,499	9,474	9,451	9,430	9,410	9,392	9,374	9,358	9,291	9,241	9,201	9,170	9,144	9,122	9,088	9,062	9,042	9,026	
7	2.5%	1,670	1,669	1,668	1,667	1,667	1,666	1,665	1,665	1,664	1,663	1,661	1,659	1,658	1,657	1,656	1,655	1,654	1,653	1,652	1,651
	10%	2,589	2,584	2,580	2,575	2,571	2,568	2,565	2,561	2,558	2,555	2,544	2,535	2,528	2,523	2,518	2,514	2,508	2,504	2,500	2,497
	5%	3,435	3,426	3,418	3,410	3,404	3,397	3,391	3,386	3,381	3,376	3,356	3,340	3,328	3,319	3,311	3,304	3,286	3,280	3,275	3,275
	2.5%	4,452	4,439	4,426	4,415	4,405	4,395	4,386	4,378	4,370	4,362	4,332	4,309	4,291	4,276	4,264	4,254	4,239	4,227	4,218	4,210
	1%	6,132	6,111	6,092	6,074	6,058	6,043	6,029	6,016	6,003	5,992	5,944	5,908	5,880	5,858	5,839	5,824	5,799	5,781	5,766	5,755
0.5%	7,723	7,695	7,669	7,645	7,623	7,603	7,584	7,566	7,550	7,534	7,471	7,422	7,385	7,354	7,330	7,309	7,276	7,251	7,232	7,217	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

$V_d$	$\alpha$	$V_a$ (número de graus de liberdade do numerador)																			
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
8	2.5%	1.608	1.606	1.605	1.604	1.603	1.602	1.602	1.601	1.600	1.600	1.597	1.595	1.593	1.591	1.590	1.589	1.588	1.586	1.586	1.585
	10%	2.419	2.413	2.409	2.404	2.400	2.396	2.392	2.389	2.386	2.383	2.371	2.361	2.354	2.348	2.343	2.339	2.333	2.328	2.324	2.321
	5%	3.140	3.131	3.123	3.115	3.108	3.102	3.095	3.090	3.084	3.079	3.059	3.043	3.030	3.020	3.012	3.005	2.994	2.986	2.980	2.975
	2.5%	3.983	3.971	3.959	3.947	3.937	3.927	3.918	3.909	3.901	3.894	3.863	3.840	3.827	3.807	3.795	3.784	3.768	3.756	3.747	3.739
	1%	5.336	5.316	5.297	5.279	5.263	5.248	5.234	5.221	5.209	5.198	5.151	5.116	5.088	5.065	5.047	5.032	5.007	4.989	4.975	4.963
0.5%	6.578	6.551	6.526	6.503	6.482	6.462	6.444	6.427	6.411	6.396	6.334	6.288	6.251	6.222	6.197	6.177	6.145	6.121	6.103	6.088	
9	2.5%	1.560	1.558	1.557	1.556	1.555	1.554	1.553	1.552	1.551	1.551	1.547	1.545	1.543	1.541	1.540	1.539	1.537	1.536	1.535	1.534
	10%	2.292	2.287	2.282	2.277	2.272	2.268	2.265	2.261	2.258	2.255	2.242	2.232	2.224	2.218	2.213	2.208	2.202	2.196	2.192	2.189
	5%	2.926	2.917	2.908	2.900	2.893	2.886	2.880	2.874	2.868	2.864	2.842	2.826	2.813	2.803	2.794	2.787	2.776	2.768	2.761	2.756
	2.5%	3.652	3.638	3.626	3.614	3.604	3.594	3.584	3.576	3.568	3.560	3.529	3.505	3.487	3.472	3.460	3.449	3.433	3.421	3.411	3.403
	1%	4.786	4.765	4.746	4.729	4.713	4.698	4.685	4.672	4.660	4.649	4.602	4.567	4.539	4.517	4.498	4.483	4.459	4.441	4.426	4.415
0.5%	5.803	5.776	5.752	5.729	5.708	5.689	5.671	5.655	5.639	5.625	5.564	5.519	5.483	5.454	5.430	5.410	5.379	5.356	5.337	5.322	
10	2.5%	1.522	1.520	1.519	1.518	1.517	1.516	1.515	1.514	1.513	1.512	1.508	1.506	1.503	1.502	1.500	1.499	1.497	1.495	1.494	1.493
	10%	2.194	2.189	2.183	2.178	2.174	2.170	2.166	2.162	2.159	2.155	2.142	2.132	2.124	2.117	2.112	2.107	2.100	2.095	2.090	2.087
	5%	2.764	2.754	2.745	2.737	2.730	2.723	2.716	2.710	2.705	2.700	2.678	2.661	2.648	2.637	2.628	2.621	2.610	2.601	2.594	2.588
	2.5%	3.403	3.390	3.377	3.365	3.355	3.345	3.335	3.327	3.319	3.311	3.279	3.255	3.237	3.221	3.209	3.198	3.182	3.169	3.160	3.152
	1%	4.383	4.363	4.344	4.327	4.311	4.296	4.283	4.270	4.258	4.247	4.200	4.165	4.138	4.115	4.097	4.082	4.058	4.039	4.025	4.014
0.5%	5.245	5.219	5.195	5.173	5.153	5.134	5.116	5.100	5.085	5.071	5.011	4.966	4.931	4.902	4.879	4.859	4.828	4.805	4.787	4.772	
11	2.5%	1.491	1.490	1.488	1.487	1.486	1.485	1.484	1.482	1.481	1.481	1.477	1.474	1.471	1.469	1.468	1.466	1.464	1.463	1.461	1.460
	10%	2.117	2.111	2.105	2.100	2.095	2.091	2.087	2.083	2.080	2.076	2.062	2.052	2.043	2.036	2.031	2.026	2.019	2.013	2.009	2.005
	5%	2.636	2.626	2.617	2.609	2.601	2.594	2.588	2.582	2.576	2.570	2.548	2.531	2.517	2.507	2.498	2.490	2.478	2.469	2.462	2.457
	2.5%	3.211	3.197	3.184	3.173	3.162	3.152	3.142	3.133	3.125	3.118	3.086	3.061	3.042	3.027	3.014	3.004	2.987	2.974	2.964	2.956
	1%	4.077	4.057	4.038	4.021	4.005	3.990	3.977	3.964	3.952	3.941	3.895	3.860	3.832	3.810	3.791	3.776	3.752	3.734	3.719	3.708
0.5%	4.827	4.801	4.778	4.756	4.736	4.717	4.700	4.684	4.668	4.654	4.595	4.551	4.516	4.488	4.464	4.445	4.414	4.391	4.373	4.359	
12	2.5%	1.466	1.464	1.463	1.461	1.460	1.459	1.458	1.456	1.455	1.454	1.450	1.447	1.445	1.443	1.441	1.439	1.437	1.435	1.434	1.433
	10%	2.033	2.047	2.041	2.036	2.031	2.027	2.022	2.019	2.015	2.011	1.997	1.986	1.977	1.970	1.965	1.960	1.952	1.946	1.942	1.938
	5%	2.533	2.523	2.514	2.505	2.498	2.491	2.484	2.478	2.472	2.466	2.443	2.426	2.412	2.401	2.392	2.384	2.372	2.363	2.356	2.350
	2.5%	3.057	3.043	3.031	3.019	3.008	2.998	2.988	2.979	2.971	2.963	2.931	2.906	2.887	2.871	2.859	2.848	2.831	2.818	2.808	2.800
	1%	3.836	3.816	3.798	3.780	3.765	3.750	3.736	3.724	3.712	3.701	3.654	3.619	3.592	3.569	3.551	3.535	3.511	3.493	3.478	3.467
0.5%	4.502	4.476	4.453	4.431	4.412	4.393	4.376	4.360	4.345	4.331	4.272	4.228	4.193	4.165	4.142	4.123	4.092	4.069	4.051	4.037	
13	2.5%	1.445	1.443	1.441	1.440	1.438	1.437	1.436	1.435	1.433	1.432	1.428	1.425	1.422	1.420	1.418	1.416	1.414	1.412	1.411	1.409
	10%	2.000	1.994	1.988	1.983	1.978	1.973	1.969	1.965	1.961	1.958	1.943	1.931	1.923	1.915	1.909	1.904	1.896	1.890	1.886	1.882
	5%	2.448	2.438	2.429	2.420	2.412	2.405	2.398	2.392	2.386	2.380	2.357	2.339	2.325	2.314	2.304	2.297	2.284	2.275	2.267	2.261
	2.5%	2.932	2.918	2.905	2.893	2.882	2.872	2.862	2.853	2.845	2.837	2.805	2.780	2.760	2.744	2.731	2.720	2.703	2.690	2.680	2.671
	1%	3.643	3.622	3.604	3.587	3.571	3.556	3.543	3.530	3.518	3.507	3.461	3.425	3.398	3.375	3.357	3.341	3.317	3.298	3.284	3.272
0.5%	4.243	4.217	4.194	4.173	4.153	4.134	4.117	4.101	4.087	4.073	4.015	3.970	3.936	3.908	3.885	3.866	3.835	3.812	3.794	3.780	
14	2.5%	1.426	1.425	1.423	1.421	1.420	1.418	1.417	1.416	1.415	1.414	1.409	1.405	1.403	1.400	1.398	1.397	1.394	1.392	1.391	1.389
	10%	1.955	1.949	1.943	1.938	1.933	1.928	1.923	1.919	1.916	1.912	1.897	1.885	1.876	1.869	1.862	1.857	1.849	1.843	1.838	1.834
	5%	2.377	2.367	2.357	2.349	2.341	2.333	2.326	2.320	2.314	2.308	2.284	2.266	2.252	2.241	2.231	2.223	2.210	2.201	2.193	2.187
	2.5%	2.828	2.814	2.801	2.789	2.778	2.767	2.758	2.749	2.740	2.732	2.699	2.674	2.654	2.638	2.625	2.614	2.597	2.583	2.573	2.565
	1%	3.483	3.463	3.444	3.427	3.412	3.397	3.383	3.371	3.359	3.348	3.301	3.266	3.238	3.215	3.197	3.181	3.157	3.138	3.124	3.112
0.5%	4.031	4.006	3.983	3.961	3.942	3.923	3.906	3.891	3.876	3.862	3.804	3.760	3.725	3.698	3.675	3.655	3.625	3.602	3.584	3.569	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

V <sub>d</sub>	α	V <sub>n</sub> (número de graus de liberdade do numerador)																			
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
15	25%	1.411	1.409	1.407	1.405	1.404	1.402	1.401	1.400	1.398	1.397	1.392	1.389	1.386	1.383	1.381	1.380	1.377	1.375	1.373	1.372
	10%	1.917	1.911	1.905	1.899	1.894	1.889	1.885	1.880	1.876	1.873	1.857	1.845	1.836	1.828	1.822	1.817	1.808	1.802	1.797	1.793
	5%	2.316	2.306	2.297	2.288	2.280	2.272	2.265	2.259	2.253	2.247	2.223	2.204	2.190	2.178	2.168	2.160	2.147	2.137	2.130	2.123
	2,5%	2.740	2.726	2.713	2.701	2.689	2.679	2.669	2.660	2.652	2.644	2.610	2.585	2.565	2.549	2.535	2.524	2.506	2.482	2.462	2.447
	1%	3.350	3.330	3.311	3.294	3.278	3.264	3.250	3.237	3.225	3.214	3.167	3.132	3.104	3.081	3.063	3.047	3.022	3.004	2.989	2.977
0,5%	3.855	3.830	3.807	3.786	3.766	3.748	3.731	3.715	3.701	3.687	3.629	3.585	3.550	3.523	3.500	3.480	3.450	3.427	3.409	3.394	
16	25%	1.397	1.395	1.393	1.391	1.390	1.388	1.387	1.385	1.384	1.383	1.378	1.374	1.371	1.369	1.366	1.365	1.362	1.360	1.358	1.356
	10%	1.884	1.877	1.871	1.866	1.860	1.855	1.851	1.847	1.843	1.839	1.823	1.811	1.801	1.793	1.787	1.782	1.773	1.766	1.761	1.757
	5%	2.264	2.254	2.244	2.235	2.227	2.220	2.212	2.206	2.200	2.194	2.169	2.151	2.136	2.124	2.114	2.106	2.093	2.083	2.075	2.068
	2,5%	2.665	2.651	2.637	2.625	2.614	2.603	2.594	2.584	2.576	2.568	2.534	2.509	2.488	2.472	2.458	2.447	2.429	2.415	2.405	2.396
	1%	3.237	3.216	3.198	3.181	3.165	3.150	3.137	3.124	3.112	3.101	3.054	3.018	2.990	2.967	2.949	2.933	2.908	2.889	2.875	2.863
0,5%	3.707	3.682	3.659	3.638	3.618	3.600	3.583	3.567	3.553	3.539	3.481	3.437	3.403	3.375	3.352	3.332	3.302	3.279	3.261	3.246	
17	25%	1.385	1.383	1.381	1.379	1.377	1.376	1.374	1.373	1.372	1.370	1.365	1.361	1.358	1.355	1.353	1.351	1.348	1.346	1.344	1.343
	10%	1.855	1.848	1.842	1.836	1.831	1.826	1.821	1.817	1.813	1.809	1.793	1.781	1.771	1.763	1.756	1.751	1.742	1.735	1.730	1.726
	5%	2.219	2.208	2.199	2.190	2.181	2.174	2.167	2.160	2.154	2.148	2.123	2.104	2.089	2.077	2.067	2.058	2.045	2.035	2.027	2.020
	2,5%	2.600	2.585	2.572	2.560	2.548	2.538	2.528	2.519	2.510	2.502	2.468	2.442	2.422	2.405	2.392	2.380	2.362	2.348	2.337	2.329
	1%	3.139	3.119	3.101	3.084	3.068	3.053	3.039	3.026	3.014	3.003	2.956	2.920	2.892	2.869	2.851	2.835	2.810	2.791	2.776	2.764
0,5%	3.580	3.555	3.532	3.511	3.492	3.473	3.457	3.441	3.426	3.412	3.355	3.311	3.276	3.248	3.225	3.206	3.175	3.152	3.134	3.119	
18	25%	1.374	1.372	1.370	1.368	1.366	1.365	1.363	1.362	1.360	1.359	1.354	1.350	1.346	1.344	1.341	1.340	1.336	1.334	1.332	1.331
	10%	1.829	1.823	1.816	1.810	1.805	1.800	1.795	1.791	1.787	1.783	1.766	1.754	1.744	1.736	1.729	1.723	1.714	1.707	1.702	1.698
	5%	2.179	2.168	2.159	2.150	2.141	2.134	2.126	2.119	2.113	2.107	2.082	2.063	2.048	2.035	2.025	2.017	2.003	1.993	1.985	1.978
	2,5%	2.543	2.529	2.515	2.503	2.491	2.481	2.471	2.461	2.453	2.445	2.410	2.384	2.364	2.347	2.333	2.321	2.303	2.289	2.278	2.269
	1%	3.055	3.035	3.016	2.999	2.983	2.968	2.955	2.942	2.930	2.919	2.871	2.835	2.807	2.784	2.765	2.749	2.724	2.705	2.690	2.678
0,5%	3.471	3.446	3.423	3.402	3.382	3.364	3.347	3.332	3.317	3.303	3.245	3.201	3.167	3.139	3.116	3.096	3.065	3.042	3.024	3.009	
19	25%	1.364	1.362	1.360	1.358	1.356	1.355	1.353	1.352	1.350	1.349	1.344	1.339	1.336	1.333	1.331	1.329	1.326	1.323	1.321	1.320
	10%	1.807	1.800	1.793	1.787	1.782	1.777	1.772	1.767	1.763	1.759	1.743	1.730	1.720	1.711	1.705	1.699	1.690	1.683	1.677	1.673
	5%	2.144	2.133	2.123	2.114	2.106	2.098	2.090	2.084	2.077	2.071	2.046	2.026	2.011	1.999	1.988	1.980	1.966	1.955	1.947	1.940
	2,5%	2.493	2.478	2.465	2.452	2.441	2.430	2.420	2.411	2.402	2.394	2.359	2.333	2.312	2.295	2.281	2.270	2.251	2.237	2.226	2.217
	1%	2.981	2.961	2.942	2.925	2.909	2.894	2.880	2.868	2.855	2.844	2.797	2.761	2.732	2.709	2.690	2.674	2.649	2.630	2.614	2.602
0,5%	3.375	3.350	3.327	3.306	3.287	3.269	3.252	3.236	3.221	3.208	3.150	3.106	3.071	3.043	3.020	3.000	2.970	2.946	2.928	2.913	
20	25%	1.356	1.353	1.351	1.349	1.348	1.346	1.344	1.343	1.341	1.340	1.335	1.330	1.327	1.324	1.321	1.319	1.316	1.313	1.311	1.310
	10%	1.786	1.779	1.773	1.767	1.761	1.756	1.751	1.746	1.742	1.738	1.721	1.708	1.698	1.690	1.683	1.677	1.667	1.660	1.655	1.650
	5%	2.112	2.102	2.092	2.082	2.074	2.066	2.059	2.052	2.045	2.039	2.013	1.994	1.978	1.966	1.955	1.946	1.932	1.922	1.913	1.907
	2,5%	2.448	2.434	2.420	2.408	2.396	2.385	2.375	2.366	2.357	2.349	2.314	2.287	2.266	2.249	2.235	2.223	2.205	2.190	2.179	2.170
	1%	2.916	2.895	2.877	2.859	2.843	2.829	2.815	2.802	2.790	2.778	2.731	2.695	2.666	2.643	2.624	2.608	2.582	2.563	2.548	2.535
0,5%	3.291	3.266	3.243	3.222	3.203	3.184	3.168	3.152	3.137	3.123	3.066	3.022	2.987	2.959	2.935	2.916	2.885	2.861	2.843	2.828	
21	25%	1.348	1.345	1.343	1.341	1.340	1.338	1.336	1.335	1.333	1.332	1.326	1.322	1.318	1.315	1.313	1.311	1.307	1.305	1.303	1.301
	10%	1.768	1.761	1.754	1.748	1.742	1.737	1.732	1.728	1.723	1.719	1.702	1.689	1.678	1.670	1.663	1.657	1.647	1.640	1.634	1.630
	5%	2.084	2.073	2.063	2.054	2.045	2.037	2.030	2.023	2.016	2.010	1.984	1.965	1.949	1.936	1.925	1.916	1.902	1.891	1.883	1.876
	2,5%	2.409	2.394	2.380	2.368	2.356	2.345	2.335	2.325	2.317	2.308	2.273	2.246	2.225	2.208	2.194	2.182	2.163	2.148	2.137	2.128
	1%	2.857	2.837	2.818	2.801	2.785	2.770	2.756	2.743	2.731	2.720	2.672	2.636	2.607	2.584	2.565	2.548	2.523	2.503	2.488	2.475
0,5%	3.216	3.191	3.168	3.147	3.128	3.110	3.093	3.077	3.063	3.049	2.991	2.947	2.912	2.884	2.860	2.840	2.810	2.786	2.768	2.753	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

		V <sub>a</sub> (número de graus de liberdade do numerador)																				
V <sub>d</sub>	α	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100	
22	25%	1.341	1.338	1.336	1.334	1.332	1.330	1.329	1.327	1.326	1.324	1.319	1.314	1.310	1.307	1.305	1.303	1.299	1.296	1.294	1.293	
	10%	1.751	1.744	1.737	1.731	1.726	1.720	1.715	1.711	1.706	1.702	1.685	1.671	1.661	1.652	1.645	1.639	1.629	1.622	1.616	1.611	
	5%	2.059	2.048	2.038	2.028	2.020	2.012	2.004	1.997	1.990	1.984	1.958	1.938	1.922	1.909	1.898	1.889	1.875	1.864	1.856	1.849	
	2.5%	2.373	2.358	2.344	2.331	2.320	2.309	2.299	2.289	2.280	2.272	2.237	2.210	2.188	2.171	2.157	2.145	2.125	2.111	2.099	2.090	
	1%	2.805	2.785	2.766	2.749	2.733	2.718	2.704	2.691	2.679	2.667	2.620	2.583	2.554	2.531	2.511	2.495	2.469	2.450	2.434	2.422	
0.5%	3.149	3.125	3.102	3.081	3.061	3.043	3.026	3.011	2.996	2.982	2.924	2.880	2.845	2.817	2.793	2.774	2.742	2.719	2.700	2.685		
23	25%	1.334	1.332	1.330	1.327	1.326	1.324	1.322	1.321	1.321	1.319	1.318	1.314	1.310	1.307	1.305	1.303	1.299	1.292	1.289	1.287	1.285
	10%	1.736	1.729	1.722	1.716	1.710	1.705	1.700	1.695	1.691	1.686	1.669	1.655	1.645	1.636	1.629	1.622	1.613	1.605	1.599	1.594	
	5%	2.036	2.025	2.014	2.005	1.996	1.988	1.981	1.973	1.967	1.961	1.934	1.914	1.898	1.885	1.874	1.865	1.850	1.839	1.830	1.823	
	2.5%	2.340	2.325	2.312	2.299	2.287	2.276	2.266	2.256	2.247	2.239	2.204	2.176	2.155	2.137	2.123	2.111	2.091	2.077	2.065	2.056	
	1%	2.758	2.738	2.719	2.702	2.686	2.671	2.657	2.644	2.632	2.620	2.572	2.535	2.506	2.483	2.463	2.447	2.421	2.401	2.386	2.373	
0.5%	3.089	3.065	3.042	3.021	3.001	2.983	2.966	2.951	2.936	2.922	2.864	2.820	2.785	2.756	2.733	2.713	2.682	2.658	2.639	2.624		
24	25%	1.328	1.326	1.323	1.321	1.319	1.318	1.316	1.314	1.313	1.311	1.310	1.305	1.300	1.297	1.293	1.289	1.285	1.280	1.278	1.278	
	10%	1.722	1.715	1.708	1.702	1.696	1.691	1.686	1.681	1.676	1.672	1.654	1.641	1.630	1.621	1.613	1.607	1.597	1.590	1.584	1.579	
	5%	2.015	2.003	1.993	1.984	1.975	1.967	1.959	1.952	1.945	1.939	1.912	1.892	1.876	1.863	1.852	1.842	1.828	1.816	1.808	1.800	
	2.5%	2.311	2.296	2.282	2.269	2.257	2.246	2.236	2.226	2.217	2.209	2.173	2.146	2.124	2.107	2.092	2.080	2.060	2.045	2.034	2.024	
	1%	2.716	2.695	2.676	2.659	2.643	2.628	2.614	2.601	2.589	2.577	2.529	2.492	2.463	2.440	2.420	2.403	2.377	2.357	2.342	2.329	
0.5%	3.035	3.011	2.988	2.967	2.947	2.929	2.912	2.897	2.882	2.868	2.810	2.765	2.730	2.702	2.678	2.658	2.627	2.603	2.584	2.569		
25	25%	1.323	1.320	1.318	1.316	1.314	1.312	1.310	1.309	1.307	1.306	1.299	1.294	1.291	1.287	1.285	1.282	1.279	1.276	1.273	1.272	
	10%	1.710	1.702	1.695	1.689	1.683	1.678	1.672	1.668	1.663	1.659	1.641	1.627	1.616	1.607	1.600	1.593	1.583	1.576	1.569	1.565	
	5%	1.995	1.984	1.974	1.964	1.955	1.947	1.939	1.932	1.926	1.919	1.892	1.872	1.855	1.842	1.831	1.822	1.807	1.796	1.787	1.779	
	2.5%	2.284	2.269	2.255	2.242	2.230	2.219	2.209	2.199	2.190	2.182	2.146	2.118	2.096	2.079	2.064	2.052	2.032	2.017	2.005	1.996	
	1%	2.677	2.657	2.638	2.620	2.604	2.589	2.575	2.562	2.550	2.538	2.490	2.453	2.424	2.400	2.380	2.364	2.337	2.317	2.302	2.289	
0.5%	2.986	2.961	2.939	2.918	2.898	2.880	2.863	2.847	2.833	2.819	2.761	2.716	2.681	2.652	2.629	2.609	2.577	2.553	2.534	2.519		
26	25%	1.318	1.315	1.313	1.311	1.309	1.307	1.305	1.303	1.302	1.300	1.294	1.289	1.285	1.282	1.279	1.277	1.273	1.270	1.268	1.266	
	10%	1.698	1.690	1.683	1.677	1.671	1.666	1.660	1.656	1.651	1.647	1.629	1.615	1.604	1.594	1.587	1.581	1.570	1.562	1.556	1.551	
	5%	1.978	1.966	1.956	1.946	1.938	1.929	1.921	1.914	1.907	1.901	1.874	1.853	1.837	1.823	1.812	1.803	1.788	1.776	1.767	1.760	
	2.5%	2.259	2.244	2.230	2.217	2.205	2.194	2.184	2.174	2.165	2.157	2.120	2.093	2.071	2.053	2.038	2.026	2.006	1.991	1.979	1.969	
	1%	2.642	2.621	2.602	2.585	2.569	2.554	2.540	2.526	2.514	2.503	2.454	2.417	2.388	2.364	2.344	2.327	2.301	2.281	2.265	2.252	
0.5%	2.941	2.917	2.894	2.873	2.853	2.835	2.818	2.802	2.788	2.774	2.716	2.671	2.636	2.607	2.583	2.563	2.532	2.508	2.489	2.473		
27	25%	1.313	1.310	1.308	1.306	1.304	1.302	1.300	1.298	1.297	1.295	1.289	1.284	1.280	1.276	1.274	1.271	1.267	1.264	1.262	1.260	
	10%	1.687	1.680	1.673	1.666	1.660	1.655	1.649	1.645	1.640	1.636	1.617	1.603	1.592	1.583	1.575	1.569	1.558	1.544	1.539	1.538	
	5%	1.961	1.950	1.940	1.930	1.921	1.913	1.905	1.898	1.891	1.884	1.857	1.836	1.819	1.806	1.795	1.785	1.770	1.758	1.749	1.742	
	2.5%	2.237	2.222	2.208	2.195	2.183	2.171	2.161	2.151	2.142	2.133	2.097	2.069	2.047	2.029	2.014	2.002	1.982	1.966	1.954	1.945	
	1%	2.609	2.589	2.570	2.552	2.536	2.521	2.507	2.494	2.481	2.470	2.421	2.384	2.354	2.330	2.311	2.294	2.267	2.247	2.231	2.218	
0.5%	2.900	2.876	2.853	2.832	2.812	2.794	2.777	2.761	2.747	2.733	2.674	2.630	2.594	2.565	2.542	2.522	2.490	2.466	2.447	2.431		
28	25%	1.308	1.306	1.304	1.301	1.299	1.297	1.295	1.294	1.292	1.291	1.284	1.279	1.275	1.271	1.269	1.266	1.262	1.259	1.257	1.255	
	10%	1.677	1.669	1.662	1.656	1.650	1.644	1.639	1.634	1.630	1.625	1.607	1.592	1.581	1.572	1.564	1.558	1.547	1.539	1.533	1.528	
	5%	1.946	1.935	1.924	1.915	1.906	1.897	1.889	1.882	1.875	1.869	1.841	1.820	1.803	1.790	1.778	1.769	1.754	1.742	1.733	1.725	
	2.5%	2.216	2.201	2.187	2.174	2.161	2.150	2.140	2.130	2.121	2.112	2.076	2.048	2.025	2.007	1.992	1.980	1.959	1.944	1.932	1.922	
	1%	2.579	2.559	2.540	2.522	2.506	2.491	2.477	2.464	2.451	2.440	2.391	2.354	2.324	2.300	2.280	2.263	2.236	2.216	2.200	2.187	
0.5%	2.863	2.838	2.815	2.794	2.775	2.756	2.739	2.724	2.709	2.695	2.636	2.592	2.556	2.527	2.503	2.483	2.451	2.427	2.408	2.392		

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

$V_n$  (número de graus de liberdade do numerador)

$V_d$	$\alpha$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
29	25%	1.304	1.302	1.299	1.297	1.295	1.293	1.291	1.290	1.288	1.286	1.280	1.275	1.270	1.267	1.264	1.262	1.258	1.254	1.252	1.250
	10%	1.668	1.660	1.653	1.647	1.640	1.635	1.630	1.625	1.620	1.616	1.597	1.583	1.571	1.562	1.554	1.547	1.537	1.529	1.522	1.517
	5%	1.932	1.921	1.910	1.901	1.891	1.883	1.875	1.868	1.861	1.854	1.827	1.806	1.789	1.775	1.763	1.754	1.738	1.726	1.717	1.710
	2.5%	2.196	2.181	2.167	2.154	2.142	2.131	2.120	2.110	2.101	2.092	2.056	2.028	2.005	1.987	1.972	1.959	1.939	1.923	1.911	1.901
	1%	2.552	2.531	2.512	2.495	2.478	2.463	2.449	2.436	2.423	2.412	2.363	2.325	2.296	2.271	2.251	2.234	2.207	2.187	2.171	2.158
0.5%	2.828	2.803	2.780	2.759	2.740	2.722	2.705	2.689	2.674	2.660	2.601	2.557	2.521	2.492	2.468	2.448	2.416	2.391	2.372	2.357	
30	25%	1.301	1.298	1.296	1.293	1.291	1.289	1.287	1.286	1.284	1.282	1.276	1.270	1.266	1.263	1.260	1.257	1.253	1.250	1.247	1.245
	10%	1.639	1.631	1.644	1.638	1.632	1.626	1.621	1.616	1.611	1.606	1.588	1.573	1.562	1.552	1.544	1.538	1.527	1.519	1.512	1.507
	5%	1.919	1.908	1.897	1.887	1.878	1.870	1.862	1.854	1.847	1.841	1.813	1.792	1.775	1.761	1.749	1.740	1.724	1.712	1.703	1.695
	2.5%	2.178	2.163	2.149	2.136	2.124	2.112	2.102	2.092	2.083	2.074	2.037	2.009	1.986	1.968	1.953	1.940	1.920	1.904	1.892	1.882
	1%	2.526	2.506	2.487	2.469	2.453	2.437	2.423	2.410	2.398	2.386	2.337	2.299	2.269	2.245	2.225	2.208	2.181	2.160	2.144	2.131
0.5%	2.796	2.771	2.748	2.727	2.708	2.689	2.672	2.657	2.642	2.628	2.569	2.524	2.488	2.459	2.435	2.415	2.383	2.358	2.339	2.323	
35	25%	1.285	1.282	1.279	1.277	1.275	1.273	1.271	1.269	1.267	1.265	1.258	1.253	1.248	1.245	1.242	1.239	1.234	1.231	1.228	1.226
	10%	1.623	1.615	1.608	1.601	1.595	1.589	1.584	1.579	1.574	1.569	1.550	1.535	1.523	1.513	1.504	1.497	1.486	1.478	1.471	1.465
	5%	1.866	1.854	1.843	1.833	1.824	1.815	1.807	1.799	1.792	1.786	1.757	1.735	1.718	1.703	1.691	1.681	1.665	1.652	1.643	1.635
	2.5%	2.105	2.089	2.075	2.062	2.049	2.038	2.027	2.017	2.008	1.999	1.961	1.932	1.909	1.890	1.875	1.861	1.840	1.824	1.811	1.801
	1%	2.422	2.401	2.382	2.364	2.348	2.333	2.318	2.305	2.292	2.281	2.231	2.193	2.162	2.137	2.117	2.099	2.072	2.050	2.034	2.020
0.5%	2.666	2.641	2.618	2.597	2.577	2.559	2.542	2.526	2.511	2.497	2.438	2.392	2.356	2.327	2.302	2.282	2.249	2.224	2.204	2.188	
40	25%	1.273	1.270	1.267	1.265	1.263	1.260	1.258	1.256	1.255	1.253	1.245	1.240	1.235	1.231	1.228	1.225	1.220	1.217	1.214	1.212
	10%	1.596	1.588	1.581	1.574	1.568	1.562	1.556	1.551	1.546	1.541	1.521	1.506	1.493	1.483	1.474	1.467	1.455	1.447	1.439	1.434
	5%	1.826	1.814	1.803	1.793	1.783	1.775	1.766	1.759	1.751	1.744	1.715	1.693	1.675	1.660	1.648	1.637	1.621	1.608	1.597	1.589
	2.5%	2.051	2.035	2.020	2.007	1.994	1.983	1.972	1.962	1.952	1.943	1.905	1.875	1.852	1.832	1.816	1.803	1.781	1.764	1.751	1.741
	1%	2.346	2.325	2.306	2.288	2.271	2.256	2.241	2.228	2.215	2.203	2.153	2.114	2.083	2.058	2.037	2.019	1.991	1.969	1.952	1.938
0.5%	2.571	2.546	2.523	2.502	2.482	2.464	2.447	2.431	2.416	2.401	2.342	2.296	2.259	2.230	2.205	2.184	2.150	2.125	2.105	2.088	
45	25%	1.263	1.261	1.258	1.255	1.253	1.251	1.249	1.247	1.245	1.243	1.235	1.229	1.224	1.220	1.217	1.214	1.209	1.205	1.202	1.200
	10%	1.576	1.568	1.560	1.553	1.546	1.540	1.535	1.529	1.524	1.519	1.499	1.483	1.470	1.460	1.451	1.443	1.431	1.422	1.415	1.409
	5%	1.795	1.783	1.772	1.762	1.752	1.743	1.735	1.727	1.720	1.713	1.683	1.660	1.642	1.626	1.614	1.603	1.586	1.573	1.562	1.554
	2.5%	2.009	1.993	1.978	1.965	1.952	1.940	1.929	1.919	1.909	1.900	1.861	1.831	1.807	1.788	1.771	1.757	1.735	1.718	1.705	1.694
	1%	2.288	2.267	2.248	2.230	2.213	2.197	2.183	2.169	2.156	2.144	2.093	2.054	2.023	1.997	1.976	1.958	1.929	1.907	1.889	1.875
0.5%	2.499	2.474	2.451	2.430	2.410	2.392	2.374	2.358	2.343	2.329	2.269	2.222	2.185	2.155	2.130	2.109	2.075	2.049	2.029	2.012	
50	25%	1.256	1.253	1.250	1.248	1.245	1.243	1.241	1.239	1.237	1.235	1.227	1.221	1.216	1.212	1.208	1.205	1.200	1.196	1.193	1.190
	10%	1.559	1.551	1.543	1.536	1.529	1.523	1.517	1.512	1.507	1.502	1.481	1.465	1.452	1.441	1.432	1.424	1.412	1.402	1.395	1.388
	5%	1.771	1.759	1.748	1.737	1.727	1.718	1.710	1.702	1.694	1.687	1.657	1.634	1.615	1.599	1.587	1.576	1.558	1.544	1.534	1.525
	2.5%	1.976	1.960	1.945	1.931	1.919	1.907	1.895	1.885	1.875	1.866	1.827	1.796	1.772	1.752	1.735	1.721	1.698	1.681	1.667	1.656
	1%	2.242	2.221	2.202	2.183	2.167	2.151	2.136	2.123	2.110	2.098	2.046	2.007	1.975	1.949	1.927	1.909	1.880	1.857	1.839	1.825
0.5%	2.443	2.418	2.395	2.373	2.353	2.335	2.317	2.301	2.286	2.272	2.211	2.164	2.127	2.097	2.071	2.050	2.015	1.989	1.968	1.951	
55	25%	1.250	1.247	1.244	1.241	1.239	1.237	1.234	1.232	1.230	1.228	1.220	1.214	1.209	1.204	1.201	1.197	1.192	1.188	1.185	1.182
	10%	1.546	1.537	1.529	1.522	1.515	1.509	1.503	1.498	1.492	1.487	1.466	1.450	1.437	1.426	1.416	1.408	1.396	1.386	1.378	1.372
	5%	1.751	1.739	1.727	1.717	1.707	1.698	1.689	1.681	1.674	1.666	1.636	1.612	1.593	1.577	1.564	1.553	1.535	1.521	1.510	1.501
	2.5%	1.949	1.933	1.918	1.904	1.891	1.879	1.868	1.857	1.848	1.838	1.799	1.768	1.743	1.723	1.706	1.692	1.668	1.651	1.636	1.625
	1%	2.205	2.184	2.164	2.146	2.129	2.113	2.099	2.085	2.072	2.060	2.008	1.968	1.936	1.910	1.888	1.869	1.839	1.817	1.798	1.784
0.5%	2.397	2.372	2.349	2.327	2.308	2.289	2.271	2.255	2.240	2.226	2.165	2.118	2.080	2.049	2.024	2.002	1.967	1.940	1.919	1.902	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).

$V_d$	$\alpha$	$V_n$ (número de graus de liberdade do numerador)																				
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100	
60	25%	1.245	1.242	1.239	1.236	1.234	1.231	1.229	1.227	1.224	1.222	1.220	1.218	1.210	1.203	1.198	1.193	1.189	1.186	1.180	1.176	1.170
	10%	1.534	1.526	1.518	1.511	1.504	1.498	1.492	1.486	1.481	1.476	1.470	1.465	1.444	1.427	1.413	1.402	1.392	1.384	1.371	1.360	1.346
	5%	1.735	1.722	1.711	1.700	1.690	1.681	1.672	1.664	1.656	1.649	1.641	1.635	1.603	1.579	1.560	1.543	1.530	1.518	1.500	1.485	1.464
	2,5%	1.927	1.911	1.896	1.882	1.869	1.857	1.845	1.835	1.825	1.815	1.805	1.796	1.755	1.724	1.699	1.678	1.661	1.646	1.622	1.604	1.589
	1%	2.175	2.153	2.134	2.115	2.098	2.083	2.068	2.054	2.041	2.028	2.015	2.002	1.950	1.909	1.876	1.850	1.827	1.808	1.778	1.754	1.736
0,5%	2.360	2.335	2.311	2.290	2.270	2.251	2.234	2.217	2.202	2.187	2.172	2.155	2.094	2.046	2.008	1.977	1.951	1.929	1.893	1.866	1.844	
65	25%	1.240	1.237	1.234	1.232	1.229	1.227	1.224	1.222	1.220	1.218	1.216	1.214	1.206	1.199	1.193	1.189	1.185	1.181	1.176	1.171	1.168
	10%	1.525	1.516	1.508	1.501	1.494	1.488	1.482	1.476	1.470	1.465	1.462	1.457	1.435	1.418	1.404	1.392	1.382	1.374	1.361	1.350	1.335
	5%	1.721	1.708	1.697	1.686	1.676	1.667	1.658	1.650	1.642	1.635	1.629	1.623	1.591	1.566	1.546	1.530	1.516	1.505	1.486	1.471	1.450
	2,5%	1.908	1.892	1.877	1.863	1.850	1.837	1.826	1.815	1.805	1.796	1.789	1.779	1.739	1.707	1.681	1.660	1.643	1.628	1.604	1.585	1.570
	1%	2.149	2.128	2.108	2.089	2.072	2.056	2.042	2.028	2.015	2.002	1.989	1.976	1.927	1.886	1.853	1.826	1.804	1.785	1.754	1.730	1.711
0,5%	2.328	2.303	2.280	2.258	2.238	2.219	2.202	2.185	2.170	2.155	2.143	2.128	2.067	2.019	1.980	1.949	1.923	1.900	1.864	1.837	1.815	
70	25%	1.237	1.234	1.231	1.228	1.225	1.223	1.220	1.218	1.216	1.214	1.212	1.210	1.202	1.195	1.189	1.185	1.181	1.177	1.172	1.167	1.161
	10%	1.517	1.508	1.500	1.493	1.486	1.479	1.473	1.467	1.462	1.457	1.454	1.449	1.427	1.410	1.396	1.384	1.374	1.366	1.352	1.341	1.326
	5%	1.709	1.696	1.685	1.674	1.664	1.654	1.646	1.637	1.629	1.623	1.617	1.611	1.580	1.555	1.535	1.518	1.504	1.493	1.473	1.459	1.437
	2,5%	1.892	1.876	1.861	1.847	1.833	1.819	1.807	1.796	1.785	1.774	1.765	1.754	1.714	1.692	1.666	1.645	1.627	1.612	1.588	1.569	1.542
	1%	2.127	2.106	2.086	2.067	2.050	2.034	2.019	2.005	1.992	1.980	1.967	1.954	1.907	1.866	1.833	1.806	1.783	1.764	1.733	1.709	1.689
0,5%	2.302	2.276	2.253	2.231	2.211	2.192	2.175	2.158	2.143	2.128	2.115	2.105	2.043	1.995	1.956	1.925	1.898	1.876	1.839	1.811	1.789	
75	25%	1.233	1.230	1.227	1.224	1.222	1.219	1.217	1.215	1.213	1.211	1.210	1.208	1.199	1.192	1.186	1.181	1.177	1.174	1.168	1.163	1.157
	10%	1.510	1.501	1.493	1.485	1.478	1.472	1.466	1.460	1.454	1.449	1.443	1.443	1.420	1.403	1.388	1.377	1.367	1.358	1.344	1.334	1.318
	5%	1.698	1.686	1.674	1.663	1.653	1.644	1.634	1.626	1.617	1.609	1.602	1.596	1.570	1.545	1.525	1.508	1.494	1.482	1.463	1.448	1.426
	2,5%	1.878	1.862	1.847	1.833	1.819	1.807	1.796	1.785	1.774	1.765	1.754	1.743	1.703	1.679	1.653	1.632	1.614	1.599	1.574	1.555	1.527
	1%	2.108	2.087	2.067	2.048	2.031	2.015	2.000	1.986	1.973	1.960	1.944	1.930	1.890	1.849	1.816	1.788	1.765	1.746	1.714	1.690	1.671
0,5%	2.279	2.253	2.230	2.208	2.188	2.169	2.152	2.135	2.119	2.105	2.092	2.084	2.022	1.974	1.935	1.903	1.877	1.854	1.817	1.789	1.767	
80	25%	1.231	1.227	1.224	1.222	1.219	1.216	1.214	1.212	1.210	1.208	1.206	1.204	1.194	1.186	1.180	1.176	1.171	1.168	1.162	1.157	1.150
	10%	1.503	1.495	1.487	1.479	1.472	1.465	1.459	1.453	1.448	1.443	1.443	1.443	1.420	1.403	1.388	1.377	1.367	1.358	1.344	1.334	1.318
	5%	1.689	1.677	1.665	1.654	1.644	1.634	1.626	1.617	1.609	1.602	1.596	1.590	1.570	1.545	1.525	1.508	1.494	1.482	1.463	1.448	1.426
	2,5%	1.866	1.850	1.835	1.820	1.807	1.795	1.783	1.772	1.762	1.752	1.741	1.731	1.691	1.679	1.653	1.632	1.614	1.599	1.574	1.555	1.527
	1%	2.092	2.070	2.050	2.032	2.015	1.999	1.983	1.969	1.956	1.944	1.930	1.916	1.876	1.835	1.802	1.775	1.751	1.736	1.716	1.684	1.659
0,5%	2.259	2.233	2.210	2.188	2.168	2.149	2.131	2.115	2.099	2.084	2.072	2.065	2.002	1.954	1.915	1.903	1.877	1.854	1.817	1.789	1.767	
90	25%	1.226	1.223	1.220	1.217	1.214	1.211	1.209	1.207	1.205	1.202	1.202	1.202	1.194	1.186	1.180	1.176	1.171	1.168	1.162	1.157	1.153
	10%	1.493	1.484	1.476	1.468	1.461	1.455	1.448	1.442	1.437	1.432	1.432	1.432	1.409	1.391	1.377	1.365	1.354	1.346	1.332	1.321	1.304
	5%	1.675	1.662	1.650	1.639	1.629	1.619	1.610	1.601	1.593	1.586	1.586	1.586	1.554	1.528	1.508	1.491	1.477	1.465	1.445	1.429	1.417
	2,5%	1.846	1.830	1.814	1.800	1.787	1.774	1.761	1.752	1.741	1.731	1.721	1.711	1.690	1.675	1.651	1.631	1.610	1.591	1.571	1.551	1.503
	1%	2.065	2.043	2.023	2.004	1.987	1.971	1.956	1.942	1.928	1.916	1.902	1.887	1.847	1.806	1.773	1.759	1.736	1.716	1.684	1.659	1.639
0,5%	2.226	2.200	2.177	2.155	2.134	2.115	2.098	2.081	2.065	2.051	2.039	2.032	1.988	1.939	1.900	1.868	1.841	1.818	1.781	1.752	1.730	
100	25%	1.222	1.219	1.216	1.213	1.210	1.207	1.205	1.203	1.200	1.198	1.198	1.198	1.189	1.182	1.176	1.171	1.167	1.163	1.157	1.152	1.148
	10%	1.485	1.476	1.468	1.460	1.453	1.446	1.440	1.434	1.428	1.423	1.423	1.423	1.400	1.382	1.367	1.355	1.344	1.336	1.321	1.310	1.293
	5%	1.663	1.650	1.638	1.627	1.616	1.607	1.601	1.598	1.581	1.573	1.573	1.573	1.541	1.515	1.494	1.477	1.463	1.450	1.430	1.415	1.402
	2,5%	1.830	1.814	1.798	1.784	1.770	1.758	1.746	1.735	1.725	1.715	1.705	1.695	1.673	1.640	1.614	1.592	1.573	1.558	1.532	1.512	1.496
	1%	2.043	2.021	2.001	1.983	1.965	1.949	1.934	1.919	1.906	1.893	1.889	1.889	1.839	1.797	1.763	1.735	1.712	1.692	1.659	1.634	1.614
0,5%	2.199	2.174	2.150	2.128	2.108	2.089	2.071	2.054	2.039	2.024	2.012	2.004	1.961	1.912	1.873	1.840	1.813	1.790	1.752	1.723	1.700	

$$S(x) = 1 - F(x) = P(X > x)$$

Fonte: Retirado de Pereira & Requeijo (2008).