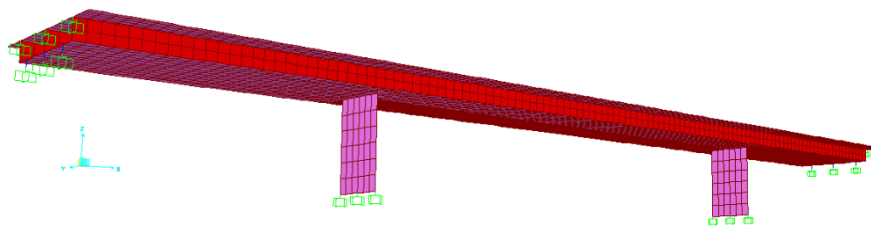




INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia Civil



Observação do Comportamento Dinâmico de Estruturas de Engenharia Civil

SARA PINTO DA ROCHA

(Licenciada em Engenharia Civil)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na
Área de Especialização de Estruturas

Orientador:

Doutor, Paulo Jorge Henriques Mendes, (ISEL)

Juri:

Presidente: Mestre Cristina Ferreira Xavier de Brito Machado, Prof. Coord. (ISEL)

Vogais:

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, Prof. Adjunto (ISEL)

Doutora Paula Raquel Lamego, Eq. Assistente 2º T (ISEL)

Fevereiro 2015

Dedicatória

*Aos meus melhores amigos Maria Irene e José Manuel,
à minha avó Maria de Lourdes e ao meu irmão Rafael*

AGRADECIMENTOS

Para a realização do presente trabalho foram fundamentais algumas pessoas que contribuíram direta ou indiretamente para a execução do mesmo e a quem aproveito para deixar aqui o meu agradecimento:

Aos meus pais pelo enorme e constante apoio ao longo de todo o meu percurso académico e pessoal que determinaram e impulsionaram este passo importantíssimo. Quero também agradecer-lhes muito pela amizade, por todo o esforço e dedicação que permitiu chegar onde cheguei e ser a pessoa que sou hoje.

Quero também agradecer à minha família pelo apoio constante e boa disposição de sempre.

Sendo que este trabalho resulta não só do trabalho realizado durante o mestrado mas também do concretizado na licenciatura, ao longo do qual fiz amizades que perdurarão ao longo da vida, pretendo demonstrar o meu agradecimento a todos os amigos que me apoiaram, alegraram e motivaram durante longos dias e noites não só de estudo mas também de convívio, destacando entre muitos o Vítor Clérigo, a Susana Cruz, a Filipa Mendonça, o André Baptista, o André Neves, o Gonçalo Brandão, o Tiago Cruz, o Nuno Ramos, o Marcos Ramos, o Bernardo Ramos, o David Pereira, o João Vasco, o Francisco Pedro e o Marcelo Ribeiro.

Quero também dar um obrigado especial ao Vítor Clérigo pelo grande apoio e por nos últimos anos se ter tornado numa pessoa fundamental na minha vida que me acompanha, motiva e anima sempre.

Aos amigos do almoço, do lanche e do jantar Ricardo Teixeira, Hugo Mendes e Ricardo Lourinho pelas enormes gargalhadas e boa disposição que reinou durante o período desta dissertação.

Quero também agradecer ao professor Paulo Mendes pela ajuda na elaboração deste trabalho e pela motivação nos momentos mais difíceis.

A todos aqueles que me acompanharam durante esta etapa da minha vida através da sua disponibilidade, compreensão ou amizade e que contribuíram de forma direta e indireta para a realização desta dissertação.

RESUMO

No presente trabalho serão abordados os ensaios dinâmicos que são realizados em estruturas de engenharia civil de forma a caracterizar o seu comportamento dinâmico: ensaios de vibração livre, ensaios de vibração forçada e ensaios de vibração ambiental; bem como os instrumentos e as metodologias utilizados nos mesmos.

É efetuada uma revisão dos princípios básicos de análise dinâmica de estruturas, abordando os casos de sistemas com um grau de liberdade e com vários graus de liberdade, ambos no domínio do tempo e da frequência. É também realizada a análise dinâmica de um pórtico de 3 pisos onde se põem em prática os conceitos apresentados no mesmo capítulo e para o qual são calculadas as frequências naturais e os respectivos modos de vibração utilizando dois programas computacionais, SAP2000 e MATLAB, e realizados os mesmos cálculos analiticamente.

O último capítulo é dedicado à análise de um exemplo de aplicação, referente ao estudo do comportamento dinâmico de uma ponte, em que é descrito o modelo numérico utilizado nesta análise e os ensaios de vibração ambiental efetuados na mesma, para caracterização dos seus principais parâmetros dinâmicos, frequências naturais e modos de vibração. São também apresentados os resultados de uma sequência de ensaios experimentais efetuados após a imposição de danos na referida ponte e será desenvolvido o modelo numérico correspondente. Neste modelo serão simulados os danos sucessivos e as respectivas medições, que permitem obter as frequências naturais e os modos de vibração associados, concluindo com a comparação entre resultados experimentais e numéricos.

ABSTRACT

This work will focus on various dynamic tests that are currently performed in civil engineering structures in order to characterize their dynamic behavior. These include free, forced and ambient vibration tests as well as the tools and methodologies used within them.

A review of the basic principles of structural dynamics analysis is made, by examining the cases of systems with one degree of freedom and with various degrees of freedom, both in time and frequency domains. The dynamic analysis of a 3-floor frame is presented, where some of the issues and concepts covered throughout the chapter are putted into practice. The natural frequencies and the respective vibration modes in the analysis are calculated using two programs, SAP2000 and MATLAB.

The last chapter presents the analysis of an example, referring to the study of the dynamic behavior of a bridge, in which the numerical model is described and the ambient vibration tests performed on it. This includes the characterization of its main dynamic parameters, natural frequencies and mode shapes. The results of a series of experimental tests made after damaging the real structure are then in turn presented. Following this the correspondent numerical model is developed to obtaining the natural frequencies and vibration modes associated with completing the comparison between the two results.

PALAVRAS-CHAVE

Ensaio dinâmicos / Dynamic tests

Frequências naturais / Natural frequencies

Modos de vibração / Mode shapes

Ensaio de vibração forçada / Forced vibration tests

Ensaio de vibração livre / Free vibration tests

Ensaio de vibração ambiental / Ambient vibration test

Dinâmica de estruturas / Structural dynamics

Comportamento dinâmico / Dynamic behaviour

ÍNDICE

1.	Introdução	1
1.1	Enquadramento Geral	1
1.1	Objetivos	3
1.2	Estrutura do Trabalho	4
2.	Ensaio Dinâmico em Engenharia Civil.....	5
2.1	Considerações Iniciais	5
2.2	Tipos de ensaios dinâmicos.....	5
2.2.1	Ensaio de Vibração Forçada.....	7
2.2.2	Ensaio de Vibração Livre.....	8
2.2.3	Ensaio de Vibração Ambiental	12
2.3	Tipos de instrumentos para aquisição de dados.....	13
2.4	Metodologia dos ensaios dinâmicos.....	15
2.4.1	Ensaio pontuais	16
2.4.2	Ensaio em contínuo	17
2.4.3	Monitorização permanente.....	17
2.5	Ensaio dinâmico em estruturas de engenharia civil.....	19
2.5.1	Edifícios	20
2.5.2	Pontes e Viadutos	23
2.5.3	Barragens.....	26
2.5.4	Estruturas especiais	27
2.6	Identificação de dano com base em ensaios dinâmicos.....	28
2.7	Monitorização ambiental	30
2.8	Considerações Finais.....	30
3.	Análise Dinâmica de Estruturas	33
3.1	Considerações Iniciais	33
3.2	Conceitos de Análise dinâmica	34

3.2.1	Osciladores com 1 Grau de Liberdade.....	37
3.2.2	Osciladores com vários Graus de Liberdade.....	44
3.3	Análise dinâmica de um pórtico com vários graus de liberdade.....	51
3.3.1	Modos de vibração obtidos experimentalmente.....	51
3.3.2	Modelo numérico.....	54
3.4	Considerações Finais.....	61
4.	Análise do Comportamento Dinâmico de uma Ponte.....	63
4.1	Considerações Iniciais.....	63
4.2	Descrição da ponte.....	63
4.3	Ensaio Experimentais.....	65
4.3.1	Sistema de monitorização ambiental.....	68
4.4	Modelo Numérico.....	70
4.4.1	Geometria do modelo.....	70
4.4.2	Análise Modal.....	73
4.5	Comparação de Resultados.....	76
4.6	Considerações Finais.....	79
5.	Conclusões Finais e Perspetivas Futuras.....	81
5.1	Conclusões Finais.....	81
5.2	Perspetivas Futuras.....	82
	Bibliografia.....	83
	Webgrafia.....	87

- ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Ponte Vasco da Gama, adaptado de (Cunha <i>et al.</i> , 2004).....	1
Figura 1.2 – Ponte analisada no âmbito deste trabalho.....	3
Figura 2.1 – Sistema com vibração livre.....	6
Figura 2.2 - Amplitude de vibração de um sistema amortecido.....	7
Figura 2.3 – Vibrador rotativo de massa excêntrica com motor elétrico (<i>LNEC</i>).	7
Figura 2.4 – Ponte internacional do Guadiana (www.leb.pt).....	9
Figura 2.5 – Ponte Vasco da Gama.....	10
Figura 2.6 – Ponte Vasco da Gama – local da imposição da força	10
Figura 2.7 – Ensaio de Vibração livre realizado na PVG: a) Barcaça suspensa pelo tirante ao tabuleiro; b) Início do corte do tirante; c) Libertação da barcaça. (Ferreira, 2013)	11
Figura 2.8 – Ponte Vasco da Gama – localização dos aparelhos de medição das vibrações.	11
Figura 2.9 – Ponte Vasco da Gama – localização dos sismógrafos.....	13
Figura 2.10 –Acelerómetro piezoelétrico: (a) esquema do princípio de funcionamento; (b) modelo PCB 393C. adaptado de (Figueiredo, 2006).....	14
Figura 2.11 – a) Transdutores b) Sensores	15
Figura 2.12 - Esquema de aplicação dos sensores referencia:	16
Figura 2.13 - Esquema de exemplificação do comportamento do edifício isolado	20
Figura 2.14 - Esquema de exemplificação do comportamento do edifício quando englobado num quarteirão.....	21
Figura 2.15 – Estudo do comportamento dinâmico de um edifício: a) Vista do edifício; b) Modelo numérico; c) Esquema de posicionamento dos acelerómetros em planta.....	22
Figura 2.16 – Pontes Emblemáticas: a) Tower Bridge, Inglaterra (http://guiadoestrangeiro.com/) b) Ponte Pedonal Pulau LangKawi, Malásia (http://pt.dreamstime.com) c) Ponte Salvador – Ilha de Itaparica, Brasil (http://www.skyscrapercity.com)	23
Figura 2.17 – Estruturas em que foram realizados ensaios após construção: a) Viaduto Eixo Norte-Sul, adaptado de (www.skyscrapercity.com); b) Ponte sobre o Rio Ocreza, adaptado de (www.highestbridges.com); c) Viaduto	

Ferrovário do Vale de Coima, adaptado de (https://fenix.tecnico.ulisboa.pt)	25
Figura 2.18 – Estruturas em que foram realizados ensaios após reabilitação: a) Ponte do Fão; b) Ponte Suspensa do Ervendal.	25
Figura 2.19 – Esquema do sistema de monitorização permanente da Infante D. Henrique no Porto, adaptado de (Magalhães, 2010).....	26
Figura 2.20 – Esquema do sistema de monitorização permanente da barragem do Cabril adaptado de (Mendes, 2010).....	27
Figura 2.21 – Estádio Municipal de Braga, Braga.....	28
Figura 3.1 – Tacoma Narrows Bridge: a) Em estado de ressonância (http://pt.wikipedia.org); b) Após colapso. (http://pt.wikipedia.org).	33
Figura 3.2 - Resposta medida: a) no domínio do tempo; e b) no domínio da frequência.	36
Figura 3.3 - Exemplo de um oscilador de 1 G.L.	37
Figura 3.4 - Diagrama de corpo livre do oscilador de 1 G.L.	37
Figura 3.5 - Resolução numérica do integral de Duhamel por aplicação do método dos trapézios.....	42
Figura 3.6 – Séries de Fourier.....	42
Figura 3.7 – Funções de Resposta em Frequência em amplitude e em fase.	44
Figura 3.8 - Esquema da estrutura de exemplo.	45
Figura 3.9 – Modos de vibração associados a cada frequência.	47
Figura 3.10 – Esquema para transformação de uma equação do domínio do tempo para o domínio da frequência.	50
Figura 3.11 – Estrutura analisada para o caso de um sistema de 3 G.L.....	51
Figura 3.12 – Colocação dos sensores no pórtico.	52
Figura 3.13 – Histórias de acelerações medidas.	52
Figura 3.14 – Densidades espectrais de potência obtidas para o exemplo do pórtico de três pisos.....	53
Figura 3.15 – Espectro médio normalizado.	53
Figura 3.16 – Modelo de barras utilizado no cálculo da estrutura em SAP2000 (perspetiva 3D).	54
Figura 3.17 – Modelo de casca utilizado no cálculo da estrutura em SAP2000..	55
Figura 3.18 – Modelo de elementos sólidos utilizado no cálculo da estrutura em SAP2000.....	55

Figura 3.19 – Discretização do modelo de elementos sólidos utilizado no cálculo da estrutura em SAP2000: a) no plano yz ; b) no plano xz ; c) no plano xy ..	56
Figura 3.20 – 1º Modo de Vibração: a) modelo de barras; b) modelo de casca c) modelo de sólidos.	56
Figura 3.21 – 2º Modo de Vibração: a) modelo de barras; b) modelo de casca c) modelo de sólidos.	57
Figura 3.22 – 3º Modo de Vibração: a) modelo de barras; b) modelo de casca c) modelo de sólidos.	57
Figura 3.23 – Resultados obtidos a partir da análise efetuada em MATLAB....	61
Figura 4.1 – Vista da ponte.....	63
Figura 4.2 – Perfil longitudinal da ponte.....	64
Figura 4.3 – Secção transversal da ponte.....	64
Figura 4.4 – Localização da secção transversal cheia.....	64
Figura 4.5 – Pilar onde se instalaram os macacos hidráulicos na Ponte.	66
Figura 4.6 – Instalação dos macacos hidráulicos no pilar Este.	67
Figura 4.7 – Modos de vibração: a) Primeiro modo; b) Segundo modo; c) Terceiro modo; d) Quarto modo; e) Quinto modo. (Kramer, <i>et al</i> , 1999).....	68
Figura 4.8 – Secção transversal da ponte.....	70
Figura 4.9 – Vista longitudinal da ponte.	70
Figura 4.10 – Modelação da ponte no SAP2000 vista do alçado.....	71
Figura 4.11 – Modelação da ponte no SAP2000 vista em perspectiva.....	71
Figura 4.12 – Vista da secção transversal do pilar: a) vista inferior; b) vista superior.	71
Figura 4.13 – Divisão do tabuleiro em elementos de casca.	72
Figura 4.14 – Pormenor do topo dos vãos.	72
Figura 4.15 – Secção transversal junto aos pilares.....	73
Figura 4.16 – Modos de vibração obtidos através da análise em SAP2000: a) 1º modo; b) 2º modo; c) 3º modo; d) 4º modo; e) 5º modo.....	75
Figura 4.17 – Comparação das configurações dos modos de vibração: a) modelo numérico b) ensaio experimental.	77

- ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Diferenças entre o domínio do tempo e o domínio da frequência	50
Tabela 2 – Frequências de vibração obtidas nos três modelos desenvolvidos em SAP2000 e na análise experimental.....	58
Tabela 3 – Deslocamentos modais ao nível dos 3 pisos do pórtico.....	59
Tabela 4 – Resultados de frequências obtidas nas 5 análises efetuadas	61
Tabela 5 – Cenários aplicados à ponte em estudo, adaptado de (Teughels & Roeck, De, 2003).....	65
Tabela 6 – Frequências de vibração obtidas a partir do ensaio experimental. ...	67
Tabela 7 – Sensores instalados na ponte para controlo dos parâmetros ambientais, adaptado de (Kramer, Smet, de & Roeck, De, 1999).	69
Tabela 8 – Cenários simulados no modelo em SAP2000 da ponte.	73
Tabela 9 – Frequências de Vibração.	74
Tabela 10 – Parâmetros de participação modal associados a cada modo de vibração em x , y e z	74
Tabela 11 – Frequências naturais obtidas no modelo numérico [Hz].	75
Tabela 12 – Frequências registadas na análise do ensaio experimental e no modelo numérico.....	76
Tabela 13 – Comparação entre as frequências da segunda medição de referência.	78
Tabela 14 – Comparação entre as frequências após redução da cota de um pilar em 20 mm.	78
Tabela 15 – Comparação entre as frequências após redução da cota de um pilar em 40 mm.	78
Tabela 16 – Comparação entre as frequências após redução da cota de um pilar em 80 mm.	79
Tabela 17 – Comparação entre as frequências após redução da cota de um pilar em 95 mm.	79

- SIMBOLOGIA

m	massa
\underline{m}	matriz de massa
k	rigidez
\underline{k}	matriz de rigidez
c	amortecimento
\underline{c}	matriz de amortecimento
$f t$	forças externas
$u t$	deslocamento
$\underline{u} t$	vetor deslocamento
$\dot{u} t$	velocidade
$\underline{\dot{u}} t$	vetor velocidade
$\ddot{u} t$	aceleração
$\underline{\ddot{u}} t$	vetor aceleração
$f_i t$	forças de inércia
$f_e t$	forças elásticas
$f_a t$	forças de amortecimento
ω_N	frequência angular natural
f	frequência natural
T_N	período natural
ξ	coeficiente de amortecimento
c_{cr}	amortecimento crítico
ω_A	frequência angular amortecida
$TF t$	transformada de Fourier
$F \omega$	transformada de Fourier das forças externas
$U \omega$	transformada de Fourier dos deslocamentos
$H \omega$	resposta em frequência

$\underline{\phi}$	matriz de configuração modal
$\hat{\phi}$	matriz modal normalizada
$\underline{\phi}$	vetor de configuração modal
φ	fase
$\underline{\Omega}^2$	matriz espectral
$\underline{\tilde{k}}$	matriz de rigidez modal
$\underline{\tilde{m}}$	matriz de massa modal

- ABREVIATURAS

FRF	Função de resposta em Frequência
EVL	Ensaio de Vibração Livre
EVF	Ensaio de Vibração Forçada
EVA	Ensaio de Vibração Ambiental
PVG	Ponte Vasco da Gama
LNEC	Laboratório Nacional de Engenharia Civil
MP	Monitorização Permanente
G.L.	Grau de Liberdade
EF	Elementos Finitos



1. INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento Geral

As vibrações são uma constante no dia-a-dia e podem verificar-se em tudo o que nos rodeia. A maioria das atividades humanas envolve de uma maneira ou de outra variadas formas de vibração, ouvimos porque o tímpano vibra, vemos porque as ondas luminosas se propagam por vibração, a respiração está associada à vibração dos pulmões, os batimentos cardíacos são movimentos vibratórios do coração e a fala consiste na vibração das cordas vocais.

No âmbito da engenharia civil a análise de vibrações é já um tema de aplicação corrente, usualmente utilizado para obter e estudar os parâmetros dinâmicos das estruturas, designadamente, as frequências naturais, os modos de vibração e os amortecimentos modais, essenciais para avaliar o seu comportamento estrutural dinâmico (Figura 1.1).

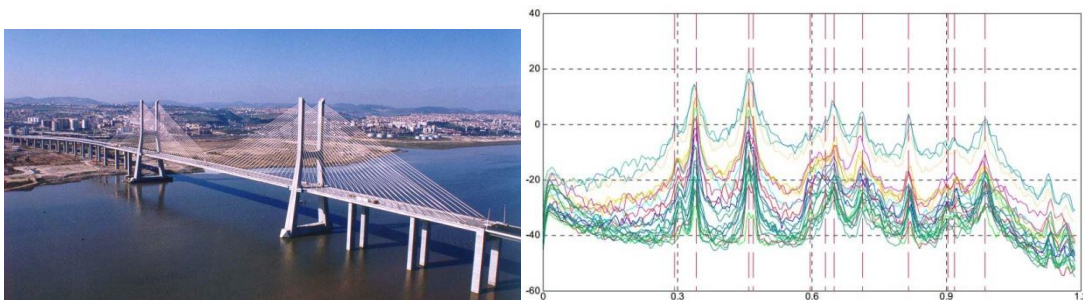


Figura 1.1 – Ponte Vasco da Gama, adaptado de (Cunha *et al.*, 2004).

A análise do comportamento dinâmico de estruturas tem um campo de aplicação vasto que assenta em duas componentes fundamentais que se complementam: o desenvolvimento de modelos numéricos e a realização de ensaios dinâmicos.

Os ensaios dinâmicos foram introduzidos inicialmente pela NASA e foram aplicados a problemas relacionados com a engenharia aeroespacial, depois adaptados para a engenharia aeronáutica, passaram ainda pela engenharia mecânica e finalmente foram introduzidos a estruturas de engenharia civil.

O envelhecimento das estruturas de engenharia civil, a conseqüente deterioração e o facto de cada vez mais se construírem edifícios mais altos, pontes com vãos superiores e barragens maiores, tem estimulado o desenvolvimento de técnicas de

identificação de dano baseadas em ensaios de vibrações (Toorn, 1994). O estudo da dinâmica de estruturas é deveras importante pois pretende compreender fenómenos de ressonância, prevenir situações de fadiga, bem como garantir condições de conforto. (Cunha *et al.*, 2012)

Até há algum tempo atrás, o dimensionamento de estruturas de engenharia civil tinha em conta apenas a análise estática, considerando portanto, apenas ações constantes ao longo do tempo. Com a evolução tecnológica criaram-se programas e plataformas de cálculo que tornaram possível a análise dinâmica das estruturas. Por isso, hoje em dia valorizam-se também fatores como o vento, a ação de motores ou o tráfego rodoviário em pontes, para além das cargas permanentes.

Tratando-se de uma preocupação atual e fruto da consciencialização, tanto de engenheiros como de arquitetos, o controlo das vibrações é uma das principais formas de prevenção e manutenção de estruturas existentes, além disso também permite obter informações que ao nível do projeto são arbitradas podendo de futuro ser uma mais-valia na execução de outras obras. A observação de estruturas ao nível do seu comportamento dinâmico permite prever danos futuros e dessa forma prevenir possíveis consequências, muitas vezes irreversíveis.

A integridade de uma estrutura deve ser verificada regularmente como a saúde de um ser humano, recorrendo-se para essa tarefa a equipamentos específicos. Contudo é difícil excitar estruturas de grande porte de uma forma controlada. Felizmente, têm-se verificado avanços tecnológicos significativos em transdutores e conversores de sinal analógico para digital, os quais têm dado um grande apoio na análise modal de grandes estruturas, através da medição da resposta ambiental e aplicando métodos de identificação modal estocástica apropriados.

1.1 Objetivos

Com o presente trabalho pretende-se efetuar uma revisão dos fundamentos da análise dinâmica de estruturas e evidenciar a utilidade dos ensaios de vibrações na caracterização do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil, recorrendo-se a exemplos de aplicação. Neste sentido, procurou-se:

- Abordar os vários ensaios dinâmicos efetuados atualmente, evidenciar as suas vantagens e condicionamentos, bem como as metodologias e os instrumentos utilizados na realização dos mesmos;
- Rever os principais fundamentos necessários à compreensão da dinâmica de estruturas abordando os conceitos de frequência natural, modos de vibração, análise modal, análise no domínio da frequência e análise no domínio do tempo com apoio no estudo efetuado a um modelo de um pórtico de 3 pisos onde é realizada a análise dinâmica do mesmo segundo vários métodos;
- Estudar o comportamento dinâmico de uma ponte (Figura 1.2), através do desenvolvimento de um modelo numérico realizado no programa de cálculo automático SAP2000 e comparar os resultados obtidos com os resultados experimentais obtidos através de ensaios de vibração ambiental realizados enquanto se procedeu à demolição da mesma.

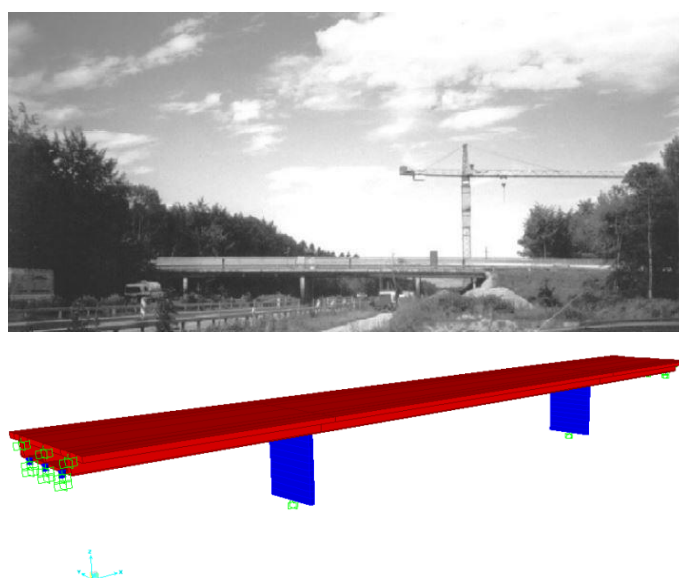


Figura 1.2 – Ponte analisada no âmbito deste trabalho.

1.2 Estrutura do Trabalho

Este trabalho encontra-se dividido em cinco partes distintas. No primeiro capítulo, de introdução, faz-se um enquadramento do tema e a definição dos objetivos. No último capítulo retiram-se as principais conclusões obtidas com o desenvolvimento do trabalho. Os capítulos principais encontram-se descritos seguidamente:

Capítulo 2 - Ensaio Dinâmicos em Engenharia Civil

Neste capítulo são apresentados os ensaios de vibração existentes: ensaios de vibração livre; ensaios de vibração forçada; ensaios de vibração ambiental; monitorização contínua e ensaios de vibração contínua. Serão também abordadas as estruturas de engenharia civil em que os ensaios são realizados e o modelo de instrumentos utilizados.

Capítulo 3 - Análise Dinâmica de Estruturas

Neste capítulo são abordados os fundamentos básicos de dinâmica de estruturas e o desenvolvimento da equação do movimento para estruturas de 1 grau de liberdade e para vários graus de liberdade, com um exemplo de aplicação de um modelo de um pórtico de 3 pisos, ambos no domínio do tempo e da frequência.

Capítulo 4 – Análise do comportamento dinâmico de uma ponte

Neste capítulo é apresentado o estudo numérico de um modelo de elementos finitos realizado, no programa SAP2000, de uma passagem superior de uma autoestrada e será efetuada a comparação com os resultados experimentais que foram obtidos a partir de ensaios realizados após a aplicação de uma série de danos sucessivos.

2. ENSAIOS DINÂMICOS EM ENGENHARIA CIVIL

2.1 Considerações Iniciais

A análise experimental de vibrações estabeleceu-se como área de investigação na década de 40 do século passado. Os primeiros ensaios realizados tinham por base modelos físicos de estruturas complexas construídos à escala, para os quais não era possível utilizar modelos analíticos descritivos do comportamento. (Caetano, *et al.*, 2010).

Atualmente os ensaios de vibrações constituem um dos métodos utilizados para determinar o comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil. No entanto, em modelos à escala é muito difícil reproduzir as ligações entre elementos, as condições de apoio e a interação entre a estrutura e a base do terreno. Em estudos teóricos esta simplificação implica a consideração de hipóteses que podem levar a erros significativos, por isso um dos métodos utilizados para obter os parâmetros dinâmicos que caracterizam o comportamento real de uma estrutura, como as frequências naturais, os modos de vibração e o amortecimento modal, é assegurado através da medição de vibrações nas estruturas. (Kuroiwa, 1967).

Os ensaios dinâmicos podem ser levados a cabo com o propósito de verificar as características dinâmicas assumidas ao nível de projeto. Estes parâmetros podem não corresponder inteiramente ao admitido em projeto por várias razões, entre elas, erros ou falhas que possam ter existido durante a construção ou a falta de informação, especialmente em relação à envolvente.

Neste sentido, existe um interesse evidente em técnicas que tornem possível a conservação, apoiem a proteção das estruturas de engenharia civil e em particular permitam detetar danos atempadamente. Uma das abordagens mais interessantes baseia-se na hipótese de que os danos se manifestam através da diminuição da rigidez das estruturas, o que conduz a mudanças do seu comportamento dinâmico.

2.2 Tipos de ensaios dinâmicos

Por vibração entende-se qualquer movimento que se repita, regular ou irregularmente após um determinado intervalo de tempo. Assim sendo a teoria

das vibrações trata do estudo dos movimentos oscilatórios de corpos em torno de uma posição de equilíbrio e das forças que lhes estão associadas.

Existem três tipos de ensaios dinâmicos que se podem realizar, sendo que a escolha entre um ensaio de vibração forçada, livre ou ambiental deve ser feita em função do objetivo pretendido e dos resultados que se querem obter, tendo em atenção as características dos equipamentos de excitação, a caracterização experimental pretendida e os respetivos custos.

Se após uma perturbação inicial o sistema continuar a vibrar e não houver nenhuma força externa agindo sobre este, a vibração é classificada como vibração livre, porém, se o sistema estiver sujeito a um torque ou força externa, quase sempre repetitiva, a vibração é conhecida como forçada. (Heirich, Simão and Cassol, 2013)

Um sistema pode ser classificado como amortecido ou não amortecido e é considerado não amortecido quando não perde energia por atrito ou outra resistência durante a oscilação. Embora seja uma situação teórica, se um sistema for não amortecido com vibração livre, tal como se mostra na Figura 2.1, não haverá diminuição da amplitude das suas vibrações e este fica em movimento constante continuamente.

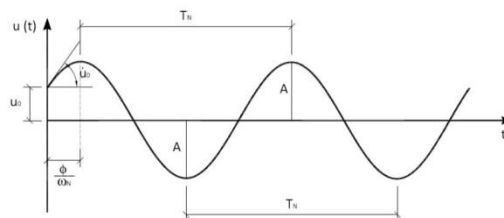


Figura 2.1 – Sistema com vibração livre.

Quando existe perda de energia por atrito ou por dissipação o sistema é classificado como amortecido (Figura 2.2), e no caso de vibração livre a amplitude de vibração vai diminuindo até atingir a posição de equilíbrio estático. Se a vibração imposta ao sistema amortecido for forçada pode ou não haver diminuição da amplitude da vibração pois a excitação repõe energia ao sistema.

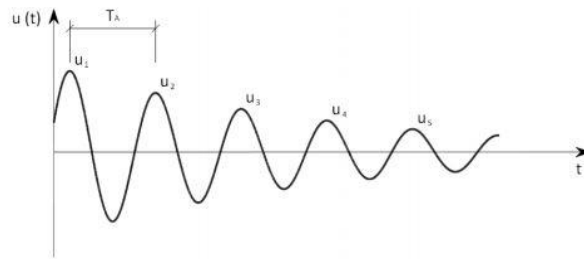


Figura 2.2 - Amplitude de vibração de um sistema amortecido.

Existem dois objetivos gerais na execução de ensaios estruturais. Em estruturas novas avalia-se a sua conformidade com os modelos de projeto, designando-se neste enquadramento por ensaios de receção, e estimam-se as repercussões de erros construtivos; em estruturas antigas avaliam-se os parâmetros de resposta da estrutura a ações estáticas e dinâmicas como por exemplo as deformações e os níveis e as frequências de vibração podendo ainda apreciar-se ou verificar-se a capacidade de carga da estrutura (IST,2010).

2.2.1 Ensaios de Vibração Forçada

Apesar de existirem três tipos de ensaios estruturais dinâmicos efetuados *in-situ*, o método dos ensaios de vibração forçada (EVF), que tem sido aplicado na investigação de engenharia sísmica durante décadas, é considerado como um dos métodos mais diretos e precisos.

Os ensaios de vibração forçada baseiam-se, como o nome indica, na imposição de uma força ao sistema. Existem vários modelos matemáticos para o estudo da vibração forçada como por exemplo: forças periódicas, forças impulsivas ou forças aleatórias.

As vibrações são impostas ao sistema por vibradores (Figura 2.3) e têm por objetivo avaliar a variação dos parâmetros modais em função da amplitude do sinal de excitação.



Figura 2.3 – Vibrador rotativo de massa excêntrica com motor elétrico (LNEC).

Apesar de se ter registado um progresso muito acentuado nas técnicas de identificação associadas aos ensaios de vibração ambiental e de monitorização contínua, os ensaios de vibração forçada desempenham ainda um papel relevante quando se torna necessário verificar a eficácia de dispositivos de controlo de vibrações em fase de receção. (Cunha *et al.*, 2012)

O dimensionamento de um sistema de vibração forçada pode ser utilizado de forma a expor aspetos do comportamento estrutural desejados. Desta forma fica ao alcance do operador escolher os parâmetros de excitação tais como localização da força, conteúdo de frequências excitáveis, amplitude, duração e hora do dia. A amplitude das excitações de vibração forçada pode ser programada de forma a ser mais elevada do que a ambiente ou níveis de ruído eletrónico, para ajudar e isolar destes as alterações no sistema estrutural. Este fator é uma grande vantagem em relação aos ensaios de vibração ambiental (EVA), abordados no ponto 2.2.3, mas à custa de equipamentos mais caros. Os métodos geralmente utilizados para impor vibrações forçadas são o vibrador mecânico de massas excêntricas, vibradores eletrodinâmicos, vibradores electro-hidráulicos e martelo de impulsos. (Figueiredo, 2006)

A ponte pedonal Pedro e Inês em Coimbra é um exemplo onde foi executado um ensaio de vibração forçada. Nesta ponte, muito propícia a vibrações, foi necessária a instalação de um conjunto de amortecedores de massas sintonizadas, um para controlo das vibrações laterais e 6 para controlo das vibrações verticais induzidas pelos peões que provocavam deslocamentos elevados na ponte. O dimensionamento dos amortecedores de massas sincronizadas foi feito cruzando informação entre os ensaios de vibração forçada e um modelo numérico realizado. (Costa, 2012)

2.2.2 Ensaios de Vibração Livre

Os ensaios de vibração livre (EVL) simulam, por exemplo, a ação de forças acidentais e consistem na imposição de uma força tal como nos ensaios de vibração forçada. A diferença entre os EVL e os referidos no ponto 2.2.1 é que no caso dos EVL, estes recorrem à libertação súbita de uma massa suspensa ou do corte de uma barra tracionada, enquanto no caso dos EVF a excitação é aplicada pela

imposição de forças. Outra diferença consistem em que, tal como o nome indica, nos EVL a estrutura vibra livremente após o impulso.

O objetivo dos EVL é induzir uma resposta mensurável à estrutura sendo estes utilizados, em geral, para a determinação dos coeficientes de amortecimento associados a cada modo de vibração.

Estes ensaios foram realizados em algumas obras importantes em Portugal, na Ponte Internacional do Guadiana (Figura 2.4) que faz a travessia da fronteira entre Vila Real de Santo António e Ayamonte, no Aeroporto Internacional da Madeira, onde foi utilizada uma massa de 600 kN suspensa através de cabos de pré-esforço ao tabuleiro, e ainda à Ponte Vasco da Gama (PVG), como se encontra explicado nos próximos parágrafos.



Figura 2.4 – Ponte internacional do Guadiana (www.leb.pt)

A determinação dos coeficientes de amortecimento modais é bastante relevante pois fornece informação que influi na resposta das estruturas quando sujeitas a forças dinâmicas, tais como a ação do vento ou de sismos. Não é possível obter os mesmos através de nenhuma abordagem analítica, ou pelo menos com valores estimados fiáveis, dado não existir uma linha de comparação que estabeleça uma relação fidedigna entre todas as variáveis envolvidas: estrutura, construção, materiais utilizados, envolvência ambiental, tráfego e condições climatéricas.

Como foi dito atrás, um exemplo onde este tipo de ensaios foi executado em Portugal é a ponte Vasco da Gama (1998). Os ensaios foram realizados para verificação de resultados obtidos através do ensaio de vibração ambiental, previamente executado, e permitiu uma identificação rigorosa de coeficientes dos amortecimentos modais a partir das respostas impulsivas medidas.

As dimensões, o carácter inovador e a desigualdade estrutural fizeram desta ponte a estrutura mais espetacular construída na altura da EXPO'98. Esta obra, pelas

suas características únicas, foi também alvo de estudos por várias entidades e universidades espalhadas pelo mundo.



Figura 2.5 – Ponte Vasco da Gama

O ensaio de vibração livre foi realizado no tramo da ponte que se encontra suspenso por tirantes, segundo um conceito bastante simples: carregar o tabuleiro, libertar a carga e medir a oscilação da ponte em vibração livre.

Este carregamento foi imposto por uma força excêntrica, do lado montante, mediante a suspensão de uma massa de 60 toneladas de um ponto do tabuleiro, Figura 2.6 sendo de seguida libertada.

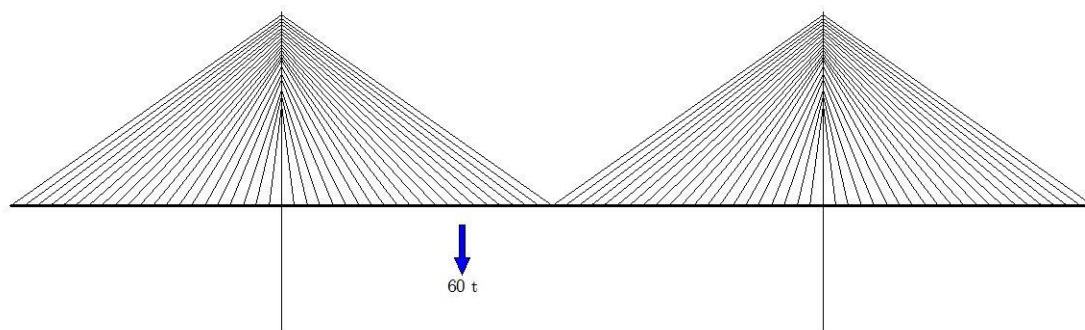


Figura 2.6 – Ponte Vasco da Gama – local da imposição da força

A vibração foi provocada unindo uma ponta de um tirante instalado da ponte à barcaça, sistema Dywidag [consiste na utilização de barras de aço especiais como elemento resistente à tração, com porcas e placas de ancoragem que distribuem a carga aplicada sobre a estrutura ancorada], à ponte e a outra à barcaça durante a maré cheia. Aguardou-se a maré vazia e libertou-se o cabo do tirante que estava unido ao tabuleiro (Figura 2.7).

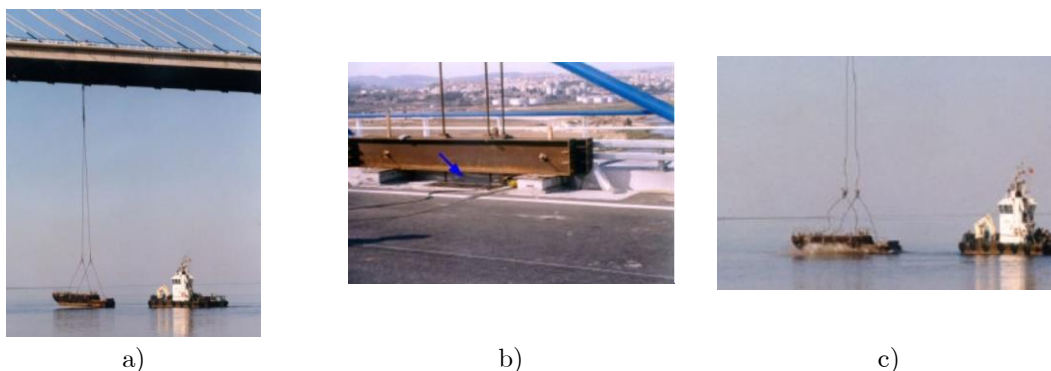


Figura 2.7 – Ensaio de Vibração livre realizado na PVG: a) Barcaça suspensa pelo tirante ao tabuleiro; b) Início do corte do tirante; c) Libertação da barcaça. (Ferreira, 2013)

O principal objetivo a alcançar com a realização deste ensaio era conhecer o coeficiente de amortecimento associado ao primeiro modo de torção, visto que este se encontrava com uma frequência (0,47Hz) muito próxima da frequência natural do 2º modo de flexão (0,46 Hz). (Caetano *et al.*, 2010)

O registo das leituras das vibrações resultantes foi efetuado durante 16 minutos em três secções diferentes como está esquematizado na Figura 2.8, foram medidas as vibrações nos 3 pontos identificados, dos quais 2 a vermelho e 1 a azul. O ponto identificado a azul coincide com o local onde foi aplicada a carga de 60 toneladas, foi também tido em conta a influência de ações externas como o vento. Assim, o ensaio foi realizado sob uma baixa ação do vento (2,5 m/s) para que ficasse garantido que os coeficientes de amortecimento modais apenas representassem o comportamento dinâmico da estrutura sem o efeito de amortecimento aerodinâmico.

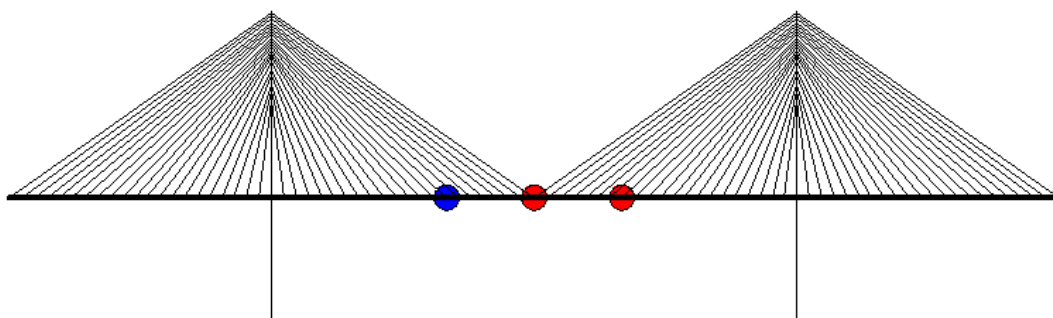


Figura 2.8 – Ponte Vasco da Gama – localização dos aparelhos de medição das vibrações.

Após a libertação da carga, observou-se uma oscilação com amplitude máxima de aproximadamente 25 mm, no ponto de aplicação da mesma, que se manteve em

movimento durante cerca de 8 minutos, devido ao baixo nível de amortecimento desta ponte flexível, 0,24%. (Cunha & Caetano, 2004)

2.2.3 Ensaios de Vibração Ambiental

Os ensaios de vibração ambiental (EVA) são realizados com base na análise da vibração da estrutura que é provocada pelo meio envolvente. Por exemplo a vibração que o vento provoca, motores próximos, o tráfego, etc..

São ensaios práticos e económicos e que permitem uma precisa identificação dos parâmetros modais das estruturas sem perturbarem o funcionamento normal dos mesmos. Os EVA são na maioria realizados para validar os modelos de elementos finitos de infraestruturas importantes, antes da reabilitação de estruturas para que se possa fazer a sua caracterização e ajustar o modelo numérico. Podem ser realizados no contexto de uma inspeção em que é avaliada a segurança de uma estrutura já existente, sendo neste caso apenas para avaliação da segurança estrutural.

Apesar de já existir algum conhecimento sobre os ensaios dinâmicos de vibração ambiental ainda há algumas questões que necessitam mais investigação, como por exemplo o facto de ainda não existir uma forma de extrapolação das frequências entre os modelos à escala e as estruturas reais.

Como foi dito em 2.2.2 foi realizado na Ponte Vasco da Gama, além do EVL, um ensaio de vibração ambiental.

Neste ensaio foi aplicada uma metodologia que se apresenta no subcapítulo seguinte, Metodologia dos ensaios dinâmicos. Esta metodologia assenta na utilização de sensores referência. No caso particular da PVG foram utilizados 6 sismógrafos triaxiais de 16 bit, 2 dos quais foram usados como sensores referência no local indicado na Figura 2.9 tanto a montante como a jusante, ou seja, no mesmo local onde foi exercida a excitação para o EVL.

Os restantes acelerómetros foram sendo aplicados em várias posições até estar coberta toda a extensão do tabuleiro como se pode ver na Figura 2.9 totalizando 29 alterações.

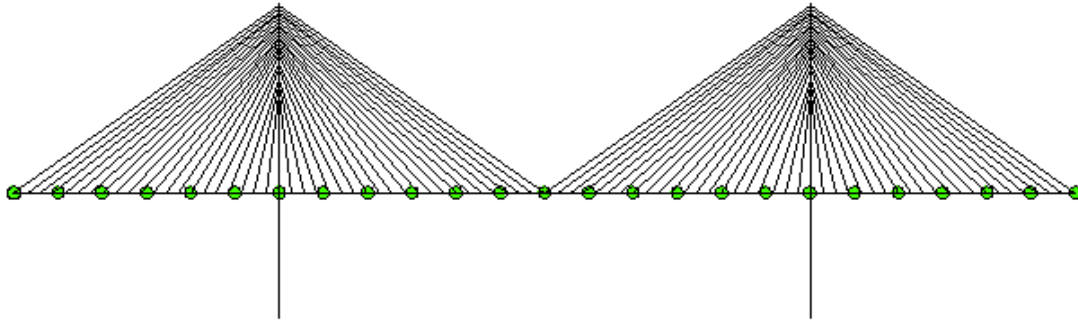


Figura 2.9 – Ponte Vasco da Gama – localização dos sismógrafos

Sendo que a gama de frequências esperada é bastante reduzida, o tempo de aquisição escolhido para cada fase foi de 16 minutos, com frequência de amostragem de 50 Hz, que corresponde a um valor bastante alargado para captar um número suficiente de períodos naturais para os primeiros modos de vibração.

Os acelerómetros, dotados de um sistema de conversão digital e armazenamento do sinal em disco, foram colocados com funcionamento independente e sincronizados entre si. A excitação foi provocada pelo vento que teve uma velocidade variável entre 1 m/s e 11 m/s enquanto iam sendo registadas todas as medições, originando assim um grande leque de acelerações medidas. (Cunha & Caetano, 2004)

2.3 Tipos de instrumentos para aquisição de dados

Para avaliar as vibrações, são usualmente utilizados sensores a que se dá o nome de transdutores. Antes de se efetuar qualquer análise, a vibração tem de ser convertida num sinal elétrico, sendo essa tarefa desempenhada pelos transdutores que convertem uma forma de energia noutra mais perceptível e fácil de analisar.

Quando os transdutores convertem as oscilações provocadas pelas vibrações em acelerações chamam-se acelerómetros.

Existem vários tipos de acelerómetros:

- Piezoelétrico
- Piezoresistivo
- Capacitivo
- Acelerómetro de Efeito Hall
- Magneto-resistivo

- Acelerómetro de transferência de calor
- Redes de Bragg em Fibras Óticas.

O princípio de funcionamento dos transdutores de aceleração baseia-se nos cristais piezoelétricos, que depois de sujeitos à compressão geram um pequeno sinal elétrico proporcional à aceleração. (Sequeira, 2013)

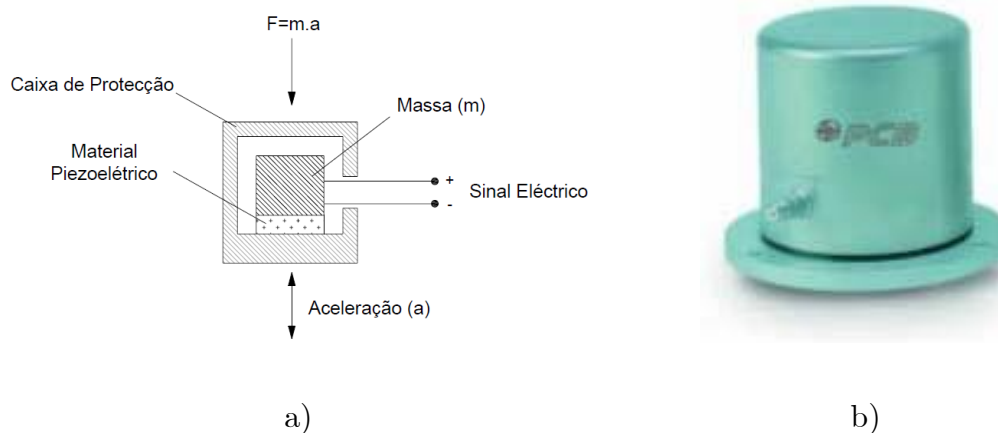


Figura 2.10 –Acelerómetro piezoelétrico: (a) esquema do princípio de funcionamento; (b) modelo PCB 393C. adaptado de (Figueiredo, 2006).

Quando se encontra em funcionamento, o transdutor acompanha a vibração transmitida pela estrutura em estudo, a massa no interior do transdutor tende a manter-se estacionária no espaço. Um transdutor sensível à aceleração denomina-se por acelerómetro e este é fixado numa superfície em movimento, onde haverá um deslocamento provocado pelos vibradores que dão origem ao movimento.

Para que o ensaio seja otimizado é necessário proceder previamente a um planeamento das tarefas a percorrer. Alguns dos fatores essenciais à realização dos ensaios são: a definição dos pontos a instrumentar e o local adequado à sua colocação verificando se o ensaio nesses locais é exequível; a escolha dos instrumentos a utilizar; o esquema da distribuição dos cabos e dos aparelhos de medição e o estabelecimento da frequência de amostragem.

O valor da frequência de amostragem é definido, no mínimo, pelo dobro do valor que se obtém pela soma da máxima frequência natural somado de uma margem que garanta um intervalo suficiente na identificação dessa frequência. (Costa, 2012)

Na Figura 2.11 são apresentados alguns instrumentos utilizados atualmente na realização deste tipo de ensaios.



Figura 2.11 – a) Transdutores b) Sensores

Futuramente, ao nível dos sensores para além do aperfeiçoamento dos que já existem, vêm surgindo aplicações de novos tipos de sensores às estruturas de engenharia civil tais como os sensores em fibra ótica que se distinguem pela total imunidade aos efeitos eletromagnéticos, promovendo assim também o desenvolvimento de novos sistemas de aquisição.

2.4 Metodologia dos ensaios dinâmicos

O tipo de ensaio a realizar varia conforme o tipo de informação necessária e as condições existentes. A metodologia a utilizar depende do objetivo, isto é, se quer avaliar uma situação pontual sob condições específicas, se a intenção é avaliar a estrutura durante um período de tempo determinado em serviço ou com cargas particulares, se pretende obter dados contínuos do comportamento da mesma, como tal há que definir a metodologia de entre as apresentadas seguidamente:

2.4.1 Ensaios pontuais

- Uma fase

Os ensaios dinâmicos realizados numa só fase, consistem na medição simultânea em todos os pontos, para uma determinada excitação, ou seja, ao longo de toda a estrutura são colocados sensores e para uma determinada vibração, seja forçada, livre ou ambiental, os dados são lidos no mesmo instante em todos os sensores.

- Por fases

Neste caso a forma de obter a informação é ligeiramente mais elaborada do que no caso anterior. Para esta situação são utilizados sensores de “referência” e sensores volantes, isto é, os valores das vibrações são obtidas em várias e diferentes fases do ensaio. Como se depreende, o posicionamento dos sensores volantes é alterado ao longo de todas as fases do ensaio, enquanto os sensores referência se mantêm fixos até o ensaio terminar.

Inicialmente são colocados todos os sensores, para a vibração existente são adquiridos os resultados.

Na segunda fase altera-se o posicionamento apenas dos sensores volantes, mantendo-se os sensores de referência na posição definida. O mesmo é repetido as vezes que forem necessárias até se obterem as leituras de toda a estrutura.

Na Figura 2.12 é apresentado um esquema de exemplo de execução de um ensaio por fases. Os sensores a amarelo correspondem aos sensores de referência e como se pode verificar a sua localização não é alterada ao longo das quatro fases apresentadas, os sensores volantes, a azul, são mudados de posição em cada fase.



Figura 2.12 - Esquema de aplicação dos sensores referenciais:

Finalmente para a aferição dos valores dos deslocamentos modais e estruturais é feita com base numa interpolação entre todos os resultados dos sensores tendo como ponto de comparação os sensores de “referência”.

2.4.2 *Ensaio em contínuo*

Os ensaios em contínuo correspondem a uma associação de equipamentos que caracterizam as ações e as respostas das estruturas de forma contínua através de ferramentas de processamento que transformam os dados lidos em informação que permite avaliar o desempenho dos elementos instrumentados.

Estes ensaios têm tido um desenvolvimento acentuado, nos últimos anos, devido à importância do controlo em contínuo do comportamento de estruturas de grande envergadura, bem como, devido à necessidade de controlar estruturas em idade avançada e na avaliação do desempenho de novas estruturas com elevado nível de complexidade.

Os recentes avanços tecnológicos têm contribuído para que as instalações e operações deste tipo de ensaios sejam mais práticas e económicas e permitam uma transmissão e processamento dos dados, mais eficiente.

A utilização destes ensaios é por vezes conhecida por monitorização temporária e pode-se revelar bastante útil visto que permite avaliar rigorosamente os efeitos dinâmicos causados por cargas de tráfego, seja ele rodoviário, ferroviário ou pedonal.

Foi desenvolvido pelo ViBest – Laboratório de Vibrações e Monitorização Estrutural – um estudo desta natureza na ponte Salgueiro Maia em Santarém. A ponte tem um único pano central de tirantes sobre o rio Tejo.

O estudo foi realizado através de um sistema de monitorização tendo por base extensómetros embebidos no betão e células de carga dispostas em tirantes, com o objetivo de avaliar experimentalmente os efeitos dinâmicos provocados pela passagem de camiões pesados (Cunha *et al.*, 2012).

2.4.3 *Monitorização permanente*

A monitorização permanente (MP) é uma evolução, ou consolidação da utilização dos ensaios em contínuo, ou da monitorização temporária, pelo que se baseia nos mesmos princípios. O principal objetivo desta monitorização é a observação do comportamento estrutural *in situ* sob várias condições de carga, seja durante um determinado período de tempo ou durante todo o período de vida útil da estrutura, para que se possam detetar a deterioração e o dano das propriedades

dos materiais estruturais e a resposta estrutural para certas condições de solicitação.

A MP é aplicável e útil nas seguintes situações:

- Grandes obras;
- Devido às dimensões ou à esbelteza, aos materiais utilizados na construção ou aos processos construtivos, sempre que se considere necessário o controlo contínuo dos movimentos das mesmas;
- Existirem difíceis condições de envolvente;
- Incerteza quanto às condições geotécnicas;
- Situações de risco sísmico elevado;
- Situações de elevada agressividade ambiental ou vulnerabilidade durante a construção;
- Estruturas de elevada importância, seja económica ou social;
- Estruturas com deficiências evidentes ou identificadas ou cuja condição suscite dúvidas.

O ponto essencial da monitorização estrutural encontra-se associado à segurança, isto é, uma deteção prematura de comportamentos anormais pode reduzir o risco de ocorrer colapso súbito contribuindo por isso para a preservação de bens materiais e claro, de vidas humanas. A MP é também interessante quando, na eventualidade de ocorrência de eventos extremos, tais como o impacto forte de um veículo, um incêndio, a colisão de um barco, permite antecipar e fundamentar prováveis consequências desses mesmos eventos na estrutura e a avaliação imediata dos níveis de segurança e possíveis restrições ao seu funcionamento.

Atualmente a maioria das pontes e barragens portuguesas já estão equipadas com sistemas de monitorização apesar de, na sua generalidade, apenas compreenderem medições estáticas por vezes complementadas por componentes dinâmicas que são, normalmente, configuradas para registar a resposta das estruturas aquando a ocorrência de sismo.

Existem já diversos sistemas de monitorização permanente do comportamento dinâmico como é o caso da Ponte pedonal Pedro e Inês em Coimbra, a ponte Infante D. Henrique no Porto e a barragem do Cabril, entre outros que tem implementado um sistema dinâmico que monitoriza permanentemente os níveis

de vibração. Estas medições também têm grande utilidade na avaliação da evolução das propriedades modais destas obras (Magalhães, 2010; Mendes, 2010).

A implementação de sistemas de monitorização permanente permite:

- Verificar pressupostos de projeto, especialmente nos casos em que são utilizados novos materiais ou sistemas estruturais;
- Verificar os limites em condições de serviço e transmitir alertas quando limites pré-definidos são ultrapassados, por exemplo nas pontes quando a ocorrência de ventos mais fortes provocam o seu encerramento temporário;
- Avaliar as condições estruturais e detetar possíveis danos numa fase precoce;
- Providenciar informação para avaliação da segurança imediatamente após a ocorrência de eventos extremos como é o caso de sismos;
- Fornecer dados essenciais no planeamento de inspeções e reabilitação ou em operações de manutenção;
- Avaliar a eficácia de manutenções, adaptações ou trabalhos de reparação;
- Adquirir dados *in situ* úteis para melhorar a perceção de mecanismos de resposta de carga e conseqüentemente aperfeiçoar as diretrizes de projeto.

Apesar de já existir um número considerável de aplicações práticas é ainda necessário desenvolver a investigação de forma a melhorar a gestão das capacidades de processamento para, convenientemente, tirar partido de toda a informação obtida (Magalhães, 2010; Mendes, 2010).

2.5 Ensaios dinâmicos em estruturas de engenharia civil

Inicialmente os ensaios dinâmicos em edifícios eram muito rudimentares, passavam na sua maioria por ensaios de vibração “forçada” que consistiam na colocação de um pêndulo no topo do edifício que impunha uma vibração no edifício e eram obtidos os respetivos deslocamentos (Priestley, 1969).

As estruturas de engenharia civil estão sujeitas a diversos tipos de ações, nomeadamente: ações ambientais, ações acidentais e à ação das cargas de serviço. A deteção precoce de eventuais danos associados às ações anteriormente referidas, utilizando ensaios dinâmicos, poderá permitir uma eventual antecipação de uma intervenção sobre as estruturas, bem como ajudar na preparação sobre o que fazer

e onde atuar para reparar os mesmos. Podendo-se por esta via minimizar os custos e o tempo de intervenção.

2.5.1 Edifícios

Os ensaios em edifícios podem ser realizados principalmente em três situações. No caso de se tratar de estruturas muito esbeltas (1), no caso de o edifício apresentar uma arquitetura diferente (2) ou para efeitos de reabilitação dos mesmos (3).

(1) Quando uma estrutura é muito esbelta, ou seja, a dimensão numa direção é muito superior à dimensão nas outras duas direções, pode ser necessário o seu controlo através de ensaios dinâmicos de forma a confirmar os níveis de vibração existentes.

Para o estudo de edifícios é ainda importante ter em consideração se o edifício em análise se encontra isolado ou se este está englobado num quarteirão, pois o seu comportamento dinâmico será diferente. Se um edifício se encontra enquadrado no quarteirão, ou junto a um ou mais edifícios, tem que se contabilizar também a ação destes visto que o edifício em estudo não vai estar “livre” em todas as direções. A existência de edifícios adjacentes limita o movimento e pode tornar a estrutura mais rígida e pouco flexível em determinada direção.

Na Figura 2.13 está um exemplo de um edifício em 2D, utilizado também no exemplo do capítulo 3, e o seu deslocamento segundo a direção 1, ou seja, segundo x que tem o valor de aproximadamente 13,02 mm

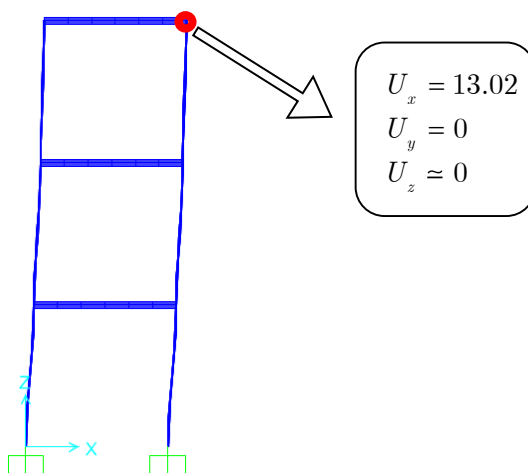


Figura 2.13 - Esquema de exemplificação do comportamento do edifício isolado

Na Figura 2.14 pode-se observar o mesmo edifício adjacente com dois edifícios, com características iguais, e como se pode constatar o deslocamento segundo x , que agora corresponde a aproximadamente a 7,54 mm, reduz para aproximadamente metade do valor em relação ao exemplo do edifício isolado.

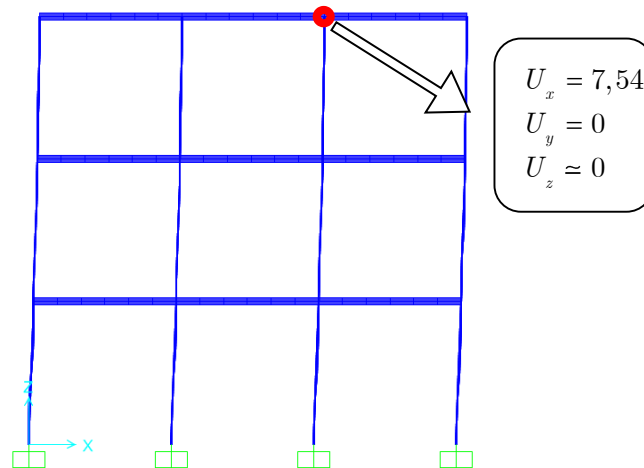


Figura 2.14 - Esquema de exemplificação do comportamento do edifício quando englobado num quarteirão

(2) Para a situação de estruturas com arquiteturas diferentes poderá ser necessário uma análise dinâmica pós construção visto que se trata de uma estrutura irregular, tanto em planta como em altura.

(3) Os ensaios dinâmicos são também muito úteis no que diz respeito à reabilitação estrutural de edifícios como forma de se efetuar um adequado diagnóstico estrutural das construções existentes. (Mendes & Oliveira, 2008)

Para o caso de edifícios antigos por vezes não se encontram os respetivos projetos de análise estrutural, pelo que não há informação sobre o tipo de construção em causa ou sobre os materiais utilizados na construção. Nestes casos, para se obter informação sobre a estrutura, podem realizar-se ensaios dinâmicos para caracterizar o comportamento dinâmico da estrutura, nomeadamente, as suas frequências naturais, os modos de vibração e os amortecimentos modais (Figura 2.15). Em paralelo faz-se uma análise numérica do edifício e atribuem-se as características, sobre o tipo de materiais utilizados, constituintes das vigas, pilares, lajes, fundações, etc. e posteriormente comparam-se com os resultados obtidos com os dos ensaios dinâmicos. Nesse tipo de estudos é possível obter uma concordância ou não com o modelo realizado e aferir quais os fatores que podem estar alterados na estrutura e calibra-los no modelo (Mendes e Baptista, 2004).

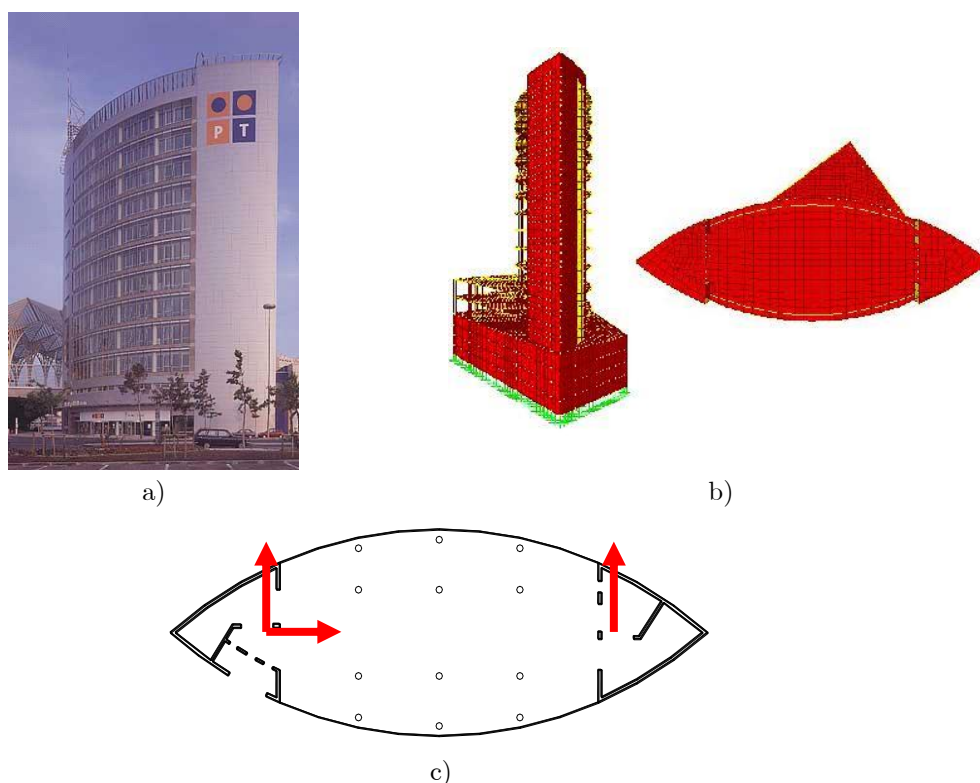


Figura 2.15 – Estudo do comportamento dinâmico de um edifício: a) Vista do edifício; b) Modelo numérico; c) Esquema de posicionamento dos acelerómetros em planta.

A monitorização de edifícios ou obras de edificações é utilizada para avaliar a variação das características medidas e dos materiais, sistemas ou patologias de construção ao longo do tempo. Esta avaliação poderá ter como objetivos: avaliar a adequabilidade do material ou sistema à função que executa; avaliar as consequências de uma determinada intervenção nos materiais e sistemas construtivos vizinhos ou avaliar a evolução de uma determinada patologia, de modo a obter elementos que conduzam a uma intervenção adequada.

Os erros de projeto ou de execução e a deterioração ao longo do tempo poderão tornar um sistema estrutural inadequado à função para o qual foi concebido, as cargas de dimensionamento para edifícios de habitação são inferiores às utilizadas no dimensionamento de edifícios para fins comerciais, por exemplo escritórios. Por outro lado as alterações de uso ou a reabilitação dos edifícios necessitam de uma correta avaliação do seu comportamento estrutural o que pode comprometer a segurança dos mesmos.

2.5.2 Pontes e Viadutos

Em todo o mundo, o investimento em estradas e ferrovias é enorme, e as pontes, juntamente com os túneis, são de longe as que se mostram serem mais vulneráveis e dispendiosas por quilómetro de via construída. As pontes têm um papel importantíssimo no sistema económico de um país, apesar de muitas vezes a sua importância ser negligenciada pela sociedade (Figueiredo *et al.*, 2001).

As estruturas das pontes são normalmente construídas para atravessamento de rios, estuários, vales, para melhorar o fluxo de tráfego em cruzamentos ou como alternativa a estradas com planimetria acidentada.

Certas pontes, devido à sua grandeza ou imponência ou ainda características particulares, tornam-se marcos na paisagem e pontos turísticos, de passagem quase obrigatória, são exemplo disso mesmo a ponte basculante que atravessa o Rio Tamisa em Londres ou a ponte pedonal suspensa Pulau LangKawi que se localiza num dos picos da cordilheira de Gunung Mat Chinchang ou ainda a ponte Salvador – Ilha de Itaparica que ainda se encontra em construção sendo que o seu término só está previsto para 2018.



a)



b)



c)

Figura 2.16 – Pontes Emblemáticas: a) Tower Bridge, Inglaterra
(<http://guiadoestrangeiro.com/>) b) Ponte Pedonal Pulau LangKawi, Malásia
(<http://pt.dreamstime.com>) c) Ponte Salvador – Ilha de Itaparica, Brasil
(<http://www.skyscrapercity.com>)

Como foi dito anteriormente, os ensaios, também em pontes, podem ser efetuados em estruturas novas e antigas tendo em atenção que uma construção antiga que seja reabilitada ou reforçada também deve ser sujeita aos mesmos ensaios que uma estrutura nova.

Em estruturas novas o primeiro ensaio que se faz e que serve de comparação com os parâmetros do modelo de cálculo são chamados ensaios de receção. Estes ensaios são aplicáveis a pontes de média ou grande importância porque para as pontes de menor dimensão os modelos de cálculo são considerados suficientes.

Quando se comparam os resultados de um ensaio de receção com o modelo de cálculo podem ocorrer três situações: aceitação, quando as diferenças são inferiores às tolerâncias adotadas, pode ter que se fazer um refinamento da análise ou ensaios complementares se os resultados forem próximos ao modelo ou se houver informação incompleta e a última situação é quando não há aceitação dos resultados, e nesse caso tem de se intervir a nível estrutural para inicialmente identificar o problema e reparar.

Em Portugal foram realizados ensaios dinâmicos após a construção do viaduto do Eixo Norte-Sul sobre a Avenida Padre Cruz, da ponte sobre o rio Ocreza na A23 e do viaduto ferroviário do vale de Coina, Figura 2.17. Também foram realizados, após a reabilitação das mesmas, em pontes como a Ponte do Fão e a Ponte suspensa do Ervendal, Figura 2.18 e na Ponte Vasco da Gama como foi referido anteriormente.



a)



b)



c)

Figura 2.17 – Estruturas em que foram realizados ensaios após construção: a) Viaduto Eixo Norte-Sul, adaptado de (www.skyscrapercity.com); b) Ponte sobre o Rio Ocreza, adaptado de (www.highestbridges.com); c) Viaduto Ferroviário do Vale de Coima, adaptado de (<https://fenix.tecnico.ulisboa.pt>)



a)



b)

Figura 2.18 – Estruturas em que foram realizados ensaios após reabilitação: a) Ponte do Fão; b) Ponte Suspensa do Ervendal.

Na Figura 2.19 apresenta-se o sistema de monitorização permanente instalado na ponte Infante D. Henrique para avaliar a evolução do comportamento dinâmico desta obra, nomeadamente em termos dos seus parâmetros modais (Magalhães, 2012).

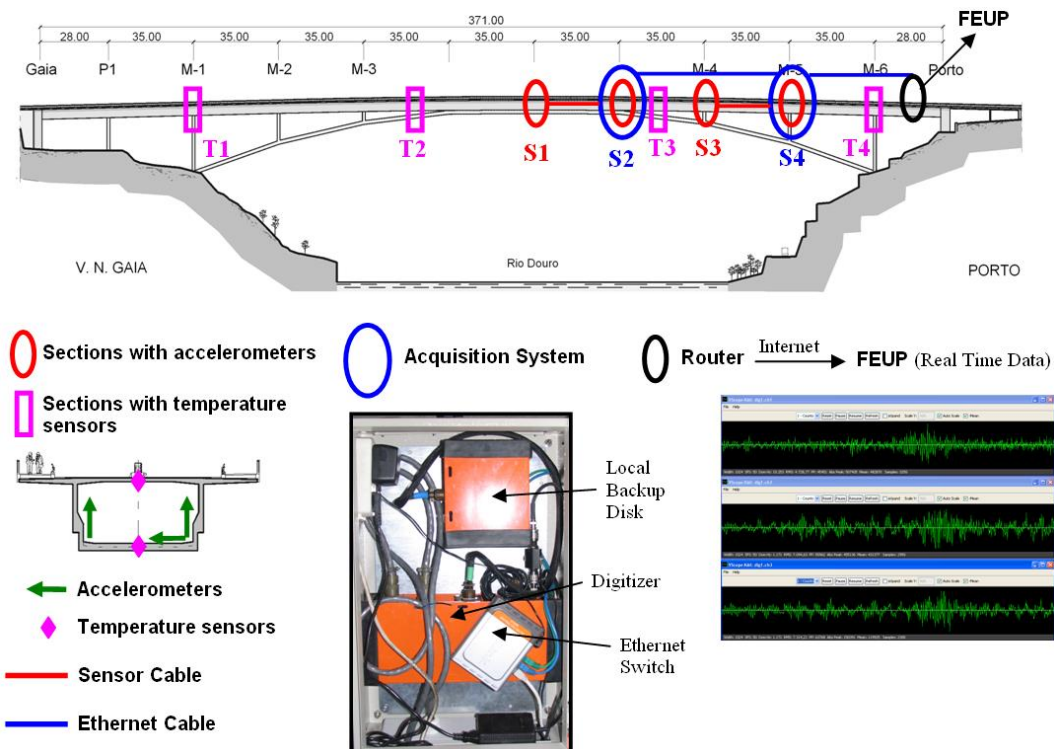


Figura 2.19 – Esquema do sistema de monitorização permanente da Infante D. Henrique no Porto, adaptado de (Magalhães, 2010).

2.5.3 Barragens

No caso das barragens a observação do comportamento dinâmico é importante para caracterizar a variação dos parâmetros dinâmicos em função da variação do nível da albufeira e para aferir a resposta a eventos sísmicos. Neste sentido têm-se realizado, nestas obras, diversos ensaios de vibração ambiental e forçada, bem com, a instalação de sistemas de monitorização permanente para observação da evolução do seu comportamento dinâmico (Mendes, 2010). No caso das barragens, não são aplicáveis os ensaios de vibração livre por estas se encontrarem quase na sua totalidade em compressão e conseqüentemente não terem a possibilidade de ficar em vibração livre após qualquer ação que lhes seja imposta.

A caracterização experimental do comportamento dinâmico destas obras é útil no sentido em que ajuda a perceber a interação entre a barragem, a albufeira e a fundação, tal como se verificou para o caso da barragem do Cabril (Figura 2.20). Conseqüentemente os ensaios dinâmicos permitem o desenvolvimento de modelos, que ajudam a prever situações que podem resultar da ocorrência de eventos sísmicos.

Contudo o nível de vibrações provocadas pelos ensaios são muito inferiores às vibrações provocadas por um sismo; como tal, em barragens, estes ensaios apenas previnem situações pontuais, sendo que somente a monitorização contínua permite obter um leque maior de informação essencial para caracterizar o seu comportamento dinâmico (Mendes, 2010).

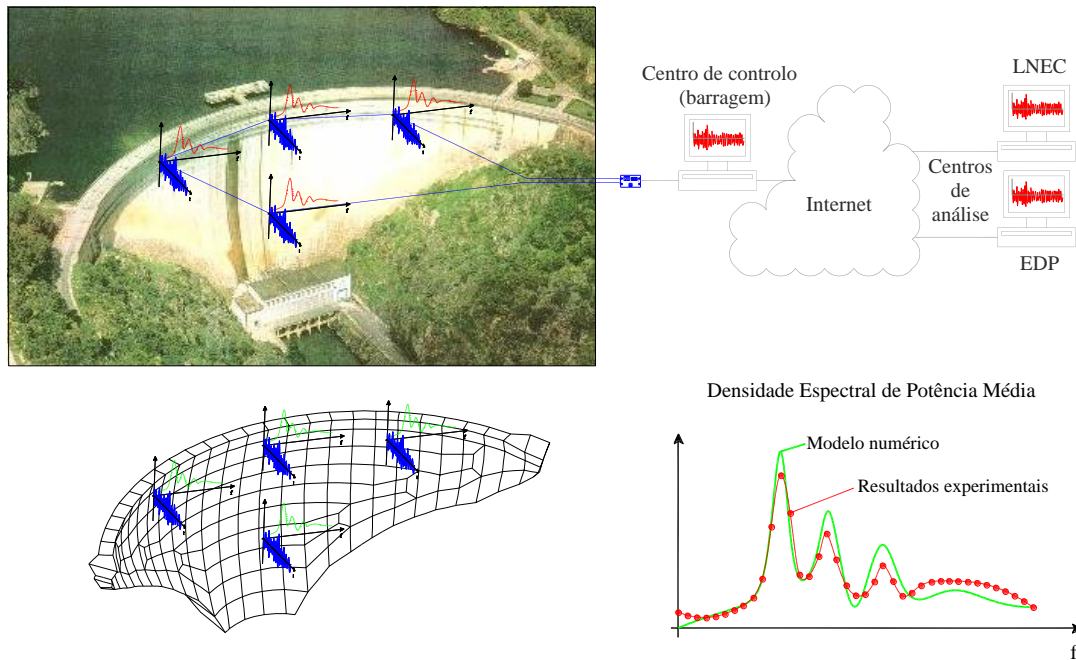


Figura 2.20 – Esquema do sistema de monitorização permanente da barragem do Cabril adaptado de (Mendes, 2010).

2.5.4 Estruturas especiais

Para além dos exemplos antes apresentados, existem diversos exemplos de estruturas especiais nas quais foram realizados ensaios de vibrações, ou então instalados sistemas de monitorização do comportamento dinâmico, tais como estádios, salas de teatro, plataformas *offshore*, etc..

O Estádio Municipal de Braga é exemplo de uma estrutura com características especiais, como se pode verificar na Figura 2.21 onde estes ensaios foram realizados.

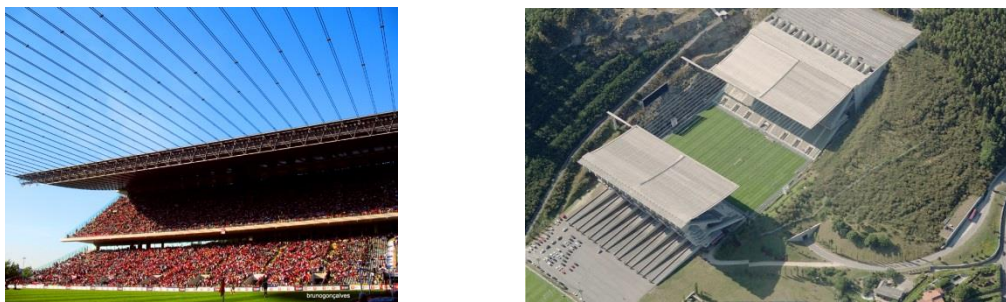


Figura 2.21 – Estádio Municipal de Braga, Braga

As características inovadoras da cobertura, e conseqüente flexibilidade da estrutura, incentivaram extensos estudos durante a elaboração do projeto por parte de varias entidades independentes cujo objetivo era definir a carga provocada pelo vento para avaliar o correspondente comportamento dinâmico e estático. (Magalhães, 2012)

2.6 Identificação de dano com base em ensaios dinâmicos

As estruturas de engenharia civil podem ser sujeitas a diversos tipos de ações, nomeadamente de serviço, ambientais e de acidente, as quais podem causar danos nos seus sistemas estruturais. Neste contexto, a manutenção ao longo da vida pode desempenhar um papel importante, através de inspeções regulares que assegurem uma adequada avaliação do seu comportamento estrutural, permitindo assim, programar adequadamente eventuais obras de reparação, que tenham custos aceitáveis.

Alterações de geometria, de condições de apoio e massa, bem como a degradação das propriedades dos materiais, incluindo dano, podem alterar o comportamento dinâmico das estruturas de engenharia civil (Doebling et al, 1996). Assim, torna-se importante identificar se uma estrutura tem dano, em caso afirmativo é impreterível localizar as zonas críticas com o máximo de detalhe possível.

Neste sentido, o desenvolvimento de metodologias para uma avaliação precisa e fidedigna das condições de estruturas de engenharia civil tem-se tornado cada vez mais importante. A evolução dos modelos de elemento finitos (EF) tem permitido fornecer uma eficiente, e não destrutiva, identificação de danos global que se baseia no facto de os parâmetros modais serem afetados pelas condições estruturais existentes.

A monitorização de vibrações tem sido apontada como uma ferramenta que pode ser usada no desenvolvimento de técnicas não destrutivas de identificação de danos e apoia-se no facto de que, a ocorrência de danos num sistema estrutural provoca mudanças no comportamento dinâmico da estrutura. (Maeck and Roeck, De, 2003)

Os ensaios permitem obter informação global sobre o comportamento de uma estrutura, como por exemplo a localização dos danos sem que se tenha conhecimento prévio dos mesmos. No caso da ponte em estudo no capítulo 4 as técnicas de avaliação de dano foram validadas na estrutura de betão pré-esforçado, progressivamente danificada. (Maeck and Roeck, De, 2002)

As inspeções regulares e a avaliação das condições das estruturas são necessárias e permitem detetar antecipadamente defeitos e realizar manutenção e trabalhos de reparação em estados iniciais de dano, isso ajuda a reduzir os custos mantendo a segurança e confiança nas mesmas.

As inspeções visuais têm sido um método bastante comum na deteção de danos, mas com o aumento do tamanho e da complexidade das estruturas a sua eficiência é bastante reduzida. Estas inspeções são caras e demoradas e não são passíveis de ser realizadas quando a parte danificada da estrutura não se encontra à vista ou não pode ser identificada apenas com a observação da estrutura.

Técnicas não destrutivas de identificação tais como métodos ultrassónicos ou acústicos, campos magnéticos, raio-X são alternativas na deteção de ocorrência de danos, no entanto para os realizar é necessário ter o conhecimento prévio da sua localização.

Os métodos de identificação de dano não destrutivos permitem ainda monitorizar as características dinâmicas fornecendo uma visão global das estruturas que possibilitam a avaliação do estado das estruturas e das condições estruturais. (Teughels & Roeck, De, 2003)

As alterações nas estruturas provocadas por danos podem ser camufladas completamente pelas mudanças naturais dos parâmetros ambientais. Devido às características locais, a ocorrência de danos ou alteração das condições de fronteira tem influência nas frequências naturais. As variações na temperatura afetam as propriedades globais dos materiais, logo, vai existir uma mudança nas frequências.

Por isso mesmo, na ponte em estudo foram instalados equipamentos de medição dos parâmetros ambientais.

Podem existir várias razões para que haja alterações na estimativa dos parâmetros modais, por exemplo, erros vários ou influências do meio ambiente (temperatura, humidade, etc.). Isto implica que as técnicas de estimativa desses parâmetros tenham que ser tão robustas e elaboradas quanto possível.

2.7 Monitorização ambiental

Outro aspeto muito importante na análise do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil é a correlação que é possível estabelecer entre alterações no comportamento dinâmico (nomeadamente em termos das frequências naturais) com variações de temperatura e/ou humidade.

As condições atmosféricas são consideradas fatores ambientais bastante importantes: sabe-se, por exemplo, que a temperatura tem uma influência significativa no comportamento dinâmico das estruturas de engenharia civil, por isso, devem ser instalados sensores que monitorizem a temperatura do ar, a humidade, a existência de chuva, a velocidade do vento e a sua direção, este aspeto foi tido em conta na ponte estudada no capítulo 4. (Roberts & Pearson; Doeblin & Farrar, 1997)

Como cada estrutura é única, é também necessário definir uma estratégia para determinar a melhor localização dos sensores.

2.8 Considerações Finais

Existem 3 tipos de ensaios dinâmicos que podem ser utilizados de forma a caracterizar dinamicamente uma estrutura: ensaios de vibração forçada, ensaios de vibração livre e ensaios de vibração ambiental. Os ensaios de vibração podem ser aplicados em todo o tipo de estruturas, apesar de em alguns casos não se justificar o uso de certos ensaios; seja pelo facto de não ser rentável a sua execução dado o investimento necessário, seja pela pequena quantidade, e qualidade, de informação que pode ser retirada através dos mesmos.

A avaliação preventiva, apoiada na monitorização, pode identificar precocemente os problemas e até auxiliar na definição de linhas de orientação nas reparações a adotar ou possível reabilitação.

Os ensaios e a monitorização de estruturas fornecem dados reais sobre o comportamento real das estruturas que não podem ser obtidos de nenhuma outra forma.

3. ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS

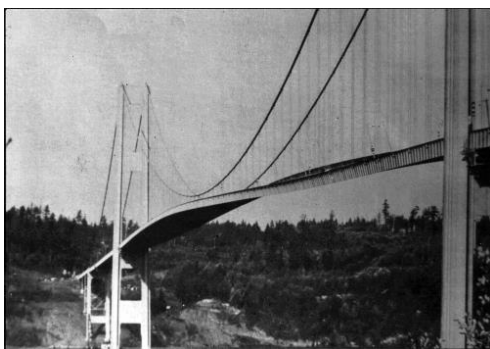
3.1 Considerações Iniciais

A dinâmica é a parte da mecânica que estuda as relações entre as forças e os movimentos e a sua análise pode ser considerada uma extensão da análise estática. O termo dinâmica, acrescenta à análise estática a variação no tempo sendo que o seu efeito prático consiste em termos de resposta da estrutura que tem de considerar o efeito das ações de inércia resultantes.

Através das análises dinâmicas e modelações pode-se determinar se uma estrutura em análise respeita os requisitos de utilização por meio da sua resposta à força dinâmica aplicada. (Meireles, 2007)

Sempre que a frequência natural de vibração de uma máquina ou estrutura coincide com a frequência de uma força externa atuante, ocorre um fenómeno conhecido como ressonância, que pode provocar grandes deformações e em situações limite, falhas mecânicas. Existem alguns exemplos bem conhecidos de falhas em sistemas estruturais causados por vibrações excessivas.

Um desses exemplos é o da ponte de Tacoma Narrows (Figura 3.1), nos Estados Unidos, que foi inaugurada em Julho de 1940 e colapsou a 7 de Novembro do mesmo ano por ter entrado em ressonância provocada pelo efeito do vento.



a)



b)

Figura 3.1 – Tacoma Narrows Bridge: a) Em estado de ressonância (<http://pt.wikipedia.org>); b) Após colapso. (<http://pt.wikipedia.org>).

Antigamente grandes estruturas como pontes e barragens eram ensaiadas com recurso a ensaios de vibração forçada através de excitadores mecânicos que

aplicavam forças com variação sinusoidal ou aleatória numa banda de frequências que correspondia à banda de frequências de interesse de estudo, surgindo assim as funções de resposta em frequência (FRF) que relacionam a resposta em termos de aceleração com a excitação provocada a um ou mais pontos da estrutura.

A análise dinâmica faz-se com base na análise dos modos de vibração de uma estrutura quando sujeita a uma excitação dinâmica. Esta análise depende da massa, da rigidez e do amortecimento natural, dos quais dependem os deslocamentos que se obtêm, bem como, as frequências naturais e os respetivos modos de vibração e os amortecimentos modais.

$$\left. \begin{array}{l} \textit{Massa} \\ + \\ \textit{Rigidez} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \textit{Frequências} \\ \textit{Modos de Vibração} \end{array} \right.$$

Este tipo de análise é feita recorrendo a resultados experimentais obtidos em ensaios de vibrações, apresentados anteriormente no capítulo 2, e a modelos numéricos computacionais, com base nos quais se avalia o comportamento da estrutura quando sujeita a forças exteriores, sejam elas de causas acidentais ou ambientais. Podem ainda ser determinadas teórica ou experimentalmente.

Como se poderá verificar a seguir, para cada frequência de vibração natural existe sempre um modo de vibração associado e um coeficiente de amortecimento modal.

Para melhor entendimento destes conceitos é apresentado neste capítulo um estudo feito a um pórtico de 3 pisos onde foram medidas as acelerações e calculados posteriormente os deslocamentos através de métodos analíticos, experimentais e computacionais.

3.2 Conceitos de Análise dinâmica

O processo relativo à caracterização do comportamento dinâmico de estruturas, e independentemente do tipo de excitação imposta, resume-se em estabelecer um modelo matemático de relações excitação-resposta assim como a adoção de um modelo espacial discreto ou contínuo que represente aproximadamente as propriedades geométricas e físicas das estruturas, normalmente expressas através de matrizes de massa, rigidez e amortecimento, bem como a aplicação das leis da

Mecânica, originando um sistema de equações diferenciais caracterizador do movimento estrutural, a partir do qual é possível obter relações excitação-resposta, quer numa ótica determinística, quer numa ótica estocástica (Mendes & Oliveira, 2008).

Como já foi referido anteriormente, as principais propriedades estruturais que influenciam o comportamento dinâmico são a rigidez, a massa e o amortecimento. É através destas, aplicadas à equação de equilíbrio dinâmico, que se desenvolve todo o cálculo dinâmico associado a uma estrutura com n graus de liberdade e sujeita a uma força exterior $f(t)$.

Um sistema está em equilíbrio quando a resultante de todas as forças e momentos de força atuantes sobre o mesmo é nula. Ou seja,

$$\sum F_{\text{interiores}} = \sum F_{\text{exteriores}} \quad (3.1)$$

A análise modal é o processo de determinação das características dinâmicas inerentes a um sistema em termos de frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibração, e é utilizada na formulação de modelos matemáticos para o comportamento dinâmico de estruturas.

Nas duas últimas décadas a análise modal tem-se tornado uma importante ferramenta na pesquisa da determinação, aperfeiçoamento e otimização das características dinâmicas de estruturas de engenharia civil.

Apesar da análise modal ter sido inicialmente aplicada em engenharia mecânica e aeronáutica, foram descobertas muitas aplicações da mesma à engenharia civil de estruturas, problemas de biomecânica, estruturas espaciais, instrumentos de acústica, etc..

Como as vibrações das estruturas têm que ser analisadas, o desafio está em melhorar o entendimento das propriedades dinâmicas usando meios analíticos, numéricos ou experimentais ou ainda uma combinação dos três.

Um dos métodos de análise dos parâmetros modais é chamado análise modal teórica em que se conhecem as matrizes necessárias, tais como a matriz de rigidez (\underline{k}) a matriz de massa (\underline{m}) e a matriz de amortecimento (\underline{c}), e consiste simplificada na resolução de um problema de valores próprios. O outro método de análise é a análise modal experimental que traduz a resposta do sistema

e implica técnicas de identificação modal para o cálculo computacional dos parâmetros modais. (Kerschen & Golinval, 2010).

Na análise modal teórica é obtida a resposta no domínio do tempo e podem ser medidas grandezas como o deslocamento (m), velocidade (m/s) e acelerações (m/s^2) enquanto na análise modal experimental é obtida a resposta no domínio da frequência (Figura 3.2) e são medidas FRF (Hz) que não são mais do que a razão entre a resposta obtida e a força aplicada (Avitabile, 2001).

A passagem de um método para o outro é feita através da Transformada de Fourier como já foi dito.

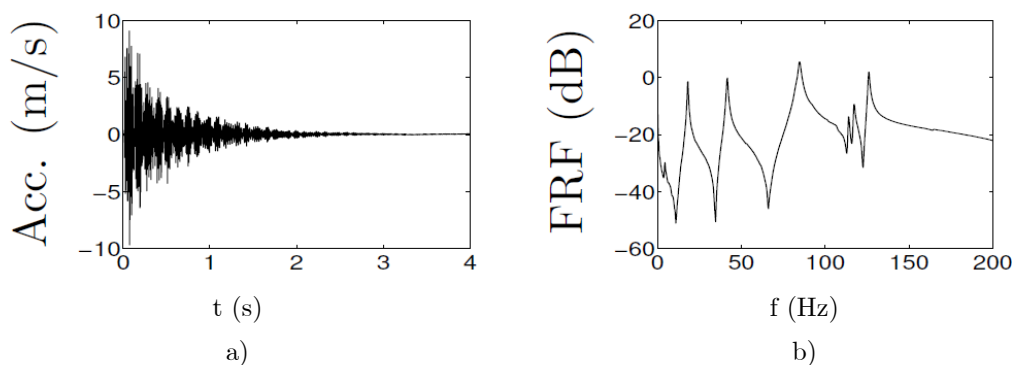


Figura 3.2 - Resposta medida: a) no domínio do tempo; e b) no domínio da frequência.

No panorama atual, as estruturas de engenharia mecânica, aeronáutica e civil, têm-se desenvolvido no sentido de se tornarem mais leves, mais flexíveis e de maneira que continuem a garantir o mesmo nível de resistência.

Pelo conhecimento da importância do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia ter aumentado, torna-se necessário que as mesmas sejam projetadas com a devida consideração do comportamento dinâmico: a análise através dos elementos finitos em programas de modelação tem provido os engenheiros de uma ferramenta muito versátil especialmente quando as características dinâmicas precisam de ser analisadas e avaliadas.

A análise computacional por si só não consegue determinar completamente o comportamento dinâmico das estruturas porque certas propriedades estruturais, como o amortecimento e a não-linearidade, não obedecem ao processamento modal tradicional.

Avanços substanciais nas técnicas experimentais têm complementado a modelação com a determinação experimental das propriedades estruturais. Um marco destas tentativas foi o surgimento da transformada de Fourier digital. As técnicas experimentais são “alimentadas” pelas análises teóricas modais que por sua vez constituem novos estímulos às mesmas.

Atendendo ao exposto anteriormente, apresenta-se agora uma abordagem sumária sobre os conceitos associados à análise de osciladores com um e vários graus de liberdade.

3.2.1 Osciladores com 1 Grau de Liberdade

Um oscilador com um grau de liberdade (1 G.L.) é um exemplo bastante simples e ao mesmo tempo útil para facilitar o entendimento de conceitos fundamentais de dinâmica de estruturas.

O exemplo mais utilizado é o apresentado a seguir (Figura 3.3) e que é o idealizado na literatura de referência (Clough & Penzien, 2003), (Chopra, 2000).

Os osciladores de 1 G.L. são constituídos por sistemas com uma massa (m), um amortecedor (a) e uma mola (k), $u(t)$ representa o deslocamento como se pode confirmar na figura seguinte:

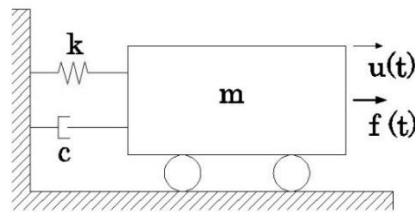


Figura 3.3 - Exemplo de um oscilador de 1 G.L..

Para o exemplo, o diagrama de corpo livre associado está representado na Figura 3.4

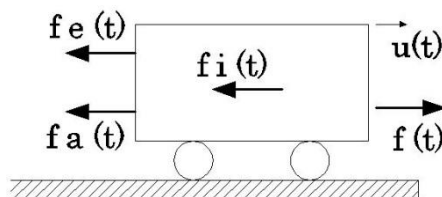


Figura 3.4 - Diagrama de corpo livre do oscilador de 1 G.L..

Através da observação do diagrama de corpo livre facilmente se percebe que o equilíbrio de forças atuantes no corpo é dado por:

$$\underbrace{f_i(t) + f_a(t) + f_e(t)}_{\text{Forças Internas}} = \underbrace{f(t)}_{\text{Forças Externas}} \quad (3.2)$$

Segundo o princípio D'Alembert a massa de um corpo sujeita a uma aceleração desenvolve uma força interna, conhecida como força de inércia $f_i(t)$, que é proporcional e oposta à aceleração. (Mendes, 2012) Considerando que a massa do corpo se mantém constante ao longo do tempo pode-se escrever:

$$f_i(t) = m \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2} \equiv m \ddot{\mu}(t) \quad (3.3)$$

Sabendo que a força de amortecimento é proporcional à velocidade e que a força elástica é proporcional ao deslocamento:

$$f_i(t) = m \cdot \ddot{u}(t), \quad f_a(t) = c \cdot \dot{u}(t) \quad \text{e} \quad f_e(t) = k \cdot u(t)$$

Então a equação de equilíbrio (3.2) pode ser escrita como a equação de equilíbrio dinâmico:

$$\underbrace{m \cdot \ddot{u}(t)}_{\substack{\text{força} \\ \text{de} \\ \text{inércia}}} + \underbrace{c \cdot \dot{u}(t)}_{\substack{\text{força} \\ \text{de} \\ \text{amortecimento}}} + \underbrace{k \cdot u(t)}_{\substack{\text{força} \\ \text{elástica}}} = \underbrace{f(t)}_{\substack{\text{força} \\ \text{exterior}}} \quad (3.4)$$

Os elementos m , c e k correspondem respetivamente aos elementos de massa, amortecimento e rigidez e $\ddot{u}(t)$, $\dot{u}(t)$ e $u(t)$ representam as acelerações, velocidades e deslocamentos generalizados relativos a cada um dos graus de liberdade da estrutura e o vetor $f(t)$ as forças aplicadas a cada grau de liberdade.

O desenvolvimento das equações anteriores encontra-se abordado com grande detalhe em (Clough & Penzien, 2003).

Para se obter a frequência natural de vibração de um sistema de 1GL normalmente despreza-se o efeito do amortecimento e das forças externas e, por isso, pode-se escrever a equação de equilíbrio dinâmico (3.4) como:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0 \quad (3.5)$$

$$\text{Com } c = 0 \quad \text{e} \quad f(t) = 0$$

O cálculo da solução geral da equação anterior é feito a partir das condições iniciais. O deslocamento e a velocidade são nulos no instante inicial:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{u}(0) = 0 \\ u(0) = 0 \end{array} \right\} t = 0 \quad (3.6)$$

Solução geral:

$$u(t) = a \cdot \cos(\omega_N t) + b \cdot \text{sen}(\omega_N t), \quad \text{com } \omega_N = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [rad / s]} \quad (3.7)$$

A solução particular da equação (3.7) é obtida a partir das condições iniciais através da definição das constantes a e b

$$\begin{cases} u(t) = u_0 \Leftrightarrow a \cdot \underbrace{\cos(\omega_N \cdot t)}_1 + b \cdot \underbrace{\text{sen}(\omega_N \cdot t)}_0 = u_0 \\ \dot{u}(t) = \dot{u}_0 \Leftrightarrow -a \cdot \underbrace{\text{sen}(\omega_N \cdot t)}_0 + b \cdot \underbrace{\cos(\omega_N \cdot t)}_0 = \dot{u}_0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u(0) = u_0 \Leftrightarrow a \cos(\omega_N \cdot 0) + b \text{sen}(\omega_N \cdot 0) = u_0 \Leftrightarrow a = u_0 \\ \dot{u}(0) = \dot{u}_0 \Leftrightarrow -a \omega_N \text{sen}(\omega_N \cdot 0) + b \omega_N \cos(\omega_N \cdot 0) = \dot{u}_0 \Leftrightarrow b = \frac{\dot{u}_0}{\omega_N} \end{cases}$$

A solução particular da equação fica definida por:

$$u(t) = u_0 \cos(\omega_N \cdot t) + \frac{\dot{u}_0}{\omega_N} \cdot \text{sen}(\omega_N \cdot t) \quad (3.8)$$

A equação anterior representa o deslocamento provocado por condições iniciais não nulas ao longo do tempo no sistema estrutural.

Em que ω_N corresponde à frequência angular natural, frequência que um oscilador com massa m e rigidez k tende a oscilar naturalmente, e a e b constantes.

A par com o termo frequência angular natural tem-se os termos frequência natural de vibração e período natural de vibração que são definidos por:

$$f = \frac{\omega_N}{2\pi} \text{ [Hz]} \quad , \quad T_N = \frac{1}{f_N} \text{ [s]} \quad (3.9)$$

Para um caso mais real desenvolve-se a equação (3.4) para uma estrutura em vibração livre com amortecimento, agora o amortecimento passa a ser uma constante com valor e só as forças externas se admitem nulas:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0 \quad (3.10)$$

Analogamente ao caso da vibração livre sem amortecimento é através das condições iniciais que se obtém a solução geral:

$$u(t) = [a \cdot \cos(\omega_A \cdot t) + b \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t)] \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t} \quad (3.11)$$

Em que:

$$\begin{cases} \omega_N = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{m \cdot k}} = \sqrt{\frac{c^2}{4 \cdot m \cdot k}}, & \text{Coeficiente de amortecimento} \\ \omega_A = \omega_N \cdot \sqrt{1 - \xi^2} & \text{relativo} \end{cases}$$

Solução particular:

$$\begin{cases} u(t) = u_0 \Leftrightarrow \left(\underbrace{a \cdot \cos(\omega_A \cdot t)}_1 + \underbrace{b \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t)}_0 \right) \cdot e^{\xi \cdot \omega_N \cdot t} = u_0 \Leftrightarrow a = u_0 \\ \dot{u}(t) = \dot{u}_0 \Leftrightarrow \left(\underbrace{-a \cdot \omega_A \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t)}_0 + \underbrace{b \cdot \omega_A \cdot \cos(\omega_A \cdot t)}_1 \right) \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t} + \\ + \left(\underbrace{a \cdot \cos(\omega_A \cdot t)}_1 + \underbrace{b \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t)}_0 \right) \cdot \xi \cdot \omega_N \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t} = \dot{u}_0 \Leftrightarrow b = \frac{\dot{u}_0 + u_0 \cdot \xi \cdot \omega_N}{\omega_A} \end{cases} \quad (3.12)$$

A solução particular da equação (3.12) fica definida por:

$$u(t) = \left[u_0 \cdot \cos \omega_A \cdot t + \frac{\dot{u}_0 + u_0 \cdot \xi \cdot \omega_N \cdot \text{sen} \omega_A \cdot t}{\omega_A} \right] \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t} \quad (3.13)$$

No caso de se querer calcular a resposta estrutural a uma ação dinâmica qualquer, a equação de equilíbrio dinâmico (3.4) pode ser resolvida no domínio do tempo

ou no domínio da frequência. No domínio do tempo recorre-se ao integral de Duhamel, no domínio da frequência utiliza-se a transformada de Fourier.

3.2.1.1 Análise no Domínio do Tempo

Na maioria dos casos a ação dinâmica não é harmónica e os sistemas estruturais estão sujeitos na sua maioria a ações dinâmicas variáveis ao longo do tempo. Nos casos de estruturas com 1GL a resposta dinâmica é obtida através do integral de Duhamel.

O integral é dado pela seguinte expressão:

$$u_p(t) = \int_0^t f(t) \cdot h(t-\tau) \partial\tau = f(t) \cdot h(t) \quad (3.14)$$

Através do mesmo consegue-se obter a resposta de um sistema de um grau de liberdade no domínio do tempo, aplicando uma carga genérica $f(t)$.

Ao aplicar um impulso unitário, a resposta, função de resposta impulsiva, pode ser dada por uma função $h(t-\tau)$:

$$u(t) = h(t-\tau) \quad \text{sendo} \quad h(t-\tau) = \frac{1}{m \cdot \omega_A} \text{sen}(\omega_A(t-\tau)) e^{-\xi \cdot \omega_N(t-\tau)} \quad (3.15)$$

Aplicando o Princípio da Sobreposição de Efeitos (válido apenas em sistemas lineares), obtém-se a resposta no instante t como o somatório das respostas devidas a todos os impulsos anteriores a t , ou seja:

$$u(t) = \int_0^t f(t) \cdot h(t-\tau) \partial\tau \quad (3.16)$$

A avaliação numérica do integral pode ser feita pelo método dos trapézios, basta fazer a integração de uma função num certo intervalo, aproveitando a aproximação por interpolação polinomial, para obter uma aproximação razoável da função através de polinómios, que são funções mais fáceis de integrar.

Através da divisão da área em intervalos infinitamente próximos pode-se calcular o valor da mesma sem que se conheça a expressão analítica da sua primitiva. (Figura 3.5)

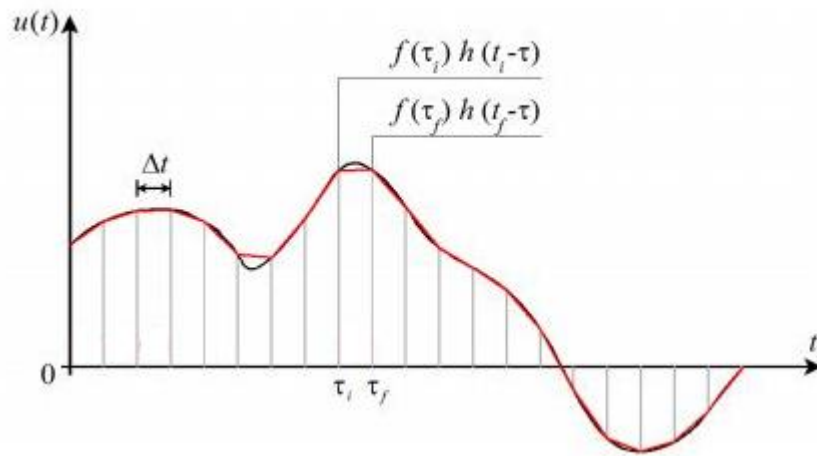


Figura 3.5 - Resolução numérica do integral de Duhamel por aplicação do método dos trapézios.

A resposta total devida à excitação dinâmica é obtida pela soma das respostas de todos os impulsos infinitesimais desde $\tau=0$ até $\tau=t$.

3.2.1.2 Análise no Domínio da Frequência

Como foi dito, a análise estrutural também pode ser feita no domínio da frequência, para isso recorre-se à transformada de Fourier.

A transformada de Fourier tem como base a utilização das séries de Fourier, e estas não são mais que uma função criada a partir das médias de várias funções e permitem decompor um sinal nas suas componentes em frequência (Figura 3.6) e têm muitas aplicações tanto no processamento de sinal como no processamento de imagem, na física, em probabilidade e estatística, etc..

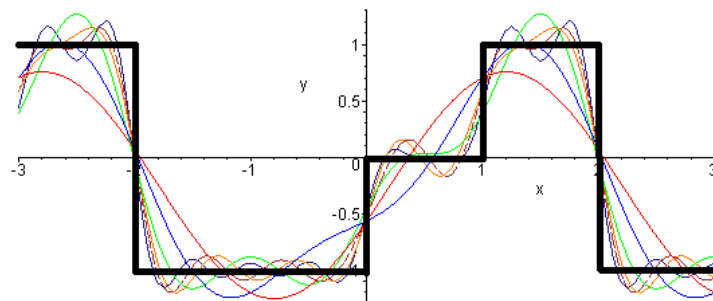


Figura 3.6 – Séries de Fourier.

Fourier não foi o primeiro a fazer um estudo destas séries infinitas na tentativa de resolver alguns problemas da física: o suíço Euler, o francês D'Alembert e o

holandês Bernoulli. No entanto Fourier foi o primeiro a aplicar este estudo à equação da propagação de calor na física e a publicar os dados, embora com pouco rigor. Só mais tarde os alemães Dirichlet e Riemann explicaram estes resultados com mais rigor. Esta análise é muitas vezes conhecida como análise harmónica.

Aplicando, a ambos os membros da equação do movimento, a transformada de Fourier obtém-se:

$$\begin{aligned} TF(m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t)) &= TF(f(t)) \\ -m \cdot \omega^2 \cdot U(\omega) + i \cdot c \cdot \omega \cdot U(\omega) + k \cdot U(\omega) &= F(\omega) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Em que $U(\omega)$ e $F(\omega)$ correspondem respetivamente às transformadas de Fourier de $u(t)$ e $f(t)$ e $U(\omega)$ é uma função complexa no domínio da frequência e permite obter a resposta a partir da excitação:

$$U(\omega) = \frac{1}{(k - m \cdot \omega^2 + i \cdot c \cdot \omega)} F(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \quad (3.18)$$

A função $H(\omega)$ equivale à função de resposta em frequência (FRF) de um oscilador de 1 G.L. e é caracterizada pela sua amplitude $(\sqrt{R^2 + I^2})$ e respetiva fase $(\arctg(\frac{-I}{R}))$ onde R corresponde à parte real e I à parte imaginária

$$H(\omega) = \frac{1}{(k - m \cdot \omega^2) + i \cdot c \cdot \omega} = \frac{1/m}{(\omega_N^2 - \omega^2) + i(2 \cdot \xi \cdot \omega_N \cdot \omega)} \quad (3.19)$$

Na figura seguinte está representado o gráfico da FRF.

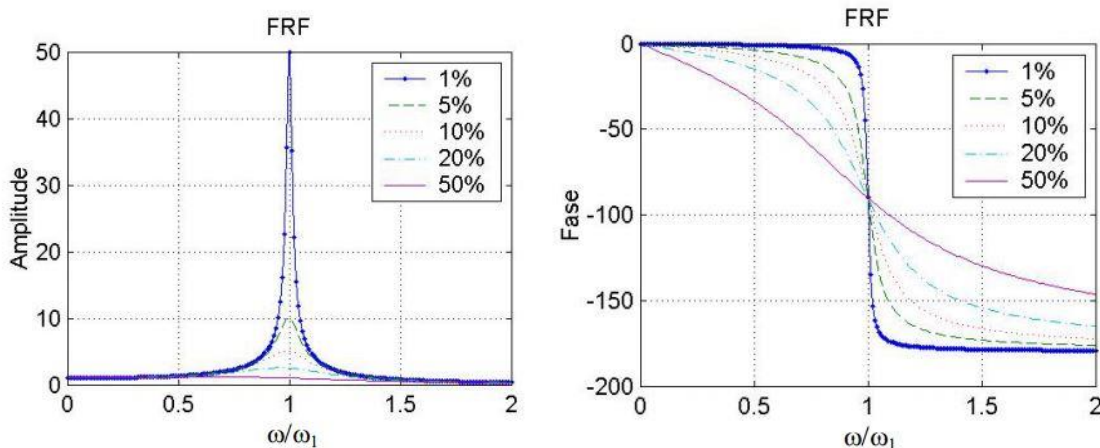


Figura 3.7 – Funções de Resposta em Frequência em amplitude e em fase.

Analisando o gráfico podemos comprovar que a amplitude da FRF tem um máximo para a abcissa $\omega = \omega_N \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$, que corresponde à frequência angular amortecida de um oscilador. Como no caso de estruturas de engenharia civil a gama de valores do coeficiente de amortecimento relativo é baixa, conclui-se que a frequência amortecida se trata de uma boa aproximação da frequência natural do oscilador.

3.2.2 Osciladores com vários Graus de Liberdade

A par com o que acontece nos sistemas com 1 G.L., para se obter as frequências naturais e os modos de vibração de sistemas de vários graus de liberdade tem-se por base a equação de movimento com elementos matriciais:

$$\underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c} \cdot \dot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = \underline{f}(t) \quad (3.20)$$

Onde \underline{m} corresponde à matriz de massas, \underline{c} à matriz de amortecimento, \underline{k} à matriz rigidez e correspondem respetivamente a m_{ij} , c_{ij} e k_{ij} e representam as forças generalizadas que ocorrem no grau de liberdade i quando é imposta uma aceleração, velocidade ou deslocamento unitário no grau j , $\underline{f}(t)$ à matriz das forças exteriores e $\ddot{\underline{u}}(t)$, $\dot{\underline{u}}(t)$ e $\underline{u}(t)$ correspondem respetivamente aos vetores de aceleração, velocidade e deslocamento.

Para se obter a história dos deslocamentos de uma estrutura é necessário resolver a equação do movimento. Existem tantas equações de equilíbrio dinâmico como o número de graus de liberdade da estrutura.

Para que melhor se consiga perceber a análise dinâmica destes sistemas procedeu-se ao estudo de uma estrutura sem amortecimento aplicando noções básicas de dinâmica de estruturas.

A equação (3.20) origina um sistema de n equações diferenciais, mas no caso que se apresenta a seguir, corresponde a um sistema de 3 equações diferenciais de 2ª ordem (Figura 3.8).

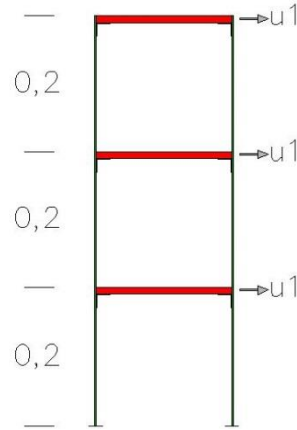


Figura 3.8 - Esquema da estrutura de exemplo.

3.2.2.1 Vibração Livre de um sistema de vários graus de Liberdade

Para calcular as frequências da estrutura admite-se, como no caso do sistema de 1 G.L., que a estrutura se encontra em regime de vibração livre e que o amortecimento e as forças exteriores são nulas, então a equação (3.20) pode ser escrita como:

$$\begin{cases} \underline{m} \cdot \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \cdot \underline{u}(t) = \underline{0} \\ \text{condições iniciais} \end{cases} \quad (3.21)$$

No caso do modelo em estudo o sistema resultante da equação (3.21) apresenta-se com a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1(t) \\ \ddot{u}_2(t) \\ \ddot{u}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Ao considerar que a estrutura, quando vibra, apresenta um movimento harmónico com uma frequência angular natural ω , então pode-se definir o deslocamento por:

$$\underline{u}(t) = \underline{\phi} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi) \quad (3.23)$$

Em que: $\underline{\phi}$ corresponde à configuração modal da estrutura e φ à fase.

Ao derivar duas vezes a equação (3.23) obtém-se a equação das acelerações

$$\ddot{\underline{u}}(t) = -\omega^2 \cdot \underline{x} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi) \quad (3.24)$$

Substituindo as equações dos deslocamentos (3.23) e das acelerações (3.24) na equação do movimento (3.21) obtém-se a equação de equilíbrio a resolver:

$$\left[\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2 \right] \cdot \underline{u}(t) = \underline{0} \quad (3.25)$$

Facilmente se nota que para a equação ter uma solução não nula o determinante da matriz principal tem que ser nulo:

$$\left| \underline{k} - \underline{m} \cdot \omega_N^2 \right| = 0 \quad (3.26)$$

Conclui-se assim que para a determinação das frequências e modos de vibração tem que se resolver o problema de valores e vetores próprios.

Os valores próprios dados por ω correspondem às frequências de vibração e os vetores próprios dados por ϕ correspondem aos modos de vibração e a cada ω corresponde apenas um ϕ .

Estes valores e vetores podem ser abordados numa perspetiva matricial em que as frequências são dispostas numa matriz espectral, $\underline{\Omega}^2$, e os vetores numa matriz modal a partir da qual se obtém a relação entre os vários deslocamentos, $\underline{\phi}$ e com as seguintes formas:

$$\underline{\Omega}^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{\phi} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \cdots & \phi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix}$$

Ambas as matrizes têm que respeitar a seguinte relação:

$$\underline{k}\underline{\phi} = \underline{m}\underline{\phi}\underline{\Omega}^2 \quad (3.27)$$

Introduziu-se na ferramenta computacional de cálculo numérico *MATLAB*, tendo como base o exemplo apresentado, e utilizando a função *eig* calcularam-se as matrizes espectral e modal.

$$\underline{\Omega}^2 = \begin{bmatrix} 341,7 & & \\ & 2682,3 & \\ & & 5601 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{\phi} = \begin{bmatrix} -0,412 & -0,3304 & 0,1833 \\ -0,3304 & 0,1833 & -0,4120 \\ -0,1833 & 0,4120 & 0,3304 \end{bmatrix}$$

A partir da matriz espectral e da equação (3.9) pode-se calcular as frequências naturais da estrutura:

$$\begin{cases} f1 = 2,97 \\ f2 = 8,32 \text{ Hz} \\ f3 = 12,02 \end{cases}$$

Utilizou-se ainda o exemplo apresentado anteriormente para calcular os modos de vibração correspondentes a cada frequência calculada, os resultados podem ser observados na Figura 3.9.

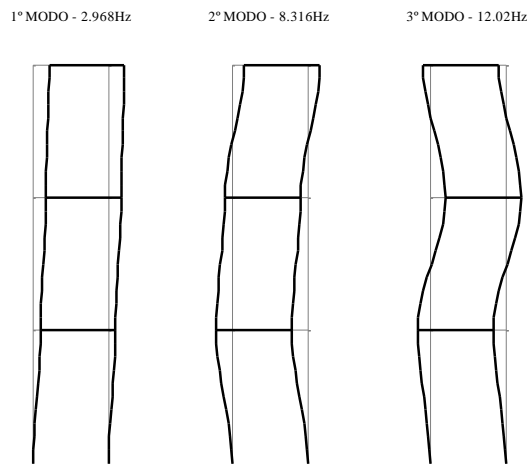


Figura 3.9 – Modos de vibração associados a cada frequência.

3.2.2.2 Condições de ortogonalidade e normalização

Os modos de vibração correspondem a diferentes frequências naturais de vibração, os quais devem satisfazer as seguintes condições de ortogonalidade:

$$\underline{\phi}_n^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{\phi}_r = 0 \quad \text{e} \quad \underline{\phi}_n^T \cdot \underline{m} \cdot \underline{\phi}_r = 0 \quad (3.28)$$

Esta ortogonalidade dos modos de vibração implica que as matrizes de rigidez e massa modal, representadas respetivamente por $\tilde{\underline{k}}$ e $\tilde{\underline{m}}$, sejam diagonais:

$$\tilde{\underline{k}} = \underline{\phi}^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{\phi} = \begin{bmatrix} k_1 & & \\ & \ddots & \\ & & k_N \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{\underline{m}} = \underline{\phi}^T \cdot \underline{m} \cdot \underline{\phi} = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & \ddots & \\ & & m_N \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Os modos de vibração representam uma relação de deslocamentos modais da estrutura para uma determinada frequência de vibração e o valor das suas

componentes são apenas importantes quando comparadas entre si. Para simplificar o entendimento sobre os mesmos é usual recorrer-se à normalização dos modos. As normalizações mais correntes são em relação à massa, ao valor máximo, a um dado elemento e à norma (Mendes, 2012):

Normalização em relação à matriz de massa:

$$\hat{\phi}_{\tilde{i}} = \frac{\phi_{\tilde{i}}}{\sqrt{\phi_{\tilde{i}}^T \cdot \underline{\tilde{m}} \cdot \phi_{\tilde{i}}}} = \frac{\phi_{\tilde{i}}}{\sqrt{\tilde{m}_{i,i}}} \quad (3.30)$$

Normalização ao valor máximo:

$$\hat{\phi}_{\tilde{i}} = \frac{\phi_{\tilde{i}}}{\max(\phi_{\tilde{i}})} \quad (3.31)$$

Normalização a um dado elemento:

$$\hat{\phi}_{\tilde{i}} = \frac{\phi_{\tilde{i}}}{\phi_{ii}} \quad (3.32)$$

Normalização à norma:

$$\hat{\phi}_{\tilde{i}} = \frac{\phi_{\tilde{i}}}{\|\phi_{\tilde{i}}\|} \quad (3.33)$$

Experimentalmente os modos de vibração são normalizados em relação ao valor máximo ou a um dado elemento, no entanto a nível teórico é costume normalizar os modos de vibração em relação à matriz de massas por tornar o desenvolvimento da equação (3.20) mais simplificado.

3.2.2.3 *Análise no Domínio da Frequência*

Como já foi dito nas séries de Fourier assume-se que uma função real com uma variável real definida no domínio do tempo num intervalo finito também pode ser definida no domínio da frequência pela soma do seu valor médio com um número infinito de funções sinusoidais ou exponenciais definidas no mesmo intervalo de tempo.

Assim sendo, a função pode ser definida na forma trigonométrica ou na forma complexa:

Forma trigonométrica.

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t) + b_n \cdot \text{sen}(\omega_n \cdot t)] \quad , \quad \omega_n = n\Delta\omega = n\left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right) \quad (3.34)$$

Em que:

$$a_0 = \langle f(t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \, dt$$

$$a_n = 2 \langle f(t) \cdot \cos(\omega_n \cdot t) \rangle_T = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \cos(\omega_n \cdot t) \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$a_n = 2 \langle f(t) \cdot \text{sen}(\omega_n \cdot t) \rangle_T = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \text{sen}(\omega_n \cdot t) \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Forma complexa:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_n - i \cdot b_n}{2} \cdot e^{i\omega_n t} \quad , \quad -\infty < \omega_n = n\Delta\omega < +\infty$$

Com o mesmo fundamento utilizado em 3.2.1.2 calcula-se a resposta de um oscilador com vários graus de liberdade no domínio da frequência.

Começemos então por escrever a equação do movimento no domínio da frequência:

$$-\underline{m} \cdot \omega^2 \cdot \underline{U}(\omega) + i \cdot \underline{c} \cdot \omega \cdot \underline{U}(\omega) + \underline{k} \cdot \underline{U}(\omega) = \underline{F}(\omega) \quad (3.35)$$

Tendo:

$$\underline{H}(\omega) = \left[(\underline{k} - \underline{m} \cdot \omega^2) + i \cdot \omega \cdot \underline{c} \right]^{-1}$$

Então:

$$\underline{H}(\omega)^{-1} = \underline{U}(\omega) \cdot \underline{F}(\omega) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underline{U}(\omega) = \underline{H}(\omega) \underline{F}(\omega)$$

Na Figura 3.10 e na Tabela 1 pode-se ver um esquema e um quadro que resumem e simplificam a transformação da equação de equilíbrio dinâmico para o domínio da frequência.

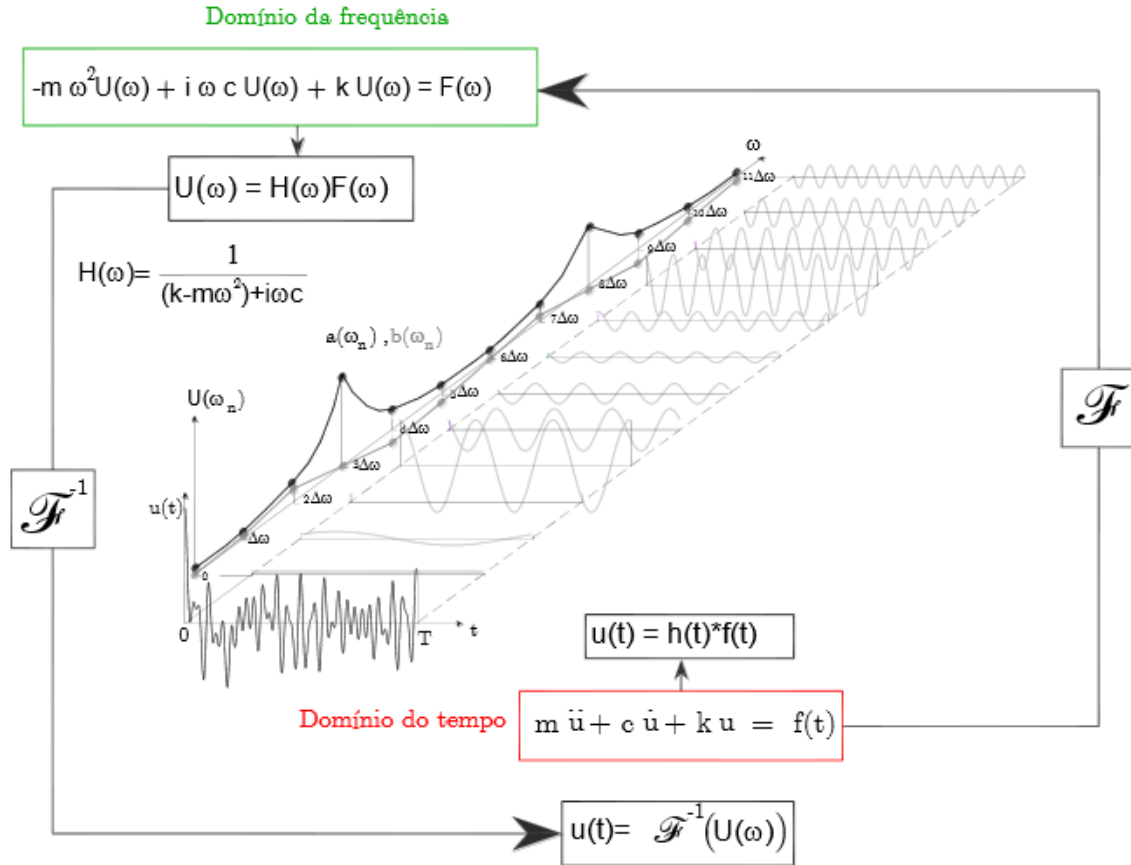


Figura 3.10 – Esquema para transformação de uma equação do domínio do tempo para o domínio da frequência.

Tabela 1 – Diferenças entre o domínio do tempo e o domínio da frequência

DOMÍNIO DO TEMPO	DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA
$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = f(t)$	$-m \cdot \omega^2 \cdot U(\omega) + i \cdot c \cdot \omega \cdot U(\omega) + k \cdot U(\omega) = F(\omega)$
$u(t) = h(t) \cdot f(t)$	$U(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega)$
$h(t) = \frac{1}{m \cdot \omega_A} \cdot \text{sen}(\omega_A \cdot t) \cdot e^{-\xi \cdot \omega_N \cdot t}$	$H(\omega) = \frac{1}{(k - m \cdot \omega^2) + i \cdot c \cdot \omega}$
	$u(t) = TF^{-1}[U(\omega)]$
	$U(\omega) = TF[u(t)]$

3.3 Análise dinâmica de um pórtico com vários graus de liberdade

Para mostrar e evidenciar os conceitos abordados anteriormente, de seguida será apresentado um exemplo onde foi realizada a análise às frequências e aos modos de vibração.

3.3.1 Modos de vibração obtidos experimentalmente

Realizou-se um ensaio experimental a um modelo reduzido de um edifício hipotético de 3 pisos. O modelo reduzido do edifício foi montado com lâminas de alumínio e placas de aço, as placas de aço têm $0,20 \times 0,20 \text{ m}$ e foram colocadas no lugar das lajes, já as lâminas de alumínio têm dimensões diferentes nos pilares e nas cantoneiras (Figura 3.11). As lâminas que simulam os pilares têm $0,02\text{m}$ de largura, $0,002\text{m}$ de espessura e $0,60\text{m}$ de altura enquanto as lâminas que servem de cantoneiras têm $0,02\text{m}$ de largura, $0,0015\text{m}$ de espessura, a altura entre pisos é de $0,20\text{m}$.



Figura 3.11 – Estrutura analisada para o caso de um sistema de 3 G.L..

O ensaio foi realizado com a utilização de três sensores, um em cada piso posicionados num eixo vertical centrado em relação à estrutura como se pode verificar na Figura 3.12.



Figura 3.12 – Colocação dos sensores no pórtilo.

A identificação modal foi realizada com recurso a uma aplicação desenvolvida em MATLAB. As histórias de acelerações foram medidas ao longo de 10 minutos com uma frequência de amostragem de 51,20 Hz ao nível de cada um dos pisos (Figura 3.13).

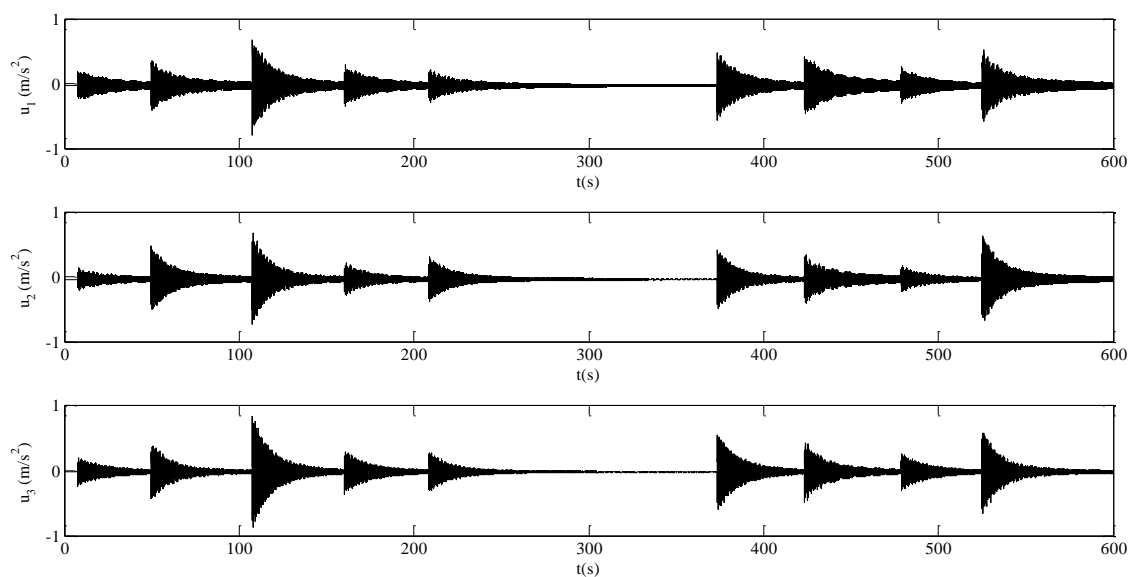


Figura 3.13 – Histórias de acelerações medidas.

Com o auxílio do programa MATLAB e utilizando as histórias de acelerações medidas durante o ensaio obtiveram-se as densidades espectrais de potência para cada grau de liberdade (auto-espectros) e correlacionando todos os graus de liberdade entre si obtiveram-se os espectros cruzados (Figura 3.14), onde se pode verificar a existência de 3 picos de aceleração que correspondem às frequências naturais de casa modo de vibração.

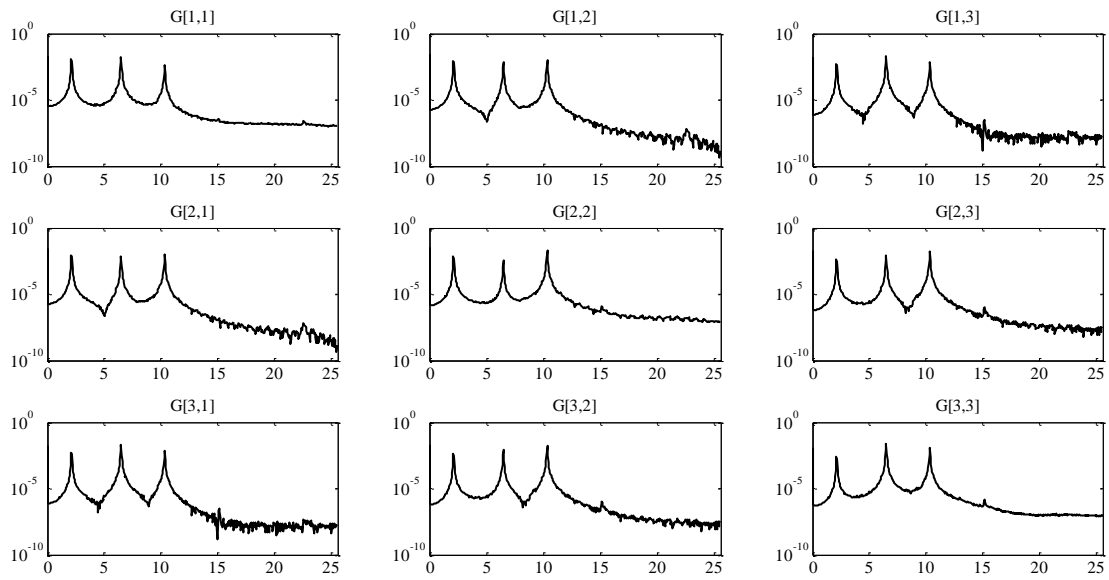


Figura 3.14 – Densidades espectrais de potência obtidas para o exemplo do pórtico de três pisos.

Na Figura 3.15 apresenta-se o espectro médio normalizado, a partir do qual foi possível identificar os valores das três frequências naturais de vibração do modelo físico do edifício de 3 pisos ($f_1=2,1$ Hz; $f_2=6,8$ Hz; $f_3=10,35$ Hz;)

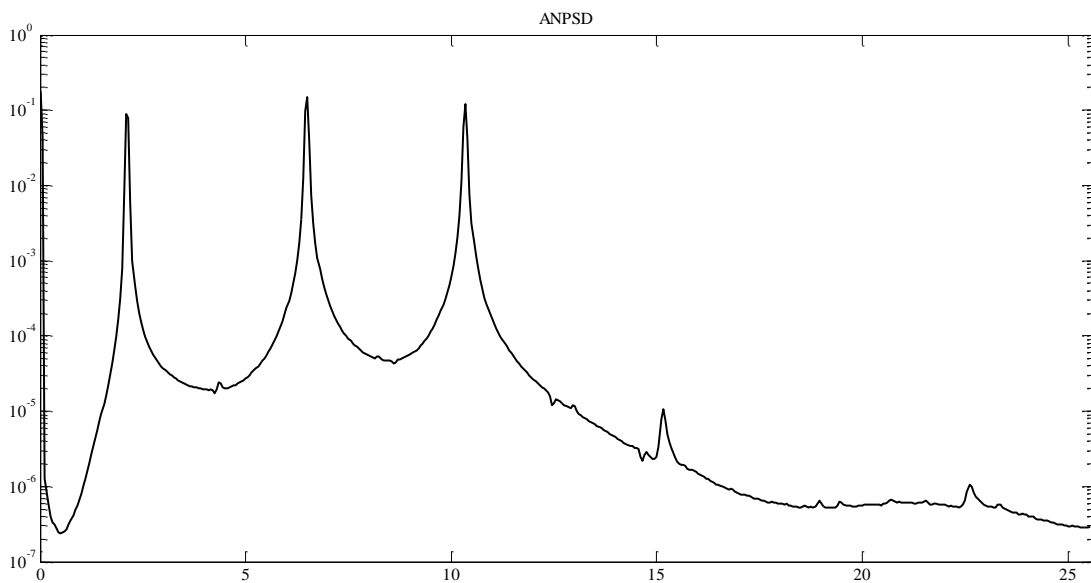


Figura 3.15 – Espectro médio normalizado.

3.3.2 Modelo numérico

A análise foi feita no programa de cálculo numérico MATLAB e no programa de elementos finitos SAP2000 para que se pudesse fazer uma comparação de resultados entre os dois programas e o ensaio experimental e a validação dos mesmos.

3.3.2.1 SAP2000

No SAP2000 foram analisados três tipos de modelos: a primeira modelação do edifício em SAP2000 foi feita com um modelo de barras apenas num plano, que consiste na definição dos pilares e das lajes em elementos de barra, que é a forma mais simples e rápida de modelação para o caso de estruturas simples como o pórtico em causa, este modelo foi no entanto adaptado, pelo facto de a modelação com elementos de barra no plano ter algumas limitações.

As dificuldades associadas à modelação do pórtico com elementos de barra surgiram por não se conseguir simular a ligação entre os pilares e a laje de aço, visto que tem que haver ligação entre todos os nós da estrutura e esta análise admite que os elementos são lineares e não tridimensionais.

Face a esta questão, em vez de 4 pilares, o modelo passou a ter somente 2, colocados no eixo da laje, alterando-se a sua largura de 0,02 para 0,04 m. Neste caso cada um dos pilares modelados tem um comportamento equivalente a dois (Figura 3.16).

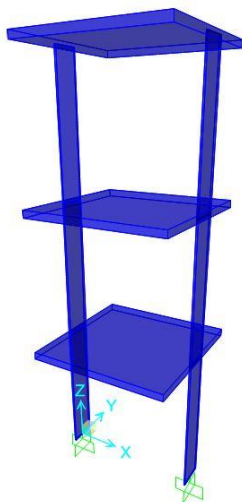


Figura 3.16 – Modelo de barras utilizado no cálculo da estrutura em SAP2000 (perspetiva 3D).

O segundo modelo estudado, já é um modelo tridimensional e foi realizado em elementos de área, ou casca ou *Shell*, tanto nos pilares como nas lajes, tendo sido depois feita uma discretização da estrutura em elementos finitos, como se pode verificar na figura seguinte.

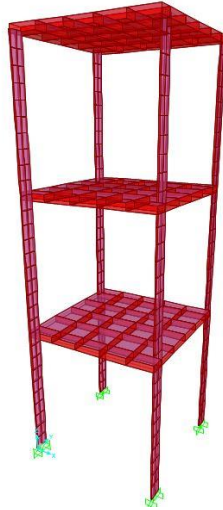


Figura 3.17 – Modelo de casca utilizado no cálculo da estrutura em SAP2000.

No terceiro modelo calculado usou-se, para toda a estrutura, elementos sólidos e, e foi efetuada uma discretização em elementos finitos que é apresentada na Figura 3.18, tal como se fez no modelo de elementos de área, e na Figura 3.19 mais em pormenor onde se verifica a dimensão dos elementos.

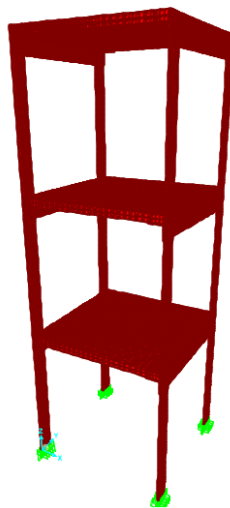


Figura 3.18 – Modelo de elementos sólidos utilizado no cálculo da estrutura em SAP2000.

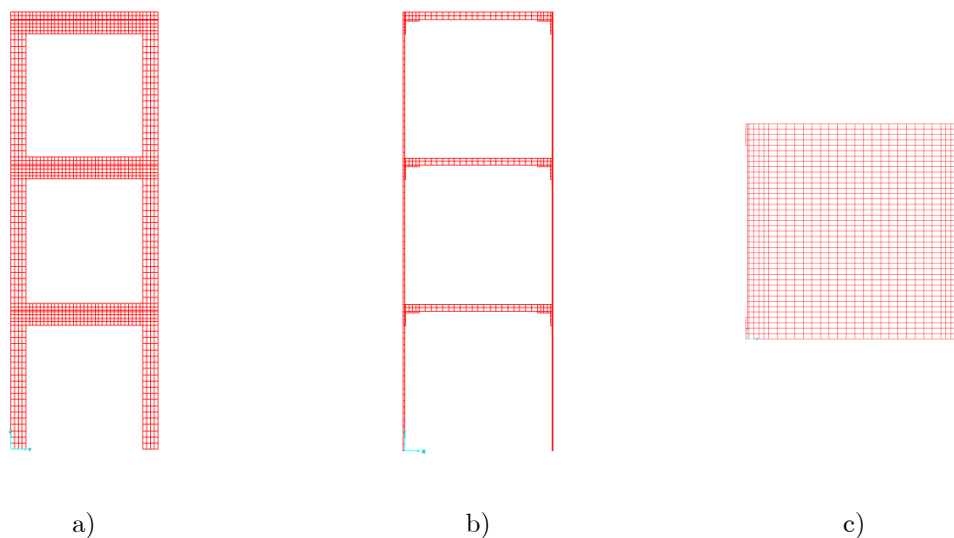


Figura 3.19 – Discretização do modelo de elementos sólidos utilizado no cálculo da estrutura em SAP2000: a) no plano yz ; b) no plano xz ; c) no plano xy .

Realizou-se em cada um dos modelos a respectiva análise dinâmica, nas quais se determinaram as frequências naturais e os modos de vibração. De seguida apresentam-se um conjunto de figuras, nas quais se comparam as configurações modais. Assim, na Figura 3.20 apresenta-se a comparação do 1º Modo de vibração para os três modelos.

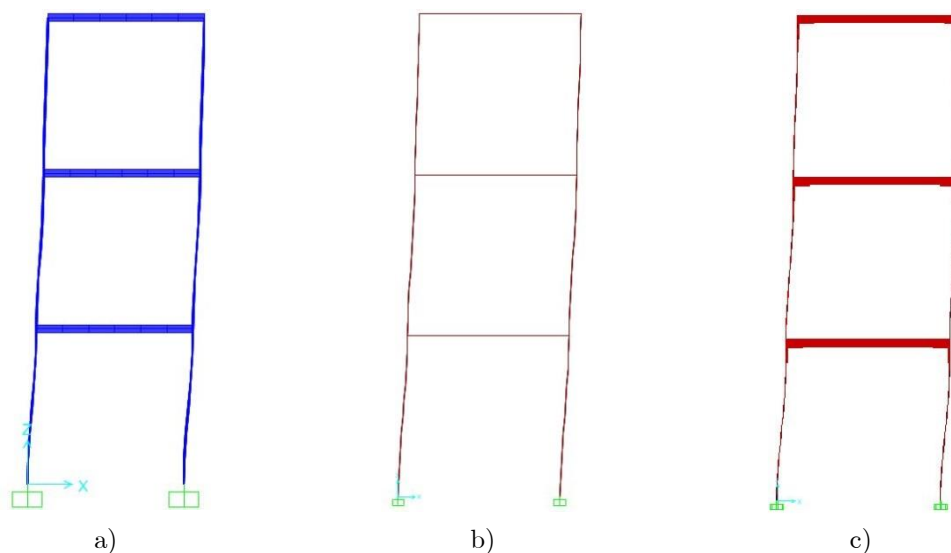


Figura 3.20 – 1º Modo de Vibração: a) modelo de barras; b) modelo de casca c) modelo de sólidos.

Na Figura 3.21 apresenta-se a comparação para o caso do 2º Modo de vibração.

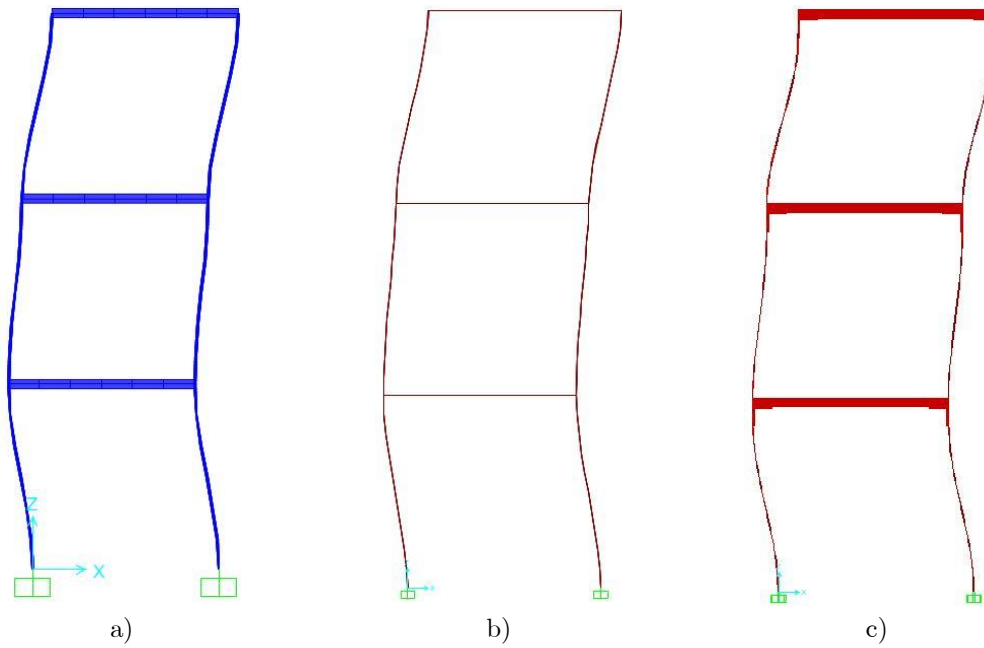


Figura 3.21 – 2º Modo de Vibração: a) modelo de barras; b) modelo de casca c) modelo de sólidos.

Finalmente na Figura 3.22 apresenta-se a comparação para o 3º Modo de vibração entre os três modelos desenvolvidos.

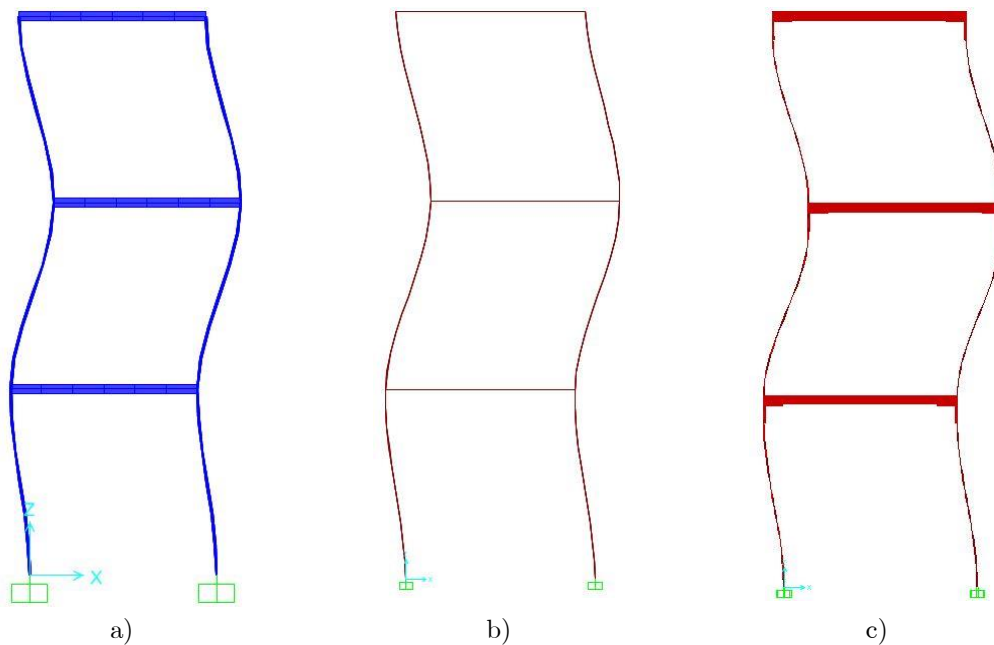


Figura 3.22 – 3º Modo de Vibração: a) modelo de barras; b) modelo de casca c) modelo de sólidos.

As frequências obtidas para cada modo de vibração em cada modelo encontram-se sintetizadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Frequências de vibração obtidas nos três modelos desenvolvidos em SAP2000 e na análise experimental.

Modos de Vibração	Modo 1 [Hz]	Modo 2 [Hz]	Modo 3 [Hz]
Modelo de Elementos de Barra	2,95	8,26	11,92
Modelo de Elementos de Área	2,59	7,48	11,64
Modelo de Elementos Sólidos	2,4	6,73	9,72
Análise Experimental	2,1	6,8	10,35

As diferenças em termo de frequências naturais devem-se às simplificações efetuadas em duas das três modelações:

- No caso do modelo de barras: a simplificação feita ao nível dos pilares, já explicada anteriormente;
- No caso do modelo de casca: foi desprezada a existência das cantoneiras na ligação pilar-laje;

O modelo de elementos sólidos é o mais próximo do modelo físico por apresentar características e elementos idênticos e com a consideração de todos.

No entanto, analisando os três modelos ao nível dos modos de vibração podem verificar-se as semelhanças entre os mesmos tanto na configuração como em termos dos deslocamentos máximos ao nível de cada piso. Os deslocamentos, em metros, estão apresentados na tabela seguinte:

Tabela 3 – Deslocamentos modais ao nível dos 3 pisos do pórtico.

Modos de vibração		Barras	Áreas	Sólidos
		[mm]	[mm]	[mm]
Modo 1	1º Piso	5,66	5,76	5,73
	2º Piso	10,20	10,36	10,37
	3º Piso	12,71	13,11	12,93
Modo 2	1º Piso	12,71	12,66	12,91
	2º Piso	5,57	6,25	5,74
	3º Piso	10,27	10,68	10,41
Modo 3	1º Piso	10,18	10,87	10,39
	2º Piso	12,73	12,85	12,92
	3º Piso	5,76	5,49	5,80

Conclui-se que os modelos de barras e de elementos de área apesar de permitirem uma modelação simples e rápida também apresentam algumas limitações ao nível da discretização e dos resultados obtidos pela análise modal.

3.3.2.2 MATLAB

No MATLAB foi definida inicialmente a estrutura do pórtico bem como algumas características tais como o número de nós, número de elementos e número de graus de liberdade, definiram-se ainda as matrizes de massa e de rigidez. Neste modelo consideraram-se apenas três graus de liberdade situados ao nível de cada um dos pisos. Trata-se portanto de uma simplificação significativa, que apenas faz sentido pelo facto de os pilares serem de um material muito leve e por conseguinte pouco contribuírem para a massa do sistema estrutural. Assim, tem-se a seguinte matriz de massa:

$$\underline{m} = \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,144 & 0 & 0 \\ 0 & 3,144 & 0 \\ 0 & 0 & 3,144 \end{pmatrix} kN$$

Em que a massa corresponde à multiplicação do volume das chapas de aço pelo peso específico do aço:

$$m = 0,20 \times 0,20 \times 0,01 \times 7860 = 3,144 \text{ kN} \quad (3.36)$$

A matriz de rigidez é a seguinte:

$$\underline{k} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4kp & -4kp & 0 \\ -4kp & 8kp & -4kp \\ 0 & -4kp & 8kp \end{pmatrix} kN/m$$

Em que kp corresponde à rigidez de cada pilar e é calculada:

$$k_p = \frac{12 \times E \times I}{L^3}$$

Sendo E o módulo de elasticidade do alumínio e I a inércia das lâminas.

$$E = 69000000000 \text{ Pa}$$

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{0,02 \times 0,002^3}{12} = 1,33 \times 10^{-11}$$

$$b = 0,02$$

$$h = 0,002$$

As frequências angulares naturais obtêm-se a partir das duas matrizes calculadas:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad/s} \quad (3.37)$$

$$\text{As frequências naturais } f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Ou a partir da função *eig* disponível no MATLAB e que permite calcular os valores e vetores próprios associados às matrizes k e m .

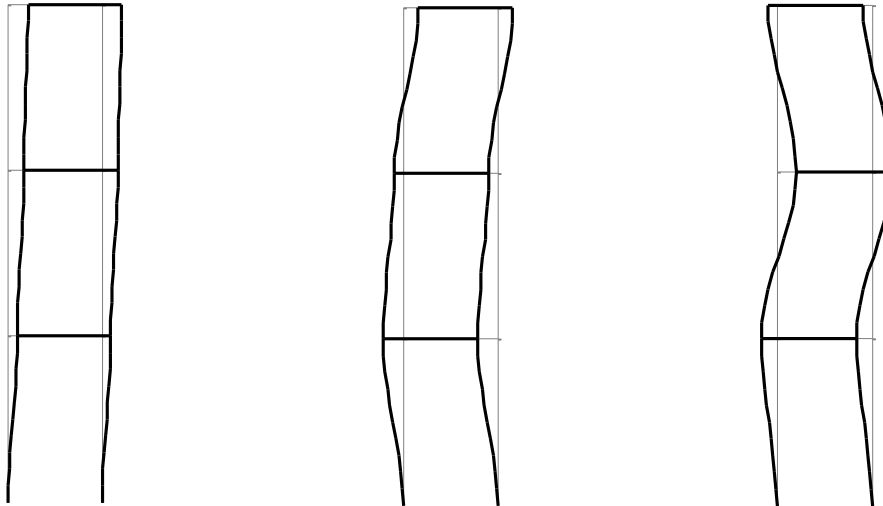
Obtêm-se então as frequências para a estrutura:

$$f_1 = 2,97Hz$$

$$f_2 = 8,32Hz$$

$$f_3 = 12,02Hz$$

Na figura seguinte podem ser observados os 3 modos de vibração associados às 3 primeiras frequências de ressonância:



1º Modo – 2,968 Hz

2º Modo – 8,316 Hz

3º Modo – 12,02 Hz

Figura 3.23 – Resultados obtidos a partir da análise efetuada em MATLAB.

Desta forma consegue-se fazer a comparação entre os resultados obtidos entre as 3 análises realizadas em SAP2000, a análise experimental e a análise realizada em MATLAB.

Tabela 4 – Resultados de frequências obtidas nas 5 análises efetuadas

Modos de Vibração	Modo 1 [Hz]	Modo 2 [Hz]	Modo 3 [Hz]
Modelo de Elementos de Barra	2,95	8,26	11,92
Modelo de Elementos de Área	2,59	7,48	11,64
Modelo de Elementos Sólidos	2,4	6,73	9,72
Análise Experimental	2,1	6,8	10,35
MATLAB	2,97	8,32	12,02

3.4 Considerações Finais

Os sistemas estruturais podem ser classificados como osciladores de 1GL ou vários graus de liberdade, todavia no campo das estruturas de engenharia civil só se

aplica o segundo, visto que se tratam de estruturas bastante complexas e que por esse motivo não se englobam na classificação de 1GL.

Os sistemas estruturais podem ser analisados no domínio do tempo através do integral de Duhamel ou no domínio da frequência através da Transformada da Fourier que tem como base a análise das séries de Fourier.

A análise dinâmica permite obter informação sobre as estruturas de engenharia civil que ajudam no controlo e avaliação da resposta das estruturas a excitações dinâmicas.

Através da análise do pórtico de 3 pisos apresentado pode-se concluir que pelo cálculo de modelos simples se conseguem obter valores aceitáveis para a caracterização do comportamento dinâmico das estruturas, tendo em conta que em modelos primários, como é o caso dos modelos de barras, existem muitas limitações na construção dos mesmos, em questões como as ligações entre elementos e ainda na discretização das estruturas. Os modelos de área apesar de se mostrarem mais pormenorizados que os anteriores não funcionam a 100% nas ligações perpendiculares entre elementos mas fornecem valores mais aproximados da realidade. Finalmente os modelos constituídos por elementos sólidos apresentam-se como sendo os mais completos no que diz respeito à modelação de estruturas, em particular, no auxílio da análise do comportamento dinâmico de estruturas. Nestes modelos é possível simular todas as configurações de ligações entre elementos e ao nível da análise pelo método dos elementos finitos permite discretizar com um rigor muito superior, por isso são também os que apresentam os resultados mais próximos dos expectáveis.

4. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA PONTE

4.1 Considerações Iniciais

Este capítulo assenta na análise dos resultados obtidos através de um estudo numérico e da análise dos ensaios experimentais dinâmicos realizados numa ponte, para avaliar o seu comportamento dinâmico, mediante diversos cenários de alteração estrutural.

Assim, numa primeira fase descreve-se a estrutura da ponte, segue-se uma descrição sobre os ensaios realizados, bem como, os cenários de danos em cada uma das fases de análise estrutural do comportamento dinâmico da obra.

Numa fase posterior é descrito o modelo numérico, utilizado neste estudo, bem como, sendo igualmente apresentadas as hipóteses consideradas atendendo aos diversos cenários analisados.

Finalmente apresenta-se uma comparação entre os resultados experimentais e os resultados numéricos, essencialmente, ao nível das frequências naturais e dos respetivos modos de vibração.

Note-se que em todas as figuras, com dimensões, apresentadas neste capítulo a unidade utilizada é o metro.

4.2 Descrição da ponte

A ponte em estudo trata-se de uma passagem superior sobre uma autoestrada e foi construída em 1963. Por necessidade teve que ser demolida e para que a sua demolição fosse proveitosa, realizaram-se um conjunto de ensaios de vibração ambiental aplicando danos sucessivos de forma controlada.



Figura 4.1 – Vista da ponte.

Realizaram-se, antes e depois de cada uma das fases dos ensaios, para que se pudesse estudar e comparar o efeito dos danos com a alteração dos parâmetros modais obtidos.

Trata-se de uma ponte estreita, ligeiramente inclinada, em betão com três vãos, duas faixas de rodagem e comprimento total de 58 metros divididos por 30 metros o vão central e 14 metros os vãos extremos, o tabuleiro tem de largura 8,60 metros e espessura 1,10 metros como se pode verificar na Figura 4.2 e Figura 4.3

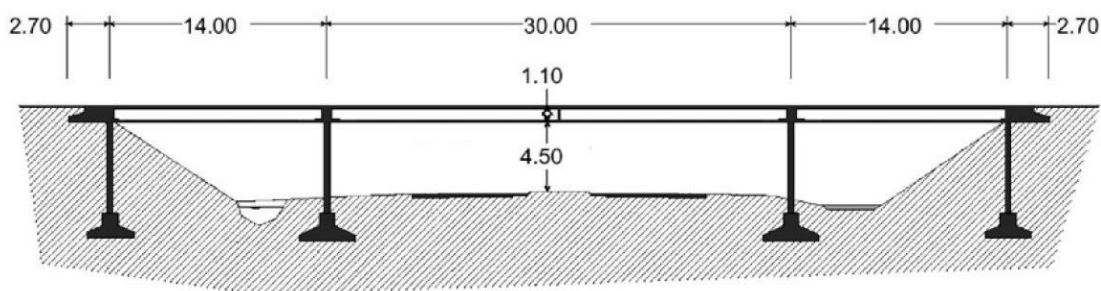


Figura 4.2 – Perfil longitudinal da ponte.

A secção do tabuleiro é constituída por uma viga com duas células com cabos pós-tensionados nas três almas e no centro dos vãos.

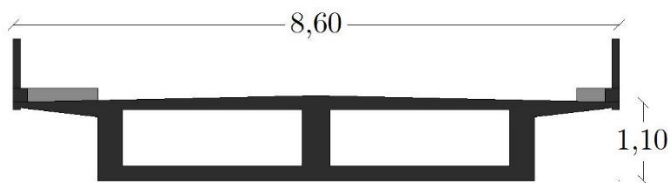


Figura 4.3 – Secção transversal da ponte.

A secção transversal do tabuleiro é vazada exceto na secção no alinhamento dos pilares como se poder observar na Figura 4.4.

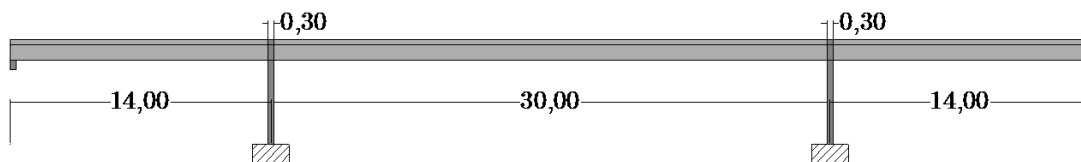


Figura 4.4 – Localização da secção transversal cheia.

4.3 Ensaios Experimentais

Desde há muito que são efetuados ensaios de vibração em estruturas de engenharia civil, por isso já se tornou claro que os parâmetros ambientais afetam o comportamento dinâmico das mesmas. Por exemplo, o módulo de elasticidade do betão diminui com o aumento da temperatura, as condições de fronteira podem estar dependentes da temperatura e a perda de rigidez causa a diminuição das frequências naturais. (Peeters & Roeck, De, 2000)

Nos ensaios experimentais realizados na ponte analisaram-se as frequências naturais antes e após as alterações impostas na estrutura. Apesar de na secção 4.4 apenas se terem estudado os cenários identificados na Tabela 8 na realidade foram provados mais danos e outras situações que não são abordadas neste trabalho por terem causado pouca ou nenhuma alteração na rigidez de flexão. Os vários panoramas efetuados na ponte para a realização do ensaio podem ser verificados na Tabela 5.

Tabela 5 – Cenários aplicados à ponte em estudo, adaptado de (Teughels & Roeck, De, 2003).

Número	Cenário	Descrição/Simulação da situação real
1	Primeira medição de referência	Inicial - Com estrutura "saudável"
2	Segunda medição de referência	Após instalação do sistema de macacos hidráulicos
3	Redução da cota do pilar 20 mm	
4	Redução da cota do pilar 40 mm	
5	Redução da cota do pilar 80 mm	Abatimento do subsolo, erosão
6	Redução da cota do pilar 95 mm	
7	Inclinação da fundação	
8	Terceira medição de referência	Após levantamento da estrutura para a sua posição inicial
9	Fragmentação do betão 12 m ²	Impacto de um veículo, carbonização e consequente corrosão da armadura
10	Fragmentação do betão 24 m ²	
11	Deslizamento de terra no Pilar	Forte queda de chuva, erosão
12	Falha na articulação do pilar	Ataque de cloretos, corrosão
13	Falha da cabeça de ancoragem I	Corrosão, sobrecarregamento
14	Falha da cabeça de ancoragem II	
15	Rutura dos tendões I	Erros na injeção dos cabos de pré-esforço ou esquecimento dos mesmos, influencia dos cloretos
16	Rutura dos tendões II	
17	Rutura dos tendões III	

Para a escolha destas situações foi necessário ter em conta alguns aspetos como:

- A relevância para a segurança da estrutura da ponte – danos que se se deixassem evoluir poriam em causa a capacidade de carga da ponte;
- A frequência de ocorrência – baseado na experiência das concessionárias das pontes e nos problemas identificados na bibliografia existente;
- Casos aplicáveis à ponte em estudo.

Integrado no SIMCES¹ foram executados uma série de ensaios de deterioração. Antes e depois de serem aplicados os danos, a ponte foi submetida a ensaios de vibração ambiental. O objetivo deste trabalho era demonstrar que o dano real tem uma influência importante nos parâmetros modais (Reynders & Roeck, De, 2007).

Para se proceder à execução das fases 3, 4, 5 e 6 foi retirado ao pilar que se encontrava do lado Este (Figura 4.5) 40 cm de betão e foram instalados seis macacos hidráulicos com, aproximadamente, a mesma rigidez que o betão retirado do pilar para que se pudessem efetuar os abaixamentos das respetivas cotas como se pode ver na Figura 4.6 (Maeck & Roeck, De, 2002).

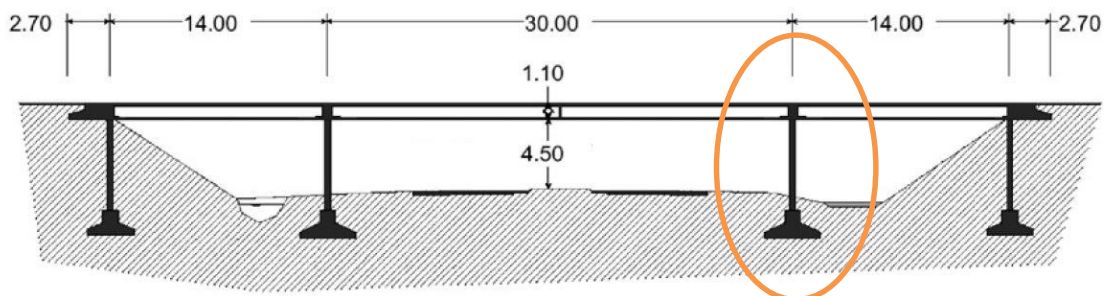


Figura 4.5 – Pilar onde se instalaram os macacos hidráulicos na Ponte.

¹ System Identification to Monitor Civil Engineering Structures – Projeto que trata modelos à escala para servirem como base para validar as vibrações baseadas na monitorização de estruturas de engenharia civil.

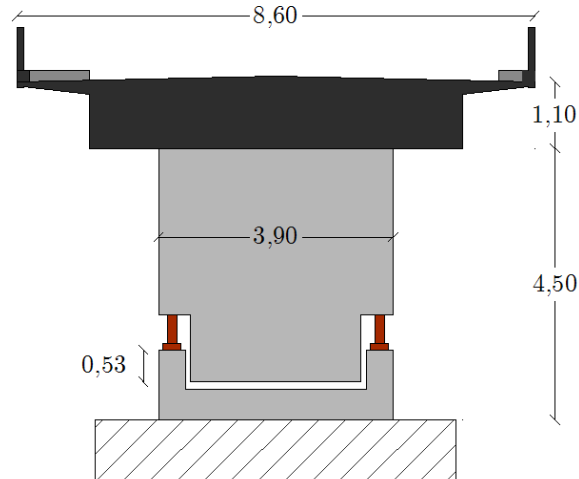


Figura 4.6 – Instalação dos macacos hidráulicos no pilar Este.

O ensaio de vibração ambiental foi realizado em 9 fases o que resultou de um total de 99 medições; foram instalados 16 acelerómetros, 3 dos quais de referência, 6 sensores de temperatura no solo, sensores de temperatura em três secções diferentes e um sensor para medir a temperatura do ar, com uma frequência de amostragem de 100 Hz, através dos quais foram medidas as frequências, para os 6 primeiros cenários, apresentadas na Tabela 6. As forças de excitação ambiental foram o vento, o tráfego da autoestrada e os pedestres no tabuleiro que estavam a realizar o ensaio. Cada canal obteve 65536 medições resultando em 10 minutos e 55 segundos para cada parte.

Tabela 6 – Frequências de vibração obtidas a partir do ensaio experimental.

Número	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
	f	f	f	f	f
1	3,92	5,12	9,93	10,52	12,69
2	9,87	5,06	9,80	10,33	12,77
3	3,86	4,93	9,74	10,25	12,48
4	3,76	5,01	9,37	9,90	12,18
5	3,67	4,95	9,21	9,69	12,03
6	3,84	4,67	9,69	10,14	12,11

A Figura 4.7 mostra os cinco primeiros modos de vibração da ponte para a segunda medição de referência, cenário 2. O primeiro modo de vibração é um modo simétrico de flexão pura, o segundo modo flexão transversal e o terceiro e quartos modos simétricos de flexão vertical e torção no vão central e o quinto

modo corresponde como o primeiro a um modo simétrico de flexão pura, mas neste caso os maiores deslocamentos modais no vão central.

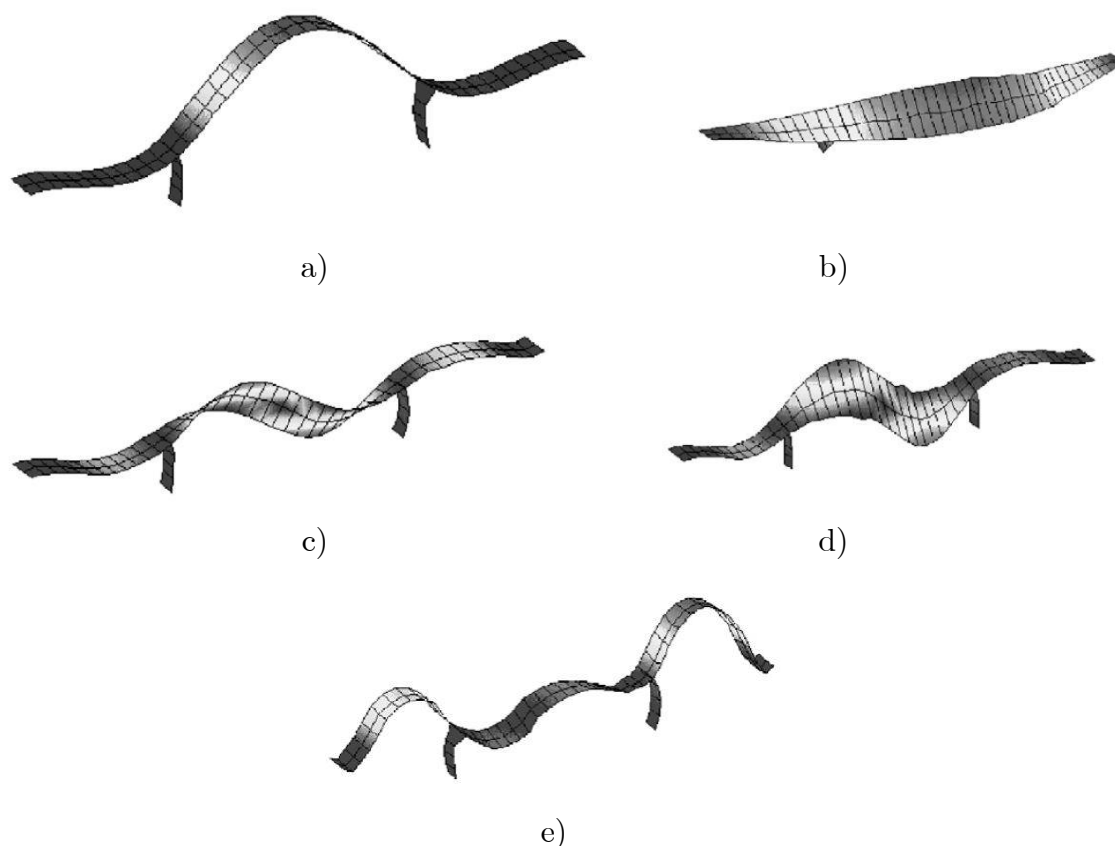


Figura 4.7 – Modos de vibração: a) Primeiro modo; b) Segundo modo; c) Terceiro modo; d) Quarto modo; e) Quinto modo. (Kramer, *et al*, 1999)

Uma das razões para se controlar e seguir a evolução destes modos em função do tempo e/ou da temperatura assenta no facto de possibilitar a deteção de danos na estrutura.

4.3.1 Sistema de monitorização ambiental

Tal como foi referido no capítulo 2, podem ser induzidas pelo homem ou por causas naturais, alterações no comportamento dinâmico de estruturas robustas, o suficiente para camuflar os seus parâmetros dinâmicos. Atendendo a este facto, foi instalado, na ponte em estudo, um sistema para medir dados relativos à envolvente, com o objetivo de compreender as influências do meio ambiente no seu comportamento dinâmico, especialmente em relação às frequências naturais e aos modos de vibração. (Roeck, De, *et al.*, 2000) (Kramer, *et al.*,1999]

Atendendo que as condições de fronteira da ponte em estudo se encontram claramente definidas, recorreu-se em paralelo à medição da sua extensão para melhorar a avaliação das variações de temperatura, obtidas com os sensores instalados.

Outra questão que foi tida em consideração foi a relação entre o peso da estrutura, carga permanente, e o peso do asfalto usado no pavimento, restante carga permanente. O peso do pavimento tem uma influência maior em pontes com menores dimensões, isto porque a relação do peso do pavimento com o peso da ponte em si é maior por unidade de comprimento.

Aspetos como a humidade do betão, as forças de contacto e o tráfego na autoestrada não foram medidos por causarem efeitos com baixo impacto no comportamento dinâmico ou por se tratar de procedimentos caros tendo em conta o objetivo pretendido. Os efeitos ambientais medidos e os respetivos sensores instalados estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Sensores instalados na ponte para controlo dos parâmetros ambientais, adaptado de (Kramer, Smet, de & Roeck, De, 1999).

Descrição	Unidades	Quantidade
Temperatura da viga da ponte nas secções 1, 2 e 3	°C	24
Temperatura do pavimento	°C	3
Temperatura pilares	°C	6
Temperatura do solo	°C	6
Extensão do meio vão	mm	1
Deformação angular da viga nos pilares	°	2
Velocidade do vento	m/s	1
Direção do vento	°	1
Temperatura do ar	°C	1
Humidade do ar	%	1
Chuva	booliano	1
Tráfego	booliano	1

4.4 Modelo Numérico

4.4.1 Geometria do modelo

Para realizar a análise dinâmica da estrutura da ponte foi construído no programa de cálculo de estruturas SAP2000 um modelo numérico tridimensional de elementos finitos (Tutorial SAP2000, 2011). Foi utilizado um modelo com 2 pilares de $0,30 \times 3,90$ metros e 4,50 metros de altura, um tabuleiro de 58 metros dividido em 3 vãos, o vão central com 30 metros e os vãos adjacentes com 14 metros cada um. As dimensões do modelo estão representadas na Figura 4.8 e na Figura 4.9.

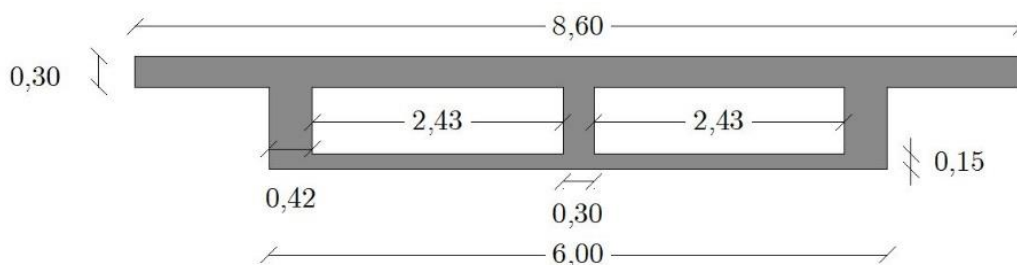


Figura 4.8 – Seção transversal da ponte.

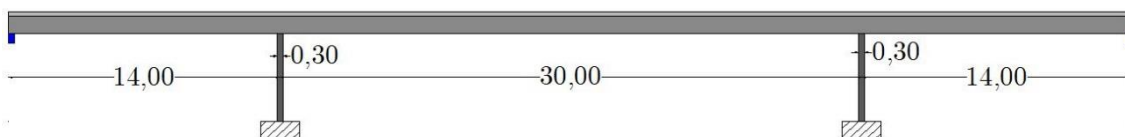


Figura 4.9 – Vista longitudinal da ponte.

O modelo utilizado está apresentado na Figura 4.10, é um modelo constituído por elementos de área na superestrutura e por 6 elementos de barra utilizados na modelação das 3 colunas, que simulam a existência dos 2 pilares que se encontravam enterrados, e 4750 elementos de casca na modelação do tabuleiro e dos pilares, por ser o modelo que mais se adequava a este caso, após várias tentativas de conjugação de elementos só de casca e só de barras.

Um modelo constituído unicamente por elementos de barra não contemplava a torção que existe no tabuleiro e um modelo de elementos sólidos é demasiado complexo e trabalhoso para o objetivo pretendido com o estudo.

Os dois pilares têm ligações monolíticas ao tabuleiro e as seis colunas, três em cada topo, estão encastradas, como se pode verificar pela observação da Figura 4.13.

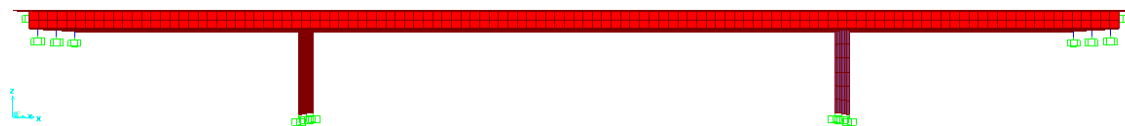


Figura 4.10 – Modelação da ponte no SAP2000 vista do alçado.

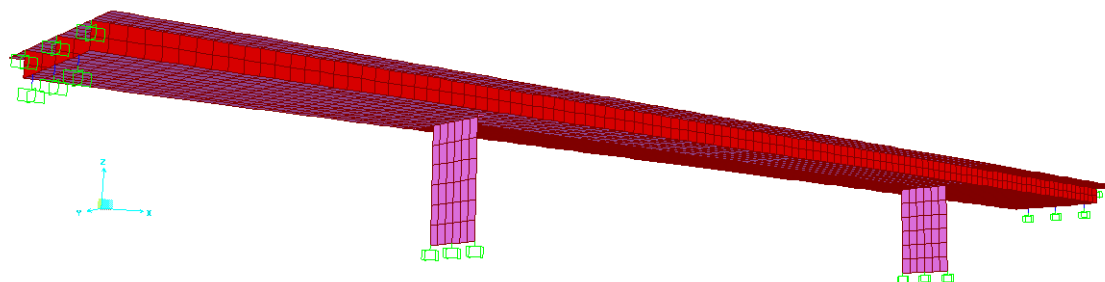


Figura 4.11 – Modelação da ponte no SAP2000 vista em perspectiva.

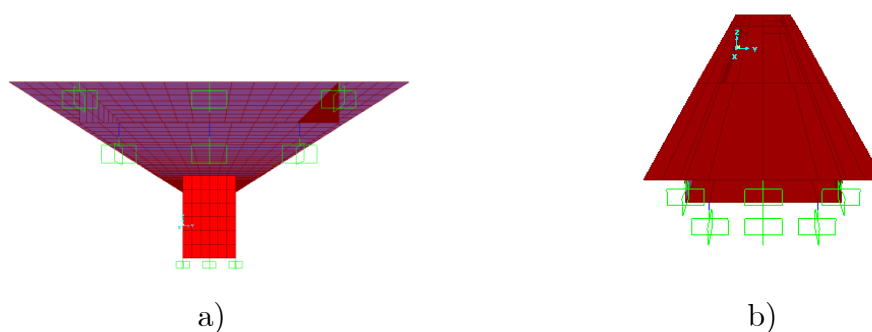


Figura 4.12 – Vista da secção transversal do pilar: a) vista inferior; b) vista superior.

No modelo foi considerada a existência apenas de um material, o betão como sendo um material homogéneo e isotrópico de comportamento elástico linear e módulo de elasticidade $E=33$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu=0,2$. Calibrou-se o modelo tendo em conta os dados que existem do ensaio experimental e que são apresentados no ponto 4.3.

Como foi dito, foram utilizados elementos de casca para definir os elementos do tabuleiro da ponte dividindo-se o mesmo em 5 elementos, como está esquematizado na Figura 4.13, a base do tabuleiro, a amarelo; os elementos verticais: laterais a verde e central a laranja; e a parte superior do tabuleiro a azul.

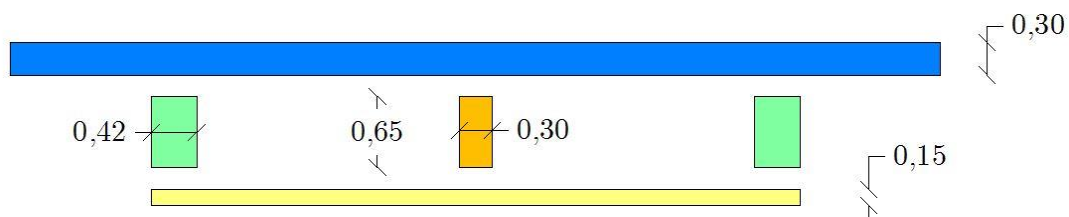


Figura 4.13 – Divisão do tabuleiro em elementos de casca.

As colunas, como já foi dito, foram modeladas para substituir dois pilares que existiam no lugar das mesmas e que se encontram debaixo do terreno e que funcionavam como encontros da ponte, estas colunas foram modeladas como apoios encastrados, com as translações e rotações bloqueadas nas três direções como se pode ver na Figura 4.14 as colunas têm um diâmetro e uma altura de 30 centímetros.

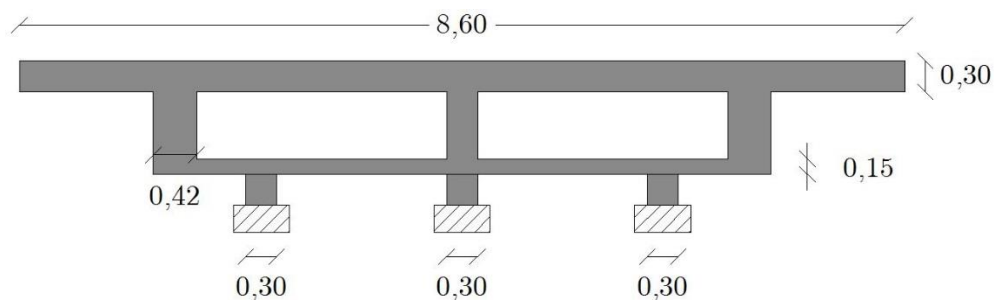


Figura 4.14 – Pormenor do topo dos vãos.

A secção transversal do tabuleiro da estrutura não se mantém igual em toda a extensão do vão, no alinhamento vertical dos pilares a secção deixa de ser vazada, e passa a ser secção cheia, Figura 4.15, só nos tramos assinalados na Figura 4.4.

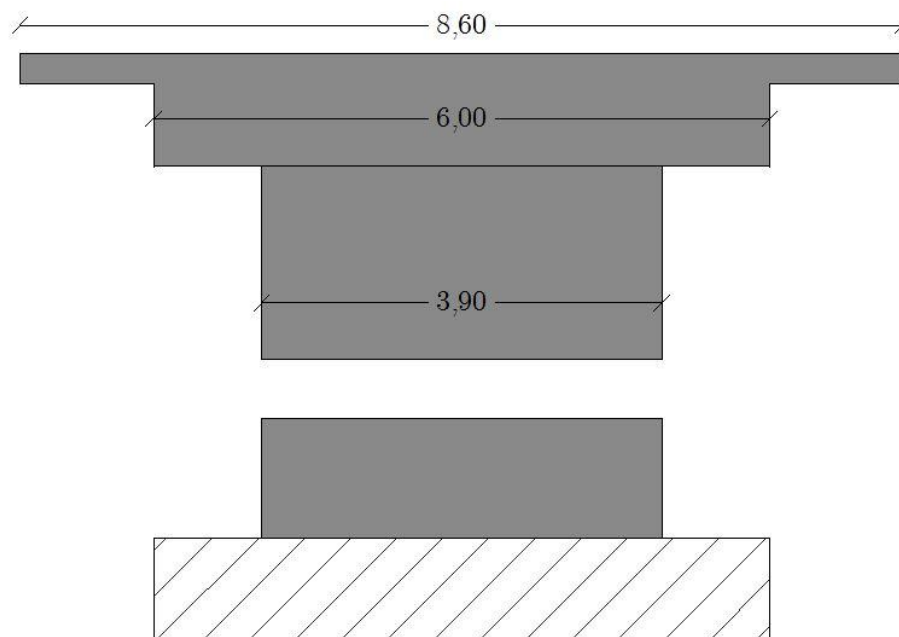


Figura 4.15 – Seção transversal junto aos pilares.

4.4.2 Análise Modal

Foi criado um modelo de elementos finitos que permitiu implementar gradualmente os danos correspondentes a cada fase do ensaio como está exemplificado na Tabela 8.

Tabela 8 – Cenários simulados no modelo em SAP2000 da ponte.

Número	Cenário	Descrição/Simulação da situação real
1	Primeira medição de referência	Inicial - Com estrutura "saudável"
2	Segunda medição de referência	Após instalação do sistema de macacos hidráulicos
3	Redução da cota do pilar 20 mm	
4	Redução da cota do pilar 40 mm	
5	Redução da cota do pilar 80 mm	Abatimento do subsolo, erosão
6	Redução da cota do pilar 95 mm	

Através da análise modal do cenário número 1, em que foi realizado um ensaio de vibração ambiental inicial de referência, constatou-se a existência de 12 modos de vibração em que os 5 primeiros modos apresentam as frequências indicadas na Tabela 9.

Tabela 9 – Frequências de Vibração.

Modos de Vibração	Frequência [Hz]
1	3,93
2	5,59
3	9,75
4	10,50
5	12,68

A configuração dos modos de vibração é obtida através da leitura da Tabela 10 que contém os deslocamentos em cada direção associados a cada modo de vibração:

Tabela 10 – Parâmetros de participação modal associados a cada modo de vibração em x , y e z .

Modos de Vibração	x	y	z
1	-2,486E-08	-9,631E-08	-15,759745
2	-1,392E-08	-4,782884	3,076E-10
3	1,610848	-2,534E-07	-1,049E-08
4	7,349E-09	-1,75E-08	1,222E-08
5	-1,876942	7,502E-07	1,177E-07

Como se constata, o primeiro modo e o quinto modo de vibração correspondem a modos de flexão vertical, o segundo modo corresponde a deslocamento lateral, segundo y , e o terceiro e o quarto modo correspondem a modos de flexão e torsão. Estes resultados são complementados com a apresentação das figuras seguintes:

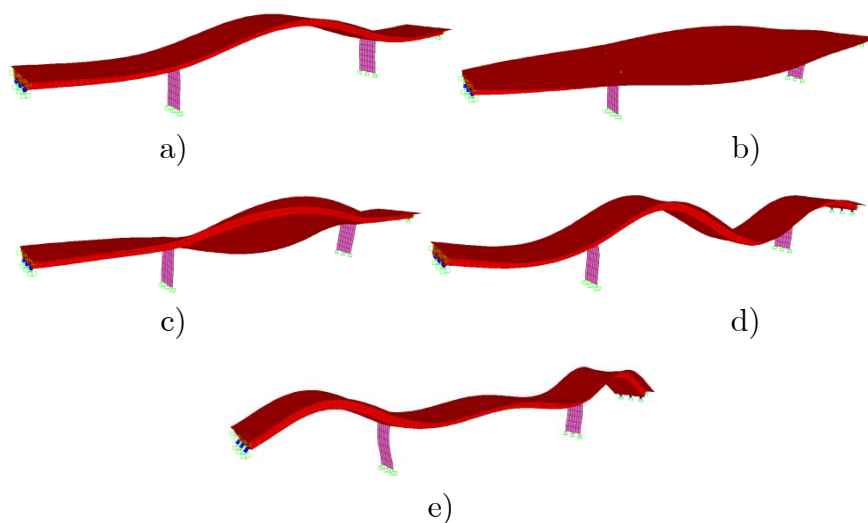


Figura 4.16 – Modos de vibração obtidos através da análise em SAP2000: a) 1º modo; b) 2º modo; c) 3º modo; d) 4º modo; e) 5º modo.

Na modelação da segunda situação simulada, que corresponde à medição dos modos de vibração após a instalação dos macacos hidráulicos, a colocação dos macacos foi representada através da diminuição da rigidez da estrutura, ou seja, reduziu-se o módulo de elasticidade de 33 GPa para 32,5 GPa.

Os cenários que se seguiram foram simulados no modelo com a diminuição das respetivas cotas dos pilares e com pequenas alterações graduais na rigidez da estrutura. Assim sendo, no primeiro cenário tinha-se uma rigidez calculada através de um módulo de elasticidade de 33 GPa que foi diminuída ao longo de todo o estudo. As alterações do valor do módulo de elasticidade foram necessárias pois na estrutura real à medida que a cota de um dos pilares é alterada, a resistência e rigidez do outro pilar também se modificam. Esta foi a solução encontrada para melhor refletir as alterações, nas condições estruturais da superestrutura, mais próximas da realidade.

No terceiro cenário, abaixamento da cota de um dos pilares 20 mm, o módulo de elasticidade foi alterado para 32 GPa, na quarta situação, diminuição da cota 40 mm, para 31,55 GPa, na quinta, diminuição da cota do pilar 80 mm, para 31 GPa e finalmente na sexta em que a altura do pilar desceu 95 mm para 30 GPa.

Estas variações no módulo de elasticidade foram determinadas e definidas tendo em conta os resultados que se pretendiam obter e que teriam que corresponder aos resultados experimentais.

Na Tabela 11 estão apresentadas todas as frequências dos cinco primeiros modos de vibração obtidas em todas as situações modeladas.

Tabela 11 – Frequências naturais obtidas no modelo numérico [Hz].

	Modelo base	Segunda medição	Redução da cota do pilar 20 mm	Redução da cota do pilar 40 mm	Redução da cota do pilar 80 mm	Redução da cota do pilar 95 mm
1	3,93	3,90	3,87	3,84	3,81	3,74
2	5,59	5,54	5,50	5,47	5,43	5,34
3	9,75	9,68	9,60	9,54	9,46	9,31
4	10,50	10,42	10,34	10,27	10,20	10,03
5	12,68	12,58	12,48	12,39	12,28	12,07

Como se pode constatar, e como era expectável, existe uma diminuição gradual das frequências naturais à medida que são aplicados os danos à estrutura, tanto ao nível dos pilares como do tabuleiro.

4.5 Comparação de Resultados

Após a análise de resultados obtidos no modelo experimental e no modelo numérico podem então comparar-se os mesmos; observando-se algumas diferenças nos valores das frequências naturais.

Na Tabela 12 são apresentados os valores das frequências registadas a partir do estudo dos modos de vibração da estrutura “saudável” através do programa SAP2000 e das medições obtidas através dos ensaios de vibração ambiental na ponte antes de se provocar qualquer tipo de dano.

Tabela 12 – Frequências registadas na análise do ensaio experimental e no modelo numérico.

Modos de Vibração	Frequência [Hz]		Δ
	Modelo Numérico	Modelo Experimental	
1	3,93	3,92	-0,1%
2	5,59	5,12	-9,1%
3	9,75	9,93	1,8%
4	10,50	10,52	0,2%
5	12,68	12,69	0,1%

As pequenas diferenças que se podem verificar devem-se às simplificações efetuadas na construção do modelo e às diferenças que possam existir no dimensionamento dos seus elementos bem como a admissões que possam não estar completamente corretas mas que foram tomadas por falta de informação relativamente à estrutura real da ponte.

Quanto aos resultados observados ao nível dos modos de vibração da estrutura para o modelo base (modelo ainda sem ocorrência de danos), pode-se verificar que o modelo numérico apresenta configurações modais idênticas ao modelo experimental, conforme se comprova nas imagens apresentadas a seguir.

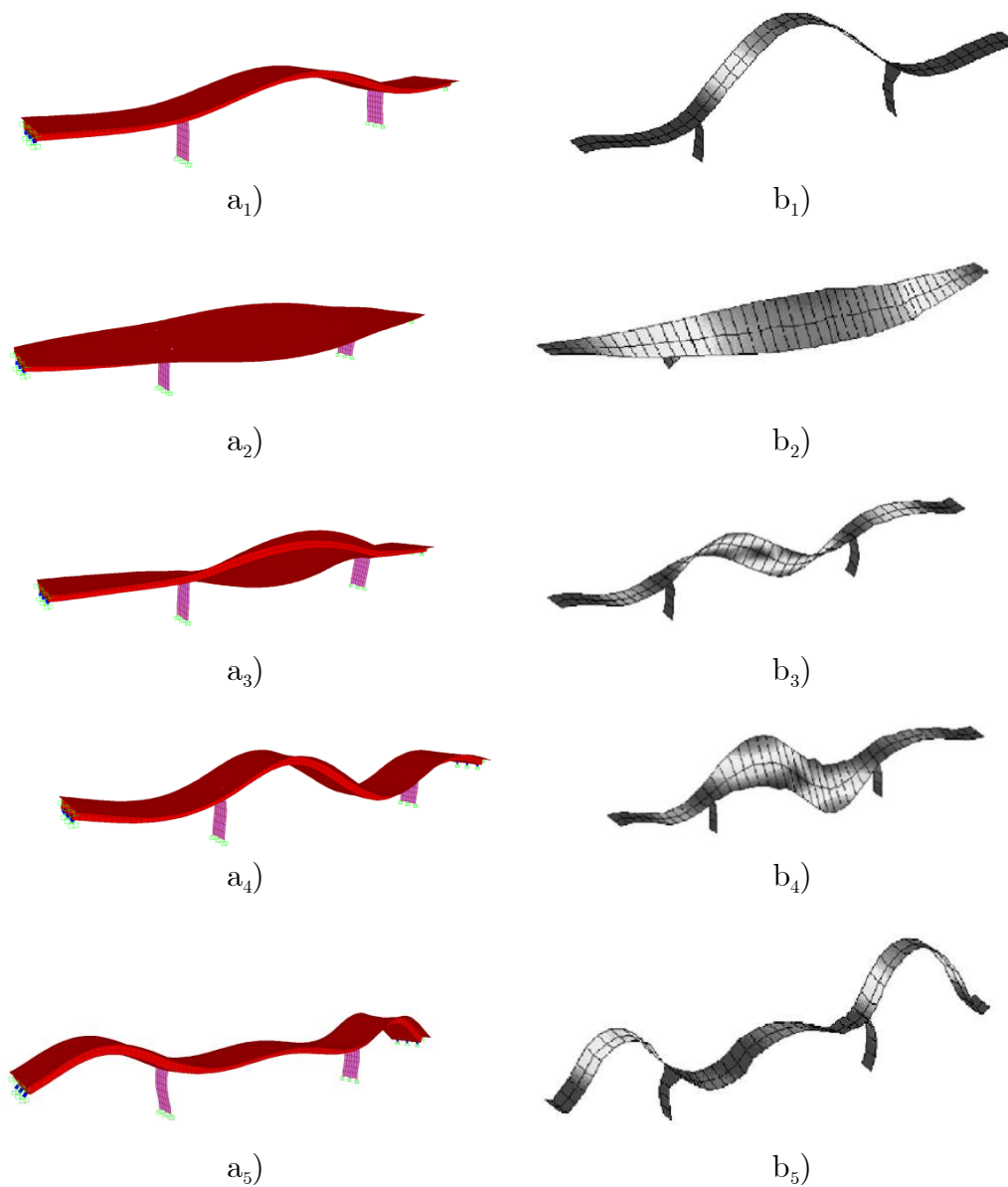


Figura 4.17 – Comparação das configurações dos modos de vibração: a) modelo numérico b) ensaio experimental.

Como foi dito o modelo numérico foi gradualmente alterado para que se conseguissem simular algumas situações que foram provocadas na estrutura real. Nas tabelas seguintes estão apresentadas as comparações entre os cinco primeiros modos de vibração para os 6 cenários enunciados na Tabela 8.

Tabela 13 – Comparação entre as frequências da segunda medição de referência.

Segunda medição de referência			
Modos de Vibração	Frequência [Hz]		
	Modelo Numérico	Modelo Experimental	Δ
1	3,90	3,89	-0,1%
2	5,54	5,02	-10,4%
3	9,68	9,80	1,2%
4	10,42	10,30	-1,1%
5	12,58	12,67	0,7%

Tabela 14 – Comparação entre as frequências após redução da cota de um pilar em 20 mm.

Redução da cota do pilar 20 mm			
Modos de Vibração	Frequência [Hz]		
	Modelo Numérico	Modelo Experimental	Δ
1	3,87	3,87	0,1%
2	5,50	5,06	-8,8%
3	9,60	9,80	2,0%
4	10,34	10,33	-0,1%
5	12,48	12,77	2,3%

Tabela 15 – Comparação entre as frequências após redução da cota de um pilar em 40 mm.

Redução da cota do pilar 40 mm			
Modos de Vibração	Frequência [Hz]		
	Modelo Numérico	Modelo Experimental	Δ
1	3,84	3,86	0,5%
2	5,47	4,93	-10,9%
3	9,54	9,74	2,0%
4	10,27	10,25	-0,2%
5	12,39	12,48	0,7%

Tabela 16 – Comparação entre as frequências após redução da cota de um pilar em 80 mm.

Redução da cota do pilar 80 mm			
Modos de Vibração	Frequência [Hz]		
	Modelo Numérico	Modelo Experimental	Δ
1	3,81	3,76	-1,2%
2	5,43	5,01	-8,3%
3	9,46	9,37	-1,0%
4	10,20	9,90	-3,0%
5	12,28	12,18	-0,8%

Tabela 17 – Comparação entre as frequências após redução da cota de um pilar em 95 mm.

Redução da cota do pilar 95 mm			
Modos de Vibração	Frequência [Hz]		
	Modelo Numérico	Modelo Experimental	Δ
1	3,74	3,67	-2,0%
2	5,34	4,95	-7,9%
3	9,31	9,21	-1,1%
4	10,03	9,69	-3,6%
5	12,07	12,03	-0,4%

Como se pode verificar as diferenças associadas a cada modo de vibração em cada cenário simulado são em alguns casos praticamente inexistentes e noutros variam até 11 %. Esta situação é verificada pelas razões já apontadas, tais como o facto de no modelo simulado não se ter a informação completa das dimensões e das ligações dos elementos.

4.6 Considerações Finais

Após a realização do modelo numérico e a sua comparação com o ensaio de vibração ambiental conclui-se que apesar de o modelo numérico ser bastante simples e não ter em consideração todos os parâmetros inerentes e importantes à análise dinâmica, por falta de informação de projeto, conseguem-se verificar a existência de modos de vibração e frequências modais próximas da realidade. Este facto revela a importância da utilização de modelos numéricos na avaliação e na caracterização dos parâmetros dinâmicos das estruturas de engenharia civil, pois

apesar de os modelos poderem não se encontrar calibrados ao início, consegue à partida ter uma ideia dos valores expectáveis das frequências naturais que permite depois a otimização dos ensaios experimentais.

A comparação de parâmetros modais obtidos no modelo numérico e no ensaio experimental tem-se revelado ao longo dos tempos um processo muito importante na calibração de modelos que permite ajustar os valores das frequências naturais calculadas nos modelos numéricos com as configurações modais que lhes correspondem no ensaio experimental.

5. CONCLUSÕES FINAIS E PERSPETIVAS FUTURAS

O capítulo final deste trabalho tem como objetivo apresentar as principais conclusões obtidas ao longo seu desenvolvimento bem como algumas perspetivas futuras no âmbito da análise dinâmica de estruturas de engenharia civil.

5.1 Conclusões Finais

No início do trabalho foram apresentados os principais ensaios dinâmicos utilizados na caracterização do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil, designadamente: ensaios de vibração forçada, ensaios de vibração livre e ensaios de vibração ambiental. Os ensaios de vibração forçada são usualmente utilizados em pontes e viadutos com grandes dimensões, e baseiam-se na imposição de uma força à estrutura seguida da medição das vibrações ocorridas. Os ensaios de vibração livre são mais úteis em algumas estruturas que noutras, nomeadamente em pontes, essencialmente pela maior facilidade que existe na execução deste tipo de ensaios. De todos os ensaios referidos, os mais económicos e presentemente os mais utilizados em todo o tipo de estruturas são os ensaios de vibração ambiental, pois permitem caracterizar o seu comportamento dinâmico tendo em conta apenas a vibração provocada pelas oscilações do meio envolvente não sendo assim necessária a utilização de excitadores que normalmente têm elevados custos associados e são pesados.

Para a realização de ensaios de vibração ambiental é aconselhável a elaboração de um modelo numérico preliminar de forma a definir informações iniciais como os pontos a serem instrumentados e que tipo de instrumentos se devem utilizar. Após se obterem os resultados dos ensaios, registo de acelerações, estes são tratados e analisados através da análise no domínio da frequência que transforma os registos numa informação mais fácil de compreender.

Após a realização do modelo numérico conclui-se que este tipo de análise é bastante importante na análise do comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil na medida em que complementa e auxilia a realização de ensaios experimentais e ajuda a prever parâmetros e informações a ter em conta na sua posterior realização.

No âmbito deste trabalho analisou-se o comportamento dinâmico da estrutura de uma ponte antes de esta ser demolida. O objetivo desta análise foi o de compreender e interpretar de que maneira o comportamento dinâmico de uma estrutura é afetado através de diversos cenários de deterioração.

Este estudo também permitiu aferir a dificuldade que por vezes existe em conseguir reproduzir o comportamento dinâmico de uma estrutura em termos do desenvolvimento de modelos numéricos de elementos finitos, uma vez que é necessário calibrar adequadamente as hipóteses assumidas no desenvolvimento dos referidos modelos de maneira a que os resultados experimentais acertem com os obtidos com os modelos numéricos.

5.2 Perspetivas Futuras

O conteúdo desenvolvido no presente trabalho corresponde apenas aos fundamentos iniciais da análise dinâmica de estruturas de engenharia civil.

Após a realização e calibração do modelo numérico e respetiva validação pelos ensaios experimentais apresentados constata-se que foi possível efetuar uma análise dinâmica mais aprofundada da estrutura relativamente ao seu comportamento real sob vários tipos de ações e agravamentos estruturais.

Verificou-se que os resultados das frequências naturais e dos modos de vibração associados à estrutura correspondem no geral à configuração modal da ponte real mas que esta poderia ser aperfeiçoada se se tivesse obtido informação relativa ao seu projeto.

De futuro poderia então ser realizada uma análise dinâmica mais exaustiva que poderá ter em conta os intervalos de erro existentes tendo por base a análise probabilística tal como o cálculo de desvios padrão e margens de confiança.

Também ao nível do modelo numérico, seria de interesse calibrar os parâmetros modais do mesmo considerando os pilares de topo, que se encontram na localização das colunas e que simulam a reação dos encontros, comparando posteriormente os resultados dessa análise com os obtidos neste trabalho e se os parâmetros modais se aproximam ou não dos do ensaio experimental.

BIBLIOGRAFIA

AVITABILE, Peter - **Experimental Modal Analysis (A Simple Non-Mathematical Presentation)** - Sound and Vibration, Universidade de Massachusetts Lowell, Massachusetts, 2001

CAETANO, Elsa; CUNHA, Álvaro; MAGALHÃES, Filipe – **Novas Perspectivas na Análise do Comportamento dinâmico de Estruturas** – Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões, Mecânica Experimental, 2010, Vol 18, Pg 23-34.

CAETANO, Elsa - **Identificação Experimental de Parâmetros Dinâmicos em Sistemas Estruturais. Tese de Mestrado**, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1992.

CHOPRA, Anil K. - **Dynamics of Structures - Theory and Applications to Earthquake Engineering**. Segunda edição. Berkeley : Prentice, 2000. 844 p. ISBN 0-13-086973-2.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph - **Dynamic of Structures**. Segunda edição ed. Berkeley : McGraw-Hill, Inc., 2003. ISBN 0-07-113241-4.

COSTA, Diogo - **Análise do comportamento dinâmico de uma ponte pedonal**. Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2012. 91 f.

CUNHA, Álvaro. *et al.* - **Identification from the natural response of Vasco da Gama bridge**, 2004.

CUNHA, Álvaro. *et al.* - **Monitorização Dinâmica e Identificação Estrutural de Pontes e Estruturas de Grande Vão**. Em XXXV Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural - Infraestrutura e Desenvolvimento. Rio de Janeiro, 2012.

CUNHA, Álvaro; CAETANO, Elsa – **Experimental Modal Analysis of Civil Engineering Structures**, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2006.

CUNHA Álvaro., CAETANO E. e DELGADO, R., **Dynamic Tests on a Large Cable-Stayed Bridge. An Efficient Approach**, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol. 6, No.1, pp.54-62, 2001.

CUNHA, Álvaro; CAETANO, Elsa; BRINCKER Rune; ANDERSEN, Palle – **Identification from the natural response of the Vasco da Gama bridge**, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2004

CUNHA, A.; CAETANO, E. - **Reanálise dos Ensaios Dinâmicos da Ponte Vasco da Gama com Base no Método de Identificação Estocástica por Sub-Espaços**. Em 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica.

DOEBLIN, S. W.; FARRAR, C. R. - **Experimental issues in damage detection**, part 1. Em SEM Short Course - Current Horizons in damage detection, IMAC XV, 1997.

FERREIRA, Ana Cláudia Narciso - **Identificação Modal e Atualização de Modelos de Elementos Finitos**. Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa, 2013. 160 f.

FIGUEIREDO, Elói; MOLDOVAN, Ionut; MARQUES, Manuel Barata - **Condition Assessment of Bridges: Past, Present and Future**. 1. ed. Lisboa. 199 p. ISBN 978-972-54-0402-7.

FIGUEIREDO, Elói João Faria – **Monitorização e Avaliação do Comportamento de Obras de Arte**. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2006

HE, Jimin; FU, Zhi-Fang – **Modal Analysis**, 2001

HEIRICH, Alexandre; SIMÃO, Bruno; CASSOL, Fabiano - **Desenvolvimento e Análise de uma bancada didática para ensaios de Vibrações**, 3ª Semana Internacional das Engenharias da Faculdade Horizontina, Brasil, 2013.

KERSCHEN, Gaetan; GOLINVAL, Jean-Claude - **Experimental Modal Analysis**.

KRAMER, C.; SMET, C. A. M. DE; ROECK, Guido De - **Z24 Bridge Damage Detection Tests**, IMAC XVII - 17th International Modal Analysis Conference - Modal Analysis: Reducing the Time to Market, 1999.

KUROIWA, Julio Horiuchi - **Vibration Tests of a Multistory Building**. California Institute of Technology, 1967.

MAECK, J.; ROECK, G. DE - **Description of Z24 Benchmark Belgium**, 2002.

MAECK, J.; ROECK, Guido DE - **Damage Assessment Using Vibration Analysis on the Z24-Bridge**. Belgium.

MAGALHÃES, F. - **Operational Modal Analysis for Testing and Monitoring of bridges and Special Structures**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2012. 297 f.

MEIRELES, José Filipe Bizzaro - **Análise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente**. Universidade do Minho, 2007. 366 f.

MENDES, Maria Teresa Vaz - **Ponte vasco da gama manutenção estrutural**, Lusoponte, Lisboa.

MENDES, P. - **Observação e Análise do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2010

MENDES, Paulo; BAPTISTA, Maria Ana - “ **output only** ” **Analysis applied on a reinforced concrete building** , Lisboa. Em : IMAC XXII, 2004

MENDES, Paulo; OLIVEIRA, Sérgio - **ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS - Utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos**. 1. ed. Lisboa : LNEC - Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2008. 163 p. ISBN 978-972-49-2155-6.

MENDES, Paulo; - **Observação e Análise do Comportamento de barragens de betão**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2010. 304 f.

MENDES, Pedro - **Análise dinâmica de uma estrutura. Estudo numérico e experimental.** : Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2012. 102 f.

P, Roberts G.; PEARSON, A. J. - **Dynamic monitoring as a tool for long span bridges.** 708.

PEETERS, Bart; ROECK, Guido DE - **One-Year monitoring of the Z24-Bridge: Environment effects versus damage events.** Belgium.

PRIESTLEY, M. - **Structural Behaviour of Buildings from Dynamic Measurements under Ambient Excitation.** Lisboa.

REYNDERS, E.; ROECK, G. DE - **The Z24 bridge benchmark revised with CSI/ref.**

ROBERTS G. P, and PEARSON A. J. – **Dynamic monitoring as a tool for long span bridges,** Bridge Management 3, Inspection, Maintenance, Assessment and Repair.

ROECK, Guido DE; PEETERS, Bart; MAECK, J. - **Dynamic Monitoring of Civil Engineering Structures.** Greece. 2000 24.

SANTOS, Luís Oliveira – **Monitoramento e ensaio de pontes.** Em **VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas.** Rio de Janeiro, 2014.

SEQUEIRA, Cláudia - **Sensores para medições de vibrações mecânicas - Acelerómetros.**

TEUGHELS, A.; ROECK, G. DE - **Structural damage identification of the highway bridge Z24 by FE model updating.** Journal of Sound and Vibration. Heverlee, Belgium. 2003.

TOORN, A. Van Der - **The Maintenance of Civil Engineering Structures.** Heron Journal. 39:1994 3–34.

WEBGRAFIA

Introductory Tutorial for SAP2000, Computers and Structures Inc, em <https://wiki.csiamerica.com/display/tutorials/SAP2000>, 2011, acessado em 15 de Outubro de 2014.

Monitorização e ensaios em pontes, acetatos da , em [http://civil.fe.up.pt/pub/apoio/ano5/de/acetatos/capitulo 5.pdf](http://civil.fe.up.pt/pub/apoio/ano5/de/acetatos/capitulo%205.pdf), acessado em 18 de Julho de 2014.

Integral de Duhamel e sua importância no ensino de vibrações estruturais – XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2011, em www.abenge.org.br/cobengeanteriores/2011/sessoestec/art2009.pdf, acessado em 10 de Setembro de 2014.

Ensaio e monitorização, spybuilding - Inspeção de edifícios, Lda, em <http://www.spybuilding.com/index.php?id1=3#sthash.gwbUSl07.dpuf>, acessado em 8 de Setembro de 2014.

LEB - Projectistas, Designers e Consultores em Reabilitação de Construções - www.leb.pt, acessado em 10 de Outubro de 2014

News, photos and discussions on skyscrapers, skylines, cities, architecture and urbanity - www.skyscraper-city.com

World's Highest Bridges - www.highestbridges.com

Blog - Guia do Estrangeiro - <http://guiadoestrangeiro.com/2015/04/18/conheca-a-historia-da-tower-bridge/>

Comunidade de Fotografia - <http://pt.dreamstime.com/imagem-de-stock-royalty-free-ponte-do-c%C3%A9u-de-langkawi-image19361026>

Enciclopédia Wikipedia - <http://pt.wikipedia.org>