A proposta de Programa de Matemática para o Ensino Básico: um recuo de décadas

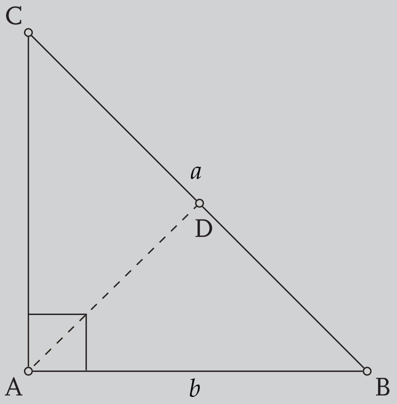
Graciosa Veloso · Lina Brunheira · Margarida Rodrigues

Este artigo teve como ponto de partida o parecer que o Domínio de Matemática da Escola Superior de Educação de Lisboa elaborou na fase de discussão pública da proposta de Programa de Matemática do Ensino Básico. Corresponde a uma análise que, não podendo ser exaustiva, procura tocar os vários temas matemáticos e outros aspetos curriculares que consideramos relevantes. Da leitura conjunta da proposta de Programa, Metas Curriculares e Cadernos de Apoio, resultam conclusões que na nossa perspetiva são preocupantes e que quisemos partilhar com outros colegas, o que justifica a publicação deste texto.

A recente revogação do Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB), homologado em 2007, constitui uma medida que surge de forma completamente despropositada numa altura em que ainda não se tinha concluído um ciclo completo de implementação. Vemos, assim, o ensino básico à mercê de medidas que impõem um caráter pouco duradouro a tudo quanto foi desenvolvido anteriormente. Assumir a educação como um objeto pueril a reboque da dança dos sucessivos governos é, em última análise, brincar, de forma perigosa, com os alunos e professores portugueses.

Passando à análise da proposta do Programa de Matemática para o Ensino Básico, note-se que o mesmo consiste essencialmente numa lista de conteúdos, sem a enunciação de objetivos de aprendizagem. Umas vezes apresenta

Na figura está representado um triângulo retângulo isósceles.
Justifica que a hipotenusa e um cateto de um triângulo retângulo isósceles não são comensuráveis percorrendo os seguintes passos:



a. Prova que a altura do triângulo [ABC] relativa ao vértice A divide o triângulo em dois triângulos retângulos isósceles iguais [ABD] e [ACD].
b. Prova que quaisquer dois triângulos retângulos isósceles são semelhantes e conclui que os três triângulos [ABC], [ABD] e [ACD] são semelhantes.
c. Supondo que a hipotenusa e um cateto do triângulo são comensuráveis, numa dada unidade, as medidas de comprimento de [BC] e [AB] são dadas, respetivamente, pelos números naturais a e b. Utilizando a alínea anterior, completa a seguinte proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{}$$

d. Deduz que $a^2 = 2b^2$ e conclui que o cateto e a hipotenusa de um triângulo isósceles não são comensuráveis.

Figura 1. Exemplo do Caderno de Apoio do 3.º Ciclo (GM7, p. 23)

os conteúdos curriculares definindo o seu alcance, outras vezes são apresentados como mero tópico cujo sentido se não percebe.

Nas páginas iniciais do programa há várias ideias que pensamos serem consensuais: desenvolvimento da compreensão, o gosto pela matemática, a importância da resolução de problemas, do raciocínio e da comunicação, são hoje ideias-chave na educação matemática. Contudo, se formos além do seu enunciado e olharmos com atenção para a forma como se propõe concretizar estas ideias, percebemos que o seu sentido é muito diferente daquele que defendemos. No que respeita à resolução de problemas, esta é encarada numa lógica de problemas de aplicação, nunca aparecendo como ponto de partida para a aprendizagem, como forma de dar sentido aos conceitos e procedimentos, nem se valoriza a importância da procura de estratégias ou o papel da resolução de problemas na motivação dos alunos. Sobre o raciocínio, verifica-se uma ênfase exagerada na demonstração e no raciocínio dedutivo, associados a afirmações matemáticas que são apresentadas aos alunos, ao invés de decorrerem do trabalho investigativo dos estudantes e da validação das conjeturas por eles formuladas. Mas mais do que uma insistência, há também uma desadequação das propostas às capacidades que são expetáveis que os alunos desenvolvam em cada etapa, como ilustra o exemplo da demonstração da incomensurabilidade da hipotenusa e do cateto de um triângulo retângulo isósceles, proposto para alunos de 7.º ano com nível de ‹desempenho regular› (Figura 1).

Números e Operações

A proposta de programa relativa ao tema Números e Operações valoriza sistemática e quase exclusivamente a mecanização de procedimentos de cálculo algorítmico, fazendo supor que não há necessidade de orientar aprendizagens relativas aos conceitos nem de número inteiro, nem de número racional. Neste âmbito, e quanto ao desenvolvimento de sentido de número inteiro, parece desconhecer-se a importância de nos anos iniciais, 1.º e 2.º, se valorizar, explicitamente,

- o estabelecimento de factos numéricos de referência ancorado em números de referência 5 e 10, que vão ser muito úteis no desenvolvimento do cálculo mental;
- a representação de números naturais na reta numérica, auxiliar na compreensão da ordenação e nas contagens progressivas e regressivas;
- as relações numéricas de dobros e quase dobros.

Quanto ao conceito de número racional, são ignoradas a delicadeza e a complexidade da aprendizagem e a consequente necessidade de organizar uma iniciação com abordagens informais. Despreza-se a experiência de qualquer criança, de 2.º ano ou de 3.º ano, em situações de partilha equitativa de unidades discretas, potenciadora de desafios matemáticos, nomeadamente o da necessidade de proceder ao alargamento do conjunto dos números naturais pelo facto de se deparar com um resto não nulo na divisão inteira. Sem qualquer preocupação de articulação com a divisão b* Completa a igualdade $\frac{1}{3} : 2 = ?$

R.:

b. $\frac{1}{3} : 2$ é o número que se deve multiplicar por 2 para obter $\frac{1}{3}$. Portanto, $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{2 \times 3}$

Figura 2. Exemplo do Caderno de Apoio do 1.° Ciclo (NO4, p. 75)

inteira, surge, abruptamente, a fração como representando uma medida de uma grandeza (Programa, p. 9). A este propósito, é de lembrar que Wu (2011) apresenta dois estádios, propondo explicitamente que as abordagens iniciais se façam de forma informal e como suporte a posteriores formalizações.

A compreensão de cada operação aritmética requer um ensino focado em (i) resolução de situações problemáticas com significado para as crianças; (ii) determinação de valores numéricos usando estratégias de cálculo mental e (iii) organização de algoritmos. Constata-se a subvalorização do papel dos problemas de contexto, remetendo-os exclusivamente para uma função de aplicação de conhecimentos. No respeitante aos números racionais, nem sequer é proposta, no 1.° ciclo, qualquer resolução de problemas remetendo-a para o tema Medida.

Relativamente às orientações sobre o desenvolvimento do cálculo mental, conclui-se que está previsto, apenas, nos três primeiros anos de escolaridade e somente aplicado a números naturais. A insistência, desde o 1.° ano, no valor de posição dos algarismos constituintes dos números contraria didaticamente uma das características do cálculo mental. Não há qualquer referência à determinação de somas em que as duas parcelas envolvem, na posição das unidades, algarismos cuja soma é 10; não é apresentado nenhum exemplo que envolva a linha numérica vazia como auxiliar na determinação de somas ou de diferenças; nunca é valorizada a estratégia aditiva na obtenção de uma diferença. Nem as propriedades da adição nem as da subtração são invocadas, remetendo-as para o domínio da Álgebra no 2.° ciclo. Quanto à multiplicação e à divisão, os casos que envolvem potências de base 10 e expoente natural têm tanta expressão que ficam por valorizar casos particulares como:

- A determinação de dobros, de quádruplos e, reciprocamente, determinação de metades, de quartas partes de números racionais;
- A determinação do quociente de um dividendo inteiro por um divisor na forma de fração unitária. A tradução de expressões como, por exemplo, $1 : 1/2 = 2$, por «uma unidade tem duas metades» permite desenvolver estratégias de cálculo mental adequadas às outras divisões aqui referidas;
- A determinação de percentagens de referência, 10%, 20%, …, 5%.

O cálculo mental surge sistematicamente ao serviço do cálculo algorítmico, apenas com números naturais, e não como ferramenta de desenvolvimento de sentido operatório, nem como um processo de cálculo com raciocínio. O ensino dos algoritmos das quatro operações aritméticas pressupõe um percurso pautado pela experiência e pela compreensão matemática dos alunos, em situações cujas regularidades existentes, por generalização, são resolvidas por um conjunto de procedimentos que aplicados conduzem sempre a um resultado, o da operação em causa. Esta generalização não deve, contudo, apelar a que seja aplicado um algoritmo a qualquer tipo de expressão numérica. Considere-se o exemplo (figura 2) apresentado no Caderno de Apoio do 1.° Ciclo. Nas operações com frações é evidente que a proposta é uniforme e pela via dos algoritmos.

Este exemplo apresenta um caso de determinação de metade por um processo que não é adequado por ser tão distante dos raciocínios das crianças. A atribuição de significado para a expressão $\frac{1}{3} : 2$, num contexto de divisão por partilha equitativa é muito mais adequada aos alunos e estes pensariam na resposta de $\frac{1}{6}$ como fazendo sentido.

A concluir pode afirmar-se que estes documentos menosprezam o papel formativo do cálculo mental porque não o consideram no cálculo que envolve números racionais e porque, como já foi discutido, no cálculo com números naturais apenas explicitam exemplos de produtos envolvendo os fatores 10, 100 e 1000. Não encaram o cálculo mental como um contributo autónomo, valendo por si, para o desenvolvimento das capacidades de cálculo, de crítica de resultados e da compreensão das estruturas operatórias, através da utilização de propriedades das diversas operações nas estratégias usadas.

Na grelha representa-se o bairro onde vive a Micaela, correspondendo os segmentos de reta do quadriculado às ruas.

O quadrado M representa a casa da Micaela, o quadrado E a escola que ela frequenta, o A a casa da avó, o R a casa da prima Rita e o quadrado P o parque de diversões.

a. A Micaela, no percurso de casa para a escola, passa pela casa da prima Rita que a acompanha a partir daí. Desenha um possível percurso efetuado pela Micaela desde casa até à escola. Quantos quartos de volta tem esse itinerário? É um número par ou ímpar? O que se pode dizer acerca da posição relativa das ruas da escola e da casa da Micaela?

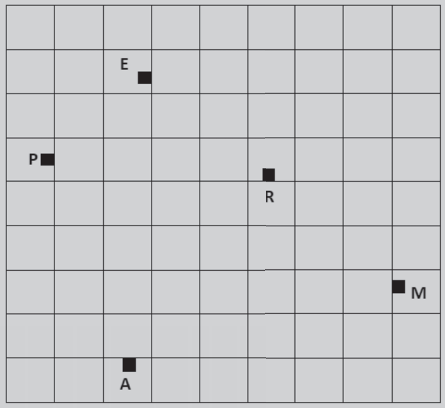


Figura 3. Exemplo do Caderno de Apoio do 1.° Ciclo (GM3, p. 58)

Geometria e Medida

A abordagem atomizadora de se iniciar nos primeiros anos do 1.° ciclo pelos objetos e conceitos elementares como pontos, colinearidade de pontos, direções, retas, semirretas e segmentos de reta, contraria a investigação realizada em educação matemática, segundo a qual, é fortemente recomendado que a aprendizagem da geometria nos anos iniciais tome como ponto de partida a perceção do mundo que rodeia as crianças (Freudenthal, 1973), tendo por pressuposto que o desenvolvimento do sentido espacial se baseia na observação, manipulação e transformação de objetos concretos, bem como das suas representações, conduzindo estas à construção de relações espaciais. Ou seja, o pensamento geométrico desenvolve-se através do raciocínio acerca de objetos e do raciocínio com representações (Battista, 2007). Há nesta proposta uma lógica de mente adulta ao considerar-se que se tem de partir do elemento mais básico linear para chegar aos elementos bidimensionais e tridimensionais, como se a perceção de um todo se fizesse pela composição das suas partes atómicas. Ora o que a investigação nos diz, nomeadamente no domínio da psicologia e da neurociência (Kosslyn, 1994; Posner & Raichle, 1994), é precisamente o contrário: no reconhecimento de um objeto, a forma global é processada primeiro e só depois é que são processadas as partes e as suas características.

São exemplos de conteúdos desadequados à maturidade dos alunos no 1.° ciclo: (i) *Retas e semirretas* (2.° ano); (ii) *Planos paralelos* (4.° ano), uma vez que o conceito de infinito subjacente bem como o paralelismo de planos são demasiadamente abstratos para alunos destas faixas etárias; (iii) *milésimo da unidade* como *Subunidades de comprimento* (2.° ano), por se tratar de uma subdivisão ínfima que deveria ser abordada apenas no ano seguinte. O formalismo encontra-se bem expresso nos seguintes exemplos retirados das Metas:

- «Identificar dois segmentos de reta numa grelha quadriculada como paralelos se for possível descrever um itinerário que começa por percorrer um dos segmentos, acaba percorrendo o outro e contém um número par de quartos de volta» (GM3. 1.1, p. 19). O modo como este descritor é entendido pelos autores das Metas fica bem visível no Caderno de Apoio do 1.° Ciclo (Figura 3).
- «Reconhecer dois ângulos, ambos convexos ou ambos côncavos, como tendo a mesma amplitude marcando pontos equidistantes dos vértices nos lados correspondentes de cada um dos ângulos e verificando que são iguais os segmentos de reta determinados por cada par de pontos assim fixado em cada ângulo, e saber que ângulos com a mesma amplitude são geometricamente iguais» (GM4. 2.11, p. 25). Se reconhecer, para os autores da proposta, significa «reconhecer intuitivamente a veracidade do enunciado em causa em exemplos concretos» (Programa, p. 3), levanta-nos muitas reservas assumir que este critério de congruência de ângulos é intuitivo para alunos de 4.° ano. Este critério acaba por relacionar-se com o critério de congruência de triângulos LLL, implicando, neste caso, partir desse critério para deduzir a igualdade de amplitudes de ângulos, e por fim, a congruência de ângulos.

Se a inclusão de certos conteúdos nos preocupam, a omissão de outros também nos levanta sérias reservas. Por exemplo, os frisos e as rosáceas estão ausentes nesta proposta. Sendo estes objetos matemáticos potenciadores do gosto dos alunos pela disciplina, dada a sua ligação com trabalhos de arte decorativa, sugestiva da apreciação dos aspetos estéticos da matemática, consideramos que os mesmos deveriam ser objeto de estudo relativamente à identificação das

a. Calcula o produto $3 \times \frac{1}{3}$ e deduz o valor do inverso de 3 e do inverso de $\frac{1}{3}$.

b. O que entendes pelo quociente de 1 por $\frac{4}{7}$? Conclui que se pode escrever o inverso de $\frac{4}{7}$ como o quociente de 1 por um número.

Figura 4. Exemplo do Caderno de Apoio do 2.° Ciclo (ALG5, p. 28)

respetivas simetrias. Outra omissão que nos levanta reservas é o facto de, no 1.° ciclo, não existir nenhuma menção à resolução de problemas geométricos.

Esta proposta representa o regresso a um passado bem distante de um ensino formalizado da geometria que teve como consequência, nessa altura, o ódio dos alunos por este ramo da matemática. A aprendizagem da geometria deve partir das ideias intuitivas das crianças e, estando ancorada na compreensão das propriedades geométricas bem como das relações espaciais, deverá evoluir para uma progressiva formalização.

Álgebra

A abordagem que é feita ao domínio da Álgebra tem implícita uma visão restrita da mesma, ao considerar, no 3.° ciclo, o domínio Funções, Sequências e Sucessões como distinto do domínio Álgebra, e não integrante deste último. Hoje em dia, existe uma visão mais ampla deste domínio, que subscrevemos, entendendo-se que os seus objetos centrais constituem as relações matemáticas abstratas, nas quais se incluem, não apenas as equações, mas também as funções e outras estruturas definidas por relações ou operações em conjuntos. Este domínio surge na proposta de programa nos 2.° e 3.° ciclos. Ao analisarmos o caderno de apoio do 2.° Ciclo, não existe um único exemplo relacionado com o item *Sequências e regularidades* incluído no 6.° ano. No 5.° ano, os exemplos incidentes nas expressões algébricas são de um formalismo atroz e dão uma clara evidência da visão redutora deste domínio. Vejamos o exemplo ilustrativo (figura 4) do descritor ALG5 1.5 «Identificar dois números racionais positivos como «inversos» um do outro quando o respetivo produto for igual a 1 e reconhecer que o inverso de um dado número racional positivo q é igual a $\frac{1}{q}$.» (p. 35):

O facto do item *Sequências e regularidades* se encontrar incluído no domínio *Álgebra* no 2.° ciclo para deixar de o ser no 3.° ciclo, ao integrar o domínio *Funções, Sequências e Sucessões* parece revelar alguma incoerência. Outro aspeto pouco claro na presente proposta é o facto do item *Sequências e regularidades* se encontrar contemplado no 2.° ano mas ausente nos anos subsequentes do 1.° ciclo. Esta ausência cria uma descontinuidade de trabalho pois o referido item surge depois apenas no 6.° ano. Se um dos grande objetivos do estudo da Álgebra, no currículo escolar, é o de desenvolver nos alunos o seu pensamento algébrico, e sendo a generalização e a formalização de padrões, um dos seus aspetos essenciais, encaramos com preocupação esta descontinuidade. Consideramos que o estudo das relações, designadamente as relações funcionais, e a modelação na descrição de fenómenos ou situações devem ser feitos desde o 1.° ciclo, partindo duma abordagem informal, e necessariamente ancorada na linguagem natural e na ênfase na semântica, e progressivamente ir evoluindo para a adoção de abordagens mais abstratas e formais.

Organização e Tratamento de Dados

No que respeita à Organização e Tratamento de Dados, consideramos desadequada a introdução de conteúdos que não são específicos deste tema, como é o caso dos aspetos relacionados com a Teoria de Conjuntos (1.° ano) em que se aproveita para «fornecer algum vocabulário básico da Teoria dos Conjuntos, necessário à compreensão dos procedimentos efetuados.» (Programa, p. 6). Nos cadernos de apoio são sugeridas tarefas como a apresentada na figura 5 que vão ao encontro do descritor «Utilizar corretamente os termos «conjunto», «elemento» e as expressões «pertence ao conjunto», «não pertence ao conjunto» e «cardinal do conjunto»» (OTD1. 1.1, p. 8). Questionamos então: qual o conteúdo ou tarefa requer que uma criança do 1.° ano utilize a expressão *cardinal do conjunto*? Não será prematura e exagerada esta preocupação com a linguagem matemática?

Ainda no que respeita a este tema, consideramos que a proposta de programa desvaloriza a importância de os alunos percorrerem os vários passos de uma investigação estatística — formulação do problema, recolha, tratamento, representação e análise de dados — colocando a ênfase na realização de exercícios de aplicação de procedimentos. Aliás, os exemplos de tarefas que são apresentados nos cadernos de apoio insistem no cálculo de medidas estatísticas, sem nunca ser pedida a interpretação do resultado obtido. Esta opção acaba por valorizar mais uma vez as ferramentas matemáticas, em detrimento da atenção que deveria ser dada ao tratamento e interpretação de informação estatística.

No que respeita ao tratamento das probabilidades, a exclusão das situações que lidam com o acaso, remetendo-as apenas para o final do 3.° ciclo, parece-nos inapropriada

Coloca na etiqueta o cardinal do conjunto.

Figura 5. Exemplo do Caderno de Apoio do 1.º Ciclo (OTD1, p. 14)

na medida em que é através do tratamento destas situações que os alunos vão construindo progressivamente o conceito de probabilidade e não por poderem finalmente aplicar a Lei de Laplace. Além deste adiamento, a exclusão das experiências aleatórias em que os casos possíveis não são equiprováveis, vem reforçar algumas conceções erradas dos alunos que utilizam a Lei de Laplace indiscriminadamente. Na nossa perspetiva, também esta proposta desvaloriza a intuição e o trabalho com situações reais e próximas dos alunos, o que empobrece decisivamente as suas aprendizagens.

Desta forma, consideramos que fica seriamente comprometida uma aprendizagem que sirva os interesses de um cidadão estatisticamente literado, que seja capaz de ler, analisar e criticar a imensa quantidade de informação estatística com que hoje é confrontado.

Considerações finais

O programa que nós agora discutimos é um programa para o ensino básico, ou seja, para todos os alunos. É fundamental ter isso em conta e pensar que o que ensinamos não se deve justificar sistematicamente por uma esperança adiada de que um dia tais ferramentas sejam necessárias. É claro que esta será também a formação dos alunos que prosseguirão estudos e esse aspeto deve ser tido em conta. Mas deve justificar-se também no quadro de uma formação cultural e no âmbito de uma formação para a cidadania. E nesse sentido não basta anunciar a importância da matemática nessa formação. É preciso que os alunos se envolvam em atividade matemática, que lidem com situações desafiantes dentro e fora da matemática e que desenvolvam sentido crítico.

O papel do professor também deve ser considerado, mesmo além da liberdade metodológica. Contudo, a presente proposta retira autonomia aos professores relativamente à gestão curricular em cada um dos ciclos do Ensino Básico, ao prescrever de forma rígida os conteúdos a lecionar em cada ano de escolaridade.

Em certa medida — no que toca ao grau de formalismo, tecnicismo e abstração — este programa é demasiado ambicioso, ultrapassando os limites do que podemos pedir aos alunos do ensino básico. Contudo, em muitos outros aspetos, este programa é muito mais pobre. É pobre por não reconhecer a relevância de experiências fundamentais para uma aprendizagem significativa, como a resolução de problemas, investigações ou o trabalho de projeto. Por ignorar o papel da tecnologia. Por não compreender a importância da utilização de diferentes representações, linguagens ou processos informais. Por desvalorizar a intuição. Por não reconhecer que além de aprender matemática, é preciso aprender o que é a matemática e isso não se consegue explicando a diferença entre um lema ou um corolário, como se propõe nas metas.

Este programa ignora muito do que se tem investigado sobre o valor de uma experiência matemática rica e significativa desde os primeiros anos da escola e que não decorre de uma ideologia, mas sim de uma ciência reconhecida há vários anos chamada Didática da Matemática. A razão invocada para revogar o anterior programa — dar liberdade aos professores para usarem a metodologia que entenderem, revela-se totalmente falsa. Este programa e as metas que lhe estão associadas tem subjacente um metodologia única, metodologia esta que leva ao insucesso em matemática e que destruirá o caminho de sucesso que vinha sendo construído.

Referências

Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester (Ed), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–909). Reston, VA: NCTM.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: D. Reidel Publishing Co.

Kosslyn, S. (1994). *Image and brain.* Cambridge, MA: MIT Press.

Posner, M., & Raichle, M. (1994). *Images of mind.* New York: Scientific American Library.

Wu (2011). Wu, H. (2011). Teaching Fractions According to the Common Core Standards. (http://math.berkeley.edu/~wu/CCSS-Fractions.pdf), abril de 2013

Graciosa Veloso
Lina Brunheira
Margarida Rodrigues
Escola Superior de Educação de Lisboa