



ISEL

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia Mecânica

Análise Multiescala do Estado de Tensão em Compósitos com Recurso a Imagens de Microscópio

RICARDO JORGE RODRIGUES DA GRAÇA

(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para a obtenção do grau de

Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador(es):

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Doutor José Alberto Rodrigues

Doutor Pedro Mendes Jorge

Jurí:

Presidente: Doutor João Manuel Ferreira Calado,

Vogais: Doutor Miguel António Lopes de Matos Neves,

Doutora Maria Amélia Ramos Loja.

Janeiro de 2017

Dedicado aos meus pais

Agradecimentos

À minha família com um especial agradecimento à minha mãe e ao meu pai por todo o esforço e apoio que me deram ao longo destes últimos 5 anos, que sem eles não teria sido possível concretizar este projeto.

Aos meus orientadores, a Professora Amélia Loja, o Professor José Alberto Rodrigues e ao Professor Pedro Mendes Jorge por toda a ajuda prestada e pelo tempo dispensado.

Por fim aos meus colegas e amigos Alexandre, Miguel, Catarina, André, Sara, Patrícia e a todos aqueles que estiveram o meu lado durante este percurso.

Resumo

Os materiais compósitos, devido às suas propriedades, são fortes pretendentes para a melhoria de diferentes tipos de estruturas. O estudo micromecânico destes materiais é bastante importante, pois define qual o compósito a utilizar para diferentes casos, não ficando dependentes apenas do estudo macromecânico. A aplicação nesses estudos de uma fibra real retirada com o auxílio de um microscópio leva a uma melhor precisão dos resultados.

A realização de diversos casos como objetivo de desenvolver um estudo paramétrico é fundamental para garantir a caracterização da resposta mecânica do compósito.

O trabalho visa assim proceder ao estudo do comportamento de um material compósito com reforço de fibras longas, utilizando ao nível das escalas micro e meso (10^{-3} a 10^{-6}) do volume representativo elementar (VRE) os contornos reais de fibras. Pretende-se ainda avaliar a distribuição de tensões e deformações ao nível das diferentes escalas para diversos casos de estudo.

Apresentam-se para os diferentes casos de estudo, os resultados obtidos, sob formas tabular e gráfica. São efetuadas análises comparativas desses resultados e são ainda constituídas superfícies de resposta.

Destacam-se como contributo inovador desta dissertação, o seu carácter multidisciplinar, ao nível da integração da geometria real de secções transversais de fibras. A utilização deste conhecimento obtido por processamento de imagem permitirá uma previsão mais realista do estado de tensão.

Palavras-chave: Materiais Compósitos, Previsão de Falha, Elementos Finitos, Análise Multi-escala, Processamento de Imagem, Carbono-Epóxi, Fibras Longas, Superfície de Resposta

Abstract

Composite materials, because of its properties are strong candidates to improve different kinds of structures. The micromechanical study of these materials is very important, it will define the composite to be used for different cases, not being dependent only on the macromechanical study. The application in these studies of a real fiber obtained with the support of a microscope leads to a better precision of the results.

The assesement of several case studies with the objective of developing a parametric study is fundamental to ensure the understanding of the mechanical response of the composite.

The aim of this work is to study the behavior of a composite material with long fiber reinforcement use at the scales micro and meso (10^{-3} to 10^{-6}) of the representative volume element (RVE) the real fibers contours. It is also intended to evaluate the distribution of stresses and deformations at the level of the different scales for several case studies.

The results obtained are presented in tabular and graphical form, for the different case studies. Comparative analyzes of these results are performed and response surfaces are still constituted.

It is highlighted as an innovative contribution of this dissertation, its multidisciplinary character, at the level of integration of the real geometry of cross-sections of fibers. The use of this knowledge obtained by image processing will allow a prediction of the stress state, a more realistic prediction.

Keywords: Composite Materials, Failure Prediction, Finite Elements, Multiscale Analysis, Image Processing, Carbon-Epoxy, Long Fibers, Response Surface

Índice

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Figuras	xvii
Lista de Símbolos	xxii
1 Introdução	1
1.1 Objetivos do Trabalho	1
1.2 Estrutura da Dissertação	1
1.3 Estado de Arte	2
2 Conceitos Fundamentais	7
2.1 Materiais Compósitos	7
2.1.1 Introdução	7
2.1.2 Conceito e Enquadramento	9
2.1.3 Laminados e Fases Constituintes	12
2.2 Estudo do Comportamento Mecânico	17
2.2.1 Equações constitutivas de uma lâmina	17
2.2.2 Sistema de coordenadas global e local	18
2.2.3 Determinação das Propriedades Homogéneas Equivalentes	20
2.3 Processamento de Imagem	25
2.3.1 Pré-Processamento e Segmentação	25
2.3.2 Extração de Características	29
2.4 Modelo Matemático	30
2.4.1 Introdução	30
2.4.2 Formulação Clássica do Problema de Elasticidade Tridimensional	30
2.4.3 Formulação fraca do problema elástico	32

3	Metodologia	35
3.1	Análise Multi-escala	35
3.2	Extração dos Contornos da Fibra Real	38
4	Resultados e Discussão	43
4.1	Verificação do Modelo Macro	43
4.2	Análise do VRE na Escala 10^{-3}	48
4.2.1	Análise para a relação $a/h=5$	49
4.2.2	Análise para a relação $a/h=10$	52
4.2.3	Análise para a relação $a/h=20$	55
4.3	Análise do Efeito da Escala	58
4.3.1	Fibra Teórica	58
4.3.2	Fibra Intermédia	66
4.3.3	Fibra Imperfeita	74
4.3.4	Síntese de Resultados a Diferentes Escalas	82
4.4	Superfície de Resposta	85
4.4.1	Fibra Teórica	87
4.4.2	Fibra Imperfeita	90
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	93
	Referências	95

Lista de Tabelas

2.1	Propriedades de fibras e de materiais na sua forma maciça [Moura et al., 2011]	8
4.1	Deflexão máxima, [Reddy, 2004] pág. 696	44
4.2	Resultados obtidos de w_0 com a diminuição de L_0	45
4.3	Resultados obtidos com o ANSYS e FREEFEM ++	46
4.4	Síntese de resultados das componentes de tensão para os diferentes casos de estudo e para relação $a/h=5$	49
4.5	Síntese de resultados das componentes de tensão para os diferentes casos de estudo e para relação $a/h=10$	52
4.6	Síntese de resultados das componentes de tensão para os diferentes casos de estudo e para relação $a/h=20$	55
4.7	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=5$	58
4.8	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=5$	58
4.9	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=5$	59
4.10	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=10$	61
4.11	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=10$	61
4.12	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=10$	61
4.13	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=5$	63
4.14	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=5$	63
4.15	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=5$	63
4.16	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=10$	65
4.17	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=10$	65
4.18	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=10$	65

4.19	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=5$	66
4.20	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=5$. . .	67
4.21	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=5$. . .	67
4.22	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=10$	68
4.23	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=10$. . .	69
4.24	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=10$. . .	69
4.25	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=5$	71
4.26	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=5$. . .	71
4.27	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=5$. . .	71
4.28	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=10$	72
4.29	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=10$. . .	73
4.30	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=10$. . .	73
4.31	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=5$	74
4.32	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=5$. . .	75
4.33	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=5$. . .	75
4.34	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=10$	76
4.35	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=10$. . .	77
4.36	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=10$. . .	77
4.37	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=5$	79
4.38	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=5$. . .	79
4.39	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=5$. . .	79
4.40	Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=10$	80
4.41	Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=10$. . .	81
4.42	Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=10$. . .	81
4.43	Deslocamentos máximos macro, consoante o aumento da relação a/h e p_z	86
4.44	Tensões máximas do VRE para a fibra teórica consoante o aumento de a/h e p_z	88

4.45 Tensões máximas do VRE para a fibra imperfeita consoante o aumento de a/h e pz 91

Lista de Figuras

2.1	Utilização de materiais compósitos na Aeronave Boeing 787 Dreamliner [Boeing, 2016]	9
2.2	Fases de um material compósito (bi-fásico), adaptado de [Jones, 1999].	9
2.3	Modos de falha interlaminares [Anderson, 1995]	11
2.4	Classificação de compósitos[Callister, 2007]	11
2.5	Níveis de observação e abordagens para compósitos [Daniel and Ishai, 2006]	12
2.6	Constituição de um compósito laminado [Jones, 1999]	13
2.7	Exemplos de Laminados [Roque, 2007]	14
2.8	identificação das componentes de tensão, adaptado de [Reddy, 2004]	17
2.9	Sistema de coordenadas do material, x_1, x_2, x_3 e do laminado, x, y, z [Reddy, 2004] . . .	19
2.10	Vista no plano x_1, x_2 do volume representativo elementar sob solicação na direção longitudinal para determinação do módulo de elasticidade longitudinal [Jones, 1999] . .	21
2.11	Vista no plano x_1, x_2 do volume representativo elementar sob solicação na direção longitudinal para determinação do coeficiente de Poisson [Jones, 1999]	22
2.12	Vista no plano x_1, x_2 do volume representativo elementar sob solicação na direção transversal para determinação do módulo de elasticidade transversal [Jones, 1999]	23
2.13	Vista no plano x_1, x_2 do volume representativo elementar sob solicação no plano 12 [Jones, 1999]	24
2.14	Classificação do processamento de imagem, adaptado [Duda et al., 2000]	25
2.15	Exemplo da aplicação do detetor de contornos de Canny [Canny, 1986]	28
2.16	Curva paramétrica de uma reta existente no domínio espacial para o domínio da Transformada de Hough, adaptado [Duarte, 2003]	28
2.17	Extração de características definida como uma relação entre indivíduos do espaço físico e vetores de características definidos num espaço vetorial [Ribeiro, 2014].	29
3.1	Seqüência das análises às diferentes escalas	36
3.2	Caso de estudo 1	37
3.3	Caso de estudo 2	37

3.4	Caso de estudo 3	38
3.5	Imagem microscópica de um material compósito	39
3.6	Binarização	39
3.7	Etiquetagem	40
3.8	Fibra escolhida de acordo com o parâmetro geométrico excentricidade e área	40
3.9	Obtenção dos contornos da fibra através do Algoritmo de Canny	41
3.10	Normalização e obtenção das coordenadas, fibra mais perfeita	41
3.11	Fibra intermédia	42
3.12	Fibra imperfeita	42
4.1	Condições de fronteira SS-2 [Reddy, 2004]	44
4.2	Convergência do deslocamento máximo consoante o aumento do L_0	45
4.3	(a) Região usada em [Reddy, 2004] (b) Região usada no modelo em estudo	46
4.4	Convergência do deslocamento transversal máximo em função do número de elementos, a azul o GMSH e a vermelho o ANSYS	47
4.5	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} para a fibra intermédia, estudo 1 SSSS e $a/h=5$	50
4.6	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} para a fibra imperfeita, estudo 2 SSSS e $a/h=10$	53
4.7	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} para a fibra intermédia, estudo 1 SSSS e $a/h=20$	56
4.8	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=5$	59
4.9	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=10$	62
4.10	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=5$	64
4.11	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=10$	66
4.12	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=5$	68
4.13	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=10$	70
4.14	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=5$	72
4.15	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=10$	74
4.16	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=5$	76
4.17	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=10$	78
4.18	(a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=5$	80

4.19 (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Imperfeita/ estudo 3/ a/h=10	82
4.20 Gráficos da componente de tensão σ_x , de acordo com as fibras e espessura (a) a/h=5 e (b) a/h=10	82
4.21 Gráficos da componente de tensão σ_z , de acordo com as fibras e espessura (a) a/h=5 e (b) a/h=10	83
4.22 Gráficos da componente de tensão σ_{xz} , de acordo com as fibras e espessura (a) a/h=5 e (b) a/h=10	83
4.23 Superfície de resposta para o deslocamento máximo macro	85
4.24 Superfície de resposta para (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} , na fibra teórica	89
4.25 Superfície de resposta para (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} , na fibra imperfeita	92

Nomenclatura

Acrónimos

CPLT	Teoria clássica dos compósitos laminados
FSDT	Teoria de deformação de corte de primeira ordem
TSDT	Teoria de deformação de corte de terceira ordem
MEF	Método de elementos finitos
CUR	Célula/unidade de repetição
VRE	Volume representativo elementar
MEFCV	Modelo de elementos finitos de células de Voronoi

Nomenclatura Romana

Q_{ijkl}	Coefficientes de rigidez elástica
E_{ij}	Módulo de elasticidade
G_{ij}	Módulo de distorção
$[T]$	Matriz de transformação
\bar{Q}_{ij}	Coefficientes de rigidez elástica transformados
V_f	Fração de volume de fibra
V_m	Fração de volume da matriz
E_1	Módulo de elasticidade longitudinal do compósito
E_2	Módulo de elasticidade transversal no plano, do compósito
A_f	Área da fibra
A_m	Área da matriz
E_f	Módulo de elasticidade da fibra
E_m	Módulo de elasticidade da matriz
u_0	Deslocamento na direção x
v_0	Deslocamento na direção y

w_0	Deslocamento na direção z
K	Fator de correção do efeito de corte
N_{xx}	Força resultante normal na direção x (direção longitudinal do laminado)
N_{yy}	Força resultante normal na direção y (direção transversal do laminado)
N_{xy}	Força resultante de corte no plano do laminado (plano xy)
M_{xx}	Momento fletor no plano xz
M_{yy}	Momento fletor no plano yz
M_{xy}	Momento de torção no plano do laminado
A_{ij}	Coefficientes da matriz de rigidez elástica de membrana
B_{ij}	Coefficientes da matriz de rigidez elástica de acoplamento entre flexão e membrana
D_{ij}	Coefficientes da matriz de rigidez elástica de flexão do laminado
F_i e F_{ij}	Coefficientes em critérios de falha
R_n , R_{nt} e R_{nl}	Resistências em critérios de falha
h	Espessura do laminado
r_k	Nível de cinzento
n_k	Número de pixéis
ht	Maior volume dos elementos tetraédricos
n	Número de divisões da linha na aresta da placa
L_0	Comprimento característico

Nomenclatura Grega

σ_{ij}	Componentes de tensão
ε_{kl}	Componentes de deformação
ν_{ij}	Coefficientes de Poisson
Δl	Deformação longitudinal
τ_{12}	Tensão de corte no plano 12 (referencial do material)
γ_{ij}	Distorções
$\varepsilon^{(0)}$	Vetor de deformações de membrana
ϕ_x	Rotação em torno do eixo x
ϕ_y	Rotação em torno do eixo y
∇f	Gradiente

Capítulo 1

Introdução

1.1 Objetivos do Trabalho

O presente trabalho visa a estudar o comportamento de um material compósito, (podendo contribuir num trabalho futuro para a previsão de falha) entrando em consideração com os contornos reais das secções transversais de fibras, obtidas com recurso a imagens de microscópio. Ao longo dos tempos os materiais compósitos têm sofrido um grande incremento com a implementação deste tipo de material na generalidade dos setores industriais, como por exemplo na aeronáutica, na indústria automóvel, naval, em plataformas offshore, em artigos desportivos, na medicina, e em produtos que se pretendam fiáveis, com boa resistência mecânica estrutural e com menor peso comparativamente com ligas metálicas.

O fenómeno da falha em materiais compósitos pode ficar a dever-se a múltiplos fatores, sendo no entanto um assunto cujo estudo ao nível da micromecânica continua a ser um tópico onde se requer ainda a realização de estudos com vista à sua caracterização. Com a realização de diversos casos de estudo ao nível da escala (10^{-3} a 10^{-6}) do volume representativo elementar (VRE) com os contornos reais de fibras, temos o objetivo de desenvolver um estudo paramétrico de compreensão da resposta mecânica do material compósito, através de análises comparativas e superfícies de resposta. Considera-se que devido à utilização da geometria real de secções transversais de fibras, esta dissertação irá ter um contributo inovador, pois permitirá uma previsão do estado de tensão, mais realista, para os casos analisados.

1.2 Estrutura da Dissertação

O trabalho encontra-se organizado em quatro capítulos distintos. O primeiro capítulo visa apresentar, de um modo geral, as principais contribuições deste trabalho e quais os objetivos a alcançar. É importante, tendo em conta o foco desta dissertação, num segundo capítulo, abordar, o tema dos materiais compósitos e dos métodos de modelação aplicados à caracterização dos mesmos. São referidos os diferentes tipos de materiais e quais as vantagens da sua aplicação face aos materiais conhecidos como

convencionais, com foco na fibra de carbono e na resina epoxídica. São apresentados factos históricos acerca da utilização destes materiais e como estes têm vindo, progressivamente, a ganhar lugar no mercado industrial. Por sua vez é referido o processo da obtenção das contornos das fibras micro obtidas por microscópio e o modelo matemático utilizado para a resolução do problema, a formulação clássica do problema de elasticidade tridimensional e a formulação fraca do problema elástico.

No terceiro capítulo é apresentada a metodologia utilizada e como foi feita a extracção dos contornos das fibras reais, com o auxílio do software MATLAB. Variando as excentricidades obtiveram-se três fibras reais, a fibra mais perfeita, a fibra intermédia e por última a fibra imperfeita.

No quarto capítulo, é apresentada a discussão dos resultados, incluindo a validação do problema macro, de modo a poder se prosseguir para o problema onde consideramos um VRE com os contornos das fibras reais, os três casos de estudo, estes divididos em quatro fibras estudadas: a teórica (circular perfeita), a fibra mais perfeita, a intermédia e a imperfeita. Nestes estudos foram consideradas diferentes condições de fronteira para a placa bem como diferentes localizações do VRE. Também nesta capítulo é exposta uma análise do VRE na escala 10^{-3} , uma análise do efeito de escalas para as escalas compreendidas entre (10^{-6}) e (10^{-3}) e uma superfície de resposta para a fibra teórica e imperfeita. É de referir que na análise do efeito de escalas para o caso 10^{-6} e 10^{-5} houve uma incompatibilidade do software GMSH, software utilizado para construir a malha, devido a serem escalas muito pequenas comparativamente com as restantes utilizadas, sendo resolvida através de uma mudança de variável.

No quinto e último capítulo, são apresentadas as conclusões gerais do trabalho e trabalhos futuros a desenvolver no âmbito deste tema.

1.3 Estado de Arte

A análise multiescala de materiais compósitos centra-se no estudo do comportamento do material a diferentes escalas, permitindo captar de forma mais rigorosa a resposta mecânica dos referidos materiais. [Allen, 2001] apresentou metodologias para facilitar o estudo da resposta mecânica dos sólidos que contém micro-danos, através da elaboração de algoritmos, que realizam uma análise multiescala para uma variedade de aplicações, como por exemplo os compósitos laminados.

No contexto da análise multiescala de materiais compósitos existe já um número significativo de trabalhos publicados, dentre os quais podemos referir alguns. [Terada and Kikuchi, 2001] propôs uma classe de algoritmos computacionais para análises multiescala, em que o esquema de modelação em duas escalas para a análise de meios heterogéneos com microestruturas periódicas finas é generalizado por meio de princípios variacionais. Em vez do método de expansão assintótica em duas escalas, são utilizados resultados matemáticos sobre a convergência generalizada nas descrições variacionais nas duas escalas. Posteriormente, os esquemas computacionais do tipo global-local podem ser unificados em

associação com o procedimento de homogeneização para problemas não lineares em geral.

[Gosh et al., 2001] desenvolveram uma metodologia adaptativa multinível, para criar uma hierarquia de subdomínios computacionais com resolução variada para problemas de escala múltipla. Com esta metodologia pretenderam prever simultaneamente a evolução de variáveis nas escalas estrutural e microestrutural, bem como acompanhar a incidência e propagação de danos microestruturais em materiais compósitos e porosos. A análise microestrutural é realizada com o modelo de elementos finitos baseado em células de Voronoi (MEFCV), enquanto um código do método de elementos finitos, convencional executa a análise macroscópica. O modelo introduz três níveis no domínio computacional que incluem análise macro, macro-micro e microscópica. O acoplamento entre as escalas em regiões de microestrutura periódica é realizado por homogeneização assintótica. Um processo adaptativo aumenta significativamente a eficiência, mantendo o nível de precisão adequado para cada região.

[Ladevèze et al., 2001] propuseram uma nova estratégia micro-macro computacional para a análise de estruturas que são descritas até ao nível micro, como as estruturas compósitas. A descrição de quantidades micro e macro é realizada na interface resultante da decomposição da estrutura numa montagem de subestruturas e interfaces. Realizaram assim um estudo vocacionado para a análise da influência dos parâmetros numéricos, bem como do desempenho da abordagem. Mais tarde, [Ladevèze et al., 2002] introduziram uma estratégia computacional de duas escalas para a resolução de problemas de contato com atrito. Utilizaram uma estrutura que pode ser heterogénea e optaram pela mesma forma da descrição das quantidades macro e micro anteriormente utilizada. Esta estratégia computacional iterativa é adequada para computação paralela e pode ser interpretada como um método de decomposição de domínio multinível.

[Yang and Qin, 2004] desenvolveu para materiais compósitos um modelo microestrutural, periódico ou com defeitos e um procedimento para calcular as propriedades mecânicas efetivas através do Método de Elementos de Contorno (MEC). A formulação foi capaz de modelar compósito de duas fases com heterogeneidades, tais como, furos, fissuras ou inclusões, tendo as tensões e deformações calculadas para diferentes condições de contorno.

No campo da análise estrutural de compósitos, desde o desenho de materiais e estruturas até à fabricação, tem existido um enorme interesse em modelos de material que são descritos em menor escala do que o nível estrutural macroscópico. [Ladevèze, 2004] teve como primeiro desafio construir um modelo material eficiente. Carecendo os principais mecanismos de dano e a sua evolução de serem descritos corretamente, usou dois materiais compósitos muito diferentes para ilustrar o estado da arte deste campo, as vantagens e desvantagens dos modelos multiescala. O uso de tais modelos de materiais leva a problemas com números de graus de liberdade demasiados elevados. Isto representou um segundo desafio, conceber estratégias computacionais alternativas capazes de resolver tais problemas de engenharia tendo

como objetivo reduzir o custo de cálculo drasticamente e tentando ao mesmo tempo, aumentar a robustez do algoritmo. Também no mesmo ano foi delineada uma nova estratégia computacional multiescala para a análise de estruturas, descritas em detalhe tanto no espaço como no tempo. Esta estratégia é iterativa e envolve um procedimento automático de homogeneização no espaço e tempo. Em cada iteração, este procedimento requer a resolução de um grande número de equações de evolução linear, com o nome de problemas “micro”, na escala micro. [Ladevèze and Nouy, 2004] apresentaram uma técnica robusta de resolução aproximada para esses problemas micro baseada no conceito de aproximação radial. Técnica, que leva à construção de uma base reduzida relevante de funções espaciais, particularmente adequada à análise de estruturas compósitas.

[Souza and Soares, 2005] utilizou um modelo multiescala para análise de compósitos viscoelásticos suscetíveis ao dano em que posteriormente desenvolveu um modelo computacional multiescala para a previsão do comportamento mecânico de misturas asfálticas, onde o comportamento da escala macro, considerada homogênea, é determinado a partir do comportamento da escala micro heterogênea formada por agregados elásticos distribuídos numa matriz viscoelástica. Concluiu que o dano observado na escala macro do modelo é o resultado da formação e propagação de fissuras e do desenvolvimento de deformações permanentes na escala micro.

[Pineda and Wass, 2008] desenvolveram um modelo multiescala para falhas progressivas em compósitos laminados. O modelo foi desenvolvido em elementos finitos e serviu para prever a falha e o dano progressivo desses mesmos compósitos. Foram posteriormente aplicados critérios de falha diferentes para a escala macro e micro em dois modelos de elementos finitos, e os resultados obtidos por cada, através do comportamento tensão-deformação observados na falha do material, foram comparados com resultados experimentais.

[Buroni and Marczak, 2008] apresentou uma formulação pelo MEC para modelação de microestruturas multifase, que continham furos e inclusões cilíndricas de raio variável. Com essa formulação abordaram o problema elástico de um volume representativo elementar, aplicando o teorema dos campos médios para obterem as propriedades efetivas dos materiais micro-porosos, que continham uma matriz homogênea e isotrópica.

[Zastrau et al., 2008] apresentam uma visão geral sobre um modelo de TRC (*Textile reinforced concrete*), composto de estruturas têxteis feitas de fios multi-filamentos (*rovings*) inserido numa matriz de cimento, feitas em três escalas, micro, meso e macro. Enquanto que na escala micro os filamentos individuais dos feixes de fibras são distinguidos para determinar um comportamento de *roving* eficaz dentro do modelo mesoscópico do material a granel de cimentos com *roving* como reforço, os modelos na escala meso são usados para prever a resposta macroscópica do material compósito.

Vários métodos multiescala são revistos no contexto da modelação de respostas mecânicas e termo-

mecânicas de compósitos. São desenvolvidos tanto ao nível material como ao nível de análise estrutural, considerando-os sequencialmente ou como tipo de abordagens individualizadas. Esses métodos usados para homogeneização periódica são comparados e discutidos, especialmente no contexto dos comportamentos não lineares. Alguns desenvolvimentos recentes são considerados, tanto em termos de métodos numéricos como de abordagens analíticas baseadas na Análise de Campo de Transformação, considerando tanto as etapas de homogeneização quanto de realocização na metodologia multiescala [kanouté et al., 2009].

[Nilakantan et al., 2010] apresenta uma técnica de modelação multiescala para simular o impacto em tecidos flexíveis. Esta técnica envolve a modelação do tecido utilizando uma arquitetura ao nível dos fios em torno da região de impacto e uma arquitetura homogeneizada ou de tipo membrana em regiões de campos distantes. O nível de resolução de modelação diminui com a distância à zona de impacto. Isso resulta num modelo de elementos finitos com requisitos computacionais muito inferiores. Os fios são modelados com o auxílio de elementos finitos sólidos e casca. As impedâncias são combinadas com as interfaces criadas entre as várias regiões do modelo para evitar reflexões artificiais das ondas de deformação longitudinais. Uma abordagem sistemática é apresentada para determinar os parâmetros geométricos e materiais da zona homogeneizada. O modelo multiescala é extensivamente validado contra modelos de linha de base.

Para tornar possível a análise multiescala em casos nos quais a região de interesse para a localização de deformações não pode ser definida a priori, [Rodrigues, 2015] propôs uma técnica multiescala adaptativa. Nesta abordagem, usa-se a distribuição de tensões da escala macroscópica como um indicador para alterar a modelação das regiões críticas, substituindo-se a escala macro pela mesoescala durante a análise. Consequentemente, a malha macroscópica é automaticamente substituída por uma malha mesoscópica, onde o comportamento não linear está na iminência de ocorrer.

[Pindera et al., 2009] fornecem uma revisão crítica das várias abordagens micromecânicas que evoluíram ao longo do tempo. Começaram com uma estrutura básica para a solução de problemas de micromecânica independente da representação microestrutural e clarificaram os conceitos célula/unidade de repetição e VRE. Descreveram modelos clássicos, incluindo os modelos VRE disponíveis, e examinaram criticamente as suas limitações.

No presente trabalho procede-se a um estudo multiescala, considerando diferentes escalas. Com essas escalas, pretende-se cobrir um intervalo de valores relacionado com a possibilidade de considerar fibras isoladas ou feixes de fibras. Admitem-se neste último caso uma perfeita adesão entre elas. Constitui também um objetivo deste trabalho, a análise a diferentes micro-escalas, de geometrias da secção transversal das fibras, obtidas a partir do processamento de imagem de microscópio. A constituição de superfícies de resposta para algumas situações de carregamento para algumas fibras é ainda um obje-

tivo deste trabalho. Da pesquisa bibliográfica realizada, conclui-se que as abordagens já publicadas não focam os aspetos tratados neste trabalho.

Capítulo 2

Conceitos Fundamentais

2.1 Materiais Compósitos

2.1.1 Introdução

Os materiais compósitos têm vindo a mostrar-se cada vez mais populares para uma série de aplicações que incluem indústrias de grande exigência e visibilidade tecnológica como é o caso da aeronáutica e as indústrias espaciais e de defesa, ou outras como a indústria naval, automóvel, artigos desportivos, componentes elétricos e eletrónicos, construção civil, etc.

A Tabela 2.1 ilustra a importância das fibras na obtenção das elevadas propriedades mecânicas dos compósitos fibrosos em relação aos materiais idênticos na forma maciça. Ao analisarmos por exemplo a resistência específica e o módulo específico dos materiais compósitos relativamente aos materiais convencionais, constatar-se-á que os valores obtidos pelos primeiros são maiores do que os obtidos pelos materiais na forma maciça. Note-se ainda que, quanto maior for a resistência específica e o módulo específico dos compósitos em relação aos materiais convencionais, tal significa que há uma significativa redução no peso dos componentes podendo traduzir-se, em termos de desempenho, num melhor desempenho para um determinado peso, o que pode levar a uma poupança energética.

Por outro lado, os compósitos apresentam algumas desvantagens, são materiais de difícil reparação e a sua produção requer normalmente custos mais elevados. Para além disso, por exemplo os compósitos de matriz termoplástica existe uma maior dificuldade em impregnar completamente os reforços. No que diz respeito aos compósitos de matriz termoendurecíveis, sabe-se que possuem a desvantagem de não poderem ser reprocessados, pois a temperaturas elevadas degradam-se de forma irreversível.

Tabela 2.1: Propriedades de fibras e de materiais na sua forma maciça [Moura et al., 2011]

Material	Módulo de elasticidade, E (GPa)	Resistência à tração, σ_u (GPa)	Densidade, ρ (kg/dm ³)	Módulo específico, E/ρ	Resistência específica, σ_u/ρ
Fibras:					
Vidro E	72	3.5	2.54	28.5	1.38
Vidro S	87	4.3	2.49	35.0	1.70
Carbono (Pitch CP-)	690	2.2	2.15	321	1.00
Carbono (PAN C)	345	2.3	1.85	186	1.24
Boro	393	3.1	2.70	146	1.15
Silica	72.4	5.8	2.19	33	2.65
Tungstênio	414	4.2	19.3	21	0.22
Berílio	240	1.3	1.83	131	0.71
Kevlar 49	131	3.6	1.45	90	2.48
Materiais convencionais:					
Aço	210	0.34 - 2.1	7.8	26.9	0.043-0.27
Ligas de AL	70	0.14-0.62	2.7	25.9	0.052- 0.23
Vidro	70	0.7 - 2.1	2.5	28	0.28 - 0.84
Tungstênio	350	1.1 - 4.1	19.3	18.1	0.057- 0.21
Berílio	300	0.7	1.83	164	0.38

Na indústria automóvel, a Ford começou a introduzir os materiais compósitos nos seus modelos por volta dos anos 30. A Chevrolet nos anos 50 com a concessão de uma estrutura em fibra de vidro para o modelo Chevrolet Corvette. Nos anos 80, a McLaren International tornou-se a primeira equipa a introduzir os compósitos de carbono nos chassis do modelo MP4-1. Os chassis MP4-6, utilizados pela McLaren em 1991, apresentavam 75% do seu peso em materiais compósitos. Atualmente, conseguem-se atingir percentagens ainda mais elevadas, o que refere bem as potencialidades reconhecidas destes materiais [Moura et al., 2011].

Na indústria naval começaram a ser introduzidos compósitos modernos em aplicações estruturais por volta da década de 40. Nesta altura os materiais compósitos começam, também, a ser utilizados no setor aeroespacial. Neste setor, procura-se com o uso destes materiais garantir uma alta estabilidade dimensional e boa conectividade elétrica das antenas incorporadas em veículos espaciais a fim de se puder obter um bom desempenho no envio do sinal, sendo conseguido através de estruturas em carbono-epóxico.

No setor aeronáutico, o uso dos materiais compósitos iniciou-se por volta dos anos 60, sendo de realçar as aplicações em aeronaves militares (U.S.Air Force), como é o caso da cobertura dos estabilizadores horizontais dos F-14 e, posteriormente, por ordem histórica, nos estabilizadores verticais e leme dos F-15 e F-16, cobertura das asas do F-18, asa completa, estabilizadores e parte da fuselagem exterior do AV-8B. Também na aviação comercial, a utilização em larga escala de materiais compósitos nas estruturas contribui para uma redução significativa de peso permitindo deste modo um aumento da lotação dos aparelhos e, conseqüentemente, uma maior rentabilidade.

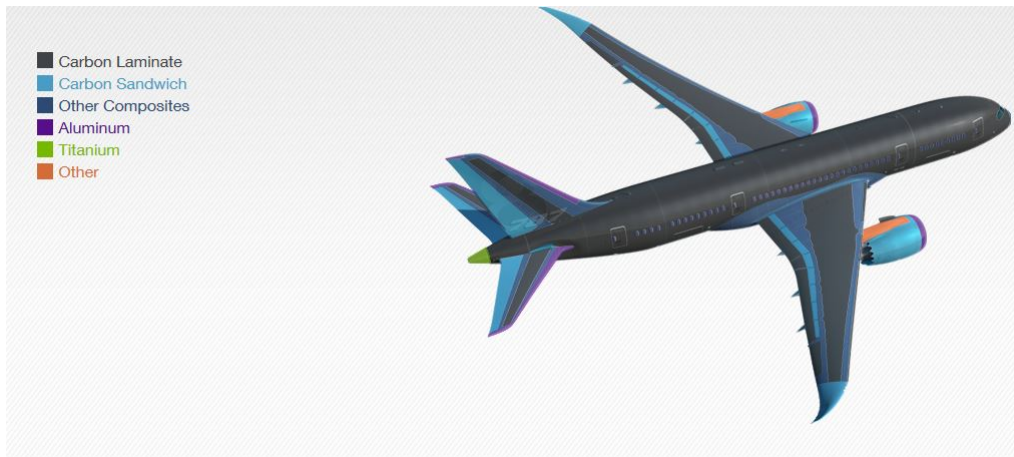


Figura 2.1: Utilização de materiais compósitos na Aeronave Boeing 787 Dreamliner [Boeing, 2016]

Conforme se pode observar na Figura 2.1, para o caso do Boeing 787, a utilização dos materiais compósitos corresponde a mais de 50% relativamente à utilização de outros materiais.

2.1.2 Conceito e Enquadramento

Um material diz-se compósito quando resulta da combinação de dois ou mais materiais numa escala macroscópica a fim de se obter melhores propriedades materiais em relação às propriedades dos materiais convencionais. Esta combinação produzirá materiais com propriedades desejáveis que não podem ser obtidas com qualquer um dos componentes individualmente [Reddy, 2004]. Estes materiais deverão ser imiscíveis, compatíveis quimicamente e possuir propriedades mecânicas complementares, de modo a proporcionar aos materiais resultantes, características únicas [Smith, 1998]. Para este efeito incorpora-se a uma fase contínua, habitualmente designada por matriz uma fase descontínua de reforço conforme se pode observar na Figura 2.2, para o caso de um compósito com reforço de fibras longas.

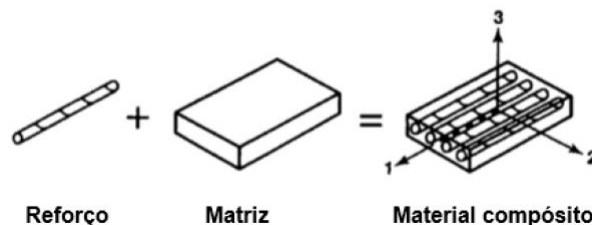


Figura 2.2: Fases de um material compósito (bi-fásico), adaptado de [Jones, 1999].

Em termos genéricos, os materiais compósitos consistem assim em materiais multifásicos que exibem uma proporção significativa das fases que o constituem, de forma a obter um melhor desempenho quando comparado com as fases constituintes isoladamente [Callister, 2007]. As fases constituintes são

materiais, que se classificam habitualmente em três grandes grupos: metais, cerâmicos e polímeros. Em geral, tem-se uma das fases mais rígida e resistente, a qual se denomina por reforço ou fase dispersa e uma fase menos rígida e menos resistente, a matriz ou fase contínua. Por vezes no caso de materiais multifásicos existe ainda uma terceira fase de reforço.

Dentre as vantagens e limitações dos materiais compósitos, podem-se citar alguns aspetos, tais como:

1. Micromecânicos: a introdução de fibras numa matriz confere elevada rigidez e resistência na direção das fibras;
2. Macromecânicos: a análise de meios anisótropos é mais complexa e requer maiores recursos computacionais;
3. Caracterização Mecânica: requer a determinação de diversas constantes elásticas e valores de resistência. Para tal é necessário do ponto de vista experimental, um número elevado de corpos de prova com diversas configurações de empilhamento, sob ação de diferentes tipos de carregamentos (tração, compressão e torção). Por vezes, são necessários outros ensaios que visam a determinação de parâmetros específicos para a verificação de modelos de Falhas Progressivas e da Mecânica de Fratura;
4. Projeto, Análise e Otimização: a possibilidade de projetar o material, o processo de produção e a estrutura;
5. Produção: os processos existentes permitem a fabricação de componentes de maior dimensão, o que reduz o número de montagens e junções. Contudo, são dependentes de mão de obra qualificada e, em geral, são processos cuja automatização e normalização são limitadas [Daniel and Ishai, 2006].

É ainda de destacar entre outros aspetos, a possibilidade de ter um alinhamento aleatório ou orientado dos reforços na fase dispersa que irá conferir diferentes propriedades mecânicas. A anisotropia inerente aos materiais compósitos possui aspetos negativos e positivos. Negativamente, destaca-se a dificuldade de previsão do comportamento mecânico, o que é evidenciado não só pelo comportamento mecânico real como pelos diversos modos de falha.

A dificuldade de previsão dos modos de falha devido à anisotropia inerente ao material reflete-se diretamente na confiabilidade dos componentes fabricados, o que é frequentemente ultrapassado através da utilização de coeficientes segurança [Anderson, 1995].

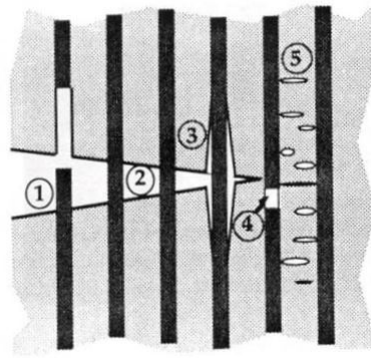


Figura 2.3: Modos de falha interlaminares [Anderson, 1995]

A ilustrar de forma sumária os principais mecanismos intralaminares associados a estes materiais temos a Figura 2.3 O mecanismo 1, conhecido por arranque da fibra (*pull-out*). Antes deste fenómeno pode ocorrer o fenómeno de *fiber-bridging* (mecanismo 2). Uma fraca interação reforço-matriz pode levar à falha de delaminação por *debonding* (mecanismo 3). O mecanismo 4 consiste na fratura da fibra. Por fim, o mecanismo 5, em que se ilustra a deterioração da fase contínua (matriz polimérica). Além dos mecanismos intralaminares, têm-se os mecanismos interlaminares, onde se destacam os modos de falha por delaminação. Nesses modos, as camadas adjacentes separam-se fisicamente devido às elevadas tensões normais ao plano da lâmina [Tita, 2003].

Apesar deste trabalho incidir sobre compósitos com reforço de fibras longas, os materiais compósitos podem no entanto ser de diferentes tipos, e assim classificar-se em três grandes grupos: os reforçados por partículas, os reforçados por fibras e os estruturais, conforme se pode observar no fluxograma da Figura 2.4.

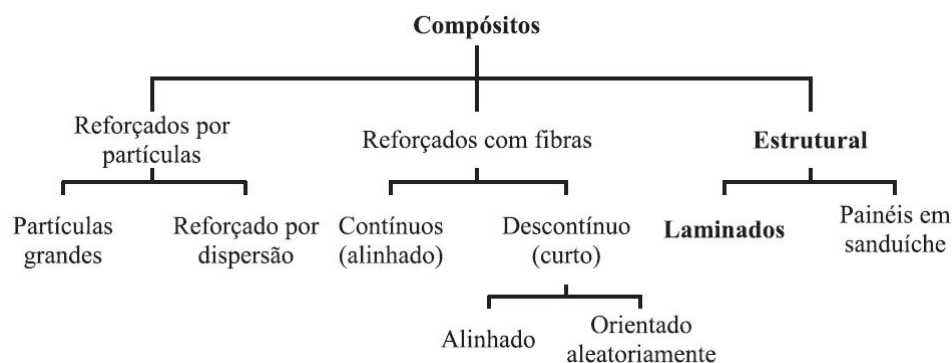


Figura 2.4: Classificação de compósitos[Callister, 2007]

Os materiais compósitos podem ser analisados em diferentes escalas de observação (Figura 2.5). Numa análise micromecânica, considera-se a interação entre as fases e pretende-se caracterizar o com-

portamento de uma lâmina ortotrópica em função das propriedades dos seus constituintes. Numa perspectiva macromecânica o estado de deformações e tensões é estudado no contexto de uma lâmina em que se trabalha com propriedades homogeneizadas. À escala da estrutura, recorreremos frequentemente a teorias de deformação e a métodos numéricos e/ou analíticos para obter uma previsão do comportamento global da estrutura [Daniel and Ishai, 2006].

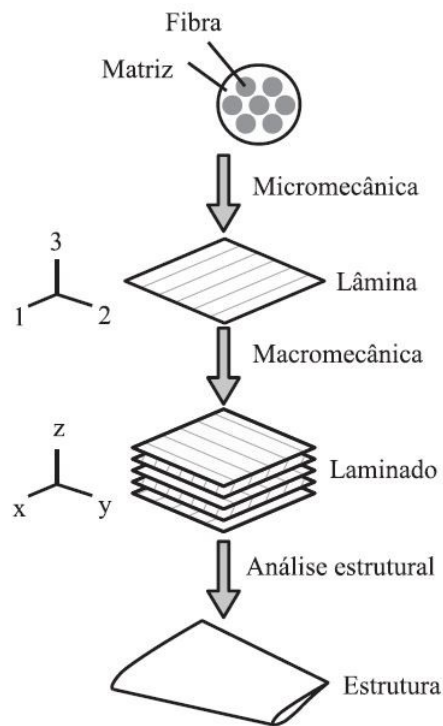


Figura 2.5: Níveis de observação e abordagens para compósitos [Daniel and Ishai, 2006]

2.1.3 Laminados e Fases Constituintes

Um compósito laminado é frequentemente constituído por um empilhamento de camadas de material compósito com reforço de fibras longas em que os ângulos de orientação das fibras poderão variar de camada para camada. Os laminados podem ainda ser constituídos por camadas de diferentes materiais [Jones, 1999].

Na Figura 2.6 pode-se observar em vista explodida as diferentes camadas de um laminado em que as fibras possuem diferentes ângulos de orientação.

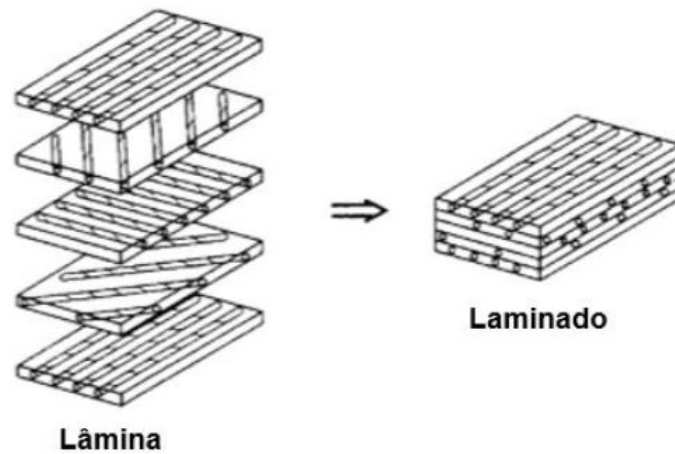


Figura 2.6: Constituição de um compósito laminado [Jones, 1999]

Uma vez que um compósito laminado pode ter muitas camadas, é necessário considerar uma nomenclatura para descrever a sua sequência de empilhamento. Cada camada é designada por um número que indica em graus o ângulo entre a direção das fibras e o eixo xx de referência (sentidos positivos dos eixos). Sucessivas camadas são separadas pelo símbolo $''/''$, se os seus ângulos forem diferentes. Camadas sucessivas com a mesma orientação são indicadas por um índice numérico. As camadas são designadas de forma sequencial, de acordo com o eixo de referência. Parêntesis rectos ou curvos indicam o início e o fim da sequência de empilhamento. O índice s indica simetria e n é o número de camadas, ou conjunto de camadas. Uma sequência $[0/90]_n$ denomina-se laminado cruzado (*cross-ply*), ver exemplos na Figura 2.7.

			0
			45
			90
			0
		90	45
		45	90
45		45	90
0	0	0	45
45	30	0	0
90	-30	45	90
90	-45	45	45
30	45	90	0
$[30/90_2/45/0/45]$	$[\pm 45/\mp 30/0]$	$[90/45_2/0]_s$	$[(0/45/90)_2]_s$ ou $[0/45/90]_{2s}$

Figura 2.7: Exemplos de Laminados [Roque, 2007]

Geralmente as propriedades de um compósito são funções complexas de vários parâmetros. As fases constituintes interagem de modo sinérgico na definição das propriedades do compósito, podendo apresentar desvios relevantes em relação aos resultados obtidos através da regra das misturas. As características químicas e de resistência da interface entre as fibras e a matriz do compósito são particularmente importantes para determinar as propriedades do mesmo. Uma característica dos compósitos é a sua anisotropia. O material diz-se anisotrópico quando as suas propriedades mecânicas, físicas, térmicas ou elétricas num ponto do material variam em função da direção. Em componentes fabricados a partir de compósitos reforçados por fibras contínuas, como laminados unidirecionais, bidirecionais ou multidirecionais, a presença da anisotropia pode trazer benefícios, pois pode-se planejar o material de modo que a maior resistência do componente aconteça na direção em que se verifica a tensão máxima em serviço. De facto, a vantagem principal destes compósitos está na capacidade de adequar características anisotrópicas do material através do projeto e do fabrico [Silva, 2014].

Uma grande variedade de materiais de reforço e de matrizes estão hoje disponíveis para o uso em materiais compósitos. A seleção de um reforço e de uma matriz para um compósito não é arbitrária, uma vez que as duas ou mais fases devem ser escolhidas equacionando a eficiência desejada para o material. No presente trabalho considerou-se uma matriz epoxídica e fibra de carbono enquanto elemento de reforço, dado serem fases constituintes de utilização corrente em aplicações em que se pretende um bom desempenho que em termos de resistência quer em rigidez, entre outros aspetos.

A Resina de Epóxido como Matriz

Na seleção da resina para fabrico de um compósito os principais fatores a considerar são: viscosidade, interação entre reforços e resina, cinética de cura, custo e capacidade de processamento. A viscosidade e a cinética de cura são importantes no processamento e a interação fibra/resina está relacionada com o desempenho do compósito.

Dentro das resinas termoendurecíveis, as resinas de epóxido são amplamente utilizadas em compósitos com fibra vidro ou carbono numa vasta gama de aplicações industriais devido às suas excelentes propriedades mecânicas e químicas. Apresentam alta resistência à tração e compressão e boa resistência química a solventes, além de baixo custo e facilidade de processamento. Estas propriedades mecânicas e químicas superiores são resultado do processo de cura, em que a resina é transformada num polímero com uma estrutura em rede tridimensional envolvendo segmentos da resina e do agente de cura [Riegel et al., 1999]. O processo de cura pode ser iniciado pelo uso de diversos agentes de cura ou endurecedores, como as aminas (alifáticas e aromáticas), anidridos, isocianatos e resinas de amino formaldeído [Thomas et al., 2007]. Contudo, as propriedades da resina curada dependem extensivamente da estrutura da resina e do endurecedor utilizado, da extensão de cura, além do tempo e da temperatura de cura [Zhang and Zhu, 2006].

A Fibra de Carbono como Reforço

Sob o ponto de vista de resistência mecânica, as fibras são os principais componentes utilizados para se fazer o reforço nos materiais compósitos, embora outras geometrias de reforços também possam ser utilizadas para este mesmo fim. As principais razões para esta utilização mais disseminada das fibras são três:

1. Dimensão do reforço: Quanto menor a dimensão de um material de reforço, menor o número médio de defeitos na sua secção transversal e maior a probabilidade de suportar carregamentos mecânicos, ou seja, maior a sua resistência;
2. Efeito microestrutural: Certos materiais ao serem processados de modo a serem produzidas fibras, podem ver a sua estrutura cristalina ou molecular orientada no sentido longitudinal aumentando a resistência da fibra obtida;
3. Efeito geométrico: A forma geométrica de uma fibra possui uma relação entre área de contacto e volume muito alta, permitindo uma transferência de esforços mais eficiente.

A fibra tem uma maior capacidade para suportar os carregamentos impostos do que a matriz, que é menos resistente. Esta capacidade é tanto maior quanto maiores forem, a relação entre o comprimento e diâmetro da fibra e a adesão interfacial entre fibra e matriz. As razões para uma mais utilização da

fibra de carbono são atribuídas à conjugação de várias características destas fibras, tais como: elevado módulo de elasticidade, baixa massa específica, elevada resistência à tração, resistência à fadiga, térmica e estabilidade dimensional [Callister, 2007].

2.2 Estudo do Comportamento Mecânico

2.2.1 Equações constitutivas de uma lâmina

Na formulação das equações constitutivas da lâmina é assumido que:

1. A lâmina é contínua sem apresentar impurezas ou espaços residuais ociosos;
2. Existe uma adesão perfeita entre as diferentes fases constituintes;
3. A lâmina apresenta um comportamento linear elástico.

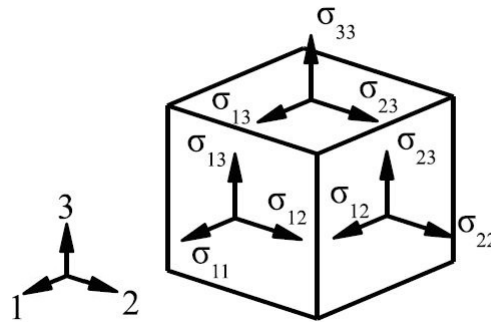


Figura 2.8: identificação das componentes de tensão, adaptado de [Reddy, 2004]

A lei de Hooke generalizada relaciona as componentes de tensão (Figura 2.8) com as componentes de extensão [Reddy, 2004]:

$$\sigma_{ij} = Q_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (2.1)$$

Em que σ_{ij} representa as componentes de tensão de Cauchy, ϵ_{kl} representa as componentes de deformação e Q_{ijkl} os coeficientes de rigidez elástica no referencial do material. O sistema da equação (2.1) contém 81 coeficientes elásticos do material, no entanto, devido à simetria entre σ_{ij} e σ_{ji} assim como ϵ_{kl} e ϵ_{lk} passam a ser 36 os coeficientes elásticos conforme se pode observar na equação (2.2).

Usando a notação de Voigt,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} & Q_{26} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} & Q_{36} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} & Q_{45} & Q_{46} \\ Q_{51} & Q_{52} & Q_{53} & Q_{54} & Q_{55} & Q_{56} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{63} & Q_{64} & Q_{65} & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{13} \\ 2\epsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Quando existe simetria mútua entre três planos ortogonais, o número de coeficientes elásticos reduz-se para 9 e estes materiais designam-se por ortotrópicos. Para este tipo de materiais as relações entre tensões e deformações assumem a seguinte forma [Reddy, 2004]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

Os coeficientes de rigidez elástica Q_{ij} são com os módulos de elasticidade E_{ij} , com os coeficientes de Poisson ν_{ij} e com os módulos de distorção G_{ij} , através de [Reddy, 2004]:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_1 \cdot \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta} \\ Q_{22} &= E_2 \cdot \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\Delta} \\ Q_{33} &= E_3 \cdot \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\Delta} \\ Q_{12} &= E_2 \cdot \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{\Delta} \\ Q_{13} &= E_3 \cdot \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{\Delta} \\ Q_{23} &= E_3 \cdot \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{\Delta} \\ Q_{44} &= G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13}, \quad Q_{66} = G_{12} \\ \Delta &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2 \cdot \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.2.2 Sistema de coordenadas global e local

As relações anteriores são escritas no sistema de coordenadas do material, o referencial local x_1, x_2, x_3 . No caso de um material compósito, constituído por várias lâminas, torna-se necessário utilizar o referencial do laminado x, y, z .

Tendo em consideração os referenciais apresentados na Figura 2.9, o estado de tensão no referencial do laminado pode ser obtido a partir do estado de tensão no referencial do material(ou da camada), por intermédio de uma matriz de transformação, $[T]$:

$$\{\sigma\}_e = [T] \cdot \{\sigma\}_m \quad (2.5)$$

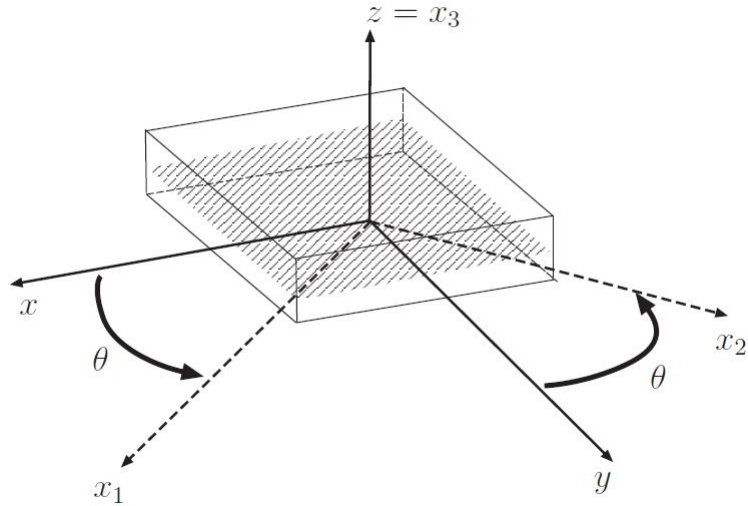


Figura 2.9: Sistema de coordenadas do material, x_1, x_2, x_3 e do laminado, x, y, z [Reddy, 2004]

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & -\sin 2\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & \sin 2\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

No caso das deformações, tem-se:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ 2\epsilon_{yz} \\ 2\epsilon_{xz} \\ 2\epsilon_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & \sin\theta\cos\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \sin 2\theta & -\sin 2\theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Decorrendo destas relações, e tendo em consideração a relação constitutiva no referencial do laminado, obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{31} & \bar{Q}_{32} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

em que os coeficientes de rigidez elástica transformados \bar{Q}_{ij} são dados por:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}m^4 + (2(Q_{12} + 2Q_{66}))n^2m^2 + Q_{22}n^4 \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})n^2m^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) \\ \bar{Q}_{13} &= Q_{13}m^2 + Q_{23}n^2 \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}n^4 + (2(Q_{12} + 2Q_{66}))n^2m^2 + Q_{22}m^4 \\ \bar{Q}_{23} &= Q_{13}n^2 + Q_{23}m^2 \\ \bar{Q}_{33} &= Q_{33} \\ \bar{Q}_{44} &= Q_{44}m^2 + Q_{55}n^2 \\ \bar{Q}_{55} &= Q_{44}n^2 + Q_{55}m^2 \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})n^2m^2 + Q_{66}(m^4 + n^4) \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})m^3n + (2Q_{66} + Q_{12} - Q_{22})mn^3 \\ \bar{Q}_{26} &= (2Q_{66} + Q_{12} - Q_{22})m^3n + (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})mn^3 \\ \bar{Q}_{36} &= (Q_{13} - Q_{23})mn \\ \bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44})mn \end{aligned} \quad (2.9)$$

em que $m = \cos\theta$ e $n = \sin\theta$. Em que a relação entre estes coeficientes e os coeficientes de rigidez elástica Q_{ij} é então dada por:

$$[\bar{Q}] = [T][Q][T]^T \quad (2.10)$$

2.2.3 Determinação das Propriedades Homogéneas Equivalentes

A análise micromecânica diz respeito ao estudo do comportamento de um material compósito no qual a interação dos seus constituintes é examinada numa escala microscópica para se determinar os seus efeitos nas propriedades do material compósito [Jones, 1999], ou seja, a micromecânica pretende saber qual a relação entre as propriedades do material compósito e as propriedades dos seus constituintes.

Neste contexto assume-se que o material compósito é heterogéneo, que há uma perfeita adesão entre as fibras e a matriz; as fibras são paralelas e uniformemente distribuídas e que a matriz e as fibras são

isotrópicas e obedecem à lei de Hooke.

Utilizando o modelo de Voigt é possível determinar o módulo de elasticidade longitudinal, E_1 . Determinado a partir da análise de uma célula elementar bidimensional (Figura 2.10), solicitada na direção longitudinal. As suas dimensões devem reproduzir a fração de volume de fibra V_f e da matriz V_m , como se pode observar pelas expressões (2.11) [Moura et al., 2011].

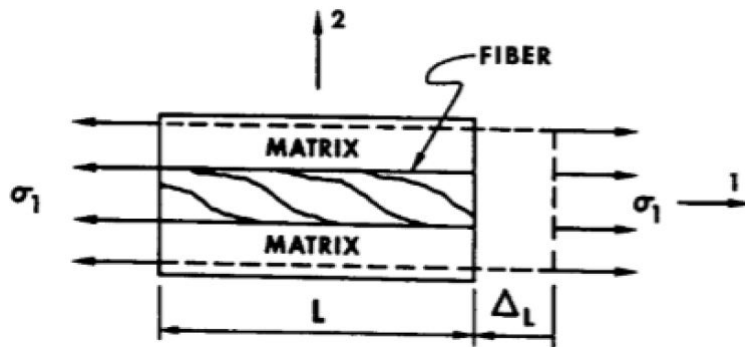


Figura 2.10: Vista no plano x_1, x_2 do volume representativo elementar sob solicitação na direção longitudinal para determinação do módulo de elasticidade longitudinal [Jones, 1999]

$$V_f = \frac{A_f}{A_f + A_m}, \quad V_m = \frac{A_m}{A_f + A_m} \quad (2.11)$$

em que A_f e A_m são respetivamente a área da fibra e a área da matriz, de acordo com a Figura 2.10

Assim, quando solicitada nesta direção, o volume elementar sofre uma deformação longitudinal Δl . Assume-se que nas zonas suficientemente afastadas dos pontos de aplicação da carga, a extensão longitudinal (ϵ_{f1}) é igual para a fibra e para a matriz, conforme se mostra na equação (2.12) [Jones, 1999],

$$\epsilon_{f1} = \epsilon_{m1} = \epsilon_1 = \frac{\Delta l}{L} \quad (2.12)$$

A força total sob o volume elementar é dividida pela a fibra e pela matriz desta forma,

$$\sigma_1(A_f + A_m) = \sigma_{f1}A_f + \sigma_{m1}A_m \quad (2.13)$$

No qual,

$$\sigma_1 = E_1\epsilon_1 \quad \sigma_{f1} = E_f\epsilon_{f1} \quad \sigma_{m1} = E_m\epsilon_{m1} \quad (2.14)$$

Substituindo as expressões (2.14) na equação (2.13), obtém-se a seguinte expressão (2.15) conhecida por Lei das Misturas.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2.15)$$

Também através do modelo de Voigt é possível determinar-se o coeficiente de Poisson, ν_{12} , a partir da análise a um volume elementar conforme se apresenta na Figura 2.11.

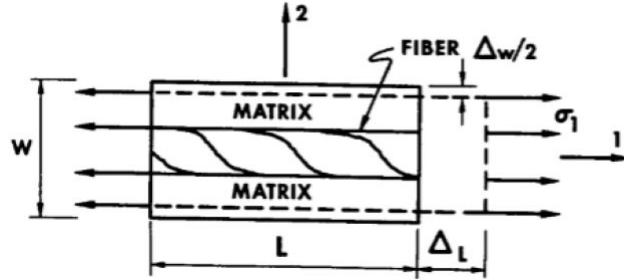


Figura 2.11: Vista no plano x_1, x_2 do volume representativo elementar sob solitação na direção longitudinal para determinação do coeficiente de Poisson [Jones, 1999]

Assumindo que as extensões longitudinais sejam iguais tanto para a fibra como para a matriz, a variação total da dimensão transversal W é dada pela equação (2.16) [Jones, 1999].

$$\Delta W = W_f \epsilon_{f2} + W_m \epsilon_{m2} \quad (2.16)$$

Onde,

$$\epsilon_{f2} = -\nu_f \epsilon_1 \quad \epsilon_{m2} = -\nu_m \epsilon_1 \quad \epsilon_2 = -\nu_{21} \epsilon_1 \quad (2.17)$$

A extensão transversal (ϵ_2) é dada por,

$$\epsilon_2 = \frac{\Delta W}{W} \quad (2.18)$$

Substituindo a expressão (2.18) na equação (2.16) obtém-se (2.19),

$$\epsilon_2 = V_f \epsilon_{f2} + V_m \epsilon_{m2} \quad (2.19)$$

Usando a expressão (2.17) na equação (2.19) obtém-se por fim a previsão para o coeficiente de Poisson (2.20).

$$\nu_{12} = V_f \nu_f + V_m \nu_m \quad (2.20)$$

A partir do modelo de Reuss que considera o mesmo volume elementar, mas agora sob uma solitação na direção transversal, perpendicular à direção das fibras, conforme se observa na Figura 2.12

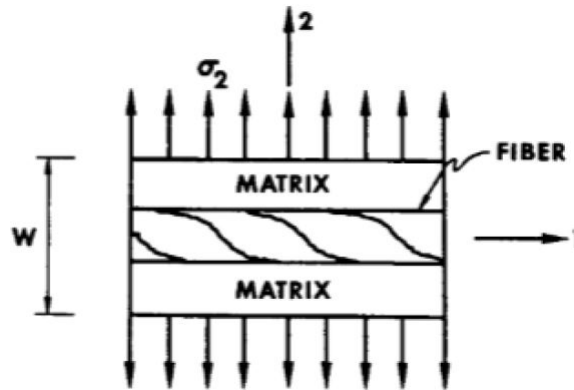


Figura 2.12: Vista no plano x_1, x_2 do volume representativo elementar sob solitação na direção transversal para determinação do módulo de elasticidade transversal [Jones, 1999]

Assumindo agora que a tensão na direção transversal é igual na fibra e na matriz, e expressa pela equação (2.21) [Jones, 1999].

$$\sigma_{f2} = \sigma_{m2} = \sigma_2 \quad (2.21)$$

Onde,

$$\sigma_2 = E_2 \epsilon_2 \quad \sigma_{f2} = E_f \epsilon_{f2} \quad \sigma_{m2} = E_m \epsilon_{m2} \quad (2.22)$$

Utilizando as equações (2.22) e (2.19), obtém-se a expressão conhecida pelo Modelo de Reuss (2.23).

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f} \quad (2.23)$$

Por outro lado através do modelo de Reuss é possível ainda determinar-se o módulo de distorção, G_{12} . Conforme se pode observar pela Figura 2.13, o módulo de corte é deduzido também através de uma situação de carga, em que se assume que as tensões de corte na matriz são iguais às das fibras como indicado na equação (2.25) e a deformação total causada pelo efeito da tensão de corte é dada pela expressão (2.26) [Jones, 1999].

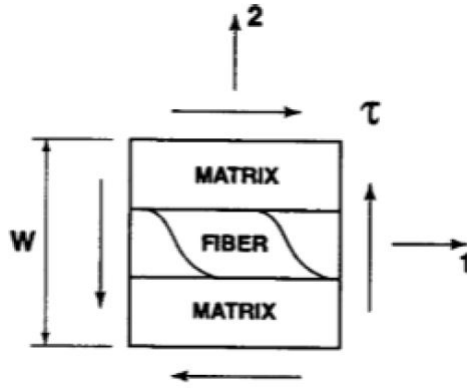


Figura 2.13: Vista no plano x_1, x_2 do volume representativo elementar sob solicitação no plano 12 [Jones, 1999]

Adicionalmente, o módulo de corte (ou distorção) é o quociente entre uma tensão de corte e a correspondente distorção [Reddy, 2004].

$$\tau_{f12} = \tau_{m12} = \tau_{12} \quad (2.24)$$

$$\Delta = \gamma \cdot W = W_f \cdot \gamma_{f12} + W_m \cdot \gamma_{m12} \quad (2.25)$$

$$\gamma_{f12} = \frac{\tau_{f12}}{G_{f12}} \quad \gamma_{m12} = \frac{\tau_{m12}}{G_{m12}} \quad (2.26)$$

A partir das relações anteriores define-se:

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad (2.27)$$

Utilizando as expressões anteriores obtém-se a equação do módulo de corte longitudinal (2.28).

$$G_{12} = \frac{G_{f12}G_m}{G_{f12}V_m + G_mV_f} \quad (2.28)$$

2.3 Processamento de Imagem

O processamento de imagem desenvolveu-se significativamente a partir da década de 60, com o aparecimento de computadores digitais de 3ª geração que possibilitaram a aplicação de conceitos teóricos. A investigação espacial foi a grande responsável pelo seu rápido desenvolvimento e difusão em outras áreas de aplicação. Na década de 70 e com o aparecimento dos primeiros sistemas de diagnósticos assistidos por computadores através da imagem, não só a então designada Tomografia Axial Computorizada como também para sistemas de Medicina Nuclear e Ultrassonografia, vieram demonstrar a importância do processamento de imagem na área da Medicina [Pereira and Rafael, 1992].

A área de processamento de imagem coloca à disposição do utilizador um conjunto de ferramentas permitindo o tratamento e manipulação de imagens de acordo com os objetivos pretendidos. Desde o pré-processamento das imagens, permitindo a redução do ruído ou a melhoria do contraste, à identificação de características de componentes da imagem, através da codificação de contornos ou correspondência de formas, existe todo um conjunto de algoritmos que podem ser utilizados [Gonzalez and Woods, 2002]. Descrevem-se em seguida alguns aspetos e técnicas fundamentais, utilizadas no âmbito desta tese.

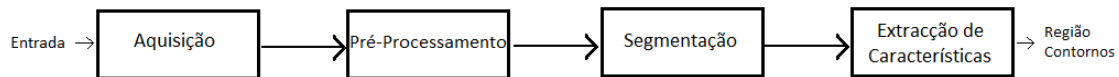


Figura 2.14: Classificação do processamento de imagem, adaptado [Duda et al., 2000]

2.3.1 Pré-Processamento e Segmentação

Histograma

A base de várias técnicas de processamento de imagem no domínio espacial é o histograma. O histograma fornece a descrição global da imagem. A manipulação do histograma pode ser utilizada para o melhoramento de imagem. Uma imagem com baixo contraste irá originar um histograma estreito e centrado na escala de cinzentos, por outro lado, uma imagem com alto contraste cobre uma larga variedade de valores, relativamente à intensidade de cada pixel e a distribuição dos pixels é quase uniforme.

O histograma acaba por ser uma representação da distribuição da frequência de ocorrência de um conjunto de números. O histograma de uma imagem digital com níveis de cinzentos no intervalo $[0, L - 1]$ sendo uma função discreta (2.29), onde r_k representa o nível de cinzento e n_k o número de pixels na imagem com esse valor de intensidade [Gonzalez and Woods, 2002].

$$h(r_k) = n_k \quad (2.29)$$

Existem alguns indicadores que podem ser retirados do histograma, tais como o nível global de intensidade, a gama dinâmica, o contraste, informação estática (média, desvio padrão, etc.)

A equalização de histograma é uma técnica que consiste no ajustamento da escala de cinzentos de uma imagem para que o histograma da imagem de entrada seja mapeado num histograma uniforme, cobrindo toda a gama dinâmica disponível. Sendo o objetivo da equalização de histograma a obtenção de um histograma uniforme a partir de uma imagem inicial, sendo r , um valor variável no intervalo de $[0 : 1]$, que indica o nível de cinzento de uma imagem, sendo $r = 0$ o preto e $r = 1$ o branco, a transformação:

$$s = T(r) \quad (2.30)$$

produz um nível s para cada pixel na imagem original r , $T(r)$ uma função monótona crescente, que toma valores entre 0 e 1 [Acharya and Ray, 2005].

Segmentação

Segmentação de imagem tem como finalidade subdividir uma imagem nos objetos ou regiões que a constituem, onde os pixels em cada região possuem um conjunto idêntico de propriedades ou atributos. Estes atributos podem incluir níveis de contraste, valores espectrais ou propriedades de textura. A imagem segmentada será então definida por um conjunto de regiões que estão ligadas mas não sobrepostas, de forma a que cada pixel na imagem pertença apenas a uma região. Cada região está normalmente associada a entidades físicas como por exemplo uma pessoa numa imagem de videovigilância.

Os algoritmos clássicos utilizados em segmentação de imagem são baseados numa das duas propriedades básicas dos valores de intensidade: descontinuidade e similaridade. No primeiro caso, a segmentação é baseada em mudanças bruscas nos valores de intensidade dos pixels da imagem. Esta característica ocorre normalmente nas fronteiras do objeto gerando imagens com contornos. No segundo caso, a segmentação de imagem é baseada na sua partição em regiões semelhantes de acordo com um conjunto de critérios predefinidos [Acharya and Ray, 2005], [Gonzalez and Woods, 2002].

Deteção de contornos

Para a deteção de contornos é necessária a utilização de operadores que sejam sensíveis à alteração de níveis de intensidade e que consigam suprimir áreas de níveis de cinzento constantes. Enquanto os filtros de média suprimem estruturas com variações altas, a deteção de contornos requer uma operação de fil-

tragem que influencie a mudanças nos valores de cada pixel e que anulem áreas com valores constantes, sendo os operadores derivativos adequados para esta função. Operadores de derivada de primeira ordem apresentam um extremo no contorno, enquanto operadores de derivada de segunda ordem passam por zero onde o contorno tem o maior declive. A detecção de contornos é baseada numa diferenciação. Numa imagem discreta, a diferenciação é substituída por diferenças discretas, sendo que os erros associados a esta diferenciação devem ser considerados. Os erros mais comuns são a detecção de contornos anisotrópica, quando os contornos não são detetados igualmente em todas as direções, e erros na estimativa da direção dos contornos [Bernd, 2005]. Filtros derivativos de primeira ordem produzem imagens com contornos mais espessos. Por outro lado, filtros derivativos de segunda ordem têm melhor resposta ao detalhe mais fino, tais como linhas com menor espessura ou pontos isolados [Gonzalez and Woods, 2002].

Operadores de Gradiente

Para detetar estruturas em imagens, tais como contornos e linhas, são usados filtros de forma a extrair as derivadas da imagem. Os operadores de Canny, Prewitt, Sobel e Roberts são exemplos de tipos de filtros que fornecem o valor absoluto de um gradiente de várias formas. Neste presente trabalho optou-se pelo operador de Canny, com base em resultados obtidos por [Dias et al., 2011].

Os operadores de gradiente detetam contornos através do cálculo do máximo e do mínimo na primeira derivada da imagem. A derivada mostra o máximo localizado no centro do contorno no sinal/imagem original. Este método de localização de contorno é característico dos filtros de gradiente. O gradiente de uma imagem $f(x,y)$ em (x,y) é definido por:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Os pontos de contorno apresentam valores do módulo de gradiente elevados, permitindo classificar um ponto ou não de contorno se ultrapassar um certo limiar [Maturana, 2010].

Canny

[Canny, 1986] desenvolveu um processo de detecção de extremidades a partir de critérios de quantificação de desempenho de operadores de extremidades conhecidos como: critério de detecção e critério de localização. Estes critérios de desempenho ainda estão sujeitos ao critério de resposta múltipla, que corresponde ao fato de que deve existir na saída do operador, uma única resposta para um único contorno. Para que os critérios sejam aproximadamente atendidos, Canny aproxima o operador ótimo, obtido a partir dos três critérios de desempenho, pela primeira derivada da função Gaussiana. Em complemento a este operador, foi proposto um processo chamado supressão não máxima (supressão de valores de pixels

que não sejam máximos locais na direção transversal à extremidade), que causaria um afinamento da extremidade, atendendo à injeção de resposta múltipla, e uma limiarização adaptativa (histerese), para eliminar a fragmentação dos contornos das extremidades, conforme se pode observar pela Figura 2.15.

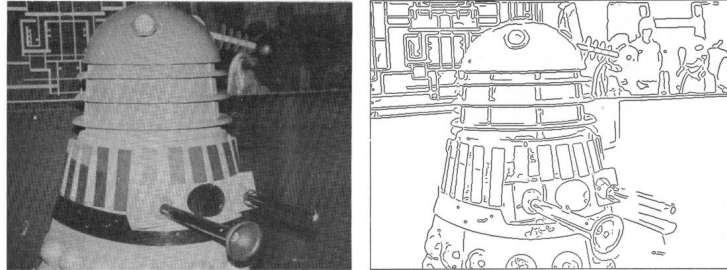


Figura 2.15: Exemplo da aplicação do detetor de contornos de Canny [Canny, 1986]

Dada a sua importância, os detetores de extremidade (step edge detectors) fazem parte de muitos sistemas de visão assistida por computador. As suas aplicações são diversas e uma das principais características é a redução drástica da quantidade de dados a serem processados, preservando informações estruturais importantes sobre a fronteira dos objetos.

Transformada de Hough

A Transformada de Hough é utilizada para a detecção de distribuições de pixels que sejam representadas por funções paramétricas como por exemplo retas ou circunferências. Para a detecção de curvas paramétricas de circunferências numa imagem, utiliza-se um processo de votação onde os votos são atribuídos aos pontos de passagem dos possíveis círculos existentes na imagem. Os votos são contabilizados numa matriz de acumulação de votos, sendo que a detecção de um possível círculo é obtida quando um valor máximo é obtido no acumulador de votos conforme se pode observar na Figura 2.16 [Gonzalez and Woods, 2002].

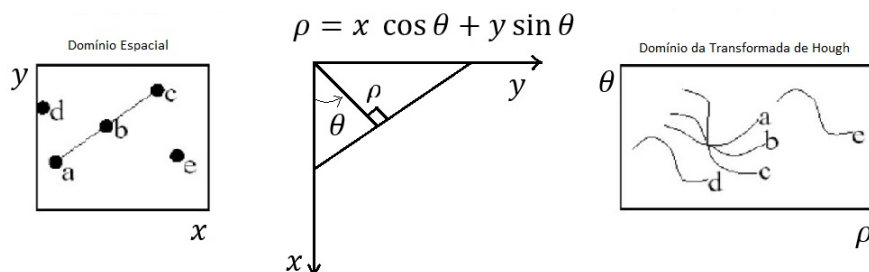


Figura 2.16: Curva paramétrica de uma reta existente no domínio espacial para o domínio da Transformada de Hough, adaptado [Duarte, 2003]

2.3.2 Extração de Características

Quando uma informação é relevante para quantificar ou qualificar o objeto comparativamente com outros, esta informação pode ser considerada uma característica do objeto. A extração de características acaba por ser um processo de aquisição e transformação das características do objeto. Esta transformação estabelece uma relação entre um espaço físico, no qual o objeto se encontra e um espaço lógico e computacional, onde as características são representadas e definidas de forma conveniente, como por exemplo números, vetores e símbolos [Ribeiro, 2014].

A transformação representacional é ilustrada na Figura 2.17. A notação de teoria dos conjuntos foi utilizada para representar o espaço físico e o espaço vetorial de características, como conjuntos onde os elementos são, respetivamente, indivíduos e vetores de características. O elemento I_j no espaço físico representa um indivíduo j e X_i representa um vetor de índice i , onde cada componente é uma característica. Os indivíduos do espaço físico são relacionados aos vetores de características por uma relação de transformação, definida como o processo de extração de características.

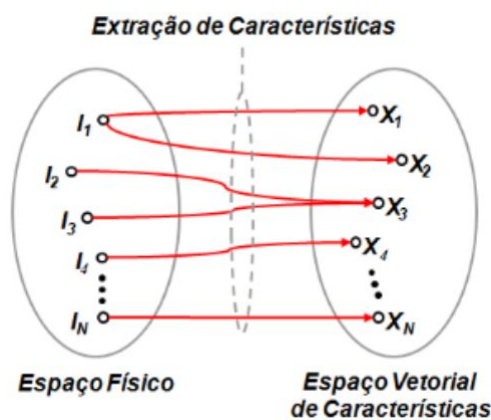


Figura 2.17: Extração de características definida como uma relação entre indivíduos do espaço físico e vetores de características definidos num espaço vetorial [Ribeiro, 2014].

O resultado da extração de características está sujeito às incertezas de diversas fontes, tais como o processo de medição, a disponibilidade de dados e as condições do ambiente. Por este motivo, as representações são variáveis aleatórias e as suas análises e descrições envolvem processos e métodos estatísticos [Ribeiro, 2014].

2.4 Modelo Matemático

2.4.1 Introdução

Um problema de valor de contorno consiste numa equação diferencial, verificada numa região, e nas condições admitidas na fronteira dessa região dada. Normalmente, as condições na fronteira traduzem o comportamento esperado da função solução e/ou das suas derivadas na fronteira do domínio. Esta descrição corresponde à formulação clássica do problema. A função solução pode ser obtida analiticamente, quando possível, ou através de métodos numéricos, usando Método dos Elementos Finitos (MEF), como é o caso aqui. O objetivo é formular o problema através de formulações variacionais ([Zienkiewicz et al., 2013b],[Zienkiewicz et al., 2013a]), envolvendo equações com integrais. Pode-se chegar à formulação variacional do problema de várias maneiras, como por exemplo, através dos princípios dos trabalhos virtuais e da energia potencial mínima, em problemas estruturais. Na elasticidade tridimensional, o campo de deslocamentos $u = (u_x, u_y, u_z)$ é uma função vetorial de três componentes, e as tensões e deformações são representadas pelos seus tensores completos.

2.4.2 Formulação Clássica do Problema de Elasticidade Tridimensional

Dados $\vec{f} = (f_1, f_2, f_3)$, $\vec{t} = (\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3)$ e $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3)$ e Ω uma região limitada no espaço, o campo de deslocamentos $u = (u_1, u_2, u_3)$ verifica as equações (2.32) - (2.36)

$$\mathcal{L}^t \sigma + \vec{f} = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (\text{equações de equilíbrio}) \quad (2.32)$$

$$\sigma = Q\varepsilon \quad (\text{relações constitutivas}) \quad (2.33)$$

$$\varepsilon = \mathcal{L}u \quad (\text{deformações}) \quad (2.34)$$

$$\sigma n = \vec{t} \quad \text{em } \Gamma_q \quad (\text{condições de fronteira naturais}) \quad (2.35)$$

$$u = \bar{u} \quad \text{em } \Gamma_u \quad (\text{condições de fronteira essenciais}) \quad (2.36)$$

Enquanto que no problema bidimensional a fronteira é uma linha, no problema tridimensional a fronteira $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_q$ é uma superfície, onde é possível definir uma normal externa $n = (n_1, n_2, n_3)$. Considerando as deformações lineares elásticas, os tensores completos de tensões e deformações são:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

As relações entre deformações deslocamentos envolvem o operador diferencial \mathcal{L} , com derivadas parciais em relação a x , y e z , descrito em (2.39)

$$\varepsilon = \mathcal{L}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{L} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Para um material ortotrópico, considerando um regime linear elástico, a relação constitutiva no referencial do material corresponde à relação (2.40), usando a notação vetorial condensada de Voigt.

$$\sigma = Q \varepsilon \quad (2.40)$$

Com

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

onde

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} \\ \frac{\partial u_2}{\partial y} \\ \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial y} \right) \\ \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{12} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{13} \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ Q_{21} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{22} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{23} \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ Q_{31} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{32} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{33} \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ Q_{44} \left(\frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial y} \right) \\ Q_{55} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) \\ Q_{66} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

2.4.3 Formulação fraca do problema elástico

Na aplicação do método dos elementos finitos para a resolução do presente problema elástico, necessitamos de reduzir a ordem máxima das derivadas parciais nas equações que regem o problema. Usando técnicas variacionais obtemos uma equação integral conducente a um sistema de equações algébricas simétrico.

Com vista à obtenção da formulação fraca, ou variacional, do problema elástico vamos considerar a equação vetorial (2.32) escrita na forma:

$$-\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \vec{f} \quad (2.44)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z} = f_1 \\ -\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial z} = f_2 \\ -\frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial z} = f_3 \end{array} \right. \quad (2.45)$$

Além da solução u vamos precisar da função teste $v = (v_1, v_2, v_3)$, ambas consideradas no espaço vetorial das funções admissíveis (onde são verificadas as condições de fronteira essenciais ou de Dirichlet e assumidas as condições suficientes à existência dos integrais a obter). Assim, multiplicamos

(vetorialmente) v a ambos os membros de (2.44) e integramos sobre Ω

$$\begin{aligned}
& - \iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z} \right) v_1 d\Omega - \iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial z} \right) v_2 d\Omega \\
& - \iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial z} \right) v_3 d\Omega = \iiint_{\Omega} (f_1, f_2, f_3) \cdot \vec{v} d\Omega \quad (2.46)
\end{aligned}$$

Vamos agora simplificar o 1º membro da equação (2.46), integramos por partes e aplicamos as condições de fronteira, pelo que obtemos

$$- \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{11} v_1}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12} v_1}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{13} v_1}{\partial z} d\Omega = \iiint_{\Omega} \sigma_{11} \frac{\partial v_1}{\partial x} + \sigma_{12} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \sigma_{13} \frac{\partial v_1}{\partial z} d\Omega \quad (2.47)$$

Integral sobre a fronteira é nulo porque supomos a função v nula na fronteira, para cumprir as condições de fronteira de Dirichlet .

$$- \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{21} v_2}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22} v_2}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{23} v_2}{\partial z} d\Omega = \iiint_{\Omega} \sigma_{21} \frac{\partial v_2}{\partial x} + \sigma_{22} \frac{\partial v_2}{\partial y} + \sigma_{23} \frac{\partial v_2}{\partial z} d\Omega + 0 \quad (2.48)$$

$$- \iiint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{31} v_3}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{32} v_3}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{33} v_3}{\partial z} d\Omega = \iiint_{\Omega} \sigma_{31} \frac{\partial v_3}{\partial x} + \sigma_{32} \frac{\partial v_3}{\partial y} + \sigma_{33} \frac{\partial v_3}{\partial z} d\Omega + 0 \quad (2.49)$$

Somando todos os termos anteriores obtém-se uma expressão para o 1º membro da equação (2.46).

$$\begin{aligned}
& \iiint_{\Omega} \sigma_{11} \cdot \frac{\partial v_1}{\partial x} + \sigma_{22} \frac{\partial v_2}{\partial y} + \sigma_{33} \cdot \frac{\partial v_3}{\partial z} d\Omega + \\
& \iiint_{\Omega} \sigma_{12} \cdot \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} \right) + \sigma_{13} \cdot \left(\frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial v_3}{\partial x} \right) + \sigma_{23} \cdot \left(\frac{\partial v_2}{\partial z} + \frac{\partial v_3}{\partial y} \right) d\Omega \quad (2.50)
\end{aligned}$$

Finalmente, usando a relação (2.43) obtemos

$$\begin{aligned}
K = & \iiint_{\Omega} \left(Q_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{12} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{13} \frac{\partial u_3}{\partial z} \right) \frac{\partial v_1}{\partial x} + \\
& \left(Q_{21} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{22} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{23} \frac{\partial u_3}{\partial z} \right) \frac{\partial v_2}{\partial y} + \\
& \left(Q_{31} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{32} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{33} \frac{\partial u_3}{\partial z} \right) \frac{\partial v_3}{\partial z} + \\
& Q_{66} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} \right) + \\
& Q_{55} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial v_3}{\partial x} \right) + \\
& Q_{44} \left(\frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v_2}{\partial z} + \frac{\partial v_3}{\partial y} \right) d\Omega
\end{aligned} \tag{2.51}$$

$$K = \iiint_{\Omega} \begin{bmatrix} Q_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{12} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{13} \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ Q_{21} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{22} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{23} \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ Q_{31} \frac{\partial u_1}{\partial x} + Q_{32} \frac{\partial u_2}{\partial y} + Q_{33} \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ Q_{44} \left(\frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial y} \right) \\ Q_{55} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) \\ Q_{66} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial x} \\ \frac{\partial v_2}{\partial y} \\ \frac{\partial v_3}{\partial z} \\ \left(\frac{\partial v_2}{\partial z} + \frac{\partial v_3}{\partial y} \right) \\ \left(\frac{\partial v_3}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial z} \right) \\ \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} \right) \end{bmatrix} d\Omega \tag{2.52}$$

ou seja

$$K = \iiint_{\Omega} (Q \varepsilon)^T \cdot (\varepsilon) d\Omega \tag{2.53}$$

Desta forma a solução u do problema (2.32) - (2.36) pode ser descrito pela equação (2.53), para qualquer função teste v com condições essenciais homogêneas. Por esta razão, será a equação (2.53) que iremos usar na implementação do método dos elementos finitos com o programa FreeFem++.

Capítulo 3

Metodologia

Apresentam-se neste capítulo alguns aspetos que permitem evidenciar o fluxo de procedimentos utilizados na elaboração dos cálculos realizados para a presente dissertação.

3.1 Análise Multi-escala

Para a realização da análise multi-escala foram sempre consideradas duas etapas: uma primeira referente à designada análise macro (ao nível da placa como um todo) e uma segunda respeitante à análise ao nível do volume elementar que poderá por sua vez dizer respeito a uma escala 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} ou 10^{-6} .”

Para a análise macro foi necessário utilizar a regra das misturas de modo a obtermos as propriedades médias equivalentes. As placas analisadas são quadradas, possuindo diferentes relações de aspeto a/h , sendo uma maioria dos casos simplesmente apoiadas. Procedeu-se então à análise estática de elementos finitos de modo a caracterizar a deformada transversal da placa, admitindo que a mesma é construída de um material equivalente.

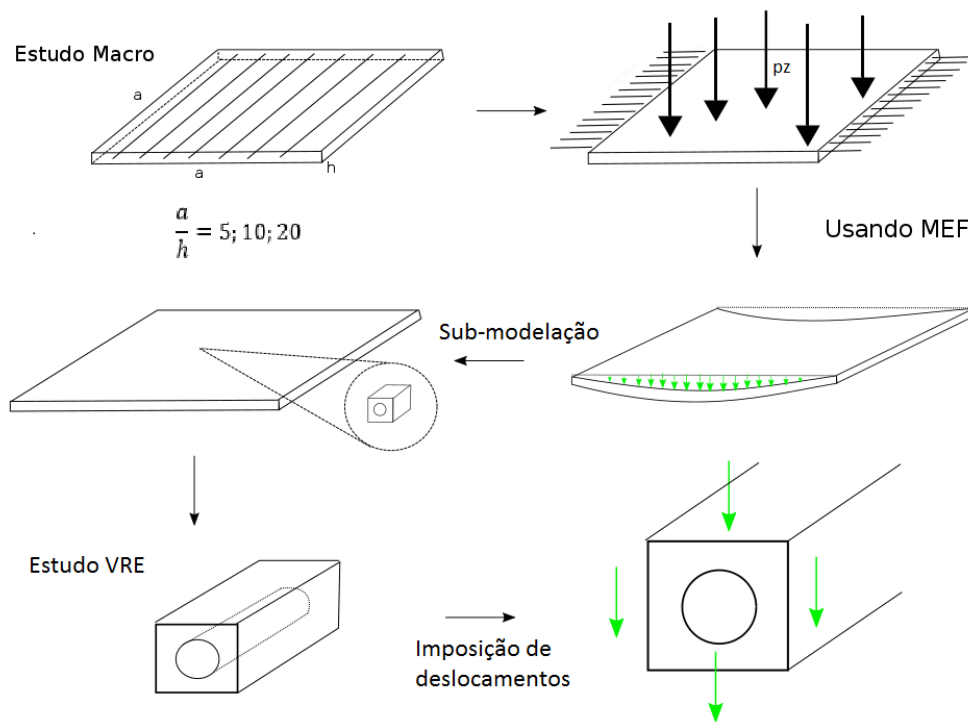


Figura 3.1: Sequência das análises às diferentes escalas

Na sequência desta análise, e utilizando uma técnica de sub-modelação, extraiu-se um volume elementar de diferentes localizações de modo a realizar uma análise a uma escala menor (10^{-3}) a (10^{-6}), representada na Figura 3.1. Nestes casos foram já utilizadas as propriedades de fibra e da matriz. Em qualquer destas escalas de análise foram calculados deslocamentos e tensões.

Foram consideradas três hipóteses de estudo, diferentes orientações da fibra bem como três espessuras da placa com $a/h=5,10,20$. Sendo o $h_1 = 0.05m$, $h_2 = 0.1m$ e $h_3 = 0.25m$. Nos dois primeiros casos a placa foi sujeita a uma pressão uniforme de valor 10^4 Pa, no terceiro e último caso a placa em balanço foi tracionada numa das faces com o valor de 10^4 Pa. Considerou-se para o primeiro e último caso, um material compósito com quatro camadas e com a sequência $[0/90]_s$ e o segundo caso optou-se por uma orientação anti-simétrica $[60/-60/-60/60]$. Em qualquer dos casos, as camadas possuem a mesma espessura.

No primeiro caso, o volume representativo elementar está situado no meio da placa, na superfície superior, tendo sido estudados duas condições de fronteira: bordos apoiado-apoiado (SSSS) e encastrado-encastrado (CCCC) conforme se pode observar na Figura 3.2.

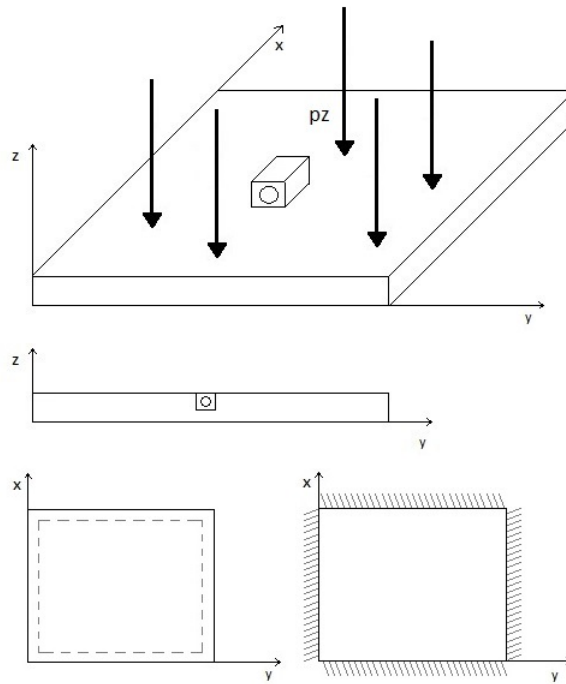


Figura 3.2: Caso de estudo 1

No segundo caso, o volume representativo elementar está situado no meio da placa e na superfície superior com ângulo de 60° relativamente ao eixo x , tendo sido estudados duas condições de fronteira: bordos apoiado-apoiado e encastrado-encastrado, conforme se pode observar na Figura 3.3.

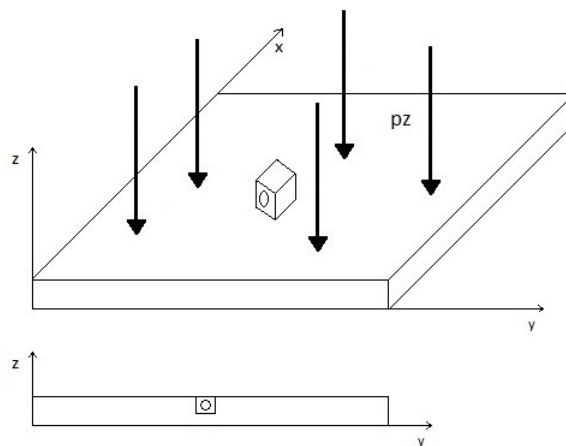


Figura 3.3: Caso de estudo 2

No terceiro caso, o volume representativo elementar está situado no meio da placa, na sua superfície superior, tendo sido estudado uma condição de fronteira encastrado-livre (CFFF), conforme se pode

observar na Figura 3.4.

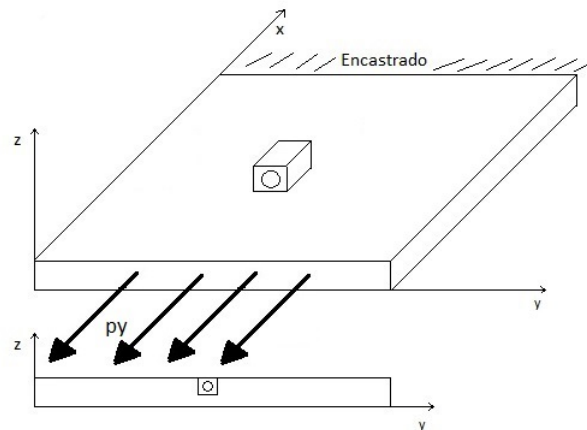


Figura 3.4: Caso de estudo 3

Independentemente da micro-escala considerada, a sub-modelação, isto é, a passagem do modelo macro para o volume elementar é efetuada impondo condições de fronteira que são especificadas em função dos deslocamentos determinados na análise macro. É através da interpolação destes deslocamentos (macro) que são especificados por interpolação os deslocamentos que irão ocorrer nos nós pertencentes às superfícies que delimitam o volume elementar.

3.2 Extração dos Contornos da Fibra Real

Na preparação para a análise do volume elementar, há necessidade de modelar a fibra enquanto componente individualizado e rodeado pela matriz. Esta fibra pode ter a configuração teórica habitual, cuja secção transversal é um círculo perfeito ou em alternativa aproximar a situação real, introduzindo configurações de fibras obtidas através de imagens de microscópio.

Nesta secção ir-se-á abordar o modo da obtenção da fibra real através de uma imagem microscópica (Figura 3.5) de um material compósito, gentilmente cedida por [Blázquez et al., 2009b] e [Blázquez et al., 2009a].

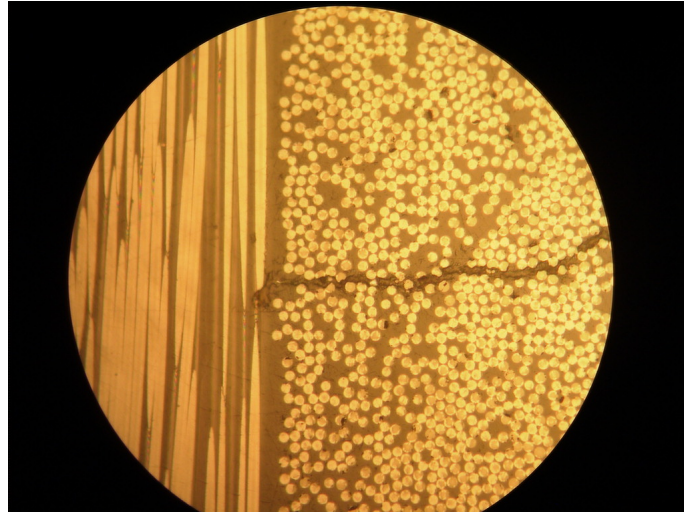


Figura 3.5: Imagem microscópica de um material compósito

A obtenção dos contornos da fibra foi feita através do software Matlab recorrendo a uma binarização com um limiar de valor 160, conforme se pode observar na Figura 3.6.

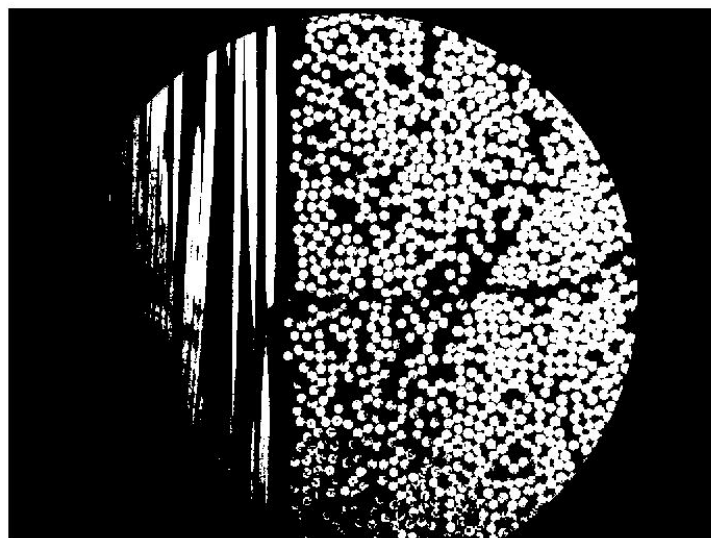


Figura 3.6: Binarização

Após a binarização foram escolhidas as fibras através de uma etiquetação e de uma extração de componentes conexas, ou seja, foram retiradas as fibras cuja configuração dependia da junção de mais fibras, Figura 3.7.

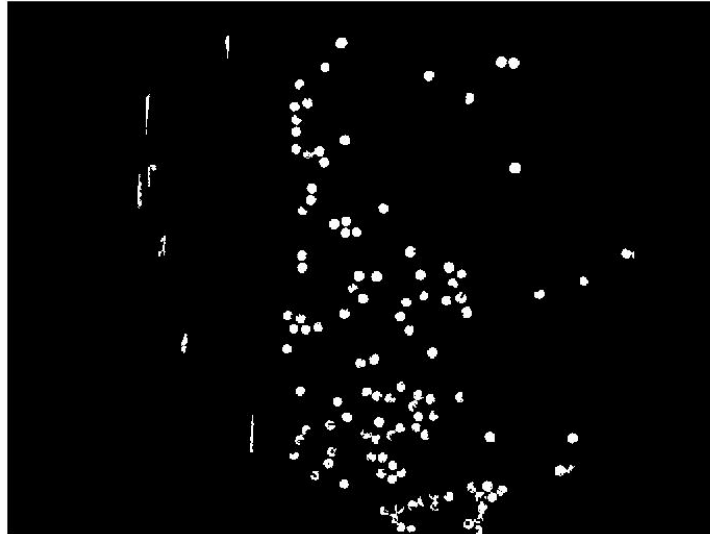


Figura 3.7: Etiquetação

Através das propriedades geométricas das fibras, os parâmetros área e excentricidade, obteve-se apenas uma fibra como era pretendido. Este exemplo foi realizado para a fibra "mais perfeita" da figura 3.5, ou seja, a fibra com menor excentricidade possível (< 0.2), Figura 3.8.

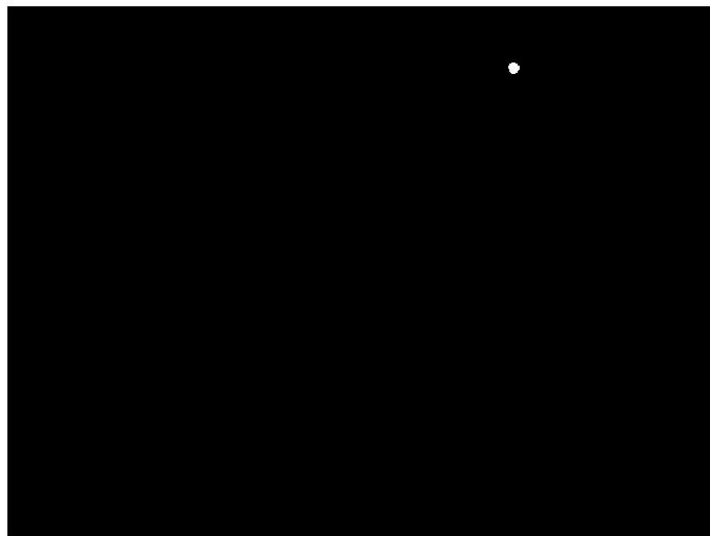


Figura 3.8: Fibra escolhida de acordo com o parâmetro geométrico excentricidade e área

Com a imagem anterior aplicou-se então o Algoritmo de Canny de modo a delimitarem-se os contornos da fibra, Figura 3.9.



Figura 3.9: Obtenção dos contornos da fibra através do Algoritmo de Canny

Por fim, de modo a obter-se o volume de fibra pretendido, $V_f = 0.6$, calculou-se a área da fibra relativamente à área conjunta da matriz e do reforço, e ajustou-se a escala da fibra. Por sua vez, centrou-se a fibra com fim a obter-se as coordenadas dos pontos que constituem os contornos da fibra, figura 3.10.

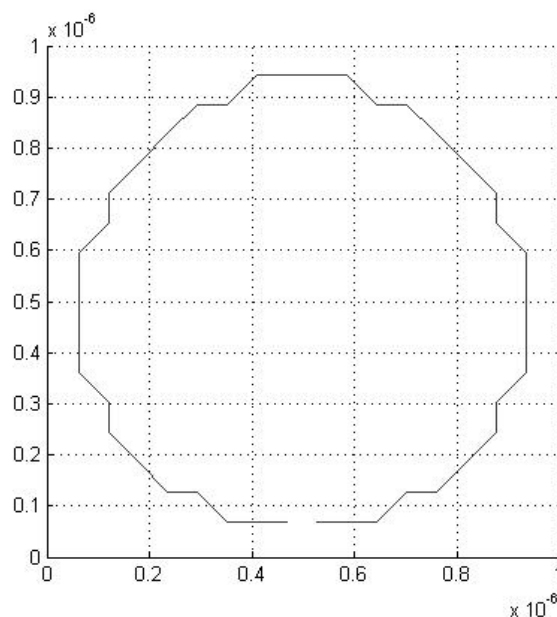


Figura 3.10: Normalização e obtenção das coordenadas, fibra mais perfeita

Com a alteração do parâmetro de excentricidade obtiveram-se mais duas fibras, a que foram atribuídas as designações de intermédia e imperfeita. As fibras foram escolhidas de modo a realizarem-se estudos tal como descritos na secção anterior. A intermédia com uma excentricidade (> 0.4 e < 0.6) (Figura

Capítulo 4

Resultados e Discussão

Neste capítulo são apresentados resultados relativos a diferentes casos de estudo. Numa primeira fase apresenta-se um estudo de validação do modelo macro de uma placa, após o que são subsequentemente considerados estudos que pretendem caracterizar a resposta estática ao nível de um volume representativo elementar a diferentes escalas. Em simultâneo são analisadas as influências das condições de fronteira das relações a/h da localização onde se efetua a análise, e da imperfeição/excentricidade da secção transversal da fibra.

4.1 Verificação do Modelo Macro

Nesta secção apresentam-se os estudos de verificação e os resultados obtidos através do modelo implementado em Freefem ++ comparando com os resultados obtidos por [Reddy, 2004].

Nesta validação do modelo macro optou-se por se analisar o caso de estudo de [Reddy, 2004] em que tem as seguintes propriedades e geometrias.

$$E_1/E_2 = 40 \quad G_{12}/E_2 = 0.6 \quad G_{23}/E_2 = 0.5 \quad \nu_{12} = \nu_{13} = 0.25$$

Atendendo a que os valores tabelados são adimensionais, o valor w_0 , da deflexão máxima obtida pelo modelo já apresentado anteriormente, será comparado com os valores de referência após a conversão em \bar{w} , usando a fórmula (4.1),

$$\bar{w} = w_0 (E_2 h^3 / q_0 a^4) \quad (4.1)$$

com

w_0 = deflexão máxima

$a = b$ = aresta da placa

h = espessura da placa

E_2 = módulo de elasticidade transversal

Onde a força sinusoidal está definida por (4.2).

$$f(x,y) = q_0 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/a) \quad (4.2)$$

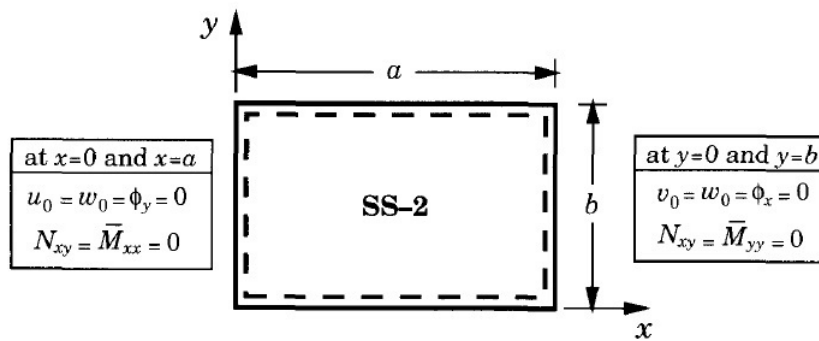


Figura 4.1: Condições de fronteira SS-2 [Reddy, 2004]

De acordo com a Tabela 4.1 para fibras com um ângulo de 30° , no caso em que as 2 camadas da placa são antisimétricas, sujeitas a uma força sinusoidal e com as condições de fronteira descritas na Figura 4.1, a deflexão máxima tem os seguintes valores apresentados, na Tabela 4.1

Tabela 4.1: Deflexão máxima, [Reddy, 2004] pág. 696

a/h	$\theta = 30^\circ$	$n=2$
20	TSDT	0.5180
	FSDT	0.5224

Os valores obtidos com o Freefem ++ estão descritos na Tabela 4.2 em função do parâmetro de discretização da placa L_0 . Este parâmetro define o número de intervalos por aresta, de acordo com a fórmula (4.3). No contexto do *software* GMSH, L_0 é designado por comprimento característico.

$$n * L_0 = \text{comprimento da linha} \quad (4.3)$$

onde n é igual ao número de divisões na linha. Este parâmetro L_0 determina a medida (o volume)

máxima dos elementos tetraédricos usados na discretização, aqui designado por ht .

Tabela 4.2: Resultados obtidos de w_0 com a diminuição de L_0

L_0	ht	w_0	\bar{w}
0.1	2.2849e-005	5.4941e-006	0.4048
0.05	6.4854e-006	5.5389e-006	0.4081
0.02	1.2980e-006	5.5537e-006	0.4092
0.01	3.3681e-007	5.5560e-006	0.4094
0.005	8.8048e-008	5.5561e-006	0.4094

Como se pode observar na Figura 4.2 o valor da deflexão máxima vai convergindo para o valor de $5.556e-6$ m.

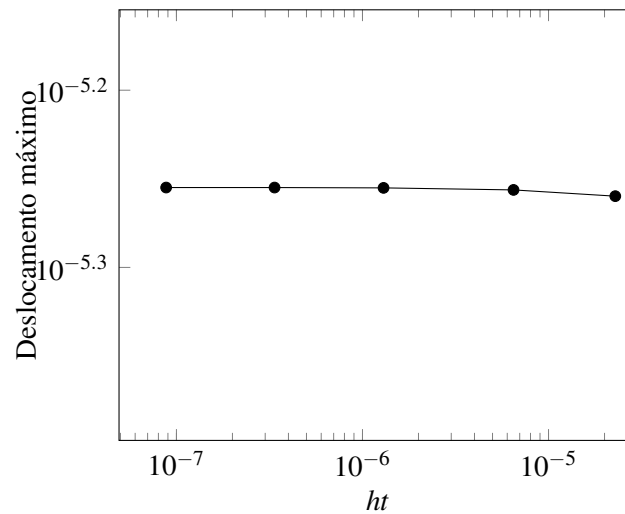


Figura 4.2: Convergência do deslocamento máximo consoante o aumento do L_0

Os valores obtidos correspondem a um erro relativo de 20.96%, como apresentado na fórmula (4.4)

$$\frac{|Resultado_{freefem} - Resultado_{Reddy/TSDT}|}{|Resultado_{Reddy/TSDT}|} = \frac{|0.4094 - 0.5180|}{|0.5180|} * 100 = 20.96\% \quad (4.4)$$

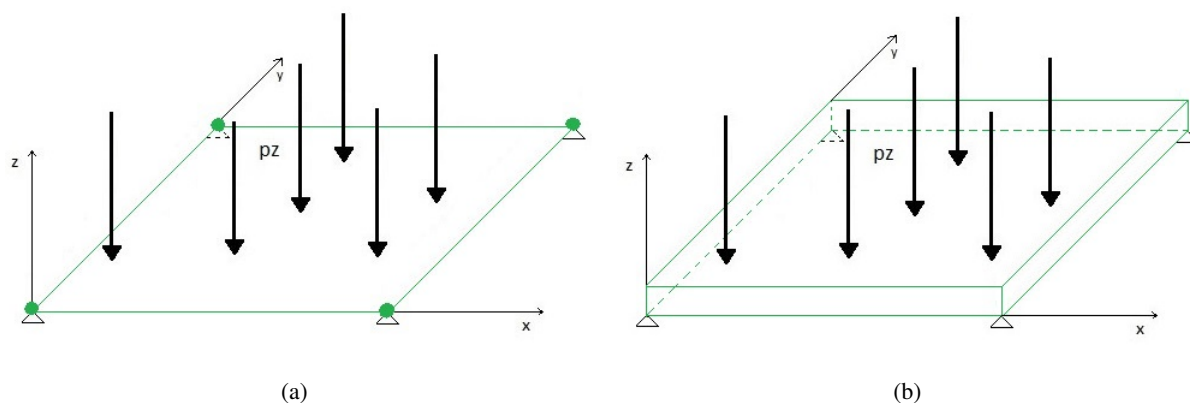


Figura 4.3: (a) Região usada em [Reddy, 2004] (b) Região usada no modelo em estudo

No entanto este desvio deve-se ao facto de [Reddy, 2004] simular os bordos apoiados através de ligações ao exterior, segundo uma linha (Figura 4.3 (a), representada a verde). No presente trabalho, programado em Freefem ++ utilizámos elementos sólidos e estas condições de fronteira são impostas nas superfícies associadas a cada uma das arestas/bordos. Assim na Figura 4.3 (b) podem observar-se as superfícies constrangidas (laterais da placa). Por este motivo a placa representa uma maior rigidez, e o desvio já referido.

Para validar os resultados obtidos pelo modelo da elasticidade linear 3D implementado em Freefem ++, supôs-se ainda o caso de uma placa encastrada de material isotrópico com $E = 190 \text{ GPa}$ e $\nu = 0.27$ e sujeita a uma pressão uniforme de 500 Pa .

No software ANSYS optou-se utilizar um elemento sólido, neste caso um tetraédrico de 4 nós (285) de modo a ser o mais próximo do modelo utilizado. Devido à dificuldade de se conseguir obter a mesma malha que no software GMSH, optou-se por se colocar um parâmetro de número de divisões de linha no ANSYS (LSIZE) e analisar-se o número de elementos na malha, conforme já tinha sido utilizado no GMSH com o comprimento característico. Exactamente para o mesmo número de divisões na linha, mas com ligeiras mudanças na malha devido ao número de elementos, obtiveram-se os resultados da Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Resultados obtidos com o ANSYS e FREEFEM ++

n	w_{ANSYS}	nº elementos Ansys	$w_{FREEFEM}$	nº elementos Freefem	Desvio (%)
10	0.654e-007	1116	0.6773e-007	1452	3.56
20	1.12e-007	3558	0.877e-007	3162	21.69
50	2.53e-007	57564	2.60e-007	120060	2.77
100	2.88e-007	357751	2.9245e-007	795480	1.55
200	3.03e-007	2913198	2.9899e-007	3171720	1.32

O parâmetro n , por si só, não se revela um bom parâmetro para o controlo simultâneo da malha em

GMSH e ANSYS uma vez que, como se pode observar na Tabela 4.3 para valores pequenos o número de elementos produzidos nas duas plataformas é significativamente diferente. Na figura 4.4 podemos complementarmente observar a evolução da deformada transversal máxima em função do número de elementos, para cada abordagem.

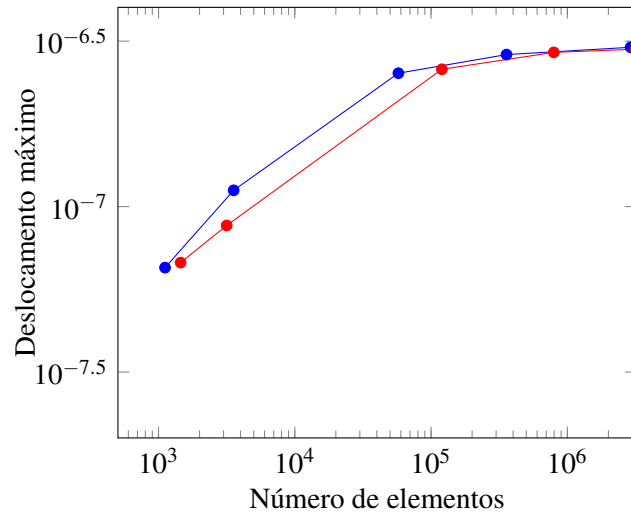


Figura 4.4: Convergência do deslocamento transversal máximo em função do número de elementos, a azul o GMSH e a vermelho o ANSYS

4.2 Análise do VRE na Escala 10^{-3}

Conforme descrito anteriormente, neste presente trabalho considerou-se uma matriz epoxídica e fibra de carbono enquanto elemento de reforço. Recorrendo à bibliografia de [Gay et al., 2003] obtiveram-se os seguintes valores de módulo de elasticidade, módulo de corte e coeficiente de Poisson:

Matriz epoxídica

$$E = 4500MPa \quad G = 1600MPa \quad \nu = 0.4$$

Fibra de carbono

$$E_l = 390000MPa \quad E_t = 6400MPa \quad G = 20000MPa \quad \nu = 0.35$$

Ao longo deste trabalho foram consideradas estas propriedades e um volume de fibra de 60 %.

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos na escala 10^{-3} para os diferentes os três casos de estudo, para as três relações $a/h=5,10,20$ e para as quatro fibras escolhidas, a teórica (fibra circular), a mais perfeita, a intermédia e a imperfeita.

Foram realizados vários cálculos com base no ht e no grau do polinómio, e verificando-se que os valores das tensões vão aumentando com a diminuição de ht e com o aumento do grau do polinómio, tendo assim as tensões máximas para cada caso. Ir-se-ão apenas mostrar as figuras para esses mesmos casos onde as tensões serão mais elevadas.

É de referir que os valores tabelados encontram-se em unidades SI, ou seja para o caso das tensões os valores aparecem em Pa e para a localização os valores aparecem em metros.

4.2.1 Análise para a relação a/h=5

Apresentam-se nesta sub-secção os valores obtidos para uma relação de aspecto a/h=5, correspondendo portanto a uma placa mais espessa.

A Tabela 4.4 sintetiza estes valores, sendo também apresentadas na Figura 4.5, imagens relativas à distribuição dos estados de tensão na secção transversal do volume elementar.

Tabela 4.4: Síntese de resultados das componentes de tensão para os diferentes casos de estudo e para relação a/h=5

	Fibras	Estudo 1		Estudo 2		Estudo 3
		SSSS	CCCC	SSSS	CCCC	CFFF
σ_x	Fibra Teórica	2,4297E+05	1,4345E+05	1,0963E+06	5,9233E+05	1,5788E+04
	Fibra Mais Perfeita	1,6987E+05	9,2643E+04	1,0155E+06	5,6818E+05	1,7269E+04
	Fibra Intermédia	3,5258E+05	2,0312E+05	4,3512E+05	7,1517E+05	1,3107E+04
	Fibra Imperfeita	1,9331E+05	1,1211E+05	1,4183E+06	7,5982E+05	1,5806E+04
σ_y	Fibra Teórica	1,7221E+05	1,6640E+05	4,1907E+06	2,2469E+06	9,2336E+03
	Fibra Mais Perfeita	1,7897E+05	1,0905E+05	3,2985E+06	1,7768E+06	9,0528E+03
	Fibra Intermédia	2,5262E+05	1,3478E+05	2,2924E+05	2,4087E+06	8,6403E+03
	Fibra Imperfeita	2,1386E+05	1,1726E+05	4,3412E+06	2,3224E+06	1,2244E+04
σ_z	Fibra Teórica	1,8219E+05	1,7273E+05	2,7814E+05	1,4978E+05	1,0072E+04
	Fibra Mais Perfeita	1,7704E+05	9,9204E+04	2,5197E+05	1,3327E+05	9,3645E+03
	Fibra Intermédia	2,3478E+05	1,2630E+05	2,2465E+05	2,2346E+05	1,3246E+04
	Fibra Imperfeita	1,7898E+05	1,1593E+05	9,4299E+05	5,1867E+05	1,2429E+04
σ_{yz}	Fibra Teórica	3,2682E+05	2,5357E+05	4,0283E+05	2,2008E+05	2,2186E+04
	Fibra Mais Perfeita	4,4008E+05	2,9451E+05	4,4063E+05	2,3876E+05	2,3976E+04
	Fibra Intermédia	6,2671E+05	1,9583E+05	4,0991E+05	2,5063E+05	3,9276E+04
	Fibra Imperfeita	7,5846E+05	4,0605E+05	4,0352E+05	2,0980E+05	3,5618E+04
σ_{xz}	Fibra Teórica	4,1914E+05	2,0686E+05	5,0546E+05	2,5505E+05	2,2662E+04
	Fibra Mais Perfeita	3,8964E+05	1,9755E+05	5,2293E+05	2,6472E+05	1,7629E+04
	Fibra Intermédia	3,8724E+05	1,9405E+05	7,0973E+05	3,2309E+05	3,1761E+04
	Fibra Imperfeita	4,4447E+05	2,2370E+05	6,0692E+05	3,2213E+05	2,4641E+04
σ_{xy}	Fibra Teórica	2,9320E+05	1,5888E+05	1,6673E+06	9,0543E+05	1,7804E+04
	Fibra Mais Perfeita	3,7822E+05	2,0668E+05	1,5690E+06	9,0187E+05	1,7080E+04
	Fibra Intermédia	6,6802E+05	2,7935E+05	3,9916E+05	1,1214E+06	2,6005E+04
	Fibra Imperfeita	3,7408E+05	2,8421E+05	2,1703E+06	1,1671E+06	2,5441E+04

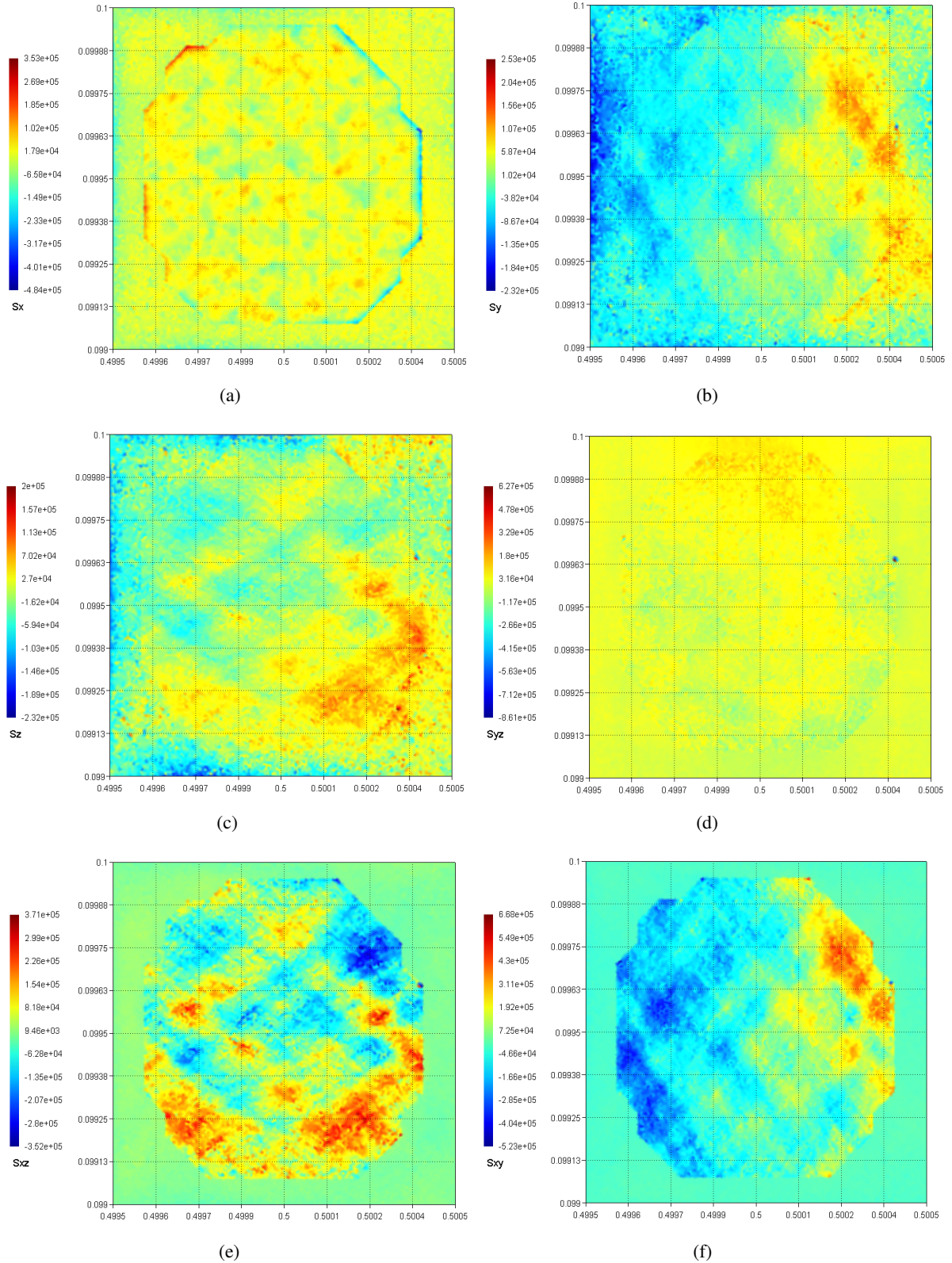


Figura 4.5: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} para a fibra intermédia, estudo 1 SSSS e $a/h=5$

De acordo com a Tabela 4.4, que representa os valores das componentes de tensão para os diferentes estudos e condições de fronteira, é possível verificar-se que no estudo 1, tanto para a condição de fronteira simplesmente apoiado ou com os bordos todos encastrados, as componentes de tensão são superiores para a fibra intermédia, isto apesar de possuir menor excentricidade comparativamente com a fibra imperfeita, existem zonas que possui mais irregularidades num dos lados da fibra no VRE. Apesar de nas componentes de tensão σ_{yz} e σ_{xy} os valores mais elevados ocorrem na fibra imperfeita. Verifica-se também que para o estudo 1 a componente de tensão mais elevada ocorre para a fibra imperfeita em σ_{yz} com o valor de $7,58e+05$ Pa para SSSS e $4,06e+05$ Pa para CCCC. No caso do estudo 2, a tensão mais elevada ocorre em σ_y na fibra imperfeita para a condição de fronteira SSSS e na fibra intermédia para condição de fronteira CCCC, nesta fronteira ligeiramente superior à fibra imperfeita. O fato de a tensão máxima ocorrer em σ_y , deve-se à rotação de 60° do VRE. No caso de estudo 3 existe uma diminuição dos valores de tensão relativamente aos outros casos de estudo e não se verifica um aumento gradual das tensões com o aumento das imperfeições na fibra, apesar de a fibra imperfeita possuir o valor mais elevado. Com base na Figura 4.5 é possível observar-se as diversas componentes de tensão e destacam-se pela elevada variação significativa do estado de tensão a componente de σ_{xz} , Figura 4.5 (e) e σ_{xy} , Figura 4.5 (f). Destaca-se também na Figura 4.5 (a), a componente σ_x a possibilidade de visualização da interface fibra-matriz.

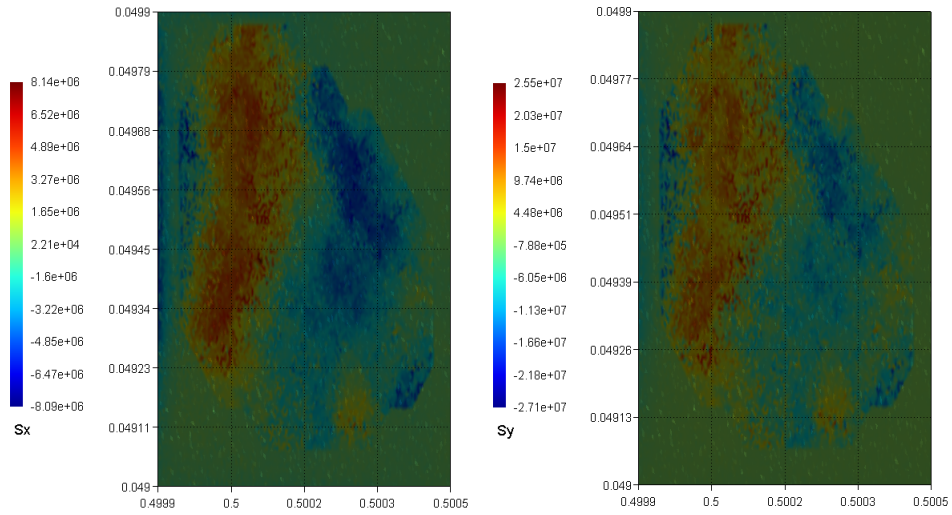
4.2.2 Análise para a relação a/h=10

Apresentam-se nesta sub-secção os valores obtidos para uma relação de aspecto a/h=10, correspondendo portanto a uma placa de média espessura.

A Tabela 4.5 demonstra estes valores, sendo também apresentadas na Figura 4.6, os estados de tensão na secção transversal do volume elementar.

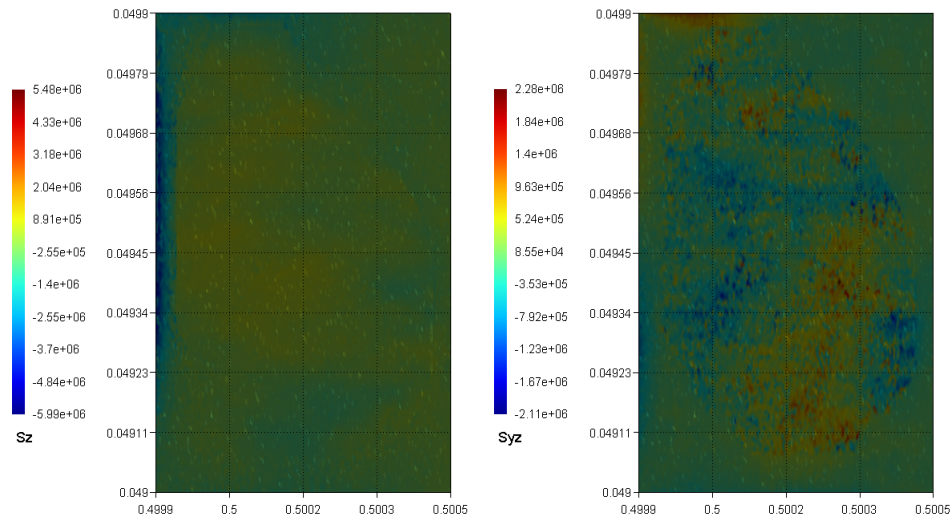
Tabela 4.5: Síntese de resultados das componentes de tensão para os diferentes casos de estudo e para relação a/h=10

	Fibras	Estudo 1		Estudo 2		Estudo 3
		SSSS	CCCC	SSSS	CCCC	CFFF
σ_x	Fibra Teórica	1,2094E+06	4,3209E+05	7,1610E+06	2,5265E+06	3,4225E+04
	Fibra Mais Perfeita	1,1220E+06	3,5865E+05	5,5930E+06	1,9693E+06	2,7512E+04
	Fibra Intermédia	1,8063E+06	6,3287E+05	6,7953E+06	2,3152E+06	2,8208E+04
	Fibra Imperfeita	1,2056E+06	4,2695E+05	8,1390E+06	2,8695E+06	3,0091E+04
σ_y	Fibra Teórica	1,2136E+06	2,8465E+05	2,7149E+07	9,6814E+06	1,8252E+04
	Fibra Mais Perfeita	1,0135E+06	3,5983E+05	1,9585E+07	6,8338E+06	3,4611E+04
	Fibra Intermédia	1,3676E+06	4,8105E+05	2,4800E+07	9,1916E+06	2,0777E+04
	Fibra Imperfeita	1,2414E+06	4,3027E+05	2,5536E+07	8,9629E+06	2,5718E+04
σ_z	Fibra Teórica	1,2024E+06	3,6502E+05	1,5825E+06	5,5347E+05	2,2027E+04
	Fibra Mais Perfeita	9,7106E+05	3,2547E+05	1,5416E+06	5,3671E+05	3,3822E+04
	Fibra Intermédia	1,3069E+06	4,7178E+05	2,1348E+06	7,6422E+05	2,1545E+04
	Fibra Imperfeita	1,1605E+06	3,5213E+05	5,4783E+06	1,9277E+06	2,5462E+04
σ_{yz}	Fibra Teórica	5,3547E+06	8,6174E+05	2,6645E+06	9,5310E+05	3,5804E+04
	Fibra Mais Perfeita	1,9307E+06	8,7350E+05	2,3708E+06	8,4318E+05	5,5630E+04
	Fibra Intermédia	2,1175E+06	1,1200E+06	2,9863E+06	9,7444E+05	4,8735E+04
	Fibra Imperfeita	6,2303E+06	8,4784E+05	2,2791E+06	8,2470E+05	3,9704E+04
σ_{xz}	Fibra Teórica	2,4201E+06	7,8493E+05	3,1067E+06	1,0714E+06	4,3690E+04
	Fibra Mais Perfeita	1,9577E+06	6,9108E+05	3,0597E+06	1,0708E+06	3,3809E+04
	Fibra Intermédia	2,7383E+06	7,7339E+05	3,6764E+06	1,3320E+06	5,3979E+04
	Fibra Imperfeita	2,5675E+06	9,0409E+05	3,2777E+06	1,2315E+06	5,4919E+04
σ_{xy}	Fibra Teórica	2,4675E+06	6,9569E+05	1,0255E+07	3,5881E+06	3,5045E+04
	Fibra Mais Perfeita	1,6578E+06	5,9188E+05	8,6654E+06	3,0463E+06	3,8467E+04
	Fibra Intermédia	2,8931E+06	1,0137E+06	1,0742E+07	3,6176E+06	2,0777E+04
	Fibra Imperfeita	2,0593E+06	6,8802E+05	1,2866E+07	4,4229E+06	5,8728E+04



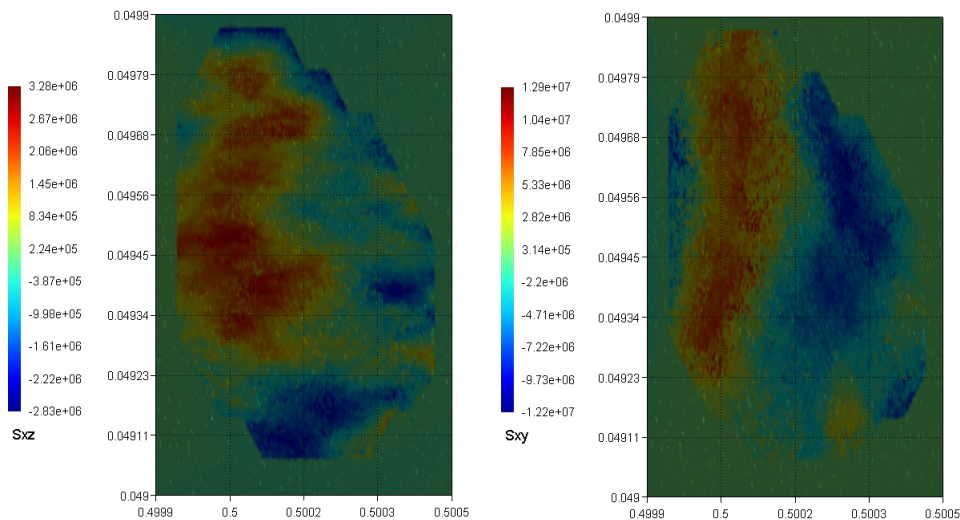
(a)

(b)



(c)

(d)



(e)

(f)

Figura 4.6: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} para a fibra imperfeita, estudo 2 SSSS e $a/h=10$

Conforme se pode observar pela Tabela 4.5, os valores das componentes de tensão são superiores comparativamente com a relação $a/h=5$, deve-se ao fato que com a diminuição da espessura da placa, as deformações passam a ser superiores para as mesmas condições de carregamento e de condições de fronteira. No estudo 1, tal como sucedido anteriormente, tanto para a condição de fronteira simplesmente apoiado ou com os bordos todos encastrados, as componentes de tensão são superiores para a fibra intermédia e a componente de tensão mais elevada ocorre para a fibra imperfeita em σ_{yz} com o valor de $6,23e+06$ Pa para SSSS e $8,47e+05$ Pa para CCCC. Com base na mesma tabela verifica-se que os valores das componentes de tensão para a condição de fronteira SSSS é superior comparativamente com a placa CCCC. No caso do estudo 2, a tensão mais elevada ocorre em σ_y na fibra teórica para a condição de fronteira SSSS e para condição de fronteira CCCC, nesta fronteira ligeiramente superior à fibra imperfeita e à intermédia. Este aumento das tensões na fibra teórica deve-se também ao fato de existir a rotação do VRE já referida anteriormente. No caso de estudo 3 observa-se que os valores de tensão são inferiores comparativamente aos outros casos de estudo. Com base na Figura 4.6 é possível observar-se que as figuras não são quadrangulares como o caso anterior, pois refletem o estado de tensão do estudo 2, que devido à rotação, as figuras ficam reduzidas. Apesar da pouca visibilidade é possível observar-se que a fibra imperfeita diminui as irregularidades com esta rotação, o que leva à diminuição dos valores da tensão, conforme foi descrito anteriormente. Destaca-se a Figura 4.6 (e), σ_{xy} devido à região de tensões na interface fibra-matriz bem visível em toda a fibra exceto na zona à esquerda da fibra.

4.2.3 Análise para a relação a/h=20

Apresentam-se nesta sub-secção os valores obtidos para uma relação de aspecto a/h=20, correspondendo portanto a uma placa mais fina.

A Tabela 4.6 e a Figura 4.7 demonstram os valores obtidos para cada componente de tensão e a distribuição do estado de tensão na secção transversal do volume elementar, respetivamente.

Tabela 4.6: Síntese de resultados das componentes de tensão para os diferentes casos de estudo e para relação a/h=20

	Fibras	Estudo 1		Estudo 2		Estudo 3
		SSSS	CCCC	SSSS	CCCC	CFFF
σ_x	Fibra Teórica	1,1076E+07	1,3245E+05	4,8437E+07	1,7393E+05	3,7965E+02
	Fibra Mais Perfeita	1,0404E+07	1,4702E+05	3,9976E+07	1,8476E+05	5,2344E+02
	Fibra Intermédia	1,5670E+07	1,4454E+05	5,2124E+07	1,8084E+05	5,2808E+02
	Fibra Imperfeita	1,0485E+07	2,3945E+05	5,8283E+07	1,8137E+05	5,2040E+02
σ_y	Fibra Teórica	6,4547E+06	2,9049E+05	1,8857E+08	3,8676E+05	2,2981E+01
	Fibra Mais Perfeita	6,6684E+06	2,9565E+05	1,4356E+08	4,0297E+05	3,3954E+01
	Fibra Intermédia	9,2869E+06	2,6158E+05	1,7531E+08	3,9710E+05	5,3644E+01
	Fibra Imperfeita	9,6390E+06	2,9218E+05	1,8162E+08	3,9790E+05	6,8983E+00
σ_z	Fibra Teórica	7,3830E+06	3,8378E+05	1,1263E+07	2,6855E+05	4,2823E+02
	Fibra Mais Perfeita	7,7961E+06	4,0601E+05	9,7486E+06	2,7938E+05	4,2252E+02
	Fibra Intermédia	1,0209E+07	4,0177E+05	1,7366E+07	2,7546E+05	4,2147E+02
	Fibra Imperfeita	7,8896E+06	5,4463E+05	4,0172E+07	2,9343E+05	3,6134E+02
σ_{yz}	Fibra Teórica	1,3869E+07	2,2055E+05	1,7746E+07	1,4985E+05	1,8736E+02
	Fibra Mais Perfeita	2,7913E+07	2,2614E+05	1,6627E+07	1,3715E+05	2,8477E+02
	Fibra Intermédia	2,0150E+07	2,1467E+05	1,8904E+07	1,3792E+05	2,4370E+02
	Fibra Imperfeita	1,6589E+07	2,1217E+05	1,4950E+07	1,8441E+05	2,3440E+02
σ_{xz}	Fibra Teórica	1,8238E+07	4,4618E+05	2,1426E+07	1,0015E+05	9,9357E+02
	Fibra Mais Perfeita	1,8035E+07	4,2789E+05	2,0892E+07	1,0337E+05	1,0950E+03
	Fibra Intermédia	1,9477E+07	4,4463E+05	2,6810E+07	1,7942E+05	1,0142E+03
	Fibra Imperfeita	1,8504E+07	4,4605E+05	2,6189E+07	2,0156E+05	1,0714E+03
σ_{xy}	Fibra Teórica	1,2076E+07	1,3218E+05	6,8705E+07	6,5152E+04	-2,3659E+01
	Fibra Mais Perfeita	1,3620E+07	1,1117E+05	6,2816E+07	6,9202E+04	-2,7469E+01
	Fibra Intermédia	2,3354E+07	1,3868E+05	7,8755E+07	6,7735E+04	-2,9716E+01
	Fibra Imperfeita	1,5043E+07	9,1661E+04	9,1376E+07	6,7934E+04	-2,6994E+01

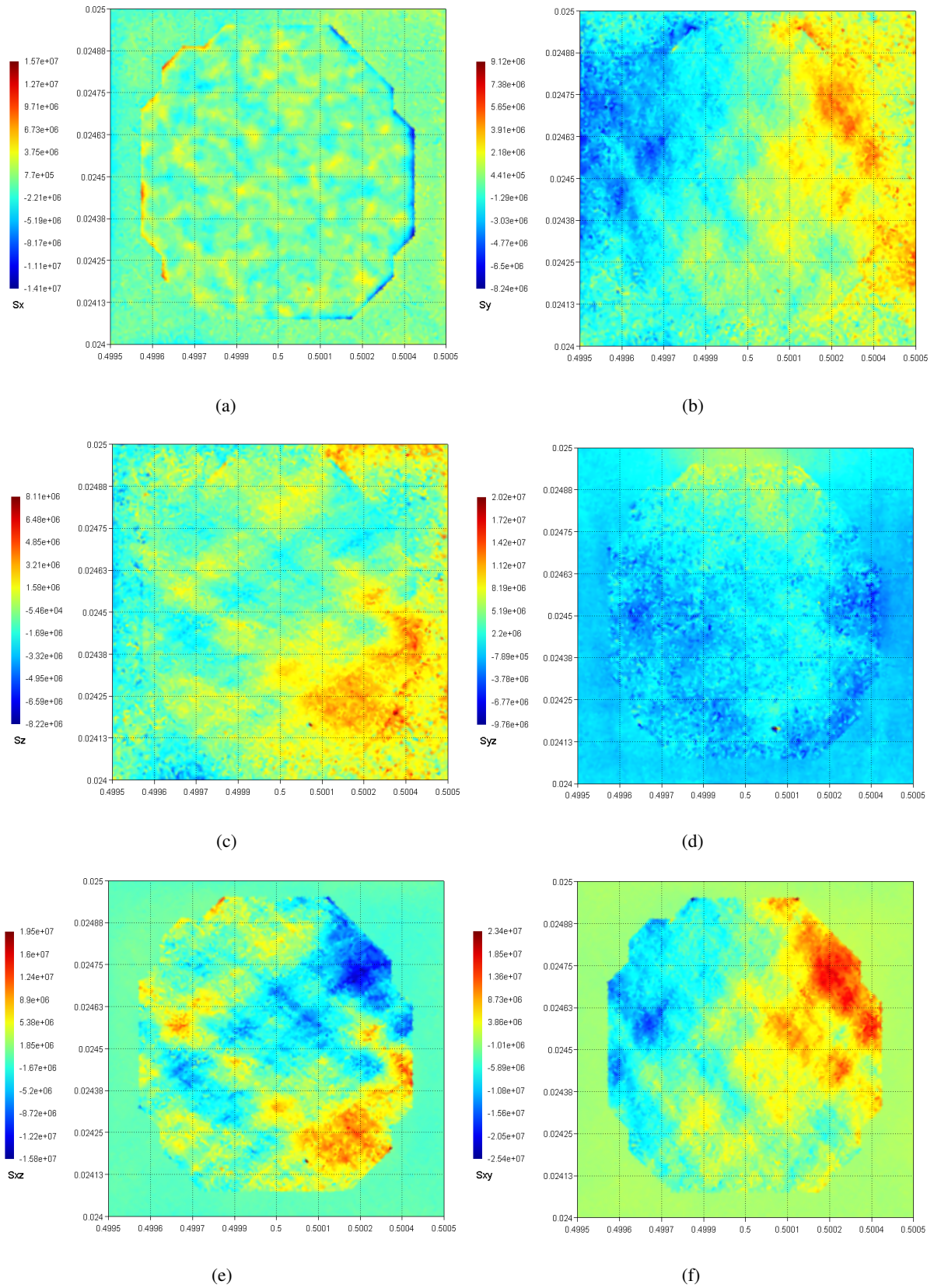


Figura 4.7: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} para a fibra intermédia, estudo 1 SSSS e $a/h=20$

Através da Tabela 4.6, os valores das componentes de tensão são superiores comparativamente com a relação $a/h=10$ e $a/h=5$. No estudo 1, ao contrário sucedido anteriormente, para a condição de fronteira SSSS a componente de tensão mais elevada ocorre na fibra mais perfeita em σ_{yz} , no caso dos bordos todos encastrados, os valores das tensões são inferiores e o seu máximo ocorre em σ_z para a fibra imperfeita. É de destacar que em nenhum dos estudos 1 realizados, os valores das tensões para as fibras reais são sempre superiores comparativamente com a fibra teórica. Tal como nos casos anteriores, no caso do estudo 2, a tensão mais elevada ocorre em σ_y , mas neste caso na fibra teórica para a condição de fronteira SSSS e na fibra mais perfeita para condição de fronteira CCCC. Este aumento das tensões na fibra teórica deve-se também ao fato de existir a rotação do VRE já referida anteriormente. No caso de estudo 3 observa-se que os valores de tensão são inferiores comparativamente aos outros casos de estudo e a componente de tensão mais elevada ocorre em σ_{xz} na fibra teórica com o valor de $9,93e+02$ Pa. Com base na Figura 4.7 é possível observar-se que tal como na relação $a/h=5$ as figuras são muito semelhantes, devido ao fato de ser o mesmo estudo e a mesma condição de fronteira, mas nas Figuras 4.7 (e) e (f) verifica-se um aumento da variação do estado de tensão no interior da fibra.

4.3 Análise do Efeito da Escala

Pretende-se nesta secção apresentar os resultados obtidos através da análise macro (placa) em que as propriedades materiais são equivalentes, homogeneizadas, e através da análise do VRE a diferentes escalas. Neste último caso, cada uma das fases (fibra e resina) têm as suas características próprias e possuem diferentes propriedades materiais. São consideradas quatro escalas diferentes: 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} e 10^{-6} . As análises ao nível do VRE, consideram dois tipos de condição de fronteira (SSSS e CFFF) impostos na análise macro. É de salientar que todos os valores das tensões estão em Pa (Pascal) e os deslocamentos e localizações em m (metros).

A apresentação de resultados está organizada por tipo de fibra, sendo que dentro de cada um se consideram diferentes relações de aspeto e escalas.

4.3.1 Fibra Teórica

4.3.1.1 Estudo 1

Apresenta-se na tabela 4.7, para a relação $a/h=5$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.7: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=5$

Deslocamento máximo macro	3,8371E-06					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	8,4243E+02	6,1774E+04	8,4243E+02	-8,3961E+02	1,2380E-03	9,2619E+02

Apresentam-se de seguida nas tabelas 4.8 e 4.9, os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}).

A figura 4.8 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.8: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=5$

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	1,8802E+05	2,1145E+05	2,0580E+05	3,2441E+05	4,1109E+05	2,6631E+05
10^{-4}	3,0583E+06	2,5393E+06	1,9943E+06	2,9744E+06	4,9889E+06	3,7266E+06
10^{-5}	3,5723E+07	1,9986E+07	1,8451E+07	3,3006E+07	4,3953E+07	3,6832E+07
10^{-6}	2,6455E+08	1,7023E+08	1,9247E+08	4,0730E+08	4,8034E+08	3,3923E+08

Tabela 4.9: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=5$

	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
Localização	x	8,0000E-01	6,0000E-01	4,0000E-01	1,0000E-01	2,0000E-01
	y	9,7672E-02	7,4441E-01	5,7861E-02	1,8370E-01	2,9534E-01
	z	1,6115E-01	-4,5774E-01	-3,2554E-01	-2,6791E-01	3,8016E-01

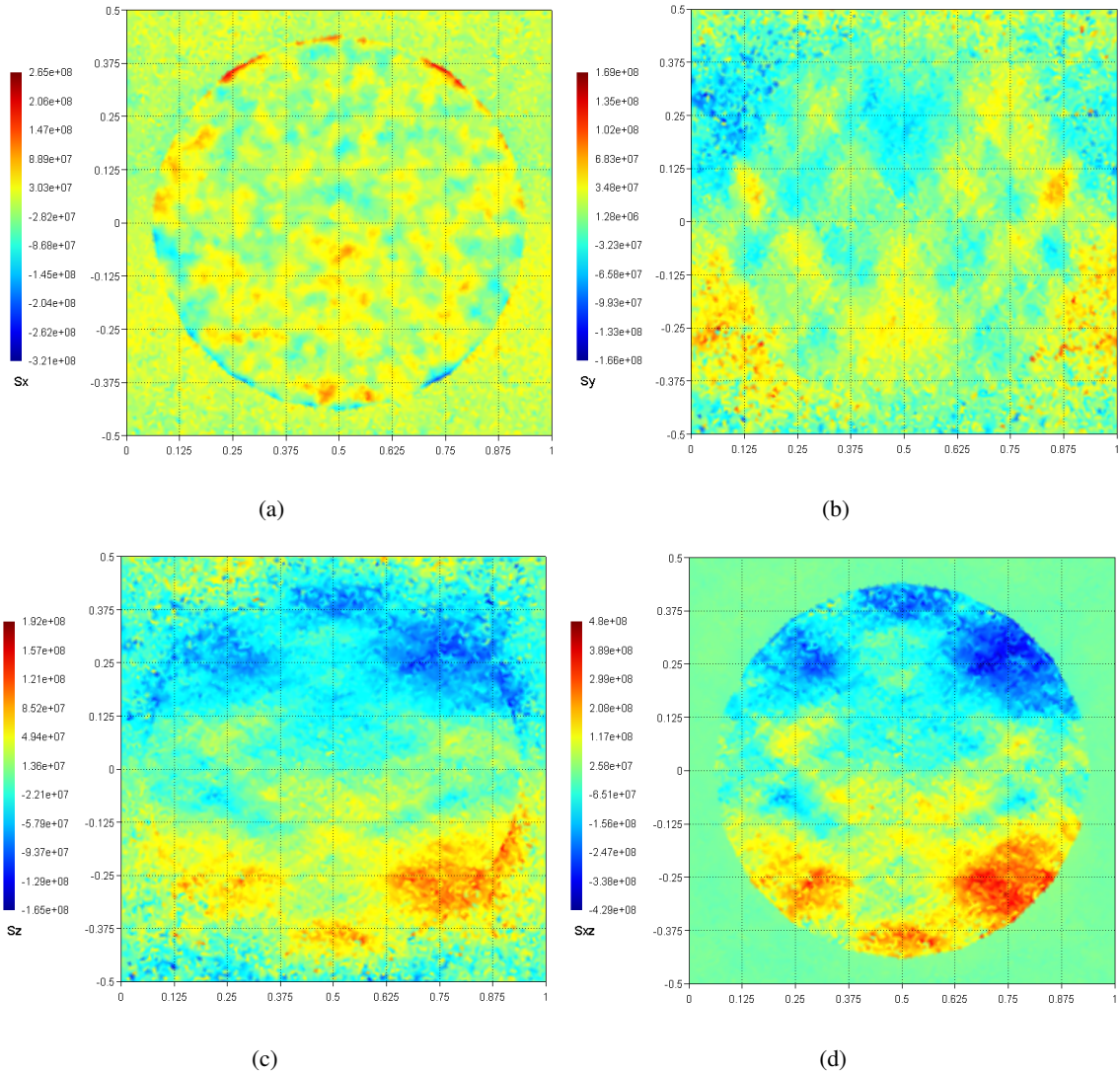


Figura 4.8: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=5$

De acordo com a Tabela 4.7 é possível verificar-se que a tensão máxima macro na zona de onde se sub-modela o VRE, ocorre como no caso anterior em σ_y com o valor de $6,17e+04$ Pa, inferior ao caso anterior, tal como o deslocamento máximo macro, devido ao aumento da espessura da placa. Na Tabela 4.8 a tensão máxima ocorre em σ_{xz} independentemente da escala. A Tabela 4.9 demonstra as localizações das tensões e neste caso não é possível observar-se em nenhuma das componentes de tensão nas Figuras 4.8, o seu máximo, pois a coordenada x tem de ter o valor de 1 m, este valor deve-se ao fato de ter-se

efetuado uma mudança de variável para a escala 10^{-6} . Em qualquer dos casos é no entanto possível concluir-se que os valores das tensões obtidas nas análises micro são superiores aos obtidos na análise macro.

Apresenta-se na tabela 4.10, para a relação $a/h=10$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.10: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=10$

Deslocamento máximo macro	2,1502E-05					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	3,5601E+03	2,6103E+05	3,5598E+03	-4,2570E+03	2,8071E-01	3,9138E+03

De seguida pode-se observar através das tabelas 4.11 e 4.12, os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}). A figura 4.9 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.11: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=10$

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	1,2950E+06	9,7870E+05	9,5387E+05	2,3607E+06	2,1006E+06	1,8941E+06
10^{-4}	1,5675E+07	1,5976E+07	1,6179E+07	2,1662E+07	2,1516E+07	1,8439E+07
10^{-5}	1,9627E+08	1,6374E+08	1,3078E+08	2,0188E+08	2,4550E+08	2,0058E+08
10^{-6}	2,0963E+09	2,7689E+09	2,6312E+09	2,1486E+09	2,4677E+09	2,1408E+09

Tabela 4.12: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=10$

	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}	
Localização	x	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00	1,0000E-01	2,0000E-01	1,0000E-01
	y	9,3331E-01	9,3331E-01	9,3331E-01	7,3680E-01	2,9534E-01	7,3680E-01
	z	4,4468E-01	4,4468E-01	4,4468E-01	2,6970E-01	3,8016E-01	2,6970E-01

Com base na Tabela 4.10 é possível verificar-se que a tensão máxima macro na região onde se extrai o VRE (isto é onde se efetua a sub-modelação) é em σ_y com o valor de 2,61e+05 Pa. Na Tabela 4.11 a tensão máxima ocorre em σ_y , para a escala 10^{-6} ao contrário do que acontece para a escala $a/h=10$, no entanto para outras escalas a tensão máxima ocorre noutras componentes de tensão. A Tabela 4.12 demonstra as localizações das tensões e como no caso anterior não é possível visualizar nenhum dos máximos nas Figuras 4.9. Apesar de nas três componentes principais o valor máximo situa-se na face

oposta de visualização. Apenas na Figura 4.9 (d) é possível observar-se a existência de zonas em que a variação da tensão é significativamente elevada.

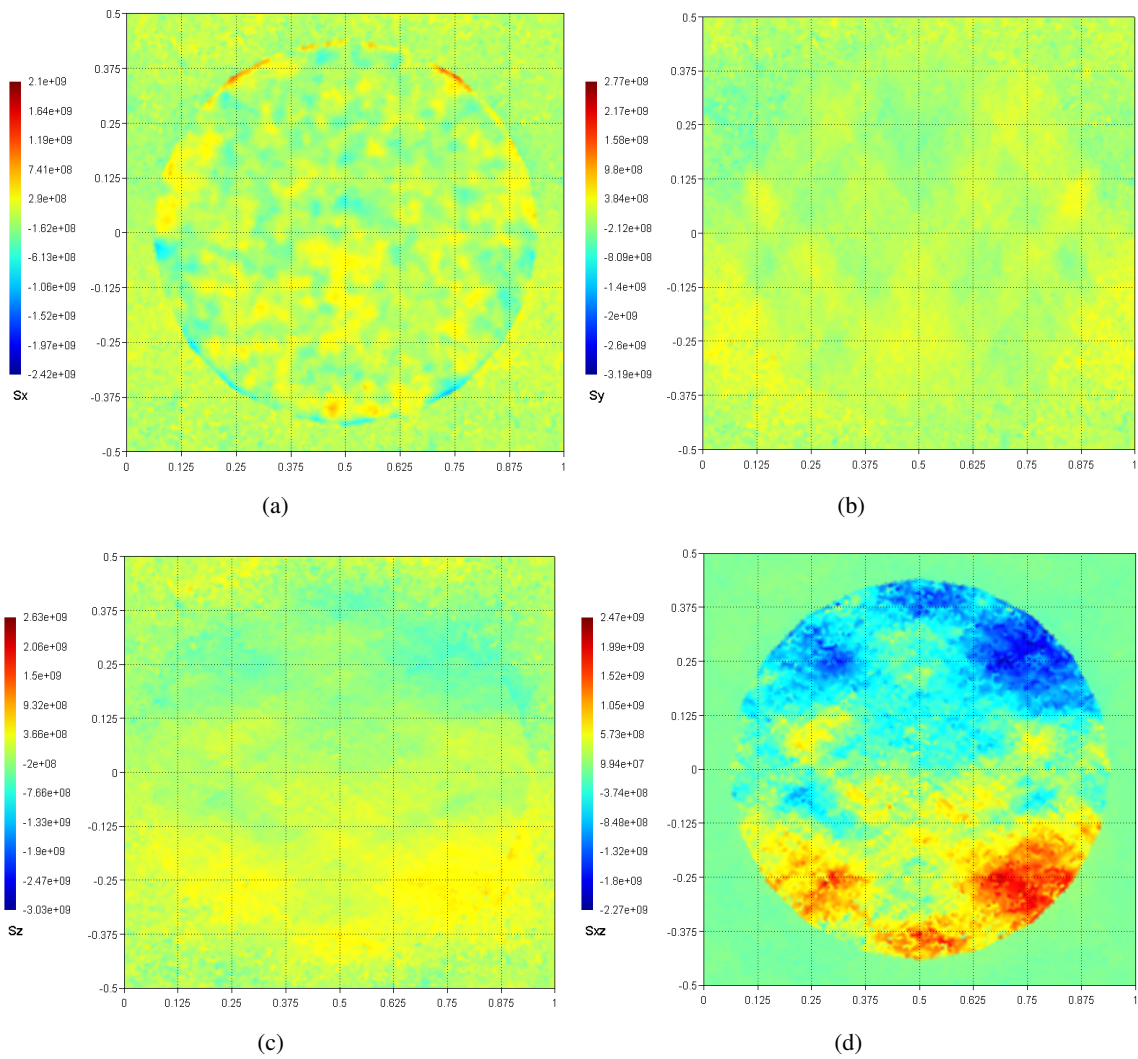


Figura 4.9: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Teórica/ estudo 1/ $a/h=10$

4.3.1.2 Estudo 3

Apresenta-se na tabela 4.13, para a relação $a/h=5$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.13: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=5$

Deslocamento máximo macro	9,9340E-07					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	-5,8313E+01	1,0854E+04	-5,5963E+03	-2,1942E+02	-2,4454E+03	1,4479E+03

Nas tabelas 4.14 e 4.15, observam-se os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}).

Na figura 4.10 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.14: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=5$

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	1,6460E+04	2,1682E+04	2,0944E+04	1,9190E+04	2,0678E+04	1,5226E+04
10^{-4}	1,7565E+05	9,8076E+04	1,1150E+05	3,9090E+05	2,4507E+05	2,1588E+05
10^{-5}	1,6231E+06	9,1586E+05	1,0772E+06	1,8158E+06	2,5630E+06	2,1360E+06
10^{-6}	1,7259E+07	1,2005E+07	1,0546E+07	1,4090E+07	2,2110E+07	1,6555E+07

Tabela 4.15: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=5$

	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
Localização	x	8,0000E-01	1,0000E-01	4,0000E-01	9,0000E-01	1,0000E+00
	y	8,2593E-01	1,0554E-01	6,1585E-02	8,5010E-01	6,8382E-01
	z	-2,8450E-01	2,9213E-01	-3,2114E-01	-2,6033E-01	2,4504E-01

Conforme se pode observar na Tabela 4.13 é possível verificar-se que a tensão máxima na zona de onde se extrai o VRE, tal como anteriormente ocorre em σ_y com o valor de 1,08e+04 Pa, valor ligeiramente inferior ao caso anterior com a mesma espessura. Tal como sucedido no caso anterior para a mesma relação a/h , na Tabela 4.14 verifica-se que a tensão máxima ocorre em σ_{xz} para a escala 10^{-6} . A Tabela 4.15 reflete as localizações das tensões demonstradas na Figura 4.10, a qual é possível visualizar-se as tensões máximas em σ_{xz} que ocorre na interface fibra-matriz.

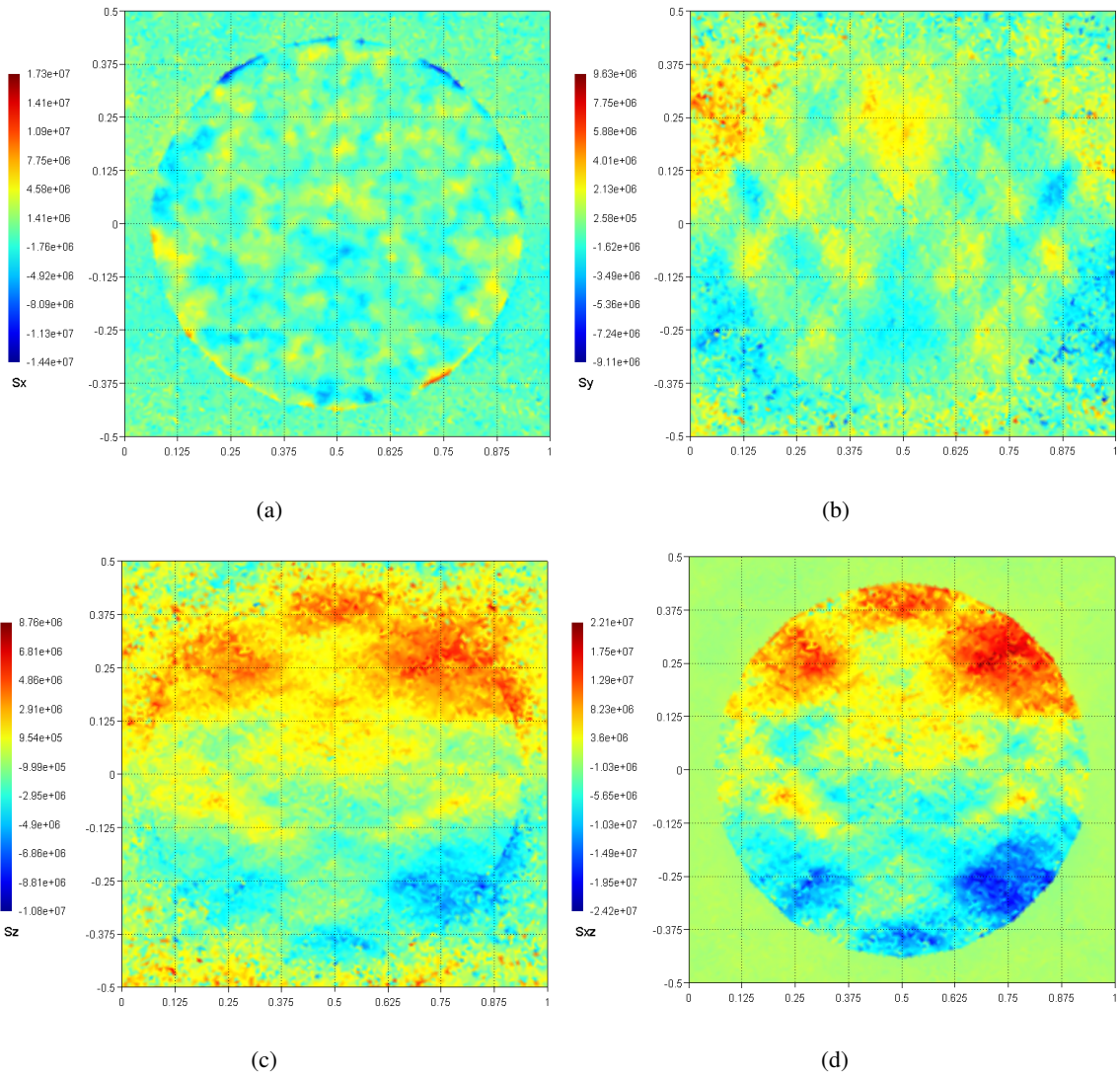


Figura 4.10: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=5$

Apresenta-se na tabela 4.16, para a relação $a/h=10$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.16: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=10$

Deslocamento máximo macro	1,7674E-06					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	-4,0676E+02	1,0310E+04	-5,9698E+03	-3,4058E+02	-2,7359E+03	1,3096E+03

Apresentam-se de seguida nas tabelas 4.17 e 4.18, os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}). Também na figura 4.11 observa-se as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.17: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=10$

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	3,0289E+04	1,9507E+04	2,0003E+04	4,8468E+04	4,0956E+04	3,3150E+04
10^{-4}	3,0317E+05	2,3197E+05	2,0509E+05	4,1058E+05	4,2166E+05	3,3912E+05
10^{-5}	3,3494E+06	2,4615E+06	2,2166E+06	4,5391E+06	4,8330E+06	4,1720E+06
10^{-6}	3,4676E+07	2,3421E+07	2,1749E+07	6,5399E+07	4,5429E+07	3,3351E+07

Tabela 4.18: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=10$

	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
Localização	x	8,0000E-01	1,0000E-01	1,0000E-01	4,0000E-01	1,0000E+00
	y	8,5010E-01	8,9447E-01	8,9447E-01	1,7588E-01	7,0001E-01
	z	-2,6033E-01	-2,9213E-01	-2,9213E-01	-2,6872E-01	2,4855E-01

Na Tabela 4.16 constata-se que como acontece no caso de estudo anterior, a tensão máxima na zona de onde se sub-modela o VRE é em σ_y contrariamente ao que acontece na Tabela 4.17, em que σ_{yz} tem o valor mais elevado de tensão. Também na Tabela 4.17 verifica-se que com a diminuição da escala em que se insere o VRE, os valores das tensões vão aumentando, atingindo para a σ_x o valor de $3,46e+07$ Pa. A Tabela 4.18 mostra as localizações das tensões e neste caso é possível localizar-se as tensões e tal como no caso anterior, verifica-se para σ_{xz} e σ_{xy} na Figura 4.11. Tanto na Figura 4.11 (c) e (d) verifica-se que a tensão máxima ocorre na parte superior do VRE, na interface fibra-matriz.

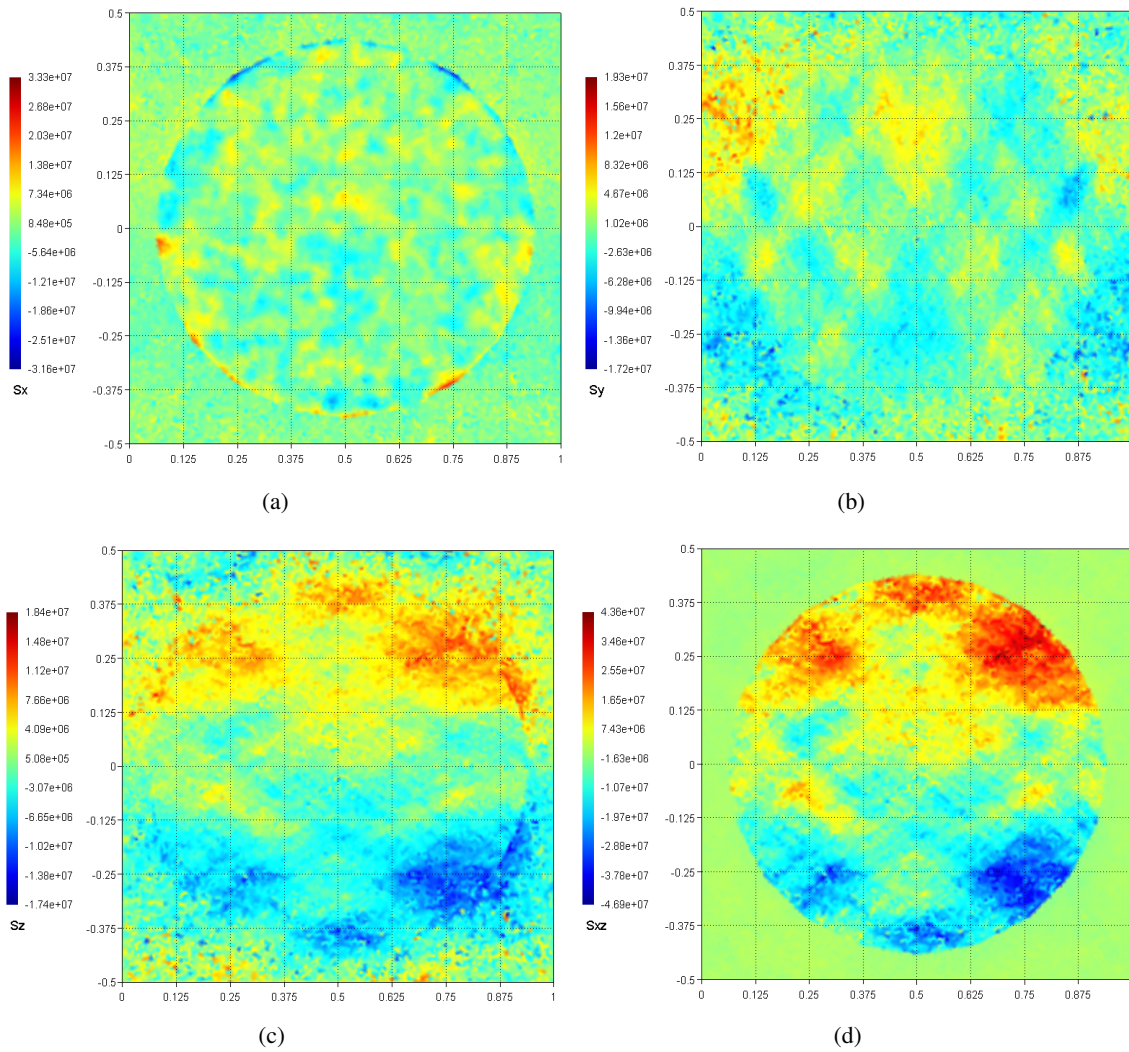


Figura 4.11: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Teórica/ estudo 3/ $a/h=10$

4.3.2 Fibra Intermédia

4.3.2.1 Estudo 1

Apresenta-se na tabela 4.19, para a relação $a/h=5$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.19: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=5$

Deslocamento máximo macro	3,8371E-06					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	8,4243E+02	6,1774E+04	8,4243E+02	-8,3961E+02	1,2380E-03	9,2619E+02

Apresentam-se de seguida nas tabelas 4.20 e 4.21, os resultados referentes aos valores máximos

obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}).

A figura 4.12 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.20: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Intermédia/ estudo 1/ a/h=5

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	3,2345E+05	2,2759E+05	1,8692E+05	4,3443E+05	3,5118E+05	4,9009E+05
10^{-4}	2,9459E+06	2,3119E+06	1,9618E+06	3,9201E+06	3,2785E+06	4,8242E+06
10^{-5}	3,5362E+07	2,8252E+07	1,8315E+07	6,7803E+07	3,6327E+07	7,0883E+07
10^{-6}	3,3674E+08	2,6870E+08	1,9226E+08	8,6717E+08	3,8714E+08	5,0468E+08

Tabela 4.21: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Intermédia/ estudo 1/ a/h=5

		σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	x	0,0000E+00	4,0000E-01	4,0000E-01	0,0000E+00	1,0000E+00	2,0000E-01
Localização	y	1,5612E-01	8,9397E-01	9,7866E-01	4,0566E-01	2,3137E-01	8,9685E-01
	z	-2,9755E-01	-2,7590E-01	-1,5892E-01	-3,3539E-01	-2,8102E-01	-1,7237E-01

Com base na Tabela 4.19 verifica-se que como no caso da fibra teórica a tensão máxima macro na zona de sub-modelação do VRE é em σ_y e como era de esperar o valor do deslocamento máximo é idêntico, pois o cálculo não depende da fibra, mas da espessura e condição de fronteira. Na Tabela 4.20 a tensão máxima ocorre em σ_{yz} , ao contrário do que acontecia na tensão macro, σ_y . A Tabela 4.21 demonstra as localizações das tensões e neste caso é possível observar-se o máximo de σ_{xz} na Figura 4.12 (d), situada na zona inferior e à esquerda do VRE.

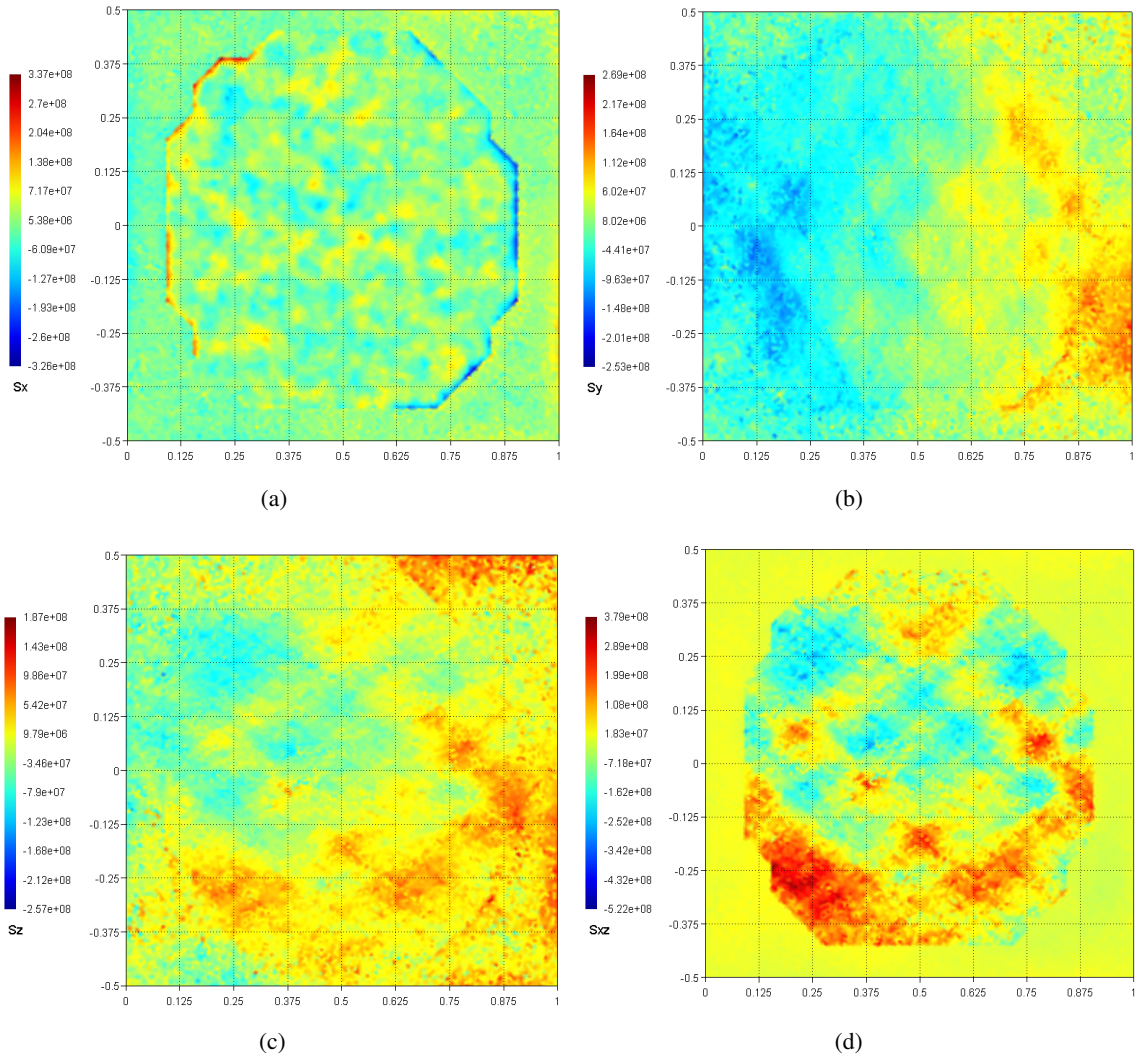


Figura 4.12: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=5$

Apresenta-se na tabela 4.22, para a relação $a/h=10$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.22: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=10$

Deslocamento máximo macro	2,1502E-05					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	3,5601E+03	2,6103E+05	3,5598E+03	-4,2570E+03	2,8071E-01	3,9138E+03

De seguida pode-se observar através das tabelas 4.23 e 4.24, os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}). A figura 4.13 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na

secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.23: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Intermédia/ estudo 1/ a/h=10

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	2,0156E+06	1,3378E+06	1,2587E+06	3,9131E+06	2,7166E+06	2,8296E+06
10^{-4}	1,8583E+07	1,5686E+07	1,3518E+07	3,5000E+07	1,8954E+07	2,9136E+07
10^{-5}	1,8346E+08	1,4460E+08	1,0853E+08	2,4407E+08	1,9614E+08	2,7071E+08
10^{-6}	2,0488E+09	1,4935E+09	1,2902E+09	5,7443E+09	2,0858E+09	2,8073E+09

Tabela 4.24: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Intermédia/ estudo 1/ a/h=10

		σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
Localização	x	0,0000E+00	8,0000E-01	0,0000E+00	0,0000E+00	1,0000E+00	2,0000E-01
	y	1,5612E-01	9,6529E-01	9,7883E-01	3,4621E-01	2,0990E-01	8,9685E-01
	z	-2,9755E-01	-3,1077E-01	-4,0157E-01	2,7269E-01	-2,8861E-01	-1,7237E-01

De acordo com a Tabela 4.22 verifica-se que o deslocamento máximo macro comparativamente com o caso anterior é superior, tal como a tensão macro, devido à diminuição da espessura da placa. Na Tabela 4.23, tal como o sucedido no caso anterior a tensão máxima ocorre em σ_{yz} . A Tabela 4.24 reflete as localizações das tensões máximas na Figura 4.13 onde é possível observar-se as quatro tensões mais relevantes, embora só seja possível visualizar-se o máximo em σ_{xz} na Figura 4.13 (d).

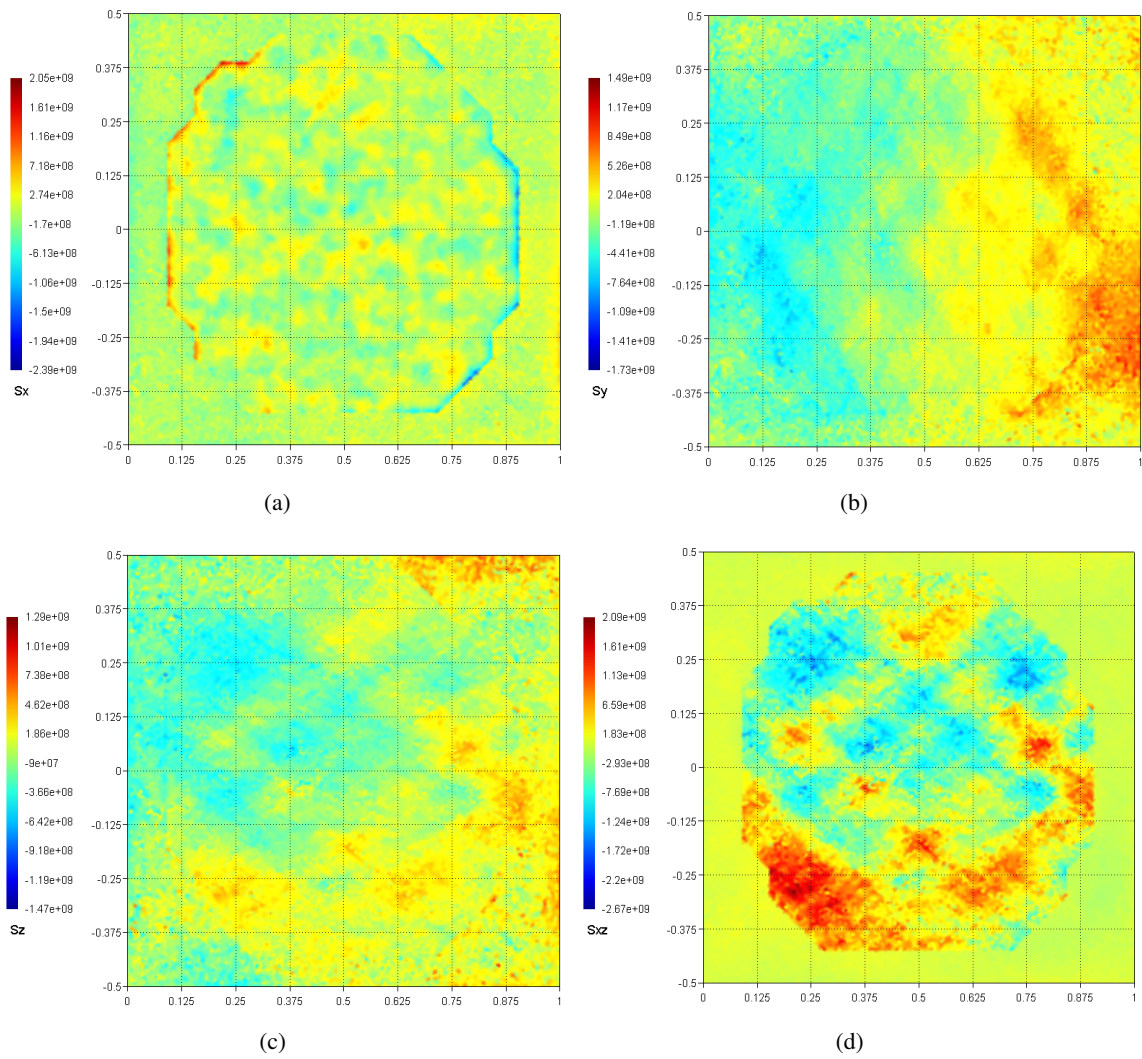


Figura 4.13: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Intermédia/ estudo 1/ $a/h=10$

4.3.2.2 Estudo 3

Apresenta-se na tabela 4.25, para a relação $a/h=5$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.25: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=5$

Deslocamento máximo macro	9,9340E-07					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	-1,6850E+01	1,1198E+04	-5,5926E+03	-2,4107E+02	-2,4307E+03	1,4771E+03

Nas tabelas 4.26 e 4.27, observam-se os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}).

Na figura 4.14 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.26: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=5$

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	1,2209E+04	8,8706E+03	1,0173E+04	2,8282E+04	2,1450E+04	2,5889E+04
10^{-4}	1,0814E+05	8,4455E+04	9,2777E+04	3,2750E+05	2,2977E+05	2,6696E+05
10^{-5}	1,1406E+06	9,2151E+05	1,0510E+06	4,3943E+06	2,4314E+06	2,5648E+06
10^{-6}	1,3915E+07	8,9400E+06	9,9058E+06	4,0638E+07	2,6800E+07	2,6185E+07

Tabela 4.27: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=5$

	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
Localização	x	1,0000E+00	6,0000E-01	8,0000E-01	8,0000E-01	8,0000E-01
	y	7,1518E-01	9,4003E-02	6,5561E-01	9,4003E-02	6,5561E-01
	z	-4,2178E-01	1,3728E-01	-1,2146E-01	1,3728E-01	-1,2146E-01

Conforme se pode observar na Tabela 4.25 a tensão macro ocorre em σ_y e como era de esperar as tensões macro são idênticas ao mesmo caso de estudo e espessura para a fibra teórica, devido à não influência da fibra nestes cálculos. Na Tabela 4.26 comprova-se que a tensão máxima ocorre em σ_{yz} independentemente da escala utilizada para cálculo. Comparativamente com a fibra teórica, os valores de σ_x são inferiores em todas as escalas calculadas. A Tabela 4.27 demonstra as localizações das tensões e neste caso é possível visualizar-se a tensão máxima em σ_x na Figura 4.14 (a), ocorre na zona inferior e à direita do VRE, na interface fibra-matriz.

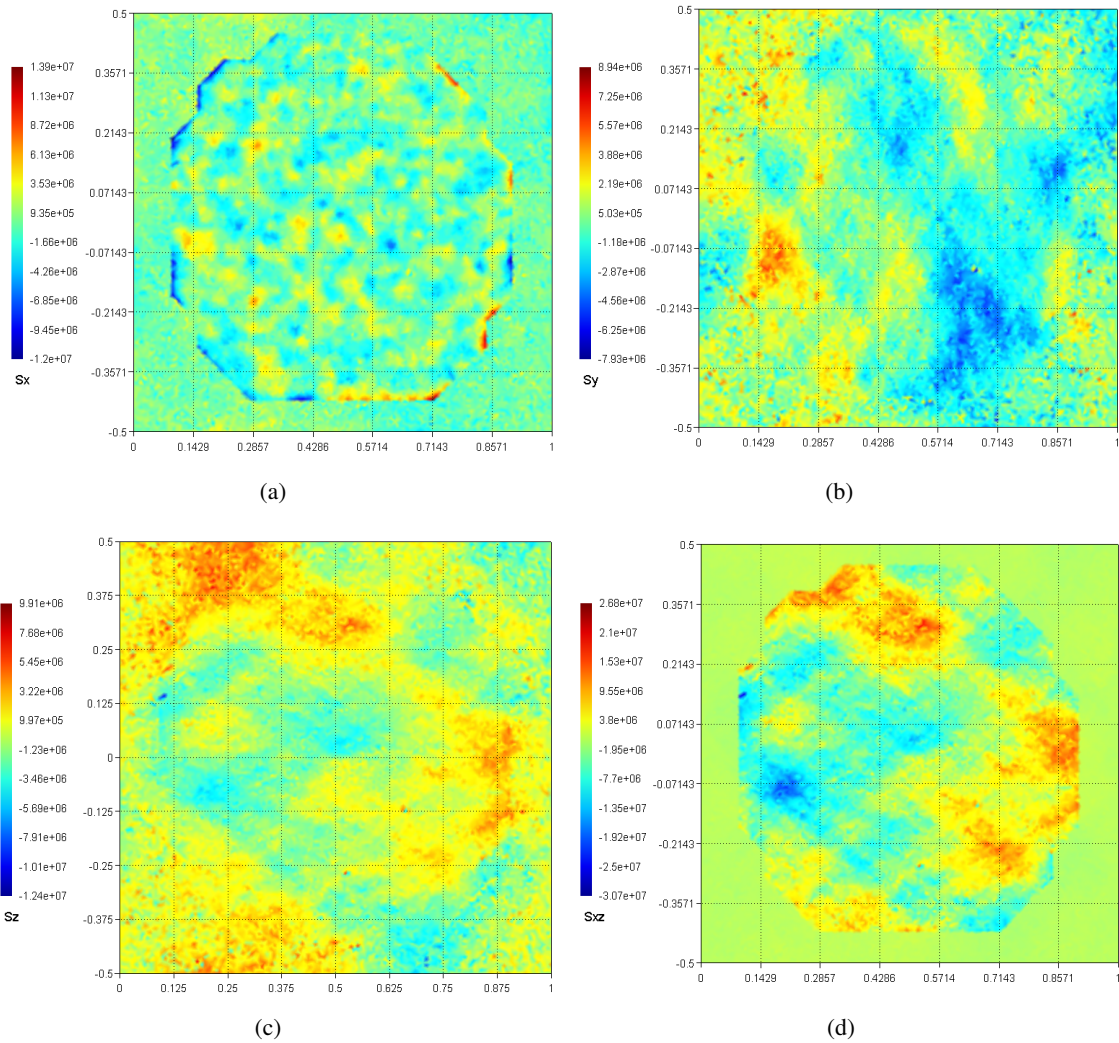


Figura 4.14: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=5$

Apresenta-se na tabela 4.28, para a relação $a/h=10$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.28: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=10$

Deslocamento máximo macro	1,7674E-06					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	-4,0354E+02	1,0055E+04	-5,9316E+03	-3,5284E+02	-2,7161E+03	1,2998E+03

Apresentam-se de seguida nas tabelas 4.29 e 4.30, os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}). Também na figura ?? observa-se as distribuições de algumas componentes de tensão na

secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.29: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Intermédia/ estudo 3/ a/h=10

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	2,7347E+04	2,5020E+04	2,1966E+04	9,1662E+04	4,6140E+04	5,4935E+04
10^{-4}	4,4706E+05	4,2105E+05	3,3512E+05	1,3754E+06	6,0674E+05	6,7329E+05
10^{-5}	2,7152E+06	3,2309E+06	3,6983E+06	1,2249E+07	7,9869E+06	6,0152E+06
10^{-6}	2,6229E+07	2,1458E+07	2,4057E+07	9,5469E+07	4,4419E+07	5,6965E+07

Tabela 4.30: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Intermédia/ estudo 3/ a/h=10

	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
x	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00	8,0000E-01	0,0000E+00	1,0000E+00
Localização y	9,0154E-01	2,1127E-02	2,1127E-02	6,5561E-01	4,0530E-01	1,6915E-01
z	1,3728E-01	-4,0186E-01	-4,0186E-01	-1,2146E-01	-3,4313E-01	-1,0484E-01

Na Tabela 4.28 é possível verificar-se que a tensão máxima macro restringida à região do VRE é em σ_y com o valor de $1e+04$ Pa. Tal como na fibra teórica e para o mesmo caso de estudo e espessura o valor do deslocamento máximo macro tem o valor aproximado de $1,77e-6$ m, deve-se ao fato de o deslocamento macro ser condicionado apenas pelo estudo, espessura e condição de fronteira, que neste caso é apoiado-apoiado. Conforme se pode observar na Tabela 4.29 a tensão máxima, tal como nos casos anteriores ocorre maioritariamente em σ_{yz} e que com a diminuição da escala esses valores vão aumentando. A Tabela 4.30 demonstra as localizações das tensões e neste caso é possível visualizar o máximo apenas para σ_{xy} . Nas Figuras 4.15 (a) e (d) verifica-se que existem variações significativas na interface fibra-matriz.

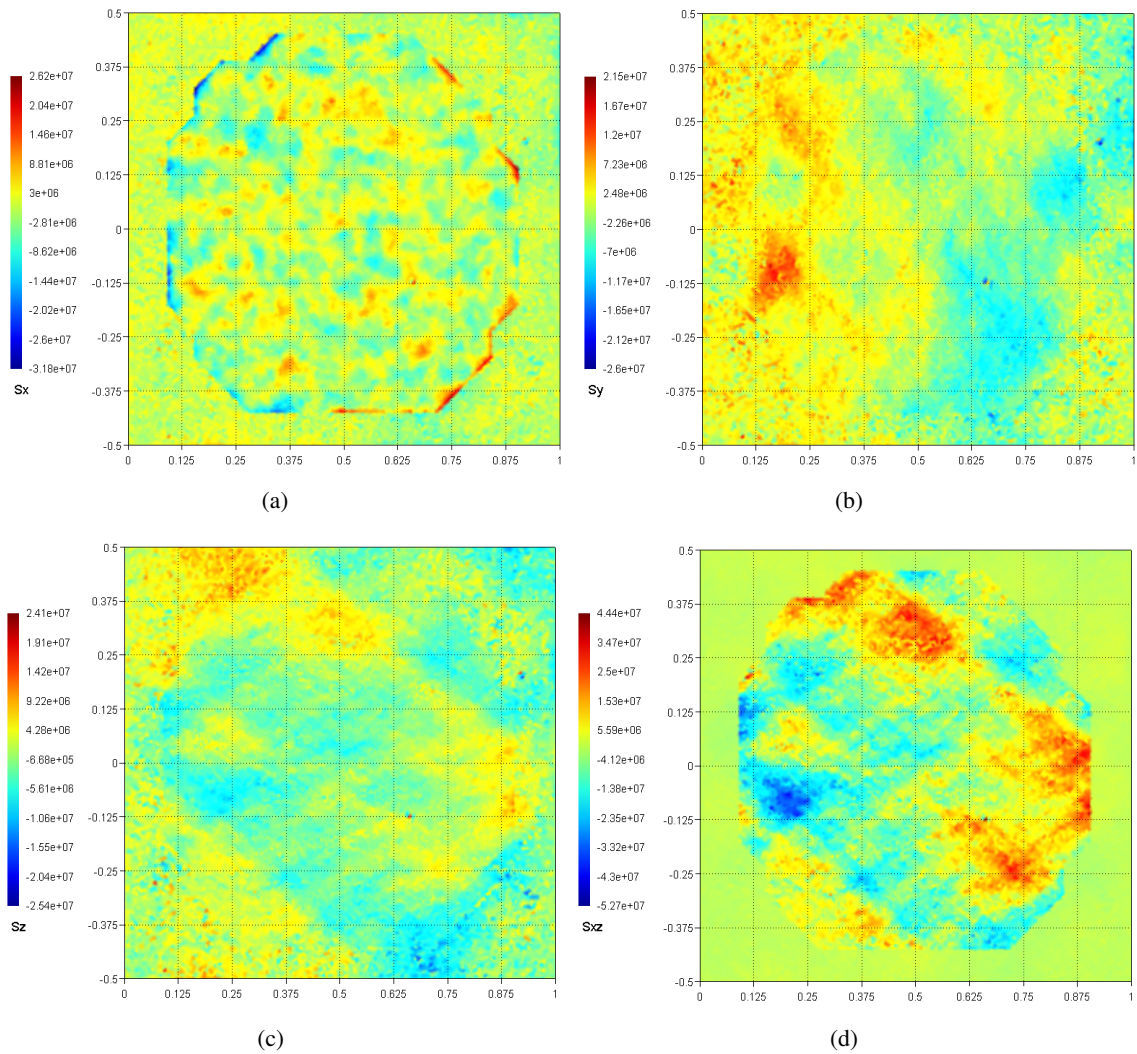


Figura 4.15: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Intermédia/ estudo 3/ $a/h=10$

4.3.3 Fibra Imperfeita

4.3.3.1 Estudo 1

Apresenta-se na tabela 4.31, para a relação $a/h=5$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.31: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=5$

Deslocamento máximo macro	3,8371E-06					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	8,4243E+02	6,1774E+04	8,4243E+02	-8,3961E+02	1,1838E-03	9,2619E+02

Apresentam-se de seguida nas tabelas 4.32 e 4.33, os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}).

A figura 4.16 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.32: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Imperfeita/ estudo 1/ a/h=5

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	2,4646E+05	2,5055E+05	2,0450E+05	4,1075E+05	4,5027E+05	3,5404E+05
10^{-4}	3,0787E+06	1,9522E+06	1,7346E+06	5,0954E+06	4,7773E+06	3,6796E+06
10^{-5}	3,3635E+07	2,0393E+07	2,3438E+07	3,6548E+07	4,8981E+07	3,6748E+07
10^{-6}	3,5630E+08	2,0603E+08	1,8605E+08	4,0314E+08	4,9166E+08	4,2907E+08

Tabela 4.33: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Imperfeita/ estudo 1/ a/h=5

		σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	x	2,0000E-01	4,0000E-01	4,0000E-01	8,0000E-01	8,0000E-01	8,0000E-01
Localização	y	6,4187E-01	6,2004E-02	6,2004E-02	6,1560E-01	7,5257E-01	7,4174E-01
	z	2,9223E-01	-4,0989E-01	-4,0989E-01	1,7168E-01	-3,7582E-02	-4,2683E-01

Como em todos os casos anteriores desta secção, a tensão macro mais elevada é em σ_y , neste caso com o valor de $6,17e+04$ Pa, como é possível observar-se 4.31. Na Tabela 4.32 verifica-se que a tensão máxima ocorre em σ_{xz} , com um crescimento gradual consoante a diminuição da escala utilizada para o cálculo, tal como sucedido na fibra teórica e para a mesma relação a/h. A Tabela 4.33 demonstra as localizações das tensões e como já referido anteriormente, apenas é possível visualizar-se o máximo, se a componente x tiver o valor unitário de 1 m, o que não acontece neste caso. Na Figura 4.16 (a), verifica-se que é possível visualizar-se os contornos da fibra imperfeita para a componente de tensão σ_x .

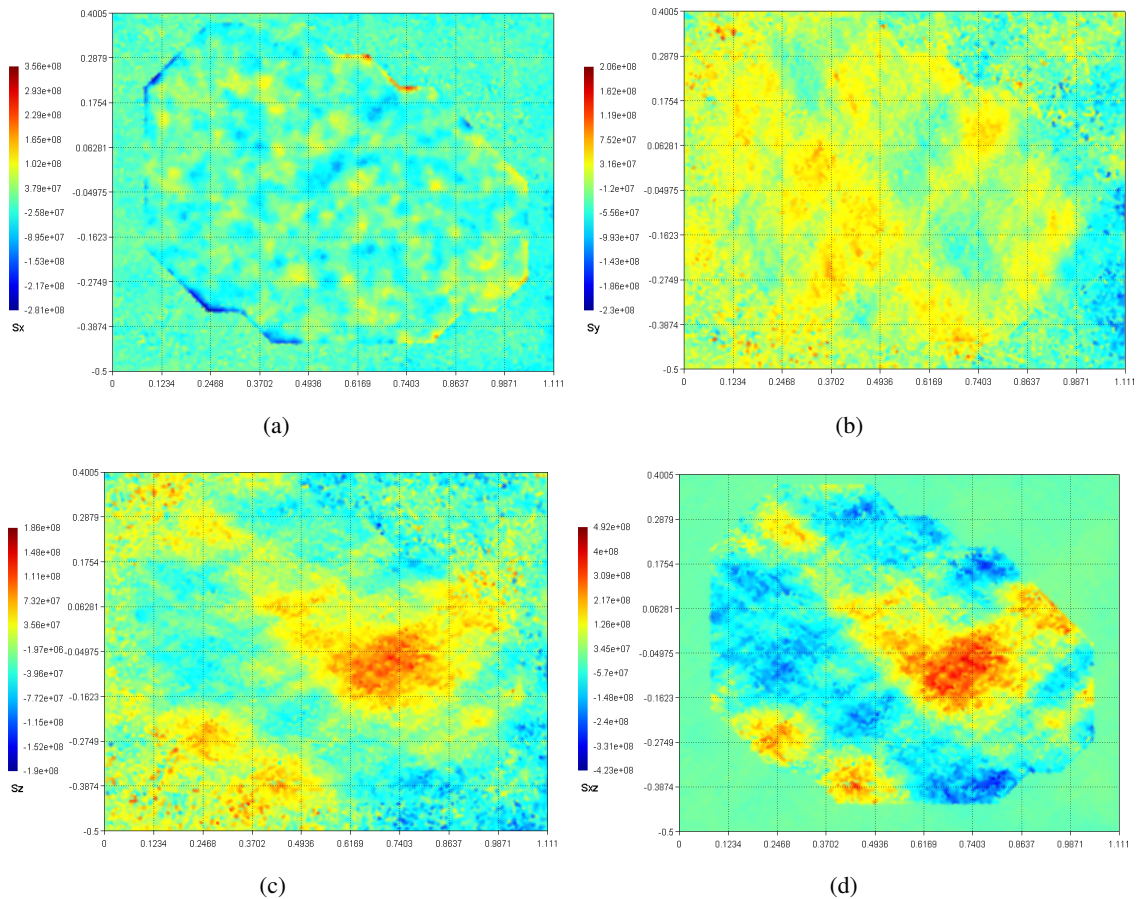


Figura 4.16: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=5$

Apresenta-se na tabela 4.34, para a relação $a/h=10$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.34: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=10$

Deslocamento máximo macro	2,1502E-05					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	3,5601E+03	2,6103E+05	3,5598E+03	-4,2570E+03	2,8071E-01	3,9138E+03

De seguida pode-se observar através das tabelas 4.35 e 4.36, os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}). A figura 4.17 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.35: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Imperfeita/ estudo 1/ a/h=10

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	1,2483E+06	1,2484E+06	1,0561E+06	1,7952E+06	2,6477E+06	1,9106E+06
10^{-4}	2,0282E+07	1,0437E+07	8,9965E+06	2,6198E+07	2,6443E+07	2,0770E+07
10^{-5}	2,0444E+08	1,1240E+08	9,2721E+07	2,0865E+08	2,8697E+08	2,2596E+08
10^{-6}	1,9466E+09	1,0268E+09	9,7146E+08	1,5667E+09	2,5175E+09	2,0679E+09

Tabela 4.36: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Imperfeita/ estudo 1/ a/h=10

		σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	x	2,0000E-01	4,0000E-01	4,0000E-01	1,0000E-01	8,0000E-01	8,0000E-01
Localização	y	6,4187E-01	9,3218E-02	1,6661E-01	2,4942E-01	7,5897E-01	7,4174E-01
	z	2,9223E-01	-4,5429E-01	-3,8906E-01	-1,8319E-01	-4,3725E-02	-4,2683E-01

Com base na Tabela 4.34 verifica-se que os deslocamento máximo e as tensões macro são superiores ao caso anterior, devido à siminuição da espessura da placa. Tal como acontece na fibra teórica e intermédia, na Tabela 4.34 também é possível verificar-se que a tensão máxima macro restringida à região de extração do VRE é em σ_y com o valor de 2,61e+05 Pa e o deslocamento máximo macro, 2,15e-5m. Na Tabela 4.35 a tensão máxima ocorre em σ_{xz} independentemente da escala, comparativamente com as fibras anteriores, neste caso as tensões são mais elevadas, o que já seria de esperar pois a fibra imperfeita possui muitas irregularidades na interface fibra-matriz, o que leva ao aumento das tensões. A Tabela 4.36 mostra a localização para cada tensão em três coordenadas, e a principal a ter em conta é a coordenada x, pois como já referido, depende dela para a possibilidade de se conseguir visualizar a tensão máxima no VRE. Neste caso em nenhum dos casos é possível visualizar-se o máximo. Conforme se pode observar na Figura 4.17 (d) existe uma variação significativa no estado de tensão em σ_{xz} no interior da fibra.

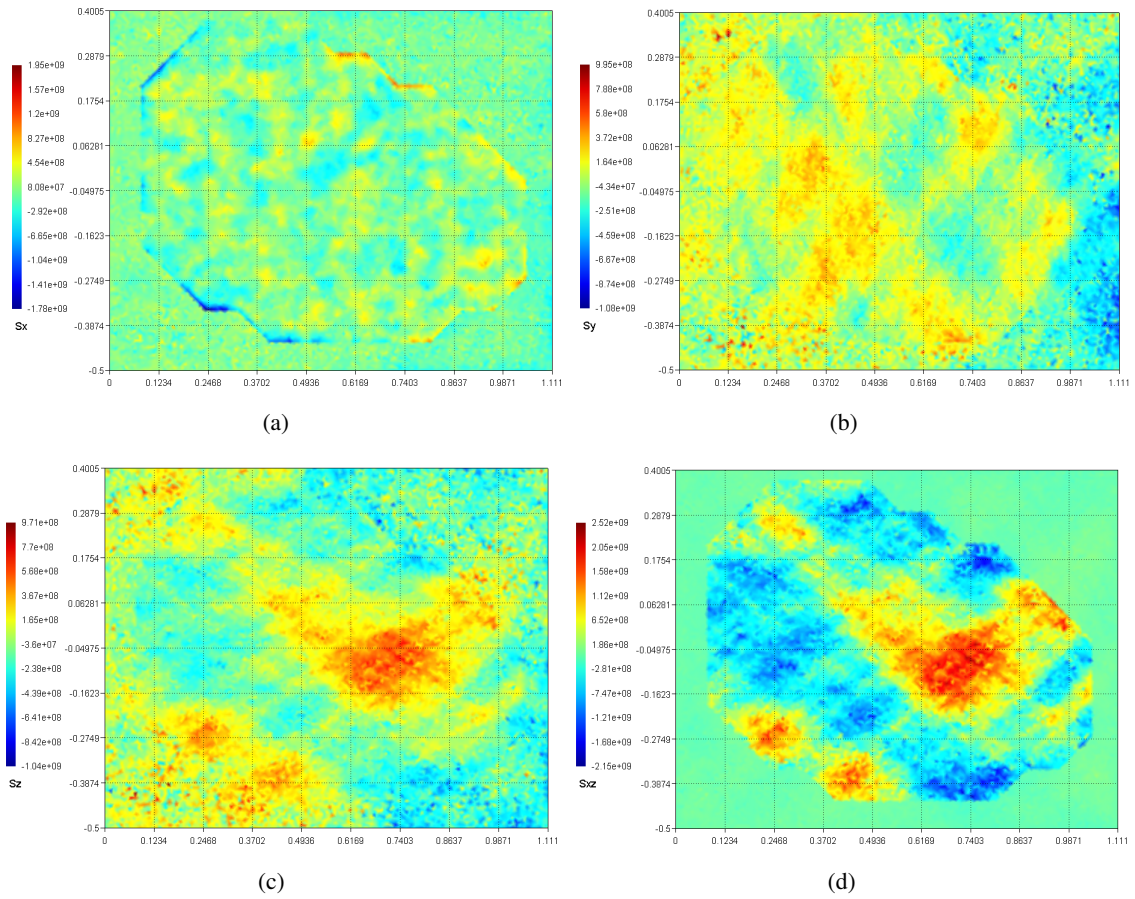


Figura 4.17: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Imperfeita/ estudo 1/ $a/h=10$

4.3.3.2 Estudo 3

Apresenta-se na tabela 4.37, para a relação $a/h=5$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.37: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=5$

Deslocamento máximo macro	9,9337E-07					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	-2,0116E+01	1,1144E+04	-5,5979E+03	-1,6732E+02	-2,4336E+03	1,4758E+03

Nas tabelas 4.38 e 4.39, observam-se os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respectivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}).

Na figura 4.18 apresenta as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.38: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=5$

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	1,4518E+04	1,1187E+04	1,2530E+04	3,3860E+04	2,3767E+04	2,4655E+04
10^{-4}	1,3188E+05	1,0300E+05	1,1254E+05	3,1687E+05	2,5080E+05	2,5552E+05
10^{-5}	1,2913E+06	1,0395E+06	1,2263E+06	1,8270E+06	2,3829E+06	2,5820E+06
10^{-6}	1,3265E+07	1,0797E+07	1,1963E+07	2,1658E+07	2,4385E+07	2,5459E+07

Tabela 4.39: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=5$

	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
Localização	x	8,0000E-01	8,0000E-01	4,0000E-01	0,0000E+00	4,0000E-01
	y	1,3919E-01	1,0149E+00	8,4807E-02	3,0688E-01	9,6811E-01
	z	-2,4373E-01	-3,2846E-01	-1,9576E-01	-3,2476E-01	-4,2683E-01

Conforme se pode observar na Tabela 4.37 o deslocamento máximo macro tem o valor de 9,93e-7m idêntico às outras fibras, o que vai de acordo com o que já foi dito anteriormente. Na Tabela 4.38 a tensão máxima ocorre em σ_{xy} , o que não tem acontecido anteriormente, apesar de o valor ser ligeiramente superior às componentes de tensão onde costuma ocorrer a tensão máxima. A Tabela 4.39 demonstra as localizações das tensões e neste caso não é possível visualizar-se em nenhum dos casos a tensão máxima. Tal como no estudo anterior é possível observar-se que na Figura 4.18 (d) existe uma elevada variação significativa da componente de tensão na interface fibra-matriz.

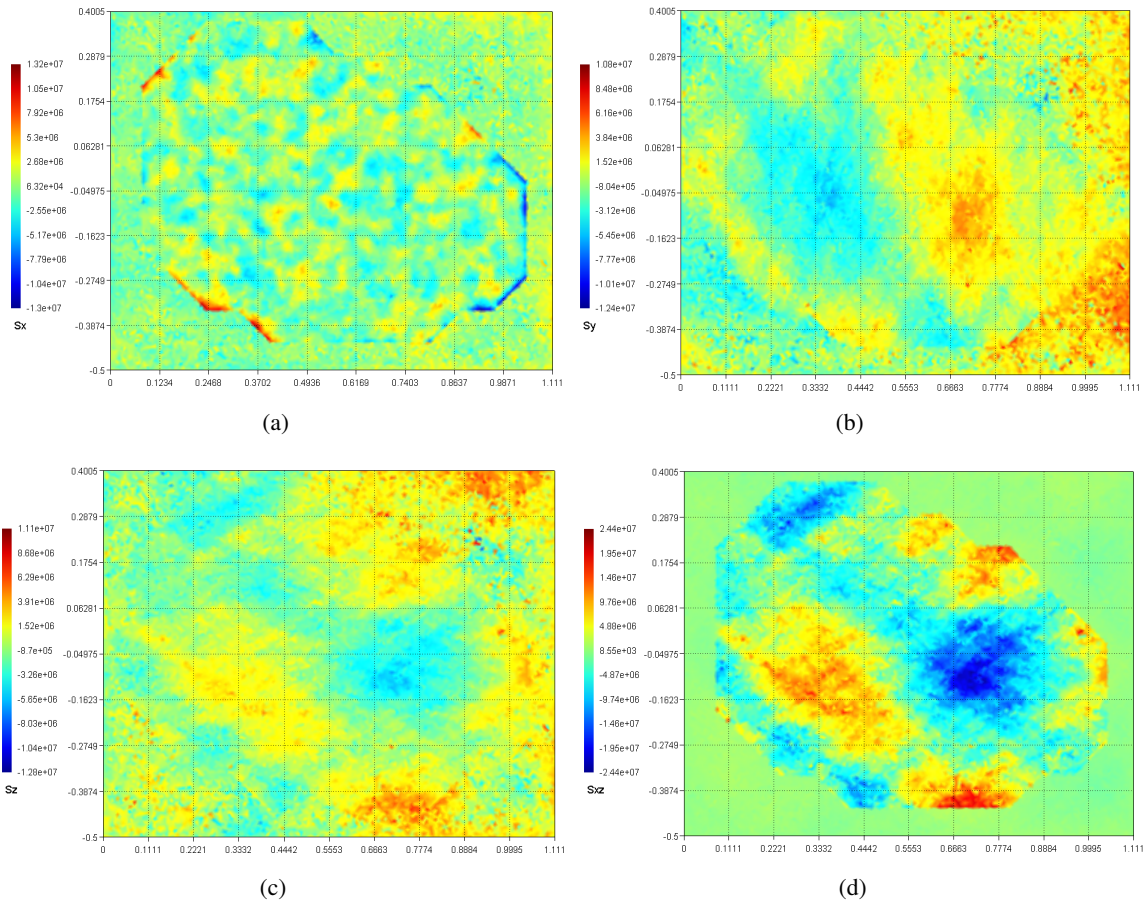


Figura 4.18: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=5$

Apresenta-se na tabela 4.40, para a relação $a/h=10$ os valores de deslocamento transversal máximo e os valores de componentes de tensões máximas que ocorrem na região de onde posteriormente se extrai o volume elementar.

Tabela 4.40: Deslocamento máximo e tensões máximas na região da placa, de onde se extrai o VRE, Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=10$

Deslocamento máximo macro	1,7673E-06					
Tensões Macro	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	-4,0752E+02	1,0081E+04	-5,9110E+03	-3,5866E+02	-2,7095E+03	1,2924E+03

Apresentam-se de seguida nas tabelas 4.41 e 4.42, os resultados referentes aos valores máximos obtidos para as componentes de tensão e respetivas localizações, consideradas as quatro micro-escalas (10^{-3} a 10^{-6}). Também na figura 4.19 observa-se as distribuições de algumas componentes de tensão na secção transversal definida no plano yz do volume elementar.

Tabela 4.41: Tensões máximas no VRE para diferentes escalas, Fibra Imperfeita/ estudo 3/ a/h=10

Escala	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
10^{-3}	3,4321E+04	2,6003E+04	2,6057E+04	3,8972E+04	5,5890E+04	5,5723E+04
10^{-4}	3,3070E+05	2,6280E+05	2,2428E+05	4,2061E+05	4,6233E+05	4,9189E+05
10^{-5}	3,1325E+06	2,4290E+06	2,5251E+06	1,0888E+07	4,9541E+06	5,1340E+06
10^{-6}	3,2502E+07	2,4334E+07	2,5940E+07	8,1192E+07	6,2748E+07	5,2010E+07

Tabela 4.42: Localização das tensões máximas na escala 10^{-6} , Fibra Imperfeita/ estudo 3/ a/h=10

	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
	x	1,0000E+00	8,0000E-01	0,0000E+00	0,0000E+00	8,0000E-01
Localização	y	2,0910E-01	1,0715E+00	6,4187E-01	6,4187E-01	1,0014E+00
	z	-3,1364E-01	-3,2601E-01	2,9223E-01	2,9223E-01	-3,0699E-01

Como se pode constatar através da Tabela 4.40 o deslocamento e as tensões máximas macro são idênticas às da fibra teórica e imperfeita, exatamente para o mesmo caso de estudo e espessura. Na Tabela 4.41, como já se pode observar em casos anteriores os valores das tensões aumentam com a diminuição da escala do VRE e que a sua tensão mais elevada é σ_{yz} . Comparativamente às outras fibras referidas, neste caso devido às imperfeições no contorno da fibra as tensões são ligeiramente superiores. A Tabela 4.42 possui os valores das coordenadas dos valores máximos das tensões e apenas em σ_x é possível visualizar-se o máximo, conforme se pode observar na Figura 4.19 (a), situado na zona inferior e à esquerda do VRE na interface fibra-matriz.

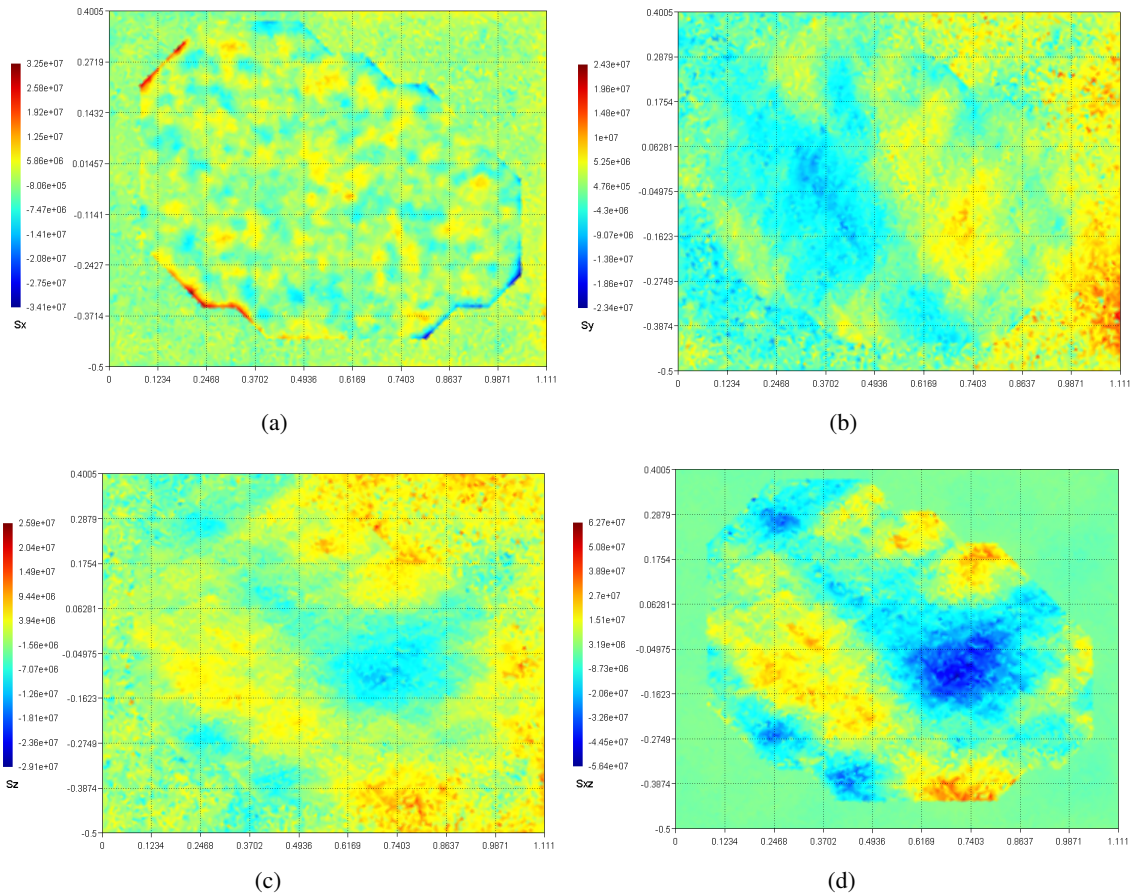


Figura 4.19: (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{xy} , Fibra Imperfeita/ estudo 3/ $a/h=10$

4.3.4 Síntese de Resultados a Diferentes Escalas

Com base nos resultados obtidos anteriormente, esta secção tem como objetivo fazer uma comparação gráfica das diferentes escalas, tendo em conta o tipo de fibra e a espessura da placa.

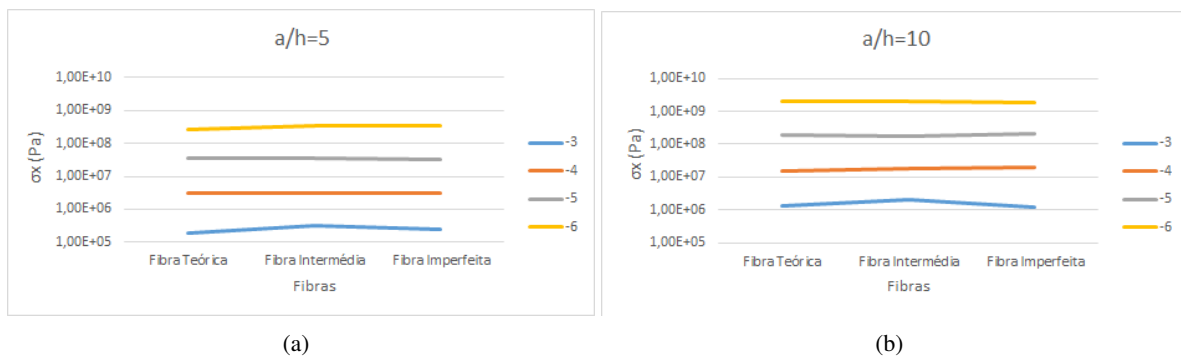


Figura 4.20: Gráficos da componente de tensão σ_x , de acordo com as fibras e espessura (a) $a/h=5$ e (b) $a/h=10$

Com base nos gráficos da Figura 4.20 é possível fazer algumas comparações de acordo da espessura

da placa. Com o aumento da espessura o valor da componente de tensão σ_x vai diminuindo, conforme se observa na Figura 4.20 (a). Também se conclui, que como era de esperar que σ_x tanto para Figura 4.20 (a) como para a (b), a fibra imperfeita tem sempre o valor mais elevado comparando com a fibra teórica e intermédia, exceto na escala 10^{-3} , deve-se ao fato de fibra imperfeita possuir mais irregularidades e excentricidade na interface fibra-matriz.

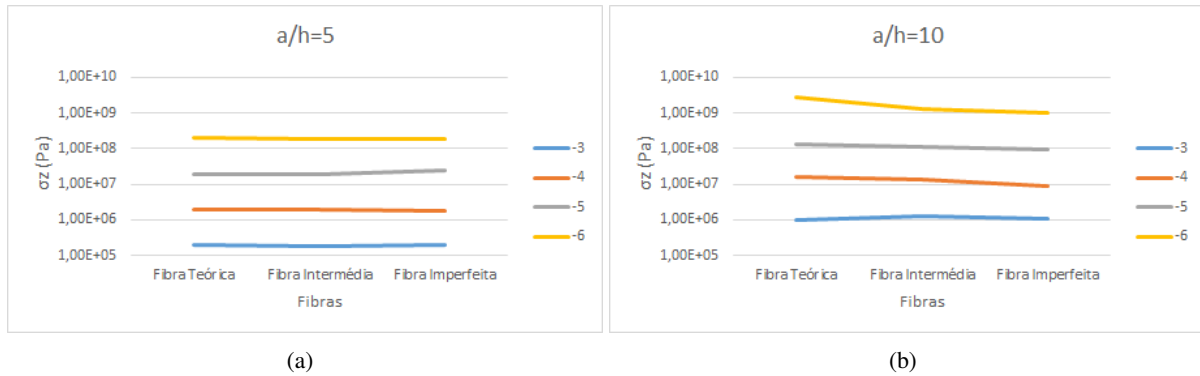


Figura 4.21: Gráficos da componente de tensão σ_z , de acordo com as fibras e espessura (a) $a/h=5$ e (b) $a/h=10$

Conforme se pode observar no gráfico da Figura 4.21 (a) os valores da componente de tensão σ_z são superiores para a fibra imperfeita. Comparativamente com a Figura 4.21 (b), nesta existe decrescimento em todas as escalas, sendo a fibra teórica a fibra a que correspondem a tensão mais elevada.

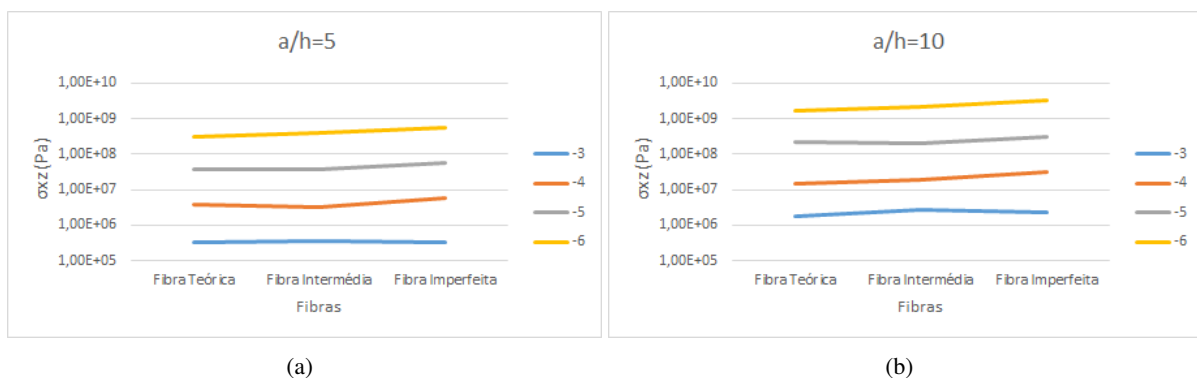


Figura 4.22: Gráficos da componente de tensão σ_{xz} , de acordo com as fibras e espessura (a) $a/h=5$ e (b) $a/h=10$

Tal como nos casos anteriores, nos gráficos da Figura 4.22 verifica-se que com a diminuição da relação a/h os valores de σ_{xz} vão diminuindo. Na Figura 4.22 (a) é possível observar-se que os valores de tensão têm um ligeiro aumento com a alteração da fibra, ou seja, com a utilização de uma fibra com mais irregularidades e excentricidade, como é o caso da intermédia e da imperfeita comparativamente com a teórica. É de salientar que na Figura 4.22 (b) na escala 10^{-3} existe uma diminuição significativa dos valores de tensão da fibra intermédia para a imperfeita, o que já tinha sucedido nos dois casos de

estudo anteriores.

4.4 Superfície de Resposta

Nesta secção pretende-se apresentar as superfícies de resposta obtidas para o deslocamento máximo macro e para as componentes de tensão, dependendo da relação a/h e da pressão exercida na placa. Estas superfícies de respostas foram dividida em duas fibras, a teórica e a imperfeita, somente para o estudo 1, com a condição de fronteira (SSSS) e para a escala 10^{-6} .

Como o deslocamento máximo macro não depende da existência de uma fibra mais ou menos perfeita (dado que o cálculo das propriedades homogeneizadas da placa é efetuado no pressuposto de perfeição da geometria das fibras), mas sim da espessura e pressão exercida na placa, iremos apresentar uma única superfície de resposta para este deslocamento.

Com base na Tabela 4.43 é possível concluir que com o aumento da relação a/h , ou seja, com a diminuição da espessura da placa e com o aumento da pressão exercida na mesma, o deslocamento máximo macro vai aumentando. Isto pois, quanto menor for a rigidez da placa, (placa mais fina), para a mesma pressão, a placa vai sofrer maiores deslocamentos. Estes valores podem ser observados de uma outra forma, através da Figura 4.23, que contém uma superfície de resposta para os resultados da tabela anterior, é possível visualizar o aumento significativo do deslocamento máximo macro através da relação a/h , este aumento já não é tão significativo na perspectiva de p_z .

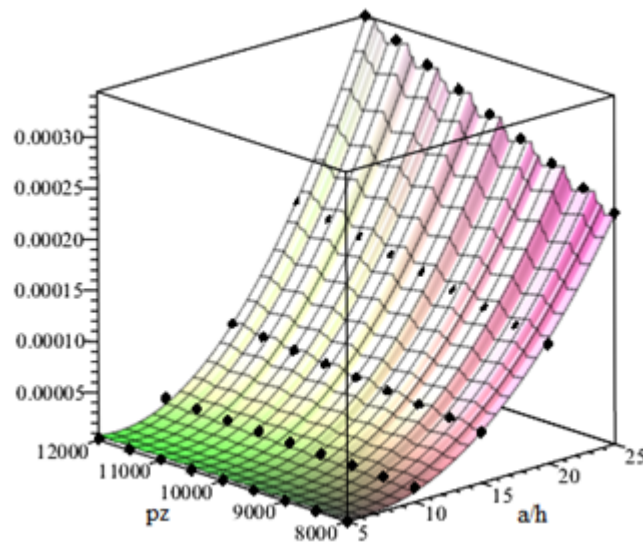


Figura 4.23: Superfície de resposta para o deslocamento máximo macro

Tabela 4.43: Deslocamentos máximos macro, consoante o aumento da relação a/h e pz

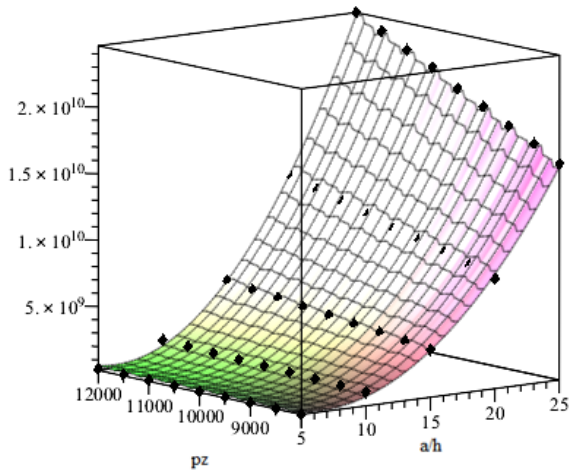
a/h	Pz (Pa)	Deslocamento máximo macro
5	8,0000E+03	3,0697E-06
	8,5000E+03	3,2616E-06
	9,0000E+03	3,4534E-06
	9,5000E+03	3,6453E-06
	1,0000E+04	3,8371E-06
	1,0500E+04	4,0290E-06
	1,1000E+04	4,2208E-06
	1,1500E+04	4,4127E-06
1,2000E+04	4,6046E-06	
10	8,0000E+03	1,7202E-05
	8,5000E+03	1,8277E-05
	9,0000E+03	1,9352E-05
	9,5000E+03	2,0427E-05
	1,0000E+04	2,1502E-05
	1,0500E+04	2,2577E-05
	1,1000E+04	2,3652E-05
	1,1500E+04	2,4727E-05
1,2000E+04	2,5802E-05	
15	8,0000E+03	5,2842E-05
	8,5000E+03	5,6145E-05
	9,0000E+03	5,9447E-05
	9,5000E+03	6,2750E-05
	1,0000E+04	6,6053E-05
	1,0500E+04	6,9355E-05
	1,1000E+04	7,2658E-05
	1,1500E+04	7,5960E-05
1,2000E+04	7,9263E-05	
20	8,0000E+03	1,1986E-04
	8,5000E+03	1,2735E-04
	9,0000E+03	1,3484E-04
	9,5000E+03	1,4233E-04
	1,0000E+04	1,4982E-04
	1,0500E+04	1,5731E-04
	1,1000E+04	1,6481E-04
	1,1500E+04	1,7230E-04
1,2000E+04	1,7979E-04	
25	8,0000E+03	2,2977E-04
	8,5000E+03	2,4413E-04
	9,0000E+03	2,5850E-04
	9,5000E+03	2,7286E-04
	1,0000E+04	2,8722E-04
	1,0500E+04	3,0158E-04
	1,1000E+04	3,1594E-04
	1,1500E+04	3,3030E-04
1,2000E+04	3,4466E-04	

4.4.1 Fibra Teórica

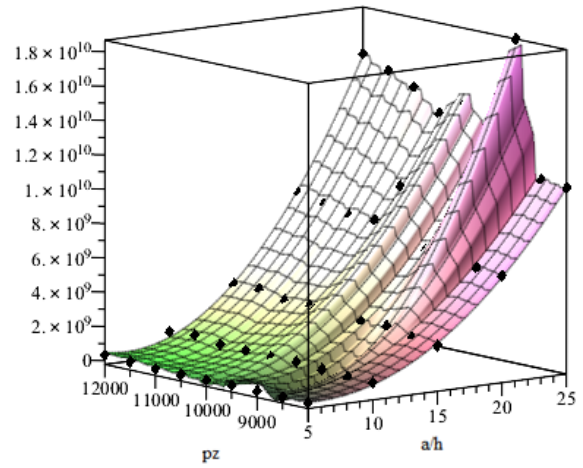
Conforme se pode verificar, através da Tabela 4.44 que reflete as componentes de tensão para as diferentes relações a/h e pressões exercidas na placa, verifica-se que com o aumento da relação a/h , todas as componentes de tensão aumentam gradualmente. O mesmo acontece com a pressão exercida, exceto em σ_y , σ_z , σ_{yz} e σ_{xy} que para a/h mais elevados com o aumento de p_z não garante que o valor da tensão irá aumentar, como acontece em σ_x . Por exemplo para $a/h=25$, existe um decréscimo dos valores da tensão, na aplicação de $p_z=9e+03$ Pa para $p_z=9,5e+03$ Pa. Estes desvios são possíveis de observar na Figura 4.24 (b), (c), (d) e (f) onde ocorrem picos na superfície de resposta comparativamente com as outras componentes de tensão também demonstradas na Figura 4.24. Tanto na tabela como na figura anterior, a componente de tensão mais elevada é em σ_{yz} .

Tabela 4.44: Tensões máximas do VRE para a fibra teórica consoante o aumento de a/h e p_z

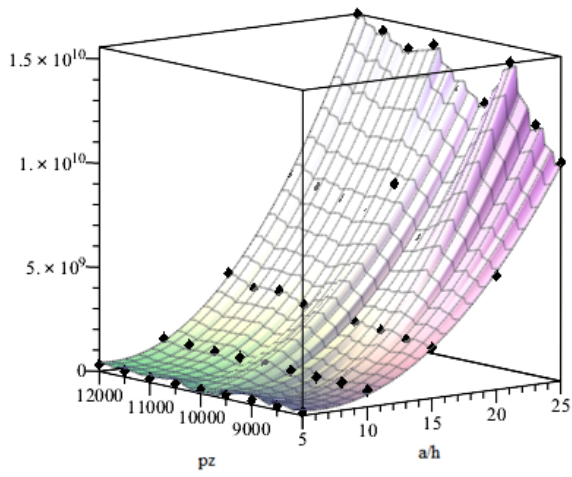
a/h	P_z (Pa)	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
5	8,0000E+03	2,1084E+08	1,2199E+08	1,3511E+08	2,8584E+08	3,7242E+08	2,6319E+08
	8,5000E+03	2,2247E+08	1,2805E+08	1,4243E+08	3,4040E+08	3,8629E+08	3,3116E+08
	9,0000E+03	2,3729E+08	1,5715E+08	1,7636E+08	3,3569E+08	4,1952E+08	2,9618E+08
	9,5000E+03	2,4962E+08	1,6511E+08	1,7649E+08	5,7908E+08	4,3761E+08	3,6330E+08
	1,0000E+04	2,5593E+08	1,5323E+08	1,6709E+08	4,2638E+08	4,3301E+08	3,2502E+08
	1,0500E+04	2,7756E+08	1,6114E+08	1,7870E+08	5,6640E+08	4,9388E+08	4,4958E+08
	1,1000E+04	2,8961E+08	1,6769E+08	1,8528E+08	3,4169E+08	5,1021E+08	3,6790E+08
	1,1500E+04	2,9072E+08	2,6761E+08	2,5048E+08	1,1183E+09	4,9775E+08	6,3089E+08
10	1,2000E+04	3,1575E+08	3,2549E+08	3,2562E+08	7,5092E+08	6,5680E+08	6,5935E+08
	8,0000E+03	1,2277E+09	7,9135E+08	7,7128E+08	1,9999E+09	2,0338E+09	1,5771E+09
	8,5000E+03	1,3083E+09	8,0078E+08	8,8677E+08	1,4181E+09	2,1652E+09	1,9563E+09
	9,0000E+03	1,3847E+09	9,1664E+08	8,8658E+08	2,5693E+09	2,2882E+09	2,2813E+09
	9,5000E+03	1,4608E+09	1,0430E+09	9,2942E+08	4,0597E+09	2,4154E+09	2,6152E+09
	1,0000E+04	1,5362E+09	9,8916E+08	9,6960E+08	3,7654E+09	2,5424E+09	2,0039E+09
	1,0500E+04	1,6111E+09	1,0387E+09	1,0385E+09	2,9594E+09	2,6692E+09	2,2429E+09
	1,1000E+04	1,6734E+09	1,0824E+09	1,0584E+09	2,1480E+09	2,8155E+09	2,3804E+09
15	1,1500E+04	1,7648E+09	1,3232E+09	1,1094E+09	5,1377E+09	2,9235E+09	3,2980E+09
	1,2000E+04	1,8445E+09	1,1867E+09	1,1682E+09	2,8806E+09	3,0510E+09	2,2229E+09
	8,0000E+03	3,7652E+09	2,4385E+09	2,3910E+09	4,6275E+09	6,2706E+09	4,6198E+09
	8,5000E+03	4,0003E+09	2,5911E+09	2,5412E+09	5,2791E+09	6,6624E+09	5,5641E+09
	9,0000E+03	4,2380E+09	2,9535E+09	2,7056E+09	1,1511E+10	7,0545E+09	7,4347E+09
	9,5000E+03	4,4671E+09	2,8952E+09	2,8266E+09	8,9559E+09	7,4461E+09	5,9815E+09
	1,0000E+04	4,7077E+09	3,0473E+09	2,9994E+09	5,7623E+09	7,8384E+09	5,7127E+09
	1,0500E+04	4,9443E+09	3,1997E+09	3,1529E+09	9,0649E+09	8,2303E+09	5,9961E+09
20	1,1000E+04	5,2172E+09	3,1689E+09	3,5747E+09	5,9931E+09	8,6435E+09	7,5054E+09
	1,1500E+04	5,4065E+09	3,5051E+09	3,4184E+09	9,6226E+09	9,0133E+09	8,4035E+09
	1,2000E+04	5,6864E+09	3,4715E+09	3,8942E+09	8,2466E+09	9,4284E+09	8,7240E+09
	8,0000E+03	8,4468E+09	6,0031E+09	5,4536E+09	2,5794E+10	1,4413E+10	1,3189E+10
	8,5000E+03	9,1003E+09	6,1475E+09	5,8241E+09	2,0717E+10	1,5135E+10	1,4421E+10
	9,0000E+03	9,6273E+09	7,7400E+09	6,8066E+09	3,2481E+10	1,6025E+10	1,6700E+10
	9,5000E+03	1,0152E+10	6,5774E+09	6,4126E+09	1,0827E+10	1,6914E+10	1,2741E+10
	1,0000E+04	1,0582E+10	9,9734E+09	8,8244E+09	4,2182E+10	1,7953E+10	2,1456E+10
25	1,0500E+04	1,1238E+10	7,6695E+09	7,3082E+09	3,1842E+10	1,8695E+10	2,0177E+10
	1,1000E+04	1,1772E+10	7,6136E+09	7,5128E+09	1,8813E+10	1,9586E+10	1,4294E+10
	1,1500E+04	1,2309E+10	7,9606E+09	7,8418E+09	1,8207E+10	2,0476E+10	1,7698E+10
	1,2000E+04	1,2838E+10	8,3075E+09	8,1630E+09	1,9378E+10	2,1367E+10	1,5538E+10
	8,0000E+03	1,6427E+10	1,0625E+10	1,0468E+10	2,1959E+10	2,7329E+10	1,9897E+10
	8,5000E+03	1,7551E+10	1,0757E+10	1,2012E+10	2,7337E+10	2,9104E+10	2,5581E+10
	9,0000E+03	1,8479E+10	1,8658E+10	1,4771E+10	5,6469E+10	3,0744E+10	4,1879E+10
	9,5000E+03	1,9527E+10	1,3025E+10	1,2561E+10	3,6225E+10	3,2453E+10	2,9536E+10
30	1,0000E+04	2,0485E+10	1,4277E+10	1,2933E+10	5,5578E+10	3,4152E+10	3,5925E+10
	1,0500E+04	2,1688E+10	1,3389E+10	1,4843E+10	2,6577E+10	3,5953E+10	3,2107E+10
	1,1000E+04	2,2589E+10	1,4611E+10	1,4398E+10	2,8530E+10	3,7577E+10	2,7383E+10
	1,1500E+04	2,3605E+10	1,5278E+10	1,4997E+10	3,0445E+10	3,9284E+10	3,3471E+10
	1,2000E+04	2,4604E+10	1,5941E+10	1,5559E+10	6,0072E+10	4,0990E+10	3,2985E+10



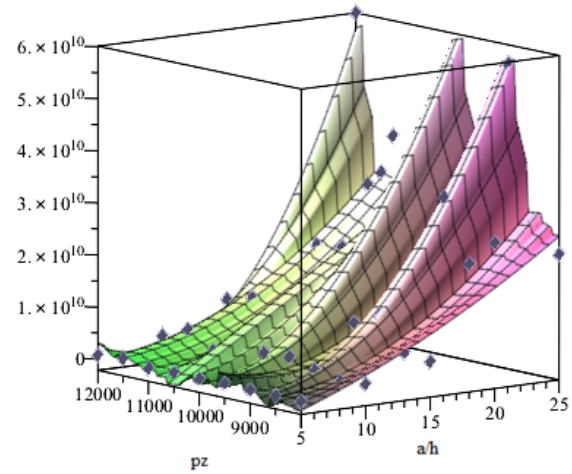
(a)



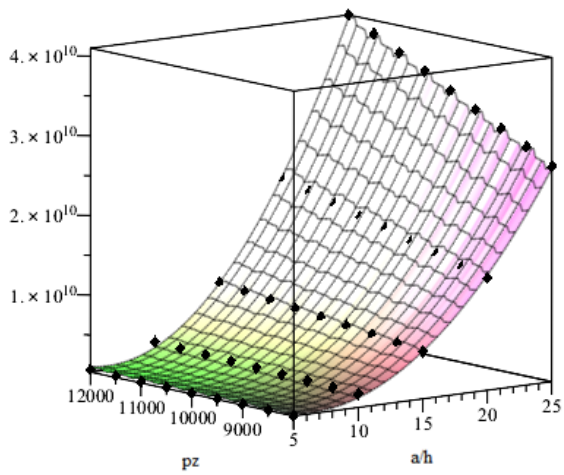
(b)



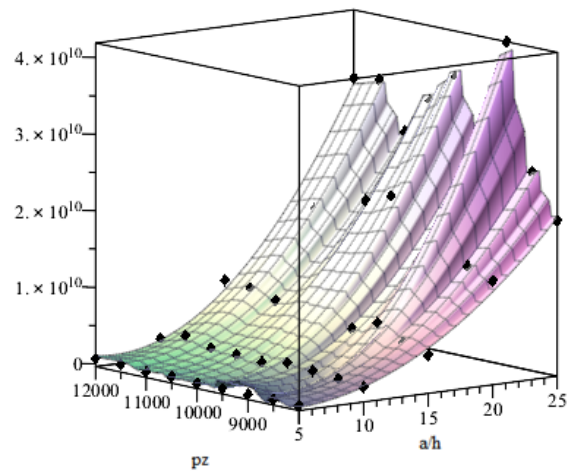
(c)



(d)



(e)



(f)

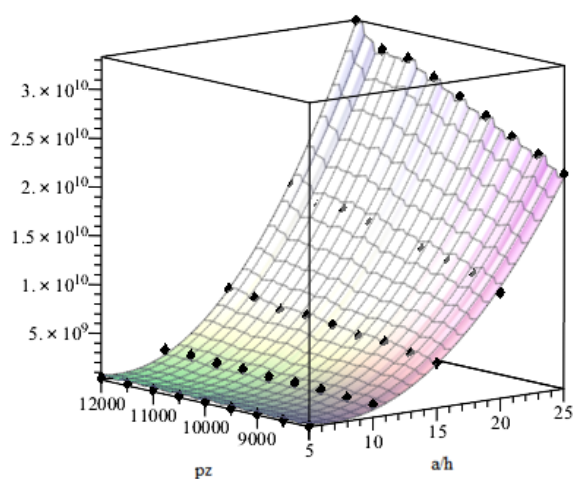
Figura 4.24: Superfície de resposta para (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} , na fibra teórica

4.4.2 Fibra Imperfeita

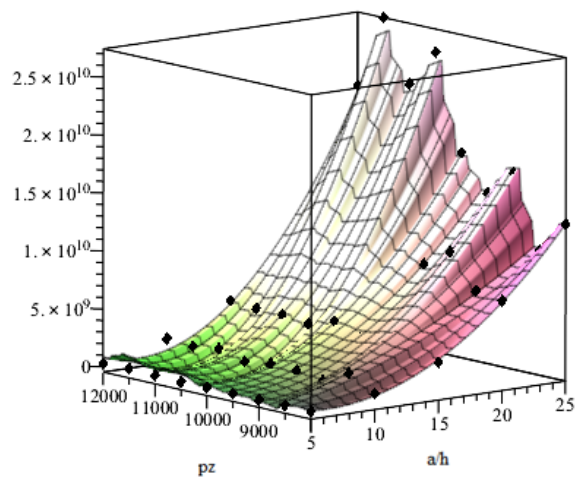
Conforme se pode observar pela Tabela 4.45, que reflete as diferentes componentes de tensão para relações a/h e pressões exercidas na placa distintas, verifica-se que em geral com o aumento da relação a/h , o valor das componentes de tensão aumentam. Tal como o sucedido anteriormente na fibra teórica, existem componentes de tensão, em que os seus valores não aumentam consoante o aumento da pressão exercida na placa, olhando para cada caso de relação a/h individualmente. Estas diferenças estão relacionadas com a orientação dos feixes de fibra, pois σ_y e σ_z são analisadas numa orientação contrária a esse feixe de fibras. Estas diferenças são possíveis de observar na Figura 4.25 (b), (c), (d), (e) e (f) onde se verifica nas superfícies de resposta uma alteração significativa na "ondulação" da superfície de resposta.

Tabela 4.45: Tensões máximas do VRE para a fibra imperfeita consoante o aumento de a/h e pz

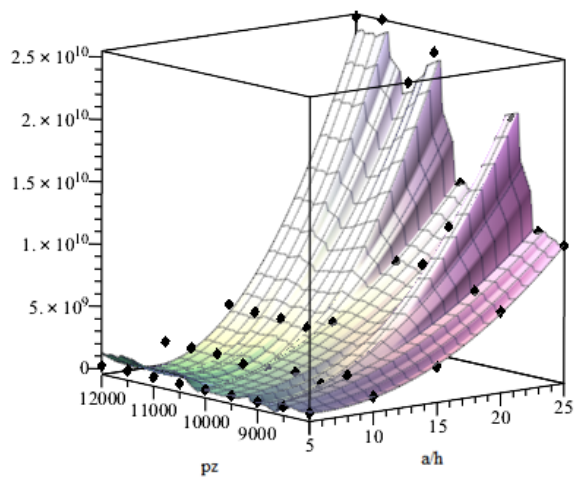
a/h	Pz (Pa)	σ_x	σ_y	σ_z	σ_{yz}	σ_{xz}	σ_{xy}
5	8,00E+03	2,9470E+08	2,1298E+08	2,0026E+08	6,2450E+08	3,9980E+08	3,0718E+08
	8,50E+03	3,1454E+08	2,2018E+08	2,4083E+08	7,3374E+08	5,2938E+08	3,6350E+08
	9,00E+03	3,3108E+08	1,7561E+08	1,5990E+08	6,2027E+08	4,5071E+08	3,4518E+08
	9,50E+03	3,5130E+08	2,1326E+08	1,8558E+08	3,8412E+08	4,7194E+08	3,6501E+08
	1,00E+04	3,6946E+08	2,5067E+08	1,9677E+08	9,3933E+08	4,9689E+08	5,6523E+08
	1,05E+04	3,8630E+08	2,0511E+08	1,9997E+08	1,0635E+09	5,2570E+08	4,0274E+08
	1,10E+04	4,0578E+08	2,7660E+08	2,6075E+08	6,2985E+08	5,4827E+08	4,2256E+08
	1,15E+04	4,2487E+08	3,5930E+08	3,3637E+08	3,8138E+08	5,7180E+08	4,4184E+08
10	1,20E+04	4,4387E+08	2,7066E+08	2,4779E+08	5,6195E+08	5,9520E+08	5,1962E+08
	8,00E+03	1,5724E+09	9,0687E+08	7,7495E+08	2,5279E+09	2,3160E+09	1,6603E+09
	8,50E+03	1,6750E+09	2,1731E+09	2,0026E+09	1,8670E+09	2,4578E+09	1,7669E+09
	9,00E+03	1,8696E+09	1,0176E+09	8,8446E+08	3,3040E+09	2,4931E+09	1,9282E+09
	9,50E+03	1,9707E+09	1,3773E+09	1,2968E+09	2,4837E+09	2,6381E+09	2,3323E+09
	1,00E+04	1,9725E+09	1,4630E+09	9,6623E+08	3,3408E+09	2,8895E+09	3,5448E+09
	1,05E+04	2,1719E+09	1,1425E+09	1,0401E+09	4,7756E+09	2,9308E+09	2,2458E+09
	1,10E+04	2,1657E+09	1,7721E+09	1,3631E+09	2,7384E+09	3,1811E+09	2,2864E+09
15	1,15E+04	2,3872E+09	1,4557E+09	1,3786E+09	3,3987E+09	3,1883E+09	2,4641E+09
	1,20E+04	2,3545E+09	1,6078E+09	1,3949E+09	3,3082E+09	3,4759E+09	3,9245E+09
	8,00E+03	4,8183E+09	2,7988E+09	2,3926E+09	7,8085E+09	7,1480E+09	5,1114E+09
	8,50E+03	5,2064E+09	3,3391E+09	3,1298E+09	8,5334E+09	7,5343E+09	5,4951E+09
	9,00E+03	5,7513E+09	3,6373E+09	3,4419E+09	6,1856E+09	7,6727E+09	6,0471E+09
	9,50E+03	5,7477E+09	3,3191E+09	2,8344E+09	7,9260E+09	8,4729E+09	7,4194E+09
	1,00E+04	6,3816E+09	4,3469E+09	4,0969E+09	8,2778E+09	8,5541E+09	6,6073E+09
	1,05E+04	6,6898E+09	3,5919E+09	3,1816E+09	9,7071E+09	8,9983E+09	7,1084E+09
20	1,10E+04	6,6345E+09	3,8463E+09	3,4363E+09	7,9960E+09	9,8234E+09	8,1250E+09
	1,15E+04	7,3270E+09	3,9152E+09	3,4925E+09	1,3110E+10	9,8652E+09	7,5931E+09
	1,20E+04	7,6462E+09	4,0972E+09	3,6401E+09	7,5578E+09	1,0287E+10	7,9245E+09
	8,00E+03	1,1056E+10	7,2871E+09	6,0525E+09	2,2420E+10	1,6172E+10	1,5947E+10
	8,50E+03	1,2338E+10	7,6376E+09	7,2316E+09	1,4043E+10	1,6476E+10	1,2749E+10
	9,00E+03	1,3076E+10	1,0500E+10	1,1910E+10	2,4373E+10	1,7803E+10	1,3497E+10
	9,50E+03	1,3744E+10	8,9457E+09	8,4422E+09	2,9572E+10	1,8521E+10	1,9005E+10
	1,00E+04	1,3804E+10	8,7300E+09	8,1772E+09	1,6319E+10	2,0229E+10	1,4578E+10
25	1,05E+04	1,5257E+10	9,5054E+09	8,8797E+09	2,2967E+10	2,0315E+10	1,5745E+10
	1,10E+04	1,5982E+10	9,4765E+09	7,9689E+09	3,6965E+10	2,1278E+10	1,6485E+10
	1,15E+04	1,5879E+10	9,1206E+09	8,5935E+09	2,2680E+10	2,3261E+10	1,8114E+10
	1,20E+04	1,7320E+10	9,1023E+09	8,3402E+09	1,8782E+10	2,3490E+10	1,9052E+10
	8,00E+03	2,2278E+10	1,3064E+10	1,0580E+10	3,6013E+10	2,9761E+10	2,7642E+10
	8,50E+03	2,3670E+10	1,3106E+10	1,1238E+10	3,4504E+10	3,1610E+10	2,4454E+10
	9,00E+03	2,4924E+10	1,6528E+10	1,9789E+10	6,1367E+10	4,3524E+10	2,9766E+10
	9,50E+03	2,6434E+10	1,4278E+10	1,2529E+10	4,3355E+10	3,5403E+10	2,7351E+10
30	1,00E+04	2,7868E+10	1,7243E+10	1,3724E+10	3,3489E+10	3,7191E+10	2,8790E+10
	1,05E+04	2,9221E+10	2,5424E+10	2,3774E+10	4,1140E+10	3,9111E+10	3,0229E+10
	1,10E+04	3,0571E+10	2,2199E+10	2,0875E+10	5,1282E+10	4,1059E+10	3,1654E+10
	1,15E+04	3,0883E+10	2,7424E+10	2,5476E+10	4,1180E+10	4,4295E+10	3,2569E+10
	1,20E+04	3,3356E+10	2,1103E+10	2,5255E+10	8,0596E+10	5,5542E+10	3,8026E+10



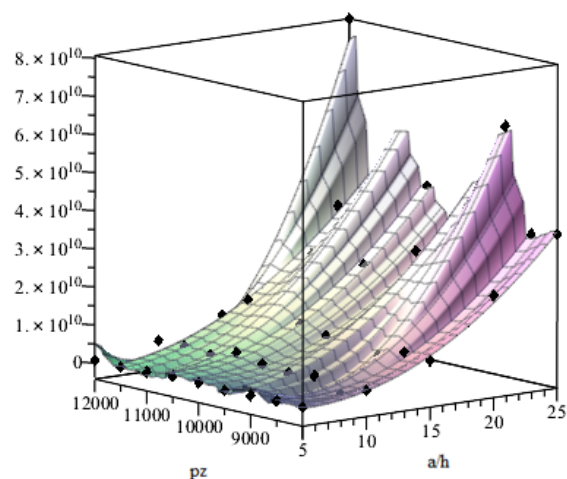
(a)



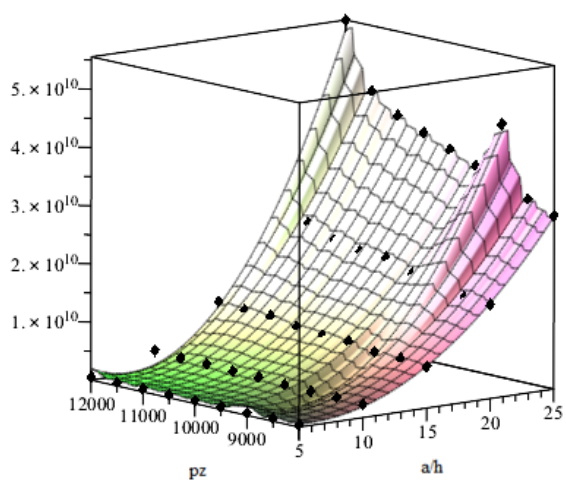
(b)



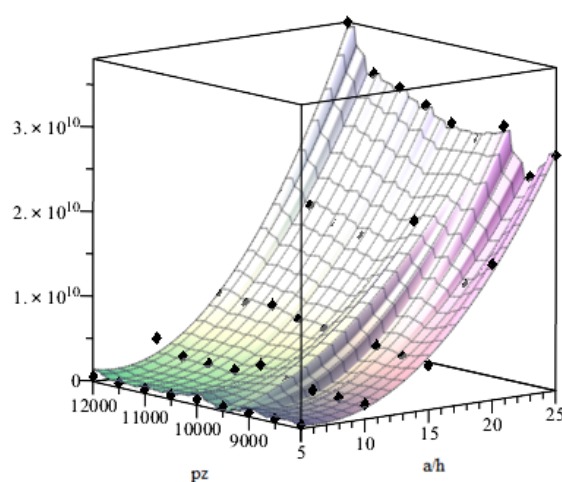
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.25: Superfície de resposta para (a) Tensão σ_x (b) Tensão σ_y (c) Tensão σ_z (d) Tensão σ_{yz} (e) Tensão σ_{xz} (f) Tensão σ_{xy} , na fibra imperfeita

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

A realização do estudo multiescala revela ser bastante promissor, pois conseguem-se obter e localizar de forma mais realista os valores de tensão que ocorrem entre a resina e a fibra, possibilitando uma melhor compreensão do estado de tensão. Com os resultados obtidos no capítulo três podem-se chegar a diversas conclusões.

Analisando a secção da análise do VRE na escala 10^{-3} conclui-se que na maioria dos casos e para a condição de fronteira simplesmente apoiada, os valores das componentes de tensão são superiores para a fibra imperfeita e intermédia, o que confirma a tendência expectável, do aumento esperado das tensões consoante o aumento das irregularidades da fibra. Por outro lado na condição de fronteira com os bordos da placa somente encastrados, verifica-se que maioritariamente os valores de tensão máxima estão compreendidos pelas três fibras reais, onde os seus contornos foram retirados com o auxílio do microscópio e em raros casos na fibra teórica.

Na análise do efeito da escala realizado a partir das análises realizadas a diferentes escalas, é possível concluir que para o caso de estudo do deslocamento máximo macro, era de esperar que com a diminuição da relação a/h , o valor dos deslocamentos fosse diminuindo, devido ao aumento da rigidez da placa com o aumento da espessura. No caso das tensões na região da placa, onde se extrai o VRE é de concluir que a tensão máxima calculada com propriedades homogeneizadas ocorre em todos os casos na componente σ_y . Para as tensões máximas do volume representativo elementar para diferentes escalas, conclui-se que como era de esperar os valores das tensões aumentam com a diminuição da escala, tendo sido utilizadas nesta dissertação as escalas 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} e 10^{-6} . Já a componente de tensão mais elevada ocorre maioritariamente em σ_{yz} e a localização das componentes de tensão ocorrem maioritariamente na interface fibra-matriz, apesar de em alguns casos não ser possível observar-se o seu máximo devido a estar localizado no interior do VRE.

Por último, na secção da superfície de resposta conclui-se que para o estudo efetuado, com o aumento da relação a/h e da pressão exercida na placa, o deslocamento máximo macro vai aumentando

gradualmente. Do ponto de vista de tensões máximas num VRE deparamo-nos com a mesma situação. A superfície de resposta é mais influenciada nas gamas de valores consideradas, pelo aumento da relação a/h do que com o aumento de pz .

Como desenvolvimentos futuros, considera-se que seria antes de mais, importante a realização de estudos similares utilizando metodologias de aproximação dos contornos das fibras que minimizem as irregularidades introduzidas pelo atual processo. Seria ainda importante na sequência destes trabalhos, a realização de estudos sobre indicadores de falha de acordo com critérios já existentes bem como outros estudos suportados por superfícies de resposta. Considera-se que esses resultados poderão ser úteis para uma previsão de falha mais efetiva.

Referências

- [Acharya and Ray, 2005] Acharya, T. and Ray, A. K. (2005). *Image Processing - Principles and Applications*. Wiley-Interscience.
- [Allen, 2001] Allen, D. (2001). Homogenization principles and their application to continuum damage mechanics. *Composites Science and Technology*, 61:2223 – 2230.
- [Anderson, 1995] Anderson, T. L. (1995). *Fracture mechanics - fundamentals and applications*, 2. ed. John Wiley & Sons, Inc.
- [Bernd, 2005] Bernd, J. (2005). *Digital Image Processing*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [Blázquez et al., 2009a] Blázquez, A., Barroso, A., París, F., and McCartney, N. (2009a). Evaluation of the elastic energy release rates of transverse and delamination cracks in [0/90] carbon/epoxy symmetric laminates. *17th International Conference on Composite Materials*.
- [Blázquez et al., 2009b] Blázquez, A., Mantic, V., París, F., and McCartney, N. (2009b). Bem analysis of damage progress in [0/90] laminates. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 33:762–769.
- [Boeing, 2016] Boeing (2016). Boeing 787 dreamliner, <http://www.boeing.com/commercial/787/by-design/advanced-composite-use/carbon-laminate>, visitado em 04-03-2016.
- [Buroni and Marczak, 2008] Buroni, F. C. and Marczak, R. J. (2008). Effective properties of materials with random microcavities using special boundary elements. *Journal of Materials Science*, 43:3510 – 3521.
- [Callister, 2007] Callister, W. D. (2007). *Material science and engineering: an introduction*, 7. ed. John Wiley & Sons, Inc.
- [Canny, 1986] Canny, J. (1986). A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8:679–698.
- [Daniel and Ishai, 2006] Daniel, I. M. and Ishai, O. (2006). *Engineering mechanics of composite materials*, 2. ed. Oxford University Press.

- [Dias et al., 2011] Dias, F. G., Soares, H., and Fonseca, L. (2011). Estudo da aplicação de filtros de detecção de bordas na identificação da frente termal da corrente do Brasil. *Anais do XVII SBSR - Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*, pages 7087–7092.
- [Duarte, 2003] Duarte, G. D. (2003). Uso da transformada de Hough na detecção de círculos em imagens digitais. *Revista Científica do Centro Federal de Educação Tecnológica*, 4:51–58.
- [Duda et al., 2000] Duda, R. O., Hart, P., and Stork, D. (2000). *Pattern Classification*. Ed. John Wiley Sons. Inc.
- [Gay et al., 2003] Gay, D., Hoa, S., and Tsai, S. (2003). *Composite Materials - Design and Applications*. CRC Press LLC.
- [Gonzalez and Woods, 2002] Gonzalez, R. and Woods, R. (2002). *Digital Image Processing 2. ed.* Prentice Hall, Inc.
- [Gosh et al., 2001] Gosh, S., Lee, K., and Raghavan, P. (2001). A multi-level computational model for multi-scale damage analysis in composite and porous materials. *International Journal of Solids and Structures*, 38:2335 – 2385.
- [Hart-Smith, 2002] Hart-Smith, L. J. (2002). Expanding the capabilities of the ten-percent rule for predicting the strength of fibre-polymer composites. *Composites Science and Technology*, 62:1515–1544.
- [Hashin and Rotem, 1973] Hashin, Z. and Rotem, A. (1973). A fatigue failure criterion for fibre reinforced materials. *Journal of Composite Materials*, 7:448–464.
- [Hoffman, 1967] Hoffman, O. (1967). The brittle strength of orthotropic materials. *Journal of Composite Materials*, 1:200–206.
- [Jones, 1999] Jones, R. M. (1999). *Mechanics of composite materials, 2. ed.* Taylor & Francis.
- [kanouté et al., 2009] kanouté, P., Boso, D., Chaboche, J., and Schrefler, B. (2009). Multiscale methods for composites: A review. *Arch Comput Methods Eng*, 16:31 – 75.
- [Ladevèze, 2004] Ladevèze, P. (2004). Multiscale modelling and computational strategies for composites. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 60:233 – 253.
- [Ladevèze et al., 2001] Ladevèze, P., Loiseau, O., and Dureisseix, D. (2001). A micro–macro and parallel computational strategy for highly heterogeneous structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52:121 – 138.

- [Ladevèze and Nouy, 2004] Ladevèze, P. and Nouy, A. (2004). Multiscale computational strategy with time and space homogenization: A radial-type approximation technique for solving microproblems. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 2 (4).
- [Ladevèze et al., 2002] Ladevèze, P., Nouy, A., and Loiseau, O. (2002). A multiscale computational approach for contact problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:4869 – 4891.
- [Maturana, 2010] Maturana, P. S. (2010). *Algoritmos de detecção de bordas implementados em FPGA*. PhD thesis, Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho".
- [Moura et al., 2011] Moura, M. F., Mourais, A., and Magalhães, A. (2011). *Materiais Compósitos - Materiais, Fabrico e Comportamento Mecânico 2.^a edição*. Publindústria.
- [Nilakantan et al., 2010] Nilakantan, G., Keefe, M., Bogetti, T., Adkinson, and Gillespie, J. (2010). On the finite element analysis of woven fabric impact using multiscale techniques. *International Journal of Solids and Structures*, 47:2300 – 2315.
- [París, 2001] París, F. A. (2001). A study of failure criteria of fibrous composite materials. NASA.
- [Pereira and Rafael, 1992] Pereira, A. S. and Rafael, J. A. (1992). Processamento de imagem em medicina. *Acta Médica Portuguesa*, 5:23–27.
- [Pindera et al., 2009] Pindera, M., Khatam, H., Drago, A., and Bansal, Y. (2009). Micromechanics of spatially uniform heterogeneous media: A critical review and emerging approaches. *Composites Part B: Engineering*, 40:349 – 378.
- [Pineda and Wass, 2008] Pineda, E. and Wass, A. (2008). A novel multiscale physics based progressive failure methodology for laminated composite structures. *49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*.
- [Puck and Schurmann, 2002] Puck, A. and Schurmann, H. (2002). A failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology*, 62:1633–1662.
- [Reddy, 2004] Reddy, J. N. (2004). *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. 2. ed. CRC Press.
- [Ribeiro, 2014] Ribeiro, A. G. (2014). *Um sistema Inteligente de teleoftalmologia para auxílio no diagnóstico de catarata*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

- [Riegel et al., 1999] Riegel, C., Freitas, L., and Samios, D. (1999). Envelhecimento físico de sistemas dgeba/ddm investigado por análise térmica (dsc/dma). *Polímeros: Ciência e Tecnologia*, 9:58–64.
- [Rodrigues, 2015] Rodrigues, E. A. (2015). *Um modelo multiescala concorrente para representar o processo de fissuração do concreto*. PhD thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [Roque, 2007] Roque, C. M. (2007). *Métodos sem malha para a análise de placas e cascas compósitas*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- [Silva, 2014] Silva, H. P. (2014). *Comportamento Mecânico de Compósitos de fibra de vidro/epoxy nano-reforçados*. PhD thesis, Universidade de Coimbra.
- [Smith, 1998] Smith, W. F. (1998). *Princípios de Ciência e Engenharia dos Materiais*. McGraw-Hill.
- [Souza and Soares, 2005] Souza, F. and Soares, J. (2005). Simulação do comportamento mecânico de misturas asfálticas usando um modelo computacional multi-escala. *Revista Transportes*, 13:5 – 20.
- [Terada and Kikuchi, 2001] Terada, K. and Kikuchi, N. (2001). A class of general algorithms for multi-scale analyses of heterogeneous media. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 190:5427 – 5464.
- [Thomas et al., 2007] Thomas, R., Durix, S., Sinturel, C., Omonov, T., Goossens, S., Groeninckx, G., Moldenaers, P., and Thomas, S. (2007). Cure kinetics, morphology and miscibility of modified dgeba based epoxy resin-effects of a liquid rubber inclusion. *Polymer*, 48:1695–1710.
- [Tita, 2003] Tita, V. (2003). *Contribuição ao estudo de danos e falhas progressivas em estruturas de material compósito polimérico*. PhD thesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- [Tsai, 1981] Tsai, S. W. (1981). *Strength Theories of Filamentary Structures*. In: *Fundamental Aspects of Fiber Reinforced Plastic Composites*. Wiley Interscience, New York.
- [Tsai and Hahn, 1980] Tsai, S. W. and Hahn, H. T. (1980). *Introduction to Composite Materials*. Technomic Publishing Co.
- [Tsai and Wu, 1972] Tsai, S. W. and Wu, E. M. (1972). A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of Composite Materials*, 6:472–489.
- [Yang and Qin, 2004] Yang, Q. and Qin, Q. (2004). Micro-mechanical analysis of composite materials by bem. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 28:919 – 926.
- [Zastrau et al., 2008] Zastrau, B., Lepenies, I., and M., R. (2008). On the multi scale modeling of textile reinforced concrete. *Technische Mechanik*, 28:53 – 63.

- [Zhang and Zhu, 2006] Zhang, Y. and Zhu, P. (2006). Finite element analysis of low-velocity impact damage in composite laminated plates. *Materials & Design*, 27:513–519.
- [Zienkiewicz et al., 2013a] Zienkiewicz, O., Taylor, R., and Fox, D. (2013a). *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics, 7th edition*. Butterworth-Heinemann.
- [Zienkiewicz et al., 2013b] Zienkiewicz, O., Taylor, R., and Zhu, J. (2013b). *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals, 7th edition*. Butterworth-Heinemann.
- [Zinoviev et al., 2002] Zinoviev, P. A., Lebedeva, O., and Tairova, L. (2002). A coupled analysis of experimental and theoretical results on the deformation and failure of composite laminates under a state of plane stress. *Composites Science and Technology*, 62:1711–1723.

