

ESTRATÉGIAS DE ESTRUTURAÇÃO ESPACIAL NA REPRODUÇÃO DE FIGURAS 3D

Joana Conceição

Instituto de Educação
Universidade de Lisboa
conceicaoj@campus.ul.pt

Margarida Rodrigues

Escola Superior de Educação, Instituto
Politécnico de Lisboa & UIDEF, Instituto de
Educação, Universidade de Lisboa
margaridar@eselx.ipl.pt

RESUMO

O presente artigo foca-se na análise de estratégias de reprodução de uma figura tridimensional, por alunos do 1.º ano do Ensino Básico, tendo como objetivo aprofundar a compreensão dos processos de estruturação espacial dos alunos, nomeadamente no tipo de relações que estabelecem e como usam essas relações para reproduzir a figura. Os dados apresentados foram recolhidos durante o trabalho autónomo e discussão de uma tarefa integrada na terceira sequência de tarefas do Ciclo 1 de uma investigação baseada em design, em curso, onde os alunos tinham de reproduzir uma construção 3D. Os resultados mostram que os alunos são capazes de utilizar diferentes estratégias de reprodução de figuras 3D, recorrendo a diferentes tipos de relações como a simetria, por camadas, por arestas e por faces. Estas estratégias constituem evidências de que os alunos estabelecem relações entre componentes e entre componentes, compostos e o todo, assumindo a coordenação entre diferentes vistas da figura.

ABSTRACT

This paper is focused on the analysis of 1st grade students' strategies for reproducing a 3D figure, having the purpose of deepen the understanding of students' spatial structuring processes, namely que type of established relationships and how these relationships are used to reproduce the figure. The presented data was collected during the autonomous work and discussion of a task from the third sequence of tasks of cycle 1 of an ongoing design-based research, where students had to reproduce a 3D construction. Results show that students use different strategies, imbedded in different kinds of relationships, like symmetry, by layers, by edges and by faces. These strategies constitute evidences of students' establishment of relationships among components and between components, composites and the whole, assuming the coordination between different figure's views.

Palavras-chave: Estruturação espacial; tridimensional; coordenação; primeiros anos; investigação baseada em design.

INTRODUÇÃO

O NCTM (2007) propõe um trabalho, em Geometria, ao longo da escolaridade, em que os alunos trabalhem sobre as figuras geométricas e suas estruturas, analisando as suas características e relações. De facto, a compreensão da estrutura de uma figura é um aspeto fundamental e, por isso, Battista (2012) refere que a estruturação espacial é o processo basilar.

A estruturação espacial consiste na formação de um esquema mental que represente uma forma de organização para um objeto ou conjunto de objetos, através do estabelecimento de relações entre as diferentes partes desse(s) objeto(s). Assim a estruturação espacial passa pela identificação de unidades, pelo estabelecimento de relações entre essas unidades, formando compostos e por estabelecer relações entre unidades, compostos e o todo.

Num estudo desenvolvido por Battista e Clements (1996, 1998), com arranjos ortogonais tridimensionais, os autores referem que a falta de coordenação de diferentes perspetivas leva a que muitos alunos, de 3.º e 5.º anos de escolaridade, não consigam compreender a estrutura desses arranjos de cubos. De acordo com estes autores, a coordenação de diferentes vistas, em figuras tridimensionais, não é fácil. A falta de coordenação poderá estar relacionada com a ausência de modelos mentais que representem a estrutura desses objetos, nomeadamente interrelacionando as diferentes partes.

Embora o trabalho de Battista e Clements (1996) esteja particularmente associado a modelos retangulares, as relações entre diferentes vistas está presente noutras figuras tridimensionais e é um aspeto que precisa de ser trabalhado. Neste sentido, tarefas com construções, nos primeiros anos, oferecem a oportunidade para os alunos explorarem relações entre diferentes partes das figuras (Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005) e contribuem para a formação de imagens mentais representativas dessas relações (Shumway, 2013), assim como de relações dinâmicas, nessas construções.

Até ao momento, a partir dos estudos desenvolvidos por Battista e Clements (1996) e Clements e Sarama (2014), sabemos que os alunos estabelecem relações entre componentes, formando compostos e que são capazes de iterar esses compostos, relacionando-os entre si e mais tarde relacionando componentes, compostos e o todo. No entanto, interessa-nos perceber melhor que tipo de relações os alunos estabelecem, nomeadamente para reproduzirem uma figura, no processo de estruturação espacial. Reproduzir figuras é um aspeto particularmente exigente já que implica que os alunos reconheçam componentes e compostos assim como relações entre eles, na figura modelo (decompondo-o) e que consigam transpor essas relações durante o ato de compor a figura. Tal como referido por Sinclair e Bruce (2015), a decomposição e composição de figuras tridimensionais são aspetos complementares importantes para a compreensão das estruturas das figuras, merecendo por isso um estudo aprofundado.

Também o NCTM (2007) considera a composição e decomposição de figuras bidimensionais e tridimensionais como um aspeto importante a ser trabalhado, nos primeiros anos. No contexto português, o recente documento *Aprendizagens Essenciais*

(ME, 2018) explicita a decomposição de figuras bidimensionais, nos objetivos para o 1.º e 2.º anos: “Compor e decompor figuras planas, a partir de figuras dadas, identificando atributos que se mantêm ou que se alteram nas figuras construídas” (p. 9), mas, nas práticas essenciais refere “Descrever figuras bi e tridimensionais, identificando propriedades e partes componentes dessas figuras” (p. 9). Considerando a importância deste tópico, na aprendizagem da Geometria, procuramos aprofundar a compreensão acerca dos processos de estruturação espacial dos alunos, nomeadamente do tipo de relações que estabelecem e como usam essas relações para reproduzir a figura, analisando as estratégias utilizadas pelos alunos durante a resolução de uma tarefa que envolvia a reprodução de uma figura 3D.

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

De acordo com Battista (2012), a estruturação espacial, para constituir um ato mental que constrói uma representação para a estrutura de um objeto, incide na decomposição de um objeto em partes e no estabelecimento de relações entre essas partes. Este processo conduz à criação de um modelo mental que represente esse objeto. As relações estabelecidas para a criação desse modelo mental podem ser depois mobilizadas na análise e estruturação num conjunto mais alargado de outros objetos. Analisar os objetos, refletir sobre eles, manipulá-los e realizar operações sobre eles (Battista, 2012) são processos que definem o raciocínio espacial, por isso, o processo de estruturação espacial está particularmente ligado ao raciocínio espacial. De acordo com Battista (2007), o raciocínio espacial está subjacente ao raciocínio geométrico. Os processos ligados ao raciocínio espacial permitem então aprofundar a compreensão acerca da estrutura de um objeto, contribuindo assim para a estruturação espacial.

A estruturação espacial pode ser local, quando as relações estabelecidas entre componentes ou entre compostos ainda não têm uma relação evidente com o todo. A estruturação espacial passa a ser global quando se estabelecem relações entre componentes, compostos e o todo, num modelo mental coerente (Battista & Clements, 1996). A estruturação global está dependente das operações de coordenação e de integração. A coordenação está associada às relações estabelecidas entre diferentes compostos como pode ser o caso das vistas, nas figuras tridimensionais. Pode estar presente apenas nas relações estabelecidas entre componentes, ou entre compostos, como é o caso da estruturação local, ou ser mais abrangente e estar presente nas relações entre componentes, compostos e o todo. A integração está relacionada com os modelos mentais dos alunos que representam um determinado objeto e permitem a interação mental com esse objeto. Esta operação apenas está presente na estruturação global. Como referem Battista e Clements (1996), a operação de integração implica a coordenação de diferentes partes, sejam unidades simples ou compostas, com o todo, num modelo mental representativo do objeto. Por isso, a operação de integração assume-se como uma operação mais complexa e abstrata do que a coordenação, embora precise dela.

Battista e Clements (1998) referem a questão da coordenação como espacialmente

problemática para os alunos dos 3.º, 4.º e 5.º anos de escolaridade. Na sua investigação, estes autores verificaram que os alunos conseguiram compreender os arranjos retangulares das faces de paralelepípedos, mas mostraram dificuldade na coordenação de diferentes vistas e na compreensão de quais os cubos que servem duas vistas. A forma como os alunos revelaram apropriar-se da estrutura da figura mostrou lacunas na sua estruturação espacial. A forma como os alunos percecionaram os arranjos assentou em: i) identificação de unidades (cubos) sem relação entre si; ii) estabelecimento de relações entre cubos presentes nas faces do sólido sem relação com outras partes ou com o todo; iii) contagem de todos os quadrados presentes nas faces do sólido sem compreensão de que a cada cubo pode corresponder mais do que um quadrado visível; iv) agrupamento de cubos em camadas, horizontais ou verticais, e iteração dessas camadas.

A evolução dos alunos de uma estruturação local, a que se referem as estratégias que estabelecem relações apenas entre algumas partes do objeto, para uma estruturação global, em que se estabelecem relações entre unidades, compostos e o todo, parece depender da capacidade dos alunos em coordenar as unidades em compostos e coordenar os compostos entre si e com o todo. Está também relacionada com a capacidade de integrar modelos mentais que correspondam a essas estruturas.

Dada a importância da composição e decomposição para a estruturação espacial, mobilizamos a trajetória de aprendizagem para a composição de figuras tridimensionais (Quadro 1), proposta por Clements e Sarama (2014). Esta trajetória encontra-se organizada por faixas etárias e mostra uma progressão nos processos utilizados pelas crianças e no tipo de relações que vão estabelecendo.

Quadro 1. Trajetória para a composição de figuras 3D (Clements & Sarama, 2014)

1-1 ano Pré-compositor	Manipula peças individualmente, mas não as combina para compor uma figura maior.
1 ano Empilhador	Usa a relação espacial “sobre”, mas a escolha de blocos não é consistente.
1 ano e meio Construtor de linhas	Usa a relação “a seguir a” para construir linhas de blocos.
1 ano Empilhador consistente Juntador de peças	Usa a relação sobre para empilhar blocos congruentes ou outros semelhantes que permitam construir uma linha ou uma coluna. Constrói componentes verticais ou horizontais, mas limitado a uma parede ou chão.
3-4 anos Construtor de figuras	Usa múltiplas relações espaciais, em várias direções e com vários pontos de contacto entre componentes, mostrando flexibilidade em integrar partes da estrutura. Produz arcos, recintos, cantos, cruces, mas pode usar de forma pouco sistemática a tentativa e erro.
4-5 anos Compositor de formas	Compõe figuras com antecipação concebendo a forma tridimensional que irá ser produzida com a composição de duas ou mais figuras tridimensionais. Constrói de forma sistemática, arcos, esquinas, cruces com vários blocos de altura.
5-6 anos Compositor de substituição e compositor de formas iterativo (3D)	Substitui uma parte composta por uma parte inteira congruente. Faz construções complexas como pontes com vários arcos, com rampas e escadas, nos extremos.
6-8 anos Compositor de formas com unidades de unidades	Constrói estruturas complexas, envolvendo vários níveis. As construções são semelhantes a construções de adultos.

Esta trajetória evidencia uma iniciação com a manipulação individual de peças, progredindo para o estabelecimento de relações entre peças cada vez mais complexas, passando da construção por tentativa e erro para uma construção com antecipação. Embora sendo referida por Clements e Sarama (2014) como um ponto de foco do currículo (Curriculum Focal Points), a decomposição de figuras tridimensionais não é contemplada, nesta trajetória, ao contrário do que acontece na trajetória sugerida pelos mesmos autores para figuras bidimensionais.

As peças utilizadas nesta trajetória parecem limitar-se ao uso de blocos unitários, nomeadamente prismas triangulares e paralelepípedos, onde cada peça corresponde a uma parte da construção. Neste caso, dado que cada peça corresponde a uma parte, a coordenação de peças poderá ser mais fácil do que no estudo de Battista e Clements (1996) em que são usados cubos.

METODOLOGIA

O trabalho apresentado, neste artigo, insere-se numa investigação mais ampla, no âmbito de um doutoramento, em curso. Trata-se de uma investigação qualitativa que segue a modalidade de investigação baseada em design, onde se pretende aprofundar uma teoria cerca do processo de aprendizagem da estruturação espacial, relacionando-a com os meios pedagógicos desenhados que suportam essa aprendizagem (Gravemeijer & Cobb, 2006). A recolha de dados foi feita numa turma do 1.º ano do Ensino Básico (6-7 anos de idade) com 24 alunos, de uma escola de um concelho da área metropolitana de Lisboa. Destes 24 alunos foram selecionados quatro, Gil, Raquel, Maria e Dalila (nomes fictícios), para uma análise mais aprofundada, durante o trabalho autónomo, com o critério de serem alunos que têm facilidade em descrever os seus raciocínios. O trabalho destes alunos foi videogravado durante a resolução das tarefas, assim como de outros alunos, em momentos de discussão coletiva. As sessões foram estruturadas em três momentos: apresentação da tarefa, trabalho autónomo dos alunos, a pares ou individualmente, e discussão final coletiva. A investigadora selecionou e construiu as tarefas e colaborou com a professora da turma, na preparação da implementação, nos momentos de trabalho autónomo e nos momentos de discussão coletiva, embora fosse a professora quem conduzia o trabalho da turma.



Figura 1. Modelo de construção apresentado aos alunos.

Os dados apresentados, neste artigo, foram recolhidos durante a realização da tarefa 1 da terceira e última sequência de tarefas do ciclo 1 de investigação. A primeira sequência era incidente nas relações entre componentes e a segunda sequência nas relações entre o todo e os componentes. Esta terceira sequência procurava incidir nas relações entre componentes, compostos e o todo. A tarefa propunha aos alunos a reprodução de uma construção tridimensional com cubos a partir de um modelo tridimensional com cubos de encaixe, como a que está representada na Figura 1, que os alunos podiam manipular sem desmontar.

Selecionámos esta tarefa por considerarmos que esta oferece o potencial de levar os alunos a colocar em ação processos cognitivos complexos, no âmbito da estruturação

espacial, nomeadamente a coordenação de componentes, compostos e o todo e a integração de modelos mentais já construídos pelos alunos. São estes processos que nos interessam, neste estudo.

Para o quadro de análise (Quadro 2), organizámos o tipo de relações estabelecidas de acordo com a proposta de Battista e Clements (1996), associando-os à estruturação local ou à estruturação global, onde entendemos a identificação de unidades, estabelecimento de relações em compostos e estabelecimento de relações entre unidades, compostos e o todo como subníveis de progressão. Embora Battista e Clements (1996) não refiram a apreensão global, parece-nos que este quadro de análise deve contemplar este nível por reconhecermos que, inicialmente, as crianças reconhecem figuras pelo seu aspeto global. Por outro lado, a referência à construção por tentativa e erro ou por antecipação de Clements e Sarama (2014) parece-nos importante para completar o nosso quadro. Na trajetória destes autores, revemos também a progressão referente à estruturação espacial. Para um melhor entendimento dos processos associados aos subníveis, incluímos aspetos emergentes da própria análise dos dados que denominamos como Indicadores/estratégias.

Esta investigação respeita, entre outros critérios éticos, a confidencialidade e o consentimento informado dos participantes.

Quadro 2. Quadro de análise para os níveis de estruturação espacial.

Níveis	Subníveis	Indicadores/estratégias
Apreensão global	E0- Reconhecer pelo aspeto global	Considerar congruentes construções diferentes que apresentam um aspeto global semelhante.
Estruturação local	E1- Reconhecer componentes	Reconhecer componentes, mas sem estabelecimento de relações entre esses componentes.
		Construir utilizando unidades simples.
	E2- Estabelecer relações entre componentes	Descrever semelhanças entre partes da mesma figura ou entre figuras.
		Manter uma unidade composta e manipular apenas algumas partes da construção, por tentativa e erro.
		Manter uma unidade composta e manipular apenas algumas partes da construção, por antecipação.
	E3- Estabelecer relações entre compostos	Utilizar os movimentos de deslizar, rodar, e inverter com recurso a materiais manipuláveis para determinar a congruência entre duas construções.
Coordenar diversas unidades compostas.		
Estruturação global	E4- Estabelecer relações entre componentes, compostos e o todo por coordenação	Coordenar a posição e orientação de componentes e compostos para formar o todo.
	E5- Estabelecer relações entre componentes, compostos e o todo por integração	Rodar e refletir mentalmente construções. Construir por antecipação.

RESULTADOS

Nesta secção, analisamos as estratégias utilizadas por Gil, Raquel e Dalila para reproduzir a figura, durante o trabalho autónomo e a estratégia de Gaspar e Frederico, apresentada durante a discussão final coletiva. Em cada subsecção, apresentamos e discutimos um tipo de estratégia diferente, considerando os processos associados a essa estratégia.

Construção a partir da extremidade e emergência de unidades compostas

Na Figura 2 vemos o percurso de Raquel que começa a reprodução da figura por uma das extremidades e vai progredindo na construção em escada até chegar ao centro, continuando em movimento descendente até à outra extremidade. A sua estratégia de construção parece basear-se, na fase inicial, no reconhecimento das relações entre os componentes (cubos) em que cada coluna adjacente apresenta mais um cubo do que a anterior.

Raquel mostra conseguir coordenar as diferentes vistas da construção. Nesta estratégia, a aluna parece seguir um caminho associado a uma escada já que vai construindo cada torre com mais um cubo que a torre anterior, conseguindo compreender em que ponto deve mudar a direção da construção iniciando depois o caminho descendente. Possivelmente, Raquel reconhece a simetria entre a parte ascendente e a parte descendente da construção. A coordenação de diferentes vistas e a contagem correta do número de cubos necessários evidenciam que Raquel é já capaz de coordenar componentes ou compostos.

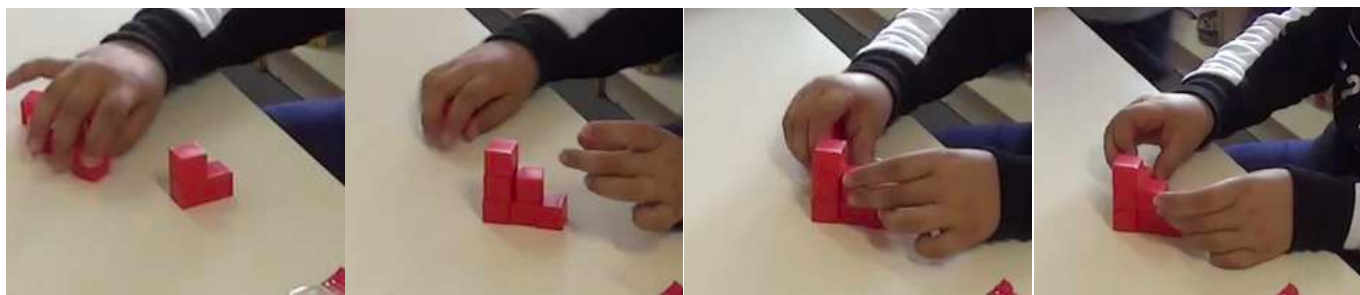


Figura 2. Estratégia de construção utilizada por Raquel.

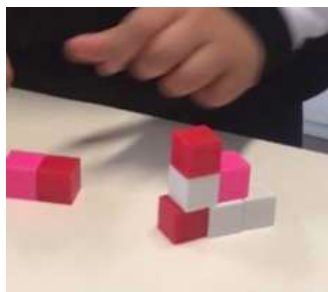


Figura 3. Estratégia apresentada por Raquel, não finalizada.

Durante a discussão coletiva, quando vai mostrar como pensou, Raquel parece apresentar uma estratégia diferente com base em três compostos: a torre central, o composto em ângulo reto da direita e outro composto igual à esquerda, que não consegue terminar, como se vê na Figura 3.

Nesta estratégia, Raquel indica a formação de três compostos que depois junta para formar a construção-modelo,

Raquel – Eu fiz primeiro esta. (*Mostra o composto do lado direito*). Depois fiz esta (*Coluna central que junta ao primeiro composto*) E depois fiz aquela igual à outra. (*Composto do lado esquerdo*).

Raquel não chega a concluir a construção do terceiro composto, como vemos na Figura 4, talvez por ter surgido alguma dúvida. Desmancha toda a construção e volta a construir com um percurso diferente, como é apresentado na Figura 4.

¹Embora aresta seja um objeto matemático de dimensão linear, decidimos usar este termo para designar cada uma das partes tridimensionais que delimitam a estrutura da construção para sugerir a conceptualização do esqueleto da construção, por parte dos alunos, como se eles imaginassem essas partes como linhas estruturantes.

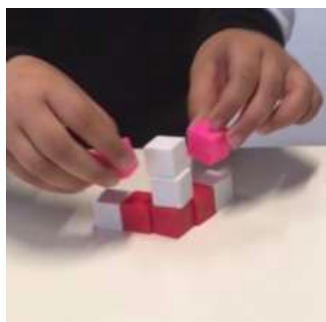


Figura 4. Estratégia apresentada por Raquel, em discussão coletiva (parte II).

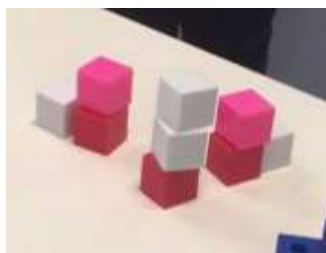


Figura 5. Decomposição apresentada por Raquel, em discussão coletiva.

Desta vez, Raquel constrói as ‘arestas’¹ da construção, colocando, por fim, os dois cubos para formar a escada. Depois de ter construído desta forma, Raquel consegue reconhecer os compostos que pretendia usar na primeira parte da estratégia. Neste momento, separa então o composto que não tinha conseguido formar e usa-o para terminar a explicação (Figura 5).

Embora, no início da tarefa, Raquel não pareça ter antecipado estes compostos e a relação entre eles, ao longo da exploração da tarefa, parece ser evidente que Raquel vai tomando consciência da estruturação da construção em três compostos já que inicia a sua intervenção na discussão fazendo uma referência explícita a esses compostos. A manipulação dos materiais e as relações que foi estabelecendo durante essa manipulação, nomeadamente a simetria entre as duas partes da construção, podem ter contribuído para que Raquel criasse uma forma de organização mental mais consistente para aquela construção. Ao longo da sua apresentação, Raquel parece ter sempre presente a forma de organização apresentada por si e visível na figura 5. Tal como a aluna conclui, no final da construção, quando mostra os três compostos separados que pretendia mostrar no início da sua explicação:

Raquel – Depois fiz a outra igual (*separa o composto, mostrando-o aos colegas*).

Raquel parece assim iniciar a exploração da tarefa com uma estruturação local, em que relaciona os componentes (E2), mas as relações que vai estabelecendo a partir da manipulação dos materiais, levam-na a progredir para um nível que evidencia o estabelecimento de relações entre compostos (reconhecendo a congruência entre dois deles) e entre os compostos e o todo (E4).

Construção com rotação de um composto

A Figura 6 mostra a estratégia seguida por Dalila. Esta aluna começa por formar uma coluna correspondente à parte central da figura, construindo depois cada um dos lados, em disposição simétrica. Inicialmente, a aluna revela alguma hesitação na colocação dos cubos para formar o ângulo reto e, talvez por esse motivo, opte por, num primeiro momento, organizar a construção em linha reta.

Depois de ter concluído a colocação de todos os cubos, Dalila roda uma parte da construção para o centro de modo a que as duas partes da construção formem um ângulo reto.

Embora inicialmente Dalila não consiga coordenar as duas partes da construção para formar o ângulo reto, mesmo estabelecendo relações entre elas (E3), a aluna utiliza uma estratégia que envolve rodar um dos compostos. Com este movimento, Dalila evidencia coordenar os dois compostos da figura correspondentes às vistas (E4). Maria segue a mesma estratégia de Dalila.

Construção por faces

Gaspar e Frederico, no momento de discussão coletiva, apresentam aos colegas a sua estratégia de construção, mostrando que começaram por construir as ‘arestas’ de uma das partes da construção, completando-a e incluindo o composto central (Figura 7).



Figura 6. Estratégia utilizada por Dalila.



Figura 7. Estratégia apresentada por Gaspar e Frederico, em discussão coletiva.

Depois de concluída a construção desse lado, passaram para a construção do outro lado, respeitando o ângulo reto formado pelos dois compostos da construção.

Estes dois alunos parecem conseguir “ver”, na figura, os limites da construção e, ao mesmo tempo, estruturar a figura em dois compostos correspondentes a duas vistas diferentes da construção. Embora não tenham conhecimento acerca dos tipos de ângulos, os alunos conseguem estabelecer uma relação entre os compostos correspondentes ao ângulo reto. Desta forma, os alunos parecem conseguir coordenar estas duas vistas, compreendendo que há uma parte comum aos dois lados, o composto central (E4).

Construção por camadas

A Figura 8 apresenta o percurso de Gil na reprodução da construção. O aluno começa por tirar oito cubos da caixa. Constrói a primeira camada colocando dois cubos que se tocam apenas por uma aresta. Gil parece identificar a presença de um ângulo formado pelas duas partes da construção e usa-o para iniciar a sua construção. De seguida coloca um cubo no canto, formando o ângulo reto com os dois cubos anteriores. Por fim, coloca os dois cubos das extremidades. Passa então para a construção da segunda camada usando o mesmo processo. No final, apercebe-se de que necessita de mais um cubo para a última camada e acrescenta-o.

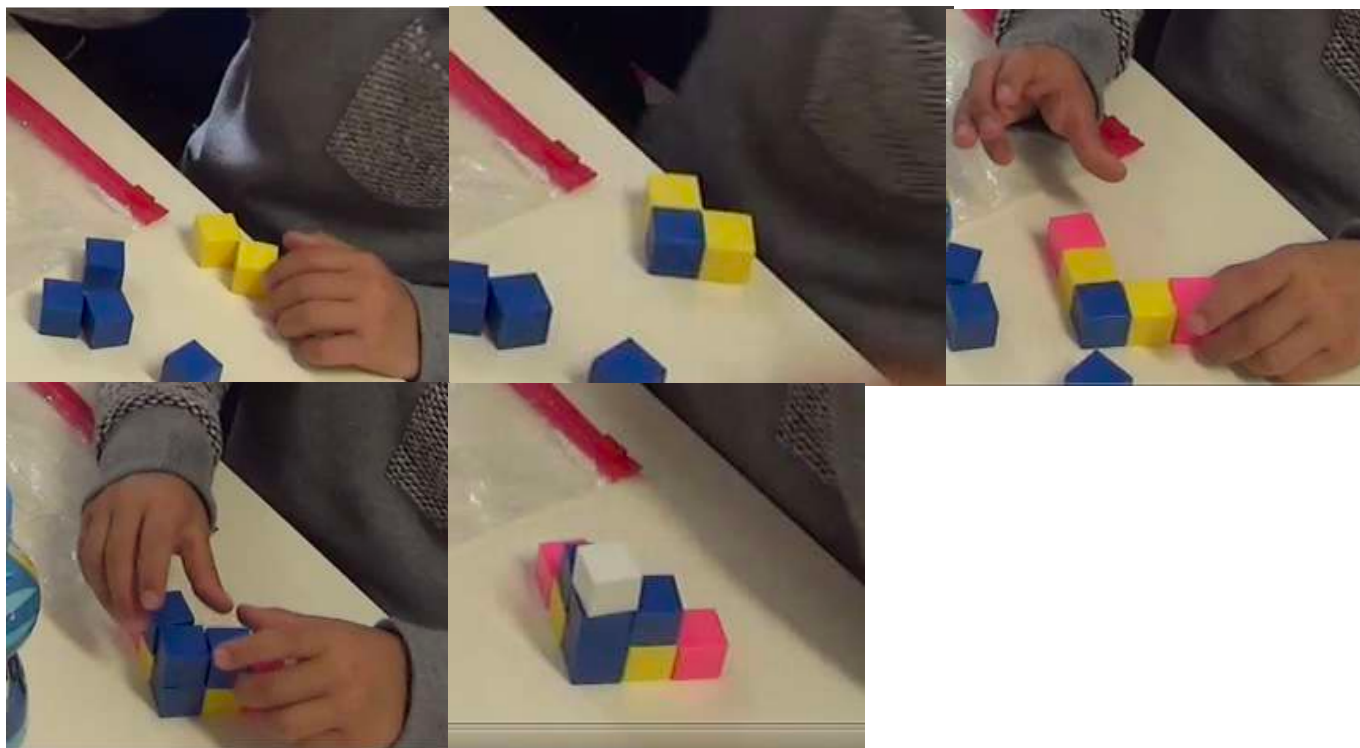


Figura 8. Estratégia de construção utilizada por Gil.

Gil evidencia uma estruturação global da construção, recorrendo às camadas como unidade composta. O aluno revela também uma boa coordenação das diferentes vistas da construção, o que é especialmente importante e necessário para construir o modelo assim como parece ter previamente um modelo mental que representa aquela construção (E5).

CONCLUSÕES

Podemos verificar que os alunos estabeleceram diferentes relações entre componentes, compostos e o todo, mas que nem sempre houve uma antecipação inicial. Ao longo da análise dos dados, percebemos que, embora as relações estabelecidas não tivessem todas o mesmo nível de sofisticação, os alunos utilizaram diferentes estratégias para reproduzir a figura apresentada, correspondendo a diferentes formas e níveis de estruturação.

Os alunos parecem reconhecer o cubo como unidade de construção, utilizando essa referência para determinar o número de cubos necessários. Nos casos apresentados, os alunos estabeleceram relações entre unidades, formando compostos entre os quais também foram sendo estabelecidas diferentes relações, nomeadamente construção por

camadas, combinação de compostos, por simetria, por rotação de um composto em função de outro e ainda por faces. Embora recorrendo a diferentes compostos e diferentes relações entre compostos, os alunos foram capazes de coordenar as diferentes vistas da construção, formando um ângulo reto, percebendo que a parte central é comum às duas vistas da construção. Em um dos casos é evidente a presença de um modelo mental prévio que integra os diferentes compostos. Estas estratégias evidenciam níveis de estruturação elevados respeitantes à estruturação global, tal como referido por Battista e Clements (1996).

O ato de refletir sobre a sua construção, no caso de Raquel, durante a manipulação dos materiais parece ter contribuído para a progressão entre níveis de estruturação espacial. Permitiu também o estabelecimento de relações dinâmicas entre compostos, nomeadamente ao rodar um composto em relação a outro composto. Permitiu ainda aos alunos a decomposição física da construção com base na antecipação mental e a sua recomposição, aprofundando a sua compreensão acerca desta construção, como foi o caso de Raquel.

Este trabalho vem assim acrescentar alguma informação relativamente à forma como os alunos decompõem figuras tridimensionais para depois as recomporem, aspeto omissos na trajetória de Clements e Sarama (2014), carecendo, no entanto, de uma investigação mais aprofundada.

Embora este artigo apresente como limitação a incidência na reprodução de apenas uma construção, é interessante perceber que alunos do 1.º ano do Ensino Básico foram capazes de evidenciar diferentes estratégias e também de coordenar diferentes vistas, associadas a compostos. Estes resultados mostram que um trabalho focado na estruturação espacial pode trazer resultados significativos na forma como os alunos compreendem as figuras tridimensionais, formando assim uma base para a compreensão de figuras mais complexas e, mais tarde, para noções como o volume, por exemplo.

De forma a aprofundar a investigação sobre as estratégias utilizadas pelos alunos na estruturação de figuras tridimensionais, pode ser interessante perceber de que forma varia o nível de estruturação dos alunos consoante o tipo de construção apresentada (nomeadamente se é ou não simétrica), como diferentes construções influenciam o tipo de estratégias usadas pelos alunos, e que aspetos considerar no tipo de construções apresentadas aos alunos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, através de uma bolsa concedida à primeira autora (SFRH/BD/130505/2017).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester (Ed), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–909). Reston, VA: NCTM.
- Battista, M. T. (2008). Development of the shape makers' geometry microworld. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Cases and perspectives* (vol. 2, pp. 131–156). Charlotte: Information Age.
- Battista, M. T. (2012). *Cognition-based assessment & teaching of geometric shapes: Building on students' reasoning*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Battista, M.T., & Clements, D. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258–292.
- Battista, M., & Clements, D. H. (1998). Finding the number of cubes in rectangular cube buildings, *Teaching Children Mathematics*, 5(1), 258–264.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York and London: Routledge.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from the learning design perspective. In T. Plomp & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 72–113). Enschede, The Netherlands: Netherlands Institute for Curriculum Development (SLO).
- Ministério da Educação (2018). *Aprendizagens essenciais. Matemática, 1.º ano*. Lisboa: DGE.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar* (2.ª ed.). Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (Obra original em inglês publicada em 2000)
- Shumway, J. F. (2013). Building bridges to Spatial Reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 20(1), 44–51.
- Sinclair, N., & Bruce, C.D. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM*, 47(3), 319–329.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (2005). *Young Children Learn Measurement and Geometry*. TAL Project, Freudenthal Institute, Utrecht University, National Institute for Curriculum Development.